

Trabajo Monográfico presentado ante la  
Facultad de Ciencias Económicas y Administración  
Universidad de la República  
Licenciatura en Economía – Plan 1990

# SUSTITUCION ENTRE TELEFONIA MOVIL Y FIJA: EL CASO URUGUAYO



Leticia Malvasio C.I. 3.770.216-6

María Noé Seijas C.I 4.250.805-6

**Junio 2009**

**Tutor: Ec. Mario Vila**

Agradecimientos: a nuestro tutor, por su paciencia,  
a la Profesora Ana María Teja, por su tiempo y calidez,  
y a la Ec. Graciela Sanromán por su invaluable aporte.

MUCHAS GRACIAS.

## Resumen

En este estudio se analizan los determinantes del acceso a los servicios de telefonía fija y móvil, así como también el relacionamiento existente entre dichos servicios en Uruguay en el año 2006, utilizando los datos de la ENIGH 2005-2006. Para tal cometido, se estima en un modelo conjunto, el acceso y el uso de ambos servicios a través del Modelo bietápico de Selección Doble. En una primera etapa, se realiza la estimación del acceso a los servicios telefónicos, a través de un Modelo Probit Bivariado y, en una segunda etapa, se estima el uso de dichos servicios enmarcados en un Sistema Casi Ideal de Demanda(AIDS) realizándose la estimación a través del procedimiento SUR (Regresiones Aparentemente No Relacionadas). En esta última etapa, se utiliza además la técnica de remuestreo Bootstrap con el fin de obtener estimadores robustos. La utilización de dicha metodología fue necesaria para la corrección del sesgo de selección.

Los resultados muestran que la edad del jefe de hogar no afecta de forma significativa al acceso a ambos servicios, pero se correlaciona negativamente con el acceso al servicio móvil. Con respecto al área geográfica a la que pertenece el hogar, se encontró que el hecho de ser de Montevideo afecta positivamente la decisión de suscripción a ambos servicios. El nivel educativo está correlacionado con el acceso a ambos servicios, pero su influencia no es de gran magnitud. El sexo del jefe de hogar no influye en la decisión de acceso. La variable de mayor influencia sobre la decisión de suscripción a ambos servicios resulto ser el ingreso y, todas las variables que se encuentran positivamente correlacionadas con el ingreso incrementan la probabilidad de acceso. Además, se encontro evidencia de que las decisiones de acceso a ambos tipos de telefonía se realizan simultáneamente. Finalmente, en la segunda etapa del modelo, los resultados evidenciaron que, en el Uruguay del 2006, el teléfono móvil no es sustituto económico del teléfono fijo.

---

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
1.1. Hipótesis . . . . .	4
<b>2. Antecedentes</b>	<b>6</b>
<b>3. Mercado Uruguayo</b>	<b>11</b>
3.1. Evolución de la Regulación y la Composición del Mercado . . . . .	11
3.2. Estructura del Mercado de la Telefonía en el año 2006 <sup>1</sup> . . . . .	13
3.2.1. Telefonía Fija . . . . .	16
3.2.2. Telefonía Móvil . . . . .	20
3.2.3. Tráfico entre Telefonía Fija y Móvil . . . . .	24
3.3. Tendencias Recientes . . . . .	25
<b>4. Marco Teórico</b>	<b>28</b>
4.1. La Demanda . . . . .	28
4.1.1. Funciones de Demanda, Utilidad y Gasto . . . . .	28
4.1.2. Sistemas de Demanda . . . . .	31

---

<sup>1</sup>La Descripción del Mercado en el presente trabajo se realiza según los informes elaborados por la Unidad Reguladora de Servicios de Comunicaciones (URSEC) a partir de la información proporcionada por los operadores.[41]

4.1.3.	Sistema de Demanda Casi Ideal (AIDS) <sup>2</sup> . . . . .	33
4.1.4.	Elasticidades de Demanda . . . . .	36
4.2.	Estimación de Variables Censuradas . . . . .	38
4.2.1.	Variable Censurada . . . . .	39
4.2.2.	Modelos Clásicos de Estimación . . . . .	40
4.2.3.	Modelo Probit Bivariado . . . . .	42
4.2.4.	Modelo Bietápico de Heckman . . . . .	44
4.2.5.	Modelo de Selección Doble . . . . .	46
4.3.	Sistemas Aparentemente no Relacionados y Bootstrap . . . . .	50
4.3.1.	Sistemas Aparentemente no Relacionados <sup>3</sup> . . . . .	50
4.3.2.	Bootstrap . . . . .	52
<b>5.</b>	<b>Metodologia</b>	<b>56</b>
5.1.	Modelo Econométrico . . . . .	56
5.2.	Datos . . . . .	60
<b>6.</b>	<b>Análisis Descriptivo de la Muestra</b>	<b>63</b>
6.1.	Acceso y Uso según Decil de Ingreso . . . . .	63
6.1.1.	Acceso . . . . .	63
6.1.2.	Uso . . . . .	66
6.2.	Acceso y Uso según Características Socio – Demográficas . . . . .	67
6.2.1.	Edad . . . . .	67
	Acceso . . . . .	67
	Uso . . . . .	69

---

<sup>2</sup>Chern et als. (2003)[8]; Green y Alston (1990)[3]

<sup>3</sup>Yahya et als. (2008)[37]

6.2.2. Educación . . . . .	70
Acceso . . . . .	70
Uso . . . . .	71
6.2.3. Sexo . . . . .	72
Acceso . . . . .	72
Uso . . . . .	73
6.2.4. Propiedad de la Vivienda . . . . .	74
Acceso . . . . .	74
Uso . . . . .	75
6.3. Acceso y Uso según Área Geográfica . . . . .	76
Acceso . . . . .	76
Uso . . . . .	77
6.4. Correlaciones entre las variables . . . . .	78
6.5. A Modo de Síntesis . . . . .	79
<b>7. Análisis de las Estimaciones</b>	<b>81</b>
7.1. Análisis del Acceso a la Telefonía . . . . .	81
7.1.1. El Modelo Conjunto . . . . .	81
7.1.2. Acceso a los Servicios de Telefonía . . . . .	82
7.1.3. Análisis del Uso de la Telefonía . . . . .	85
<b>8. Limitaciones</b>	<b>87</b>
<b>9. Conclusiones</b>	<b>90</b>
<b>A. Modelo Probit</b>	<b>93</b>

A.1. Enfoque de Variable Latente . . . . .	94
A.2. Significación de los Parámetros . . . . .	95
A.2.1. Test de Wald . . . . .	96
A.2.2. Razón de Verosimilitud . . . . .	96
A.3. Medidas de Bondad de Ajuste . . . . .	96
A.3.1. Índice de Cociente de Verosimilitudes . . . . .	96
A.4. Efectos Marginales Probit Bivariado <sup>4</sup> . . . . .	97
<b>B. Datos Estadísticos a Diciembre de 2008</b>	<b>99</b>
B.1. Telefonía Fija . . . . .	99
B.2. Telefonía Móvil . . . . .	102

---

<sup>4</sup>Seguendo a Greene, W. (1996). [12]

---

## Índice de Cuadros y Gráficos

3.1. Evolución de la participación del Sector Telecomunicaciones en el Producto Bruto Interno (PBI) . . . . .	14
3.2. Comparación de la participación del Sector Telecomunicaciones con otros sectores de la Economía (Año 2006). . . . .	15
3.3. Evolución de los Índices de Volumen Físico (IVF) del sector Telecomunicaciones y del Producto Bruto Interno (PBI). Base 1996. . . . .	15
3.4. Tasa de Crecimiento de la Telefonía Fija y Móvil (2005-2006) . . . . .	16
3.5. Líneas de Telefonía Fija en servicio. Período 1997 - 2006. . . . .	17
3.6. Teledensidad de la Telefonía Fija(Líneas cada 100 Habitantes). Período 1997-2006 . . . . .	17
3.7. Tráfico de Telefonía Fija Local. Período 2000-2006. . . . .	18
3.8. Precios del cómputo de la telefonía fija . . . . .	18
3.9. Precios de cargo fijo de la telefonía fija . . . . .	19
3.10. Tráfico de Telefonía Interurbana. Período 2000-2006. . . . .	19
3.11. Precios del Cómputo Urbano y del Minuto de Larga Distancia Nacional	20
3.12. Cantidad de Servicios de Telefonía Móvil . . . . .	21
3.13. Teledensidad Móvil (servicios móviles cada 100 habitantes) . . . . .	21
3.14. Estructura según modalidad de servicios . . . . .	22
3.15. Cantidad de servicios de telefonía móvil por modalidad . . . . .	22

3.16. Tráfico mensual de Telefonía Móvil según destino . . . . .	23
3.17. Precios de las comunicaciones Móvil-Móvil . . . . .	24
3.18. Tráfico de telefonía fija a telefonía móvil . . . . .	24
5.1. Descripción de Variables Modelo Provit Bivariado . . . . .	61
5.2. Ecuaciones Modelo Probit Bivariado . . . . .	61
5.3. Descripción de Variables Modelo SUR . . . . .	62
5.4. Ecuaciones Modelo Probit Bivariado . . . . .	62
6.1. Acceso a la Telefonía según Deciles de Ingreso . . . . .	64
6.2. Acceso a las Diferentes Modalidades de Telefonía Móvil según deciles de Ingreso . . . . .	65
6.3. Estadísticos Descriptivos de la Modalidad Elegida según Decil de Ingreso	66
6.4. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Decil de Ingreso .	66
6.5. Estadísticos descriptivos del Gasto por Decil de Ingreso . . . . .	67
6.6. Suscripción a los Servicios de Telefonía según Edad . . . . .	68
6.7. Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Edad . . . . .	69
6.8. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Decil de Ingreso .	69
6.9. Suscripción a los Servicios de Telefonía según Educación . . . . .	70
6.10. Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Educación . . . .	71
6.11. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Educación . . . .	71
6.12. Suscripción a los Servicios de Telefonía según Sexo del Jefe de Hogar	72
6.13. Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Sexo del Jefe de Hogar . . . . .	73
6.14. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Sexo del Jefe de Hogar . . . . .	73

6.15. Suscripción a los Servicios de Telefonía según Propiedad de la Vivienda	74
6.16. Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Propiedad de la Vivienda . . . . .	75
6.17. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Propiedad de la Vivienda . . . . .	75
6.18. Suscripción a los Servicios de Telefonía según Área Geográfica . . . . .	76
6.19. Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Área Geográfica .	77
6.20. Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Área Geográfica .	77
6.21. Correlaciones entre las Variables Objeto de Estudio . . . . .	79
7.1. Efectos Marginales del Modelo Probit Bivariado . . . . .	83
7.2. Elasticidades Precio Propias y Cruzada . . . . .	86
B.1. Líneas de Telefonía Fija en Servicio . . . . .	99
B.2. Teledensidad Fija. (Servicios cada 100 habitantes) . . . . .	100
B.3. Tráfico de Telefonía Fija Local . . . . .	100
B.4. Tráfico de Telefonía Fija Interurbana o Larga Distancia Nacional . . .	101
B.5. Tráfico de Telefonía Fija a Telefonía Móvil . . . . .	101
B.6. Cantidad de Servicios Móviles . . . . .	102
B.7. Teledensidad (Servicios Móviles cada 100 habitantes) . . . . .	102
B.8. Tráfico de Telefonía Móvil según destino (2005-2007) . . . . .	103
B.9. Estructura de Servicios según Modalidad . . . . .	103
B.10. Cantidad Total de SMS . . . . .	104
B.11. Promedio Mensual de SMS por Cliente Activo según Empresa . . . . .	104
B.12. Promedio Mensual de SMS por Cliente Activo . . . . .	105

---

---

# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

A finales del siglo XX el teléfono celular era considerado un bien de lujo, al alcance de unos pocos que debían pagar un elevado precio por el mismo, ya que era una tecnología de incipiente difusión y de alto costo. Sin embargo, en este nuevo siglo su desarrollo ha llegado a tal punto que nadie puede imaginar la vida sin celular; ha tenido un gran impacto en el desarrollo del individuo tanto desde un punto de vista personal, empresarial, social como cultural. Este fenómeno se ha dado de manera global, en distintos momentos del tiempo y con distinta rapidez según las características de los países.

Desde un punto de vista macroeconómico, el sector de las telecomunicaciones, resulta de gran importancia por su peso relativo en el PBI del país (3.63%)<sup>1</sup> y por su contribución al resto de la economía, dado el fuerte vínculo que tiene con los demás sectores, que hacen uso de este servicio para poder desarrollar y potenciar sus actividades. El gran avance tecnológico, conjuntamente con el desarrollo competitivo de los mercados, ha desencadenado en un importante dinamismo del sector a nivel mundial. Uruguay no ha sido ajeno a dicho dinamismo, con el liderazgo del desarrollo de la telefonía móvil, que ha impulsado fuertes cambios en lo que respecta a la estructura del mercado de telefonía.

El importante avance de la telefonía móvil se debió, en gran parte, a la caída de los costos lo que permitió una fuerte reducción de los precios y un aumento en la calidad, convirtiéndose así en una alternativa atractiva frente a la telefonía fija. Técnicamente el móvil es un sustituto de la telefonía fija porque ambos permiten la recepción y realización de llamadas de voz. Surgen de esta manera dos preguntas

---

<sup>1</sup>Dato publicado por la URSEC en agosto del 2008.

relevantes desde el punto de vista económico: si los individuos renuncian o deciden no acceder a un servicio por poseer el otro, y si los consumidores cambian minutos que antes utilizaban en la telefonía fija por minutos utilizados en la telefonía móvil. Un punto de vista alternativo es que los servicios de telefonía móvil y fija son complementarios, ya que los servicios móviles permiten hacer llamadas que antes eran imposibles, como por ejemplo, caminando por la calle. Estas y otras llamadas desde teléfonos móviles pueden originarse o terminar en una línea fija, por lo tanto estimulan la utilización de la misma.

Considerando la gran importancia del sector y la fuerte dinámica que ha presentado en los últimos años a nivel mundial, y en particular en Uruguay, resulta pertinente analizar si la telefonía móvil se comporta como un bien sustituto o complementario de la telefonía fija. El objetivo de este trabajo será determinar qué relación existe entre la telefonía móvil y la fija, tanto desde el punto de vista del acceso como del uso de ambos servicios. Definir el tipo de vínculo que las une resulta importante para establecer si integran o no un mismo mercado, cuya respuesta es vital para determinar si desde un punto de vista económico existe realmente el monopolio en la telefonía fija, o si simplemente es una ilusión generada por un marco regulatorio inadecuado. El hecho de que ambos productos formaran parte de un mismo mercado, podría estar denotando que las barreras que la regulación ha impuesto a la competencia de la telefonía fija (monopolio o exclusividad), han sido levantadas por la competencia de un nuevo modo de comunicarse. Stigler (1975)<sup>2</sup> plantea que la industria debe acompañar el desarrollo de los productos y servicios, que en el largo plazo tienden a manifestar una relación de sustitución que debe ser considerada en la regulación. Si los consumidores de un producto A, pueden fácilmente cambiar a un producto B o viceversa, entonces estos productos deben ser combinados en la misma industria, y por tanto ser legislados por la misma política de competencia y de regulación. Esto puede aportar elementos hacia la revisión del marco regulatorio existente.

El objeto de estudio será, entonces, el mercado de la telefonía. Nos centraremos especialmente en la telefonía fija nacional y en la telefonía móvil, la cual está integrada por dos modalidades: Contrato y Prepago. La modalidad contrato es aquella en que los usuarios se comprometen a hacer uso del servicio durante un determinado tiempo y a realizar el pago luego del consumo. Los móviles prepago están caracterizados por el hecho de que el usuario primero debe realizar el pago, y después

---

<sup>2</sup>Symeou y Pollitt (2007)[29]

consumir. En esta investigación se tratará de forma indistinta los términos telefonía móvil y telefonía celular, así como también telefonía celular contrato y postpago.

El presente trabajo será estructurado de la siguiente manera. A continuación, se especificarán las hipótesis del trabajo. En el Capítulo 2 se expondrán los principales antecedentes internacionales sobre la sustitución de los servicios telefónicos. A continuación, en el Capítulo 3, se analizará la evolución del mercado de la telefonía en Uruguay, tanto desde el punto de vista regulatorio como de la estructura del mismo. En el Capítulo 4 se desarrollarán las principales nociones teóricas referentes a la demanda y a la metodología econométrica empleada. Posteriormente, en el Capítulo 5, se plantearán el modelo empírico y los datos utilizados. En el Capítulo 6 se realizará un análisis descriptivo de la muestra empleada. En el Capítulo 7 se planteará el análisis de las estimaciones realizadas. En el Capítulo 8 se expondrán las principales limitaciones de la investigación. Finalmente, en Capítulo 9, se explicitarán las conclusiones y reflexiones finales.

## 1.1. Hipótesis

De las investigaciones internacionales revisadas<sup>3</sup>, surge la existencia de un proceso de evolución del mercado de la telefonía, compuesto por diferentes etapas, que reflejan el grado de madurez que posee dicho mercado. En una primera etapa, cuando la penetración de la telefonía móvil es incipiente, se encuentra, en general, una relación de complementariedad entre ambos servicios, mientras que a medida que el mercado de telefonía móvil se desarrolla, dicha relación se acerca gradualmente hacia la sustitución de las redes, tanto en el uso como en el acceso. Considerando dicho proceso y la situación en que se encontraba el mercado de la telefonía móvil en nuestro país durante el año 2006, se establecen las siguientes, como hipótesis del presente trabajo:

1. Existen características socio-demográficas que afectan el acceso al mercado de la telefonía, destacándose:
  - **Ingreso:** a mayor ingreso, mayor será el acceso a ambos tipos de telefonía.
  - **Edad del Jefe de Hogar:** a menor edad del jefe de hogar, mayor será el acceso a la telefonía móvil, y menor el acceso a la telefonía fija.

---

<sup>3</sup>Ver Capítulo 2

- **Región:** el acceso a ambos tipos de telefonía es mayor en Montevideo que en el interior del país.
  - **Sexo del Jefe de Hogar:** los hogares con jefatura femenina poseen menor acceso a los distintos tipos de telefonía.
  - **Educación del Jefe de Hogar:** en aquellos hogares donde el jefe de hogar posee mayor nivel educativo, el acceso es mayor en ambos tipos de telefonía.
2. La telefonía fija y la telefonía móvil son, desde el punto de vista del uso, no son bienes sustitutos en el Uruguay del 2006.

---

## CAPÍTULO 2

---

# Antecedentes

Existen varias investigaciones sobre la sustitución entre telefonía fija y telefonía móvil en países desarrollados, y en algunos países en vías de desarrollo donde el ente regulador lleva adelante importantes esfuerzos de investigación del mercado, como es el caso de Perú. Lamentablemente, este no es el caso de Uruguay, donde no existe ningún trabajo al respecto, razón por la cual resultó imposible incluir antecedentes a nivel nacional.

En la literatura revisada, se han encontrado muy diversas metodologías para el análisis de la sustitución entre la telefonía fija y la móvil, que han permitido arribar a conclusiones muy similares, con respecto a la relación entre la penetración de la telefonía celular y el grado de complementariedad o sustitución entre ambos servicios. A continuación, se plantean los estudios más destacados realizados en los últimos años, que abarcan países con características muy disímiles.

Taubman y Vagliasindi (2002) [33], exploran el efecto de la sustitución entre la telefonía fija y celular en los países de Europa del Este y de la antigua Unión Soviética. En estos países la penetración de la telefonía móvil ha tenido un crecimiento exponencial, mientras que la de la telefonía fija se ha visto estancada. Este análisis está basado en evidencia empírica extraída, especialmente, de una encuesta realizada sobre el uso que hacen de la telefonía las empresas en 26 países de la región.

Se plantea un modelo Probit en que la variable dependiente vale 1 si la empresa emplea regularmente el teléfono móvil para comunicarse con clientes y proveedores, y vale 0 en caso contrario, tomando como variables independientes, entre otras, al ratio de penetración de la telefonía fija y de la telefonía móvil. Los resultados evidencian efectos de sustitución dependiendo del nivel de penetración de la telefonía móvil en el

país. Sin embargo, los efectos de complementariedad dominan sobre los de sustitución, según los autores, probablemente debido a que la telefonía móvil puede ser considerada como una buena alternativa en el servicio de voz, pero no en otros servicios como puede ser el acceso a internet a través de la línea fija.

En el año 2002, la Comisión de Regulación de las Telecomunicaciones de Colombia (CRT) [7], presentó un informe final basado en datos obtenidos a través de encuestas de hogares y una encuesta telefónica a los usuarios de celular. El objetivo era estimar las elasticidades precio, ingreso y cruzada de la telefonía fija y celular tanto de uso como de acceso; y su posterior comparación con una muestra internacional de 42 países. La metodología empleada consistió en estimar un Sistema Casi Ideal de ecuaciones de gasto (AIDS) en dos niveles; en el primer nivel se estimó el gasto en telefonía en función de los precios y del ingreso; y en el segundo nivel, se estimó el gasto en cada servicio -local, larga distancia, móvil, fijo-móvil - en función de los precios, el ingreso y el gasto total en telefonía estimado en el primer nivel. Para el caso colombiano, se obtuvo una elasticidad precio de uso de celular de  $-1.38$ , que se puede considerar como elevada frente al parámetro internacional ( $-0.37$ ). En el largo plazo, y a medida que desciendan las tarifas, los autores esperan una reducción de este parámetro. Por otro lado, la elasticidad de acceso al sistema móvil en Colombia es baja y comparable con el parámetro internacional. Los autores encuentran que, para todos los casos estudiados, la elasticidad ingreso del uso es positiva pero de baja magnitud; un mayor ingreso se refleja marginalmente en el consumo. Además, indican que las elasticidades fijo - celular son positivas y cercanas a 1, lo que establece que ambos servicios pueden llegar a constituirse como sustitutos perfectos. El informe concluye que en los países de baja cobertura de telefonía fija, los sistemas se comportan como sustitutos; pero en países de cobertura media, se complementan. Esto se debe a que la penetración de la telefonía fija tiene un efecto positivo sobre el consumo promedio de los usuarios de celular, ya que una fracción de las llamadas entrantes y salientes del sistema celular tienen como origen y destino la telefonía fija; lo que evidenciaría complementariedad entre ambos servicios. Por último, infieren que una reducción en la tarifa de la telefonía fija inhibe el uso de celular, mientras que un aumento en el precio del fijo incentiva la penetración de celular.

Albon (2006) [2], centra su análisis en países cuyas redes telefónicas cumplen con tres características simultáneamente: una alto desarrollo de la red de telefonía fija -más del 90 % de penetración en hogares- antes del advenimiento de la telefonía móvil, la utilización del sistema de precio “calling party pay” -paga sólo el que realiza la llamada-, y un alto nivel de penetración móvil -90 % de la población- después de

15 años de desarrollo de las comunicaciones móviles. El autor selecciona a Australia, Nueva Zelanda y Reino Unido por cumplir dichas características, y realiza una recopilación de análisis previos, desarrollando un análisis cualitativo de los mismos. El autor concluye, que existe cierta sustitución real entre la telefonía móvil y fija; y que no sólo existe migración del gasto desde la telefonía fija a la móvil, sino que también se da desde los servicios de voz de la telefonía fija hacia otros servicios dentro de la misma red -internet, e-mail, VoIP-. Por otro lado, las ganancias que obtienen las empresas por el tráfico de voz en los servicios móviles, se ha visto estancada, por lo que se da una tendencia a ofrecer paquetes de servicios, poniendo mayor énfasis en un mejor uso de los servicios de transferencia de datos -especialmente los SMS que representan el 20 % de los ingresos de telefonía móvil en los tres países considerados-. Por último, se observa que en la fase inmadura de la penetración de las comunicaciones móviles, la característica dominante es la complementariedad entre los servicios, rasgo que se va perdiendo a medida que se incrementa el número de subscriptores a la red móvil.

Woroch y Ward (2004) [35], estiman la sustituibilidad entre el uso de los servicios de telefonía fija y móvil, empleando datos obtenidos a través de una encuesta de hogares realizada en el período comprendido entre 1999 y 2001, y de datos de facturas telefónicas. Para tal cometido, se toma como unidad de consumo al hogar, y se modela la demanda de uso que realizan los hogares a través de la formulación de una Aproximación Lineal a un Sistema de Demanda Casi Ideal (LA/AIDS); regresando la participación de cada bien en el presupuesto total respecto al logaritmo del precio de los bienes bajo estudio y respecto al consumo real. A partir de dicha estimación, se calculan y analizan las elasticidades cruzadas del uso de los mismos, concluyendo que la telefonía móvil es un débil sustituto de la telefonía fija en el período de estudio. Por otro lado, sostienen que con el tiempo llegará a ser un mejor sustituto, debido al patrón de comportamiento en el uso de la telefonía – que posee la sociedad norteamericana –, al continuo decrecimiento de los precios de la telefonía celular y a las mejoras en la características de dicho servicio.

Ahn, Lee y Kim (2004)[1], analizan empíricamente la sustitución del tráfico de voz entre la telefonía fija y móvil en Korea, empleando datos de tráfico en minutos y precios mensuales en el período 1996 – 2002. Se presentan distintos modelo Logit para analizar el fenómeno de la sustitución, basados en la discriminación de los tipos de llamadas según red de origen y de destino. Los autores suponen que una persona primero define a que red realizará la llamada, y luego determina desde cuál será realizada, por consiguiente, resulta importante analizar la sustitución o complementariedad diferenciando según origen y destino. Al realizar la estimación, se toman como

variables explicativas el precio relativo de la llamada y el número de subscriptores de cada red, y se llega a la conclusión de que el servicio móvil es sustituto del fijo, tanto en la realización, como en la recepción de llamadas. Dicha sustitución, se explica por el efecto de los de los precios relativos – dependiendo del origen y el destino de las llamadas –, y por las externalidades que genera el número de suscriptores a cada uno de los servicios.

En el año 2004 Grade[11] presenta un informe final para OSIPTEL –ente regulador de las telecomunicaciones peruano–, con el objetivo de evaluar el cambio de bienestar en los consumidores, ante una caída en la tarifa fijo-móvil, y un incremento en el precio del servicio móvil. Se desarrolla el modelo de Heckman en dos etapas, empleando datos obtenidos de una encuesta estratificada de hogares, a partir de los cuales, se estimó la probabilidad de acceso a la telefonía fija, que luego fue empleada para corregir el sesgo de selección y estimar la intensidad de llamadas fijo – móvil, en base a las características de los hogares y los precios. A partir de dicha estimación, se calcularon las elasticidades precio de la telefonía fija-móvil, y de la telefonía móvil. Los autores concluyen que existe sustitución entre ambos tipos de redes, siendo este, un fenómeno que se profundizará cada vez más a medida que avance la penetración de la telefonía celular, lo cual repercutirá en un incremento de bienestar para la población.

Arellano y Benavente (2006) [5] estudian el grado de sustitución entre la telefonía fija y móvil en Chile. Con tal objetivo, se realizó una encuesta mediante la cual se estimó un modelo Probit, a partir del que no se logró calcular las elasticidades cruzadas, pero sí determinar el signo de las mismas. Los autores centran el análisis en estudiar los determinantes de la decisión de adquirir un teléfono móvil, para lo cual suponen que al tomar dicha decisión, el consumidor considera el impacto que tendrá el uso del móvil sobre el gasto en telefonía fija. Los resultados muestran que la posesión de al menos un teléfono móvil en el hogar, reduce el gasto promedio mensual en teléfono fijo en aproximadamente 25 %. Esta evidencia sugiere la existencia de un importante grado de sustitución en el uso entre ambas formas de telefonía. A pesar de lo anterior, el cambio esperado en el gasto en teléfono fijo no resultó ser una variable relevante en la decisión de adquirir un teléfono móvil. Además, se observa que la telefonía móvil corresponde a un bien superior. Finalmente, los resultados de esta estimación, sugieren que las nuevas generaciones son más proclives a consumir este tipo de bienes.

Narayana (2008) [24] estima los determinantes de la suscripción de hogares a la telefonía móvil y fija en India, basado en un modelo Logit Binario y empleando

datos de una encuesta de hogares. Los determinantes incluyen precio de acceso y uso de telefonía fija y móvil, ingreso, edad, casta social, educación, ocupación del jefe de familia y tamaño del hogar. En este análisis se utilizan estimadores econométricos, efectos marginales y elasticidades precio de cada producto, elasticidades cruzadas e ingreso. El estudio concluye que un incremento en el precio de acceso de los servicios de telefonía fija aumenta la demanda de telefonía celular, esto implica que los dos servicios son sustitutos. El coeficiente de la variable precio de uso es significativo y mayor al de acceso. Por ello, la sustitución entre telefonía móvil y fija, es mayormente influenciada por los precios de uso que por los de acceso. El ingreso, el tamaño de la hogar, y la edad del jefe de hogar están correlacionados positivamente con la conexión a la telefonía móvil. Por otro lado, el hecho de que el jefe de hogar trabaje en el campo, aumenta la probabilidad de conexión a la red móvil respecto a los jefes de hogar ocupados en los sectores secundarios y terciarios de la economía. El autor sostiene que los teléfonos fijos tienen varias ventajas que no se encuentran relacionadas con el precio del servicio, pero si los proveedores de telefonía fija no intentan reforzar estas ventajas, la telefonía móvil se convertirá en el ganador de los clientes.

---

## CAPÍTULO 3

---

### Mercado Uruguayo

#### 3.1. Evolución de la Regulación y la Composición del Mercado

La regulación puede entenderse como la “intervención del Estado, que limita o reglamenta la libre acción de las empresas”<sup>1</sup>, controlando la actividad industrial o comercial con acciones sobre la entrada y operativa de las empresas -control de precios o cantidades-. La regulación será el medio que otorgue las garantías necesarias para el cumplimiento de los principios de universalidad, continuidad, igualdad y acceso no discriminatorio de cara a los usuarios.

La regulación en el sector de las telecomunicaciones en el Uruguay, se inicia con la ley N° 14.235 de agosto de 1974, que establece la creación de ANTEL como servicio público descentralizado, al cual se le asignan, entre otros cometidos, la prestación bajo un régimen de exclusividad, de los servicios de telecomunicaciones urbanos y de larga distancia nacional e internacional, así como la intervención previa, prestación y control de toda actividad vinculada a las telecomunicaciones, tanto públicas como privadas; y la administración, defensa y contralor del espectro radioeléctrico nacional. De esta forma, la totalidad de la actividad comercial, productiva y regulatoria, estaba a cargo de la misma empresa.

El Decreto-Ley 15.671 de 1984 introduce la primera modificación de importancia, separando la potestad reguladora del Estado respecto de la prestación de

---

<sup>1</sup>Apuntes de Microeconomía Avanzada, Facultad de Ciencias Económicas y Administración, página 3.[38]

los servicios de telecomunicaciones, creando la Dirección Nacional de Comunicaciones (DNC) en la órbita del Ministerio de Defensa Nacional. Entre los cometidos de la DNC figuran: asesorar al Poder Ejecutivo en lo referido a las políticas de telecomunicaciones, coordinar y ejecutar la política de comunicaciones, administrar y controlar el espectro radioeléctrico, autorizar y controlar la instalación de nuevos servicios de comunicaciones, así como fijar precios y tarifas para dichos servicios.

En 1990, se firmó un contrato de arrendamiento entre Movicom y ANTEL, lo cual permitió que Movicom comenzara a operar desde 1991, dando así surgimiento a la telefonía celular en el país.

La Ley 16.211 de 1991 establece que, “se entenderá por Telecomunicación toda transmisión, emisión o recepción de signos, señales, escritos, imágenes, sonidos o información de cualquier naturaleza por hilo, radioelectricidad, medios ópticos, u otros sistemas electromagnéticos”. Además, dicha ley permitía a ANTEL integrar empresas mixtas para brindar servicios de telecomunicaciones, -en las que ANTEL podía ser minoritaria siempre que se respetara la restricción de una mayoría accionaria nacional-. Dicha ley fue derogada parcialmente por Referéndum, quedando sin efecto la posibilidad de asociación con capitales privados. En 1994, ANTEL comienza a prestar servicios de telefonía móvil por cuenta propia a través de ANCEL, simultáneamente al mantenimiento del contrato de arrendamiento con Movicom, empezando a existir, de esta manera, competencia en el mercado celular.

Atendiendo la creciente necesidad de un ente regulador específico para el sector de las comunicaciones, se crea, según la ley 17.296 de 2001 del Presupuesto Nacional, la Unidad Reguladora de Servicios de Comunicaciones -URSEC-, la cual suplanta a la DNC. A la URSEC le compete la regulación y control de las actividades referidas a las telecomunicaciones, así como las referidas a la admisión, procesamiento, transporte y distribución de correspondencia realizada por operadores postales. Dicha institución, funciona operativamente en el ámbito de la comisión de Planeamiento y Presupuesto, y actúa con autonomía técnica, aunque no absoluta, en tanto se mantiene el derecho de avocación, lo que significa que el Presidente de la República puede invalidar cualquier resolución tomada por la URSEC. Tendrá como objetivos:

- la extensión y universalización del acceso a los servicios de telecomunicaciones;
- el fomento del nivel óptimo de inversión, para la prestación de los servicios en las condiciones que fije la regulación sectorial;

- la adecuada protección de los derechos de los usuarios y consumidores;
- la promoción de la libre competencia en la prestación, sin perjuicio de los monopolios y exclusividades legalmente establecidos;
- la prestación igualitaria, con regularidad, continuidad y calidad de los servicios;
- la libre elección por parte de los usuarios entre los diversos prestadores, en base a información clara y veraz; y
- la aplicación de tarifas que reflejan los costos económicos, en cuanto correspondiere.

A los cometidos y poderes jurídicos de la URSEC, se le suman, según la Ley 17.556 de 2002, los de prevenir conductas anticompetitivas y de abuso de posición dominante en las actividades que dicho organismo regula, sin perjuicio de lo dispuesto en las normas vigentes en materia de servicios públicos y monopolios legalmente establecidos.

En el 2002 se realiza la primera subasta para la asignación de frecuencias radioeléctricas, adquiriendo derechos de uso la empresa Movicom, la cual a partir de enero del 2003 comienza a prestar servicios por orden y cuenta propia. La siguiente subasta para uso de frecuencia se realiza en el 2004, permitiendo el ingreso de un tercer operador al mercado -CTI Móvil, que a partir de 2008 cambia su nombre comercial a Claro-. A comienzos del año 2005 Telefónica Móviles compra Movicom, naciendo Movistar.

### **3.2. Estructura del Mercado de la Telefonía en el año 2006<sup>2</sup>**

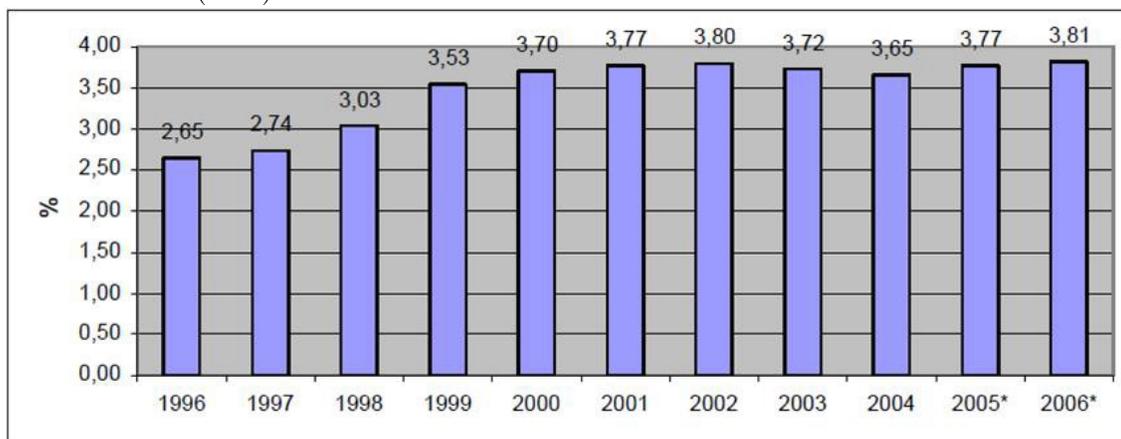
El mercado de la telefonía se encuentra enmarcado dentro del Sector de las Telecomunicaciones. Este último, generó en el año 2006, un producto valorado en U\$S 723.039.681 en términos corrientes, valor que representa el 3,81 % del PBI. Este gran desempeño implicó un incremento del orden del 14 % respecto al año anterior, siendo la participación más elevada en comparación con los diez años previos. De esta manera,

---

<sup>2</sup>La Descripción del Mercado en el presente trabajo se realiza según los informes elaborados por la Unidad Reguladora de Servicios de Comunicaciones (URSEC) a partir de la información proporcionada por los operadores.[41]

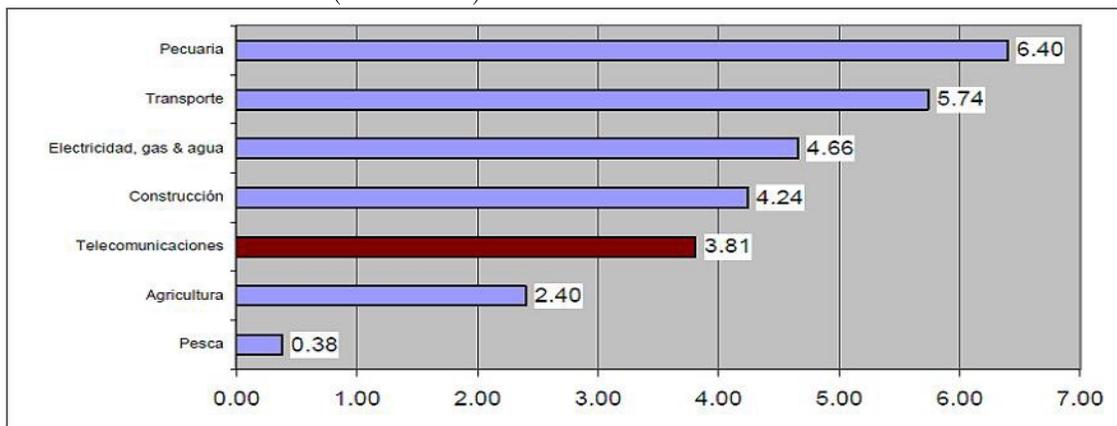
el sector de las telecomunicaciones superó, en participación en el PBI, a los sectores de agricultura y pesca agregados 2,78 % del PBI-. Este sector se ha comportado con gran dinamismo y, exceptuando las caídas de los años 2002 y 2003, ha presentado un crecimiento sostenido desde 1996 a la fecha, evolucionado su índice de volumen físico siempre por encima del correspondiente al PBI total. Mientras en los últimos diez años, la economía del país creció un 10,4 %, el sector Telecomunicaciones registró un crecimiento del 72,6 %, alcanzando tasas crecientes aún en el período 1998 - 2001, cuando la producción total del país evolucionó a la baja. Su gran dinamismo, tiene un efecto derrame sobre el resto de la economía, ya que además de la importancia del sector en sí mismo, resulta muy significativa la contribución que realiza al resto de los sectores de la economía, a través de la provisión de servicios, generando un fuerte impacto en la productividad y eficiencia de las actividades de los mismos. Lo expuesto anteriormente puede observarse en los siguientes tres gráficos:

Figura 3.1: Evolución de la participación del Sector Telecomunicaciones en el Producto Bruto Interno (PBI)



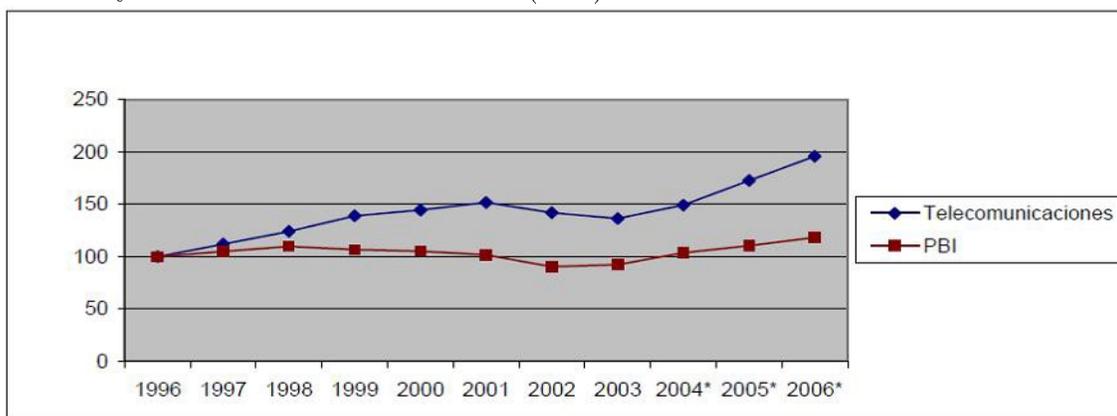
Fuente: BCU

Figura 3.2: Comparación de la participación del Sector Telecomunicaciones con otros sectores de la Economía (Año 2006).



Fuente: BCU

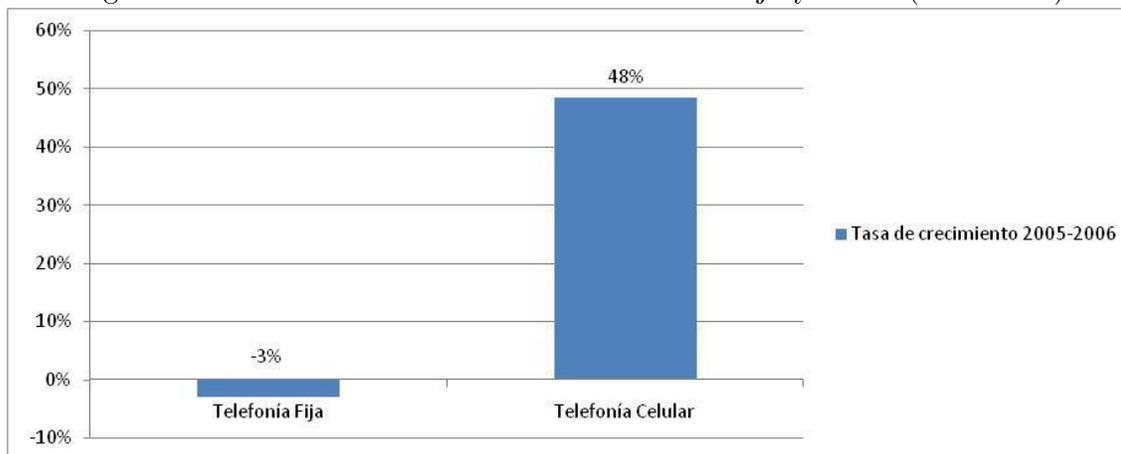
Figura 3.3: Evolución de los Índices de Volumen Físico (IVF) del sector Telecomunicaciones y del Producto Bruto Interno (PBI). Base 1996.



Fuente: BCU

Con respecto al sub-sector de la telefonía, los ingresos generados por el servicio de telefonía fija han visto reducida su participación en los ingresos totales del sector, pasando de ser el 62% en el año 2005 al 53% en el año 2006. Por otro lado, ha mejorado la participación del sector de telefonía móvil, que pasó de representar un 26% en el 2005 a 34% en el 2006. Dado el importante crecimiento del sector en dicho período, el producto generado por la telefonía fija, disminuyó tan solo 3%, mientras que la tasa de crecimiento de la telefonía móvil fue del 48%, como lo muestra la siguiente figura:

Figura 3.4: Tasa de Crecimiento de la Telefonía Fija y Móvil (2005-2006)



Fuente: Elaboración propia en base a datos de URSEC y BCU

### 3.2.1. Telefonía Fija

Como fue mencionado anteriormente<sup>3</sup>, el mercado está integrado por una sola empresa prestadora del servicio, la empresa estatal ANTEL. Entre los servicios que presta esta empresa se incluyen los servicios de telefonía fija local, Ruralcel<sup>4</sup>, larga distancia nacional.

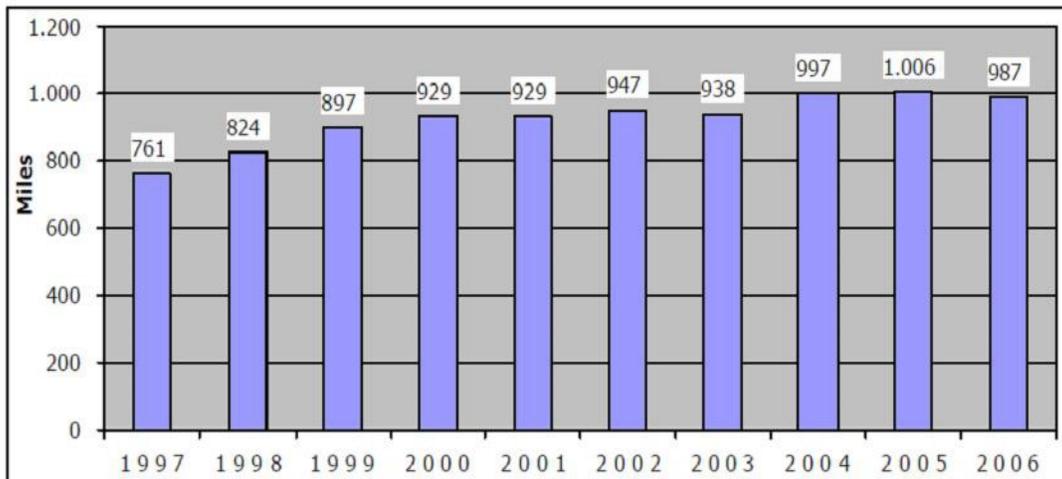
El número de líneas telefónicas activas tuvo una tendencia creciente entre los años 1997 y 2005 – salvo por la caída registrada en el año 2003 – , alcanzando el máximo de 1.006.000 líneas a finales de 2005, como puede apreciarse en la Figura (3.5). A partir de dicho momento, la tendencia se revirtió, registrándose en diciembre de 2006 987.000 líneas activas. Esta nueva tendencia refleja la madurez que está alcanzando el mercado, fenómeno que se advierte también a nivel internacional.

---

<sup>3</sup>Ver sección 3.1

<sup>4</sup>Servicio en el cual la comunicación se establece desde equipos telefónicos ubicados en lugares específicos y fijos, conectados por sistemas celulares de radiocomunicación, dicho servicio es característico de zonas con marcada dispersión geográfica en la demanda por conexiones telefónicas.

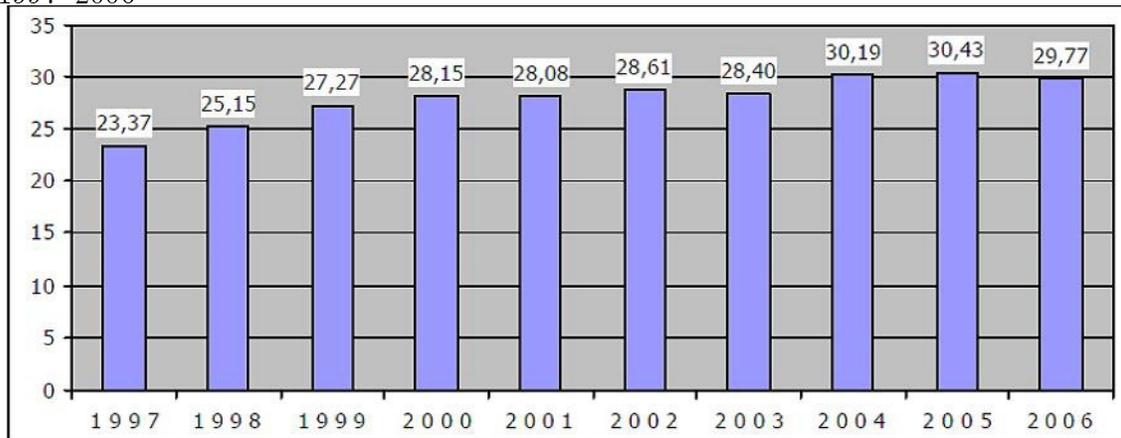
Figura 3.5: Líneas de Telefonía Fija en servicio. Período 1997 - 2006.



Fuente: URSEC

Encontramos la misma tendencia en lo que se refiere a la teledensidad<sup>5</sup>, que alcanzó el máximo de 30.43 líneas de telefonía fija en 2005, descendiendo en el año 2006 a los 29.77 servicios cada 100 habitantes, como se observa en la Figura (3.6).

Figura 3.6: Teledensidad de la Telefonía Fija(Líneas cada 100 Habitantes). Período 1997-2006



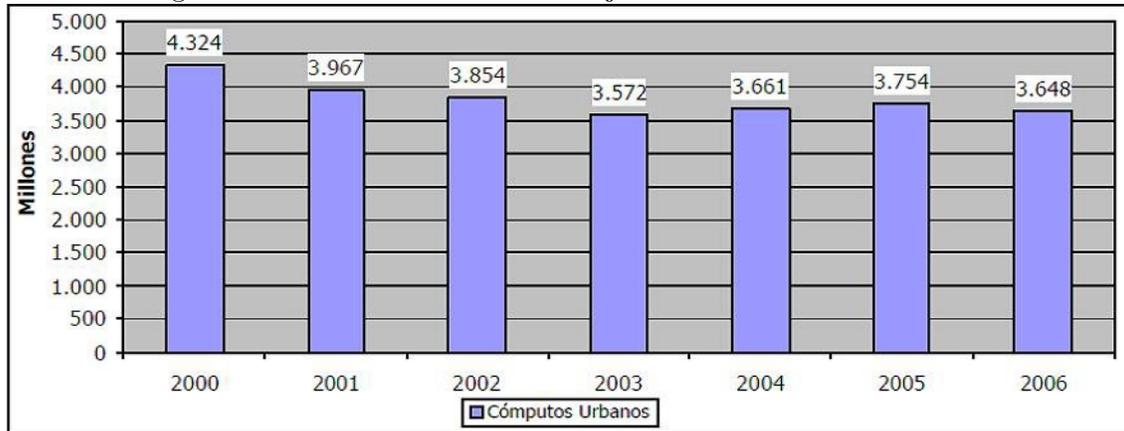
Fuente: URSEC

El tráfico de telefonía fija local, presenta una tendencia descendente que se

<sup>5</sup>La teledensidad se define como la cantidad de teléfonos cada 100 habitantes.

extiende desde el año 2002 hasta el 2003, con una posterior recuperación entre los años 2003 y 2005, que se vio nuevamente revertida a partir de este último año, como se puede notar en el siguiente gráfico.

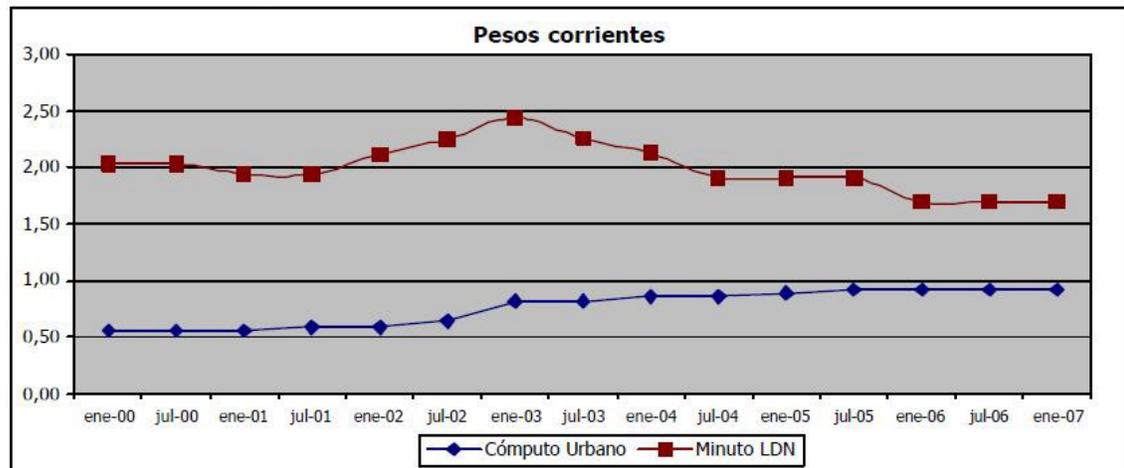
Figura 3.7: Tráfico de Telefonía Fija Local. Período 2000–2006.



Fuente: URSEC

El precio del cómputo urbano, se mantuvo estable en términos reales entre enero de 2000 y julio de 2005, a partir de dicho momento se produce una caída del precio real, ya que el precio del cómputo se estabiliza a precios corrientes, mientras que el IPC aumenta en dicho período -Figura(3.8)-.

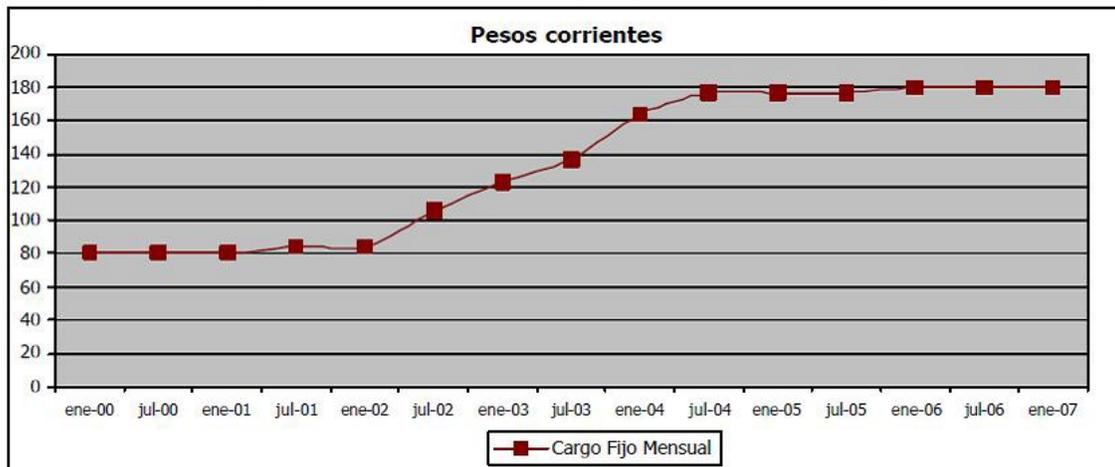
Figura 3.8: Precios del cómputo de la telefonía fija



Fuente: URSEC

En lo que respecta a la evolución del precio del cargo fijo mensual, se da un incremento del precio real entre enero de 2000 y julio de 2004, manteniéndose estable a partir de dicho momento -Figura (3.9)-.

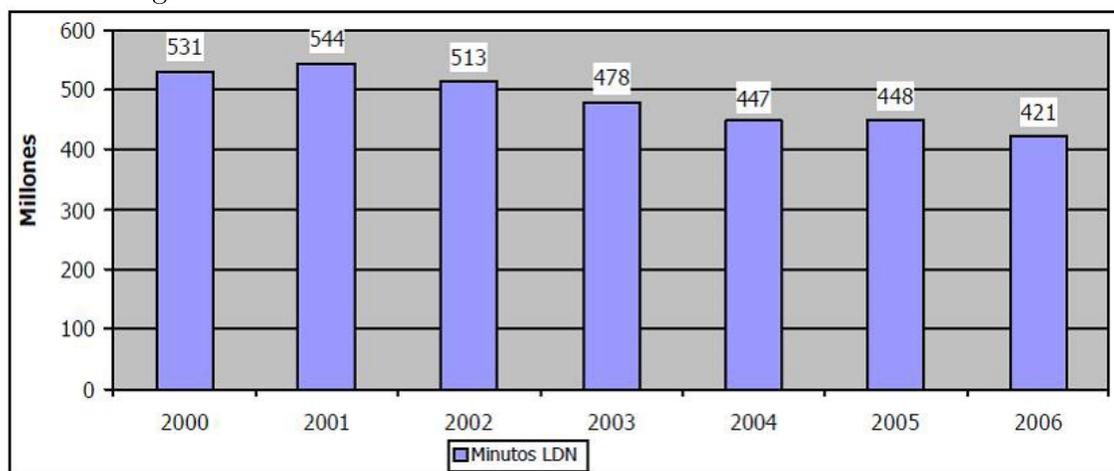
Figura 3.9: Precios de cargo fijo de la telefonía fija



Fuente: URSEC

A su vez, el tráfico de telefonía fija interurbana - o larga distancia nacional - también presenta una tendencia decreciente a partir del año 2001, pasando de 544 a 421 minutos en el año 2006 -Figura (3.10)-.

Figura 3.10: Tráfico de Telefonía Interurbana. Período 2000-2006.

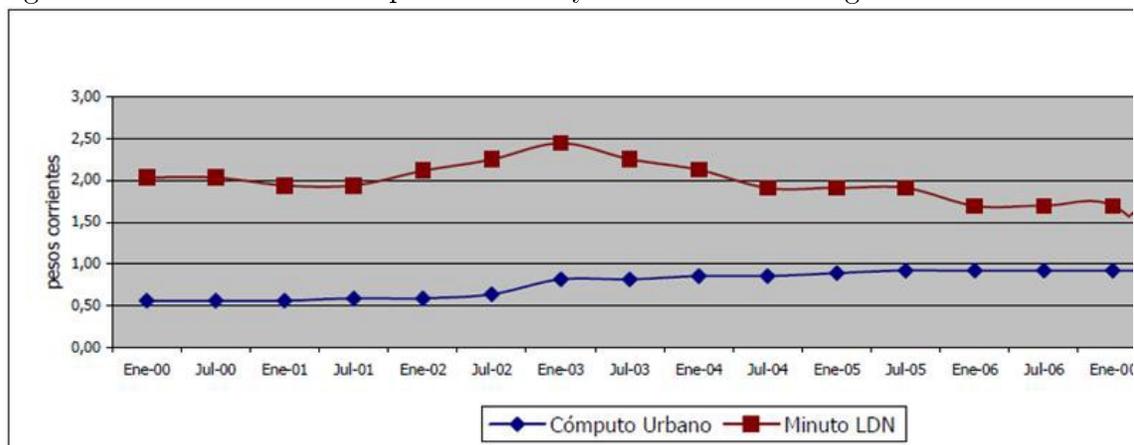


Fuente: URSEC

Esta caída en el consumo de minutos de larga distancia nacional se dio a

pesar de la disminución en el precio del mismo, tendencia que comenzó a partir del 2003 -Figura (3.11)- y, posteriormente, el precio se mantiene estable hasta diciembre de 2006.

Figura 3.11: Precios del Cómputo Urbano y del Minuto de Larga Distancia Nacional



Fuente: URSEC

### 3.2.2. Telefonía Móvil

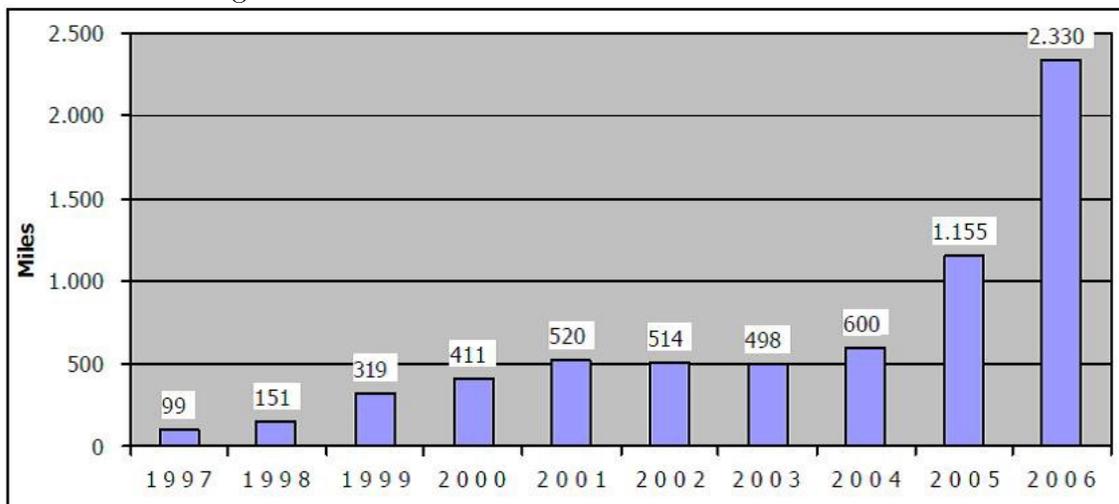
En el año 2006, en el mercado de la telefonía móvil prestan servicios tres operadores: **ANCEL** - unidad de negocio de ANTEL para la telefonía móvil - , **MOVISTAR** y **CTI MOVIL** que, como fue mencionado anteriormente, a partir del 2008 cambió su nombre a **CLARO**.

La cantidad de servicios crece de forma sostenida en todo el período considerado, con excepción de una leve caída ocurrida entre los años 2002 y 2003. En particular, se observa un importante incremento entre el año 2005 y 2006, cuando se duplican, prácticamente, la cantidad de servicios activos. Con respecto a este dato cabe destacar que, para el período estudiado en el presente trabajo, la información obtenida de los respectivos operadores no es uniforme en cuanto al criterio considerado para definir cuando un servicio móvil es activo. Los criterios utilizados difieren, básicamente, en los plazos que deben transcurrir sin tráfico para que un servicio deje de considerarse activo. Por consiguiente, habrá una sobrevaloración de la cantidad de servicios activos, de aquellos operadores que consideren activo un servicio que no registre tráfico durante un lapso prolongado de tiempo, con respecto a otro que utilice

un lapso menor.<sup>6</sup>

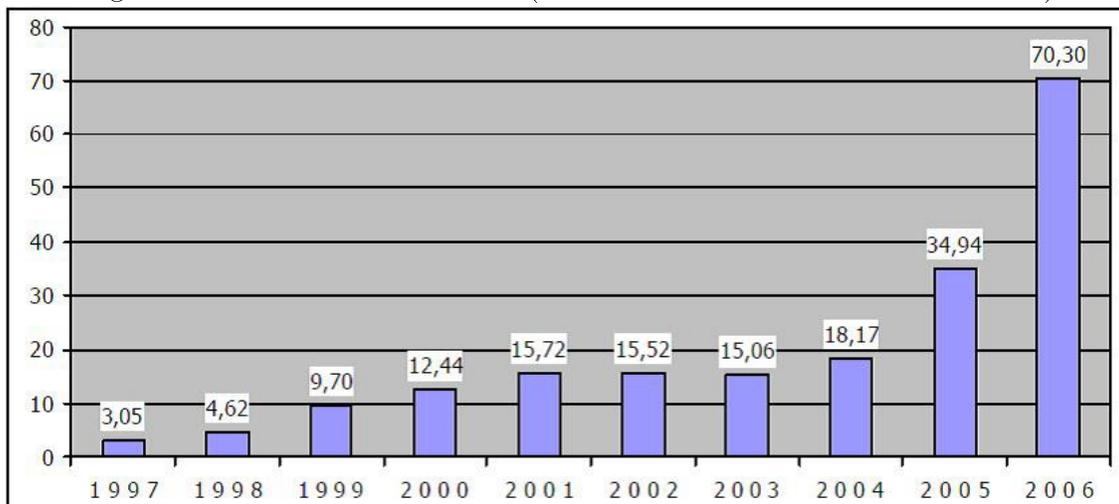
Como fue mencionado anteriormente, en el año de estudio, se produjo un gran salto en materia de telefonía celular. Los servicios móviles son 2.330.000 al cierre del 2006 - Figura (3.12) -, cifra que equivale a una teledensidad móvil de 70.3 servicios cada 100 habitantes -Figura (3.13)-, ubicando a Uruguay entre las primeras posiciones en la comparación con países latinoamericanos.

Figura 3.12: Cantidad de Servicios de Telefonía Móvil



Fuente: URSEC

Figura 3.13: Teledensidad Móvil (servicios móviles cada 100 habitantes)

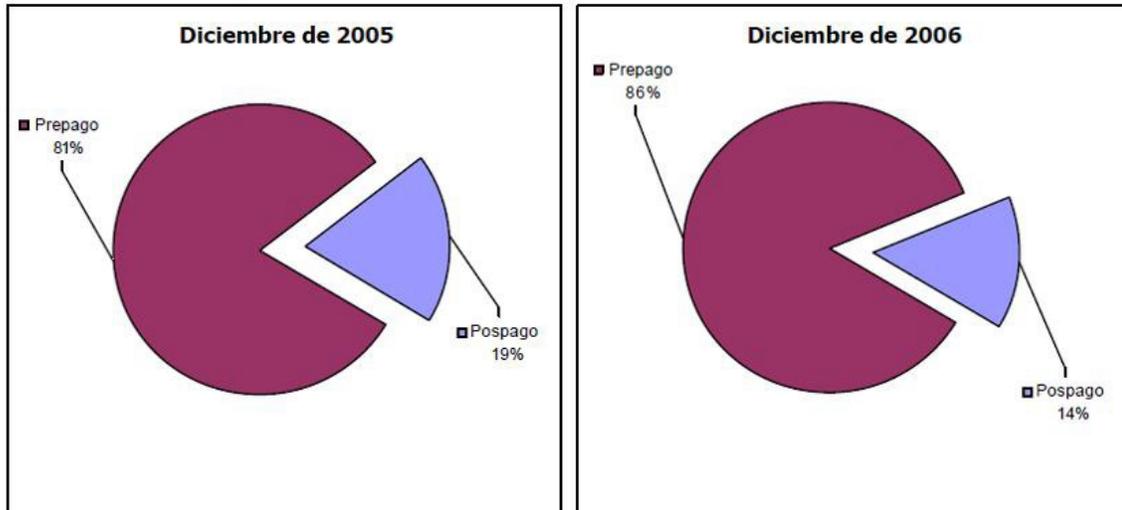


Fuente: URSEC

<sup>6</sup>A partir de marzo de 2007 se toma un criterio uniforme.

Como se puede apreciar en la Figura (3.14), en Uruguay es mucho mayor la cantidad de teléfonos de modalidad prepago que postpago, hecho que se da también a nivel internacional, acentuándose aún más entre el 2005 y el 2006.

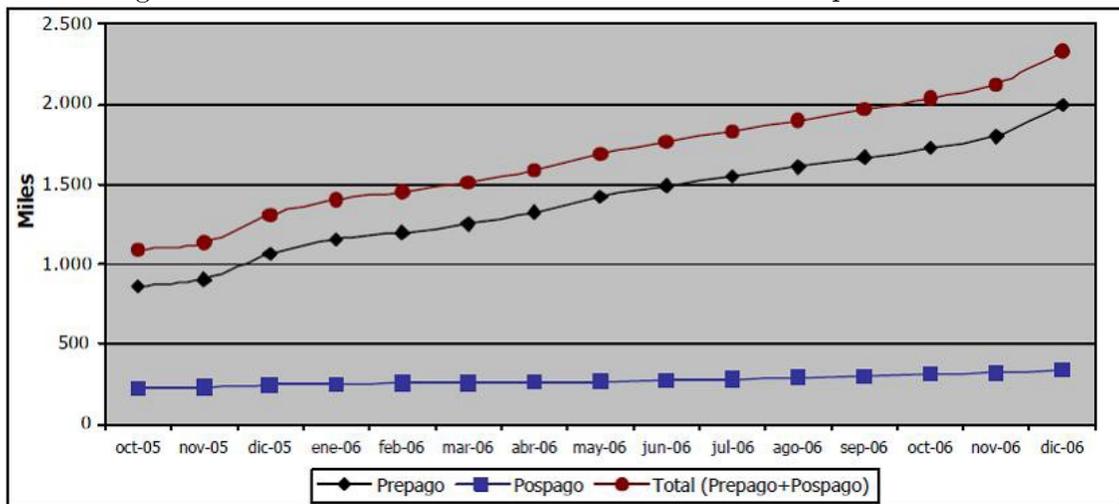
Figura 3.14: Estructura según modalidad de servicios



Fuente: URSEC

Además, en los años 2005 y 2006, mientras que la cantidad de teléfonos móviles postpago se mantuvo prácticamente incambiada, los de la modalidad prepago tuvieron un enorme crecimiento -Figura (3.15)-, por lo tanto el incremento en la cantidad de líneas activas estuvo explicado por el aumento de líneas activas prepago.

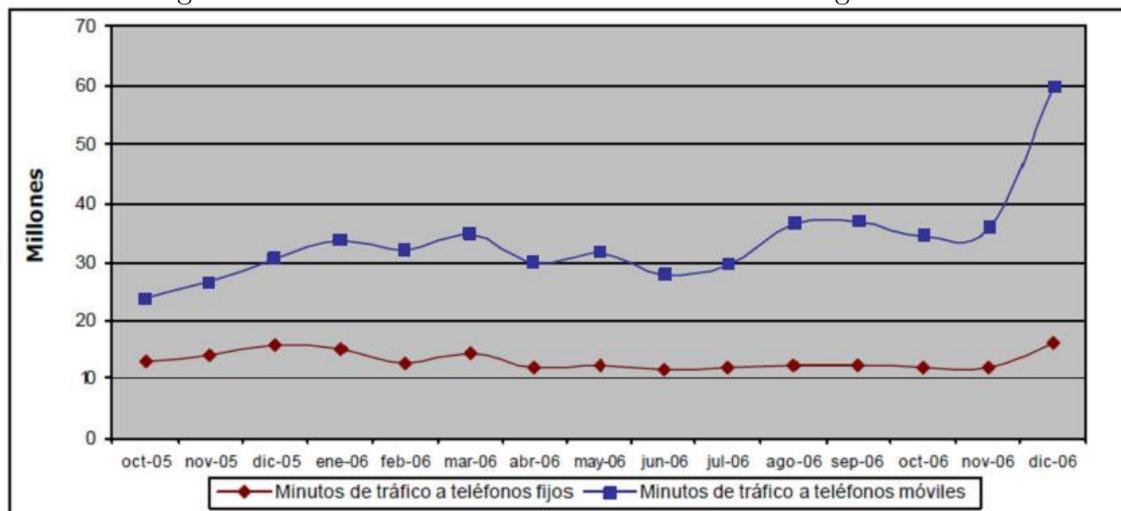
Figura 3.15: Cantidad de servicios de telefonía móvil por modalidad



Fuente: URSEC

Como puede apreciarse en la Figura (3.16), el tráfico desde teléfonos móviles con destino a teléfonos fijo se mantuvo estable en el período 2005-2006, mientras que el tráfico con destino a teléfonos móviles, aumento considerablemente, particularmente a partir de noviembre del 2006.

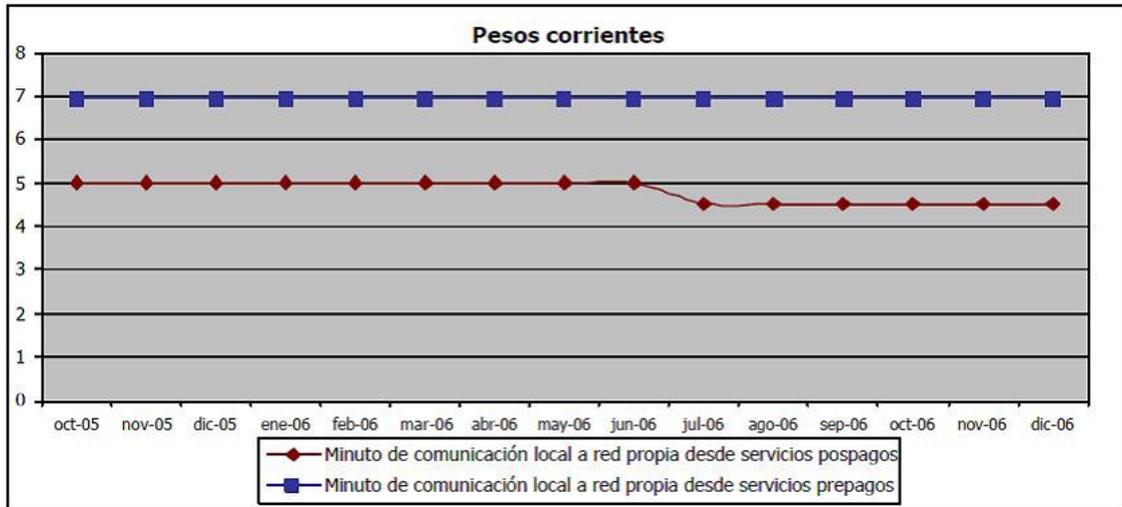
Figura 3.16: Tráfico mensual de Telefonía Móvil según destino



Fuente: URSEC

Este enorme crecimiento no puede justificarse, por lo menos no a primera vista, por el descenso de los precios registrado a partir de junio de 2006 que se observa en la Figura (3.17). Dicho descenso, no fue tan importante como para generar tal incremento de tráfico de móvil a móvil, por lo que la explicación debería ser buscada en otros hechos, por ejemplo un cambio cultural en lo referente al uso del teléfono móvil.

Figura 3.17: Precios de las comunicaciones Móvil-Móvil

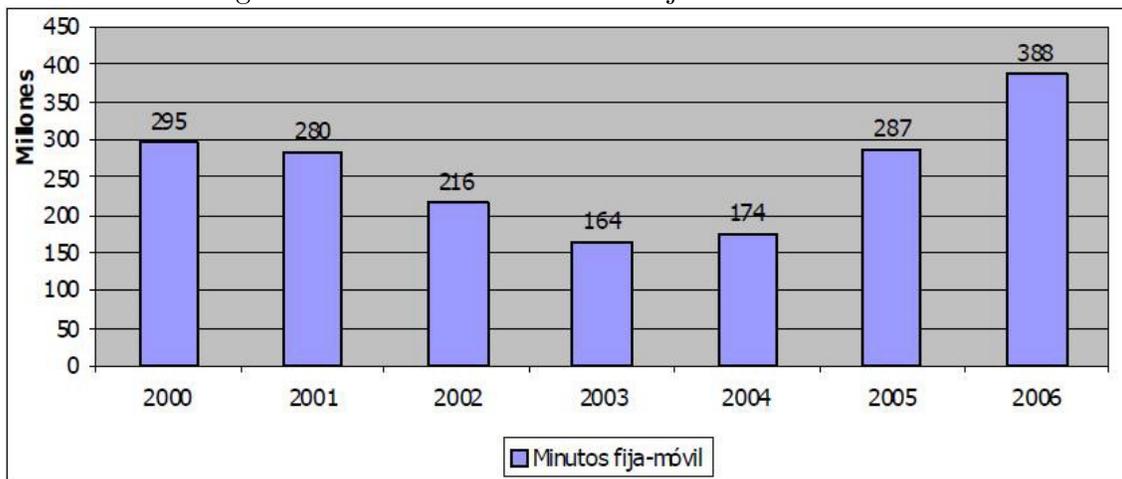


Fuente: URSEC

### 3.2.3. Tráfico entre Telefonía Fija y Móvil

El tráfico de telefonía fija a telefonía móvil, medido en minutos, muestra una evolución decreciente desde el año 2000 hasta el 2003, y luego se recupera aceleradamente -Figura (3.18)-.

Figura 3.18: Tráfico de telefonía fija a telefonía móvil



Fuente: URSEC

Dicha tendencia al alza, se explica por la conjunción del fuerte crecimiento

de la cantidad total de servicios de telefonía móvil activos, como fue visto en el numeral anterior, y por la evolución de los precios de las comunicaciones. En el mes de junio de 2006, por primera vez, el volumen de tráfico originado en teléfonos fijos con destinos a teléfonos móviles, supera al volumen del tráfico interurbano.

Se puede concluir, por lo expuesto anteriormente, que la telefonía en el Uruguay del 2006 guarda una estrecha vinculación con los mercados que internacionalmente se encuentran en una fase incipiente, pero veloz, de desarrollo de la telefonía móvil. En dicha fase se ve un retroceso lento, pero continuo en los servicios activos de telefonía fija, y un importante avance de la telefonía móvil<sup>7</sup>.

### 3.3. Tendencias Recientes

Existen importantes diferencias entre el escenario planteado para el año 2006 y el que se plantea en la actualidad<sup>8</sup>. Es por ello que se cree conveniente, dedicar una sección a describir la evolución del mercado en estos tres años, ya que se han producido grandes cambios, que se piensa podrían llevar a resultados no coincidentes con los inferidos a partir de este trabajo.

El primer cambio trascendente se dio a partir del 1° de junio de 2007, cuando ANTEL establece la Tarifa Única Nacional (TUN), igualando el precio de las llamadas de larga distancia nacional con las locales. Esto generó un importantísimo aumento del tráfico de llamadas de larga distancia nacional, que pasó de 421 millones de minutos en el año 2006 a 548 en el 2008<sup>9</sup>, es decir que hubo un aumento de más del 30 % en el tráfico de minutos, en un servicio que había comenzado un franco descenso desde el año 2003. Esto muestra que la estrategia comercial llevada a cabo por ANTEL fue exitosa.

Con respecto a la recolección de datos por parte de la URSEC, hubo un cambio muy importante a partir de marzo de 2007, con el fin de homogeneizar el criterio usado por los operadores de telefonía móvil para definir un servicio como activo. El ente regulador estableció, a través de la Resolución N° 083 [42], que para definir a un servicio de telefonía móvil prepaga como activo, el cliente deberá haber utilizado uno o más servicios con pago durante el trimestre inmediato anterior, “entendiéndose

---

<sup>7</sup>Ver capítulo 2

<sup>8</sup>Los datos a los que se hace referencia en éste capítulo fueron extraídos del informe de la URSEC publicado en Diciembre de 2008, último informe publicado durante la realización del presente trabajo

<sup>9</sup>Anexo 2 Figura (B.4)

como servicio con pago aquel que implique un tráfico deducible del crédito que mantenga el abonado, o que implique que el operador reciba un pago de ese abonado por tal concepto”<sup>10</sup>. De la misma manera, dicha resolución establece que un abonado de postpago será definido como activo cuando haya pagado por lo menos una factura del servicio, durante el trimestre inmediato anterior. Esto marca una limitación en los datos proporcionados por la URSEC.<sup>11</sup> Los datos, referentes a la cantidad de líneas móviles activas proporcionados con anterioridad a ésta resolución, no serían comparables con aquellos proporcionados después de la misma, ya que los criterios de la definición de servicio activo son diferentes. En realidad, aquellos datos anteriores a la resolución tampoco son comparables entre sí, ya que cada empresa tomaba su propio criterio, el cual no fue declarado públicamente.

En términos generales, en los últimos años se observa una profundización de la tendencia que se describió para el año 2006.

En lo referente a la telefonía fija, se observa que los datos que pueden ser tomados como indicadores de su desempeño -cantidad de servicios activos, teledensidad, tráfico- tienen un máximo en el año 2005 y a partir del mismo un descenso, no vertiginoso pero constante. De este proceso no forma parte el tráfico de larga distancia nacional, cuyo particular desempeño fue descrito al comienzo del presente capítulo.

En primer lugar, continúa el descenso de la cantidad de servicios de telefonía fija, que pasaron de ser poco más de un millón de abonados a 959 mil en 2008, consolidándose de esta manera la tendencia descrita anteriormente, registrándose una caída total de casi el 5 % en 3 años<sup>12</sup>. La teledensidad nos muestra un desempeño muy similar, con un descenso de casi el 5.5 % desde el pico de 30.43 abonados a la telefonía fija, obtenido en el año 2005<sup>13</sup>. En lo que refiere al tráfico del servicio, los guarismos son aún más desalentadores, ya que se produjo un descenso de más del 9 % en la cantidad de cómputos urbanos consumidos durante el mismo período<sup>14</sup>.

En lo referente a la telefonía móvil, también se profundiza la tendencia observada para el año 2006. A partir del año 2003, todos los indicadores del desempeño de la telefonía móvil han crecido aceleradamente. La cantidad de servicios de teléfonos

---

<sup>10</sup>Resolución N° 83 de la URSEC[42]

<sup>11</sup>Las limitaciones en los datos será profundizado en el Capítulo 8 junto con las limitaciones del presente trabajo.

<sup>12</sup>Anexo B. Figura (B.1)

<sup>13</sup>Anexo B Figura (B.2)

<sup>14</sup>Anexo B Figura (B.3)

móviles, ha crecido más de un 500 % en tan solo 6 años<sup>15</sup>. La teledensidad móvil ha pasado de un mínimo de 15.06 en 2003 a 105.21 en 2008, teniendo un crecimiento de casi un 600 % en dicho período. Este ratio de teledensidad indica que, en promedio, hay más de un teléfono celular por persona en el Uruguay. El tráfico de minutos de móvil a móvil, tuvo un aumento de más del 225 % entre el año 2005 y 2008, y el tráfico de móvil a fijo un aumento de casi 15 % en igual período<sup>16</sup>. Al interior de la telefonía móvil se observa un cambio en la composición de la cartera de clientes, produciéndose un aumento del 9 %<sup>17</sup> de la modalidad postpago frente a la prepago, entre el año 2006 y 2008.

A partir del año 2007, la URSEC ha comenzado a divulgar la cuota del mercado que le corresponde a cada operador. Al cierre del 2006 el mercado estaba dividido de la siguiente manera: ANCEL era el líder con un 39 % del mercado, seguido por MOVISTAR con un 37 % y finalmente CLARO con un 24 % del mismo. A finales del 2008 fueron publicados los nuevos datos donde hubo un importantísimo cambio en el ranking de operadores: MOVISTAR pasó a ser el líder con un 40 % del mercado, ANCEL en el segundo lugar con un 38 % y CLARO en la misma posición con una disminución del 2 % del mismo. Ello suscitó un importante debate público sobre la veracidad de éstos guarismos y de los datos publicados por el ente regulador en su totalidad.

Los últimos años se han visto caracterizados, además, por una muy agresiva campaña por parte de los operadores móviles para captar nuevos clientes, así como también “migrar” clientes de la telefonía prepaga para la telefonía pospaga, ya que esta última les genera mayores ingresos. Estas estrategias se han dado, particularmente, a través del ofrecimiento de equipos móviles a muy bajo costo y sobretodo a través de un nuevo sistema de tarificación: “el numero gratis para siempre”. Así también, se han ampliado enormemente los servicios ofrecidos a través de los teléfonos móviles.

En síntesis, en los últimos años se ha visto un descenso, lento pero continuo en el uso de la telefonía fija, y un crecimiento explosivo de la telefonía móvil.

---

<sup>15</sup>Anexo B. Figura B.6

<sup>16</sup>Anexo B. Figura B.8

<sup>17</sup>Anexo B. Figura B.9

---

## CAPÍTULO 4

---

### Marco Teórico

Dado el objetivo del presente trabajo, se dividirá el marco teórico en tres grandes secciones. En una primera sección, se desarrollarán aspectos relacionados a nociones fundamentales de la demanda. En la segunda sección, se expondrá la naturaleza de las variables censuradas y sus consecuencias metodológicas. Finalmente, se desarrollarán dos métodos econométricos adicionales, Sur y Bootstrap, necesarios para obtener estimaciones conjuntas y bien comportadas, respectivamente.

#### **4.1. La Demanda**

##### **4.1.1. Funciones de Demanda, Utilidad y Gasto**

La teoría del consumidor plantea que bajo el supuesto de que los consumidores actúan como agentes económicos racionales, el principal problema al que se enfrentan es hallar un punto de consumo óptimo, es decir, encontrar aquella canasta que le permita adquirir la mayor combinación posible de los distintos bienes y servicios disponibles, tomando en cuenta su ingreso y los precios del mercado. Por consiguiente, el problema que se plantea es maximizar una función que refleje la estructura de preferencias del consumidor, sujeta a una determinada restricción presupuestaria. Para poder resolver dicho problema, es necesario disponer previamente de una función que represente numéricamente el orden de las preferencias de los consumidores, en la que cada una de las combinaciones de bienes lleve asignada un número real que indique su lugar ordinal. Si la ordenación de las preferencias del consumidor cumple

las propiedades de ser completa,<sup>1</sup> transitiva,<sup>2</sup> reflexiva,<sup>3</sup> continua,<sup>4</sup> monótona,<sup>5</sup> y convexa;<sup>6</sup> entonces, dichas preferencias son racionales, continuas y monótonas, por tanto pueden ser representadas a través de una función de utilidad continua. La función de Utilidad,  $U(q)$ , es una función que asigna el mismo número real a cada combinación de bienes indiferentes, y un número mayor a las combinaciones de bienes preferidos. Sus propiedades más importantes son la continuidad, monotonidad creciente, cuasi-concavidad y diferenciabilidad. Finalmente, el problema de optimización a resolver resulta ser:

$$\begin{aligned} \text{Max } q_i &= f(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \text{s.a } \sum p_i q_i &= Y \\ \forall i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{4.1}$$

siendo:

$U$ : función de utilidad de consumidor

$q_i$ : cantidad demandada del bien  $i$

$p_i$ : precio del bien  $i$

$Y$ : ingreso o renta del consumidor

$n$ : la cantidad de bienes

Cuando las preferencias son representables por una función de utilidad continua, estrictamente cuasi-cóncava y diferenciable, entonces, existe una única solución al problema de maximización del consumidor, y mediante la resolución del mismo es posible definir la función de demanda marshalliana:

$$\begin{aligned} q_i &= f(p_1, p_2, \dots, p_n; Y) \\ \forall i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Las funciones marshallianas se definen con ingreso nominal constante, y tienen las

---

<sup>1</sup>Completa: se pueden comparar dos canastas de bienes cualesquiera, y saber cual es preferible a cual o si son indiferentes para el consumidor

<sup>2</sup>Transitiva: si el consumidor piensa que la canasta X es al menos tan buena como la Y, y que la Y es al menos tan buena como la Z, entonces piensa que la X es al menos tan buena como la Z. Esta propiedad plantea la coherencia de las elecciones del consumidor.

<sup>3</sup>Reflexiva: cualquier canasta es al menos tan buena como ella misma.

<sup>4</sup>Continua: si un agente tiene preferencias continuas y él prefiere estrictamente una canasta a otra, entonces, canastas muy cercanas (similares) a la primera, continuarán siendo estrictamente preferibles a la segunda.

<sup>5</sup>Monótona: Si la canasta X contiene la misma cantidad o más de cada bien que la canasta Y, y estrictamente más de al menos un bien, entonces X es preferible a Y.

<sup>6</sup>Convexa: la canasta media es preferida a los extremos. La convexidad refleja la idea de que las personas prefieren canastas de consumo diversificadas, antes que aquellas con mucha cantidad de un solo bien.

propiedades de ser unívocas, homogéneas de grado cero en los precios y en el ingreso, y continuamente diferenciables. Si se sustituyen en la función de utilidad las cantidades óptimas obtenidas, se tiene la denominada función de utilidad indirecta, que representa el máximo nivel de utilidad que puede alcanzar el individuo derivado del consumo de bienes, dados los precios del mercado y un determinado nivel de ingreso finito. La función de utilidad indirecta es homogénea de grado cero —al aumentar los precios y el ingreso en una determinada proporción, la función de utilidad indirecta se mantiene constante—, es no decreciente respecto al ingreso, no creciente respecto a los precios, cuasi—convexa, continua en precios e ingresos. La derivada de la función indirecta de utilidad con respecto a los precios e ingreso se conoce como la Identidad de Roy, y es una forma de alcanzar la demanda marshalliana,

Por otro lado, el problema de optimización al que se enfrenta el consumidor (4.1), también puede ser resuelto a través de hallar la solución del problema dual. En este caso, se trata de obtener las cantidades óptimas demandadas por los consumidores, mediante la minimización del gasto necesario para alcanzar un nivel dado de utilidad,  $U^*$ .

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{i=1}^n p_i q_i \\ \text{s.a } & U^*(q) = U(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ & \forall i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{4.2}$$

La solución a este problema siempre existe y es única por estar trabajando con preferencias convexas, dicha solución se conoce con el nombre de demanda compensada o Hicksiana, y tiene la característica de ser una función de demanda con ingreso real constante, de la forma:

$$\begin{aligned} q_i &= h(p_1, p_2, \dots, p_n; U^*) \\ & \forall i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Estas funciones tienen la propiedad de ser funciones homogéneas de grado cero en los precios. Si se sustituyen las cantidades obtenidas a través de la demanda Hicksiana en la ecuación de gasto, se llega a la función de gasto, que representa el mínimo nivel de gasto del individuo para alcanzar una canasta de bienes de consumo, dados los precios del mercado y un nivel de utilidad de referencia. Dicha función posee las siguientes propiedades:

1. Es creciente en el ingreso, no decreciente en los precios y creciente en al menos un precio.
2. Es homogénea de grado 1 con respecto a los precios, lo que implica que si los precios se incrementan en determinada proporción, será necesario incrementar el gasto en la misma proporción, para poder mantener constante el nivel de utilidad.
3. Es cóncava con respecto a los precios, es decir que cuando el precio de un bien cambia mientras los otros precios y la utilidad permanecen constantes el costo aumenta no más que linealmente, esto es esencial, porque el consumidor minimiza sus gastos reacomodando sus compras en orden a tomar las ventajas de la estructura de precios.
4. Es continua en los precios.
5. Las derivadas parciales de las funciones de gasto con respecto a los precios serán las funciones de demandas Hicksianas (Lema de Sheppard).

Resulta importante destacar que al resolver tanto el problema dual(4.2) como el primal (4.1) se obtienen las mismas cantidades demandadas.

#### 4.1.2. Sistemas de Demanda

Existen diversas metodologías que permiten especificar sistemas completos de demanda, dependiendo de cómo se defina la función de utilidad o gasto a estimar, claramente se definen tres enfoques:

1. El primer enfoque, consiste en la especificación de una forma funcional para la función de utilidad directa (propuesta por Johansen en 1969), y a partir de ella derivar las funciones de demanda; estas últimas satisfacen de forma automática las restricciones impuestas por la teoría económica<sup>7</sup>, aunque no es posible contrastarlas. Los modelos del tipo Sistema Lineal de Gasto (LES),<sup>8</sup> se fundan en este enfoque, empleando una generalización de la función de utilidad Cobb-

---

<sup>7</sup>Entendiéndose por restricciones teóricas, las restricciones de adición o agregación, homogeneidad y simetría

<sup>8</sup>Klein y Rubin (1947-48) y Samuelson (1947-48)

Douglas:

$$U = \sum_{i=1}^n \beta \ln(q_i \gamma_i)$$

donde  $\beta_i$  y  $\gamma_i$  son parámetros que satisfacen las restricciones  $0 < \beta_i < 1$ ,  $\sum \beta_j = 1$ ,  $(\beta_i - \gamma_i) > 0$ .

Las funciones de demanda obtenidas son de la forma:

$$p_i q_i = \gamma_i p_i + \beta (Y - \sum_{i=1}^n \gamma_i p_i)$$

donde

$p_i$ : precio del bien  $i$

$q_i$ : cantidad demandada del bien  $i$

$Y$ : gasto total (o ingreso)

$\beta_i$ : proporción marginal del gasto

$\gamma_i$ : cantidad mínima demandada del bien

2. El segundo enfoque plantea definir directamente las funciones de demanda, sin exigir en una primera instancia que se satisfagan las restricciones teóricas; restricciones que serán impuestas en el proceso de estimación, después de haber realizado el contraste correspondiente. Algunos inconvenientes que surgen con este tipo de sistemas son la gran cantidad de parámetros a estimar, y el hecho de que no aseguran la existencia de alguna función de utilidad asociada a las funciones de demanda planteadas. Dentro de este enfoque se encuentra el Modelo de Rotterdam -Theil (1965) y Barten(1966)- . La función de demanda empleada es de la forma:

$$\partial p_i q_i = \alpha_i \partial \ln Y + \sum_{j=1}^n e_{ij} \partial \ln q_j$$

donde

$e_{ij}$ : elasticidad del bien  $i$  con respecto al bien  $j$

$\alpha_i$ : elasticidad del bien  $i$

3. El último enfoque, intenta aproximar la función de utilidad -o la función de gasto-, a través de alguna forma funcional específica, que contenga suficientes

parámetros como para llegar a ser una buena aproximación a la verdadera función de utilidad -o función de gasto-, y que a su vez genere funciones de demanda capaces de garantizar las restricciones teóricas. Este tipo de formas funcionales son denominadas “formas funcionales flexibles”, destacándose las que surgen a través de aproximaciones de Taylor, y entre estas las más usadas son el Modelo Translog<sup>9</sup> y el Modelo AIDS. El primero de ellos, se basa en aproximar una función de utilidad directa, a través de una función cuadrática donde los precios y el ingreso se encuentran expresados en logaritmos:

$$\ln U^* = \alpha_0 + \alpha_1 \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{Y} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \ln\left(\frac{P_i}{Y}\right) \ln\left(\frac{P_j}{Y}\right)$$

El modelo AIDS, será desarrollado más detalladamente en la próxima sección, por ser el utilizado en esta investigación.

#### 4.1.3. Sistema de Demanda Casi Ideal (AIDS)<sup>10</sup>

Deaton y Muellbauer (1980) desarrollaron el Sistema de Demanda Casi Ideal, siendo este un sistema de funciones de demanda flexibles que satisfacen automáticamente la restricción de Agregación, e imponiendo restricciones paramétricas logran satisfacer las condiciones de Homogeneidad y Simetría. Uno de los principales problemas que surgen al estimar un sistema de demanda para un conjunto de bienes o servicios, es la gran cantidad de parámetros a estimar, lo que resulta metodológicamente muy complejo. Es por ello que este modelo emplea el supuesto de separabilidad y presupuesto en varias etapas – multi-stage budgeting –, que consiste en dividir a los productos en pequeños grupos, lo cual permite emplear una función de demanda flexible para cada grupo. Esta metodología se sustenta en la noción de separabilidad débil de las preferencias, que sostiene que el universo de bienes y servicios puede ser dividido en pequeños grupos, tal que las preferencias de cada grupo sean independientes de las cantidades demandadas en otros grupos. Por otro lado, la idea de presupuesto en varias etapas permite suponer que el consumidor puede asignar el gasto en distintas etapas, comenzando por grandes grupos de bienes y servicios, hasta llegar, en etapas posteriores a realizar la asignación en subgrupos e inclusive en bienes o servicios individuales. En cada etapa, la decisión de asignación de recursos

---

<sup>9</sup>Modelo desarrollado por Christensen, Jorgenson y Lau (1971, 1975)

<sup>10</sup>Chern et als. (2003)[8]; Green y Alston (1990)[3]

es una función solamente del gasto total en ese grupo, y de los precios de los bienes y servicios de ese grupo. Es importante destacar, que las cantidades de recursos destinadas a cada grupo, serán iguales a las que se les hubiera asignado si la decisión de consumo se hubiera llevado a cabo en un solo gran paso. De manera que al emplear esta metodología, es posible tratar a cada grupo de bienes y servicios como si se tratara de un sistema completo de demanda.

El modelo AIDS parte de una función de gasto del tipo PIGLOG ( Price-Independent Generalized Logarithmic ):

$$x = C(u, p) = \exp(a(p) + ub(p))$$

donde

$$a(p) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j$$

y

$$b(p) = \beta_0 \prod_{i=1}^n p_i^{\beta_i}$$

llegando a un sistema de la siguiente forma:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i (\ln x - \ln P) + u_i$$

donde  $w_i$  es la proporción de gasto en el bien  $i$ ,  $p_j$  el precio del bien  $j$ ,  $x$  es el gasto total en el grupo de bienes considerados,  $u_i$  es una perturbación aleatoria, que se supone que tiene media cero y varianza constante; y  $P$  es un índice de precios translog, definido de la siguiente manera:

$$\ln P = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j$$

donde los parámetros  $\gamma_{ij}$  están definidos bajo el supuesto de simetría:

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

Además, se cumple el supuesto de adición, dado que  $\sum_i w_i = 1$  para todo  $j$ , entonces:

$$\sum_i \alpha_i = 1, \quad \sum_i \beta_i = 0; \quad y \quad \sum_i \gamma_{ij} = 0$$

La restricción de homogeneidad es satisfecha por los modelos AIDS, sí y sólo sí, para todo  $i$ :

$$\sum_j \gamma_{ij} = 0$$

Si se emplea el índice de precios planteado anteriormente, surgen inconvenientes en la estimación, por la no linealidad de los parámetros; por tal razón, en muchos casos se sustituye dicho índice por el Índice de Stone -que es una aproximación casi proporcional al índice translog-, que se define de la siguiente manera:

$$\ln(P^*) = \sum_i w_i \ln(p_i)$$

Alcanzándose, de esta manera, el denominado Modelo de Aproximación Lineal a un Sistema de Demanda Casi Ideal (LA/AIDS):

$$w_i = \alpha_i^* + \sum_j \gamma_{ij} \ln(p_j) + \beta_i \ln\left(\frac{x}{P^*}\right) + u_i^*$$

donde

$$\alpha_i^* = \alpha_i - \beta_i \alpha_i \quad y \quad u_i^* = u_i - \beta_i (\ln(\varphi) - E(\ln(\varphi)))$$

Por otro lado, el Índice de Stone tiene el problema de que varía al modificarse las unidades de medida de los precios, y por consiguiente, introduce posibles errores de medida. Una solución podría ser emplear el índice de precios de Laspeyres:

$$\ln(P^L) = \sum_i \bar{w}_i \ln(P_i)$$

Quedando finalmente el modelo formulado de la siguiente manera:

$$w_i = \alpha_i^{**} + \sum_j \gamma_{ij} \ln(p_j) + \beta_i (\ln(x) - \sum_j \bar{w}_j \ln(p_j)) + u_i^{**}$$

donde

$$\alpha_i^{**} = \alpha_i - \beta_i (\alpha_0 - \sum_j \bar{w}_j \ln(\bar{p}_j))$$

#### 4.1.4. Elasticidades de Demanda

La elasticidad es una medida del grado de sensibilidad de una variable ante cambios en otras variables, más específicamente mide el cambio porcentual en una variable cuando se produce una variación del uno por ciento en otra variable. Las elasticidades de demanda miden la variación porcentual de la demanda frente a cambios del uno por ciento en alguna de las variables que la determinan.

Existen distintos tipos de elasticidades de demanda:

##### 1. Elasticidad Precio

La elasticidad precio de la demanda mide como varía la demanda de un determinado bien, cuando su precio se modifica un uno por ciento, manteniéndose constante el ingreso y el precio de los otros bienes:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta q_i}{\Delta p_i} \cdot \frac{p_0}{q_0}$$

siendo:

$\Delta q_i$  la variación en la cantidad demandada del bien  $i$

$\Delta p_i$  la variación en el precio del bien  $i$

$p_0$  precio inicial del bien  $i$

$q_0$  la cantidad demandada inicial del bien  $i$

La variación total en la demanda de un bien cuando varía su precio, se puede descomponer en dos tipos de efecto:

- a) **Efecto sustitución:** es la variación en la demanda de un bien provocada por una variación en los precios relativos entre dos bienes.
- b) **Efecto ingreso:** es la variación en la demanda de un bien provocada por una variación del poder adquisitivo.

En general, el valor de la elasticidad precio es negativo, ya que refleja la relación inversa existente entre el precio y la cantidad demanda de un producto, sin embargo existen algunos bienes que poseen elasticidades precio positivas -bienes de Giffen-.

Dependiendo del valor que tome la elasticidad, podemos clasificar a la demanda en:

- **Demanda inelástica:** es cuando la cantidad demandada es relativamente insensible a las variaciones en los precios ( $|\varepsilon_p| < 1$ ).
- **Demanda elástica:** es cuando la cantidad demandada es muy sensible a las variaciones en los precios ( $|\varepsilon_p| > 1$ ).
- **Demanda con elasticidad unitaria:** la variación en la cantidad es proporcional a la variación en el precio ( $|\varepsilon_p| = 1$ ).

Algunos factores que influyen en el valor que adopta la elasticidad precio son:

- El grado de sustitución del bien: cuanto menos sustitutos cercanos tenga el bien, más inelástica será su demanda.
- La participación del bien en el presupuesto del hogar: a mayor participación, más elástica será la demanda.
- La periodicidad con que se adquiere el bien: a mayor periodicidad más inelástica será la demanda.
- El grado de necesidad del bien: los bienes esenciales tienen una demanda mucho más inelástica que los bienes superfluos.

2. **Elasticidad Ingreso** La elasticidad ingreso de la demanda cuantifica el grado de sensibilidad que tiene la demanda de un bien ante cambios en el nivel de ingreso, manteniendo todo lo demás constante:

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta q_i}{\Delta y} \cdot \frac{y_0}{q_0}$$

siendo:

$\Delta q_i$  la variación en la cantidad demandada del bien  $i$

$\Delta y$  la variación en el ingreso

$y_0$  nivel de ingreso inicial

$q_0$  la cantidad demandada inicial del bien  $i$

A partir de dicho cálculo los bienes pueden clasificarse de la siguiente manera:

- Si la elasticidad ingreso es negativa existe una relación inversa entre el ingreso y la cantidad demandada; a los bienes que presentan esta característica se les denomina bienes inferiores.
- Si la elasticidad es positiva, existe una relación directa entre el ingreso y la cantidad demanda, a tales bienes se les denomina, bienes normales. Entre

este tipo de bienes existe una subclasificación: si la elasticidad es inferior a uno se habla de bienes de primera necesidad, y si es mayor a uno se dice que se trata de bienes de lujo.

### 3. Elasticidad Cruzada

La elasticidad cruzada de la demanda mide como varía la demanda de un determinado bien cuando el precio de otro bien se ve modificado en un uno por ciento, manteniéndose todo lo demás constante. Se calcula de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\Delta q_i}{\Delta p_j} \cdot \frac{p_{j0}}{q_{i0}}$$

siendo:

$\Delta q_i$  la variación en la cantidad demandada del bien  $i$

$\Delta p_j$  la variación en el precio del bien  $j$

$p_{j0}$  precio inicial del bien  $j$

$q_{i0}$  la cantidad demandada inicial del bien  $i$

A partir de la elasticidad cruzada los bienes pueden ser clasificados como:

- **Sustitutos:** es cuando la elasticidad es positiva. Esto implica que al aumentar el precio de un bien se incrementa la demanda del otro bien, dado que los consumidores deciden sustituir el bien que ha visto incrementado su precio relativo.
- **Complementarios:** es cuando la elasticidad es negativa, el aumento en el precio de un bien genera una retracción del consumo del otro bien, hecho que estaría demostrando que ambos bienes se consumen conjuntamente.
- **Independientes:** es cuando la elasticidad es nula, dado que la variación en el precio de un bien no altera la cantidad demandada del otro bien -no existe relación entre ellos-.

## 4.2. Estimación de Variables Censuradas

En la presente sección, se desarrollará la naturaleza de las variables censuradas, las consecuencias de su estimación a través del MCO, y se planteará un modelo para la estimación de un sistema de variables censuradas – Modelo de Selección Doble –. Este modelo, es una generalización del Modelo de Heckman, donde se utiliza el

modelo Probit Bivariado. El siguiente desarrollo teórico es una adecuación, de dichos modelos al consumo de bienes.

#### 4.2.1. Variable Censurada

Cuando se pretende estimar el consumo de un determinado producto, es común trabajar con encuestas de gasto. El problema de trabajar con este tipo de datos, es que el investigador se encuentra con una importante cantidad de hogares donde la variable dependiente tiene valor cero, es decir, el hogar tiene un consumo nulo en dicho producto. Por lo tanto, para obtener una representación adecuada de los patrones de consumo, habrá que tener en cuenta la naturaleza de esos ceros, y sus consecuencias en la especificación y estimación de las ecuaciones de gasto del consumidor.

El gasto de consumo nulo de un determinado bien, por parte del hogar puede deberse a tres razones:

1. No participación en el consumo.

Dadas las preferencias del consumidor, éste maximiza su utilidad no consumiendo dicho producto.

2. Infrecuencia de compra.

En este caso no se observa consumo de dicho producto en el hogar durante el período de la encuesta. Esto se debe a que el período en que se realizan las encuestas es relativamente pequeño, y si en un hogar es infrecuente la compra de dicho bien, es factible que en ese determinado período, el hogar no haya consumido el bien. En este caso, los datos recogidos por la encuesta no reflejan el verdadero consumo que el hogar realiza del bien.

3. Solución de esquina.

La solución de esquina, se refiere a la situación en la cual los consumidores maximizan su utilidad no consumiendo el bien al nivel de precios e ingreso dados. Sin embargo, existen otras combinaciones de nivel de ingreso y precios, a los que dicho consumidor demandaría cantidades positivas del producto.

Este tipo de datos, donde la variable dependiente posee una gran cantidad de ceros, son denominados “datos censurados”. Hay que diferenciar estos datos de los

“datos truncados”. El efecto de truncamiento aparece cuando “los datos de la muestra se extraen de un subconjunto de una población mayor, que es la que nos interesa estudiar”,<sup>11</sup> es decir, el investigador no tiene todos los datos de toda la población que desea investigar. En el caso de tener una variable dependiente censurada, como sería el caso del gasto en determinado bien, sólo la observo para una parte de la población, pero las variables explicativas las observo para toda la población. Para este tipo de investigaciones se utilizan modelos de regresión censurados, que son una modificación ad hoc de los modelos de regresión clásicos, donde las observaciones se apilan sobre un valor límite.

#### 4.2.2. Modelos Clásicos de Estimación

La insesgadez del estimador MCO descansa en que si  $y = x'\beta + u$ , entonces  $E(u|x) = 0$  o expresado de otra forma  $E(y|x) = x'\beta$ . Se supone un modelo censurado, con una variable latente,  $y_i^*$ , la cual representa la diferencia entre las utilidades proporcionadas por las dos “supuestas” alternativas de que dispone un individuo, consumo o no consumo.

$$y_i^* = X_i'\beta + \varepsilon_i \quad (4.3)$$

Se define, entonces,  $y_i$  como una variable aleatoria proxy de la variable latente<sup>12</sup>  $y_i^*$ , tal que:

$$y_i = \begin{cases} y_i^* & \text{si } y_i^* > 0, \\ 0 & \text{si } y_i^* \leq 0. \end{cases}$$

siendo 0 el punto de censura de los datos. Se sabe, además, que  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  y por lo tanto  $y^* \sim N(\mu, \sigma^2)$

Dado el modelo, la probabilidad de que una observación esté censurada será:

$$\begin{aligned} P(\text{censurada}) &= P(y^* \leq 0) = P(N(\mu, \sigma^2) \leq 0) = P\left(N(0, 1) \leq \left(\frac{0 - \mu}{\sigma}\right)\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{-\mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

siendo  $\Phi$  la función de probabilidad acumulada de la variable normal estandar. Y la

---

<sup>11</sup>Greene (1999) pag. 817[13]

<sup>12</sup>Ver Anexo A.1

probabilidad de que una observación no esté censurada será:

$$\begin{aligned} P(\text{no censurada}) &= P(y^* > 0) = 1 - P(y^* \leq 0) = 1 - \Phi\left(\frac{0 - \mu}{\sigma}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

La función de densidad de la variable censurada quedará determinada como:

$$\begin{cases} P(y = 0) = P(y^* \leq 0) = \Phi\left(\frac{-\mu}{\sigma}\right) & \text{cuando } y^* \leq 0 \\ \text{La misma densidad de } y^* & \text{cuando } y^* > 0 \end{cases}$$

Una variable censurada tiene, entonces, una distribución particular, ya que es mezcla entre una distribución discreta en el punto de censura y continua para las observaciones con valores mayores al punto de censura. En dicha distribución se le asigna toda la probabilidad contenida en el área censurada al punto de censura. Es por esta razón que se habla de un punto de acumulación de probabilidad en el punto de censura. En nuestro modelo, debido a que los valores de la variable  $y^*$  son desconocidos, debemos regresar la variable proxy  $y$ :

$$E(y_i|x_i) = Pr(y_i > 0|x_i) \cdot E(y_i|x_i, y_i > 0) + 0 \cdot Pr(y_i \leq 0|x_i) = \underbrace{Pr(y_i > 0|x_i)}_1 \underbrace{E(y_i|x_i, y_i > 0)}_2$$

1. Para derivar la  $P(y_i > 0|x_i)$  debemos definir una variable binaria  $w$  tal que  $w = 1$  si  $y > 0$  y  $w = 0$  si  $y = 0$ . Por lo tanto  $w$  sigue un Modelo Probit:

$$\begin{aligned} P(w = 1|x) &= P(y^* > 0|x) = P(u > -x\beta|x) = P(u/\sigma > -x\beta/\sigma) \\ &= \Phi(x\beta/\sigma) \end{aligned} \quad (4.4)$$

2. Sabiendo que si  $z \sim N(0, 1)$ , entonces para cualquier constante  $c$ :

$$E(z|z > c) = \frac{\phi(c)}{1 - \Phi(c)}$$

siendo  $\phi$  la función de densidad de una variable normal estandar, y conociéndose dicho cociente como la Inversa del Ratio de Mill,  $\lambda$ . Entonces, si  $u \sim N(0, \sigma^2)$ :

$$E(u|u > c) = \sigma E\left(\frac{u}{\sigma} \mid \frac{u}{\sigma} > \frac{c}{\sigma}\right) = \sigma \left[ \frac{\phi(c/\sigma)}{1 - \Phi(c/\sigma)} \right] \quad (4.5)$$

Por lo tanto, para nuestro modelo:

$$E(y_i|x_i, y_i > 0) = x\beta + E(u|u > -x\beta) = x\beta + \sigma \left[ \frac{\phi(x\beta/\sigma)}{1 - \Phi(x\beta/\sigma)} \right] \quad (4.6)$$

Se desprende de las(4.4)y (4.6) que

$$E(y|x) = \Phi(x'\beta/\sigma)[x'\beta + \sigma\lambda(x'\beta/\sigma)] \neq x'\beta \quad (4.7)$$

A partir de la ecuación (4.7) se puede concluir que la estimación de los modelos con datos censurados a través del MCO, arrojan estimadores insesgados.

### 4.2.3. Modelo Probit Bivariado

Los modelos Probit Bivariados son la extensión natural del modelo Probit Univariante,<sup>13</sup> para el caso en que los errores poseen una distribución normal estándar bivariada. Estos modelos, permiten la intervención de variables endógenas que pueden presentar varias formas de simultaneidad y causalidad; por otro lado, resultan muy útiles cuando se estudian variables discretas simultáneamente determinadas, y además, permiten analizar algunos casos en los que algunas variables económicas sólo pueden ser definidas en forma discreta. Son modelos no lineales – por ser modelos Probit – que se estiman a través del método de Máximo Verosimilitud extendido, conocido como Máximo Verosimilitud con Información Completa (MVIC), dado que considera de forma simultánea la información contenida en todas las ecuaciones. La bondad de ajuste del modelo se mide a través de la razón de verosimilitud del sistema<sup>14</sup>.

La idea que se encuentra detrás de este tipo de modelos, es que existen dos decisiones, cada una modelable con un Probit univariante; pero donde dichas decisiones no son independientes entre sí, dado que no se cumple el supuesto de incorrelación entre los residuos de cada modelo, y por consiguiente, lo óptimo sería estimar ambas decisiones en forma conjunta. El modelo a estimar se plantea como un sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y_{1i}^* = X'_{1i}\beta_1 + \varepsilon_{1i} \\ y_{2i}^* = X'_{2i}\beta_2 + \varepsilon_{2i} \end{cases}$$

donde:

$$\begin{cases} y_{1i} = 1 & \text{si } y_{1i}^* > 0 \\ y_{1i} = 0 & \text{si } y_{1i}^* \leq 0. \end{cases}$$

y

$$\begin{cases} y_{2i} = 1 & \text{si } y_{2i}^* > 0 \\ y_{2i} = 0 & \text{si } y_{2i}^* \leq 0. \end{cases}$$

---

<sup>13</sup>Ver Anexo A

<sup>14</sup>Ver Anexo A.3

siendo  $y_{ji}^*$  variables latentes.

Donde  $\varepsilon \sim N(0, \Sigma)$ , siendo  $\Sigma$  una matriz simétrica y con diagonal igual a 1.

Como se ha planteado anteriormente, los residuos  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  se encuentran correlacionados, dado que se componen por una variable que es única para cada modelo y una segunda variable que resulta ser común a los dos -variable que los relaciona-. Ambos errores se distribuyen normales, pero no son independientes, por consiguiente, lo que va a interesar es la distribución conjunta de los mismos, y por tanto también la distribución conjunta de las variables dependientes.

Siendo

$$\varepsilon_{1i} = \eta_i + u_{1i}$$

$$\varepsilon_{2i} = \eta_i + u_{2i}$$

donde

$$E[\varepsilon_1] = E[\varepsilon_2]$$

$$Var[\varepsilon_1] = Var[\varepsilon_2] = 1$$

$$Cov[\varepsilon_1, \varepsilon_2] = \rho$$

entonces la distribución conjunta de los errores se puede plantear como:

$$\phi_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\varepsilon_1}\sigma_{\varepsilon_2}\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - 2\rho\varepsilon_1\varepsilon_2}{1-\rho^2}\right)\right]$$

Donde  $\rho$  es el coeficiente de correlación lineal, que muestra la covarianza existente entre los modelos. Si  $\rho=0$ , entonces, los dos modelos serían independientes, y podrían ser estimados separadamente a través de dos Probit univariados. Si  $\rho \neq 0$ , entonces los errores estarán correlacionados, y por tanto la probabilidad de una variable dependerá de la probabilidad de la otra. Si  $\rho = 1$ , las dos variables serán esencialmente la misma; y si  $\rho = -1$  las variables estarán correlacionadas de manera inversa. Integrando respecto a cada variable se obtiene la función de distribución de una normal bivariada:

$$\int_{\varepsilon_1} \int_{\varepsilon_2} \phi_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \rho) d\varepsilon_1 d\varepsilon_2$$

La probabilidad de éxito de ambas variables se estima como:

$$\begin{aligned} Pr(Y_{1i} = 1, Y_{2i} = 1) &= \int_{-\infty}^{\varepsilon_{1i}} \int_{-\infty}^{\varepsilon_{2i}} \phi(X_{1i}\beta_1, X_{2i}\beta_2, \rho) d\varepsilon_{1i} d\varepsilon_{2i} \\ &= \Phi_2(X_{1i}\beta_1, X_{2i}\beta_2, \rho) \end{aligned}$$

#### 4.2.4. Modelo Bietápico de Heckman

Heckman (1979) desarrolla un modelo con el fin de eliminar las consecuencias del llamado “sesgo de selección”. Una de las formas más comunes de dicho sesgo, es la “autoselección”.<sup>15</sup> La autoselección se da como consecuencia de que los datos que posee el investigador son generados por las decisiones individuales de pertenecer a determinado grupo o a otro.<sup>16</sup> En el caso de consumo de bienes; un individuo, primero debe tomar la decisión de participar en determinado mercado, y después decidir de qué manera lo hará. Heckman desarrolla su modelo en dos etapas: en una primera etapa, se analiza la decisión de acceso al mercado y, en una segunda etapa, se analiza el consumo. Su modelo está estructurado de esta manera debido a dos motivos. En primer lugar, para poder corregir el sesgo de selección y, en segundo lugar, debido a que las variables que afectan la decisión de participación no necesariamente son las mismas que determinan el consumo.

##### *Primera Etapa*

En la primera etapa Heckman plantea la decisión de acceder al bien, la decisión de compra, a través del siguiente Modelo Probit:<sup>17</sup>

$$\begin{aligned} y_i^* &= X_{1i}'\beta_1 + u_{1i} \tag{4.8} \\ y_i &= \begin{cases} 1 & \text{si } y_i^* > 0, \\ 0 & \text{si } y_i^* \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

siendo  $y^*$  una variable latente, no observada que, como fue mencionado anteriormente, puede definirse como la diferencia de utilidades generadas por consumir o no consumir determinado bien. Dicha ecuación fue denominada, por Heckman, como ecuación de selección muestral. A consecuencia de la inobservabilidad de  $y^*$ , se define una variable proxy de la misma,  $y$ , una variable dicotómica que tomara el valor uno cuando  $y^*$  sea

---

<sup>15</sup>Heckman (1979) [14]

<sup>16</sup>Maddala (1983) [20]

<sup>17</sup>Ver Anexo A

positiva y cero en caso contrario. Realizando el supuesto que un hogar consumirá determinado bien únicamente si la utilidad de consumir dicho bien es mayor a la utilidad generada por el no consumo, se puede utilizar como variable proxy de  $y^*$  el consumo o no consumo en dicho bien.

Una vez estimado el modelo debemos calcular

$$\hat{\lambda} = \frac{\phi(\hat{\beta}' X)}{1 - \Phi(\hat{\beta}' X)} \quad (4.9)$$

siendo  $\phi$  y  $\Phi$  la función de densidad y la función de probabilidad acumulada de la variable normal estándar, respectivamente, y  $\hat{\lambda}$  la Inversa del Ratio de Mill (IMR). La IMR es una función monótona decreciente de la probabilidad de que una observación sea censurada.<sup>18</sup> Dicha variable, al ser incluida en el modelo de la segunda etapa, cumple la función de corregir el potencial sesgo de selección.

### *Segunda Etapa*

Esta segunda etapa permite explicar la variable de interés,  $W$ , observada únicamente para los individuos que han realizado un gasto positivo, en función de regresores,  $X_2$ , que podrán ser distintos de aquellos utilizados en la primera etapa:

$$W_i = \begin{cases} X'_{2i}\beta_2 + u_{2i} & \text{si } y_i^* > 0, \\ - & \text{si } y_i^* \leq 0. \end{cases} \quad (4.10)$$

Para realizar la estimación, se asume que:

$$\begin{aligned} u_{1i} &\sim N(0, \sigma^2) \\ u_{2i} &\sim N(0, \sigma^2) \\ \text{corr}(\mu_i, \varepsilon_i) &= \rho \end{aligned}$$

Este modelo incluye entre sus regresores a la estimación de la Inversa del Ratio de Mill, con el fin de eliminar el sesgo de selección. Heckman estima la segunda etapa por mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Si  $\hat{\lambda}$  no es significativa en la estimación de la segunda etapa, implicará la no existencia de sesgo de selección, por lo tanto no habría sido necesario realizar la estimación en un proceso bietápico, sino que se podría haber realizado directamente a través de los modelos clásicos de estimación.

En síntesis, en la primera etapa del modelo de Heckman, se estima un modelo de la probabilidad de que los datos sean no censurados, con el fin de obtener

---

<sup>18</sup>Heckman 1979 [14]

estimaciones de la variable  $\lambda$ . En la segunda etapa, el modelo censurado es estimado con la incorporación de esta variable adicional, la cual corrige el problema del sesgo. La gran limitación del modelo de Heckman es que todos los ceros se consideran provenientes de la primera etapa del modelo, es decir, de la decisión de participar y, por tanto no se consideran las soluciones de esquina.

#### 4.2.5. Modelo de Selección Doble

Como fue mencionado anteriormente, este modelo es una generalización del modelo de Heckman, y por consiguiente, tendrá un desarrollo bietápico. En una primera etapa se estima un modelo de decisión bivariada, ya que existen dos variables que determinan la decisión de acceso al mercado, obteniéndose las correspondientes IMR utilizadas para corregir el sesgo de selección. Posteriormente, las estimaciones de las variables  $\lambda$  serán incluidas en las ecuaciones de uso.

*Primera Etapa.*

En esta primera etapa, un modelo Probit Bivariado<sup>19</sup> es utilizado para explicar la decisión conjunta de acceder al consumo de dos bienes, como se muestra a continuación:

$$\begin{cases} y_{1i}^* = X'_{1i}\beta_1 + u_{1i} \\ y_{2i}^* = X'_{2i}\beta_2 + u_{2i} \end{cases} \quad (4.11)$$

siendo  $y_1^*$  y  $y_2^*$  variables latentes, no observadas, análogas a la variable latente de Heckman.

El modelo se completa con las siguiente regresión de gasto:

$$W_{3i} = X'_{3i}\beta_3 + \sigma_3 u_{3i} \quad (4.12)$$

donde  $W_3$  representa un vector de variables, que serán las variables regresadas en la estimación de la segunda etapa. Dichas variables, son observadas dada la decisión de consumir el respectivo bien. Las variables explicativas y los coeficientes desconocidos están representados por  $X$  y  $\beta$ , respectivamente, y los términos de error  $(u_{1i}, u_{2i}, u_{3i})$ , distribuyen normal con matriz de varianzas y covarianzas

---

<sup>19</sup>Ver Sección 4.2.3

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho_{13} \\ \rho & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{pmatrix}$$

donde  $\rho$  representa el coeficiente de correlación entre los residuos de las regresiones estimadas en el modelo Probit Bivariado ( $u_1$  y  $u_2$ ), y  $\rho_{ij}$  representa el coeficiente de correlación entre los residuos  $u_i$  y  $u_j$ .

Como fue manifestado anteriormente,  $y_{1i}^*$  y  $y_{2i}^*$  son variables no observadas. Se observan, únicamente, a las variables dicotómicas  $D_1$  y  $D_2$ , que serán definidas como:

$$D_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } y_1^* > 0, \\ 0 & \text{si } y_1^* \leq 0. \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } y_2^* > 0, \\ 0 & \text{si } y_2^* \leq 0. \end{cases}$$

Tomando combinaciones de  $D_1$  y  $D_2$ , se delimitan cuatro subgrupos  $G_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), tal que:

- $G_1$  representa aquellos hogares donde no se consume ninguno de los bienes,  $G_1 = (0,0)$
- $G_2$  aquellos hogares donde se consume únicamente el bien 2,  $G_2 = (0,1)$
- $G_3$  aquellos hogares donde se consume únicamente el bien 1,  $G_3 = (1,0)$
- $G_4$  aquellos hogares donde se consumen los dos bienes,  $G_4 = (1,1)$

Siendo  $S_j$  la probabilidad de que un hogar sea asignado al  $j$ -ésimo subgrupo, esta quedará determinada por

$$\begin{aligned} S_1 &= Pr(D_1 = 0, D_2 = 0) = Pr(y_{1i}^* \leq 0, y_{2i}^* \leq 0) \\ &= Pr(u_{1i} \leq -C_1, u_{2i} \leq -C_2) \\ &= \Phi_2(-C_1, -C_2, \rho) \end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= P(D_1 = 0, D_2 = 1) = P(y_{1i}^* \leq 0, y_{2i}^* > 0) \\ &= P(u_{1i} \leq -C_1, u_{2i} > -C_2) \\ &= \Phi_2(-C_1, C_2, -\rho) \end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
 S_3 &= P(D_1 = 1, D_2 = 0) = P(y_{1i}^* > 0, y_{2i}^* \leq 0) \\
 &= P(u_{1i} > -C_1, u_{2i} \leq -C_2) \\
 &= \Phi_2(C_1, -C_2, -\rho)
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
 S_4 &= P(D_1 = 1, D_2 = 1) = P(y_{1i}^* > 0, y_{2i}^* > 0) \\
 &= P(u_{1i} > -C_1, u_{2i} > -C_2) \\
 &= \Phi_2(C_1, C_2, \rho)
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Donde  $C_1 = X'_{1i}\beta_1$  y  $C_2 = X'_{2i}\beta_2$ , y  $\Phi_2$  la distribución normal estándar bivariada. Por consiguiente, para cada subgrupo con observaciones completas, tenemos que:

$$E(W_{3i}|X_{3i}, \theta) = X'_{3i}\beta_3 + \sigma_3 E(u_{3i}, \theta)$$

donde  $\theta$  representa el resultado conjunto del proceso de doble selección. Existirá, entonces, sesgo de selección cuando

$$E(u_{3i}|X_{3i}, \theta) \neq 0$$

Se maximizará la siguiente función de verosimilitud, para encontrar estimadores consistentes de los parámetros de las ecuaciones de selección.

$$L = \prod_{S_1} \Phi_2(-C_1, -C_2, \rho) \cdot \prod_{S_2} \Phi_2(C_1, -C_2, -\rho) \cdot \prod_{S_3} \Phi_2(-C_1, C_2, -\rho) \cdot \prod_{S_4} \Phi_2(C_1, C_2, \rho)$$

Una vez estimado el modelo, se deberán calcular las Inversas del Ratio de Mill para cada subgrupo. Para realizar dicho cálculo, se determinan las esperanzas de los residuos de las regresiones a estimar en la segunda etapa, condicionadas al suceso correspondiente, de la siguiente manera::

1.  $\forall i \in G_1$  . Para este subgrupo se deben calcular las esperanzas condicionadas al suceso  $D_1 = D_2 = 0$ :

$$E(u_{3i} | y_{1i}^* \leq 0, y_{2i}^* \leq 0) = E(u_{3i} | u_{1i} \leq -C_1, u_{2i} \leq -C_2) = \rho_{13}\lambda_{11} + \rho_{23}\lambda_{12}$$

$$\lambda_{11} = - \left[ \frac{\phi(C_1)\Phi(-C_2^*)}{S_1} \right], \lambda_{12} = - \left[ \frac{\phi(C_2)\Phi(-C_1^*)}{S_1} \right]$$

$$\text{Siendo} \quad C_1^* = \frac{C_1 - \rho C_2}{\sqrt{1 - \rho^2}}, \quad y \quad C_2^* = \frac{C_2 - \rho C_1}{\sqrt{1 - \rho^2}}$$

2.  $\forall i \in G_2$  . Para este subgrupo se deben calcular las esperanzas condicionadas al suceso  $D_1 = 0, D_2 = 1$ :

$$E(u_{3i} | y_{1i}^* \leq 0, y_{2i}^* > 0) = E(u_{3i} | u_{1i} \leq -C_1, u_{2i} > -C_2) = \rho_{13}\lambda_{21} + \rho_{23}\lambda_{22}$$

$$\lambda_{21} = - \left[ \frac{\phi(C_1)\Phi(C_2^*)}{S_2} \right], \lambda_{22} = \left[ \frac{\phi(C_2)\Phi(-C_1^*)}{S_2} \right]$$

3.  $\forall i \in G_3$  . Para este subgrupo se deben calcular las esperanzas condicionadas al suceso  $D_1 = 1, D_2 = 0$ :

$$E(u_{3i} | y_{1i}^* > 0, y_{2i}^* \leq 0) = E(u_{3i} | u_{1i} > -C_1, u_{2i} \leq -C_2) = \rho_{13}\lambda_{31} + \rho_{23}\lambda_{32}$$

$$\lambda_{31} = \left[ \frac{\phi(C_1)\Phi(-C_2^*)}{S_3} \right], \lambda_{32} = - \left[ \frac{\phi(C_2)\Phi(C_1^*)}{S_3} \right]$$

4.  $\forall i \in G_4$  . Para este subgrupo se deben calcular las esperanzas condicionadas al suceso  $D_1 = 1, D_2 = 1$ :

$$E(u_{3i} | y_{1i}^* > 0, y_{2i}^* > 0) = E(u_{3i} | u_{1i} > -C_1, u_{2i} > -C_2) = \rho_{13}\lambda_{41} + \rho_{23}\lambda_{42}$$

$$\lambda_{41} = \left[ \frac{\phi(C_1)\Phi(C_2^*)}{S_4} \right], \lambda_{42} = \left[ \frac{\phi(C_2)\Phi(C_1^*)}{S_4} \right]$$

### *Segunda Etapa*

En esta etapa, los  $\lambda$  estimados son incluidos en la ecuación de consumo de manera de corregir el sesgo de selección. Si  $\hat{\lambda}_{ij}$  resulta significativa en la ecuación  $w_3$ , constata la existencia de correlación entre los residuos de la ecuación  $j$  con los residuos de la ecuación  $w_3$ , para el grupo  $i$ .

Quedarán determinadas, de esta manera, cuatro funciones de demanda, una para cada subgrupo. Tendremos, entonces, la función para el subgrupo  $G_1$ :

$$\begin{aligned} W_3 &= X'\beta + \sigma_3\rho_{13}\hat{\lambda}_{11} + \sigma_3\rho_{23}\hat{\lambda}_{12} + \sigma_3v \\ &= X'\beta + \beta_1\hat{\lambda}_{11} + \beta_2\hat{\lambda}_{12} + \sigma_3v \end{aligned}$$

Donde  $\beta_1 = \sigma_3\rho_{13}$ ,  $\beta_2 = \sigma_3\rho_{23}$  y  $v = u_{3i} - \rho_{13}\hat{\lambda}_{11} - \rho_{23}\hat{\lambda}_{12}$ .

Las funciones de esta segunda etapa para los restantes tres grupos se definen análogamente.

### 4.3. Sistemas Aparentemente no Relacionados y Bootstrap

#### 4.3.1. Sistemas Aparentemente no Relacionados<sup>20</sup>

Estos sistemas fueron desarrollados por Zellner en 1962, y consisten en un sistema conformado por  $m$  ecuaciones de regresión, donde cada una de ellas contiene diferentes variables dependientes y satisfacen los supuestos del modelo de regresión clásico -homoscedasticidad e incorrelación serial entre los errores-.

$$Y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i$$

donde,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ,  $Y_i$  es un vector de observaciones de dimensión  $n \times 1$ ,  $X_i$  es la una matriz de variables explicativas de dimensión  $n \times k_i$ ,  $\beta_i$  es un vector de parámetros a estimar, de dimensión  $k_i \times 1$ , y  $\varepsilon_i$  es el correspondiente vector de perturbaciones de dimensión  $n \times 1$ .

En este sistema existen  $m$  variables endógenas,  $Y_{mi}$ , que son explicadas a través de un conjunto de  $k$  variables exógenas y que tienen asociadas un término residual  $\varepsilon_i$ . La idea de que las ecuaciones no se encuentran aparentemente relacionadas, surge por no encontrar dentro del sistema ninguna variable endógena que a su vez cumpla la función de ser regresor en otra ecuación del propio sistema; sin embargo, estas ecuaciones no son totalmente independientes entre sí, si existe algún tipo de correlación contemporánea entre los términos de error. Por consiguiente, si se considera que existe posible correlación entre los residuos de las ecuaciones planteadas, resulta ser más eficiente realizar una estimación conjunta de las ecuaciones del sistema, a través de la metodología de Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), que estimar cada una de ellas a través del procedimiento de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Siendo el estimador MCG de los parámetros del modelo:

$$\hat{\beta}_{MCG} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$$

y la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros estimados:

$$Var(\hat{\beta}_{MCG}) = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}$$

---

<sup>20</sup>Yahya et als. (2008)[37]

donde  $\Omega$  es una matriz cuadrada de orden  $m$ , definida positiva, tal que  $\Omega = \Sigma \times I_n$  siendo

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1m}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2m}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1}^2 & \sigma_{m2}^2 & \dots & \sigma_{mm}^2 \end{pmatrix}$$

y siendo  $I_n$  una matriz identidad  $n \times n$ .

En la práctica  $\Omega$  es una matriz desconocida que debe ser estimada, para superar este inconveniente se emplean los Mínimos Cuadrados en Tres Etapas (MC3E), que consisten en los siguientes tres pasos:

1. Estimar por separado cada ecuación del sistema y estimar los correspondientes residuos.
2. Emplear la estimación de los residuos para estimar la matriz de varianzas y covarianzas ( $\widehat{\Omega}$ ), donde la varianza de los errores de cada ecuación – elementos de la diagonal de la matriz – se estiman a través de:

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{n - p_i - 1} \sum_{n'}^n \varepsilon_{i(n')}^2$$

mientras las covarianzas – elementos que no pertenecen a la diagonal – se estiman a partir de :

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{n - \max(p_i, p_j) - 1} \sum_{n'}^n \varepsilon_{i(n')} \varepsilon_{j(n')}$$

3. Luego se estima por Mínimos Cuadrados Generalizados, pero reemplazando  $\Omega$  por  $\widehat{\Omega}$ , es decir usando como estimador de los parámetros:

$$\widehat{\beta}_{MCG} = (X' \widehat{\Omega}^{-1} X)^{-1} X' \widehat{\Omega}^{-1} Y$$

Este procedimiento es conocido como Mínimos Cuadrados Generalizados Factibles.

4. Finalmente, la matriz de varianzas y covarianzas puede ser re-estimada, empleando los residuos obtenidos en el numeral anterior, e iterando hasta alcanzar convergencia (metodología ITSUR).

Estos modelos resultan ser muy útiles a la hora de plantear sistemas de demanda, ya sean de gasto lineal o no lineal, ya que permiten obtener estimadores insesgados de las elasticidades cruzadas de las ecuaciones de demanda de los diferentes bienes en el sistema.

### 4.3.2. Bootstrap

El procedimiento Bootstrap fue formulado originalmente por Bradley Efron en 1979 y debe su nombre a la expresión “pulling yourself up by your own bootstraps”, que significa salir de una situación difícil utilizando los propios recursos. Dicho procedimiento, es el más desarrollado -tanto teórica como empíricamente- dentro de los “métodos de remuestreo”. Los métodos de remuestreo son técnicas para la inferencia estadística que, a través de la simulación, reutilizan los datos observados para constituir un universo del cual extraer repetidas muestras. Dichas técnicas requieren de gran potencia computacional, por lo cual se las ha denominado técnicas de “computación intensiva”.

El concepto principal del Bootstrap es muy simple: los datos muestrales son manejados como si se trataran de los datos de toda la población. Estos datos se utilizan como el universo, del que se extraerán muestras con remplazo. Muestras con remplazo, significa que aleatoriamente extraemos una observación de la muestra original, y luego la devolvemos antes de sacar la próxima observación. La muestra original representa a la población de la cual fue extraída. Por consiguiente, los remuestreos representan lo que obtendríamos si tomáramos muchas muestras de dicha población.

La esencia del “bootstrapping” es la idea de que, en ausencia de cualquier otro conocimiento sobre la distribución de una población, la distribución de valores encontrada en una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , es la mejor información para aproximar su distribución de probabilidades.

Según este método, con cada remuestreo se diseña un vector de valores del estimador Bootstrap. Dicho estimador será utilizado para estimar la variabilidad de la muestra. Ha sido demostrado, principalmente por el creador del procedimiento, que a través de esta metodología se obtiene una buena aproximación empírica de la distribución de los estimadores. La obtención de dicha aproximación, permitirá describir algunas de las propiedades muestrales del estimador, así como el cálculo de intervalos de confianza y la realización de contrastes de hipótesis.

Su principal virtud radica en que no se encuentra sujeto a los supuestos típicamente requeridos en el análisis de regresión, particularmente en cuanto a la distribución normal de la variable respuesta y de los errores. Esto se debe, a que la distribución del estimador se construye empíricamente sobre la base de todas las características de la distribución original de los datos. El método Bootstrap proporciona estimadores robustos debido a que no se asume ninguna distribución particular de la población.

Consideremos una muestra  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  de una variable aleatoria  $X$  de la cual se requiere calcular un estadístico de interés,  $\hat{\theta}$ , que estime algún parámetro poblacional  $\theta$ .

El procedimiento para la estimación del estadístico mediante remuestreo Bootstrap sería el siguiente<sup>21</sup>:

1. Tomar  $B$  muestras con reemplazo de tamaño  $n$ , siendo  $n$  el número de observaciones de la muestra original y  $B$  un número de réplicas suficientemente grande.
2. A partir de cada una de estas  $B$  muestras, calcular el estimador de interés  $\hat{\theta}^*$ . Estos  $B$  valores del estimador constituyen la distribución de  $\hat{\theta}$ , a partir de la cual se calculará la media, desviación estándar y percentiles Bootstrap.

Mediante el método bootstrap, el procedimiento para calcular el error estándar de un estimador es el siguiente:

1. Dada una muestra de tamaño  $n$ , estimar el parámetro de interés  $\theta$ . La distribución de esta muestra se considera equivalente a la distribución de la población, y  $\hat{\theta}$  es el estimador muestral del parámetro poblacional  $\theta$ .
2. Generar  $B$  muestras Bootstrap de tamaño  $n$  mediante muestreo con reemplazo de la muestra original, asignando a cada observación una probabilidad  $(1/n)$ , y calcular los correspondientes valores  $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$  para cada una de las muestras Bootstrap.
3. Estimar el error estándar del parámetro  $\theta$ , calculando la desviación estándar de las  $B$  réplicas Bootstrap

---

<sup>21</sup>Tineo Guevara (2005)[31]

$$\sigma_{\theta}^* = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^B (\theta_b^* - \bar{\theta}^*)^2}{(B-1)}} = \sigma_{BOOT}$$

donde  $\bar{\theta}^*$  es la media de las réplicas bootstrap, que corresponde al estimador bootstrap del estadístico  $\theta$ .

$$\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \theta_b^*$$

Además de la estimación puntual, también es posible estimar los intervalos de confianza de un parámetro  $\theta$ , estimación que puede realizarse a través de diversos métodos, entre ellos:

- a) **El método percentil.** Asigna como extremos inferior y superior del intervalo de confianza  $(1 - \alpha)$ , los percentiles  $(\alpha/2)$  y  $(1 - (\alpha/2))$  de la distribución Bootstrap del estimador. Esto se justifica, en base a la suposición de que existe una transformación que convertirá la distribución del estimador en una distribución normal.
- b) **El método corregido por sesgo acelerado -Bias-Corrected and Accelerated: BCA-**. Este método es una generalización del anterior, que compensa las limitaciones de este último ante la ausencia de simetría en la distribución del estimador, y en aquellas situaciones en que la forma de la distribución cambia dependiendo de los valores del parámetro. Los límites del intervalo de confianza según el método BCA se obtienen, al igual que en el método percentil, a partir de los cuantiles de la distribución Bootstrap, pero dependerán además de una constante de aceleración  $\hat{a}$  y del factor de corrección por sesgo  $\hat{z}$ . El factor de aceleración  $\hat{a}$  representa la tasa de cambio del error estándar de  $\hat{\theta}$  con respecto al verdadero valor del parámetro  $\theta$ , medido en una escala normalizada. La aproximación estándar normal de  $\hat{\theta} \sim N(\theta, \hat{\sigma}^2)$  asume que el error estándar es el mismo para todo  $\theta$ , pero este hecho no se da frecuentemente y ello es corregido por el factor  $\hat{a}$ . El valor  $\hat{z}_0$  de corrección por sesgo, es obtenido directamente por la proporción de réplicas Bootstrap menores que el estimador  $\hat{\theta}$  en la muestra original, e indica el sesgo de la mediana de  $\hat{\theta}^*$ , es decir su sesgo con respecto al valor de  $\hat{\theta}$  en unidades estandarizadas. En el caso especial que  $\hat{z}_0 = 0$  (estimador insesgado) y  $\hat{a} = 0$  (varianza de estimador constante)

entonces el intervalo de confianza BCA se reduce al intervalo de confianza por el método de percentiles.

Las propiedades asintóticas de los intervalos Bootstrap han sido bien establecidas por distintos autores -entre ellos Efron-. En este aspecto el método BCA es superior al método percentil cuando el tamaño de la muestra es elevado.

---

## CAPÍTULO 5

---

# Metodologia

En el siguiente capítulo se explicarán el modelo econométrico utilizado y los datos empleados en esta investigación.

### 5.1. Modelo Econométrico

Para llevar adelante el análisis de la relación existente entre la telefonía fija y la móvil, se ha optado por utilizar un modelo en dos etapas. Esta elección se debió a que el gasto de un hogar en telefonía se da de forma secuencial: en un primer momento, los hogares deciden acceder al servicio, y después de tomada esa decisión, recién deciden cuanto gastarán en el mismo. Esta secuencia de decisiones, plantea uno de los mayores problemas econométricos a los que se enfrentaron estos investigadores: la variable gasto en telefonía fija o móvil sólo toma valores positivos en el caso en que el hogar posea un teléfono fijo o móvil, respectivamente. Por consiguiente, las variables de gasto en servicios telefónicos son variables censuradas, con un punto de censura en cero. Dentro de los modelos en dos etapas, se ha optado por el Modelo de Selección Doble debido a que la censura se presenta en las dos variables de estudio, y además, se presume, que la decisión de acceder a uno u otro servicio se da simultáneamente.

A continuación se presentarán las dos etapas del modelo. En la primera, se analizarán los determinantes del acceso a los servicios de telefonía, además de estimarse las variables necesarias para la corrección del sesgo de selección. En la segunda etapa, se estimará la participación del gasto en los servicios telefónicos, corrigiendo el sesgo de selección a través de la inclusión de las variables estimadas en la primera etapa. A partir de los datos obtenidos en esta segunda etapa, se obtendrá la elasticidad

dad cruzad para determinar la relación existente entre los servicios de telefonía móvil y fija.

### Primera Etapa: Acceso a los Servicios de Telefonía

Como fue expuesto anteriormente, en primer lugar se pretende determinar los factores que inciden sobre el hecho de acceder a la telefonía. Es decir, se trata de responder a cuestiones relativas a cuál es la probabilidad que tiene un hogar -con ciertas características económicas, socio-demográficas y geográficas- de suscribirse a un servicio telefónico. Dada la suposición de que las decisiones de acceso a los servicios se toman de forma conjunta, este objetivo se consigue a través de la formulación de un Modelo Probit Bivariado, del tipo:

$$\begin{cases} TF_i^* = X_{1i}B_1 + u_{1i} \\ TC_i^* = X_{2i}B_2 + u_{2i} \end{cases} \quad (5.1)$$

donde  $TF^*$  y  $TC^*$  son variables latentes o índices subjetivos de utilidad. Como fue mencionado anteriormente, las variables latentes representan la diferencia entre la utilidad generada por el consumo y el no consumo de determinado bien. En nuestro caso de estudio,  $TF^*$  y  $TC^*$  representarán la diferencia de utilidad entre el consumo y el no consumo de telefonía fija y móvil, respectivamente. Se define a  $X_1$  como la matriz de variables exógenas, explicativas de la diferencia en la utilidad de consumo y no consumo de la telefonía fija,  $B_1$  la matriz de los coeficientes desconocidos a estimar de dichas variables y  $u_1$  los residuos de dicha función. Se define  $X_2$ ,  $B_2$  y  $u_2$ , análogamente para la telefonía móvil. Dado que las variables  $TF^*$  y  $TC^*$  son inobservables, abstractas; se definen dos nuevas variables observables - $TF$  y  $TC$  que son una representación de las variables latentes-, de la siguiente manera:

$$TF_i = \begin{cases} 1 & \text{si } TF_i^* > 0, \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$TC_i = \begin{cases} 1 & \text{si } TC_i^* > 0, \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (5.3)$$

La nueva variable  $TF$  será 1 solo si la utilidad de consumir telefonía fija es mayor a la utilidad de no consumirla. En este tipo de modelos, se realiza la suposición que si un hogar se encuentra en la situación mencionada anteriormente, accederá al servicio. De la misma manera, el hogar decidirá no tener teléfono fijo cuando la utilidad que le genera el no consumo sea mayor a la utilidad generada por el consumo.

Por lo tanto, la variable  $TF$  será igual a uno cuando un hogar posea al menos un servicio de telefonía fija e igual a cero cuando no lo posea. De tal manera, se define la variable  $TF_i$  como la “Posesión de al menos un teléfono fijo por parte del hogar  $i$ ”. Con un razonamiento análogo, se define a  $TC_i$  como la “Posesión de al menos teléfono móvil por parte del hogar  $i$ ”, que será igual a 1 cuando el hogar esté suscripto a al menos un servicio de telefonía móvil y 0 cuando no lo esté. Luego de estimar las ecuaciones (5.2) y (5.3) a través de un Modelo Probit Bivariado, se calcularán los efectos marginales de las variables explicativas sobre las dependientes, con el fin de analizar el impacto de las primeras sobre el acceso a la telefonía fija y móvil. Así mismo, se estimará  $\rho$ , el coeficiente de correlación entre el acceso a ambos tipos de telefonía. Dicho coeficiente será analizado para determinar si el acceso a ambos servicios telefónicos se encuentran relacionados, y en caso de estarlo, cual es la dirección de dicho relacionamiento. A partir del modelo definido por (5.2) y (5.3), se delimitarán cuatro subgrupos  $G$  de la muestra, de la siguiente manera:

1.  $G_1$ : incluirán este grupo aquellos hogares que no posean teléfono fijo ni teléfono móvil ( $TF = 0, TC = 0$ ).
2.  $G_2$ : incluirán este grupo aquellos hogares que no posean teléfono fijo, pero que al menos uno de sus miembros posea teléfono móvil ( $TF = 0, TC = 1$ ).
3.  $G_3$ : incluirán este grupo aquellos hogares que posean teléfono fijo, pero ninguno de sus miembros posea teléfono móvil ( $TF = 1, TC = 0$ ).
4.  $G_4$ : incluirán este grupo aquellos hogares que posean tanto teléfono fijo como móvil ( $TF = 1, TC = 1$ ).

Una vez delimitados estos cuatro grupos, se estimarán las Inversas del Ratio de Mill,  $\lambda_{ij}$ , a través de la metodología explicitada en la Sección 4.2.5, las cuales serán incluidas en la estimación a realizarse en la segunda etapa, con el objetivo de corregir el sesgo de selección existente en el uso de los servicios telefónicos.

### Segunda Etapa: Uso de los Servicios de Telefonía

En esta etapa, se realizará la estimación del uso en los servicios telefónicos eligiéndose, para tal motivo, el modelo AIDS (Almost Ideal Demand System). El modelo AIDS, como fue expuesto en lo Sección 4.1.3, se enuncia como un sistema de ecuaciones de demanda, derivado a partir de una función de gasto que determina

el gasto mínimo necesario para alcanzar un nivel de utilidad específico, dados los precios. Dichas ecuaciones se representan en términos de la participación de cada bien en el gasto total realizado en los bienes incluidos en el sistema de demanda. De esta manera, el sistema de ecuaciones a estimar será:

$$w_{1i} = \alpha_1 + \beta_{1i} \ln\left(\frac{x}{P^L}\right) + \sum_{j=1}^n \gamma_{1j} \ln(p_j) + \zeta_{11}\hat{\lambda}_{31} + \zeta_{12}\hat{\lambda}_{32} + \zeta_{13}\hat{\lambda}_{41} + \zeta_{14}\hat{\lambda}_{42} + u_{1i} \quad (5.4)$$

$$w_{2i} = \alpha_2 + \beta_{2i} \ln\left(\frac{x}{P^l}\right) + \sum_{j=1}^n \gamma_{2j} \ln(p_j) + \zeta_{21}\hat{\lambda}_{21} + \zeta_{22}\hat{\lambda}_{22} + \zeta_{23}\hat{\lambda}_{41} + \zeta_{24}\hat{\lambda}_{42} + u_{2i} \quad (5.5)$$

siendo  $w_1$ , la participación del gasto en telefonía fija en el gasto total en telefonía,  $w_2$  la participación del gasto en telefonía móvil en el gasto total en telefonía,  $x$  el gasto total en telefonía,  $P^L$  el Índice de precios de Laspeyres y  $p_j$  el precio del bien  $j$  con  $j = 1, 2$ , siendo estos el precio de la telefonía fija y móvil, respectivamente. Se incluyen como regresores las estimaciones de las Inversas del Ratio de Mill,  $\hat{\lambda}_{ij}$ , que corrigen el sesgo de selección en el gasto de cada servicio. Para el uso de la telefonía fija, se incluyen los  $\hat{\lambda}_{ij}$  para los subgrupos 3 y 4, caracterizados por la posesión de al menos un teléfono fijo. Análogamente, los  $\hat{\lambda}_{ij}$  incluidos en la ecuación de uso de la telefonía móvil, son los correspondientes al grupo 2 y 4, caracterizados por la posesión de al menos un teléfono celular.

El sistema de ecuaciones conformado por (5.4) y (5.5) será estimado a través del procedimiento SUR. Se eligió este procedimiento debido a que aparentemente dichas ecuaciones no están relacionadas, no se encuentra una de las variables dependientes como regresor de la otra ecuación, pero se sospecha que los residuos de ambas ecuaciones están correlacionados; se cree que existen regresores que afectan a ambas variables dependientes, y que no han sido incluidos en las ecuaciones. En caso de que dicha sospecha no sea correcta, el procedimiento será igualmente válido, como fue expuesto en la Sección 4.3.1.

En esta etapa, surge el problema de que las  $\hat{\lambda}$  incluidas en las ecuaciones son estimaciones, no valores observados de una variable, razón por la cual si se estimará el modelo sin tomar en cuenta este problema, los estimadores resultantes no serían robustos. Es por ello, que se decidió utilizar en la estimación la técnica de remuestreo Bootstrap con 1.000 repeticiones, de manera de poder construir empíricamente la distribución del estimador, y obtener de esta manera estimadores robustos. Para realizar la estimación de los intervalos de confianza de los parámetros se utilizará el método corregido por sesgo acelerado, BCA, por ser el método más eficaz, como fue expuesto en la Sección 4.3.2.

A partir de dicha estimación serán calculadas las elasticidades precio propias y precio cruzada, siguiendo a Green y Alston (1990) [3], para determinar qué tipo de relacionamiento vincula al uso de la telefonía fija y móvil.

## 5.2. Datos

Los datos utilizados para la estimación del modelo fueron obtenidos de la Encuesta Nacional de Gastos e Ingresos de los Hogares (ENGIH), elaborada por el Instituto Nacional de Estadística (INE), para el periodo comprendido entre los meses de noviembre 2005 y octubre 2006; cuyo propósito principal fue elaborar una canasta actualizada para el Índice de Precios al Consumo. La población objetivo de la misma, es el conjunto de todos los hogares particulares residentes en el país, investigando tanto las características de las viviendas como de los miembros del hogar. Se considera hogar, “a un pequeño grupo de personas que comparten la misma vivienda, que juntan, total o parcialmente su ingreso y su riqueza y que consumen colectivamente ciertos tipos de bienes y servicios, sobre todo los relativos a la alimentación y el alojamiento”<sup>1</sup>.

En el presente trabajo se utiliza información semiagregada, es decir, se utiliza como unidad de estudio al hogar. Los dos servicios estudiados tienen un comportamiento muy distinto en lo que refiere a la agregación correcta para su análisis. Por un lado, el teléfono fijo es de uso del hogar, mientras que el teléfono celular es de uso personal, de cada miembro del hogar. Si se utilizara la información de forma desagregada, se podría calcular el gasto promedio de cada individuo en telefonía fija, pero no se podría determinar la decisión de cada miembro del hogar con respecto al acceso a la misma. Sin embargo, utilizando datos semiagregados, el consumo del hogar en telefonía móvil es la suma del consumo de cada miembro del mismo, y en lo que refiere al acceso, se puede determinar si algún miembro del hogar decidió acceder al servicio móvil. Por lo expuesto anteriormente, es que se consideró que la mejor opción es la utilización del hogar como unidad de estudio. Las variables utilizadas en la estimación del modelo Provit Bivariado fueron las siguientes:

---

<sup>1</sup>ENIGH 2005-2006

Figura 5.1: Descripción de Variables Modelo Provit Bivariado

Nombre de la variable	Descripción
TF	El hogar posee al menos un Teléfono Fijo 0-No, 1-Si.
TC	El hogar posee al menos un Teléfono Móvil 0-No, 1-Si.
Ln_yds	Logaritmo del ingreso disponible per cápita, sin valor locativo.
Dpto_1	El hogar pertenece a Montevideo con respecto pertenecer al Interior del país.
Prop_2	Ser Inquilino con respecto a ser propietario.
Prop_3	Ser ocupante o propietario únicamente de la vivienda, con respecto a ser propietario
Comp_1	El hogar posee computadora.
Intd_1	El hogar posee conexión a internet por vía discado.
Intc_1	El hogar posee conexión a internet por contrato mensual.
Act_hogar	Algún miembro del hogar realiza dentro de la vivienda alguna actividad Comercial, artesanal, industrial o de servicios?0-No 1-Si
Mh	Cantidad de Miembros del hogar
Sjh	Sexo del jefe del hogar: 0-Hombre, 1-Mujer.
Edad	Edad del jefe del hogar.
Edad2	Edad del jefe del hogar al cuadrado.
Edum	Educación máxima alcanzada por el jefe del hogar: 1-Primaria Completa 2-Secundaria Incompleta 3-Secundaria Completa 4-Técnico (Magisterio, Militares, etc.) 5-Universidad.
Edum2	Educación máxima alcanzado por el jefe de hogar al cuadrado.

Quedando las ecuaciones definidas de la siguiente manera:

Figura 5.2: Ecuaciones Modelo Probit Bivariado

Variable Dependiente	TF	TC
Variables Explicativas	Dpto_1	Dpto_1
	Prop_2	Prop_2
	Prop_3	Prop_3
	Comp_1	Comp_1
	Intd_1	Mh
	Intc_1	Sjh
	Act_hogar	Edad
	Mh	Edum
	Sjh	Ln_yds
	Edad	Ln_yds
	Edad2	
	Edum	
	Ln_yds	

Las variables empleadas en la segunda etapa, fueron las siguientes:

Figura 5.3: Descripción de Variables Modelo SUR

Nombre de la variable	Descripción
$w_1$	Participación del Gasto en Telefonía Fija en el Gasto en Telefonía Total.
$w_2$	Participación del Gasto en Telefonía Móvil en el Gasto en Telefonía Total.
$\ln\_PF$	Logaritmo del Precio de la Telefonía Fija.
$\ln\_PC$	Logaritmo del Precio de la Telefonía Móvil.
$\ln\_ (x / P^L)$	Logaritmo del Cociente entre el GastoTotal en Telefonía y el Índice de Laspeyres.

Quedando las ecuaciones definidas de la siguiente manera:

Figura 5.4: Ecuaciones Modelo Probit Bivariado

Variable Dependiente	$w_1$	$w_2$
Variables Explicativas	$\ln\_PF$	$\ln\_PF$
	$\ln\_PC$	$\ln\_PC$
	$\ln\_ (x / P^L)$	$\ln\_ (x / P^L)$

---

---

## CAPÍTULO 6

---

# Análisis Descriptivo de la Muestra

En el presente capítulo, se presentará el análisis de cuadros y tablas, de elaboración propia, realizados a partir de los datos proporcionados por la ENIGH 2005–2006.

### 6.1. Acceso y Uso según Decil de Ingreso

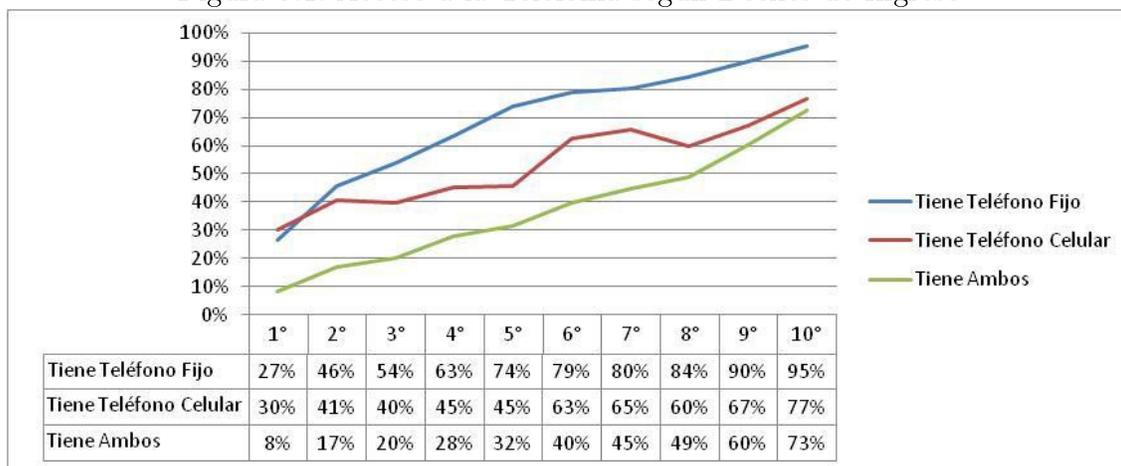
#### 6.1.1. Acceso

Los datos de la muestra revelan, que existe una alta penetración de la telefonía fija alcanzando al 69 % de los hogares, a su vez, el 51 % de los mismos tiene acceso a por lo menos un celular, mientras que sólo el 37 % accede a ambos servicios conjuntamente. A priori, se observa que la penetración de la telefonía fija es muy alta, y que supera de manera significativa a la de la telefonía móvil. Sin embargo, el porcentaje de hogares que posee teléfono celular es muy elevado, considerando el poco tiempo que ha transcurrido desde su aparición, lo que evidencia la rápida inserción de dicho servicio en el mercado. Así mismo, se puede observar, que existe una gran diferencia en la cantidad de hogares que acceden únicamente a un servicio respecto a los que acceden a ambos.

Como se observa en la Figura (6.1), existe una relación directa entre el nivel de ingreso de los hogares y el acceso a la telefonía en general, es decir, que a mayor nivel de ingreso, mayor es la proporción de hogares que acceden a la telefonía. En lo que refiere a la telefonía fija, se evidencia una diferencia importante entre el acceso

observado en el primer decil – del 27 % – respecto al que se observa en el último decil – 95 % –, donde la penetración es prácticamente total. La mediana, que se alcanza recién en el séptimo decil, muestra que el 50 % de los hogares que acceden al teléfono fijo se encuentran ubicados en los últimos cuatro deciles, reflejando cierta asimetría en el acceso. Dicha asimetría, se profundiza en los primeros cinco deciles, denotando que para niveles bajos de ingreso, el hecho de pasar de un decil al siguiente repercute fuertemente en la decisión de tenencia de teléfono fijo. Al considerar los últimos cinco deciles, no se observa una diferencia de tal magnitud en el acceso interdecil, debido al alto nivel de penetración.

Figura 6.1: Acceso a la Telefonía según Deciles de Ingreso



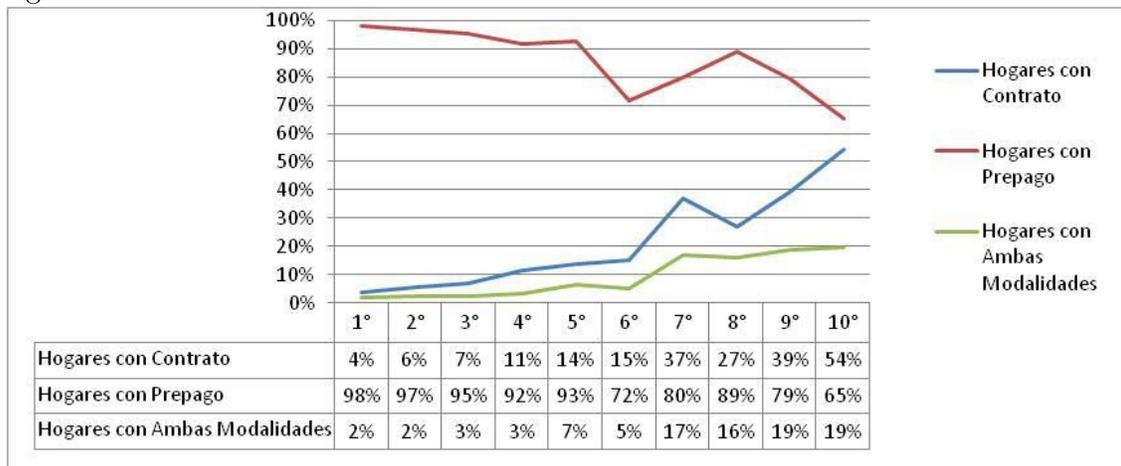
Con respecto a la telefonía celular, el rango de variación entre el primer y último decil es de 47 % , bastante menor al de telefonía fija que alcanza el 68 % ; su mediana también es menor, ubicándose en el sexto decil, lo que refleja una menor asimetría. En lo que refiere a la diferencia entre el acceso al teléfono móvil y al teléfono fijo, no se observa al interior de los primeros dos deciles prácticamente diferencia, mientras que sí se evidencia en los dos deciles de mayores ingresos. Por otro lado, la penetración de la telefonía fija dentro de cada decil, es mayor a la de la móvil, salvo para lo hogares más pobres.

Si se observa la decisión de acceso conjunto a ambos servicios, resalta el hecho de que sólo el 8 % de los hogares del primer decil tiene acceso conjunto. Es destacable también, que recién a partir del noveno decil, el 50 % de los hogares tienen

acceso a ambos servicios. Surge del análisis de los datos, que a mayor nivel de ingresos menor es la diferencia entre la proporción de hogares que acceden a telefono celular respecto a los que acceden a ambos servicios. En el primer decil, el 85 % de los hogares que tienen celular no tienen ambos servicios, mientras que para el último decil este guarismo disminuye al 5 % .

Observando al interior de la telefonía móvil, se aprecia que entre los hogares que tienen teléfono celular, predominan aquellos con al menos un servicio con modalidad prepago, representando el 86 % de los mismos. Se desprende de la Figura (6.2), que el ingreso tiene un efecto positivo en la decisión de elegir la modalidad de contrato frente a la modalidad prepago. Dicho efecto es de tal magnitud, que en el primer decil solo el 4 % de los hogares que acceden a la telefonía móvil, deciden poseer al menos un servicio postpago, mientras que el 98 % decide poseer al menos un servicio con modalidad prepago. En el otro extremo, el 65 % de los hogares del decil más alto, opta por poseer al menos un servicio de modalidad postpago, mientras que el 54 % opta por el prepago. Por otro lado, se observa en todos los deciles de ingreso, una proporción muy baja de hogares que eligen ambas modalidades simultáneamente.

Figura 6.2: Acceso a las Diferentes Modalidades de Telefonía Móvil según deciles de Ingreso



Analizando el rango de variación de la frecuencia de acceso a las tres opciones – acceder a por lo menos un servicio prepago, a por lo menos un servicio postpago, o a ambos servicios simultáneamente –, se encuentran, rangos de 33 %, 50 %

y 17% respectivamente, que reflejan mayor variabilidad en la proporción de hogares que eligen un servicio postpago entre los distintos deciles de ingreso, frente a los que eligen la modalidad prepago. A partir de los datos sobre la mediana, primer y tercer cuartil, expuestos en la Figura(6.3), se desprende que la modalidad prepago tiene una distribución de frecuencias bastante simétrica, mientras que las otras opciones se concentran en los hogares con mayor ingreso.

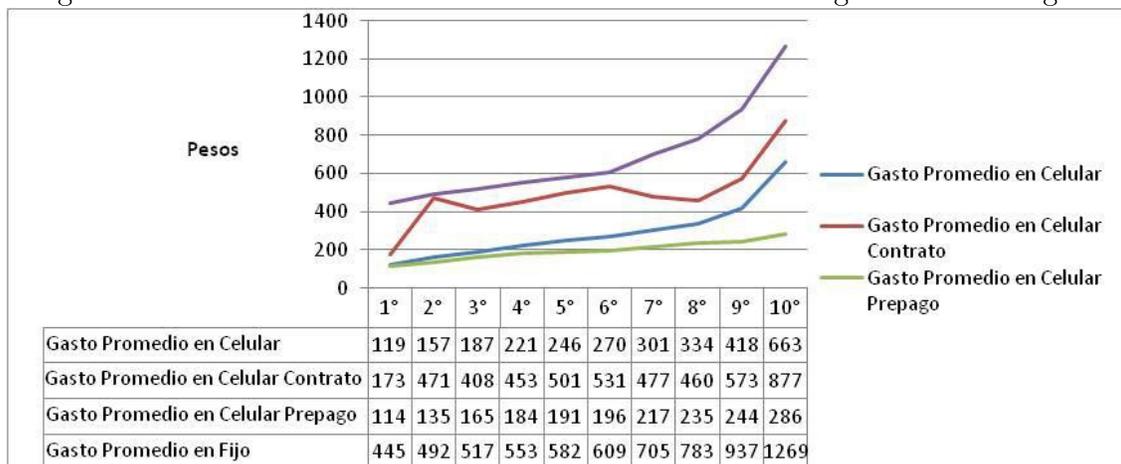
Figura 6.3: Estadísticos Descriptivos de la Modalidad Elegida según Decil de Ingreso

	Contrato	Prepago	Ambas modalidades
Rango	50%	33%	17%
P <sub>0,5</sub>	8°	5°	8°
P <sub>0,25</sub>	6°	3°	7°
P <sub>0,75</sub>	9°	8°	9°

### 6.1.2. Uso

La siguiente Figura (6.4), muestra el gasto promedio que realizan los hogares, luego de haber decidido acceder a los correspondientes servicios de telefonía. Como se aprecia en dicha figura, a medida que aumenta el nivel de ingreso de los hogares, aumenta también el gasto que realizan en todos los servicios telefónicos, por otro lado, se observa que el gasto en telefonía fija es siempre mayor al de telefonía móvil – en cualquiera de sus modalidades – para cualquier nivel de ingreso.

Figura 6.4: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Decil de Ingreso



A su vez, dentro de la telefonía móvil, se encuentra mayor gasto promedio en postpago que en prepago, para todos los niveles de ingresos. Dado que los precios para la modalidad prepago son mayores a los de postpago, se puede concluir que quienes optan por un servicio prepago consumen menos minutos de telefonía celular. Como se puede observar, la telefonía fija es la que posee el mayor rango –\$824 - , seguida por la modalidad contrato - \$704 –; con respecto a la distribución de frecuencia del gasto, todos los servicios se comportan de manera similar para los hogares de menores y mayores ingresos, mostrando mayor concentración del gasto en estos últimos. Sin embargo, para los hogares de ingreso medio se encuentra, en el caso del prepago, mayor concentración en los de ingreso medio-bajo, a diferencia de telefonía fija y contrato, donde la concentración se da en los de ingreso medio-alto.

Figura 6.5: Estadísticos descriptivos del Gasto por Decil de Ingreso

	Fijo	Total Celular	Contrato	Prepago
Rango	824	544	704	172
P <sub>0,5</sub>	7°	7°	6°	5°
P <sub>0,25</sub>	4°	5°	4°	4°
P <sub>0,75</sub>	9°	9°	9°	9°

## 6.2. Acceso y Uso según Características Socio – Demográficas

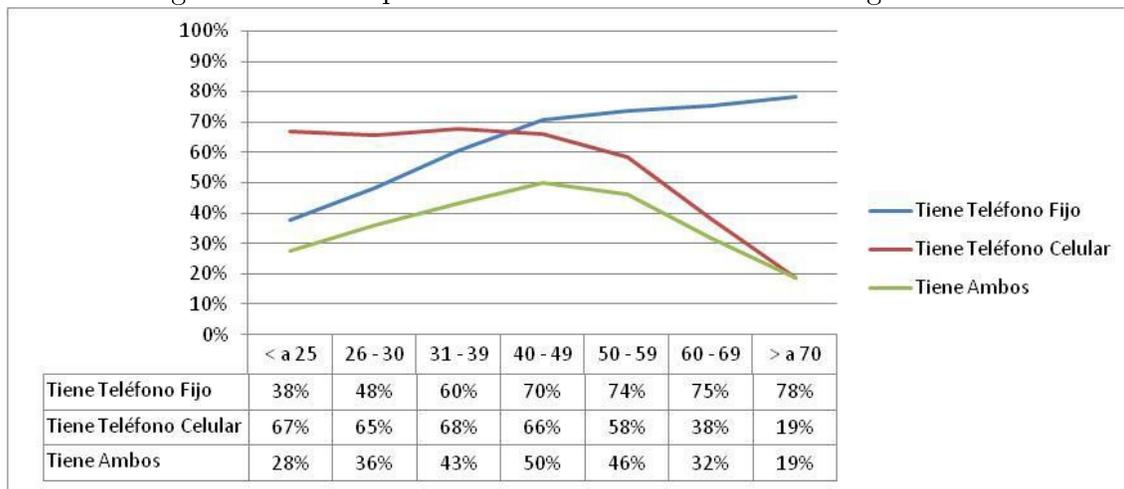
### 6.2.1. Edad

#### Acceso

Como puede apreciarse en la Figura (6.6), a medida que aumenta la edad del jefe de hogar, aumenta el acceso a la telefonía fija, mostrando una fuerte tendencia creciente en los hogares con jefe de hogar menor a 50 años, y una tasa de crecimiento más moderada en los hogares cuyo jefe supera los 50 años. Respecto a la telefonía celular, se observa una tasa de crecimiento aproximadamente cero, para los hogares cuyo jefe es menor a 50 años, y una tasa fuertemente negativa en el resto de los

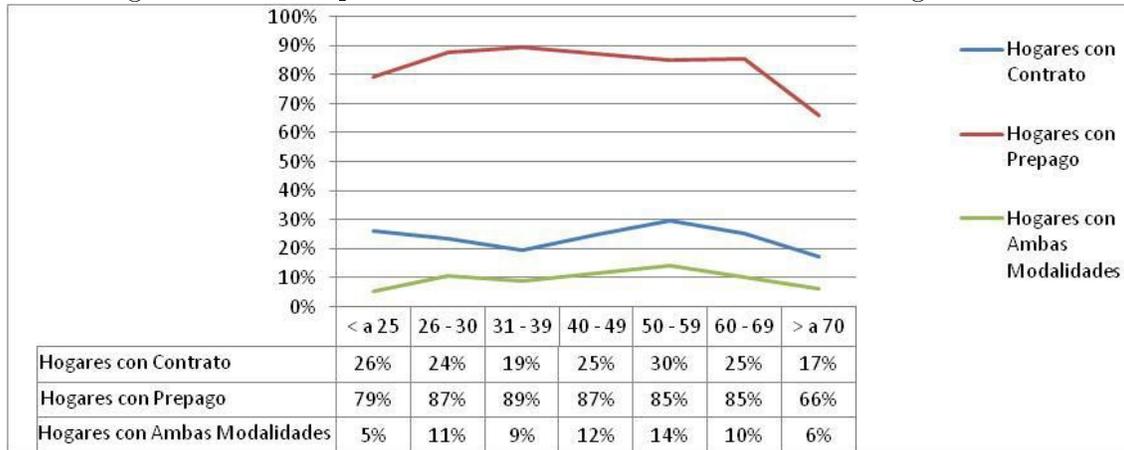
hogares. La tenencia de ambos servicios, muestra la combinación de las dos tendencias expuestas anteriormente: en una primera etapa, sigue con cierto rezago la tasa de crecimiento de la telefonía fija, para luego caer como lo hace el acceso a la telefonía celular. El porcentaje de acceso a la telefonía celular, es muy superior al de la telefonía fija en las franjas etarias en que el jefe de hogar es menor a 40 años, distancia que se va acortando hasta que a partir de los 40 años se revierte la situación. En el grupo de menor edad, el 67% de los hogares posee teléfono celular, mientras que tan sólo el 38% accede al teléfono fijo; en el otro extremo, en el grupo de mayor edad, solamente el 19% accede a la telefonía celular, y el 78% posee teléfono fijo.

Figura 6.6: Suscripción a los Servicios de Telefonía según Edad



Por otro lado, como se observa en la Figura (6.7), una vez que se ha optado por acceder a la telefonía móvil, se elige en mayor proporción la modalidad prepago, para todas las franjas etarias. Destacándose además, el hecho de que en las franjas menores a 25 años, y entorno a los 50 años, es donde se encuentra la mayor proporción de hogares que acceden a la modalidad postpago.

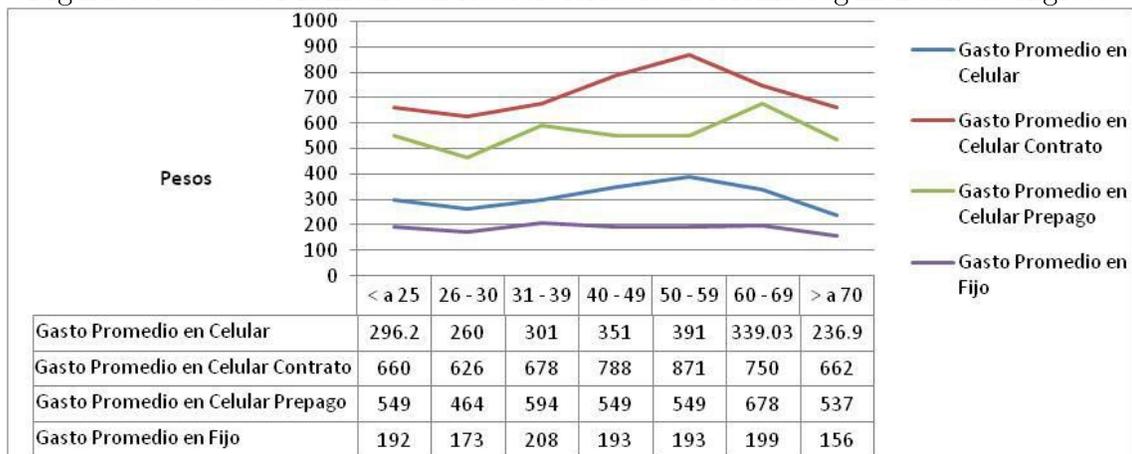
Figura 6.7: Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Edad



## Uso

En lo que refiere al gasto en servicios de telefonía, una vez que se ha accedido a los mismos, es destacable que el gasto en consumo de las franjas etarias más jóvenes y de las mayores es similar, para cada servicio respectivamente; y a su vez dichos puntos son de mínimo consumo, registrándose el máximo consumo en las franjas etarias medias -Figura (6.8)-.

Figura 6.8: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Decil de Ingreso

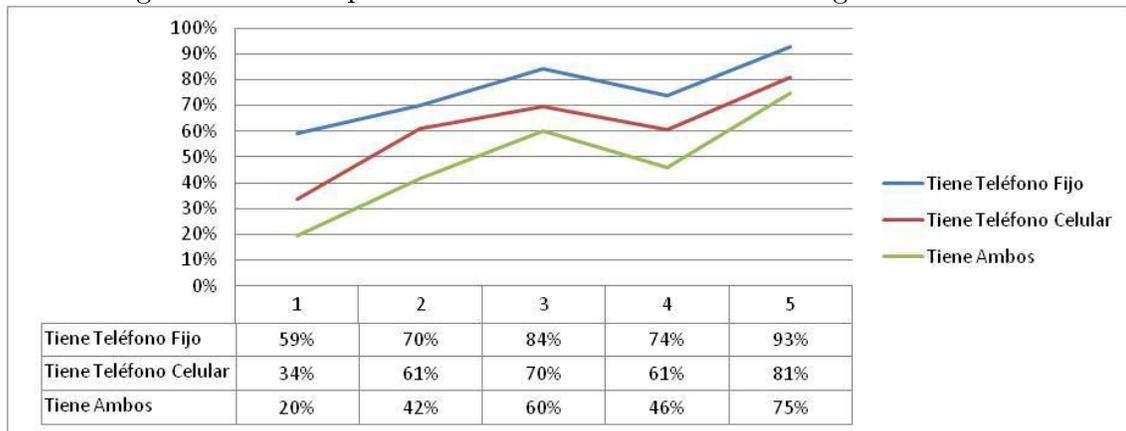


## 6.2.2. Educación

### Acceso

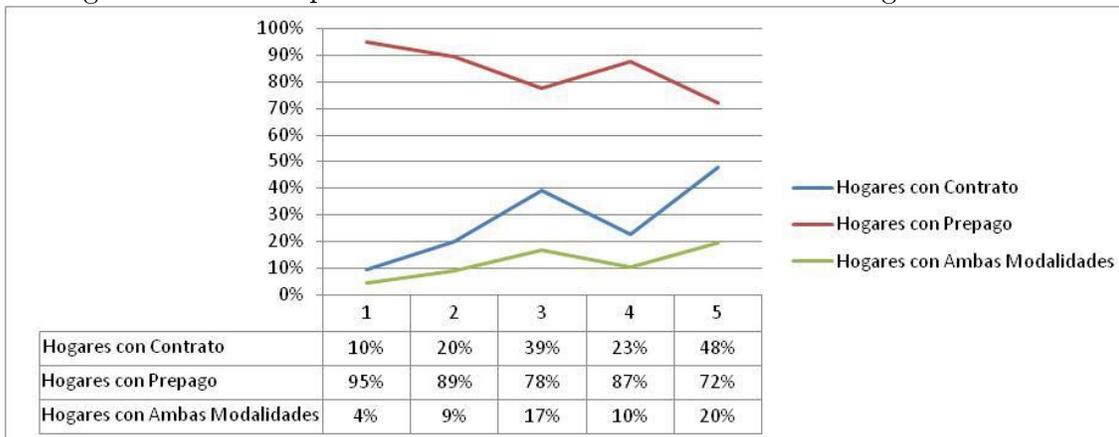
Al observar la Figura (6.9), se puede apreciar como existe una relación directa entre el nivel educativo máximo alcanzado por el jefe de hogar, y el porcentaje de acceso de cada grupo, exceptuando al grupo conformado por militares y maestros, en el cual se aprecia una caída de aproximadamente el 10 % respecto al grupo que posee secundaria completa, para todos los tipos de telefonía. Se destaca el hecho de que para todo nivel de educación, el acceso a la telefonía fija es superior al de la telefonía celular. Resulta llamativo, el gran rango de variación en el porcentaje de acceso a la telefonía celular y fija, que se presenta entre el grupo conformado por los jefes de hogar que a lo sumo han aprobado primaria, y aquellos que han alcanzado el nivel terciario, cuyos valores son de 57 % y 35 %, respectivamente.

Figura 6.9: Suscripción a los Servicios de Telefonía según Educación



Si se discrimina por modalidad de servicio móvil, encontramos una tendencia decreciente del prepago y creciente del contrato a medida que se incrementa el nivel educativo; con la excepción, nuevamente, del grupo de maestros y militares, que se comporta como el grupo de secundaria incompleta -Figura (6.10)-.

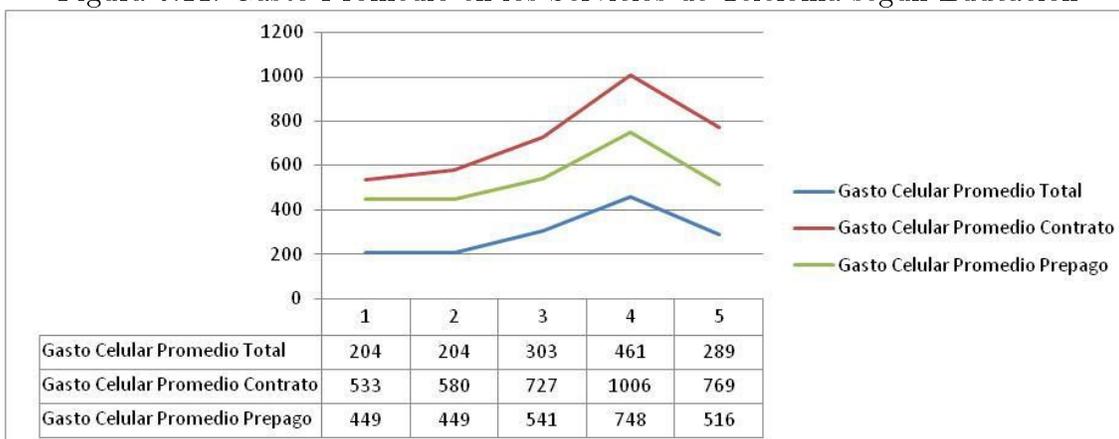
Figura 6.10: Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Educación



### Uso

El comportamiento con respecto al uso de los servicios telefónicos, presenta una tendencia similar a la observada en relación al acceso de los mismos, resultando llamativa la similitud entre las tasas de crecimiento entre los distintos grupos, para todo los tipos de telefonía, excepto para la modalidad prepago, como lo muestra la siguiente Figura:

Figura 6.11: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Educación

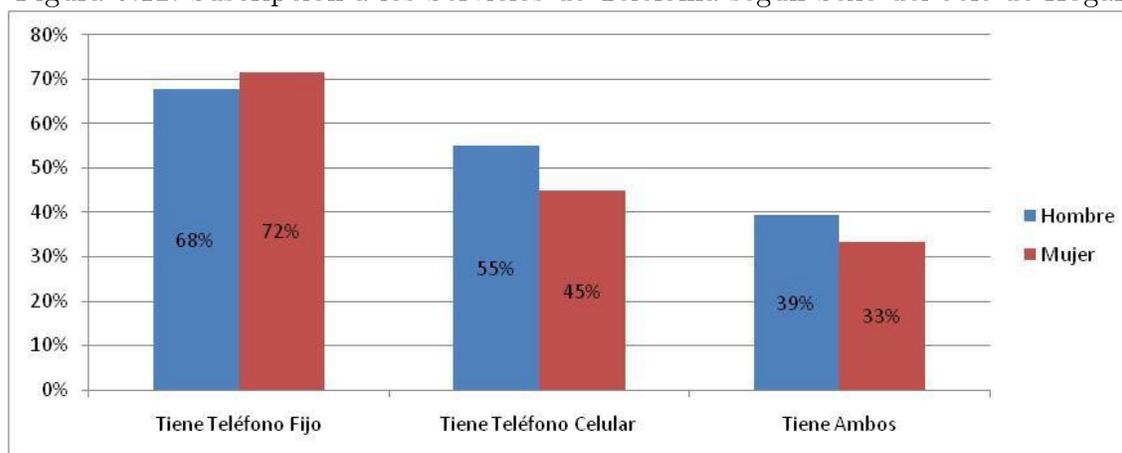


### 6.2.3. Sexo

#### Acceso

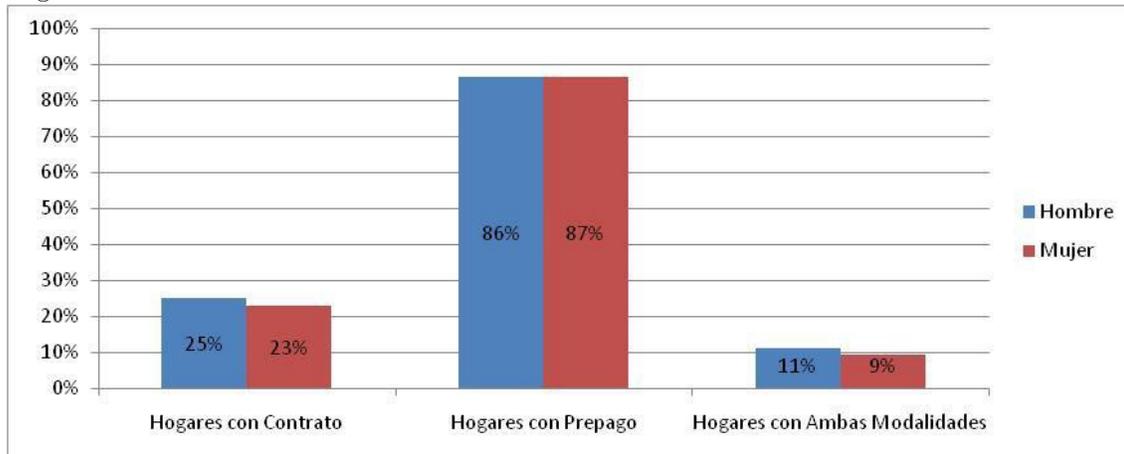
Con respecto al acceso discriminado por sexo del jefe de hogar, se encuentran leves diferencias en lo que refiere a cada servicio: los hogares cuyo jefe es un hombre, tienen mayor proporción de acceso a la telefonía celular y menor a la telefonía fija, que el grupo con jefa mujer.

Figura 6.12: Suscripción a los Servicios de Telefonía según Sexo del Jefe de Hogar



Resulta extremadamente llamativo, el comportamiento similar de los dos grupos en el acceso a cada modalidad de telefonía celular, observándose un nivel de acceso de aproximadamente 86 % y 24 % en la modalidad prepago y postpago, respectivamente.

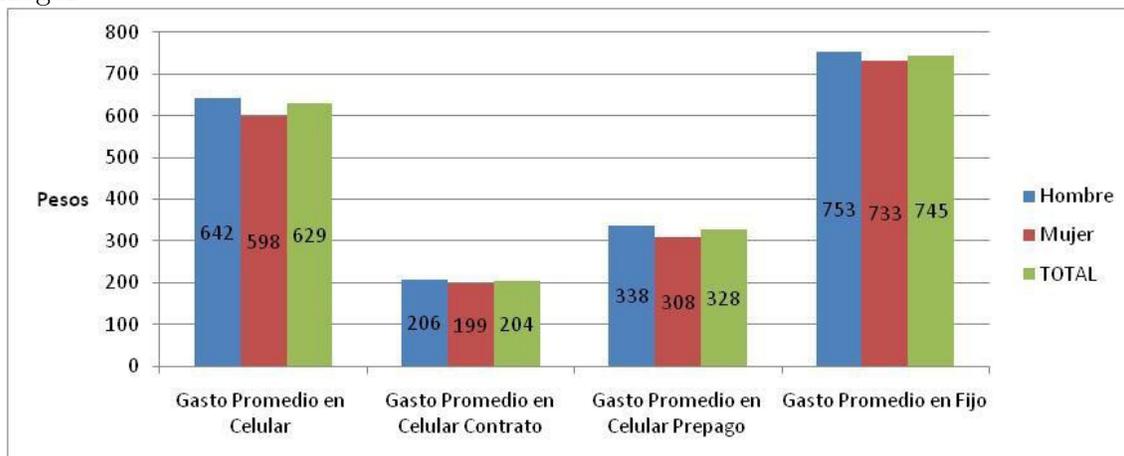
Figura 6.13: Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Sexo del Jefe de Hogar



## Uso

Como lo muestra la Figura (6.14), con respecto al gasto en consumo de los servicios telefónicos, la discriminación por sexo de la jefatura de hogar no es relevante, ya que el comportamiento es similar, para ambos tipos de hogares.

Figura 6.14: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Sexo del Jefe de Hogar

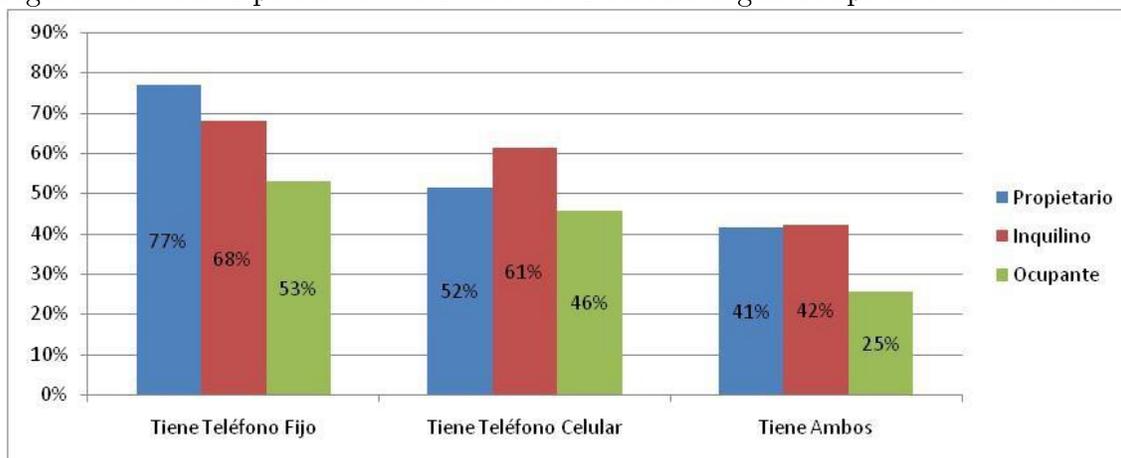


## 6.2.4. Propiedad de la Vivienda

### Acceso

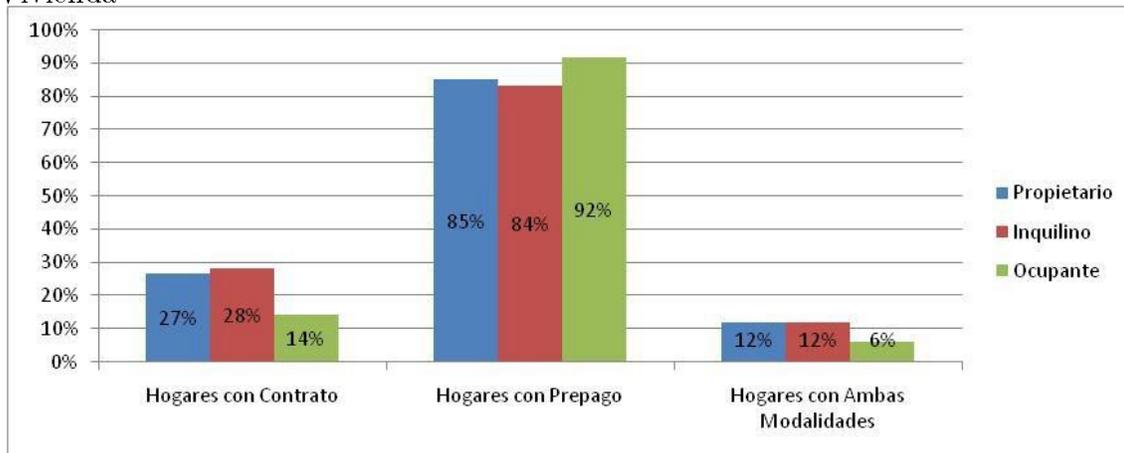
Si se analiza el acceso a los servicios de telefonía, según los miembros del hogar sean propietarios, inquilinos u, ocupantes y propietarios sólo de la vivienda, se encuentra que todos los grupos tienen mayor proporción de acceso a la telefonía fija que a la móvil, siendo los propietarios el grupo que predomina en el acceso a la telefonía fija, y los inquilinos quienes acceden en mayor porcentaje a la telefonía móvil.

Figura 6.15: Suscripción a los Servicios de Telefonía según Propiedad de la Vivienda



Tomando en cuenta la modalidad de servicio celular, se observa un comportamiento similar entre los grupos de propietarios e inquilinos, resaltando de la Figura(6.16), el comportamiento del grupo de ocupantes o propietarios sólo de la vivienda, que presenta la mayor proporción de acceso a la telefonía prepaga.

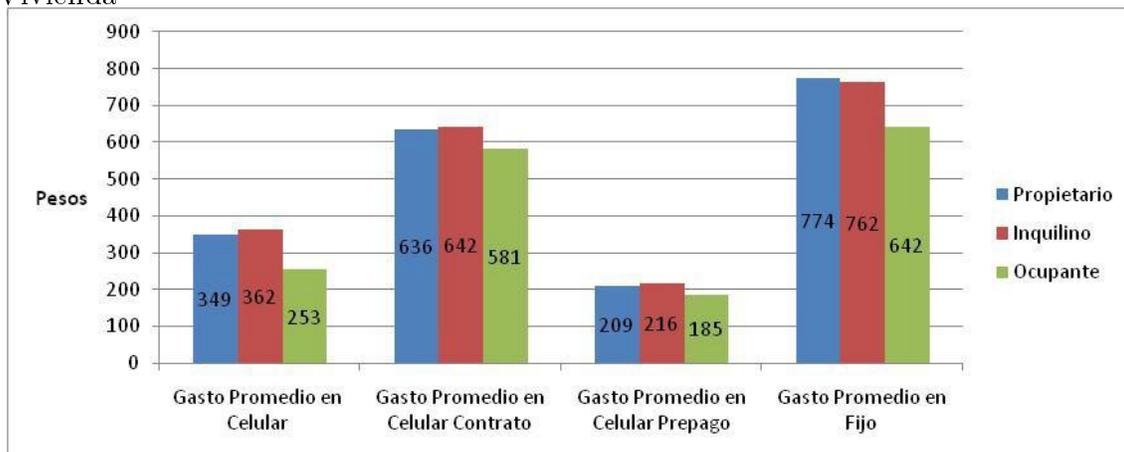
Figura 6.16: Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Propiedad de la Vivienda



## Uso

En lo que refiere al gasto, existe un comportamiento similar entre los grupos de inquilinos y propietarios, con la particularidad, que en los servicios de telefonía celular el gasto de los inquilinos es levemente mayor al de los propietarios, y viceversa en el caso de la telefonía fija. Los ocupantes, al igual que en el acceso, registran un nivel sensiblemente menor que el de los otros grupos.

Figura 6.17: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Propiedad de la Vivienda

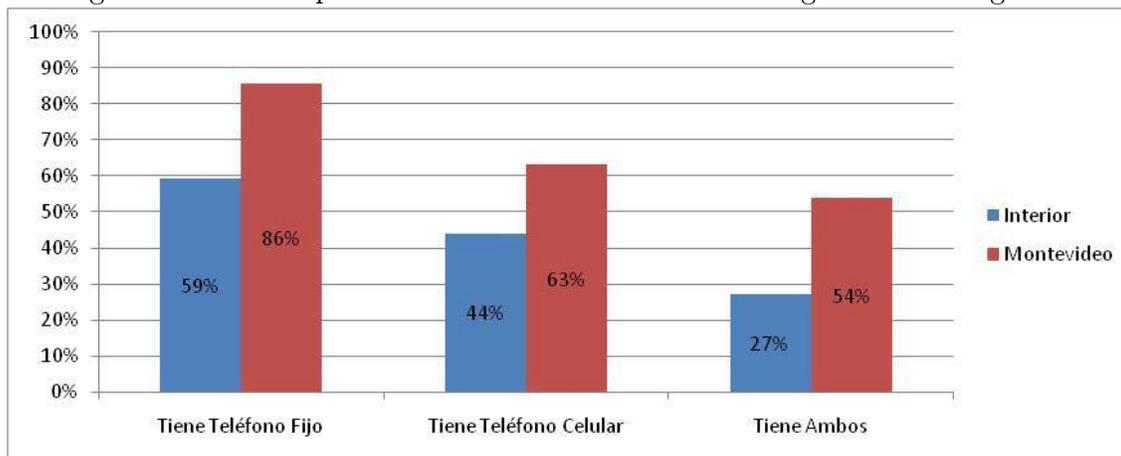


### 6.3. Acceso y Uso según Área Geográfica

#### Acceso

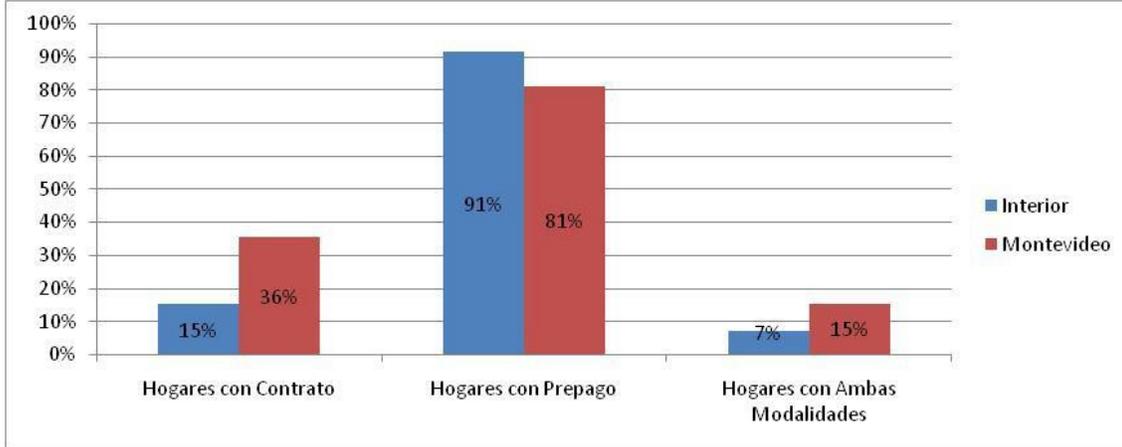
Si se observa el acceso a los servicios de telefonía, discriminando según si el hogar pertenece a un departamento del interior del país, o a Montevideo; se destaca que los hogares del segundo grupo, presentan una participación de más del 20 % superior a la que presenta el primer grupo, para todos los servicios.

Figura 6.18: Suscripción a los Servicios de Telefonía según Área Geográfica



Por otro lado, los hogares de Montevideo, una vez que deciden acceder a la telefonía celular, tienen una mayor predilección por la modalidad contrato en comparación con los hogares del interior.

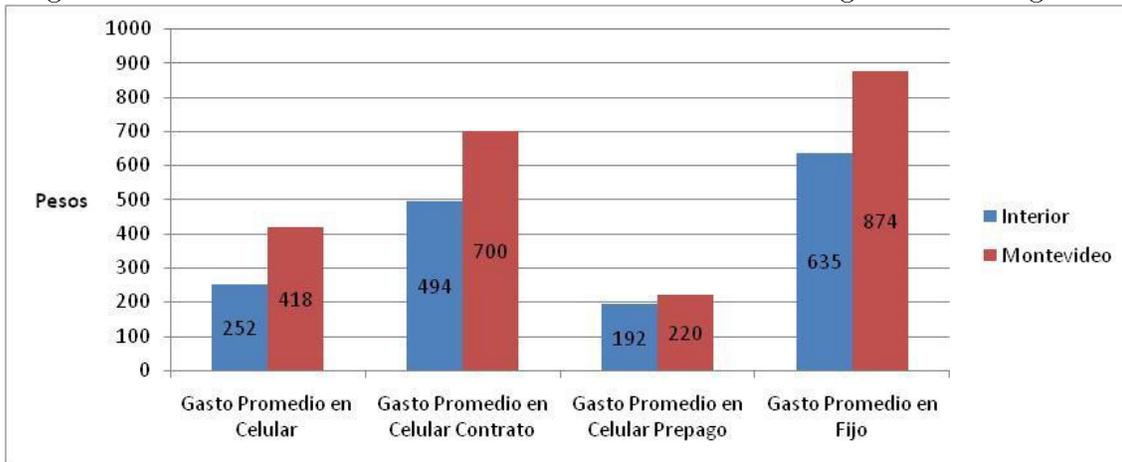
Figura 6.19: Suscripción a los Servicios de Telefonía Móvil según Área Geográfica



## Uso

Tanto los hogares de Montevideo como los del Interior, una vez que deciden hacer uso de la telefonía, realizan un gasto mayor en telefonía fija que en telefonía celular. En todos los servicios, los hogares pertenecientes a Montevideo, efectúan un gasto significativamente mayor al que tienen los hogares del Interior, salvo en el servicio prepago, donde la diferencia es menor.

Figura 6.20: Gasto Promedio en los Servicios de Telefonía según Área Geográfica



## 6.4. Correlaciones entre las variables

En la Figura (6.21) se muestran las correlaciones entre las distintas variables explicativas, el gasto y la tenencia (TF, TC) de los diferentes servicios telefónicos. Siendo, gastofijo el gasto en teléfono fijo, gastocel el gasto en teléfono celular, ccto gasto en modalidad contrato, y cpregasto el gasto en la modalidad prepago. En lo que refiere al acceso a los servicios telefónicos se aprecia, una correlación fuerte y positiva con el ingreso, principalmente con la tenencia de telefonía fija. Por otro lado, la edad se encuentra correlacionada de forma positiva con el acceso a la telefonía fija, y negativamente con el acceso a la telefonía celular. La educación del jefe de hogar, se relaciona positivamente con la suscripción a ambos servicios, aunque de manera más fuerte con la telefonía celular

Del siguiente cuadro se desprende que el ingreso está fuerte y positivamente correlacionado con el gasto en telefonía celular -principalmente con la modalidad contrato-, pero más aún con el gasto en telefonía fija. Por otro lado, con respecto a las variables socioeconómicas, se observa una muy fuerte correlación con: departamento, tener computadora, conectarse a internet -en sus dos modalidades-, el nivel educativo del jefe de hogar, y el número de miembros del hogar, siendo positiva la relación en todos los casos, menos en este último.

Con respecto al gasto en telefonía fija, se encuentra una muy fuerte correlación positiva con el ingreso per cápita. A su vez, también se relaciona de manera fuerte y positiva con: tener computadora, ser de Montevideo, el nivel educativo del jefe de hogar, y conectarse a internet; siendo todas estas variables que se correlacionan con el ingreso.

Si se analizan las correlaciones entre el gasto en celular y las variables socioeconómicas, se halla que: el ingreso, y todas las variables que son afectadas significativamente y positivamente por el mismo, tienen una correlación positiva y significativa con el gasto en celular, la que siempre es mayor con el gasto en la modalidad contrato. Si se hace referencia a la cantidad de miembros del hogar, se encuentra una correlación positiva, pero muy baja, que puede ser explicada por la existencia de dos fuerzas contrapuestas. Por un lado, a mayor cantidad de miembros del hogar, menor es el ingreso per cápita, y por otro lado, cuanto más grande el hogar se supone mayor es la influencia de la externalidad de red. A su vez, la edad del jefe de hogar se relaciona de forma muy leve y negativa con el gasto en celular, pero sobre todo con el gasto de los celulares prepago.

Por último, se observa una fuerte correlación positiva entre el gasto en teléfono fijo y teléfono celular, la que es explicada fundamentalmente por la vinculación entre el uso del teléfono fijo y el uso de la modalidad contrato.

Figura 6.21: Correlaciones entre las Variables Objeto de Estudio

	gastof~o gastocel	ccto	cpre	TF	TC	ln_yds
gastofijo	<b>1.0000</b>					
gastocel	<b>0.3895*</b>	<b>1.0000</b>				
ccto	<b>0.3499*</b>	<b>0.8793*</b>	<b>1.0000</b>			
cpre	<b>0.1787*</b>	<b>0.4935*</b>	<b>0.0197</b>	<b>1.0000</b>		
TF	<b>0.5787*</b>	<b>0.1191*</b>	<b>0.1257*</b>	<b>0.0205</b>	<b>1.0000</b>	
TC	<b>0.2457*</b>	<b>0.4804*</b>	<b>0.2545*</b>	<b>0.5437*</b>	<b>0.0745*</b>	<b>1.0000</b>
ln_yds	<b>0.5051*</b>	<b>0.3662*</b>	<b>0.3073*</b>	<b>0.2075*</b>	<b>0.4252*</b>	<b>0.2636*</b>
dpto	<b>0.3047*</b>	<b>0.2190*</b>	<b>0.1963*</b>	<b>0.1013*</b>	<b>0.2761*</b>	<b>0.1844*</b>
prop	<b>-0.2151*</b>	<b>-0.0649*</b>	<b>-0.0624*</b>	<b>-0.0222</b>	<b>-0.2668*</b>	<b>-0.0201</b>
comp	<b>0.4269*</b>	<b>0.3878*</b>	<b>0.3159*</b>	<b>0.2372*</b>	<b>0.2868*</b>	<b>0.3787*</b>
intd	<b>0.3237*</b>	<b>0.2149*</b>	<b>0.1734*</b>	<b>0.1345*</b>	<b>0.2265*</b>	<b>0.2298*</b>
intc	<b>0.3157*</b>	<b>0.3569*</b>	<b>0.3532*</b>	<b>0.1042*</b>	<b>0.1412*</b>	<b>0.1771*</b>
act	<b>-0.0336*</b>	<b>-0.0364*</b>	<b>-0.0289*</b>	<b>-0.0238*</b>	<b>-0.0483*</b>	<b>-0.0548*</b>
mh	<b>0.0263*</b>	<b>0.1350*</b>	<b>0.0645*</b>	<b>0.1656*</b>	<b>-0.0779*</b>	<b>0.2056*</b>
sjh	<b>0.0112</b>	<b>-0.0684*</b>	<b>-0.0443*</b>	<b>-0.0627*</b>	<b>0.0386*</b>	<b>-0.0982*</b>
edad	<b>0.1031*</b>	<b>-0.1538*</b>	<b>-0.0706*</b>	<b>-0.1941*</b>	<b>0.1984*</b>	<b>-0.3331*</b>
edum	<b>0.3433*</b>	<b>0.3098*</b>	<b>0.2566*</b>	<b>0.1819*</b>	<b>0.2308*</b>	<b>0.3120*</b>
	dpto	prop	comp	intd	intc	act
dpto	<b>1.0000</b>					
prop	<b>-0.0371*</b>	<b>1.0000</b>				
comp	<b>0.2690*</b>	<b>-0.1249*</b>	<b>1.0000</b>			
intd	<b>0.1925*</b>	<b>-0.0820*</b>	<b>0.5918*</b>	<b>1.0000</b>		
intc	<b>0.1882*</b>	<b>-0.0839*</b>	<b>0.3763*</b>	<b>-0.0633*</b>	<b>1.0000</b>	
act	<b>0.0328*</b>	<b>0.0328*</b>	<b>-0.0808*</b>	<b>-0.0281*</b>	<b>-0.0609*</b>	<b>1.0000</b>
mh	<b>-0.1046*</b>	<b>0.0389*</b>	<b>0.1015*</b>	<b>0.0184</b>	<b>0.0451*</b>	<b>-0.0600*</b>
sjh	<b>0.1572*</b>	<b>-0.0245*</b>	<b>-0.0461*</b>	<b>-0.0122</b>	<b>-0.0121</b>	<b>0.0074</b>
edad	<b>0.0455*</b>	<b>-0.2737*</b>	<b>-0.1830*</b>	<b>-0.1063*</b>	<b>-0.0272*</b>	<b>0.0532*</b>
edum	<b>0.3532*</b>	<b>-0.0847*</b>	<b>0.4463*</b>	<b>0.3227*</b>	<b>0.2644*</b>	<b>-0.0629*</b>
	sjh	edad	edum			
sjh	<b>1.0000</b>					
edad	<b>0.1260*</b>	<b>1.0000</b>				
edum	<b>0.0192</b>	<b>-0.2196*</b>	<b>1.0000</b>			

\* significativas al 5 %

## 6.5. A Modo de Síntesis

De los Cuadros y Gráficos expuestos anteriormente, se pueden extraer ciertas conclusiones generales respecto a la muestra objeto de estudio. A partir de los datos, se aprecia la gran penetración que tienen ambos servicios en el mercado, destacándose el hecho de que dentro del servicio celular, la modalidad prepago es la que más fuertemente se ha insertado en todos los estratos de la población; razón por la cual se observa un comportamiento muy estable de la misma a lo largo de todos

los estratos. Además, se observa mayor gasto en telefonía fija que celular para todos los estratos planteados, lo que podría estar relacionado con la reciente inserción del celular en el mercado, frente a una etapa más madura de la telefonía fija. A su vez, resulta evidente la fuerte incidencia que tiene el ingreso en la decisión de acceso y uso de los distintos tipos de servicios telefónicos, y en la decisión de la modalidad del servicio celular, siendo más preponderante el postpago en los estratos de mayores ingresos. Por otro lado, la distribución geográfica resulta ser claramente un factor que afecta estas decisiones. Con respecto a las variables socio-demográficas, todas ellas – excepto el sexo del jefe de hogar – influyen en las decisiones de suscripción y gasto.

---

---

## CAPÍTULO 7

---

# Análisis de las Estimaciones

En el presente capítulo se analizarán, en una primera instancia, los resultados obtenidos a partir de la estimación del modelo de acceso potencial a la telefonía – Modelo Probit Bivariante<sup>1</sup> –. Para tal cometido, se estudiarán los signos y la significación de los coeficientes estimados a través del modelo, para luego analizar los efectos marginales de las distintas variables. Posteriormente, se examinarán los resultados de la estimación conjunta del uso de ambos servicios telefónicos – que se realizó a través de del método SUR –, calculando las correspondientes elasticidades precio propias y cruzada. Es necesario aclarar que todos los análisis de significación y pruebas de hipótesis se realizaron a un nivel de significación del 5%.

### 7.1. Análisis del Acceso a la Telefonía

#### 7.1.1. El Modelo Conjunto

El modelo resulta ser significativo en su conjunto, dado que el estadístico de Wald es significativo. Como medida de bondad de ajuste, se calculo el Índice de Razón de Verosimilitud – Pseudo  $R^2$  de McFadden – obteniéndose un valor de 0.27, lo que muestra que el modelo planteado tiene un gran valor explicativo – no olvidar que este estadístico adopta siempre valores muy inferiores al  $R^2$  habitual –. Por otro lado, el test de Razón de Verosimilitud para testear la hipótesis  $\rho = 0$ , resulta ser significativo, por lo tanto, se puede afirmar que existe correlación entre las dos regresiones, mostrándose que la elección de estimación conjunta de ambas

---

<sup>1</sup>Ver Anexo, Tabla B.1 y B.2

ecuaciones fue correcta, ya que la decisión de acceso a ambos servicios se determina simultáneamente.

### 7.1.2. Acceso a los Servicios de Telefonía

Analizando los coeficientes estimados para el modelo de acceso a la telefonía fija, se observa que todos ellos resultan ser significativos, salvo por el sexo del jefe de hogar. El valor de los coeficientes estimados de un probit bivariante no tiene interpretación directa, pero su signo sí la tiene. Considerando el signo de las estimaciones, se observa que las siguientes variables afectan positivamente la probabilidad de que un hogar acceda a la telefonía fija:

- Ser de Montevideo.
- Poseer computadora.
- Poseer acceso a internet -ya sea por discado o contrato-.
- Realizar una actividad laboral dentro del hogar.
- La cantidad de miembros del hogar.
- El nivel educativo máximo alcanzado por el jefe de hogar.
- El ingreso per cápita del hogar.
- La edad del jefe de hogar, pero a partir de cierto umbral, dicha influencia es cada vez menor -ver signo Edad2-.

Por otro lado, el hecho de ser inquilino u ocupante afecta negativamente la probabilidad de suscripción a la telefonía fija, con respecto a ser propietario.

Si se examinan las estimaciones obtenidas para el acceso a la telefonía celular, se observa que todas las variables resultan ser significativas, salvo por el hecho de ser inquilino respecto a ser propietario de la vivienda. Las siguientes variables afectan positivamente a la probabilidad de que el hogar acceda a la telefonía celular:

- Ser de Montevideo.
- Poseer computadora.

- La cantidad de miembros del hogar.
- El nivel educativo máximo alcanzado por el jefe de hogar.
- El ingreso per cápita del hogar.

Por otra parte, existen otras variables que afectan negativamente dicha probabilidad:

- Ser Mujer.
- La edad del jefe de hogar.
- Ser ocupante respecto a ser propietario.

Finalmente, se analizan los efectos marginales de las variables sobre ambas ecuaciones, discriminando de acuerdo a los valores que adoptan las variables dependientes. De esta manera, se estimaron los efectos sobre la probabilidad de que un hogar: acceda a ambos servicios, no acceda a ninguno, sólo acceda a uno de ellos, acceda a la telefonía fija dado que ya accedió a la celular, y viceversa. El siguiente cuadro presenta los efectos marginales obtenidos para cada caso:

Figura 7.1: Efectos Marginales del Modelo Probit Bivariado

Variable	P(TF=1,TC=1)	P(TF=0,TC=0)	P(TF=1,TC=0)	P(TF=0,TC=1)	P(TF=1 TC=1)	P(TC=1 TF=1)
Depto	0.16	-0.07	*	-0.07	0.16	0.11
Prop_2	-0.11	0.08	-0.09	0.12	-0.22	*
Prop_3	-0.11	0.06	*	0.07	-0.15	-0.06
Comp_1	0.25	-0.06	-0.16	*	0.11	0.24
Intd_1	0.15	-0.09	0.09	-0.15	0.28	0.03
Intc_1	0.09	-0.06	0.06	-0.09	0.18	0.02
Realiz~t	0.03	-0.02	0.02	-0.03	0.06	0.007
Mh	0.09	-0.03	-0.06	*	0.04	0.09
Edad	*	-0.003	0.01	-0.01	0.01	-0.009
Edad2	-0.00004	0.00003	-0.00003	0.00004	-0.00008	-7.85e-06
Sjh_1	*	*	0.04	-0.02	*	-0.04
Edum	*	*	-0.07	*	*	0.08
Edum2	*	*	0.009	*	*	*
Ln_yds	0.27	-0.10	-0.11	-0.06	0.20	0.23

Como se puede observar en el cuadro anterior, ser de Montevideo aumenta la probabilidad de acceder a la telefonía en general; salvo en el caso en que el hogar no tenga teléfono fijo, pero sí celular; lo que podría evidenciar mayor nivel de penetración de telefonía fija en Montevideo que en el interior. Si un hogar tiene teléfono fijo, el hecho de ser inquilino o propietario no influye en la probabilidad de acceder al otro servicio. Pero ser inquilino u ocupante, afecta negativamente la probabilidad de acceder a un teléfono fijo – respecto a ser propietario –.

Tener computadora incrementa en 0.25 la probabilidad de tener ambos servicios y en 0.24 la de acceder al celular dado que el hogar ya tiene un teléfono fijo; de alguna manera, se puede interpretar que si el hogar posee ingresos suficientes como para tener una computadora, es muy probable que acceda a ambos servicios telefónicos. Debido a que para tener internet discado, es imprescindible tener acceso a la telefonía fija y a una computadora, consideramos que el resultado más relevante es que afecta mínimamente (0.03) la probabilidad de acceder a un celular dado que el hogar tiene teléfono fijo. Se observa, en todos los casos, un comportamiento muy similar, aunque menor, entre el efecto que produce tener internet contrato que tener internet discado.

Realizar actividades económicas en el hogar, influye positivamente, aunque de manera muy leve, en la probabilidad de acceder a un teléfono fijo.

La cantidad de miembros del hogar afecta positivamente la probabilidad de acceder a la telefonía móvil, efecto coherente con el hecho de que el celular es un servicio de uso personal y que puede utilizarse para la comunicación entre los miembros del hogar, mientras que el teléfono fijo se utiliza, generalmente, para la comunicación con individuos fuera del hogar.

La edad incrementa la probabilidad de acceder a un teléfono fijo, pero para edades muy elevadas, el incremento de esta probabilidad es levemente menor. Además, si el hogar ya posee un teléfono fijo, se reduce la probabilidad de que acceda a un servicio móvil, cuanto mayor sea la edad del jefe de hogar. Aunque la dirección del efecto de la edad sobre el acceso a los servicios telefónicos es la esperable -positiva para el acceso a la telefonía fija y negativa para la del celular-, la escasa magnitud del mismo es realmente sorprendente.

El sexo del jefe de hogar no es significativo en la mayoría de los efectos marginales, hecho que concuerda con lo visto en la Sección 6.2.3, donde los guarismos indicaban importantes similitudes del acceso a los servicios telefónicos entre los

distintos sexos. En aquellos que es significativo, muestra que ser mujer aumenta la probabilidad de tener teléfono fijo, y disminuye la de tener móvil, pero lo hace muy levemente.

El efecto que tiene el nivel educativo máximo alcanzado por el jefe de hogar no tiene una significación importante. Esto puede deberse al comportamiento dispar que posee el grupo cuyo nivel máximo alcanzado fue el técnico respecto al resto de los niveles, como fue comentado en la sección 6.2.2.

El efecto marginal del logaritmo del ingreso, corresponde a la elasticidad ingreso. Dicha elasticidad, muestra que ante un cambio del 1% en el ingreso, la probabilidad de acceder a los dos servicios, o a uno dado que el hogar posee el otro, es superior al 20%, lo que permite concluir que los servicios telefónicos son bienes normales.

### 7.1.3. Análisis del Uso de la Telefonía

En lo que refiere al análisis conjunto del uso que realizan los hogares de los servicios de telefonía, se llevó adelante una estimación de un sistema de ecuaciones simultáneas (SUR), que resultó ser significativo en su conjunto y que arrojó un  $R^2 = 0,27$ , valor nada despreciable si se considera que no se incluyen variables socio-demográficas.

Resultaron significativas en la regresión del gasto en telefonía fija  $\hat{\lambda}_{42}$  y  $\hat{\lambda}_{31}$ , lo que evidencia que los residuos de la regresión de gasto en telefonía fija se encuentran correlacionados, por un lado, con los residuos de la ecuación de acceso a la telefonía móvil, para el subgrupo de individuos que poseen tanto telefono fijo como teléfono móvil; y, además, con los residuos de la ecuación de acceso a la telefonía fija para aquellos individuos que acceden a la telefonía fija pero no a la móvil. En lo que refiere a la ecuación de gasto de la telefonía móvil, resultó significativa  $\hat{\lambda}_{42}$ , lo que muestra que los residuos de dicha ecuación se encuentran correlacionados con los de la ecuación de acceso a la telefonía móvil, para el subgrupo de hogares que acceden a ambos tipos de telefonía, al igual que resultó para el gasto en telefonía fija.

Por otra parte, las restricciones impuestas para el modelo AIDS – homogeneidad, adición y simetría – son cumplidas por los coeficientes estimados de la regresión.<sup>2</sup> A partir de los coeficientes estimados, se calcularon las correspondientes

---

<sup>2</sup>Las estimaciones del modelo se encuentran en el Anexo, Tabla B.3 y B.4

elasticidades precio propias y cruzada entre ambos bienes, obteniéndose los siguientes resultados:

Se aprecia en el Figura (7.2) que la elasticidad precio del teléfono fijo es inferior a 1 en valor absoluto, lo que indicaría que se trata de un bien con demanda inelástica, pero no demasiado inelástica, ya que cuando los precios varían un 1 %, la demanda se modifica 0.86 % en sentido contrario. Por otro lado, la elasticidad precio del servicio de telefonía móvil, también es menor a uno en valor absoluto, razón por la cual se puede decir que se trata de una demanda inelástica, ya que cuando los precios varía 1 %, los consumidores modifican su demanda 0.52 % en sentido opuesto. Una posible explicación para el hecho de que la demanda de telefonía móvil sea más inelástica que la de telefonía fija, es que la mayoría de los servicios móviles son de la modalidad prepago, modalidad que realiza un considerable menor uso del servicio. Además, los precios empleados para la estimación de la demanda son los precios de las llamadas, y en la modalidad prepago, se considera en este trabajo, que el mayor gasto se realiza en mensajes de texto.

Figura 7.2: Elasticidades Precio Propias y Cruzada

	Telefonía Fija	Telefonía Móvil
Elasticidad Propia	-0.86	-0.52
Elasticidad Cruzada	-0.32	

Con respecto a la elasticidad precio cruzada entre la demanda del servicio de telefonía móvil y el precio del servicio de telefonía fija, su signo indica la existencia de complementariedad entre los servicios. La magnitud de la misma, cercana a cero muestra que ante variaciones en el precio del servicio fijo no varía de forma importante la demanda de minutos de telefonía móvil. Este resultado, reafirma lo observado al analizar las correlaciones entre el gasto de ambos servicio<sup>3</sup>, que mostraron una relación positiva entre los mismos.

---

<sup>3</sup>Ver Sección 6.4

---

## CAPÍTULO 8

---

### Limitaciones

Una de las fuertes limitaciones a la que se enfrenta un investigador a la hora de llevar adelante su estudio, es la inexistencia de los datos necesarios o la imposibilidad de hacerse de los mismos. Los autores de este trabajo no fueron ajenos a dicha problemática.

Para realizar un estudio completo sobre el impacto que ha tenido el exponencial desarrollo de la telefonía móvil de los últimos años sobre la telefonía básica, deberían de utilizarse datos de series temporales o datos de panel. Se debería realizar un análisis sobre la evolución de los precios de los diferentes servicios telefónicos y como ha afectado esto al consumo de los mismos. Este era el objetivo del presente trabajo. Para poder llevar adelante dicho objetivo, era necesario contar con una suficiente cantidad de datos sobre tráfico y precios de los servicios telefónicos, que permitieran desarrollar el análisis. La URSEC publica este tipo de datos, pero lo hace presentando datos semestral y, además, en muchas de las publicaciones la información se presenta en gráficos sin determinarse las cifras con exactitud. Por consiguiente, los datos publicados por la URSEC no son de la calidad ni cantidad suficientes para llevar adelante este tipo de análisis.

Por tal motivo, se realizaron gestiones ante la institución para poder obtener los mismos datos que son públicos, pero con cifras exactas y una periodicidad mensual, de manera de poder llevar a cabo el estudio. En dicha gestión, la Asesoría Económica señala que la misma posee los datos, que ya son públicos y, además, define nuestro trabajo monográfico como de “suma utilidad para esta Unidad Reguladora”. A pesar de lo expuesto, la Asesoría Letrada de la institución considero inconveniente brindarnos la información solicitada, argumentando que la información brindada por

los operadores tiene como único fin el regulatorio desconociendo la importancia de la investigación.

Dada dicha negativa, se concluyó que la mejor opción disponible era utilizar los datos de la ENIGH 2005-2006. La utilización de los datos de dicha encuesta conlleva varias limitaciones. En primer lugar, el mercado de las comunicaciones es un mercado muy dinámico, destacándose la rápida inserción de la telefonía móvil como se puede ver en la sección Tendencias recientes-. Por lo tanto, las conclusiones arribadas en este trabajo pueden no concordar con la realidad actual del mercado. A pesar de ello, se optó por estos datos ya que no existen publicaciones posteriores de encuestas que contengan datos sobre consumo de servicios telefónicos. La segunda limitación a destacar, es la imposibilidad de realizar comparaciones intertemporales . Esto se debe a que la anterior encuesta fue realizada en el año 1994-1995, momento en el cual la telefonía móvil era de muy incipiente desarrollo por lo que la encuesta no extraía datos sobre la misma. La tercera limitación se refiere al hecho de que la encuesta recoge datos sobre el gasto en los servicios, pero no sobre los precios a los que se enfrenta cada hogar. Se informa de cuánto gasta el hogar, pero nada se dice del precio asociado a dicho gasto.

A consecuencia de esta última limitación, los datos sobre precios utilizados en este trabajo fueron extraídos de las publicaciones de la URSEC. En lo que refiere a la telefonía fija, ANTEL informa el precio del cómputo y no del minuto. Existen diversas franjas horarias, en las cuales en un minuto caen distinta cantidad de cómputos, cada una de estas franjas con un tráfico distinto de llamadas. Por lo tanto, no existe una linealidad entre los precios de los cómputos y los precios de los minutos que pagan los consumidores ya que pueden variar las franjas horarias, variando de esta manera el precio del minuto, sin que ello implique algún cambio en el precio del cómputo. Dado que el precio que le interesa a un consumidor es el del minuto de su llamada, si en este trabajo se realizara un análisis intertemporal, esta sería una gran limitación, ya que los precios que se hacen públicos los cómputos- y los precios que verdaderamente miran los consumidores minuto de cada llamada- son distintos. Al ser este un análisis de corte transversal, supera dicha limitación, ya que se supone que los datos se obtuvieron en un mismo instante del tiempo, con una misma franja horaria, por lo tanto existe una relación directa entre el precio de los cómputos y el de los minutos. A pesar de superada dicha limitación, la estimación en el uso en telefonía, en el presente trabajo, utiliza el precio de la telefonía móvil en minutos y la de la fija en una medida distinta. Así mismo, al ser los precios que brinda la URSEC un promedio de los precios del mercado, no se puede asociar directamente el consumo

al precio que paga efectivamente el consumidor. Sería importante poder realizar un estudio con dichos precios, lo que resulta imposible ante el fuerte recelo con el que custodian sus datos los operadores privados de telefonía celular.

En el caso del estudio del acceso a la telefonía, fue imposible la estimación de las elasticidades precio, tanto propias como cruzadas. Dicha imposibilidad se deriva, del hecho que el precio al acceso de la telefonía móvil, está integrado por el costo del chip y el costo de los equipos. Con respecto a este último, no existe ninguna publicación que informe de los mismos.

Adicionalmente, el gasto en telefonía celular, utilizado en la realización del estudio, comprende a todos los gastos generados desde un celular: tráfico de voz, SMS, internet, etc.; mientras que el precio utilizado se refiere únicamente a las llamadas. Esto genera una gran limitación a la hora de valorar los resultados obtenidos. Sin embargo, se optó por realizarlo de esta manera, dada la falta de información del gasto desagregado por tipo de servicio.

Finalmente, se debe exponer, que el estudio debió haber sido realizado diferenciando cada modalidad del servicio de telefonía móvil, ya que los consumidores de prepago y los de postpago tienen un comportamiento muy distinto en cuanto al gasto y al tipo de servicios utilizados –voz, sms, acceso a internet–. Es por ello, que no necesariamente van a tener un mismo relacionamiento con la telefonía fija. En el presente estudio, al tener como precio del servicio, un precio promedio para cada modalidad, el haber realizado las regresiones por separado hubiese ocasionado un problema de multicolinealidad perfecta entre el precio de cada modalidad y la constante.

---

## CAPÍTULO 9

---

### Conclusiones

En este estudio se han identificado los determinantes del acceso a la telefonía fija y móvil, y la relación existente entre el uso de las mismas. Con respecto al acceso a los servicios telefónicos, se encuentra una alta correlación entre los mismos, lo que lleva a la conclusión de que la decisión de suscripción a los distintos tipos de servicios se realiza simultáneamente.

Con respecto a la edad, los efectos marginales del modelo Probit Bivariado, mostraron una débil influencia sobre la probabilidad de acceso a las distintas combinaciones de servicios telefónicos, contrario a lo que se planteara como hipótesis de este trabajo. Sin embargo, el análisis descriptivo de la muestra, evidenció que los hogares con jefe mayor a 50 años acceden mayoritariamente a la telefonía fija, y de forma marginal a la telefonía celular. Además, analizando las correlaciones se observó una relación negativa y significativa entre esta variable y la tenencia de por lo menos un celular en el hogar.

La división por área geográfica, resulto afectar de manera significativa la probabilidad de acceso a ambos servicios, a su vez mostró correlaciones positivas con la tenencia de los mismos, pero mucho mayor con la tenencia de teléfono fijo, corroborando la hipótesis de que los hogares de Montevideo acceden a ambos servicios más que los hogares del interior.

Contrariamente a lo que se supuso al comienzo de este trabajo, los datos analizados han mostrado que el sexo del jefe de hogar no afecta de forma significativa el acceso a los distintos tipos de telefonía, por otro lado, a partir de los cuadros descriptivos se constató que tampoco afecta de manera importante el uso de los

mismos.

El nivel educativo máximo alcanzado por el jefe de hogar se encuentra correlacionado con el acceso a los dos servicios telefónicos, sin embargo, los efectos marginales no muestran que influya de manera importante en la probabilidad de acceso a ambos servicios.

En lo que refiere al ingreso per cápita del hogar, la información presentada en esta investigación , permite corroborar que a mayor ingreso, mayor es el acceso a ambos tipos de telefonía, observándose una elasticidad ingreso de la probabilidad de acceso a ambos servicios igual a 0.27. Además, al analizar las correlaciones entre las variables explicativas, se observó que aquellas que más incrementan la probabilidad de acceder a ambos servicios región geográfica, poseer computadora e internet-, se encuentran muy relacionadas positivamente con el ingreso.

Por otro lado, resulta importante destacar el comportamiento homogéneo que muestra el acceso a los celulares prepago, por parte de los distintos estratos poblacionales analizados.

Es importante destacar que los resultados obtenidos, avalan la metodología utilizada. Esto se observa, en primer lugar, en el estudio del acceso a la telefonía donde se halló correlación entre ambas variables dependientes; por lo que el procedimiento utilizado resultó ser el más adecuado. Por otro lado, los resultados de la estimación de uso de la telefonía, evidencian la existencia de sesgo de selección; que pudo ser corregido a través de la inclusión de las Inversas del Ratio de Mill.

Finalmente, respecto a la existencia de sustituibilidad o complementariedad en el uso de la telefonía fija y la telefonía celular, los resultados obtenidos a partir de la estimación del sistema de ecuaciones simultáneas, arrojan una elasticidad cruzada de la demanda de telefonía móvil ante cambios en el precio del cómputo de la telefonía fija, que asciende a -0.32 , lo que muestra la existencia de complementariedad entre los mismos.

A pesar de este resultado, cabe esperar que, en un futuro, la telefonía móvil se transforme en un sustituto económico de la telefonía fija, debido a la constante baja de precios de la primera y a la tendencia internacional al respecto. Dicha tendencia muestra que, a medida que se desarrolla el mercado de la telefonía móvil, esta última muestra signos claros de sustituir a la telefonía fija, tanto en el acceso como en el uso.

El presente trabajo propone un marco teórico interesante, para la posible realización de investigaciones sobre el tema, que superen las limitaciones expuestas. Para poder superar dichas limitaciones, los futuros estudios se deberían desarrollar en un marco institucional adecuado, que les permitiera obtener los datos necesarios, en cantidad y calidad, para llevar adelante el mismo. Podrían superarse prácticamente todas las limitaciones planteadas, si se realizara una encuesta para recabar los datos, como lo hacen la mayoría de los estudios consultados. Además, debería de realizarse el análisis diferenciando claramente las modalidades de la telefonía celular, los servicios que utiliza el usuario -llamadas de voz, SMS- , así como también el origen y el destino de las llamadas, ya que cada una de estas características, define un relacionamiento distinto con la telefonía fija. Queda, de esta manera, planteado el desafío.

---

---

## ANEXO A

---

# Modelo Probit

Es un tipo de modelo de elección binaria, donde la variable dependiente toma solamente los valores 0 ó 1

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si se produce un éxito} \\ 0 & \text{si se produce un fracaso} \end{cases}$$

Se pretende hallar la probabilidad de que se produzca un éxito:

$$Prob(y = 1) = F(\beta'x)$$

O un fracaso:

$$Prob(y = 0) = 1 - F(\beta'x)$$

Siendo F la función de distribución normal

$$F(\beta'x) = Prob(y = 1|x) = \int_{-\infty}^{\beta'x} \phi(t)dt = \Phi(\beta'x)$$

donde

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Por otro lado

$$E(y|x) = F(\beta'x) * 1 + (1 - F(\beta'x)) * 0 = F(\beta'x)$$

por consiguiente los efectos marginales se calculan como:

$$\frac{\partial E(y|x)}{\partial x} = \frac{\partial \Phi(\beta'x)}{\partial(\beta'x)} \frac{\partial(\beta'x)}{\partial x} = \phi(\beta'x)\beta$$

La estimación de estos modelos se lleva a cabo por el método de máxima verosimilitud. Cada observación constituye una realización de una distribución Bernoulli, suponiendo  $n$  observaciones independientes, se llega a que la función de verosimilitud de la muestra viene dada por:

$$\ln L = P(Y_1 = y_1, Y_2 = y_2, \dots, Y_n = y_n) = \sum_{i=1}^n [(1 - y_i) \ln(1 - \Phi(\beta'x_i)) + y_i \ln(\Phi(\beta'x_i))]$$

con condición de primer orden:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^n \frac{\phi(\beta'x_i)(y_i - \Phi(\beta'x_i))}{\Phi(\beta'x_i)(1 - \Phi(\beta'x_i))} x_i = 0$$

## A.1. Enfoque de Variable Latente

En muchas ocasiones la variable de interés no es directamente observable, a este tipo de variable se le denomina variable latente – por ejemplo el nivel de utilidad que brinda el consumo de un determinado bien –. Se considera una variable latente  $y_i^*$ , que depende linealmente de un conjunto de variables explicativas:

$$y_i^* = x_i' \beta + u_i$$

donde  $u_i$  es una perturbación aleatoria con media cero. El valor esperado de la variable latente será  $E(y_i^* | x_i) = x_i' \beta$ . Se considera un determinado suceso o elección si  $y_i > a$ , siendo  $a$  un número real cualquiera. Por otro lado, se define una variable

aleatoria dicotómica  $y_i$ , que toma valores 0 y 1 dependiendo si la variable latente cumple o no con el suceso planteado anteriormente:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{si } y_i^* > a \\ 0 & \text{si } y_i^* \leq a \end{cases}$$

Por lo tanto, la probabilidad de éxito sería:

$$\begin{aligned} P(y_i = 1) &= P(y_i^* > a) = P(x_i'\beta + u_i > a) = P(u_i > a - x_i'\beta) = P(u_i \leq x_i'\beta - a) \\ &= F(x_i'\beta^*) \end{aligned}$$

siendo  $F$  la función de distribución del término de perturbación. Si se supone que la perturbación sigue una distribución normal,  $u_i \sim N(0, \sigma^2)$ , se tendría:

$$P(y_i = 1) = P(y_i^* > a) = P\left(\frac{y_i^* - x_i'\beta}{\sigma} \geq \frac{a - x_i'\beta}{\sigma}\right) = P\left(\frac{u_i}{\sigma} \leq \frac{x_i'\beta - a}{\sigma}\right) = F(x_i'\beta^*)$$

Donde  $\beta_0^* = \frac{\beta_0 - a}{\sigma}$  para el término independiente, y  $\beta_k^* = \frac{\beta_k}{\sigma}$  para el resto. Para identificar los parámetros  $\beta^*$  es necesario imponer una restricción sobre la varianza de  $u_i$ . Bajo el supuesto de que la varianza es unitaria,  $u_i$  sigue una distribución normal estándar y  $F(\cdot)$  es, por tanto, la función de distribución acumulada de la normal estándar.

## A.2. Significación de los Parámetros

Los estimadores máximo verosímiles de  $\beta$  se distribuyen asintóticamente normal, es decir, que para muestras relativamente grandes se tiene:

$$\widehat{\beta}_j \sim N(\beta_j, \text{var}(\widehat{\beta})_j)$$

Por consiguiente se pueden emplear tanto el test de Wald, como el contraste de razón de verosimilitud para testear la significación de los parámetros y del modelo:

### A.2.1. Test de Wald

El contraste de Wald puede emplearse para contrastar restricciones lineales en los parámetros, del tipo:

$$H_0 : R\beta - r = 0$$

$$H_1 : R\beta - r \neq 0$$

el estadístico estadístico de Wald es:

$$W = (R\hat{\beta} - r)'(RVar(\hat{\beta})R')^{-1}(R\hat{\beta} - r) \sim \chi_q^2$$

Donde  $q$  es el número de restricciones a testear.

### A.2.2. Razón de Verosimilitud

El contraste de cociente de verosimilitudes también puede emplearse para contrastar restricciones del modelo. El estadístico se define como:

$$RV = -2\ln\left(\frac{L_R}{L_{NR}}\right) = -2(\ln L_R - \ln L_{NR}) = 2(\ln L_{NR} - \ln L_R) \sim \chi_q^2$$

Donde  $L_R$  y  $L_{NR}$  indican los valores de la función de verosimilitud de los modelos restringido y no restringido, respectivamente.

## A.3. Medidas de Bondad de Ajuste

### A.3.1. Índice de Cociente de Verosimilitudes

Cuando se trabaja con variables dependientes binarias – que adoptan sólo dos valores – el coeficiente de determinación o  $R^2$  no resulta adecuado como medida de bondad de ajuste. Sin embargo existen diversas medidas de bondad del ajuste

alternativas, como puede ser el Pseudo  $-R^2$  de McFadden. También conocido como “índice de cociente de verosimiludes”. Se define como:

$$R_{MF}^2 = 1 - \left( \frac{L_{NR}}{L_R} \right)$$

Donde  $L_{NR}$  indica la función de verosimilitud del modelo estimado y  $L_R$  la de un modelo restringido con coeficientes  $\beta_j = 0$  – que sólo posee constante –. El estadístico se acerca al valor 1 cuando la función de verosimilitud del modelo estimado – no restringido – se acerca a su valor máximo – igual a uno – y, por tanto, con un valor del logaritmo igual a cero.

## A.4. Efectos Marginales Probit Bivariado<sup>1</sup>

La esperanza condicional en un probit bivariado está dado por:

$$\begin{aligned} E(y_1|y_2, x_1, x_2, z_1, z_2) &= P(y_1 = 1|y_2, x_1, x_2, z_1, z_2) \\ &= \frac{P(y_1 = 1, y_2, x_1, x_2, z_1, z_2)}{P(y_2|x_2, z_2)} \\ &= \frac{BVN[a_1, (2y_2 - 1)a_2, (2y_2 - 1)\rho]}{\Phi((2y_2 - 1)a_2)} \\ &= \frac{BVN[a_1, q_2a_2, q_2\rho]}{\Phi(q_2a_2)} \\ &= \frac{BVN[c_1, c_2, \rho^*]}{\Phi(c_2)} \end{aligned}$$

donde  $BVN$  es la función de distribución normal bivariada,  $\Phi$  la función de distribución normal univariante,  $c_1 = a_1$ , y  $c_a = q_2a_2$ . Si calculamos la derivada se obtiene el vector de efectos marginales:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(y_i|y_2, w)}{\partial w} &= \left( \frac{g_1(c_1, c_2, \rho^*)}{\Phi(c_2)} \right) \left\{ \left( \frac{1}{e^{\gamma_1^* w}} \right) \beta_1^* - c_1 \gamma_1^* \right\} \\ &+ \left( \frac{\Phi(c_2)g_2(c_1, c_2, \rho^*) - BVN(c_1, c_2, \rho^*)\phi(c_2)}{[\Phi(c_2)]^2} \right) q_2 \left\{ \left( \frac{1}{e^{\gamma_2^* w}} \right) \beta_2^* - c_2 \gamma_2^* \right\} \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Siguiendo a Greene, W. (1996). [12]

donde  $w = [x_1 \ U \ x_2 \ U \ z_1 \ U \ z_2]$ , y  $\beta_1^*$  es un vector no nulo, que adopta valor cero en determinadas posiciones tal que  $\beta_1^{*'} w = \beta_1' x_1$ ,  $\beta_2^{*'} w = \beta_2' x_2$ ,  $\gamma_1^{*'} w = \gamma_1' z_1$ , y  $\gamma_2^{*'} w = \gamma_2' z_2$

$$g_1(c_1, c_2, \rho^*) = \frac{\partial BVN(c_1, c_2, \rho^*)}{\partial c_1} = \phi(c_1) \Phi\left(\frac{c_2 - \rho^* c_1}{\sqrt{1 - \rho^{*2}}}\right)$$

y  $g_2$  es análoga.

---

## ANEXO B

---

### Datos Estadísticos a Diciembre de 2008

#### B.1. Telefonía Fija

Figura B.1: Líneas de Telefonía Fija en Servicio

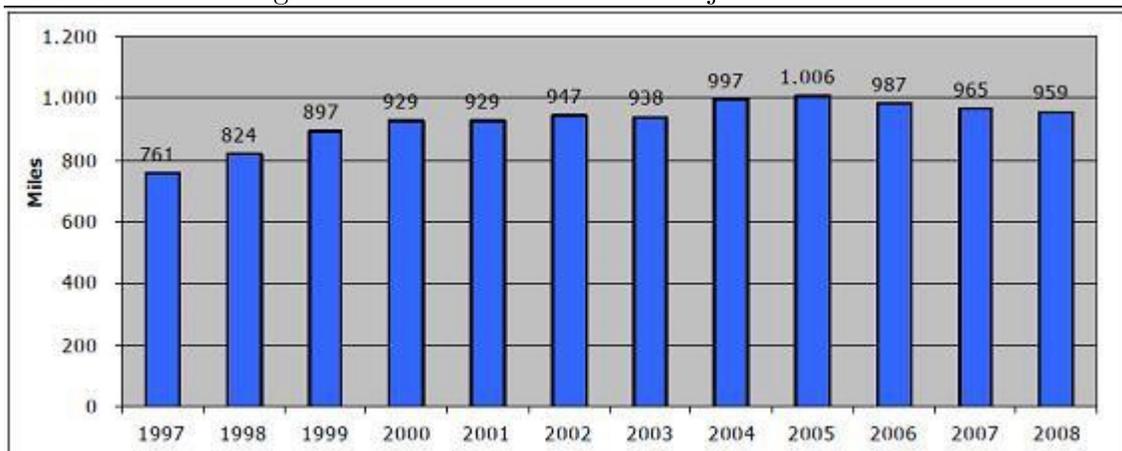


Figura B.2: Teledensidad Fija. (Servicios cada 100 habitantes)

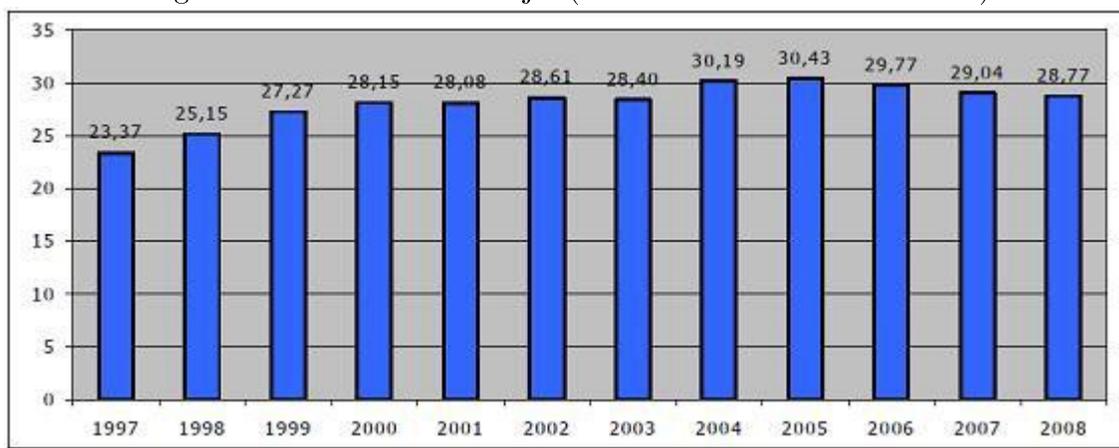


Figura B.3: Tráfico de Telefonía Fija Local

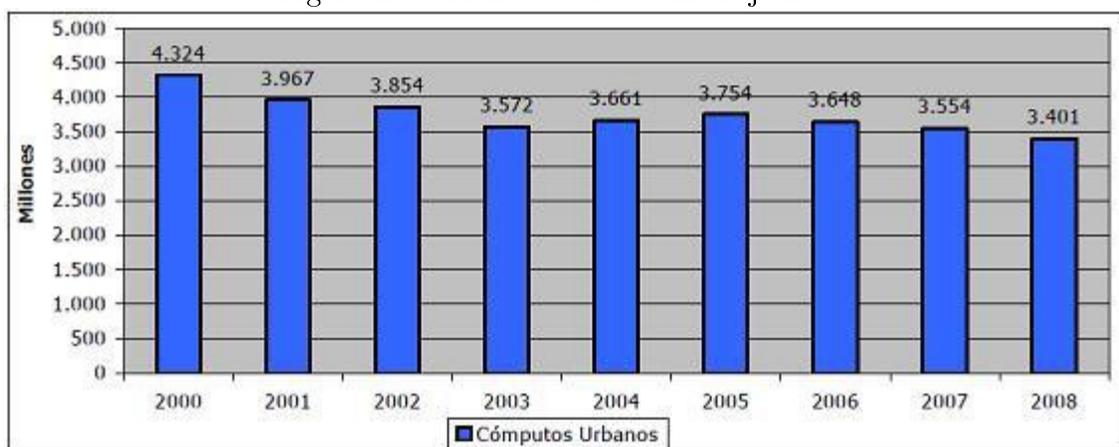


Figura B.4: Tráfico de Telefonía Fija Interurbana o Larga Distancia Nacional

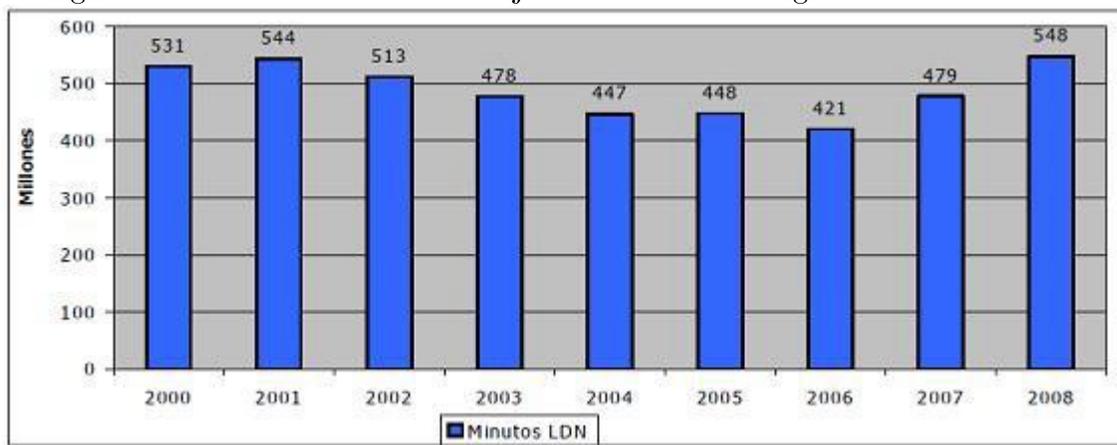
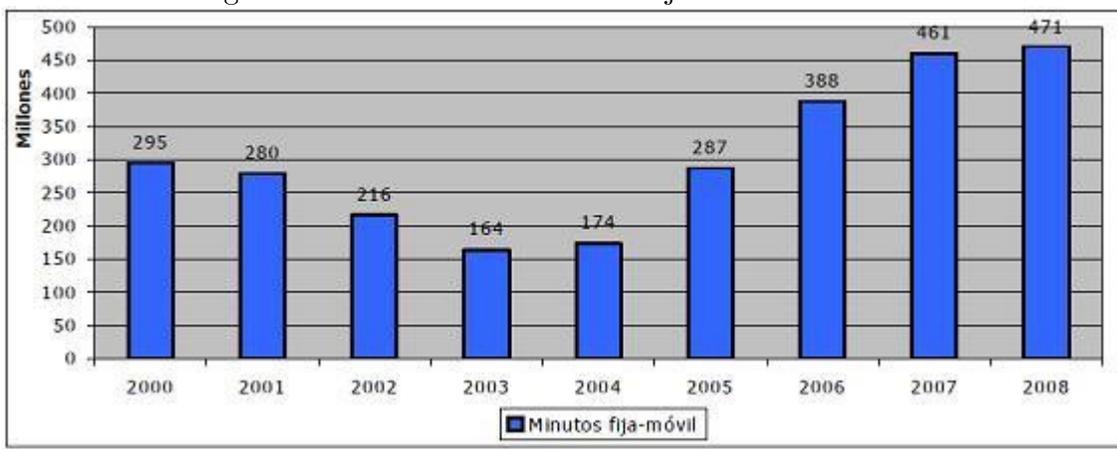


Figura B.5: Tráfico de Telefonía Fija a Telefonía Móvil



## B.2. Telefonía Móvil

Figura B.6: Cantidad de Servicios Móviles

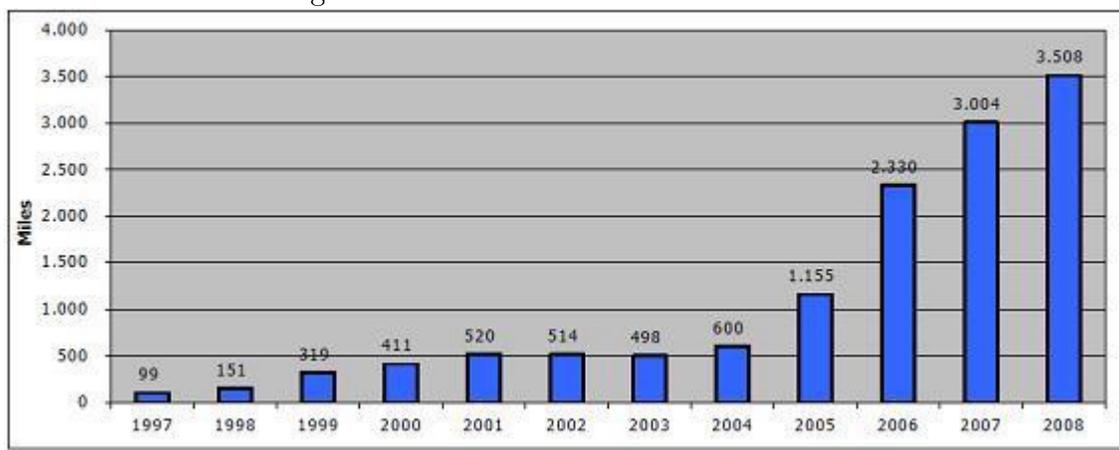


Figura B.7: Teledensidad (Servicios Móviles cada 100 habitantes)

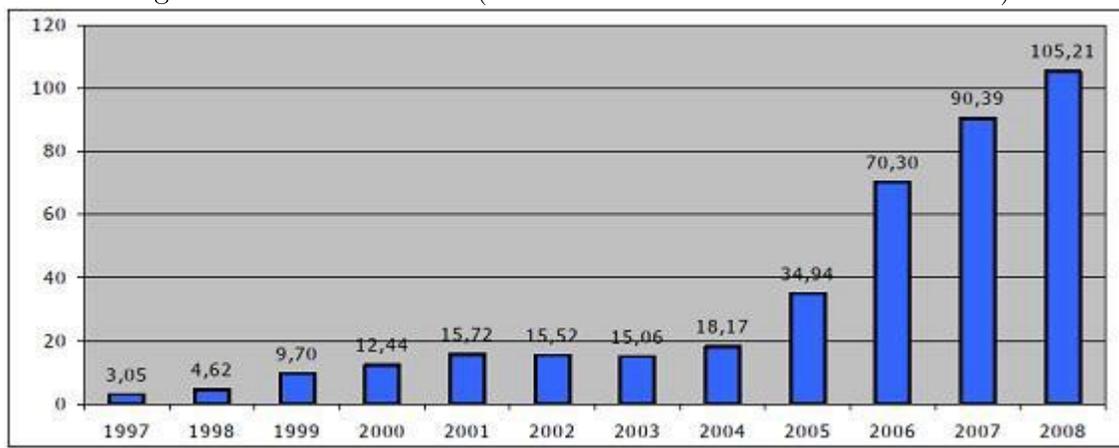


Figura B.8: Tráfico de Telefonía Móvil según destino (2005-2007)

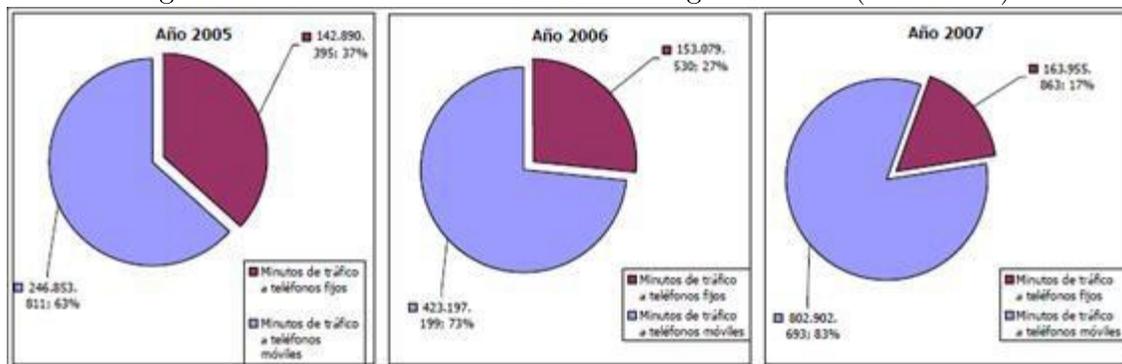


Figura B.9: Estructura de Servicios según Modalidad

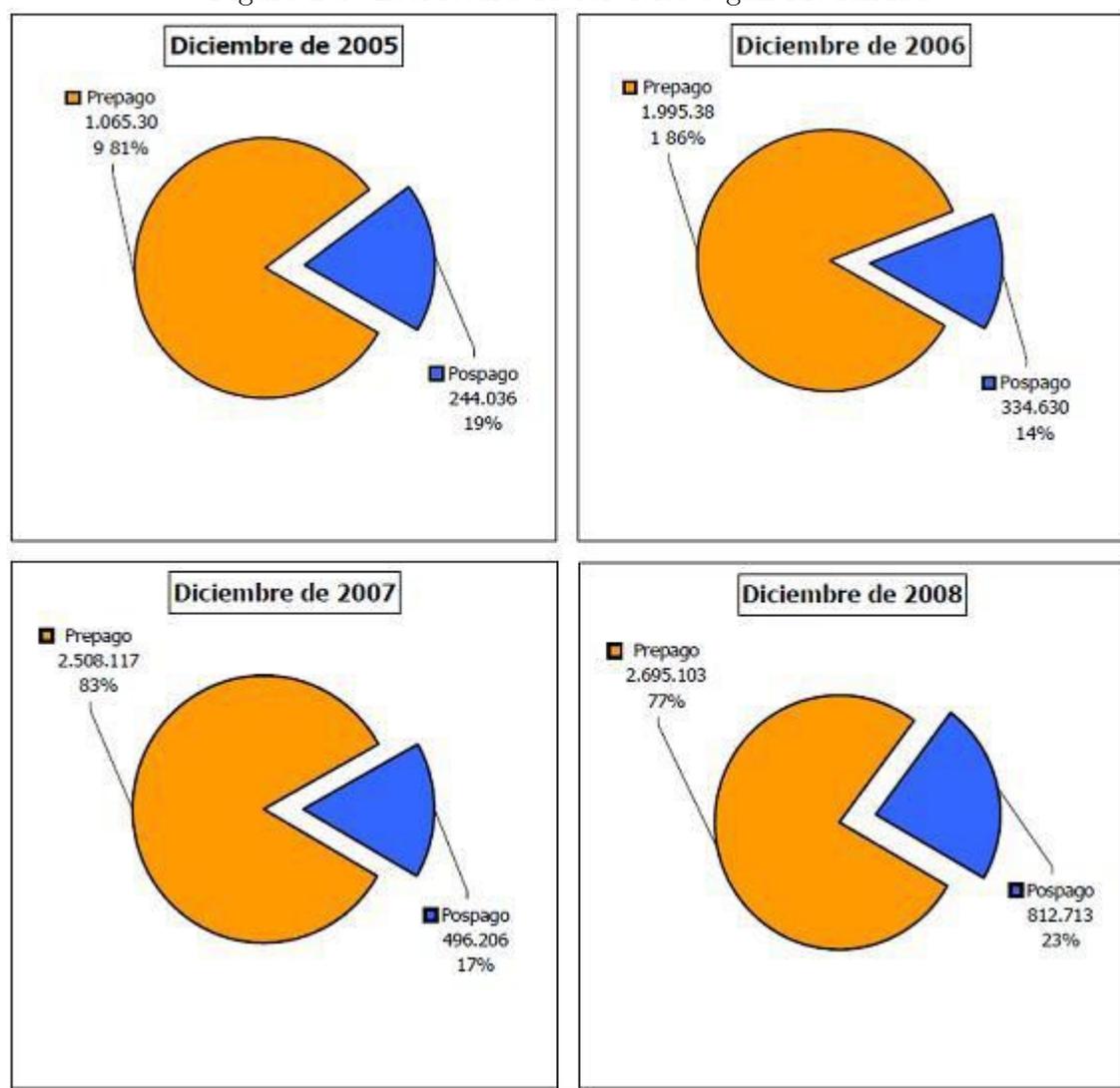


Figura B.10: Cantidad Total de SMS

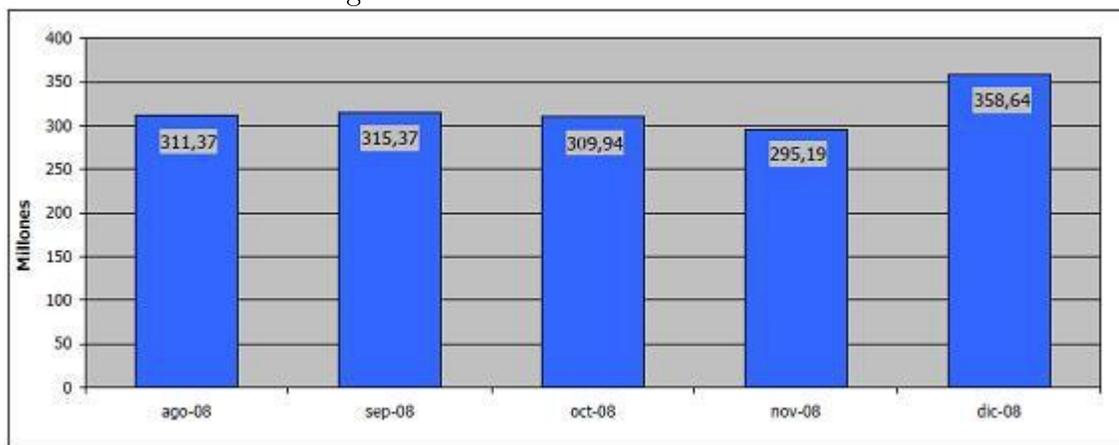


Figura B.11: Promedio Mensual de SMS por Cliente Activo según Empresa

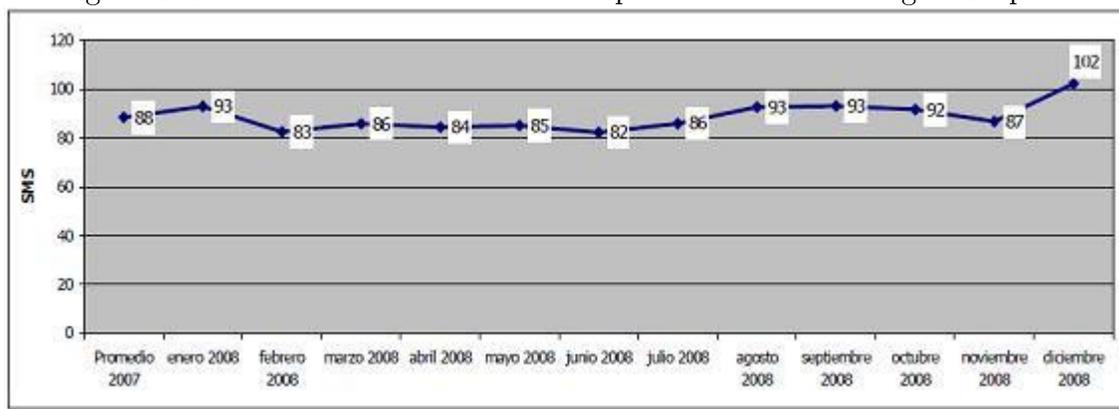


Figura B.12: Promedio Mensual de SMS por Cliente Activo

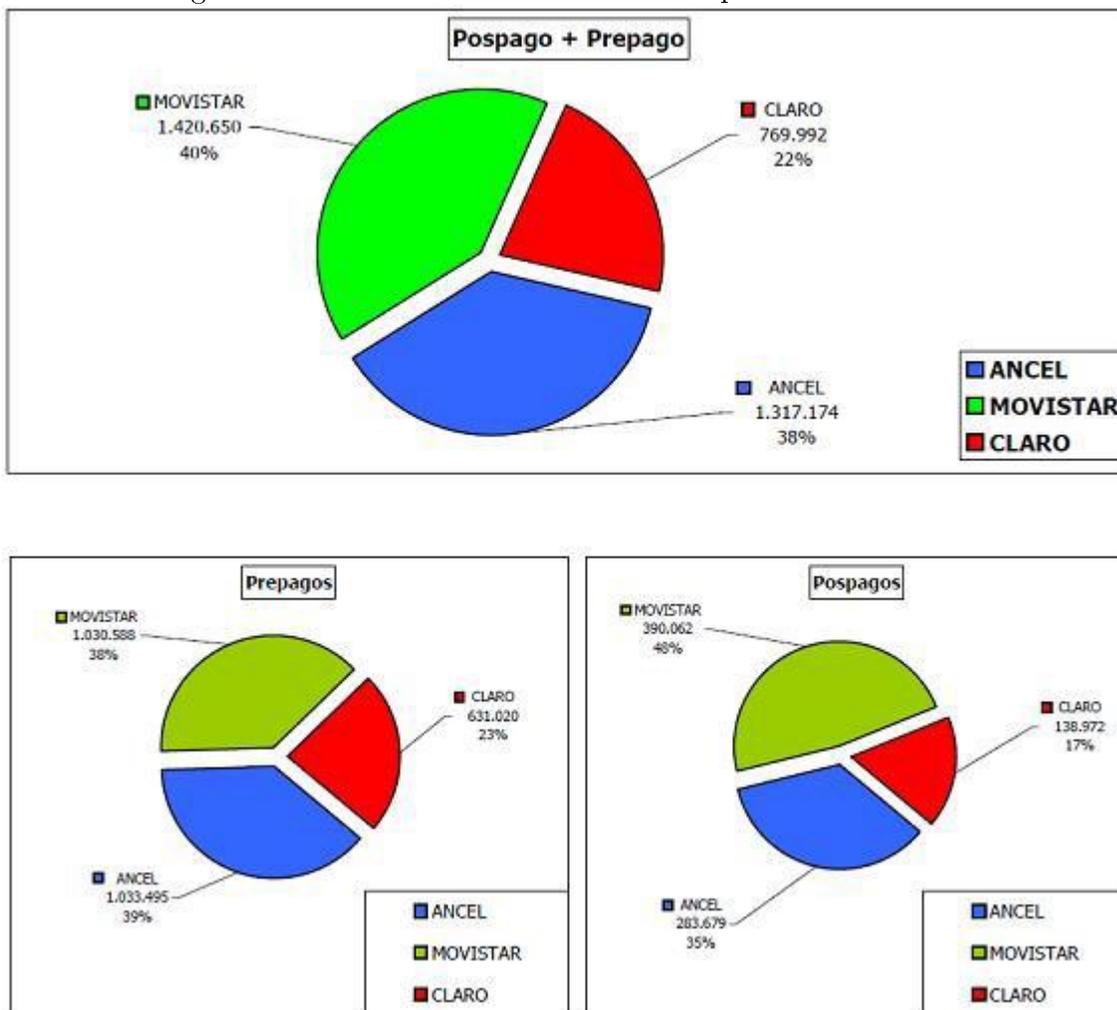


Tabla B.1: Estimación Probit Bivariado, Dep = TF TC

Variable	Coefficient (Std. Err.)
Equation 1 : TF	
_Idpto_1	0.552** (0.045)
_Iprop_2	-0.656** (0.058)
_Iprop_3	-0.462** (0.043)
_Icomp_1	0.336** (0.066)
_lintd_1	2.103** (0.353)
_lintc_1	0.874** (0.262)
act_hogar	0.240** (0.065)
mh	0.119** (0.013)
edad	0.043** (0.007)
_Isjh_1	0.084* (0.040)
edad2	0.000** (0.000)
edum	0.062** (0.017)
ln_yds	0.622** (0.029)
Intercept	-6.726** (0.302)

Tabla B.2: Dep = TF TC

Variable	Coefficient (Std. Err.)
Equation 2 : TC	
_Idpto_1	0.224** (0.040)
_Iprop_2	0.034 (0.054)
_Iprop_3	-0.107* (0.042)
_Icomp_1	0.591** (0.048)
mh	0.219** (0.013)
_Isjh_1	-0.101** (0.037)
edad	-0.026** (0.001)
edum	0.046** (0.014)
ln_yds	0.537** (0.026)
Intercept	-4.006** (0.232)
Equation 3 : athrho	
Intercept	-0.194** (0.027)
N	
	7026
Log-likelihood	-6683.414
$\chi^2_{(22)}$	3310.639

Tabla B.3: Estimación SUR,  $Dep = w1 \ w2$

Variable	Coefficient (Std. Err.)
Equation 1 : w1	
ln_PF	0.135** (0.048)
ln_PC	-0.128** (0.181)
ln_xsobrePL	0.054** (0.004)
lambda41	-0.046 (0.051)
lambda42	0.109** (0.034)
lambda31	0.002* (0.001)
lambda32	-0.003 (0.003)
Intercept	2.031** (0.316)

Tabla B.4: Dep = w1 w2

Variable	Coefficient (Std. Err.)
Equation 2 : w2	
ln_PF	-0.135** (0.048)
ln_PC	0.128** (0.181)
ln_xsobrePL	-0.054** (0.004)
lambda41	0.045 (0.051)
lambda42	-0.112** (0.033)
lambda21	0.000 (0.000)
lambda22	0.000 (0.000)
Intercept	-1.031** (0.316)
N	
	5650
Log-likelihood	
	40301.706
$\chi^2_{(7)}$	
	444.427

---

## Bibliografía

- [1] Ahn, Hyungtaik; Lee, Jonghwa y Kim, Yongkyu . (2004), “*Estimation of a Fixed-Mobile Substitution Model in Korean Voice Telephony Markets*”. Paper presentado en la 15ª conferencia bienal de la Sociedad Internacional de Telecomunicaciones, Berlín, Alemania. Disponible en:  
[http://userpage.fu-berlin.de/~jmueller/its/conf/berlin04/Papers/Ahn\\_Lee\\_Kim.pdf](http://userpage.fu-berlin.de/~jmueller/its/conf/berlin04/Papers/Ahn_Lee_Kim.pdf)
- [2] Albon, Rob. (2006), “*Fixed-to-Mobile Substitution, Complementarity and Convergence*”, Agenda, Vol. 13, No 4, pp. 309-322.
- [3] Alston, Julian M. y Green, Richard, D. (1990). “Elasticities in AIDS Models” American Journal of Agricultural Economics, V 72, n°2: pp. 442-45.
- [4] Anido Rivas, José Daniel (1998) “*Sistema Lineal del Gasto: Especificación y estimación para la ciudad de Mérida, 1986.*” Trabajo presentado como requisito para optar al título de MsC. en Economía. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Universidad de los Andes, Colombia.
- [5] Arellano, María Soledad y Benavente, J.M. (2006). “*Evidencia Preliminar de Sustitución entre Telefonía Fija y Móvil en Chile*”.  
Disponible en: [http://sechi.facea.uchile.cl/sechi/contributed\\_1/arellano\\_sole.pdf](http://sechi.facea.uchile.cl/sechi/contributed_1/arellano_sole.pdf).
- [6] Coloma, Fernando y Tarziján, Jorge. (2002), “*Análisis de la Sustitución entre la Telefonía Fija Local y la Telefonía Móvil en Chile y alguna Evidencia Internacional*”. Documentos de Trabajo 233, Instituto de Economía. Pontificia Universidad Católica de Chile.  
Disponible en: [http://www.economia.puc.cl/index/download.asp?id\\_publicacion=890](http://www.economia.puc.cl/index/download.asp?id_publicacion=890)
- [7] Comisión de Regulación de Telecomunicaciones (CRT) (2005). “*Estudios de Elasticidades en Servicios de Telecomunicaciones*”. Centro de Co-

- nocimiento del Negocio. Disponible en: [http://www.crt.gov.co/crt\\_2001-2004/documentos/biblioteca/Elasticidades/SintesisEstudiosElasticidades.PDF](http://www.crt.gov.co/crt_2001-2004/documentos/biblioteca/Elasticidades/SintesisEstudiosElasticidades.PDF)
- [8] Chern, W.S.; Ishibashi, K.; Taniguchi, K. y Tokoyama, Y. (2003). “*Analysis of the food consumption of Japanese households*” FAO Economic and Social Development Paper No. 152, FAO, Rome. Disponible en: <http://www.fao.org/docrep/005/Y4475E/Y4475E00.HTM>
- [9] Emerson, Robert D.; Iwai, Nobuyuki y Walters, Lurleen M.(2006). “*Immigration Reform, Job Selection and Wages in the U.S Farm Labor Market*” American Agricultural Economics Association, 2006 Annual meeting, Long Beach, U.S.A. Disponible en: <http://purl.umn.edu/21342>
- [10] Emerson, Robert D. y Walters, Lurleen M. (2007). “*Implications of Proposed Immigration Reform for the U.S Farm Labour Market*”. Selected Paper prepared for presentation at the Southern Agricultural Economics Association Annual Meeting, Mobile, Alabama.
- [11] Grade. (2004). “*Estimación del Bienestar en las Llamadas de Telefonía Fija a Telefonía Móvil*”. Trabajo realizado para OSIPTEL. Perú.
- [12] Greene, William H.(1996). “*Marginal Effects in the Bivariate Probit Model.*” Department of Economics. Stern School of Business. New York University, U.S.A.
- [13] Greene, William H. (1999). “*Análisis Económico.*” Tercera Edición. Pearson Educación. Madrid. Capítulos 19 y 20.
- [14] Heckman, James J. (1979). “*Sample Selection Bias as a Specification Error*”. *Econometrica*, Vol. 47, No. 1., pp. 153-161.
- [15] Hernandez Ortiz, Juan y Martinez Damian,Miguel A.(2003). “*Estimación de un Sistema AIDS y Elasticidades para Cinco Hortalizas en México*”. *Comunicaciones en Socioeconomía, Estadística e Informática*. Vol. 7 Núm. 2. pp.13-24.
- [16] Horváth, Réka y Maldoom, Dan. (2002). “*Fixed-Mobile Substitution: a Simultaneous Equation Model with Qualitative and Limited Dependent Variables*”. *DotEcon*. DP No. 02/02.
- [17] Hosken, Daniel; OBrien, Daniel; Scheffman, David y Vita, Michael. (2002) “*Demand System Estimation and its Application To Horizontal Merger Analysis.*”Bureau of Economics, U.S.A. Disponible en: <http://www.ftc.gov/be/workpapers/wp246.pdf>

- [18] Larraín F. y Quiroz, J. (2003). “ *Estimación de demanda por servicios de telefonía móvil período 2004-2008.*” Telefónica Móvil, Chile.  
Disponible en:  
[http://www.subtel.cl/prontus\\_procesostarifarios/site/artic/20070123/asocfile/20070123105656/anexo\\_b\\_publico.pdf](http://www.subtel.cl/prontus_procesostarifarios/site/artic/20070123/asocfile/20070123105656/anexo_b_publico.pdf)
- [19] López Jauregui, A y Elosua Oliden, P. (2004) “*Estimación BOOTSTRAP para el Coeficiente de Determinación: un Estudio de Simulación*” REMA, Volumen 9(2), pags.: 1-14, España  
Disponible en: [http://www.psico.uniovi.es/REMA/v9n2/a1/n9v2a1\\_welcome.htm](http://www.psico.uniovi.es/REMA/v9n2/a1/n9v2a1_welcome.htm)
- [20] Maddala, G.S. (1983). “*Limited dependent and qualitative variables in econometrics.*” Cambridge, UK, Cambridge University Press. Capítulo 9.
- [21] Monge, Rigoberto Araya y Muñoz Giró, Juan E. (1996) “*Regresiones que Aparentemente No están Relacionadas (SUR)*” Departamento de Investigaciones Económicas. Banco Central de Costa Rica. NT-06-96.
- [22] Mora, Jhon James. (2002). “*Introducción a la Teoría del Consumidor. De la preferencia a la estimación.*” Dirección de Investigaciones. Serie de textos Universitarios de la ICESI N° 38. Universidad ICESI, Cali, Colombia.
- [23] Nevo, Aviv (1997). “*Mergers with Differentiated Products: The Case of Ready-to-Eat Cereal*”. Working Paper No. CPC99-02. Competition Policy Paper. University of California, Berkeley, U.S.A.
- [24] Narayana, Muttur Ranganathan. (2008) “*Substitutability between Mobile and Fixed Phones: Evidence and Implications for India*”, Discussion Paper Series-F-550, Centre for International Research on the Japanese Economy, Faculty of Economics, University of Tokyo (Tokyo, Japan).  
Disponible en: <http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2008/2008cf550.pdf>
- [25] Navarro de Gimbatti, Ana Inés; Méndez, Fernanda. (2002) “*Mercados Laborales y Migraciones Internas en Argentina. Un análisis Descriptivo y Probabilístico de las Migraciones en los Principales Aglomerados del país.*” Instituto de Investigación en Economía y Dirección para el Desarrollo, Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Austral, Argentina.
- [26] Ramajo Hernández, Julián. (2001) “*Avances Recientes en el Análisis Económico de la Demanda*”. Economía Agraria y Recursos Naturales. Nuevos Enfoques

- y Perspectivas. Asociación Española de Economía Agraria, ISBN 84-607-3027-1, Capítulo 9, pp. 211-249. Disponible en: <http://eco.unex.es/jramajo/ivcnea.pdf>
- [27] Rodini, Mark; Ward, Michael R. y Woroch, Glenn A. (2002). “*Going Mobile: Substitutability between Fixed and Mobile Access*”. Working Paper CRTP-58. Haas School of Business, Center for Research on Telecommunications Policy.
- [28] Sparks, Ross. (2004). “*SUR Models Applied to an Environmental Situation With Missing Data and Censored Values.*” *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, 8(1), 15-32.
- [29] Symeou, P. C. y Pollitt, M.G. (2007) “*Telecommunications in Small Economies: the impact of Liberalization and Alternative Technologies on Universal Service*” Working Paper Series 19/2007. Judge Business School, Cambridge, U.S.A.
- [30] Sung, Nakil y Lee, Yong-Hun. (2002). “*Substitution between Mobile and Fixed Telephones in Korea*”. *Review of Industrial Organization*, 20, pp. 367-374.
- [31] Tineo Guevara, Freddy. (2005). “*Estimación de Kaplan Meier Bootstrap de la curva de supervivencia*”. Monografía para optar por el Título de Licenciado en Estadística. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú. Capítulo 2.  
Disponible en: [http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/monografias/basic/tineo\\_gf/cap2.pdf](http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/monografias/basic/tineo_gf/cap2.pdf)
- [32] Tunali, Insan y Baslevent, Cem. (2002) “*Married Women’s Participation Choices and Productivity Differentials: Evidence from Urban Turkey*” Disponible en: <http://www.sabanciuniv.edu/ssbf/economics/eng/documents/tunaliseminar.pdf>
- [33] Vagliasindi, María y Taubman, Chris. (2006). “*Fixed and mobile competition in transition economies*”. *Telecommunications Policy*, Vol. 30, pp. 349-367.
- [34] Vargas, Martin. (2003). “*Estimación del Modelo Probit Multivariante: Una Mejora.*” MPRA Paper No. 5241. Disponible en: <http://mpa.ub.uni-muenchen.de/5241/>
- [35] Ward, Michael R. y Woroch, Glenn A.(2004). “*Usage Substitution between Mobile Telephone and Fixed line in the U.S.*”
- [36] Wooldridge, Jeffrey. (2002). “*Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*”. Cambridge, The MIT Press. Capítulo 17 y 18.

- [37] Yahya, W. B.; Adebayo, S. B.; Jolayemi, E. T.; Oyejola, B. A. y Sanni, O. O. M. (2008). “*Effects of Non-Orthogonality on the Efficiency of Seemingly Unrelated Regression (SUR) Models.*” *InterStat Journal*. Disponible en : <http://interstat.statjournals.net/>
- [38] UdelaR. “*Monopolio Natural y Regulación Económica*” Notas docentes. Cátedra de Microeconomía Avanzada. Facultad de Ciencias Económicas y Administración. Disponible en: <http://economiaunc.net76.net/pdfs/nota%20monopolio%20natural.pdf>
- [39] “*Selection Models.*” Apuntes de la Universidad de New York. Disponibles en: <http://homepages.nyu.edu/~mrg217/selection.pdf>
- [40] “*Apuntes de Demanda.*” Material docente de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (FCFM) de la Universidad de Chile. Disponible en: [https://www.ucursos.cl/ingenieria/2005/1/IN701/1/material\\_docente/objeto/54457](https://www.ucursos.cl/ingenieria/2005/1/IN701/1/material_docente/objeto/54457)
- [41] URSEC. Informes de mercado. Disponibles en: [www.ursec.gub.uy](http://www.ursec.gub.uy)
- [42] URSEC. Resolución N° 83 de la Unidad de Regulación de los Servicios de Comunicación. <http://www.ursec.gub.uy/scripts/locallib/imagenes/RN°%2083-007%20Servicios%20Celulares%20Activos.pdf>
- [43] Ley 14.235: Montevideo. Publicada D.O. 3 de agosto de 1974.
- [44] Ley 15.671: Montevideo. Publicada D.O. 20 de noviembre de 1984.
- [45] Ley 17.296: Montevideo. Publicada D.O. 23 de febrero de 2001.
- [46] Ley 17.556: Montevideo. Publicada D.O. 19 de setiembre de 2002.

Páginas web consultadas:

[www.bcu.gub.uy](http://www.bcu.gub.uy)

[www.osiptel.gob.pe](http://www.osiptel.gob.pe)

[www.itu.int](http://www.itu.int)

<http://www.crt.gov.co>

Entrevistas realizadas:

Ec. Diego Larriera. Integrante de la Asesoría Económica de la URSEC.

Ec. Gonzalo Balseiro. Integrante de la Asesoría Económica de la URSEC.