



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Propagación no lineal de ondas acústicas: reverberación, scattering y cavitación

Gonzalo Garay Godoy

Programa de Posgrado en Física
Facultad de Ciencias
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Noviembre de 2023



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Propagación no lineal de ondas acústicas: reverberación, scattering y cavitación

Gonzalo Garay Godoy

Tesis de Doctorado presentada al Programa de Posgrado en Física, Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Doctor en Física.

Directores:

Dr. Carlos Negreira

Dr. Nicolás Benech

Montevideo – Uruguay

Noviembre de 2023

Garay Godoy, Gonzalo

Propagación no lineal de ondas acústicas: reverberación, scattering y cavitación / Gonzalo Garay Godoy. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ciencias, 2023.

XII, 137 p. 29, 7cm.

Directores:

Carlos Negreira

Nicolás Benech

Tesis de Doctorado – Universidad de la República, Programa en Física, 2023.

Referencias bibliográficas: p. 130 – 137.

1. Múltiple scattering, 2. reverberación, 3. cavitación.
I. Negreira, Carlos, Benech, Nicolás, . II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Física. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

Dra. Iciar González

Dr. Joao Ealo

Ing. Rafael Canetti

Dr. Guillermo Cortela

Dr. Nicolás Benech

Montevideo – Uruguay
Noviembre de 2023

Agradecimientos

A mi familia.

A mi madre Silvia, por acortar las tardes del jueves en Montevideo. A mi padre Ricardo, por los almuerzos, cenas y provisiones. A mi hermana Ana Lucía, por hacer tan fácil compras y reservas en lugares foráneos. Y especialmente a Katy, por todas las cosas imposibles de enumerar.

A los moradores del subsuelo del Instituto de Física.

Especialmente a Yamil Abraham, Felipe Rinderknecht y Daniel Freire por mejorar mañanas, tardes y noches en las que transcurrió este doctorado. Y hay que decirlo, sin la ayuda de Yamil esta tesis y los artículos publicados no serían tales. Y sin la ayuda de Felipe, la caracterización del transductor no hubiese existido.

A Guillermo, por hacerme un lugar en su laboratorio, la ayuda con los equipos y las cosas que no le he devuelto.

Y es evidente que sin directores un doctorado no existiría, pero vaya un especial agradecimiento a Carlos y Nicolás.

Y, por supuesto, a Jimena Rodríguez.

RESUMEN

En este trabajo se presenta un estudio experimental sobre la propagación de ondas ultrasonoras en un régimen no lineal. Para alcanzar este régimen las ondas deben de tener alta amplitud tal que, en su propagación o en su interacción con el medio en que se propagan, se generen componentes de frecuencias no presentes inicialmente. El problema de estudio consiste en comprender cómo se comportan estas frecuencias cuando la onda incide en medios con diferentes características y dinámicas de propagación. De forma complementaria y recíproca nos preguntamos: ¿qué propiedades de estos medios podemos conocer mediante el estudio de los efectos no lineales observados?

Las situaciones experimentales estudiadas son: una cavidad reverberante, un medio de múltiple scattering y un sólido blando. En la cavidad reverberante la onda permanece «atrapada» en su interior distribuyéndose en modos normales. Las frecuencias que se generan durante la propagación no lineal produce un incremento en la cantidad de modos ocupados. Por esto, es que la onda no lineal puede contener información de modos normales que en régimen lineal no serían excitados. En este trabajo, presentamos una caracterización original de la cavidad reverberante en régimen no lineal. Esta se basa en la medida del tiempo de reverberación y en un modelo que permite comprender cómo intervienen las características de la cavidad en los valores de dicho tiempo. El medio de múltiple scattering es atravesado por la onda que, durante su propagación, sufre múltiples reflexiones. En consecuencia, se produce una pérdida de coherencia. En régimen no lineal, parámetros de transporte pueden ser determinados en función de la frecuencia en un rango mayor que en régimen lineal. Para estudiar el comportamiento de ondas no lineales en la cavidad reverberante y en medios con multiple scattering utilizamos la técnica de la inversión temporal. Este aspecto es la principal contribución de esta tesis, permitiendo obtener más información en cada caso y establecer los límites de validez de la inversión temporal para ondas no lineales. En el trabajo se analiza además el fenómeno de cavitación, que se produce en la interacción de ondas de alta amplitud con un sólido blando. Esta consiste en la formación de burbujas y puede producir la generación de subarmónicos. En relación a este fenómeno,

presentamos una caracterización a partir de la detección de subarmónicos y un modelo original que permite describir la probabilidad con que el fenómeno ocurre o es detectado. Además, implementamos un sistema que permite estudiar el fenómeno durante su origen y su persistencia en el tiempo.

Palabras claves:

Múltiple scattering, reverberación, cavitación.

ABSTRACT

This work presents an experimental study on the propagation of ultrasonic waves in a nonlinear regime. To attain this regime, the waves must have a high amplitude such that, during their propagation or interaction with the medium through which they propagate, components of frequencies not initially present are generated. The research problem aims to understand how these frequencies behave when the wave impinges on media with different characteristics and propagation dynamics. Additionally, in a complementary and reciprocal manner, we inquire: What properties of these media can we ascertain through the study of the observed nonlinear effects?

The experimental situations studied include a reverberating cavity, a multiple scattering medium and a soft solid. In the cavity, the wave remains trapped inside, distributing itself in normal modes. The frequencies generated during nonlinear propagation result in an increase in the number of occupied modes. Consequently, the nonlinear wave can contain information about normal modes that would not be excited in a linear regime. This work introduces an original characterization of the reverberation cavity in the nonlinear regime. It is based on the measurement of the reverberation time and a model that helps understand how the characteristics of the cavity influence these time values. The multiple scattering medium is traversed by the wave, undergoing multiple reflections during propagation, leading to a loss of coherence. In the nonlinear regime, transport parameters can be determined as a function of frequency over a broader range than in the linear regime. To study the behavior of nonlinear waves in the reverberating cavity and the multiple scattering medium, we employ the time-reversal technique. This aspect is the main contribution of this thesis, allowing for more information to be obtained in each case and establishing the limits of validity of time-reversal for nonlinear waves. The work also analyzes the phenomenon of cavitation, occurring in the interaction of high-amplitude waves with a soft solid. This involves the formation of bubbles and can lead to the generation of subharmonics. Regarding this phenomenon, we present a characterization based on the detection of subharmonics and an original model describing the probability of the phenomenon

occurring or being detected. Additionally, we implement a system to study the phenomenon during its inception and persistence over time.

Keywords:

Multiple scattering, reverberation, cavitation.

Tabla de contenidos

Introducción	1
1 Acústica no lineal	5
1.1 Ecuaciones fundamentales	6
1.2 Ondas de shock	9
1.3 Generación de armónicos	12
1.4 Parámetro de no linealidad de un medio	14
1.5 Presión de radiación	19
1.6 Cavitación	22
1.7 Conclusión	27
2 Propagación no lineal a través de medios de múltiple scattering	28
2.1 Inversión temporal: un elemento de análisis del múltiple scattering en régimen no lineal	29
2.2 Modelo de scattering no lineal: ecuación generalizada de Lighthill-Westervelt	32
2.3 Montaje experimental	33
2.4 Armónicos en la onda de coda	35
2.5 La onda coherente	39
2.6 Inversión temporal virtual	42
2.7 Discusión	49
2.8 Conclusión	50
3 Cavidades reverberantes irregulares: respuesta acústica en régimen no lineal	52
3.1 Montaje experimental	53
3.2 Medida del tiempo de reverberación	54

3.3	Modos normales en cavidades reverberantes	57
3.4	Aplicación de la ley de Sabine	61
3.5	Conclusión	63
4	Reverberación y múltiple scattering: inversión temporal real vs. inversión temporal virtual	64
4.1	Inversión temporal en medios complejos: revisión de órdenes de magnitud	65
4.2	Montaje experimental	67
4.3	Resultados experimentales	69
4.3.1	Inversión temporal a través del medio de múltiple scattering	71
4.3.2	Inversión temporal en la cavidad reverberante	75
4.3.3	Propiedades focales	80
4.4	Discusión	84
4.5	Conclusión	86
5	Cavitación	87
5.1	Experimento 1: Detección de cavitación y probabilidad de ocurrencia	90
5.1.1	Dispositivo experimental	91
5.1.2	Análisis de señales	93
5.1.3	Probabilidad de detección/ocurrencia de un evento de cavitación	97
5.1.4	Caracterización del campo acústico	99
5.1.5	Curva de probabilidad: modelo físico	102
5.2	Experimento 2: Un método de detección activo	105
5.2.1	Dispositivo experimental	106
5.2.2	Resultados	108
5.2.3	Discusión	113
5.3	Aplicación: Métodos de detección para el estudio de cavitación a través del cráneo	114
5.3.1	Método	115
5.3.2	Experimentos	116
5.4	Conclusión	124
	Conclusión	126

Publicaciones	129
Bibliografía	130

Introducción

De una forma muy general, puede presentarse el contenido de esta tesis como un estudio experimental de algunos aspectos de la propagación de ondas ultrasonoras en un régimen no lineal. Para hacerlo de forma específica, profundizaremos en dos puntos: qué características tiene un régimen no lineal y qué aspectos de la propagación de ondas ultrasonoras estudiamos.

Un onda propagándose en régimen no lineal puede definirse por la ecuación que describe su propagación. Si la ecuación no es lineal, el régimen tampoco lo será. Esto implica que, dadas dos soluciones a la ecuación de ondas no lineal, una combinación lineal de ellas no lo es necesariamente. Algunos ejemplos de estas ecuaciones son: la ecuación de Westervelt, que describe la propagación de ondas en medios homogéneos donde efectos no lineales locales pueden despreciarse [1], la ecuación de Burger, que describe la propagación de ondas planas en medios disipativos o la ecuación de Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov, que tiene en cuenta efectos de absorción y difracción en un haz que se propaga en una dirección preferencial [2]. Todas estas ecuaciones presentan algún término cuadrático, por lo que son ecuaciones de segundo orden. Para que estos términos sean apreciables como para tener efectos determinantes en la propagación de las ondas, la amplitud de estas debe ser alta. El parámetro que cuantifica el orden en la amplitud de la onda es el número de Mach, que será definido en el capítulo 1 de esta tesis.

En el experimento, deben buscarse alternativas para caracterizar un régimen no lineal pues, en muchos casos, no se cuenta con una ecuación que modele el sistema de estudio. Una posibilidad es estudiar la respuesta de un sistema y comprobar si existe o no una relación lineal entre entrada y salida. Esto motiva un método que consiste en verificar la linealidad entre la amplitud de la onda emitida desde una fuente y la amplitud de la onda recibida en un receptor. Si esta linealidad no se verifica, estamos frente a un régimen no lineal. Otra posibilidad, es comparar el espectro de frecuencias de la onda emitida y la onda

recibida. Cuando una onda no lineal se propaga suelen aparecer componentes de frecuencia no presentes inicialmente. En base a esta última, adoptaremos la siguiente definición operacional de régimen no lineal: si la onda recibida presenta componentes frecuenciales no presentes en la onda emitida, estamos frente a un régimen no lineal.

Sobre qué aspectos de la propagación de ondas ultrasonoras estudiamos; consideramos distintos medios dónde las ondas se propagan con distintas características: agua, un medio de múltiple scattering, una cavidad reverberante y un fantoma de agar-agar.

La propagación de ondas no lineales en agua es un tema transversal en esta tesis. Las frecuencias con las que trabajamos están entre 0.9 MHz y 2 MHz y se propagan bien en este medio. Por esto, todos los sistemas de estudio estarán sumergidos en agua. Las características de la propagación de una onda no lineal en agua involucra la generación de armónicos de la frecuencia fundamental [3, 4]. Entonces, uno de los objetivos principales de esta tesis es estudiar el comportamiento de estos armónicos cuando la onda incide en un medio de múltiple scattering o en una cavidad reverberante.

El múltiple scattering es el efecto que tiene sobre una onda un medio no homogéneo. Como no conocemos una traducción adecuada para «scattering», llamaremos así al fenómeno, «scatters» a los elementos que producen el scattering y «scatterear» al verbo que describe el efecto del scattering en una onda. En este trabajo un medio de múltiple scattering está compuesto por un conjunto de scatters con una impedancia acústica mayor que la del agua distribuidos aleatoriamente.

En régimen lineal, el múltiple scattering ha sido estudiado por Derode, Tourin et al. [5, 6]. En sus trabajos los autores caracterizan los medios de múltiple scattering desordenados determinando parámetros de transporte. Ejemplos de estos son el libre recorrido medio elástico, que cuantifica la distancia que la onda puede propagarse antes de perder la coherencia o la constante de difusión, que cuantifica el crecimiento en la velocidad con que la energía se difunde luego de perder coherencia. En nuestro laboratorio, existen antecedentes de investigación en el tema [7, 8] donde se han implementado experimentos para determinar los parámetros de transporte que caracterizan el múltiple scattering. Además, se ha estudiado la técnica de inversión temporal. Esta ha permitido focalizar la energía acústica a través de medios no homogéneos densos donde el campo es completamente difuso.

En régimen no lineal, el estudio del múltiple scattering tiene algunos antecedentes. Viard et al. [9] midieron el libre recorrido medio elástico en todo el rango de frecuencias de una onda no lineal. Esto incluye los armónicos que se generan por la propagación no lineal. Los autores mostraron que es posible usar las técnicas empleadas en régimen lineal para determinar el libre recorrido medio elástico en régimen no lineal. Teóricamente, el múltiple scattering de ondas no lineales puede ser modelado por la ecuación generalizada de Lighthill-Westervel [10]. En este trabajo, adoptaremos esta ecuación como modelo para entender algunos resultados obtenidos en los experimentos y como técnica, la correlación cruzada del campo acústico no lineal. Esta técnica, conocida como inversión temporal virtual, tiene como resultado un campo acústico focalizado. Las características de la propagación de los armónicos no lineales, serán estudiadas a través de las propiedades focales del campo virtualmente focalizado. Además, estudiaremos los alcances de la aplicación de esta técnica en régimen no lineal.

Un estudio similar al aplicado en medios de múltiple scattering puede ser aplicado en una cavidad reverberante. Sin embargo, en este sistema la onda se propaga por agua hasta que incide en la cavidad. Luego, la onda permanece «atrapada» en su interior y la energía acústica se distribuye en modos normales. Por esto, es que consideramos más adecuado decir que estudiamos la respuesta de la cavidad en régimen no lineal y no la propagación de la onda.

El interés de estudio por la respuesta de cavidades reverberantes ha sido de interés en el campo del ultrasonido por la posibilidad de producir ondas bien focalizadas [11, 12]. Además, se ha mostrado que es posible usar la técnica de inversión temporal para generar campos focalizados intensos con equipos de baja potencia [13]. En este trabajo, investigamos el alcance de la aplicación de la técnica de inversión temporal en una cavidad reverberante en régimen no lineal. Además realizamos un estudio de caracterización de la cavidad a través de la medida del tiempo de reverberación.

Por último, estudiaremos la propagación de una onda en un fantoma de agar-agar. Estos fantomas son similares a gelatina y su velocidad del sonido y densidad son similares a la del agua. Elegimos estos fantomas porque existen referencias que muestran que si la amplitud de la onda es suficientemente alta se produce el fenómeno de cavitación [14, 15]. Este consiste en la generación de burbujas cuando la presión acústica es suficiente para vencer la tensión superficial. De forma más general, el término proceso de cavitación se utiliza

para describir el crecimiento e implosión o resonancia de burbujas expuestas a radiación acústica [16].

Como se ha dicho, cuando cavitación ocurre, la amplitud de la onda debe ser alta. Por esto, es que fenómenos no lineales asociados a la propagación de la onda pueden ser observados. Sin embargo, la cavitación es un fenómeno no lineal en sí. Se ha mostrado, que la interacción entre un campo acústico y las burbujas, produce la generación de nuevas componentes espectrales. Esto se debe a la no linealidad en la ecuación que describe la oscilación de una burbuja en un campo acústico [17]. En particular, pueden registrarse, además de armónicos, frecuencias fraccionarias de la frecuencia fundamental, como subarmónicos o ultrarmónicos. Por esto, es que consideramos mas preciso definir nuestro objeto de estudio como la interacción entre una onda y un fantoma en régimen no lineal, dado que la onda genera cambios en el fantoma por la generación de burbujas y, a su vez, el campo acústico es alterado por la generación de armónicos, subarmónicos y ultrarmónicos.

Capítulo 1

Acústica no lineal

Es común comenzar a estudiar fenómenos acústicos por aquellos que involucran ondas de amplitud infinitesimal. Esta es una aproximación que supone ondas de baja amplitud donde las ecuaciones que describen su propagación son lineales. En acústica ultrasonora, esta aproximación ha permitido describir la propagación de distintos modos de ondas en medios homogéneos, permitiendo el desarrollo de importantes aplicaciones tecnológicas. Algunas de estas son la ecografía, la elastografía y la caracterización no destructiva de materiales o medios complejos [18, 19]. En un régimen donde la amplitud de una onda es suficientemente grande (o finita), las ecuaciones que describen su propagación no son lineales. Algunos fenómenos que pueden observarse son las ondas de shock o la generación de armónicos. En particular el segundo armónico, por tener el doble de la frecuencia fundamental, permite realizar imágenes ecográficas con mayor resolución y profundidad [20]. Por otro lado, las ondas presión de radiación generada con ondas de shock permite generar ondas de cizalla controladas para técnicas elastográficas [21]. Es evidente que el gran campo de estudio de la acústica se complejiza y se amplía cuando se consideran ondas no lineales.

En este trabajo nos concentraremos básicamente en dos aspectos de la acústica no lineal: la propagación de armónicos no lineales en medios complejos y el estudio de cavitación acústica. Durante la implementación de los experimentos que se presentan, han sido observados otros fenómenos no lineales. Es por esto que, en este capítulo, haremos una introducción a distintos aspectos de la acústica no lineal con dos objetivos. Primero, establecer los principales fundamentos, órdenes de magnitud y parámetros involucrados en

la acústica no lineal. Segundo, demarcar el objeto de estudio de esta tesis dentro del amplio campo de la acústica ultrasonora.

En este capítulo, los fundamentos teóricos se presentan de forma elemental. Generalmente se supondrá la propagación de ondas planas periódicas en medios no disipativos. De esta forma, la teoría es introducida de forma sencilla pero suficientemente precisa como para poder describir fenómenos no lineales observables en el laboratorio. Para esto nos basamos principalmente en dos referencias bibliográficas: «Fundamental Physics of Ultrasound» de V. Shutikov [22] y «Nonlinear acoustics» de R. Beyer [23]. Las referencias específicas se darán en cada sección. Por otro lado, por ser este un trabajo en física experimental, mostraremos experimentos donde se evidencian los fenómenos descritos. Los dispositivos experimentales son los mismos empleados en los experimentos que se mostrarán en capítulos posteriores que conforman las principales contribuciones de esta tesis. Es por esto que en este capítulo solamente se dará una breve descripción de los montajes empleados y, en los próximos capítulos, se profundizará en detalles.

1.1. Ecuaciones fundamentales

Los experimentos realizados en esta tesis involucran ondas que se propagan en agua. Por esto, daremos una descripción de ondas que se propagan en fluidos. Las variables que usamos para describir las ondas son la presión acústica p , definida como la diferencia entre la presión local del fluido P y la presión hidrostática P_0 y la velocidad particular o local del fluido v , considerada unidimensional para una onda plana que se propaga en la dirección z . En un fluido, la propagación de ondas puede modelarse con la ecuación de movimiento y la ecuación de continuidad. Consideremos un fluido no disipativo. En una dimensión, estas ecuaciones pueden expresarse como:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1.2)$$

donde ρ es la densidad local del medio y t la variable temporal. Los cambios en velocidad y presión producen un cambio en la densidad del medio que, en general, no es constante. Estos cambios se producen en torno al valor de

equilibrio ρ_0 .

Considerar una única coordenada espacial es una fuerte restricción si se busca describir la propagación de ondas. En el laboratorio, las fuentes de ondas pueden tener una dirección preferencial, pero las ondas generadas no son planas. Sin embargo, de las ecuaciones 1.1 y 1.2 se puede mostrar la existencia de efectos no lineales observables.

Una solución a las ecuaciones 1.1 y 1.2 fue dada por Riemann en 1860. Definiendo

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (1.3)$$

la solución general para la velocidad es de la forma:

$$v(z, t) = f_1[z - t(c + v)] + f_2[z + t(c - v)] \quad (1.4)$$

donde f_1 y f_2 representan ondas propagándose en el sentido creciente y decreciente de z respectivamente. Esto es evidente si consideramos $v \ll c$. En este caso, la ecuación 1.4 se convierte en la solución a la ecuación de ondas de bajas amplitudes y c se interpreta como la velocidad de propagación de la onda. Por lo tanto, la ecuación 1.4 representa dos ondas que se propagan con velocidades de fase $c' = c + v$ y $c' = c - v$, respectivamente. Notemos que, en general, la velocidad de propagación c_0 es distinta de c pero, en condiciones de equilibrio (con $\rho = \rho_0$), ambos valores deben coincidir. Por lo tanto,

$$c_0 = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{\rho=\rho_0}} \quad (1.5)$$

Consideremos el caso particular en que en $z = 0$ la oscilación de la onda es sinusoidal de amplitud v_{max} , tal que $v(0, t) = v_{max} \sin(\omega t)$. Entonces, la onda que se propaga en el sentido creciente de z es de la forma:

$$v(z, t) = v_{max} \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{c + v} \right) \right] \quad (1.6)$$

donde ω es su frecuencia angular. La ecuación 1.6 puede interpretarse como una onda plana cuya velocidad de fase es $c' = c + v$. Como se ha dicho antes, en el caso en que $v \ll c$, $c' = c_0$.

La relación entre v y c , se caracteriza por el número de Mach ϵ , definido

como:

$$\epsilon = \frac{v_{max}}{c_0} \quad (1.7)$$

Este número determina el peso que tendrán los términos no lineales a la derecha de las ecuaciones 1.1 y 1.2 respecto a los términos lineales. Por ejemplo, en la ecuación 1.1, tenemos que $\left| \frac{v \frac{\partial v}{\partial z}}{\frac{\partial v}{\partial t}} \right|_{max} = \frac{v_{max}}{c_0}$ para una onda armónica de amplitud v_{max} .

Los efectos no lineales son apreciable para números de Mach «pequeños», del orden de 10^{-5} [22], pero la distancia que se propaga la onda es otra variable importante para determinar el peso de los efectos no lineales en la ecuación de ondas. Esto significa que para números de Mach pequeños y distancias grandes la no linealidad debe ser considerada. Para estudiar este hecho es necesario considerar una ecuación de estado. En un proceso adiabático, puede escribirse como $p = p(\rho)$. Consideremos una expansión a segundo orden entorno a la densidad del medio en equilibrio ρ_0 :

$$p(\rho) = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} (\rho - \rho_0)^2 \quad (1.8)$$

Notemos que, de acuerdo a la ecuación 1.5, podemos escribir:

$$p = \rho_0 c_0^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right) \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \quad (1.9)$$

donde $\Delta \rho = \rho - \rho_0$, $A = \rho_0 c_0^2$ y $B = \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0}$. El parámetro B/A caracteriza la no linealidad a segundo orden del medio en que se propaga la onda. Cuanto más grande este parámetro, mayores serán los efectos no lineales observables. A partir de las ecuaciones 1.3 y 1.9, podemos obtener una expresión aproximada para c :

$$c \simeq c_0 \left(1 + \frac{B}{2A} \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right)$$

Considerando la relación lineal entre ρ y v que puede deducirse resolviendo la ecuación 1.2 aproximada a primer orden, obtenemos

$$c = c_0 + \frac{B}{2A} v \quad (1.10)$$

Por lo tanto,

$$c' = c_0 + \beta v \quad (1.11)$$

donde $\beta = 1 + \frac{B}{2A}$. Sustituyendo el resultado de la ecuación 1.11 en la ecuación 1.6, obtenemos:

$$v(z, t) = v_{max} \sin \left[\omega \left(t - \frac{z}{c_0 + \beta v} \right) \right] \quad (1.12)$$

De la ecuación 1.12 pueden deducirse propiedades de las ondas no lineales relacionadas con la propagación de las ondas. Estas son: la distancia de discontinuidad y la generación de armónicos. Esta última es de especial importancia para este trabajo porque permite estudiar la respuesta de un medio en un amplio rango de frecuencias. El tema será abordado en los capítulos 2, 3 y 4 de esta tesis.

1.2. Ondas de shock

La ecuación 1.12 describe una onda que se deforma a medida que se propaga. Por ejemplo, en la cresta de la onda, cuando $v = v_{max}$, la velocidad de fase es $c' = c_0 + \beta v_{max}$. En cambio, en el valle $v = -v_{max}$ y la velocidad de fase es $c' = c_0 - \beta v_{max}$. Esto produce que la cresta se «adelante» respecto al valle y la onda tenderá, a medida que se propaga, a una forma de «diente de sierra» conocida como *onda de shock*.

La figura 1.1 muestra la forma espacial de una onda que verifica la ecuación 1.12. La posición es normalizada respecto a una distancia característica z_D denominada *distancia de discontinuidad*. Cuando $z = z_D$, la pendiente de la curva de velocidad tiende a infinito en la posición de equilibrio, es decir $\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=z_D} \rightarrow \infty$ para $v = 0$. Operando sobre la ecuación 1.12 se obtiene

$$z_D = \frac{c_0^2}{\beta \omega v_{max}} \quad (1.13)$$

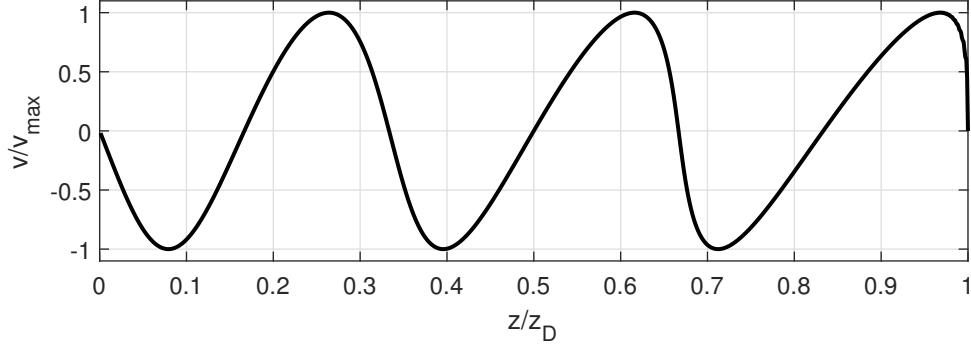


Figura 1.1: Forma espacial de una onda no lineal calculada con una longitud de onda $\lambda = z_D/3$. Los máximos se «adelantan» a medida que la onda se propaga. En $z/z_D = 1$ la pendiente del gráfico diverge.

Para valores de $z > z_D$ la velocidad se vuelve multivaluada. Esta solución no física es consecuencia de mantener la hipótesis de no disipación. Esta hipótesis no se sostiene cuando la distancia de propagación se acerca a la distancia de discontinuidad. En estas condiciones, la viscosidad del medio debe tenerse en cuenta. Como consecuencia, se produce una pérdida de energía acústica y la forma de la onda sufre una transición hacia una forma de diente de sierra [24].

El valor de z_D , si bien se deduce para ondas planas, es un valor de referencia habitualmente usado para definir escalas en los experimentos. Para distancias mayor a z_D es esperable que las ondas de shock ocurran e hipótesis como la no disipación no sean aplicables. Como ejemplo, veamos el siguiente experimento.

Experimento: Medición de ondas de alta amplitud

La figura 1.2 muestra una onda de corta duración medida en agua. La variable que la describe es la presión; no la velocidad como en las ondas graficadas antes. Esto se debe a que el sensor es un hidrófono que registra valores de presión acústica. La fuente es un transductor de inmersión circular de diámetro 28.575 mm y frecuencia central 1 MHz. Las medidas se realizan sobre el eje del transductor a distancias de 83, 127 y 167 mm del transductor. Puede observarse un incremento en la amplitud de la señal. Esto se debe, en parte, a la respuesta del transductor. Dadas sus dimensiones y la frecuencia empleada, es de esperarse un máximo en la amplitud de la onda en la distancia focal $z_F = 136$ mm. Por lo tanto, el crecimiento en la amplitud observado entre las figuras 1.2(a) y 1.2(b) se debe a que la onda se acerca a su posición focal. Sin embargo, el aumento en la amplitud que se observa entre las figuras 1.2(b)

y 1.2(c) se debe a que la onda se distorsiona por un efecto no lineal. Como se observa en la figura 1.2(c) la cresta se «adelanta» respecto a la posición de equilibrio. Otro efecto que se observa es la disminución en la presión de rarefacción. Esto no puede explicarse con el modelo de onda plana. Cleveland et al., mostraron numéricamente que este efecto se debe a la difracción y a las variaciones espaciales del campo acústico propias de fuentes de ultrasonido finitas, como son los transductores [25].

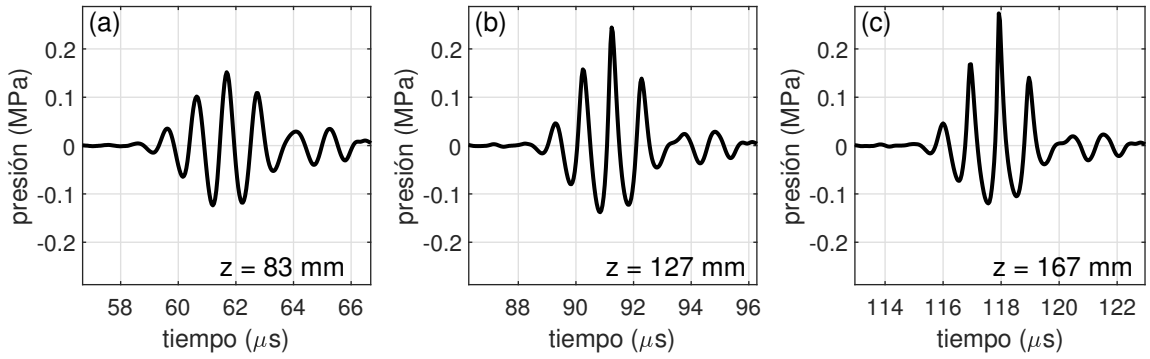


Figura 1.2: Señales medidas a (a) 83 mm, (b) 127 mm y (c) 167 mm de la fuente. El número de Mach estimado es $8,7 \times 10^{-5}$. Se muestra la evolución del pulso hacia onda de shock a medida que se propaga.

Existen distintas formas para determinar experimentalmente el número de Mach. Una de ellas es a partir del promedio entre las amplitudes máxima y mínima de la onda próximas a la posición focal [figura 1.2(b)]. Este valor es 0,20 MPa. Para el cálculo (ecuación 1.7) es necesaria la amplitud de la velocidad. Para esto empleamos la relación lineal entre v y p que se deduce de despreciar los términos de segundo orden y superiores en la ecuación 1.1:

$$v = \frac{p}{c_0 \rho_0} \quad (1.14)$$

Con esta aproximación el valor de velocidad en la posición focal es $1,3 \times 10^{-4} \text{ mm}/\mu\text{s}$. Sustituyendo esta velocidad por v_{max} en la ecuación 1.7, obtenemos $\epsilon = 8,7 \times 10^{-5}$. Este valor, cinco órdenes de magnitud menor que uno, es suficiente para que los efectos no lineales sean apreciables. Si calculamos la distancia de discontinuidad a partir de la ecuación 1.13, obtenemos $z_D = 787 \text{ mm}$. Esta distancia, aunque mayor, está en el orden de la distancia en que se propaga la onda de la figura 1.2(c). Por lo tanto, es esperable que efectos no lineales observados sean apreciables en estas condiciones.

1.3. Generación de armónicos

La distorsión que sufre una onda cuando se propaga puede estudiarse a partir de su espectro. Una onda no lineal genera a medida que se propaga armónicos de la frecuencia fundamental. Es decir que una onda de frecuencia angular ω generará componentes espectrales de frecuencias $n\omega$ con n entero. Esto puede mostrarse a partir de la ecuación 1.12. Asumiendo números de Mach pequeños, tal que $v/c_0 \ll 1$, obtenemos:

$$v(z, t) \simeq v_{max} \sin \left(\omega t - kz + \frac{z}{z_D} \frac{v}{v_{max}} \right) \quad (1.15)$$

donde $k = \omega/c_0$ es el número de onda asociado a la frecuencia fundamental. Si además, consideramos distancias de propagación pequeñas, tal que $z/z_D \ll 1$, obtenemos:

$$v(z, t) \simeq v_{max} \sin(\omega t - kz) + \frac{1}{2} \frac{z}{z_D} v_{max} \sin[2(\omega t - kz)] \quad (1.16)$$

Con esta aproximación se genera un segundo armónico de frecuencia 2ω y con una amplitud que crece linealmente con z . Una solución más completa en forma de serie de Fourier, es la solución de Bessel-Fubini para distancias tales que $z/z_D < 1$. Esta puede expresarse como [22, 23]:

$$v(z, t) = v_{max} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin[n(\omega t - kz)] \quad (1.17)$$

donde B_n es la amplitud normalizada respecto a v_{max} . Estas amplitudes pueden expresarse como:

$$B_n = \frac{2z_D}{nz} J_n \left(n \frac{z}{z_D} \right) \quad (1.18)$$

donde J_n son las funciones de Bessel de primera especie.

En la figura 1.3 se grafican las amplitudes B_n para los armónicos uno a cuatro. La amplitud del primer armónico (azul), decrece a medida que aumenta la distancia de propagación. Esta pérdida de amplitud se debe a la transferencia de energía hacia los armónicos superiores.

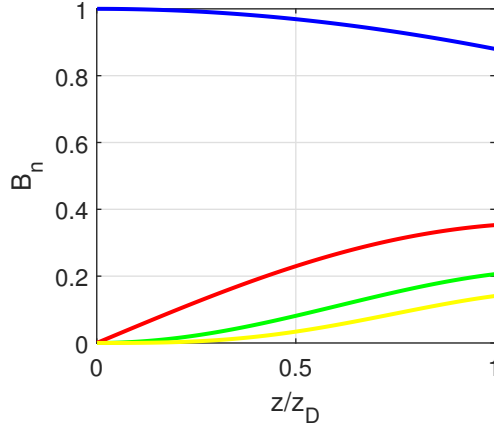


Figura 1.3: Valores de B_n en función de la distancia de propagación de la onda (normalizada respecto a z_D). $n = 1$ (azul), $n = 2$ (rojo), $n = 3$ (verde) y $n = 4$ (amarillo). Se observa un crecimiento en los armónicos no lineales a medida que la distancia crece.

Para distancias mucho menores a z_D , la amplitud del primer armónico se mantiene constante. Además, en estas condiciones, la amplitud del segundo armónico crece proporcionalmente con z . En general, la amplitud de los armónicos es proporcional a z^{n-1} . Esto se deduce realizando la aproximación $z/z_D \ll 1$ en la ecuación 1.18. En estas condiciones, $B_n \simeq \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{2} \frac{z}{z_D} \right)^{n-1}$. En particular, $B_1 = 1$ y $B_2 = \frac{1}{2} \frac{z}{z_D}$. Sustituyendo en la ecuación 1.17, se obtiene para el primer y segundo armónicos las mismas amplitudes que en la ecuación 1.16.

Experimento: Espectro de ondas de alta amplitud

La generación de armónicos en ondas medidas en el laboratorio (figura 1.2) puede ser estudiada calculando el espectro de las señales mediante un algoritmo de FFT (fast Fourier transform). El resultado se muestra en la figura 1.4(a). El nivel de intensidad espectral se representa en escala de decibeles en función de la frecuencia lineal $f = \omega/2\pi$. El valor de referencia (0 dB) corresponde a la amplitud registrada para el primer armónico (frecuencia $f = 1$ MHz) en 127 mm, donde se registra el valor máximo de intensidad. En la figura podemos notar que hay poca variación (menor a 2 dB) en la intensidad del primer armónico pero existe un gran crecimiento en la intensidad de los armónicos cuando aumenta la distancia de propagación de la onda. En el caso del segundo armónico ($f = 2$ MHz) el crecimiento es de aproximadamente 10 dB entre

83 y 167 mm. Para el tercer armónico ($f = 3$ MHz) el crecimiento es de aproximadamente 20 dB. Este crecimiento en los armónicos respecto a la distancia que se propaga la onda tiene características similares a las mostradas para una onda plana. En la figura 1.4(b) se muestran las amplitudes de los armónicos en función de la distancia de propagación. El primer armónico comienza creciendo hasta alcanzar un máximo alrededor de los 120 mm. Esto se debe a que en esta posición se encuentra la posición focal del transductor. Los armónicos superiores continúan creciendo más allá de la posición focal.

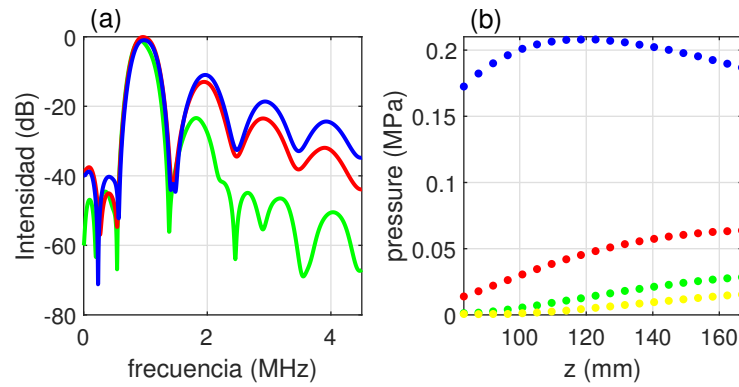


Figura 1.4: (a) Espectros de las señales medidas a 83 mm (verde), 127 mm (rojo) y 167 mm (azul) de la fuente. (b) Amplitud espectral en las frecuencias de los primeros cuatro armónicos. Azul: $f = 1$ MHz; rojo: $f = 2$ MHz; verde: $f = 3$ MHz; amarillo: $f = 4$ MHz.

La ecuación 1.18 involucra la distancia z_D . Esto muestra que existe una relación entre la amplitud de los armónicos y los parámetros de no linealidad (B/A o β). Por lo tanto, para estudiar efectos no lineales, además de la distancia de propagación o la amplitud de la onda, es necesario conocer las propiedades del medio en que la onda se propaga. En particular, la no linealidad está caracterizada por el parámetro B/A que se define a partir de características termodinámicas.

1.4. Parámetro de no linealidad de un medio

El parámetro B/A fue definido en la sección 1.1 a partir del desarrollo de Taylor de la ecuación de estado 1.8 para una expansión adiabática. En la ecuación 1.9 podemos notar que es proporcional al coeficiente del término no lineal en la relación entre p y ρ . Por lo tanto, caracteriza la no linealidad del medio en que se propaga la onda. Tal como fueron definidos B y A , podemos

definir formalmente el cociente como

$$\frac{B}{A} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0}$$

Esta definición termodinámica requiere considerar el cambio en la presión del medio cuando cambia su densidad. Por lo tanto, un medio tiene un comportamiento no lineal independientemente de si la onda se propaga en él o no. Esto se hace explícito si estudiamos la ecuación de estado en la aproximación de gas ideal. En un gas ideal la relación entre P y ρ podemos escribirla como

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (1.19)$$

donde γ es el cociente entre el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante. De la ecuación 1.5 tenemos que, en equilibrio ($P = P_0$, $\rho = \rho_0$), la velocidad de propagación de la onda está dada por:

$$c_0^2 = \frac{P_0 \gamma}{\rho_0}$$

Por lo tanto, podemos escribir una expansión a segundo orden de la ecuación 1.19 como:

$$p = \rho_0 c_0^2 \left[1 + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right] \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \quad (1.20)$$

Comparando término a término las ecuaciones 1.9 y 1.20, encontramos que

$$\frac{B}{A} = \gamma - 1 \quad (1.21)$$

Desde un punto de vista acústico el B/A influye en el cambio en la velocidad de fase c' que se produce en función de v (ecuación 1.11). Por lo tanto, cuánto mayor el valor de B/A , mayor la distorsión de la onda a medida que estas se propaga. Esto implica que, dados dos medios, existirá un mayor crecimiento en los armónicos no lineales en el medio que tenga mayor B/A . Esto motiva un método acústico de medición de este parámetro en donde se compara la amplitud del segundo armónico en el medio que se quiere caracterizar respecto a un medio de referencia [26, 27].

Experimento: Medida relativa del parámetro de no linealidad

Describiremos este método de caracterización en base a un experimento donde el medio de referencia es agua con $B/A = 5.2$, $c_0 = 1.5 \text{ mm}/\mu\text{s}$ y $\rho_0 = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$. El medio que buscamos caracterizar es un fantoma de base agar-agar cuya concentración es de 1.75 g cada 100 ml de agua. Este fantoma tienen propiedades como densidad o velocidad de propagación muy similares al agua. El montaje experimental se representa en la figura 1.5. El fantoma de espesor $L = 20 \text{ mm}$ se coloca a una distancia $d = 157 \text{ mm}$ del transductor. El hidrófono se coloca muy cerca del fantoma (2 mm de distancia). De esta forma, trabajamos principalmente en el campo lejano del transductor (diámetro nominal 29 mm). En estas condiciones, se ha mostrado que una aproximación de onda plana es adecuada para este método [26]. Además, el número de Mach en agua es del orden de 10^{-6} , menor a las medidas mostradas en la sección 1.2. De esta forma, podemos considerar $z \ll z_D$ y usar la ecuación 1.16 para operar sobre la amplitud del primer y segundo armónico.

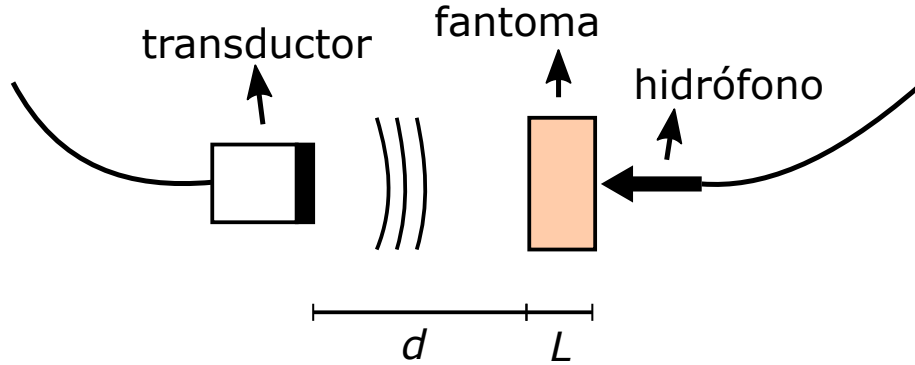


Figura 1.5: Esquema experimental para la medición del B/A en un fantoma de agar-agar. El fantoma y el hidrófono se colocan en el campo lejano del transductor.

Para medir el parámetro B/A debemos comparar una onda que se propague a través del fantoma con una onda que se propague solamente en agua. De acuerdo a la ecuación 1.16, la amplitud del primer armónico v_1 y la amplitud del segundo armónico v_2 se relacionan como sigue:

$$v_2 = \frac{z}{4} \frac{\omega}{c_0^2} \left(\frac{B}{A} + 2 \right) v_1^2$$

Considerando la onda que se propaga únicamente en agua, tenemos que:

$$v_{2ref} = \frac{d + L}{4} \frac{\omega}{c_0^2} \left(\frac{B}{A} + 2 \right)_{ref} v_1^2 \quad (1.22)$$

donde el subíndice *ref* se incluye porque este es el medio de referencia. Por otro lado, considerando la onda que se propaga una distancia d en agua y una distancia L en el fantoma, tenemos:

$$v_2 = \frac{d}{4} \frac{\omega}{c_0^2} \left(\frac{B}{A} + 2 \right)_{ref} v_1^2 + \frac{L}{4} \frac{\omega}{c_0^2} \left(\frac{B}{A} + 2 \right) v_1^2 \quad (1.23)$$

El primer término en la ecuación 1.23 corresponde a la contribución al segundo armónico que se produce por la propagación de la onda en agua. El segundo término corresponde a la contribución al segundo armónico generada en el fantoma. En las ecuaciones 1.22 y 1.23 no se consideran los efectos de la atenuación, ni las diferencias en la velocidad de propagación o densidad que puedan existir entre los medios considerados. Además, se desprecia la propagación de la onda en agua luego de que atraviesa el fantoma. Finalmente, resolviendo B/A , obtenemos:

$$\frac{B}{A} = \left(\frac{B}{A} + 2 \right)_{ref} \left[\left(\frac{d}{L} + 1 \right) \frac{v_2}{v_{2ref}} - \frac{d}{L} \right] - 2 \quad (1.24)$$

La figura 1.6(a) muestra los espectros de la señal medida en agua (azul) y a través del fantoma (rojo). El rango de frecuencia mostrado permite observar los primeros tres armónicos. En la figura 1.6(b) se muestra un acercamiento al pico en la frecuencia fundamental. A esta frecuencia se observa un pequeño decaimiento (menor a 0.1 dB) en la intensidad de la onda que atraviesa el fantoma. Posiblemente, esto se deba debido a efectos de la absorción. En la figura 1.6(c) se muestra un acercamiento a la intensidad en la frecuencia del segundo armónico. En este caso, la intensidad se incrementa cuando la onda atraviesa el fantoma. Dado que no se observa un crecimiento en la intensidad del primer armónico, el incremento en la intensidad del segundo armónico puede explicarse por un incremento en el B/A del fantoma. La diferencia es de 0.14 dB. Si consideramos una relación lineal entre la presión medida por el hidrófono y la velocidad local (ec. 1.14), tenemos que $v_2/v_{2ref} = 1.016$. Sustituyendo este valor en la ecuación 1.24, obtenemos $B/A = 6.2$. En el momento de escribir

esta tesis no encontramos referencias dónde este parámetro haya sido determinado para este tipo de fantoma. Sin embargo, el valor medido se encuentra en el rango entre 5.4 y 9.0, reportado para fantasmas de base agar-agar o gelatina [27].

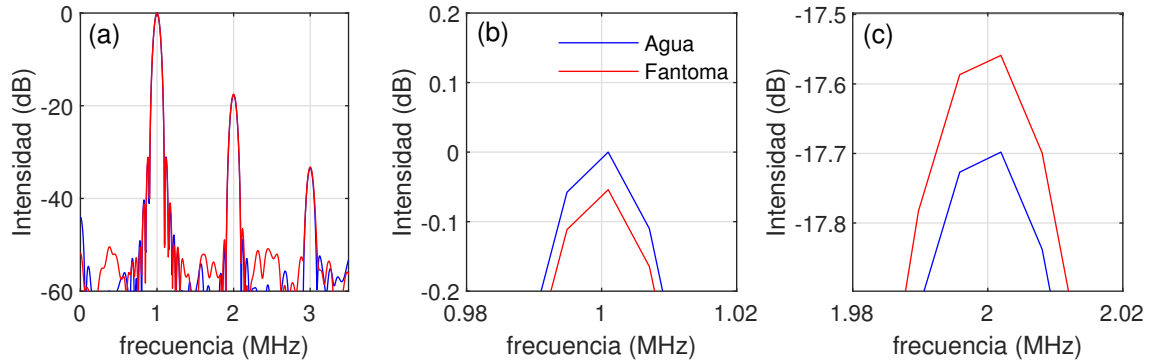


Figura 1.6: Espectros de la onda que se propaga en agua (azul) y de la onda que atraviesa el fantoma. (a) Rango de frecuencia 0-3.5 MHz. (b) Acercamiento al primer armónico. (c) Acercamiento al segundo armónico. Se observa una intensidad mayor en el segundo armónico de la onda que atraviesa el fantoma.

La ecuación 1.24 fue deducida sin considerar la atenuación del fantoma o las diferencias en densidad y velocidad de propagación que puede existir entre este medio y el agua. Esto se hizo para simplificar los cálculos y mostrar de forma simple el efecto que produce la no linealidad del medio en el segundo armónico. En el capítulo 4 de esta tesis, donde se utiliza el fantoma para inducir cavitación, se realiza una caracterización que incluye la atenuación y el cambio en la impedancia.

En esta sección se ha mostrado el cambio que sufre la onda debido al cambio en el parámetro que caracteriza la no linealidad del medio en que se propaga. Por ser ondas de alta amplitud, también es esperable que el medio sufra alguna alteración apreciable cuando interactúa con una onda de estas características. En las secciones que siguen mostraremos dos fenómenos dónde una onda produce cambios significativos en el medio con el que interactúa. Estos son presión de radiación y cavitación. En el primero se produce una fuerza continua sobre el medio con el que interactúa la onda; en el segundo, se produce la formación de cavidades durante la fase de rarefacción de la onda.

1.5. Presión de radiación

La *presión de radiación* es una presión acústica constante que produce una fuerza estable y constante cuando una onda interactúa con un obstáculo. En una propagación libre, la presión de radiación es una componente constante de la presión de la onda que, en general, es pequeña si se compara con la amplitud de la componente variable. Este efecto puede describirse para una onda plana con las ecuaciones 1.1 y 1.2. Suponiendo una onda armónica lineal, es posible calcular la presión de radiación promediando la fuerza que produce la onda sobre una superficie inmersa en el medio en que se propaga. Sin embargo, una corrección a segundo orden agrega una presión de radiación mayor a la que se produce a primer orden. Esto no sucede con otros parámetros como la velocidad de propagación. Por esta razón, es que la presión de radiación se considera un fenómeno no lineal.

A continuación, calculamos la presión de radiación para una onda plana. Combinando ecuación 1.1 y 1.2, obtenemos:

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial \rho v^2}{\partial z} \quad (1.25)$$

Integrando el término de la izquierda en un volumen V , obtenemos la fuerza F realizada sobre dicho volumen. Dado que estamos considerando un problema unidimensional, podemos considerar el volumen V como un cilindro con las caras planas perpendiculares a la dirección de propagación. Entonces, usando el teorema de la divergencia, podemos escribir la fuerza sobre cualquiera de las caras planas del cilindro como:

$$F = \int_S \Pi dS' \quad (1.26)$$

donde S es la superficie de V , $\Pi = p + \rho v^2$ y el sentido positivo de la fuerza se ha definido como el sentido de propagación de la onda. Notemos que, en general, la ecuación 1.26 permite calcular la fuerza producida por la onda sobre cualquier superficie perpendicular a la dirección de propagación.

Para el cálculo de la componente constante en la presión, nos interesa promediar F en un ciclo de oscilación de la onda. Este promedio podemos escribirlo como $\langle F \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T F dt$. Promediando en la ecuación 1.26 tenemos que

$\langle F \rangle = \int_S \langle \Pi \rangle dS'$. Despreciando términos de tercer orden, podemos escribir,

$$\langle \Pi \rangle = \langle p \rangle + \rho_0 \langle v^2 \rangle \quad (1.27)$$

Suponiendo una onda armónica tal que $p = p_{max} \sin(\omega t - kz)$ y $v = v_{max} \sin(\omega t - kz)$, podemos notar que el primer término en la derecha de la ecuación 1.27 se anula. Operando sobre el segundo término, obtenemos:

$$\langle \Pi \rangle = \frac{\rho_0 c_0^2 \epsilon^2}{2} \quad (1.28)$$

La ecuación 1.28 se ha escrito en función del número de Mach para mostrar que la presión de radiación es un fenómeno de segundo orden. Si consideramos un aproximación a primer orden en ϵ , es evidente que la presión de radiación es nula. Por otro lado, el valor de $\langle \Pi \rangle$ se ha deducido de suponer expresiones lineales para p y v . Esto sugiere que la ecuación 1.28 está incompleta, ya que si mantenemos términos del orden de ϵ^2 , debemos emplear para la presión acústica y la velocidad particular, expresiones de segundo orden. Para el caso de la velocidad, podemos considerar la ecuación 1.16. Para la presión no hemos deducido un aproximación a segundo orden. Es común usar la relación lineal entre v y p dada por la ecuación 1.14 aún cuando se trabaja en el régimen no lineal. Esto da el mismo resultado que en 1.28. Históricamente, este hecho presentó controversias, ya que experimentalmente se registran valores mayores [23]. Para obtener un resultado completo, debemos encontrar una relación de segundo orden entre la presión y la velocidad.

Consideremos las ecuaciones 1.19 y 1.21. A partir de estas podemos escribir:

$$c = c_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\beta-1} \quad (1.29)$$

Considerando $c = c_0 + \frac{B}{2A}v$, podemos reescribir 1.19 como

$$P = P_0 \left[1 + (\beta - 1) \frac{v}{c_0} \right]^{\frac{2\beta-1}{\beta-1}} \quad (1.30)$$

Realizando un desarrollo a segundo orden en 1.30, obtenemos una relación no lineal de segundo orden entre p y v :

$$p = c_0 \rho_0 v + \frac{\rho_0 \beta}{2} v^2 \quad (1.31)$$

Sustituyendo 1.16 en 1.31 y despreciando términos de tercer orden y superiores, obtenemos:

$$p = \rho_0 c_0^2 \epsilon \sin(\omega t - kz) + \frac{z \omega \rho_0 c_0 \beta}{2} \epsilon^2 \sin 2(\omega t - kz) + \frac{\rho_0 c_0^2 \beta}{2} \epsilon^2 \sin^2(\omega t - kz) \quad (1.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.16 y 1.32 en 1.27, se obtiene:

$$\langle \Pi \rangle = \frac{\rho_0 c_0^2 \beta}{4} \epsilon^2 + \frac{\rho_0 c_0^2}{2} \epsilon^2 \quad (1.33)$$

El primer término en 1.33 depende de β que, en general, es mayor que 2. Por lo tanto, esta corrección agrega un término mayor al calculado en 1.28.

Experimento: Observación cualitativa de los efectos de la presión de radiación

Los efectos de la presión de radiación son observables en la interacción entre una onda y un objeto inmerso en el medio en que se propaga. Un experimento que muestra este efecto consiste en interponer en el recorrido de una onda que se propaga en agua un objeto de mayor impedancia acústica. En la figura 1.7 se muestra el resultado de interponer un fragmento conglomerado de poliestireno expandido sostenido sobre un alambre delgado de cobre y sumergida en agua. La onda es emitida desde un transductor focalizado capaz de generar ondas de amplitudes en el orden 10 MPa con una frecuencia de 2 MHz. En la figura 1.7(a) se muestra el objeto en su posición de equilibrio, previo a la emisión. En la figura 1.7(b) se muestra su desplazamiento de aproximadamente 5 mm durante la emisión.

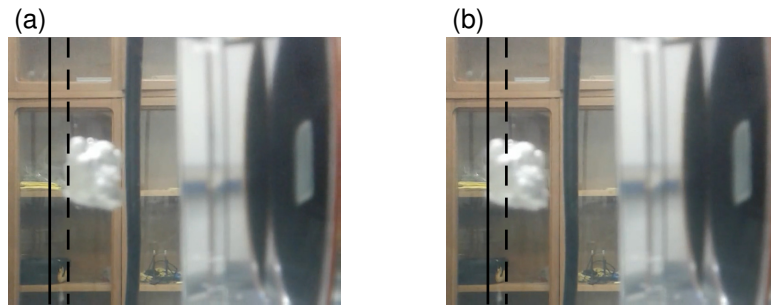


Figura 1.7: Sonificación de un transductor focalizado sobre un fragmento de poliestireno expandido. (a) Antes de la emisión ultrasonora el objeto se encuentra en su posición de equilibrio, señalada con línea punteada. (b) El objeto se desplaza 5 mm durante la sonificación el desplazamiento se marca con una línea continua.

El experimento muestra que los efectos de la presión de radiación son apreciables en la interacción de una onda con un objeto interpuesto en su trayectoria. Sin embargo, en la propagación libre, podemos no considerar este efecto. La presión de radiación es proporcional al cuadrado del número de Mach (ec. 1.33). Este valor es mucho menor que la unidad. En la propagación de una onda no lineal, la generación de armónicos también depende de ϵ^2 pero, en este caso, la distancia de propagación también está involucrada. Si el número de Mach es pequeño, pero la distancia de propagación es lo suficientemente grande, la generación de armónicos es apreciable. Se dice que la generación de armónicos es un fenómeno no lineal acumulativo, mientras que la presión de radiación es un fenómeno local. Esto permite algunas simplificaciones. En la ecuación 1.32, se muestra que la presión acústica presenta dos términos que dependen de ϵ^2 , pero solo uno depende de la distancia de propagación. Este último es el que describe el crecimiento del segundo armónico durante la propagación de la onda. El otro término no lineal es el que describe la presión de radiación y puede despreciarse si consideramos solo efectos acumulativos. Esto es equivalente a relacionar la presión acústica y la velocidad mediante una relación lineal (ec. 1.14). Esta relación fue usada en la sección 1.2 de este capítulo para realizar estimaciones del número de Mach y será empleada para estimaciones similares en los capítulos siguientes de esta tesis.

1.6. Cavitación

En acústica, cavitación se refiere a la formación y colapso de burbujas en un líquido o sólido blando [28]. La cavitación ocurre durante la fase de rarefacción de ondas de alta intensidad. Durante esta fase, se forman burbujas de vapor saturado en el medio. Durante la fase de compresión, el vapor se condensa y la burbuja colapsa bajo la alta presión y la tensión superficial en las paredes de la burbuja. En el colapso, la presión y la temperatura del gas alcanzan valores muy altos formando una onda de shock secundaria que se propaga esféricamente [22].

Para que las cavidades se generen, la presión en el medio tiene que «vencer» la tensión superficial. En agua, es necesario presiones del orden de 100 MPa. Estos valores son muy altos incluso en aplicaciones de ultrasonido focalizado de alta intensidad (HIFU). Sin embargo, un líquido o sólido blando puede contener gas disuelto que puede dar lugar a la existencia de micro burbujas y

a una disminución en la tensión efectiva en el medio de hasta dos órdenes de magnitud [29, 30]. Estas micro burbujas se conocen como *núcleos de cavitación*.

El crecimiento de los núcleos de cavitación por la interacción con un campo acústico intenso genera efectos observables que permiten detectar la actividad de las burbujas. Estos son la onda de shock generada durante el colapso y la respuesta oscilatoria de la superficie de la burbuja que se acopla a la onda ultrasónica. Bajo ciertas condiciones, relacionadas con la amplitud y la frecuencia ultrasónica, la burbuja oscila de forma tal que puede detectarse una onda con un contenido espectral que involucra armónicos y subarmónicos de la frecuencia ultrasonora. Esto podemos explicarlo estudiando la dinámica de oscilación de la burbuja.

Consideremos la oscilación de una burbuja esférica de radio R inmersa en un fluido incompresible de densidad uniforme ρ_0 y viscosidad μ_0 . Durante la expansión o compresión de la burbuja, el flujo circundante tiene una velocidad radial u con simetría esférica. Sea r la coordenada radial. En estas condiciones la ecuación de continuidad puede escribirse como:

$$\frac{\partial r^2 u}{\partial r} = 0 \quad (1.34)$$

Integrando la ecuación 1.34 entre R y r , obtenemos:

$$u = \frac{\dot{R} R^2}{r^2} \quad (1.35)$$

Por otro lado, la ecuación de conservación del momento puede expresarse como:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (1.36)$$

Sustituyendo 1.35 en 1.36 e integrando entre R e infinito, obtenemos:

$$\rho_0 \left(R \ddot{R} + \frac{3 \dot{R}^2}{2} \right) = - (P_\infty - P_R) \quad (1.37)$$

donde P_∞ es la presión lejos de la superficie de la burbuja y P_R la presión en su superficie. Suponemos que la burbuja está llena de gas a una presión parcial P_g y vapor a una presión parcial P_v que asumimos constante. Teniendo en cuenta

que la tensión en la superficie de la burbuja debe ser nula, tenemos que:

$$P_v + P_g = P_R + \frac{2\sigma_0}{R} - \frac{4\mu_0\dot{R}}{R} \quad (1.38)$$

donde σ_0 es la tensión superficial en el fluido circundante.

Para resolver P_R , consideremos R_0 el radio de la burbuja en equilibrio a presión hidrostática P_0 . En condiciones de equilibrio, la ecuación 1.38 se reduce a

$$P_v + P_{g0} = P_0 + \frac{2\sigma_0}{R_0} \quad (1.39)$$

donde P_{g0} es la presión del gas en equilibrio. Asumimos que P_g obedece una ley politrópica. Esto significa que, si la burbuja tiene un volumen V , el producto $P_g V^n$ ($1 \leq n \leq \gamma$) permanece constante. Por lo tanto,

$$P_g R^{3n} = P_{g0} R_0^{3n} \quad (1.40)$$

Resolviendo las ecuaciones 1.38, 1.39 y 1.40, obtenemos:

$$P_R = \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma_0}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n} + P_v - \frac{2\sigma_0}{R} + \frac{4\mu_0\dot{R}}{R} \quad (1.41)$$

La presión P_∞ es la suma de la presión en equilibrio y una presión $p = -p_{max} \sin(\omega_0 t)$ introducida por un campo acústico que actúa como forzante. Entonces,

$$P_\infty = P_0 - p_{max} \sin(\omega_0 t) \quad (1.42)$$

Sustituyendo 1.41 y 1.42 en 1.37, obtenemos la ecuación RPNNP (Rayleigh-Plesset-Noltingk-Neppiras-Poritsky) para la oscilación de la burbuja [17]:

$$\rho_0 R \ddot{R} + \frac{3\rho_0 \dot{R}^2}{2} + P_{eq} - P_v - p_{max} \sin(\omega_0 t) + \frac{2\sigma_0}{R} - \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma_0}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3n} - \frac{4\mu_0 \dot{R}}{R} = 0 \quad (1.43)$$

Si consideramos $R \simeq R_0$, podemos aproximar la ecuación 1.43 a primer orden. El resultado es el siguiente:

$$\ddot{\delta} - \frac{4\mu_0 \dot{\delta}}{\rho_0 R_0^2} + \left[3n \left(P_0 - P_v + \frac{2\sigma_0}{R_0} \right) - \frac{2\sigma_0}{R_0} \right] \frac{\delta}{R_0} = p_{max} \sin(\omega_0 t) \quad (1.44)$$

donde $\delta = R - R_0$. La ecuación 1.44 describe un oscilador forzado con una frecuencia de resonancia ω_c tal que:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 R_0^2} \left[3n \left(P_0 - P_s + \frac{2\sigma}{R_0} \right) - \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{8\mu^2}{\rho_0 R_0^2} \right]}$$

La ecuación no lineal 1.43 presenta una particularidad: si la frecuencia forzante se aproxima al doble de la frecuencia de resonancia existe un acoplamiento entre ambas frecuencias produciendo la aparición de un subarmónico en $\omega_0/2$. Para observar este fenómeno resolvemos numéricamente la ecuación 1.43 con los parámetros del agua ($n = \gamma = 4/3$, $\rho_0 = 998 \text{ kg/m}^3$, $\sigma_0 = 72.5 \text{ N/m}$, $\mu_0 = 1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$). En agua que no ha sufrido un proceso de desgasificación, las microburbujas tienen en equilibrio un radio aproximado de $R_0 = 1 \mu\text{m}$ y $P_v = 2.0 \text{ kPa}$. En equilibrio la presión es la atmosférica estándar ($P_0 = 101.3 \text{ kPa}$). La amplitud de presión acústica la consideramos mayor a la presión atmosférica y la frecuencia angular central por encima del valor de resonancia: $p_{max} = 1.4P_0$, $\omega_0 = 2.2\omega_c$. El resultado se muestra en la figura 1.8(a). El radio de la burbuja oscila entorno a su valor de equilibrio. La oscilación es periódica con una frecuencia fundamental ω_0 pero presenta periodicidad en la frecuencia $\omega_0/2$. Esto se observa en el espectro de la figura 1.8(b), donde se observa que la oscilación tiene componentes en estas frecuencias. Además, se observa una frecuencia ultrarmónica en $3\omega_0/2$ y el segundo armónico en $2\omega_0$.

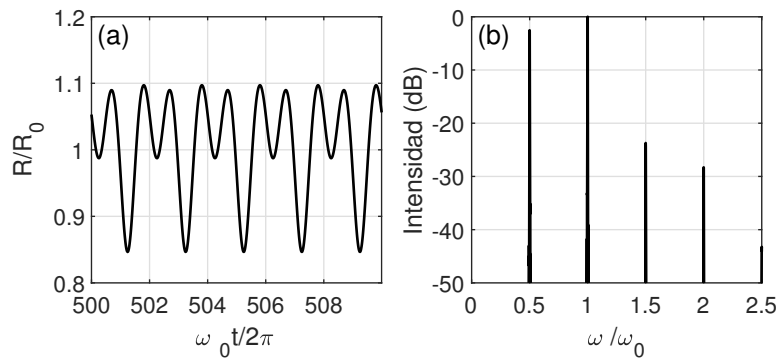


Figura 1.8: (a) Oscilación del radio de una burbuja que interactúa con un campo acústico armónico de frecuencia angular ω_0 . (b) Espectro en escala de decibels de la oscilación. La oscilación muestra periodicidad en la frecuencia central, en el subarmónico, en un ultra armónico y en el segundo armónico.

La frecuencia subarmónica es importante en aplicaciones de detección de cavitación. Con el instrumental adecuado es posible medir la presión acústica

ca de la onda proveniente de la burbuja superpuesta con la onda ultrasónica reflejada desde la misma burbuja. Los métodos de detección pasiva se basan principalmente en detectar el subarmónico y, en menor medida, el ultra armónico en el espectro de la onda recibida. Dado que la cavitación se produce con ondas de alta intensidad, la existencia del segundo armónica no es una prueba contundente porque en general se genera por la misma propagación de la onda, como se mostró en sección 1.3.

Experimento: Generación y detección de cavitación acústica

Un experimento realizado en el laboratorio, consiste en generar y detectar cavitación en un fantoma de agar-agar. El experimento es similar al mostrado en la figura 1.5. El fantoma es sonificado con un transductor plano. La amplitud máxima de la onda es de aproximadamente 1.1 MPa y su frecuencia central $f_0 = 1$ MHz. El agua que circunda al fantoma se desgasifica para evitar que la cavitación se genere en ella. La onda dispersada desde el fantoma se registra con un detector de cavitación colocado a noventa grados del haz del transductor. De esta forma se evita recibir una onda directa de alta intensidad. La señal registrada se muestra en la figura 1.9(a) y en la figura 1.9(b), su espectro. Si bien la señal experimental no tienen la amplitud estable que muestra la oscilación calculada teóricamente, es posible notar que en cada ciclo la amplitud cambia. Esta se reduce y vuelve a crecer cada dos ciclos. Esto último es consistente con una periodicidad de frecuencia $f_0/2$. Esto se observa en el espectro que muestra la presencia del subarmónico además de la frecuencia fundamental. Además, con baja intensidad, pero destacando sobre el nivel de ruido se observan las frecuencias del segundo armónico y del ultrarmónico.

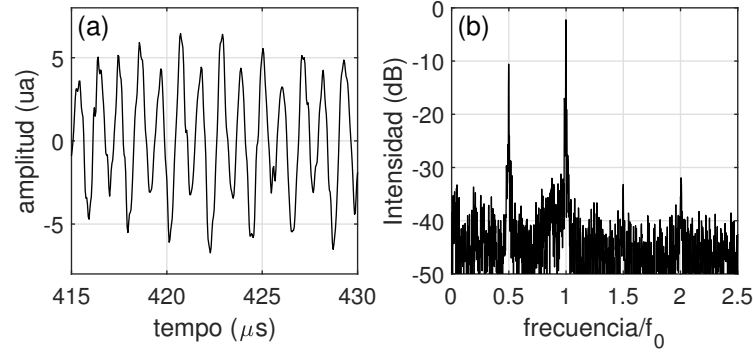


Figura 1.9: (a) Onda registrada desde un fantoma de agar-agar sonificado con ultrasonido intenso y (b) su espectro. El espectro muestra una componente en la frecuencia del subarmónico lo que indica la existencia del fenómeno de cavitación.

1.7. Conclusión

La generación de armónicos en la propagación de una onda no lineal es uno de los puntos centrales de esta tesis. En este capítulo se ha mostrado teóricamente este efecto para ondas planas. Experimentalmente, se ha observado la generación de armónicos en un pulso de onda emitido con un transductor de ultrasonido. El campo acústico de un transductor es diferente al de una onda plana, pero en ambos casos los armónicos necesitan que la onda se propague para que la amplitud de estos crezca. Esto permite estudiar el comportamiento de cada armónico en medios complejos. En los capítulos 2, 3 y 4 estudiaremos la interacción de una onda no lineal con un medio de múltiple scattering y con una cavidad reverberante. Esto permite una caracterización de estos medios en un rango de frecuencias mayor que el que se consigue con ondas lineales. Por otra lado, el fenómeno de cavitación, que será abordado en el capítulo 5 de esta tesis, permite obtener frecuencias menores a la frecuencia fundamental. Las frecuencias bajas son, en general, menos atenuadas por los medios con absorción. Por lo tanto, estas frecuencias pueden ser detectadas en condiciones donde las altas frecuencias decaen rápidamente. En relación a la detección de cavitación, las frecuencias subarmónicas actúan como firma acústica de las burbujas, a diferencia de los armónicos que pueden ser generados por la propagación libre de la onda.

Capítulo 2

Propagación no lineal a través de medios de múltiple scattering

El fenómeno de scattering es un tema importante en acústica. Desde la detección de grietas en metales hasta la obtención de imágenes ultrasónicas en medicina, la propagación de ondas en medios no homogéneos es un tema importante por su aplicación en técnicas no invasivas [31]. Algunos estudios sobre el múltiple scattering de ondas ultrasónicas se han llevado a cabo en modelos bidimensionales, que consisten en un arreglo aleatorio de cilindros paralelos sumergidas en agua [6, 32]. Este tipo de medio se puede elaborar fácilmente y su construcción permite cambiar algunos parámetros, como el espesor o la densidad de los scatters, de manera sencilla. Además, se puede estudiar una tanto única configuración de desorden como un promedio en el ensemble de ondas acústicas. Tourin et al. [6] publicaron un trabajo de referencia para esta tesis donde se describen algunos métodos experimentales para caracterizar una muestra como la descrita, en términos de parámetros de transporte. En su artículo, se describe un experimento para medir el campo coherente de la onda. Esta medida permite calcular el libre recorrido medio elástico, parámetro relacionado con la densidad de scatters y su sección eficaz.

Un procedimiento similar fue aplicado por Viard et al. [9] para estudiar la interacción de una onda no lineal con un medio de múltiple scattering. Como se mostró en el capítulo 1, las ondas no lineales tienen una característica particular: la generación de armónicos. Esto implica que una onda con una fre-

cuencia central f_0 generará, a medida que se propaga, componentes espectrales a frecuencias múltiplos de f_0 . Teniendo esto en cuenta, Viard et al. estudiaron el campo coherente de una onda no lineal que atraviesa un medio de múltiple scattering y midieron el libre recorrido medio elástico de las componentes espectrales presentes en la onda.

La estimación del campo coherente implica un promedio del campo acústico sobre diferentes configuraciones de desorden, es decir, un promedio en el ensemble. En este capítulo, proponemos estudiar el múltiple scattering de la onda completa. Esta incluye a la onda coherente y a la onda incoherente. Para esto, realizamos la correlación cruzada del campo acústico que ha atravesado una única configuración. Este procedimiento se conoce como inversión temporal virtual.

2.1. Inversión temporal: un elemento de análisis del múltiple scattering en régimen no lineal

La inversión temporal es una técnica que permite focalizar ondas en tiempo y espacio. Esta se ha aplicado a ondas sonoras (audibles) en recintos [33], a ondas ultrasónicas en medios fluidos [34] o sólidos [35], a ondas electromagnéticas [36] y a ondas superficiales de gravedad [37].

Una descripción simple del proceso consta de dos pasos. Primero, se emite una onda de corta duración desde una fuente S y se registra el campo acústico en una región R. Segundo, se invierte temporalmente el campo registrado y se emite desde R. Con esto se logra una onda focalizada en S.

Una gran ventaja de esta técnica es la posibilidad de focalizar en casos donde las heterogeneidades del medio de propagación distorsionan el frente de onda. Este es el caso de los medios de múltiple scattering. Derode et al. estudiaron una configuración donde un medio de múltiple scattering se coloca entre S y R [32, 38]. La onda se registra sobre un arreglo lineal de transductores lográndose, mediante inversión temporal, un foco más estrecho que el logrado en agua. Esto ocurre porque el medio de múltiple scattering dirige hacia los receptores algunas componentes de la onda que, de otro modo, se perderían hacia los lados. Draeger et al. estudiaron una situación diferente. Los autores realizaron un experimento de inversión temporal en un «billar caótico». Esto

es una placa de silicio de forma circular con un segmento cortado [11, 39]. La región R se reduce casi a un punto mediante el uso de un receptor puntual. Aprovechando las múltiples reflexiones en el borde de la placa, se logró un foco estrecho en la ubicación inicial de la fuente.

En los experimentos descriptos anteriormente, parte de la energía de la onda emitida desde S se dispersa temporalmente. Esto produce una larga onda de coda recibida en R, que se recomprime en S en el segundo paso de inversión temporal. En este trabajo, nos proponemos estudiar el caso en el que las ondas (en el primer y segundo paso de la inversión temporal) se emiten con una amplitud lo suficientemente grande como para generar efectos no lineales durante la propagación. En esta situación, se espera la generación de armónicos en la onda de coda.

En la literatura, varios trabajos relacionan la inversión temporal y las ondas no lineales. Tanter et al. estudiaron la reversibilidad de una onda no lineal generada con un conjunto de transductores colocados sobre un plano [24]. En su trabajo, los autores señalaron la necesidad de emitir todo el rango de frecuencias de la onda no lineal y la imposibilidad de que los transductores lo hicieran. Entonces, la inversión temporal de la onda se logró reflejándola en una interfaz agua-aire. Con este sistema, los autores demostraron que si la onda se propaga una distancia menor que la distancia de discontinuidad, se garantiza la reversibilidad. Esto significa que en la fuente se recupera la onda emitida sin armónicos. Esta situación ideal está lejos de los casos habituales, donde parte de la onda (que generalmente no es plana) no incide en el receptor. Esto implica que se pierde parte de la información. Además, hay varios factores que cambian la relación entre la amplitud de los armónicos, rompiendo la reversibilidad perfecta. Por ejemplo, la amplificación de la onda invertida (que generalmente se hace en el segundo paso de la inversión temporal) o la respuesta en frecuencia del transductor, que no es plana. Entonces, en la mayoría de los casos, se deben esperar armónicos no lineales en la onda focalizada.

Un caso en el que se ha estudiado la reversibilidad de las ondas no lineales en un contexto diferente al de ondas de presión, involucra las ondas gravitacionales en la superficie del agua. Ducroz et al. modelaron numéricamente la propagación y reversibilidad de diferentes soluciones de la ecuación de onda en función de la amplitud y la distancia de propagación [40]. Los autores encontraron que para amplitud y distancia de propagación grandes, la reversibilidad no se sostiene. Más allá de las diferencias dinámicas, es interesante

destacar la analogía entre este caso y el caso de las ondas ultrasónicas estudiadas por Tanter et al. En ambos casos, la invariancia en la inversión temporal se rompe para una amplitud grande o una distancia de propagación grande. Esta consideración es especialmente importante para nuestro trabajo, porque estamos tratando con ondas de alta amplitud que, debido a los múltiples eventos de scattering, deben propagarse a una distancia efectiva mayor que en una propagación libre.

Otro caso de interés, donde la inversión temporal es muy útil, es la generación de ondas focalizadas de alta intensidad, donde la no linealidad surge principalmente alrededor del punto focal. Como ejemplo, el trabajo de Montaldo et al. muestra la generación de ondas no lineales al acoplar transductores de baja potencia en una guía de ondas sólida [13, 41]. Debido a dispersión, se pueden registrar señales de coda largas. En la recompresión, se registra una onda de alta amplitud en el punto focal con una posible aplicación en litotricia. De manera similar, Robin et al. estudiaron la inversión temporal en una cavidad caótica con un medio de múltiple scattering en su interior [42]. Con este dispositivo, los autores investigaron la configuración óptima para lograr una alta amplitud y una zona focal estrecha. Willardson et al. estudiaron la inversión temporal en una cámara de aire, logrando una onda focalizada con propiedades no lineales [43]. Los autores discutieron la relación entre la amplitud de la onda y las distancias involucradas en su dispositivo para estimar cuán fuerte debería ser la no linealidad en el punto focal.

Existen dos procedimientos para aplicar la técnica de inversión temporal. La primera es realizar la inversión temporal como se ha descrito anteriormente, conocida como *inversión temporal real*. La segunda, resulta de una correlación cruzada del campo acústico, conocida como *inversión temporal virtual*.

La inversión temporal real consiste en excitar la fuente con una señal $e(t)$. Luego, se mide la señal $s(x, t)$ en $x = 0$ se invierte digitalmente y se emite desde la fuente. En un sistema lineal, la señal resultante $\gamma(x, t)$ medida sobre la dirección x se puede describir con la siguiente convolución:

$$\gamma(x, t) = s(0, -t) * h(x, t) \quad (2.1)$$

donde $h(x, t)$ es la respuesta impulsional del sistema. Si se cumple la hipótesis de reciprocidad, $\gamma(x, t)$ debe focalizar en $(x, t) = (0, 0)$.

La inversión temporal virtual consiste en medir la señal $s(x, t)$ en distintos

puntos sobre la dirección x . Luego, se realiza el siguiente producto de correlación cruzada:

$$\gamma_c(x, t) = s(0, t) * s(x, t) \quad (2.2)$$

Las ecuaciones 2.1 y 2.2 dan resultados similares si $e(t)$ es una función de corta duración y resultados idénticos si $e(t)$ es una delta de Dirac [44]. El problema surge en un sistema no lineal donde $h(x, t)$ no está bien definida. En este caso, γ_c podría no ser una buena descripción de γ .

En este capítulo, analizaremos el múltiple scattering a través de la inversión temporal virtual. En el capítulo 4 compararemos ambos métodos y estudiaremos sus similitudes y discrepancias.

2.2. Modelo de scattering no lineal: ecuación generalizada de Lighthill-Westervelt

En este trabajo, se estudia experimentalmente la interacción entre una onda no lineal y un medio de múltiple scattering. Sin embargo, algunas propiedades se pueden inferir a partir de un modelo teórico. Los fenómenos de scattering no lineal en un medio no disipativo se pueden modelar mediante la ecuación generalizada de Lighthill-Westervelt [10],

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p + \frac{\nabla p \cdot \nabla \rho}{\rho} = - \frac{\beta}{\rho c^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

donde la velocidad de la onda $c_0 = c_0(\mathbf{r})$ y la densidad del medio $\rho_0 = \rho_0(\mathbf{r})$ tienen una dependencia espacial debido a las inhomogeneidades introducidas por el medio de múltiple scattering. El parámetro $\beta_0 = \beta_0(\mathbf{r})$, que cuantifica la no linealidad del medio de propagación, también depende de la coordenada espacial.

La validez de la ecuación 2.3 requiere algunas hipótesis sobre el orden de magnitud de las variables involucradas. Por un lado, el orden de magnitud de los fenómenos no lineales se puede cuantificar a través del cuadrado del número de Mach. La ecuación 2.3 es una ecuación de segundo en ϵ . Por lo tanto, en su deducción, términos de orden superior a ϵ^2 son despreciados [45]. Por otro lado, los fenómenos de múltiple scattering están en el orden de magnitud de

[10]

$$\eta = \left| \frac{c_0 - \bar{c}}{\bar{c}} \right| \quad (2.4)$$

donde $\bar{c}$ es el promedio espacial de la velocidad de propagación. La ecuación de Lighthill-Westervelt es una ecuación de primer orden en η . Esto significa que es una ecuación de scattering lineal y términos de orden η^2 o superiores son considerados despreciables. Además, esta ecuación es válida si el producto de tercer orden $\eta\epsilon^2$ es mucho menor que η y ϵ^2 .

2.3. Montaje experimental

Los experimentos de este capítulo se realizan sobre la configuración mostrada en la figura 2.1. Un medio de múltiple scattering se coloca entre un transductor circular plano (diámetro nominal 28.757 mm y frecuencia central $f_0 = 1$ MHz) y un hidrófono de aguja (Onda HNA-0400) sumergido en agua desgasificada (velocidad del sonido $c_w = 1.5$ mm/ μ s y densidad $\rho_w = 1.00$ g/cm³). El proceso de desgasificación evita la formación de burbujas de cavitación. El transductor se excita con cinco ciclos de una señal sinusoidal de 1 MHz generada con un generador de funciones (Tektronix AFG 3021B) y amplificada a través de un amplificador de potencia con una ganancia de 50 dB (E&I A075). En este experimento, la amplitud del voltaje de salida del amplificador varía entre 32 y 285 V. Denominamos a esta amplitud de voltaje como voltaje aplicado y lo notamos como V_{in} . El hidrófono se coloca a 250 mm del transductor y con un motor paso a paso (paso mínimo de 0.254 mm) se posiciona en diferentes puntos en el eje x definido en la figura 2.1. En la posición $x = 0$, el hidrófono está frente al transductor.

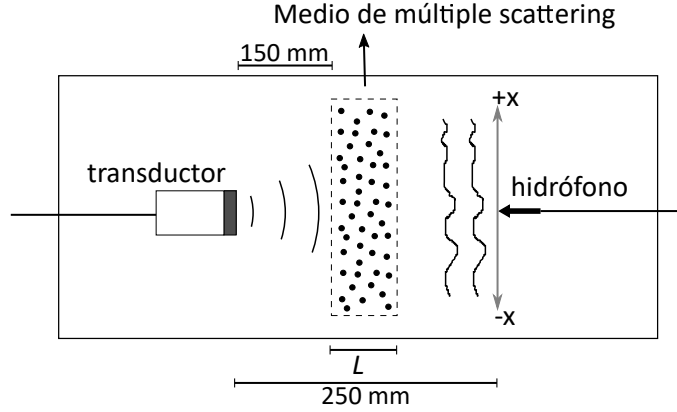


Figura 2.1: El sistema consiste en un transductor y un hidrófono sumergidos en agua separados 250 mm. Entre ellos (a 150 mm del transductor) se coloca un medio de múltiple scattering de espesor L compuesto por cilindros de cobre verticales distribuidos de manera aleatoria. El transductor se excita con una señal sinusoidal de cinco ciclos de frecuencia 1 MHz. La onda generada es capturada por el hidrófono en posiciones a lo largo del eje x .

El medio de múltiple scattering está compuesto por cilindros de cobre paralelos (velocidad del sonido $c_c = 3.6 \text{ mm}/\mu\text{s}$ y densidad $\rho_c = 8.96 \text{ g/cm}^3$), con un diámetro nominal de 0.7 mm y una longitud efectiva de 120 mm. Los cilindros se posicionan de manera aleatoria en una red de longitud 140 mm (medida paralela al eje x) y espesor L , donde la distancia mínima entre dos cilindros es de 2.5 mm. De los puntos de la red disponibles, tres cuartos están llenos de cilindros. Los experimentos se realizan cambiando el espesor del medio entre $L = 8 \text{ mm}$ y $L = 60 \text{ mm}$.

Experimentalmente, encontramos que la amplitud máxima en la frecuencia fundamental se alcanza a una distancia de 130 mm del transductor, mientras que la amplitud máxima del segundo armónico (generado por efectos no lineales) se alcanza a 180 mm. Con estos datos, es conveniente colocar el medio de múltiple scattering a una distancia de 150 mm del transductor, donde el primer y el segundo armónico alcanzan una alta amplitud (menos de 1 dB por debajo de sus respectivos niveles máximos).

Para estimar órdenes de magnitud, calculamos el número de Mach como la relación entre la velocidad particular de la onda en la superficie de la fuente y la velocidad de propagación. Suponiendo que la presión p_s y la velocidad v_s en la superficie de la fuente están relacionadas como $p_s = c_0 \rho_0 v_s$, el número de Mach se puede obtener como $\epsilon = p_s / \rho_0 c_0^2$. Con una medición del campo acústico a 130 mm del transductor (donde se alcanza la amplitud máxima) y

asumiendo que la presión en la cara del transductor es la mitad de este valor (como en el campo lineal de una apertura circular [46]), se puede estimar el orden de ϵ . Para $V_{in} = 32 \text{ V}$, el orden es de 10^{-6} y para $V_{in} = 285 \text{ V}$, el orden es de 10^{-5} .

La forma presentada en este capítulo para estimar el número de Mach, difiere de la forma presentada en el capítulo 1 (sección 1.2). En este caso, hemos seguido una convención que consiste en determinar el número de Mach a partir de la velocidad en la superficie del transductor [9]. Si bien existe una diferencia metodológica entre ambos procedimientos, el orden de magnitud que se obtiene es el mismo en ambos casos.

Se puede hacer una observación basada en los órdenes de magnitud estimados. Dada la densidad de scatters (3/4 de puntos de la grilla), la relación entre el área ocupada por los cilindros y el área total es, en promedio, $a_c = 0.0462$. La relación entre el área ocupada por agua y el área total es $a_w = 0.9538$. Considerando la velocidad del sonido en agua y cobre junto con las razones a_c y a_w , se puede calcular una velocidad promedio como $\bar{c} = a_c c_c + a_w c_w$. Con este cálculo y la ecuación 2.4, donde c_0 se sustituye por c_w , el orden de magnitud de los fenómenos de scattering se obtiene como $\eta \approx 10^{-2}$. Entonces, consideremos lo siguiente: la onda se propaga inicialmente 150 mm en agua. En este trayecto, la propagación de la onda se describe mediante la ecuación de Westervelt convencional ($\nabla \rho_0 / \rho_0 = 0$ en la ecuación 2.3). La propagación no lineal implica la generación de armónicos de un orden superior al fundamental. Cuando la onda no lineal incide en el medio de múltiple scattering, el orden de η es mayor que ϵ^2 . Esto permite que el término del lado derecho en la ecuación 2.3 se pueda despreciar y la propagación de la onda se describa mediante una ecuación de scattering lineal. Este hecho sugiere que los armónicos se propagan siguiendo una ecuación de scattering lineal, independientemente de si han sido generados por efectos no lineales o no. Esto sugiere que no hay interacción entre los fenómenos no lineales y el múltiple scattering. En este caso, diremos que estos fenómenos están desacoplados. En las secciones que siguen, se realiza un análisis experimental que permite verificar esta afirmación teórica.

2.4. Armónicos en la onda de coda

Las propiedades de las ondas no lineales que atraviesan el medio de múltiple scattering se analizan midiendo el campo acústico en $x = 0$. En la figura 2.2 se

comparan dos ondas que se propagan libremente en agua ($L = 0$) adquiridas con $V_{in} = 32$ V [fig. 2.2(a)] y $V_{in} = 258$ V [fig. 2.2(b)]. La segunda exhibe una forma que se aproxima a una onda de shock debido a los armónicos no lineales que se generan. La primera, adquirida con baja amplitud, no muestra esta forma.

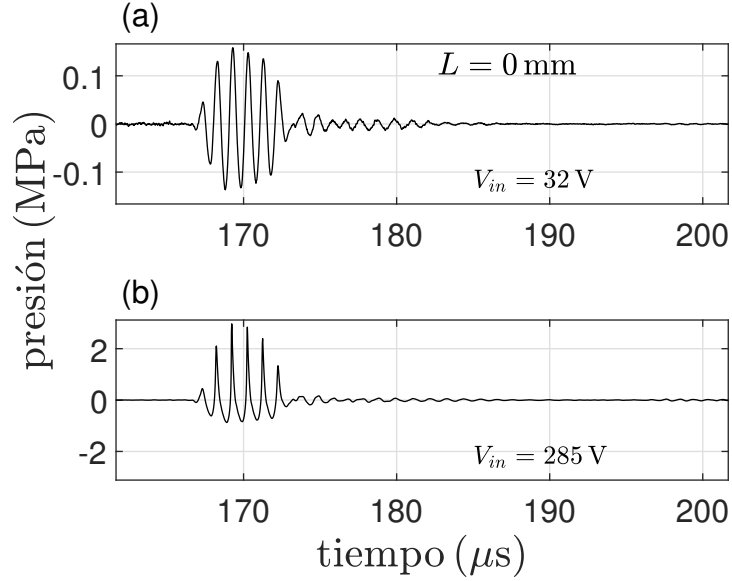


Figura 2.2: Señales adquiridas en $x = 0$. Las ondas se propagan libremente en agua ($L = 0$ mm). El voltaje aplicado es (a) $V_{in} = 32$ V y (b) $V_{in} = 285$ V. Cuando el voltaje aplicado es bajo, la forma de onda de shock es menos notable.

Las señales mostradas en la figura 2.3 se adquieren con $V_{in} = 285$ V ($\epsilon \approx 10^{-5}$). La primera [fig. 2.3(a)], se propaga libremente en agua ($L = 0$). Las ondas mostradas en las figuras 2.3(b) y 2.3(c) atraviesan medios de espesores $L = 15$ mm y $L = 38$ mm, respectivamente. Su duración es mayor que la excitación inicial ($5 \mu s$) porque parte de ellas se retrasan debido a múltiples reflexiones. Esta parte se conoce como *onda de coda*. La forma de onda de shock desaparece progresivamente si se incrementa el espesor del medio de múltiple scattering.

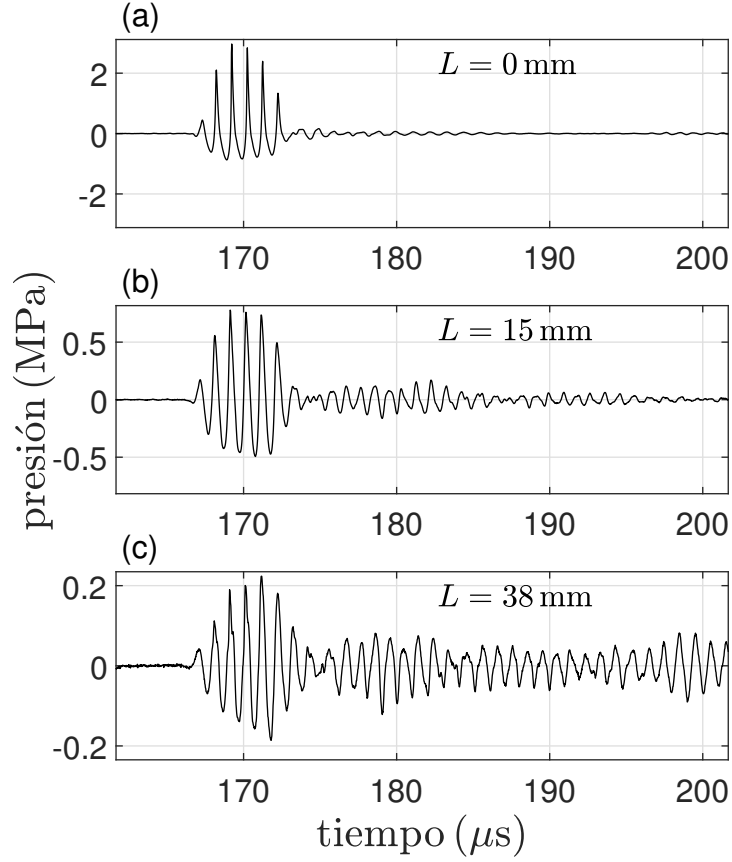


Figura 2.3: Señales adquiridas en $x = 0$. Las ondas atraviesan medios de múltiple scattering de espesores (a) $L = 0$ mm (propagación libre en agua), (b) $L = 15$ mm y (c) $L = 38$ mm. El voltaje aplicado es $V_{in} = 285$ V. A medida que L aumenta, la forma de onda de shock es menos notable.

Los armónicos se visualizan en los espectros de la figura 2.4. El nivel de intensidad se representa en una escala de decibeles calculada a partir de la amplitud espectral obtenida mediante una transformada rápida de Fourier (FFT). La amplitud de referencia (0 dB) es el nivel máximo del espectro de la onda que se propaga libremente en agua. Las ondas tienen una componente espectral en la frecuencia central (1 MHz), pero también exhiben componentes en las frecuencias de sus armónicos. Aunque los armónicos son reconocibles en las tres señales, el nivel de intensidad de cada uno disminuye cuando se introduce el medio de múltiple scattering. Además, el nivel de los armónicos decae con respecto al armónico fundamental en cada medio, lo que provoca la pérdida de la forma de onda de shock mencionada anteriormente. Por ejemplo, la diferencia en la intensidad entre el armónico fundamental y el segundo armónico es de 5 dB sin el medio de múltiple scattering y aumenta a 15 dB para el medio

de espesor 38 mm.

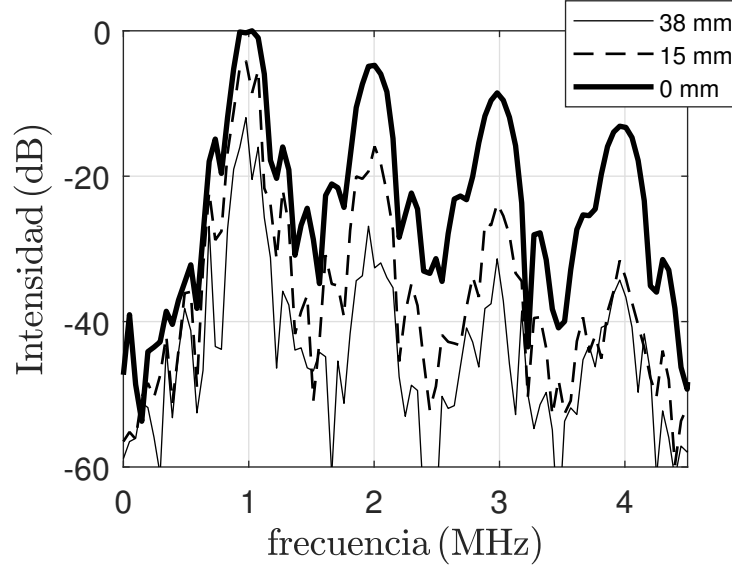


Figura 2.4: Espectros de ondas que atraviesan medios espesor 38 mm (línea delgada), 15 mm (línea discontinua) y una onda que se propaga libremente (línea gruesa). En los tres casos, se observan diferentes armónicos en la onda, pero muestran un decaimiento significativo a medida que se incrementa L .

Los armónicos contenidos en las ondas de coda se pueden visualizar mejor al incluir la variable temporal. Esto se muestra en los espectrogramas de la figura 2.5. Estos se calcularon dividiendo la señal en ventanas de Hamming de $5 \mu s$ y realizando una FFT. La escala de color de las imágenes está en decibels, siendo la referencia la amplitud máxima obtenida en cada espectrograma. En la figura 2.5(a), donde no hay scattering, los armónicos se concentran alrededor de $170 \mu s$ (tiempo de arribo). Con un medio de espesor $L = 15$ mm [fig. 2.5(b)], el armónico fundamental y el segundo armónico se distribuyen sobre la onda de coda y, con un medio de espesor $L = 38$ mm [fig. 2.5(c)], se observa hasta el tercer armónico extendiéndose sobre la onda de coda.

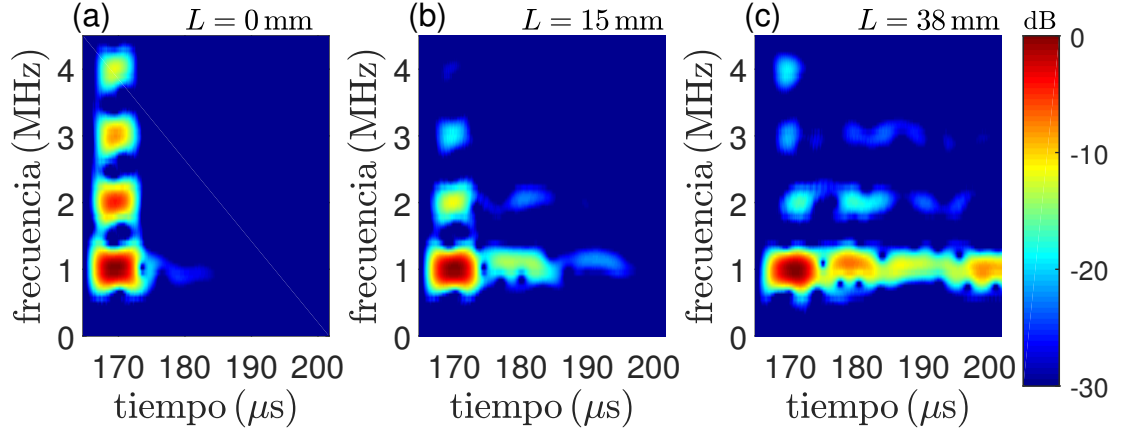


Figura 2.5: Espectrograma de la onda que: (a) se propaga libremente; (b) atraviesa un medio de espesor 15 mm; (c) atraviesa un medio de espesor 38 mm. La amplitud máxima de los armónicos se concentra en el tiempo de arribo. A medida que se incrementa el espesor del medio, los armónicos se distribuyen sobre la onda de coda.

Las mediciones presentadas en esta sección muestran que las ondas tienen suficiente amplitud para que los efectos no lineales sean apreciables, incluso cuando las ondas atraviesan un medio de múltiple scattering espeso. Además, los armónicos se distribuyen sobre la onda de coda mostrando que el medio produce un efecto de múltiple scattering sobre los armónicos no lineales.

2.5. La onda coherente

En el contexto del múltiple scattering, un ensemble es el conjunto de todos las configuraciones posibles de scatters, manteniendo densidad y volumen. Consideremos el conjunto de los campos acústicos que resultan cuando una onda atraviesa cada una de estas configuraciones. La onda coherente se define como el promedio de estos campos acústicos. Es decir, que la onda coherente es la que resulta del promedio en el ensemble.

En un régimen lineal, la intensidad de la onda coherente decae exponencialmente con el espesor del medio. Entoences, su nivel de intensidad en escala de decibels debe disminuir linealmente como $-L/l_e$, donde l_e es el libre recorrido medio elástico. Este parámetro depende de la frecuencia [6].

Una estimación del campo coherente se realiza promediando señales adquiridas en diferentes configuraciones de desorden. Para lograr esto, el medio de múltiple scattering se traslada en pasos sucesivos de 0.762 mm paralelamente al eje x . De esta manera, se obtienen 80 señales para promediar. El estudio de

la onda coherente lo realizamos calculando su espectro y analizando el nivel de intensidad de los armónicos en función de L .

En la figura 2.6(a), se grafica el nivel de intensidad del primer armónico en una escala de decibeles en función de L . Para el cálculo se considera como referencia (0 dB) su amplitud en $L = 0$. Se comparan dos series de datos: una medida con $V_{in} = 32$ V donde se puede considerar un régimen lineal ($\epsilon \approx 10^{-6}$) y con $V_{in} = 285$ V, donde el régimen es no lineal ($\epsilon \approx 10^{-5}$). Se observa que, en ambos casos, el nivel de intensidad disminuye linealmente al aumentar el espesor del medio de múltiple scattering. Con un ajuste lineal se calcula el libre recorrido medio elástico para la frecuencia fundamental en cada caso. Los valores obtenidos son (9.72 ± 0.34) mm en el régimen lineal y (9.90 ± 0.33) mm en el régimen no lineal. Teniendo en cuenta la incertidumbre, estos valores son iguales entre sí.

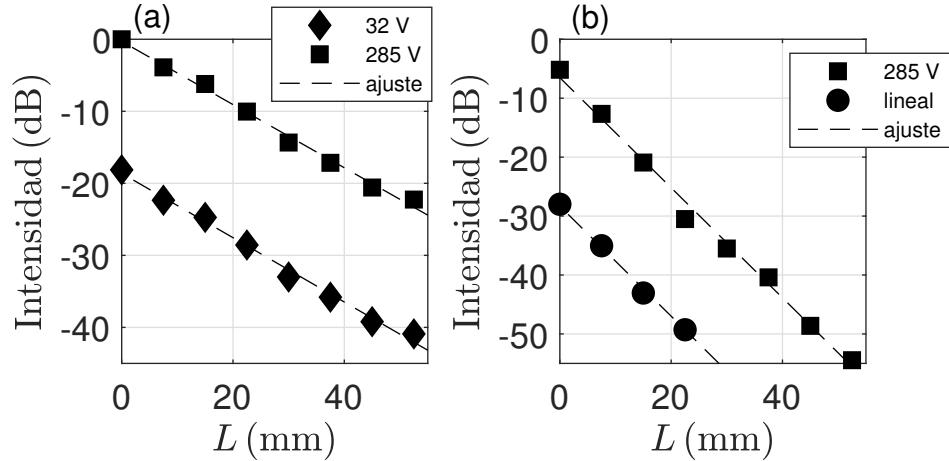


Figura 2.6: (a) Nivel de intensidad en dB del armónico fundamental de la onda coherente en función de L . Para $V_{in} = 32$ V (rombos), el régimen es lineal y para $V_{in} = 285$ V (cuadros) es no lineal. (b) Nivel de intensidad del segundo armónico de la onda coherente en función de L . Los círculos representan el nivel de intensidad de la onda emitida por un transductor lineal de frecuencia central 2 MHz. La línea punteada es un ajuste lineal en cada serie de datos.

De la misma manera que se hizo con el armónico fundamental, se estudia la intensidad del segundo armónico. En la figura 2.6(b), se muestra como disminuye su nivel de intensidad en función de L . Los datos en régimen no lineal se obtuvieron con un voltaje $V_{in} = 285$ V. Se observa en la figura que su nivel de intensidad también disminuye linealmente con L . En el régimen lineal, la medición no se puede lograr con este sistema. En cambio, el emisor se reemplaza por un transductor de baja potencia cuya frecuencia central es de 2.25

MHz y su ancho de banda tiene una buena respuesta a 2 MHz. Al repetir el experimento con este transductor, se observa que la intensidad en 2 MHz disminuye linealmente con L . Además, el libre recorrido medio elástico es el mismo, tanto en el régimen no lineal como en el régimen lineal: (4.66 ± 0.16) mm y (4.66 ± 0.10) mm, respectivamente.

A partir de estos resultados se puede concluir que, en un régimen no lineal, el primer y segundo armónico de la onda coherente se propagan independientemente entre sí, como ocurre en un régimen lineal. Sin embargo, este estudio no considera los armónicos contenidos en la onda de coda. Se puede notar esto a partir de los espectrogramas calculados para la onda coherente. En las figuras 2.7(a) y 2.7(b), se muestran los espectrogramas para $L = 15$ mm y $L = 38$ mm con $V_{in} = 285$ V. A diferencia del espectrograma mostrado en la figura 2.5, los armónicos están principalmente concentrados alrededor de $170 \mu s$. Este hecho nos lleva a preguntarnos si la onda incoherente y sus armónicos también se propagan como en un régimen lineal. Con esta pregunta en mente, estudiamos la focalización por inversión temporal virtual, que incluye los armónicos tanto de la onda coherente como de la incoherente.

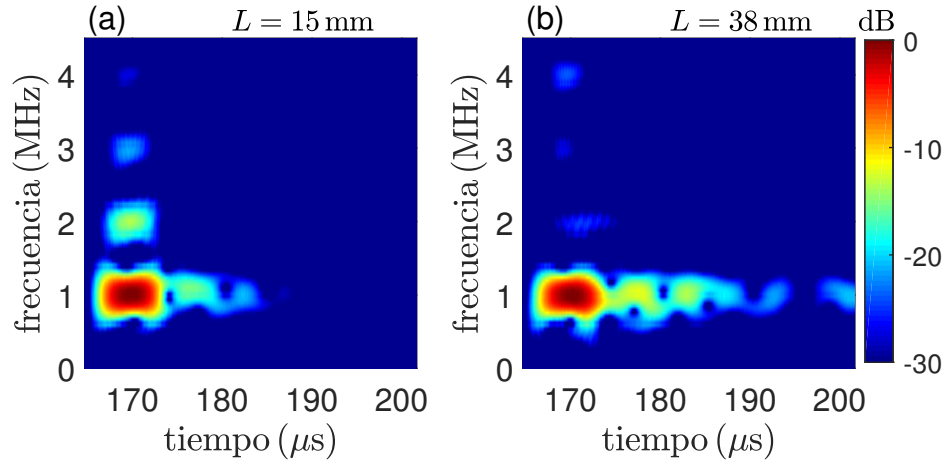


Figura 2.7: (a) Espectrograma del campo coherente de una onda no lineal que atraviesa un medio de múltiple scattering de 15 mm de espesor. (b) Lo mismo para una onda que atraviesa un medio de 38 mm de espesor. En la frecuencia fundamental, la intensidad se distribuye en la onda de coda pero la intensidad de los armónicos superiores se localizan alrededor del tiempo de llegada ($170 \mu s$).

2.6. Inversión temporal virtual

La operación propuesta en la ecuación 2.2 se realizó midiendo el campo acústico en el eje x entre $x = -10$ mm y $x = +10$ mm. Luego, calculamos el campo $\gamma_c(x, t)$. Su envolvente se muestra en una escala de colores en decibels (donde la referencia es la amplitud máxima) en las figuras 2.8(a), 2.8(b) y 2.8(c) para $L = 15$ mm, $L = 38$ mm y $L = 60$ mm, respectivamente. El voltaje aplicado fue $V_{in} = 285$ V. La escala de tiempo se desplaza de tal manera que el tiempo focal es $t = 0$. Es evidente que la onda está focalizada tanto en el tiempo como en el espacio. Además, se puede observar que el ancho focal se reduce a medida que aumenta el espesor del medio de múltiple scattering. Esto se debe a la pérdida de correlación entre las componentes espectrales de $s(0, t)$ y $s(x \neq 0, t)$ como consecuencia del múltiple scattering. Este resultado es bien conocido en la teoría de ondas lineales [32], pero aquí se muestra para ondas no lineales.

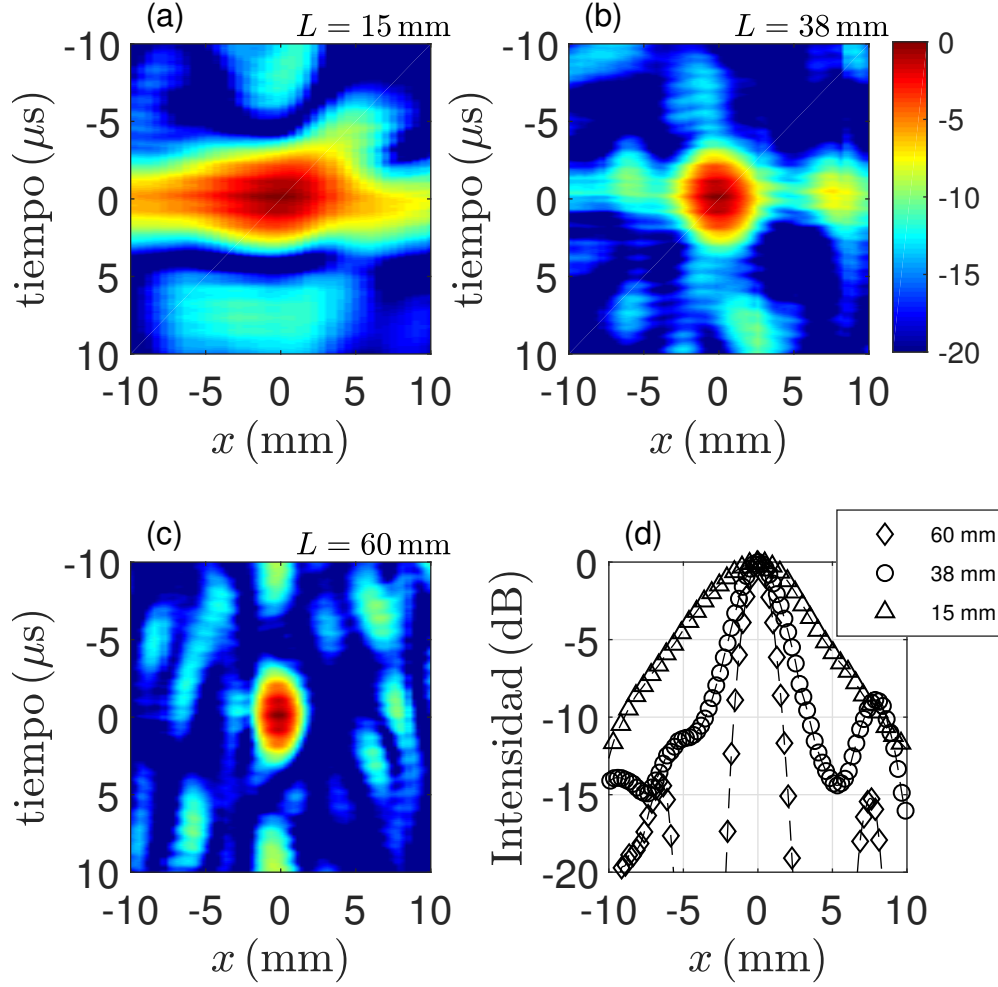


Figura 2.8: Distribución espacio-temporal de la intensidad acústica (en dB) de la onda resultante de la inversión temporal virtual, obtenidas con espesores de (a) 15 mm, (b) 38 mm y (c) 60 mm. El ancho focal disminuye a medida que L aumenta. (d) Intensidad en dB de $\gamma_c(x, 0)$ obtenida con espesores de 15 mm (triángulo), 38 mm (círculo) y 60 mm (diamante). El ancho focal a -3 dB disminuye a medida que se incrementa el espesor del medio de múltiple scattering. $V_{in} = 285$ V para cada medida.

En la figura 2.8(d), se grafica el nivel de intensidad de γ_c en $t = 0$. El tamaño focal puede cuantificarse midiendo el ancho Δx a -3 dB. Para un medio de múltiple scattering de 15 mm de espesor, el ancho focal es de 7.1 mm, y para un espesor de 60 mm, se reduce a 1.8 mm.

El armónico fundamental y el segundo armónico de γ_c se estudian considerando una ventana de 5 μs (5 ciclos) alrededor de $t = 0$. Luego, mediante

una FFT, se calcula el espectro a lo largo del eje x . En particular, nos interesa la intensidad del armónico fundamental y del segundo armónico. Las figuras 2.9(a) y 2.9(b) muestran el nivel de intensidad de estos armónicos en una escala de decibeles (tomando como referencia el máximo de cada serie de datos). El ancho focal del primer armónico Δx_1 [fig. 2.9(a)] se reduce de 7.5 mm a 1.9 mm cuando el espesor del medio de múltiple scattering es incrementado de 15 mm a 60 mm. Además, el ancho focal del segundo armónico Δx_2 [fig. 2.9(b)] se reduce de 5.6 mm a 1.0 mm. En la Figura 2.9(c), se grafican Δx , Δx_1 y Δx_2 en función de L . Se observa que para un espesor dado, $\Delta x_2 < \Delta x < \Delta x_1$. Esto es evidente para $L = 8$ mm, pero sigue siendo válido en todo el rango estudiado, aunque es más difícil de percibir en la figura.

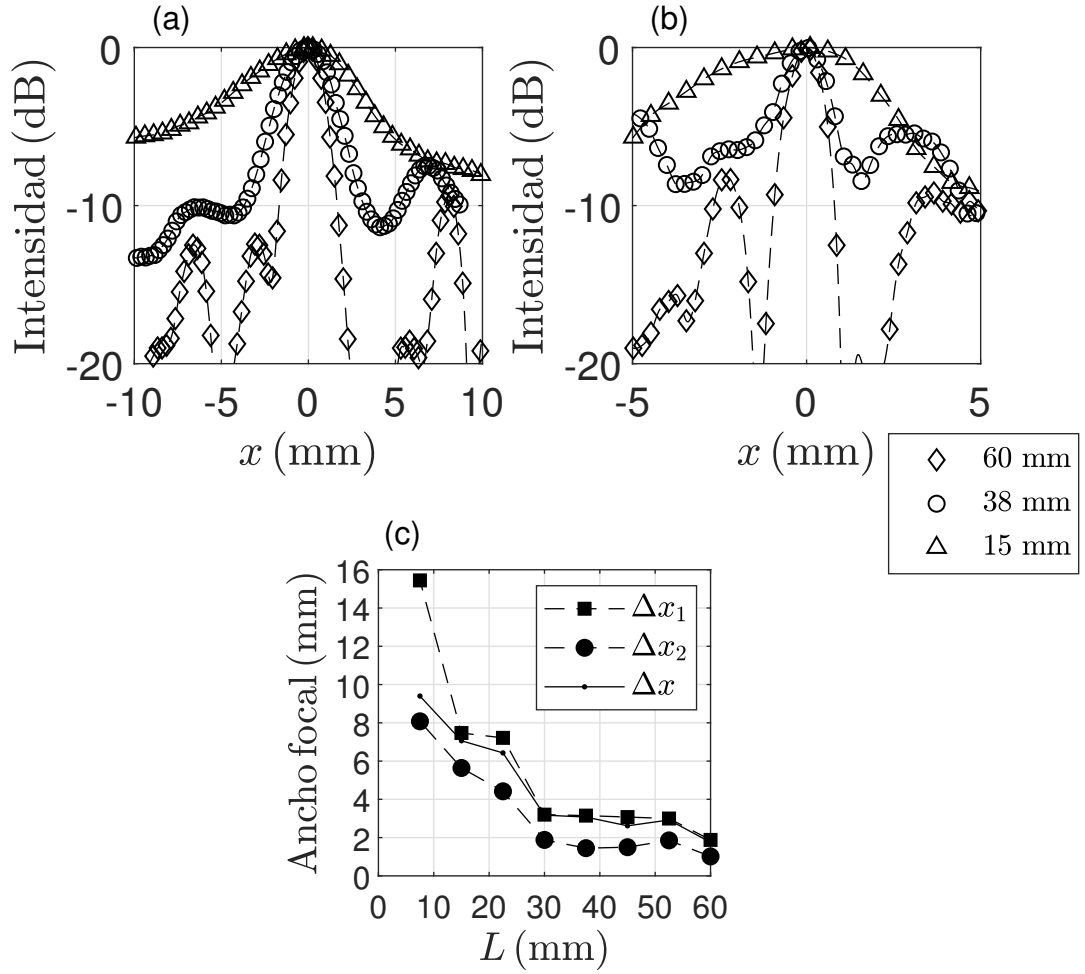


Figura 2.9: Nivel de intensidad de (a) el armónico fundamental y (b) el segundo armónico en $t = 0$. (c) Ancho focal a -3 dB del primer armónico (Δx_1), del segundo armónico (Δx_2) y de la señal completa (Δx) en función de L . El ancho focal disminuye a medida que L aumenta y, para un espesor dado, es menor en el segundo armónico. $V_{in} = 285$ V para cada medida.

Las observaciones realizadas permiten concluir que el segundo armónico y, por lo tanto, la no linealidad, contribuye a reducir el ancho focal. Para analizar este hecho, se repite el experimento excitando el transductor con voltajes $V_{in} = 32$ V y $V_{in} = 158$ V. En la figura 2.10(a), se grafica Δx en función de L para los tres voltajes aplicados. Para $L = 8$ mm el ancho focal disminuye de 12 mm a 9.4 mm cuando el voltaje aplicado aumenta de 32 V a 285 V. Cuando se incrementa el espesor del medio de múltiple scattering, esta diferencia es menos notable pero, en general, el ancho focal tiende a disminuir a medida que V_{in} aumenta.

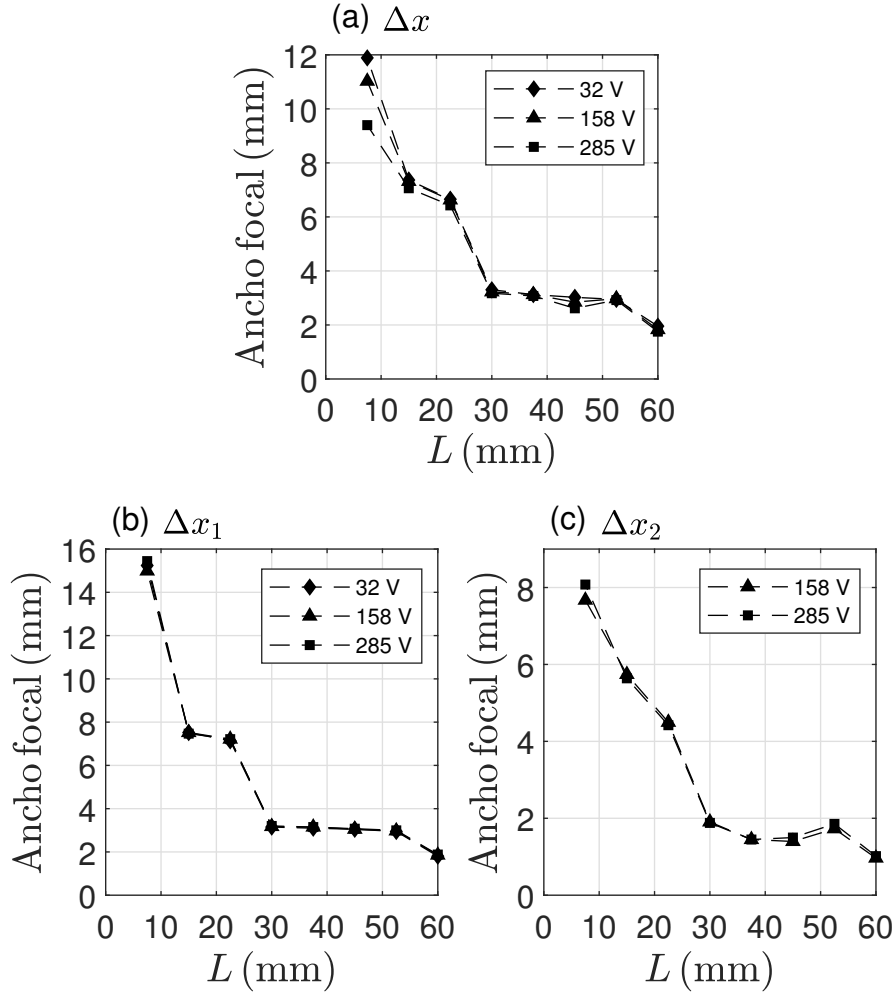


Figura 2.10: Ancho focal a -3 dB de (a) la señal completa (Δx), (b) el primer armónico (Δx_1) y (c) el segundo armónico (Δx_2). A 32 V, la amplitud del segundo armónico es muy baja, por lo que su ancho focal no se muestra. Para un valor dado de L , Δx disminuye a medida que V_{in} aumenta. Este comportamiento no se observa individualmente en los armónicos.

En la figura 2.10(b), se grafica Δx_1 en función de L para los tres voltajes. No hay una diferencia apreciable en el ancho focal cuando varía el voltaje aplicado. El mismo comportamiento se observa en el segundo armónico. En la figura 2.10(c), se grafica Δx_2 en función de L para voltajes de 158 V y 285 V (a 32 V este armónico es despreciable). En este caso tampoco se observa un cambio apreciable en el ancho focal cuando cambia el voltaje aplicado.

Es claro a partir de los experimentos mostrados que el comportamiento del armónico fundamental y del segundo armónico no depende del voltaje aplicado. Además, como ocurre en un régimen lineal [32], el ancho focal de

ambos armónicos disminuye hasta un valor límite si el espesor del medio de múltiple scattering se incrementa. Además, el ancho focal del segundo armónico es más estrecho que el del armónico fundamental. Esto es debido a que el segundo armónico tiene asociada una longitud de onda menor que la frecuencia fundamental. Esto produce una mejor resolución espacial cuando se realiza la inversión temporal. Estos resultados muestran que no existe interacción entre el múltiple scattering y la no linealidad.

La focalización por inversión temporal a través de un medio de múltiple scattering es posible debido a que el medio actúa como una lente acústica, cuya apertura efectiva aumenta a medida que aumenta su espesor. Esto se debe a que el múltiple scattering permite adquirir componentes del vector de onda que, de lo contrario, se perderían hacia los lados. Entonces, considerando el medio de múltiple scattering como una lente con apertura D y distancia focal F , se puede estimar el ancho focal mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta x = \frac{\lambda F}{D} \quad (2.5)$$

donde λ es una longitud de onda efectiva. Dado que hay al menos dos frecuencias involucradas en la emisión (el primer y el segundo armónico), la longitud de onda efectiva se puede calcular mediante el siguiente promedio ponderado:

$$\lambda = \sqrt{\alpha_1^2 \lambda_1^2 + \alpha_2^2 \lambda_2^2} \quad (2.6)$$

donde $\lambda_1 = c_w/f_0$ es la longitud de onda asociada a la frecuencia fundamental y $\lambda_2 = c_w/2f_0$ es la longitud de onda asociada al segundo armónico. α_1 y α_2 son los pesos relativos de estas frecuencias en el espectro de la onda. Este promedio es calculado de acuerdo a propuestas de trabajos anteriores [47]. En la ecuación 2.6 pueden ser incluidos armónicos superiores pero, debido a la baja amplitud relativa de ellos, la inclusión no producen cambios apreciables en el resultado.

La ecuación 2.5 puede aplicarse al armónico fundamental. Entonces $F/D = \Delta x_1/\lambda_1$. Sustituyendo este cociente en 2.5 obtenemos:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\lambda_1} \Delta x_1 \quad (2.7)$$

Esta sustitución es razonable siempre que el espesor del medio de múltiple

scattering sea mayor que el libre recorrido medio elástico y la relación F/D no esté relacionada con la frecuencia o con el espesor de medio. Con los valores experimentales de α_1 y α_2 se calcula el valor de λ usando la ecuación 2.6. Luego, con el valor experimental de Δx_1 , se calcula Δx utilizando la ecuación 2.7. En la figura 2.11, son graficados el ancho focal medido experimentalmente y el ancho focal calculado. Los resultados muestran que para $L > 30$ mm, los valores estimados son muy cercanos a los experimentales.

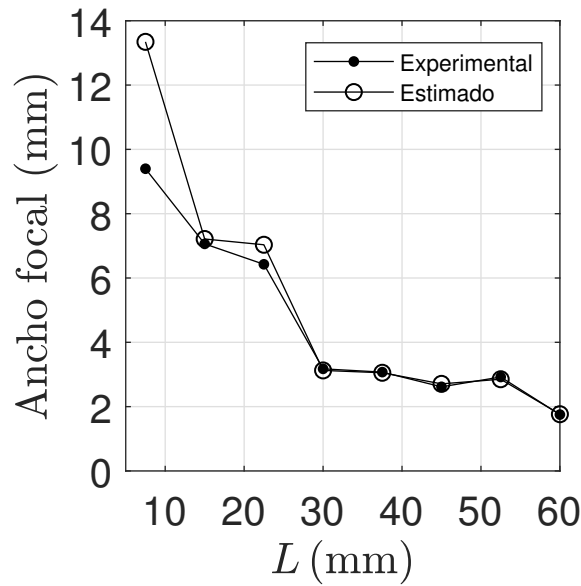


Figura 2.11: Comparación entre el valor experimental de Δx ($V_{in} = 285$ V) y su estimación obtenida mediante el cálculo de una longitud de onda efectiva. Las curvas muestran una buena concordancia para $L > 30$ mm.

Un cálculo adicional muestra que el ancho focal alcanzado es, en promedio, de 2.7 mm para $L > 30$ mm. Esto corresponde a una longitud de onda efectiva de 1.4 mm. Utilizando estos valores en la ecuación 2.5, el cociente F/D es 1.9. Si asumimos que $F = 250$ mm (distancia entre el transductor y el hidrófono), se puede considerar al medio de múltiple scattering como una lente con una apertura $D = 132$ mm. Este valor es cercano al largo del medio de múltiple scattering: 140 mm medidos paralelamente al eje x .

A partir de esta consideración, se puede explicar por qué el ancho focal de la onda disminuye a medida que aumenta V_{in} . Como se deduce de la ecuación 2.6, la longitud de onda efectiva es menor cuanto más frecuencias están presentes en la onda, lo que da lugar a un menor ancho focal. Entonces, los armónicos no lineales de la onda contribuyen a la reducción del ancho focal. Como resultado,

en un régimen lineal, el ancho focal debería ser mayor que en un régimen no lineal.

Finalmente, el estudio de esta sección muestra que el comportamiento de la onda, junto con el primer y el segundo armónico, puede ser explicado con elementos de la teoría lineal. Por lo tanto, podemos afirmar que la onda se propaga a través del medio de múltiple scattering como si estuviera en un régimen lineal.

2.7. Discusión

En este capítulo, se presentó evidencia del desacople entre el fenómeno de múltiple scattering y los fenómenos no lineales para un sistema en particular. Esto significa que la propagación de los armónicos a través del medio de múltiple scattering es esencialmente lineal, a pesar de que se requiere un fenómeno no lineal para generar el segundo armónico. Bajo estas condiciones, es posible aprovechar la riqueza espectral de la onda no lineal para estudiar la respuesta de un medio de múltiple scattering en un rango de frecuencia mayor al que se puede cubrir en un régimen lineal.

El análisis lleva a una nueva pregunta: ¿existe una condición en la onda emitida o en la construcción del medio de múltiple scattering donde se pueda observar una interacción entre los fenómenos no lineales y el múltiple scattering? Para responder a esto, se deben considerar dos parámetros: la amplitud de la onda emitida y la densidad del medio. Como se mencionó en la sección 2.2, estos parámetros están relacionados con ϵ y η , y la ecuación 2.3 es válida en condiciones en las que $\eta\epsilon^2$ puede despreciarse.

Para que $\eta\epsilon^2$ esté en el orden de η , la amplitud de la onda debería aumentarse al menos cinco órdenes de magnitud. Esto no es posible con el sistema de amplificación disponible. Entonces, la ecuación 2.3 es un buen modelo para los experimentos propuestos aquí. A partir de esta ecuación, se sugirió que la onda satisface una ecuación de scattering lineal si ϵ^2 es despreciable en comparación con η . Para que ϵ^2 esté en el mismo orden de magnitud que η , este último debe reducirse al menos en ocho órdenes de magnitud. Por un lado, esto se puede lograr reduciendo la cantidad total de área ocupada por los scatters en la misma cantidad. Una posibilidad es diluir el medio. En estas condiciones, la distancia entre scatters sería mucho mayor que la longitud de onda y no habría múltiple scattering. Como alternativa, el diámetro de los cilindros se podría

reducir al menos cuatro órdenes de magnitud, pero la construcción sería imposible (al menos de la manera en que se hizo en este trabajo). Por otro lado, el cobre podría ser reemplazado por otro material. Es necesario que la velocidad de la onda del nuevo material esté cerca de la velocidad de la onda en el agua. Precisamente, su diferencia relativa debe estar en el orden de 10^{-8} .

Aunque los experimentos presentados en este trabajo se realizaron en condiciones específicas, basándose en los órdenes de magnitud calculados anteriormente, se puede concluir que los fenómenos de múltiple scattering no interactuarán con los fenómenos no lineales en un amplio rango de condiciones. En trabajos futuros, se investigará la posibilidad de lograr una interacción entre el múltiple scattering y los fenómenos no lineales intentando encontrar un medio de scattering diferente.

2.8. Conclusión

Se ha demostrado que la focalización por inversión temporal mejora si aumenta el espesor del medio de múltiple scattering. Los resultados reportados aquí muestran que esto es cierto incluso para ondas no lineales. Este hecho es consistente con la ausencia de interacción entre los fenómenos no lineales y de múltiple scattering y sugiere la posibilidad de utilizar la técnica de inversión temporal virtual como un test de desacoplamiento entre estos fenómenos.

La propagación no lineal introduce frecuencias más altas en el espectro de la onda. Basándonos en el comportamiento del primer y segundo armónico, podemos destacar dos conclusiones: (1) El incremento en el rango de frecuencias de la onda mejora la calidad focal mediante inversión temporal. (2) El ancho focal del segundo armónico es más estrecho que el ancho focal del armónico fundamental. Por lo tanto, al aprovechar el segundo armónico en un proceso de inversión temporal, es posible obtener resoluciones por debajo del valor de la longitud de onda central.

La focalización se realizó mediante inversión temporal virtual de ondas no lineales. Los resultados reportados pueden no coincidir eventualmente con un experimento de inversión temporal real. Sin embargo, en condiciones donde los efectos no lineales están desacoplados de los efectos de múltiple scattering, los armónicos se propagan independientemente entre sí, obedeciendo una ecuación de onda lineal. Por lo tanto, se espera que la focalización en un experimento de inversión temporal real concuerde con los resultados reportados aquí. Esta

afirmación se estudiará en detalle en el capítulo 4 de esta tesis.

Capítulo 3

Cavidades reverberantes irregulares: respuesta acústica en régimen no lineal

Los medios de múltiple scattering son, en general, caracterizados a través de parámetros de transporte. Ejemplos de estos son: el libre recorrido medio elástico, que caracteriza el decaimiento en la amplitud de la onda coherente; el recorrido libre medio de transporte, que caracteriza la «memoria» de la onda en régimen difusivo o la velocidad de transporte de energía acústica [48, 6].

En el capítulo 2 el libre recorrido medio elástico se midió para el armónico fundamental y para el segundo armónico. Esta medida se usó para caracterizar el comportamiento del campo coherente en distintas frecuencias. Una observación realizada fue que el segundo armónico, generado por efectos no lineales, puede describirse con una teoría de scattering lineal. Esto sugiere que, bajo ciertas condiciones, cada componente frecuencial de un campo acústico no lineal que atraviesa un medio de múltiple scattering podría ser modelada con una teoría lineal. En una cavidad caótica o reverberante, un estudio equivalente podría realizarse.

En una cavidad reverberante, la onda permanece «atrapada» dentro de su frontera y su energía se distribuye en modos normales. El resultado es que la energía de la onda se distribuye en todo el volumen de la cavidad y se «desparrama» en el tiempo [12, 11, 39]. Si el campo acústico se mide en un punto, se debería registrar una onda de coda, cuya amplitud debería ser menor que la onda emitida desde la fuente.

Un parámetro que caracteriza el campo acústico en una cavidad es el tiempo de reverberación. Este parámetro es ampliamente usado en acústica arquitectónica y se define como el tiempo que tarda la intensidad del sonido en una sala, en decaer 60 dB una vez apagada la fuente. Si la intensidad decae exponencialmente con el tiempo, el tiempo de reverberación no depende del nivel de intensidad inicial. En estas condiciones, si I_0 es la intensidad inicial, la intensidad en tiempo t está dada por [49]:

$$I = I_0 \exp(-2bt) \quad (3.1)$$

donde b es un coeficiente de atenuación temporal que se relaciona con el tiempo de reverberación T_R como:

$$T_R = \frac{6.91}{b} \quad (3.2)$$

El primero que propuso una ecuación para determinar el tiempo de reverberación en una sala fue Sabine en 1898 [49, 50]. Según su modelo, el decaimiento en la intensidad se debe a la absorción efectiva en las paredes del recinto. Esta absorción incluye, además de las dimensiones de la sala, pérdidas por transmisión hacia el interior de las paredes o pérdidas por fricción entre las partículas que las componen.

En este trabajo, usaremos el coeficiente de atenuación temporal para caracterizar el campo acústico de la cavidad reverberante. Estudiaremos en particular, su dependencia con la frecuencia, de la misma forma que se hizo con el libre recorrido medio elástico en un medio de múltiple scattering. Si bien ambos estudios parecen similares y buscan caracterizar un medio complejo, tienen naturaleza diferente. El libre recorrido medio elástico caracteriza la conversión de energía coherente en energía incoherente. Por el contrario, el coeficiente de atenuación temporal describe pérdidas de energía acústica que pueden suceder por calor en la interacción entre la onda y las paredes de la cavidad o pérdidas hacia el exterior de la misma.

3.1. Montaje experimental

El campo acústico en el interior de la cavidad se estudia con el dispositivo mostrado en la figura 3.1. La fuente es un transductor plano y circular de diámetro nominal de 28.575 mm y frecuencia central $f_0 = 1$ MHz. El receptor

es un hidrófono en forma de aguja (Onda HNA-0400). Estos dispositivos están sumergidos en agua desgasificada. El proceso de desgasificación evita la formación de burbujas por cavitación. El transductor se excita con tres ciclos de una señal sinusoidal de 1 MHz generada con un generador de funciones (Tektronix AFG 3021B) y amplificada a través de un amplificador de potencia con una ganancia de 50 dB (E&I A075). El voltaje aplicado es $V_{in} = 285$ V. La configuración de la figura consiste en una cavidad reverberante ubicada a 110 mm del transductor. Se trata de una carcasa de aluminio sumergida en agua. La onda emitida desde el transductor ingresa a través de un orificio de diámetro 35 mm. La primera reflexión ocurre a 150 mm del transductor, en una superficie curva. Esta irregularidad propicia un campo reverberante incoherente [12]. El borde superior de la cavidad es la interfaz agua-aire. Esto permite que el hidrófono se coloque dentro de la cavidad. Como se muestra en la figura 3.1, el hidrófono se coloca perpendicularmente al haz del transductor. En $(x, z) = (0, 0)$ se encuentra en el centro de la cavidad y su punta está sumergida a 7.7 mm de la superficie.

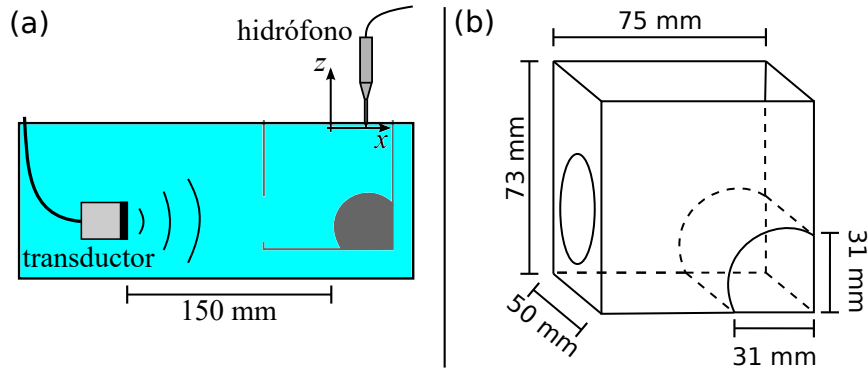


Figura 3.1: (a) Configuración del experimento para medir el campo acústico dentro de la cavidad reverberante. La onda es emitida desde el transductor y se propaga una distancia de 150 mm antes de reflejarse por primera vez dentro de la cavidad. (b) Detalle de las dimensiones de la cavidad reverberante.

3.2. Medida del tiempo de reverberación

La figura 3.2(a) muestra la forma de la onda adquirida en $x = 0$. Esta señal de coda se extiende al menos durante $600 \mu s$. Su amplitud muestra fluctuaciones debidas a la interferencia causada por las múltiples reflexiones de la onda en el interior de la cavidad. Además, puede notarse cómo la amplitud tiende a decrecer con el tiempo. El espectro de esta señal, mostrado en la figu-

ra 3.2(b), muestra los armónicos presentes en la señal. Además del armónico fundamental en 1 MHz, hasta el cuarto armónico son apreciables.

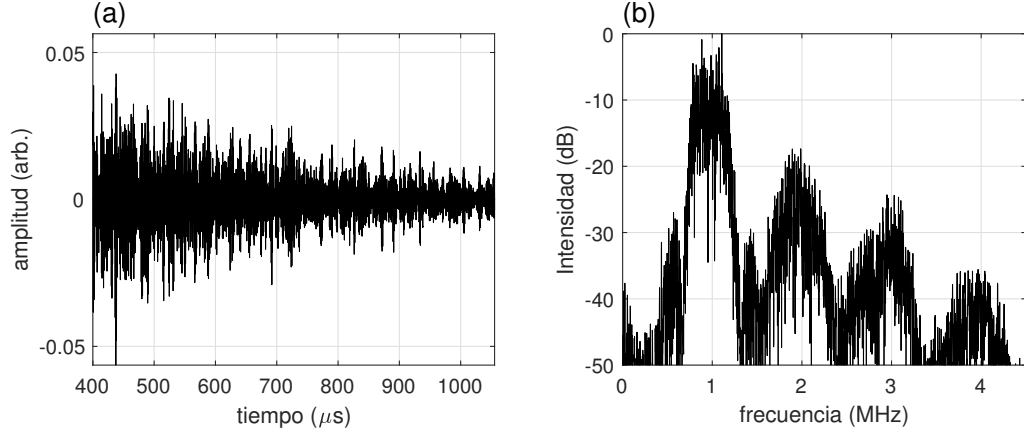


Figura 3.2: (a) Señal adquirida en $x = 0$ y (b) su espectro. La onda es una larga señal de coda con una duración de, al menos, $600 \mu s$. El espectro muestra el armónico fundamental a 1 MHz y sus armónicos a 2, 3 y 4 MHz.

El tiempo de reverberación nos da una idea de la duración de una onda una vez que la fuente se apaga. Para medir cuantitativamente este tiempo, procedemos de la siguiente manera. Medimos el campo acústico dentro de la cavidad adquiriendo un conjunto de 200 señales a lo largo del eje x . El paso fue de 0.22 mm. Luego, realizamos un espectrograma de cada señal. Este consiste en hacer la transformada de Fourier en ventanas temporales de duración $\Delta t = 10 \mu s$. Este tiempo corresponde a diez ciclos de la frecuencia fundamental. Notamos $\Phi(x, \omega, t)$ al resultado de esta operación. La intensidad de Φ , calculada como $|\Phi|^2$, se muestra para la señal medida en $x = 0$ en la figura 3.3(a). La escala de colores representa el nivel de intensidad en decibele. Al igual que la señal, el espectrograma muestra cuatro armónicos con fluctuaciones en su intensidad. La intensidad se «suaviza» si se realiza un promedio en la intensidad sobre las 200 posiciones medidas. Este promedio lo notamos $\bar{I}$ y lo calculamos como:

$$\bar{I}(f, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\Phi(x_i, f, t)|^2 \quad (3.3)$$

donde $N = 200$ es el número de señales promediadas y x_i hace referencia a la posición dónde se mide la señal i . El resultado se muestra en la figura 3.3(b). Se pueden distinguir cuatro armónicos con menos fluctuaciones temporales que el espectrograma de una sola adquisición.

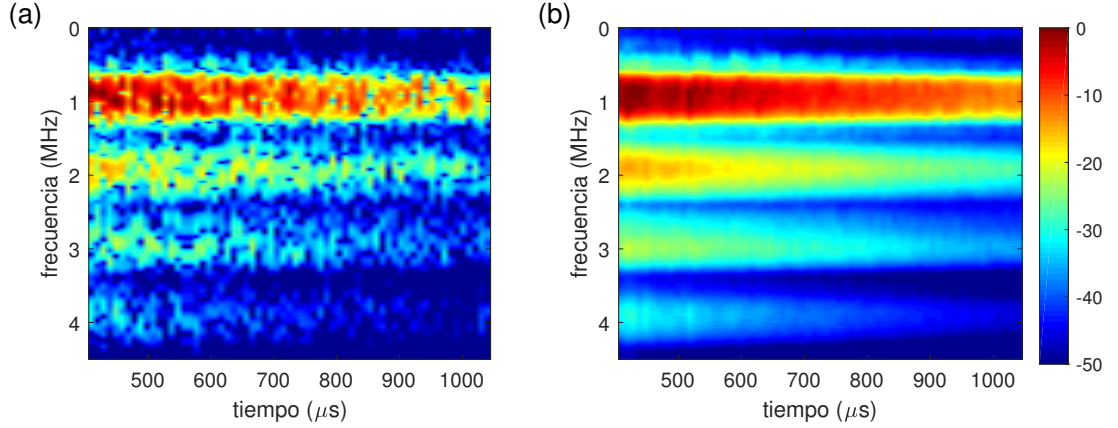


Figura 3.3: (a) Espectrograma calculado para la señal adquirida en $x = 0$. (b) Promedio sobre 200 señales. La intensidad se «suaviza» luego del proceso de promediado.

El decaimiento temporal en cada armónico lo medimos promediando $\bar{I}$ en una banda de frecuencias de ancho $\Delta f = 0.15$ MHz. Es decir:

$$\bar{I}_n(f_n, t) = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{f \in [f_n - \Delta f/2, f_n + \Delta f/2]} \bar{I}(f, t) \quad (3.4)$$

donde f_n es la frecuencia del armónico n y $\mathcal{N}$ es el número discreto de frecuencias incluidas en el intervalo $[f_n - \Delta f/2, f_n + \Delta f/2]$. El resultado para los cuatro armónicos se muestra en la figura 3.4. La ordenada se muestra en una escala logarítmica para reconocer fácilmente el decaimiento exponencial de $\bar{I}_n$ en función del tiempo. Los datos experimentales pueden ajustarse con una función de la forma:

$$\bar{I}_n(f_n, t) = A_n \exp(-2b_n t) \quad (3.5)$$

donde A_n y b_n son parámetros de ajuste. En particular, b_n puede identificarse con el coeficiente de atenuación temporal definido mediante la ecuación 3.1. El resultado del ajuste se muestra con una línea punteada en la figura 3.4. Los valores de b_n para los cuatro armónicos se resumen en la tabla 3.1 junto con los respectivos tiempos de reverberación calculados con la ecuación 3.2.

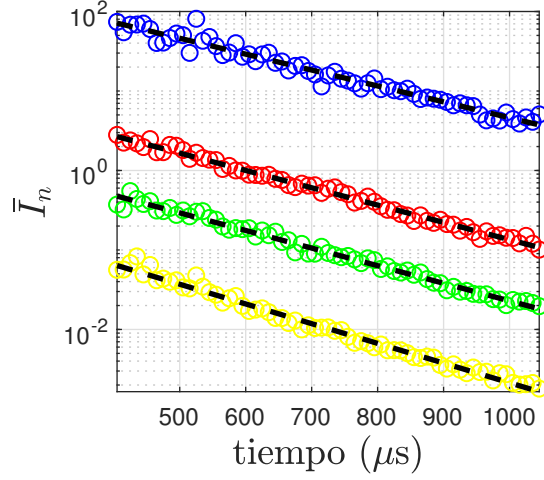


Figura 3.4: Valores de intensidad media para las frecuencias 1 MHz (azul), 2 MHz (rojo), 3 MHz (verde) y 4 MHz (amarillo). La línea punteada representa el ajuste exponencial para cada serie de datos.

Tabla 3.1: Coeficiente de atenuación temporal y tiempo de reverberación.

Armónico	b_n ($10^{-4} \mu s^{-1}$)	T_R ($10^2 \mu s$)
1	23.04 ± 0.55	30.00 ± 0.71
2	25.10 ± 0.32	27.53 ± 0.35
3	25.49 ± 0.38	27.10 ± 0.40
4	28.55 ± 0.44	24.20 ± 0.37

Los valores de b_n calculados resultan de suponer el decaimiento exponencial de la ecuación 3.5. Experimentalmente, esta suposición se verifica razonablemente. Un análisis más completo supone descomponer el campo en el interior de la cavidad en modos normales. Esto haremos en la sección que sigue, con el fin de dar una base teórica a la ecuación 3.5 que nos permita obtener una interpretación física de los parámetros b_n calculados.

3.3. Modos normales en cavidades reverberantes

En un régimen lineal, los modos normales $\psi_n(\mathbf{r})$ de una cavidad deben satisfacer la ecuación de Helmholtz $\nabla^2 \psi_n(\mathbf{r}) = -k_n^2 \psi_n(\mathbf{r})$ junto con las condiciones de borde específicas de la cavidad [39]. Estos modos normales forman

una base ortonormal. Por lo tanto,

$$\int d\mathbf{r} \psi_m^*(\mathbf{r}) \psi_n(\mathbf{r}) = \delta_{nm} \quad (3.6)$$

La solución a la ecuación de Helmholtz tiene la forma:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \sum_n \varphi_n(t) \psi_n(\mathbf{r}) \quad (3.7)$$

donde $\varphi_n(t)$ depende tanto de la posición y como de la evolución temporal de la fuente.

Supongamos una fuente puntual de la forma $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_F) f(t)$, donde $\mathbf{r}_F$ es la posición de la fuente. Entonces, debe satisfacerse la ecuación:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \varphi(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_F) f(t) \quad (3.8)$$

Sustituyendo 3.7 en 3.8 y usando la propiedad de ortonormalidad de los modos normales (ec. 3.6), obtenemos:

$$\frac{\partial^2 \varphi_n(t)}{\partial t^2} + \omega_n^2 \varphi_n(t) = c^2 \psi_n^*(\mathbf{r}_F) f(t) \quad (3.9)$$

La solución para $\varphi_n(t)$, que se obtiene resolviendo la ecuación 3.9, es

$$\varphi_n(t) = c^2 \psi_n^*(\mathbf{r}_F) \frac{F(\omega_n) \sin(\omega_n t)}{\omega_n} \quad (3.10)$$

donde F es la transformada de Fourier de f .

Sustituyendo 3.10 en 3.7, se obtiene la solución a la ecuación de Helmholtz:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \sum_n c^2 \psi_n^*(\mathbf{r}_F) \psi_n(\mathbf{r}) \frac{F(\omega_n) \sin(\omega_n t)}{\omega_n} \quad (3.11)$$

El número de términos en la sumatoria de la ecuación 3.11 depende del ancho de banda de la fuente. Este está definido a través de las características de la función F .

En un régimen no lineal pueden suceder dos cosas:

1. La solución a la ecuación de ondas debe satisfacer la ecuación de Westervelt, con las condiciones de borde correspondiente [2]. En este caso, los modos normales pueden tener una expresión diferente a la que se obtiene

en un régimen lineal, no estar bien definidos o estar degenerados.

2. Las frecuencias generadas por efectos no lineales ocupan modos normales lineales. Esto es similar a considerar una F con un espectro más amplio que el ancho de banda de la fuente empleada.

El punto 2 es razonable que ocurra si la medición se realiza luego de que la energía de la onda se disperse dentro de la cavidad, de manera tal que la amplitud de la onda disminuya algún orden de magnitud.

Experimentalmente se observa que la amplitud de la onda medida dentro de la cavidad decrece con el tiempo. Este decaimiento se debe a la absorción efectiva en las paredes de la cavidad. Esta puede deberse a procesos disipativos o a transmisión de energía acústica hacia el exterior de la cavidad. Asumimos un decaimiento exponencial para cada modo normal caracterizado por la atenuación b_n . Considerando esto, podemos escribir la ecuación 3.11 como:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \sum_n \frac{c^2 F(\omega_n) \psi_n^*(\mathbf{r}_F) \psi_n(\mathbf{r})}{\omega_n} \exp(-b_n t) \sin(\omega_n t) \quad (3.12)$$

Para estudiar el decaimiento en cada frecuencia, realizamos un espectrograma. Para esto calculamos la transformada de Fourier en ventanas temporales de ancho Δt :

$$\Phi(\mathbf{r}, \omega, t) = \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} dt' \exp(-i\omega t') \varphi(\mathbf{r}, t')$$

Resolviendo la integral obtenemos:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}, \omega, t) = & \sum_n \frac{ic^2 F(\omega_n) \psi_n^*(\mathbf{r}_F) \psi_n(\mathbf{r})}{\omega_n} \exp(-b_n t) \times \\ & \{ \exp[-i(\omega + \omega_n)t] A_n^+ + \exp[-i(\omega - \omega_n)t] A_n^- \} \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde A_n^+ y A_n^- son definidas como

$$\begin{aligned} A_n^+ &= \frac{\cos[(\omega + \omega_n) \Delta t/2] \sinh(b_n \Delta t/2) + i \sin[(\omega + \omega_n) \Delta t/2] \cosh(b_n \Delta t/2)}{i(\omega + \omega_n) + b_n} \\ A_n^- &= \frac{\cos[(\omega - \omega_n) \Delta t/2] \sinh(b_n \Delta t/2) + i \sin[(\omega - \omega_n) \Delta t/2] \cosh(b_n \Delta t/2)}{i(\omega - \omega_n) + b_n} \end{aligned}$$

Como representación de la intensidad, estudiamos la cantidad $|\Phi(\mathbf{r}, \omega, t)|^2$. Esta cantidad presenta grandes variaciones que dependen de la posición. Una forma conveniente de trabajar si no buscamos estudiar estas variaciones, es realizar un promedio en el volumen de la cavidad. Usando la ortonormalidad de los modos normales (ec. 3.6), obtenemos:

$$\int d\mathbf{r} |\Phi(\mathbf{r}, \omega, t)|^2 = \sum_n \left| \frac{c^2 F(\omega_n) \psi_n^*(\mathbf{r}_F)}{\omega_n} \right|^2 \exp(-2b_n t) \times [2 + \exp(-i2\omega_n t) A_n^{-*} A_n^+ + \exp(-i2\omega t) A_n^- A_n^{+*}] \quad (3.14)$$

El factor entre paréntesis rectos tiene un término constante y dos términos oscilatorios. El primero es el que nos interesa para estudiar una tendencia en el comportamiento de la intensidad. Podemos asumir que $\omega \simeq \omega_n$, dado que los valores de ω_n más próximos a ω son los que más contribuyen a la sumatoria. Entonces,

$$\int d\mathbf{r} |\Phi(\mathbf{r}, \omega, t)|^2 \cong \sum_{\omega_n \in [\omega - \Delta\omega/2, \omega + \Delta\omega/2]} \left| \frac{c^2 F(\omega_n) \psi_n^*(\mathbf{r}_F)}{\omega_n} \right|^2 \exp(-2b_n t) [2 + A_n \exp(-i2\omega_n t)] \quad (3.15)$$

donde

$$A_n = 2 \frac{\sinh(b_n \Delta t / 2)}{b_n} \frac{b_n \cos(\omega_n \Delta t) \sinh(b_n \Delta t / 2) + 2\omega_n \sin(\omega_n \Delta t) \cosh(b_n \Delta t / 2)}{4\omega_n^4 + b_n^4} \quad (3.16)$$

Eligiendo una ventana temporal tal que $\Delta t \ll 1/b_n$, tenemos como resultado $A_n \cong 0$. Esta aproximación supone elegir un tiempo menor al decaimiento medio de la intensidad. Finalmente, asumimos que b_n tiene valores similares para las frecuencias en un rango acotado de ω . Definimos $b_n \simeq b_\omega$ y la ecuación

3.15 se reduce a

$$\int d\mathbf{r} |\Phi(\mathbf{r}, \omega, t)|^2 \cong 2 \exp(-2b_\omega t) \sum_{\omega_n \in [\omega - \Delta\omega/2, \omega + \Delta\omega/2]} \left| \frac{c^2 F(\omega_n) \psi_n^*(\mathbf{r}_F)}{\omega_n} \right|^2 \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 puede ser directamente identificada con la ecuación 3.5. En ambos casos la intensidad promedio asociada a una frecuencia dada decae exponencialmente con el tiempo. Por esto, proponemos usar la intensidad media $\bar{I}_n$ como estimador de $\int d\mathbf{r} |\Phi(\mathbf{r}, \omega, t)|^2$. Esta última describe un campo efectivo dentro de la cavidad donde no se consideran fluctuaciones espaciales en la intensidad debido a la geometría de la cavidad ni a la presencia de modos normales. En estas condiciones, analizaremos el decaimiento exponencial en la intensidad mediante la ley de Sabine.

3.4. Aplicación de la ley de Sabine

Los valores obtenidos para b_n se muestran en la figura 3.5 en función del cuadrado de la frecuencia. Esta relación puede modelarse a partir de la ley de Sabine. Esta ley establece que la atenuación temporal de una onda en un recinto está relacionada con cociente entre la absorción sonora de las paredes A y el volumen del recinto V [49]. Además, si se considera la absorción del agua α , se agrega un término relacionado con el cuadrado de la frecuencia [50]. Entonces, tenemos:

$$b_n = \frac{c_0 A}{8V} + c_0 \alpha(f) \quad (3.18)$$

donde c_0 es la velocidad del sonido en el medio de propagación.

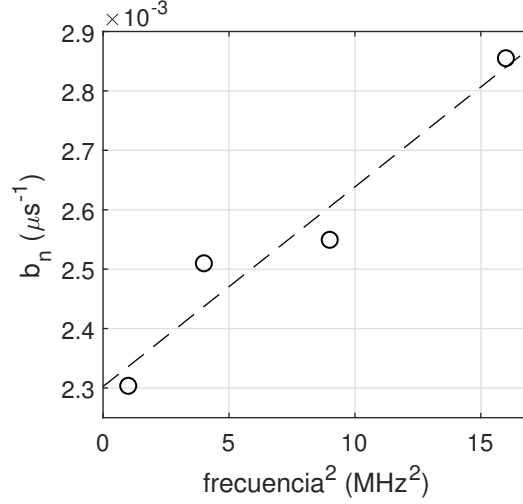


Figura 3.5: Valores de atenuación temporal b_n en función del cuadrado de la frecuencia (círculos). Un ajuste lineal de los datos es representado con línea punteada.

En agua, podemos considerar $\gamma = \alpha/f^2$ constante [51]. Por lo tanto, la ecuación 3.18 puede expresarse como

$$b_n = \frac{c_0 A}{8V} + c_0 \gamma f^2$$

Del ajuste lineal representado con línea punteada en la figura 3.5 y considerando la velocidad de propagación en agua $c_0 = 1.5 \text{ mm}/\mu\text{s}$, obtenemos:

$$\frac{A}{V} = (1.23 \pm 0.03) \times 10^{-2} \text{ mm}^{-1}$$

$$\gamma = (2.2 \pm 0.4) \times 10^{-5} \mu\text{s}^2/\text{mm}$$

El valor de γ puede compararse con el medido por Pinkerton para el agua a 20°C: $2.53 \times 10^{-5} \mu\text{s}^2/\text{mm}$ [51]. Este valor se encuentra dentro del rango que determinamos experimentalmente en nuestra cavidad reverberante.

Por otro lado, podemos hacer una estimación en el cociente A/V . La absorción sonora de las paredes de la cavidad es la suma de la superficie de cada pared ponderada por el coeficiente de absorción de energía del material que compone las paredes. Calculamos este coeficiente como el coeficiente de transmisión $\mathcal{T}$. Este valor determina qué proporción de la energía del sonido se transmitirá a través del material en lugar de reflejarse. Entonces, para la interfaz agua-aire $\mathcal{T}_{w-a} = 0$ y para el agujero $\mathcal{T}_{hole} = 1$. Para las paredes de aluminio, tenemos que $\mathcal{T}_{Al} = 0.081$. Este último fue calculado a partir del

coeficiente de transmisión de potencia angular $\Gamma_{Al}(\theta)$, realizando la integral $T_{Al} = \int_0^{\pi/2} \Gamma_{Al}(\theta) \cos(\theta) d\theta$ [52]. Luego,

$$A = T_{w-a}S_{w-a} + T_{hole}S_{hole} + T_{Al}S_{Al}$$

donde S_{w-a} es el área de la interfase agua-aire, S_{hole} es el área del agujero y S_{Al} es el área de las paredes de aluminio.

Para calcular la relación A/V a partir de las dimensiones y el material de la cavidad, consideramos una geometría bidimensional. Esto implica que no hay absorción a través de las paredes laterales (paralelas al plano $x-z$), y el agujero se considera como una línea de lado 35 mm. Esta consideración tiene en cuenta que las mediciones se realizan a lo largo de una línea en el plano $x-z$. El resultado calculado para la relación A/V es de $1.19 \times 10^{-2} \text{ mm}^{-1}$, el cual está muy cercano al valor calculado a partir de las señales medidas. Este hecho indica que esta simplificación en la geometría es razonable.

3.5. Conclusión

El experimento permite calcular propiedades de la cavidad, por ejemplo, la absorción del sonido en las paredes o la absorción del agua. Sin embargo, el resultado más importante para los propósitos de esta tesis, es que los armónicos no lineales se propagan independientemente entre sí. Este hecho no está garantizado en el régimen no lineal, pero el experimento lo confirma. Esto permite estudiar propiedades de la cavidad en un rango de frecuencias más amplio que en el régimen lineal. Además, el experimento muestra que los armónicos no lineales pueden ser modelados con elementos de la teoría lineal.

Algunas hipótesis hechas en la sección teórica son confirmadas por el experimento. Por ejemplo, aquellas que conducen a las ecuaciones 3.12, 3.15 y 3.17. Estas ecuaciones son fundamentales para entender el comportamiento de los armónicos no lineales y su decaimiento temporal.

Capítulo 4

Reverberación y múltiple scattering: inversión temporal real vs. inversión temporal virtual

La técnica de inversión temporal ya fue introducida como un elemento de análisis de ondas no lineales en el capítulo 2 de esta tesis. En este capítulo profundizaremos en el estudio de diferentes medios a través de la aplicación de esta técnica. Para esto, compararemos la focalización de ondas no lineales mediante la aplicación de la inversión temporal real (ec. 2.1) y de la inversión temporal virtual (ec. 2.2).

En régimen lineal, se ha demostrado que la inversión temporal virtual es un método preciso para estimar el ancho focal en experimentos de inversión temporal real [32]. En un régimen no lineal, este hecho no está garantizado. Por lo tanto, proponemos estudiar similitudes y discrepancias entre ambos procedimientos. El punto principal es investigar experimentalmente en qué situaciones, que involucren ultrasonido, la inversión temporal virtual es útil para estimar el ancho focal de los armónicos no lineales.

En el capítulo 2 se señaló una limitación en la aplicación de la inversión temporal real en régimen no lineal: los transductores ultrasónicos convencionales no pueden transmitir adecuadamente una onda con la frecuencia del segundo armónico porque, en general, se encuentra por fuera del ancho de banda [24]. En consecuencia, el segundo armónico de la señal de coda no se

puede emitir en el segundo paso de la inversión temporal real. Por esta razón, la inversión temporal virtual es una alternativa para estudiar la focalización del segundo armónico, porque no hay restricción para realizar una correlación cruzada sobre un campo acústico no lineal.

Para los experimentos de inversión temporal, consideramos los medios hasta ahora empleados: el medio de múltiple scattering, caracterizado en el capítulo 2 y la cavidad reverberante, caracterizada en el capítulo 3. Ambos medios tienen en común la generación de una onda de coda larga después de la propagación de un pulso corto en su interior. Como diferencia, señalamos dos características. Primero, en el medio de múltiple scattering la distancia media entre eventos de scattering consecutivos es mucho menor que la distancia media entre reflexiones consecutivas en la cavidad. Segundo, en el medio de múltiple scattering, hay una dirección privilegiada para la propagación de la onda, impuesta por la directividad del transductor. En la cavidad, el campo acústico se mide en su interior. Por lo tanto, el vector de onda se distribuye en todas las direcciones. Estas diferencias dan lugar a diferencias en las propiedades focales después de realizar la inversión temporal.

4.1. Inversión temporal en medios complejos: revisión de órdenes de magnitud

Como complemento de la teoría presentada en el capítulo 2 (sec. 2.2), en esta sección proponemos una estimación de órdenes de magnitud aplicable al campo acústico en el medio de múltiple scattering y en la cavidad reverberante. Para esto, consideremos el número de Mach, definido en el capítulo 1 y el parámetro η , definido en la ecuación 2.4 del capítulo 2.

En la sección 2.3 se sugirió que si el orden de η es mayor que el de ϵ^2 , se pueda despreciar el término no lineal en la ecuación generalizada de Lighthill-Westervelt (2.3) y la propagación de los armónicos no lineales dentro del medio de múltiple scattering puede describirse mediante una ecuación de scattering lineal.

Ahora, proponemos extender el análisis considerando la distancia de formación de la onda de shock l_s . Esta distancia suele estimarse como la distancia de propagación donde aparece una discontinuidad en un frente de onda plano. Esta distancia fue definida en la ecuación 1.13 del capítulo 1 de una forma

equivalente a:

$$l_s = (\beta k \epsilon)^{-1} \quad (4.1)$$

donde k es el número de onda, relacionado con la longitud de onda λ como $k = 2\pi/\lambda$. En cualquier caso, si las distancias de propagación de una onda son mucho menores que l_s , la propagación es esencialmente lineal.

Incluso para un número de Mach alto (y una distancia de formación de shock pequeña), el múltiple scattering produce una disminución en la amplitud de la onda. En este caso, proponemos calcular el orden de magnitud del número de Mach asociado con la amplitud atenuada de la onda scattereada como:

$$\epsilon' = \epsilon \eta \quad (4.2)$$

Entonces, la distancia de formación de shock asociada a ϵ' se puede calcular como:

$$l'_s = (\beta k \epsilon \eta)^{-1} \quad (4.3)$$

Si l'_s es mucho mayor que la distancia promedio entre scatters, se debería esperar una propagación lineal. Cuando los armónicos no lineales se generan antes de que la onda incida en el medio de múltiple scattering, no se generarán nuevas contribuciones no lineales a la amplitud de los armónicos. Por lo tanto, cada armónico se propagará con un comportamiento lineal.

Las ecuaciones 4.2 y 4.3 se calculan a partir de η , que surge como una cuantificación del orden de magnitud de los fenómenos de scattering. Además, ϵ' tiene en cuenta la disminución en la amplitud de la onda debido a que la energía se «desparrama» tanto en el espacio como en el tiempo. No se consideran pérdidas debido a absorción o difracción dentro o fuera del medio de múltiple scattering. Por lo tanto, proponemos el uso de las ecuaciones 4.2 y 4.3 para estimar y comparar órdenes de magnitud.

En una cavidad reverberante, la onda se distribuye en todo el volumen de la cavidad y, al igual que en un medio de múltiple scattering, se distribuye en el tiempo y en el espacio dentro de la cavidad. Como se describe para el medio de múltiple scattering, la amplitud de la onda disminuye, el número de Mach asociado a la onda decrece y la distancia de formación de shock aumenta. Entonces, para evaluar el comportamiento de los armónicos no lineales en la cavidad reverberante, proponemos proceder por analogía y calcular ϵ' y l'_s , como en el caso del múltiple scattering. El parámetro η puede calcularse consi-

derando el valor promedio de la velocidad de propagación $\bar{c}$, como la velocidad promedio dentro del volumen de la cavidad y su borde. Como antes, estos valores son útiles para evaluar órdenes de magnitud y deben compararse con el experimento. En este caso, l'_s puede compararse con una longitud característica de la cavidad. Por ejemplo, su lado en el caso de una cavidad cúbica.

4.2. Montaje experimental

Los experimentos se llevan a cabo en los montajes mostrados en las figuras 4.1 y 4.2. Las configuraciones y el instrumental empleado son los mismos empleados en los capítulos 2 y 3.

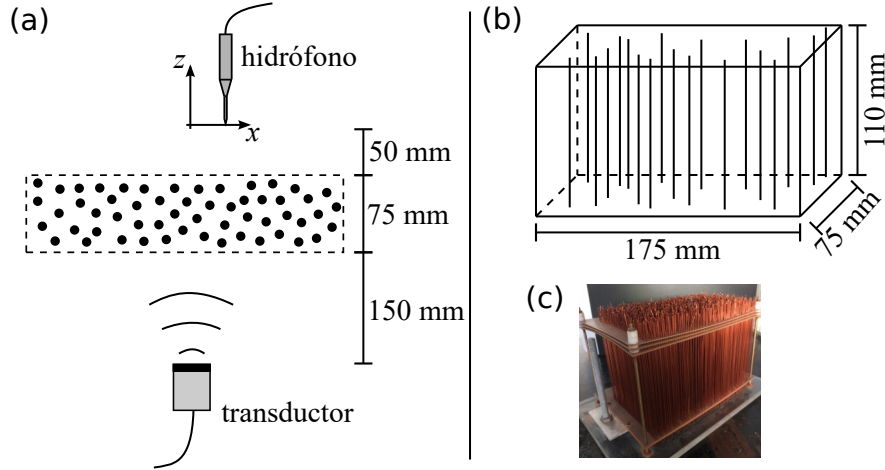


Figura 4.1: (a) Configuración del experimento de inversión temporal a través del medio de múltiple scattering. La onda es emitida desde el transductor y se propaga una distancia de 150 mm antes de incidir en los cilindros. El punto focal está en $(x, z) = (0, 0)$. El hidrófono mide el campo acústico a lo largo del eje x . (b) Detalle de las dimensiones del medio de múltiple scattering. (c) Fotografía del medio de múltiple scattering.

En la configuración de la figura 4.1(a), se coloca un medio de múltiple scattering a 150 mm del transductor. El medio de múltiple scattering tiene la misma densidad de scatters que el empleado antes pero, en este caso, su espesor es $L = 75$ mm. El parámetro η que caracteriza el múltiple scattering calculado de la misma forma que en la sección 2.3 es $\eta = 0.063$. Este parámetro se utilizará para estimaciones posteriores.

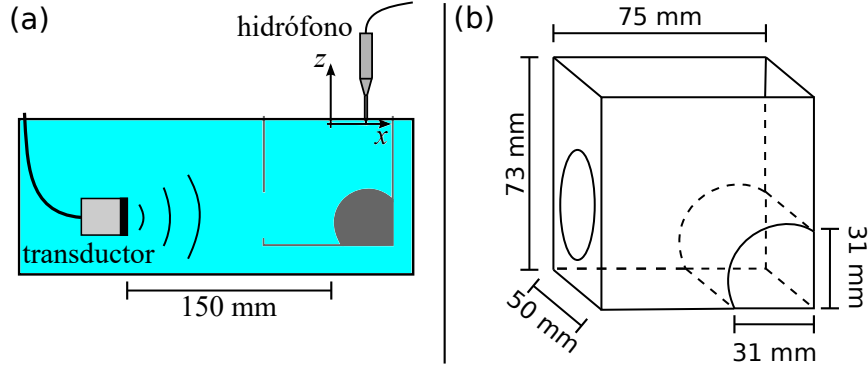


Figura 4.2: (a) Configuración del experimento de inversión temporal dentro de la cavidad reverberante. La onda es emitida desde el transductor y se propaga 150 mm antes de reflejarse por primera vez dentro de la cavidad. El punto focal está en $(x, z) = (0, 0)$. El hidrófono mide el ancho focal a lo largo del eje x . (b) Detalle de las dimensiones de la cavidad reverberante.

La configuración de la figura 4.2 muestra las mismas características empleada en la caracterización de la cavidad reverberante (sec. 3.1).

Para calcular el parámetro η asociado a la cavidad, consideramos la velocidad de propagación del aluminio, $c_a = 5.1 \text{ mm}/\mu\text{s}$ y la densidad de dicho material $\rho_a = 2.70 \text{ g}/\text{cm}^3$. La velocidad de propagación promedio $\bar{c}$, es calculada considerando un modelo bidimensional de la cavidad en el plano $x - z$. Es decir que consideramos el área de sección de la cavidad en este plano. El espesor de las paredes de la cavidad es de 1.46 mm. La relación del área ocupada por el aluminio y el área total ocupada por la cavidad es $a_a = 0.284$ y la relación del área ocupada por el agua y el área total es $a_w = 0.716$. Como se hizo para el medio de múltiple scattering, calculamos la velocidad promedio de las ondas como $\bar{c} = a_a c_a + a_w c_w$, resultando en $\bar{c} = 2.52 \text{ mm}/\mu\text{s}$. Sustituyendo en la ecuación 2.4 obtenemos, para la cavidad, $\eta = 0.40$.

En ambas configuraciones, la onda se propaga libremente a lo largo de una distancia de 150 mm, mayor que la distancia focal del transductor. Esta elección se hizo para satisfacer dos condiciones. En primer lugar, la amplitud del armónico fundamental, que domina la amplitud de toda la onda, se acerca a su valor máximo. En segundo lugar, la distancia es lo suficientemente grande como para que los armónicos no lineales sean perceptibles. Ambas condiciones aseguran la maximización de la amplitud de la onda y de los armónicos generados. En la sección 4.3, se muestran las mediciones realizadas para evaluar esta elección junto con los resultados de los experimentos de inversión temporal.

4.3. Resultados experimentales

La inversión temporal real se realiza como se describió en la sección 2.1. Primero, se emite una señal de corta duración $e(t)$ desde el transductor. Esta consiste en cinco ciclos de una señal sinusoidal modulada por una ventana de Hanning. La frecuencia central es $f_0 = 1$ MHz y la amplitud después de la amplificación es $V_{in} = 300$ V. El campo acústico resultante $s(x, t)$ se mide a lo largo del eje x en pasos de 0.11 mm. Para realizar la inversión temporal real, la señal $s(0, t)$ se invierte digitalmente en el tiempo y se divide por su valor máximo. Luego, se emite desde el transductor con la misma amplitud del primer paso (300 V). El campo acústico $\gamma(x, t)$ se mide en los mismos puntos que en el primer paso. La inversión temporal virtual se realiza calculando la correlación cruzada descrita por la ecuación 2.2, después de dividir $s(0, t)$ por su valor eficaz.

En la configuración experimental empleada, la primera interacción de la onda con los cilindros o la primera reflexión dentro de la cavidad ocurre a una distancia de 150 mm del transductor. La forma temporal de la onda, medida en esta posición sobre el eje del transductor se muestra en la figura 4.3(a). Esta resulta de excitar el transductor con la señal $e(t)$ descrita anteriormente. La onda presenta un amplio rango de contenido armónico, como se muestra en su espectro [fig. 4.3(b)]. A partir del espectro, calculamos el valor eficaz de la presión en una ventana de 0.8 MHz centrada en la frecuencia del primer, segundo y tercer armónico, cuyas frecuencias respectivas son 1, 2 y 3 MHz. Estos valores se muestran en función de la distancia desde el transductor d en la figura 4.3(c). Aproximadamente en 125 mm, la onda comienza a divergir y el nivel de intensidad del primer armónico comienza a disminuir. En $d = 150$ mm, está a menos de 1 dB por debajo del valor máximo. Por otro lado, los armónicos están cerca de alcanzar sus valores máximos. Por lo tanto, elegimos esta posición para colocar el medio de múltiple scattering o la cavidad.

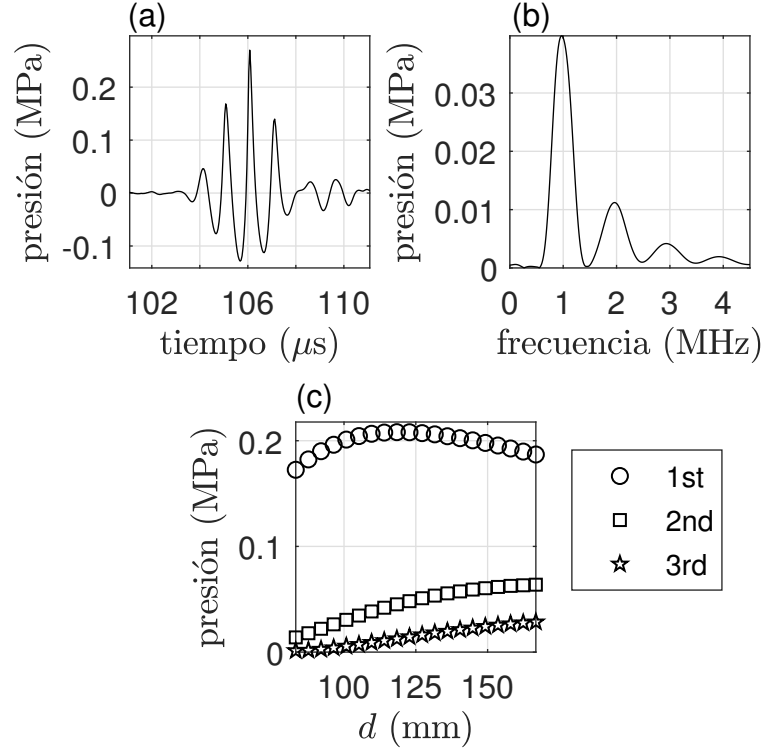


Figura 4.3: (a) Forma temporal de la onda medida sobre el eje del transductor a 150 mm de su superficie. (b) Espectro de amplitud de la onda. (c) Presión cuadrática media del primer (círculos), segundo (cuadrados) y tercer (estrellas) armónico, calculados dentro de una ventana de 0.8 MHz centrada en 1, 2 y 3 MHz, respectivamente. Las amplitudes espectrales están en MPa. La amplitud del armónico fundamental se utiliza para calcular el número de Mach.

Con esta medición podemos calcular el número de Mach a partir del valor de presión del primer armónico a 150 mm del transductor. El cálculo da como resultado $\epsilon = 8.8 \times 10^{-5}$. Este cálculo es diferente a los realizados en los capítulos 1 y 2. La forma alternativa que mostramos en este capítulo para calcular el número de Mach considera la dónde el scattering o las reflexiones suceden por primera vez. Consideramos este método más adecuado para el cálculo del número de Mach en campos acústicos focalizados. Debemos notar, que en el caso de la onda generada por el transductor en agua, el orden de magnitud no muestra diferencia.

A partir de la ecuación 4.1, el valor de la distancia de formación de la onda de shock es $l_s = 775$ mm. Se puede observar que l_s es más grande que las distancias involucradas en los experimentos, pero del mismo orden. Por lo tanto, la generación de armónicos no lineales está garantizada. Para un análisis posterior de los resultados de los experimentos de inversión temporal, observamos

la disminución del valor del número de Mach y el consiguiente aumento de l_s debido a los efectos del múltiple scattering (o múltiples reflexiones) sufridos por la onda.

4.3.1. Inversión temporal a través del medio de múltiple scattering

En el primer paso del experimento de inversión temporal real a través del medio de múltiple scattering se mide la onda $s(0, t)$. El resultado se muestra en la figura 4.4(a). El contenido espectral de esta onda se observa a través de un espectrograma que se realiza dividiendo la señal en ventanas de Hanning de longitud de $10 \mu s$. El resultado del espectrograma se muestra en la figura 4.4(b) en una escala de color en decibels, donde 0 dB se establece en la amplitud máxima. Este valor se encuentra en la frecuencia del primer armónico. El segundo y el tercer armónico están presentes a 2 MHz y 3 MHz, respectivamente. La señal $s(0, t)$ se invierte temporalmente y se inyecta en el transductor. Luego, se mide la onda resultante $\gamma(x, t)$. La figura 4.4(c) muestra la onda registrada en $x = 0$ focalizada en el tiempo. La escala temporal se desliza de manera tal que $t = 0$ es el tiempo focal. La amplitud máxima es más de 10 veces la amplitud de $s(0, t)$, a pesar de que se utilizó la misma amplitud de voltaje en la emisión (300 V). Este hecho demuestra la ventaja de la inversión temporal para focalizar ondas con grandes amplitudes, ya que la onda invertida se recomprime en $t = 0$. El espectrograma de esta señal [fig. 4.4(d)] muestra los mismos armónicos que la señal de coda. A 1 MHz y a 3 MHz, la intensidad de la onda tiene un máximo absoluto para cada frecuencia en $t = 0$, lo que significa que el primer y tercer armónico están focalizados en el tiempo. Esto no ocurre con el segundo armónico, cuyo nivel de intensidad fluctúa con picos de aproximadamente -25 dB. Esto sugiere que este armónico se genera después del segundo paso de inversión temporal, mientras la onda invertida se propaga desde el transductor hasta el medio de múltiple scattering.

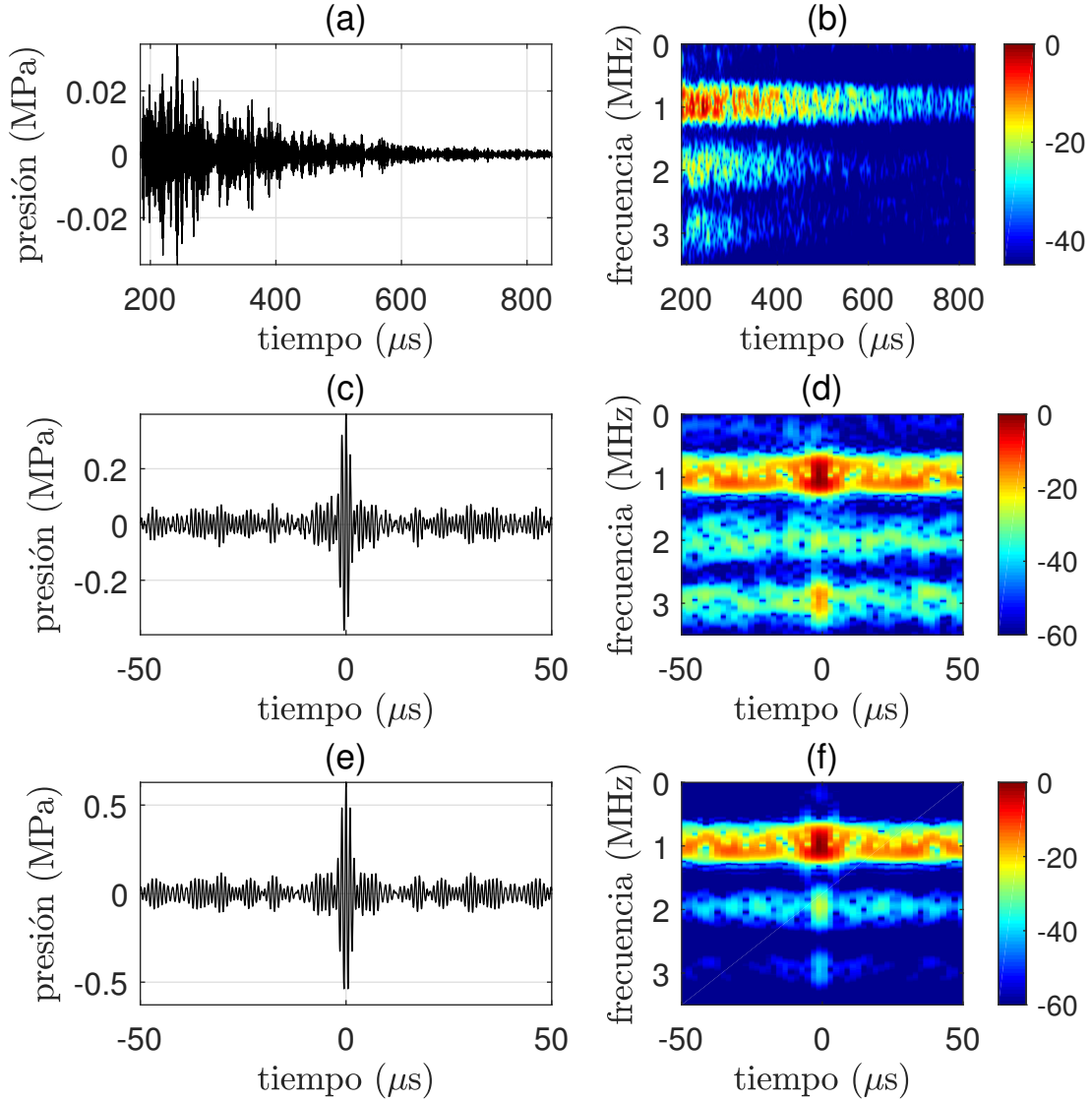


Figura 4.4: (a) Señal medida a través del medio de múltiple scattering y (b) su espectrograma. (c) Señal de inversión temporal real y (d) su espectrograma. (e) Señal de inversión temporal virtual y (f) su espectrograma. Las señales muestran la presencia de armónicos no lineales en 2 y 3 MHz. En la inversión temporal virtual, el segundo armónico está focalizado. Esto no ocurre en el experimento de inversión temporal real.

La figura 4.4(e) muestra la inversión temporal virtual $\gamma_c(0, t)$, calculada a partir de la ecuación 2.2 en $x = 0$. El espectrograma de esta señal se muestra en la figura 4.4(f). En este caso, el segundo armónico está focalizado en $t = 0$. Esto es razonable ya que $\gamma_c(0, t)$ es la autocorrelación de $s(0, t)$, señal que contiene

el segundo armónico. Cabe destacar que el tercer armónico tiene un nivel de intensidad más bajo (con respecto al armónico fundamental) que en la inversión temporal real. En la inversión temporal real, el nivel de intensidad del tercer armónico es de aproximadamente -16 dB y en la inversión temporal virtual es de aproximadamente -41 dB (en ambos casos, el armónico fundamental tiene un nivel de intensidad de 0 dB). Esta diferencia será analizada en la sección 4.3.3.

Las figuras 4.5(a) y 4.5(b) muestran $\gamma_c(x, t)$ y $\gamma(x, t)$, respectivamente. La figura 4.5(c) muestra el resultado de la inversión temporal real realizada con un transductor de frecuencia central de 2,25 MHz y ancho de banda del 50 %, excitado con una señal de frecuencia central de 2 MHz. A partir de estos campos acústicos, se estudia la distribución espacial de los armónicos. En cada caso, se realiza una transformada de fourier sobre una ventana de $10 \mu s$ alrededor del tiempo focal ($t = 0$) para cada posición.

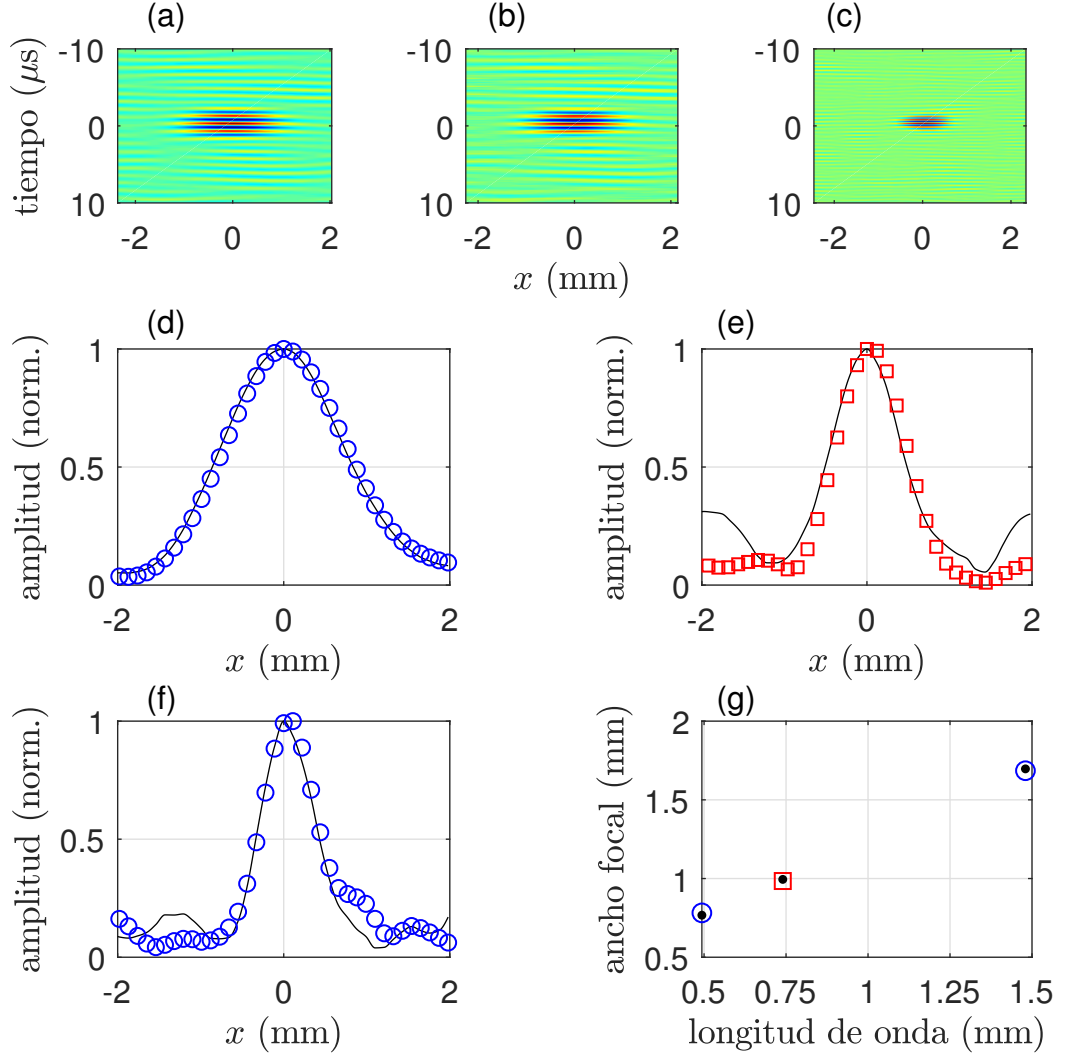


Figura 4.5: Focalización espacio-temporal de (a) inversión temporal virtual y (b) inversión temporal real medida a través del medio de múltiple scattering. (c) Inversión temporal real a 2 MHz en régimen lineal. Amplitud de los armónicos (d) primero, (e) segundo y (f) tercero contenidos en el foco. Para la comparación, las amplitudes de los armónicos se normalizan con respecto a sus valores máximos (en $x = 0$). (g) Ancho focal a -6 dB calculados a partir de los datos mostrados en (d), (e) y (f). La longitud de onda se calcula como la relación entre la velocidad del sonido en el agua y la frecuencia de cada armónico. La línea/puntos negros muestran la inversión temporal virtual; los círculos azules muestran la inversión temporal real (en régimen no lineal) y los cuadrados rojos muestran la inversión temporal real (en régimen lineal a 2 MHz).

En la figura 4.5(d) se compara el primer armónico de $\gamma_c(x, t)$ (línea continua) y $\gamma(x, t)$ (círculos). Los valores son las amplitudes espectrales a 1 MHz, normalizadas con respecto al máximo para cada serie de datos. La figura 4.5(e)

muestra la amplitud normalizada a 2 MHz de $\gamma_c(x, t)$ (línea continua) en comparación con la amplitud espectral de la inversión temporal real (cuadrados). El segundo armónico de $\gamma(x, t)$ no se considera en esta comparación porque no está focalizado. El tercer armónico, focalizado tanto en la inversión temporal virtual como en la real, se compara en la 4.5(f). Estos resultados muestran cualitativamente una buena concordancia entre el ancho focal de los armónicos alrededor del lóbulo central.

Una comparación cuantitativa se realiza calculando el ancho focal a -6 dB para cada uno de los armónicos considerados. El resultado se muestra en la figura 4.5(g) en función de la longitud de onda correspondiente a cada armónico. Las diferencias entre el ancho focal de la inversión temporal real y virtual, en relación al ancho focal de la inversión temporal virtual, son del 0.69 %, 1.0 % y 1.9 % para el primer, segundo y tercer armónico, respectivamente.

Los resultados de esta sección muestran que, para el medio de múltiple scattering, la correlación cruzada es una buena herramienta para estimar el ancho focal del primer y del tercer armónico en un experimento de inversión temporal real en régimen no lineal. En la frecuencia del segundo armónico, la correlación cruzada proporciona un ancho focal preciso si se compara con el obtenido en la inversión temporal real en el régimen lineal. Esto sugiere que el resultado se mantendría si el segundo armónico pudiera focalizarse en el régimen no lineal, por ejemplo, mediante el uso de un transductor de banda ancha.

4.3.2. Inversión temporal en la cavidad reverberante

Los experimentos se repiten en la configuración de la figura 4.2. La onda de coda se muestra en la figura 4.6(a). Como antes, un espectrograma de la señal muestra la presencia del segundo y tercer armónico generados por efectos no lineales. La señal de la figura 4.6(c) corresponde a la focalización por inversión temporal real en el dominio temporal. El espectrograma de esta señal [fig. 4.6(d)] muestra los mismos armónicos presentes en la señal de coda. Tanto el armónico fundamental como el tercer armónico están focalizados en $t = 0$. Al igual que en el experimento de la sección 4.3.1, el segundo armónico no está focalizado. Sin embargo, en este caso, el segundo armónico fluctúa con picos de -37 dB, un valor más bajo que en el experimento de la sección mencionada (-25 dB). Del mismo modo, el tercer armónico tiene en el tiempo focal un nivel de

intensidad de -28 dB, un valor más bajo que en la sección anterior (-16 dB). La focalización por inversión temporal virtual en el dominio temporal se muestra en la figura 4.6(e). La figura 4.6(f) muestra el respectivo espectrograma. Para este procedimiento, los armónicos están focalizados en $t = 0$. Al igual que en la sección 4.3.1, el tercer armónico de γ_c , cuyo nivel de intensidad es -51 dB, tiene un valor más bajo que el de γ .

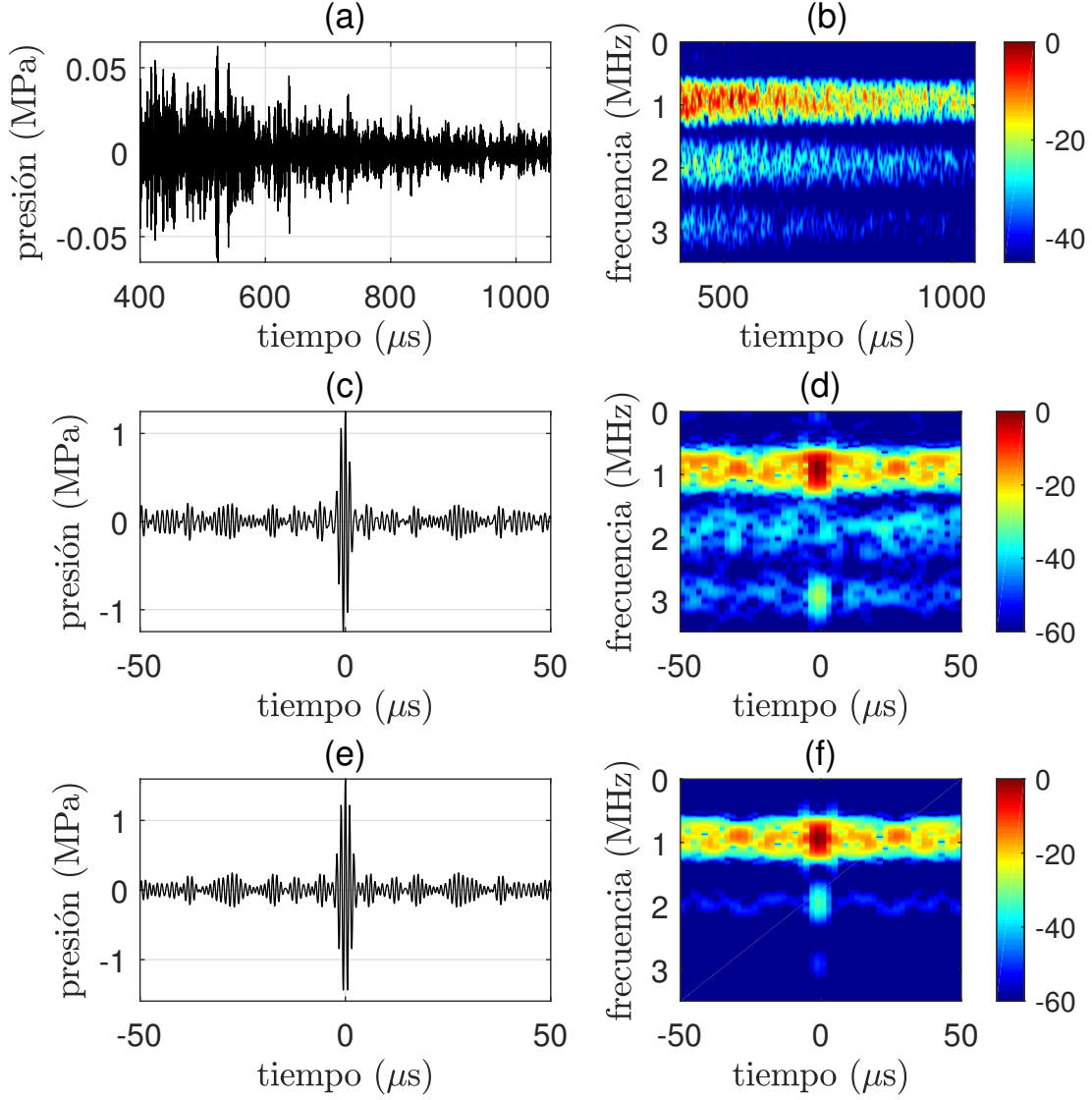


Figura 4.6: (a) Señal de coda medida dentro de la cavidad reverberante y (b) su espectrograma. (c) Inversión temporal real y (d) su espectrograma. (e) Inversión temporal virtual y (f) su espectrograma. Las señales muestran la presencia de armónicos no lineales a 2 y 3 MHz. En el experimento de inversión temporal virtual, el segundo armónico está focalizado. Esto no ocurre en la inversión temporal real.

En la figura 4.7 se muestran las focalizaciones en el dominio espaciotemporal. La figura 4.7(a) muestra $\gamma_c(x, t)$ y la figura 4.7(b) muestra $\gamma(x, t)$. La figura 4.7(c) muestra la focalización por inversión temporal real realizada a 2 MHz. Los niveles de intensidad de los armónicos calculados a partir de una

FFT en una ventana de $10\mu s$ alrededor de cada punto focal se muestran en las figuras 4.7(d), 4.7(e) y 4.7(f). Cada curva está normalizada con respecto a su valor máximo. En la figura 4.7(d), se comparan los armónicos fundamentales de γ_c y γ . En la Figura 4.7(e), se compara el segundo armónico de γ_c con la focalización espacial a 2 MHz. El tercer armónicos de γ_c y de γ se comparan en la figura 4.7(f). Las curvas se muestran muy cercanas entre sí alrededor del lóbulo central.

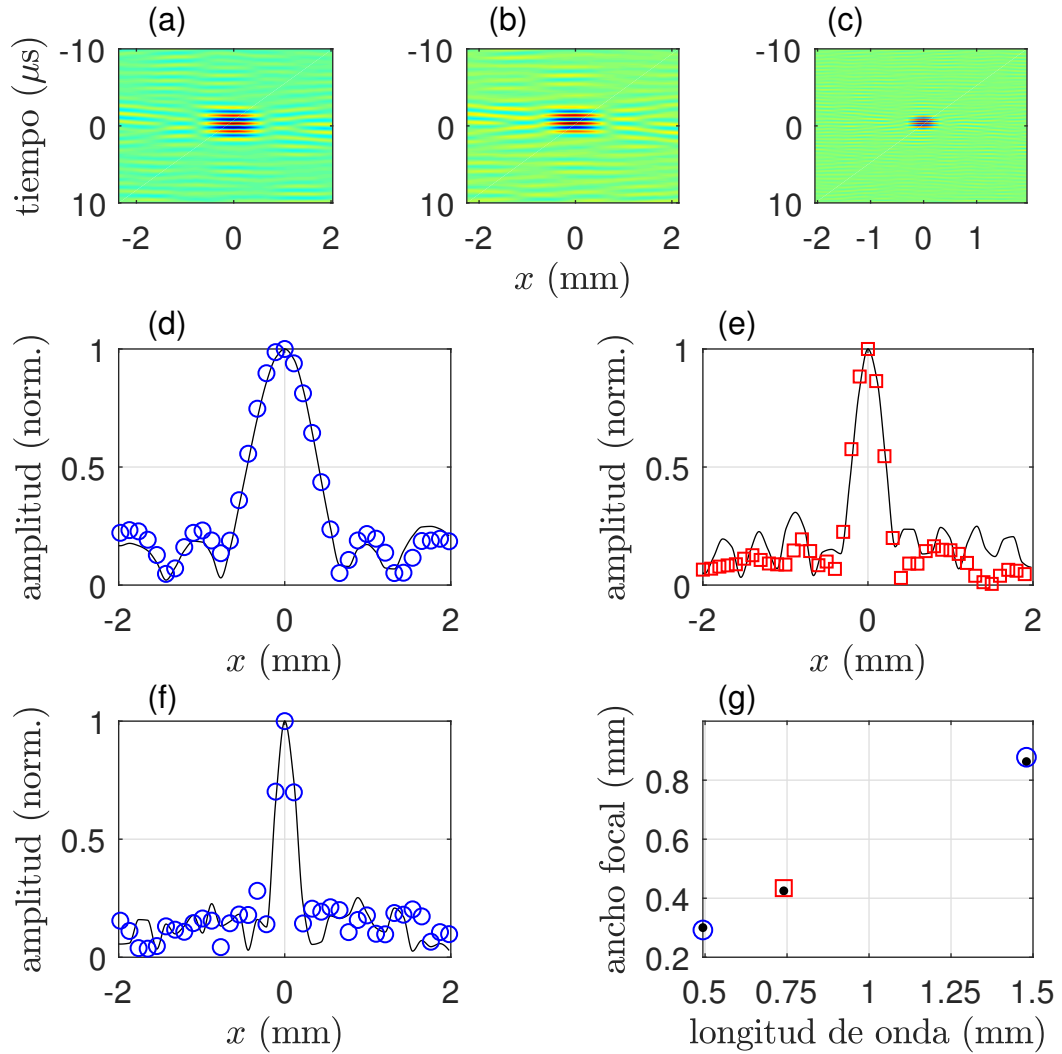


Figura 4.7: (a) Focalización por inversión temporal virtual y (b) focalización por inversión temporal real en el dominio espaciotemporal en la cavidad reverberante. (c) Inversión temporal real a 2 MHz en el régimen lineal. Amplitud del (d) primer, (e) segundo y (f) tercer armónico contenidos en el foco. (g) Ancho focal a -6 dB calculados a partir de los datos mostrados en (d), (e) y (f). La longitud de onda se calcula como la relación entre la velocidad del sonido en el agua y la frecuencia de cada armónico. La línea/puntos negros muestran la inversión temporal virtual, los círculos azules muestran la inversión temporal real (régimen no lineal) y el cuadrado rojo muestra la inversión temporal real a 2 MHz.

Los anchos focales a -6 dB de cada armónico se muestran en la figura 4.7(g) en función de la longitud de onda. La diferencia relativa entre el ancho focal de la inversión temporal real y la inversión temporal virtual es del 1.7 % para el primer armónico, del 2.2 % para el segundo armónico y del 2.6 % para el tercer armónico. Entonces, la inversión temporal virtual resulta útil para estimar el

ancho focal de los armónicos en un experimento de inversión temporal real realizada en la cavidad reverberante. Un resultado similar se mostró en la sección 4.3.1 para el medio de múltiple scattering. Sin embargo, hay algunas diferencias en el nivel de intensidad de los armónicos presentes en el punto focal entre ambos sistemas y entre ambos procedimientos de inversión temporal. En la siguiente sección profundizaremos más en estos hechos.

4.3.3. Propiedades focales

Los experimentos muestran que la inversión temporal virtual es un procedimiento útil para estimar el ancho focal de cada uno de los armónicos presentes en la onda focalizada por inversión temporal real. Sin embargo, hay algunas propiedades de los armónicos que debemos explorar. La primera es la posibilidad de estimar la amplitud de cada armónico a través de la inversión temporal virtual. Para esto, comparamos los espectros de la inversión temporal virtual y real en $x = 0$. La figura 4.8(a) muestra esta comparación para el medio de múltiple scattering y la figura 4.8(b) muestra la comparación para la cavidad reverberante. Los espectros están normalizados para que el máximo sea 0 dB, lo que corresponde a la frecuencia del armónico fundamental. Si observamos el tercer armónico notamos que, en ambos casos, la amplitud obtenida a través de la correlación cruzada es menor que la amplitud obtenida con la inversión temporal real. Para entender por qué ocurre esto, consideremos un caso especial.

Supongamos un sistema lineal caracterizado por una respuesta al impulso $h(t)$ y un experimento de inversión temporal real. Si la señal $a(t)$ es enviada por el sistema, la señal $a(t) * h(t)$ se recupera en la salida. El resultado del experimento de inversión temporal real en el dominio de frecuencia puede expresarse como $\Gamma(\omega) = A^*(\omega) |H(\omega)|$, donde $A(\omega)$ y $H(\omega)$ son la transformada de Fourier de $a(t)$ y $h(t)$, respectivamente. El resultado de la inversión temporal virtual se expresa como $\Gamma_c(\omega) = |A(\omega)|^2 |H(\omega)|^2$. Entonces, la relación entre ambas funciones es:

$$\left| \frac{\Gamma_c(\omega)}{\Gamma(\omega)} \right| = |A(\omega)| \quad (4.4)$$

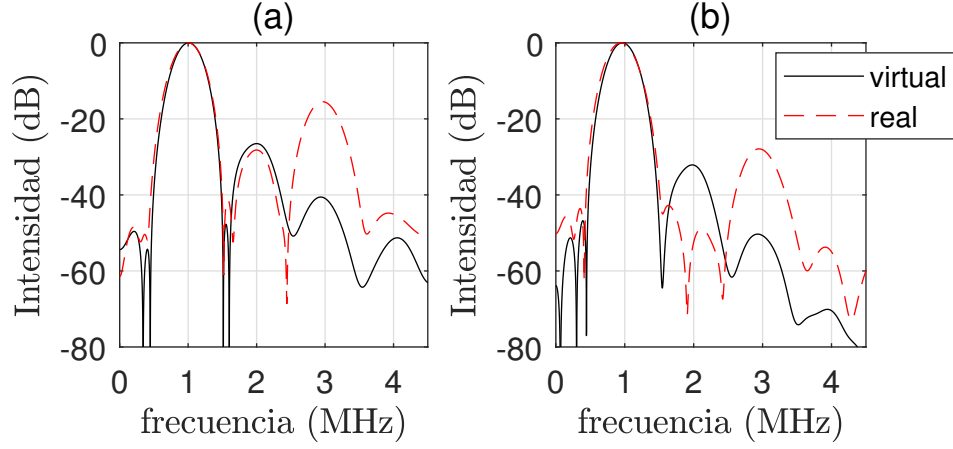


Figura 4.8: Espectro de la señal de inversión temporal medida en $x = 0$ en de una ventana de $5 \mu s$ centrada en $t = 0$: (a) a través del medio de múltiple scattering; (b) dentro de la cavidad reverberante. La línea continua muestra la inversión temporal virtual. La línea roja punteada muestra la inversión temporal real. La intensidad en dB se calcula tomando como referencia la intensidad máxima que corresponde al armónico fundamental.

Para identificar la ecuación 4.4 con el caso no lineal, supongamos que $|A(\omega_0)| = 1$ y $|A(n\omega_0)| < |A(\omega_0)|$, siendo n un número entero. ω_0 se puede identificar con la frecuencia angular central y $n\omega_0$ se puede identificar con las frecuencias angulares de los armónicos no lineales. Entonces, tenemos la siguiente desigualdad:

$$|\Gamma_c(n\omega_0)| < |\Gamma(n\omega_0)| \quad (4.5)$$

Esto significa que la inversión temporal virtual proporciona valores más bajos en la amplitud de los armónicos que la inversión temporal real. Evidentemente, este caso no coincide exactamente con el experimento, ya que se consideró una hipótesis de sistema lineal. Sin embargo, esta idea es suficiente para establecer que si se utiliza una señal de banda ancha para el experimento de inversión temporal, se deben esperar valores más bajos en la amplitud de los armónicos de la inversión temporal virtual. Esto se puede observar en la figura 4.8 para el tercer armónico. Podemos concluir que la estimación de la amplitud de los armónicos a través de la correlación cruzada no es posible.

La segunda observación que debemos estudiar es la presencia del segundo armónico en la onda focalizada por inversión temporal real. Ya hemos mencionado que esta frecuencia no puede ser emitida por el transductor, pero podría generarse cuando la onda invertida viaja desde el transductor hacia el medio de múltiple scattering o hacia la cavidad. Para explorar esta posibilidad, me-

dimos el campo acústico sobre el eje del transductor mientras se emite la onda invertida. Las ondas se muestran en las figuras 4.9(a) y 4.9(b) para el medio de múltiple scattering y la cavidad, respectivamente, en la posición $z = 150$ mm. La amplitud del primer armónico se muestra en la figura 4.9(c) y la amplitud del segundo armónico en la figura 4.9(d). Como se puede ver, estos armónicos tienen un comportamiento similar en ambos sistemas. El segundo armónico alcanza una amplitud apreciable. Entonces, se espera encontrar un rastro de este armónico en la onda focalizada. Sin embargo, el segundo armónico no está focalizado porque no es emitido por el transductor.

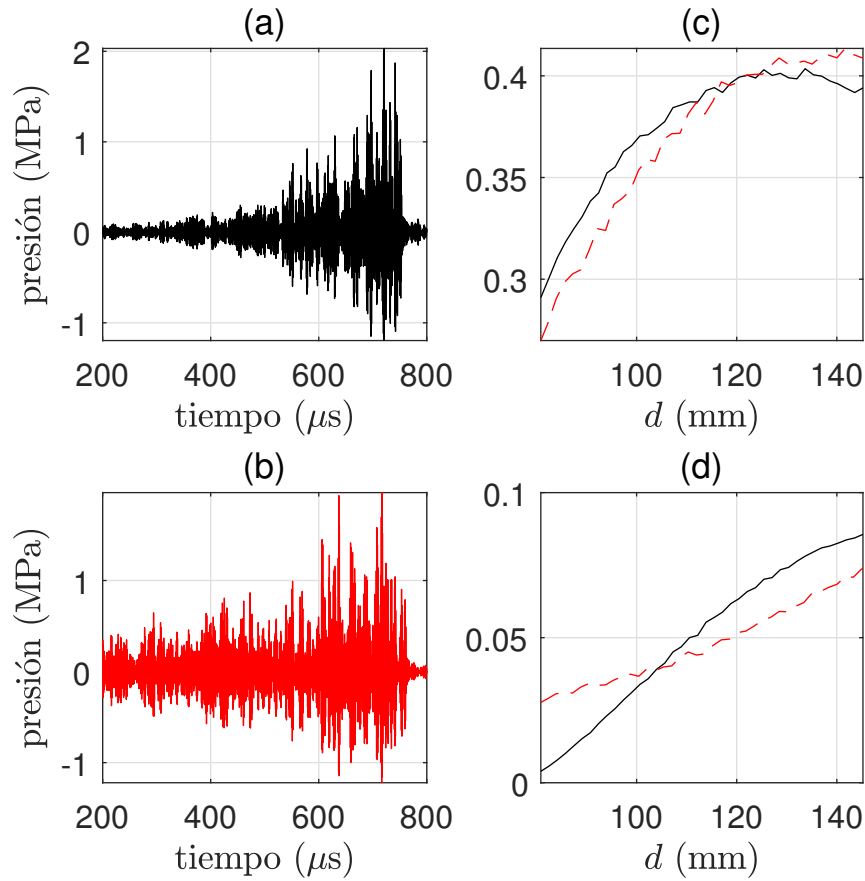


Figura 4.9: (a) Onda invertida medida antes de arribar al medio de múltiple scattering. (b) Onda invertida medida antes de arribar a la cavidad reverberante. En ambos casos la medida fue realizada a 150 mm del transductor sobre su eje. (c) Amplitud del armónico fundamental de la onda invertida en función de la distancia desde el transductor. (d) Amplitud del segundo armónico de la onda invertida en función de la distancia desde el transductor. La línea continua corresponde a la onda que arriba al medio de múltiple scattering. La línea roja punteada corresponde a la onda que arriba a la cavidad. Las amplitudes espectrales se expresan en MPa.

Una tercera observación se puede hacer en la figura 4.8. Para el medio de múltiple scattering [fig. 4.8(a)], el segundo armónico es distinguible en el experimento de inversión temporal real, aunque con una amplitud más baja que el tercer armónico. Para la cavidad reverberante [figura 4.8(b)], esto no ocurre. Podemos explicar este hecho al observar el ancho focal Δx obtenido para ambos sistemas. En el primer armónico tenemos $\Delta x = 1.7$ mm para el medio de múltiple scattering y $\Delta x = 0.85$ mm para la cavidad. Esto sugiere que, en el primer caso, la onda tiene una propagación coherente a lo largo de un camino más largo que podría generar un crecimiento del segundo armónico alrededor del punto focal. Para extraer una conclusión, medimos el campo acústico alrededor del punto focal sobre el eje z . La figura 4.10 muestra el resultado para el medio de múltiple scattering. En la figura 4.10(a), se muestra el pulso en tres posiciones. Se puede ver cómo su amplitud crece a medida que se acerca a la posición focal $z = 0$. La amplitud de la onda en función de z se muestra en la figura 4.10(b). El ancho de la curva a -6 dB es de 5.1 mm. Podemos usar esta longitud para definir una longitud coherente donde el segundo armónico puede crecer. En la figura 4.10(c), se muestra la amplitud de cada armónico en función de z . Se observa un ligero crecimiento del segundo armónico alrededor de la posición focal. El mismo procedimiento se llevó a cabo para la cavidad reverberante. El resultado se muestra en la figura 4.11. En este caso, el ancho a -6 dB medido en la figura 4.11(b) es de 0.54 mm, un orden menor que antes. En este caso, el segundo armónico no se observa en el punto focal.

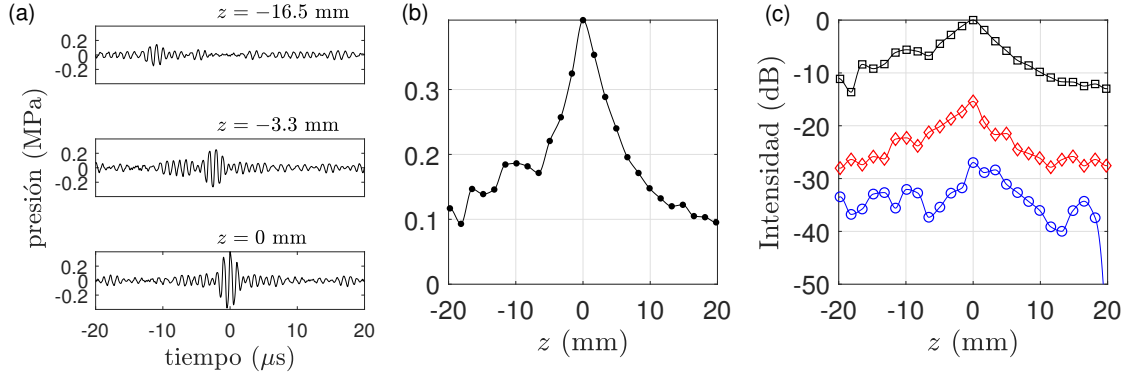


Figura 4.10: (a) Señales medidas a través del medio de múltiple scattering luego de realizar el segundo paso de inversión temporal real. Las coordenadas son $x = 0$ y $z = -16.5$ mm, $z = -3.3$, 0 mm y $z = 0$ mm, respectivamente. Se puede distinguir un pulso llegando a la posición $(x, z) = (0, 0)$ a la velocidad del sonido (1.5 mm/ μs). (b) Amplitud del pulso (MPa) en $t = z/c$ para las señales medidas en cada posición z . (c) Nivel de intensidad (dB) del armónico fundamental (cuadrados negros), segundo armónico (círculos azules) y tercer armónico (rombos rojos) calculados a partir de una FFT dentro de una ventana de $5 \mu s$ centrada en $t = z/c$.

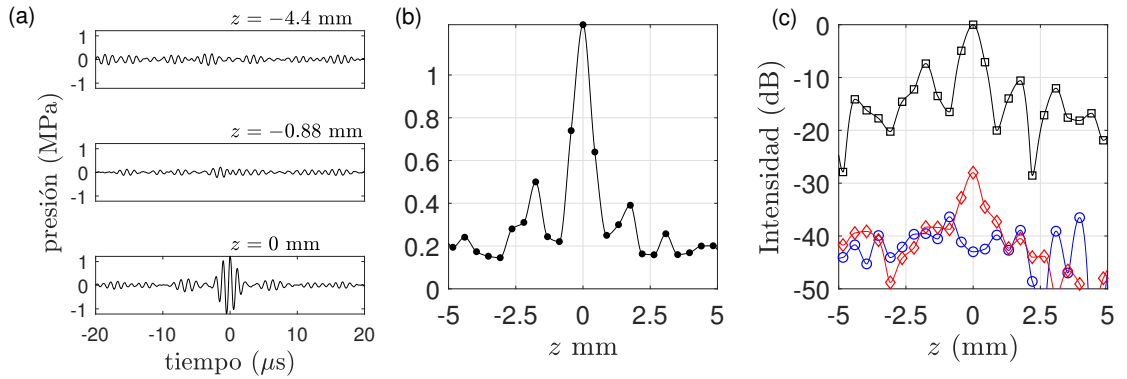


Figura 4.11: (a) Señales medidas dentro de la cavidad reverberante después de realizar el segundo paso de inversión temporal real. Las coordenadas son $x = 0$ y $z = -4.4$ mm, $z = -0.88$ mm y $z = 0$ mm, respectivamente. No se distingue un pulso que se propague hacia la posición focal. (b) Amplitud del pulso en $t = z/c$ para las señales medidas en cada posición z . (c) Nivel de intensidad (dB) del armónico fundamental (cuadrados negros), segundo armónico (círculos azules) y tercer armónico (rombos rojos) calculado a partir de una FFT dentro de una ventana de $5 \mu s$ centrada en $t = z/c$.

4.4. Discusión

En los experimentos de inversión temporal real, solo el armónico fundamental y el tercer armónico están focalizados. Esto nos permite calcular el ancho

focal a -6 dB y compararlo con los valores obtenidos mediante la inversión temporal virtual. Estos valores son muy cercanos, con una diferencia relativa menor al 3 %. Por lo tanto, la inversión temporal virtual es útil para estimar el ancho focal del primer y tercer armónico en un experimento de inversión temporal real. Se realizó una conclusión sobre el segundo armónico repitiendo el experimento en un régimen lineal y cambiando la frecuencia central a 2 MHz. La comparación con la inversión temporal virtual muestra que el ancho focal medido en régimen lineal, tiene una buena correspondencia con el obtenido virtualmente para el segundo armónico en el régimen no lineal. Así, la inversión temporal virtual también es útil para estimar el ancho focal obtenido en un experimento de inversión temporal real a la frecuencia del segundo armónico.

El parámetro η , dado por la ecuación 2.4, fue calculado para el medio de múltiple scattering y para la cavidad reverberante. En la sección 4.3, se calculó el número de Mach. Sustituyendo estos valores en las ecuaciones 4.2 y 4.3 se obtiene para el medio de múltiple scattering, $\epsilon' = 5.5 \times 10^{-6}$ y $l'_s = 12$ m. Este valor es varias órdenes de magnitud mayor que el espesor del medio de múltiple scattering y la distancia mínima entre scatters. Entonces, podemos afirmar que la no linealidad dentro del medio de múltiples scattering es despreciable y los elementos de la teoría lineal, como la inversión temporal virtual, describen el comportamiento de la onda no lineal en este caso. La misma conclusión se puede obtener si consideramos el experimento a través de la cavidad reverberante. En este caso, $\epsilon' = 3.5 \times 10^{-5}$ y $l'_s = 1.9$ m, que es mucho mayor que las dimensiones de la cavidad.

Los parámetros calculados anteriormente, resultan ser una buena herramienta para estimar las órdenes de magnitud que describen el comportamiento de la onda no lineal dentro de los sistemas considerados. El valor de la distancia l'_s propuesta en la ecuación 4.3 es consistente con el experimento. Sin embargo, el análisis plantea una nueva pregunta: ¿qué condición se debe lograr para reducir l'_s y que esté en el mismo orden que la distancia entre scatters o el tamaño de la cavidad? Para obtener una respuesta, podemos considerar la amplitud de la onda. Si esta se magnifica, l'_s se reducirá en la misma proporción. Sin embargo, esto no es posible con el sistema de amplificación disponible. Incluso en un experimento de ultrasonido focalizado de alta intensidad (HIFU), los niveles de presión máxima son inferiores a 100 MPa [53]. Otra posibilidad es aumentar el tamaño de la cavidad o la distancia entre scatters. En este caso, si se consideran frecuencias alrededor de 1 MHz, las dimensiones deberían ser

mucho mayores que la longitud de onda y la propagación de las ondas se vuelve coherente. Dado que el campo incoherente está relacionado con una buena focalización en el experimento de inversión temporal [11, 32], este caso no es de interés. Por lo tanto, basándonos en estas consideraciones, podemos afirmar que la inversión temporal virtual es una buena aproximación del ancho focal de los armónicos no lineales.

Para este estudio, se consideraron dos situaciones donde las ondas ultrasónicas se propagan esencialmente en agua. Sin embargo, creemos que las consideraciones del último párrafo se pueden aplicar en otras situaciones donde se pueden registrar ondas de coda de larga duración. Para estas ondas, la energía se distribuye en tiempo y espacio, lo que produce una reducción en la amplitud de la onda y un aumento en la distancia efectiva de shock, cuantificado por l'_s . Entonces, la información de la distribución espacial de los armónicos no lineales, relacionada con el ancho focal [32], está contenida en el campo acústico focalizado por inversión temporal virtual. Esto sugiere que este procedimiento puede ser útil en un amplio rango de situaciones que involucran ondas de coda.

4.5. Conclusión

La inversión temporal virtual, que es una operación simple, ha demostrado ser útil para estimar el ancho focal de los armónicos presentes en una onda no lineal. Además, la comparación indica que los armónicos se propagan independientemente entre sí, por lo que su comportamiento puede describirse con una ecuación de onda lineal. Por lo tanto, la comparación es una prueba de este hecho. Además, la inversión temporal virtual nos permite estimar las propiedades focales de la inversión temporal real en un amplio rango de frecuencias, y a su vez, la inversión temporal real nos permite utilizar el tercer armónico para obtener una resolución más baja que la del armónico fundamental. Finalmente, se espera que los principales resultados de este trabajo sean aplicables para cualquiera que enfrente un estudio de inversión temporal de ondas coda no lineales y largas, como las obtenidas a través de medios de múltiple scattering o cavidades reverberantes.

Capítulo 5

Cavitación

La interacción de un campo ultrasonoro intenso con un fluido o sólido blando puede producir la creación de burbujas que se contraen y expanden y, eventualmente, pueden llegar a colapsar. Este fenómeno, conocido como cavitación acústica, fue introducido en el capítulo 1 (sec. 1.6).

En los capítulos 2, 3 y 4 se estudiaron fenómenos no lineales donde se generan armónicos por la propagación de la onda acústica. El fenómeno de cavitación agrega la generación de frecuencias subarmónicas que enriquecen aún más el espectro de la onda. Por otro lado, el scattering de ondas no lineales, también se aplica en el estudio de cavitación. Las burbujas presentan un cambio en la impedancia del medio haciendo que las ondas que incidan sobre ellas se scattereen en todas direcciones. La medición de la onda scattereada es la base de algunos métodos de detección pasivos o activos. Especialmente, los métodos de detección activos permiten la localización de las burbujas mediante una técnica de pulso-eco [54].

Existen dos regímenes de cavitación que no son necesariamente excluyentes: cavitación transitoria y cavitación estable. Cuando la burbuja se forma, crece siguiendo los ciclos de compresión y rarefacción de la onda de ultrasonido hasta que alcanza un tamaño crítico. Si después de esto, la burbuja se vuelve inestable y colapsa, estamos frente a cavitación transitoria. Si, por otro lado, la burbuja continúa oscilando de manera estable durante varios ciclos, la llamamos cavitación estable [16]. En este último caso, sucede que la ecuación que modela la oscilación de la burbuja no es lineal. Como se mostró en el capítulo 1 (sección 1.6), la ecuación RPNP (ec. 1.43) predice que si la frecuencia del ultrasonido se aproxima al doble de la frecuencia de resonancia

de la burbuja, esta oscila en ambas frecuencias. En el campo acústico, esto produce que, además de la frecuencia fundamental, se registre una frecuencia subarmónica debido a la oscilación de la burbuja. Además, pueden registrarse armónicos y ultrarmónicos. La ecuación RPNNP describe la oscilación de una burbuja que mantiene su forma esférica. En general, la oscilación puede ser en cualquier modo normal de una esfera. Por esto es que cualquier frecuencia de la forma nf_0/m (con n y m enteros) puede registrarse [17, 55]. Por otro lado, la cavitación transitoria produce un espectro menos definido. En general, un espectro similar a ruido blanco que se superpone con la frecuencia fundamental del campo ultrasonoro [56]. En cualquier caso, el estudio del espectro de frecuencias da información sobre cuál de los dos regímenes tiene un efecto significativo sobre el campo acústico.

El estudio de cavitación tiene aplicaciones donde se busca generarla o dónde se busca evitarla. Por ejemplo, estudios donde se investiga la apertura de la barrera hematoencefálica durante la aplicación de ultrasonido focalizado, requieren registrar la actividad de cavitación estable de microburbujas. De esta forma, es posible monitorear el flujo sanguíneo. Por otro lado, se busca evitar la generación de cavitación transitoria porque la generación y colapso de las burbujas produce daño en el tejido que circunda los vasos sanguíneos [15, 57]. En ambos casos, el fenómeno de cavitación acústica debe ser controlado cuidadosamente. Para esto, se busca determinar una intensidad acústica umbral por encima de la cuál este fenómeno tiene alta probabilidad de ocurrir [57, 58].

La probabilidad de que cavitación ocurra depende de varios factores. Además de la intensidad acústica, depende del tiempo de exposición del medio al ultrasonido o de la frecuencia de repetición. En general, depende de la secuencia ultrasónica aplicada. Además, los sólidos blandos, como los fantasmas de agar-agar, presentan inhomogeneidades. Por lo tanto, la posición donde el ultrasonido se aplica es una variable que debe considerarse [59]. En este capítulo, investigamos la probabilidad de detectar o no algún evento de cavitación. En nuestro estudio, incluiremos como variable la posibilidad de que cavitación ocurra pero no sea detectada. La hipótesis realizada es que si las burbujas ocupan un volumen muy pequeño, pueden no ser detectadas.

Otro aspecto que estudiamos en este trabajo, involucra dos métodos de detección de cavitación. Un método de detección activa, que se puede describir como un método de pulso-eco en el cual se emite un pulso desde una fuente de ultrasonido. Esta también actúa como receptor de la onda proveniente desde la

zona donde la cavitación se produce. En el caso en que la fuente sea un array lineal, se puede generar una imagen de ultrasonido. El método de detección pasiva consiste únicamente en recibir la onda emitida o scattereada desde la región donde la cavitación se produce. Esto se puede llevar a cabo durante la generación de burbujas y permite obtener información sobre el espectro de la onda.

Por lo expresado hasta este punto, la cavitación es un fenómeno no lineal que involucra aspectos físicos importantes y aplicaciones de interés. Existe además, una relación directa entre los experimentos mostrados en los capítulos 2 y 4 y el fenómeno de cavitación que supone una motivación personal para realizar el estudio presentado en este capítulo. Esta involucra resultados de mi tesis de maestría [45]. Como ejemplo de esto, la figura 5.1 muestra un gráfico presentado en dicha tesis. Este corresponde al espectro de la onda coherente que atraviesa un medio de múltiple scattering de espesor 62 mm y con la misma densidad que los presentados en el capítulo 2. La frecuencia central es de 1 MHz. Este espectro muestra un pico de intensidad en la frecuencia 0.5 MHz. En un principio no encontré una explicación satisfactoria para esta frecuencia. Actualmente, puedo asociar esta frecuencia con un subarmónico originado por cavitación debido al uso de agua sin desgasificar.

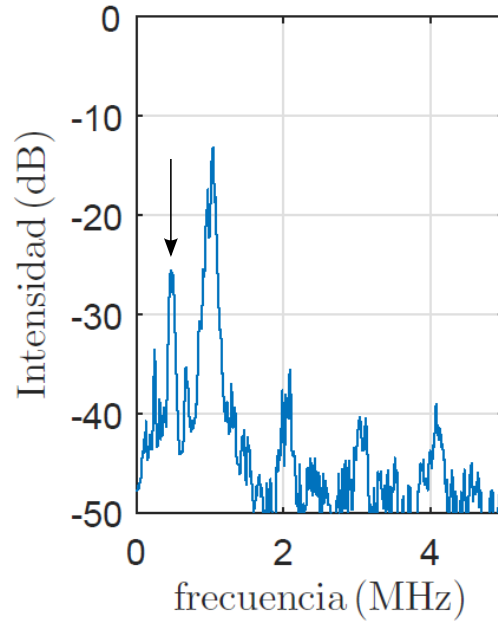


Figura 5.1: Espectro de la onda coherente que atraviesa un medio de múltiple scattering de espesor 62 mm. La emisión se realiza con alta potencia en una frecuencia central de 1 MHz. Además de la frecuencia central y sus armónicos, se registra un pico en la frecuencia del subarmónico (0.5 MHz).

En los experimentos del capítulo 2 no se registró un subarmónico. Esto se debe a un cambio metodológico. Actualmente, contamos con un mecanismo de degasificación del agua. Este tiene como objetivo la eliminación de gas (oxígeno) disuelto que favorece la aparición de fenómenos asociados a la cavitación, como es la aparición de la frecuencia del subarmónico. Por este motivo, para estudiar cavitación empleamos agua degasificada y un fantoma de agar-agar donde es posible generar cavitación con los niveles de potencia que empleamos en el laboratorio.

5.1. Experimento 1: Detección de cavitación y probabilidad de ocurrencia

El estudio de cavitación acústica, tiene aplicación en terapias ultrasónicas transcraneales donde la aparición de burbujas en ciertas zonas del cerebro debe ser controlada. Como se ha dicho, las aplicaciones requieren determinar una intensidad acústica umbral, por encima de la cuál este fenómeno tiene alta probabilidad de ocurrir. Por esto, estudiaremos estadísticamente el fenómeno

de cavitación.

Para el estudio, implementamos un sistema de detección pasiva de cavitación acústica. El dispositivo está compuesto por un transductor de ultrasonido de potencia que genera un campo acústico en un gel de agar-agar. Con un segundo transductor diseñado para detectar cavitación, se registra la onda acústica proveniente del gel. La detección consiste en observar el espectro de esta onda e identificar la «firma acústica» de las burbujas; esto es una componente espectral subarmónica en la mitad de la frecuencia de trabajo. La repetición del experimento nos permite determinar cuántas veces la cavitación es detectada y, de esta forma, determinar experimentalmente la probabilidad de ocurrencia del fenómeno.

5.1.1. Dispositivo experimental

El dispositivo experimental se muestra en la figura 5.2. Un transductor plano (Olympus) se usa como emisor de ondas ultrasonicas para sonificar un fantoma de agar-agar. Un detector de cavitación pasivo (Sonic Concepts) recibe la onda proveniente del fantoma. Este sistema se sumerge en agua desgasificada para evitar la generación de cavitación fuera del fantoma.

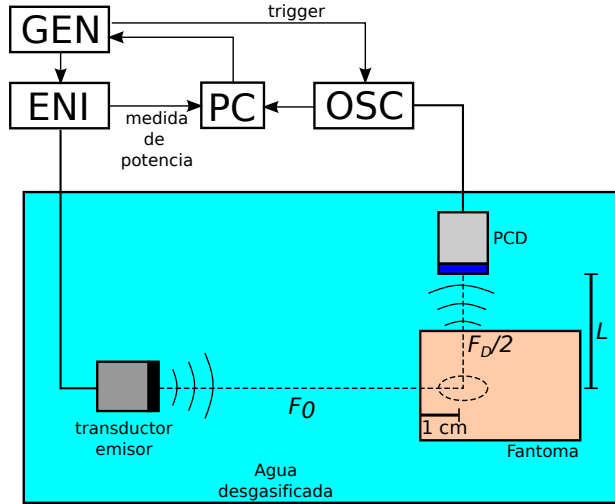


Figura 5.2: Dispositivo experimental. Un transductor plano sonifica un fantoma de agar-agar. El PCD recibe la onda proveniente del fantoma. Este sistema se sumerge en agua desgasificada.

El detector de cavitación pasivo (PCD) es un transductor plano con un diámetro $D_s = 23$ mm y una frecuencia nominal de 2 MHz. Su ancho de banda

nominal a -3 dB es del 48 % y a -20 dB del 139 %. El tamaño de su superficie y el amplio ancho de banda lo hacen sensible a un gran rango de frecuencias y en particular, a las frecuencias de baja intensidad generadas por cavitación. El PCD se encuentra posicionado en un arreglo confocal a una distancia $L = 88$ mm desde el punto focal. La señal adquirida se digitaliza en el osciloscopio (OSC) y se almacena en la computadora (PC).

El transductor emisor es un monoelemento plano de diámetro nominal $D = 28.575$ mm (1.125 pulgadas) y frecuencia nominal 1 MHz. La caracterización realizada por el fabricante muestra que la frecuencia central del transductor, a la que se detecta una amplitud máxima en su espectro, es $f_0 = 0.94$ MHz. En este experimento trabajaremos a esta frecuencia para optimizar la transmisión de potencia a través del transductor.

El fantoma es una muestra cilíndrica (diámetro 60 mm, altura 70 mm) de una solución solidificada (1.75 % w/v) de polvo de agar-agar y agua [14]. Este fue caracterizado midiendo su densidad ρ , velocidad de propagación longitudinal c , coeficiente de atenuación α a 1 MHz y el parámetro B/A . Estos valores fueron medidos de forma relativa a los correspondientes valores para el agua, asumiendo los datos por las referencias [60], [61], [51] y [26]. La densidad fue medida mediante un pesaje hidrostático. La velocidad de propagación longitudinal y el coeficiente de atenuación fueron medidos mediante transmisión ultrasónica midiendo el tiempo de vuelo y la atenuación en la amplitud [62]. El parámetro B/A fue medido por un método de inserción y sustitución con ondas de amplitud finita (finite amplitude insert-substitution, FAIS) [26]. Estos parámetros se resumen en la tabla 5.1. En el experimento, el fantoma se posiciona de forma tal que la onda incide en una de sus caras planas y la posición focal se localiza 1 cm adentro.

Tabla 5.1: Propiedades acústicas del fantoma a 20°C y 1 MHz.

	ρ (g/cm ³)	c (mm/ μ s ³)	α (dB/cm)	B/A
agua ^a	0.998	1.485	0.0022	5.2
fantoma	1.001	1.489	0.0292	7.2

^aDe las referencias [60], [61], [51] y [26].

En el experimento, el transductor emisor es excitado con un generador de funciones (Tektronix AFG 3021B) amplificado con un amplificador de potencia de ganancia 50 dB (E&I A075). La señal consiste en una senoide de frecuencia $f_0 = 0.94$ MHz, duración 705 μ s y amplitud entre $V_{in} = 32$ V y $V_{in} = 158$ V. El

gráfico 5.3 muestra esquemáticamente la secuencia de emisión-adquisición. En $t = 0$, la onda es emitida. Si c_0 es la velocidad de propagación en el agua, se estima que la onda proveniente desde el foco arribará en $t = (F_0 + F_D/2)/c_0$, donde F_0 es la distancia focal del transductor emisor y F_D es la distancia focal del PCD. En la configuración empleada, el PCD se coloca a una distancia $F_D/2$ del punto focal del transductor emisor (fig. 5.2). La ventana temporal en que se espera recibir esta señal se muestra en rojo. Con línea punteada se muestra la ventana temporal donde se realiza la adquisición. Esta comienza en $t = 400 \mu s$ y tiene una duración de $164 \mu s$. De esta forma la adquisición se realiza «lejos» del arribo de la onda y lejos de su final. De esta forma evitamos regímenes transitorios que se producen al comienzo y al final de la señal. Además, la duración de la señal es suficiente como para tener varios ciclos de la señal recibida y permite realizar varias adquisiciones sin saturar la memoria del osciloscopio. Con estos parámetros, la secuencia de emisión adquisición se repite 768 veces con cada voltaje empleado.

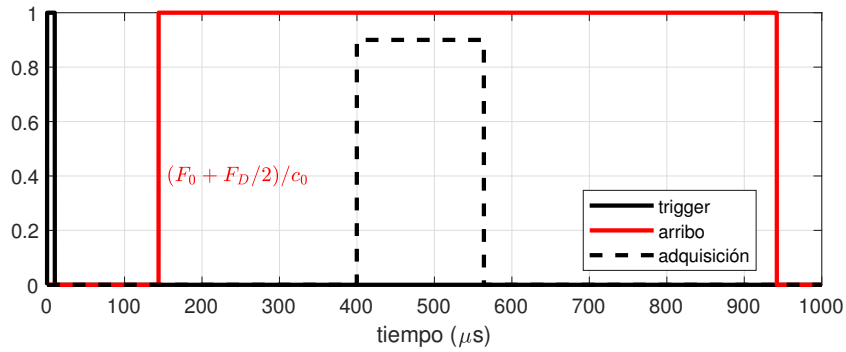


Figura 5.3: Esquema de la secuencia ultrasónica empleada para la generación y detección de cavitación. En $t = 0$ la onda se emite desde el transductor. La línea roja representa la ventana temporal en que se espera recibir en el PCD la señal ultrasónica scatterreada desde el fantoma. La línea punteada representa la ventana temporal en que se realiza la adquisición.

5.1.2. Análisis de señales

El estudio de señales se realiza mediante el análisis de sus espectros. En la figura 5.4 se muestran dos señales medidas con el mismo voltaje, el máximo usado en el experimento ($V_{in} = 158 V$) estas corresponden a distintos disparos y fueron elegidas por la diferencia que muestran en su espectro. Este se muestra en la figura 5.5. Los valores en decibeles son calculados de forma tal que 0 dB corresponde a la máxima intensidad registrada en el experimento. Este se

obtiene en la frecuencia fundamental ($f_0 = 0.94 \text{ MHz}$), con ($V_{in} = 158 \text{ V}$). En la figura 5.5(a) se observa la principal diferencia en la frecuencia del primer subarmónico $f_s = f_0/2$. La figura 5.5(b) muestra un acercamiento al espectro en el entorno de esta frecuencia. Se puede observar que para uno de los disparos la intensidad supera los -40 dB mientras que en el otro, la intensidad se mantiene en el nivel de ruido. Esto muestra que con un mismo voltaje aplicado, la detección de cavitación tiene asociada una probabilidad. En este caso, menor a 1.

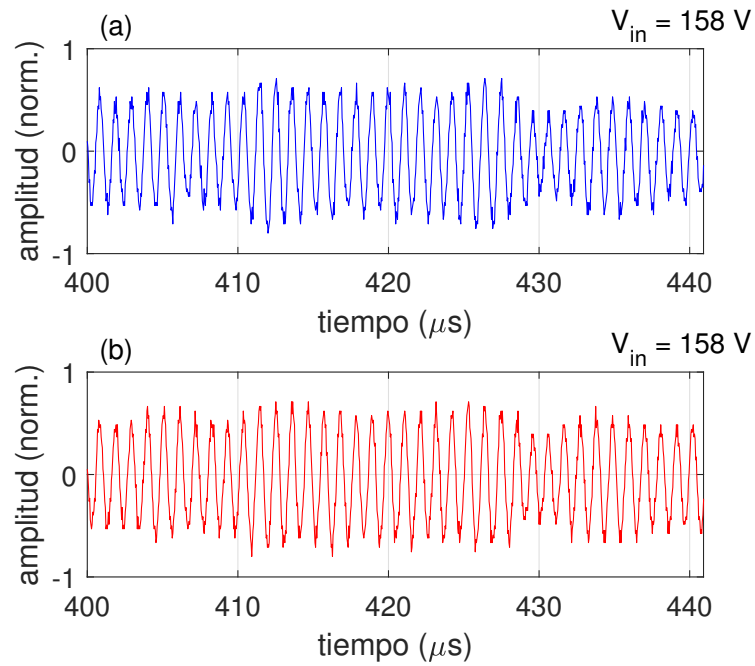


Figura 5.4: Señales correspondientes a la adquisición (a) 70 y (b) 92 medidas con un voltaje aplicado $V_{in} = 158 \text{ V}$. Estas se elijen por presentar espectros con características diferentes.

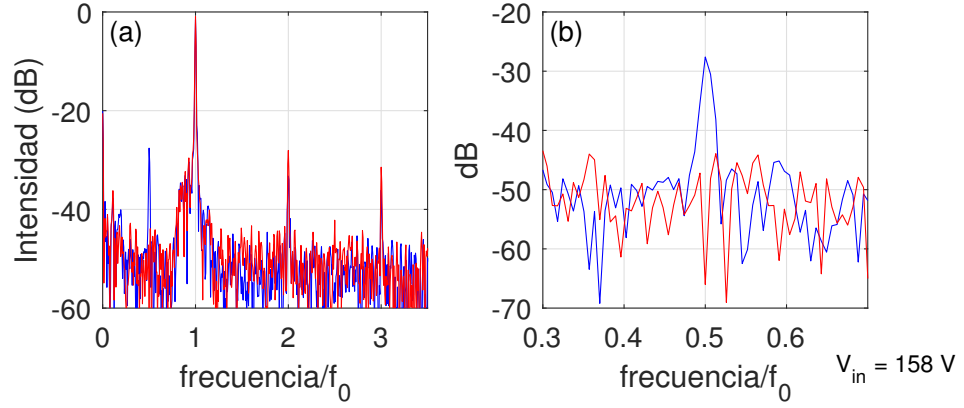


Figura 5.5: (a) Espectros correspondientes a las señales adquiridas en los disparos 70 (azul) y 92 (rojo) medidas con un voltaje aplicado $V_{in} = 158$ V. (b) Ampliación del espectro alrededor de la frecuencia del subarmónico. La escala de frecuencia se muestra normalizada para poder reconocer fácilmente la frecuencia fundamental ($f/f_0 = 1$) y la frecuencia del subarmónico ($f/f_0 = 0.5$).

La figura 5.6 muestra señales medidas con $V_{in} = 32$ V. En este caso, las señales son más «ruidosas» por tener menor amplitud. Los espectros de estas señales se muestran en la figura 5.7. En las dos señales mostradas sólo se observa el armónico fundamental destacando por encima del ruido. En ninguno de los disparos se detecta la presencia del subarmónico para este voltaje.

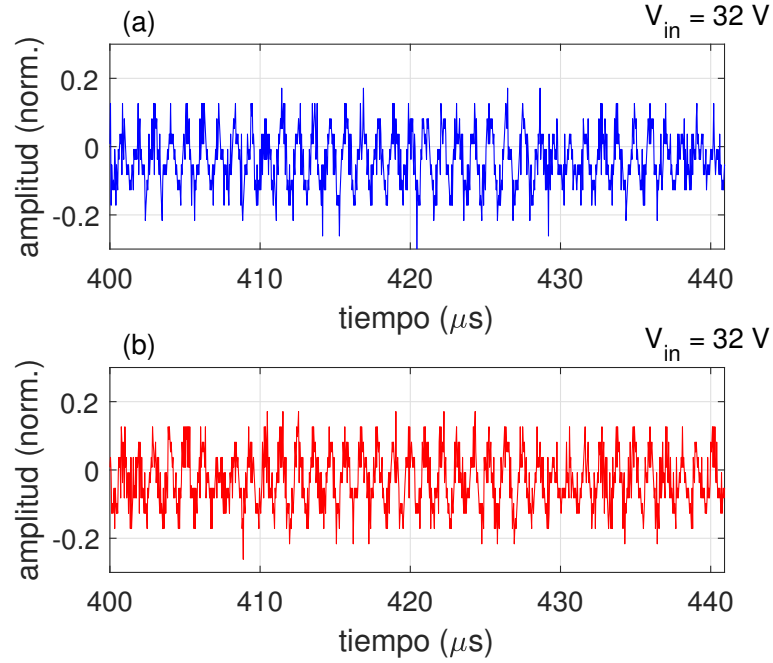


Figura 5.6: Señales correspondientes a la adquisición (a) 70 y (b) 92 medidas con un voltaje aplicado $V_{in} = 32$ V.

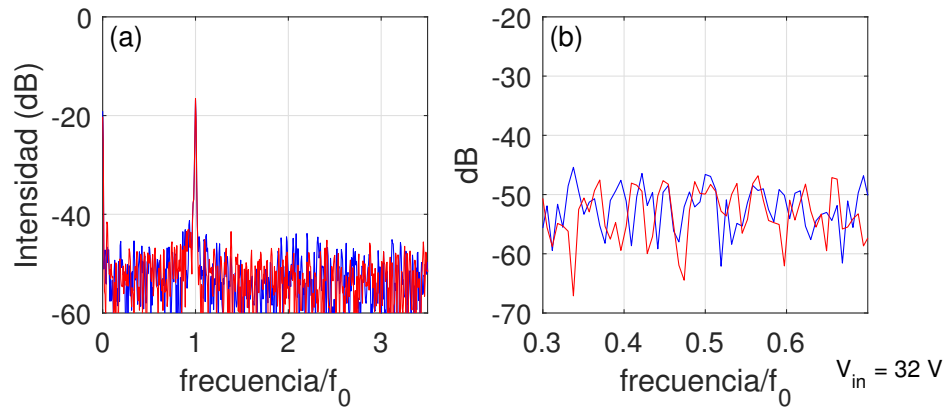


Figura 5.7: (a) Espectros correspondientes a las señales adquiridas en los disparos 70 (azul) y 92 (rojo) medidas con un voltaje aplicado $V_{in} = 32$ V. (b) Ampliación del espectro alrededor de la frecuencia del subarmónico. La escala de frecuencia se muestra normalizada.

De las medidas mostradas en esta sección podemos destacar tres cosas:

1. Existe una función que caracteriza la probabilidad de inducir y/o detectar el fenómeno de cavitación acústica.

2. Esta probabilidad depende del voltaje aplicado. Este es un parámetro de control de la amplitud de la onda, por lo que una relación entre probabilidad y amplitud puede ser establecida.
3. El nivel de ruido se mantiene en aproximadamente -50 dB para todas las medidas realizadas. Esto sugiere la posibilidad de establecer un criterio para la detección de cavitación a través del nivel de intensidad alcanzado en la frecuencia del subarmónico.

En la sección siguiente, buscaremos establecer un criterio para la detección de cavitación y así, poder determinar experimentalmente una función de probabilidad. Además, modelaremos el campo acústico del transductor para poder realizar una estimación de la potencia acústica en función del voltaje aplicado.

5.1.3. Probabilidad de detección/ocurrencia de un evento de cavitación

Para determinar la función de probabilidad debemos primero establecer un criterio para definir una detección positiva. Para esto, estableceremos un nivel de intensidad que debe alcanzarse en la frecuencia del subarmónico $f_s = f_0/2$.

Primero, determinamos el nivel de ruido en un entorno de dicha frecuencia, calculando el valor medio de intensidad en los rangos $[0.55, 0.65] f_0$ y $[0.35, 0.45] f_0$, promediando sobre todas las señales medidas. Esto da un valor de -53 dB con una desviación estándar de 6 dB. De acuerdo a estos valores, podría fijarse -47 dB ($= -53 \text{ dB} + 6 \text{ dB}$) como el umbral de intensidad que debe superarse en la frecuencia del subarmónico. Sin embargo, en el mismo rango la intensidad alcanza picos de -39 dB. Por esto elegimos como valor umbral el valor medio entre ambos. Por lo tanto, diremos que en este experimento un evento de cavitación a sido detectado si la intensidad en la frecuencia $f_0/2$ alcanza los -43 dB.

La probabilidad es calculada de forma clásica. Para cada voltaje aplicado se divide el número de señales donde un evento de cavitación fue detectado y se divide entre el número total de adquisiciones. La imagen de la figura 5.8(a) muestra en amarillo las adquisiciones donde hubo una detección positiva y en azul las adquisiciones en que no. El cálculo de probabilidad se muestra en la figura 5.8(b). Notemos que el primer evento se detecta con un voltaje $V_{in} = 79 \text{ V}$ en la adquisición 70. Esta es la única adquisición en la que se detecta cavitación para este voltaje, por lo que la probabilidad es prácticamente

nula. La curva de probabilidad comienza a diferenciarse de cero para voltajes superiores a los 100 V.

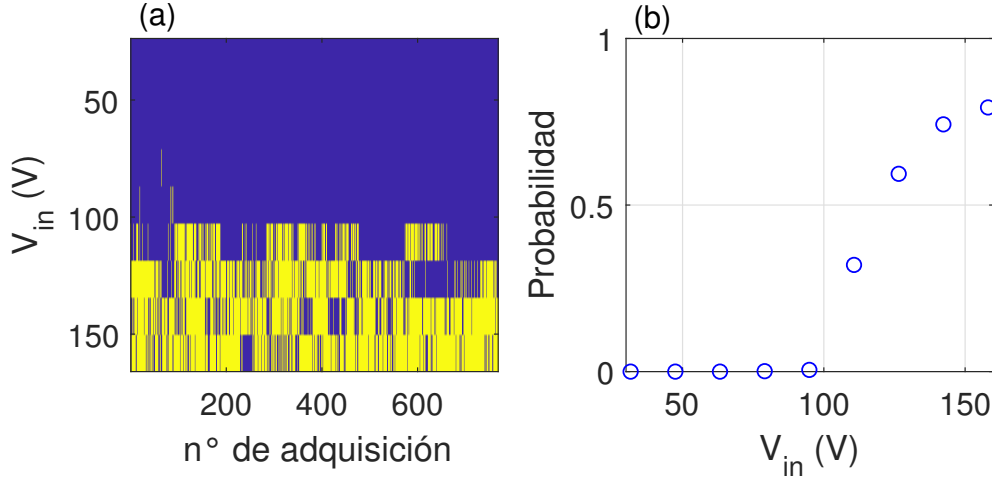


Figura 5.8: (a) Esquema de detección. Una línea amarilla indica para cada voltaje en que número de adquisición se obtuvo una detección positiva. (b) Probabilidad calculada para cada voltaje dividiendo el número de detecciones positivas entre el número total de adquisiciones.

Un criterio de detección como el elegido puede llevar a la subestimación o sobreestimación de eventos de cavitación detectados. Sin embargo, consideramos que el criterio es óptimo dado el gran número de muestras empleadas en la estadística. Por ejemplo, la figura 5.9(a) muestra el espectro de la señal obtenida con $V_{in} = 79$ V donde un evento de cavitación fue detectado. En este caso, es difícil discernir cualitativamente si el pico observado en $f_0/2$ corresponde efectivamente a un evento de cavitación o a ruido. Pero, en el cálculo estadístico de probabilidad, este resultado es despreciable. Por otro lado, la figura 5.9(b) muestra el espectro de una señal obtenida con $V_{in} = 158$ V donde se observa un pico en $f_0/2$. Este es el máximo nivel obtenido a esta frecuencia sin alcanzar el umbral de -43 dB. Este pico muestra características como ancho de banda y amplitud, similares a otros picos que atribuimos a ruido. Por esto, consideramos que reducir el umbral elegido podría llevar a una sobreestimación de los eventos de cavitación detectados. La figura 5.9(c) muestra el espectro de una señal obtenida con $V_{in} = 158$ V. En este caso, mostramos la señal donde el pico de frecuencia $f_0/2$ alcanza el menor nivel para este voltaje pero supera el umbral de -43 dB. En este caso, el pico muestra un ancho de banda definido por lo que, cualitativamente, parece corresponder a un evento de cavitación. Por lo tanto, aumentar el nivel umbral elegido produciría que adquisiciones

como esta no sean contadas como eventos de cavitación y el número total de eventos sea subestimado.

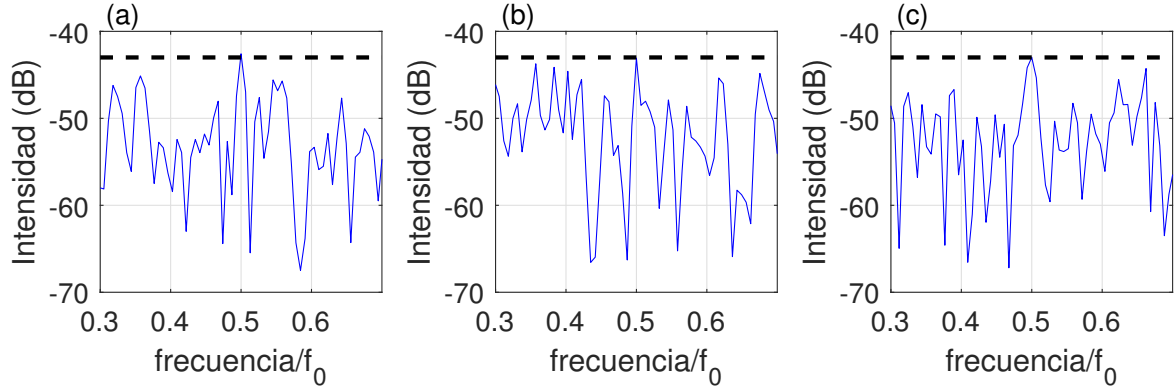


Figura 5.9: (a) Espectro de la señal adquirida con $V_{in} = 79$ V. El evento de cavitación se considera detectado por superarse los -43 dB en la frecuencia del subarmónico $f/f_0 = 0.5$. En este caso, el pico parece corresponder a ruido. (b) Espectro de la señal adquirida con $V_{in} = 158$ V. El pico en $f/f_0 = 0.5$ muestra características similares a ruido. (c) Espectro de la señal adquirida con $V_{in} = 158$ V. El pico en la frecuencia del subarmónico alcanza el menor nivel para este voltaje.

La curva de probabilidad mostrada en la figura 5.8(b) es característica del sistema empleado en este experimento, pues depende del voltaje aplicado en el transductor. Un resultado más general, que puede conducir a una interpretación física, se obtiene si relacionamos la curva de probabilidad con la intensidad acústica en la cara del transductor. Esto lo realizaremos caracterizando el transductor mediante un modelo de pistón [63].

5.1.4. Caracterización del campo acústico

La caracterización del campo acústico la realizamos midiendo la presión acústica generada por el transductor en régimen de emisión continua en el plano $x - z$ definido en la figura 5.10. La frecuencia central es $f_0 = 0.94$ MHz y los voltajes en la entrada empleados fueron 32 V, 95 V y 158 V. La medida de presión es realizada con un hidrófono (Onda HNA-0400) que se desplaza en la dirección x con pasos de 0.92 mm y en la dirección z con pasos de 9.2 mm. El campo de intensidad acústica I lo calculamos a partir de una estimación de onda plana. Esto es [14]:

$$I(x, z) = \frac{p_{rms}^2(x, z)}{\rho_0 c_0} \quad (5.1)$$

donde ρ_0 y c_0 son la densidad y velocidad del sonido en agua. p_{rms} es el valor cuadrático medio de la presión. Experimentalmente determinamos este valor promediando la presión en 100 ciclos. El campo de intensidad medido con $V_{in} = 158 \text{ V}$ se muestra en la figura 5.11. Con las demás amplitudes, el campo presenta características similares. El punto focal del transductor se encuentra en $z = 128 \text{ mm}$.

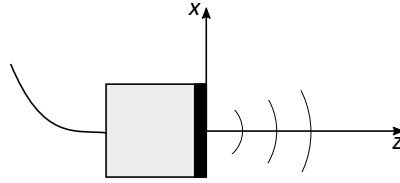


Figura 5.10: Esquema del transductor usado en el experimento y definición de ejes en los que se realiza la medida de campo acústico. El eje z se define perpendicular a la cara del transductor y el eje x paralelo. El punto $(x, z) = (0, 0)$

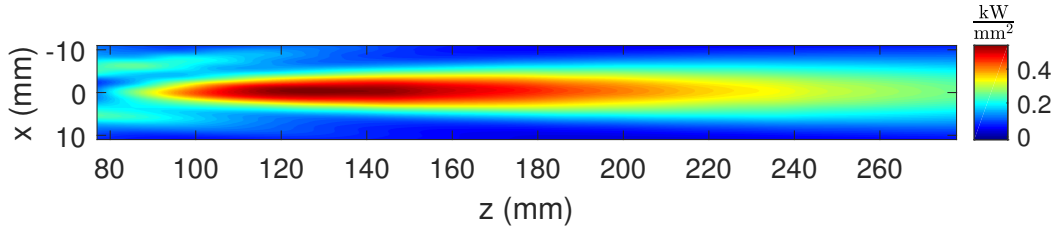


Figura 5.11: Campo de intensidad acústica medido en el plano $x-z$ del transductor. La escala de colores corresponde al nivel de intensidad acústica en kW/mm^2

Para estimar la intensidad acústica en la cara del transductor modelamos el transductor como un «pistón». Esto es considerar el transductor como un placa circular que oscila con amplitud uniforme en toda su superficie. En estas condiciones, la amplitud de la presión está dada por [46]:

$$p(x, z) = \frac{j2\pi f_0 p_0}{c_0 z} \exp\left(-\frac{j\pi f_0 x^2}{c_0 z}\right) \int_0^{D/2} \exp\left(-\frac{j\pi f_0 x'^2}{c_0 z}\right) J_0\left(\frac{2\pi f_0 x x'}{c_0 z}\right) x' dx' \quad (5.2)$$

donde p_0 es la presión en la cara del transductor. La intensidad acústica, que

se obtiene de la ecuación 5.1 y 5.2 está dada por:

$$I(x, z) = I_0 \left(\frac{2f_0\pi}{c_0 z} \right)^2 \left| \int_0^{D/2} \exp \left(-\frac{j\pi f_0 x'^2}{c_0 z} \right) J_0 \left(\frac{2\pi f_0 x x'}{c_0 z} \right) x' dx' \right|^2 \quad (5.3)$$

donde $I_0 = \frac{p_0^2}{2\rho_0 c_0}$ es la intensidad acústica en la cara del transductor. Fijando $x = 0$, obtenemos la intensidad acústica sobre el eje del transductor:

$$I(0, z) = 2I_0 \left[1 - \cos \left(\frac{\pi f_0 D^2}{4c_0 z} \right) \right] \quad (5.4)$$

El foco del transductor se encuentra en el máximo local más distante del transductor obtenido de la ecuación 5.4. Este se encuentra en $z_F = \frac{a^2 f_0}{c_0}$. En este punto, la intensidad está dada por $I(0, z_F) = 4I_0$. Asumiendo una relación de proporcionalidad directa entre p_0 y V_{in} podemos escribir:

$$I(0, z_F) = C V_{in}^2 \quad (5.5)$$

donde C es una constante. Luego,

$$I_0 = \frac{C}{4} V_{in}^2 \quad (5.6)$$

La ecuación 5.6 permite una conversión entre el voltaje aplicado y la intensidad acústica en la cara del transductor. Para obtener la constante C consideramos los valores experimentales de $I(0, z_F)$. Estos son graficados en función del voltaje en la entrada en la figura 5.12(a). Un ajuste cuadrático de la forma dada por la ecuación 5.5 permite calcular la constante C . El resultado del ajuste se muestra en la figura 5.12(a) junto con los datos experimentales. El valor obtenido para la constante de ajuste es $C = 2.17 \times 10^{-5} \text{W/mm}^2 \text{V}^2$.

La figura 5.12(b) muestra el campo acústico sobre el eje z para los tres voltajes con los que trabajamos en la calibración. Los puntos corresponden a datos experimentales y las curvas a los valores calculados con la ecuación 5.4 escalados mediante la constante C calculada con el ajuste. Similarmente, la figura 5.12(c) muestra el campo acústico en la dirección x en $z = z_F$. Las curvas fueron calculadas a partir de la ecuación 5.3. Comparando los resultados experimentales con las curvas calculadas, podemos asumir que el modelo de pistón es adecuado para describir el campo del transductor.

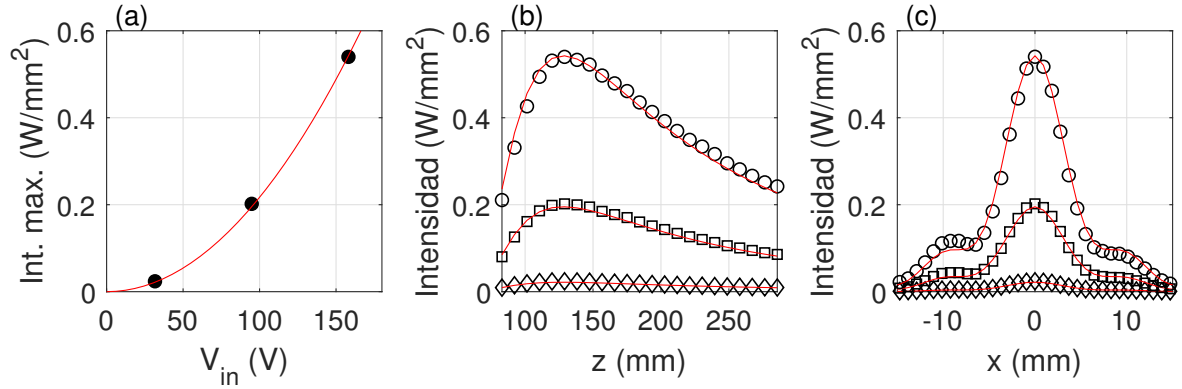


Figura 5.12: (a) Relación entre la intensidad máxima medida en la posición focal y voltaje aplicado. Puntos: datos experimentales; rojo: ajuste cuadrático. (b) Campo acústico sobre el eje z . (c) Campo acústico sobre el eje x . Los datos experimentales se muestran para $V_{in} = 32$ V (rombos), $V_{in} = 95$ V (cuadrados) y $V_{in} = 158$ V (círculos). La línea continua es calculada con el modelo teórico.

La caracterización realizada en esta sección, además de permitir estimar la intensidad acústica en la superficie del transductor, permite modelar el campo del transductor. El mismo modelo será empleado para el campo del detector de cavitación. Con esto, presentaremos un modelo original que permite describir el comportamiento de la curva de probabilidad.

5.1.5. Curva de probabilidad: modelo físico

El modelo físico para determinar la probabilidad de ocurrencia y detección de cavitación se basa en determinar una región dónde el fenómeno puede ocurrir y detectarse. Además, requiere una intensidad umbral por encima de la cuál el fenómeno ocurra.

Primero, definimos un volumen que cumpla dos condiciones: 1) la cavitación tiene altas probabilidades de ocurrir; 2) la cavitación tiene alta probabilidad de ser detectada. Lo más simple es definir esta región como un cilindro $\mathcal{C}$ cuyo centro geométrico está en el foco del transductor y sus caras planas son perpendiculares al haz del detector. Esta configuración se muestra en la figura 5.13. En rojo se muestra los bordes del cilindro que hemos definido y en negro los bordes del fantoma, también cilíndrico. La figura 5.13(a) muestra un corte transversal del campo acústico del transductor y de los volúmenes mencionados. Consideramos que la región donde la cavitación tiene alta probabilidad de ocurrir se encuentra comprendida dentro del ancho focal Δx del transductor. Este se define como el entorno, medido en la dirección x en z_F , en que

la intensidad acústica decae a la mitad de la intensidad en el punto focal. Es posible obtenerlo a partir de la ecuación 5.3. El resultado es:

$$\Delta x = \frac{c_0 z_F}{f_0 D} \quad (5.7)$$

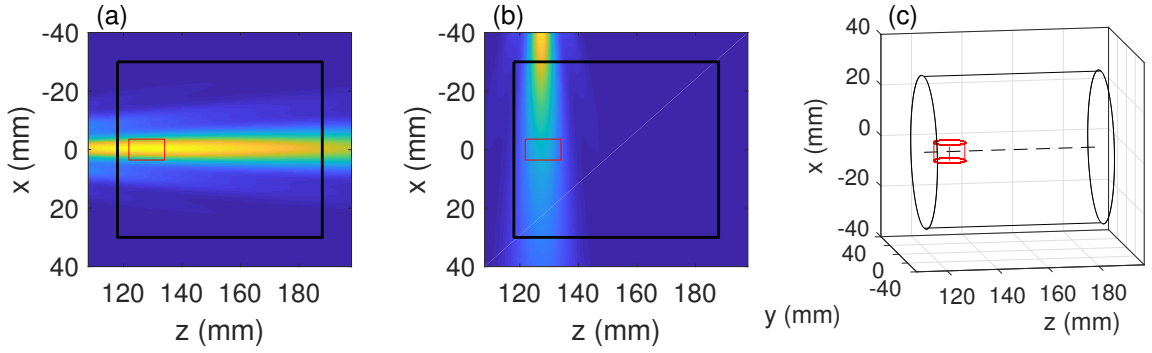


Figura 5.13: (a) Corte transversal del campo acústico del transductor, del volumen del fantoma (línea negra) y del volumen $\mathcal{C}$ donde la cavitación tiene alta probabilidad de ocurrir (línea roja). (b) Campo acústico del detector. (c) Representación en tres dimensiones del cilindro $\mathcal{C}$, incluido dentro de los bordes del fantoma.

La figura 5.13(b) muestra el campo acústico del detector. Este se calcula con la ecuación 5.3, pero sustituyendo la frecuencia central por la frecuencia del subarmónico y el diámetro del transductor por el diámetro del detector. Este cambio se debe a que esta frecuencia es la que queremos detectar. Considerando la reciprocidad en la emisión y recepción de un transductor, la región donde la cavitación tiene mayor probabilidad de ser detectada (en caso de generarse) esta limitada por el ancho del haz del detector Δx_s a una distancia L del mismo. Este ancho se define de manera similar que al ancho focal. En este caso es el entorno en que la intensidad acústica decae a la mitad del valor en el eje del transductor, a una distancia L . Puede calcularse de la forma dada por la ecuación 5.7, pero sustituyendo la frecuencia por la del subarmónico, la distancia focal por L y el diámetro por el del detector. Por lo tanto,

$$\Delta x_s = \frac{c_0 L}{f_s D_s} \quad (5.8)$$

En la figura 5.13(c) se representa en tres dimensiones el cilindro $\mathcal{C}$, incluido dentro de los bordes del fantoma. De acuerdo a las consideraciones realizadas la altura de $\mathcal{C}$ está dada por Δx y su diámetro por Δx_s . De las ecuaciones 5.7

y 5.8 obtenemos $\Delta x = 7.1$ mm y $\Delta x_s = 12.2$ mm.

Definido $\mathcal{C}$, procedemos a definir una intensidad umbral I_c tal que, si esta intensidad acústica es superada dentro de $\mathcal{C}$, ocurrirá cavitación. Entonces, con la ecuación 5.3, podemos calcular el volumen v_c incluido en $\mathcal{C}$, en el cuál la intensidad supera el valor de I_c . El cálculo se realiza en función de I_0 . Nuestra hipótesis más fuerte es que la probabilidad de generar y detectar cavitación es proporcional a v_c . Si el valor de I_0 es tal que la intensidad dentro de $\mathcal{C}$ es menor a I_c , la probabilidad será nula. Por otro lado, si I_0 es tal que la intensidad dentro de $\mathcal{C}$ es mayor a I_c en todo el volumen, la probabilidad será 1. En este caso, el volumen es $v_0 = \pi \Delta x_s^2 \Delta x / 4$, es decir, el volumen de $\mathcal{C}$. Por lo tanto, proponemos calcular la probabilidad como

$$P_r = v_c / v_0 \quad (5.9)$$

El cálculo de la probabilidad supone que el campo acústico en el fantoma puede calcularse con la ecuación 5.3. Esta hipótesis es razonable, dado que, como se muestra en la tabla 5.1, la densidad y velocidad de propagación en el fantoma es muy similar a la del agua. El coeficiente de atenuación muestra diferencias pero, en el fantoma, este coeficiente es pequeño. Dado que la región donde se calcula la intensidad acústica no supera los 2 cm dentro del fantoma, el decaimiento en la intensidad no superará los 0.06 dB.

El resultado de calcular la probabilidad a través de la ecuación 5.9 se muestra en la figura 5.14 junto con los datos experimentales. Para determinar I_c se buscó la curva de probabilidad que mejor ajustaba al experimento. Este valor es 0.19 W/mm^2 .

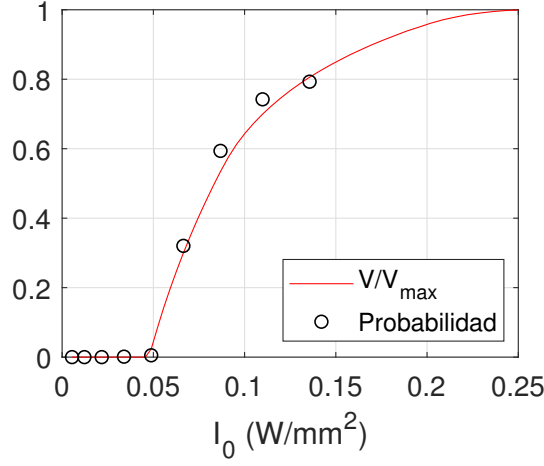


Figura 5.14: Curva de probabilidad de detección/ocurrencia de cavitación. Círculos: datos experimentales. Línea roja: modelo físico.

La curva calculada con el modelo presentado predice bien el comportamiento de la probabilidad calculada experimentalmente. No obstante, el modelo y el experimento no son independientes dado que el cálculo de I_c es un parámetro característico del modelo, pero es determinado a partir de los datos experimentales. Por esto es que este estudio (experimento y modelo) puede funcionar como un método de caracterización del fantoma, dado que el parámetro I_c fue introducido como una característica del medio en que se produce cavitación.

El método de detección pasivo de cavitación empleado en esta sección, permite medir la respuesta del fantoma durante la aplicación del ultrasonido. Para estudiar el fenómeno de cavitación una vez que el ultrasonido a cesado, puede emplearse un método de detección activo. En la siguiente sección exploramos la aplicación de un método con esta característica.

5.2. Experimento 2: Un método de detección activo

El uso del ultrasonido focalizado de alta intensidad (HIFU, por sus siglas en inglés) ha adquirido importancia debido a su aplicación en terapias clínicas. El HIFU es capaz de suministrar una cantidad precisa de energía para aumentar rápidamente la temperatura en un tejido, al tiempo que minimiza su efecto sobre la vasculatura circundante. Por lo tanto, el HIFU se ha convertido en un método seguro para la ablación de tumores que están cerca de vasos sanguíneos

principales [64]. Las aplicaciones en histotripsia requieren la desintegración mecánica de tejidos blandos, y se ha demostrado que esto se debe a la actividad de burbujas inducidas por HIFU [65].

En el estudio presentado en esta sección, buscamos monitorear tanto el inicio como la persistencia de la actividad de cavitación utilizando dos métodos diferentes. El primero, involucra una detección pasiva utilizando el detector de cavitación (PCD) introducido en la sección 5.1. El segundo, emplea una detección activa basada en la adquisición de imágenes de ultrasonido a través de una técnica de pulso-eco. Este estudio se lleva a cabo durante la sonificación con HIFU sobre un fantoma de agar-agar.

Un método de detección combinado fue presentado por Gateau et al. [66]. En su estudio, se utiliza un transductor de un solo elemento para generar la cavitación. La detección se realiza mediante un array lineal. El mismo array se utiliza tanto para la detección activa como para la detección pasiva. Esto permite la formación de imágenes de ultrasonido durante y después de la aplicación de HIFU. En nuestro trabajo, empleamos dos elementos diferentes para la detección activa y pasiva con el objetivo de investigar la actividad de cavitación durante un tiempo de exposición prolongado (0.6 segundos). El objetivo principal es examinar la complementariedad de los dos métodos de detección y la información que se puede obtener de su aplicación combinada. El método pasivo nos permite estudiar la cavitación durante su inicio, mientras que el método activo nos permite investigar la actividad una vez que cesa la sonificación con HIFU.

5.2.1. Dispositivo experimental

La configuración experimental se muestra en la figura 5.15. Una configuración dual que consiste en una sonda de HIFU y un array lineal (HIFUPlex-03, Sonic Concepts) sonifica un fantoma de agar-agar. El detector de cavitación pasiva (Precision Acoustics) detecta la onda proveniente del fantoma. Esta configuración se encuentra sumergida en agua desgasificada.

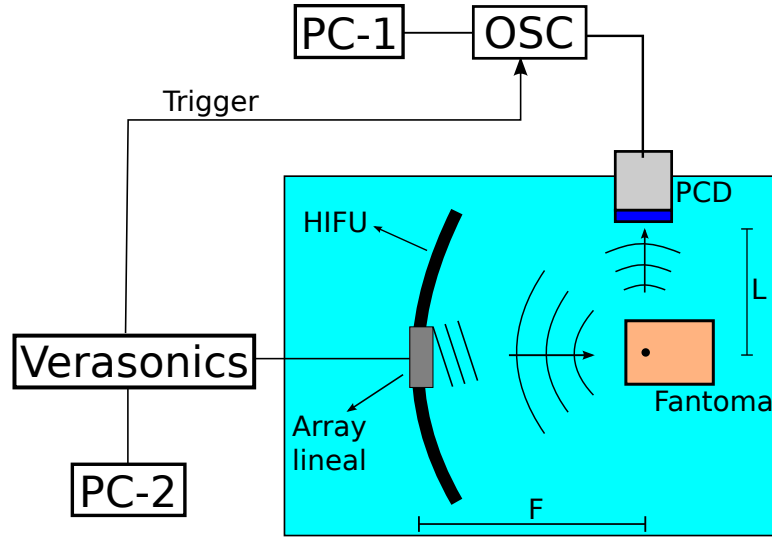


Figura 5.15: Configuración experimental. Una sonda HIFU y un array lineal sonifican un fantoma de agar-agar. El PCD detecta la onda que proviene del fantoma. Esta configuración está sumergida en agua desgasificada.

La sonda de HIFU es un arreglo esférico de 8 anillos concéntricos con una frecuencia nominal de 2 MHz. El diámetro exterior de la sonda completa es de 64 mm y el diámetro interior es de 32 mm. En el experimento, la distancia focal F es la distancia focal geométrica de la sonda, que es $F = 63.2$ mm. El array lineal está posicionado en el centro de la sonda de HIFU para escanear el área sometida a sonificación y adquirir una serie de imágenes de ultrasonido. Está compuesto por 64 transductores con una frecuencia nominal de 5 MHz. La longitud total es de 10 mm y la separación entre transductores (pitch) es de 0.15 mm.

El fantoma es una muestra cilíndrica de composición y propiedades iguales a las mostradas en la sección 5.1.1. En el experimento, el fantoma se coloca de tal manera que la onda emitida por la sonda de HIFU impacta en una de sus caras planas, y el punto focal se encuentra 1 cm en su interior.

El detector de cavitación pasiva es un transductor plano con un diámetro de 23 mm y una frecuencia nominal de 2 MHz. Se coloca en una disposición confocal a una distancia de $L = 88$ mm del punto focal. La señal adquirida se digitaliza en el osciloscopio (OSC) y se almacena en la primera computadora (PC-1).

En el experimento, la sonificación de HIFU y el escaneo del array lineal se controlan con un sistema programable Vantage Verasonics. La sonda de HIFU se excita con una señal sinusoidal de frecuencia $f_0 = 2$ MHz, duración de 0.6 s

y amplitudes $V_{in} = 14\text{ V}$ y $V_{in} = 18\text{ V}$. A estos niveles, la presión estimada en la posición focal en agua es de 12 MPa y 16 MPa, respectivamente.

Los transductores del array lineal se excitan con 2 ciclos de senoide con una frecuencia central de 5 MHz. Las imágenes de ultrasonido adquiridas se basan en un método de composición coherente de ondas planas [67]. Para esto, se introducen retardos en la emisión de cada transductor de modo que se emiten 24 ondas planas a intervalos de $500\text{ }\mu\text{s}$, barriendo un ángulo de 60° centrados en el eje del array. Luego, con las señales adquiridas se forman imágenes ultrasónicas y se almacenan en la segunda computadora (PC-2).

La secuencia ultrasonora se describe a continuación.

1. Se adquiere una imagen de fondo para evaluar el estado del fantoma antes de la sonificación con HIFU.
2. Luego de 12.5 ms, comienza la sonificación con HIFU y se dispara la adquisición en el detector de cavitación pasiva (PCD) para capturar la llegada de la onda que proviene del fantoma.
3. 0.50 s después de finalizada la sonificación con HIFU, se adquieren 22 imágenes a intervalos de 0.51 segundos. El tiempo T asociado a cada imagen se define como el tiempo en que comienza el proceso de adquisición de cada imagen.
4. 20.5 segundos después de la adquisición de la imagen de fondo, se repite el mismo procedimiento una vez más.

Esta secuencia se realiza primero, con $V_{in} = 14\text{ V}$. Luego, el fantoma se desplaza lateralmente más de 2 mm, una distancia mayor que el ancho focal y se repite la secuencia con $V_{in} = 18\text{ V}$.

5.2.2. Resultados

Primero, analizamos los resultados obtenidos con $V_{in} = 14\text{ V}$ (12 MPa en agua) en la sonda HIFU. La detección activa se muestra en la figura 5.16. Se muestra la imagen de fondo ($T = 0$) y las imágenes adquiridas en $T = 1.1\text{ s}$ y $T = 11.9\text{ s}$ tanto para la primera como para la segunda sonificación. Comparando las figuras 5.16(a) y 5.16(b), podemos observar que se forma una mancha en la imagen alrededor del punto focal después de la sonificación. Esta mancha casi desaparece después de algún tiempo, de manera que ya no es visible en la figura 5.16(c). Existe un pequeño punto en las coordenadas

$(x, z) = (0, 50)$ mm, que persiste una vez finalizada la secuencia. Este es visible en la segunda imagen de fondo [figura 5.16(d)], antes de repetir la sonificación. Sin embargo, tras la segunda sonificación [figura 5.16(e)], no hay evidencia de nuevos eventos de cavitación. En la última imagen mostrada [figura 5.16(f)], el fantoma se ha recuperado por completo.

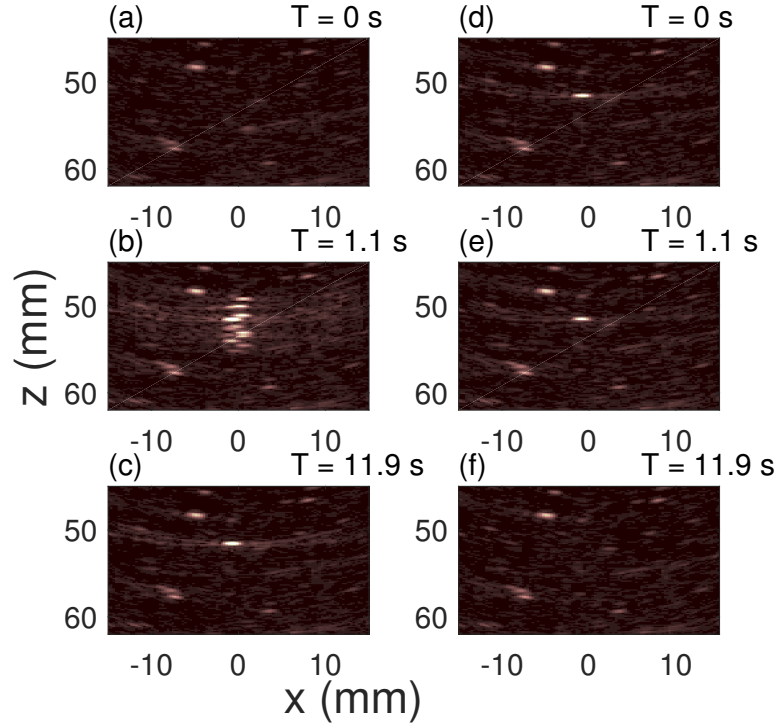


Figura 5.16: Imágenes ultrasónicas del fantoma alrededor del punto focal para una amplitud de voltaje $V_{in} = 14$ V. Primera sonificación en (a) $T = 0$ s, (b) $T = 1.1$ s y (c) $T = 11.19$ s. Segunda sonificación en (d) $T = 0$ s, (e) $T = 1.1$ s y (f) $T = 11.19$ s. Se observa una «mancha» en $T = 1.1$ s durante la primera sonificación.

Los resultados de detección de cavitación pasiva se muestran en la figura 5.17. Las amplitudes de la señal están normalizadas con respecto a la amplitud máxima obtenida en todo el experimento, que se logra con el voltaje más alto. Durante la primera sonificación, la onda es scattereada por las burbujas formadas alrededor del punto focal y llega al detector de cavitación pasiva. La señal correspondiente se muestra en la figura 5.17(a). Durante la segunda sonificación, debido a la ausencia de un evento de cavitación equivalente, el PCD solo registra ruido [figura 5.17(b)]. Los espectros de las señales se analizan a través de un espectrograma, que implica dividir la señal en ventanas de $25 \mu\text{s}$ (50 ciclos) con un solapamiento del 50 % y realizar una transformada rápida

de Fourier (FFT) en cada ventana. Los espectrogramas se muestran en una escala de color que representa el nivel de intensidad en decibeles. El nivel de 0 dB está en la intensidad máxima obtenida en todo el experimento. La figura 5.17(c) muestra el espectrograma correspondiente a la señal de la figura 5.17(a). Esta muestra el armónico fundamental a una frecuencia de 2 MHz, el segundo armónico a 4 MHz y un «ruido de fondo» que alcanza un nivel más alto a frecuencias inferiores a la frecuencia fundamental. El espectrograma de la señal medida después de la segunda sonificación [figura 5.17(d)] sólo muestra la frecuencia fundamental con un nivel de intensidad muy bajo.

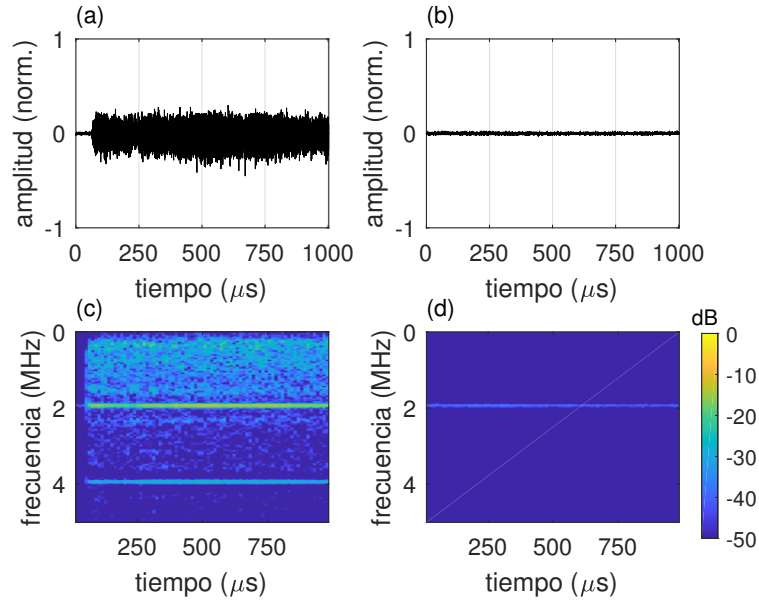


Figura 5.17: Señales adquiridas en el PCD con $V_{in} = 14$ V durante (a) la primera sonificación y (b) la segunda sonificación. (c) y (d): sus respectivos espectrogramas. Se observa una onda durante la primera sonificación. Durante la segunda sonificación sólo se registra ruido.

En segundo lugar, analizamos los resultados obtenidos con $V_{in} = 18$ V (16 MPa en agua). El resultado de la detección de cavitación activa se muestra en la figura 5.18. En este caso, se observa una mancha de cavitación de mayor tamaño inmediatamente después de la primera sonificación [figura 5.18(b)]. Esta mancha persiste notablemente hasta la imagen final [figura 5.18(c)]. Permanece visible incluso en la segunda imagen de fondo [figura 5.18(d)] y continúa presente después de la segunda sonificación [figuras 5.18(e) y 5.18(f)].

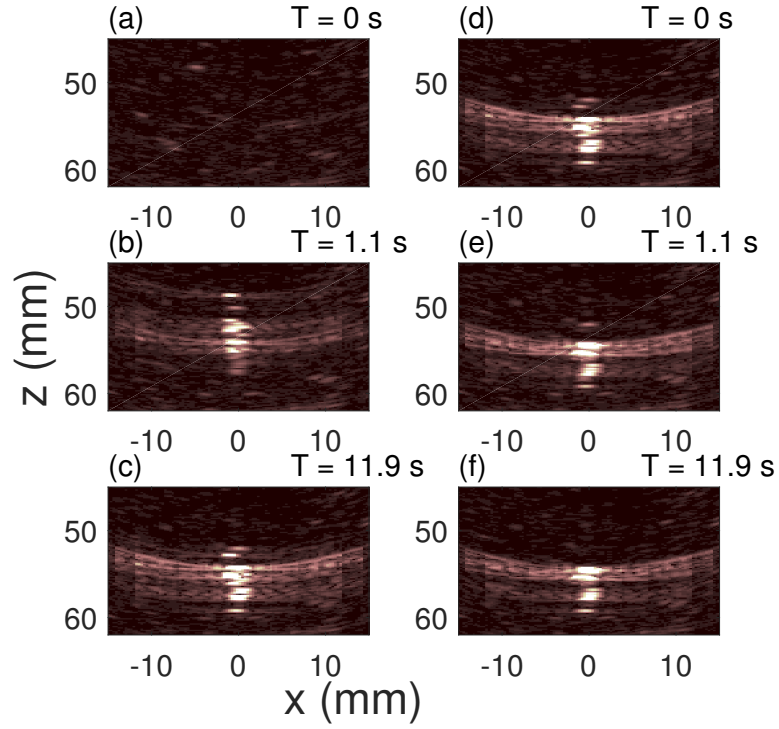


Figura 5.18: Imágenes ultrasónicas del fantoma alrededor del punto focal para una amplitud de voltaje $V_{in} = 18$ V. Primera sonificación en (a) $T = 0$ s, (b) $T = 1.1$ s y (c) $T = 11.19$ s. Segunda sonificación en (d) $T = 0$ s, (e) $T = 1.1$ s y (f) $T = 11.19$ s. Se observa una «mancha» en $T = 1.1$ s que persiste hasta la última imagen mostrada.

Las ondas medidas en el PCD se muestran en la figura 5.19. Durante la primera sonificación [figura 5.19(a)] se obtiene una señal de alta amplitud, la máxima lograda en todo el experimento. Su espectrograma [figura 5.19(c)] muestra características similares a las obtenidas con el voltaje más bajo [5.19(c)]. Después de la segunda sonificación, la señal muestra una amplitud estable [figura 5.19(b)] y su espectrograma muestra algunas frecuencias bien definidas por debajo de la frecuencia fundamental [figura 5.19(c)].

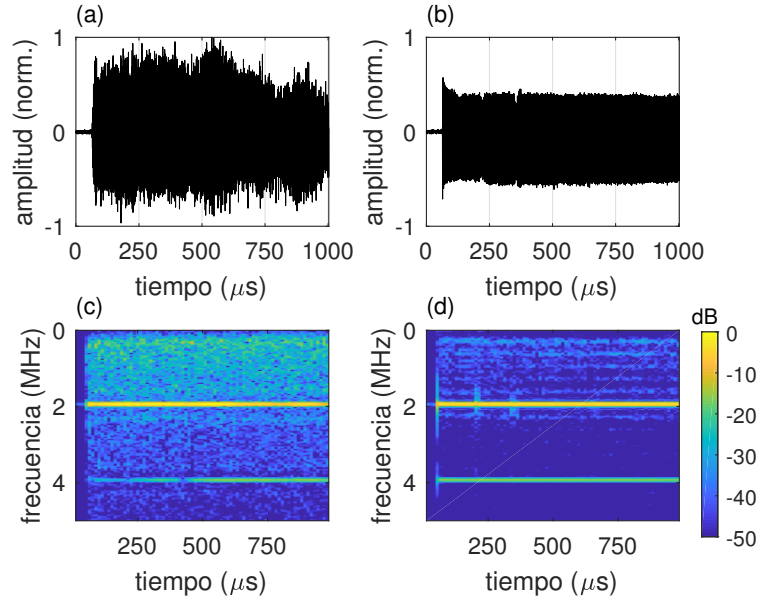


Figura 5.19: Señales adquiridas en el PCD con $V_{in} = 18\text{ V}$ durante (a) la primera sonificación y (b) la segunda sonificación. (c) y (d): sus respectivos espectrogramas. Se observa una onda durante ambas sonificaciones. En la segunda, se aprecia una amplitud más estable.

En la figura 5.20, se muestran los espectros a $750\text{ }\mu\text{s}$ obtenidos de los espectrogramas que se muestran en las figuras 5.20(c) y 5.20(d). En ambos casos, el nivel de intensidad en la frecuencia fundamental es similar: la diferencia no supera los 2 dB. Sin embargo, en frecuencias por debajo de la fundamental, durante la primera sonificación (línea azul), la señal alcanza una intensidad mayor que durante la segunda (línea roja). Además, en este último caso, se observan picos bien definidos en frecuencias que son múltiplos de $f_0/6$.

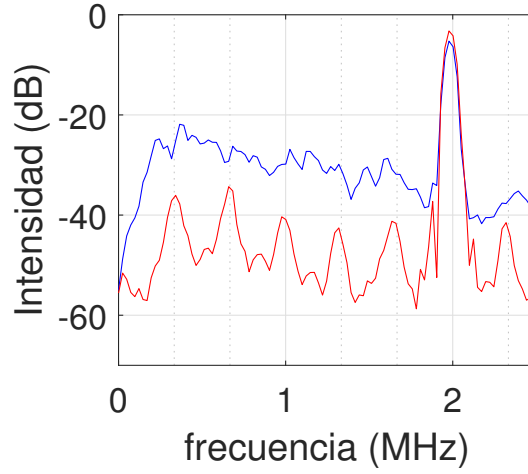


Figura 5.20: Espectros de las señales medidas con $V_{in} = 18$ V durante la primera sonificación (línea azul) y la segunda sonificación (línea roja). En el primer caso, se muestra un espectro continuo en frecuencias por debajo de 2 MHz. En el segundo caso, se observan picos en frecuencias múltiplos de $f_0/6$.

5.2.3. Discusión

Los resultados muestran que las dos amplitudes de voltaje utilizadas son suficientes para generar cavitación. La nucleación de burbujas se inicia principalmente debido a presiones de tracción [68] y, en ambos casos, la presión alcanzada es suficiente para superar el umbral requerido para que ocurra el evento. La diferencia radica en la duración de la nube de burbujas después de que finaliza la sonificación con HIFU. Creemos que esto se debe a efectos de calentamiento. Este efecto forma la base de la histotripsia por ebullición y ocurre con exposiciones prolongadas a HIFU [65]. Dado que los tiempos de exposición en este experimento son bastante largos, se mantiene una temperatura más alta que la ambiente durante un período más largo, lo que facilita la persistencia de las burbujas.

Al comparar las señales obtenidas en el detector de cavitación pasiva con ambas amplitudes de voltaje [figuras 5.17(a) y 5.19(a)], observamos que la amplitud aumenta aproximadamente cinco veces cuando se aumenta el voltaje en la sonda de HIFU. Este aumento no corresponde directamente al incremento de voltaje aplicado. Por lo tanto, creemos que se debe a un aumento en el tamaño de la nube de burbujas. Esto concuerda con el aumento en el tamaño de la mancha observada en las imágenes. Por otro lado, en ambos casos se observa un incremento del nivel de ruido. Este hecho podemos asociarlo con cavi-

ción transitoria [56], la cuál parece ser el régimen de cavitación predominante durante la formación de burbujas.

Ahora, comparemos lo que ocurre entre la primera sonificación y la segunda. Con $V_{in} = 14$ V, encontramos que no se produce cavitación durante la segunda sonificación. Esto es consistente con resultados reportados que muestran una reducción en la probabilidad de generar cavitación de una exposición de ultrasonido a otra [59]. En los experimentos presentados aquí, creemos que la probabilidad de generar cavitación se reduce en gran medida debido a los largos tiempos de exposición empleados. Con $V_{in} = 18$ V, se registra actividad de cavitación durante la segunda sonificación. En este caso, la señal registrada tiene una amplitud significativamente más estable que durante la primera sonificación. El espectro muestra picos a frecuencias múltiplos de $f_0/6$. La aparición de subarmónicos está asociada con la oscilación no lineal de las burbujas [55, 69] y se relaciona con la cavitación estable. En particular, el subarmónico $f_0/2$ se considera una firma acústica de la burbuja [15]. Creemos que la aparición de estos subarmónicos se debe a la oscilación estable de las burbujas, ya que la segunda sonificación se realiza en burbujas previamente formadas.

En la sección que sigue, exploraremos una aplicación de métodos pasivos y activos de detección de cavitación para el estudio de terapias transcraneales. El experimento fue realizado en el laboratorio *Physics for medicine* de París, Francia.

5.3. Aplicación: Métodos de detección para el estudio de cavitación a través del cráneo

La detección de cavitación realizada en esta sección consiste en realizar una imagen ultrasónica de una nube de burbujas generada en un fantoma de agar-agar al disparar una onda ultrasónica de alta intensidad focalizada (HIFU). La onda focalizada se emite desde una sonda esférica. Luego, se realizan un conjunto de imágenes ecográficas realizadas con la misma sonda.

La figura 5.21(a) muestra el diagrama de bloques del sistema. La sonda consta de 512 transductores colocados en una carcasa esférica de radio $R = 169$ mm y un sistema electrónico (TTM) que controla la emisión y recepción de cada transductor. Este se controla desde un computador (PC) mediante un cable de red (NET). Los transductores son elementos planos y circulares

con una frecuencia central $f_0 = 0.9\text{ MHz}$ y un radio $a = 5\text{ mm}$. Junto con este sistema se utiliza un osciloscopio digital (TiePie) y un PCD (detector de cavitación pasivo).

La secuencia de emisión y recepción se programa en la PC. La secuencia se sincroniza mediante una señal de trigger emitida desde el canal generador del osciloscopio. El receptor se conecta a uno de los canales receptores del osciloscopio. Este puede ser un hidrófono o un PCD. El hidrófono se utiliza en los experimentos donde se sensa el campo acústico y el detector de cavitación se utiliza para adquirir una señal y determinar si se produce cavitación analizando el nivel de intensidad en la frecuencia del primer subarmónico $f_0/2$.

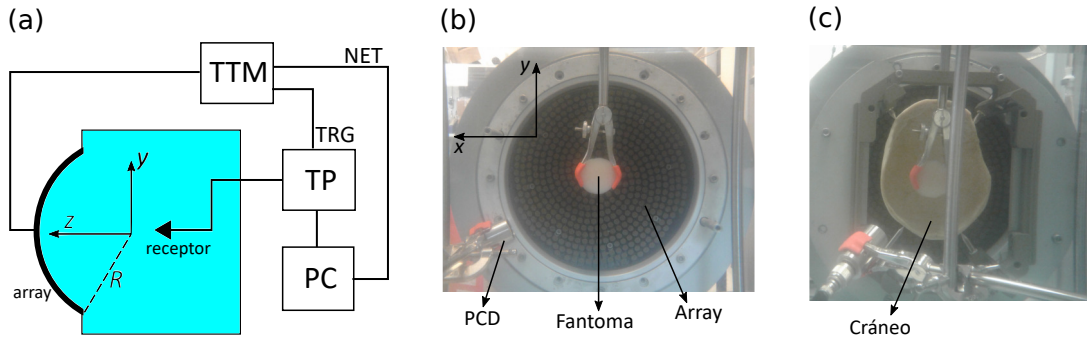


Figura 5.21: (a) Diagrama de bloques del sistema junto con la definición de los ejes y y z . El sistema electrónico (TTM) controla la emisión de la onda en la sonda. La secuencia se programa en la PC y se sincroniza con el osciloscopio (TiePie, TP). Un monoelemento pasivo está conectado a uno de los canales del osciloscopio. (b) Imagen frontal de la sonda, el fantoma y el detector de cavitación, junto con la definición de los ejes x e y . (c) Imagen del sistema donde el cráneo se coloca entre la sonda y el fantoma.

La figura 5.21(b) muestra el fantoma colocado en el foco geométrico de la sonda junto con el PCD. La figura 5.21(c) muestra el mismo sistema donde se coloca un cráneo entre la sonda y el fantoma.

5.3.1. Método

La cavitación se induce emitiendo una onda de 100 ciclos a una frecuencia central f_0 con todos los elementos de la sonda. Las imágenes ultrasónicas se realizan emitiendo un pulso de 5 ciclos con la mitad de los elementos (256 transductores) para evitar inducir nuevos eventos de cavitación. La recepción se realiza con todos los canales de la sonda. Esta secuencia es sincronizada

con la adquisición de una señal en el PCD al mismo tiempo que se realiza la emisión.

Beamforming

El proceso de beamforming se realiza sobre las señales adquiridas con los 256 transductores de la sonda. Con esto se construye una imagen ecográfica en el plano $x - y$ definido en la imagen 5.21(b).

El primer paso consiste en determinar el tiempo de vuelo T_{oF} entre cada punto de coordenadas $\mathbf{r} = (x, y, z)$ donde se realiza la imagen y la posición $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ del i -ésimo transductor. Esto es:

$$T_{oF}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}{c_0}$$

donde c_0 es la velocidad del sonido en agua. El tiempo t_b en que se recibe la onda proveniente del punto $\mathbf{r}$ en el transductor i es

$$t_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = 2T_{oF}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \quad (5.10)$$

Alrededor del tiempo t_b se considera una ventana de $\Delta t_w = 5.6 \mu s$, equivalente a 5 ciclos. Luego se realiza la sumatoria

$$s(\mathbf{r}, t) = \sum_i s_i(t_i)$$

dónde s_i es la señal adquirida en el transductor i y t_i recorre el intervalo $[t_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) - \Delta t_w/2, t_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) + \Delta t_w/2]$. Finalmente, se calcula la transformada de Fourier $\mathcal{F}[s]$. La intensidad I_b de la imagen se compone del cuadrado de la amplitud de $\mathcal{F}(s)$ en la frecuencia central f_0 . Es decir,

$$I_b(\mathbf{r}) = \{\mathcal{F}[s](\mathbf{r}, f_0)\}^2 \quad (5.11)$$

5.3.2. Experimentos

5.3.2.1. Umbral de cavitación

Se estudió en la sección 5.1 la existencia de un umbral de intensidad al que la cavitación ocurre. Esta intensidad se relaciona con el voltaje aplicado en la sonda. Por lo tanto, en este experimento, es suficiente establecer qué

voltaje debe aplicarse en cada transductor de la sonda para generar cavitación en el fantoma. Para esto, estudiamos la onda medida en el PCD a distintos voltajes e identificamos para qué voltaje encontramos evidencia de que ocurre cavitación.

La Figura 5.22(a) muestra la señal adquirida cuando el voltaje en la sonda es $V_{in} = 3.0$ V. Su espectrograma [figura 5.22(b)] muestra una componente continua en la frecuencia central en el momento en que llega la onda. Con un voltaje $V_{in} = 5.0$ V, el nivel de amplitud de la señal aumenta [figura 5.22(c)] y el espectrograma muestra una componente en la frecuencia $f_0/2$ (0.45 MHz) [5.22(d)]. Además, puede notarse un armónico en $2f_0$ (1.8 MHz) y un ultrarmónico en $3f_0/2$ (1.35 MHz).

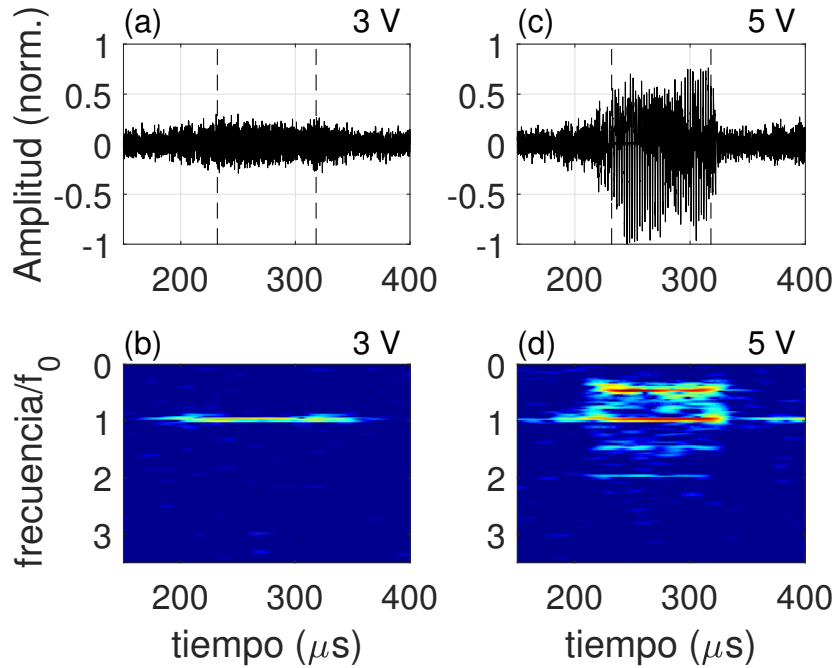


Figura 5.22: (a) Señal adquirida a 3.0 V y (b) su espectrograma. (c) Señal adquirida a 5.0 V y (d) su espectrograma. A 5.0 V, el espectro muestra componentes de intensidad en la frecuencia subarmónica.

En la figura 5.23 se muestran superpuestos los espectros de ambas señales, con el fin de comparar el nivel de los armónicos y subarmónicos. Este espectro se realiza en una ventana de $250 \mu s$. Esta se muestra limitada con líneas punteadas en las figuras 5.22(a) y 5.22(c). Con 5.0 V la intensidad del subarmónico alcanza un nivel igual al de la componente fundamental. Esto muestra que el fenómeno de cavitación es muy fuerte con este voltaje aplicado. Además, siem-

pre es posible detectar cavitación a este nivel: es decir que la probabilidad de ocurrencia es del 100 %.

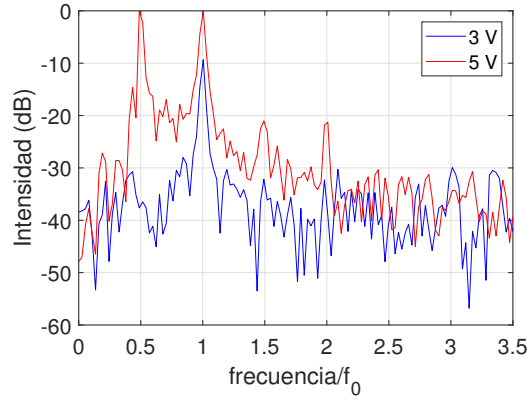


Figura 5.23: Espectros de las señales adquiridas en el PCD. Con $V_{in} = 5.0$ V (rojo), el espectro muestra componentes en la frecuencia subarmónica $f/f_0 = 0.5$. Con $V_{in} = 3.0$ V (azul), no hay evidencia de cavitación. Solamente se detecta la frecuencia central $f/f_0 = 1$.

5.3.2.2. Imágenes ultrasónicas en la región focal

De acuerdo a lo mostrado en la sección 5.3.2.1, realizando la sonificación con HIFU con $V_{in} = 5.0$ V, aseguramos la ocurrencia de cavitación. La secuencia comienza con una adquisición para obtener una imagen de fondo. Luego se realiza la sonificación HIFU para generar cavitación. La adquisición se repite para observar la evolución de la respuesta del fantoma en el tiempo. Para este experimento, la pausa luego de la aplicación de HIFU es de $1000 \mu s$ y el tiempo entre imágenes es de $500 \mu s$.

Algunas adquisiciones se muestran en la figura 5.24. Las figuras muestran en colores la amplitud de la señal adquirida en cada canal, en función del tiempo. El rango de tiempo mostrado en cada imagen corresponde al rango en que se espera medir una onda proveniente desde el punto focal. Las señales adquiridas en tiempo $T = 0$ [figura 5.24(a)] son las primeras luego de aplicar HIFU. Cualitativamente, no se observa evidencia de cavitación en ninguna de las imágenes.

Para lograr observar evidencia de cavitación, restamos las señales obtenidas antes de aplicar HIFU. Esto se muestra en la figura 5.25. Una señal de 5 ciclos puede observarse entre $230 \mu s$ y $235 \mu s$. Esta señal es más intensa en $T = 0$ y desaparece en $T = 3.5$ ms.

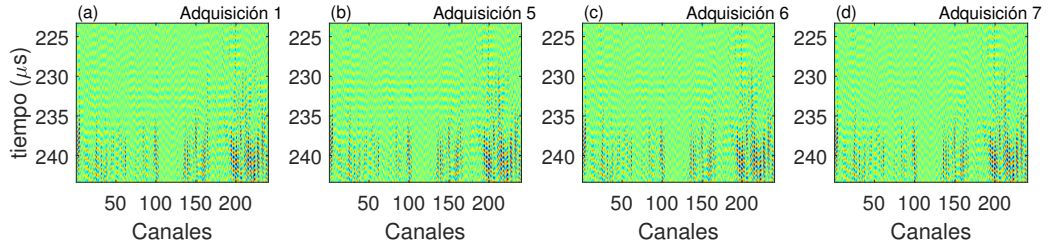


Figura 5.24: Señales adquiridas en cada canal de la sonda. (a) $T = 0$ ms; (b) $T = 2.5$ ms; (c) $T = 3.0$ ms; (d) $T = 3.5$ ms. La sonificación HIFU se realiza antes de la adquisición 1. El tiempo entre cada adquisición es de $500 \mu\text{s}$. En estas imágenes no se aprecia evidencia de cavitación.

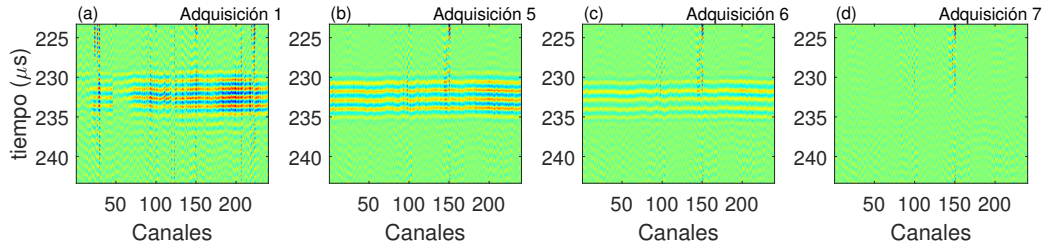


Figura 5.25: Señales adquiridas en cada canal de la sonda con substracción de las señales de fondo. (a) $T = 0$ ms; (b) $T = 2.5$ ms; (c) $T = 3.0$ ms; (d) $T = 3.5$ ms. Las señales de fondo se adquieren antes de la sonificación HIFU. En estas imágenes se observa una señal de 5 ciclos como evidencia de cavitación.

Con esta información, se puede realizar la substracción del conjunto de señales correspondiente a un tiempo T donde sabemos que no se registra presencia de cavitación. Por ejemplo, $T = 4.0$ ms. El resultado se muestra en la figura 5.26. Con este procedimiento, el nivel de ruido disminuye. Esto puede observarse, por ejemplo, comparando la señal del canal 150 en $T = 2.5$ ms. En la figura 5.25(b) puede observarse una señal con una amplitud más elevada que en la mayoría de los canales. Esto no se observa en la figura 5.26(b).

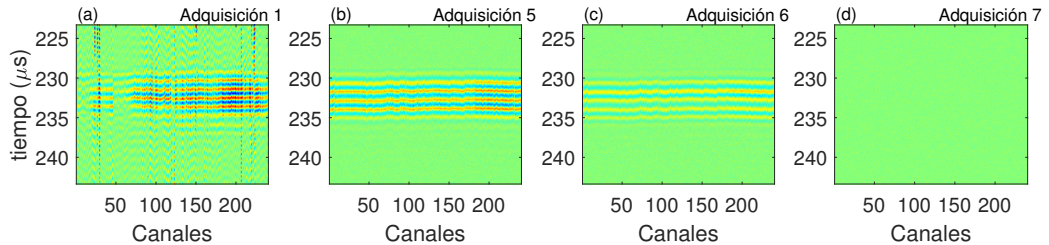


Figura 5.26: Señales adquiridas en cada canal de la sonda con substracción de la adquisición 8. (a) $T = 0$ ms; (b) $T = 2.5$ ms; (c) $T = 3.0$ ms; (d) $T = 3.5$ ms. En estas imágenes se observa una señal de 5 ciclos como evidencia de cavitación.

Finalmente, el beamforming se realiza aplicando la ecuación 5.11. El resultado se muestra en las figura 5.27. Las imágenes 5.27(a), 5.27(b) y 5.27(c) muestran la presencia de una burbuja (o burbujas) en el punto focal. Consistentemente con lo observado en las señales de la figura 5.26, las burbujas desaparecen en $T = 3.5$ ms.

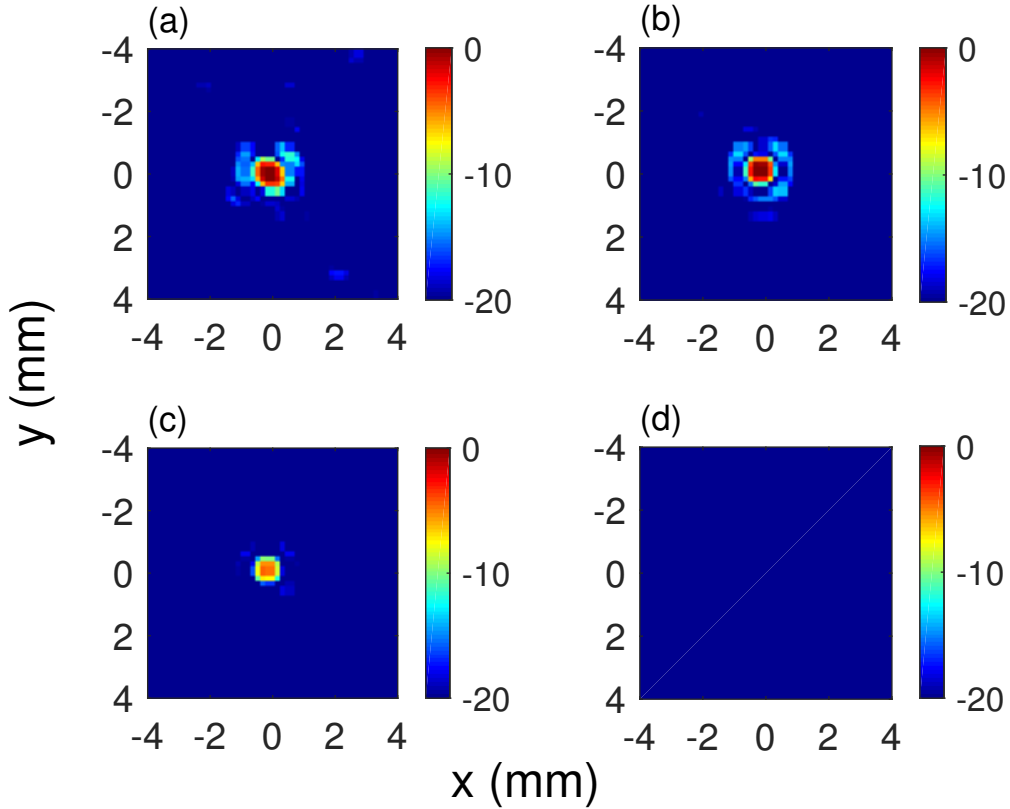


Figura 5.27: Imágenes ultrasónicas de la región focal luego de aplicar HIFU. (a) $T = 0$ ms (adquisición 1); (b) $T = 2.5$ ms (adquisición 5); (c) $T = 3.0$ ms (adquisición 6); (d) $T = 3.5$ ms (adquisición 7). En la última imagen no se registra cavitación.

5.3.2.3. Imágenes ultrasónicas a través del cráneo

Si el cráneo se coloca entre la sonda y el punto focal, como se muestra en la figura 5.21(c), tres puntos deben considerarse:

1. El tiempo de vuelo que tarda la onda emitida desde cada transductor en alcanzar el punto focal depende de la posición del transductor. Esto es debido a que el cráneo introduce cambios no uniformes en la velocidad de propagación de la onda. Por lo tanto, se produce una degradación en la focalización.

2. Por la misma razón explicada en el punto 1, el tiempo t_b definido en la ecuación 5.10 cambia dependiendo de los cambios en la velocidad de propagación del sonido introducidos por el cráneo. Por lo tanto, el beam-forming debe modificarse.
3. La mayor parte de la energía de la onda se refleja en la superficie del cráneo. Otra parte se pierde por absorción. Entonces, para generar cavitación a través del cráneo, el voltaje aplicado en la sonda debe aumentarse a un valor superior a 5.0 V.

El efecto descrito en el punto 1 puede observarse midiendo el campo acústico alrededor de la posición focal. Este se mide con el hidrófono sobre el plano $z = 0$. El barrido se realiza barriendo en las direcciones de x e y entre -2 mm y 2 mm con un paso de 0.4 mm. La figura 5.28(a) muestra la amplitud del campo acústico medido en agua. Este está focalizado en $(x, y) = (0, 0)$. La figura 5.28(b) muestra el campo acústico medido al introducir el cráneo entre la sonda y el punto focal. En este caso, el foco está desplazado y aparecen lóbulos de amplitud considerable. Este efecto puede ser corregido midiendo el tiempo de vuelo experimentalmente. Para esto, se realiza la emisión de una onda desde cada uno de los transductores y se reciben en el punto focal. Con esto es posible determinar para cada transductor el conjunto de tiempos D_i , definido como

$$D_i = t_i - \text{mín}(t_i) \quad (5.12)$$

donde t_i es el tiempo de vuelo a través del cráneo entre el transductor i y el punto focal. Con estos tiempos medidos la corrección se realiza agregando un delay de $-D_i$ en la emisión de cada transductor. El resultado se muestra en la figura 5.28(c). Con esta compensación el campo acústico focalizado recupera la calidad focal.

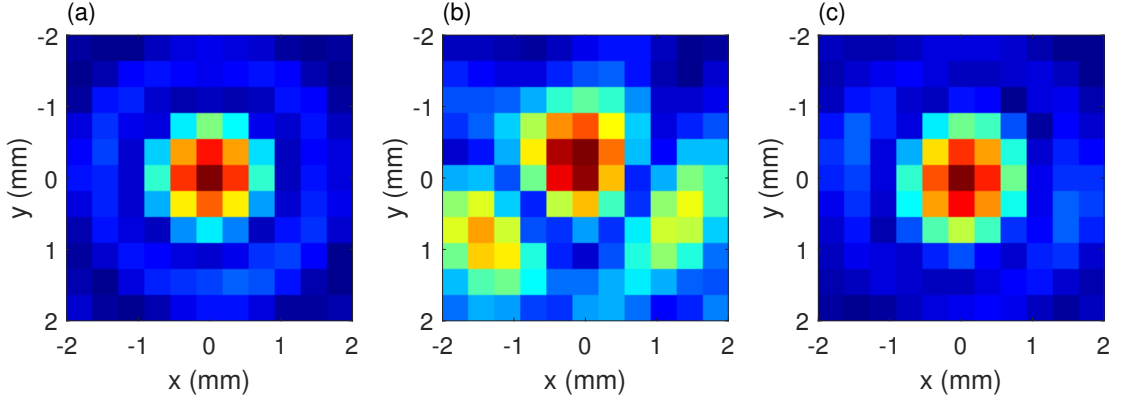


Figura 5.28: (a) Amplitud del campo acústico medido agua. Este está focalizado en $(x, y) = (0, 0)$. (b) Campo acústico medido al introducir el cráneo entre la sonda y el punto focal. Este no se muestra con una buena calidad focal. (c) Campo acústico medido a través del cráneo con el tiempo de vuelo compensado. Esta técnica permite recuperar la calidad focal.

La corrección en el proceso de beamforming mencionada en el punto 2, puede realizarse modificando la ecuación 5.10. Con el cráneo entre la sonda y el punto focal, debe restarse un delay al tiempo de vuelo. Este delay puede aproximarse para todos los puntos donde se realiza la imagen como D_i . Por otro lado, la onda tarda aproximadamente el mismo tiempo D_i que la onda tarda en regresar a la sonda. Por lo tanto, la corrección que debe realizarse es

$$t_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = 2T_{oF}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) - D_i \quad (5.13)$$

Considerando la observación del punto 3, el voltaje debe aumentarse a un valor superior a 5.0 V para generar cavitación a través del cráneo. Una estimación de este valor se realizó midiendo la amplitud con el hidrófono en el punto focal. La medida se hizo para diferentes voltajes. El resultado se muestra en la figura 5.29. La amplitud medida en el punto focal a través del agua se muestra en azul. Los datos experimentales (círculos) se ajustan linealmente para extrapolar la amplitud de la onda a 5.0 V. A esta amplitud, ocurre la cavitación. Lo mismo se realiza a través del cráneo. Los datos experimentales se muestran en círculos rojos y el ajuste lineal en una línea roja discontinua. La extrapolación muestra que la amplitud a través del cráneo alcanza el nivel de cavitación a 23.5 V. Con esto en mente, se utiliza un voltaje de 25.0 V para generar cavitación a través del cráneo.

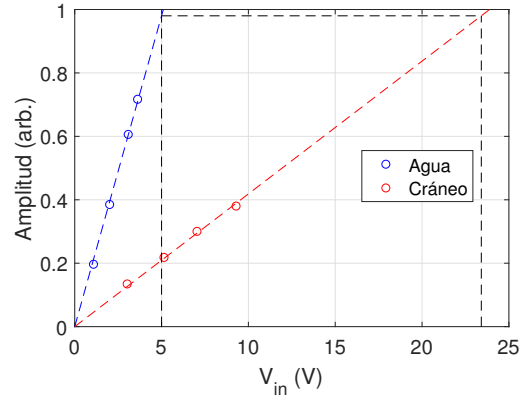


Figura 5.29: Amplitud de la onda en el punto focal en función del voltaje aplicado en la sonda. Los círculos son datos experimentales medidos en agua (azul) y medidos a través del cráneo (rojo). La línea discontinua es un ajuste lineal de los datos experimentales. A 23.5 V, la amplitud de la onda a través del cráneo alcanza el nivel de la amplitud de la onda a través del agua a 5.0 V.

Con todo esto en cuenta, realizamos la adquisición de las señales a través del cráneo para generar las imágenes ultrasónicas para detección de cavitación. El resultado se muestra en la figura 5.30. Las imágenes muestran una burbuja en el punto focal que permanece hasta $T = 3.5$ ms. Luego, desaparece.

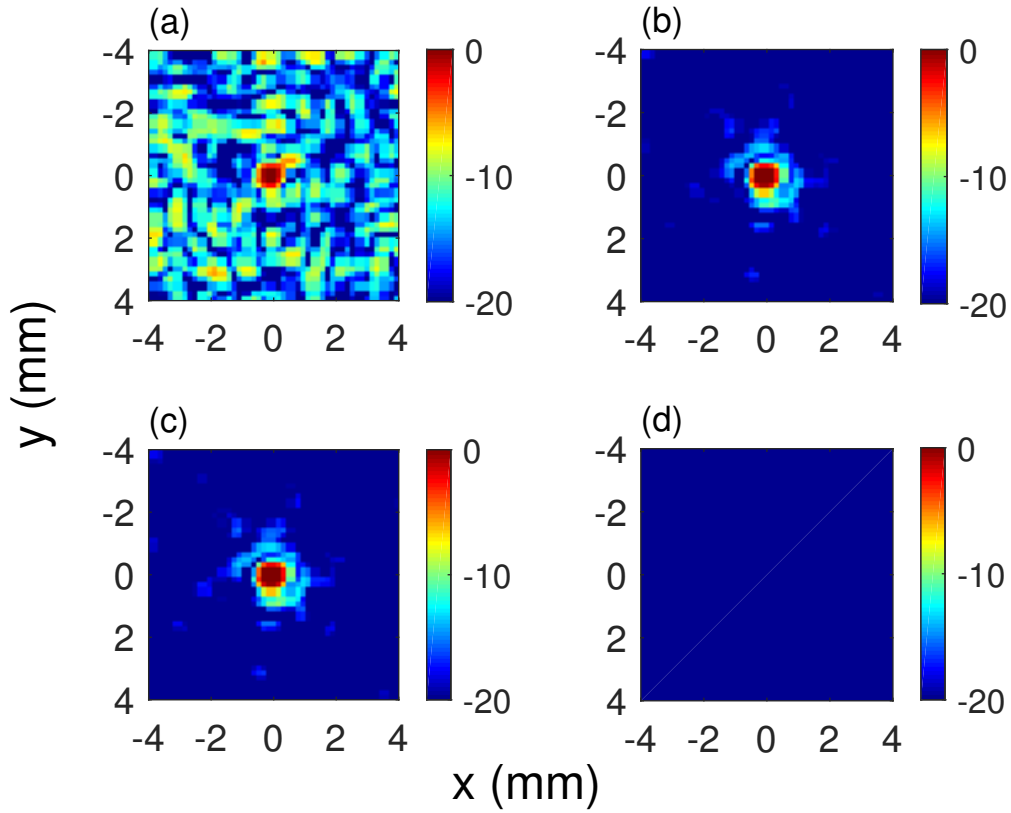


Figura 5.30: Imágenes ultrasónicas de la región focal luego de aplicar HIFU a través del cráneo. (a) $T = 0$ ms (adquisición 1); (b) $T = 3.0$ ms (adquisición 6); (c) $T = 3.5$ ms (adquisición 7); (d) $T = 4.0$ ms (adquisición 8). En la última imagen no se registra cavitación.

El sistema y el método presentados aquí funcionan muy bien para la detección de cavitación. Esta afirmación se basa en dos observaciones. En primer lugar, el detector de cavitación es capaz de medir una onda que contiene un componente espectral en la frecuencia subarmónica, característica de la cavitación. En segundo lugar, las imágenes ultrasónicas muestran la «burbuja» en la posición focal. Esta burbuja desaparece en algún momento luego de aplicar HIFU, lo que indica que no es un artefacto ni una impureza del fantoma.

5.4. Conclusión

Los métodos de detección de cavitación activa y pasiva operan de manera independiente para observar la actividad de las burbujas. Sin embargo, estos métodos se complementan. El método pasivo permite examinar las características de la señal que proviene de la burbuja de cavitación durante la aplicación

del ultrasonido. Esto proporciona información sobre las componentes espectrales. Por otro lado, el método activo facilita la localización de la región donde se forma la nube de burbujas y proporciona, al menos, información cualitativa sobre su tamaño.

Las observaciones realizadas sobre el tamaño y la persistencia de la nube de burbujas nos permiten recopilar información sobre los efectos térmicos alrededor de la zona focal. Esto implica que, para exposiciones prolongadas de HIFU, los efectos de cavitación y calentamiento deben estudiarse juntos. Por lo tanto, tenemos la intención de utilizar la configuración experimental presentada en la sección [5.2](#) para recopilar información sobre el comportamiento térmico de diferentes fantomas basados en la actividad de la cavitación.

Conclusión

En este trabajo, nos propusimos estudiar ondas acústicas y su interacción con distintos tipos de medios. Por ser estas ondas de alta potencia, fenómenos no lineales pudieron registrarse en los experimentos.

En el capítulo 2, estudiamos ondas no lineales que se propagan en un medio de múltiple scattering. De este estudio surgieron tres resultados destacables: 1) los armónicos se propagan como si se tratara de un régimen lineal; 2) se determinaron parámetros que permiten estimar órdenes de magnitud que cuantifican el alcance del resultado; 3) la técnica de inversión temporal virtual, en régimen no lineal sirve como test para verificar en qué condiciones los armónicos se propagan de forma independiente unos de otros. El estudio nos permite pensar en aplicaciones para la caracterización de otros tipos de medios como fantasmas no homogéneos o tejidos biológicos y, concretamente, usar el amplio espectro que se genera por la aparición de armónicos para estudiar la respuesta en un amplio rango de frecuencias. Estos resultados han sido publicados en la revista *JASA (Journal of the American Society of Acoustics)* con el título *Nonlinear wave propagation through multiple scattering media and virtual time reversal focusing* [70].

En el capítulo 3 se realizó una caracterización experimental original de la cavidad reverberante en régimen no lineal. Esta consistió en la medida del tiempo de reverberación en las frecuencias generadas por efectos no lineales.

Algunas de las preguntas que nos planteamos luego de concluido los estudios del capítulo 2 se respondieron en el capítulo 4. En este se comparó experimentalmente la inversión temporal virtual y real en dos tipos de medios. Un medio de múltiple scattering y una cavidad reverberante. Podemos destacar 2 resultados: 1) la inversión temporal real y virtual muestran propiedades focales equivalentes. Esto confirma lo inferido en el estudio del capítulo 2. 2) El análisis teórico realizado, permite establecer el límite de validez de los resultados. Este trabajo también ha sido publicado en la revista *JASA* con el

título *Time reversal of long coda waves: Experiments in the nonlinear regime* [71].

La generación de armónicos estudiada en los capítulos 2, 3 y 4 se debe a la propagación de ondas en agua. Un paso más dimos en el estudio de cavitación en un sólido blando. El capítulo 5 fue desarrollado en tres partes. En la primera, nos concentramos principalmente en la generación de subarmónicos y su estudio desde un punto de vista físico. Esto permitió comprender características probabilísticas del fenómeno que no se explican en la literatura. El principal resultado fue medir y modelar de forma original una curva para establecer con que probabilidad se detecta el fenómeno en una realización del experimento. Además, el estudio nos permitió desarrollar la técnica y los criterios para la detección pasiva de cavitación. En la segunda parte, complementamos el método de detección pasiva con un método activo que consiste en hacer imágenes ecográficas en la región donde la cavitación se produce. Este método permite obtener imágenes de las burbujas luego que finaliza la emisión de la onda que produce la cavitación. La metodología fue desarrollado en el *Laboratorio de Acústica Ultrasonora* (LAU) de la Facultad de Ciencias. Finalmente, se mostraron los resultados de una posible aplicación en terapia transcraneal para la detección de cavitación. Esta fue realizada en el laboratorio *Physics for Medicine* de París y consistió en inducir cavitación a través de un cráneo y detectarla con la misma sonda que la genera. Los resultados mostraron que es posible hacer una imagen en estas condiciones. El método combinado de detección pasiva y activa desarrollado en el LAU, fue presentado en el *International Ultrasonics Symposium* en 2023 y el trabajo fue publicado en las memorias del congreso bajo el título *Passive and active cavitation detection methods: inception and persistence during HIFU sonication* [72].

Estos resultados muestran que hemos logrado desarrollar buenas técnicas para estudiar ondas no lineales, tanto en medios homogéneos como medios complejos. Los estudios que se desarrollarán luego de la conclusión de esta tesis consiste en tres puntos. El primero consiste en estudiar el límite de «robustez» de la técnica de inversión temporal en régimen no lineal. Es decir, ¿qué tan «no lineal» debe ser una onda para romper la invariancia a una inversión de tiempo? El segundo, involucra el estudio de cavitación. En esta tesis se estudiaron principalmente los subarmónicos generado por dicho fenómeno. Particularmente, se estudió su amplitud. En el futuro estudiaremos su fase. Esta puede dar información sobre la interacción de distintas burbujas generadas en el mismo

evento de cavitación. Finalmente, un tercer punto a ser estudiado se desprende de todo el trabajo de la tesis. Este consiste en emplear las propiedades de una cavidad reverberante que, como se ha mostrado, permite conocer información espacial de armónicos generados por efectos no lineales. Creemos que esto también es realizable con los subarmónicos generados por cavitación. Luego, proponemos crear una cavidad reverberante que permita de forma pasiva detectar y localizar espacialmente la ocurrencia de cavitación.

Publicaciones

Artículos en revistas científicas

Gonzalo Garay, Nicolás Benech, Yamil Abraham, and Carlos Negreira. *Nonlinear wave propagation through multiple scattering media and virtual time reversal focusing*. The Journal of the Acoustical Society of America, 148(3):1315–1324, 2020.

Gonzalo Garay, Yamil Abraham, Nicolás Benech, and Carlos Negreira. *Time reversal of long coda waves: Experiments in the nonlinear regime*. The Journal of the Acoustical Society of America, 153(2):1004–1014, 2023.

Artículo presentado en evento

Gonzalo Garay, Yamil Abraham, Guillermo Cortela, Nicolás Benech, and Carlos Negreira. *Passive and active cavitation detection methods: inception and persistence during hifu sonication*. In 2023 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS), pages 1–4, 2023.

Presentaciones en congresos

Time Reversal Focusing of an Ultrasonic Nonlinear Wave (2021) G. Garay, Y. Abraham, N. Benech, C. Negreira 2021 UFFC Latin America Ultrasonics Symposium

Focalización virtual de ondas no lineales para el estudio de propiedades acústicas en un amplio rango de frecuencias (2022) G. Garay, Y. Abraham, N. Benech, C. Negreira IX Congreso Internacional de Investigación en Rehabilitación

Passive and Active Cavitation Detection methods: Inception and Persistence During HIFU Sonication (2023) G. Garay, Y. Abraham, G. Cortela, N. Benech, C. Negreira IEEE International Ultrasonics Symposium 2023

Bibliografía

- [1] Sigurd Ivar Aanonsen, Tor Barkve, Jacqueline Naze Tjo/tta, and Sigve Tjo/tta. Distortion and harmonic generation in the nearfield of a finite amplitude sound beam. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 75(3):749–768, 1984.
- [2] Mark F Hamilton, David T Blackstock, et al. *Nonlinear acoustics*, volume 237. Academic press San Diego, 1998.
- [3] David T Blackstock. Connection between the fay and fubini solutions for plane sound waves of finite amplitude. *The journal of the Acoustical Society of America*, 39(6):1019–1026, 1966.
- [4] Andrew C Baker, Kosmas Anastasiadis, and Victor F Humphrey. The non-linear pressure field of a plane circular piston: Theory and experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(4):1483–1487, 1988.
- [5] Arnaud Derode, Victor Mamou, and Arnaud Tourin. Influence of correlations between scatterers on the attenuation of the coherent wave in a random medium. *Physical Review E*, 74(3):036606, 2006.
- [6] Arnaud Tourin, Arnaud Derode, Aymeric Peyre, and Mathias Fink. Transport parameters for an ultrasonic pulsed wave propagating in a multiple scattering medium. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(2):503–512, 2000.
- [7] Guillermo Cortela Tiboni. Estudio experimental de parámetros de scattering y transporte en la propagación de un pulso acústico. Tesis de maestría, Universidad de la República (Uruguay), Facultad de Ciencias - PEDECIBA, 2002.

- [8] Yamil Abraham. Estudio y caracterización de inversión temporal acústica a través de medios de scattering múltiple. Tesis de maestría, Universidad de la República (Uruguay), Facultad de Ciencias - PEDECIBA, 2017.
- [9] Nicolas Viard, Bruno Giammarinaro, Arnaud Derode, and Christophe Barriere. Coherent transmission of an ultrasonic shock wave through a multiple scattering medium. *Physical Review E*, 88(2):023201, 2013.
- [10] Franck Dagrau, Mathieu Rénier, Régis Marchiano, and François Coulouvrat. Acoustic shock wave propagation in a heterogeneous medium: A numerical simulation beyond the parabolic approximation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(1):20–32, 2011.
- [11] Carsten Draeger, Jean-Christian Aime, and Mathias Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities: Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(2):618–625, 1999.
- [12] G Montaldo, N Perez, C Negreira, and M Fink. The spatial focusing of a leaky time reversal chaotic cavity. *Waves in Random and Complex Media*, 17(1):67–83, 2007.
- [13] Gabriel Montaldo, Phillippe Roux, Arnaud Derode, Carlos Negreira, and Mathias Fink. Generation of very high pressure pulses with 1-bit time reversal in a solid waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6):2849–2857, 2001.
- [14] S Daniels, D Blondel, LA Crum, GR Ter Haar, and M Dyson. Ultrasonically induced gas bubble production in agar based gels: Part i, experimental investigation. *Ultrasound in medicine & biology*, 13(9):527–539, 1987.
- [15] Guillaume Maimbourg, Alexandre Houdouin, Mathieu Santin, Stéphane Lehericy, Mickael Tanter, and Jean-François Aubry. Inside/outside the brain binary cavitation localization based on the lowpass filter effect of the skull on the harmonic content: a proof of concept study. *Physics in Medicine & Biology*, 63(13):135012, 2018.
- [16] Zahra Izadifar, Paul Babyn, and Dean Chapman. Ultrasound cavitation/microbubble detection and medical applications. *Journal of Medical and Biological Engineering*, 39:259–276, 2019.

- [17] Werner Lauterborn. Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59(2):283–293, 1976.
- [18] Arnulf Oppelt. *Imaging systems for medical diagnostics: fundamentals, technical solutions and applications for systems applying ionizing radiation, nuclear magnetic resonance and ultrasound*. John Wiley & Sons, 2006.
- [19] Nicolás Benech, Gustavo Grinspan, Sofía Aguiar, and Carlos Negreira. Surface wave elastography: device and method. *Measurement Science and Technology*, 30(3):035701, 2019.
- [20] TA Whittingham. Tissue harmonic imaging. *European radiology*, 9:S323–S326, 1999.
- [21] Javier Brum, Nicolás Benech, Thomas Gallot, and Carlos Negreira. Shear wave elastography based on noise correlation and time reversal. *Frontiers in Physics*, 9:617445, 2021.
- [22] Vladimir Aleksandrovich Shutilov and Michael E Alferieff. *Fundamental physics of ultrasound*. CRC Press, 2020.
- [23] Robert Thomas Beyer. *Nonlinear acoustics*. US Department of Defense, Department of the Navy, Naval Sea Systems Command, 1974.
- [24] Mickaël Tanter, Jean-Louis Thomas, François Coulouvrat, and Mathias Fink. Breaking of time reversal invariance in nonlinear acoustics. *Physical review E*, 64(1):016602, 2001.
- [25] Robin O Cleveland, Mark F Hamilton, and David T Blackstock. Time-domain modeling of finite-amplitude sound in relaxing fluids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6):3312–3318, 1996.
- [26] Xiu-fen Gong, Zhe-ming Zhu, Tao Shi, and Jian-hong Huang. Determination of the acoustic nonlinearity parameter in biological media using fais and itd methods. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(1):1–5, 1989.
- [27] Fang Dong, Ernest L Madsen, Michael C MacDonald, and James A Zagzebski. Nonlinearity parameter for tissue-mimicking materials. *Ultrasound in medicine & biology*, 25(5):831–838, 1999.

- [28] Christopher Earls Brennen. Cavitation in medicine. *Interface focus*, 5(5):20150022, 2015.
- [29] Robert E Apfel. The role of impurities in cavitation-threshold determination. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 48(5B):1179–1186, 1970.
- [30] RE Apfel. Acoustic cavitation prediction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(6):1624–1633, 1981.
- [31] MG Silk and BH Lidington. The potential of scattered or diffracted ultrasound in the determination of crack depth. *Non-Destructive Testing*, 8(3):146–151, 1975.
- [32] Arnaud Derode, Arnaud Tourin, and Mathias Fink. Random multiple scattering of ultrasound. ii. is time reversal a self-averaging process? *Physical Review E*, 64(3):036606, 2001.
- [33] Sylvain Yon, Mickael Tanter, and Mathias Fink. Sound focusing in rooms: The time-reversal approach. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(3):1533–1543, 2003.
- [34] Mathias Fink. Time reversal of ultrasonic fields. i. basic principles. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 39(5):555–566, 1992.
- [35] Sarah M Young, Brian E Anderson, Matthew L Willardson, Paige E Simpson, and Pierre-Yves Le Bas. A comparison of impulse response modification techniques for time reversal with application to crack detection. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 145(5):3195–3207, 2019.
- [36] Geoffroy Lerosey, J De Rosny, A Tourin, A Derode, G Montaldo, and M Fink. Time reversal of electromagnetic waves. *Physical review letters*, 92(19):193904, 2004.
- [37] Vincent Bacot, Matthieu Labousse, Antonin Eddi, Mathias Fink, and Emmanuel Fort. Time reversal and holography with spacetime transformations. *Nature Physics*, 12(10):972–977, 2016.
- [38] Arnaud Derode, Philippe Roux, and Mathias Fink. Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering. *Physical review letters*, 75(23):4206, 1995.

- [39] Carsten Draeger and Mathias Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities: Theoretical limits. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(2):611–617, 1999.
- [40] Guillaume Ducrozet, Mathias Fink, and Amin Chabchoub. Time-reversal of nonlinear waves: Applicability and limitations. *Physical Review Fluids*, 1(5):054302, 2016.
- [41] Gabriel Montaldo, Philippe Roux, Arnaud Derode, Carlos Negreira, and Mathias Fink. Ultrasound shock wave generator with one-bit time reversal in a dispersive medium, application to lithotripsy. *Applied physics letters*, 80(5):897–899, 2002.
- [42] J Robin, B Arnal, M Tanter, and M Pernot. A 3d time reversal cavity for the focusing of high-intensity ultrasound pulses over a large volume. *Physics in Medicine & Biology*, 62(3):810, 2017.
- [43] Matthew L Willardson, Brian E Anderson, Sarah M Young, Michael H Denison, and Brian D Patchett. Time reversal focusing of high amplitude sound in a reverberation chamber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 143(2):696–705, 2018.
- [44] Nicolas Benech, Stefan Catheline, Javier Brum, Thomas Gallot, and Carlos A Negreira. 1-d elasticity assessment in soft solids from shear wave correlation: The time-reversal approach. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 56(11):2400–2410, 2009.
- [45] Gonzalo Garay. Propagación acústica no lineal en un medio de múltiple scattering. 2018.
- [46] Thomas L Szabo. *Diagnostic ultrasound imaging: inside out*. Academic Press, 2004.
- [47] Javier Brum, Stefan Catheline, Nicolas Benech, and Carlos Negreira. Quantitative shear elasticity imaging from a complex elastic wavefield in soft solids with application to passive elastography. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 62(4):673–685, 2015.
- [48] Arnaud Derode, Arnaud Tourin, and Mathias Fink. Random multiple scattering of ultrasound. i. coherent and ballistic waves. *Physical Review E*, 64(3):036605, 2001.

- [49] Carl F Eyring. Reverberation time in “dead” rooms. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1(2A):217–241, 1930.
- [50] Lawrence E Kinsler, Austin R Frey, Alan B Coppens, and James V Sanders. *Fundamentals of acoustics*. John wiley & sons, 2000.
- [51] JMM Pinkerton. A pulse method for the measurement of ultrasonic absorption in liquids: results for water. *Nature*, 160(4056):128–129, 1947.
- [52] Philip McCord Morse and K Uno Ingard. *Theoretical acoustics*. Princeton university press, 1986.
- [53] Yufeng Zhou. *Principles and applications of therapeutic ultrasound in health-care*. CRC press, 2015.
- [54] J Gateau, JF Aubry, D Chauvet, AL Boch, M Fink, and M Tanter. In vivo bubble nucleation probability in sheep brain tissue. *Physics in Medicine & Biology*, 56(22):7001, 2011.
- [55] VI Ilyichev, VL Koretz, and NP Melnikov. Spectral characteristics of acoustic cavitation. *Ultrasonics*, 27(6):357–361, 1989.
- [56] Yufeng Zhou and Xiaobin Wilson Gao. Variations of bubble cavitation and temperature elevation during lesion formation by high-intensity focused ultrasound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(2):1683–1694, 2013.
- [57] Yao-Sheng Tung, Fotios Vlachos, James J Choi, Thomas Deffieux, Kirsten Selert, and Elisa E Konofagou. In vivo transcranial cavitation threshold detection during ultrasound-induced blood–brain barrier opening in mice. *Physics in Medicine & Biology*, 55(20):6141, 2010.
- [58] AJ Coleman, T Kodama, MJ Choi, T Adams, and JE Saunders. The cavitation threshold of human tissue exposed to 0.2-mhz pulsed ultrasound: Preliminary measurements based on a study of clinical lithotripsy. *Ultrasound in medicine & biology*, 21(3):405–417, 1995.
- [59] Julian Haller, Volker Wilkens, and Adam Shaw. Determination of acoustic cavitation probabilities and thresholds using a single focusing transducer to induce and detect acoustic cavitation events: I. method and terminology. *Ultrasound in medicine & biology*, 44(2):377–396, 2018.

- [60] PH Bigg. Density of water in si units over the range 0-40 c. *British Journal of Applied Physics*, 18(4):521, 1967.
- [61] VA Del Grosso and CW Mader. Speed of sound in pure water. *the Journal of the Acoustical Society of America*, 52(5B):1442–1446, 1972.
- [62] Guillermo A Cortela, Carlos A Negreira, and Wagner CA Pereira. Durability study of a gellan gum-based tissue-mimicking phantom for ultrasonic thermal therapy. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 147(3):1531–1545, 2020.
- [63] Peter R Stepanishen. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 49(5B):1629–1638, 1971.
- [64] Yu-Feng Zhou. High intensity focused ultrasound in clinical tumor ablation. *World journal of clinical oncology*, 2(1):8, 2011.
- [65] Matheus Oliveira de Andrade, Seyyed Reza Haqshenas, Ki Joo Pahk, and Nader Saffari. The effects of ultrasound pressure and temperature fields in millisecond bubble nucleation. *Ultrasonics Sonochemistry*, 55:262–272, 2019.
- [66] Jérôme Gâteau, Laurent Marsac, Mathieu Pernot, Jean-Francois Aubry, Mickaël Tanter, and Mathias Fink. Transcranial ultrasonic therapy based on time reversal of acoustically induced cavitation bubble signature. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 57(1):134–144, 2009.
- [67] Gabriel Montaldo, Mickaël Tanter, Jérémy Bercoff, Nicolas Benech, and Mathias Fink. Coherent plane-wave compounding for very high frame rate ultrasonography and transient elastography. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 56(3):489–506, 2009.
- [68] Matheus O de Andrade, Reza Haqshenas, Ki Joo Pahk, and Nader Saffari. Mechanisms of nuclei growth in ultrasound bubble nucleation. *Ultrasonics sonochemistry*, 88:106091, 2022.
- [69] Kristoffer Johansen, Jae Hee Song, and Paul Prentice. Performance characterisation of a passive cavitation detector optimised for subharmonic periodic shock waves from acoustic cavitation in mhz and sub-mhz ultrasound. *Ultrasonics sonochemistry*, 43:146–155, 2018.

- [70] Gonzalo Garay, Nicolás Benech, Yamil Abraham, and Carlos Negreira. Non-linear wave propagation through multiple scattering media and virtual time reversal focusing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 148(3):1315–1324, 2020.
- [71] Gonzalo Garay, Yamil Abraham, Nicolás Benech, and Carlos Negreira. Time reversal of long coda waves: Experiments in the nonlinear regime. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 153(2):1004–1014, 2023.
- [72] Gonzalo Garay, Yamil Abraham, Guillermo Cortela, Nicolás Benech, and Carlos Negreira. Passive and active cavitation detection methods: inception and persistence during hifu sonication. In *2023 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pages 1–4, 2023.