



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
INGENIERÍA
UDELAR

Universidad de la República
Facultad de Ingeniería

ANÁLISIS DE LA TRANSFORMACIÓN GEOMÉTRICA ENTRE ESCANEEO LÁSER TERRESTRE Y ESTACIÓN TOTAL EN UN RELEVAMIENTO INTERIOR

Autor

Noelia Diamela Martínez Reggio

Proyecto de grado presentado en Facultad de Ingeniería de la
Universidad de la República

En cumplimiento parcial de los requerimientos para la obtención del título
de Ingeniero Agrimensor

Tutores

Prof. Luis Calderón
Prof. Martin Wainstein

Tribunal

Prof. Hebenor Bermúdez
Prof. Magali Martínez
Prof. Alberto Mamrut

Montevideo, Uruguay
2026

PÁGINA DE APROBACIÓN

El tribunal docente, integrado por los abajo firmantes, aprueba la presente tesis de grado.

Título:

Autor:

Tutor:

Carrera:

Puntaje:

Tribunal:

Profesor: _____ Firma: _____

Profesor: _____ Firma: _____

Profesor: _____ Firma: _____

Fecha: ____ / ____ / ____

Agradecimiento

La realización de este proyecto representa el cierre de una etapa muy importante y extensa de mi vida. Fueron años de esfuerzo, aprendizajes, desafíos y muchísimo crecimiento, tanto en lo académico como en lo personal.

A lo largo de este camino, la carrera no solo me formó como futura ingeniera agrimensora, sino que también me permitió comenzar a trabajar en el área y aprender muchísimo desde la práctica. Todo eso terminó formando no solo mi perfil profesional, sino también mi manera de entender la profesión y el valor que tiene.

Quiero agradecer especialmente a mis tutores, Luis y Martín, por los conocimientos brindados, el acompañamiento durante este proceso y la ayuda al momento de elegir y desarrollar este proyecto. En particular, a Luis, por la dedicación, la paciencia y el compromiso demostrados durante todo este trabajo. Gracias por compartir conmigo incluso gran parte del verano, acompañándome y ayudándome constantemente, aun en momentos en los que atravesaba los primeros meses del embarazo y no me sentía del todo bien. Su permanente disposición, sus orientaciones y su confianza fueron fundamentales para que pudiera llevar adelante este proyecto. A Martín, por sus aportes, observaciones y análisis crítico del trabajo, especialmente en las etapas de revisión y corrección, contribuyendo a fortalecer la calidad y solidez de los resultados obtenidos.

A mi pareja, Nicolás, por haber sido un apoyo fundamental durante todos estos años. Gran parte de lo que logré en esta etapa no habría sido posible sin su paciencia, su contención, su confianza en mí y su forma de acompañarme incluso en momentos difíciles.

A nuestro hijo, que viene en camino, porque incluso antes de llegar ya se convirtió en una de las mayores motivaciones para seguir creciendo, esforzarme y cerrar una etapa muy importante de mi vida.

A mis amigos, tanto a quienes siguen presentes como a quienes quedaron en distintas etapas del camino, porque todos dejaron algo importante en mí. Muy especialmente a quienes estuvieron de cerca ayudándome directamente en este proyecto: Thais, Tefy y Edelvis.

A mi familia, porque aún en medio de las diferencias, también fueron parte del impulso que me llevó a querer crecer, salir adelante y construir mi propio

camino. Especialmente a mi madre y a mi abuela, por enseñarme el valor de la independencia, el esfuerzo y las ganas de superarme.

También quiero agradecer a la familia de Nicolás, por el cariño y el apoyo recibido durante este proceso. En especial, a mi cuñada Fernanda, por confiar siempre en mí y hacerme sentir que podía lograrlo incluso cuando yo misma dudaba.

A Antonio, por haberme acercado al mundo de la agrimensura desde que descubrí que esta carrera existía y despertar en mí el interés por esta profesión desde el comienzo.

Quiero agradecer también a todos los docentes y compañeros que encontré a lo largo de mi recorrido por la Facultad. A los docentes, por los conocimientos transmitidos, la dedicación y el compromiso con la formación de nuevas generaciones de profesionales. Y a mis compañeros, por compartir este camino de aprendizaje, los desafíos, las horas de estudio, los nervios antes de cada examen, también las alegrías de cada logro alcanzado y la contención cuando algo no salía. Sin cada una de esas personas, esta etapa no habría sido la misma.

Y finalmente, a quienes hoy ya no están, pero siguen acompañándome desde el recuerdo y desde todo lo que dejaron en mí. En especial, a mi tía Katty y a mi abuelo Ton.

También agradezco todas las experiencias que fui viviendo a lo largo de estos años, tanto las buenas como las difíciles, porque cada una de ellas me enseñó algo y ayudó a formar la persona que soy hoy.

Y a todos los trabajos y oportunidades que tuve durante este camino, por permitirme seguir estudiando, crecer profesionalmente y aprender el valor del esfuerzo y la constancia.

Por último, a mí misma, por no abandonar el camino aun en los momentos más difíciles y por seguir adelante hasta lograrlo.

“Eres lo que te permites ser”

Resumen

El escaneo láser terrestre (TLS) permite generar modelos tridimensionales de alta densidad de puntos que describen con gran detalle la geometría de espacios y estructuras. Sin embargo, cuando estos modelos se integran con observaciones obtenidas mediante instrumentos topográficos convencionales, surge la necesidad de evaluar la coherencia geométrica entre los distintos conjuntos de datos y de establecer un sistema de referencia común.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar la vinculación geométrica entre un modelo tridimensional (nube de puntos) obtenido mediante TLS y un relevamiento realizado con estación total, a partir de un caso de estudio desarrollado en el Salón de Actos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República. Para ello, se identificaron puntos homólogos entre ambos datos y se estimó la transformación rígida tridimensional que relaciona sus sistemas de coordenadas, compuesta por una rotación y una traslación.

La estimación de los parámetros de la transformación se realizó mediante un ajuste por mínimos cuadrados utilizando el algoritmo de Kabsch. Con el fin de garantizar la coherencia geométrica de las observaciones utilizadas en el ajuste, se desarrollaron herramientas computacionales en Python para el análisis y filtrado de puntos homólogos, basadas en la comparación de distancias internas entre pares de puntos.

Finalmente, se evaluó la calidad de la transformación obtenida mediante el análisis de residuos y el cálculo del error cuadrático medio (RMSE). Asimismo, se implementó un procedimiento de simulación Monte Carlo que permitió analizar la estabilidad del ajuste en función de la cantidad de puntos utilizados, proporcionando criterios para la selección de puntos homólogos en procesos de integración entre datos TLS y relevamientos topográficos. Los resultados permiten evaluar la precisión alcanzable en la vinculación entre modelos TLS y observaciones topográficas, aportando criterios para su utilización en aplicaciones métricas de relevamiento y modelado tridimensional.

Palabras clave: escaneo láser terrestre, estación total, transformación rígida tridimensional, algoritmo de Kabsch, simulación Monte Carlo.

Introducción

El escaneo láser terrestre (Terrestrial Laser Scanning, TLS) ha adquirido en los últimos años una importancia creciente en el ámbito de la geomática y la agrimensura, particularmente en aplicaciones vinculadas al modelado tridimensional de espacios interiores y estructuras complejas. Esta tecnología permite obtener nubes de puntos de alta densidad que describen con gran detalle la geometría de los objetos relevados (Vosselman & Maas, 2010; Shan & Toth, 2018). Sin embargo, la elevada densidad de puntos de un modelo tridimensional no garantiza por sí misma la exactitud requerida para aplicaciones métricas, por lo que resulta fundamental evaluar la coherencia y calidad geométrica de los datos obtenidos.

En trabajos donde se integran datos provenientes de distintas técnicas de medición, como el TLS y la estación total, surge la necesidad de vincular coordenadas obtenidas en sistemas de referencia diferentes. Esta vinculación requiere la determinación de una transformación rígida tridimensional, que permita expresar ambos conjuntos de puntos en un mismo sistema de referencia preservando las relaciones geométricas internas del modelo. La estimación de los parámetros de dicha transformación puede realizarse mediante métodos de ajuste por mínimos cuadrados. Entre los algoritmos utilizados se encuentra el propuesto por Kabsch (1976), ampliamente utilizados en problemas de registro de modelos tridimensionales y alineación de conjuntos de puntos (Besl & McKay, 1992; Ghilani & Wolf, 2018).

Además de la estimación de la transformación, resulta fundamental analizar la calidad del ajuste obtenido y su estabilidad frente a variaciones en la selección de puntos. El análisis de residuos y el empleo de indicadores globales, como el error cuadrático medio (RMSE), permiten cuantificar la concordancia geométrica entre los sistemas involucrados. Complementariamente, la aplicación de simulación de Monte Carlo permite evaluar la estabilidad estadística de la solución y analizar la robustez del modelo frente a perturbaciones en los datos observados (Robert & Casella, 2004).

En el presente trabajo se aborda esta problemática a partir de un caso de estudio real, en el cual se integran relevamientos realizados mediante TLS y estación total dentro de un mismo espacio físico.

Si bien existen numerosos estudios sobre registro de nubes de puntos y alineación geométrica de modelos tridimensionales, la evaluación cuantitativa de la estabilidad de estas transformaciones en función de la cantidad y selección de puntos homólogos continúa siendo un aspecto relevante en aplicaciones métricas de relevamiento interior.

El objetivo principal del trabajo es analizar la coherencia y exactitud geométrica entre ambos sistemas de medición mediante la estimación de una transformación rígida tridimensional y la evaluación estadística de su ajuste, con el fin de aportar criterios técnicos que permitan la integración confiable de datos provenientes de ambas técnicas en aplicaciones métricas propias de la agrimensura.

A partir de la metodología implementada, los resultados obtenidos evidencian que la calidad del ajuste mejora progresivamente al incrementar la cantidad de puntos homólogos utilizados, aunque dichas mejoras tienden a estabilizarse a partir de cierta cantidad de observaciones, ya que la exactitud final permanece condicionada por las incertidumbres inherentes a la extracción de coordenadas desde el modelo TLS. En particular, se observó que a partir de un número reducido de puntos del orden de 8 a 10 el error cuadrático medio (RMSE) tiende a estabilizarse, indicando que la incorporación de nuevos puntos no produce mejoras significativas en la solución. Además, se constató que la distribución espacial de los puntos, mediante su selección en distintos sectores del volumen relevado, cumple un rol fundamental en la robustez del ajuste, contribuyendo a una mejor condición geométrica del problema y a una mayor estabilidad en los resultados obtenidos.

Objetivos

Objetivos generales

- Desarrollar y validar una metodología para evaluar la exactitud geométrica y la coherencia espacial de modelos tridimensionales obtenidos mediante escaneo láser terrestre (TLS), mediante su integración con observaciones topográficas adquiridas con estación total en un sistema de referencia común, utilizando una transformación rígida tridimensional estimada por mínimos cuadrados.
- Integrar y aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera de Ingeniería en Agrimensura en un caso práctico real, abordando de forma articulada aspectos de relevamiento, procesamiento de datos, ajuste de observaciones y análisis de precisión, en el marco del desarrollo de un proyecto de grado.

Metodología general adoptada

Para el cumplimiento de los objetivos planteados, se desarrollaron las siguientes tareas:

1. Realizar el relevamiento tridimensional de un espacio interior mediante TLS y efectuar un relevamiento topográfico del mismo espacio utilizando estación total.
2. Identificar y asociar puntos homólogos entre el modelo tridimensional obtenido por TLS y las observaciones realizadas con estación total.
3. Analizar las posibles fuentes de error asociadas a la identificación de puntos homólogos y a la extracción de coordenadas del modelo TLS.
4. Desarrollar e implementar un procedimiento de filtrado de puntos basado en criterios de coherencia geométrica, con el fin de detectar y descartar observaciones inconsistentes.
5. Determinar la transformación rígida tridimensional entre los sistemas de coordenadas del escáner láser y de la estación total mediante un ajuste por mínimos cuadrados, utilizando los puntos homólogos previamente seleccionados.
6. Evaluar la calidad del ajuste obtenido mediante el análisis de residuos y el cálculo del error cuadrático medio (RMSE).
7. Aplicar la transformación rígida obtenida a coordenadas seleccionadas del modelo del TLS y verificar su coherencia mediante replanteo en campo con estación total.

8. Analizar la estabilidad del ajuste en función de la cantidad de puntos utilizados para su cálculo mediante simulaciones Monte Carlo.
9. Establecer un criterio cuantitativo para determinar la cantidad mínima de puntos necesarios para obtener una transformación robusta y confiable.

En función de los objetivos definidos, se desarrolló una metodología que permite integrar y analizar de forma conjunta los datos obtenidos mediante escaneo láser terrestre y estación total.

Esta metodología se organiza en distintas etapas, que comprenden el relevamiento del espacio de estudio, la identificación de puntos homólogos, el control de calidad de las observaciones, la estimación de la transformación entre sistemas de referencia y la evaluación de su precisión. Asimismo, se incorporó un enfoque basado en simulaciones Monte Carlo, con el objetivo de analizar la estabilidad del ajuste en función de la cantidad de puntos utilizados y establecer criterios que permitan definir configuraciones confiables.

Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Scanner utilizado en el proyecto.	17
Ilustración 2: Nube de puntos generada a partir del relevamiento TLS.....	18
Ilustración 3: Estación total utilizada y visualización de los puntos relevados. .	19
Ilustración 4: Identificación de dianas dentro de una nube de puntos y su utilización como puntos de control. Fuente: Shan & Toth (2018).	22
Ilustración 5: Esquema conceptual de la transformación rígida tridimensional entre el sistema del escáner láser y el sistema de la estación total. Fuente: Elaboración propia, basada en Kabsch (1976).	23
Ilustración 6: Alineación de dos conjuntos de puntos mediante transformación rígida tridimensional usando el algoritmo de Kabsch. Fuente: Elaboración propia, adaptado de Arun et al. (1987).	25
Ilustración 7: Esquema del algoritmo de Kabsch para la estimación de una transformación rígida tridimensional. Fuente: Adaptado de Arun et al. (1987). .	26
Ilustración 8: Representación conceptual del residuo vectorial luego de aplicar una transformación rígida tridimensional. Fuente: Elaboración propia.	28
Ilustración 9: Esquema del procedimiento de evaluación mediante simulaciones de Monte Carlo. Fuente: Elaboración propia.....	30
Ilustración 10: Vista general de la geometría del salón de actos. Fuente: Fotografía Daniel Meyer.	33
Ilustración 11: Distribución inicial de las once estaciones de escaneo.	34
Ilustración 12: Interrupción del procesamiento en Cyclone Register 360, durante la exportación de la nube de puntos.....	37
Ilustración 13: Nueva distribución de las cuatro estaciones.	38
Ilustración 14: Equipo TLS durante la captura de datos.	38
Ilustración 15: Relevamiento con TLS desde una de las cuatro estaciones utilizadas.	39
Ilustración 16: Enlaces entre estaciones de escaneo.....	40
Ilustración 17: Producto obtenido una vez procesada la nube de puntos en Cyclone.	40
Ilustración 18: Resultados obtenidos tras el procesamiento en Cyclone.	41
Ilustración 19: Esquema general de la metodología aplicada.	42
Ilustración 20: Captura de pantalla en TruView con las coordenadas del punto en el modelo TLS, relevado también con estación total.	43
Ilustración 21: Algunas de las dianas utilizadas como punto de referencia.	44
Ilustración 22: Referencias físicas del salón identificables en el modelo TLS. .	44
Ilustración 23: Visualización de los puntos relevados en la pantalla de la estación total.	45
Ilustración 24: Medición con estación total de un punto previamente identificado en el modelo TLS.....	46
Ilustración 25: Relevamiento topográfico realizado con estación total.....	47
Ilustración 26: Representación conceptual del criterio geométrico para depuración de puntos. Fuente: Elaboración propia.	51
Ilustración 27: Subdivisión del volumen del salón en ocho octiles y distribución de puntos.....	53

Ilustración 28: Esquema conceptual del procedimiento. Fuente: Elaboración propia.....	55
Ilustración 29: Evolución del RMSE en función de la cantidad de puntos utilizados.	65
Ilustración 30: Evolución del RMSE medio en función del número de puntos utilizados para el ajuste, comparando muestreo estratificado y muestreo aleatorio simple.	67
Ilustración 31: Evolución del percentil 95 del RMSE en función de la cantidad total de puntos utilizados para el ajuste, para muestreo estratificado y muestreo aleatorio simple.	69
Ilustración 32: Localización del sector correspondiente al octil “derecha atrás abajo”, donde se registran las mayores discrepancias geométricas.	70
Ilustración 33: Identificación de los puntos seleccionados a replantear dentro del modelo tridimensional TLS. Imagen ilustrativa.....	74
Ilustración 34: Error máximo vs cantidad de puntos.	77
Ilustración 35: Volumen del elipsoide de confianza vs cantidad de puntos.	79
Ilustración 36: Elipses de error para cada uno de los cuatro puntos.....	80
Ilustración 37: Elipses de error asociadas a los puntos transformados para $k = 10$ puntos por sector.	81

Índice de tablas

Tabla 1: Resumen del proceso de depuración de puntos homólogos. Fuente: Elaboración propia.	50
Tabla 2: Cantidad de puntos según posición octiles.	52
Tabla 3: Comportamiento del RMSE medio en función de k , siendo k la cantidad de puntos utilizados en el ajuste.....	64
Tabla 4: Indicadores estadísticos del RMSE para valores representativos de la cantidad de puntos utilizados	68
Tabla 5: Coordenadas obtenidas del modelo TLS	73
Tabla 6: Coordenadas del modelo del scanner, coordenadas replanteadas y coordenadas estimadas de los puntos seleccionados en el sistema de referencia de la estación total obtenidas mediante la transformación aplicada a las coordenadas del modelo TLS.....	75
Tabla 7: Comparación entre coordenadas observadas mediante estación total y coordenadas obtenidas mediante la transformación aplicada al modelo TLS.	75
Tabla 8: Error máximo del elipsoide según cada punto de replanteo.	77
Tabla 9: Volumen del elipsoide de confianza.	78

Índice de Contenido

Agradecimiento	3
Resumen	5
Introducción	7
Objetivos	10
Objetivos generales	10
Metodología general adoptada	11
Marco Teórico	17
1. Escaneo láser terrestre	17
2. Relevamiento topográfico con estación total	19
3. Sistemas de referencia y necesidad de integración	20
4. Transformación rígida tridimensional	22
5. Ajuste por mínimos cuadrados	24
6. Método de Kabsch para la alineación de conjuntos de puntos	26
7. Errores, residuos y métricas de calidad	27
8. Selección y filtrado de puntos homólogos	28
9. Simulación de Monte Carlo aplicada al análisis geométrico	29
10. Replanteo y verificación en campo	31
11. Herramientas computacionales para el análisis geométrico	31
Metodología	33
1. Área de estudio	33
2. Captura de datos mediante escaneo láser terrestre	34
3. Registro y procesamiento de la nube de puntos	39
4. Esquema general del procedimiento metodológico	41
5. Identificación de puntos homólogos	42
6. Captura de datos mediante estación total	45
7. Control geométrico previo y depuración de puntos	47
8. Control de selección de puntos para estimación y validación	51
9. Determinación de la transformación rígida tridimensional	53
10. Evaluación de la calidad del ajuste	56
11. Análisis de estabilidad mediante simulación de Monte Carlo	57
12. Replanteo y verificación en campo	60

Resultados y Análisis	62
1. Resultados del ajuste de la transformación rígida	62
2. Estabilidad del ajuste e influencia de la cantidad de puntos	63
3. Análisis de los residuos	66
4. Comparación entre estrategias de muestreo.	67
5. Identificación espacial de discrepancias geométricas	70
6. Discusión del comportamiento del muestreo	71
7. Validación geométrica mediante replanteo.	73
8. Introducción al análisis de incertidumbre	76
9. Representación gráfica de elipses de confianza	80
Conclusiones	82
Proyección y líneas de trabajo futuro	86
Anexo	89
Bibliografía	109

Marco Teórico

1. Escaneo láser terrestre

El escaneo láser terrestre (TLS, por sus siglas en inglés) es una técnica de relevamiento tridimensional que permite obtener, de manera rápida y densa, la geometría de objetos y superficies mediante la medición de distancias a partir de la emisión de pulsos láser.

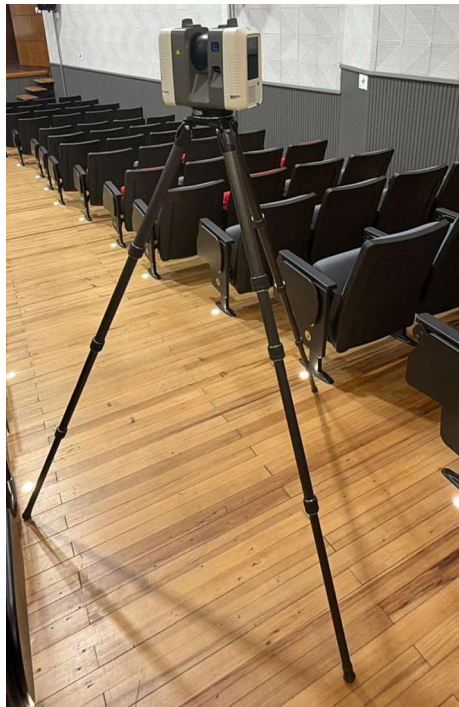


Ilustración 1: *Scanner utilizado en el proyecto.*

Cada medición genera un punto en el espacio tridimensional, definido por sus coordenadas X,Y,Z, dando lugar a una nube de puntos que representa la superficie relevada (Vosselman & Maas, 2010).

Los TLS permiten adquirir millones de puntos en cortos períodos de tiempo, lo que los convierte en una herramienta especialmente adecuada para el relevamiento de interiores, estructuras complejas y superficies de difícil acceso. No obstante, la alta densidad de información obtenida suele verse afectada por ruido, oclusiones y errores sistemáticos asociados tanto al instrumento como a las condiciones de adquisición (Shan & Toth, 2018).

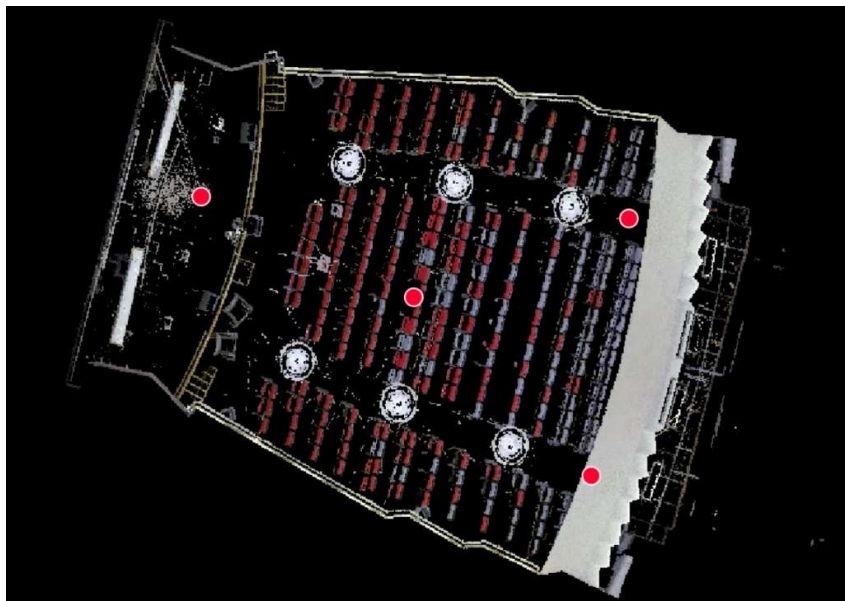


Ilustración 2: *Nube de puntos generada a partir del relevamiento TLS.*

Un aspecto relevante del TLS es que los modelos tridimensionales generados se encuentran definidos en un sistema de referencia local del instrumento, el cual depende de la posición y orientación del escáner en el momento de la medición. En consecuencia, para integrar estos modelos con observaciones realizadas mediante otros instrumentos topográficos resulta necesario vincularlos a un sistema de referencia común.

2. Relevamiento topográfico con estación total

La estación total es un instrumento topográfico que permite determinar coordenadas tridimensionales mediante la medición de ángulos horizontales, ángulos verticales y distancias. Debido a su precisión y confiabilidad, las observaciones realizadas con estación total son habitualmente utilizadas como referencia en trabajos de control geométrico y levantamientos de precisión (Wolf & Ghilani, 2012).

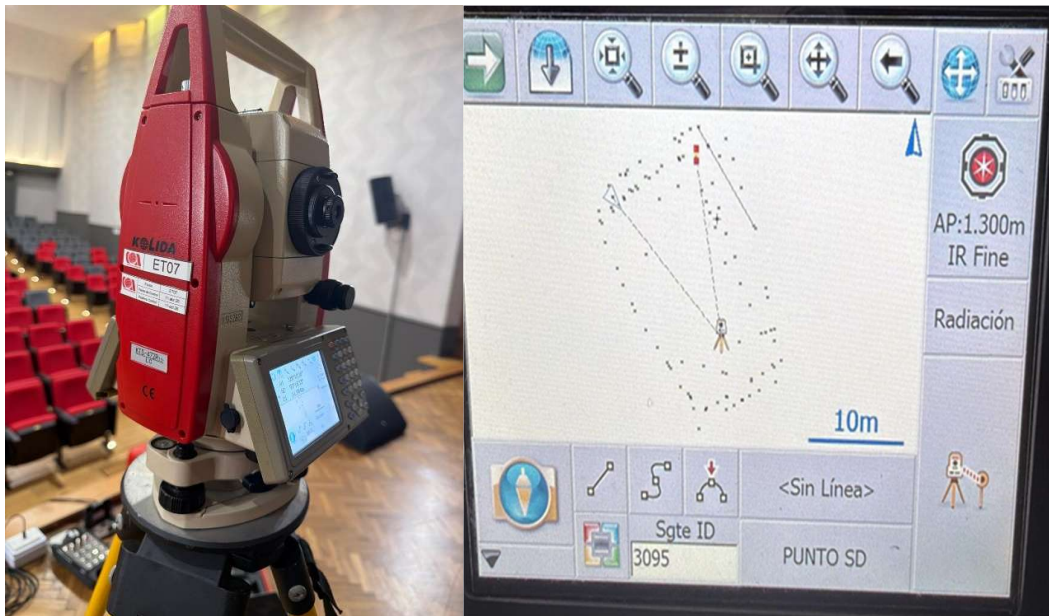


Ilustración 3: Estación total utilizada y visualización de los puntos relevados.

En relevamientos de interiores, la estación total permite medir puntos seleccionados del entorno con una alta exactitud, siempre que se aseguren condiciones adecuadas de visibilidad y correcta instrumentación. En particular, la medición de distancias mediante láser sin reflector introduce posibles fuentes de error adicionales, tales como la influencia de la

reflectividad de la superficie, el ángulo de incidencia del haz y la correcta calibración de la constante del instrumento (Leica Geosystems, 2008).

Debido a estas características, las coordenadas obtenidas con estación total constituyen un sistema de referencia adecuado para la validación y el control de modelos tridimensionales obtenidos por escaneo láser terrestre, siempre que se realice una correcta vinculación geométrica entre ambos conjuntos de datos.

3. Sistemas de referencia y necesidad de integración

Los datos obtenidos mediante diferentes técnicas de relevamiento suelen encontrarse expresados en sistemas de referencia distintos, definidos por las características propias de cada instrumento y por la geometría de adquisición. En el caso del escaneo láser terrestre, el modelo tridimensional generado se encuentra inicialmente definido en un sistema de referencia local propio del proceso, mientras que las coordenadas medidas con estación total se expresan en un sistema topográfico definido por la orientación y ubicación del instrumento en campo.

Para poder comparar, integrar y analizar conjuntamente ambos grupos de datos resulta indispensable expresarlos en un sistema de referencia común. La integración de datos en sistemas de referencia distintos sin una transformación adecuada conduce a inconsistencias geométricas que invalidan cualquier análisis métrico posterior (Vosselman & Maas, 2010).

La vinculación entre sistemas de referencia se realiza mediante transformaciones geométricas, las cuales permiten establecer una relación matemática entre las coordenadas de ambos sistemas, preservando determinadas propiedades geométricas según el tipo de transformación aplicada.

Es importante destacar que, en el caso del escaneo láser terrestre, la definición del sistema de referencia no necesariamente constituye una etapa posterior al procesamiento. Durante la adquisición y registro de los datos, es posible asignar coordenadas conocidas a dianas o puntos de control utilizados en el escaneo, permitiendo que el modelo tridimensional generado quede directamente referido a un sistema de coordenadas definido.

De esta manera, la nube de puntos puede integrarse desde etapas tempranas del procesamiento a un marco de referencia externo, evitando la necesidad de trabajar exclusivamente en sistemas locales arbitrarios.

No obstante, la calidad de dicha vinculación depende de factores como la correcta identificación de los puntos de control, la geometría de distribución espacial de las dianas, la precisión de las observaciones utilizadas y las condiciones propias del relevamiento realizado, por lo que en muchos casos se recurre igualmente a procesos de transformación y ajuste en etapas posteriores para mejorar la coherencia geométrica del conjunto de datos.

En la ilustración 4 se ilustra la identificación de dianas dentro de la nube de puntos, las cuales pueden ser utilizadas como puntos de control para la definición del sistema de referencia del modelo.

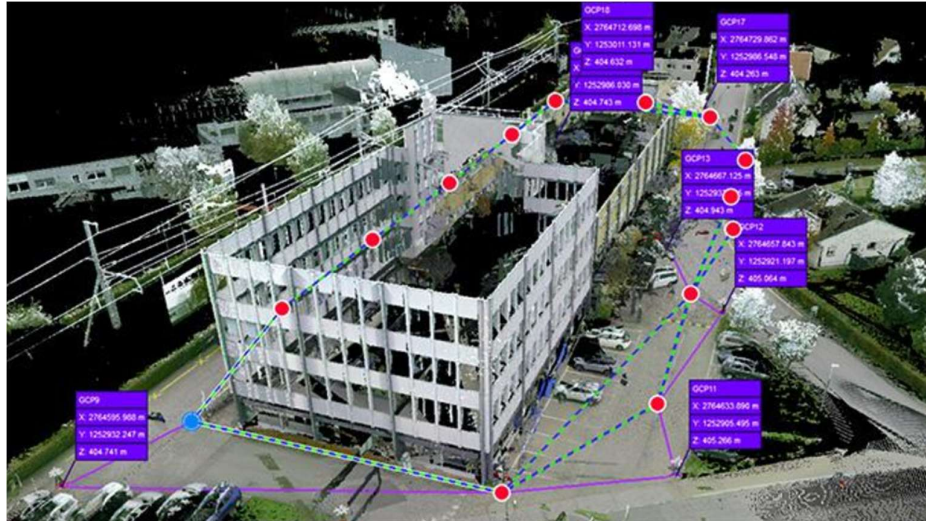


Ilustración 4: Identificación de dianas dentro de una nube de puntos y su utilización como puntos de control. Fuente: Shan & Toth (2018).

4. Transformación rígida tridimensional

Una transformación rígida tridimensional es una transformación geométrica que relaciona dos sistemas de coordenadas mediante una combinación de rotación y traslación, sin alterar las distancias ni los ángulos entre puntos. Este tipo de transformación preserva la forma y la geometría interna de los objetos, lo que la hace especialmente adecuada para la integración de modelos tridimensionales obtenidos mediante distintos métodos de medición (Besl & McKay, 1992).

Matemáticamente, la transformación rígida puede expresarse como:

$$P_d = R p_s + t$$

donde p_s representa las coordenadas del punto en el sistema origen, P_d las coordenadas en el sistema destino, R es una matriz de rotación ortogonal de dimensión 3×3 , y t es un vector de traslación tridimensional.

En el contexto de la integración entre TLS y estación total, la transformación rígida permite llevar las coordenadas del modelo del escáner al sistema de referencia definido por las observaciones topográficas, manteniendo la coherencia geométrica del modelo y posibilitando su análisis métrico.

En la ilustración 5 se representa el modelo matemático adoptado para la vinculación entre sistemas, donde la transformación rígida tridimensional, compuesta por una matriz de rotación ortonormal y un vector de traslación, permite expresar las coordenadas del escáner en el sistema de referencia topográfico.

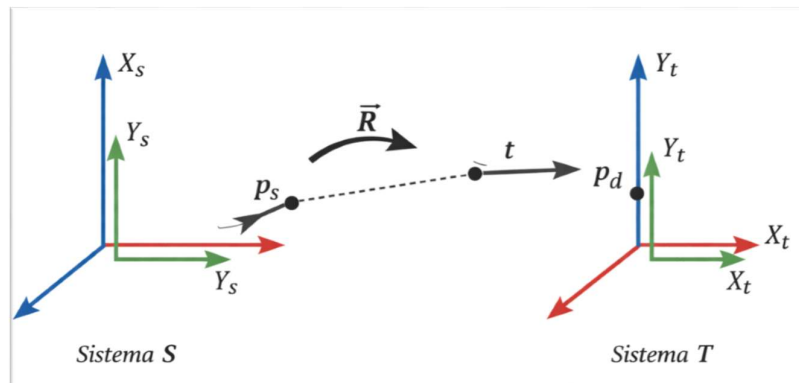


Ilustración 5: Esquema conceptual de la transformación rígida tridimensional entre el sistema del escáner láser y el sistema de la estación total. Fuente: Elaboración propia, basada en Kabsch (1976).

5. Ajuste por mínimos cuadrados

El ajuste por mínimos cuadrados es un método matemático ampliamente utilizado en topografía y geomática para estimar parámetros desconocidos a partir de observaciones afectadas por errores. Su principio fundamental consiste en determinar los valores de los parámetros que minimizan la suma de los cuadrados de los residuos, entendidos estos como las diferencias entre las observaciones medidas y los valores ajustados por el modelo matemático adoptado (Ghilani & Wolf, 2018).

En el contexto de la vinculación entre conjuntos de puntos tridimensionales, el ajuste por mínimos cuadrados permite estimar los parámetros de una transformación geométrica de forma óptima, considerando simultáneamente todas las observaciones disponibles. Este enfoque resulta especialmente adecuado cuando las coordenadas de los puntos homólogos presentan errores aleatorios inevitables, producto de la instrumentación, el procedimiento de medición o la identificación de los puntos en el modelo.

La alineación de dos conjuntos de puntos mediante una transformación rígida, como la obtenida con el algoritmo de Kabsch, se ve en la ilustración 6.

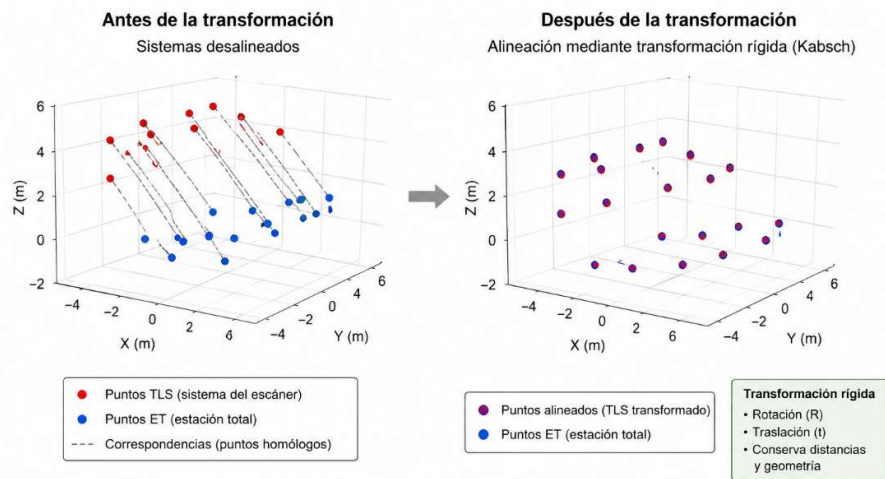


Ilustración 6: Alineación de dos conjuntos de puntos mediante transformación rígida tridimensional usando el algoritmo de Kabsch.

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Arun et al. (1987).

Representación conceptual del proceso de alineación entre dos conjuntos de puntos mediante una transformación rígida tridimensional. A la izquierda se observan los conjuntos inicialmente desalineados (sistema del escáner TLS en rojo y estación total ET en azul) y sus correspondencias. A la derecha se muestra el resultado posterior a la aplicación de la transformación estimada mediante el algoritmo de Kabsch, donde las discrepancias entre ambos conjuntos se minimizan.

La aplicación del ajuste por mínimos cuadrados en este trabajo permite obtener una transformación rígida tridimensional que minimiza las discrepancias entre los puntos homólogos del escáner láser y de la estación total, proporcionando una base estadística sólida para el análisis posterior de los residuos y de la calidad del ajuste.

6. Método de Kabsch para la alineación de conjuntos de puntos

El método de Kabsch es un algoritmo clásico utilizado para determinar la transformación rígida óptima entre dos conjuntos de puntos homólogos en el espacio tridimensional. Su objetivo es encontrar la matriz de rotación y el vector de traslación que minimizan la suma de los cuadrados de las distancias entre puntos correspondientes, bajo la restricción de que la transformación preserve la geometría interna del conjunto de puntos (Kabsch, 1976).

El algoritmo se basa en el cálculo de los centroides de ambos conjuntos de puntos, el centrado de las coordenadas respecto a dichos centroides y la posterior determinación de la matriz de rotación mediante la descomposición en valores singulares (SVD) de la matriz de covarianza cruzada. Este procedimiento permite obtener una solución cerrada, numéricamente estable y computacionalmente eficiente.

El procedimiento descrito se esquematiza en la ilustración 7.

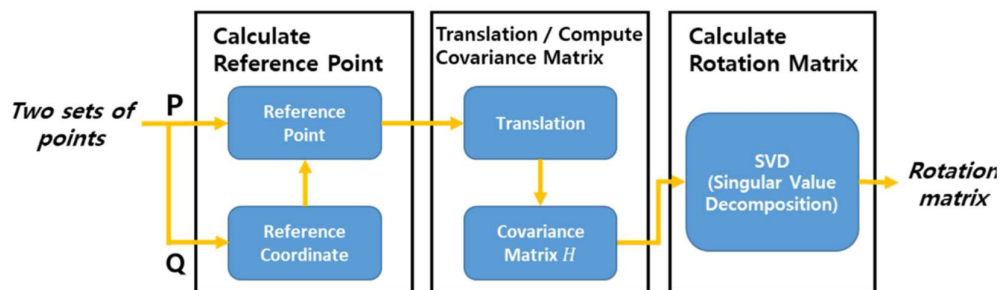


Ilustración 7: Esquema del algoritmo de Kabsch para la estimación de una transformación rígida tridimensional.
Fuente: Adaptado de Arun et al. (1987).

Debido a estas características, el método de Kabsch ha sido ampliamente utilizado en disciplinas como la visión por computadora, la robótica y la geomática, y resulta particularmente adecuado para la vinculación entre modelos de escaneo láser y observaciones topográficas, donde se requiere preservar las distancias internas del modelo tridimensional.

7. Errores, residuos y métricas de calidad

Toda observación geométrica se encuentra afectada por errores, los cuales pueden ser de naturaleza sistemática o aleatoria. En un proceso de ajuste, el residuo representa la diferencia entre el valor observado y el valor estimado a partir del modelo ajustado, constituyendo una herramienta fundamental para evaluar la calidad de la solución obtenida (Ghilani & Wolf, 2018).

En este trabajo, los residuos se analizan a partir de las diferencias entre las coordenadas transformadas del modelo del escáner y las coordenadas correspondientes medidas con estación total. A partir de estos residuos se calcula el error cuadrático medio (RMSE), el cual proporciona una medida global de la magnitud promedio de los errores presentes en el ajuste.

El RMSE es ampliamente utilizado como métrica de calidad en procesos de alineación y registro de nubes de puntos, ya que permite comparar distintas soluciones de forma objetiva y evaluar la estabilidad del ajuste frente a variaciones en la selección de puntos utilizados.

La ilustración 8 muestra el concepto geométrico de residuo en el contexto de la transformación rígida tridimensional. El residuo corresponde al vector que une la posición estimada del punto (obtenida al aplicar la transformación al modelo escaneado) con la posición observada mediante estación total. La magnitud de este vector constituye una medida directa del error local del ajuste.

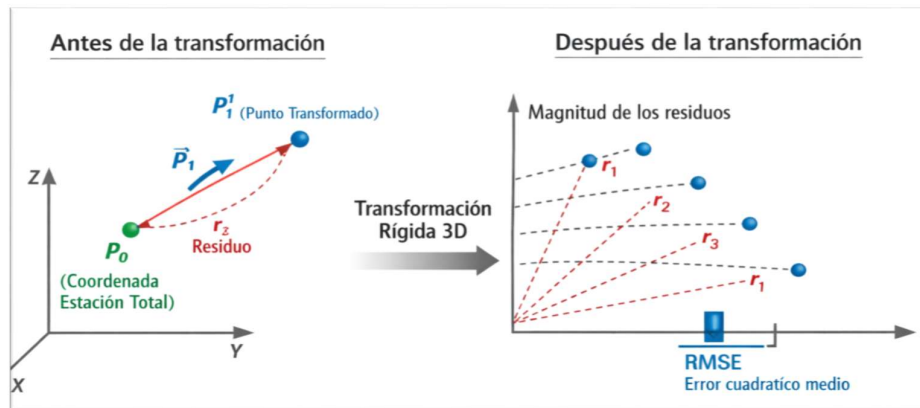


Ilustración 8: Representación conceptual del residuo vectorial luego de aplicar una transformación rígida tridimensional.
Fuente: Elaboración propia.

8. Selección y filtrado de puntos homólogos

La correcta identificación de puntos homólogos constituye un aspecto crítico en la vinculación entre distintos conjuntos de datos geométricos. Errores en la numeración de puntos, en la identificación visual o en la extracción de coordenadas del modelo tridimensional pueden introducir observaciones inconsistentes que afectan significativamente la calidad del ajuste (Vosselman & Maas, 2010).

Con el fin de mitigar estos efectos, resulta necesario aplicar procedimientos de filtrado que permitan detectar y descartar puntos cuya geometría no sea

coherente con el conjunto de datos. En este trabajo, el filtrado se basa en el análisis de la coherencia geométrica interna, mediante la comparación de las distancias relativas calculadas entre pares de puntos a partir de las coordenadas obtenidas tanto del escáner como de la estación total.

Este enfoque permite identificar puntos cuya contribución al error resulta significativamente mayor que la del resto del conjunto, asegurando que la transformación se calcule únicamente a partir de observaciones confiables y geoméricamente consistentes.

9. Simulación de Monte Carlo aplicada al análisis geométrico

La simulación de Monte Carlo es una técnica estadística que permite analizar el comportamiento de un sistema mediante la repetición de experimentos numéricos con distintas realizaciones aleatorias de los datos de entrada. En el ámbito de la geomática, este enfoque se utiliza para evaluar la sensibilidad y estabilidad de soluciones geométricas frente a variaciones en las observaciones disponibles (Robert & Casella, 2004).

En el presente trabajo, la simulación de Monte Carlo se emplea para analizar la estabilidad de la transformación rígida tridimensional en función de la cantidad de puntos homólogos utilizados para su cálculo. Mediante la generación repetida de subconjuntos aleatorios de puntos y el cálculo del RMSE correspondiente, es posible evaluar cómo varía la calidad del ajuste y establecer criterios objetivos para la selección del número mínimo de puntos necesarios.

Este enfoque permite superar las limitaciones de analizar una única solución, aportando una visión estadística más robusta del comportamiento del ajuste.

El procedimiento completo se resume en la ilustración 9.

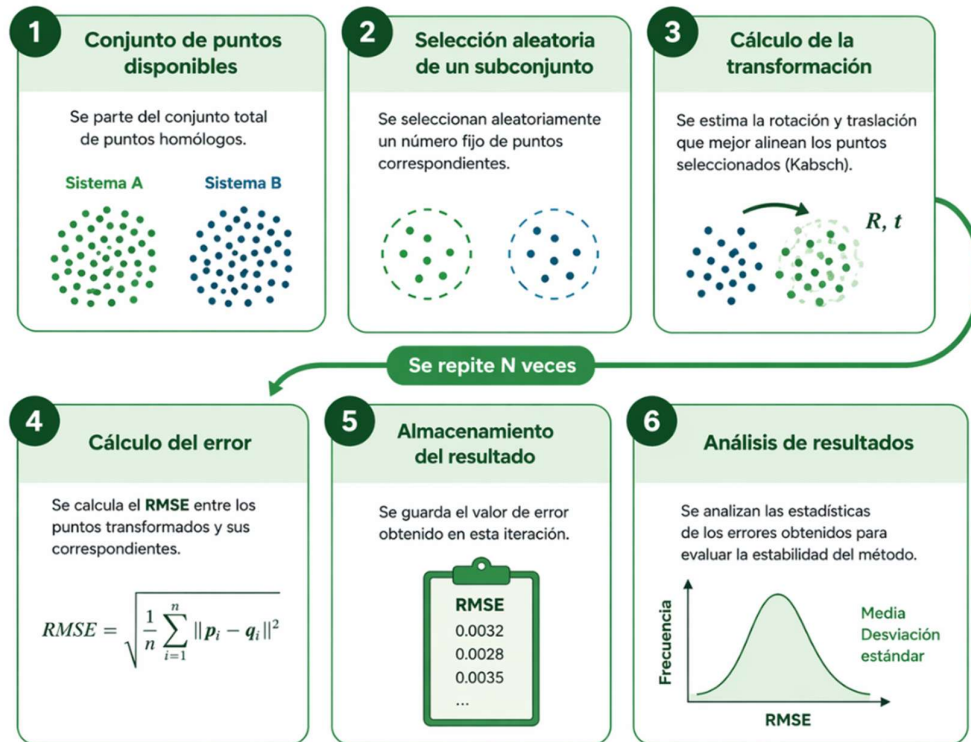


Ilustración 9: Esquema del procedimiento de evaluación mediante simulaciones de Monte Carlo.

Fuente: Elaboración propia.

10. Replanteo y verificación en campo

El replanteo topográfico consiste en materializar en el terreno puntos definidos previamente en un sistema de coordenadas, permitiendo verificar la correspondencia entre un modelo teórico y la realidad física. En el contexto de este trabajo, el replanteo se utiliza como una herramienta complementaria para validar la transformación geométrica obtenida entre el modelo del escáner y el sistema de referencia de la estación total.

La aplicación de la transformación rígida a coordenadas seleccionadas del modelo del escáner permite generar puntos en el sistema de referencia topográfico, los cuales pueden ser replanteados en campo mediante estación total. La comparación entre la posición replanteada y la geometría real del salón constituye una verificación experimental directa de la coherencia del modelo transformado.

Este procedimiento cierra el ciclo entre adquisición, modelado, transformación y validación, reforzando la confiabilidad de los resultados obtenidos.

11. Herramientas computacionales para el análisis geométrico

La implementación de los métodos de análisis geométrico y estadístico desarrollados en este trabajo se realizó mediante herramientas computacionales, con el fin de garantizar la correcta aplicación de los algoritmos y la reproducibilidad de los resultados obtenidos. En particular,

se utilizó el lenguaje de programación Python para el procesamiento de datos, la implementación de los procedimientos de filtrado y ajuste, y el análisis estadístico de los resultados.

El empleo de herramientas computacionales no sustituye el fundamento teórico de los métodos aplicados, sino que constituye un medio para su correcta ejecución y validación, permitiendo reproducir los resultados y analizar de manera objetiva la influencia de distintos factores en la calidad del ajuste.

Metodología

1. Área de estudio

El trabajo experimental se desarrolló en el Salón de Actos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, ubicado en la ciudad de Montevideo, Uruguay. Se trata de una sala interior de gran tamaño destinada a actividades académicas y eventos institucionales.

El salón de aproximadamente veinte metros de largo por quince metros de ancho presenta una geometría arquitectónica compleja, compuesta por superficies verticales, planos inclinados, balconadas y distintos elementos constructivos que generan variaciones en la visibilidad entre distintas posiciones de observación. Estas características lo convierten en un caso de estudio adecuado para evaluar la aplicación del TLS en el relevamiento de espacios interiores y analizar la vinculación geométrica entre el modelo TLS y observaciones realizadas con estación total.

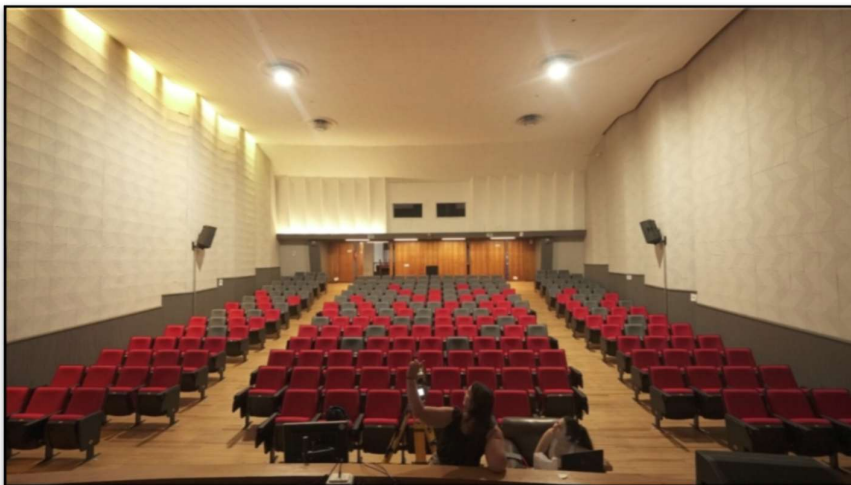


Ilustración 10: Vista general de la geometría del salón de actos. Fuente: Fotografía Daniel Meyer.

La elección de este salón permitió trabajar en un entorno controlado, en el cual fue posible realizar tanto la adquisición de la nube de puntos mediante TLS como el relevamiento topográfico con estación total, facilitando la identificación de puntos homólogos y la posterior evaluación de su coherencia geométrica.

2. Captura de datos mediante escaneo láser terrestre

El relevamiento del salón se realizó mediante TLS, utilizando el equipo Leica RTC360, propiedad del Instituto de Agrimensura y el software asociado Leica Cyclone FIELD 360 para la adquisición en campo y Leica Cyclone REGISTER 360 para el procesamiento posterior.

Inicialmente, se planificó una estrategia de captura basada en once estaciones de escaneo, distribuidas de forma tal que se asegurara una adecuada superposición entre estaciones consecutivas y se minimizaran las zonas de sombra producidas por obstrucciones físicas presentes en el salón.



Ilustración 11: *Distribución inicial de las once estaciones de escaneo.*

Los escaneos se realizaron en resolución media y con recabado fotográfico, el tiempo de relevamiento en cada una de las estaciones con esta configuración fue de aproximadamente cuatro minutos y medio. Con la configuración media se buscaba un equilibrio entre densidad de puntos, precisión geométrica y tiempo operativo en campo. Esta elección se fundamenta en que, para relevamientos interiores, la resolución media permite obtener una nube suficientemente densa para análisis geométricos y métricos, sin generar volúmenes de datos excesivamente grandes que dificulten su procesamiento posterior.

Sin embargo, durante la etapa de procesamiento en gabinete se constató que el volumen total de información generado por las once estaciones superaba la capacidad de procesamiento del hardware disponible. El equipo informático presentaba limitaciones principalmente en memoria RAM y capacidad de procesamiento gráfico, lo que provocaba lentitud extrema, bloqueos del software y dificultades para completar el registro global de la nube de puntos.

En relación con el hardware utilizado durante el procesamiento de los escaneos, se destaca que se trabajó con una computadora propiedad del Instituto de Agrimensura, equipada con 12 GB de memoria RAM, valor inferior al mínimo recomendado por el software Cyclone Register 360 para el procesamiento eficiente de nubes de puntos de gran tamaño. Cabe destacar que este procesamiento fue realizado previo a la adquisición, por parte del Instituto, de una nueva computadora con prestaciones adecuadas

para la ejecución de este tipo de software y el manejo eficiente de grandes volúmenes de datos.

Si bien el equipo disponible permitió ejecutar el software y realizar las tareas básicas de registro y alineación, el rendimiento no fue óptimo, observándose tiempos de procesamiento elevados y dificultades durante algunas etapas del trabajo. En una primera instancia, correspondiente al relevamiento compuesto por 11 estaciones de escaneo, se obtuvo una nube de aproximadamente 1.292.161.356 puntos, cuyo procesamiento demandó varias horas de trabajo. Posteriormente, el modelo generado no pudo ser exportado correctamente desde Cyclone Register 360 debido a limitaciones de rendimiento asociadas al volumen de datos y a las capacidades del hardware disponible.

En el segundo procesamiento, trabajando con 4 estaciones de escaneo y un total de 153.671.934 puntos, se logró mejorar significativamente la estabilidad del procesamiento, el tiempo de procesamiento y permitió completar correctamente las etapas posteriores de registro, exportación y análisis del modelo tridimensional.

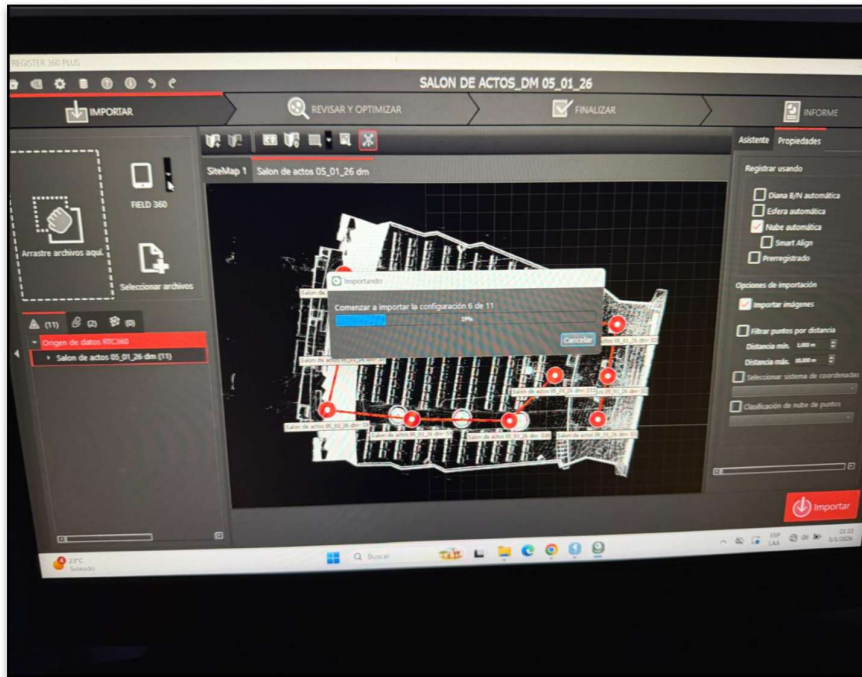


Ilustración 12: Interrupción del procesamiento en Cyclone Register 360, durante la exportación de la nube de puntos.

En función de esta restricción técnica se optó por redefinir el alcance operativo del escaneo, procediendo a una nueva adquisición utilizando cuatro estaciones, estratégicamente redistribuidas para mantener la cobertura geométrica esencial del salón y garantizar el solape mínimo necesario para un registro adecuado entre escaneos consecutivos.

Esta decisión permitió:

- reducir el tamaño total de la nube de puntos,
- optimizar los tiempos de procesamiento,
- lograr un flujo de trabajo estable en Cyclone REGISTER 360,
- mantener la calidad geométrica requerida para los objetivos del proyecto.

La reducción de estaciones implicó un análisis de la planificación inicial, priorizando posiciones que ofrecieran mayor cobertura visual del espacio interior y minimizando redundancias entre escaneos. En la siguiente ilustración se puede observar la posición de los escaneos en color rojo.

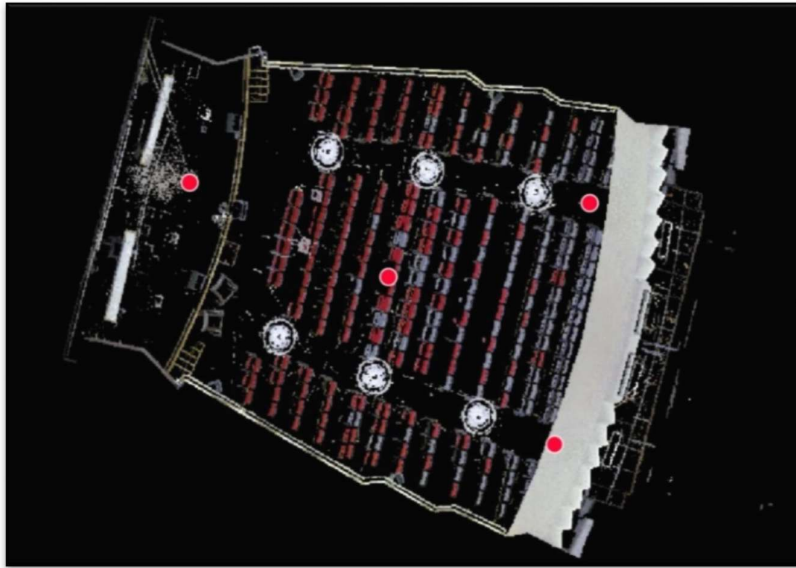


Ilustración 13: Nueva distribución de las cuatro estaciones.

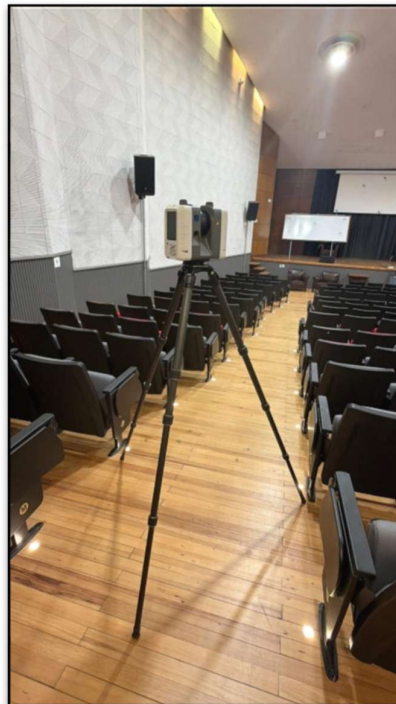


Ilustración 14: Equipo TLS durante la captura de datos.



Ilustración 15: Relevamiento con TLS desde una de las cuatro estaciones utilizadas.

3. Registro y procesamiento de la nube de puntos

Una vez finalizada la etapa de captura en campo, las estaciones de escaneo fueron transferidas al entorno de procesamiento mediante el software Leica Cyclone REGISTER 360, herramienta utilizada para el registro, alineación y consolidación de las distintas posiciones de escaneo en una única nube de puntos.

El proceso de registro consistió en la vinculación espacial de las estaciones individuales, a partir de la detección automática de correspondencias entre nubes utilizando el sistema VIS (Visual Inertial System) incorporado en el equipo. Este sistema combina información visual e inercial para facilitar el alineamiento preliminar entre escaneos consecutivos, reduciendo la necesidad de intervención manual durante las etapas iniciales del registro.

Posteriormente se realizó una verificación del ajuste entre estaciones, analizando los valores de error de registro reportados por el software. Estos indicadores permitieron evaluar la coherencia geométrica entre las estaciones de escaner y detectar posibles desalineaciones locales que pudieran afectar la calidad del modelo tridimensional final.

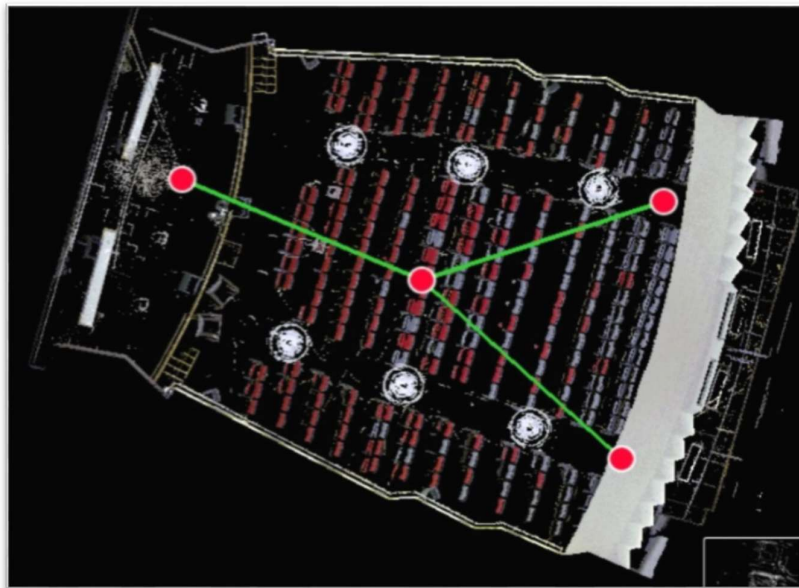


Ilustración 16: *Enlaces entre estaciones de escaneo.*

Salon de actos dm 150126	
Número de conjuntos:	1
Número de escaneos:	4
Número de enlaces:	3
Número de puntos:	153.671.934

Ilustración 17: *Producto obtenido una vez procesada la nube de puntos en Cyclone.*

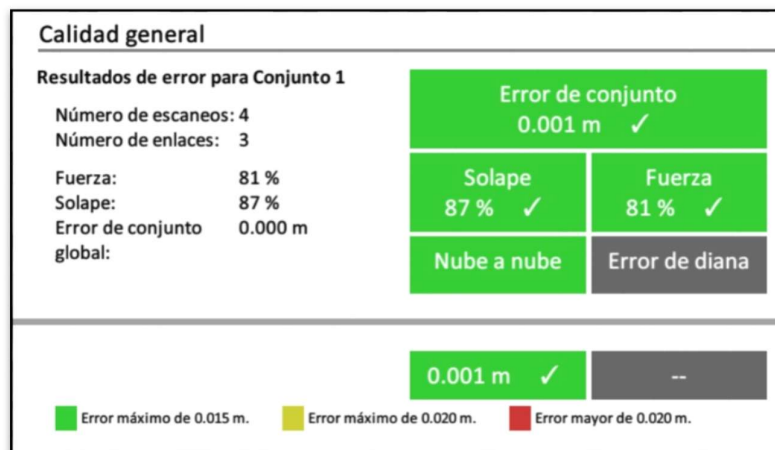


Ilustración 18: Resultados obtenidos tras el procesamiento en Cyclone.

Una vez completado el proceso de registro se generó la nube de puntos consolidada del salón, la cual representa el modelo tridimensional continuo del espacio relevado y constituye la base para las etapas posteriores del trabajo, particularmente para la identificación de puntos homólogos y la extracción de coordenadas.

Cabe señalar que el procesamiento se llevó a cabo en un sistema informático con limitaciones de memoria y capacidad gráfica, lo cual condicionó la cantidad de estaciones finalmente utilizadas y el flujo de trabajo adoptado.

4. Esquema general del procedimiento metodológico

Con el objetivo de evaluar la exactitud geométrica de la nube de puntos obtenida mediante escaneo láser terrestre, se desarrolló una metodología basada en la comparación entre coordenadas derivadas del escáner y coordenadas de referencia obtenidas mediante mediciones topográficas.

El procedimiento metodológico comprende la selección y distribución espacial de puntos homólogos dentro de la nube de puntos, el cálculo de la transformación rígida tridimensional entre ambos sistemas de referencia y la posterior evaluación de la calidad del ajuste a partir del análisis de los residuos en puntos independientes de validación.

A partir de estos residuos se calcularon indicadores estadísticos que permiten cuantificar la exactitud de la nube de puntos generada.

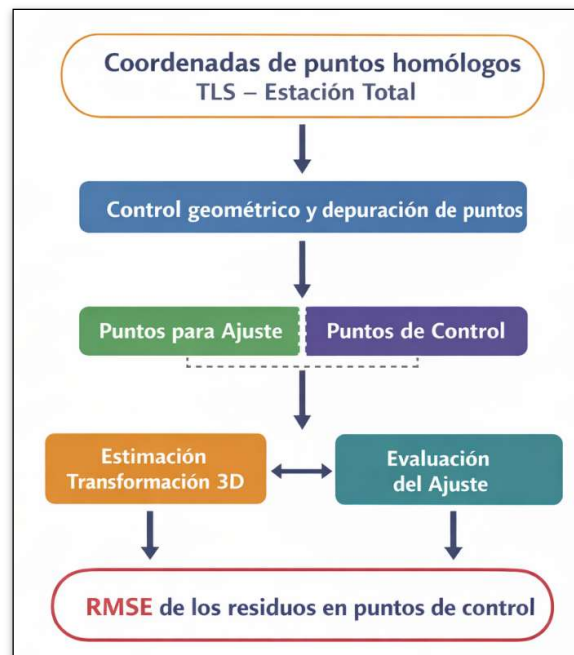


Ilustración 19: Esquema general de la metodología aplicada.

5. Identificación de puntos homólogos

Con la nube de puntos registrada y consolidada, se procedió a la identificación de puntos homólogos entre el modelo tridimensional obtenido mediante escáner láser terrestre y las observaciones realizadas con estación total.

La identificación se realizó utilizando el software Leica TruView, herramienta que permite visualizar y navegar la nube de puntos registrada, así como extraer coordenadas directamente sobre el modelo tridimensional en el sistema de referencia propio del escáner.

El procedimiento se llevó a cabo de forma simultánea al relevamiento topográfico con estación total. Cada vez que se seleccionaba un punto físico en el salón para su medición con estación total, dicho punto era identificado también en el modelo tridimensional del escáner mediante TruView.

Adicionalmente, para cada punto identificado se registró una captura de pantalla que mostraba la ubicación del punto dentro de la nube de puntos, las coordenadas del modelo junto con el número asignado en el relevamiento topográfico, permitiendo asegurar la correcta correspondencia entre ambos conjuntos de datos.

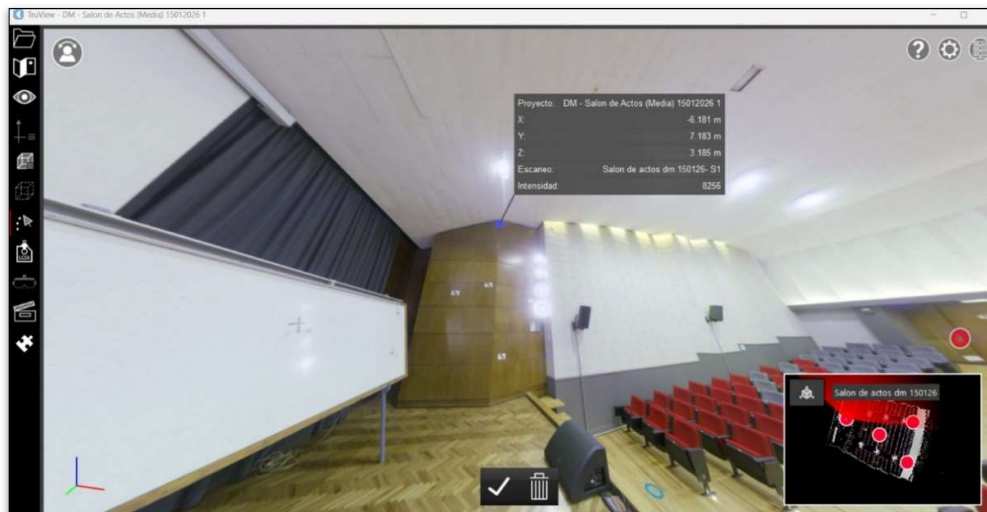


Ilustración 20: Captura de pantalla en TruView con las coordenadas del punto en el modelo TLS, relevado también con estación total.

En algunos casos se utilizaron dianas artificiales colocadas estratégicamente dentro del salón con el fin de facilitar su identificación en la nube de puntos. En otros casos se seleccionaron puntos geoméricamente bien definidos presentes en elementos arquitectónicos del salón, tales como intersecciones de planos, aristas o puntos característicos de paredes, piso o techo.



Ilustración 21: Algunas de las dianas utilizadas como punto de referencia.

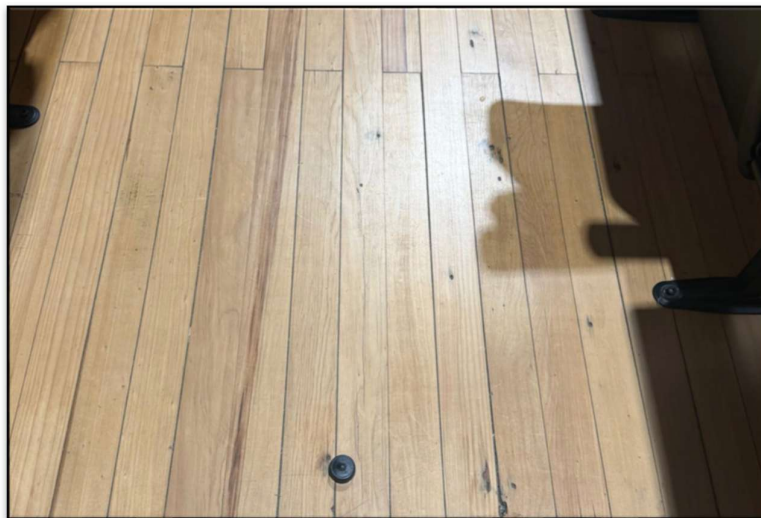


Ilustración 22: Referencias físicas del salón identificables en el modelo TLS.

No obstante, la naturaleza manual del procedimiento implica la posibilidad de introducir errores asociados a: equivocaciones en la numeración de puntos, imprecisiones en la selección dentro de una nube de puntos densa, errores instrumentales vinculados a la medición con estación total, inconsistencias derivadas de cambios de estación durante el relevamiento topográfico.

Por este motivo se consideró necesario implementar un procedimiento adicional de control geométrico y depuración de puntos, el cual se describe más adelante.

6. Captura de datos mediante estación total

Con el objetivo de disponer de un conjunto de coordenadas de referencia independientes del modelo generado mediante TLS, se realizó un relevamiento topográfico utilizando una estación total. Estas observaciones permitieron obtener coordenadas de puntos característicos del salón que posteriormente fueron utilizados como puntos homólogos para el cálculo de la transformación rígida entre ambos sistemas de referencia.

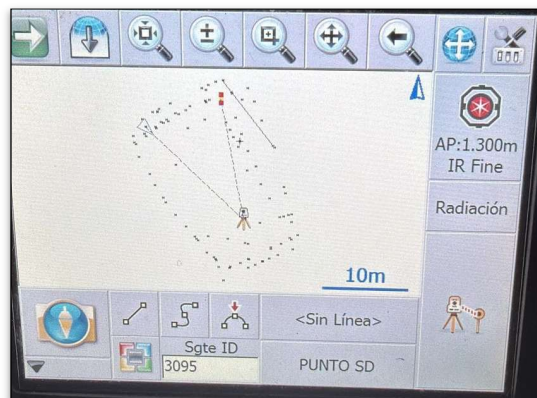


Ilustración 23: Visualización de los puntos relevados en la pantalla de la estación total.

El relevamiento se llevó a cabo desde diferentes posiciones dentro del salón, seleccionadas de manera que se garantizara una adecuada visibilidad hacia los distintos sectores del salón y hacia los puntos previamente definidos.

Los puntos medidos correspondieron principalmente a elementos geoméricamente bien definidos dentro del salón, tales como intersecciones de planos, aristas de elementos constructivos o puntos característicos de paredes, techo y piso. En algunos casos se utilizaron dianas colocadas estratégicamente para facilitar la identificación posterior de los mismos puntos dentro de la nube de puntos generada por el escáner.



Ilustración 24: *Medición con estación total de un punto previamente identificado en el modelo TLS.*

Las observaciones obtenidas con la estación total fueron procesadas para calcular las coordenadas tridimensionales de los puntos medidos en el sistema de referencia del TLS. Este conjunto de coordenadas constituye el sistema de referencia adoptado en el presente trabajo para evaluar la coherencia geométrica del modelo tridimensional obtenido mediante escaneo láser terrestre.

Posteriormente, estas coordenadas fueron vinculadas con las correspondientes extraídas del modelo del escáner mediante el proceso de identificación de puntos homólogos descrito en las secciones siguientes.



Ilustración 25: Relevamiento topográfico realizado con estación total.

7. Control geométrico previo y depuración de puntos

En total se identificaron 220 puntos homólogos entre el modelo del escáner y las observaciones realizadas con estación total. Estos puntos constituyeron el conjunto inicial de correspondencias utilizado para el

análisis geométrico y el posterior cálculo de la transformación rígida tridimensional.

Durante la etapa de identificación de puntos homólogos se detectaron discrepancias que no podían atribuirse únicamente al error instrumental esperado. Estas inconsistencias sugerían la posible existencia de errores en la asociación de puntos, imprecisiones en la extracción manual de coordenadas desde el modelo o errores sistemáticos vinculados al relevamiento topográfico.

Con el objetivo de descartar observaciones incoherentes antes de proceder al cálculo de la transformación rígida, se implementó un procedimiento de control geométrico basado en la comparación de distancias internas entre puntos.

El principio adoptado fue el siguiente: si dos puntos corresponden correctamente en ambos sistemas de referencia, la distancia entre ellos calculada en el sistema del escáner debería ser equivalente, dentro de un margen razonable, a la distancia calculada en el sistema de la estación total. Dado que la transformación buscada es rígida, las distancias internas deben preservarse.

Para cada par de puntos i, j se calcularon las distancias:

$$d_{ET} = \| E_i - E_j \|$$

$$d_{SC} = \| S_i - S_j \|$$

y se evaluó la desviación relativa entre ambas distancias:

$$\delta_{ij} = \frac{|d_{ET} - d_{SC}|}{(d_{ET} + d_{SC})/2}$$

donde:

- E_i corresponde a las coordenadas del punto en el sistema de la estación total
- S_i corresponde a las coordenadas del punto en el sistema del escáner




Este procedimiento fue implementado mediante un script desarrollado en Python, utilizando bibliotecas científicas para cálculo matricial y análisis estadístico.

A partir de la distribución de las desviaciones relativas se determinó un umbral basado en el percentil 95. Los pares de puntos que presentaban desviaciones superiores a dicho valor fueron considerados potencialmente conflictivos y utilizados para identificar observaciones inconsistentes.

Posteriormente se contabilizó la frecuencia con la que cada punto participaba en los pares que superaban el umbral establecido. En cada iteración se eliminó el punto que acumulaba la mayor cantidad de participaciones en dichas discrepancias, asumiendo que era el principal responsable de la pérdida de coherencia geométrica del conjunto. Una vez

eliminado el punto, se recalcularon las distancias internas y las desviaciones relativas sobre el conjunto restante, repitiéndose el procedimiento hasta alcanzar un comportamiento geométrico estable.

Tras aplicar el procedimiento de control geométrico y depuración basado en la comparación de distancias internas, se eliminaron puntos considerados inconsistentes como también se eliminaron puntos para obtener un conjunto de puntos con una distribución equitativa, quedando finalmente 160 puntos homólogos confiables utilizados para la estimación de la transformación rígida.

ETAPA DEL PROCESO		CANTIDAD DE PUNTOS
	Puntos homólogos identificados inicialmente	220
	Puntos eliminados *	60
	Puntos finales utilizados en el ajuste	160

* Puntos eliminados por inconsistencias geométricas detectadas mediante el procedimiento de control geométrico iterativo explicado en la metodología, así como por no contribuir a una distribución equilibrada de la cantidad de puntos por octil (criterio de equidad en la partición espacial).

Tabla 1: Resumen del proceso de depuración de puntos homólogos.
Fuente: Elaboración propia.

Este filtrado permitió depurar el conjunto de puntos homólogos y asegurar que la transformación rígida se calculara exclusivamente a partir de observaciones confiables.

La ilustración 26 muestra de manera esquemática el criterio geométrico adoptado para la depuración de puntos homólogos, basado en la

comparación de distancias internas entre el sistema del escáner y el sistema de la estación total.

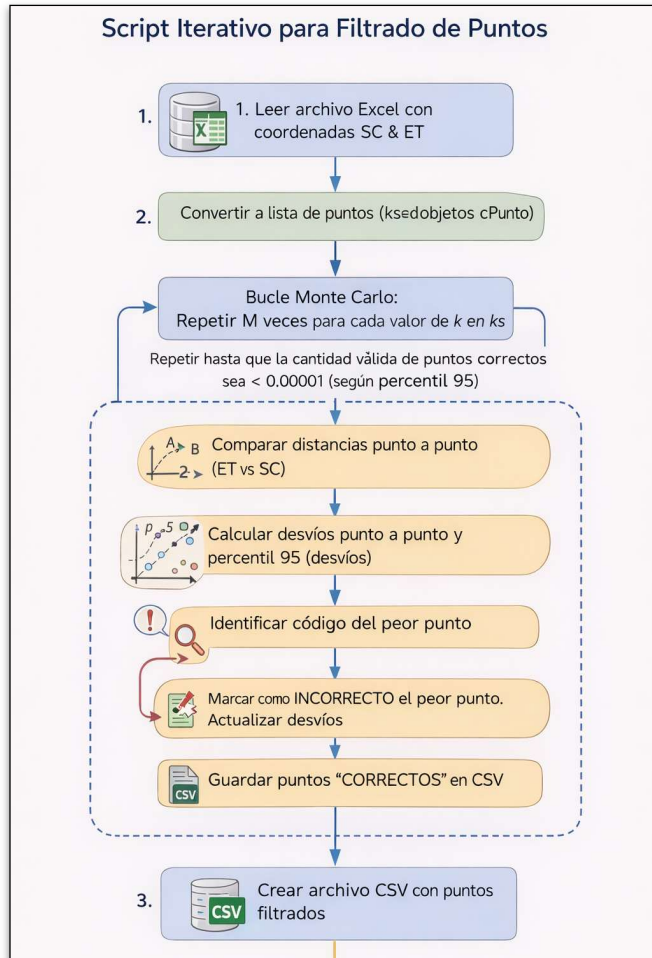


Ilustración 26: Representación conceptual del criterio geométrico para depuración de puntos. Fuente: Elaboración propia.

8. Control de selección de puntos para estimación y validación









Una vez finalizado el proceso de depuración geométrica se obtuvo un conjunto de puntos homólogos confiables. Con el objetivo de asegurar una adecuada cobertura espacial del modelo tridimensional, evitando concentraciones locales de puntos, se realizó una selección adicional basada en la distribución geométrica de los puntos dentro del volumen del salón. Para ello, el espacio tridimensional del salón fue subdividido

conceptualmente en octiles, permitiendo representar diferentes sectores del salón.

Se seleccionaron los 160 puntos distribuidos espacialmente en distintos sectores del salón, considerando los diferentes octiles; incluyendo paredes laterales, frente, fondo, techo y sectores inferiores. En particular, se seleccionaron 20 puntos en cada uno de los octiles. Esta distribución buscó asegurar una representación geométrica equilibrada del espacio relevado, evitando concentraciones locales de puntos y garantizando que los puntos de control representaran distintas posiciones dentro del modelo tridimensional.

Una adecuada distribución volumétrica de los puntos contribuye a mejorar el condicionamiento geométrico del problema de transformación, favoreciendo una estimación más estable y robusta de los parámetros de rotación y traslación de una transformación rígida.

La tabla 2 muestra la cantidad de puntos según su posición relativa dentro del modelo tridimensional del salón.

POSICIÓN RELATIVA	CANTIDAD DE PUNTOS
 DERECHA ADELANTE ABAJO	20
 DERECHA ADELANTE ARRIBA	20
 DERECHA ATRAS ABAJO	19
 DERECHA ATRAS ARRIBA	19
 IZQUIERDA ADELANTE ABAJO	19
 IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA	19
 IZQUIERDA ATRAS ABAJO	20
 IZQUIERDA ATRAS ARRIBA	20

Nota: Los valores representan la cantidad de puntos registrada en cada octante del salón según la división espacial definida para el análisis.

Tabla 2: Cantidad de puntos según posición octiles.

La ilustración 27 muestra la distribución espacial de los puntos seleccionados dentro del modelo tridimensional del salón.

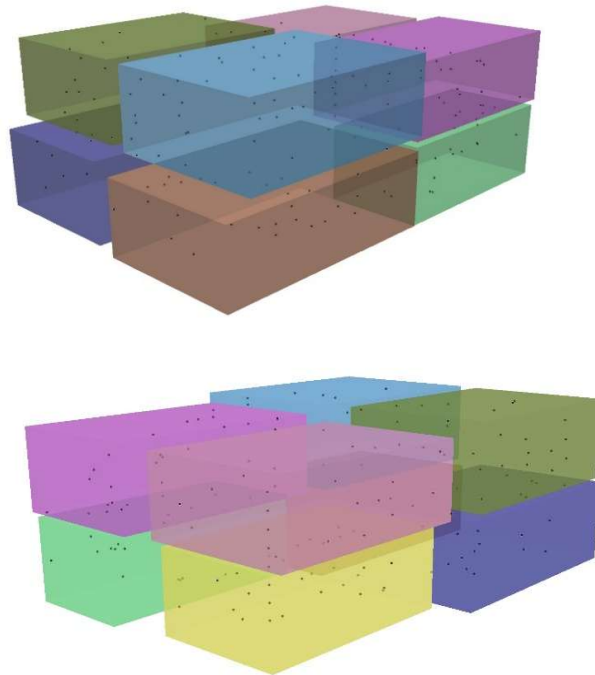


Ilustración 27: *Subdivisión del volumen del salón en ocho octiles y distribución de puntos.*

9. Determinación de la transformación rígida tridimensional

Una vez definido el conjunto de puntos homólogos considerados confiables, se procedió al cálculo de la transformación rígida tridimensional que permite vincular el sistema de coordenadas del escáner láser con el sistema de referencia materializado mediante estación total.

Sea S_i el conjunto de puntos expresados en el sistema del escáner y E_i los puntos correspondientes en el sistema de la estación total. La relación entre ambos puede expresarse como:

$$E_i = RS_i + T$$

Donde:

- R es una matriz de rotación ortonormal de dimensión 3×3 .
- T es un vector de traslación tridimensional.

La estimación de los parámetros R y T se realizó mediante un ajuste por mínimos cuadrados, minimizando la suma de los cuadrados de las diferencias entre los puntos transformados y sus correspondientes coordenadas observadas. Para resolver este problema se implementó el algoritmo de Kabsch, el cual garantiza la obtención de la rotación óptima mediante la descomposición en valores singulares (SVD) de la matriz covarianza entre ambos conjuntos de puntos, que produce el mejor ajuste en el sentido de mínimos cuadrados (Kabsch, 1976).

El procedimiento fue implementado mediante un script desarrollado en Python, utilizando bibliotecas científicas para el cálculo matricial (Numpy) y la manipulación de datos.

Cabe destacar que la transformación considerada es estrictamente rígida, por lo que no incorpora factores de escala ni deformaciones, preservando las distancias internas del modelo.

Esta elección se fundamenta en que ambos conjuntos de datos se encuentran expresados en unidades métricas compatibles y provienen de mediciones directas en el mismo espacio físico, por lo que no se espera la presencia de diferencias de escala entre los sistemas de coordenadas.

La ilustración 28 presenta un esquema conceptual del procedimiento utilizado para estimar la transformación rígida tridimensional entre ambos sistemas de referencia, incluyendo el proceso de filtrado de puntos homólogos y el ajuste por mínimos cuadrados mediante el algoritmo de Kabsch.

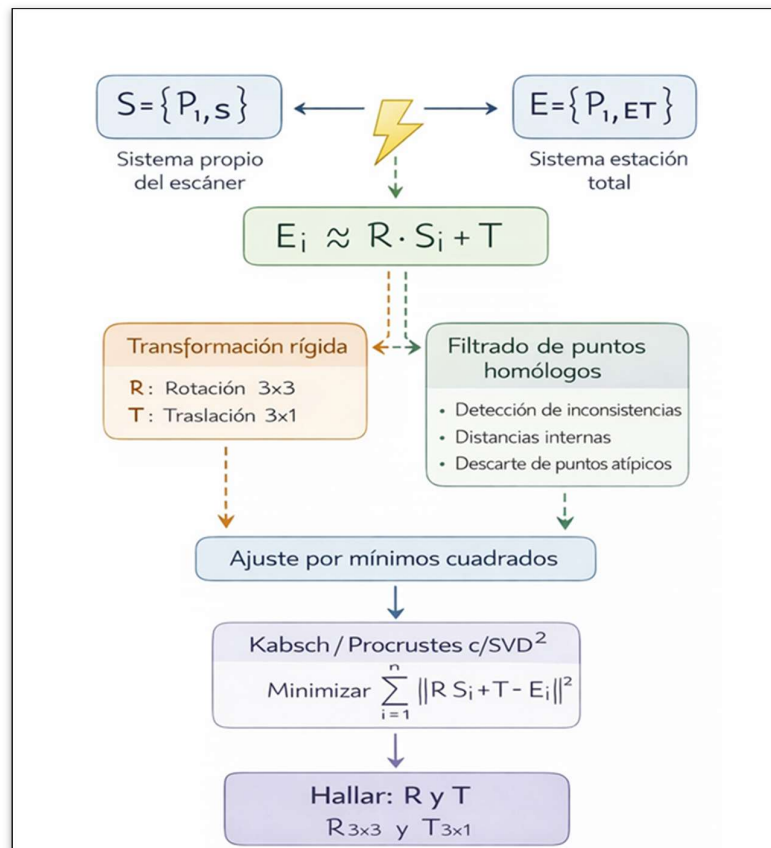


Ilustración 28: Esquema conceptual del procedimiento. Fuente: Elaboración propia.

10. Evaluación de la calidad del ajuste

Una vez estimados los parámetros de la transformación rígida tridimensional, se procedió a evaluar la calidad del ajuste obtenido mediante el análisis de los residuos asociados a los puntos utilizados en la validación.

Sea S_i y E_i los puntos correspondientes en los sistemas del TLS y estación total respectivamente. Una vez aplicada la transformación rígida estimada,

se obtienen las coordenadas transformadas: $\hat{E}_i = RS_i + T$

donde R corresponde a la matriz de rotación y T al vector de traslación determinados en el proceso de ajuste.

Los residuos para cada punto se definieron como la diferencia entre las coordenadas observadas mediante estación total y las coordenadas transformadas provenientes del sistema del escáner:

$$v_i = \hat{E}_i - E_i$$

Estos residuos representan la discrepancia geométrica entre ambos sistemas de coordenadas una vez aplicada la transformación. El análisis de su magnitud y distribución permite evaluar la coherencia entre los datos obtenidos mediante TLS y las observaciones topográficas realizadas con estación total.

Para obtener una medida global de la concordancia geométrica entre ambos conjuntos de puntos se calculó el error cuadrático medio (RMSE), definido como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|v_i\|^2}$$

Donde:

n corresponde al número total de puntos considerados en la evaluación y

$\|v_i\|$ representa la magnitud del vector residual asociado al punto i .

El RMSE constituye un indicador global de la calidad del ajuste, permitiendo cuantificar el error tridimensional promedio.

Este análisis permitió evaluar la coherencia geométrica entre ambos conjuntos de datos y verificar la consistencia del modelo de transformación adoptado.

11. Análisis de estabilidad mediante simulación de Monte Carlo

Con el objetivo de analizar la estabilidad de la transformación rígida obtenida y evaluar la influencia de la cantidad de puntos utilizados en su estimación, se implementó un procedimiento basado en simulaciones de Monte Carlo.

Este enfoque permite estudiar la variabilidad de los resultados al repetir el proceso de estimación utilizando distintos subconjuntos de puntos homólogos, constituyendo una herramienta adecuada para analizar la sensibilidad y robustez del modelo frente a variaciones en los datos de entrada.

El análisis se realizó a partir de un conjunto de 160 puntos homólogos considerados confiables luego del proceso de depuración geométrica. A

partir de este conjunto se generaron múltiples configuraciones de ajuste y validación.

En cada iteración, se seleccionó un subconjunto de k puntos para estimar los parámetros de la transformación rígida tridimensional mediante el algoritmo de Kabsch (el valor de k varía según el proceso). Los puntos restantes se utilizaron como conjunto de validación, sobre el cual se evaluó la calidad del ajuste.

Para cada transformación obtenida, se calcularon los residuos entre las coordenadas transformadas del escáner y las coordenadas observadas mediante estación total, determinándose a partir de ellos el error cuadrático medio (RMSE), según el procedimiento descrito previamente.

Este proceso se repitió 500 veces para cada tamaño de subconjunto considerado, generando distribuciones del RMSE asociadas a distintas configuraciones de puntos de ajuste. A partir de dichas distribuciones se obtuvieron indicadores estadísticos representativos, tales como el valor medio del RMSE, percentiles característicos (P95) y medidas de variabilidad.

El análisis de estos resultados permitió evaluar la variabilidad del error en función del número de puntos utilizados, la sensibilidad de la transformación frente a cambios en el conjunto de observaciones y la estabilidad geométrica del modelo.

Asimismo, el estudio de la evolución del RMSE en función de k permitió identificar el rango a partir del cual el error tiende a estabilizarse, indicando un comportamiento robusto de la transformación frente a variaciones en la selección de puntos.

Adicionalmente, se incorporó una estrategia de muestreo aleatorio simple, en la cual los puntos fueron seleccionados sin considerar su distribución espacial dentro del modelo tridimensional. Este enfoque se implementó como alternativa al muestreo estratificado previamente definido, que garantiza una cobertura geométrica homogénea mediante la selección de puntos en distintos sectores del volumen relevado.

De este modo, se dispuso de dos esquemas de selección de puntos; uno con control geométrico (estratificado) y otro sin dicho control (aleatorio), lo que permitió analizar el efecto de la distribución espacial en la estabilidad y calidad del ajuste.

En el Anexo se presentan los scripts desarrollados en Python para la implementación del procedimiento de depuración de puntos homólogos y del análisis de estabilidad mediante simulaciones de Monte Carlo.

12. Replanteo y verificación en campo

Con el objetivo de verificar en campo la validez práctica de la transformación rígida tridimensional obtenida, se planteó una etapa de replanteo en el Salón de Actos. Para ello, se seleccionaron puntos identificables dentro del modelo tridimensional generado a partir del escaneo láser terrestre. A las coordenadas de dichos puntos en el sistema de referencia del escáner se les aplicó la transformación calculada mediante el script desarrollado en Python, obteniéndose así sus coordenadas estimadas en el sistema de referencia de la estación total.

La transformación fue evaluada utilizando distintas cantidades de puntos de ajuste distribuidos espacialmente en el salón, con el objetivo de analizar cómo influye el tamaño de la muestra en la estabilidad geométrica y en la precisión de las coordenadas estimadas. Para cada caso se realizó la propagación de incertidumbres asociadas al ajuste, determinándose para cada punto una región de confianza representada mediante un elipsoide de error al 95%.

Para facilitar su interpretación gráfica en planta, estos resultados fueron representados mediante elipses de error. Dichas elipses delimitan la región dentro de la cual deberían ubicarse las coordenadas observadas en campo en caso de que la transformación represente adecuadamente la relación geométrica entre ambos sistemas de referencia en 2D.

Además, el análisis permitió estudiar la variación del tamaño de las elipses en función de la cantidad de puntos utilizados en la transformación.

Posteriormente, se realizó el replanteo de dichos puntos mediante estación total, con el objetivo de comparar las coordenadas observadas con las coordenadas estimadas y evaluar si las discrepancias obtenidas resultaban compatibles con las regiones de incertidumbre definidas por las elipses de error calculadas.

Resultados y Análisis

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir del ajuste de la transformación rígida tridimensional y del análisis estadístico realizado mediante simulaciones de Monte Carlo.

1. Resultados del ajuste de la transformación rígida

Luego de aplicar el procedimiento de control geométrico y depuración de puntos homólogos descrito en la sección metodológica, se obtuvo un conjunto final de 160 puntos homólogos geoméricamente consistentes. Estos puntos fueron seleccionados de manera que representaran adecuadamente la geometría del salón, distribuyéndose espacialmente mediante una partición volumétrica en ocho octiles, con aproximadamente 20 puntos por sector.

A partir de este conjunto se estimó la transformación rígida tridimensional que vincula el sistema de coordenadas del escáner láser terrestre con el sistema definido por las observaciones realizadas mediante estación total.

La estimación de los parámetros se realizó mediante el algoritmo de Kabsch, el cual determina la matriz de rotación y el vector de traslación que minimizan las discrepancias entre los puntos transformados del escáner y las coordenadas observadas.

La calidad del ajuste se evaluó a partir de los residuos tridimensionales obtenidos luego de aplicar la transformación estimada, calculándose el error cuadrático medio (RMSE) como indicador global de la discrepancia geométrica entre ambos conjuntos de datos.

Los resultados obtenidos muestran que el error del ajuste se encuentra en el orden del centímetro, evidenciando una adecuada coherencia geométrica entre los sistemas considerados. En particular, en configuraciones geoméricamente estables, el RMSE alcanza valores cercanos a 0.014 m, como se analiza en la sección siguiente.

2. Estabilidad del ajuste e influencia de la cantidad de puntos

Con el objetivo de analizar la estabilidad de la transformación rígida estimada y evaluar la influencia de la cantidad de puntos utilizados en su cálculo, se implementó un análisis basado en simulaciones de Monte Carlo.

El procedimiento se realizó a partir del conjunto de 160 puntos homólogos, generando múltiples configuraciones de ajuste y validación. En cada iteración se seleccionó aleatoriamente un subconjunto de k puntos para estimar la transformación mediante el algoritmo de Kabsch, utilizando los puntos restantes como conjunto de validación para evaluar la calidad del ajuste.

Para cada valor de k se realizaron 500 simulaciones, lo que permitió obtener distribuciones estadísticas del RMSE. A partir de estas simulaciones se calcularon distintos indicadores, incluyendo el RMSE medio, la mediana (percentil 50), el percentil 95 y la variabilidad del error.

Los resultados obtenidos muestran que el valor medio del RMSE disminuye progresivamente a medida que aumenta el número de puntos utilizados para el cálculo de la transformación.

En particular, los valores obtenidos fueron aproximadamente:

k (puntos de ajuste)	RMSE medio (m)
3	0.0236
4	0.0175
5	0.0158
6	0.0153
7	0.0147
8	0.0145
9	0.0142
10	0.0141
12	0.0139
16	0.0136

Tabla 3: Comportamiento del RMSE medio en función de k , siendo k la cantidad de puntos utilizados en el ajuste.

Estos resultados evidencian que el error del ajuste puede alcanzar valores del orden de 2 a 3 cm cuando se utilizan pocos puntos de ajuste, reflejando una mayor sensibilidad del modelo a la selección de observaciones.

Sin embargo, a medida que aumenta la cantidad de puntos, el error disminuye de forma progresiva, evidenciando una mejora en la estabilidad del modelo de transformación.

A partir de aproximadamente 8 a 10 puntos de ajuste, la reducción del error se vuelve marginal, observándose una clara estabilización del RMSE en torno a valores cercanos a 0.014–0.015 m.

La ilustración 29 muestra la variación de los valores de RMSE obtenidos a partir de las simulaciones realizadas.

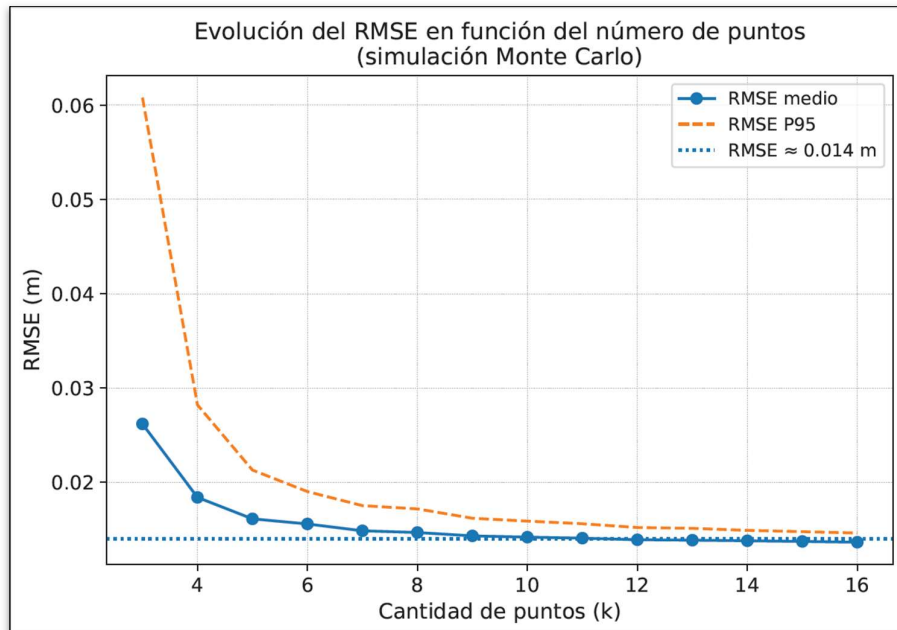


Ilustración 29: Evolución del RMSE en función de la cantidad de puntos utilizados.

3. Análisis de los residuos

Con el fin de evaluar la calidad del ajuste a nivel individual, se analizaron los residuos asociados a cada uno de los puntos utilizados en la evaluación.

Los residuos se definieron como la diferencia entre las coordenadas observadas mediante estación total y las coordenadas obtenidas al aplicar la transformación rígida tridimensional al conjunto de puntos provenientes del escáner.

La magnitud de los residuos se mantuvo mayoritariamente dentro del rango de aproximadamente 5 mm a 20 mm, lo cual resulta coherente con el valor de RMSE obtenido.

En general, la distribución de los residuos presenta un comportamiento homogéneo, sin evidenciar la presencia de valores atípicos significativos ni patrones sistemáticos en su distribución espacial.

Complementando, el análisis de las componentes individuales de los residuos en las direcciones X, Y y Z no evidenció la presencia de sesgos sistemáticos relevantes, lo cual refuerza la consistencia geométrica del modelo de transformación adoptado.

4. Comparación entre estrategias de muestreo.

Con el objetivo de analizar la influencia de la distribución espacial de los puntos en la estimación de la transformación rígida tridimensional, se compararon los resultados obtenidos mediante muestreo estratificado y muestreo aleatorio simple en el marco de las simulaciones Monte Carlo.

La ilustración 30 muestra la evolución del error cuadrático medio (RMSE) en función de la cantidad total de puntos utilizados para el ajuste, para ambas estrategias de muestreo.

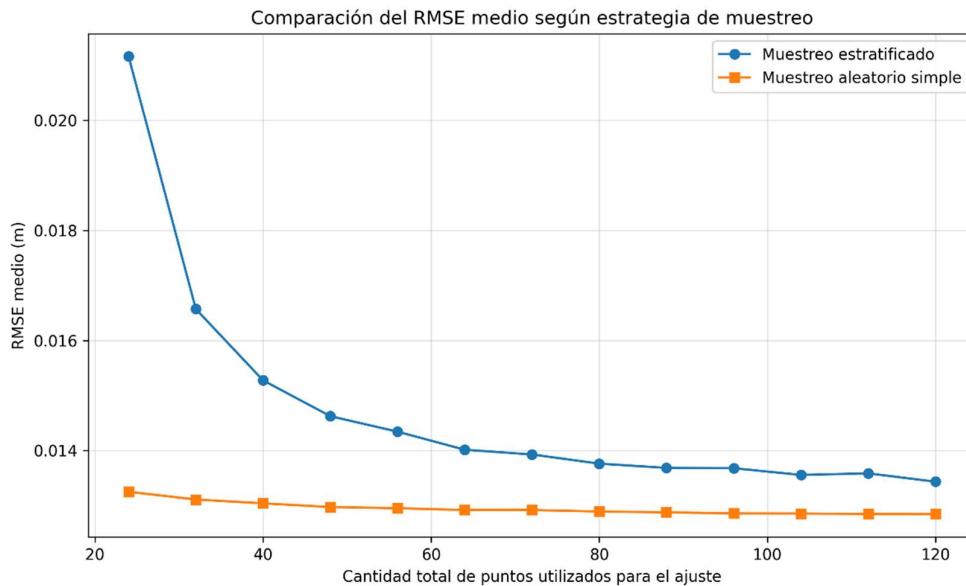


Ilustración 30: Evolución del RMSE medio en función del número de puntos utilizados para el ajuste, comparando muestreo estratificado y muestreo aleatorio simple.

Como se observa, ambas estrategias presentan una disminución progresiva del RMSE al aumentar la cantidad de puntos de ajuste, tendiendo a estabilizarse a partir de un determinado valor.

El muestreo aleatorio simple presenta valores medios de RMSE inferiores a los del muestreo estratificado en la mayoría de las configuraciones analizadas, manteniéndose esta diferencia de forma consistente.

Para complementar la interpretación gráfica, en la Tabla 4 se presentan valores representativos de los indicadores estadísticos obtenidos para ambas estrategias de muestreo.

k total	RMSE medio estratificado (m)	RMSE medio aleatorio (m)	P95 estratificado (m)	P95 aleatorio (m)
24	0.02116	0.01325	0.03903	0.01418
40	0.01528	0.01304	0.01925	0.01362
64	0.01402	0.01292	0.01596	0.01335
88	0.01368	0.01288	0.01544	0.01316
120	0.01343	0.01284	0.01479	0.01296

Tabla 4: *Indicadores estadísticos del RMSE para valores representativos de la cantidad de puntos utilizados*

Los valores presentados confirman las tendencias observadas en las figuras, mostrando diferencias sistemáticas entre ambas estrategias. En particular, se observa que el muestreo aleatorio simple presenta valores inferiores tanto en el RMSE medio como en el percentil 95, mientras que el muestreo estratificado refleja valores más elevados, asociados a una evaluación más exigente del ajuste.

Se observa además que, a medida que aumenta la cantidad de puntos, las diferencias entre ambas estrategias tienden a reducirse, en concordancia con la estabilización del error observada previamente.

Con el fin de evaluar el comportamiento del ajuste en escenarios menos favorables, se analizó el percentil 95 (P95) del RMSE obtenido en las

simulaciones.

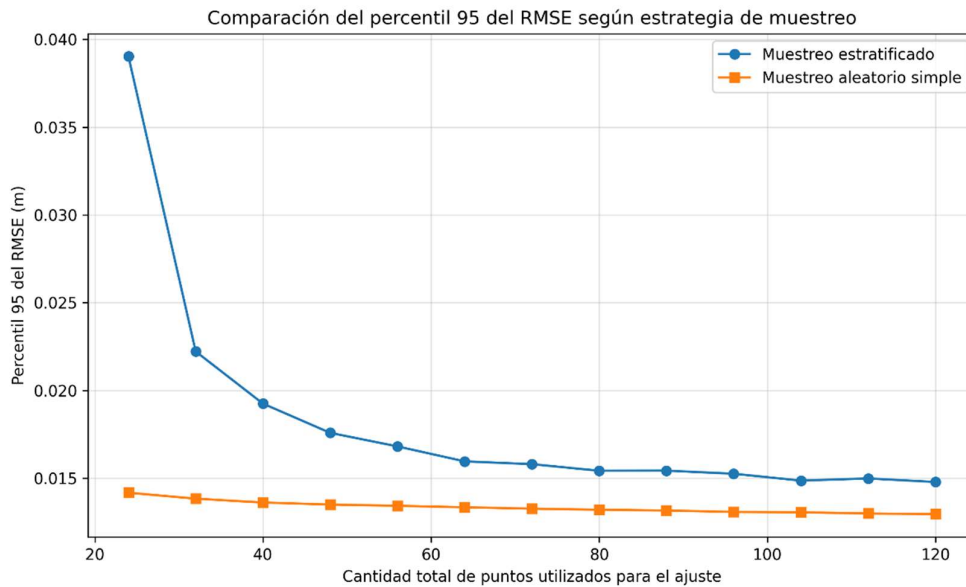


Ilustración 31: Evolución del percentil 95 del RMSE en función de la cantidad total de puntos utilizados para el ajuste, para muestreo estratificado y muestreo aleatorio simple.

El análisis del percentil 95 muestra un comportamiento consistente con el RMSE medio y muestra una disminución del error al aumentar la cantidad de puntos y una tendencia a la estabilización a partir de un determinado valor.

De igual forma, el muestreo aleatorio simple presenta valores inferiores a los del muestreo estratificado, lo que refuerza el comportamiento observado en el análisis del error medio.

La interpretación de estas diferencias se desarrolla más adelante.

5. Identificación espacial de discrepancias geométricas

Se realizó una evaluación de la distribución espacial de los residuos obtenidos en el ajuste.

A partir de este análisis, se identificó que los mayores errores se concentran en el sector correspondiente al octil “**derecha atrás abajo**”, evidenciando una discrepancia geométrica localizada entre el modelo obtenido mediante escaneo láser terrestre y las observaciones realizadas con estación total.

Este resultado indica que las diferencias entre ambos sistemas no se distribuyen de manera uniforme en el espacio, sino que responden a variaciones locales en la calidad del modelo.

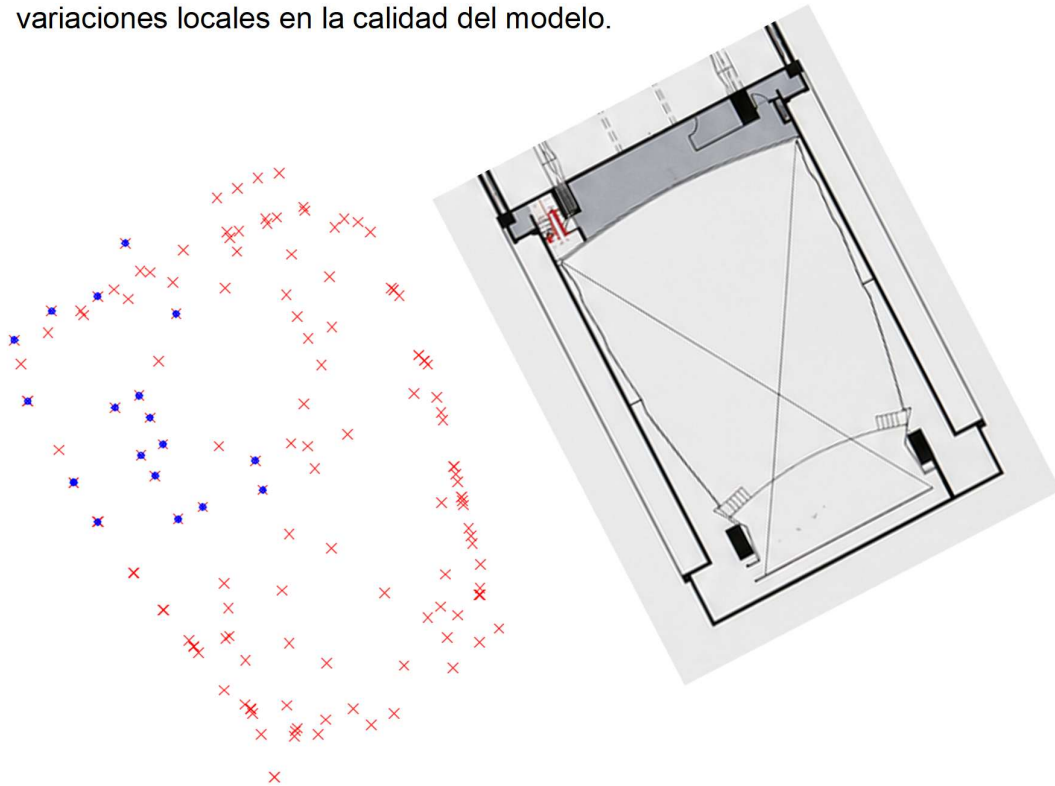


Ilustración 32: Localización del sector correspondiente al octil “derecha atrás abajo”, donde se registran las mayores discrepancias geométricas.

La identificación de esta concentración espacial del error permite interpretar de forma más completa los resultados obtenidos, evidenciando que el ajuste global se encuentra condicionado por discrepancias locales.

En este sentido, el uso de estrategias de muestreo que garanticen una adecuada cobertura geométrica del espacio resulta fundamental para detectar este tipo de comportamientos.

6. Discusión del comportamiento del muestreo

A partir de los resultados obtenidos, se observa un comportamiento inicialmente contraintuitivo: el muestreo aleatorio simple presenta valores de RMSE inferiores a los obtenidos mediante muestreo estratificado.

Desde una interpretación estrictamente numérica, este resultado podría sugerir una mejor calidad del ajuste en el caso del muestreo aleatorio. Sin embargo, el análisis detallado de la distribución espacial de los errores permite comprender que este comportamiento responde a una subestimación del error real.

El análisis de los residuos por sector demuestra que las discrepancias no se distribuyen de manera uniforme en el espacio, sino que se concentran en regiones específicas del modelo. En particular, el sector correspondiente a “derecha atrás abajo” presenta un error significativamente mayor (≈ 19 mm) en comparación con otros sectores (≈ 9 mm), lo que indica la presencia

de una deformación geométrica localizada en el modelo obtenido mediante escaneo láser terrestre.

Este comportamiento puede atribuirse a las características propias de la adquisición de datos mediante escáner, donde factores como la geometría de observación, la distancia al objeto o la concatenación de estaciones pueden generar pequeñas derivas o deformaciones acumuladas en la nube de puntos.

En este contexto, el muestreo estratificado actúa como un mecanismo de control geométrico, al garantizar la inclusión sistemática de puntos en todos los sectores del modelo. Esto obliga al proceso de ajuste a considerar simultáneamente regiones con distintos niveles de discrepancia, evidenciando así las deformaciones existentes y produciendo un RMSE más representativo del comportamiento global.

Por el contrario, el muestreo aleatorio simple no asegura una cobertura espacial homogénea, lo que permite que, en determinadas configuraciones, los sectores con mayores errores no sean considerados en el cálculo de la transformación. Como consecuencia, se obtienen valores de RMSE artificialmente bajos, que no reflejan la verdadera calidad geométrica del modelo.

En este sentido, los resultados obtenidos demuestran que un menor valor de RMSE no implica necesariamente una mejor calidad del ajuste, y ponen

de manifiesto la importancia de considerar la distribución espacial de los puntos en la evaluación de modelos tridimensionales.

Este hallazgo valida el uso del muestreo estratificado como herramienta de control de calidad en procesos de integración entre nubes de puntos y observaciones topográficas, ya que permite detectar deformaciones locales que podrían permanecer ocultas bajo esquemas de selección aleatoria.

7. Validación geométrica mediante replanteo.

Con el objetivo de evaluar la coherencia geométrica de la transformación obtenida, se compararon las coordenadas estimadas mediante la transformación rígida tridimensional con las coordenadas observadas mediante estación total para un conjunto de puntos distribuidos espacialmente dentro del salón.

A partir del modelo tridimensional TLS se extrajeron las coordenadas de los puntos seleccionados en el sistema local del escáner. Posteriormente, dichas coordenadas fueron transformadas al sistema de referencia de la estación total mediante la transformación calculada con el script desarrollado en Python.

	Scanner		
Punto	X_SC	Y_SC	Z_SC
1	-8.005	-0.225	-0.045
2	3.919	5.383	-2.663
3	3.697	6.513	3.892
4	2.182	-2.271	-2.270

Tabla 5: Coordenadas obtenidas del modelo TLS

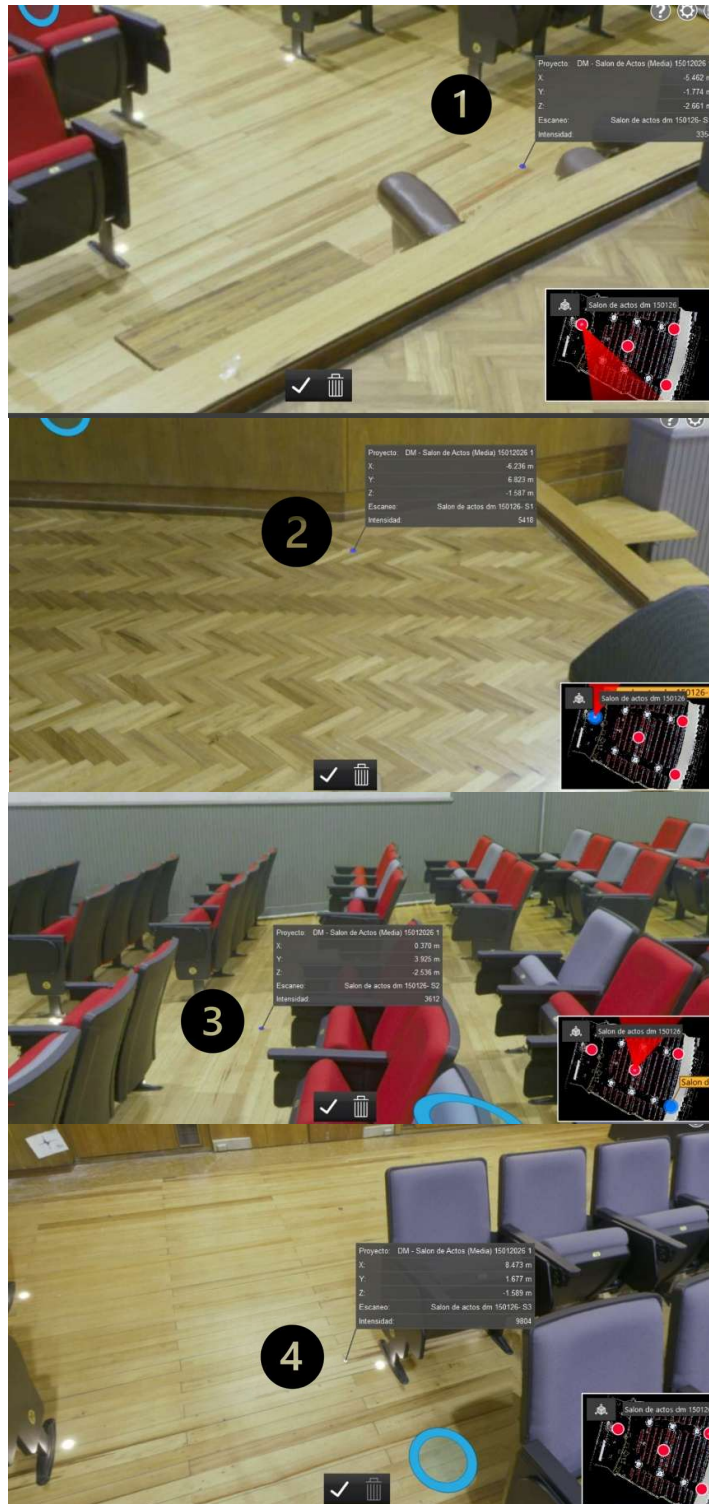


Ilustración 33: Identificación de los puntos seleccionados a replantear dentro del modelo tridimensional TLS. Imagen ilustrativa.

Como resultado de la transformación aplicada, se obtuvieron las coordenadas estimadas de los puntos en el sistema de referencia de la estación total, presentadas en la Tabla 6.

Punto	Scanner			ET			Scanner Transformada		
	X_SC	Y_SC	Z_SC	X_ET	Y_ET	Z_ET	X_Trans	Y_Trans	Z_Trans
1	-8.005	-0.225	-0.045	52.645	111.649	9.734	52.628	111.650	9.741
2	3.919	5.383	-2.663	45.217	100.740	7.105	45.227	100.749	7.122
3	3.697	6.513	3.892	45.987	99.902	13.679	45.992	99.890	13.677
4	2.182	-2.271	-2.270	42.811	108.220	7.527	42.821	108.219	7.515

Tabla 6: *Coordenadas del modelo del scanner, coordenadas replanteadas y coordenadas estimadas de los puntos seleccionados en el sistema de referencia de la estación total obtenidas mediante la transformación aplicada a las coordenadas del modelo TLS.*

Posteriormente, las coordenadas transformadas fueron comparadas con las coordenadas observadas mediante estación total, calculándose las diferencias en cada componente y la discrepancia espacial resultante para cada punto analizado.

Punto	DX (m)	DY (m)	DZ (m)	Error posicional 3D (distancia euclidiana) (m)
1	0.018	-0.001	-0.007	0.019
2	-0.010	-0.009	-0.017	0.022
3	-0.005	0.012	0.002	0.013
4	-0.010	0.001	0.012	0.016

Nota: El error posicional 3D (distancia euclidiana) se calcula como:

$$e_i = \sqrt{(X_{ET} - X_{TR})^2 + (Y_{ET} - Y_{TR})^2 + (Z_{ET} - Z_{TR})^2}$$

donde (X_{ET}, Y_{ET}, Z_{ET}) son las coordenadas observadas con estación total y (X_{TR}, Y_{TR}, Z_{TR}) son las coordenadas obtenidas mediante la transformación rígida del modelo escaneado.

Tabla 7: *Comparación entre coordenadas observadas mediante estación total y coordenadas obtenidas mediante la transformación aplicada al modelo TLS.*

Los resultados obtenidos muestran discrepancias espaciales reducidas, comprendidas aproximadamente entre 13 mm y 22 mm. Además, los

residuos observados en las componentes X, Y y Z presentan magnitudes compatibles con la precisión esperada tanto para el proceso de transformación como para la identificación de coordenadas dentro del modelo TLS.






Complementariamente, las diferencias registradas resultan coherentes con las regiones de incertidumbre representadas mediante las elipses de error calculadas a partir del análisis de propagación realizado para las distintas configuraciones de ajuste.


Los resultados muestran una adecuada coherencia geométrica entre las coordenadas transformadas y las coordenadas observadas mediante estación total, lo que valida la consistencia de la metodología implementada para la integración entre ambos sistemas de referencia.

8. Introducción al análisis de incertidumbre

Con el objetivo de analizar la precisión asociada a las coordenadas estimadas, se evaluó el comportamiento de los elipsoides de confianza al 95% obtenidos para distintos tamaños de muestra utilizados en la transformación.

Para ello, se consideraron diferentes cantidades de puntos por sector, permitiendo estudiar cómo influye el incremento de observaciones en la reducción de la incertidumbre de las coordenadas calculadas.

Cantidad de puntos por sector para el cálculo de la transformación rígida 	Desvío medio por punto de replanteo (mm)			
	RP1 (mm) 	RP2 (mm) 	RP3 (mm) 	RP4 (mm) 
1	9.49	10.60	8.72	12.93
5	3.53	3.95	3.19	5.10
10	1.89	2.17	1.71	2.60
15	0.75	0.83	0.66	1.01

 RP1, RP2, RP3 y RP4 corresponden a los cuatro puntos de replanteo utilizados en la transformación rígida del escaneo.

Nota. Los desvíos se calcularon como la distancia euclidiana entre las coordenadas del punto de replanteo observadas con estación total y las obtenidas del modelo escaneado transformado.

Tabla 8: Error máximo del elipsoide según cada punto de replanteo.

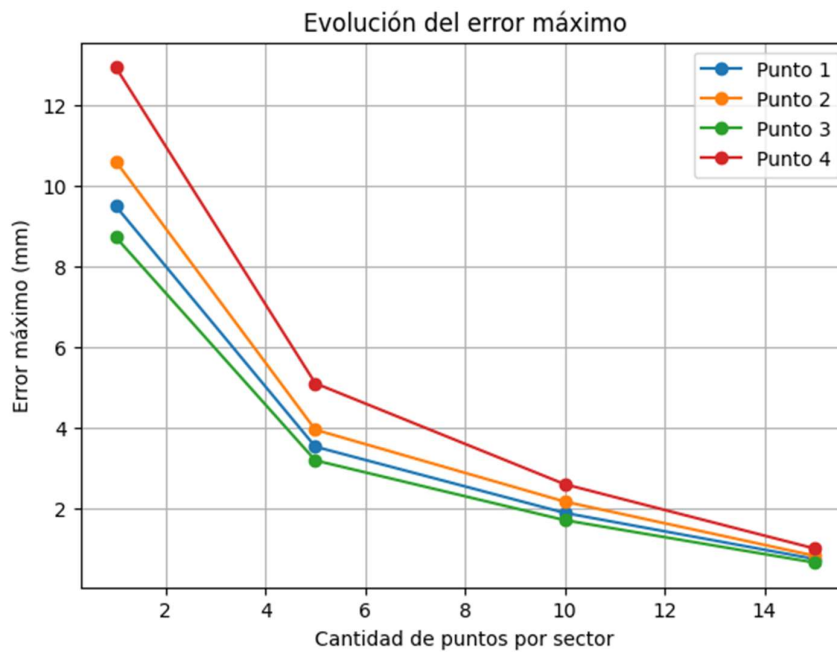







Ilustración 34: Error máximo vs cantidad de puntos.


La ilustración 34 permite visualizar la evolución del error máximo asociado a los elipsoides de confianza. Se observa claramente una disminución significativa de la incertidumbre al aumentar la cantidad de puntos utilizados

en la transformación, aunque dicha mejora se vuelve progresivamente menor para tamaños de muestra elevados.

Además del análisis del error máximo asociado a cada coordenada estimada, se evaluó la variación del volumen de los elipsoides de confianza en función de la cantidad de puntos utilizados en la transformación.

El volumen del elipsoide constituye un indicador global de incertidumbre tridimensional, permitiendo analizar la estabilidad geométrica del ajuste de manera integral.

Cantidad de puntos por sector utilizados para el cálculo de la transformación rígida 	Volumen medio del elipsoide de confianza (mm ³)			
	RP1 (mm ³) 	RP2 (mm ³) 	RP3 (mm ³) 	RP4 (mm ³) 
1	2174	2419	1729	4287
5	119	121	91	224
10	18	19	13	33
15	1	1	1	2

 **RP1, RP2, RP3 y RP4** corresponden a los cuatro puntos de replanteo utilizados en la transformación rígida del escaneo.

Nota. El volumen del elipsoide de confianza se expresa en milímetros cúbicos (mm³) y describe la incertidumbre espacial asociada a la transformación rígida.

Tabla 9: *Volumen del elipsoide de confianza.*

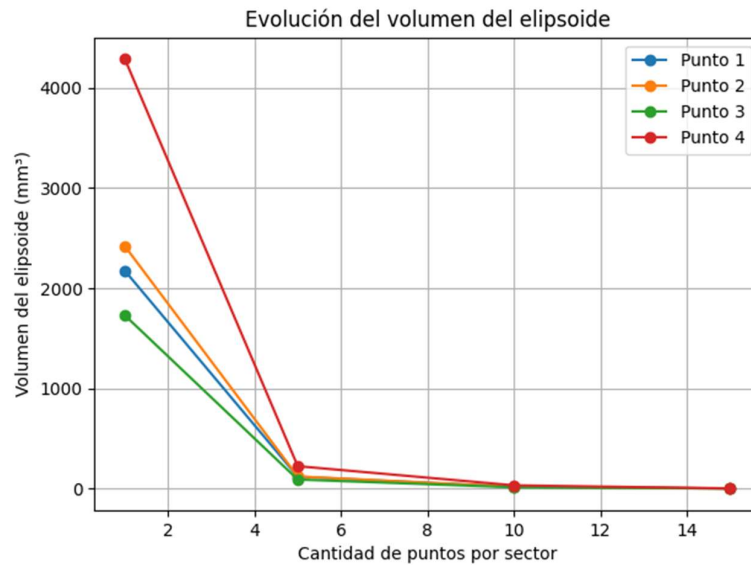


Ilustración 35: *Volumen del elipsoide de confianza vs cantidad de puntos.*

Los resultados muestran una reducción progresiva de la incertidumbre asociada a las coordenadas estimadas al aumentar la cantidad de puntos utilizados en la transformación. Esta disminución se observa tanto en el error máximo como en el volumen de los elipsoides de confianza.

Las mejoras más significativas se producen en los primeros incrementos de puntos, particularmente entre 1 y 5 puntos por sector, mientras que para tamaños de muestra mayores la reducción comienza a estabilizarse, observándose este comportamiento aproximadamente a partir de 10 a 12 puntos por sector.

Este comportamiento muestra que el incremento en la cantidad de observaciones mejora la estabilidad geométrica y la precisión de la transformación, aunque el beneficio marginal asociado a la incorporación de nuevos puntos disminuye progresivamente.

9. Representación gráfica de elipses de confianza

Las siguientes ilustraciones representan las elipses asociadas a los semiejes mayor y medio del elipsoide de confianza al 95%. Las elipses se dibujan de forma esquemática, centradas y alineadas a ejes locales, con el objetivo de comparar visualmente la magnitud de la incertidumbre.

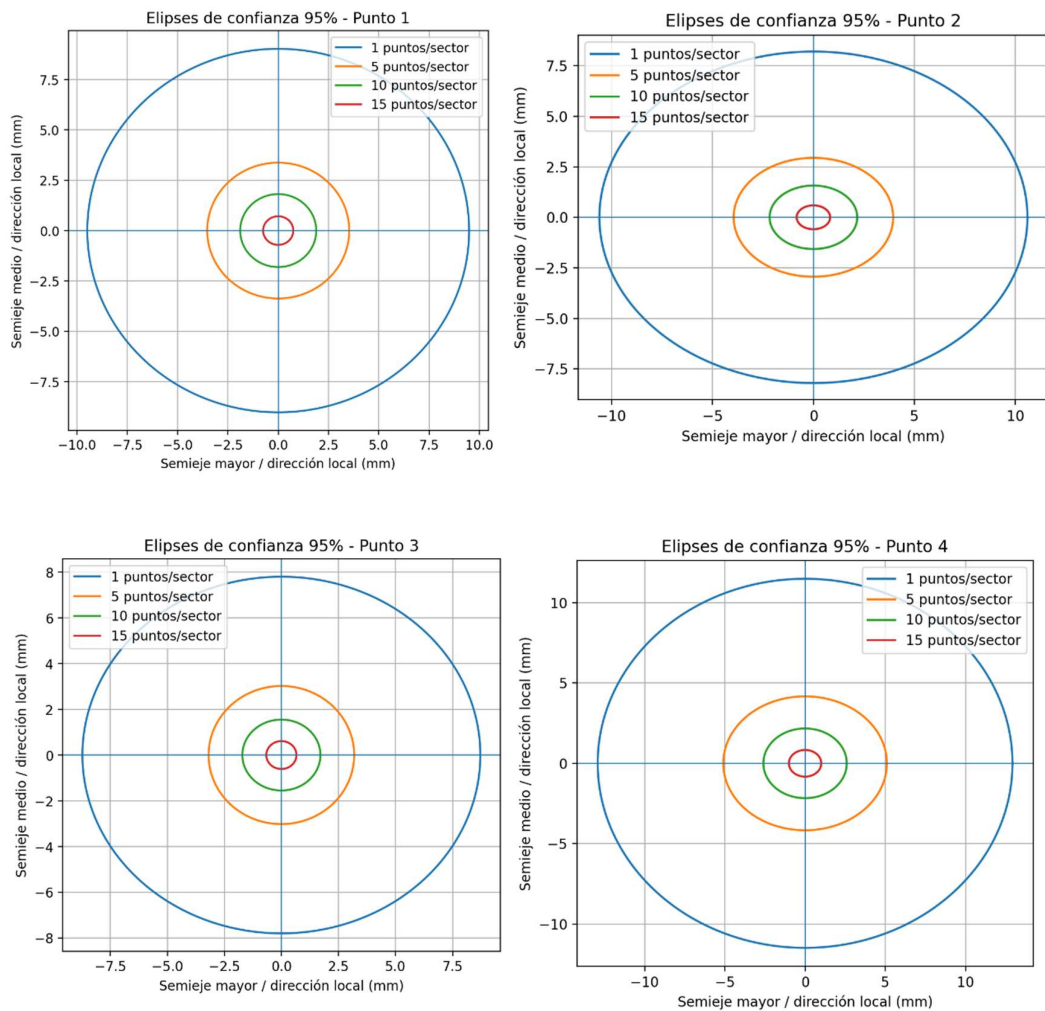


Ilustración 36: *Elipses de error para cada uno de los cuatro puntos.*

En la siguiente figura se muestran los centros de los puntos en planta y las elipses para $k = 10$ puntos por sector. Las elipses fueron exageradas gráficamente para que puedan visualizarse en escala de metros.

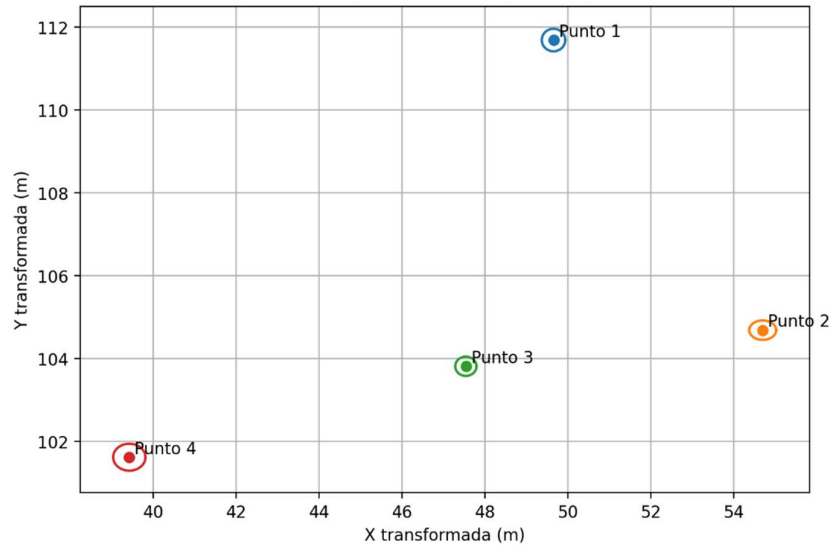


Ilustración 37: *Elipses de error asociadas a los puntos transformados para $k = 10$ puntos por sector.*

La representación de las elipses de error permitió visualizar la disminución de la incertidumbre asociada a las coordenadas estimadas y evidenciar una mayor estabilidad geométrica de la transformación para tamaños de muestra mayores.

Conclusiones

El presente trabajo tuvo como objetivo analizar la coherencia geométrica entre un modelo tridimensional obtenido mediante escaneo láser terrestre (TLS) y un conjunto de observaciones topográficas realizadas con estación total, mediante la estimación de una transformación rígida tridimensional que permitiera integrar ambos conjuntos de datos dentro de un sistema de referencia común.

A partir del caso de estudio desarrollado en el Salón de Actos de la Facultad de Ingeniería, fue posible establecer una vinculación geométrica consistente entre ambos sistemas de medición mediante la identificación de puntos homólogos y la estimación de los parámetros de transformación a través de un ajuste por mínimos cuadrados basado en el algoritmo de Kabsch.

El análisis de los residuos y del error cuadrático medio (RMSE) evidenció una adecuada concordancia geométrica entre los conjuntos de datos, obteniéndose valores del orden de 14 mm para configuraciones de ajuste geoméricamente estables. Este nivel de error resulta coherente con la precisión esperada para relevamientos de estas características, considerando tanto las prestaciones del escáner láser terrestre como la precisión de las observaciones realizadas con estación total, así como las incertidumbres asociadas al proceso de identificación de puntos homólogos.

Por otra parte, el análisis de estabilidad realizado mediante simulaciones de Monte Carlo permitió evaluar la sensibilidad del modelo frente a distintas configuraciones de puntos utilizados en el ajuste. Los resultados mostraron que, para conjuntos reducidos de puntos, el error presenta una mayor variabilidad y valores más elevados, mientras que al aumentar la cantidad de observaciones el RMSE disminuye progresivamente y tiende a estabilizarse.

En particular, se observó que a partir de aproximadamente 8 a 10 puntos de ajuste el valor del RMSE presenta variaciones marginales, estabilizándose en torno a 0.014–0.015 m. Este comportamiento sugiere que, bajo condiciones geométricas adecuadas, dicha cantidad de puntos resulta suficiente para obtener una transformación rígida tridimensional estable en relevamientos interiores.

Por otro lado, se comprobó que la aplicación de un procedimiento de control geométrico previo, basado en la comparación de distancias internas entre pares de puntos homólogos, contribuye a mejorar la calidad del conjunto de datos utilizado en el ajuste, reduciendo la influencia de observaciones inconsistentes.

En conjunto, los resultados obtenidos muestran que el uso combinado de escaneo láser terrestre y estación total constituye una estrategia adecuada para la generación de modelos tridimensionales métricamente coherentes,

siempre que se acompañe de procedimientos apropiados de control geométrico y análisis estadístico de la estabilidad del ajuste.

Finalmente, el análisis comparativo entre estrategias de muestreo permitió evidenciar un comportamiento inicialmente contraintuitivo, en el cual el muestreo aleatorio simple presentó valores de RMSE inferiores a los obtenidos mediante muestreo estratificado. Sin embargo, el análisis de la distribución espacial de los residuos demostró que esta diferencia responde a una subestimación del error en el caso del muestreo aleatorio, asociada a la falta de control en la cobertura geométrica del modelo.

En particular, se identificó la presencia de discrepancias localizadas en determinados sectores del volumen relevado, las cuales no son necesariamente capturadas en esquemas de selección aleatoria de puntos. En este contexto, el muestreo estratificado demostró ser una herramienta más robusta para la evaluación de la calidad geométrica del modelo, al garantizar la inclusión sistemática de todas las regiones del espacio y permitir la detección de deformaciones locales.

Este resultado pone de manifiesto que la evaluación de la calidad de un ajuste no debe basarse únicamente en indicadores globales de error, sino que debe considerar también la distribución espacial de los puntos utilizados, constituyendo un aspecto fundamental en aplicaciones de carácter métrico en geomática.

La validación realizada mediante replanteo permitió contrastar las coordenadas obtenidas a partir de la transformación con las coordenadas observadas mediante estación total. Las diferencias espaciales registradas presentaron magnitudes reducidas y compatibles con las regiones de incertidumbre representadas mediante las elipses de error calculadas, evidenciando una adecuada coherencia geométrica entre ambos sistemas de referencia.

Además, el análisis de incertidumbre permitió verificar que el aumento en la cantidad y distribución espacial de los puntos utilizados en la transformación contribuye principalmente a mejorar la estabilidad y precisión relativa del ajuste, mientras que la exactitud final continúa condicionada por las limitaciones inherentes a la identificación y extracción de coordenadas desde el modelo TLS.

Debe señalarse que los resultados obtenidos corresponden a un caso de estudio particular desarrollado en un ambiente interior específico, por lo que futuras investigaciones podrían ampliar este análisis considerando otros tipos de geometría, diferentes configuraciones de puntos homólogos o procedimientos automatizados de identificación de correspondencias entre nubes de puntos y observaciones topográficas.

Proyección y líneas de trabajo futuro

Desde una perspectiva aplicada, los resultados obtenidos en este trabajo demuestran la viabilidad de integrar modelos tridimensionales obtenidos mediante escaneo láser terrestre con observaciones topográficas tradicionales, logrando niveles de coherencia geométrica compatibles con aplicaciones métricas en relevamientos interiores.

La metodología desarrollada, basada en la identificación y control geométrico de puntos homólogos, la estimación de una transformación rígida tridimensional y el análisis de la estabilidad del ajuste mediante simulaciones Monte Carlo, constituye una herramienta robusta para la integración de datos provenientes de distintos sistemas de medición.

En particular, el establecimiento de un criterio cuantitativo para la selección del número mínimo de puntos homólogos necesarios para obtener una solución estable representa un aporte relevante para la práctica profesional, ya que permite optimizar la adquisición de datos y mejorar la confiabilidad de los modelos tridimensionales generados.

En este contexto, los procedimientos desarrollados pueden ser aplicados en diversas áreas de la agrimensura, tales como el relevamiento arquitectónico de interiores, la generación de modelos tridimensionales métricamente consistentes, la documentación geométrica de edificaciones

y el control de calidad en procesos de registro y alineación de nubes de puntos.

A partir de los resultados obtenidos, se identifican diversas líneas de trabajo futuro que permitirían profundizar y ampliar el alcance del análisis desarrollado.

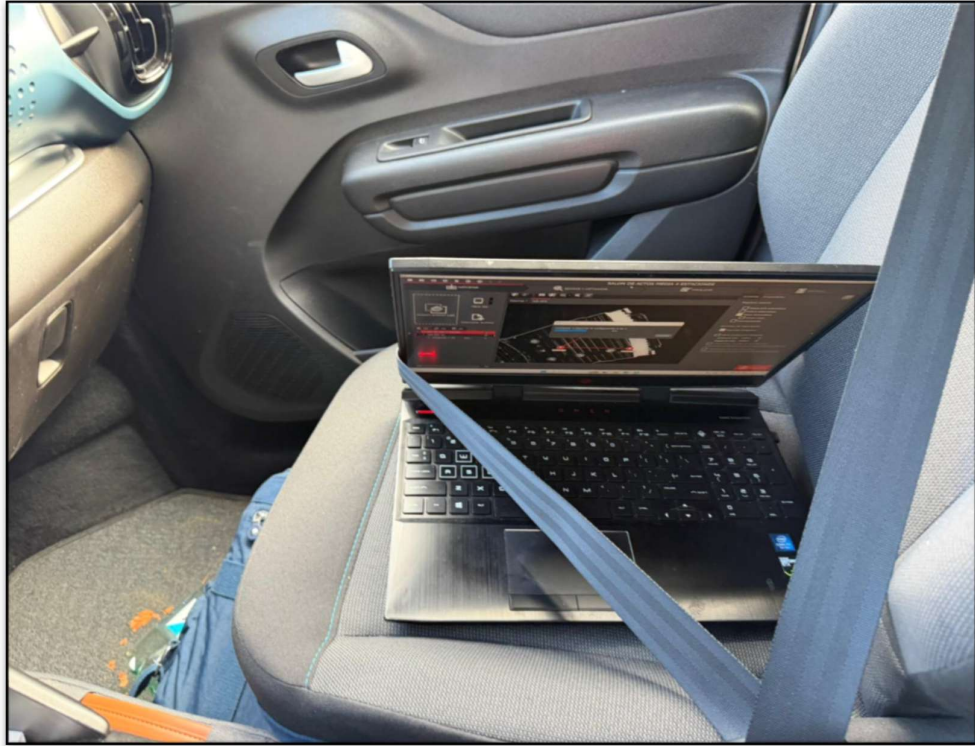
En primer lugar, resulta de interés evaluar el comportamiento del modelo de transformación considerando distintas configuraciones geométricas y distribuciones espaciales de puntos homólogos, con el objetivo de analizar cómo estas influyen en la estabilidad del ajuste y en el valor mínimo de puntos necesarios para alcanzar un régimen robusto.

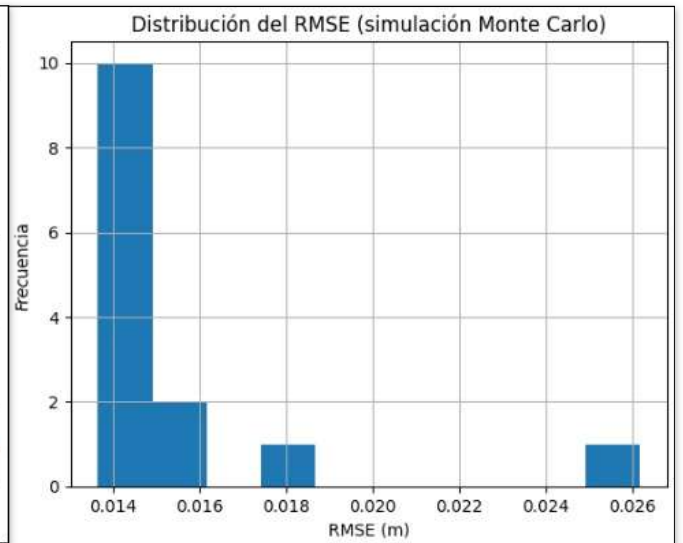
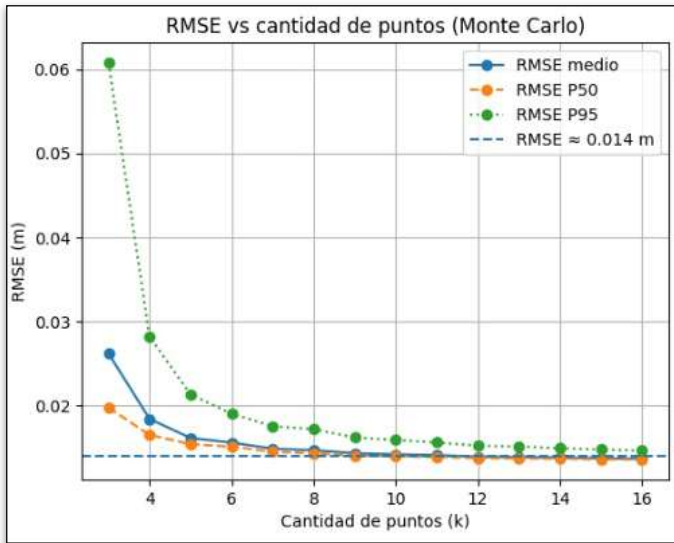
Futuras investigaciones podrían analizar la sensibilidad del modelo frente a la calidad de los puntos homólogos, incorporando procedimientos automatizados de detección o selección de puntos, con el fin de reducir la influencia del error asociado a la identificación manual.

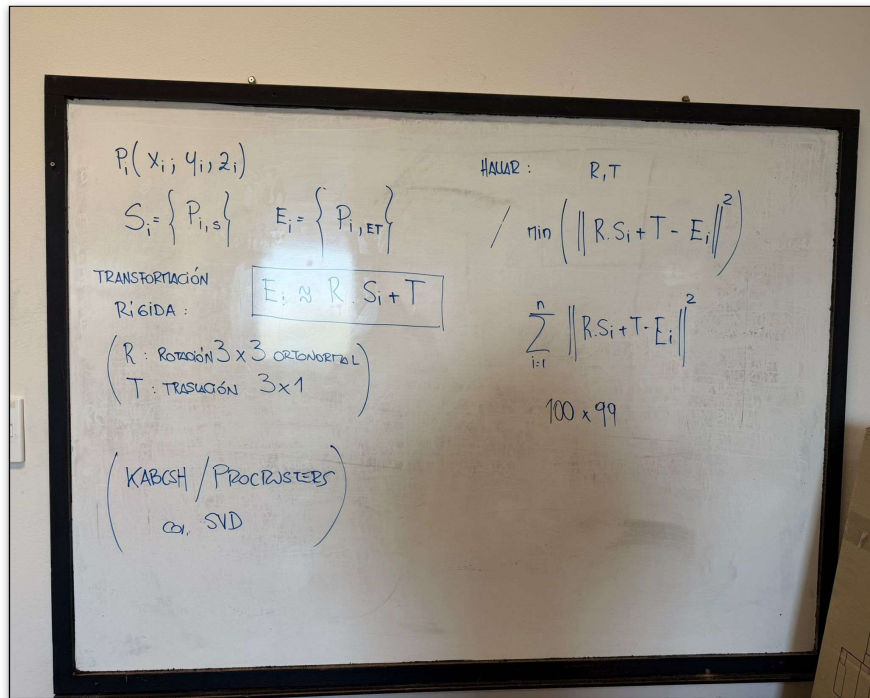
Por otra parte, sería pertinente extender el análisis a distintos tipos de escáneres láser terrestres, así como a escenarios exteriores o estructuras de mayor complejidad geométrica, con el objetivo de evaluar si los criterios de estabilidad obtenidos en este trabajo se mantienen en condiciones más exigentes.

Finalmente, se propone la comparación de la metodología empleada con otros algoritmos de registro de nubes de puntos, para analizar sus diferencias en términos de precisión, estabilidad y robustez frente a distintas configuraciones de datos, contribuyendo a una mejor selección de técnicas según el tipo de aplicación.

Anexo:









SCRIPT PARA DETECTAR PUNTOS

```
# Interprete:  
C:\Users\Diame\AppData\Local\Programs\Python\Python313
```

```
import pandas as pd  
import math  
import csv  
import numpy as np
```

```
# CLASES -----  
-----
```

```
class cPunto:  
    CODIGO: int = None  
    X_ET: float = None  
    Y_ET: float = None  
    Z_ET: float = None  
    X_SC: float = None  
    Y_SC: float = None  
    Z_SC: float = None  
    CORRECTO: int = None  
    ORDEN: int = None  
  
    def fAsDict(self) -> dict:  
        return {'CODIGO': self.CODIGO,  
                'X_ET': self.X_ET,  
                'Y_ET': self.Y_ET,  
                'Z_ET': self.Z_ET,  
                'X_SC': self.X_SC,  
                'Y_SC': self.Y_SC,  
                'Z_SC': self.Z_SC,  
                'CORRECTO': self.CORRECTO,  
                'ORDEN': self.ORDEN}  
  
    def __init__(self, pDiccionario):  
        self.CODIGO = pDiccionario['CODIGO']  
        self.X_ET = pDiccionario['X_ET']  
        self.Y_ET = pDiccionario['Y_ET']  
        self.Z_ET = pDiccionario['Z_ET']  
        self.X_SC = pDiccionario['X_SC']  
        self.Y_SC = pDiccionario['Y_SC']  
        self.Z_SC = pDiccionario['Z_SC']  
        self.CORRECTO = pDiccionario['CORRECTO']  
  
    def fDesvioDistancia(self, pOtroPunto):
```

```

        vDist_ET: float = math.sqrt ( (self.X_ET -
pOtroPunto.X_ET) ** 2 + (self.Y_ET - pOtroPunto.Y_ET) ** 2 +
(self.Z_ET - pOtroPunto.Z_ET) ** 2)
        vDist_SC: float = math.sqrt ( (self.X_SC -
pOtroPunto.X_SC) ** 2 + (self.Y_SC - pOtroPunto.Y_SC) ** 2 +
(self.Z_SC - pOtroPunto.Z_SC) ** 2)

        return abs ( vDist_ET - vDist_SC ) / ( ( vDist_ET +
vDist_SC ) / 2.0 ), vDist_SC

# -----
# -----

# 1. Leer el archivo Excel
vDF: pd.DataFrame =
pd.read_excel(r"C:\Users\Diame\Desktop\PROYECTO
SCANNER\Py\Datos\COORDENADAS LIMPIAS.xlsx", sheet_name =
'COORDENADAS LIMPIAS')

# 2. Convertir a lista de diccionarios: 'records' genera una
lista donde cada elemento es {columna: valor}
vLista_Registros: list = vDF.to_dict(orient = 'records')

# 3.- Cargar la lista de puntos.
vLista_Puntos: list[cPunto] = []
for auxDict in vLista_Registros:
    auxPunto: cPunto = cPunto(auxDict)
    vLista_Puntos.append(auxPunto)

# 4. Iterar.
auxMax_Cantidad: float = 1000
auxPeorCodigo: int = "Nada"
auxCantidadValida: int = len(list(filter(lambda x:
x.CORRECTO == 1, vLista_Puntos)))
auxPercentil95: float = 1
auxOrden: int = 0
while auxPercentil95 > 0.00001 :
    # Cantidad de puntos.
    auxCantidadValida: int = len(list(filter(lambda x:
x.CORRECTO == 1, vLista_Puntos)))
    print((auxPeorCodigo, auxCantidadValida,
float(auxMax_Cantidad), auxPercentil95))

# Todos los desvios.
auxListaDesvios: list[float] = []

```

```

auxListaSalida: list = []
auxDicCodigos: dict = {}
for auxP_1 in vLista_Puntos:
    if auxP_1.CORRECTO == 1:
        for auxP_2 in vLista_Puntos:
            if auxP_2.CORRECTO == 1:
                if auxP_1.CODIGO != auxP_2.CODIGO:
                    auxDesvio, auxDist =
auxP_1.fDesvioDistancia(auxP_2)
                    if not auxP_1.CODIGO in
auxDicCodigos:
                        auxDicCodigos[auxP_1.CODIGO]
= []

auxDicCodigos[auxP_1.CODIGO].append(auxDesvio)

auxListaDesvios.append(auxDesvio)
                        auxListaSalida.append (
{"CODIGO": auxP_1.CODIGO, "DESVIO": auxDesvio })

    # Eliminar el "peor" de los puntos (o sea el que tiene
mayor DS de la lista a los desvios obtenidos)-
    auxPercentil95 = float(np.percentile(auxListaDesvios,
95))
    auxMax_Cantidad = 0
    for auxK in auxDicCodigos:
        auxLista = auxDicCodigos[auxK]
        auxCantidad = len(list(filter(lambda x: x >=
auxPercentil95, auxLista)))
        if auxCantidad > auxMax_Cantidad:
            auxMax_Cantidad = auxCantidad
            auxPeorCodigo = auxK

    auxPuntoEliminar = list(filter(lambda x: x.CODIGO ==
auxPeorCodigo, vLista_Puntos))[0]
    auxPuntoEliminar.CORRECTO = 0
    auxOrden += 1
    auxPuntoEliminar.ORDEN = auxOrden

    auxCantidadValida = len(list(filter(lambda x: x.CORRECTO
== 1, vLista_Puntos)))

vListaSalida: list[dict] = [x.fAsDict() for x in
vLista_Puntos]

```

```
# 2. Obtener los nombres de las columnas (las llaves del
primer diccionario)
vColumnas = vListaSalida[0].keys()

# 3. Escribir el archivo
vArchivoSalida: str = r"C:\Users\Diame\Desktop\PROYECTO
SCANNER\Py\Datos\PuntosOK.csv"
with open(vArchivoSalida, 'w', newline = '', encoding =
'utf-8') as wCSV:
    vWriter = csv.DictWriter(wCSV, fieldnames = vColumnas)

    # Escribir la cabecera (nombres de las columnas)
    vWriter.writeheader()

    # Escribir las filas de datos
    vWriter.writerows(vListaSalida)

print(f"Archivo '{vArchivoSalida}' creado exitosamente.")
```

SCRIPT PARA MONTE CARLO

```
import numpy as np
import pandas as pd
import Libs.Kabsch as K

COLS_A = ["X_SC", "Y_SC", "Z_SC"]
COLS_B = ["X_ET", "Y_ET", "Z_ET"]

def rmse_de_validacion(T: K.RigidTransform3D, df_val:
pd.DataFrame) -> float:
    A = df_val[COLS_A].to_numpy(dtype=float)
    B = df_val[COLS_B].to_numpy(dtype=float)
    A_hat = T.apply(A)
    res = A_hat - B
    return K.rmse(res)

def sample_k_estratificado(df, k, col_sector,
random_state=None):
    """
    Toma aproximadamente k puntos totales, repartidos entre
    sectores.
    - Primero asigna cupos por sector lo más parejo posible.
    - Si algún sector no tiene suficientes, rellena con el
    resto.
    """
    rng = np.random.default_rng(random_state)
    sectores = df[col_sector].dropna().unique().tolist()
    if len(sectores) == 0:
        return df.sample(n=min(k, len(df)),
random_state=random_state)

    base = k // len(sectores)
    resto = k % len(sectores)

    # cupos por sector (base + algunos con +1)
    cupos = {s: base for s in sectores}
    for s in rng.choice(sectores, size=resto,
replace=False):
        cupos[s] += 1

    partes = []
    sobrantes = []

    for s in sectores:
        g = df[df[col_sector] == s]
        take = min(cupos[s], len(g))
```

```

        if take > 0:
            partes.append(g.sample(n=take,
random_state=int(rng.integers(0, 1e9))))
            if len(g) > take:
                sobrantes.append(g.drop(partes[-1].index) if
take > 0 else g)

        df_fit = pd.concat(partes, axis=0) if partes else
df.iloc[0:0]
        if len(df_fit) < k:
            df_rest = pd.concat(sobrantes, axis=0) if sobrantes
else df.drop(df_fit.index)
            faltan = k - len(df_fit)
            if len(df_rest) > 0:
                df_fit = pd.concat(
                    [df_fit, df_rest.sample(n=min(faltan,
len(df_rest))),
random_state=int(rng.integers(0, 1e9))],
                    axis=0
                )

        return df_fit.sample(frac=1,
random_state=int(rng.integers(0, 1e9))) # shuffle

def montecarlo_rmse_vs_k(df, ks, M, col_sector, seed):
    """
    Devuelve un DataFrame con estadísticas de RMSE para cada
k.
    df debe tener: COLS_A, COLS_B, y col_sector.
    """
    df = df.dropna(subset=COLS_A + COLS_B).copy()
    rng = np.random.default_rng(seed)

    resultados = []

    for k in ks:
        rmses = []
        fallos = 0

        for _ in range(M):
            # Elegir set de ajuste (k puntos)
            df_fit = sample_k_estratificado(df, k,
col_sector=col_sector,

random_state=int(rng.integers(0, 1e9)))
            # Set de validación: resto

```

```

df_val = df.drop(df_fit.index)

# Si no hay validación suficiente, saltar
if len(df_fit) < 3 or len(df_val) < 3:
    fallos += 1
    continue

A = df_fit[COLS_A].to_numpy(dtype=float)
B = df_fit[COLS_B].to_numpy(dtype=float)

try:
    T = K.fKabsch3d(A, B)
    rmses.append(rmse_de_validacion(T, df_val))
except Exception:
    fallos += 1

if len(rmses) == 0:
    resultados.append({
        "k": k, "M_ok": 0, "fallos": fallos,
        "rmse_mean": np.nan, "rmse_p50": np.nan,
"rmse_p95": np.nan
    })
else:
    resultados.append({
        "k": k,
        "M_ok": len(rmses),
        "fallos": fallos,
        "rmse_mean": float(np.mean(rmses)),
        "rmse_p50": float(np.percentile(rmses, 50)),
        "rmse_p95": float(np.percentile(rmses, 95)),
        "varianza": float(np.var(rmses, ddof=1)),
    })

return pd.DataFrame(resultados)

df = pd.read_excel(r"C:\Users\Diame\Desktop\PROYECTO
SCANNER\PUNTOS LIMPIOS\PUNTOS DE CONTROL FINALES.xlsx",
sheet_name = "PUNTOS DE CONTROL")
ks = list(range(2, 17)) # probar de 3 a 30 puntos de ajuste

res = montecarlo_rmse_vs_k(df, ks, M = 500, col_sector =
"SECTOR_1", seed = 42)

print(res)
res.to_excel("salida_3.xlsx", index=False)

```

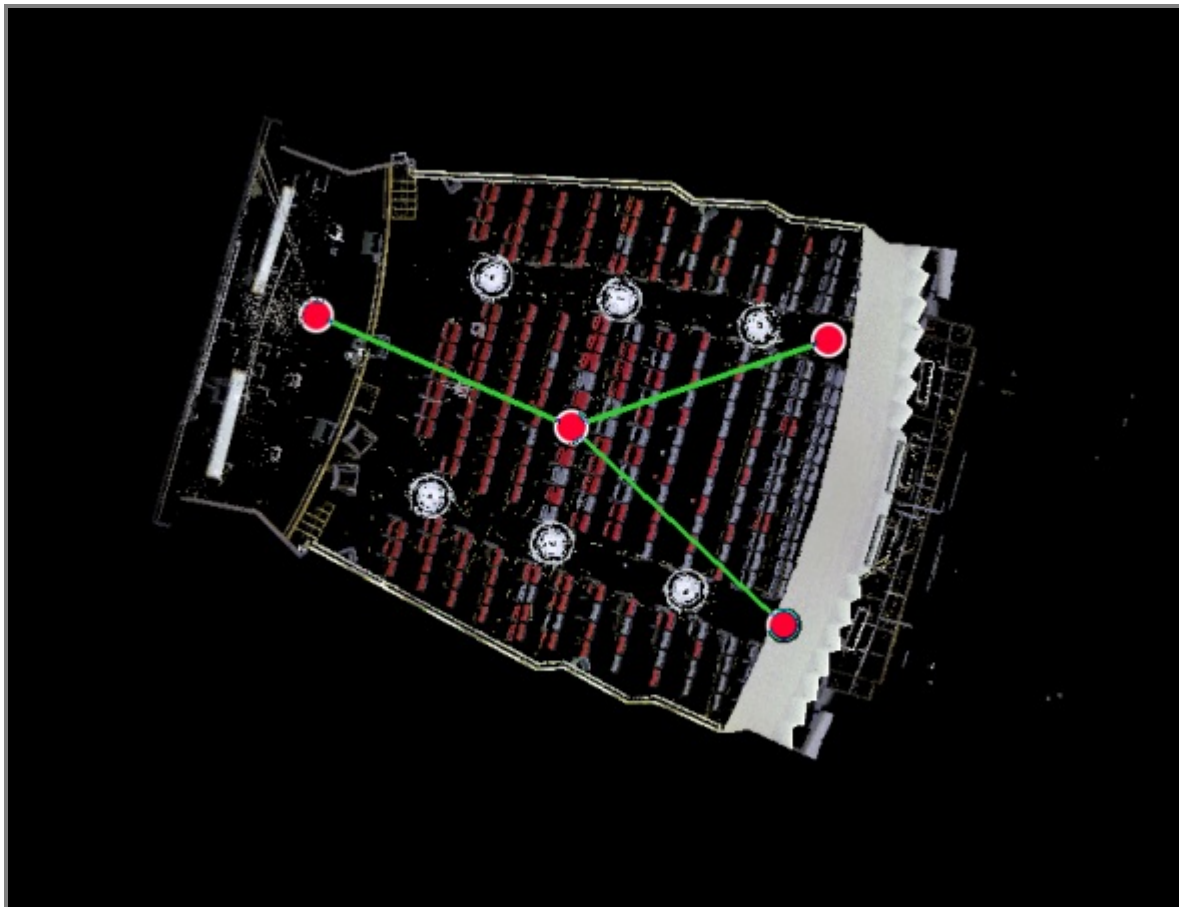
Cyclone REGISTER 360 PLUS

Informe de registro



Ene. 15, 2026

Certificado por:



Salon de actos dm 150126

Calidad general

Resultados de error para Conjunto 1

Número de escaneos: 4
Número de enlaces: 3
Fuerza: 81 %
Solape: 87 %
Error de conjunto global: 0.000 m

Error de conjunto 0.001 m ✓	
Solape 87 % ✓	Fuerza 81 % ✓
Nube a nube	Error de diana



Error máximo de 0.015 m.



Error máximo de 0.020 m.



Error mayor de 0.020 m.

Matriz de calidad de enlaces #1 -

	Salon de actos dm 150126- S1	Salon de actos dm 150126- S2	Salon de actos dm 150126- S3	Salon de actos dm 150126- S4
Salon de actos dm 150126- S1	Grey	Green	Grey	Grey
Salon de actos dm 150126- S2	Green	Grey	Green	Green
Salon de actos dm 150126- S3	Grey	Green	Grey	Grey
Salon de actos dm 150126- S4	Grey	Green	Grey	Grey

Resultados de error de enlace

1 Vista general

Nombre de enlace	Escaneo 1	Escaneo 2	Solape	Error medio Abs.
Enlace 1	Salon de actos dm 150126- S1	Salon de actos dm 150126- S2	88 %	0.001 m
Enlace 2	Salon de actos dm 150126- S2	Salon de actos dm 150126- S3	87 %	0.001 m
Enlace 3	Salon de actos dm 150126- S2	Salon de actos dm 150126- S4	87 %	0.001 m

2 Detalles

Nombre de enlace	Escaneo 1	Escaneo 2	Solape	Error medio Abs.
Enlace 1	Salon de actos dm 150126- S1	Salon de actos dm 150126- S2	88 %	0.001 m
		Nube a nube		0.001 m
		Diana	Error medio de diana:	--

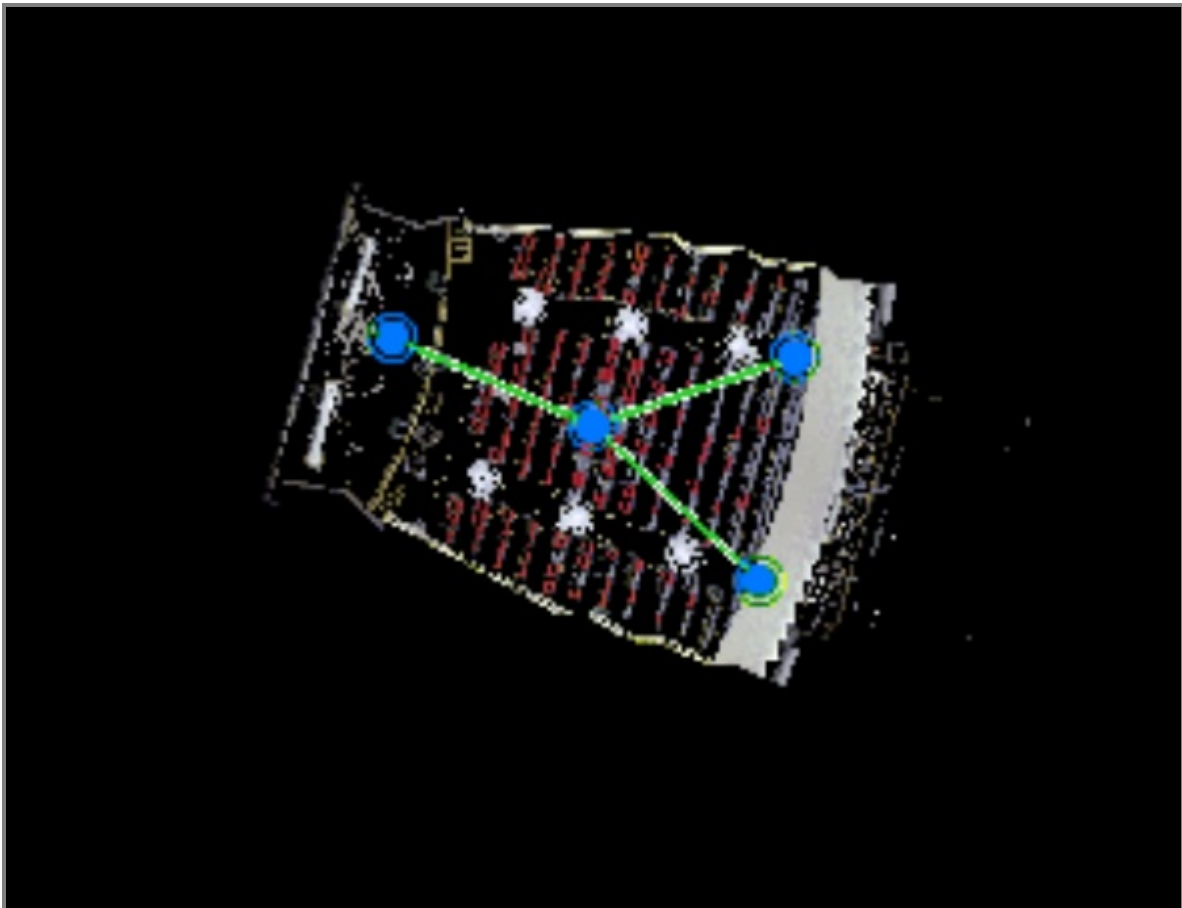
Nombre de enlace	Escaneo 1	Escaneo 2	Solape	Error medio Abs.
Enlace 2	Salon de actos dm 150126- S2	Salon de actos dm 150126- S3	87 %	0.001 m
		Nube a nube		0.001 m
		Diana	Error medio de diana:	--

Nombre de enlace	Escaneo 1	Escaneo 2	Solape	Error medio Abs.
Enlace 3	Salon de actos dm 150126- S2	Salon de actos dm 150126- S4	87 %	0.001 m
		Nube a nube		0.001 m
		Diana	Error medio de diana:	--

Gráficos



Salon de actos dm 150126-1



ProjectIcon

ID	OBS	X_SC	Y_SC	Z_SC	X_ET)	Y_ET	Z_ET	POSICIÓN RELATIVA
4	1003	4.9859	7.0824	0.833	98.749	45.168	10.613	DERECHA ADELANTE ABAJO
5	1004	4.6273	9.2747	0.908	97.044	46.596	10.686	DERECHA ADELANTE ABAJO
7	1011	4.5746	7.9678	-0.635	98.192	45.972	9.145	DERECHA ADELANTE ABAJO
2	1019	1.9054	6.7943	-1.863	100.549	47.672	7.929	DERECHA ADELANTE ABAJO
133	1031	3.4111	9.8251	-0.354	97.174	47.915	9.424	DERECHA ADELANTE ABAJO
134	1032	3.5695	9.9711	0.271	96.976	47.859	10.052	DERECHA ADELANTE ABAJO
135	1033	2.1817	10.0453	0.049	97.611	49.084	9.831	DERECHA ADELANTE ABAJO
136	1035	1.0688	10.2186	0.276	98.029	50.135	10.062	DERECHA ADELANTE ABAJO
102	3009	3.7721	5.3812	-2.665	100.827	45.364	7.112	DERECHA ADELANTE ABAJO
44	3014	5.0149	10.9305	-0.785	95.401	47.108	8.992	DERECHA ADELANTE ABAJO
8	3015	4.4708	8.2152	-0.78	98.022	46.191	8.997	DERECHA ADELANTE ABAJO
13	3025	5.1864	4.7278	-0.057	100.66	43.796	9.72	DERECHA ADELANTE ABAJO
14	3026	5.42	3.204	-0.057	101.843	42.828	9.725	DERECHA ADELANTE ABAJO
21	3037	5.1379	5.0353	0.855	100.424	43.996	10.634	DERECHA ADELANTE ABAJO
22	3038	5.1381	5.0292	-0.366	100.423	43.992	9.412	DERECHA ADELANTE ABAJO
23	3040	5.4172	3.2177	-0.977	101.841	42.828	8.806	DERECHA ADELANTE ABAJO
27	3047	5.6897	1.4242	0.248	103.257	41.676	10.027	DERECHA ADELANTE ABAJO
118	3100	2.8616	3.5358	-2.636	102.865	45.18	7.137	DERECHA ADELANTE ABAJO
52	3116	3.9186	5.383	-2.663	100.74	45.217	7.105	DERECHA ADELANTE ABAJO
132	3295	3.2276	8.8141	-1.586	98.165	47.58	8.205	DERECHA ADELANTE ABAJO
6	1005	4.4885	8.4166	1.145	97.851	46.275	10.931	DERECHA ADELANTE ARRIBA
36	1009	0.7914	11.0972	1.911	97.415	50.82	11.692	DERECHA ADELANTE ARRIBA
38	1017	-0.1933	11.1708	2.162	97.856	51.714	11.942	DERECHA ADELANTE ARRIBA
43	3013	5.0263	10.9348	1.196	95.394	47.103	10.983	DERECHA ADELANTE ARRIBA
9	3019	4.4749	8.2099	1.2	98.029	46.191	10.981	DERECHA ADELANTE ARRIBA
10	3020	4.4759	8.205	1.862	98.027	46.187	11.642	DERECHA ADELANTE ARRIBA
11	3022	4.4773	8.2083	3.185	98.02	46.184	12.972	DERECHA ADELANTE ARRIBA
12	3024	5.0985	5.3283	2.382	100.197	44.175	12.164	DERECHA ADELANTE ARRIBA
19	3034	5.1373	5.0382	2.683	100.423	43.992	12.468	DERECHA ADELANTE ARRIBA
20	3036	5.1369	5.0453	1.463	100.426	43.994	11.246	DERECHA ADELANTE ARRIBA
24	3043	5.4113	3.2318	2.683	101.845	42.835	12.47	DERECHA ADELANTE ARRIBA
25	3044	5.4106	3.2255	3.91	101.847	42.835	13.694	DERECHA ADELANTE ARRIBA
26	3045	5.6826	1.4238	3.905	103.268	41.681	13.691	DERECHA ADELANTE ARRIBA
139	3128	2.7669	10.3872	2.75	97.033	48.775	12.546	DERECHA ADELANTE ARRIBA
144	3135	3.328	9.7768	2.948	97.282	47.971	12.741	DERECHA ADELANTE ARRIBA
145	3136	1.0661	8.1904	3.493	99.798	49.108	13.288	DERECHA ADELANTE ARRIBA
146	3137	3.6969	6.5125	3.892	99.902	45.987	13.679	DERECHA ADELANTE ARRIBA
147	3138	3.2418	4.4414	4.343	101.907	45.336	14.127	DERECHA ADELANTE ARRIBA
148	3139	1.129	4.9055	4.282	102.587	47.383	14.072	DERECHA ADELANTE ARRIBA
149	3140	-0.2201	3.1924	4.56	104.752	47.669	14.354	DERECHA ADELANTE ARRIBA
35	1002	-0.4949	-9.6613	-0.376	115.956	41.361	9.405	DERECHA ATRAS ABAJO
42	1028	5.0791	-8.6399	0.316	112.233	37.084	10.097	DERECHA ATRAS ABAJO
18	3032	5.9075	-2.7638	-0.049	106.742	39.364	9.73	DERECHA ATRAS ABAJO

28	3048	5.878	-0.9818	-0.35	105.225	40.296	9.423	DERECHA ATRAS ABAJO
32	3054	5.9098	-2.7603	0.859	106.742	39.363	10.643	DERECHA ATRAS ABAJO
33	3056	5.815	-6.3717	0.553	109.873	37.598	10.332	DERECHA ATRAS ABAJO
108	3085	1.4573	-8.4778	-1.379	113.907	40.288	8.409	DERECHA ATRAS ABAJO
112	3093	-0.7942	-6.3321	-1.701	113.238	43.309	8.082	DERECHA ATRAS ABAJO
113	3094	3.245	-8.8828	-1.327	113.345	38.52	8.459	DERECHA ATRAS ABAJO
114	3095	2.0293	-4.3627	-2.034	110.089	41.885	7.766	DERECHA ATRAS ABAJO
115	3096	2.0953	-3.4161	-2.141	109.239	42.31	7.652	DERECHA ATRAS ABAJO
116	3097	2.1815	-2.2708	-2.27	108.22	42.811	7.527	DERECHA ATRAS ABAJO
117	3098	2.101	0.5833	-2.5	105.801	44.343	7.292	DERECHA ATRAS ABAJO
119	3103	3.1517	0.5066	-2.507	105.336	43.397	7.291	DERECHA ATRAS ABAJO
120	3105	3.0706	-1.4007	-2.354	107.005	42.509	7.437	DERECHA ATRAS ABAJO
121	3106	3.1411	-2.3463	-2.264	107.792	41.957	7.526	DERECHA ATRAS ABAJO
122	3108	3.069	-4.4201	-2.032	109.623	40.957	7.768	DERECHA ATRAS ABAJO
124	3111	-0.226	1.19	-2.524	106.456	46.657	7.259	DERECHA ATRAS ABAJO
125	3113	-0.5513	0.067	-2.445	107.587	46.364	7.339	DERECHA ATRAS ABAJO
15	3028	5.8745	-0.9896	4.225	105.227	40.304	14.004	DERECHA ATRAS ARRIBA
16	3029	5.686	1.4021	4.22	103.273	41.677	13.997	DERECHA ATRAS ARRIBA
17	3031	5.7416	-4.1425	4.51	107.999	38.806	14.309	DERECHA ATRAS ARRIBA
29	3049	5.8898	-0.9692	1.479	105.224	40.289	11.257	DERECHA ATRAS ARRIBA
30	3050	5.8771	-0.9871	3.31	105.225	40.297	13.087	DERECHA ATRAS ARRIBA
31	3051	5.8737	-0.9806	4.53	105.229	40.302	14.311	DERECHA ATRAS ARRIBA
34	3057	5.8269	-6.3652	2.386	109.871	37.6	12.165	DERECHA ATRAS ARRIBA
85	3058	5.8328	-6.364	4.207	109.87	37.595	13.996	DERECHA ATRAS ARRIBA
87	3062	5.3261	-7.7213	3.212	111.301	37.331	13.004	DERECHA ATRAS ARRIBA
88	3064	3.8215	-8.2285	1.445	112.506	38.375	11.225	DERECHA ATRAS ARRIBA
89	3065	2.2791	-8.3087	1.765	113.361	39.657	11.548	DERECHA ATRAS ARRIBA
90	3066	2.2829	-8.1142	2.976	113.189	39.756	12.753	DERECHA ATRAS ARRIBA
91	3068	0.772	-8.3513	1.781	114.169	40.937	11.563	DERECHA ATRAS ARRIBA
92	3069	-0.4544	-8.4762	1.538	114.898	41.927	11.315	DERECHA ATRAS ARRIBA
94	3071	-0.7517	-8.2197	3.041	114.83	42.314	12.826	DERECHA ATRAS ARRIBA
150	3142	0.498	-7.7688	3.993	113.811	41.456	13.778	DERECHA ATRAS ARRIBA
151	3143	-1.304	-7.4401	4.232	114.453	43.181	14.015	DERECHA ATRAS ARRIBA
159	3151	0.3894	-1.0976	4.971	108.144	44.959	14.756	DERECHA ATRAS ARRIBA
160	3154	0.6969	-5.1127	5.007	111.427	42.644	14.793	DERECHA ATRAS ARRIBA
1	1006	-4.6243	7.5659	-1.793	103.21	53.684	7.995	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
45	1008	-5.3253	10.4166	0.647	101.126	55.755	10.431	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
46	1010	-5.9784	7.9447	0.011	103.588	55.046	9.79	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
47	1015	-5.4723	8.7052	0.881	102.68	55.017	10.664	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
48	1016	-6.5958	5.4727	-1.033	106.028	54.324	8.75	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
137	1040	-4.4236	10.4876	0.228	100.595	54.994	10.014	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO

3	3012	-2.2509	6.9817	-1.58	102.505	51.354	8.201	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
123	3109	-2.3631	1.5115	-2.533	107.274	48.655	7.255	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
57	3123	-5.3359	8.9254	0.536	102.42	55	10.329	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
58	3124	-5.3363	8.9222	-0.118	102.42	55.001	9.665	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
59	3125	-5.3379	8.925	-0.778	102.421	55.003	9.003	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
60	3126	-5.3428	8.9291	-1.431	102.423	55.008	8.345	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
74	3176	-6.9067	4.4658	-0.974	107.069	54.081	8.814	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
75	3177	-6.9969	4.1683	-0.06	107.368	54.01	9.731	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
78	3180	-6.6338	5.3315	-0.051	106.174	54.292	9.731	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
83	3185	-6.1043	7.083	-0.667	104.392	54.721	9.117	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
127	3290	-3.1934	8.6733	-1.584	101.539	53.01	8.205	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
128	3291	-1.4529	9.7836	-1.575	99.699	52.086	8.213	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
129	3292	-4.2141	9.1802	-1.577	101.633	54.156	8.206	IZQUIERDA ADELANTE ABAJO
51	3011	-6.8175	4.7479	2.387	106.766	54.153	12.17	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
53	3119	-5.3418	8.9293	3.171	102.42	55.001	12.966	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
54	3120	-5.3398	8.9246	2.523	102.419	54.999	12.307	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
55	3121	-5.3395	8.9277	1.862	102.42	55.001	11.649	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
56	3122	-5.34	8.9205	1.203	102.42	55.002	10.986	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
138	3127	-3.0309	10.8254	2.739	99.606	53.981	12.527	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
140	3129	-3.4203	9.7017	3.129	100.776	53.737	12.916	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
141	3130	-3.8042	8.5608	3.47	101.962	53.496	13.263	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
142	3133	-1.3649	4.4843	4.372	104.211	49.303	14.161	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
143	3134	-5.8848	5.127	4.29	105.971	53.54	14.083	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
71	3171	-7.8075	1.5463	1.482	110.038	53.364	11.262	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
72	3173	-7.6209	2.1305	3.917	109.435	53.506	13.707	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
73	3174	-7.5429	2.4022	2.383	109.145	53.581	12.178	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
76	3178	-7.0002	4.1594	1.785	107.368	54.012	11.567	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
77	3179	-6.999	4.1638	2.997	107.365	54.012	12.788	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
79	3181	-6.6403	5.3384	1.169	106.173	54.294	10.952	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
80	3182	-6.5558	5.6287	2.394	105.877	54.37	12.176	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
81	3183	-6.2838	6.5146	3.3	104.982	54.584	13.091	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
82	3184	-6.1974	6.7951	1.158	104.695	54.651	10.944	IZQUIERDA ADELANTE ARRIBA
84	1007	-5.2983	-9.2836	0.624	118.065	45.677	10.402	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
39	1022	-6.9508	-8.9729	0.796	118.645	47.273	10.581	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
40	1023	-6.0203	-7.557	1.098	116.954	47.191	10.88	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
41	1024	-6.1542	-9.227	-1.069	118.461	46.456	8.711	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
49	1026	-8.1364	0.2839	-1.139	111.29	53.006	8.649	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
50	1027	-8.4236	-2.9693	-0.772	114.231	51.594	9.009	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
86	3059	-4.4988	-7.8502	1.111	116.419	45.731	10.886	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
101	3078	-4.4214	-9.3737	-0.069	117.69	44.884	9.709	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
103	3080	-4.8409	-4.8008	-1.905	113.975	47.571	7.901	IZQUIERDA ATRAS ABAJO

104	3081	-4.7763	-3.878	-2.022	113.141	47.983	7.771	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
105	3082	-4.7031	-2.9321	-2.134	112.302	48.403	7.66	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
106	3083	-4.6171	-1.7908	-2.253	111.272	48.905	7.539	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
107	3084	-4.1488	1.0224	-2.506	108.614	49.93	7.292	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
109	3087	-5.7229	-2.8513	-2.136	112.741	49.32	7.659	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
110	3091	-7.7459	-6.1053	-1.648	116.569	49.412	8.137	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
111	3092	-2.9229	-6.2404	-1.694	114.223	45.197	8.093	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
126	3114	-2.0787	0.1917	-2.449	108.257	47.742	7.335	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
63	3160	-8.5314	-2.5646	-0.05	113.931	51.901	9.738	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
67	3165	-8.0046	-0.2251	-0.045	111.649	52.645	9.734	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
70	3169	-8.0884	0.0702	0.559	111.439	52.863	10.346	IZQUIERDA ATRAS ABAJO
93	3070	-2.2767	-8.3107	1.826	115.691	43.584	11.605	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
95	3072	-4.0772	-7.8114	2.997	116.173	45.383	12.781	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
96	3073	-4.0913	-8.0509	1.491	116.383	45.274	11.275	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
97	3074	-5.6164	-7.74	1.778	116.891	46.743	11.56	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
98	3075	-5.5928	-7.5425	2.981	116.71	46.823	12.766	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
99	3076	-7.0957	-7.2303	2.655	117.204	48.273	12.432	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
100	3077	-7.1166	-7.3854	1.747	117.355	48.216	11.53	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
152	3144	-5.7885	-6.0345	4.868	115.526	47.76	14.649	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
153	3145	-8.2338	-6.1747	4.254	116.895	49.789	14.043	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
154	3146	-4.032	-7.2036	4.2	115.642	45.657	13.986	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
155	3147	-6.5965	-4.5506	5.001	114.671	49.207	14.786	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
156	3148	-3.2627	-0.8304	4.955	109.773	48.236	14.741	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
157	3149	-7.128	0.9811	4.873	110.166	52.479	14.659	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
158	3150	-2.5505	0.6314	4.874	108.138	48.37	14.658	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
61	3156	-8.611	-5.7945	2.692	116.763	50.313	12.484	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
62	3159	-8.8193	-5.2448	3.606	116.382	50.792	13.401	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
64	3161	-8.4672	-2.8434	1.484	114.154	51.694	11.266	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
65	3162	-8.4645	-2.8521	3.312	114.151	51.694	13.099	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
68	3166	-8.0054	-0.2212	1.779	111.649	52.641	11.568	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA
69	3168	-8.0941	0.0833	3.001	111.435	52.867	12.789	IZQUIERDA ATRAS ARRIBA

Bibliografía

Besl, P. J., & McKay, N. D. (1992). A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2), 239–256. <https://doi.org/10.1109/34.121791>

Leica Geosystems. (2008). *TPS1200+ Technical Reference Manual*. Leica Geosystems AG.

Shan, J., & Toth, C. K. (2018). *Topographic laser ranging and scanning: Principles and processing* (2nd ed.). CRC Press.

Vosselman, G., & Maas, H.-G. (2010). *Airborne and terrestrial laser scanning*. CRC Press.

Wolf, P. R., & Ghilani, C. D. (2012). *Elementary surveying: An introduction to geomatics* (13th ed.). Pearson.

Kabsch, W. (1976). A solution for the best rotation to relate two sets of vectors. *Acta Crystallographica Section A*, 32(5), 922–923. <https://doi.org/10.1107/S0567739476001873>

Ghilani, C. D., & Wolf, P. R. (2018). *Adjustment computations: Spatial data analysis* (5th ed.). Wiley.

Robert, C. P., & Casella, G. (2004). *Monte Carlo statistical methods* (2nd ed.). Springer.

McKinney, W. (2017).

Python for data analysis: Data wrangling with pandas, NumPy, and IPython (2nd ed.). O'Reilly Media.

Besl, P. J., & McKay, N. D. (1992).

A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2), 239–256. <https://doi.org/10.1109/34.121791>

Ghilani, C. D., & Wolf, P. R. (2018).

Adjustment computations: Spatial data analysis (5th ed.). Wiley.

Kabsch, W. (1976).

A solution for the best rotation to relate two sets of vectors. *Acta Crystallographica Section A*, 32(5), 922–923. <https://doi.org/10.1107/S0567739476001873>

Robert, C. P., & Casella, G. (2004).

Monte Carlo statistical methods (2nd ed.). Springer.

Shan, J., & Toth, C. K. (2018).

Topographic laser ranging and scanning: Principles and processing (2nd ed.). CRC Press.

Vosselman, G., & Maas, H.-G. (2010).

Airborne and terrestrial laser scanning. CRC Press.