



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República



IDENTIFICACIÓN Y ESTUDIO DE FALLAS EN RODAMIENTOS DE BOLAS: ANÁLISIS VIBRACIONAL POR METODOLOGÍA EXPERIMENTAL Y COMPUTACIONAL

Mariano Abramo Gaione
Nicolás Alberti Arriaga
Nicolás Mauriños Arrúa

Montevideo, Uruguay
Noviembre 2025



Este trabajo está bajo una Licencia Creative Commons CC BY-NC-ND 4.0

Proyecto Final de Grado de la carrera Ingeniería Industrial Mecánica, presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República en cumplimiento parcial de los requerimientos para la obtención del título.

Título:

*Identificación y Estudio de Fallas en Rodamientos de Bolas:
análisis vibracional por metodología experimental y computacional.*

Autores:

Mariano Abramo Gaione
Nicolás Alberti Arriaga
Nicolás Mauriños Arrúa

Tutores:

Dr. Ing. Henry Figueredo Losada
MSc. Ing. Frank Méndez Montero

Agradecimientos

Agradecemos a nuestros tutores, Henry Figueredo y Frank Méndez, por presentarnos la propuesta del proyecto y acompañarnos durante su desarrollo, demostrando una permanente disposición para evacuar dudas y orientándonos con su experiencia y conocimiento.

Agradecemos a Dacio Zerpa por su aporte fundamental en las tareas de balanceo y alineación del rotor, así como por compartir valiosa documentación que favoreció una mejor comprensión del análisis por envolvente, y a Andrés Echarri, por su colaboración en la recolección de datos durante el ensayo para la determinación del módulo de Young del eje.

Extendemos el agradecimiento a la Facultad de Ingeniería, por permitir el uso del laboratorio, los instrumentos y herramientas necesarias para la realización de las actividades experimentales.

Finalmente, un especial agradecimiento a nuestras familias y amigos, por su respaldo incondicional a lo largo de la carrera.

Resumen

En la actualidad, el mantenimiento predictivo ha adquirido una importancia significativa frente a estrategias preventivas y, en mayor medida, correctivas, debido al impacto económico asociado a la detección temprana de fallas. En este contexto, el monitoreo de vibraciones constituye una herramienta esencial, particularmente en máquinas rotativas donde los rodamientos son componentes críticos y suelen ser los primeros en fallar.

El presente trabajo aborda el diagnóstico de fallas en rodamientos de bolas mediante mediciones de vibraciones obtenidas con el analizador portátil SKF Microlog GX Series y procesadas mediante la técnica de la envolvente de aceleración. Se propone un procedimiento para identificar defectos en la pista interior y se estudia la relación entre diferentes daños inducidos artificialmente y las etapas de falla definidas en las tablas de Charlotte. Asimismo, se evalúan factores que influyen en la vida útil del rodamiento, tales como el estado del lubricante y el efecto de la excentricidad del rotor en la respuesta oscilatoria del sistema.

Los resultados muestran que la etapa 3 se asocia a daños superficiales de baja profundidad, apenas perceptibles visualmente, mientras que la transición hacia la etapa 4 y la propia etapa 4 corresponden a defectos severos con una penetración claramente apreciable. Finalmente, se destaca que, para caracterizar con precisión la severidad del daño y garantizar la reproducibilidad experimental, es indispensable contar con rodamientos desmontables y herramientas de indentación de alta precisión.

Palabras clave: monitoreo de vibraciones, rodamientos de bola, analizador portátil SKF, diagnóstico de fallas, defectos en pista interior, tablas de Charlotte, envolvente de aceleración, daño artificial, vida útil.

Índice

Lista de Figuras	I
Lista de Tablas	VI
1. Introducción	1
2. Objetivos	3
3. Estado del arte	4
4. Marco teórico	25
4.1. Introducción a la rotodinámica	25
4.2. Descripción analítica del rotor de Jeffcott	27
4.3. El método de Rayleigh: descripción y aplicación	36
4.4. Vibración en rodamientos de elementos rodantes	39
4.4.1. Rigidez de rodamientos de elementos rodantes	39
4.4.2. Frecuencias de excitación en rodamientos de bola	43
4.5. Procesamiento digital de señales aplicado al análisis de vibraciones	47
4.5.1. Teoría de muestreo de Nyquist y fenómeno de <i>aliasing</i> . .	47
4.5.2. Métricas de una señal: RMS y Pico a Pico	49
4.5.3. Magnitudes de análisis en vibraciones: desplazamiento, ve-	
locidad y aceleración	50
4.5.4. Transformada rápida de Fourier: descripción y aplicación .	51
4.5.5. Análisis de la envolvente	53
4.6. Diagnóstico basado en vibraciones	57
4.6.1. Desbalanceo	57
4.6.2. Desalineación	58
4.6.3. Fallas en rodamientos	59
5. Descripción del banco de ensayo	61
5.1. Analizador de vibraciones SKF Microlog® GX Series	70
5.2. Balanceo y alineación del banco	71
6. Determinación del módulo de Young del eje	72
6.1. Fundamento teórico	72
6.2. Descripción del ensayo	74
6.3. Procesamiento de datos	76
6.4. Cálculo de la frecuencia natural del sistema	79

7. Falla en la pista interior: diagnóstico de BPFI	81
7.1. Prueba 1	85
7.2. Prueba 2	92
7.3. Prueba 3	96
7.4. Prueba 4	100
8. Excentricidad en rotores	104
8.1. Análisis computacional: modelado del rotor <i>Ansys® Workbench</i> .	104
8.1.1. Caso de estudio 1	107
8.1.2. Caso de estudio 2:	116
8.1.3. Análisis de resultados	123
8.2. Análisis experimental	126
9. Vida útil del rodamiento	129
9.1. Vida útil L10	129
9.2. Modelado del rotor en SKF SimPro Quick	131
9.2.1. Introducción	133
9.2.2. Ensayo en SKF SimPro Quick	140
9.3. Análisis de resultados	145
10. Análisis económico	147
11. Conclusiones	150
Referencias	153
12. Apéndice	159
12.1. Código desarrollado para el cálculo de la frecuencia natural del eje.	159
12.2. Código desarrollado para el análisis de la envolvente	160
12.3. Mecanizado de chumaceras/bancadas	161
13. Anexo	164
13.1. Rodamiento UC204D1 NTN	164
13.2. Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200	166
13.3. Reportes generados en SKF SimPro Quick	168
13.4. Plano de la mesa y catálogo del perfil omega.	175

Lista de Figuras

1.	Pitágoras (a la derecha) experimentando con un martillo y campanas. [19]	4
2.	Desnatadora Alfa-Laval. [70]	6
3.	Esquema del rotor de Jeffcott. Adaptada de [72]	7
4.	A. C. Ruge realizando experimentos en un modelo a pequeña escala de un tanque de agua equipado con las primeras galgas extensiométricas montadas en una mesa vibratoria en 1938. [31]	9
5.	Tabla de Rathbone, para estimar la severidad relativa de la vibración de la maquinaria. [55]	10
6.	Esquema del desarrollo del 4301, el primer acelerómetro piezoeléctrico del mundo. [9]	11
7.	Acelerómetro piezoeléctrico tipo 4301. [8]	11
8.	Esquema del rotor de Jeffcott modificado. [16]	12
9.	Fundamentos y los tres pilares de la teoría de la vida útil de los rodamientos. [35]	13
10.	Ilustración de una sonda de proximidad. [7]	14
11.	Banco de ensayo de esa época. [36]	15
12.	Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO2372. [28]	16
13.	Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO3945. [29]	16
14.	Registro espectral analógico de Brüel y Kjær, obtenido con un analizador de frecuencia de papel (chart recorder) típico de esa época. [8]	17
15.	Registrador gráfico analógico Brüel y Kjær Level Recorder Type 2305 utilizado para medición y registro continuo de niveles de vibración, sonido y señales eléctricas. [33]	18
16.	Modelo complejo con grados de libertad agregados. [16]	19
17.	Ilustración de las frecuencias de falla en rodamientos. [51]	20
18.	Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO10816. [56]	21
19.	Banco de ensayo moderno. [15]	22
20.	Banco de ensayo moderno. [15]	23
21.	Evolución del monitoreo del estado de las maquinarias. [8] [68] . .	24
22.	Esquema de un modelo masa-resorte-amortiguador con una fuerza variable en el tiempo. Adaptada de [23].	26
23.	Esquema del rotor de Jeffcott. Adaptada de [13].	27
24.	Esquema del corte transversal del rotor en su sección media. Adaptada de [67].	29
25.	Variación del desfase entre de S y G para distintas velocidades de rotación. [67].	32

26.	Relación entre fuerza centrífuga y desplazamiento para distintas velocidades de rotación. [67].	32
27.	Relación trigonométrica entre los parámetros del problema: masa, velocidad de rotación, rigidez y amortiguamiento. [67]	33
28.	Comportamiento de la respuesta en frecuencia de un sistema excitado armónicamente por un desbalance ante cambios en la masa, rigidez y amortiguamiento. [14]	34
29.	Respuesta en frecuencia (adimensional) de un sistema masa-resorte-amortiguador para distintos valores de excentricidad con amortiguamiento fijo.	35
30.	Representación esquemática del sistema para el cálculo de la masa efectiva. Adaptada de [67].	37
31.	Nomenclatura para un rodamiento de bolas. [41]	40
32.	Rigidez radial en función de la carga radial. [41]	41
33.	Rotor de Jeffcott modificado (a) y su modelo equivalente (b). [41]	42
34.	Ejemplo de las especificaciones estructurales de un rodamiento de bolas. [41]	43
35.	Frecuencias de excitación de rodamientos de elementos rodantes. [41]	45
36.	Modos elásticos de vibración en aros de rodamientos de elementos rodantes. [41]	46
37.	Frecuencia de corte y frecuencia de Nyquist. [41]	48
38.	Representación gráfica de puntos de medida en el plano complejo. [11]	51
39.	Representación gráfica de la DFT. [69]	52
40.	Rodamiento con una fisura en la pista interior. [40]	53
41.	Ventana de Hanning aplicada a un segmento de señal continua. [12]	56
42.	Espectro característico de desbalanceo. [66]	58
43.	Espectro característico de desalineación. [66]	59
44.	Espectro en distintas etapas de falla de rodamientos. [66]	60
45.	Banco de ensayo.	62
46.	Sistema motor-acople-rotor.	63
47.	Chapa del motor.	63
48.	Acople flexible.	64
49.	Eje.	64
50.	Rodamiento UC204 abierto.	65
51.	Disco.	65
52.	Variador de frecuencia.	66
53.	Barra, arandelas y tuercas.	66
54.	Analizador, acelerómetro (sin base magnética) y cable de conexión.	67
55.	Acelerómetro y cable de conexión.	68
56.	Acelerómetro con base magnética desmontable.	68
57.	Tacómetro láser.	69
58.	Alineación del banco con alineador TKSA 41 de SKF.	71
59.	Banco de ensayo para la determinación del módulo de Young.	75

60.	Espectro de frecuencia de un impulso. Se indica el pico de máxima amplitud y la frecuencia a la que ocurre.	77
61.	Diagrama de flujo para identificación de BPFI.	82
62.	Torno portátil.	82
63.	Puntero con polvo de diamante.	83
64.	Estructura de fijación.	84
65.	Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 1).	85
66.	Onda cruda de aceleración en función del tiempo (Prueba 1). . . .	86
67.	Onda de aceleración cruda, intervalo de 0 a 0,1 s (Prueba 1). . . .	87
68.	Onda de aceleración cruda, intervalo de 0,1 a 0,2s (Prueba 1). . .	87
69.	Espectro de aceleración de la onda cruda, identificación de resonancias (Prueba 1).	88
70.	Onda filtrada de aceleración en función del tiempo (Prueba 1). . .	89
71.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0 a 0,1s (Prueba 1). . .	90
72.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,1 a 0,2s (Prueba 1). .	90
73.	Espectro de la envolvente (Prueba 1).	91
74.	Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 2).	92
75.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,4 a 0,5s (Prueba 2). .	93
76.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,5 a 0,6s (Prueba 2). .	94
77.	Espectro de la envolvente (Prueba 2).	95
78.	Comparación de espectros (Prueba 1 vs Prueba 2).	96
79.	Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 3).	97
80.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0 a 0,1s (Prueba 3). . .	98
81.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,7 a 0,8s (Prueba 3). .	98
82.	Espectro de la envolvente (Prueba 3).	99
83.	Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 4).	100
84.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0 a 0,1s (Prueba 4). . .	101
85.	Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,7 a 0,8s (Prueba 4). .	101
86.	Espectro de la envolvente (Prueba 4).	102
87.	Comparación de espectros (Prueba 3 vs Prueba 4).	103
88.	a) Aproximación Lineal. b) Aproximación cuadrática. [5]	105
89.	Diagrama de flujo del análisis computacional.	106
90.	Sistema de estudio (ejercicio). [67]	107
91.	Modelado del sistema en Ansys para caso de estudio 1.	109
92.	Resultados del análisis modal del sistema para caso de estudio 1. .	110
93.	Análisis de convergencia para caso de estudio 1.	111
94.	Modelo con fuerza rotativa aplicada para caso de estudio 1.	112
95.	Fuerzas ejercidas sobre el rodamiento en función de la frecuencia para caso de estudio 1.	113
96.	Malla generada en Ansys para el análisis modal y armónico.	114
97.	Modelado del sistema en Ansys para caso de estudio 2.	117
98.	Resultados del análisis modal para caso de estudio 2.	118
99.	Resultados del análisis armónico, aptos para 20 Hz.	118

100. Análisis de convergencia para caso de estudio 2.	119
101. Diagrama de Campbell del rotor modelado.	122
102. Gráfica de función teórica vs computacional, variando rpm.	124
103. Gráfica de función teórica vs computacional, variando masa de des- balance.	125
104. Variación de la amplitud X1RPM (medida en desplazamiento) con la velocidad de rotación del motor.	126
105. Variación de la amplitud X1RPM (medida en desplazamiento) con la masa de desbalance.	127
106. Algunas aplicaciones comunes y la vida útil prevista de sus roda- mientos. [47]	131
107. Pantalla inicial del programa SKF SimPro Quick.	133
108. Condiciones de giro y carga. [65]	134
109. Relación entre carga y ajuste de interferencia. [65]	135
110. Designacion de juego interno. [65]	137
111. Juego interno. [65]	137
112. Juego interno y temperatura. [65]	138
113. Ajustes y holguras en SKF SimPro Quick.	140
114. Modelo del banco de ensayo en el programa SKF SimPro Quick.	140
115. Espectro de envolvente obtenido mediante el analizador de SKF.	148
116. Espectro de envolvente obtenido mediante el código 12.1 en Matlab.	149
117. Chumaceras y herramientas.	162
118. Plano de chumacera. Se indica la profundidad del agujero pasante.	162
119. Fresadora universal horizontal con cabezal vertical acoplado.	163
120. Rodamiento UC204D1 NTN.	164
121. Dimensiones del Rodamiento UC204D1 NTN.	165
122. Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200, página 1. [62]	166
123. Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200, página 2. [62]	167
124. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 1/11.	169
125. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 2/11.	170
126. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 3/11.	171
127. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 4/11.	171
128. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 5/11.	172
129. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 6/11.	172
130. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 7/11.	172
131. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 8/11.	173
132. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 9/11.	173
133. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 10/11.	174
134. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 11/11.	174
135. Vista isométrica de la mesa (placa base + estructura + planchuela perimetral).	175
136. Vista frontal de la placa base (perfiles omega soldados a la placa principal).	176

137. Vista frontal de la estructura y placa base.	176
138. Vista lateral de la estructura y placa base.	177
139. Vista superior y lateral de la planchuela perimetral. Es el soporte de la placa base. Soldada a la estructura.	177
140. Perfil Omega ARMCO 214 seleccionado para la fabricación de la mesa.	178

Lista de Tablas

1.	Componentes del banco de ensayo e instrumentos de medición. . .	61
2.	Componentes e instrumentos del banco de ensayo para la determinación del módulo de Young.	75
3.	Resultados del pesaje del eje.	76
4.	Resultados del pesaje del disco.	79
5.	Frecuencias de falla de rodamiento para UC204D1.	81
6.	Comparación de métodos de solución para respuesta armónica. . .	113
7.	Características principales del mallado	115
8.	Tabla de datos utilizados en modelado de caso de estudio 2. . . .	116
9.	Datos obtenidos en resolución de caso de estudio 2.	119
10.	Datos cargados en SKF SimPro Quick.	144
11.	Reportes de resultados SKF en SimPro Quick.	145
12.	Resumen de costos del banco de ensayo, instrumentos y accesorios.	147
13.	Herramientas y accesorios utilizados para el retrabajo de las chumaceras.	161
14.	Datos cargados en SKF SimPro Quick.	168
15.	Reporte de resultados en SKF SimPro Quick.	168

1 Introducción

La motivación detrás del proyecto *“Identificación y Estudio de Fallas en Rodamientos de Bolas: análisis vibracional por metodología experimental y computacional”* surge de la reciente - y no resuelta - problemática con el desempeño del tren de potencia de las turbinas eólicas en Uruguay, en particular, con la falla temprana del rodamiento correspondiente al eje de salida de la multiplicadora (*high-speed shaft bearing*, HSS).

Considérese el parque eólico Pampa, en el departamento de Tacuarembó. De acuerdo a [50] este parque cuenta con 59 aerogeneradores Nordex N117/2400, con una potencia nominal de 2.4 MW por unidad. La falla imprevista del rodamiento HSS, dada su criticidad, puede llevar a elevados costos por reparación y por pérdida de energía no vendida. Para ilustrar este punto, si se asume un factor de capacidad de 0.4 [71], un tiempo de parada de 6 días [43], un precio spot promedio de 32 USD/MWh [2] y estimando los costos de reparación en USD 20000 [44], el costo total aproximado por la parada y reparación de una turbina asciende a USD 64000, casi USD 11000 por día.

La alta frecuencia e impacto económico negativo de estos eventos, han llevado a la incorporación de mejoras en los planes de mantenimiento, desde el modo reactivo, realizando reparaciones de emergencia no programadas, hasta la llegada del Mantenimiento Predictivo, basado en la determinación del estado de la máquina sin necesidad de una parada. El Mantenimiento Predictivo es una forma de gestionar el mantenimiento, que se nutre de la evaluación periódica de la condición de operación de las máquinas y sistemas en general, con el objetivo de optimizar la operación total de la planta o la industria.

Las vibraciones constituyen el mejor indicador del estado de la maquinaria industrial, sin dejar a un lado la utilización de otras técnicas: la termografía, el análisis de lubricantes, la evaluación de los parámetros de proceso, la inspección visual y cualquier otra técnica no destructiva encaminada a conformar un criterio preciso sobre la condición de operación de la máquina. La forma “sencilla” de aplicar las tecnologías predictivas empleando las vibraciones como parámetro de diagnóstico, consiste en la medición de niveles totales de vibraciones a intervalos periódicos, en aquellos puntos que, luego de un estudio previo, constituyen los que mejor revelan el comportamiento dinámico de la máquina. El modo más complejo de aplicación de las tecnologías predictivas basado en el análisis de vibraciones, consiste en el monitoreo continuo de vibraciones y parámetros del proceso en máquinas críticas, tal es el caso de un aerogenerador. [39]

Dada la naturaleza dinámica de las máquinas rotativas, la identificación de patrones de desgaste y la predicción de fallas de sus componentes se basan fuertemente en el análisis de las vibraciones producidas por el movimiento del rotor y transmitidas a toda la estructura, directa o indirectamente.

Los rodamientos son elementos mecánicos fundamentales en prácticamente cualquier sistema rotativo. Su función principal es permitir el movimiento relativo entre un eje y su soporte, reduciendo al mínimo la fricción, evitando el contacto directo entre superficies metálicas. Su diseño permite que sean capaces de soportar cargas radiales, axiales o combinadas, garantizando la correcta alineación del eje y un funcionamiento suave, seguro y eficiente. Dada su alta frecuencia de falla en aplicaciones industriales, la selección y el mantenimiento adecuado de los rodamientos son determinantes para optimizar el rendimiento, disminuir el consumo energético y prolongar la vida útil de la maquinaria.

Las fallas en rodamientos se manifiestan a través de patrones característicos en las vibraciones que generan. La amplitud de oscilación y la frecuencia de estas fallas contienen información del tipo, de la severidad e incluso de la ubicación del defecto. Para identificarlas, es esencial un procesamiento preciso de los datos de vibración medidos, lo que incluye análisis temporales, espectrales y, en muchos casos, técnicas complementarias de filtrado y demodulación. En la actualidad, existen analizadores de vibraciones capaces de ejecutar una amplia variedad de algoritmos de procesamiento de señales, herramientas frecuentemente usadas en la industria para el diagnóstico y monitoreo de maquinaria rotativa. Por otro lado, resulta fundamental comprender qué factores intervienen y de qué manera afectan al desempeño y a la vida útil de los rodamientos. En esta línea, el análisis computacional se ha posicionado como una herramienta clave para el estudio y diseño de estos componentes, dado que permite modelar y extrapolar el comportamiento dinámico de sistemas rotativos complejos bajo un amplio rango de condiciones operativas, y hacerlo con tiempos de cálculo considerablemente menores en comparación con los ensayos experimentales.

2 Objetivos

El presente trabajo se enfoca principalmente en la identificación de un tipo de falla particular y frecuente en rodamientos de elementos rodantes: la falla originada por un daño en la pista interior del rodamiento. No solo se buscará su identificación a partir de la respuesta oscilatoria del sistema, sino que se planea llevar a cabo un experimento factorial que permita relacionar dicho daño con la etapa de falla del componente.

Complementariamente, se estudiará la respuesta de los rodamientos ante variaciones en la excentricidad del eje y en la velocidad de rotación del motor, en base a mediciones *in situ* realizadas en un banco de ensayo (enfoque experimental), comparando los resultados con simulaciones realizadas por software (enfoque computacional). Este último enfoque también contempla el análisis de la afectación de la vida útil de un rodamiento ante cambios en la carga y en el estado del lubricante (temperatura y limpieza).

3 Estado del arte

La primera teoría de las vibraciones es atribuida a la Escuela Pitagórica (570-497 a.C.), desarrollada en el contexto de la teoría de números, la música y la acústica. Como se describe en [19], Pitágoras demuestra experimentalmente en su laboratorio (considerado el primer laboratorio creado por el hombre con fines de investigación) que la frecuencia natural de un sistema oscilatorio es una propiedad del mismo, independiente de la magnitud o naturaleza de la excitación.

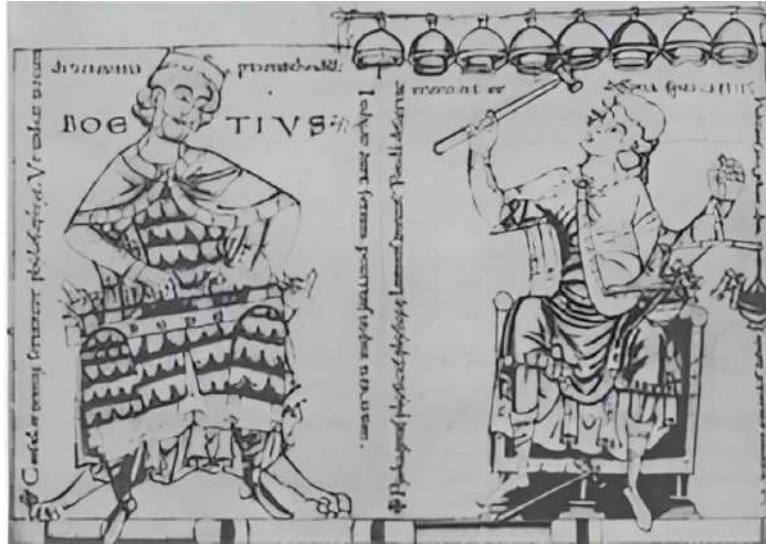


Figura 1. Pitágoras (a la derecha) experimentando con un martillo y campanas. [19]

Aproximadamente en el 360 a.C., según se cita en [19], en el famoso diálogo platónico *Timeo* se reconoce que: “...fuerzas no iguales, fuera del equilibrio, no llevan al equilibrio sino a una vibración anormal, el movimiento causado por ellas”.

Aristóteles (384-322 a.C.) discutía en sus “Problemas Mecánicos” varios aspectos dinámicos del movimiento de la rueda (datada aproximadamente en el año 4500 a.C. en Mesopotamia). Se tenía conocimiento del efecto que tenían distintos materiales en la rigidez del eje y las ruedas, así como también de las grasas animales como lubricantes. Sin embargo, el estudio dinámico del eje no se profundizó porque operaba en condiciones subcríticas, dadas las bajas velocidades.

Recién en el período enmarcado por la llamada Primera Revolución Industrial (1760-1840), localizada principalmente en Gran Bretaña, se produjo un avance tecnológico significativo en la maquinaria industrial, incluyendo la máquina a vapor de James Watt.

En respuesta a los crecientes problemas de origen vibracional que presentaban las máquinas rotativas, surge la *rotodinámica* (1840-1860) como rama de la ingeniería dedicada al estudio del comportamiento dinámico de esta maquinaria. Su desarrollo, junto con el de la teoría de vibraciones, es impulsado principalmente gracias a los aportes previos de Galileo con la mecánica de los medios continuos (ca. 1640) y de I. Newton con las leyes del movimiento publicadas en 1687.

En 1869, W. Rankine publica un artículo sobre el fenómeno del *whirling* o vibración transversal en ejes (el primer registro escrito sobre el tema). En su análisis, desprecia la influencia de la aceleración de Coriolis en las ecuaciones de movimiento y concluye que el movimiento es estable para velocidades de rotación menores a una cierta velocidad de rotación que llamó *whirling speed* e inestable (deflexión radial del eje ilimitada) para velocidades mayores. Era tal la eminencia de la figura de Rankine que durante la siguiente mitad de siglo su análisis condujo a los ingenieros a creer que la operación de máquinas rotativas por encima de dicha velocidad era imposible.

En 1878, el ingeniero sueco G. P. de Laval inventa una desnatadora que inicialmente era impulsada tanto a mano como por caballo, alcanzando velocidades en un rango de 6000-10000 rpm a través de una multiplicadora.

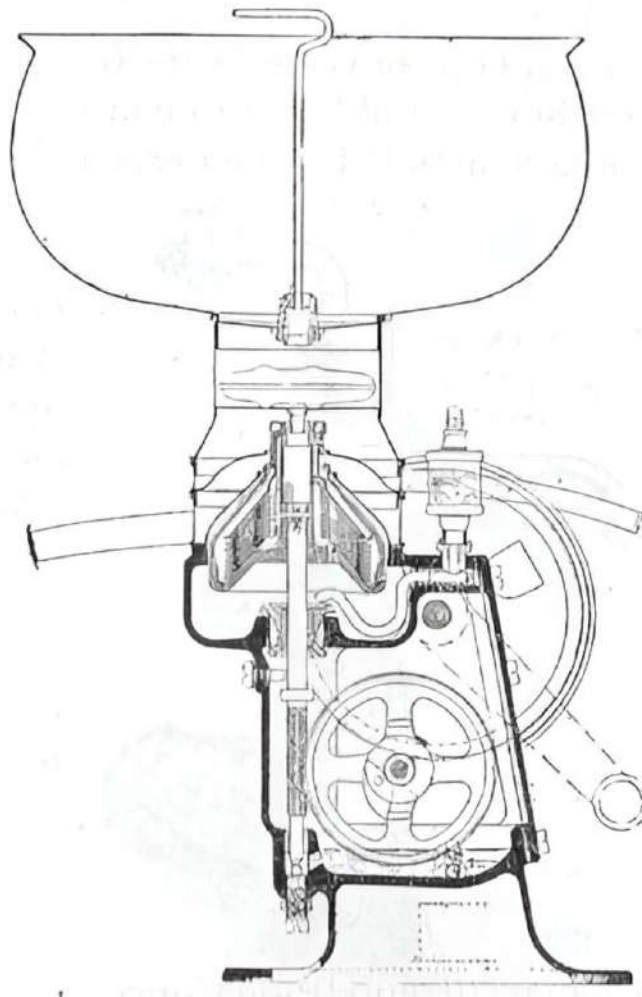


Figura 2. Desnatadora Alfa-Laval. [70]

En 1889, De Laval aprovecha la emergente tecnología de la turbina a vapor para su desnatadora, obteniendo velocidades de hasta 42000 rpm y demostrando experimentalmente que el rotor de la turbina era capaz de operar de forma estable por encima de la *whirling speed*.

En 1895, A. Föppl resuelve analíticamente el problema del *whirling*, explicando por qué el rotor de De Laval podía trabajar de forma estable para velocidades mayores a la *whirling speed*. Föppl publica su trabajo en la revista alemana *Der Civilingenieur*, de poca influencia para los especialistas en rotodinámica del momento, por lo que no trasciende y prevalece el análisis de Rankine.

En 1916, W. Kerr publica evidencia experimental sobre la existencia de una segunda velocidad crítica que inevitablemente era alcanzada pasando por la primera de forma segura. Esto lleva a la Royal Society of London a encomendarle

a H. Jeffcott la tarea de dilucidar el conflicto entre la teoría de Rankine y los ensayos de De Laval, Dunkerley y Kerr. Contemporáneamente, Stodola introduce el concepto de amortiguación debida a los rodamientos, probando que su efecto limita la amplitud de oscilación ocasionada por el desbalance operando a la velocidad crítica y que la amplitud disminuye cuanto mayor sea el amortiguamiento.

En 1919, H. Jeffcott publica los resultados de su investigación coincidiendo con Föppl respecto de la operación estable en condición supercrítica y complementa el trabajo del alemán introduciendo una constante de amortiguamiento externo para explicar la amplitud acotada de las vibraciones del sistema a la velocidad crítica. A partir de este momento, diversos trabajos científicos hacen alusión al rotor descrito por Jeffcott como “el rotor de Jeffcott”.

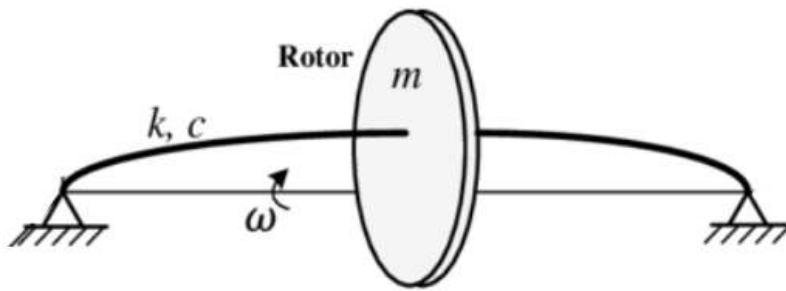


Figura 3. Esquema del rotor de Jeffcott. Adaptada de [72]

Los primeros acelerómetros propiamente dichos aparecieron en la década de 1920, principalmente en la instrumentación de aeronaves, para complementar los sentidos de los pilotos con indicadores visuales sencillos. Los acelerómetros pendulares fueron los primeros instrumentos útiles de esta clase. Utilizaban un mecanismo de péndulo que se deformaba con la aceleración. El ángulo de deformación podía medirse mecánica u ópticamente, proporcionando una señal cuantificada proporcional a la aceleración en dos ejes perpendiculares a la gravedad. [38]

En 1924, Stodola demuestra que la aceleración de Coriolis tiende a estabilizar el rotor a una velocidad mayor a la crítica, explicando por qué la teoría de Rankine no reflejaba la realidad.

Aparecen los acelerómetros eléctricos, desarrollados alrededor de 1924 por McCollum y Peters, utilizaban un principio diferente: empleaban pilas de discos de carbón suspendidos. La fuerza de la aceleración comprimía más o menos la pila de carbón, cambiando su resistencia eléctrica. Esta resistencia variable se medía mediante un puente de Wheatstone para producir una señal eléctrica. [32]

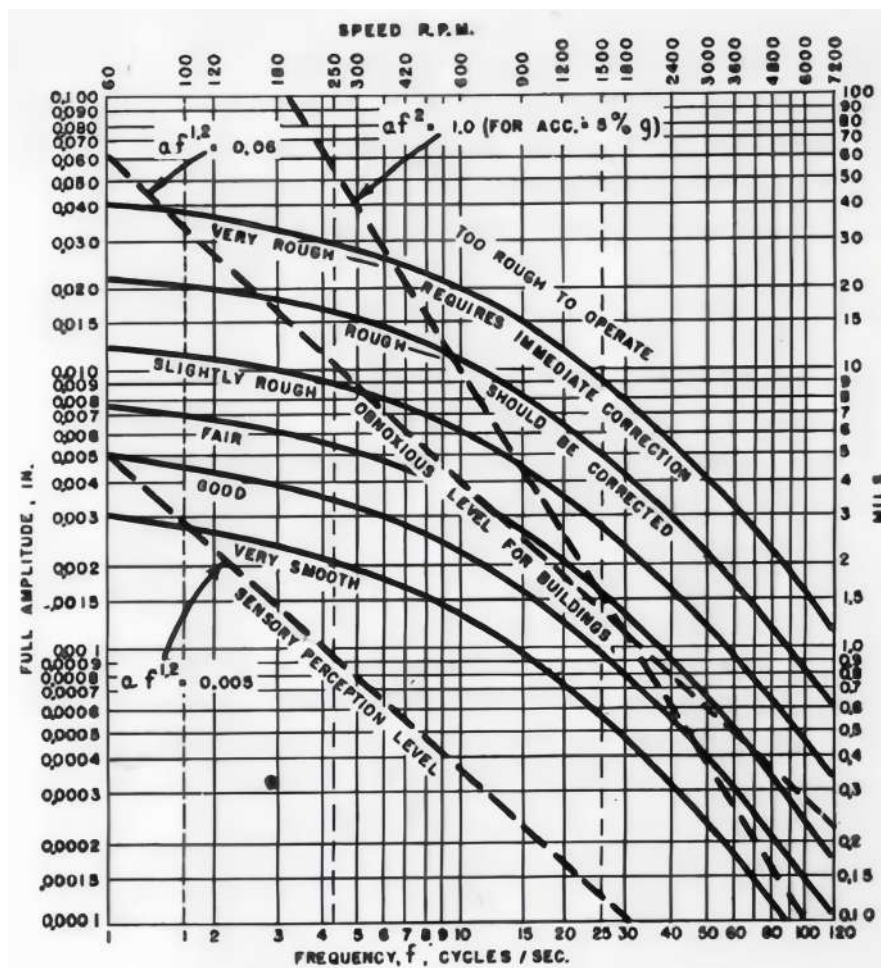
La empresa SKF fue fundada en 1907 por Sven Wingquist, en Suecia, tras inventar el revolucionario rodamiento de dos hileras de bolas a rótula. Un nuevo tipo de rodamiento que toleraba cierto grado de desalineación en ejes, sin dañarse (autocentrable), revolucionando la mecánica industrial [59]. Palmgren, uno de los ingenieros de esta empresa, publicó sus primeras declaraciones sobre la determinación de la carga equivalente y la vida útil de los rodamientos de bolas en 1924. Estas declaraciones se basan en la teoría de Stribeck sobre la distribución de la carga entre los elementos rodantes y en la teoría de Hertz sobre las deformaciones por contacto. [35]

En el año 1938, Edward E. Simmons y Arthur C. Ruge, inventaron las galgas extensiométricas de resistencia adherida, tal como se conocen y utilizan comúnmente hoy en día. Ambos inventores reconocieron la propiedad de ciertos materiales conductores de cambiar su resistencia eléctrica cuando se someten a esfuerzos mecánicos de tracción o compresión (deformación). Su invención consistió en una lámina metálica delgada, dispuesta en un patrón específico y adherida a un soporte flexible aislante, que se pega al objeto cuya deformación se quiere medir. Este invento fue un avance significativo con respecto a los métodos anteriores (como el uso de pilas de carbón en la década de 1920) y sentó las bases para la medición electrónica precisa de fuerzas y deformaciones.



Figura 4. A. C. Ruge realizando experimentos en un modelo a pequeña escala de un tanque de agua equipado con las primeras galgas extensiométricas montadas en una mesa vibratoria en 1938. [31]

El artículo de T. C. Rathbone (Vibration Tolerance), en 1939, marca el inicio de la historia del mantenimiento predictivo. Introdujo un conjunto de curvas de severidad (amplitud versus frecuencia) a una velocidad de vibración aproximadamente constante, en torno a las velocidades de rotación de los turbogeneradores de vapor típicos. Los criterios de severidad de Rathbone se basan en la experiencia y representan el primer método conocido para relacionar la amplitud de vibración con las condiciones de operación y, por consiguiente, con la vida útil y el riesgo de fallo. Es importante constatar que los conceptos y criterios de severidad desarrollados por T. C. Rathbone siguen siendo válidos más de ochenta años después.



En 1943, fue desarrollado el primer acelerómetro comercial piezoeléctrico, por el Dr. Per V. Brüel (uno de los fundadores de la empresa Brüel y Kjær). Este dispositivo, conocido como el Modelo Tipo 4301, utilizaba cristales de sal de Rochelle para generar una señal eléctrica proporcional a la aceleración (fuerza G). Fue un hito importante en la medición precisa de vibraciones y se usó en una variedad de aplicaciones, desde la aviación hasta el análisis de maquinaria industrial. Viggo Kjær fue el otro fundador de Brüel y Kjær, y juntos desempeñaron un papel fundamental en la creación de la industria de medición de sonido y vibración.

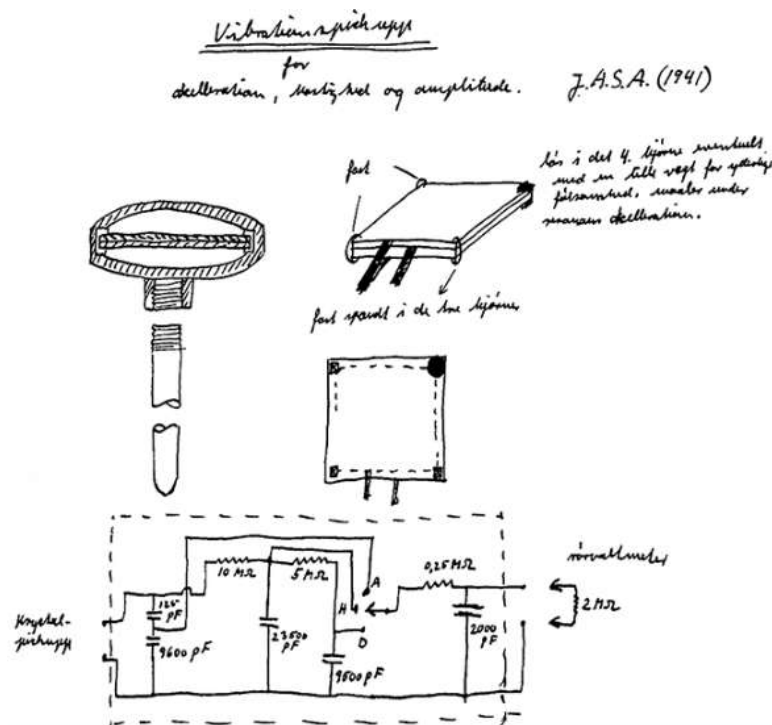


Figura 6. Esquema del desarrollo del 4301, el primer acelerómetro piezoeléctrico del mundo. [9]



Figura 7. Acelerómetro piezoeléctrico tipo 4301. [8]

En 1947, Gustaf Lundberg y Arvid Palmgren, ingenieros de SKF, formularon la teoría de la vida útil de rodamientos, base científica del mantenimiento predictivo y el análisis de vibraciones moderno. [60]

En 1950, se comienza a desarrollar un modelo más realista que representa los apoyos como resortes para incluir la rigidez elástica del rodamiento, a diferencia del modelo de Jeffcott que los consideraba rígidos. Se incluyen los amortiguadores viscosos para representar la disipación energética debida principalmente al rozamiento. Ambos agregados consituyen el modelo del rotor de Jeffcott “modificado” e implicarían nuevas ecuaciones de movimiento. [16]

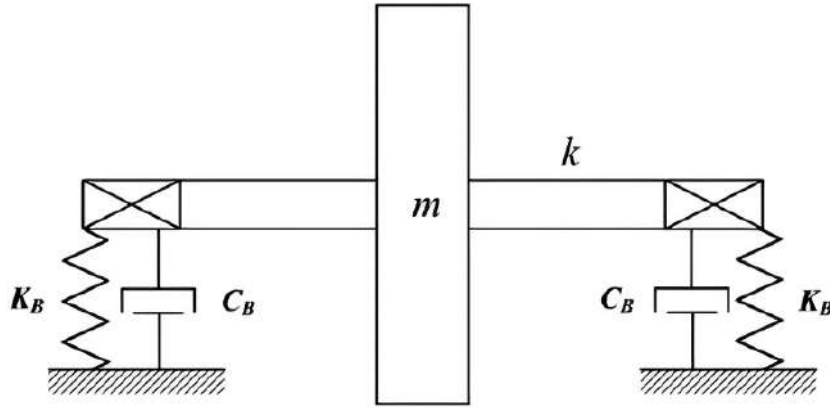


Figura 8. Esquema del rotor de Jeffcott modificado. [16]

Cinco años después, en 1952, Gustaf Lundberg y Arvid Palmgren, publicaron un artículo en el que derivaron las expresiones para la carga equivalente, la capacidad de carga dinámica y la vida útil nominal del rodamiento, en la forma que conocemos hoy. La expresión se basa en la teoría de las deformaciones por contacto de Hermann Hertz, las teorías de la distribución de carga entre los elementos rodantes de Richard Stribeck y Harald Sjövall, y la teoría estocástica de Waloddi Weibull.

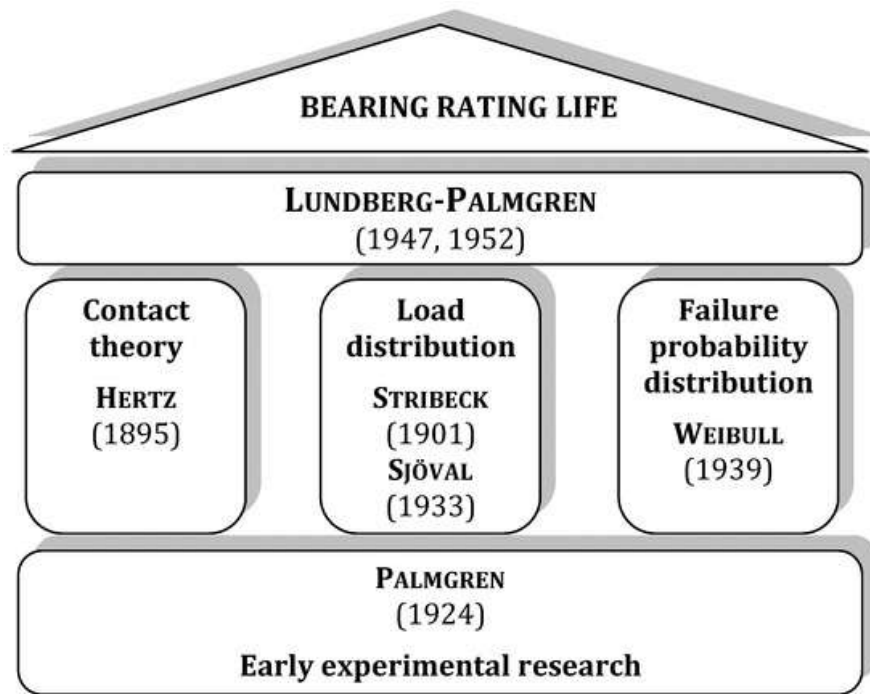


Figura 9. Fundamentos y los tres pilares de la teoría de la vida útil de los rodamientos. [35]

En 1961, Donald E. Bently, fabrica una sonda de proximidad de corrientes parásitas (corrientes de Foucault) de éxito comercial, la cual medía la vibración en turbomáquinas de alta velocidad al permitir la observación directa y continua del eje giratorio. [48]

El trabajo innovador impulsado por Don Bently y su equipo de ingeniería de Bently Nevada, en los sensores de corrientes parásitas sin contacto, contribuyó a crear un estándar global para quienes diseñan y operan maquinaria rotativa en todo el rango de velocidades de funcionamiento. Esto impulsó el desarrollo de sistemas de protección contra paradas de equipos y la adquisición de datos de vibración mediante sistemas de procesamiento de diagnóstico y servicios relacionados, sentando finalmente las bases para una nueva disciplina dentro de la ingeniería mecánica: el diagnóstico de fallas en la maquinaria.

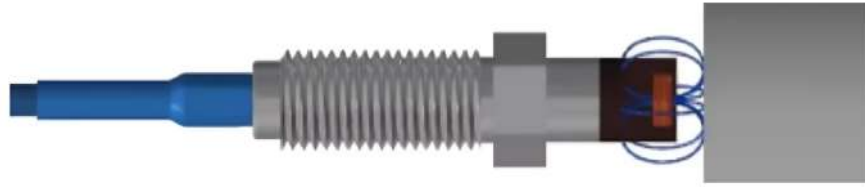


Figura 10. Ilustración de una sonda de proximidad. [7]

SKF desarrolló y fabricó su primer equipo de análisis de vibraciones para el control de la calidad del ruido en rodamientos a mediados de la década de 1950. Este desarrollo fue el resultado de una investigación para comprender el comportamiento vibratorio de los rodamientos. En 1965, E. Yhland, de la empresa SKF, alcanzó un hito en la comprensión del problema cuasiestático de la vibración en rodamientos, contribuyendo a la elaboración de normas como AFBMA 13-1987 y DIN 5426 (borrador), que definen y especifican las magnitudes físicas que deben medirse y las condiciones de ensayo que deben aplicarse. [63]

Balderston, en 1969, presenta uno de los primeros trabajos sobre diagnóstico de vibraciones. Reconoció que las señales generadas por fallas en los rodamientos se encontraban principalmente en la región de las altas frecuencias, correspondientes a las resonancias excitadas por los impactos internos. En el año siguiente, Weichbrodt y Smith, emplearon el promediado síncrono (synchronous averaging) para detectar fallas locales tanto en rodamientos como en engranajes. En sus estudios se empezaron a identificar las frecuencias características de falla, incluyendo las que más tarde serían conocidas como BPFI, BPFO, BSF y FTF.

En esa época se desarrolló la “técnica de resonancia de alta frecuencia” (HFRT, High Frequency Resonance Technique), más tarde conocida como “análisis de envolvente”. El objetivo principal era trasladar el análisis de frecuencia desde el rango muy alto de las frecuencias portadoras resonantes hacia el rango mucho más bajo de las frecuencias de falla, de manera que pudieran analizarse con buena resolución. [53]

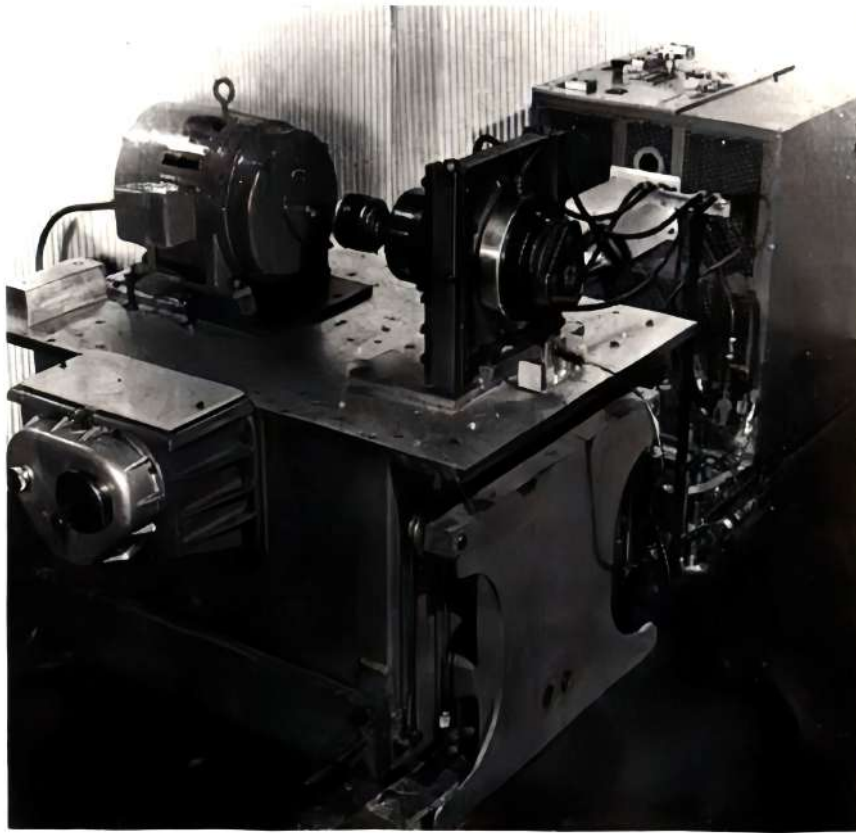


Figura 11. Banco de ensayo de esa época. [36]

En el año 1972, Ruhl y Booker, desarrollan el primer modelo de elementos finitos para rotores, el mismo evoluciona durante esta década, culminando en el modelo propuesto por Nelson en 1980, cuya implementación más importante es el modelado de elementos finitos basados en la teoría de Timoshenko. Este último sigue siendo la base del modelado actual en la dinámica de rotores. [54]

Después de la década de 1950, se dispuso de transductores de velocidad y acelerómetros, y el gráfico de Rathbone evolucionó hacia criterios de velocidad constante que llevaron en 1974 a las normas ISO 2372 y 3945, y posteriormente a la ISO 10816.

TABLE 1 – Vibration severity ranges (10 to 1 000 Hz)

Range classification	Velocity range (rms) (effective value of the vibratory velocity)			
	mm/s		in/s	
	over	up to	over	up to
0,11	0,071	0,112	0.002 8	0.004 4
0,18	0,112	0,18	0.004 4	0.007 1
0,28	0,18	0,28	0.007 1	0.011 0
0,45	0,28	0,45	0.011 0	0.017 7
0,71	0,45	0,71	0.017 7	0.028 0
1,12	0,71	1,12	0.028 0	0.044 1
1,8	1,12	1,8	0.044 1	0.070 9
2,8	1,8	2,8	0.070 9	0.110 2
4,5	2,8	4,5	0.110 2	0.177 2
7,1	4,5	7,1	0.177 2	0.279 5
11,2	7,1	11,2	0.279 5	0.440 9
18	11,2	18	0.440 9	0.708 7
28	18	28	0.708 7	1.102 4
45	28	45	1.102 4	1.771 6
71	45	71	1.771 6	2.795 3

Figura 12. Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO2372. [28]

TABLE – Quality judgement of vibration severity

Vibration severity		Support classification	
v_{rms} mm/s	v_{rms} in/s	Rigid supports	Flexible supports
0,46	0.018	good	good
0,71	0.028		
1,12	0.044		
1,8	0.071		
2,8	0.11	satisfactory	satisfactory
4,6	0.18		
7,1	0.28	unsatisfactory	unsatisfactory
11,2	0.44		
18,0	0.71	unacceptable	unacceptable
28,0	1,10		
71,0	2.80		

Figura 13. Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO3945. [29]

En 1978, aparecieron analizadores con filtros ajustados manualmente. Estos proporcionaron la base para los patrones de amplitud y frecuencia que ahora asociamos con problemas comunes, como un desequilibrio, desalineación y aflojamiento.

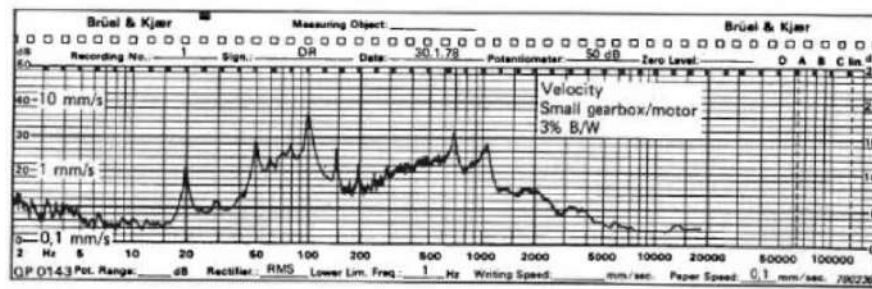
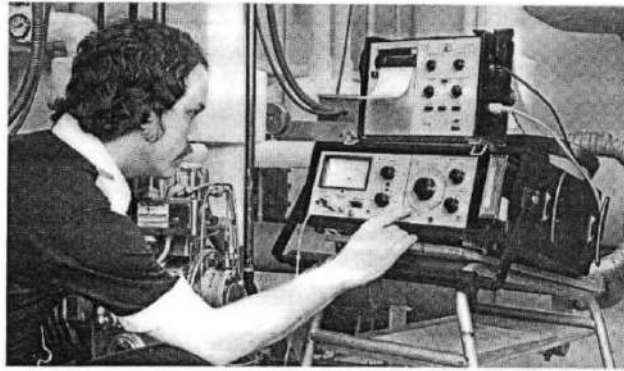


Figura 14. Registro espectral analógico de Brüel y Kjær, obtenido con un analizador de frecuencia de papel (chart recorder) típico de esa época. [8]



Figura 15. Registrador gráfico analógico Brüel y Kjær Level Recorder Type 2305 utilizado para medición y registro continuo de niveles de vibración, sonido y señales eléctricas. [33]

A principios de la década de 1980, varias empresas comenzaron a implementar programas de monitorización de condición y las ventas de instrumentación para la medición de vibraciones alcanzaron niveles récord. La aparición del PC (ordenador personal) como herramienta fundamental en la industria a finales de la década de 1980 revolucionó la forma de recopilar datos en campo, gracias a la amplia difusión del colector de datos de vibración. Si bien eran programas relativamente lentos y su baja resolución suponía una limitación, simplificaron enormemente la recopilación de datos de vibración en comparación con los métodos manuales, lo que, junto con la capacidad de generación de informes del ordenador, los convirtió en herramientas extremadamente populares en los programas de mantenimiento predictivo. [17]

Se puede añadir complejidad al modelo del sistema rotativo, agregando grados de libertad al movimiento del rotor y de los rodamientos. Esto lleva a la aparición de matrices en la ecuación de movimiento. [16]

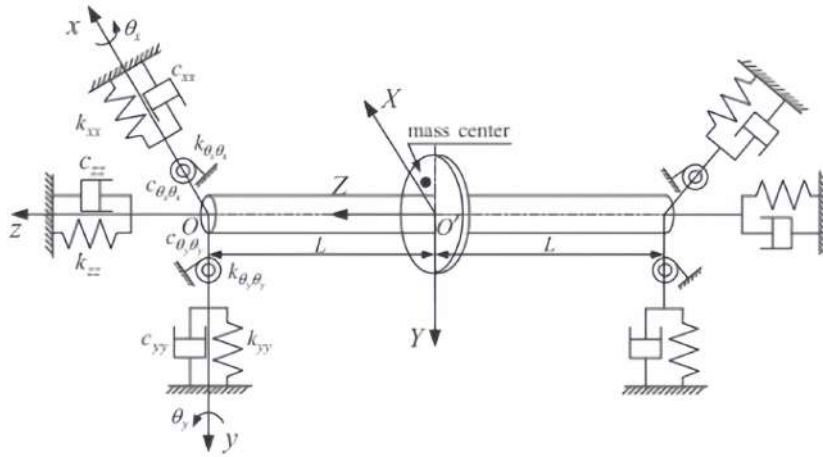


Figura 16. Modelo complejo con grados de libertad agregados. [16]

Una vez que surge la posibilidad de utilizar computadoras, se comienza a plantear la resolución de problemas de elasticidad y análisis estructural complejos, en lugar de depender de enfoques aproximados basados en la resistencia de materiales. Permitiendo reducir considerablemente el uso de factores de seguridad y disminuir las incógnitas en los diseños, logrando así resultados más precisos. Los métodos de elementos finitos, al permitir predicciones más exactas, reducen los costos de experimentación e introducen la simulación, logrando diseños más económicos pero más precisos antes de probar prototipos. [54]

En el trabajo de McFadden y Smith, en 1984, se modela de forma matemática las señales de fallas en rodamientos y se consolidan los modelos teóricos de frecuencias características. Estas frecuencias (BPFI, BPFO, BSF, FTF) derivan analíticamente a partir de la geometría del rodamiento y la velocidad de rotación, como se explicará más adelante. Luego comenzaron a utilizarse en diagnóstico industrial. [53]

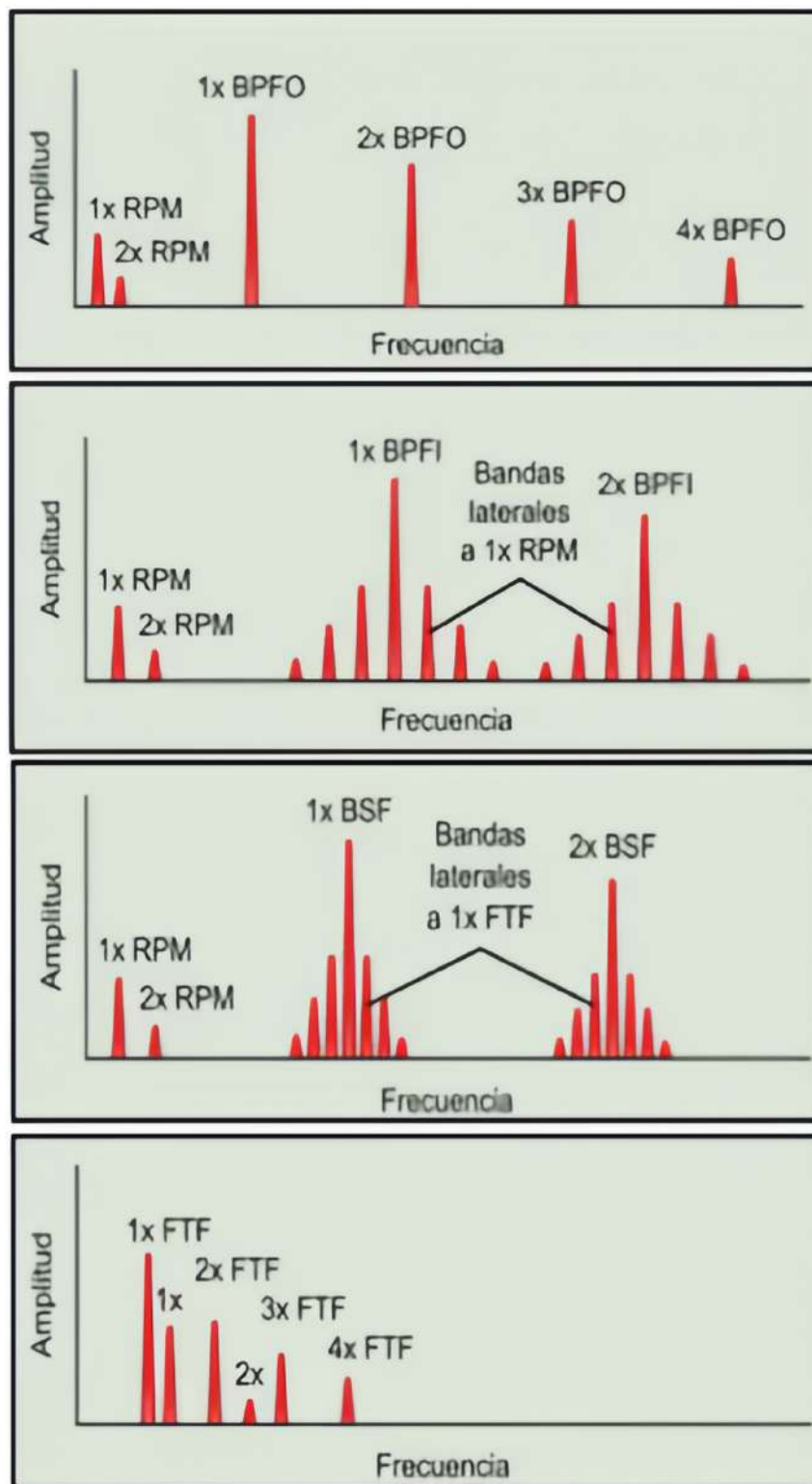


Figura 17. Ilustración de las frecuencias de falla en rodamientos. [51]

En 1994, John S. Mitchell lideró el desarrollo de MIMOSA (Machinery Information Management Open Systems Alliance), un grupo cuyo objetivo era desarrollar un sistema para el intercambio de datos sobre vibraciones entre los distintos agentes implicados en la gestión de maquinaria y el control de procesos. [22] [21]

Entre los años 1994-2000, se desarrollan difentes normas para procedimientos de diagnóstico de fallas como por ejemplo la norma ISO10816.

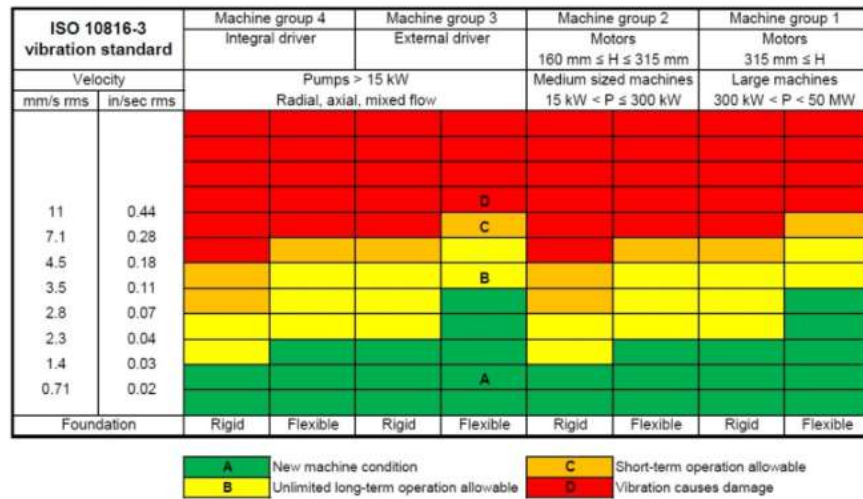


Figura 18. Gráfico para evaluación de niveles de vibración - Norma ISO10816. [56]

Muchos otros avances importantes se produjeron en las décadas de los 80 y 90 como consecuencia de la era digital, como el lanzamiento de la FFT de dos canales (que introdujo los conceptos de correlación, coherencia y funciones de respuesta en frecuencia [26]), el análisis de cepstrum (Brüel y Kjaer, herramienta para detectar periodicidades en un espectro, por ejemplo, familias de armónicos con espaciado uniforme [52]), trasformada de wavelets [18], técnicas de análisis modal, incluido el ODS (Formas de Deflexión Operacional [24]), el seguimiento digital para el análisis de arranque y parada, las técnicas de demodulación de fase mediante la transformada de Hilbert [42] y los analizadores de intensidad (para mediciones de flujo de potencia mecánica). Todas estas potentes herramientas estaban inicialmente dirigidas a especialistas, pero con el tiempo, gracias al progreso de la informática y la instrumentación, se hicieron accesibles a un público más amplio de analistas de vibraciones.

Entre los años 2000-2015, la creciente necesidad de productos de alta calidad y bajo costo, junto con una producción segura, ha acelerado el cambio en la estrategia de mantenimiento de maquinaria, pasando del correctivo al preventivo y, finalmente, al mantenimiento basado en la condición, para el cual se requiere

el diagnóstico y pronóstico de fallas en tiempo real. Como uno de los principales equipos en la industria moderna, se ha observado un aumento en la instalación y el uso de máquinas rotativas en numerosos sectores industriales, como el manufacturero. En consecuencia, el diagnóstico de fallas en máquinas rotativas ha adquirido una nueva relevancia. [49]

Los bancos de ensayo evolucionaron desde equipos digitales básicos hacia plataformas multicanal de alta velocidad, con la integración de software como el análisis FFT, envolvente (demodulación), sensores miniatura, control electrónico de carga y primeras funciones de diagnóstico automático. Convergieron con las normas ISO modernas y dieron paso a los sistemas de monitoreo predictivo e Industria 4.0. [15]

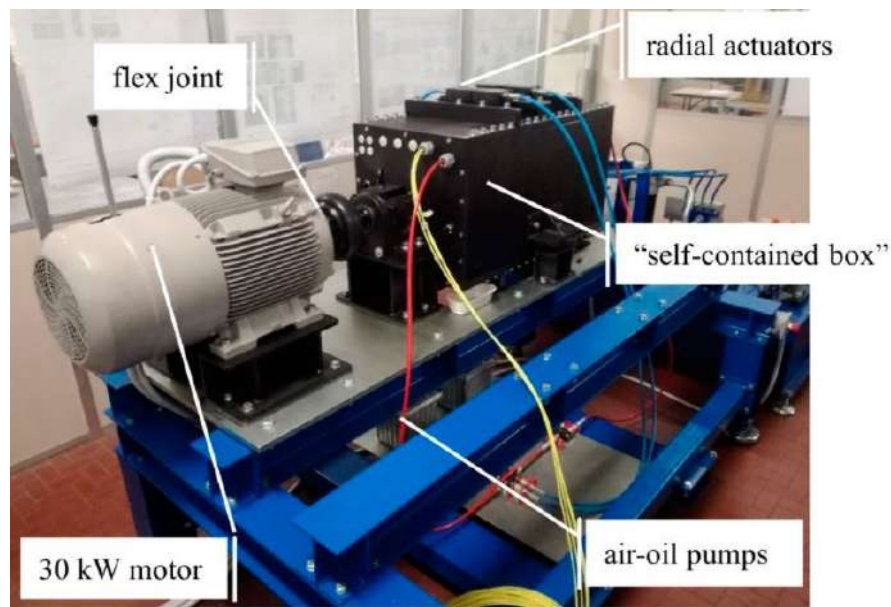


Figura 19. Banco de ensayo moderno. [15]

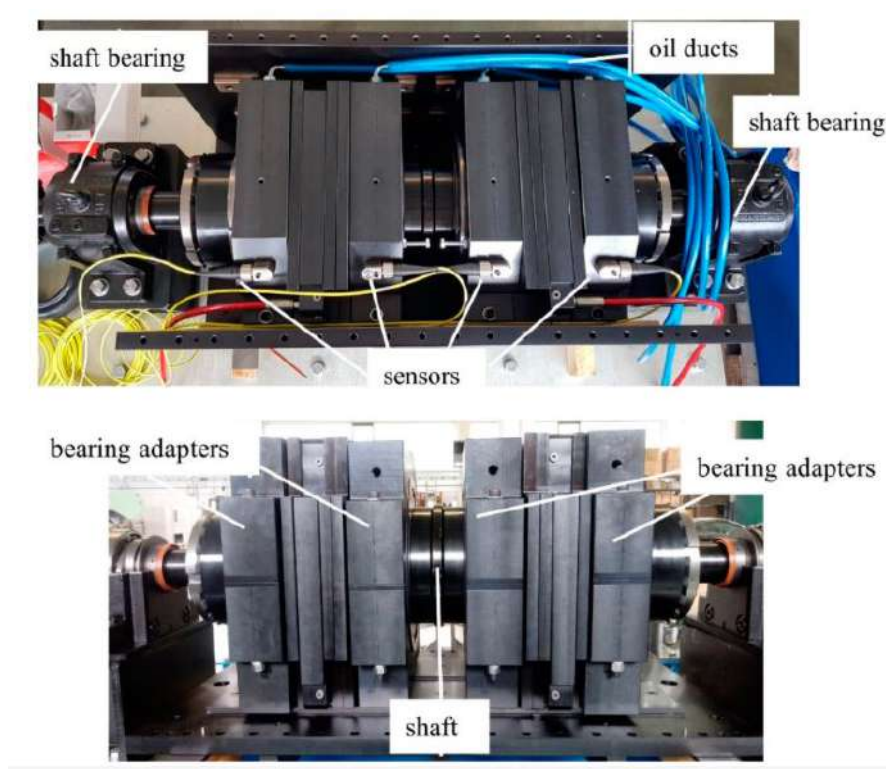


Figura 20. Banco de ensayo moderno. [15]

Desde el 2015, la digitalización de la manufactura ha allanado el camino para que las industrias transformen significativamente la forma en que se producen los productos. Las industrias de la era actual han entrado en la Cuarta Revolución Industrial, también conocida como Industria 4.0, donde la fusión de sistemas físicos y digitales desempeña un papel fundamental. La cuarta revolución industrial se basa en el uso de computadoras y tecnología, posibilitado por la tercera revolución industrial. Mediante la introducción de marcos inteligentes y totalmente independientes, impulsados por datos e IA (Inteligencia Artificial), la Industria 4.0 y sus tecnologías claves, que comenzaron con la primera industrialización (automatización mediante energía hidroeléctrica y térmica) en la era de la Industria 2.0 (que empleaba energía eléctrica en plantas de producción y grandes instalaciones manufactureras), son fundamentales para que los sistemas industriales alcancen la autonomía y, en consecuencia, permitan la recopilación automatizada de datos de componentes y equipos industriales. [25]

La industria actual, la Industria 4.0, representan el presente y se enfrenta un nuevo paradigma: la fabricación aditiva, la conectividad, el Internet Industrial de las Cosas (IIoT), el almacenamiento en la nube y el mantenimiento predictivo, entre muchos otros conceptos, son temas de gran actualidad en el sector. Sin embargo, como ocurre con cualquier tecnología disruptiva, no está exenta de

problemas, como por ejemplo el de la seguridad. Los dispositivos IoT (sensores, actuadores, wearables, PLC compactos, gateways pequeños, etc.) suelen tener menor capacidad de procesamiento y memoria, por lo que son más vulnerables a los ciberataques. [46]

El Internet de las Cosas (IoT) puede proporcionar una percepción inteligente del estado de cualquier sistema en general. El conjunto de tareas de detección, diagnóstico y pronóstico (gestión de la salud y el pronóstico), es un concepto clave para poder predecir qué parte del equipo necesita ser reemplazada y en qué momento, garantizando así el funcionamiento continuo de los sistemas críticos. Al analizar la frecuencia, la amplitud, la fase, la posición y la dirección de las vibraciones en la maquinaria, es posible identificar muchos fallos comunes. Un analista puede, por ejemplo, diferenciar entre el desgaste de un engranaje o rodamiento específico, la falta de lubricación, un desequilibrio, una desalineación, un montaje flojo o un fallo eléctrico. La detección de fallos y la adquisición de piezas de repuesto pueden realizarse antes de que se detenga la máquina, reduciendo el tiempo de inactividad al mínimo y esta es nueva rama del mantenimiento preventivo, el mantenimiento de condición. [45]



Figura 21. Evolución del monitoreo del estado de las maquinarias. [8] [68]

4 Marco teórico

En el presente capítulo se abordan los fundamentos teóricos que enmarcan el desarrollo del trabajo en su totalidad, con énfasis en la aplicabilidad al caso de estudio.

4.1 Introducción a la rotodinámica

La rotodinámica es una rama de la ingeniería que estudia sistemas dinámicos caracterizados por incluir en su estructura un componente que rota a alta velocidad y con un gran momento angular, llamado rotor. Comúnmente, el rotor de las máquinas rotativas se soporta por rodamientos que permiten la rotación libre respecto a un eje fijo en el espacio, pero restringen su movimiento axial. El movimiento del rotor es impuesto por un dispositivo externo denominado motor, que, para las aplicaciones industriales habituales, se considera que gira a velocidad angular constante siempre y cuando se estudie el sistema desde un tiempo inicial posterior a la estabilización del sistema (estado estacionario o régimen permanente).

Para un análisis primario, una máquina rotativa puede modelarse de forma muy rudimentaria como un conjunto masa-resorte-amortiguador (figura 22): la masa es lógicamente la del rotor, mientras que el resorte representa la propiedad de elasticidad del sistema, que generalmente es la del propio rotor, aunque también puede considerarse la elasticidad de los rodamientos o soportes. Recordar que la elasticidad es la capacidad que tiene un material de deformarse bajo la aplicación de una carga y recuperar su estado original cuando la aplicación de la carga cesa, tal como sucede con los resortes dentro de un rango determinado de esfuerzos denominado régimen elástico. Se asumirá además que la relación entre la fuerza aplicada y la deformación es lineal, con una constante de proporcionalidad, k a la que se le designa como *rigidez* (stiffness en inglés) del sistema. Por último, el amortiguador modela las fuerzas disipativas o no conservativas del sistema. Esta disipación de energía suele ocurrir a través de los componentes fijos (carcasa, soportes, pedestal) y móviles (interior al eje y fricción en rodamientos, principalmente) de las máquinas, así como también debido a la interacción rotor-fluido en el caso de las turbomáquinas. Se postula en este caso que las fuerzas disipativas varían proporcionalmente con la velocidad, con una constante de proporcionalidad, c designada como el *amortiguamiento* (damping en inglés) del sistema.

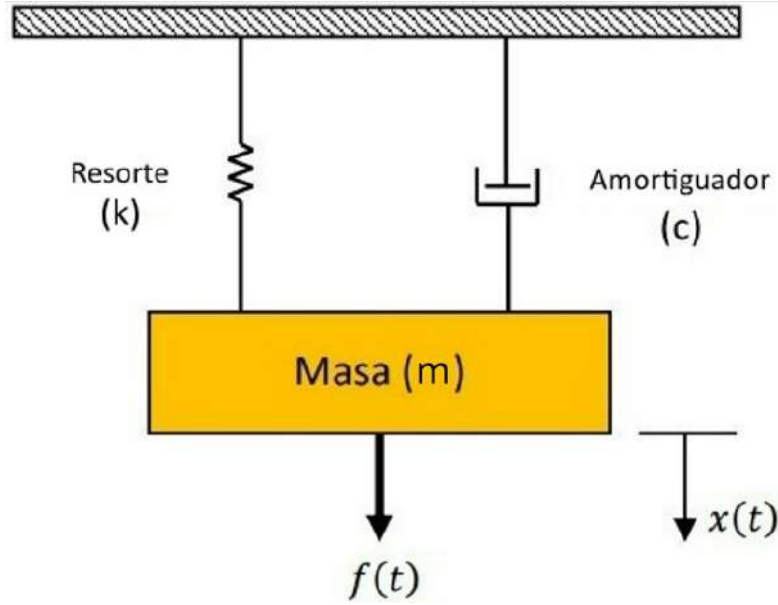


Figura 22. Esquema de un modelo masa-resorte-amortiguador con una fuerza variable en el tiempo. Adaptada de [23].

Un sistema masa-resorte-amortiguador sometido a una excitación armónica, $f(t)$ produce una respuesta oscilatoria, $x(t)$. En rotodinámica, el desbalance de masa (excitación interna al sistema) y las cargas transitorias (excitación externa) son las principales causas del comportamiento oscilatorio de las máquinas rotativas. Las vibraciones inducen esfuerzos cíclicos que conducen, entre otras cosas, a la falla de los componentes por fatiga, a la disminución de la vida útil de los rodamientos por fricción excesiva y degradación del lubricante, a la desalineación en ejes y, consecuentemente, a la pérdida de potencia (eficiencia) por falla en acoplamientos y al ruido excesivo. Todos estos inconvenientes se magnifican cuando ocurre el fenómeno de *resonancia*: la velocidad de rotación del rotor coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema y la amplitud de las oscilaciones se incrementa drásticamente. La frecuencia natural es una característica intrínseca de cada sistema, independiente de la naturaleza de la excitación externa, tal como demostró Pitágoras (570-497 a.C.). Físicamente, es la frecuencia a la que oscilaría el sistema si se generara una pequeña perturbación y se dejara vibrar libremente, con un amortiguamiento despreciable. Matemáticamente, se calcula como

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

y representa un valor propio de la ecuación diferencial $m\ddot{x} + kx = 0$ que describe el movimiento de la masa (m), es decir, que la frecuencia (1) es la única para la cual la ecuación de movimiento tiene una solución no trivial. De hecho, la

solución no es única, hay infinitas soluciones oscilatorias, una para cada condición inicial.

Un caso de estudio simple, pero de gran relevancia para entender cómo se modela y analiza el comportamiento dinámico de una máquina rotativa es el rotor de Jeffcott, que se introduce y profundiza en la siguiente sección.

4.2 Descripción analítica del rotor de Jeffcott

El rotor de Jeffcott se puede considerar como un dispositivo de interés pedagógico, ya que su relativa simple construcción y montaje en un laboratorio permiten abordar los fundamentos teóricos básicos de la rotodinámica de manera clara, integrando teoría con ensayos.

El rotor está compuesto por un eje apoyado en sus extremos mediante rodamientos fijos y por un disco de masa m solidario al eje, ubicado simétricamente con respecto a los rodamientos. El centro de masa del disco, denotado como G , no coincide con su centro geométrico S , existiendo entre ambos una separación e conocida como *excentricidad*.

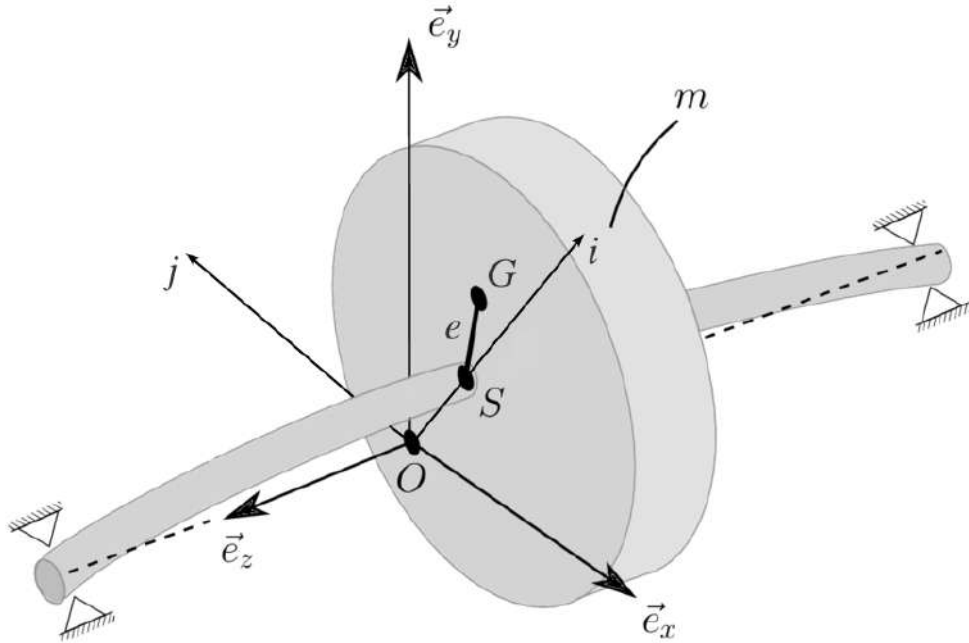


Figura 23. Esquema del rotor de Jeffcott. Adaptada de [13].

Describir el movimiento real del rotor es de gran complejidad, y su caracterización excede el alcance de este trabajo. Por lo tanto, en este capítulo se consideran algunas hipótesis simplificadoras que permiten obtener una primera aproximación a las ecuaciones de movimiento del sistema:

1. El eje se modela como una viga de sección circular uniforme, cuyo material se asume de composición homogénea, isotrópico y elástico respecto a la flexión transversal, pero rígido frente a la torsión. Se desprecia su masa (distribuida) frente a la del disco (aproximadamente puntual).
2. Los rodamientos se modelan como apoyos rígidos que permiten la rotación libre del eje, pero no el desplazamiento axial ni transversal.
3. El disco es de sección circular uniforme, rígido y con momento de inercia despreciable.
4. El motor impone una velocidad de giro constante, ω .

Por lo tanto, se aplica el modelo de masa concentrada (lumped mass model en inglés) en el plano transversal xy : el movimiento del rotor puede describirse por el movimiento bidimensional de un único punto, su centro de masa, sobre el cual actúan todas las fuerzas.

Hechas las hipótesis, se establecen dos sistemas de referencia para describir la cinemática del punto G . Por un lado, el referencial fijo o inercial $\{O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ queda definido por la intersección de la sección transversal media del rotor con el eje de los rodamientos (eje de rotación ideal). Cabe aclarar que en la figura 23 el plano xy no corta al rotor en su sección media para facilitar la visualización gráfica, sin embargo, el estudio sí se realiza para dicha sección (la más comprometida mecánicamente). En contrapartida, el referencial móvil o no inercial $\{O', \hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ se define tal que $O' = O$, $\hat{k} = \vec{e}_z$ e $\hat{i}$ es colineal con $\overline{OS}$. De esta forma, el referencial móvil tiene su origen fijo, pero sigue la rotación del centro geométrico del disco (punto S) respecto al referencial fijo.

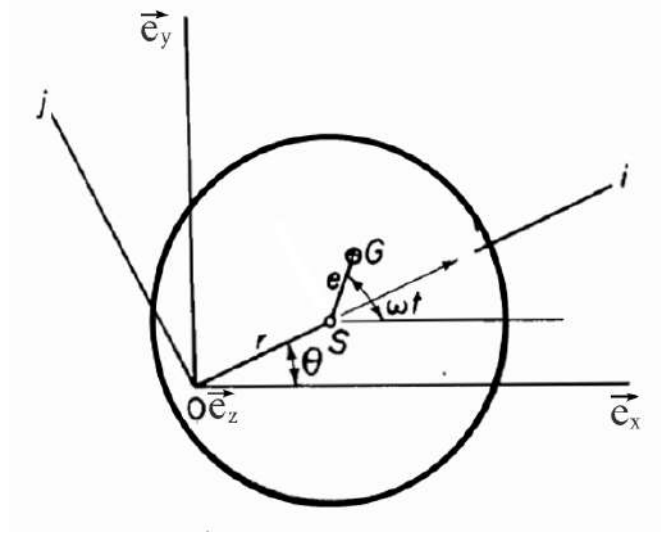


Figura 24. Esquema del corte transversal del rotor en su sección media. Adaptada de [67].

A partir de la figura 24 se puede verificar que la posición del centro de masa, $\vec{r}_G$ en el referencial no inercial es:

$$\vec{r}_G = \vec{r}_S + \vec{r}_{G/S} = [r + e \cos(\omega t - \theta)]\hat{i} + [e \sin(\omega t - \theta)]\hat{j} \quad (2)$$

Donde $\vec{r}_S$ es el vector posición de S y $\vec{r}_{G/S}$ el vector posición de G respecto de S, ambos en el referencial no inercial.

Derivando la posición respecto del tiempo se obtiene la velocidad del centro de masa, $\vec{v}_G$:

$$\vec{v}_G = \dot{\vec{r}}_G = [\dot{r} - e\omega \sin(\omega t - \theta)]\hat{i} + [r\dot{\theta} + e\omega \cos(\omega t - \theta)]\hat{j} \quad (3)$$

Derivando la velocidad respecto del tiempo se obtiene la aceleración del centro de masa, $\vec{a}_G$:

$$\vec{a}_G = \dot{\vec{v}}_G = [(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) - e\omega^2 \cos(\omega t - \theta)]\hat{i} + [(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) - e\omega^2 \sin(\omega t - \theta)]\hat{j} \quad (4)$$

Observar que, si bien los vectores posición, velocidad y aceleración se escribieron en el referencial móvil, al derivar las expresiones de posición y velocidad también se derivaron los versores $\hat{i}$ y $\hat{j}$ (móviles respecto del referencial fijo) por

lo que la ecuación (4) representa la aceleración absoluta escrita en el referencial no inercial.

Obtenida la aceleración absoluta del centro de masa, resta aplicar la segunda ley de Newton para relacionar el movimiento con las fuerzas actuantes sobre el sistema.

Se supondrá que actúan dos tipos de fuerzas:

- a) Una fuerza de restauración de naturaleza elástica que tiende a llevar al eje a su posición de equilibrio y es proporcional a la distancia entre el centro geométrico del eje (S) y el eje de rotación proyectado en la sección media (O). Esta fuerza actúa sobre S y es radial.
- b) Una fuerza de amortiguamiento que representa la disipación de energía del sistema y que es proporcional a la velocidad del punto S (de componentes radial y tangencial).

La segunda ley proyectada en los versores $\hat{i}$ y $\hat{j}$ resulta en:

$$\begin{cases} -kr - c\dot{r} = m[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - e\omega^2 \cos(\omega t - \theta)] \\ -cr\dot{\theta} = m[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - e\omega^2 \sin(\omega t - \theta)] \end{cases} \quad (5)$$

Reordenando la ecuación según el versor $\hat{i}$ de (5), se tiene:

$$m\ddot{r} + c\dot{r} + (k - m\dot{\theta}^2)r = me\omega^2 \cos(\omega t - \theta) \quad (6)$$

Queda claro que la ecuación (6) representa un sistema modelado como un conjunto masa-resorte-amortiguador con una excitación armónica interna generada por la excentricidad del eje, que produce una fuerza centrífuga variable con el tiempo.

Transcurrido cierto tiempo, el sistema alcanza el estado estacionario debido principalmente al amortiguamiento: la disipación de energía amortigua las oscilaciones y eventualmente las fuerzas alcanzan el equilibrio. En este estado, es una hipótesis física razonable suponer que la velocidad de rotación del punto S es constante e igual a la velocidad de rotación del motor (caso sincrónico) y que su posición radial también es constante.

Por lo tanto,

$$\dot{\theta} = \omega \rightarrow \ddot{\theta} = 0 \quad (7)$$

$$r = r_o \rightarrow \dot{r} = \ddot{r} = 0 \quad (8)$$

Además, por definición, θ se puede escribir como,

$$\theta = \int \dot{\theta} dt = \omega t - \phi \quad (9)$$

y despejando ϕ ,

$$\phi = \omega t - \theta \quad (10)$$

Siendo ϕ el ángulo de fase que representa el desfase angular entre el punto G y el S.

En las condiciones establecidas en (7) y (8) y utilizando la definición del ángulo de desfase (10), las ecuaciones (5) resultan en:

$$(k - m\omega^2)r_o = me\omega^2 \cos(\phi) \quad (11)$$

$$cr_o\omega = me\omega^2 \sin(\phi) \quad (12)$$

Tomando el cociente entre (12) y (11) se obtiene el ángulo de desfase en función de los parámetros del problema:

$$\tan \phi = \frac{\frac{c}{m}\omega}{\frac{k}{m} - \omega^2} \quad (13)$$

La ecuación (13) puede ser descrita en función del factor de amortiguamiento $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ y de la frecuencia natural presentada en la ecuación (1):

$$\tan \phi = \frac{2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \quad (14)$$

Dado que ϕ representa el desfase entre los segmentos $\overline{SG}$ y $\overline{OS}$ (ver figura 24), o dicho de otra forma, la posición relativa del centro de masa G del disco respecto a su centro geométrico S visto desde el referencial fijo, se observa que esta posición o desfase puede variar con la velocidad de rotación del rotor, ya que ζ y ω_n son parámetros fijos del sistema. Entonces, si ocurre que $\omega \ll \omega_n$, ϕ tiende a 0, lo que implica que el centro de masa tiende a alinearse con el centro geométrico. Por el contrario, si $\omega \gg \omega_n$, ϕ tiende a -90° , por lo que G tiende a alinearse con S pero hacia el centro O , efecto conocido como *autocentrado*. Por último, cuando $\omega = \omega_n$, como se vió anteriormente, sucede la resonancia y ϕ se establece en 90° , lo que significa que la fuerza centrífuga y la velocidad tangencial están en fase, aportando trabajo positivo sobre el sistema e incrementando su energía. Este incremento de energía sería infinito de no ser por el efecto del amortiguamiento, que disipa parte de esa energía y atenúa la amplitud de oscilación hasta llegar a un régimen estacionario.

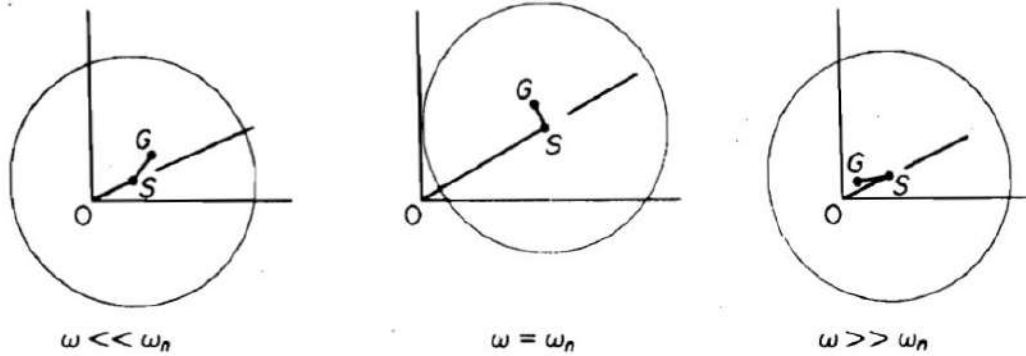


Figura 25. Variación del desfase entre de S y G para distintas velocidades de rotación. [67].

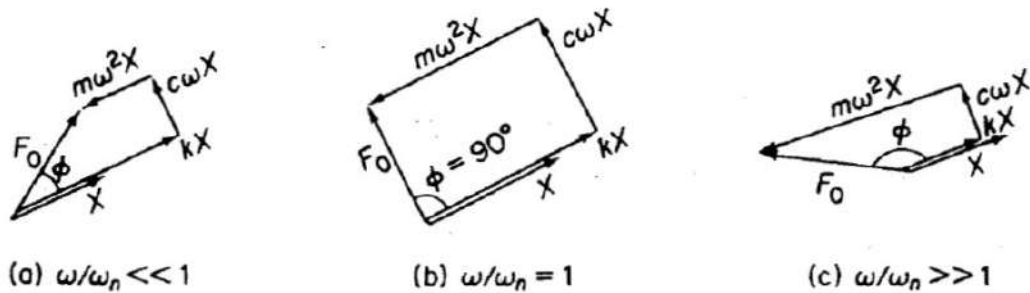


Figura 26. Relación entre fuerza centrífuga y desplazamiento para distintas velocidades de rotación. [67].

Las ecuaciones (11), (12) y (13) guardan una relación trigonométrica resumida gráficamente en la figura 27.

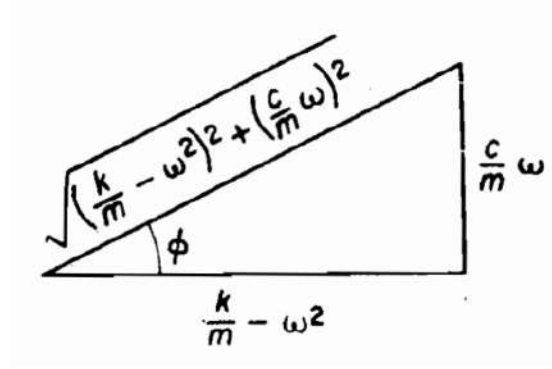


Figura 27. Relación trigonométrica entre los parámetros del problema: masa, velocidad de rotación, rigidez y amortiguamiento. [67]

De la relación trigonométrica mostrada, se reescribe el coseno del ángulo de desfase en función de los parámetros del problema:

$$\cos(\phi) = \frac{\frac{k}{m} - \omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{c}{m}\omega\right)^2}} \quad (15)$$

Sustituyendo la ecuación (15) en la ecuación (11), se despeja la amplitud de oscilación en estado estacionario:

$$r_o = \frac{m e \omega^2}{\sqrt{(k - m \omega^2)^2 + (c \omega)^2}} \quad (16)$$

O en su versión adimensionalizada respecto a la frecuencia natural del sistema:

$$r_o = \frac{e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \quad (17)$$

Para una mejor comprensión del efecto que tiene la masa, la rigidez y el amortiguamiento del sistema en su respuesta dinámica, y en particular en la resonancia, se adjunta la figura 28.

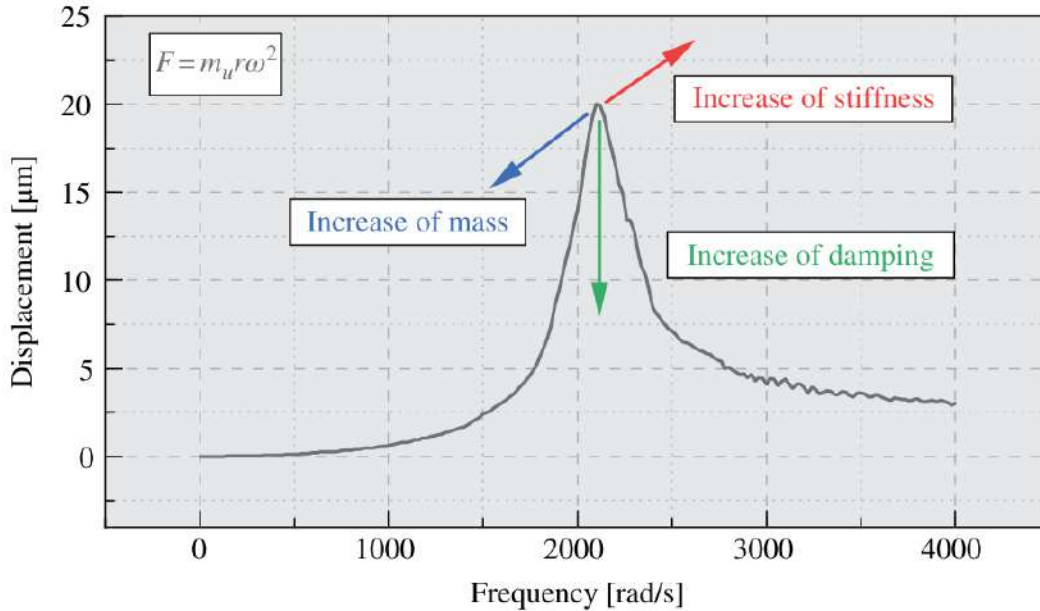


Figura 28. Comportamiento de la respuesta en frecuencia de un sistema excitado armónicamente por un desbalance ante cambios en la masa, rigidez y amortiguamiento. [14]

En base a la ecuación (16) es evidente que el aumento del amortiguamiento reduce la amplitud de la oscilación, siendo clave cuando ocurre la resonancia. El sistema tiene menos energía disponible para autoexcitarse, ya que la disipación es mayor. El efecto de la masa y rigidez también es claro si se considera la definición de frecuencia natural (ecuación (1)). Físicamente, a mayor masa, mayor inercia y, por consiguiente, la respuesta se torna más lenta (menor frecuencia) y el pico se desplaza hacia la izquierda. Una mayor rigidez implica una fuerza de restauración mayor para un mismo desplazamiento, esto lleva a oscilaciones más rápidas, es decir, aumenta la frecuencia y el pico se desplaza hacia la derecha.

Por otra parte, en la figura 29 se puede apreciar el efecto que tiene la excentricidad de un rotor en la respuesta oscilatoria. Cuanto mayor es la excentricidad, mayor es la amplitud de oscilación y en la resonancia, la amplitud se amplifica, valga la redundancia, aún más. En la figura, la amplitud se incrementa en un factor de diez respecto al aumento de la excentricidad.

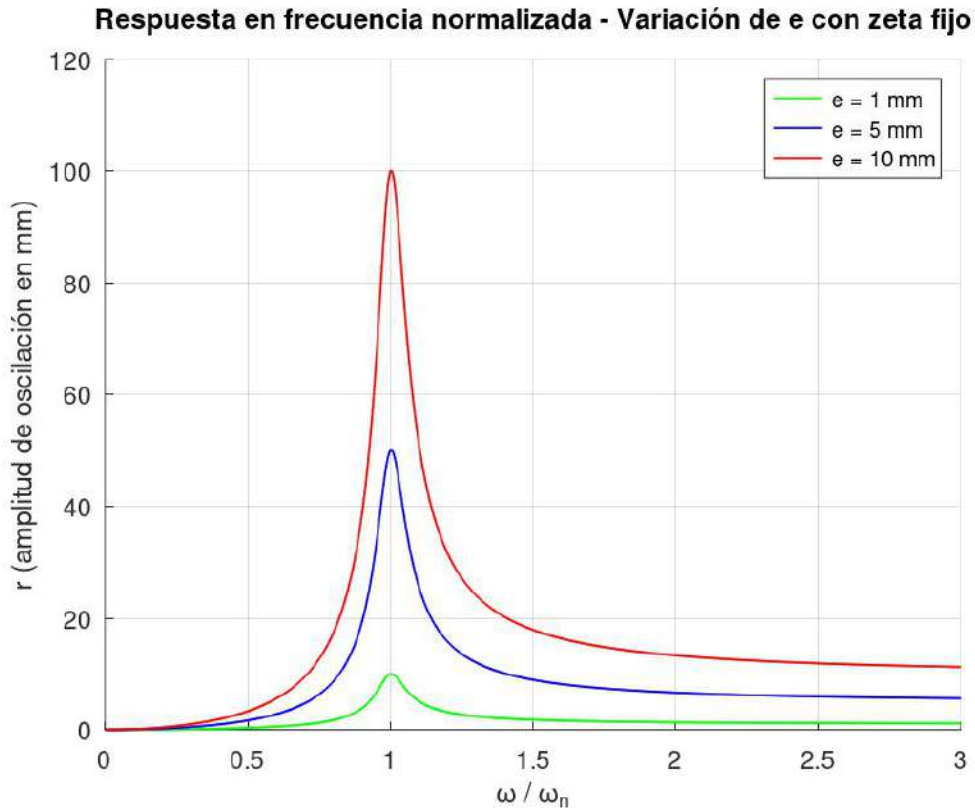


Figura 29. Respuesta en frecuencia (adimensional) de un sistema masa-resorte-amortiguador para distintos valores de excentricidad con amortiguamiento fijo.

Como se mencionó en la sección 4.1, el desbalance de masa en los ejes es una de las principales causas de la respuesta oscilatoria de una máquina rotativa. Este desbalance se debe a una excentricidad “de fábrica”, dado que los procesos de manufactura como el mecanizado y el forjado, introducen imperfecciones que, por más mínimas que sean, llevan a que el centro de masa no coincida exactamente con el centro geométrico, porque ni la sección circular es completamente uniforme, ni la composición es completamente homogénea. Dado que el desbalance es inevitable y que aún valores aceptables pueden ocasionar daños a altas velocidades, se estudiará experimental y computacionalmente cómo afecta a la respuesta oscilatoria del sistema.

4.3 El método de Rayleigh: descripción y aplicación

El método de Rayleigh es atribuido al físico inglés John William Strutt (1842-1919), comúnmente conocido como Lord Rayleigh por su título nobiliario de tercer barón de Rayleigh. En su libro, *Theory of Sound*, Rayleigh presenta una forma de estimar la frecuencia natural fundamental de distintos sistemas armónicos aplicando un mismo enfoque: la conservación de la energía mecánica (cinética + potencial) en un ciclo, asumiendo que el sistema es conservativo y que la forma modal fundamental del mismo es conocida. A este enfoque se le suele llamar método de Rayleigh. Strutt aplicó el método para obtener una mejor estimación de la frecuencia natural de sistemas armónicos compuestos por varias masas (unidas rígidamente) y/o por masas distribuidas. De esta forma, no es necesario conocer el movimiento de cada punto de un sistema complejo, sino que basta con describir el movimiento de un único punto equivalente cuyo valor de masa contemple a todas las masas puntuales y/o distribuidas del sistema. Bajo estas condiciones, Rayleigh obtiene una expresión para el cálculo de la frecuencia natural del sistema compuesto, dada por la ecuación (18).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}} \quad (18)$$

Siendo k y m_{eff} la rigidez y la masa total efectiva del sistema, respectivamente.

A los efectos prácticos del trabajo, para estimar la frecuencia natural del sistema se utilizará la ecuación (18) en lugar de la ecuación (1), ya que al contemplar el efecto de la masa distribuida del eje se consigue un resultado más preciso respecto a la frecuencia natural. Como se vió en el capítulo anterior, en el análisis de Jeffcott solo se considera la masa puntual del disco.

Para cuantificar el efecto de la masa distribuida del eje como si fuese una masa puntual aplicada en el centro de masa (sección media del rotor) se considera el esquema de la figura 30.

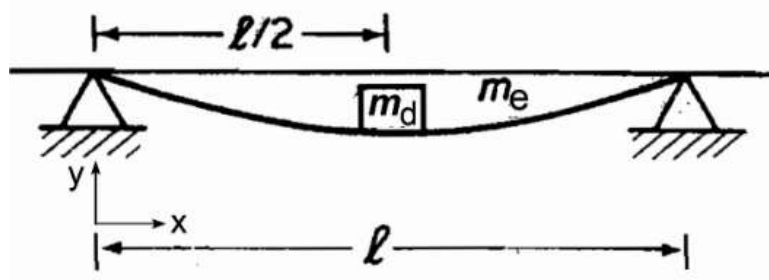


Figura 30. Representación esquemática del sistema para el cálculo de la masa efectiva. Adaptada de [67].

Asumiendo que la viga/eje desarrolla un movimiento oscilatorio plano, simétrico respecto al punto medio, con un grado de libertad (según y), que es delgada (distribución de masa lineal con la longitud) y que la amplitud de oscilación (o forma modal) se puede aproximar por la expresión de la deflexión, la energía cinética del eje puede calcularse como:

$$T_e = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} 2 \frac{m_e}{L} \left(\frac{\partial y(x)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (19)$$

Con $y(x) = y_{max} \left[\frac{3x}{L} - 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right]$ la deflexión en función de x para $\frac{x}{L} \leq \frac{1}{2}$.

Expresando el resultado en función de la deflexión máxima, se tiene:

$$T_e = \frac{1}{2} (0.4857 m_e) \left(\frac{\partial y_{max}}{\partial t} \right)^2 \quad (20)$$

En este caso, la deflexión máxima ocurre en la sección media del eje (donde se ubica el centro de masa), por lo tanto, de la ecuación (20) se deduce que la masa distribuida del eje m_e puede considerarse como una masa puntual aplicada en la sección media de valor $0.4857 m_e$.

Finalmente, la masa efectiva del sistema será:

$$m_{eff} = m_d + 0.4857 m_e \quad (21)$$

Como las masas del eje y disco son datos conocidos, para estimar la frecuencia natural del sistema (ecuación (18)) resta calcular su rigidez.

Asumiendo que el eje cumple la teoría de vigas de Euler-Bernoulli (viga esbelta), que su material es elástico-lineal, isotrópico y homogéneo, que la deflexión que

experimenta es perpendicular a su eje de rotación, que está simplemente apoyado y que la carga se aplica en su punto medio, se tiene que su rigidez estática (y por ende del sistema, al despreciar la deflexión en el disco y rodamientos) está dada por la ecuación (22):

$$k = \frac{48EI}{L^3} \quad (22)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, I el segundo momento de área (o momento de inercia geométrico) respecto del eje de rotación y L la longitud del eje.

Observaciones:

1. Se asumió sistema conservativo por lo que el amortiguamiento (modelo de disipación energética) no es considerado en este análisis.
2. El método de Rayleigh provee una cota superior para la frecuencia natural fundamental de un sistema multimasas: el razonamiento se basa en igualar la energía cinética máxima con la energía potencial máxima que son valores ideales dado que los sistemas reales son no conservativos.
3. El error entre el valor estimado y el real depende de que tan acertada haya sido la suposición de la forma modal fundamental, en este caso de $y(x)$.

4.4 Vibración en rodamientos de elementos rodantes

En esta sección se desarrolla el análisis de la rigidez y frecuencias de excitación en rodamientos de elementos rodantes, en base a [41].

4.4.1. Rigidez de rodamientos de elementos rodantes

En el cálculo de la vibración de un eje giratorio, un rodamiento de elementos rodantes se suele modelar como un elemento elástico. La rigidez del rodamiento (constante elástica) se expresa como una función no lineal de la carga aplicada, derivada de la teoría de contacto hertziana. Se presenta la fórmula simplificada de la constante elástica derivada del cálculo de la deformación por contacto. Se asume que el efecto de amortiguación de un rodamiento de elementos rodantes es insignificante.

Rigidez en la dirección radial, k_r :

Una carga radial F_r , se distribuye a cada elemento rodante dependiendo de su posición. Cuando un elemento rodante se encuentra justo debajo del vector de carga, la carga que soporta este elemento se convierte en máxima, Q_{max} , en la dirección del ángulo de contacto, esto se puede visualizar en la Figura 31. Su componente radial viene dada por, $Q_{max} \cos(\alpha)$, donde α es el ángulo de contacto. Stribeck derivó la ecuación (23), para obtener la relación entre F_r y Q_{max} , despreciando la fuerza centrífuga que actúa sobre el elemento rodante. N representa el número total de elementos rodantes. La expresión para la carga máxima es la siguiente:

$$Q_{max}(N) = \frac{5F_r}{N \cos(\alpha)} \quad (23)$$

Donde el coeficiente 5 en la ecuación (23) corresponde a un rodamiento con holgura típica (en ausencia de holgura este coeficiente tiene un valor teórico de 4,37).

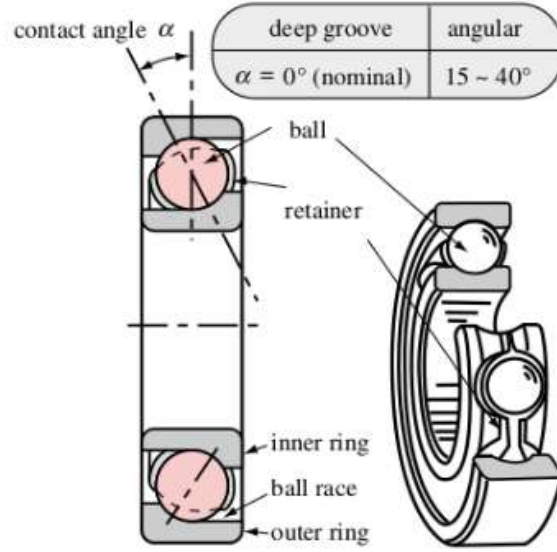


Figura 31. Nomenclatura para un rodamiento de bolas. [41]

La deflexión elástica δ_r , en dirección radial para cada uno de los siguientes rodamientos, se deriva de la teoría de contacto hertziana de la siguiente manera:

- Rodamiento rígido y rodamiento de bolas de contacto angular (Deep groove - angular contact):

$$\delta_r(m) = 4.364 * 10^{-8} \frac{Q_{max}^{2/3}}{B^{1/3} \cos(\alpha)} \quad (24)$$

- Rodamiento de bolas autoalineable (Self-aligning):

$$\delta_r(m) = 6.986 * 10^{-8} \frac{Q_{max}^{2/3}}{B^{1/3} \cos(\alpha)} \quad (25)$$

- Cojinete de rodillos (contacto lineal con aros internos y externos. Roller):

$$\delta_r(m) = 3.059 * 10^{-10} \frac{Q_{max}^{0.9}}{L^{0.8} \cos(\alpha)} \quad (26)$$

Donde B es el diámetro de la bola (m) y L es longitud efectiva del rodillo (m).

Al sustituir la ecuación (23) en cada una de las ecuaciones (24), (25) y (26), la deflexión radial δ_r , puede expresarse en función de la carga radial F_r . Al derivar parcialmente F_r con respecto a δ_r , la rigidez del rodamiento se obtiene mediante las siguientes ecuaciones:

- Rodamiento de bolas:

$$k_r(N/m) \equiv \frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} = (C_r * 10^6) F_r^{1/3} B^{1/3} N^{2/3} \cos^{5/3}(\alpha) \quad (27)$$

Donde, $C_r=7.34$ (para rodamiento de bolas autoalineables de una sola hilera. N se duplica en el caso de rodamientos de dos hileras) o $C_r=11.76$ (para rodamientos de ranura profunda y rodamientos de contacto angular).

- Rodamiento de rodillos:

$$k_r(N/m) \equiv \frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} = (C_r * 10^6) F_r^{0.1} L^{0.8} N^{0.9} \cos^{1.9}(\alpha) \quad (28)$$

Donde, $C_r=853.3$ (se asume contacto de líneas en los aros internos y externos).

En la Figura 32, se muestran estas relaciones entre F_r y k_r . La dependencia de k_r con la carga para un rodamiento de rodillos es menor que la de un rodamiento de bolas equivalente.

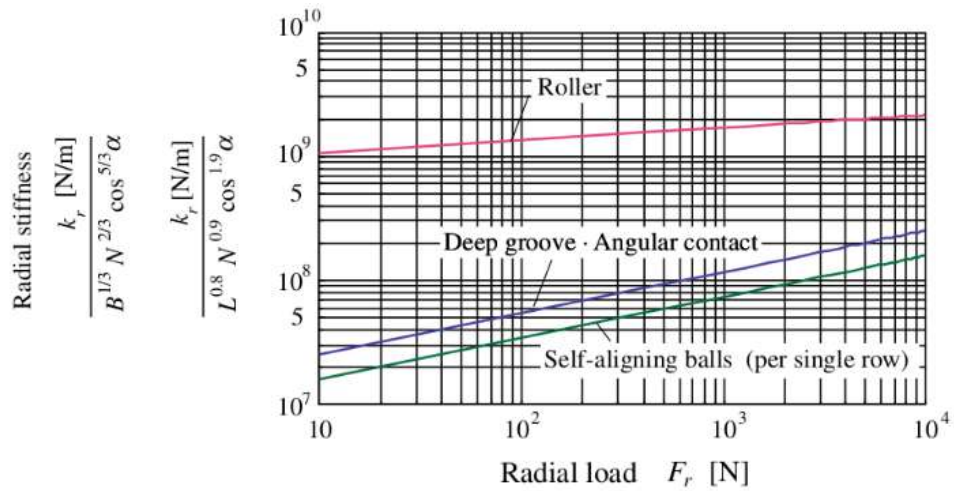


Figura 32. Rigidez radial en función de la carga radial. [41]

Ahora que es posible cuantificar la rigidez de los rodamientos, se desea considerar este efecto elástico en detrimento de la suposición de apoyos rígidos que sustentó tanto la teoría de Jeffcott como la Rayleigh.

Considérese el esquema del rotor y su modelo dinámico equivalente de la figura 33 b).

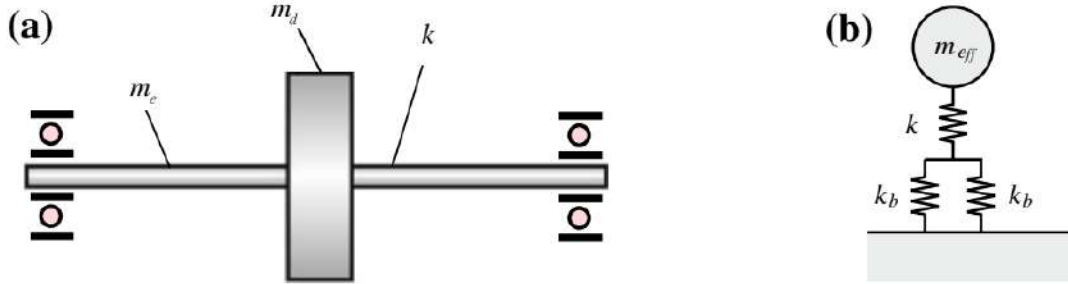


Figura 33. Rotor de Jeffcott modificado (a) y su modelo equivalente (b). [41]

Se tiene entonces que la rigidez equivalente está dada por la ecuación (29):

$$k_{eq} = \left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{2k_b} \right)^{-1} \quad (29)$$

Siendo k_b la rigidez de cada rodamiento que, para el caso de los rodamientos de bola, es calculada con la ecuación (27) y k_s la rigidez del eje definida por la ecuación (22).

Finalmente, la frecuencia natural del sistema puede ser estimada con mayor precisión, contemplando los efectos de la masa distribuida del eje y de la rigidez de los rodamientos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eff}}} \quad (30)$$

4.4.2. Frecuencias de excitación en rodamientos de bola

En la Figura 34 se muestra un ejemplo de las especificaciones de un rodamiento de bolas. Se asume que el aro interior tiene una velocidad de rotación Ω , y que el exterior está fijo a una carcasa estacionaria. En estas condiciones, cada elemento rodante gira sobre sí mismo y además órbita respecto al eje giratorio. Para obtener ambas frecuencias de giro definimos las siguientes variables:

- P = diámetro del círculo de paso del rodamiento
- B = diámetro del elemento rodante ($B/P \approx 1/4$)
- α = ángulo de contacto
- r_1 = radio del aro interior = $(P - B \cos(\alpha))/2$
- r_2 = radio del aro exterior = $(P + B \cos(\alpha))/2$

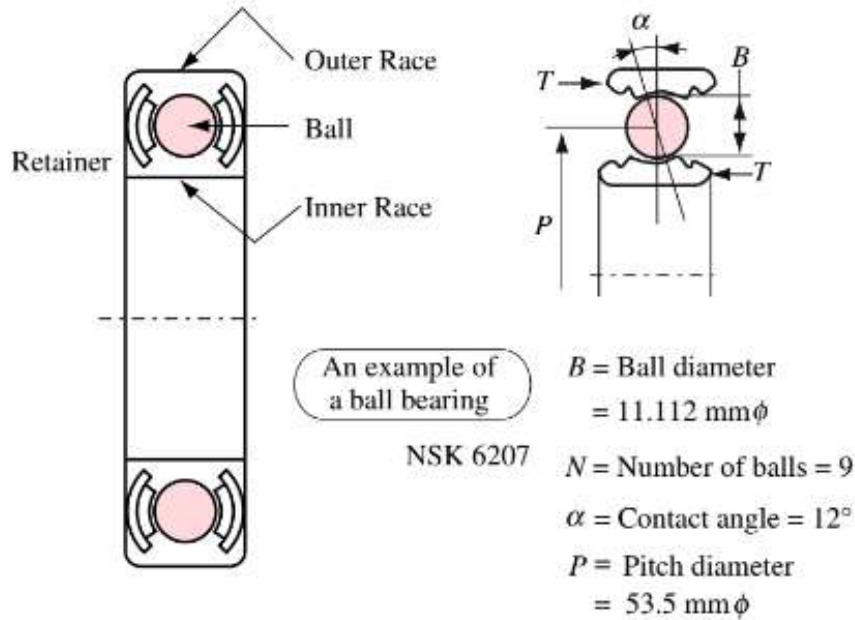


Figura 34. Ejemplo de las especificaciones estructurales de un rodamiento de bolas. [41]

La velocidad v_c de la órbita de los elementos rodantes es un promedio entre la velocidad superficial del aro interior ($r_1\Omega$) y la velocidad superficial del aro exterior, asumiendo que no hay deslizamiento entre los elementos rodantes y los aros.

$$v_c = \frac{1}{2}(r_1\Omega + r_2\Omega) = \frac{\Omega}{2} \frac{(P - B \cos(\alpha))}{2} \quad (31)$$

La frecuencia de giro de la órbita Ω_c se relaciona con la velocidad v_c de la forma:

$$v_c = \Omega_c \frac{P}{2} \quad (32)$$

Combinando 31 y 32, se obtiene:

$$\Omega_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{B}{P} \cos(\alpha) \right) \Omega \quad (33)$$

Utilizando las especificaciones de la Figura 34, se alcanza el siguiente valor para Ω_c :

$$\Omega_c \equiv \beta\Omega = 0.3984\Omega \approx 0.4\Omega \quad (34)$$

Esto indica que el elemento rodante o la jaula orbitan alrededor del eje a un velocidad angular del 40 % de la velocidad de giro del eje y en su misma dirección. La velocidad Ω_c es llamada frecuencia fundamental del tren (FTF).

Luego, se puede calcular la velocidad de giro de cada elemento rodante sobre sí mismo (Ω_s). La órbita de un elemento rodante recorre una distancia $\Omega_c * r_2 * \Delta t$ sobre el aro exterior fijo en un tiempo Δt , y debido a la condición de no deslizamiento esta distancia debe ser igual a la recorrida por el giro propio del elemento rodante $\Omega_s * \frac{B}{2} * \Delta t$.

$$\Omega_s \frac{B}{2} = \Omega_c r_2 \quad (35)$$

A esta frecuencia, Ω_s , se le llama frecuencia de giro de bola (BSF).

Utilizando las ecuaciones 34, 35 y las especificaciones del rodamiento dado, se obtiene la siguiente ecuación para la BSF.

$$\Omega_s = \frac{P}{2B} \left[1 - \left(\frac{B}{P} \right)^2 \cos^2(\alpha) \right] \Omega \approx 2.3\Omega \approx 2\Omega \quad (36)$$

Se encuentra que el elemento rodante gira sobre su eje aproximadamente a una velocidad que duplica la velocidad de giro del eje del rotor. Si hay un daño en la superficie del elemento rodante, este va a contactar con los aros exterior e interior, por lo tanto el impacto ocurrirá dos veces por cada revolución del elemento rodante, generando una frecuencia de excitación de 2*BSF.

Cuando existe un daño localizado en la superficie del aro exterior, una vibración debido al impacto es generada cada vez que un elemento rodante pasa por este punto. La frecuencia con la que ocurre se llama frecuencia de paso de bola por el aro exterior (BPFO). La cual es calculada como el producto de la frecuencia de órbita de la bola, multiplicada por la cantidad de bolas:

$$BPFO \equiv \Omega_c N = \frac{N}{2} \left(1 - \frac{B}{P} \cos(\alpha) \right) \Omega \approx 0.4 N \Omega \quad (37)$$

Luego, suponiendo un daño localizado en la superficie del aro interior. Ya que este aro se encuentra en movimiento, si se observa el movimiento relativo al mismo, las órbitas de las bolas quedan determinadas por la siguiente ecuación:

$$\Omega_c - \Omega = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{B}{P} \cos(\alpha) \right) \Omega \approx -0.6 \Omega \quad (38)$$

Por lo tanto la frecuencia con la que las bolas impactan con el punto dañado (BPFI) es:

$$BPFI \equiv (\Omega - \Omega_c) N = \frac{N}{2} \left(1 + \frac{B}{P} \cos(\alpha) \right) \Omega \approx 0.6 N \Omega \quad (39)$$

Fundamental Train Frequency FTF (caused by retainer/cage defects or improper movement)	$FTF = \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{B}{P} \cos \alpha \right) \longrightarrow f_c = 0.39 f_r$
Ball Pass Frequency of Outer race BPFO (caused by rolling elements passing over defective outer races)	$BPFO = N \frac{f_r}{2} \left(1 - \frac{B}{P} \cos \alpha \right) \longrightarrow f_o = 3.6 f_r$
Ball Pass Frequency of Inner race BPFI (caused by rolling elements passing over defective inner races)	$BPFI = N \frac{f_r}{2} \left(1 + \frac{B}{P} \cos \alpha \right) \longrightarrow f_i = 5.4 f_r$
Ball Spin Frequency BSF (caused by rolling element defects)	$BSF = \left(\frac{P}{B} \right) \frac{f_r}{2} \left(1 - \left(\frac{B}{P} \right)^2 \cos^2 \alpha \right) \longrightarrow f_s = 2.3 f_r$
NSK 6207 $B = \text{Ball diameter} = 11.112 \text{ mm } \phi$ $\alpha = \text{Contact angle} = 12^\circ$ $N = \text{Number of balls} = 9$ $P = 53.5 \text{ mm } \phi$ a typical example	

Figura 35. Frecuencias de excitación de rodamientos de elementos rodantes. [41]

Vibración en aros de rodamientos de elementos rodantes

Cuando los elementos rodantes pasan sobre un daño localizado en las superficies de rodadura, se generan vibraciones de impacto en los aros exterior e interior. Estas vibraciones son llamadas "Ringing Vibrations". El fenómeno puede representarse de manera simplificada, siendo modelado como una vibración flexional de una carcaza cilíndrica. Los modos de vibración natural de un anillo circular difieren en su número n de nodos diametrales. La frecuencia natural f_n , para el n -ésimo modo de vibración es estimada según la siguiente ecuación:

$$f_n(\text{Hz}) = \frac{1}{2\pi R^2} \frac{n(n^2 - 1)}{\sqrt{1 + n^2}} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (40)$$

Donde R = radio del aro (m), $C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ = velocidad del sonido (m/s), I = momento de inercia (m^4), y A = área de sección transversal del anillo.

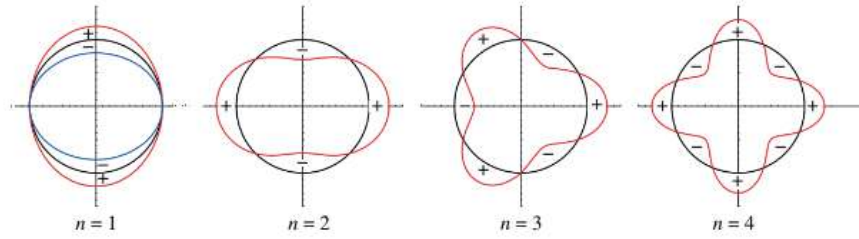


Figura 36. Modos elásticos de vibración en aros de rodamientos de elementos rodantes. [41]

4.5 Procesamiento digital de señales aplicado al análisis de vibraciones

En el caso de los sistemas rotativos, las señales medidas suelen contener una combinación compleja de componentes periódicas, transitorias y ruido, por lo que es necesario aplicar técnicas que faciliten la identificación de fenómenos relevantes, tales como desbalances, desalineaciones o defectos en los elementos rodantes o de transmisión de potencia.

El procesamiento de señales constituye una etapa fundamental en este análisis, ya que permite extraer información útil a partir de las mediciones crudas obtenidas por los sensores (e.g. acelerómetros) y transformar los datos hacia representaciones más interpretables, como el espectro de la señal o el análisis de la envolvente.

4.5.1. Teoría de muestreo de Nyquist y fenómeno de *aliasing*

La frecuencia de muestreo es la cantidad de muestras por segundo que el instrumento es capaz de adquirir. Cuanto mayor es, más detalles se pueden registrar, en particular aquellos fenómenos que ocurren a altas frecuencias.

El teorema de Nyquist sostiene que “una señal muestreada contiene toda la información sin distorsión alguna cuando la frecuencia de muestreo es superior al doble de la frecuencia más alta presente en la señal original”. Traducido de [34].

En términos matemáticos:

$$f_s \geq 2 \cdot f_{max} \quad (41)$$

Siendo f_s la frecuencia de muestreo y f_{max} la frecuencia máxima que es de interés registrar en la señal que se mide.

De la ecuación (41) se desprende la frecuencia de Nyquist, $f_q = \frac{f_s}{2}$, la frecuencia mínima para la cual se cumple dicha ecuación. Cuando no se cumple, ocurre el fenómeno de *aliasing* o “efecto espejo”. Este inconveniente es una consecuencia de la aplicación de la transformada discreta de Fourier (DFT). Al operar con números complejos para convertir una señal temporal a una señal espectral, cada muestra se ubica en el plano complejo con sus componentes imaginaria y real (ver figura 38). A partir de la muestra $N/2$ comienzan a formarse parejas de muestras que se ubican simétricamente respecto del eje real (valores conjugados) por lo que poseen el mismo módulo. Esto provoca que, para frecuencias mayores a la de Nyquist (o muestras mayores a $N/2$), se genere un solapamiento de frecuencias a

la izquierda de la de Nyquist, distorsionando los valores reales de bajas frecuencias.

Para evitar este error, los instrumentos de medición de señales modernos, como el analizador SKF Microlog® GX Series, cuentan con un filtro paso-bajo (LPF) también llamado filtro *anti-aliasing*. En la práctica, como este filtro analógico no corta la señal bruscamente, sino que lo hace de forma gradual, se suele configurar para que el corte sea antes de alcanzar la frecuencia de Nyquist, a partir de la cual el efecto espejo ocurre. Generalmente se define la frecuencia de corte, f_c como:

$$f_c = f_{max} = f_s/2.56 \quad (42)$$

En la figura 37 se observa la relación entre ambas. Si la frecuencia de corte estuviese establecida en el valor de la de Nyquist, $f_c = f_q$, entonces la zona de transición de corte gradual (triángulo rosado derecho) se reflejaría y solaparía con las frecuencias cercanas a la de Nyquist del lado izquierdo. Al definir la frecuencia de corte (42), el corte se da antes y su disminución gradual no llega a superar a la frecuencia de Nyquist, evitando el efecto espejo y así la distorsión de la señal.

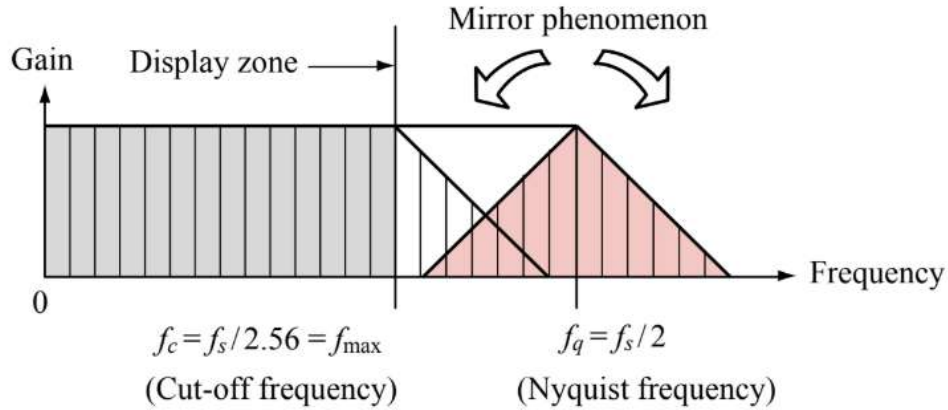


Figura 37. Frecuencia de corte y frecuencia de Nyquist. [41]

El analizador SKF tiene configurada internamente la frecuencia de corte (o frecuencia máxima) dada por (42), de forma que, al seleccionar la frecuencia máxima, la frecuencia de muestreo queda definida automáticamente.

4.5.2. Métricas de una señal: RMS y Pico a Pico

Las amplitudes RMS y Pico a Pico son valores globales de amplitud que se calculan a partir de la señal cruda de aceleración vs tiempo. No son excluyentes: una misma señal admite estas dos métricas (entre otras), pero su elección dependerá del tipo de información que se quiera extraer de ella.

Para una señal discreta como la medida por cualquier instrumento, la amplitud RMS (*Root Mean Square*) se calcula de acuerdo a la ecuación (43):

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i|^2} \quad (43)$$

Donde N es la cantidad total de muestras y x_i es el valor de la amplitud de la señal en el instante $i\Delta t$, siendo Δt el intervalo de muestreo (inverso de la frecuencia de muestreo).

Por otro lado, la amplitud Pico a Pico (*Peak to Peak*) se define como la diferencia entre la amplitud máxima y la mínima de la señal, en todo su período muestral.

$$x_{p-p} = \max\{x_i | i = 1, \dots, N\} - \min\{x_i | i = 1, \dots, N\} \quad (44)$$

Cabe destacar que en la bibliografía suele establecerse la relación $x_{p-p} = 2\sqrt{2} x_{RMS}$, sin embargo, esta se cumple únicamente para una onda sinusoidal pura, que en condiciones reales no es alcanzable.

Como se mencionó, la utilidad de estos dos parámetros que caracterizan a la señal depende del tipo de información que se quiera extraer de ella: la amplitud RMS representa la energía total de la señal, como se indica en [20]. Es una métrica útil en el monitoreo continuo de vibraciones, donde un incremento progresivo de picos - aunque no haya una diferencia relativa visible entre ellos como sí lo indicaría la amplitud Pico a Pico - aumenta la energía global contenida en la señal. A medida que un defecto evoluciona, más significativo es el aumento de energía de la señal y más fácil es su detección con este parámetro. Debido a esto, es utilizado con frecuencia por normas como la ISO 10816 o ISO 20816 para la evaluación del estado de severidad en máquinas rotativas. En cambio, el valor Pico a Pico es una medida puntual y por ende sensible a la presencia de impactos, o eventos impulsivos de alta severidad. Esto lo convierte en un indicador adecuado para la detección temprana de fallas como holguras, golpes, daños en rodamientos o resonancias transitorias. En sistemas de monitoreo, un incremento repentino

del Pico a Pico suele asociarse a un deterioro agudo del estado mecánico en la máquina.

4.5.3. Magnitudes de análisis en vibraciones: desplazamiento, velocidad y aceleración

En el análisis y monitoreo de vibraciones de maquinaria rotativa, la señal medida (la amplitud) puede expresarse en tres magnitudes diferentes: desplazamiento, velocidad y aceleración. Estas tres variables representan diferentes aspectos del mismo fenómeno vibratorio y se relacionan matemáticamente entre sí mediante derivación e integración. Sin embargo, cada una enfatiza rangos de frecuencia y tipos de fallas diferentes, por lo que su elección depende del objetivo del diagnóstico y de la naturaleza de la máquina.

Medir la amplitud en desplazamiento (μm o mm) resulta una ventaja para rangos de baja frecuencia ($< 10 \text{ Hz}$), donde el movimiento oscilatorio de la estructura respecto a su posición de equilibrio es visible y, por lo tanto, de amplitud considerable. Es útil para medir desbalance, desalineación, holguras mecánicas importantes y resonancias estructurales de baja frecuencia. Estos fenómenos son comunes en máquinas de gran porte y baja velocidad de rotación. La amplitud en desplazamiento se obtiene integrando dos veces la amplitud en aceleración medida por el acelerómetro.

El registro en velocidad (en mm/s o in/s) es el más difundido en la industria, de hecho, las normas mencionadas utilizan el valor RMS de la velocidad para evaluar el estado general de las máquinas ($E \propto v_{RMS}^2$). Además, la velocidad guarda una relación lineal con la frecuencia ($\dot{x} \propto \omega$), por lo que describe correctamente fenómenos en un amplio rango de frecuencias ($10 \text{ Hz} - 1 \text{ kHz}$). La amplitud en velocidad se obtiene integrando la amplitud en aceleración.

La aceleración (en g o mm/s^2) es la magnitud base que registra el acelerómetro. La amplitud se amplifica, valga la redundancia, en el rango de altas frecuencias ($> 1 \text{ kHz}$) ya que $\ddot{x} \propto \omega^2$. Es una magnitud apropiada para detectar defectos en rodamientos, impactos, holguras severas, resonancias estructurales y cavitación en bombas, todos estos fenómenos de alta frecuencia. A partir de esta magnitud, se realiza el análisis de la envolvente, detallado más adelante.

4.5.4. Transformada rápida de Fourier: descripción y aplicación

La Transformada de Fourier (FT) parte del principio de que cualquier señal temporal, por más compleja que sea, puede expresarse como una suma de ondas sinusoidales y cosenoidales simples de distintas frecuencias, amplitudes y fases. El procedimiento de esta técnica matemática consiste en comparar la señal original con un conjunto de ondas sinusoidales simples. Cuando la señal compleja contiene una oscilación que coincide en frecuencia y fase con alguna de estas ondas, su contribución aparece como un valor elevado en el dominio de la frecuencia. De esta manera, la FT permite transformar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, revelando qué frecuencias están presentes, con qué intensidad y con qué peso relativo dentro de la señal original. Esta representación facilita el análisis de fenómenos vibratorios al identificar patrones asociados a fallas mecánicas características.

Dada la naturaleza discreta de las señales reales, se estudiará la FT en su forma discreta (DFT), es decir, en intervalos de tiempo discretos.

La formulación matemática de la DFT se describe por la ecuación (45):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i \frac{2\pi kn}{N}} \quad (45)$$

Donde $X(k)$ es el valor de la DFT en el dominio de la frecuencia asociado al índice de frecuencia k , tal que $f_k = k \cdot (f_s/N)$, x_n es el valor de la señal original evaluada en el n -ésimo tiempo discreto y N es el número de muestras de la ventana analizada.

El argumento exponencial complejo representa una rotación en el plano complejo con velocidad angular $\theta = 2\pi k$ y con saltos discretos de n/N radianes del recorrido total.

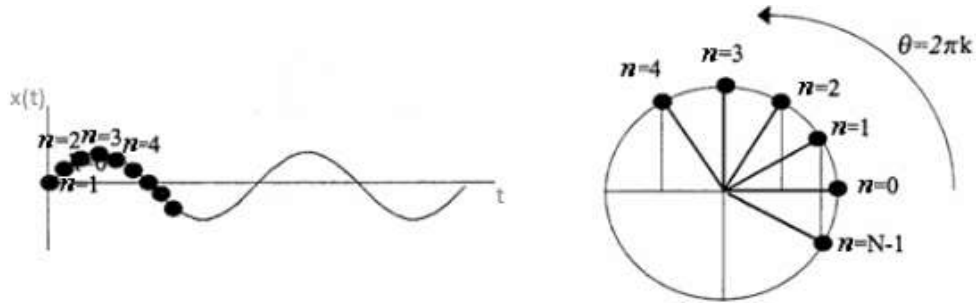


Figura 38. Representación gráfica de puntos de medida en el plano complejo. [11]

Para un k fijo, la sumatoria de los productos entre el valor de la muestra, x_n y la exponencial compleja, actúa de comparador entre las ondas de frecuencia correspondiente f_k y la onda original. Por lo tanto, el resultado de la sumatoria para cierto valor de k , es un número complejo que indica la similitud de la señal analizada con el seno y coseno de frecuencia f_k . La parte real del complejo representa la semejanza entre la señal original y el coseno, mientras que la parte imaginaria representa la semejanza con el seno. Para ponderar la importancia de ambos componentes, habitualmente se toma el valor de la distancia euclidiana [11]:

$$X(k) = \sqrt{(\text{Real}(k))^2 + (\text{Imag}(k))^2} \quad (46)$$

Obteniendo como resultado final el espectro de la señal, el cual muestra la distribución de la energía de la señal en las distintas frecuencias.

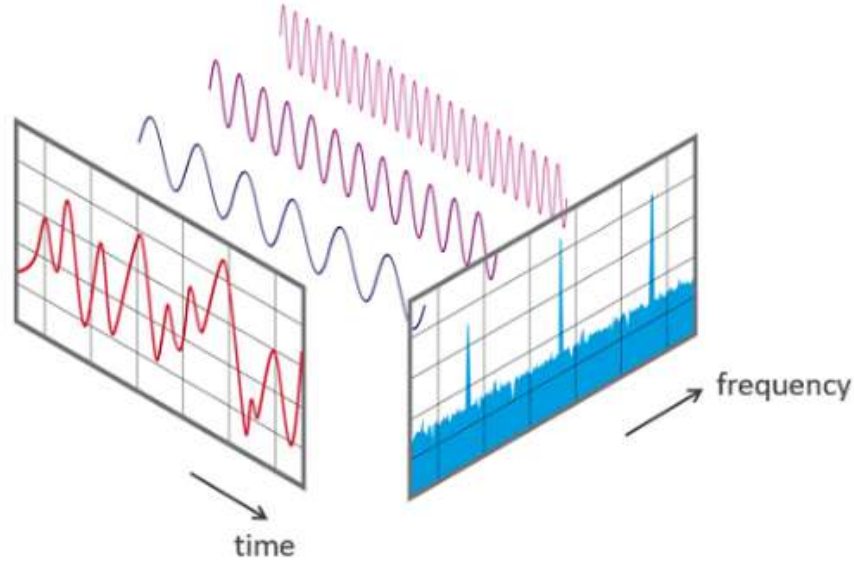


Figura 39. Representación gráfica de la DFT. [69]

La resolución directa de la DFT implica N^2 multiplicaciones complejas, y $N(N - 1)$ adiciones complejas. Por lo tanto, el cálculo directo de una DFT es de orden $O(N^2)$. El orden del cálculo directo impone un límite en aquellas aplicaciones que hacen uso de la DFT, dado que para valores mayores a cierto N el cálculo puede resultar demasiado lento y los recursos disponibles podrían ser insuficientes. Es así que aparece la Transformada Rápida de Fourier (FFT), un algoritmo para el cálculo eficiente de la DFT. La FFT se basa en dividir el tiempo, descomponiendo la transformada original en varias DFT más simples, utilizando las propiedades de simetría y periodicidad de los valores complejos. De esta forma, logra reutilizar datos y evita cálculos redundantes a los que se ve sometida

la DFT, por lo que se obtiene un procesamiento más rápido a menor costo. Si se calcula el costo computacional de este método, se obtiene que el algoritmo de la FFT es de orden $O(N \log_2(N))$. [57]

4.5.5. Análisis de la envolvente

La técnica de la envolvente (*enveloping*), también llamada envolvente de aceleración, demodulación o envolvente de alta frecuencia, es una técnica de procesamiento de señales que permite identificar defectos que usualmente están “escondidos” en el ruido de la señal original. Es común en el diagnóstico de fallas en rodamientos de bola utilizar este método ya que las frecuencias características de falla (BPFO, BPFI, FTF, BSF) ocurren a bajas frecuencias (frecuencias de modulación) y con amplitudes relativamente pequeñas, por lo que no son distinguibles a simple vista en la señal cruda. Sin embargo, estas fallas generan resonancias estructurales en rangos de alta frecuencia (frecuencias portadoras) que, por medio del proceso de la envolvente, pueden ser identificadas.

Por ejemplo, en la figura 40 se muestra un rodamiento de bolas que tiene un pequeño daño en su pista interior. Cada vez que una bola pasa por la fisura, genera una perturbación y esta excita la frecuencia natural de la estructura en la que se encuentra empotrado. La frecuencia con la que se repite esta perturbación es, en este caso, la frecuencia de falla BPFI.

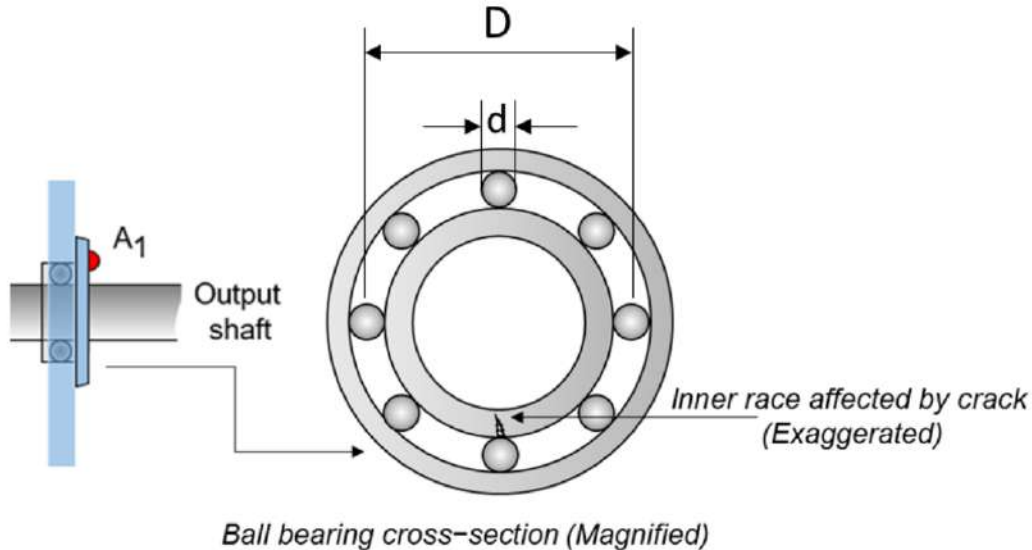


Figura 40. Rodamiento con una fisura en la pista interior. [40]

Usualmente, el proceso para generar la envolvente comprende tres etapas:

1. Aplicación de filtro pasabanda:

Se filtra la señal original con un filtro de banda definida por filtros paso-alto (HPF) y paso-bajo (LPF). El objetivo es aislar un rango de la señal en alta frecuencia donde exista la resonancia estructural debida a la falla. En este trabajo se utiliza el filtro *Butterworth*, caracterizado por tener una ganancia constante en la banda seleccionada, manteniendo la amplitud relativa de la señal inalterada. Un parámetro fundamental de este filtro es el *orden*, que determina cuánto se atenúa la señal fuera de la banda: a mayor orden, mayor atenuación. Órdenes muy altos, sin embargo, pueden generar oscilaciones indeseadas, impuestas por el propio filtro. En análisis de vibraciones se suele aplicar un orden entre 4 y 6. La elección de las frecuencias que definen la banda depende del sistema y del objetivo del análisis.

2. Demodulación:

La demodulación consiste en extraer la señal de baja frecuencia que modula a otra de alta frecuencia. En este caso, implica eliminar la portadora de alta frecuencia asociada a las resonancias del sistema y conservar únicamente la variación de amplitud a baja frecuencia, que contiene la información del defecto en el rodamiento. Para obtener la amplitud instantánea de la señal cruda (ya filtrada) se aplica la Transformada de Hilbert (HT). [3]

La HT es una operación matemática tal que, al aplicarse a una señal temporal $x(t)$, permite obtener su amplitud y fase instantáneas. Matemáticamente, construye una señal compleja analítica, $z(t)$ de la forma

$$z(t) = x(t) + iy(t) \quad (47)$$

donde $y(t)$ es la HT, propiamente dicha, de $x(t)$ y se calcula como

$$y(t) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (48)$$

siendo P el valor principal de Cauchy.

Notar que la señal original representa la parte real de la señal analítica y la HT la parte imaginaria. Como resultado de (48), la señal $y(t)$ es idéntica a

la señal original, pero con un desfase de $+90^\circ$ para todas las frecuencias.

La amplitud y fase instantáneas están definidas por las ecuaciones (49) y (50).

$$A(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} \quad (49)$$

$$\varphi(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \quad (50)$$

La envolvente temporal, $E(t)$ se define de esta manera como el valor absoluto de la señal analítica creada por la HT, igual a la amplitud instantánea.

$$E(t) = |z(t)| = A(t) \quad (51)$$

3. Espectro de la envolvente:

La última etapa consta de aplicar la FFT a la envolvente temporal para identificar las frecuencias de las fallas.

Si bien las tres etapas desarrolladas anteriormente constituyen el núcleo del análisis de la envolvente, pueden realizarse operaciones complementarias que busquen un mejor acondicionamiento de la señal. Tal es el caso de la ventana de Hanning, que, al igual que la Transformada de Hilbert, es una herramienta matemática, definida en este caso por la ecuación (52).

$$w(n) = 0.5 \left(1 - \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right)\right) \quad (52)$$

Con $0 \leq n \leq N$, siendo n el índice de la muestra y N la cantidad de divisiones en la ventana de largo $L = N + 1$.

La ventana de Hanning se aplica para reducir la fuga espectral (*spectral leakage*) previo a la aplicación de la FFT. El algoritmo de la FFT asume que la señal de entrada se repite infinitamente de forma periódica. En la práctica, la señal de entrada es finita y aperiódica y al aplicar la FFT se generan discontinuidades que resultan en una fuga espectral al pasar al dominio de la frecuencia. Esta fuga espectral se puede traducir en una reducción de la amplitud real del o los picos

principales o en la aparición de *side lobes*, que son picos artificiales a ambos lados de la frecuencia real que pueden enmascarar picos reales de menor amplitud en dicha zona.

Al aplicar la ventana de Hanning a un segmento finito de señal, los extremos se atenúan a 0, de forma tal que al repetir dicho segmento periódicamente, el inicio coincida con el final en la secuencia resultante, evitando los efectos negativos puntualizados previamente.

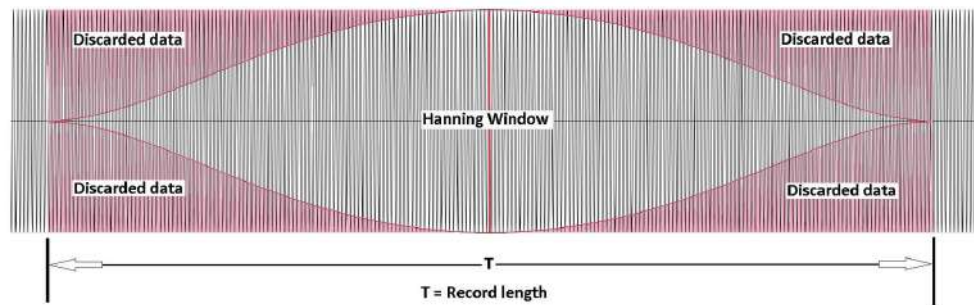


Figura 41. Ventana de Hanning aplicada a un segmento de señal continua. [12]

Se deduce de lo expuesto en esta sección que el proceso manual para la generación de la envolvente da lugar a la aplicación de la ventana de Hanning entre las etapas 2 y 3, con el objetivo de obtener un espectro más preciso y con menos fugas.

4.6 Diagnóstico basado en vibraciones

La presente sección esta basada en las tablas de Charlotte [66] y trata de la identificación de los problemas más frecuentes en máquinas rotativas a partir del análisis del espectro de la señal.

4.6.1. Desbalanceo

- Desbalanceo estático:

Se presenta cuando el centro de masa del rotor no coincide con el eje de giro. Este desbalanceo está en fase (ambos rodamientos vibran de manera sincronizada) y es estable. Para velocidades de giro inferiores a la primera velocidad crítica, la amplitud de la vibración aumentará con el cuadrado de la velocidad de giro. La frecuencia predominante en el espectro es igual a la de giro del rotor (1xRPM). Se puede corregir colocando un peso de corrección en un plano del centro de gravedad del rotor.

- Desbalanceo de par de fuerzas:

Ocurre cuando existen dos masas desbalanceadas de igual valor en posiciones opuestas y en distintos planos. Esto resulta en un desfase de 180° entre los rodamientos. Al igual que en el caso anterior, predomina la frecuencia 1xRPM y la amplitud de oscilación aumenta con el cuadrado de la velocidad de giro. Se pueden presentar altas vibraciones tanto radiales como axiales. En este caso, se deben colocar pesos de corrección en al menos dos planos.

- Desbalanceo dinámico:

Es el tipo de desbalanceo más frecuente. Consiste en una combinación de desbalanceo estático y desbalanceo de par de fuerzas. La frecuencia dominante es 1xRPM y requiere pesos de corrección en dos planos. El desfase entre los rodamientos puede variar en el rango de 0 a 180° .

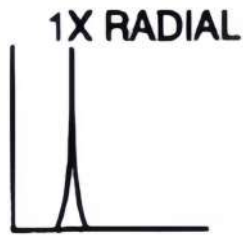


Figura 42. Espectro característico de desbalanceo. [66]

4.6.2. Desalineación

- Desalineación angular:

Se presenta cuando el acople entre dos ejes presenta cierto ángulo. Tiene una alta vibración axial con una desfase de 180° a través del acople, con frecuencias 1xRPM y 2xRPM predominantes, aunque también puede aparecer predominancia de 3xRPM.

- Desalineación paralela:

Ocurre cuando los ejes son paralelos pero no colineales. Se observa una alta vibración radial con 180° de desfase a través del acople. Generalmente, la frecuencia de vibración 2xRPM presenta un pico mayor a la 1xRPM, pero esto depende del tipo de acople y su construcción.

- Desalineación de rodamiento inclinado sobre el eje:

Cuando el rodamiento presenta un ángulo de inclinación respecto al plano perpendicular al eje, se observa una considerable vibración axial, con cambio de fase de 180° de arriba/abajo o lado a lado si se mide en dirección axial sobre la carcasa del rodamiento. La única solución es reinstalar el rodamiento correctamente.

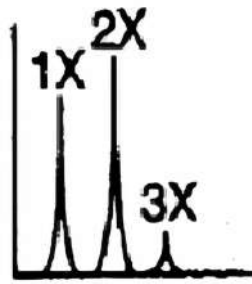


Figura 43. Espectro característico de desalineación. [66]

4.6.3. Fallas en rodamientos

Existen cuatro etapas de falla en rodamientos:

- Etapa 1:

Los primeros indicios de problemas en rodamientos se presentan en frecuencias ultrasónicas que están en torno a 250-350 kHz. A medida que el problema se agrava, el rango de frecuencia característico cae a 20-60 kHz. Estas frecuencias son evaluadas mediante el Pico de Energía (gSE), HFD e Impulso de Choque (dB).

- Etapa 2:

Ligeros desgastes en el rodamiento comienzan a excitar las frecuencias naturales de sus propios componentes o de la estructura a la que están montados. Estas se dan principalmente en el rango de 500-2000 Hz. Sobre el final de la etapa 2 aparecen bandas laterales en torno a la frecuencia natural. El pico de energía Overall crece.

- Etapa 3:

En esta etapa aparecen las frecuencias características BPFI, BPFO, FTF, BSF y sus armónicos. A medida que crece el desgaste, más armónicos aparecen y aumentan las bandas laterales. El desgaste se torna visible y se puede prolongar a la periferia del rodamiento. El pico de energía sigue creciendo. Esta es la etapa límite en la que se recomienda reemplazar el rodamiento.

- Etapa 4:

En la etapa final, la amplitud de la componente $1 \times \text{RPM}$ también se ve afectada. Esta aumenta y suele ir acompañada por la aparición de numerosos

armónicos de la velocidad de giro. Las frecuencias discretas asociadas a los defectos del rodamiento y las resonancias de sus componentes comienzan a desaparecer, siendo reemplazadas por un ruido de piso aleatorio, de banda ancha y alta frecuencia. Además, las amplitudes de este ruido de alta frecuencia y el pico de energía tienden a disminuir, aunque justo antes de ocurrir la falla, el pico de energía crece a amplitudes excesivas.

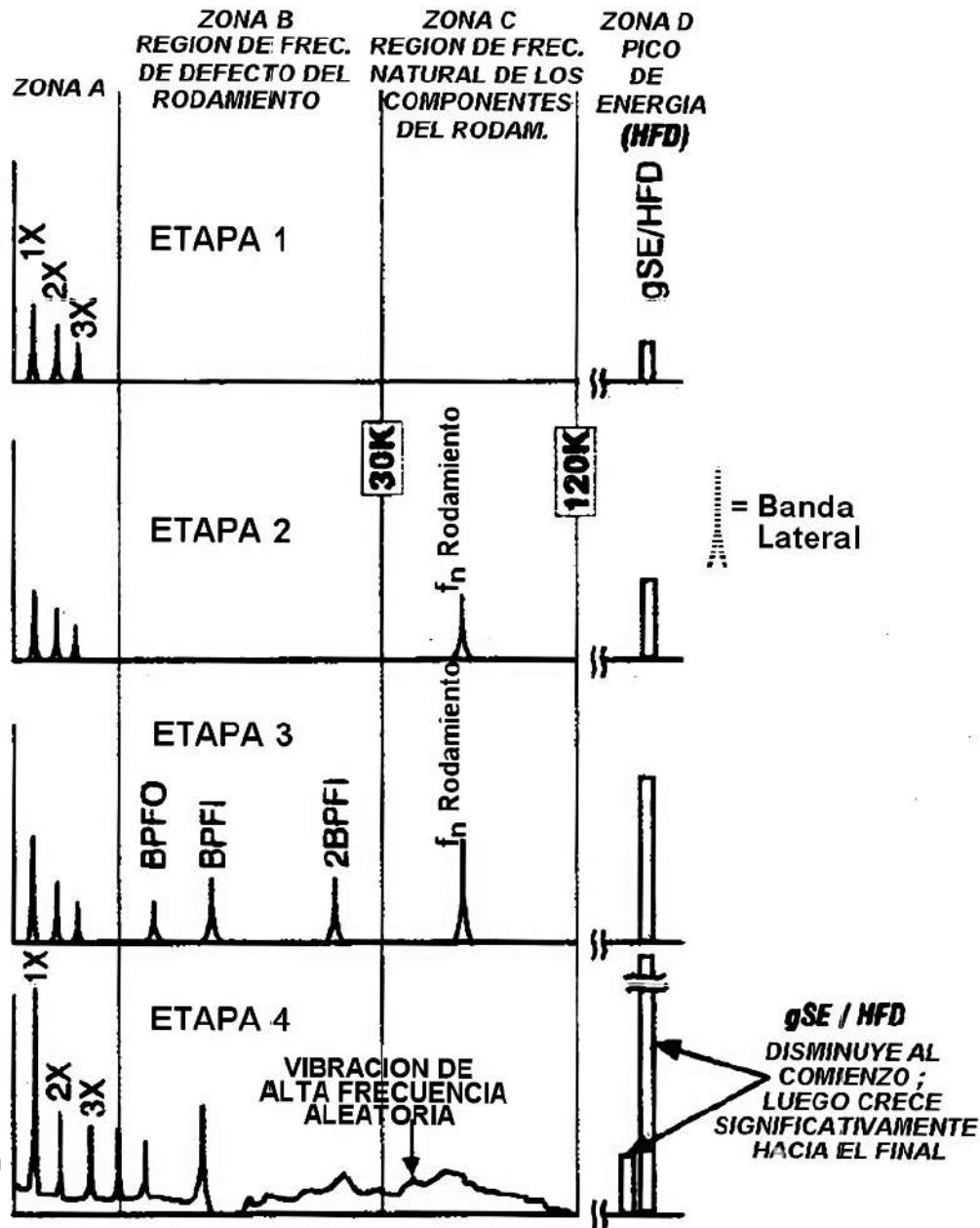


Figura 44. Espectro en distintas etapas de falla de rodamientos. [66]

5 Descripción del banco de ensayo

Las mediciones de vibraciones fueron realizadas en un banco de ensayo ubicado en el “Laboratorio C” (sector C.2), perteneciente al Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial (IIMPI).

El banco (figura 45) consiste en un rotor de Jeffcott (ver capítulo 4.2) alimentado por un motor eléctrico (1) por medio de un acople flexible (2). El rotor se compone de un eje (3) soportado por dos rodamientos (4) y un disco (5) fijado al eje en su punto medio respecto de los rodamientos. Para variar la velocidad de rotación del motor se utilizó un variador de frecuencia (6). Una particularidad del disco es que posee ranuras que permiten insertar y fijar una barra roscada mediante arandelas y tuercas. El conjunto barra-arandelas-tuerca fue utilizado para generar un desbalance de masa variable y estudiar su efecto en la respuesta oscilatoria del sistema.

Los instrumentos de medida utilizados fueron el analizador de vibraciones portátil SKF Microlog[®] GX Series y el tacómetro láser Extech[®] Instruments para registrar las *rpm* efectivas del motor. El equipo analizador incluye un acelerómetro con sistema de ajuste de base magnética y ajuste roscado. Para las mediciones, se utilizó el ajuste roscado fijando el acelerómetro a la chumacera. Para esto se mecanizaron las chumaceras (procedimiento en 12.3).

Componente	Cantidad	Descripción	Figura
Motor eléctrico	1	WEG FT28511 0.75HP	47
Acople flexible	1	KTR ROTEX [®]	48
Eje	1	$\phi = 20 \text{ mm}$, $L = 345 \text{ mm}$	49
Rodamientos UC204	4	x2 NBR, x1 NTN, x1 EBI	50
Disco	2	$\phi_i = 20 \text{ mm}$, $\phi_e = \text{mm}$, $e = 10 \text{ mm}$	51
Variador de frecuencia	1	WEG CFW500 Vector Inverter 3HP	52
Analizador portátil	1	SKF Microlog [®] GX Series	54
Acelerómetro	1	SKF CMSS2200 100mV/g	56
Cable de conexión	1	SKF CMAC 5209	55
Tacómetro láser	1	Extech [®] Instruments 461920	57
Barra roscada	1	$\phi_n = 10 \text{ mm}$ $L = 160 \text{ mm}$	53
Arandelas	2	$\phi_i = 10 \text{ mm}$, $\phi_e = 25 \text{ mm}$, $e = 2 \text{ mm}$	53
Tuercas	16	$\phi_i = 10 \text{ mm}$, $e = 8 \text{ mm}$	53

Tabla 1. Componentes del banco de ensayo e instrumentos de medición.



Figura 45. Banco de ensayo.

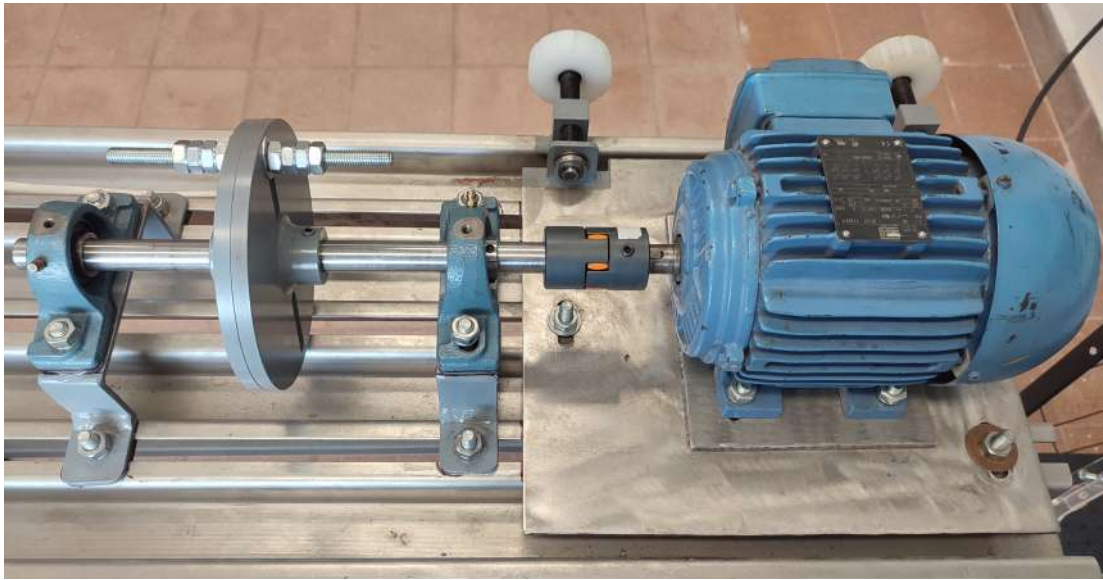


Figura 46. Sistema motor-acople-rotor.



Figura 47. Chapa del motor.



Figura 48. Acople flexible.



Figura 49. Eje.



Figura 50. Rodamiento UC204 abierto.



Figura 51. Disco.



Figura 52. Variador de frecuencia.



Figura 53. Barra, arandelas y tuercas.



Figura 54. Analizador, acelerómetro (sin base magnética) y cable de conexión.



Figura 55. Acelerómetro y cable de conexión.



Figura 56. Acelerómetro con base magnética desmontable.



Figura 57. Tacómetro láser.

5.1 Analizador de vibraciones SKF Microlog® GX Series

El SKF Microlog GX Series es un analizador de vibraciones portátil diseñado para el mantenimiento predictivo de maquinaria rotativa e integra el software SKF @ptitude Analyst que permite la configuración de rutas (mediciones guiadas automáticamente), gestión de máquinas y análisis de los datos recolectados en forma de espectros, gráficos de tendencias y reportes. Además, incluye módulos de equilibrado para balanceo en uno o dos planos, de arranque/parada para estudiar resonancias y cambios dinámicos, FRF para funciones de respuesta en frecuencia, comprobación de conformidad para inspecciones estructuradas, entre otras. Está diseñado para medir vibraciones dinámicas y señales estáticas de maquinaria industrial. En particular, permite diagnosticar fallas en rodamientos, engranajes, estado de ejes (desbalanceo y desalineación), cavitación en bombas, entre otras, mediante el análisis del espectro de una señal temporal (función FFT), envolvente de aceleración patentada por SKF, análisis de órbitas, fase cruzada y otras. Admite ser usado en entornos industriales exigentes por su robustez (IP65), batería de larga duración y certificación para zonas peligrosas. [27].

El analizador incluye un acelerómetro SKF CMSS 2200 del tipo piezoeléctrico con electrónica integrada (ICP®). Dentro del acelerómetro se encuentra una pequeña masa (denominada *masa sísmica*) solidariamente unida a un cristal piezoeléctrico. Cuando la estructura a la que se fija el sensor vibra, también lo hace la carcasa del acelerómetro. La masa sísmica, en cambio, tiende a permanecer en reposo debido a su inercia, de modo que aparece un movimiento relativo entre la carcasa y la masa, lo que provoca que el elemento piezoeléctrico se deforme, generando una carga eléctrica (y, tras la electrónica integrada, un voltaje) proporcional a la aceleración impuesta por la vibración.

La *sensibilidad* de un acelerómetro piezoeléctrico es un parámetro de calibración que describe cuánto voltaje entrega el acelerómetro (señal de salida) por cada unidad de aceleración que experimenta (señal de entrada). Usualmente, se expresa en mV/g. Es una propiedad del diseño interno del sensor, independiente del comportamiento dinámico de la vibración medida, siempre y cuando se trabaje en el rango de frecuencias para el cual fue diseñado y calibrado. En el caso del SKF CMSS 2200, el fabricante asegura una variación menor a $\pm 10\%$ en el rango 1 Hz-5000 Hz y $\pm 3\%$ dB de amplitud en el rango 0.7 Hz-10 kHz. No se recomienda su uso en el rango de 22 kHz debido a que se encuentra la resonancia misma del sensor. [62]

5.2 Balanceo y alineación del banco

Previo al análisis de fallas, se busca partir de un estado balanceado y alineado en el banco de ensayo. Para ello, se realizaron mediciones de vibraciones y en base a los espectros obtenidos, y a las tablas de Charlotte, se decide que tipo de modificación se le realizará al banco. En esta ocasión, se contó con la presencia de un experto en el tema, y por lo tanto se utilizaron equipos especialmente diseñados para balanceo y alineación. Una vez realizadas las modificaciones, se marcan las posiciones de cada pieza del sistema, para que el mismo se encuentre en el estado de partida en caso de rearmarlo.

Las mediciones fueron realizadas con el analizador de vibración Microlog de SKF, la magnitud a medir es la velocidad, la más adecuada para identificar problemas asociados a desbalanceo y desalineación. En cuanto al desbalanceo, se estudia el pico con frecuencia $1xRPM$, hallando valores de velocidad que se consideraron lo suficientemente pequeños para concluir que el sistema no necesita balanceo.



Figura 58. Alineación del banco con alineador TKSA 41 de SKF.

Por otro lado, se notó la presencia en el espectro de picos importantes a frecuencias $2xRPM$ y $3xRPM$, lo que indica desalineación paralela y/o desalineación angular. Para corregirlas, se utilizó el alineador de ejes TKSA 41 de SKF, el cual cuenta con dos unidades de medición inalámbricas, láseres y una pantalla. El mismo, luego de una serie de pasos establecidos, indica que desplazamiento y en que dirección debe moverse cada eje (eje motor y eje rotor) para lograr alineación angular y paralela. Observar la figura 58.

6 Determinación del módulo de Young del eje

En este capítulo se calcula experimentalmente el módulo de Young del eje, que servirá de insumo para la estimación de la rigidez del sistema y por ende, de su frecuencia natural a través de la ecuación (30). Además, el módulo de Young representa una propiedad fundamental del material para el posterior análisis computacional (capítulo 8.1). El ensayo consiste en medir la frecuencia natural del eje y calcular el módulo de Young a partir de ella, utilizando la teoría analítica que sustenta la propagación de una onda mecánica longitudinal en un medio sólido elástico-lineal.

6.1 Fundamento teórico

El módulo de Young o módulo de elasticidad (E) representa la rigidez mecánica de un material, es decir, la resistencia del material a ser deformado elásticamente. A nivel atómico, su magnitud es una medida de la resistencia de los enlaces de dos átomos adyacentes a ser separados: cuanto mayor es su valor, más resistente es el material. Adicionalmente, el módulo de elasticidad depende del material y de la naturaleza de la fuerza que se aplique sobre este.

Considérese una barra de sección circular de diámetro ϕ y largo L , delgada ($L \gg \phi$), de material elástico-lineal, homogéneo e isótropo. Si se generase una perturbación en un extremo de la barra, la ecuación de movimiento de la onda (pulso tensión-deformación) propagándose longitudinal y unidimensionalmente bajo estas hipótesis es:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} \quad (53)$$

Donde $u(x, t)$ es de la forma

$$u(x, t) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right) \quad (54)$$

y representa el desplazamiento axial que experimenta un punto x de la barra ($0 \leq x \leq L$) respecto de su posición de equilibrio en el instante t , debido a la perturbación, A es la amplitud máxima de la onda, λ la longitud de onda, ω la frecuencia angular y ρ la densidad del material.

De la ecuación (53) se desprende la velocidad de propagación de la onda en m/s

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (55)$$

con $[E] = Pa$ y $[\rho] = kg/m^3$.

Al resolver la ecuación diferencial (53) imponiendo como condiciones de borde ambos extremos libres

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial u(L,t)}{\partial x} = 0$$

se obtiene una relación entre la frecuencia natural del sistema (en rad/s) para los distintos modos de vibración, n y la velocidad de propagación de la onda:

$$\omega_n = v \left(\frac{n\pi}{L} \right) \quad (56)$$

Para el ensayo se asume que el modo generado corresponde al primer modo ($n = 1$), es decir, el pico de amplitud de la onda se da a la frecuencia fundamental del sistema o primera frecuencia natural.

Finalmente, considerando la relación existente entre frecuencia angular y frecuencia cíclica, f (Hz),

$$\omega = 2\pi f \quad (57)$$

sustituyendo la ecuación (56) en la ecuación (53) y despejando el módulo de elasticidad, se tiene:

$$E = 4f_n^2 L^2 \rho \quad (58)$$

6.2 Descripción del ensayo

El ensayo consistió en golpear - en forma de impulso - un extremo del eje (1) y registrar la respuesta oscilatoria (la onda mecánica generada) con un acelerómetro (2) sujeto al extremo opuesto. Se utiliza para esto un martillo de impacto (3). Tanto el martillo de impacto como el acelerómetro están conectados a un amplificador de señal (4) que envía la señal amplificada al osciloscopio (5). Este último se conecta a una computadora (6) que genera un archivo en Matlab “.mat” de la señal temporal para un intervalo de tiempo dado. Para que la onda medida se corresponda con el primer modo de vibración, se utilizan dos planchas de polietileno (7) como soportes, con el fin de absorber cualquier otra perturbación externa y permitir que el eje vibre libremente. Tanto el material de los apoyos como la distancia a los extremos del eje se basaron en la norma ASTM E1876, [1]. Se utilizó una cinta métrica (8) para el posicionamiento de los apoyos.

La señal temporal guardada en el archivo es posteriormente procesada en Matlab: se desarrolla un código que aplica la transformada rápida de Fourier (FFT) a la señal cruda para obtener el espectro, se grafica el mismo y se guarda el punto correspondiente al pico de amplitud. La coordenada x del punto se corresponde con la frecuencia natural del eje. Este procedimiento se repite diez veces, es decir, se golpea el extremo del eje en diez ocasiones, separadas en el tiempo para permitir la vibración longitudinal libre, generando diez archivos y por ende diez valores de frecuencia natural. Finalmente, se hace un promedio para obtener el valor de frecuencia natural más significativo del conjunto, a partir del cual se calcula el módulo de Young con la ecuación (58).

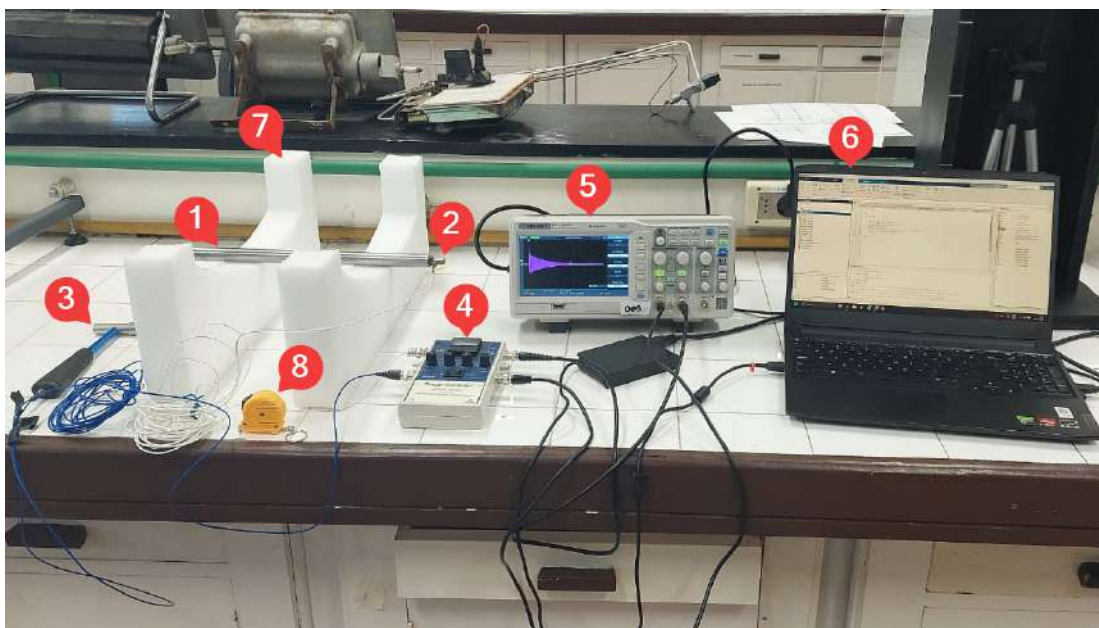


Figura 59. Banco de ensayo para la determinación del módulo de Young.

En la tabla 2 se resumen los componentes e instrumentos utilizados en el ensayo.

Tabla 2. Componentes e instrumentos del banco de ensayo para la determinación del módulo de Young.

Componente	Cantidad	Descripción
Eje	1	
Acelerómetro	1	Dytran Instruments 3055DT
Martillo impulsor	1	Dytran Instruments Dynapulse 5850B
Amplificador de señal	1	PCB Piezotronics 480B21
Osciloscopio	1	Siglent SDS 1102CML+
Computadora	1	
Soportes	2	material: polietileno de alta densidad
Cinta métrica	1	
Cable 6011A 10-32 a BNC	2	martillo/acelerómetro-amplificador
Cable BNC a BNC	2	amplificador-osciloscopio
Balanza electrónica	1	Senova DTB50001F

6.3 Procesamiento de datos

La densidad del material del eje se obtiene del cociente entre su masa y volumen. El resultado del pesaje se resume en la tabla 3.

Tabla 3. Resultados del pesaje del eje.

Masa del eje (g)			
Medida 1	Medida 2	Medida 3	Promedio
833.4	833.5	833.5	833.5

El volumen del eje queda determinado por su diámetro y largo:

$$V = \frac{\pi\phi^2 L}{4} \approx 1.0838 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Por lo tanto, la densidad resultante es:

$$\rho = \frac{m}{V} \approx 7717.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Para el procesamiento de los datos guardados en los archivos “.mat”, se corre el código adjunto en la sección 12.1 del apéndice. Como se detalló anteriormente, cada archivo corresponde a un conjunto de datos de amplitud-tiempo correspondiente a la respuesta oscilatoria de un impulso. Se aplica la FFT, se grafican los diez espectros, y se crea un nuevo subconjunto de datos de amplitud-frecuencia, conformado por la amplitud máxima del espectro y la frecuencia a la que se presenta dicha amplitud. Luego, se calcula el promedio de los valores de frecuencia del subconjunto, determinando así la frecuencia natural del sistema.

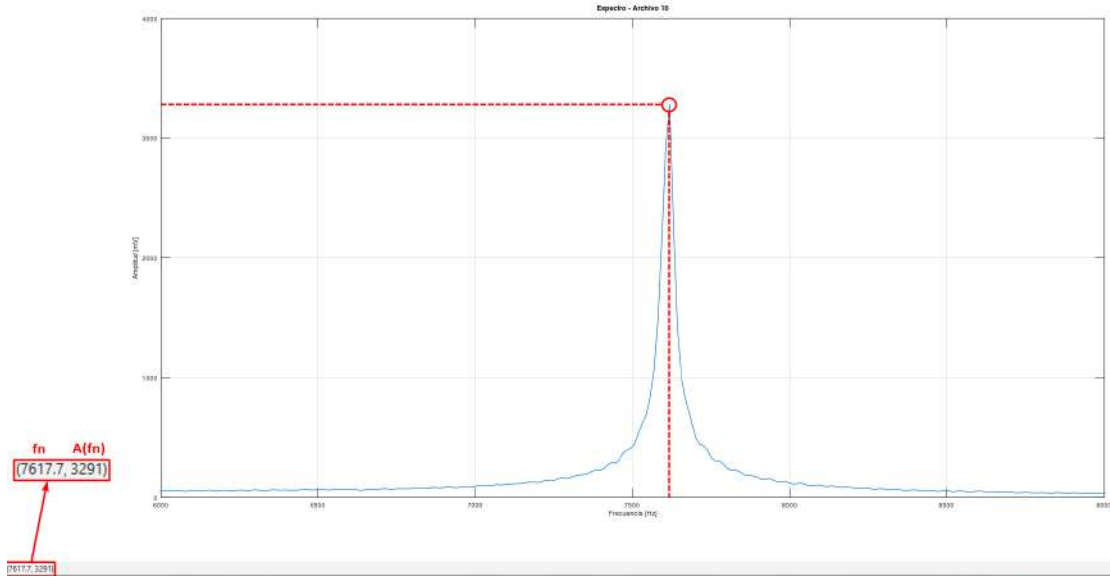


Figura 60. Espectro de frecuencia de un impulso. Se indica el pico de máxima amplitud y la frecuencia a la que ocurre.

El promedio obtenido para la frecuencia natural es

$$\bar{f}_n \approx 7617.2 \text{ Hz}$$

y el módulo de Young del eje calculado a partir de la ecuación (58):

$$E \approx 213 \text{ GPa}$$

Resta estimar la incertidumbre del módulo de elasticidad, considerando tanto la dispersión de las mediciones (incertidumbre tipo A) como algunas de las contribuciones sistemáticas asociadas al proceso de medición (incertidumbre tipo B).

La incertidumbre total está dada por el principio de propagación de incertidumbres:

$$\delta E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial f_n} \delta f_n\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L} \delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \rho} \delta \rho\right)^2} \quad (59)$$

A falta de mayor información para la estimación de la incertidumbre sistemática proveniente del osciloscopio, acelerómetro y aplicación de la FFT, se asume que la incertidumbre de la frecuencia natural, δf_n tiene una única componente

aleatoria, δf_{n_A} correspondiente a la desviación estándar de la media, $\sigma/\sqrt{N}$ del subconjunto amplitud-frecuencia de $N = 10$ muestras:

$$\delta f_n = \delta f_{n_A} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_{n_i} - \bar{f}_n)^2}{N-1}} \quad (60)$$

La incertidumbre del largo está definida por la resolución de la cinta métrica, $R_{cm} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ y asumiendo una distribución triangular debido a la escala analógica. Se desprecia la incertidumbre aleatoria.

$$\delta L = \delta f_{n_B} = \frac{R_{cm}}{2\sqrt{6}} \quad (61)$$

La incertidumbre de la densidad se obtiene aplicando la propagación de incertidumbres:

$$\delta \rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V} \delta V\right)^2} \quad (62)$$

Con

$$\delta m = \sqrt{(\delta m_A)^2 + (\delta m_B)^2} \quad (63)$$

donde δm_A se obtiene de la misma manera que δf_{n_A} para el conjunto de medidas de la tabla 3 y

$$\delta m_B = \frac{R_b}{2\sqrt{3}} \quad (64)$$

correspondiente a una distribución rectangular uniforme ya que la balanza es electrónica y tiene una escala digital. La resolución de la balanza es $R_b = 1.0 \times 10^{-4} \text{ kg}$.

La incertidumbre del volumen también se obtiene aplicando propagación:

$$\delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial \phi} \delta \phi\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial L} \delta L\right)^2} \quad (65)$$

Análogo al cálculo de δL ,

$$\delta\phi = \frac{R_c}{2\sqrt{6}} \quad (66)$$

siendo $R_c = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$, la resolución del calibre.

El resultado final del módulo de Young es:

$$E = (213 \pm 4) \text{ GPa}$$

6.4 Cálculo de la frecuencia natural del sistema

Con el valor hallado del módulo de Young, solo resta medir la masa del disco previo al cálculo de la frecuencia natural, descrita por la ecuación (18).

Los resultados del pesaje del disco se resumen en la tabla 4:

Tabla 4. Resultados del pesaje del disco.

Masa del disco (g)			
Medida 1	Medida 2	Medida 3	Promedio
3182.4	3182.3	3182.4	3182.4

Finalmente, la frecuencia natural del sistema es,

$$\omega_n = (1273 \pm 12) \text{ rad/s}$$

y sus equivalencias en Hz y rpm son:

$$f_n = (203 \pm 2) \text{ Hz}$$

$$f_n = (12180 \pm 120) \text{ rpm}$$

Observación: para el cálculo de la incertidumbre se procedió de la misma forma que con el módulo de Young, propagando las incertidumbres correspondientes y considerando la desviación estándar de la media en el caso de las masas y las incertidumbres sistemáticas de la balanza, calibre y cinta métrica.

Con el variador de frecuencia establecido en su frecuencia eléctrica máxima, $f_e = 79.2 \text{ Hz}$, el motor alcanza una velocidad máxima de rotación aproximada

de 1300 *rpm*, por lo que no es posible alcanzar la frecuencia natural del sistema en condiciones experimentales. Por lo visto al final del capítulo 4.2, se tiene que $\omega \ll \omega_n$ y por lo tanto, se espera que el rotor opere con un desfase cercano a 0.

7 Falla en la pista interior: diagnóstico de BPFI

En base a lo visto en la sección 4.4.2 se obtienen las frecuencias de falla de rodamiento para el caso particular de los rodamientos UC204D1 utilizados en nuestro banco de ensayo.

Datos del rodamiento:

- $N = 8$
- $P = 33,949 \times 10^{-3} \text{ m}$
- $B = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}$

La velocidad de giro del motor impuesta a los rodamientos en los ensayos de identificación de fallas en rodamientos es de 1200 rpm (20 Hz).

Rodamiento	FTF (Hz)	BPFO (Hz)	BPFI (Hz)	BSF (Hz)
UC204 D1	7.74	61.91	98.09	82.07

Tabla 5. Frecuencias de falla de rodamiento para UC204D1.

En esta sección se busca identificar frecuencias asociadas al BPFI (falla en la pista interior del rodamiento). Para ello, se realiza un daño en la pista interna, buscando afectar la zona de la pista que contacta con las bolas del rodamiento. Luego se reemplaza el rodamiento sano por el rodamiento dañado y se realizan mediciones vibratorias en dicho rodamiento, que luego de ciertos análisis, deberían mostrar indicios de la presencia de dicha falla.

Se presenta un diagrama de flujo, resumiendo el procedimiento utilizado para identificar fallas asociadas al BPFI.

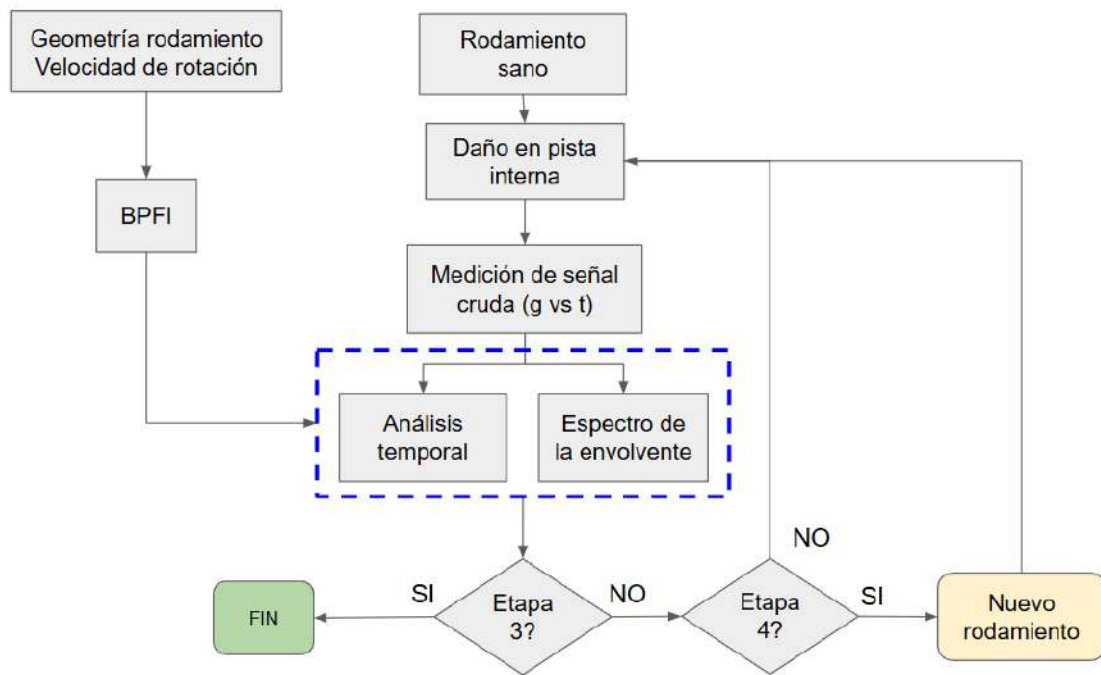


Figura 61. Diagrama de flujo para identificación de BPFI.

Para realizar el daño se utiliza un torno, un puntero y una estructura de fijación para el rodamiento.



Figura 62. Torno portátil.

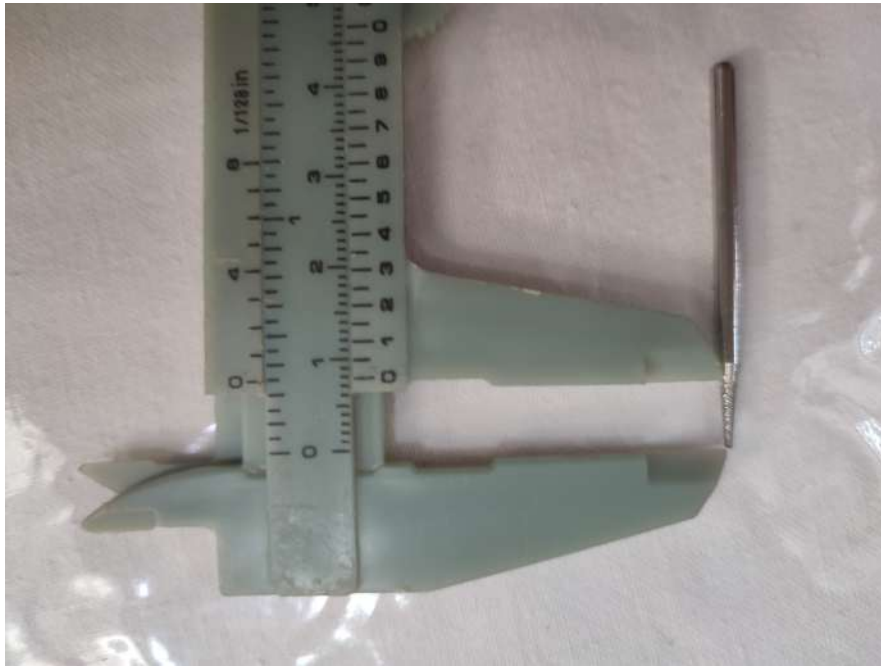


Figura 63. Puntero con polvo de diamante.



Figura 64. Estructura de fijación.

Como fue planteado en la sección 4.6.3, existen 4 etapas de falla en rodamientos. La identificación de fallas en la primera de estas etapas, se encuentra fuera de nuestro alcance, ya que se presenta en frecuencias superiores a 20000 Hz y nuestro acelerómetro no es apto para trabajar en dichas frecuencias. Por lo que se intentará estudiar las etapas 2, 3 y 4. En la práctica, se espera detectar la falla en la etapa 3 para prevenir la falla antes de su etapa final, siendo la etapa 3 la que define el cambio de la pieza. Las características de cada una de estas etapas fueron descritas en la sección antes nombrada, y se espera poder observarlas en las distintas pruebas realizadas.

Utilizando el analizador y acelerómetro presentados en las figuras 54 y 55, se realizan mediciones de aceleración con cierto desbalance, el cual tiene la función de generar fuerzas mayores sobre el rodamiento, y así, amplificar el impacto generado por la falla.

Configuración utilizada en el analizador de vibraciones:

- Magnitud a medir = aceleración
- Unidad de medida = g
- Rango de frecuencias = 2 Hz - 10000 Hz
- Frecuencia de muestro = 25600 Hz
- Cantidad de líneas = 12800

7.1 Prueba 1

Se comienzan las pruebas realizando un primer daño al rodamiento, el daño consta de una pequeña cavidad con forma de casquete esférico.



Figura 65. Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 1).

A continuación se presentan los datos crudos de aceleración en función del tiempo:

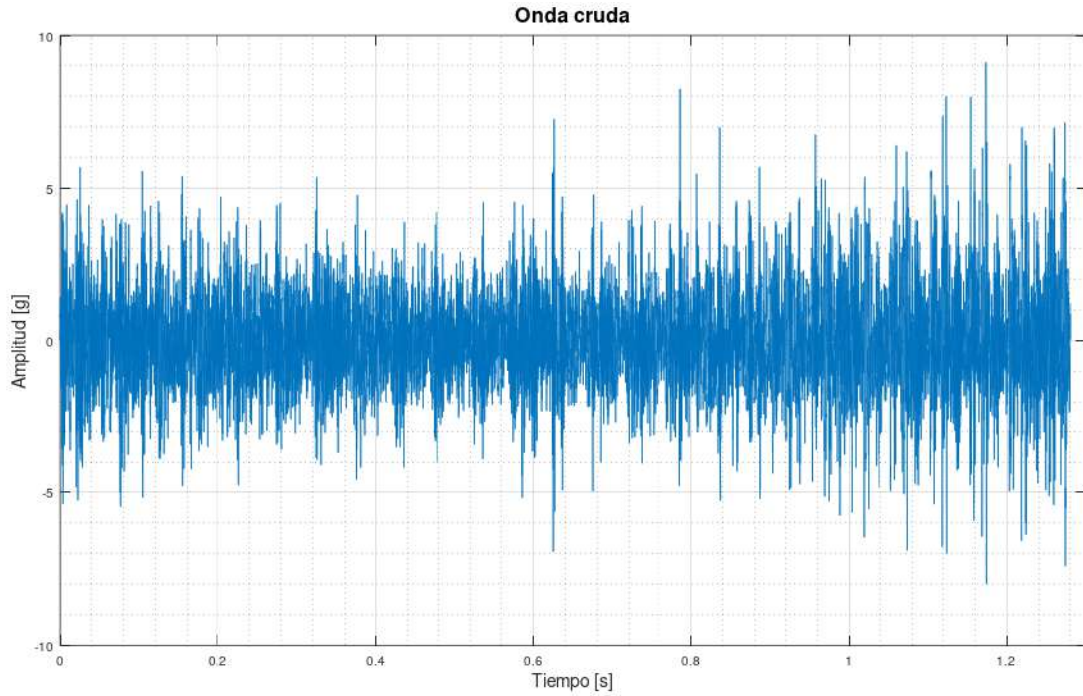


Figura 66. Onda cruda de aceleración en función del tiempo (Prueba 1).

Nuestro objetivo es indentificar picos con frecuencia de 98 Hz correspondientes al BPFI, analizando la onda cruda en todo el intervalo temporal, esto se hace imposible, por lo tanto, se analizará la onda en intervalos temporales de 0,1 segundos. En dicho intervalo de tiempo, se puede calcular un valor esperado de picos asociados a la falla según la siguiente ecuación:

$$0,1 \times 98,09 = 9,809 \approx 10 \text{ picos} \quad (67)$$

A su vez, se puede calcular la distancia esperada entre cada pico.

$$\frac{1}{98,09} = 0,01019 \approx 0,01 \text{ s} \quad (68)$$

Se muestran algunas de las gráficas para intervalos de 0,1 segundos:

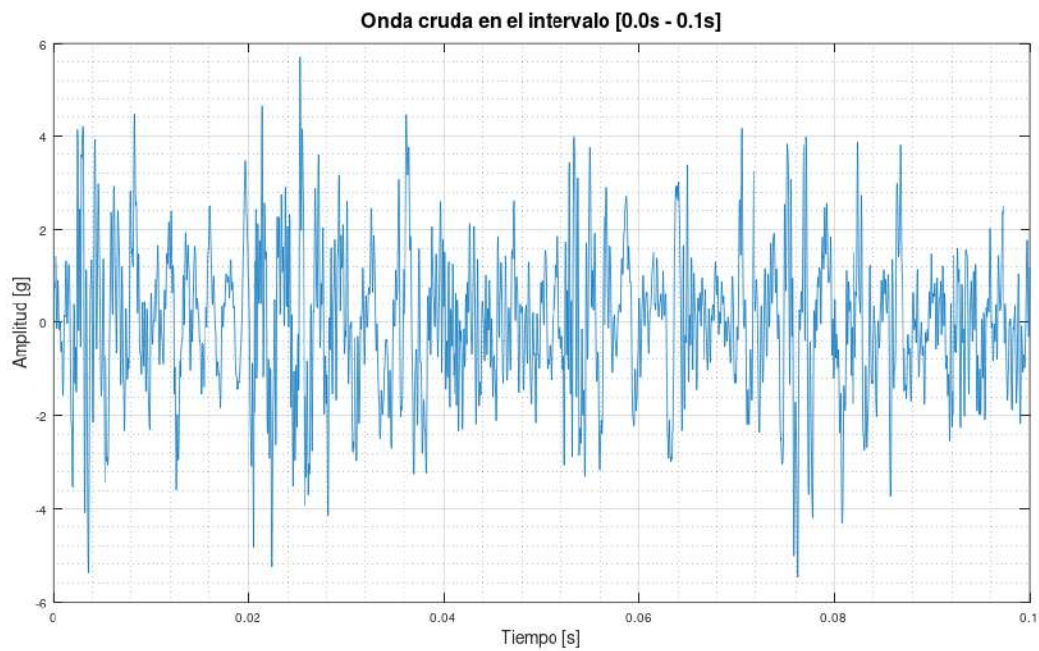


Figura 67. Onda de aceleración cruda, intervalo de 0 a 0,1 s (Prueba 1).

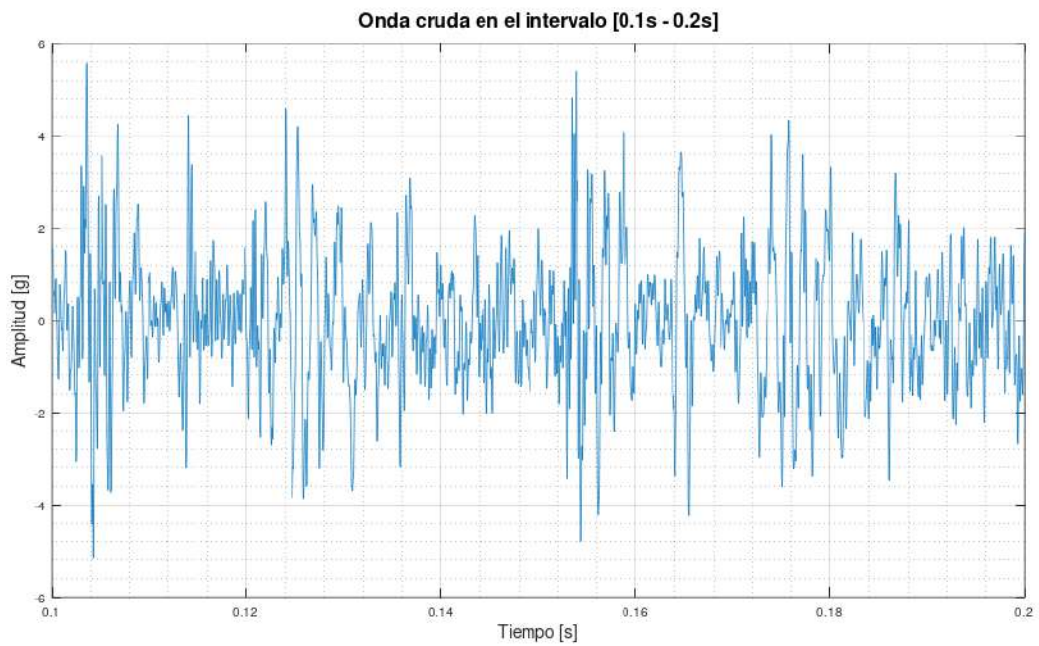


Figura 68. Onda de aceleración cruda, intervalo de 0,1 a 0,2s (Prueba 1).

Aunque sí parecen haber ciertos picos que podrían cumplir con las condiciones de un BPGI, la onda no es lo suficientemente limpia, y no se observa con claridad

la repetibilidad de los picos en todo el intervalo.

Para limpiar el ruido de la onda, se procede a realizar un filtro pasabanda, de esta forma se busca eliminar el ruido generado por frecuencias correspondientes a desbalance, desalineación entre otros fenómenos de bajas frecuencias, y evitar trabajar con frecuencias innecesariamente altas que no brinden información. Aunque el BPFI se presenta a frecuencias bajas, lo que buscaremos serán las resonancias de alta frecuencia que son generadas por cada impacto del BPFI, las cuales pueden ser de varios kHz, dichas resonancias corresponden a componentes del sistema, posiblemente componentes del mismo rodamiento. Entonces, en la onda temporal filtrada se deberían observar activaciones de impulsos de alta frecuencia, pero manteniendo una distancia entre cada activación que corresponde a la del BPFI.

Para seleccionar el rango de frecuencias a aplicar en el filtro pasabanda, se analiza la gráfica del espectro de aceleración, buscando identificar zonas de altas frecuencias que presenten activación. [10]

A continuación se presenta el espectro de aceleración de la onda cruda:

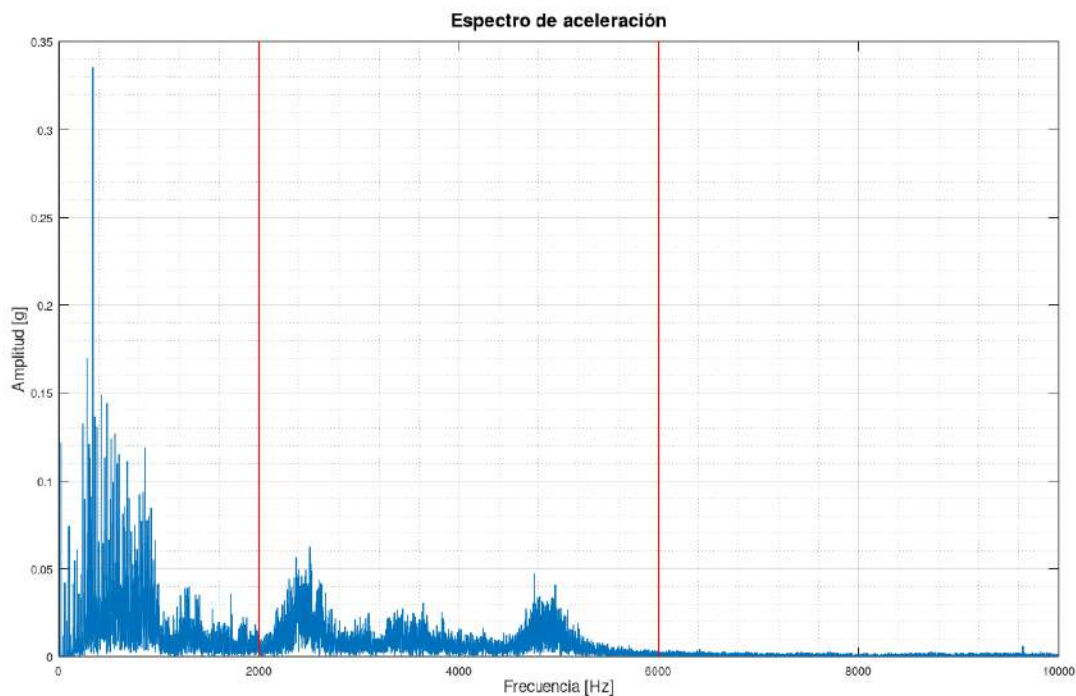


Figura 69. Espectro de aceleración de la onda cruda, identificación de resonancias (Prueba 1).

Como se observa en la gráfica 69, el espectro presenta zonas de activación en altas frecuencias, en base a esto, se elige aplicar el filtro pasabanda entre 2000 y 6000 Hz.

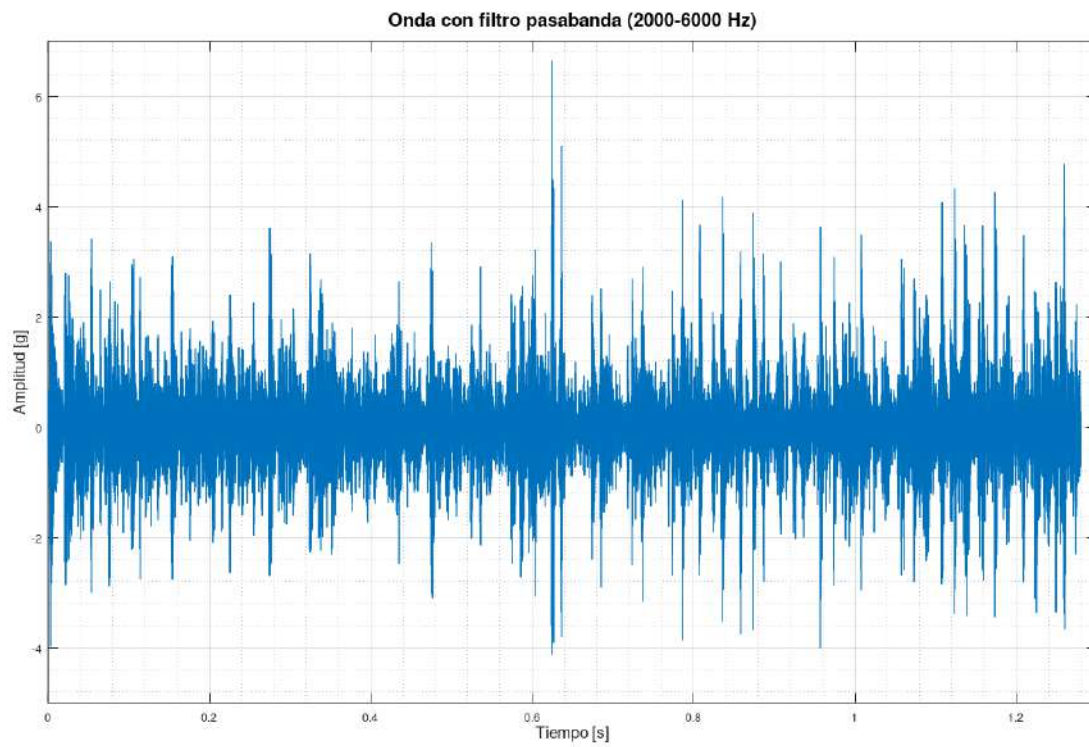
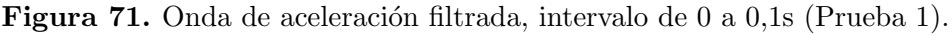


Figura 70. Onda filtrada de aceleración en función del tiempo (Prueba 1).

Luego, se analiza la onda filtrada haciendo zoom en intervalos temporales de 0,1 segundos, de la misma manera que fue realizado en la onda cruda.



En este caso, gracias al filtro paso alto, los picos asociados al BPFI se encuentran más aislados, y se pueden notar más fácilmente, aún así, es difícil distinguir

todos los picos correspondientes al intervalo, ya que deberían de ser aproximadamente 10 picos. Esto posiblemente se debe a que la amplitud de los picos asociados al BPFI es variable y no es mucho más grande que otras amplitudes presentes en la onda, por lo que se hace difícil identificar cada pico claramente.

El intervalo temporal entre picos fue calculado gráficamente, y para los picos elegidos, resultó en valores de 0,0105 y 0,0104 segundos para el primer y segundo intervalo, respectivamente. Estos valores son muy cercanos al esperado, por lo que se consideran satisfactorios.

En base a lo observado, se puede decir que el rodamiento se encuentra en la fase 3, al presentar picos correspondientes con el BPFI, aunque tal vez se encuentre en transición de fase, ya que los picos no son perfectamente claros.

Otra herramienta útil en detección de fallas de rodamientos, es la transformada de Fourier de la envolvente de la onda filtrada, en la sección 12.2 se encuentra el código utilizado para obtener el espectro de la onda. El objetivo, es identificar un pico en el espectro con frecuencia igual a la teórica del BPFI.

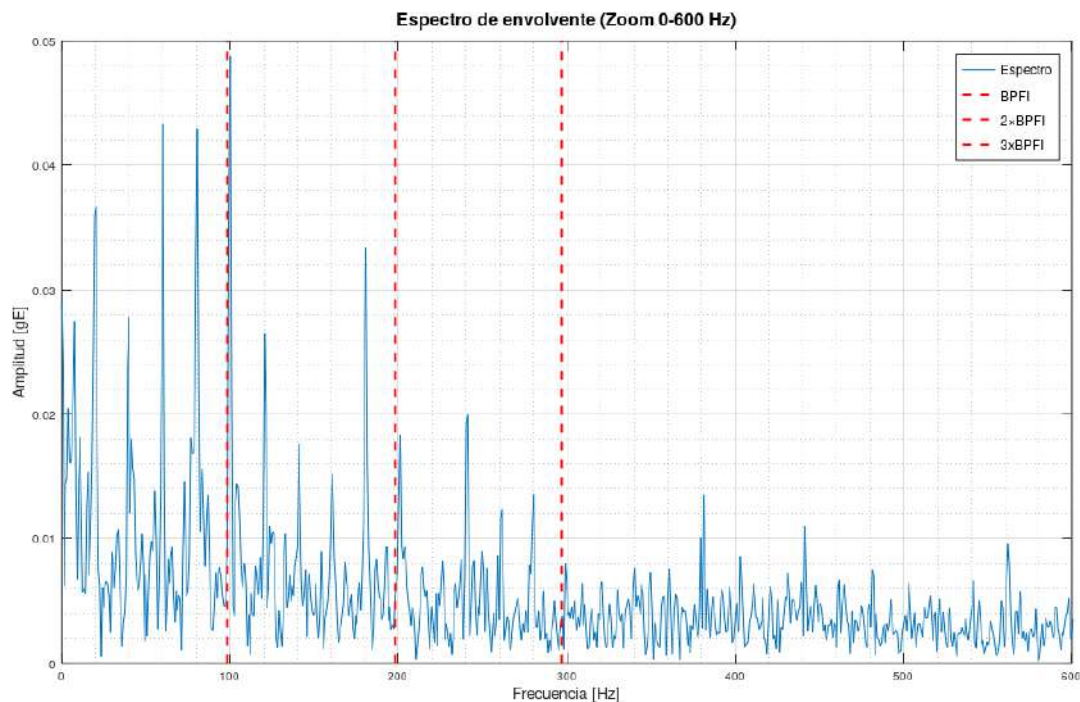


Figura 73. Espectro de la envolvente (Prueba 1).

En este espectro, se puede notar que el pico más alto corresponde a la frecuencia del BPFI, sin embargo podría generar dudas, el hecho que existan multiples armónicos cada 20 Hz (frecuencia del motor), estos pueden corresponder a reso-

nancias generadas por otros fenómenos que ocurren en el sistema. Uno de esos armónicos corresponde a 100 Hz, por lo que podría confundirse con la frecuencia del BPFI. Otra observación, es que se ve un aparente decrecimiento de los posibles armónicos del BPFI, aproximadamente en 200 y 300 Hz.

7.2 Prueba 2

En esta prueba se busca identificar el BPFI de forma más clara y diferenciada del resto de frecuencias de la onda vibratoria. Para ello, se decide realizar un daño mayor en la pista interna, en el mismo lugar de la prueba 1. En la figura 74 se puede observar el daño realizado.



Figura 74. Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 2).

Se repite el procedimiento realizado en la prueba 1, comenzando a estudiar intervalos temporales de 0,1 segundos. En este caso se presentan directamente los intervalos de tiempo de la onda procesada con el filtro pasabanda de 2000 a 6000 Hz.

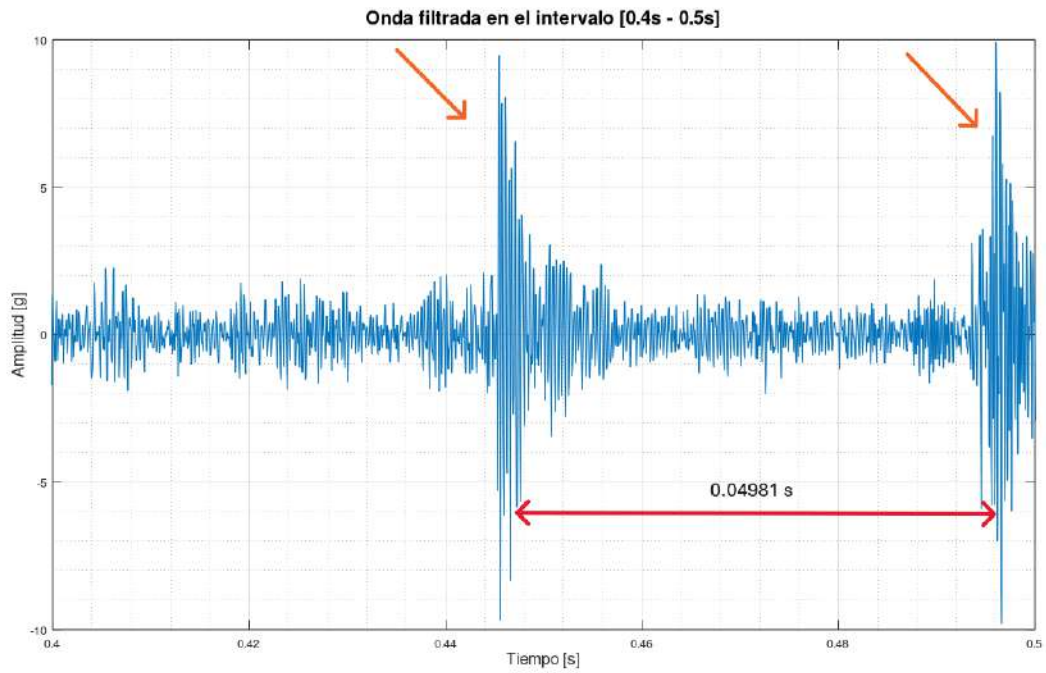


Figura 75. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,4 a 0,5s (Prueba 2).

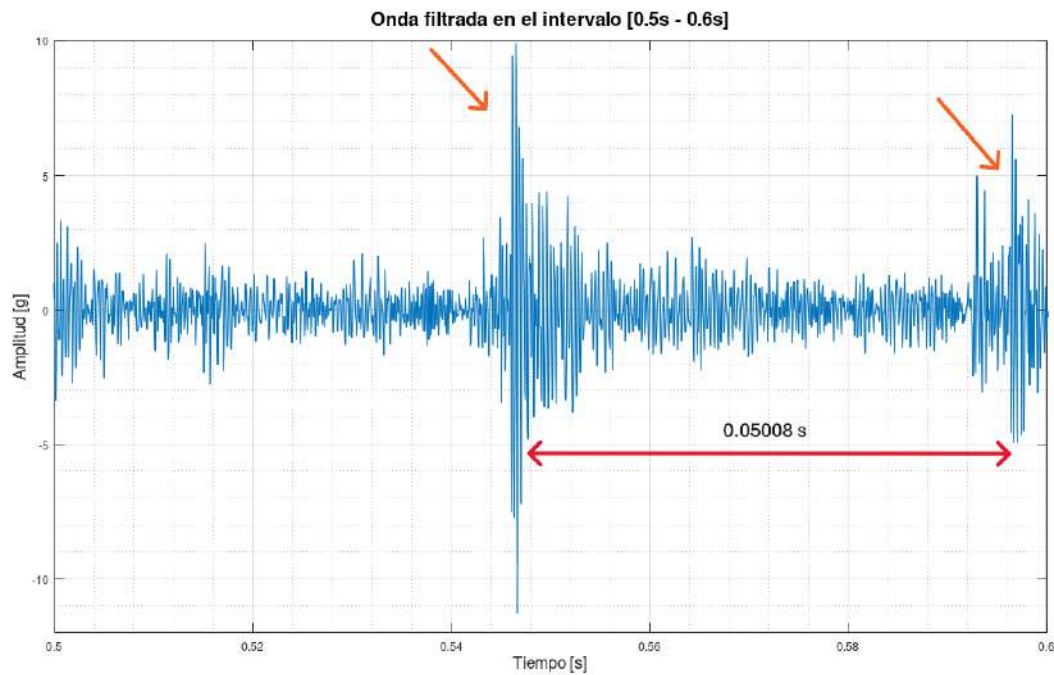


Figura 76. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,5 a 0,6s (Prueba 2).

A diferencia de la prueba 1, los resultados observados en las gráficas no presentan rastros de impactos generados por el BPFI. Los únicos impactos claramente diferenciables por su amplitud presentan una periodicidad de aproximadamente 0,05 segundos, ver 75 y 76. Conociendo esta distancia temporal entre picos, se puede calcular la frecuencia de los mismos, resultando la misma en 20 Hz. Esta frecuencia corresponde a la del motor (1xRPM).

En base a estos resultados, se concluye que lo más probable es que la falla del rodamiento se encuentra en la etapa 4. Según lo visto en la sección 4.6.3, cuando una falla evoluciona de etapa 3 a etapa 4, las frecuencias asociadas a los impactos generados por la misma dejan de observarse (en nuestro caso el BPFI), además, ocurre un aumento de la componente 1xRPM que puede también ir acompañado por sus armónicos.

A partir de la onda filtrada, se realiza la fft de su envolvente:

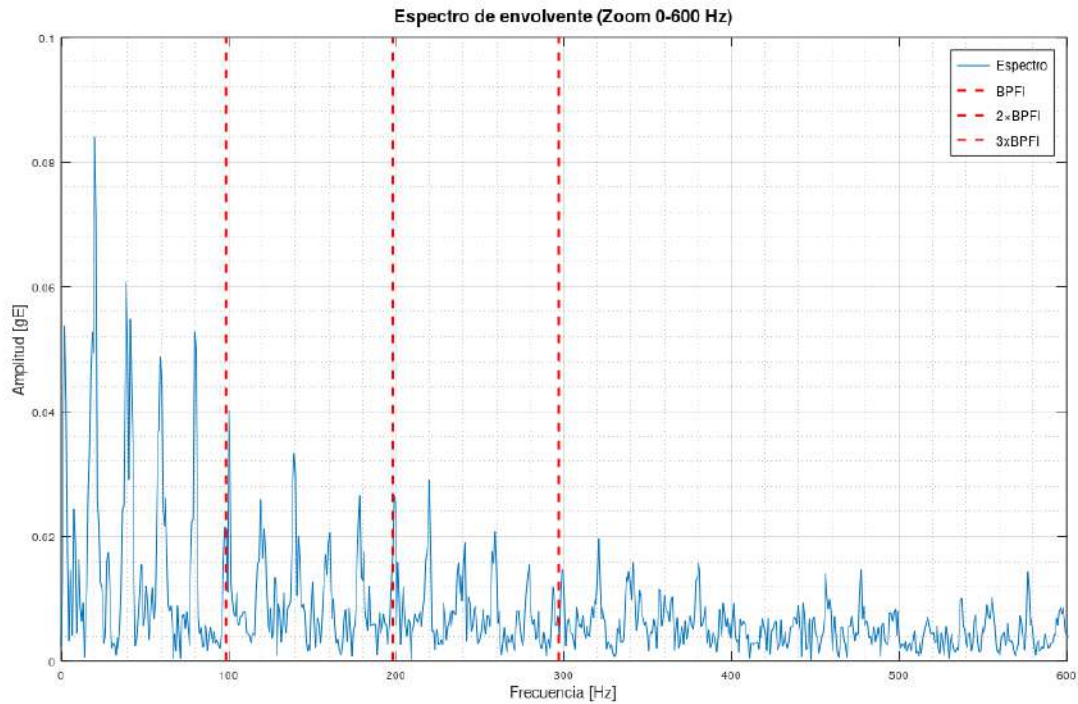


Figura 77. Espectro de la envolvente (Prueba 2).

Observando esta gráfica, se confirma que la componente 1xRPM es la principal. Por otro lado, se nota que el pico presente en frecuencias próximas al BPF ya no es el más importante, es más, parece simplemente ser un armónico de 1xRPM, ya que se nota que sus armónicos van disminuyendo ordenadamente. Esto concuerda con la conclusión alcanzada en la prueba 1, en la que asumimos que el pico en dicho caso, si se debe al BPF, ya que de ser un armónico de 1xRPM, debería seguir el patrón de decaimiento.

Otro fenómeno que indica la presencia de la etapa 4 es el aumento de amplitudes en el espectro, junto con un ruido aleatorio observado en el mismo. A continuación se realiza una comparación de espectros de la prueba 1 y la prueba 2.

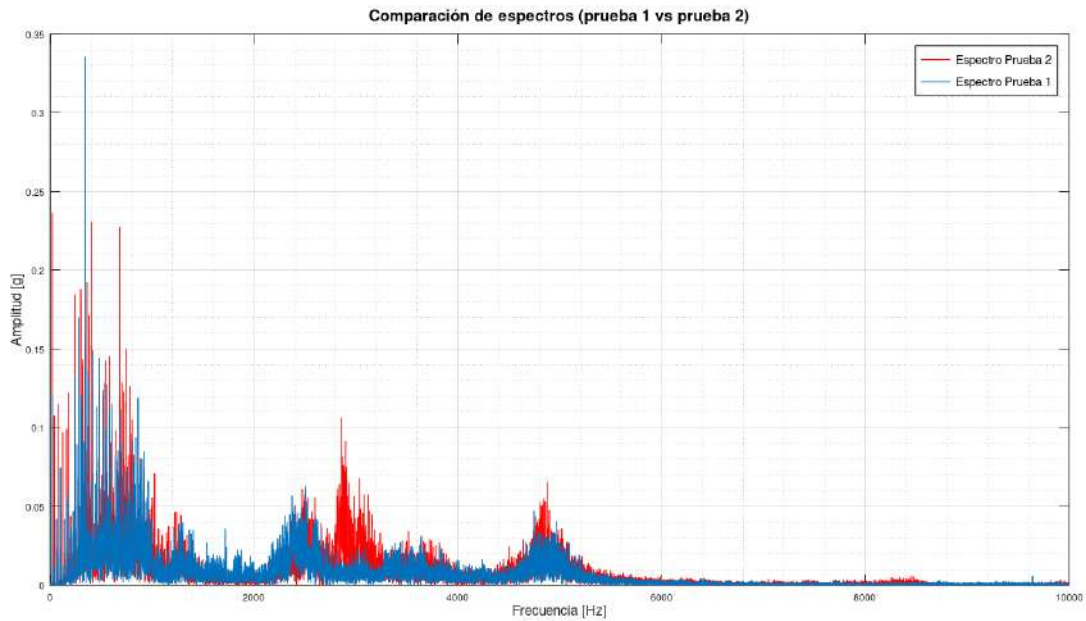


Figura 78. Comparación de espectros (Prueba 1 vs Prueba 2).

A simple vista, se puede observar un claro aumento de las amplitudes en la prueba 2, además, este aumento parece darse en todo el espectro de frecuencia, lo que coincide con la presencia de un ruido aleatorio de piso.

7.3 Prueba 3

En esta sección, se comienza a trabajar con un segundo rodamiento, inicialmente sano, ya que en la prueba 2 el rodamiento alcanzó la etapa 4, este mismo es inutilizable para detectar la etapa 3.

En este nuevo rodamiento, se busca infligir un daño aun menor al de la prueba 1. Para ello, en lugar de realizarle una cavidad, se le hacen rayaduras superficiales (79).



Figura 79. Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 3).

A continuación se presentan intervalos temporales de 0,1 segundos de la onda de aceleración filtrada con filtro pasabanda de 2000 a 6000 Hz.

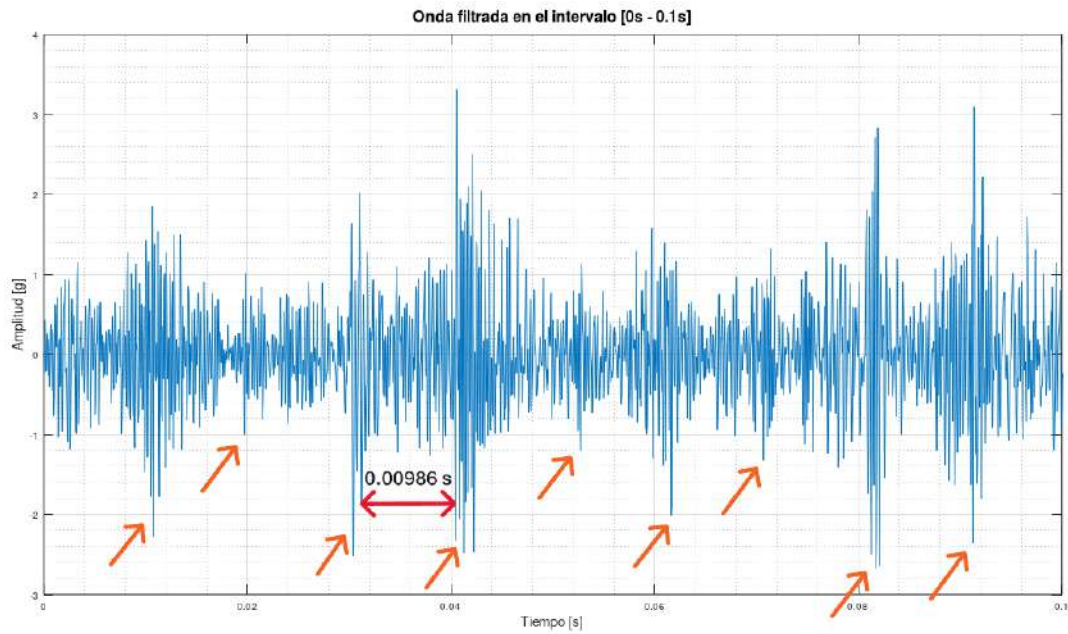


Figura 80. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0 a 0,1s (Prueba 3).

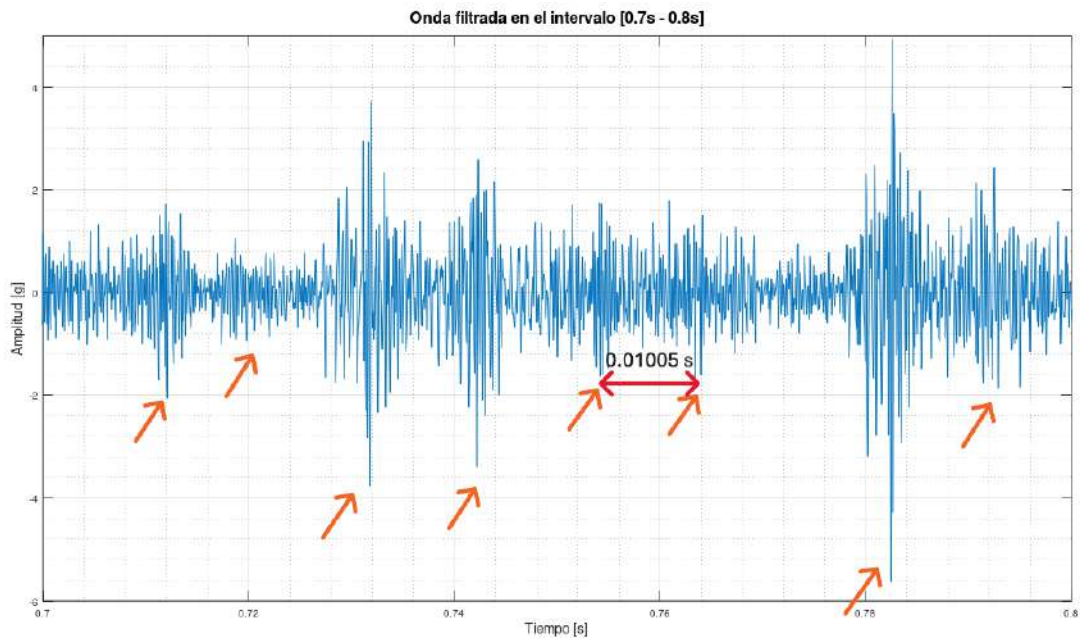


Figura 81. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,7 a 0,8s (Prueba 3).

En las gráficas, se pueden notar picos correspondientes a frecuencias de BPF1. En comparación con la prueba 1, la diferenciación de los picos respecto del resto de la onda es similar, aunque en la prueba 3, se logran identificar más picos asociados

al BPFI en los intervalos temporales. Posiblemente se deba a que el rodamiento se encuentra más cercano a la etapa 3 que en la prueba 1.

Se procede a calcular la fft de la envolvente de la onda, para analizar la importancia de la frecuencia asociada al BPFI.

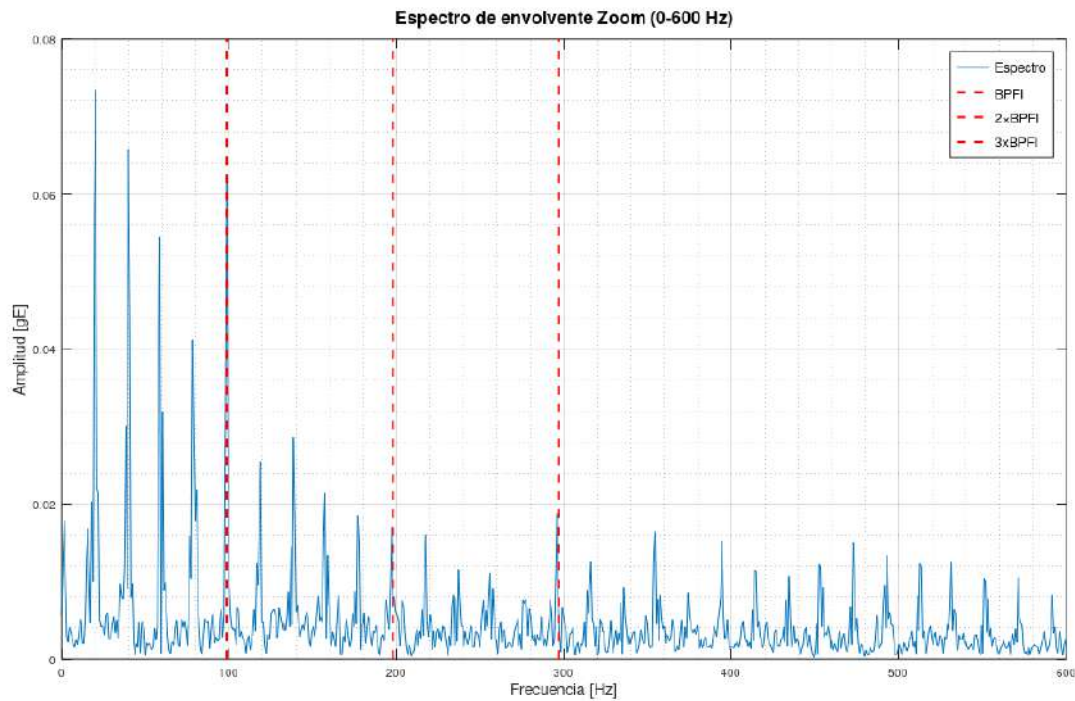


Figura 82. Espectro de la envolvente (Prueba 3).

Analizando la gráfica, se observa que los armónicos de la frecuencia 1xRPM decrecen paulatinamente como es de esperarse, sin embargo, hay un claro aumento de amplitud en el pico asociado al BPFI. Esto muestra que en dicho pico además de una componente de armónico de 1xRPM, existe la componente correspondiente al BPFI, indicando presencia del daño realizado y confirmando la etapa 3.

7.4 Prueba 4

En esta sección se agrava el daño del rodamiento utilizado en la prueba 3. Luego de trabajar sobre la zona dañada, se acaba formando una pequeña cavidad.



Figura 83. Rodamiento con daño en la pista interna (Prueba 4).

Se grafican los intervalos temporales de la onda filtrada a continuación.

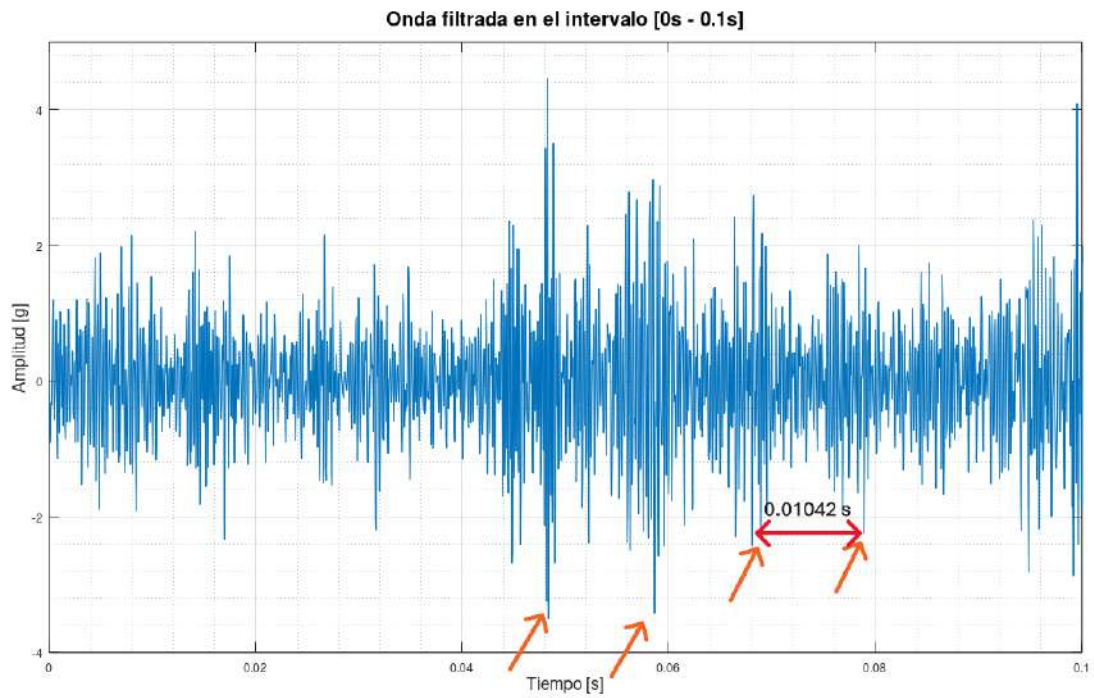


Figura 84. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0 a 0,1s (Prueba 4).

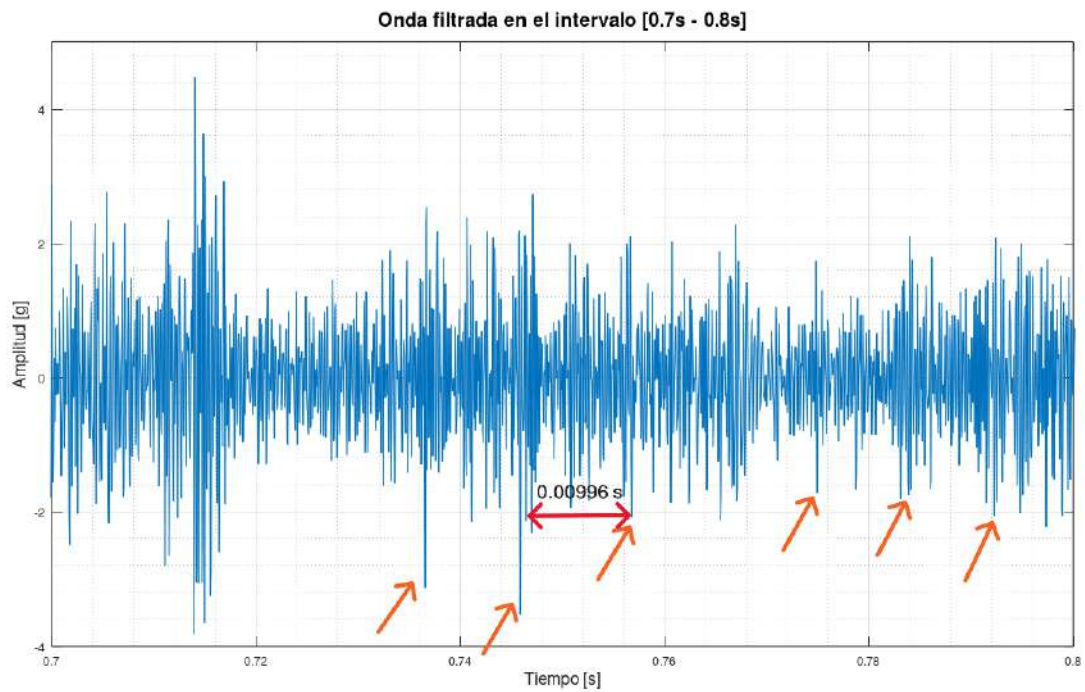


Figura 85. Onda de aceleración filtrada, intervalo de 0,7 a 0,8s (Prueba 4).

A pesar de existir picos que pueden asociarse al BPFI, no se aprecia la misma

cantidad de picos que en la prueba 3, donde los intervalos de tiempo graficados muestran practicamente todos los picos asociados al BPFI. Los resultados de la prueba 4 se asemejan más a los de la prueba 1, con indicios de BPFI pero aún sin mostrarse claramente en las gráficas.

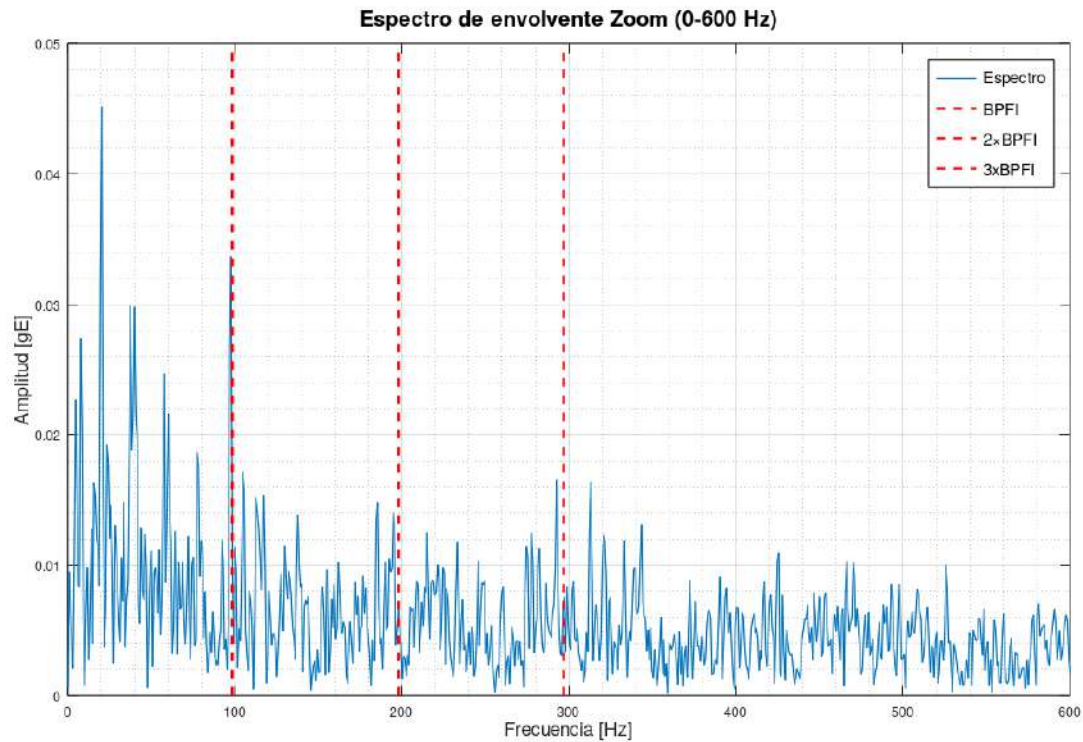


Figura 86. Espectro de la envolvente (Prueba 4).

En el espectro de la prueba 4, sigue visualizándose la influencia del BPFI, presentandose un aumento en sus frecuencias, que no se corresponde con el de un armónico de 1xRPM.

Por lo visto hasta el momento, todo indica que nos encontramos en la fase 3, aunque al igual que en la prueba 1, es posible que la falla se encuentre cerca de la etapa 4. Podemos comparar los espectros de la prueba 3 y 4, para evaluar la transición de etapa.

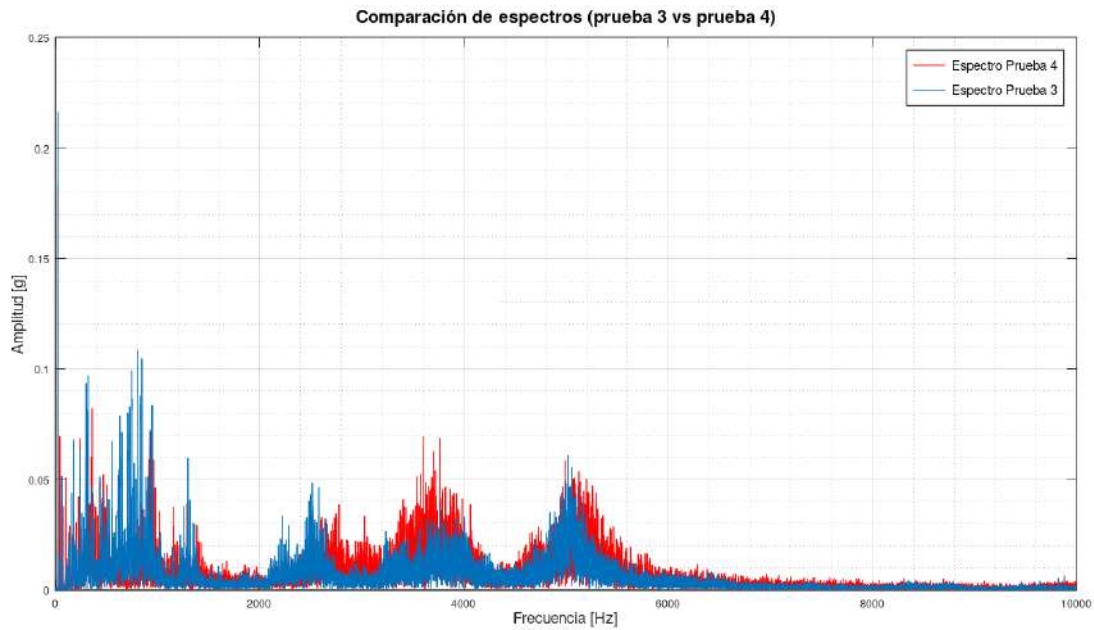


Figura 87. Comparación de espectros (Prueba 3 vs Prueba 4).

En base a la gráfica, se puede ver que aunque existe un aumento en los niveles de amplitud del espectro de la prueba 4 en relación a la prueba 3, este aumento no es tan importante como el observado en la comparación de la prueba 1 vs prueba 2, en la cual se observan importantes aumentos de la amplitud del espectro en la prueba 2 debido a la presencia de la etapa 4. Esto es coincidente con el planteo anterior, en el cual decimos que la prueba 4 probablemente se encuentre en una zona de transición entre etapa 3 y etapa 4.

8 Excentricidad en rotores

8.1 Análisis computacional: modelado del rotor *Ansys*[®] *Workbench*

En ingeniería existen tres grandes enfoques para abordar un problema: analítico, numérico o experimental. En la práctica no son excluyentes sino complementarios. El primero parte de leyes físicas y matemáticas, y brinda una solución exacta cuya precisión dependerá de qué tan bien represente el modelo al sistema real. Su aplicabilidad es reducida, no siendo adecuado en problemas de geometría compleja o con condiciones no lineales. Suele utilizarse tras simplificar el problema para obtener un resultado primario. El enfoque experimental se basa en la medición y análisis sobre el sistema real o el prototipo, resultando en una opción costosa y fuertemente dependiente de las características de los instrumentos. Se recurre a esta metodología cuando se tiene cierta certeza que el modelo analítico o numérico representan de forma precisa al comportamiento del sistema y se quiere validar alguno de estos con datos reales. La metodología numérica utiliza algoritmos computacionales para obtener una solución aproximada sin la excesiva simplificación que puede requerir el enfoque analítico. El costo de este enfoque es computacional, considerablemente menor que el experimental. Un ejemplo de método numérico es el método de elementos finitos. [37]

El método de elementos finitos (*FEM*, acrónimo en inglés) es una técnica matemática que consiste en dividir a un sistema complejo en pequeños *elementos* para facilitar su estudio. Al proceso de discretización del sistema se lo llama comúnmente *meshing*, que proviene de la palabra *mesh* que significa malla en inglés. La forma de los elementos (e.g. hexaédrica, tetraédrica, prismática triangular, entre otras) está relacionada con los algoritmos que utiliza el software para realizar el *meshing* y la idoneidad de discretizar según una forma de elemento dada dependerá de las características del sistema, principalmente de la geometría y del análisis que se pretenda hacer. Cada elemento está en contacto con los adyacentes compartiendo aristas y vértices. A los vértices se los denomina *nodos*, aunque también pueden existir nodos en el punto medio de las aristas de cada elemento. La cantidad de nodos de la malla dependerá de la función de forma utilizada (o *element order* en Ansys): si la función es lineal entonces los nodos serán únicamente los vértices de los elementos mientras que si es cuadrática también habrá nodos en la mitad de cada arista.

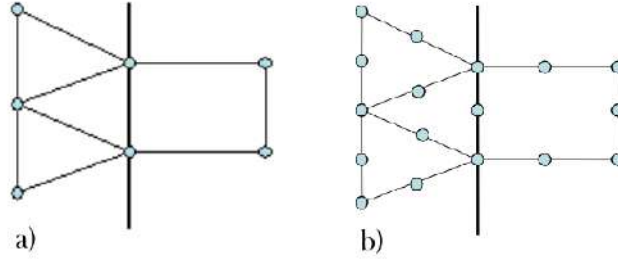


Figura 88. a) Aproximación Lineal. b) Aproximación cuadrática. [5]

El concepto *finito* se debe a que el cuerpo (continuo a efectos de la escala que se maneja en problemas de ingeniería) se particiona en una cantidad finita de elementos, lo que permite aplicar leyes físicas y matemáticas a cada pequeño elemento de forma local o aproximada (e.g. aproximación lineal o polinómica de una ecuación diferencial) y ensamblarlas para describir al sistema global. La relación entre las ecuaciones de un elemento y sus adyacentes se establece a través de los nodos.

El ensamblaje de las ecuaciones algebraicas de cada nodo determina una ecuación global cuya forma generalizada es:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (69)$$

Donde $\mathbf{K}$ es la matriz de rigidez, $\mathbf{u}$ es el vector de incógnitas y $\mathbf{F}$ el vector de fuerzas.

La matriz de rigidez contiene propiedades, ya que describe para cada nodo la relación entre la fuerza o carga aplicada, F y el comportamiento que experimenta en consecuencia, u . La naturaleza de la fuerza y de la respuesta a la misma dependen del sistema en estudio: en análisis estructural F puede ser una fuerza y u un desplazamiento que se quiere calcular, mientras que en análisis térmico la carga puede ser un flujo de calor y la incógnita una temperatura. En el primer ejemplo la propiedad de relación puede ser el módulo elástico y en el segundo la conductividad térmica.

La precisión de este método también dependerá de cuán fiel es el modelo respecto al sistema real y de qué tanto se discretice el sistema.

A continuación se presenta un diagrama de flujo que resume el procedimiento llevado a cabo en las secciones venideras y se complementa con una breve descripción.

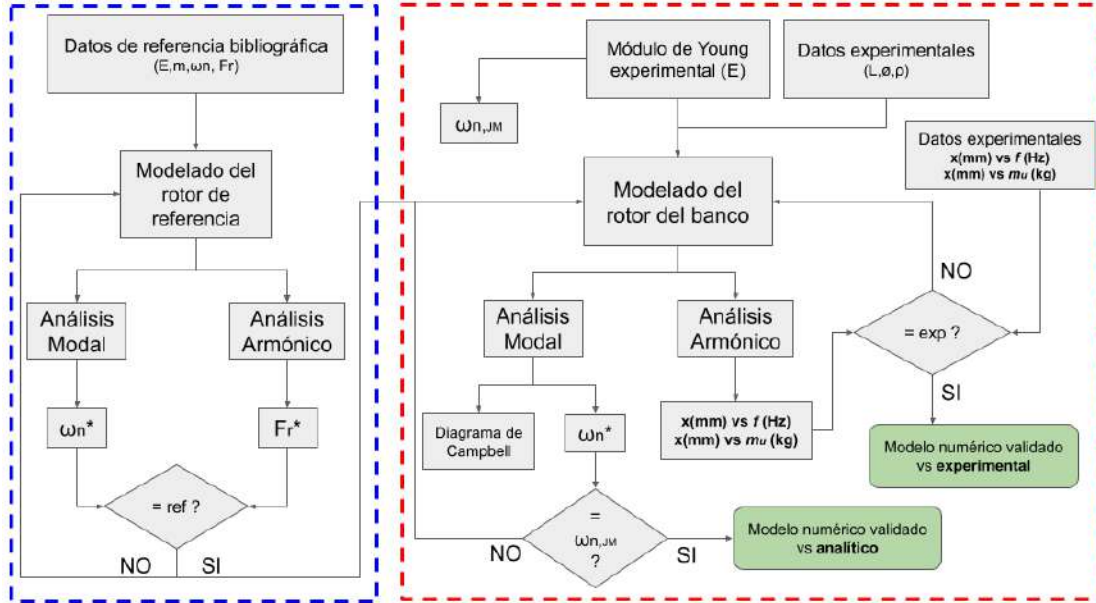


Figura 89. Diagrama de flujo del análisis computacional.

Recuadrado en azul se presenta el “caso de estudio 1”, que consiste en modelar un rotor de Jeffcott con datos obtenidos de [67] y cuyos resultados analíticos de frecuencia natural y fuerza máxima ejercida sobre los apoyos son conocidos (datos de referencia). Una vez modelado el rotor y ejecutados los análisis modal y armónico, se comparan la frecuencia natural y la fuerza en los rodamientos obtenidos con la simulación con sus respectivos valores de referencia. Si los valores determinados computacionalmente tienen una diferencia porcentual menor al 5 %, se considera válido el modelo y se pasa a siguiente caso de estudio. De lo contrario, se modifican los parámetros del modelo hasta que dicha diferencia se cumplan.

Validado el modelo, se prosigue con el “caso de estudio 2”, para el cual se utiliza el mismo modelo elaborado anteriormente, a excepción de la geometría básica (largo y diámetro) y de las propiedades del material (densidad y módulo de elasticidad) y modificando el valor del desbalance. Se mantienen los apoyos y el modelado del desbalance. Se ejecutan los mismos análisis, modal y armónico, obteniendo del primero la frecuencia natural y del segundo la fuerza ejercida en los rodamientos. En este caso, la frecuencia natural se compara con la calculada analíticamente a partir de la ecuación (30). Además, se obtiene el diagrama de Campbell para verificar gráficamente que el rotor está operando fuera de la resonancia. Continuando con el flujo, si ambas frecuencias coinciden, entonces se

concluye que el modelo computacional representa fielmente al modelo analítico. En caso contrario, se modifican los parámetros del modelo. Respecto al análisis armónico, se grafica la amplitud en desplazamiento contra la frecuencia y la masa de desbalance para el pico $\times 1\text{RPM}$ y se comparan estos resultados con los experimentales. En caso de coincidir, se afirma que el modelo representa fielmente al rotor del banco de ensayo y en caso que no, se evalúa la causa y se modifica el modelo en consecuencia.

El modelado y las configuraciones necesarias para las simulaciones que se presentan a continuación se basaron en [4].

8.1.1. Caso de estudio 1

Como punto de partida, se elige resolver un ejercicio de manera analítica y luego mediante el modelado del mismo en Ansys, obtener resultados similares. En este proceso, se busca ajustar distintos parámetros en el programa y de esta forma obtener un modelo que represente correctamente un sistema básico de rotodinámica. Una vez logrado esto, se aplicará este modelado a nuestro sistema de interés.

A continuación se plantea el ejercicio a resolver:

El rotor de una turbina de 13,6 kg de masa está soportado en el punto medio de un eje con rodamientos separados 0,4064 m. Se sabe que el rotor tiene un desbalance de 0,2879 kg-cm. Determinar la fuerza ejercida en los rodamientos a una velocidad de 6000 rpm si el diámetro del eje de acero es de 2,54 cm. Asumir que el eje está simplemente apoyado en los rodamientos.

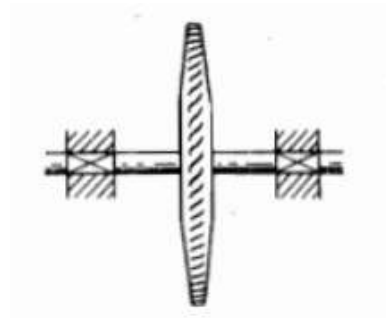


Figura 90. Sistema de estudio (ejercicio). [67]

Para comenzar con la resolución analítica, se calculará la frecuencia natural del sistema.

Las propiedades para el eje de acero son:

- $E = 200 \text{ GPa}$
- $\rho = 7830 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Luego, se puede calcular la rigidez del sistema asumiendo una viga simplemente apoyada en sus extremos con una carga en el centro, esta última representa el rotor.

$$\begin{cases} I = \frac{\pi \phi^4}{64} = 2,043 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \\ k = \frac{48EI}{L^3} = 2,922 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}} \end{cases} \quad (70)$$

Para calcular la frecuencia natural del sistema, se utilizará el método de Rayleigh desarrollado en la sección 4.3.

$$\begin{cases} m_{eje} = \rho V = 1,612 \text{ kg} \\ m_{eff} = m_{rotor} + 0,4857 m_{eje} = 14,38 \text{ kg} \\ w_n = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}} = 450,78 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 71,74 \text{ Hz} \end{cases} \quad (71)$$

Buscamos calcular la fuerza ejercida sobre los rodamientos, para ello debemos obtener primero la fuerza centrífuga generada por el desbalance, basándonos en la ecuación 17, calcularemos la amplitud máxima de desviación del eje respecto al eje de sus apoyos, en función de la excentricidad.

$$\begin{cases} e = \frac{\text{desbalance}}{m_{rotor}} = 2,117 \times 10^{-4} \text{ m} \\ r_o = \frac{e \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} = 4,361 \times 10^{-4} \text{ m} \\ \frac{w}{w_n} = 1,394 \end{cases} \quad (72)$$

Ya que la velocidad de giro es de 6000 rpm, la cual es superior a la frecuencia natural, podemos despreciar el término ζ , que representa el amortiguamiento,

porque estamos alejados de la resonancia. Además, sabiendo que la frecuencia de giro es superior a la natural, podemos afirmar que el vector posición de r (deflexión del eje) y el vector posición de la excentricidad respecto del centro geométrico están desfasados 180 grados, ver 4.2. Por lo tanto la distancia efectiva para calcular la fuerza centrífuga será $r - e$.

$$F = m_{eff}(r - e)\omega^2 = 1274 \text{ N} \quad (73)$$

A continuación se desarrollará el modelado del sistema de estudio en “Ansys Workbench”.

En principio, se realiza un análisis modal para obtener la frecuencia natural del sistema. Para ello, se comienza creando la geometría, el eje se dimensiona según los datos del problema, al desconocer las dimensiones del rotor, el mismo se modela con la opción “*Point Mass*”, la cual genera un punto de masa, en este caso de 13,6 kg, ubicado en el centro del eje, en su sección media. Por último se deben elegir los soportes en los extremos del eje, como se dijo anteriormente, estos se podían suponer como apoyos simples para simplificar la resolución analítica del problema. Pero ya que nuestro objetivo es lograr un modelo que represente correctamente los rodamientos, se decidió utilizar rodamientos con la función de Ansys llamada “*Bearing - Body to ground*”. La cual impone restricciones parciales al movimiento en las direcciones del plano de giro, la fuerza de tales restricciones depende de la rigidez que se le otorgue al rodamiento. Por eso, para simular un apoyo simple, se utiliza una rigidez muy alta en las direcciones radiales, de esta forma, impide el movimiento en las mismas.

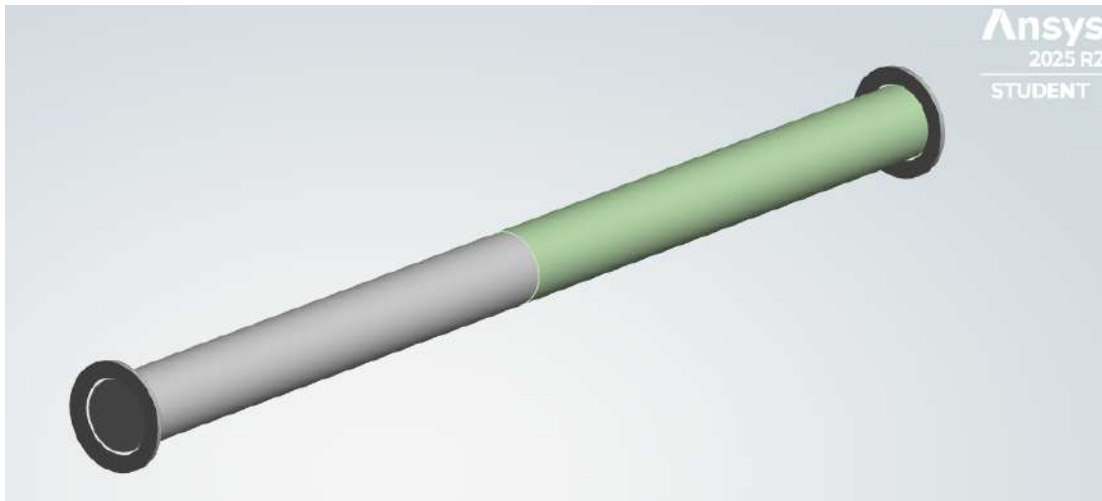


Figura 91. Modelado del sistema en Ansys para caso de estudio 1.

Luego de definir la geometría y las condiciones de borde, se realiza un análisis modal para obtener los modos de frecuencias naturales del sistema.

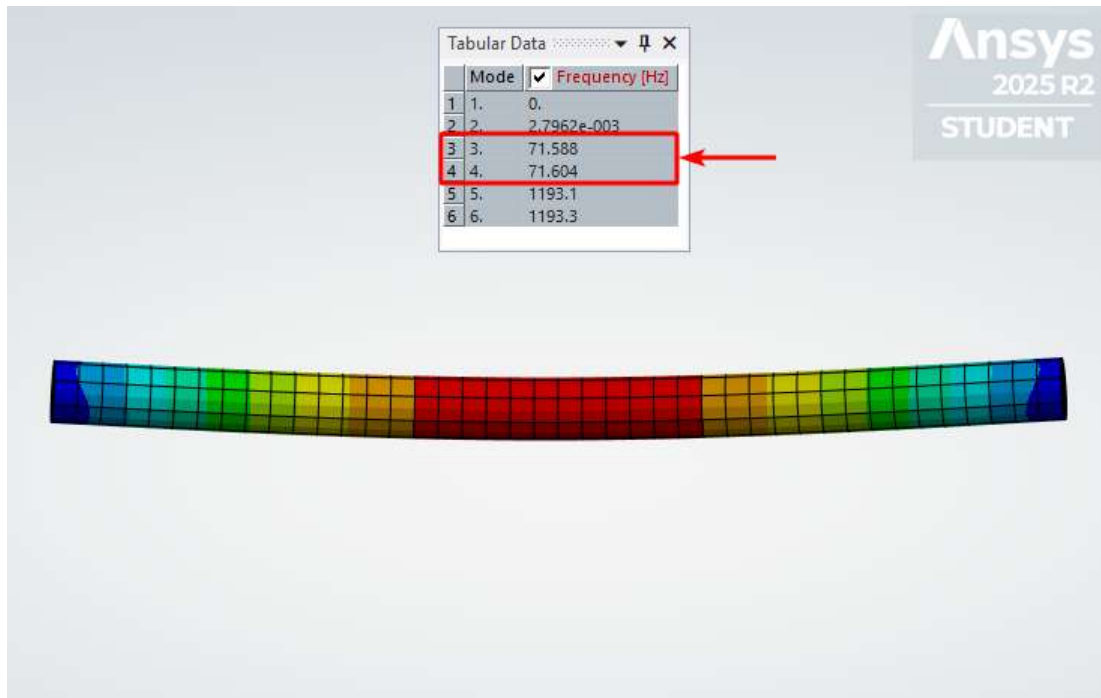
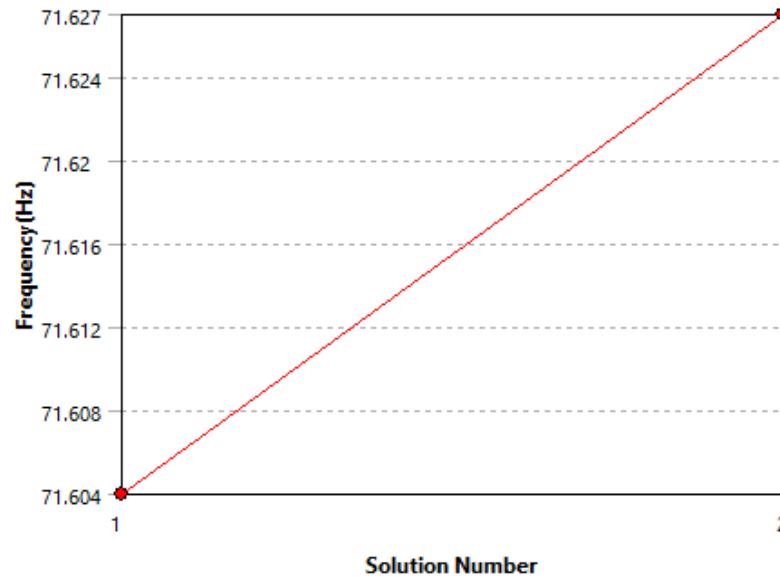


Figura 92. Resultados del análisis modal del sistema para caso de estudio 1.

Para controlar la precisión de la solución, se realiza un análisis de convergencia sobre la frecuencia natural calculada en el análisis modal. El programa refina la malla progresivamente y observa los cambios en la frecuencia natural para cada iteración. De esta forma, podremos saber si la solución es confiable.

Convergence History



	Frequency(Hz)	Change (%)	Nodes	Elements
1	71.604		2478	462
2	71.627	3.2123e-002	13471	7782

Details of "Convergence"	
Definition	
Type	Frequency
Allowable Change	1. %
Results	
Last Change	3.2123e-002 %
Converged	Yes

Figura 93. Análisis de convergencia para caso de estudio 1.

En la figura 93 se muestra el análisis de convergencia realizado para la frecuencia natural del caso de estudio 1. Se define una variación porcentual máxima aceptable del 1 % para la última iteración, y podemos observar que esta variación fue varios órdenes menor a la aceptable, por lo tanto hay convergencia. Este cambio porcentual se dio en la primera iteración respecto al mallado original, esto indica que el mismo es confiable.

Se obtuvo una frecuencia natural muy similar a la calculada analíticamente, por lo que se continua trabajando con el modelo actual para resolver el ejercicio.

Con el fin de obtener las reacciones en los rodamientos, se procede a realizar un análisis del tipo *"Harmonic Response"*. Dentro de este módulo, se agrega una

“Rotating Force”, esta es una fuerza rotativa, la cual fue aplicada en el centro de la sección media del eje, que representa la fuerza centrífuga generada por el desbalance, tomando como parámetros de entrada la masa del rotor y la excentricidad (e) del mismo. Luego se añade la función de *“Bearing Probe”* en cada rodamiento, la cual entrega el valor de la fuerza ejercida sobre los mismos, dependiendo de la frecuencia de rotación de la fuerza rotativa, es decir, la frecuencia de giro del eje, ya que es una fuerza generada por un desbalance.

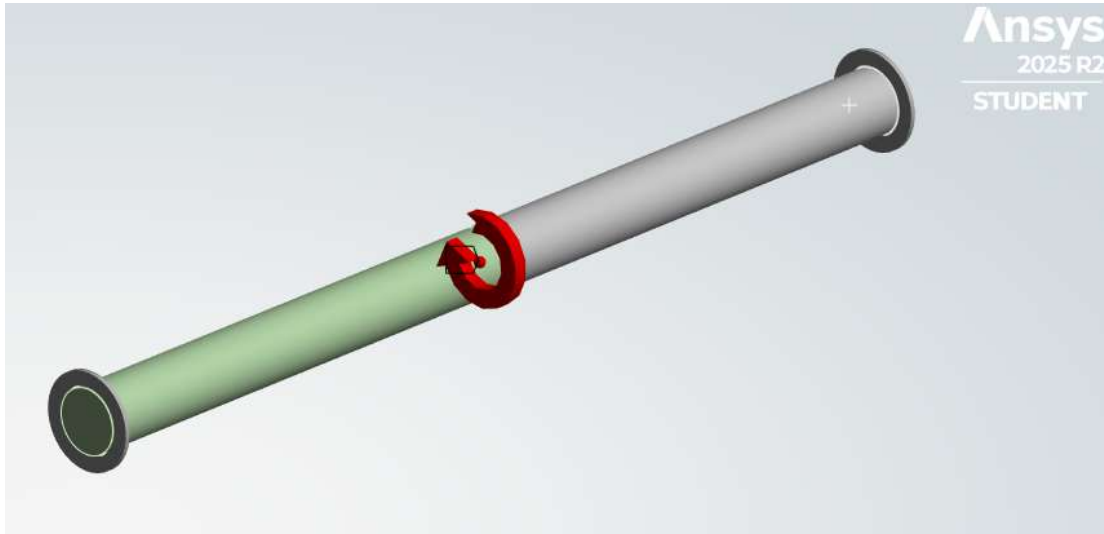


Figura 94. Modelo con fuerza rotativa aplicada para caso de estudio 1.

El método más utilizado y que aparece por defecto para hallar la respuesta armónica del sistema es *“Mode Superposition”*, y esto es debido a algunas ventajas que se comentarán. Sin embargo, debido a las condiciones de nuestro problema, fue necesario usar el método *“Full”*.

	Mode Superposition	Full
Funcionamiento	Halla las frecuencias naturales y sus formas modales con un análisis modal, luego genera una solución combinando la contribución de los modos relevantes en la respuesta vibratoria correspondiente a cada frecuencia de excitación.	Realiza una solución exacta de la respuesta para cada frecuencia, sin depender de las frecuencias naturales y los modos.
Ventajas	Tiempo de procesado rápido y poco exigente computacionalmente. Permite mayor precisión en los picos cerca de la resonancia (clustered results).	Apto para resolver sistemas con matrices no simétricas y con importante amortiguamiento.
Desventajas	No permite resolver sistemas con matrices no simétricas ni sistemas con amortiguamiento considerable.	Tiempo de procesado mayor, alta exigencia computacional, y no permite clustered results.

Tabla 6. Comparación de métodos de solución para respuesta armónica.

Ingresa una “*Rotating Force*” implica activar la celda “*Coriolis Effect*”, esto introduce matrices no simétricas al sistema de ecuaciones, por lo tanto se debe utilizar el método “*Full*”.

Al explorar la solución entregada por el programa, debemos centrarnos en la frecuencia de giro correspondiente a 6000 rpm, es decir, 100 Hz.

Tabular Data		
	Frequency [Hz]	Bearing Probe (Elastic Force 1) (Real) [N]
1	10.	5.798
2	20.	24.687
3	30.	62.211
4	40.	132.83
5	50.	279.44
6	60.	694.66
7	70.	6396.
8	80.	-1493.
9	90.	-813.43
10	100.	-616.21

Figura 95. Fuerzas ejercidas sobre el rodamiento en función de la frecuencia para caso de estudio 1.

Como se puede observar en la figura 95, el valor de fuerza correspondiente a

100 Hz es de 616 N, este valor fue idéntico en ambos rodamientos, por lo tanto al sumarlos obtenemos una fuerza ejercida sobre los rodamientos de 1232 N. Al comparar este valor con el obtenido mediante el método analítico se observa que es lo suficientemente próximo como para considerar que el modelo computacional representa bien al analítico.

Como se mencionó en la introducción, una característica fundamental de un modelo de elementos finitos es la malla, formada por los elementos y los nodos. Una vez definida la malla para el caso de estudio actual y validado el modelo numérico, queda determinada para el resto de los casos de estudios que se analicen. Modificar la malla de un caso a otro implicaría el uso de distintos algoritmos y/o ecuaciones que impactan directamente en la solución final, imposibilitando la comparación entre ambos.

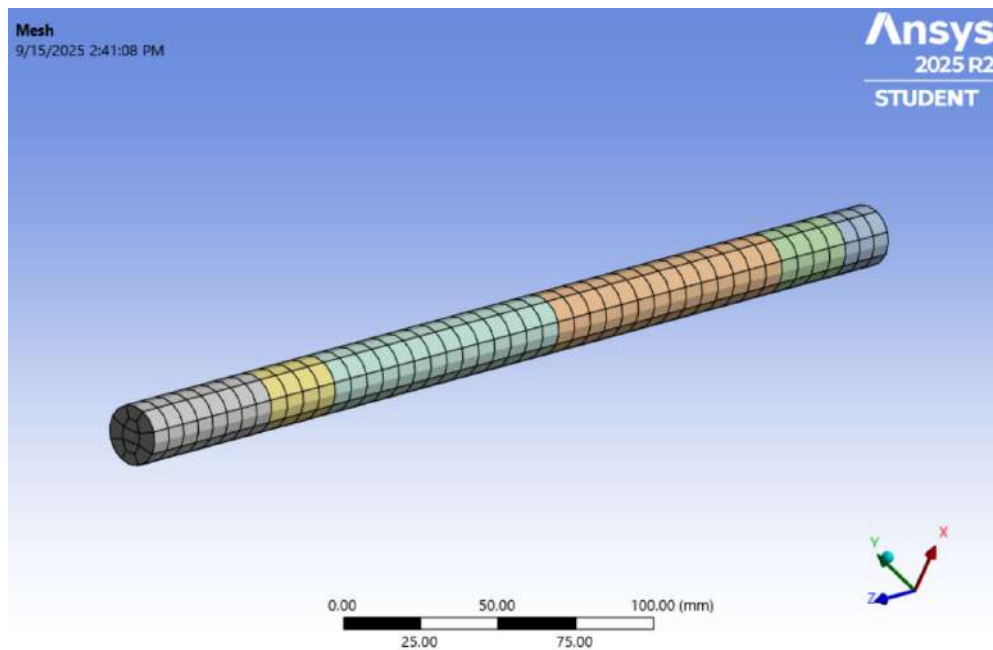


Figura 96. Malla generada en Ansys para el análisis modal y armónico.

Physics Preference	Mechanical
Element Order	Program Controlled
Element Size	Default
Method Control	Sweep
Corner nodes	768
Mid Nodes	2000
Elements	517
Element type	Hex20
Element name	SOLID186

Tabla 7. Características principales del mallado

Observaciones:

- La opción *Physics Preference* refiere al tipo de análisis que se quiere realizar. Algunas de las opciones son: Mechanical, Nonlinear Mechanical, CFD, Electromagnetics, entre otras. En el caso de estudio se realiza un análisis mecánico.
- El orden del elemento (*Element Order*) determina si el algoritmo de mallado genera nodos intermedios (mid nodes) para cada elemento (orden cuadrático) o no (orden lineal). En este último caso los únicos nodos presentes son los correspondientes a los vértices (corner nodes). Si no se especifica por el usuario (opción *Program Controlled*), el programa aplica un orden automáticamente dependiendo del tipo de análisis y de la geometría: para análisis mecánico en sólidos se aplica el orden cuadrático por defecto. El concepto de orden del elemento está estrechamente relacionado con las funciones de forma ya que establece cómo se interpolan los valores de los nodos vértices (donde se aplican las ecuaciones que gobiernan el problema) para obtener un valor en los nodos intermedios.
- El tamaño del elemento (*Element Size*) permite especificar cuál es la máxima superficie admisible que puede tener un elemento en la malla a generar. En sólidos, la opción por defecto corresponde al producto entre la diagonal del ensamble y un factor llamado *Bounding Box Factor* que por defecto tiene un valor de 0.05.
- El método de mallado (*Method Control*) determina el algoritmo que emplea el programa para realizar el mallado. Cuando no se selecciona un método específico, Ansys aplica uno automáticamente dependiendo de la topología del sistema. Para el eje, el programa utilizó el método *Sweep* dada su simetría de revolución (*Sweepable Body*), lo que permite generar un mallado rápido y eficiente: Workbench identifica si el sólido tiene dos caras topológicamente opuestas (cara fuente y cara objetivo), crea una malla en la cara fuente con

elementos cuadriláteros y/o triangulares y la copia en la cara objetivo. Luego genera el mallado en la cara curva con elementos hexaédricos conectando ambas caras y siguiendo la simetría de revolución del cuerpo. [5]

8.1.2. Caso de estudio 2:

Validado el modelo numérico, se adapta el caso de estudio 1 al rotor del laboratorio. Para ello, se procede de la misma forma que en el caso 1.

Se comienza eligiendo el material del eje e introduciendo en el apartado “*Engineering Data*” las propiedades calculadas experimentalmente en la sección 6. Luego, se define la geometría utilizando las dimensiones reales del rotor. Además, se realizan varios “*Slice*” que subdividen el eje en secciones para poder asignar el “*Point Mass*” y los “*Bearing - Body to Ground*”, estos últimos, en este caso, serán asignados a una superficie cilíndrica para representar de forma más realista el área de contacto entre los rodamientos y el eje. Cabe destacar que el eje se sigue comportando como un único sólido a pesar de las subdivisiones geométricas.

Diámetro del eje	20 mm
Longitud del eje	345 mm
Densidad del eje	$7717,6 \frac{kg}{m^3}$
Módulo de Young del eje	213 Gpa
Distancia entre rodamientos (centro a centro)	240 mm
Longitud de contacto eje/rodamientos	30 mm
Longitud extremo izquierdo (lado motor)	55 mm
Longitud extremo derecho (lado libre)	20 mm

Tabla 8. Tabla de datos utilizados en modelado de caso de estudio 2.

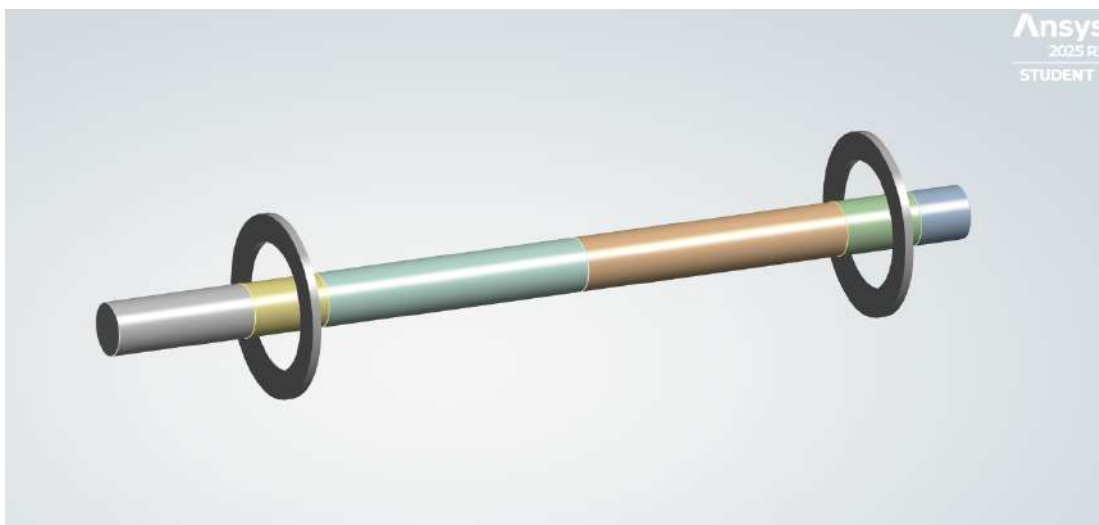


Figura 97. Modelado del sistema en Ansys para caso de estudio 2.

Ahora, la complejidad de este caso de estudio reside en la inclusión de la rigidez radial del rodamiento en el comportamiento sistema. Según la ecuación 27, la rigidez radial de un rodamiento depende de la carga radial que recibe. Pero, a su vez, la carga radial depende de la velocidad de giro del eje (debido a la fuerza centrífuga), es decir, de la frecuencia de la fuerza rotativa del modelo.

Por lo tanto, con el fin de obtener soluciones exactas, se realiza un análisis independiente para cada velocidad de giro, el cual entrega una frecuencia natural correspondiente a dicha velocidad de giro, y una respuesta armónica, solo que la misma será válida únicamente entorno a la frecuencia de giro supuesta inicialmente, ya que la rigidez utilizada no sería válida en frecuencias alejadas porque la carga radial es distinta.

Para lograr esto se plantea una pequeña iteración, supongamos que queremos estudiar la respuesta del sistema a una frecuencia de 20 Hz, a continuación se explica el procedimiento:

1. Se calcula analíticamente la fuerza centrífuga de la misma manera que en 73 con una velocidad de giro de 20 Hz, cada rodamiento recibe la mitad.
2. Una vez obtenida la fuerza radial, se calcula analíticamente la rigidez del rodamiento según la ecuación (27).
3. Se ingresa dicha rigidez al programa y se realiza en análisis armónico, del cual se obtiene la fuerza radial recibida en el rodamiento para nuestra frecuencia de interés.
4. Con dicha fuerza, se recalcula analíticamente la rigidez del rodamiento y se repite el procedimiento.

Esta iteración converge rápidamente, ya que la fuerza radial es casi invariante con la rigidez del rodamiento. La importancia de elegir la rigidez correctamente se encuentra en que los desplazamientos y velocidades si dependen de la misma.

En este caso de estudio se supuso una masa de desbalance de 0,2 kg a una distancia de 5 cm del centro del eje. Resolviendo la iteración para una frecuencia de 20 Hz, podemos obtener los resultados de frecuencia natural y respuesta armónica correspondientes.

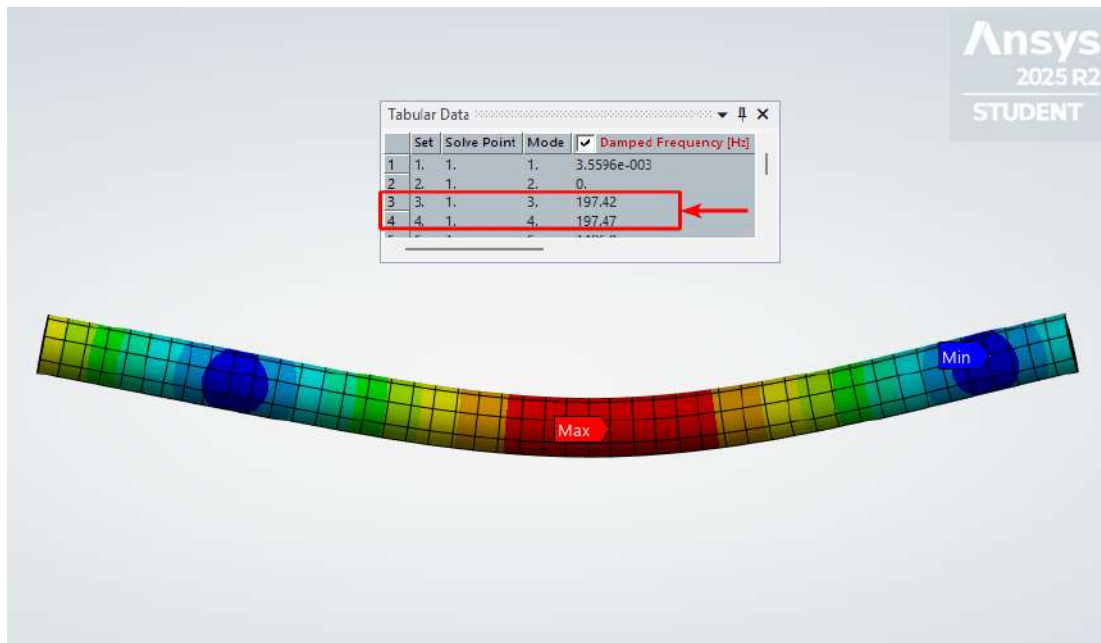


Figura 98. Resultados del análisis modal para caso de estudio 2.

Tabular Data			Tabular Data		
	Frequency [Hz]	Bearing Probe (Elastic Force 1) (Real) [N]		Frequency [Hz]	Amplitude [mm]
13	13,	31,44	13	13,	6,1648e-004
14	14,	36,489	14	14,	7,1546e-004
15	15,	41,919	15	15,	8,2193e-004
16	16,	47,732	16	16,	9,3593e-004
17	17,	53,931	17	17,	1,0575e-003
18	18,	60,517	18	18,	1,1866e-003
19	19,	67,492	19	19,	1,3234e-003
20	20,	74,859	20	20,	1,4678e-003
21	21,	82,62	21	21,	1,62e-003
22	22,	90,777	22	22,	1,7799e-003
23	23,	99,332	23	23,	1,9477e-003

Figura 99. Resultados del análisis armónico, aptos para 20 Hz.

Rigidez radial del rodamiento	$51544 \frac{N}{mm}$
Frecuencia natural del sistema	197,5 Hz
Fuerza ejercida sobre el rodamiento	74.9 N
Desplazamiento en el rodamiento	0,00147 mm

Tabla 9. Datos obtenidos en resolución de caso de estudio 2.

Se realizó un análisis de convergencia para la frecuencia natural calculada en el análisis modal, con un cambio aceptable del 1 %. Al igual que en el caso 1, se obtuvo convergencia.

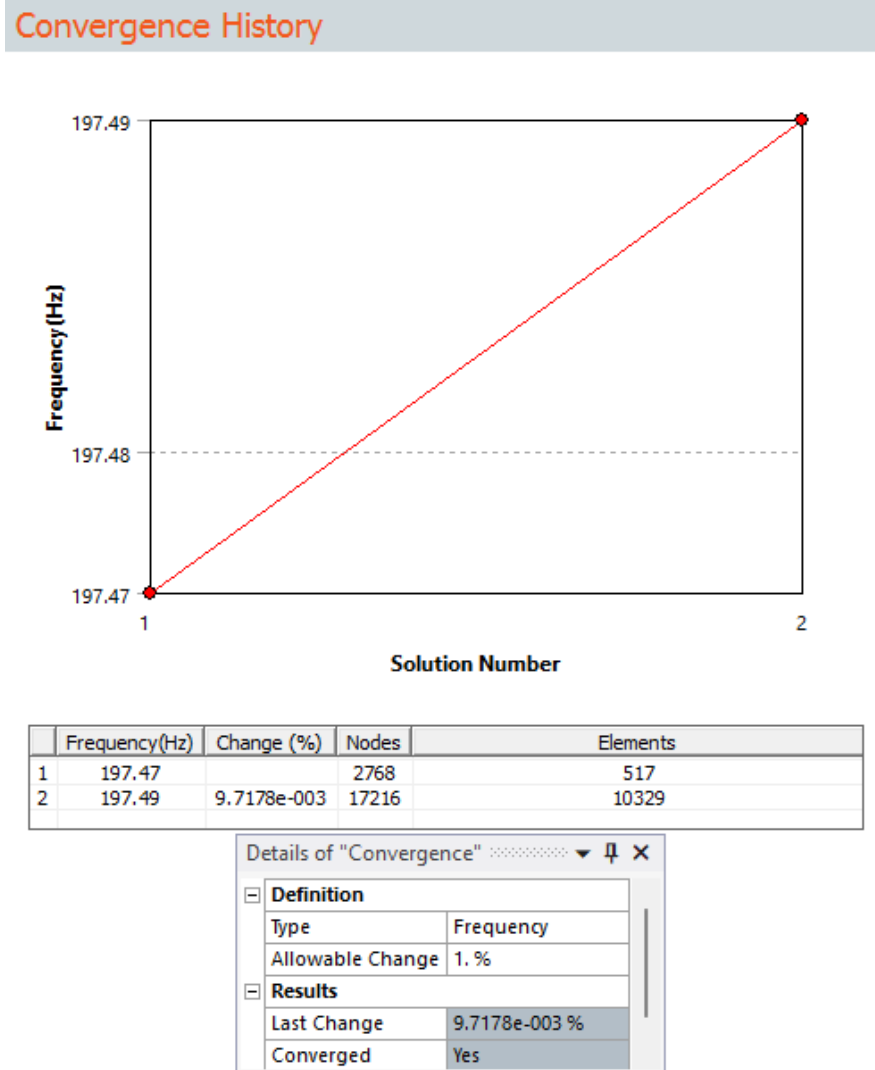


Figura 100. Análisis de convergencia para caso de estudio 2.

Podemos estimar una frecuencia natural teórica de la siguiente manera:

$$\begin{cases} I = \frac{\pi\phi^4}{64} = 7,854 \times 10^{-9} \text{ m}^4 \\ k_{eje} = \frac{48EI}{L^3} = 5,809 \times 10^6 \frac{N}{m} \end{cases} \quad (74)$$

$$\begin{cases} m_{eje} = 0,8335 \text{ kg} \\ m_{discos} = 3,182 \text{ kg} \\ m_{eff} = m_{rotor} + 0,4857 m_{eje} = 3,587 \text{ kg} \\ w_n = \sqrt{\frac{k_{eje}}{m_{eff}}} = 1272,6 \frac{rad}{s} = 202,5 \text{ Hz} \end{cases} \quad (75)$$

El resultado de la frecuencia teórica, despreciando la rigidez de los rodamientos es de 202,5 Hz. Esta frecuencia, puede compararse con la obtenida en el programa cuando hacemos que la rigidez de los rodamientos tienda a infinito, es decir, que representen apoyos simples. Al estudiar dicho caso, el programa entrega un valor de frecuencia natural de 203 Hz. Los resultados son bastante similares.

Observando los resultados computacionales, se aprecia que la frecuencia natural es algo más pequeña cuando se incluye la rigidez de los rodamientos.

Para estudiar este comportamiento desde el lado teórico, se pueden utilizar las ecuaciones (29) y (30), usando el valor obtenido para la rigidez de los rodamientos del cuadro 9.

$$\begin{cases} k_{rod} = 51,544 \times 10^6 \frac{N}{m} \\ k_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{k_{eje}} + \frac{1}{2k_{rod}}} = 5,499 \times 10^6 \frac{N}{m} \\ w_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eff}}} = 1238,2 \frac{rad}{s} = 197,1 \text{ Hz} \end{cases} \quad (76)$$

Nuevamente, hay una pequeña diferencia entre el modelo analítico y el computacional para la frecuencia natural calculada teniendo en cuenta el aporte de los rodamientos. Además, en ambos modelos hay una reducción de aproximadamente 5 Hz al tener en cuenta la rigidez de los rodamientos, por lo que se puede decir que el modelo computacional representa bien al comportamiento teórico esperado del sistema.

Ya se verificó previamente que el rotor del banco de ensayo opera lejos de la resonancia puesto que la frecuencia natural estimada en primera instancia con la ecuación (18) implicaba que el rotor debiera girar a aproximadamente 12000 *rpm* siendo la velocidad máxima alcanzable experimentalmente 1300 *rpm*. Para verificar los puntos de operación seguros de máquinas rotativas, es común basarse en una representación gráfica llamada diagrama de Campbell.

Si bien es cierto sostener que la frecuencia natural es única dado un sistema con masa m y rigidez k , en sistemas dinámicos esta última puede variar con la velocidad de rotación, por lo que el sistema cambia y su frecuencia natural también. Efectos tales como el giroscópico y la rigidización centrífuga son la principal causa de este comportamiento. Cuando aparecen efectos giroscópicos, la rigidez pasa a depender de la velocidad $k(\omega)$ y aparece un nuevo término en la ecuación de movimiento, que es la matriz giroscópica, $G(\omega)$. Al resolver la nueva ecuación de movimiento, se llega a que $\omega_n = f(\omega)$. Esto lleva a diferenciar y definir dos modos de vibración transversal en la resonancia: cuando ω_n aumenta con ω , el rotor vibra transversalmente en el mismo sentido que la rotación (*forward whirl*) y cuando disminuye con ω , vibra en sentido opuesto a la rotación impuesta por el motor (*backward whirl*).

Por otra parte, la rigidización centrífuga (*centrifugal stiffening*) ocurre a muy elevadas velocidades y como lo indica su nombre, la rigidez del eje aumenta por el efecto de la fuerza centrífuga, que “estira” la masa del eje radialmente hacia afuera, provocando que la rigidez aumente. Los rodamientos y apoyos también están sometidos a un mayor esfuerzo con el aumento de la velocidad de rotación, por lo que la deformación elástica que experimentan puede variar y, por ende, su rigidez cambia, alterando la rigidez equivalente del sistema.

En este contexto, el eje horizontal del diagrama de Campbell corresponde a la velocidad de rotación del rotor (usualmente en *rpm*), mientras que en el eje vertical se indica la frecuencia natural en *Hz*. La figura 101 muestra el diagrama de Campbell del rotor modelado en Ansys. La recta negra de $\text{RATIO}=1$ ($y=x$) es aquella para la cual la velocidad de rotación es igual a la frecuencia natural. Por otro lado, se grafican los distintos modos de vibración del sistema. Cuando la recta $\text{RATIO}=1$ interseca a la recta de un modo, entonces queda definida la velocidad crítica para la cual ocurriría la resonancia en dicho modo y si este último es FW o BW y estable o inestable. La estabilidad refiere a si la órbita descrita por el eje en la resonancia es elíptica (estable) o espiral divergente (inestable). [6]

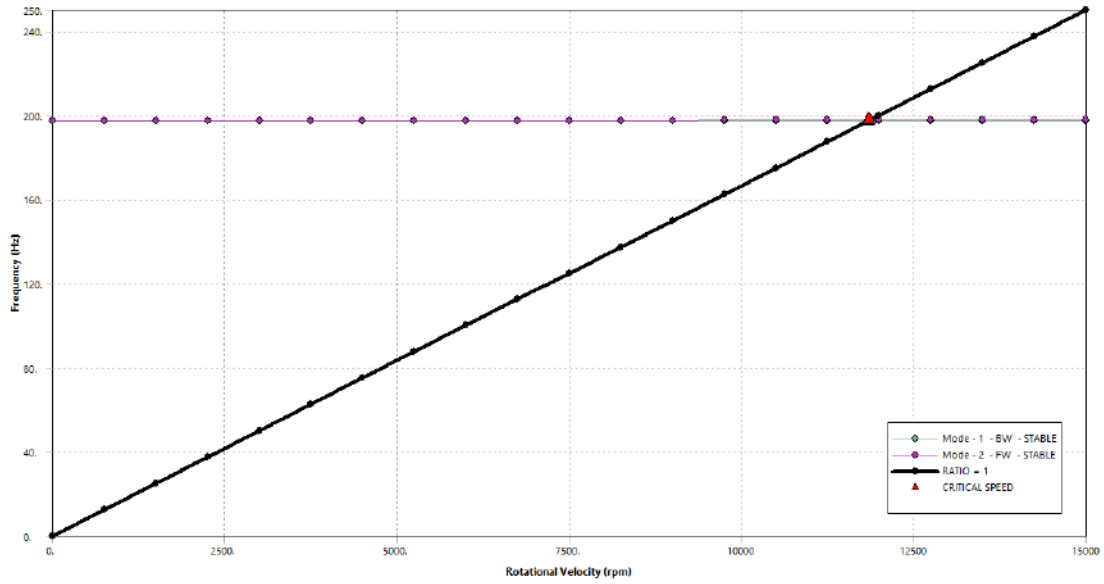


Figura 101. Diagrama de Campbell del rotor modelado.

En la figura 101 se muestran los primeros dos modos de vibración, que ocurren a frecuencias muy cercanas entre sí (MOD0 1 = 11840 *rpm*, MOD0 2 = 11853 *rpm*), razón por la cual se solapan gráficamente. La recta horizontal de estos modos implica que $\omega_n \approx \omega$ en el rango evaluado, lo que indica que el efecto giroscópico es irrelevante en este problema, principalmente por la simetría y la propiedad isotrópica de los materiales. Al momento de concluir el sentido de la vibración transversal (FW o BW) del rotor real en la resonancia, termina primando la física: el sentido será FW dado que la fuerza centrífuga debida al desbalance de masa, sincronizada con la velocidad del rotor, impone el sentido de la vibración transversal en la misma dirección que la rotación del eje.

Se observa que cerca de los 1200 *rpm* el modo de vibración 1 corta a la recta RATIO=1, por lo que para este modo ocurre la resonancia que se estimó analíticamente con (30). El modo es FW y estable, lo que significa que en la resonancia, el modo de vibración hará que el eje oscile en el mismo sentido que la rotación del motor y no presentará inestabilidad dinámica, o dicho de otra forma, la disipación de energía es suficiente para controlar la amplitud de la oscilación.

8.1.3. Análisis de resultados

A continuación, se evalúan el modelo computacional y el teórico en dos situaciones puntuales. Se busca hallar el desplazamiento medido en el rodamiento, en primer lugar, manteniendo un desbalance fijo y variando la velocidad de giro, y en segundo lugar, manteniendo la velocidad de giro y variando el desbalance.

Ecuación teórica para desplazamiento en el rodamiento:

$$\delta_{rod} = \frac{F_{rod}}{k_{rod}} = \frac{m_{eff}(r_o + e)w^2}{2k_{rod}} \quad (77)$$

Donde r_o se calcula según la ecuación (17), k_{rod} según (27) y la excentricidad de acuerdo a (78).

$$e = \frac{m_{desb}x_{desb}}{m_{eff}} \quad (78)$$

Para realizar las gráficas teóricas, se asume que en la ecuación (77) la frecuencia natural del sistema es constante, ya que al realizar algunos cálculos se notó que F_{rod} es casi invariante para el rango de valores de w_n trabajados, de esta forma se asume w_n constante, ignorando su dependencia de k_{rod} y m_{desb} .

Analizando la ecuación (77) en profundidad, se puede deducir que si k_{rod} fuera constante, el desplazamiento sería proporcional a la velocidad de rotación al cuadrado ($\delta_{rod} \propto w^2$) y a la masa de desbalance ($\delta_{rod} \propto m_{desb}$). Sin embargo, debido a la dependencia de k_{rod} con F_{rod} ($k_{rod} \propto F_{rod}^{1/3}$), obtenemos las siguientes dependencias:

$$\begin{cases} \delta_{rod} \propto w^{4/3} \\ \delta_{rod} \propto m_{desb}^{2/3} \end{cases} \quad (79)$$

El desplazamiento en el caso desbalance fijo, fue calculado para una masa de 138,9 gramos a una distancia de 68,55 mm. Mientras que para el caso de rpm fijas, la velocidad de giro fue de 65 Hz, y la masa se hizo variar manteniendo una distancia de 68,55 mm. Estos valores fueron utilizados ya que se pueden replicar en el banco experimental.

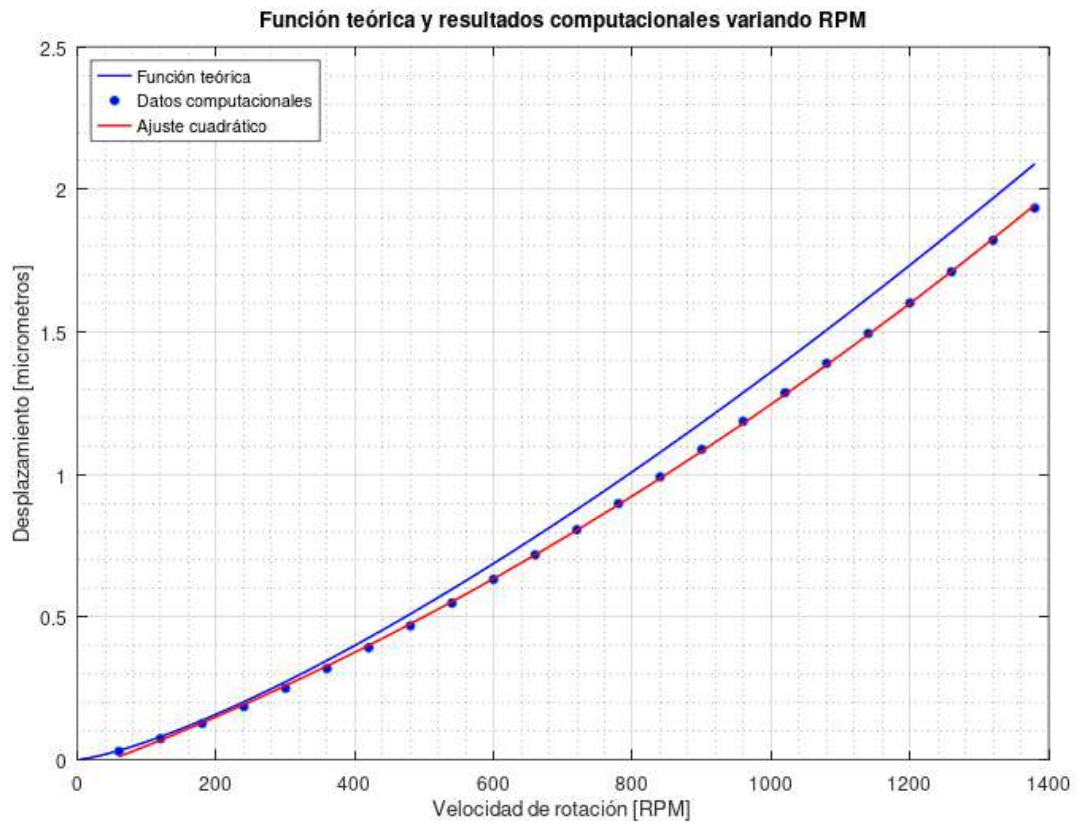


Figura 102. Gráfica de función teórica vs computacional, variando rpm.

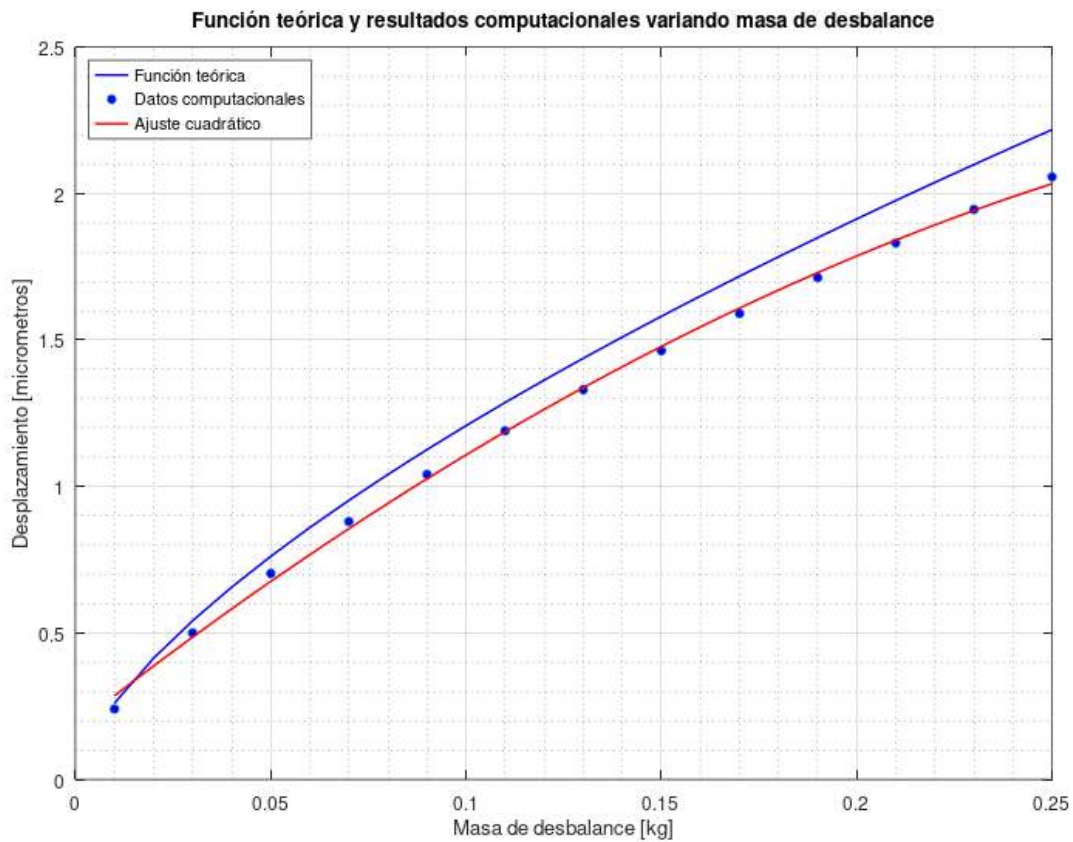


Figura 103. Gráfica de función teórica vs computacional, variando masa de desbalance.

En ambas gráficas se observa similitud entre el modelo computacional y el teórico, alcanzando valores cercanos de desplazamiento y curvas muy similares. Además, se puede notar que en ambos casos las curvas son concordantes con las dependencias planteadas en (79). Para las curvas del modelo computacional, se realizan ajustes cuadráticos a los datos tomados del programa.

8.2 Análisis experimental

En primera instancia, se efectúan medidas de vibraciones en desplazamiento variando la velocidad de rotación del motor con el variador de frecuencia. El rango de frecuencias del variador es de $0 - 79.2 \text{ Hz}$. El desbalance se mantiene constante en el mismo valor utilizado en la sección anterior. A su vez, se cuenta con un tacómetro laser para registrar las *rpm* del motor. Esto es de suma importancia ya que al realizar las mediciones se notó que las rpm reales estaban bastante alejadas de las de chapa. Se registró un total de diez puntos en el rango $35 - 79.2 \text{ Hz}$ de frecuencia eléctrica. Para cada velocidad, se graficó el espectro en frecuencias y se registró el valor del pico correspondiente al desbalanceo X1RPM. Con los diez picos se graficó finalmente la variación del valor X1RPM en función de la velocidad de rotación, como se indica en la figura 104.

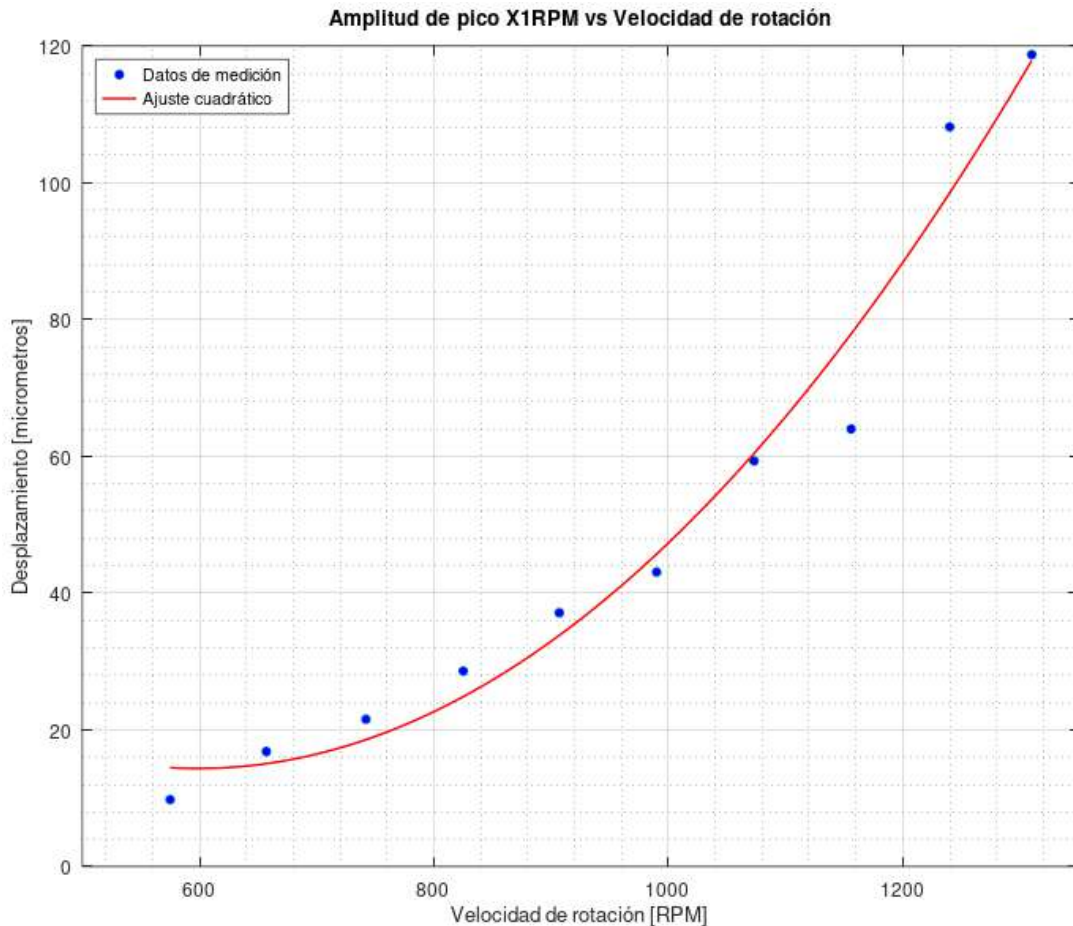


Figura 104. Variación de la amplitud X1RPM (medida en desplazamiento) con la velocidad de rotación del motor.

La curva 104 crece con exponente mayor a 1 al igual que la teórica 102.

Por otro lado, se procede a realizar mediciones vibratorias de desplazamiento, manteniendo fijas las rpm del motor y variando el desbalance 105, tomando registro de los picos X1RPM. La frecuencia del variador fue fijada en 65 Hz, lo que equivale a 1075 rpm en el motor.

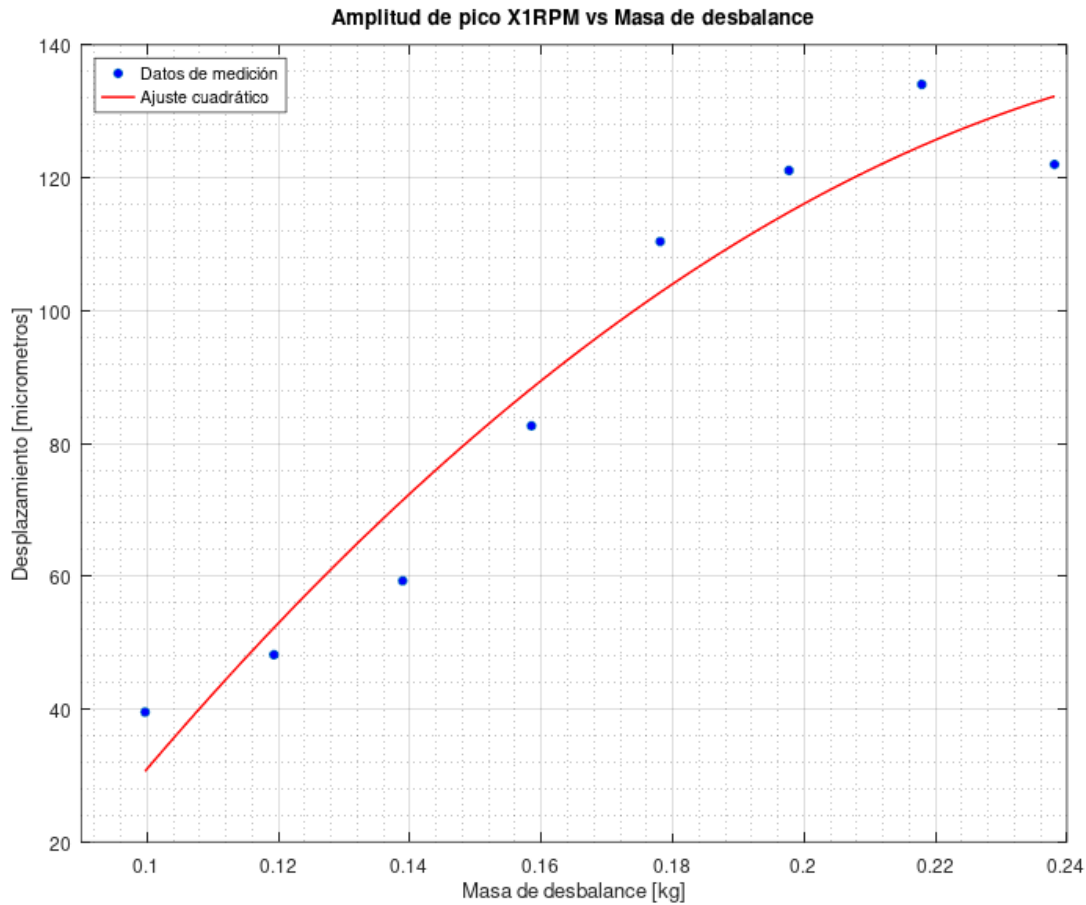


Figura 105. Variación de la amplitud X1RPM (medida en desplazamiento) con la masa de desbalance.

Nuevamente, podemos observar que la curva 105 tiene exponente menor a 1, al igual que 103.

Al comparar estos datos experimentales con los analíticos y computacionales, se observan amplitudes mucho mayores en la medición experimental. A raíz de esto, se buscó identificar posibles problemas en la medición. Como principal factor, el movimiento de la mesa que soporta al sistema de estudio, esto afecta en la medición de vibraciones, ya que al medir vibraciones en la misma se encontró

que vibra en valores muy altos, comparables con los medidos anteriormente. Esto se debe en parte a que la mesa no se encuentra fijada sino simplemente apoyada en el suelo. Otro factor importante, es que al variar las rpm en nuestras mediciones, se observó que en torno a los 35 Hz del variador de frecuencia, el sistema completo mesa+rotor, entra en resonancia, produciendo vibraciones excesivas y afectando las mediciones. Por último, el lugar donde se realizan las mediciones no es el mismo, ya que, dada las condiciones, el único lugar donde se puede fijar el acelerómetro es en el soporte del rodamiento, no en el rodamiento mismo.

9 Vida útil del rodamiento

En esta sección se estudiará cómo se ve afectada la vida útil de un rodamiento ante variaciones en parámetros tales como la carga, temperatura y estado del lubricante. El análisis se realiza en base a simulaciones hechas en el software SKF SimPro Quick.

9.1 Vida útil L10

La vida útil de los rodamientos se refiere a la vida útil prevista en condiciones específicas, siendo la métrica más común la vida L10. La vida L10 indica la vida esperada en la que 90 % de rodamientos del mismo modelo alcanzarán o superarán su vida prevista en condiciones de trabajo estándar. En otras palabras, en determinadas condiciones de carga y velocidad, sólo 10 % de rodamientos fallarán, mientras que 90 % seguirán funcionando con normalidad.

Es importante tener en cuenta que los rodamientos no fallan en un momento fijo. Su vida útil está influida por el uso, el entorno operativo y los distintos campos de aplicación. Sin embargo, la vida L10 proporciona una estimación fiable. Al comprender y calcular la vida útil L10, los ingenieros y el personal de mantenimiento pueden seleccionar mejor los modelos de rodamientos adecuados y optimizar los parámetros de funcionamiento de los equipos, mejorando así su rendimiento general.

La vida útil L10 se basa en amplios datos de pruebas: el valor de la vida útil L10 lo obtienen los fabricantes mediante pruebas reales a gran escala y análisis de datos. Los fabricantes de rodamientos realizan numerosas pruebas de muestra bajo cargas y velocidades específicas, registrando el tiempo de funcionamiento hasta que 10 % de los rodamientos experimentan un fallo por fatiga (por ejemplo, fracturas de rodillos o bolas). Suele expresarse en horas. Por ejemplo, si un rodamiento tiene una vida L10 de 20.000 horas, significa que se espera que 90 % de los rodamientos de la muestra sigan funcionando después de 20.000 horas. Para industrias como la ferroviaria, la de turbinas eólicas o la de maquinaria pesada, comprender la vida útil L10 es crucial para la planificación a largo plazo. El cálculo de la vida útil de un rodamiento implica varios factores que pueden dar una idea de cuánto durará un rodamiento en condiciones específicas. [58]

La fórmula básica para la vida útil de un rodamiento, en revoluciones, es:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p * 10^6 \quad (80)$$

C: Capacidad de carga dinámica, que representa la capacidad del rodamiento para soportar cargas durante el funcionamiento, medida en newtons o libras. Este valor suele ser proporcionado por el proveedor del rodamiento.

P: Carga equivalente, que es la carga real que experimenta el rodamiento durante su uso, incluidas las cargas axiales y radiales.

$$P = XF_r + YF_a \quad (81)$$

No es una suma vectorial del total de la cargas radiales y axiales sino que se utiliza una ponderación debido a que el rodamiento responde de forma distinta a los esfuerzos radiales y axiales. Para determinar el valor de X e Y se utiliza la norma ISO 281 [30].

p: Exponente de vida útil, con el valor de p variando en función del tipo de rodamiento. Para rodamientos de bolas, p es de 3, mientras que para los rodamientos de rodillos, el valor estándar es de 10/3.

También se puede expresar la vida útil de un rodamiento en horas, cuando la velocidad de rotación es constante:

$$L_{10h} = L_{10} * \frac{1}{60n} \quad (82)$$

n: Velocidad de rotación (RPM).

La vida útil de los rodamientos depende de varios factores, como la carga, la velocidad y las condiciones ambientales. A continuación se indican algunas aplicaciones comunes y la vida útil prevista de sus rodamientos:

Aplicación	L10 Vida útil (horas)	Factores que influyen
Motores industriales	20,000 – 50,000	Velocidad, lubricación, temperatura del motor
Bujes de rueda para automóviles	3,000 – 5,000	Condiciones de la carretera, carga, velocidad del vehículo, lubricación
Aerogeneradores	100,000	Velocidad del viento, variabilidad del viento, corrosión ambiental, cambios de temperatura
Maquinaria minera	5,000 – 15,000	Alta carga de impacto, contaminación, lubricación, temperatura
Ejes ferroviarios	10,000 – 20,000	Velocidad, carga, condiciones de la vía, lubricación
Motores de avión	3,000 – 5,000	Temperaturas extremas, altas velocidades, alta vibración, lubricación
Husillos de máquina herramienta	20,000 – 30,000	Velocidad, material que se procesa, vibración, lubricación
Equipamiento de ascensores	15,000 – 25,000	Frecuencia de los cambios de carga, lubricación, mantenimiento
Maquinaria papelería	40,000 – 60,000	Humedad, lubricación, protección contra la corrosión
Herramientas eléctricas	1,000 – 3,000	Velocidad, vibración, temperatura, lubricación

Figura 106. Algunas aplicaciones comunes y la vida útil prevista de sus rodamientos. [47]

9.2 Modelado del rotor en SKF SimPro Quick

SKF SimPro Quick es un software de simulación desarrollado por SKF para evaluar el diseño y rendimiento de sistemas de rodamientos, especialmente en la fase de diseño de productos. Permite a los ingenieros optimizar el diseño de rodamientos, reduciendo la fricción, minimizando la pérdida de energía y disminuyendo las emisiones de carbono. [61]

El objetivo de este análisis es determinar qué parámetros tienen mayor impacto en la vida útil de los rodamientos, analizando la configuración ya existente en nuestro banco de ensayo.

Funciones principales de SKF SimPro Quick:

- Evaluación del diseño de rodamientos: permite analizar el rendimiento de diferentes disposiciones de rodamientos bajo diversas condiciones de operación.
- Optimización del diseño: facilita la identificación de áreas de mejora en el diseño para maximizar la eficiencia y la vida útil del rodamiento.

- Análisis de fiabilidad y vida útil: calcula la vida útil nominal del rodamiento según diferentes estándares, como la vida nominal de SKF y la norma ISO/TS 16281:2008, así como otros parámetros como tensiones de contacto, fricción, frecuencias y desviación.
- Simulación avanzada: ofrece cálculos detallados para disposiciones de rodamientos de un solo eje, incluyendo intervalos de relubricación, vida útil de la grasa, y otros parámetros relevantes.
- Colaboración con SKF: permite compartir los modelos de rodamientos con SKF para un análisis más profundo y diálogo técnico.

Etapas en la utilización del programa:

Fase 1 - MODELADO: diseño gráfico del eje, tipo de rodamientos y alojamientos.

Fase 2 - INTRODUCCIÓN DE LOS DATOS: velocidad de giro, cargas, lubricante, material, ajustes (tolerancias, juegos y temperatura).

Fase 3 - REPORTE Y ANÁLISIS: selección del tipo de análisis (estático, ciclos de carga, pre desplazamiento axial) y ejecución del programa para obtener el reporte. Con el reporte se pretende evaluar y analizar qué parámetros se deben modificar para lograr los objetivos establecidos.

Fase 4 - RESULTADOS GRÁFICOS: visualización de diferentes gráficos para la evaluación y análisis de los resultados del comportamiento del prototipo diseñado, además de una animación en 3D.

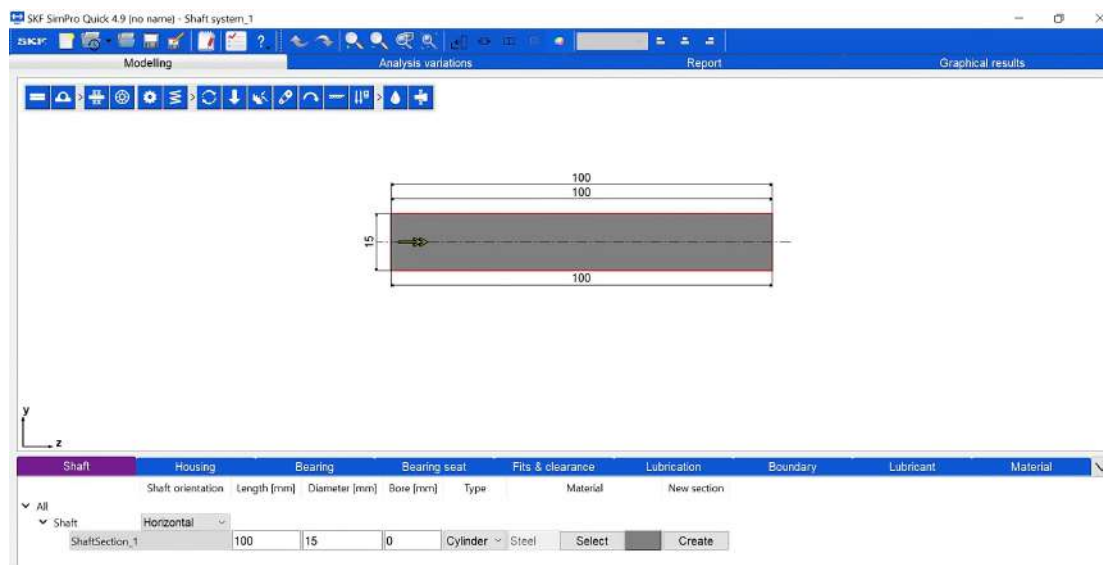


Figura 107. Pantalla inicial del programa SKF SimPro Quick.

9.2.1. Introducción

Previo a comenzar con las etapas para el modelado y simulación en el programa mencionado, se detallarán algunos de los parámetros más relevantes que se pretenden analizar. Principalmente nos referimos a la fase 2, donde se introducen los valores de velocidad de giro, cargas, lubricante, juegos, ajustes, tolerancias y temperatura.

Para poder aprovechar al máximo la capacidad de carga de un rodamiento, sus aros deben quedar apoyados en toda su circunferencia y en toda la anchura del camino de rodadura. El apoyo debe de ser firme y uniforme, y se puede conseguir mediante un asiento cilíndrico o cónico. Esto significa que los asientos de los rodamientos deben tener la precisión adecuada, y que su superficie no debe estar interrumpida por ranuras, agujeros ni ninguna otra irregularidad. Asimismo, los aros del rodamiento deben quedar montados de manera fiable, para evitar que giren en sus asientos bajo carga. En términos generales, sólo es posible obtener una fijación radial satisfactoria y un apoyo adecuado cuando los aros están montados con una interferencia apropiada.

A la hora de seleccionar un ajuste, se deberán tener en cuenta los factores que se detallan a continuación, además de las directrices generales conocidas (por ejemplo, dimensiones necesarias, tamaño, etc):

Condiciones de giro:

Las condiciones de giro hacen referencia al movimiento del aro del rodamiento con respecto a la dirección de la carga. En esencia, se pueden presentar tres tipos de condiciones diferentes: “carga rotativa”, “carga estacionaria” y “cargas de dirección indeterminada”, ver figura 108. La carga es “rotativa” cuando el aro del rodamiento gira y la carga permanece estacionaria, o si el aro permanece estacionario y la carga gira, de modo que todos los puntos del camino de rodadura están sometidos a la carga en el curso de una revolución. Las cargas elevadas que no giran, pero oscilan, por ejemplo las que actúan en los rodamientos de bielas, se consideran generalmente como “cargas rotativas”. El aro de un rodamiento sometido a una carga rotativa girará (se deslizará o se desviará), sobre su asiento si está montado con un ajuste libre, y el resultado será el desgaste (corrosión de contacto) de las superficies de contacto. Para evitarlo, se deben utilizar ajustes de interferencia. El grado de interferencia necesario viene determinado por las condiciones de funcionamiento descritas más adelante (magnitud de la carga, juego interno del rodamiento, temperatura).

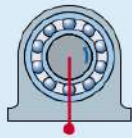
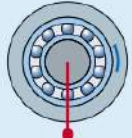
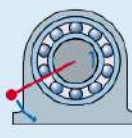
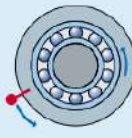
Condiciones de giro y carga				
Condiciones de funcionamiento	Ilustración esquemática	Condición de carga	Ejemplo	Ajustes recomendados
Aro interior rotativo Aro exterior estacionario Carga de sentido constante		Carga rotativa en el aro interior Carga estacionaria en el aro exterior	Ejes de transmisión por correa	Ajuste de interferencia para el aro interior Ajuste flojo para el aro exterior
Aro interior estacionario Aro exterior rotativo Carga de sentido constante		Carga estacionaria en el aro interior Carga rotativa en el aro exterior	Rodillos de cintas transportadoras Rodamientos de cubos de rueda	Ajuste flojo para el aro interior Ajuste de interferencia para el aro exterior
Aro interior rotativo Aro exterior estacionario La carga gira con el aro interior		Carga estacionaria en el aro interior Carga rotativa en el aro exterior	Aplicaciones vibratorias Cribas vibratorias o motores	Ajuste de interferencia para el aro exterior Ajuste flojo para el aro interior
Aro interior estacionario Aro exterior rotativo La carga gira con el aro exterior		Carga rotativa en el aro interior Carga estacionaria en el aro exterior	Machacadoras giratorias (Transmisiones de transportadores)	Ajuste de interferencia para el aro interior Ajuste flojo para el aro exterior

Figura 108. Condiciones de giro y carga. [65]

Magnitud de la carga:

El ajuste de interferencia del aro interior de un rodamiento en su asiento se aflojará a medida que se incremente la carga, ya que el aro se deformará. Bajo una carga rotativa, el aro comenzará a girar con respecto al eje. Por tanto, el grado de interferencia debe estar relacionado con la magnitud de la carga. Cuanto mayor sea la carga, mayor es el ajuste de interferencia requerido, ver figura 109. También se deben tener en cuenta las cargas de choque y las vibraciones. La magnitud de la carga se define a continuación, recordar que P es la carga equivalente y C es la capacidad de carga del rodamiento (ver sección 9.1):

- $P \leq 0,05C$ – carga ligera
- $0,05C \leq P \leq 0,1C$ – carga normal
- $0,1C \leq P \leq 0,15C$ – carga elevada
- $P \geq 0,15C$ – carga muy elevada

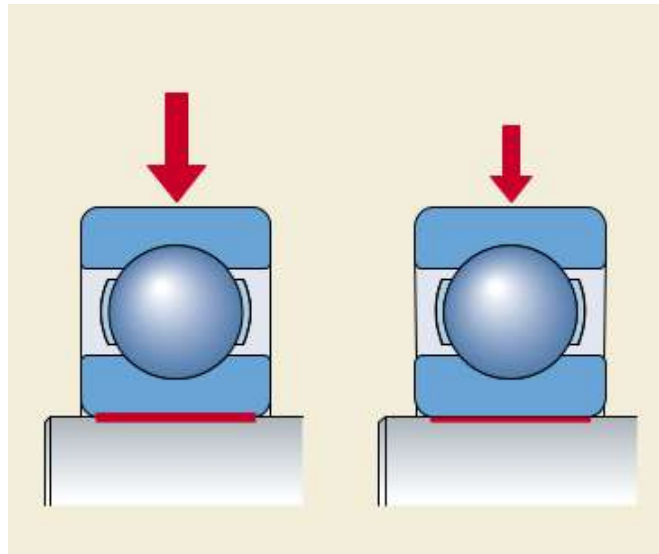


Figura 109. Relación entre carga y ajuste de interferencia. [65]

Carga mínima requerida:

La correlación entre la carga y la vida útil es menos evidente con cargas muy ligeras. En este caso, existen otros factores de fallo distintos a la fatiga. Para que un rodamiento pueda funcionar de un modo satisfactorio, debe estar siempre sometido a una carga mínima. Una regla empírica general indica que los rodamientos de rodillos se deben someter a cargas mínimas correspondientes a 0,02 C, y los de bolas, a cargas mínimas correspondientes a 0,01 C. La importancia de aplicar esta carga mínima a los rodamientos, aumenta cuando éstos están sometidos a grandes aceleraciones o cuando las velocidades superan el 50 % de las velocidades límite indicadas en las tablas de productos.

Juego interno del rodamiento:

El juego interno del rodamiento se define como la distancia total que se puede desplazar un aro con respecto a otro en dirección radial (juego radial interno) o en dirección axial (juego axial interno). Es necesario distinguir entre el juego interno de un rodamiento antes del montaje, y el juego interno de un rodamiento montado, que ha alcanzado su temperatura de funcionamiento (juego de funcionamiento). El juego interno inicial (antes del montaje) es superior al juego de funcionamiento debido a que los diferentes grados de apriete en los ajustes y la dilatación térmica de los aros del rodamiento y de los componentes adyacentes dan lugar a una expansión o contracción de los aros, ver figura 111. El juego radial interno de un rodamiento es de considerable importancia para que el rodamiento pueda funcionar satisfactoriamente. Como regla general, los rodamientos de bolas deben tener siempre un juego de funcionamiento casi nulo, o puede haber una ligera precarga (concepto explicado más adelante). Se ha seleccionado un juego interno denominado Normal para obtener un juego de funcionamiento adecuado al montar los rodamientos con los ajustes normalmente recomendados y cuando las condiciones de funcionamiento son las normales. Cuando las condiciones de funcionamiento y las de montaje difieren de las normales, por ejemplo cuando se usan ajustes de interferencia para los dos aros del rodamiento, o cuando las temperaturas no son las habituales, se deberán seleccionar rodamientos con un juego interno mayor o menor que el Normal. En estos casos, SKF recomienda comprobar el juego residual del rodamiento después de su montaje. Los rodamientos con un juego interno distinto al Normal están identificados por los sufijos *C1* a *C5*, como se puede visualizar en la figura 110.

Designación complementaria para el juego interno	
Sufijo	Juego interno
C1	Menor que C2
C2	Menor que Normal
CN	Normal, sólo utilizado en combinación con letras, indicando un rango de juego reducido o desplazado.
C3	Mayor que Normal
C4	Mayor que C3
C5	Mayor que C4

Figura 110. Designacion de juego interno. [65]

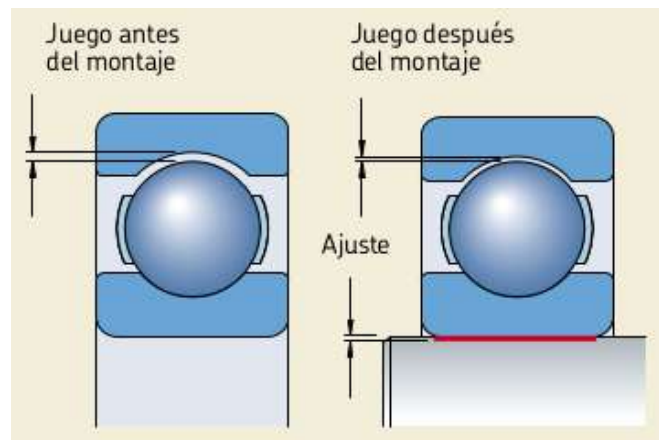


Figura 111. Juego interno. [65]

Ajustes de interferencia:

Los ajustes de interferencia en rodamientos son un tipo de ajuste mecánico en el que el componente interior (por ejemplo, un eje) es intencionalmente más grande que el componente de acoplamiento. Esta diferencia dimensional, llamada interferencia, fuerza a las piezas a deformarse elásticamente durante el ensamblaje, creando una unión rígida y fuerte por fricción que evita el movimiento relativo entre ellas. El montaje requiere métodos como presión, fuerza o cambios térmicos (calentar la carcasa o enfriar el eje) para superar la resistencia del ajuste.

Temperatura:

En muchas aplicaciones, el aro exterior tiene una temperatura de funcionamiento inferior a la del aro interior. Esto puede causar una reducción del juego interno, ver figura 112. Durante el funcionamiento, los aros del rodamiento suelen alcanzar una temperatura superior a la de los ejes y alojamientos correspondientes. Esto puede provocar el aflojamiento del ajuste del aro interior sobre su asiento, mientras que la expansión del aro exterior puede impedir el desplazamiento axial deseado del aro en su alojamiento. Un arranque rápido o la fricción de las obturaciones, también puede aflojar el ajuste del aro interior. Por tanto, deben tenerse muy presentes los gradientes de temperatura y la dirección del flujo de calor al seleccionar los ajustes.

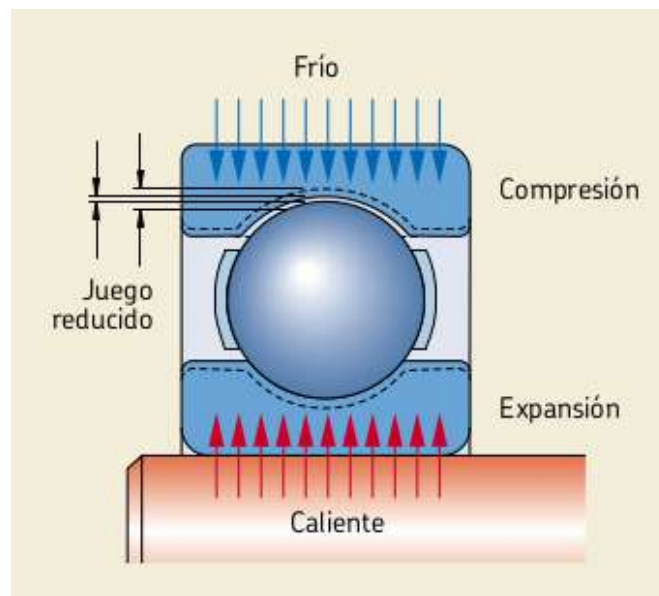


Figura 112. Juego interno y temperatura. [65]

Precarga de rodamientos:

Dependiendo de la aplicación, puede que sea necesario que la disposición de rodamientos disponga de un juego de funcionamiento positivo o negativo. En la mayoría de las aplicaciones, el juego de funcionamiento debe ser positivo, es decir, al girar el rodamiento debe tener un juego residual determinado, por pequeño que sea (“Juego interno del rodamiento”). Sin embargo, hay muchos casos en los que es preferible un juego de funcionamiento negativo, es decir una precarga, con objeto de aumentar la rigidez de la disposición de rodamientos o incrementar la exactitud de giro. Tal es el caso con los husillos para máquina herramienta, los rodamientos de piñón para las transmisiones de automóviles, las disposiciones de rodamientos de motores eléctricos pequeños, o las disposiciones de rodamientos para movimientos oscilantes. También se recomienda la aplicación de una precarga, por ejemplo mediante muelles, en aquellos casos en que los rodamientos tienen que girar sin carga o bajo una carga muy ligera y a altas velocidades. En estos casos, la precarga sirve para asegurar la aplicación de una carga mínima sobre el rodamiento al objeto de evitar que éste se dañe como consecuencia de movimientos deslizantes de los elementos rodantes (“Carga mínima requerida”).

Lubricación:

Para que los rodamientos funcionen de un modo fiable, deben estar adecuadamente lubricados con el fin de evitar el contacto metálico directo entre los elementos rodantes, los caminos de rodadura y las jaulas. El lubricante también evita el desgaste y protege las superficies contra la corrosión. Por esto, la elección del lubricante y del método de lubricación adecuado para cada aplicación, así como del mantenimiento apropiado, son de gran importancia. Existe una extensa gama de grasas y aceites disponibles para la lubricación de los rodamientos y también existen lubricantes sólidos para, por ejemplo, temperaturas extremas. La selección del lubricante depende fundamentalmente de las condiciones de funcionamiento, es decir, del margen de temperaturas y velocidades, así como de la influencia del entorno. Las temperaturas de funcionamiento más favorables se obtienen cuando el rodamiento contiene la cantidad mínima de lubricante necesaria para proporcionar una lubricación fiable. Sin embargo, cuando el lubricante tiene funciones adicionales que realizar, como obturar o extraer el calor del rodamiento, entonces se necesitan mayores cantidades. El lubricante en una disposición de rodamientos, pierde gradualmente sus propiedades de lubricación a causa del trabajo mecánico, el envejecimiento y la acumulación de contaminación. Por tanto, es necesario reponer o renovar la grasa, filtrar y cambiar el aceite a intervalos regulares. [64]

A continuación, en la figura 113, se exponen los parámetros que se pueden manipular en el programa y se fueron detallando en esta introducción, identificados en la pestaña de “Fits and clearance” (“Ajustes y holguras”). También, en la

pestañas al derecha de la mencionada, es donde se elige el tipo de lubricación y condiciones de limpieza.

Shaft	Housing	Bearing	Bearing seat			Fits & clearance		Lubrication		Boundary	Lubricant		Ma
	Clearance reduction	Clearance settings	Shaft tolerance	IR tolerance	OR tolerance	Housing inner tolerance	Housing outer tolerance	Diametrical smoothing [um]		Clearance class	Temperature [C]		
▼ All	☐	middle of tolerances		P6 +0.01/-0.01	P6 +0.01/-0.01	H7 +0.01/-0.01		IR 2.0	OR 2.0		IR 70.0	OR 70.0	
> Rodamiento1	☐	middle of tolerances	k6 +0.015/-0.002	P6 +0.01/-0.01	P6 +0.01/-0.01	H7 +0.01/-0.01		IR 2.0	OR 2.0	CN 20.5 +0.012/-0.005	IR 70.0	OR 70.0	
> Rodamiento2	☐	middle of tolerances	k6 +0.015/-0.002	P6 +0.01/-0.01	P6 +0.01/-0.01	H7 +0.01/-0.01		IR 2.0	OR 2.0	CN 20.5 +0.012/-0.005	IR 70.0	OR 70.0	

Figura 113. Ajustes y holguras en SKF SimPro Quick.

9.2.2. Ensayo en SKF SimPro Quick

Se modela el banco de ensayo y se selecciona el rodamiento SKF 6204 del catálogo cargado en el programa, siendo este el modelo con mayor semejanza al de los rodamientos utilizados en el banco de ensayo, ver 13.1.

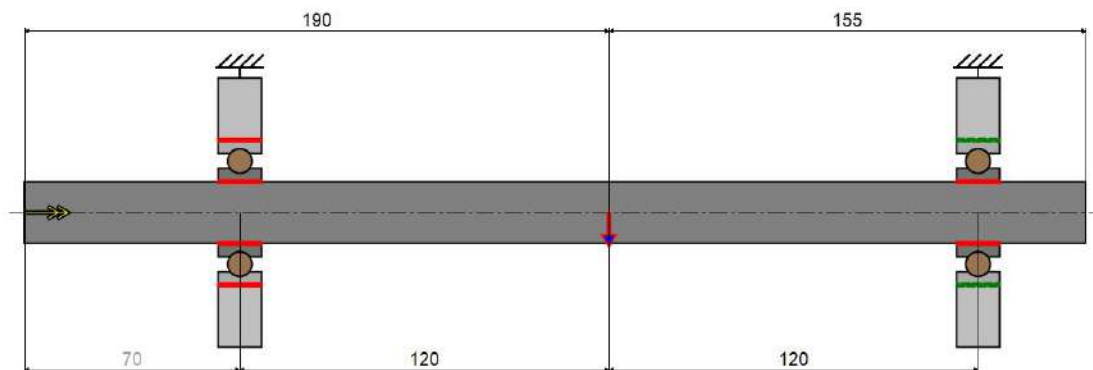


Figura 114. Modelo del banco de ensayo en el programa SKF SimPro Quick.

Especificaciones del rodamiento SKF 6204:

- Diámetro interior (d): 20 mm
- Diámetro exterior (D): 47 mm
- Ancho (B): 14 mm
- Dynamic basic load rating (C): 13,5 KN
- Static basic load rating (C₀): 6,55 KN
- Reference speed: 32000 RPM
- Limiting speed: 20000 RPM

La carga estática a la cual estarán sometidos los rodamientos en la configuración del banco, es unicamente el propio peso del sistema eje-discos (carga radial). La masa que se tomará en cuenta para el cálculo es la masa efectiva, método de Rayleigh, explicado en la sección 4.3:

$$\begin{cases} m_{eje} = 0,8335 \text{ kg} \\ m_{discos} = 3,182 \text{ kg} \\ m_{eff} = m_{discos} + 0,4857 m_{eje} = 3,587 \text{ kg} \end{cases} \quad (83)$$

La velocidad de giro que se establece para trabajar con el motor y variador disponible es de 1200 *rpm*. Utilizando el valor de masa efectiva, ecuación (83), y multiplicandolo por la aceleración gravitatoria, se obtiene un valor de carga equivalente estática sobre el eje de aproximadamente 35 N. Nos hay cargas axiales.

Para el caso dinámico, producto de la deflexión del eje (por el desbalance), aparece una fuerza centrífuga que se calcula utilizando el mismo procedimiento detallado en la sección 8.1.1:

$$\begin{cases} e = \frac{\text{desbalance}}{m_{rotor}} = 0,00264 \text{ m} \\ r_o = \frac{e \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \right]^2}} = 2,6 \times 10^{-5} \text{ m} \\ \frac{w}{w_n} = 0,0988 \end{cases} \quad (84)$$

Despreciamos el término ζ , que representa el amortiguamiento, por estar trabajando alejados de la resonancia. Además, como la frecuencia de giro es inferior a la natural, podemos afirmar que el vector posición r (deflexión del eje) y el vector posición de la excentricidad respecto del centro geométrico están desfasados un ángulo inferior a 90 grados, ver 4.2. Por lo tanto la distancia (máxima) para calcular la fuerza centrífuga sera $r + e$.

$$F = m_{eff}(r + e)w^2 = 151 \text{ N} \quad (85)$$

Con (84) y (85), se obtiene un valor para la fuerza centrífuga de 151 N. Sumando y restando el peso, se obtiene la carga dinámica máxima y mínima sobre el eje, respectivamente.

$$F_{max} \approx 186 \text{ N} \quad (86)$$

La carga dinámica máxima (86), se divide a la mitad entre los dos rodamientos, dada la configuración del sistema rotativo, por ende, sobre cada rodamiento actúa una fuerza radial aproximada de 93 N. Este valor queda por debajo del umbral recomendado, es decir, que es menor a la carga mínima para los rodamientos seleccionados (135N), ver 9.2.1. En esta situación, el reporte que se obtiene en el programa indica que la vida útil, calculada por los diferentes métodos, será mayor a doscientas mil horas, indicando que se está por debajo de la carga mínima con el factor C/P mayor a 100. Este es un aspecto a tener en cuenta en los análisis de vibraciones, ya que podría generar problemas de inestabilidad por deslizamiento interno o condiciones de lubricación inadecuadas. En contrapartida de esto, la velocidad de rotación es moderada con respecto a la velocidad límite del rodamiento por lo que no deberían surgir los inconvenientes mencionados.

Por lo anterior, en la ecuación (87), se procede a calcular la vida útil en horas, para los rodamientos SKF 6204, utilizando la ecuación (82). La carga equivalente máxima sobre cada rodamientos es 93N y la velocidad de giro 1200 *rpm*, como detalló anteriormente. En la ecuación (88), se repite el cálculo pero para la carga dinámica máxima de los rodamientos del banco de ensayo.

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 * 1200} \left(\frac{13500}{93} \right)^3 = 42.483.468 \text{ horas} \quad (87)$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 * 1200} \left(\frac{12800}{93} \right)^3 = 36.211.671 \text{ horas} \quad (88)$$

Con el resultado de la ecuación (88), queda claro que bajo las solicitaciones actuales del sistema, los rodamientos están sobredimensionados. Lo que confirma que el banco de ensayo es capaz de soportar las pruebas que sean necesarias sin que los rodamientos sufran daño.

Buscando obtener algún resultado que pueda servir para acercarnos a nuestro objetivo, se procede a incrementar la carga (radial) gradualmente, desde 500N hasta 1000N, e ir evaluando si es posible determinar qué cambios significativos aparecen en la vida útil de los rodamientos.

Para tener una referencia de que esperar en el reporte que nos arroja el programa, y evaluar si nos acercamos a valores que nos permitan analizar, se vuelve a repetir el cálculo de vida, en la ecuación (89), para una fuerza radial de 1000N, osea 500N sobre cada rodamiento.

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 * 1200} \left(\frac{13500}{500} \right)^3 = 273.375 \text{ horas} \quad (89)$$

Una vez seleccionado el rodamiento en el programa, por defecto, queda preseleccionado el ajuste en el eje (*K6*) y en el agujero (*H7*). *K6* significa que el eje tiene una tolerancia que permite una ligera holgura o interferencia dependiendo del agujero y *H7* significa que el agujero tiene una tolerancia estándar para un ajuste. La clase de holgura seleccionada es la “normal” (*CN*), indica que el rodamiento se fabrica con tolerancias dimensionales y geométricas estándar según SKF. Las clases de tolerancia y los valores correspondientes para determinadas características de tolerancia se especifican en las normas ISO 492 (para los rodamientos radiales) e ISO 199 (para los rodamientos axiales). Se decide mantener estos ajustes (*K6*, *H7* y *CN*) en todas las simulaciones ya que dependen principalmente del diseño y mecanizado, cómo mantendremos ambos componentes sin cambiarlos, lo que manipularemos serán las diferentes configuraciones de las holguras (“clearance settings”). Esto impactará directamente en los cálculos de juegos antes y después del montaje, como también en el juego estimado durante la operación, lo cual se considera suficiente para evaluar qué cambios surgen en la vida útil de los rodamientos.

El parámetro *C/P* se refiere al nivel de carga que está el rodamiento, siendo *C* la capacidad de carga del rodamiento y *P* la carga equivalente a la cual estará sometido. Para rodamientos rígidos de bola no debe estar por debajo de 8 ya que dicho rodamiento estaría muy cargado.

El factor Kappa indica lo bueno o mala que son las condiciones de lubricación. Si se tiene una buena condición de lubricación, en la superficie de contacto se tendrá que parte de la tensión se reparte en el lubricante, evitando el daño de la superficie de rodadura. Se recomienda que el valor esté entre 1 y 4.

Se utilizan dos tipo de grasas para los ensayos. La LGMT 2 (viscosidad 110 mm²/s a 40 °C), grasa para uso general, multipropósito, base mineral, espesante jabón de litio. Diseñada para aplicaciones industriales y automotrices en condiciones moderadas. Y la LGWM 2 (viscosidad 80 mm²/s a 40 °C), grasa para cargas altas y amplio rango de temperaturas, base aceite mineral, espesante litio-calcio, formulada para ambientes severos.

La cantidad de horas de funcionamiento, es decir, la vida útil que se obtiene en el reporte, es calculada por más de una método. En la columna “Basic rating life (L10h)” en la tabla 11, se calcula la vida útil con la fórmula de la vida L10 detallada en la sección 9.1. Solamente se tiene en cuenta para este cálculo el factor

C/P explicado anteriormente. Los otros métodos de cálculo de la vida, son más complejos, dificultando su cálculo a mano ya que tiene en cuenta las condiciones de lubricación, limpieza y temperatura (vida modificada según ISO 281 e ISO/TS 16281).

Las tablas a continuación, 10 y 11, exponen un resumen de los principales parámetros de interés. Dada la configuración de nuestro sistema, ambos rodamientos están sometidos a los mismos esfuerzos en todos los ensayos y tanto los datos cargados como los resultados del reporte son los mismos. En el anexo 13.3, se pueden ver con mayor detalle.

Datos cargados en SimPro Quick							
número de ensayo	Clearance settings	Temperature IR (°C)	Temperature OR (°C)	Force (N)	Rotation speed (rpm)	Lubricant	Grease cleanliness
1	nominal	65	60	500	1200	LGMT 2	normal
2	nominal	65	60	800	1200	LGMT 2	normal
3	nominal	65	60	800	1200	LGMT 2	severe contamination
4	nominal	65	60	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
5	nominal	75	70	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
6	middle	75	70	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
7	middle	75	70	1000	1200	LGWM 2	severe contamination
8	minimum	75	70	1000	1200	LGWM 2	severe contamination
9	minimum	75	70	1000	920	LGWM 2	severe contamination
10	minimum	75	70	1000	920	LGWM 2	very severe contamination

Tabla 10. Datos cargados en SKF SimPro Quick.

Reporte de resultados en SimPro Quick							
número de ensayo	C/P	Max pressure (IR) (N/mm ²)	Max pressure (OR) (N/mm ²)	Catalogue relubrication interval (h)	Basic rating life (L10th)	Modified rating life (L10mh)	Modified reference rating life (L10th) (h)
1	54.0	1200	1253	24100	>200000	>200000	>200000
2	33.7	1404	1466	24100	>200000	>200000	>200000
3	33.7	1404	1466	9000	>200000	>200000	>200000
4	27.0	1513	1579	9000	>200000	116000	118300
5	27.0	1513	1579	5600	>200000	90500	92300
6	27.0	1597	1667	5600	>200000	90500	68000
7	27.0	1597	1667	5600	>200000	82800	62400
8	27.0	1547	1615	5600	>200000	82800	76200
9	27.0	1547	1615	6000	>200000	92400	85100
10	27.0	1547	1615	2000	>200000	35600	33100

Tabla 11. Reportes de resultados SKF en SimPro Quick.

9.3 Análisis de resultados

En la tabla 11, se exponen los principales resultados de las simulaciones realizadas. En cada simulación, en la tabla 10, se modifica el parámetro resaltado en color azul, manteniendo constantes el resto e igual al de la simulación anterior.

Se destaca que para todas las simulaciones, la de vida útil calculada por método tradicional, Vida L10, para cada rodamiento, supera las doscientas mil horas de funcionamiento. Esto es coherente con lo que se detalló en párrafos anteriores respecto a la carga sobre el sistema, en la sección 9.2.2, y se verificó en 87. Lo podemos visualizar en la columna “Basic rating life (L10h)”. El factor C/P, cuyo valor indica la carga sobre el rodamiento, también es una referencia de la poca carga que actúa sobre estos.

Las condiciones de lubricación se consideran adecuadas para todas las simulaciones, según el factor Kappa, incluso cuando se cambió el tipo de lubricante, ver 13.3.

El cambio de lubricante determinó una reducción en la vida, y es probable que esto se deba a la reducción de la viscosidad, aunque el nuevo lubricante pareciera tener mejores prestaciones. Esto refleja la importancia de la selección correcta del lubricante de acuerdo a los requerimientos necesarios y las temperaturas de trabajo. También se observa que un aumento en la temperatura disminuye la horas de funcionamiento, al igual que un aumento en la velocidad de giro que también reducen la vida útil.

Al empeorar las condiciones de limpieza se observa una disminución significativa en los resultados de los cálculos de vida útil donde se consideran estos parámetros, mientras que el cálculo de Vida L10 traicional, sigue siendo superior a doscientas mil horas de funcionamiento, lo cual era esperable.

Cuando se modifican las configuraciones de holguras (“clearance settig”), en el ensayo 5 (nominal), 8 (minimun) y 6 (middle), se observa que al disminuir el “juego” (sindo middle el mayor juego y nominal el menor), antes y después del montaje, aumentan las horas de vida calculadas por unos de los métodos, ultima columna de la tabla 11. Esto es probable que se deba que al disminuir el juego mejoran las condiciones de lubricación.

Para cerrar este análisis, aunque para las simulaciones se haya considerado una carga equivalente superior a la que realmente estarán sometidos los rodamientos en el banco de ensayo, se logró determinar que las condiciones de lubricación y limpieza son los principales factores que tienen mayor impacto en la cantidad de horas de vida útil de los rodamientos. Más allá de que es muy importante un correcto diseño y selección de rodamientos, teniendo en cuenta lo que se mencionó en la introducción de este capítulo, la elección del lubricante correcto para las condiciones de funcionamiento a la que estarán expuestos los rodamientos, así como la planificación de los correspondientes mantenimientos de re-lubricación y limpieza, juegan un papel fundamental para que se llegue a las horas de vida útil que se calculan con los diferentes métodos.

La temperatura también refleja un impacto significativo en la vida útil y son estas las variables, junto con las condiciones de lubricación y limpieza, a las que se les debe prestar mayor atención.

10 Análisis económico

El objetivo de esta sección es estimar el costo total necesario para montar el banco de ensayo y contar con los instrumentos necesarios para realizar las mediciones, daños y procesamiento de datos. Se pretende que sea de utilidad para potenciales proyectos similares al presente. En los cálculos se plantea una opción alternativa (opción 2) que requiere un costo de inversión mucho menor debido a que suplanta el Analizador SKF por un sistema más económico. Dicho sistema, cuenta con un osciloscopio, un acelerómetro y una notebook, ver tabla 12. Este sistema es capaz de entregar la onda temporal cruda, la cual será procesada en la notebook con los programas correspondientes, pudiendo tomar como base el código 12.2.

Tabla 12. Resumen de costos del banco de ensayo, instrumentos y accesorios.

Descripción	Precio unitario (USD)	Costos de importación (USD)	Cantidad	Proveedor	Costo total (USD)
Motor WEG MO5510 2HP	337.8	N/A	1	FIVISA S.A.	337.8
Eje 1045 345x20mm	7	N/A	1	Tornaría Maser	7
Acople flexible CJ28/38	54.7	N/A	1	Rodíño S.A.	54.7
Disco (d=150mm, e=20mm)	182	N/A	1	Tornaría Merletti	182
Rodamiento SKF UC204	12.64	N/A	4	Simagro	50.56
Chumaceras Bayisam UCP204-12	13.99	32	2	Amazon	91.98
Estructura de la mesa + Placa base	925	N/A	1	Herrería Dumont	925
Set x4 Pata de altura regulable	7.1	N/A	1	Merello Herrajes	7.1
Tacómetro láser Extech Inst. 461920	214	181.35	1	Amazon	395.35
Variador WEG CFW500 3HP	429.24	N/A	1	FIVISA S.A.	429.24
Torno Dremel 4000-3/36 accesorios inc.	198	N/A	1	Cifer	198
Morsa y Sargento	14.25	N/A	1	URUIMPORTA	14.25
Analizador SKF Microlog GX Series	17500	10500	1	Alibaba	28000
Osciloscopio Siglent SDS1102CML+	335	293.3	1	Amazon	628.3
Acelerómetro PCB Piezotronics 608A11	59	14.5	1	Ebay	73.5
Notebook	820	N/A	1	ZonaTecno	820
Costo Total Opción 1					30692.98
Costo Total Opción 2					4214.78

A continuación se presenta la comparación de los espectros obtenidos mediante la opción 1 (Analizador SKF) y la opción 2 (Matlab), en base a los datos medidos de la Prueba 3.

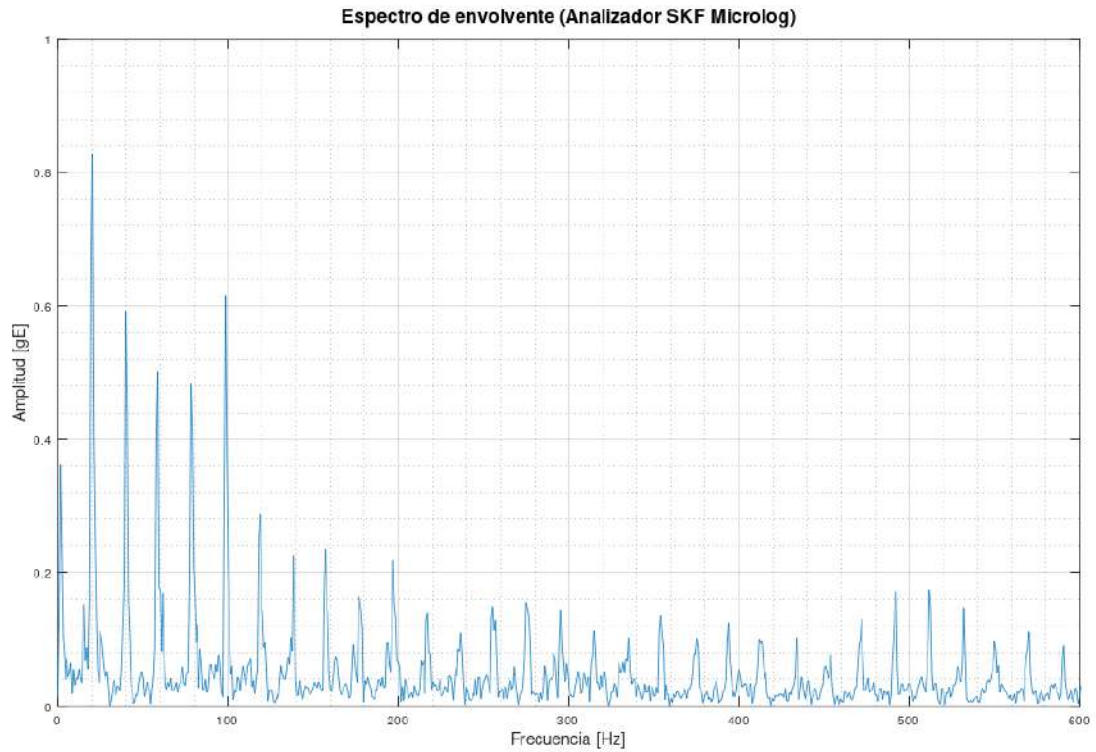


Figura 115. Espectro de envolvente obtenido mediante el analizador de SKF.

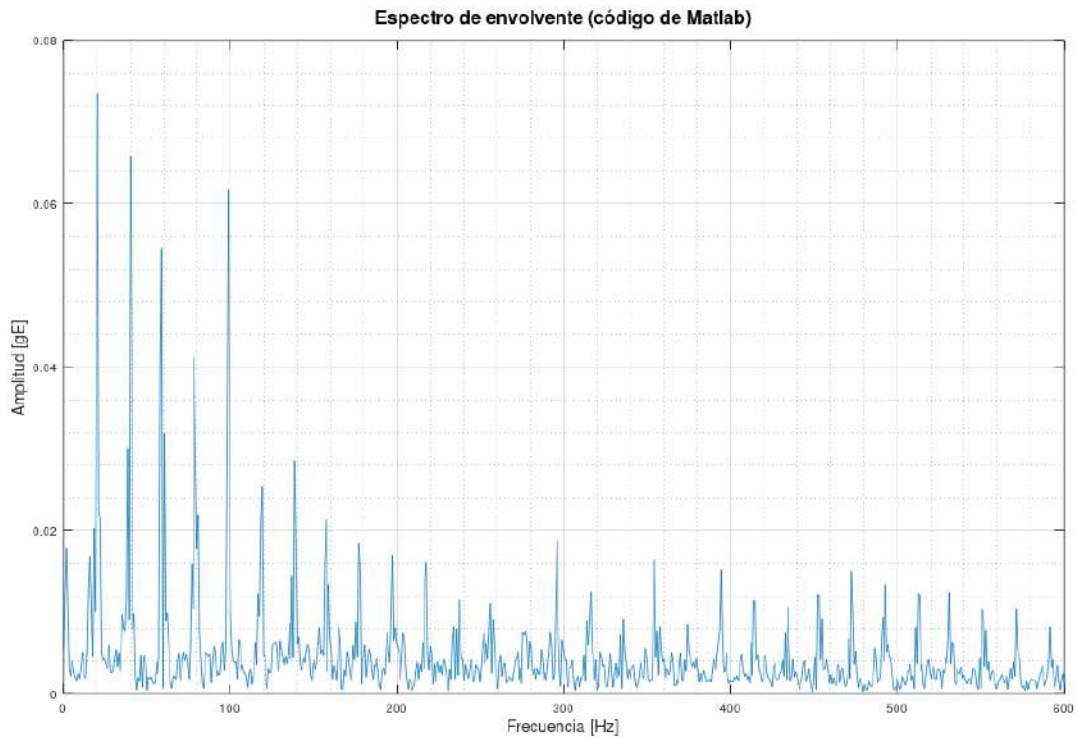


Figura 116. Espectro de envolvente obtenido mediante el código 12.1 en Matlab.

Se observa que, aunque la escala de amplitudes no coincide exactamente, la amplitud relativa entre los distintos picos es similar para ambos espectros. A efectos de identificar fallas en rodamientos, se buscan picos que destaquen en comparación al resto o muestren un comportamiento fuera de lo esperado para un rodamiento sano. De esta manera, se aprecia claramente que el pico a la frecuencia del BPFI ($\approx 100 \text{ Hz}$) destaca en relación al resto y rompe con el patrón de disminución de armónicos correspondientes a la frecuencia del motor, como se discutió en la sección 7. Por lo tanto, se puede considerar que el espectro obtenido utilizando Matlab brinda la información necesaria para identificar dicha falla.

11 Conclusiones

Se logró identificar la frecuencia de falla asociada al daño en la pista interior (BPFI) utilizando dos métodos: 1) contabilizando la cantidad de picos de la señal cruda en intervalos de tiempo de 0.1s y 2) mediante el análisis de la envolvente de aceleración desarrollado por código en Matlab. A pesar de ello, el experimento factorial no pudo ser ejecutado debido a la imposibilidad práctica de caracterizar de forma precisa y controlada el daño generado en la pista interior. De todas formas, al evaluar los resultados de las cuatro pruebas, se concluye que la etapa 3 (la más clara a efectos del diagnóstico) se corresponde con defectos superficiales de profundidad no apreciable a simple vista, tales como rayones o estrías, mientras que la transición entre las etapas 3 y 4 y la etapa 4 (alta interferencia de armónicos XRPM) responden a daños más severos como hendiduras o cavidades, para los cuales la profundidad es fácilmente observable. Adicionalmente, la etapa 3 no resultó tan fácilmente apreciable como en señales de bibliografía consultada, por lo que sería razonable sostener que los daños que llevan a esa claridad en el espectro final son aún menores a los realizados.

En base al modelado del rotor mediante el método de elementos finitos realizado en *Ansys Workbench*, el análisis modal indica que el modelo computacional es concordante con la teoría analítica del rotor de Jeffcott modificado, incluyendo la masa del eje y la rigidez de los rodamientos. Sin embargo, esta teoría considera al soporte fijo. Dado que esto último no ocurre en el banco de ensayo, los resultados obtenidos con el análisis armónico difieren sustancialmente de los resultados experimentales: la amplitud de oscilación experimental es de un orden de magnitud mayor que la amplitud obtenida de las simulaciones.

En cuanto al estudio de la excentricidad en rotores, se verificó experimentalmente la relación potencial de exponente n ($n > 1$) existente entre la amplitud del $x1\text{RPM}$ (ligada al desbalance) y la velocidad de rotación, así como también la relación potencial de exponente n ($n < 1$) entre la amplitud $x1\text{RPM}$ y la masa de desbalance.

Para las condiciones de carga y rango de velocidades del rotor del banco, la vida útil de los rodamientos L10 calculada por el método tradicional es 36.211.671 horas (≈ 4000 años). En el modelo, en el software SKF SimPro Quick, se obtiene un valor mayor a doscientas mil horas lo que expone el sobredimensionamiento de los rodamientos para estas condiciones. Se estudió, por ende, el impacto de la variación de las condiciones de lubricación, limpieza y temperatura, calculando la vida L10 modificada que contempla estos parámetros. Bajo las condición más desfavorable evaluada, se obtuvo una vida útil de 273.375 hs (método tradicional), mientras que la vida modificada fue menor a 100.000 hs, destacando la influencia

de las condiciones de lubricación sobre la durabilidad de los rodamientos de bola.

Del análisis económico, se concluye que la utilización del analizador portátil SKF Microlog GX Series se justifica en industrias que cuentan con una cantidad significativa de máquinas rotativas, donde el mantenimiento predictivo constituye una actividad crítica para garantizar la continuidad operativa y minimizar los tiempos de parada. Por otro lado, la alternativa del osciloscopio, debido a su menor practicidad, la ausencia de funciones específicas para diagnóstico de fallas mecánicas y la necesidad de procesar manualmente la señal cruda, resulta más adecuada para bancos de ensayo con fines didácticos o aplicaciones experimentales de alcance limitado.

Recomendaciones

La metodología desarrollada para el procesamiento de la señal cruda y el posterior diagnóstico de la falla en la pista interior del rodamiento es fácilmente extrapolable a otros tipos de falla (BPFO, BSF, FTF) y a otros tipos de rodamientos de elementos rodantes (como los de rodillo).

Para la realización del experimento factorial, se aconseja utilizar rodamientos auto-alineantes de doble hilera, los cuales no solo admiten cierta desalineación eje-motor, sino que permiten el fácil acceso a las bolas, pista interior y exterior para la generación artificial del daño. Se propone además la utilización de herramientas de microindentación o grabadoras láser para poder controlar la severidad del daño, dimensionarlo y poder así establecer una relación entre el daño y la etapa de falla.

Por último, se destaca la importancia de tener una estructura de soporte fija y de minimizar las holguras mecánicas para evitar respuestas oscilatorias afectadas por la alta transmisibilidad de las cargas dinámicas. En concreto, se sugiere el aumento de la masa de la estructura (reducir la frecuencia natural del soporte) y el soldado de la placa base a la misma con un material elastomérico entre ambas.

Referencias

- [1] Astm e1876-21: Standard test method for dynamic young's modulus, shear modulus, and poisson's ratio by impulse excitation of vibration, 2021.
- [2] ADME Administración del Mercado Eléctrico. Precio spot. <https://adme.com.uy/>, December 2026. Archivo de pronóstico.
- [3] Hosameldin Ahmed and Asoke K Nandi. *Condition monitoring with vibration signals: Compressive sampling and learning algorithms for rotating machines*. John Wiley & Sons, 2020.
- [4] Inc ANSYS. Mechanical user's guide, Enero 2025. Release 2025 R1.
- [5] Inc ANSYS. Meshing user's guide, Enero 2025. Release 2025 R1.
- [6] Inc ANSYS. Rotordynamic analysis guide, Enero 2025. Release 2025 R1.
- [7] Carlos Aroeira. Turbomaquinaria y proximitor. DMC, Engenharia e Sistemas Ibéricos, 08 2024. <https://www.dmc.pt/es/turbomaquinas-e-proximitor/>.
- [8] Carlos Aroeira. Historia de la medición de vibraciones en el mantenimiento predictivo. DMC, Engenharia e Sistemas Ibéricos, 05 2025. <https://www.dmc.pt/es/historia-da-medicao-de-vibracoes-em-manutencao-preditiva/>.
- [9] Hottinger Brüel & Kjær A/S. Historia. <https://www.bksv.com/es/about/history>.
- [10] The Plant Asset Management Company Bently Nevada. Enveloping. https://drive.google.com/file/d/1SX0ttyjgcyRLDUikUPk9BARu4Yx9_E1C/view?usp=sharing.
- [11] Jesus Bobadilla, Pedro Gomez, and Jesús Bermúdez. La transformada de fourier: Una visión pedagógica. *Estudios de Fonetica Experimental*, 01 1999.
- [12] Steve Bowman. Skf acceleration enveloping – how to improve current methodology. Technical report, SKF Group, September 2015. Technical report.
- [13] Felix Boy. Laval-jeffcott rotor model and relevant parameters. https://www.researchgate.net/figure/Laval-Jeffcott-rotor-model-and-relevant-parameters_fig13_346656803, 2021. Accedido: 2025-11-23.
- [14] Lukasz Brenkacz. *Bearing Dynamic Coefficients in Rotordynamics: Computation Methods and Practical Applications*. John Wiley & Sons, 2021.

- [15] Eugenio Brusa, Cristiana Delprete, Lorenzo Giorio, Luigi Gianpio Di Maggio, and Vittorio Zanella. Design of an innovative test rig for industrial bearing monitoring with self-balancing layout. *Machines*, 10(1), 2022.
- [16] Hongrui Cao, Linkai Niu, Songtao Xi, and Xuefeng Chen. Mechanical model development of rolling bearing-rotor systems: A review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 102:37–58, 2018.
- [17] Contoh Iklan Media Cetak. Teknik getaran (vibration analysis). <https://vibrasionanalysis.blogspot.com/2016/04/v-behaviorurldefaultvmlo.html>, 2016. Accedido: 2025-11-27.
- [18] Ingrid Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Commun. Pure Appl. Math.*, 41(7):909–996, October 1988.
- [19] A.D. Dimarogonas. The origins of vibration theory. *Journal of Sound and Vibration*, 140(2):181–189, July 1990. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(90\)90523-3](https://doi.org/10.1016/0022-460X(90)90523-3).
- [20] Dynamox. Los valores pico, pico a pico y rms en el análisis de vibraciones, Febrero 2023. Blog post.
- [21] Peter Eales and Alan Johnston. What is mimosa: Version 1.1. <https://www.mimosa.org/wp-content/uploads/white-papers/2020/05/what-is-mimosa/What-is-MIMOSA-Version-1.1.pdf>, 2020. Accedido: 2025-11-27.
- [22] Control Engineering. Mimosa cuts through the information maze. <https://www.controleng.com/mimosa-cuts-through-the-information-maze>, 1999. Accedido: 2025-11-27.
- [23] Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Sistema resorte, masa, amortiguador. <https://virtual.cuautitlan.unam.mx/intar/ime/sistema-resorte-masa-amortiguador/>, 2018. Accedido: 2025-11-23.
- [24] Kevin Gatzwiller. Measuring torsional operational deflection shapes of rotating shafts. Technical Report BO0402, Brüel & Kjær, 2016. Application Note / Technical Report.
- [25] Ida Hector and Rukmani Panjanathan. Predictive maintenance in industry 4.0: a survey of planning models and machine learning techniques. *PeerJ Comput. Sci.*, 10(e2016):e2016, May 2024.
- [26] H. Herlufsen. Dual channel fft analysis (part i). Technical Report BV0013, Brüel & Kjær, 1984. Technical Review.

- [27] SKF USA Inc. Skf microlog gx series - manual del usuario, 2016. num.32298500 - ES, Revisión E.
- [28] International Organization for Standardization. Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 200 rev/s – basis for specifying evaluation standards. International Standard ISO 2372:1974, 1974.
- [29] International Organization for Standardization. Mechanical vibration of large rotating machines with speed range from 10 to 200 rev/s - measurement and evaluation of vibration severity in situ. International Standard ISO 3945:1977, 1977.
- [30] International Organization for Standardization. Rolling bearings-dynamic load ratings and rating life. International Standard ISO 281:2007, 2007.
- [31] Stefan Keil. *Front Matter*, pages i–xii. John Wiley & Sons, Ltd, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1002/9783433606667>.
- [32] Brüel & Kjær. History of the piezoelectric accelerometer. <https://www.bksv.com/fr/knowledge/blog/vibration/accelerometer-history>. Accedido: 2025-11-27.
- [33] Brüel & Kjær. Type 2305 level recorder instruction manual. https://pearl-hifi.com/03_Prod_Serv/PR2/Refs/020_B&K_2305_Instruction_Manual.pdf. Accedido: 2025-11-27.
- [34] Dan Lavry. Sampling theory for digital audio. *Lavry Engineering, Inc*, page 1, 2004.
- [35] Tatjana Lazovic, Aleksandar Marinkovic, Ivana Atanasovska, Miloš Sedak, and Blaza Stojanovic. From innovation to standardization—a century of rolling bearing life formula. *Machines*, 12:444, 06 2024.
- [36] J. E. Lieser and C. H. West. A vibrating rig test for railway bearing greases. *NLGI Spokesman*, 33(4):117–125, 06 1969.
- [37] Yijun Liu and Xiaolin Chen. *Finite Element Modeling and Simulation with ANSYS Workbench*. London, England, 2nd edition, September 2018.
- [38] Jon Lowry. The history of accelerometers. <https://electronics360.globalspec.com/article/22999/the-history-of-accelerometers>, 2025. Accedido: 2025-11-27.
- [39] Evelio Palomino Marín. *Elementos de medición y análisis de vibraciones en máquinas rotatorias*. Editorial Félix Varela, 2012.

- [40] MathWorks. Rolling element bearing fault diagnosis using deep learning. <https://www.mathworks.com/help/predmaint/ug/rolling-element-bearing-fault-diagnosis-using-deep-learning.html>, 2025. Ejemplo / documentación en línea.
- [41] Osami Matsushita, Masato Tanaka, Masao Kobayashi, Patrick Keogh, and Hiroshi Kanki. *Vibrations of Rotating Machinery*, volume 2. Advanced Rotordynamics: Applications of Analysis, Troubleshooting and Diagnosis. Springer Japan, 2019.
- [42] A Medoued, A Lebaroud, and D Sayad. Application of hilbert transform to fault detection in electric machines. *Adv. Differ. Equ.*, 2013(1):2, December 2013.
- [43] David Milborrow. Breaking down the cost of wind turbine maintenance. <https://www.windpowermonthly.com/article/1010136/breaking-down-cost-wind-turbine-maintenance>, June 2010. Wind Power Monthly.
- [44] Cory Mittleider. Wind energy lcoe: Bearing purchase price vs. total cost of ownership. <https://www.windsystemsmag.com/wind-energy-lcoe-bearing-purchase-price-vs-total-cost-of-ownership/>, November 2024. Wind Systems Magazine.
- [45] Jody Muelaner. How condition monitoring led the way to industry 4.0. <https://www.imeche.org/news/news-article/how-condition-monitoring-led-the-way-to-industry-4.0>, 2019. Accedido: 2025-11-27.
- [46] Rubén Muñiz, Fernando Nuño, Juan Díaz, María González, Miguel J. Prieto, and Óliver Menéndez. Real-time monitoring solution with vibration analysis for industry 4.0 ventilation systems. *J. Supercomput.*, 79(6):6203–6227, April 2023.
- [47] NYZ Bearing. Everything about bearing life, 2024.
- [48] American Society of Mechanical Engineers (ASME). Bently nevada: Historic mechanical engineering landmark. <https://www.asme.org/getmedia/21bccf8b-520b-4dee-86f6-17c099a99f40/bently-nevada-landmark-v1-6-final-3bh.pdf>, 2022. Version 1.6; designado hito histórico el 20 junio 2024.
- [49] R S Patange and M Gudadhe. Bearing fault detection techniques: A review. *Turkish Journal of Engineering*, 3(2):1–18, 2015.
- [50] The Wind Power. Parques eólicos, pampa (uruguay). https://www.thewindpower.net/windfarm_es_25238_pampa.php.

- [51] Predictiva 21. Daño en rodamientos (frecuencias de falla de rodamientos), 2023. Revista digital de Mantenimiento, Confiabilidad y Gestión de Activos. Consultado: 28 de noviembre de 2025.
- [52] R. B. Randall. Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis. Technical Report 233-80, Edition 2, Brüel & Kjær, 2000. Application Note / Technical Report.
- [53] Robert Bond Randall. *Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [54] J. S. Rao. *History of Rotating Machinery Dynamics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011.
- [55] T. C. Rathbone. Vibration tolerance. *Power Plant Engineering*, 43(11), 1939. Turbine and Machinery Division, The Fidelity & Casualty Co. of New York, Philadelphia, PA.
- [56] Rodesprex Export Import S.L. Norma iso 10816. Documento técnico.
- [57] Ana Lucía Schmidt. Fft: Transformada rápida de fourier. Universidad Nacional del Sur, 2013.
- [58] SKF. Bearing load and life, bearing life. <https://www.skf.com/uy/products/thin-section-bearings/introduction-thin-section/bearing-load-and-life/bearing-life>. Accedido: 2025-11-27.
- [59] SKF. History timeline. <https://www.skf.com/uk/organisation/about-skf/history-timeline>. Accedido: 2025-11-27.
- [60] SKF. The skf formula for rolling bearing life. <https://evolution.skf.com/the-skf-formula-for-rolling-bearing-life>. Accedido: 2025-11-25.
- [61] SKF. Skf simpro quick-select and evaluate. <https://www.skf.com/uy/digital-tools/select-and-evaluate/simpro-quick>. Accedido: 2025-11-27.
- [62] SKF. Skf vibration sensors catalog. Vibration sensors, sensor selection, installation and mounting, cables and connectors, mounting accessories.
- [63] SKF. Noise and vibration measurement for aerospace maintenance services - evolution. <https://evolution.skf.com/noise-and-vibration-measurement-for-aerospace/>, 2006. Accedido: 2025-11-27.
- [64] SKF. Catálogo general. https://0201.nccdn.net/1_2/000/000/166/f50/catalogo-general-skf.pdf, 2021. Accedido: 2025-11-27.

- [65] SKF Group, Suecia. *Manual de mantenimiento de los rodamientos SKF*, May 2022. PUB SR/P7 10001/1 ESAR.
- [66] P.C. Technical Associates of Charlotte. *Tabla ilustrada de diagnóstico de vibraciones*. Technical Associates of Charlotte. Manual técnico / tabla de referencia.
- [67] William T Thomson and Marie Dillon Dahleh. *Theory of vibrations with applications*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 5 edition, August 1997.
- [68] ULTATEK.Mk. Monitoreo de máquinas industriales: La clave para optimizar tu proceso de manufactura. ultatek.com, 2024. Accedido: 2025-11-27.
- [69] Tom Valk. *Pattern Annotation and Classification in Broadcast Content of Radio Productions*. PhD thesis, 12 2019.
- [70] Westfalia Separator AG. Westfalia separator, dibujo en corte. Ilustración del manual Westfalia Gebrauchs-Anweisung (ca. 1930–1935), 1930.
- [71] Uruguay XXI. Investment opportunities. renewable energies. <https://www.uruguayxxi.gub.uy/uploads/informacion/29a569e6547662d108368a8ec0e57eae2dd1bbb1.pdf>, June 2020. Investment, Export and Country Brand Promotion Agency.
- [72] Peng Zhou, Minggang Du, Shiqian Chen, Qingbo He, Z.K Peng, and W. Zhang. Study on intra-wave frequency modulation phenomenon in detection of rub-impact fault. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 122:342–363, 05 2019.

12 Apéndice

12.1 Código desarrollado para el cálculo de la frecuencia natural del eje.

```
1  clc; clear;
2
3  Narch = 10;
4  puntos = zeros(Narch,1);
5
6  for n = 1:Narch
7      % Cargar datos
8      d = load(sprintf('datos_%d.mat', n));
9      y = d.y2 - mean(d.y2);
10     t = d.t2;
11
12     % Frecuencia de muestreo
13     dt = t(2)-t(1);
14     fs = 1/dt;
15
16     % FFT
17     N = length(y);
18     Y = abs(fft(y));
19     f = (0:N-1)*(fs/N);
20     fp = f(1:N/2+1);
21
22     % Grafico
23     figure(1); clf;
24     plot(fp, Y(1:length(fp)));
25     xlim([6000 9000]); ylim([0 5000]);
26     grid on;
27     title(sprintf('Espectro - Archivo %d', n));
28     xlabel('Frecuencia [Hz]'); ylabel('Amplitud [mV]');
29
30     % Seleccion
31     disp('Click para seleccionar la frecuencia o ESC para cancelar.');
```

```
32     [x,~,btn] = ginput(1);
33
34     if isempty(btn) || btn==27
35         disp('Proceso cancelado.');
```

```
36         return;
37     end
38
39     puntos(n) = x;
40 end
41
42 % Estadisticas finales
43 f_prom = mean(puntos);
44 f_std_media = std(puntos)/sqrt(Narch);
45
46 fprintf('Frecuencia natural promedio: %.4f Hz\n', f_prom);
47 fprintf('Desviacion estandar de la media: %.4f Hz\n', f_std_media);
```

Listing 1. Código MATLAB para el cálculo de la frecuencia natural.

12.2 Código desarrollado para el análisis de la envolvente

```
1  clc; clear;
2
3  pkg load signal
4
5  %Datos
6  datos = csvread('Datos.csv');
7  t = datos(:,1);
8  x = datos(:,2);
9
10 %Frecuencia de muestro y cantidad de mediciones
11 Fs = 1 / (t(2) - t(1));
12 N = length(x);
13
14 %Filtro pasa banda
15 f_low = 2000;
16 f_high = 6000;
17 [b, a] = butter(6, [f_low, f_high]/(Fs/2), 'bandpass');
18 x_filt = filtfilt(b, a, x);
19
20 %Envolvente
21 x_hilbert_f = hilbert(x_filt);
22 envolvente_f = abs(x_hilbert_f);
23
24 %Quitar componente DC
25 envolvente_f = envolvente_f - mean(engvolvente_f);
26
27 %Ventana de Hanning
28 window = hann(N);
29 envolvente_f_win = envolvente_f .* window;
30
31 %FFT
32 Y_f = fft(engvolvente_f_win);
33 P_f = abs(Y_f)/N;
34 f = (0:N-1)*(Fs/N);
35
36 %Grafica FFT
37 figure;
38 plot(f(1:N/2), P_f(1:N/2));
39 xlabel('Frecuencia [Hz]', 'fontsize', 14);
40 ylabel('Amplitud [gE]', 'fontsize', 14);
41 title('Espectro de envolvente', 'fontsize', 16);
42 grid on;
43 grid minor;
44
45 %Grafica FFT (zoom 0-600 Hz)
46 figure;
47 plot(f(1:N/2), P_f(1:N/2));
48 xlabel('Frecuencia [Hz]', 'fontsize', 14);
49 ylabel('Amplitud [gE]', 'fontsize', 14);
50 title('Espectro de envolvente', 'fontsize', 16);
51 xlim([0,600])
52 grid on;
53 grid minor;
```

Listing 2. Código de MATLAB para la obtención de la envolvente de aceleración.

12.3 Mecanizado de chumaceras/bancadas

Se realizó un mecanizado en los soportes de los rodamientos UC204, para adaptarlos al sistema de sujeción por rosca compatible con el acelerómetro SKF CMSS 2200 (ver figura 122), puesto que la base magnética no se ajustaba de forma óptima.

El procedimiento paso a paso se detalla a continuación y las herramientas utilizadas se muestran en la tabla 13:

1. Se retira el rodamiento del soporte UC.
2. Se realiza un refrentado de la superficie donde se va a realizar el agujero.
3. Se perfora hasta obtener un agujero pasante.
4. Se realiza el roscado interno con una terraja-macho 1/4-28 correspondiente a la rosca del acelerómetro. Ver 122.

Tabla 13. Herramientas y accesorios utilizados para el retrabajo de las chumaceras.

Herramienta	Cantidad	Descripción	Figura
Broca avellanadora	1	corte y mecanizado	117
Broca helicoidal	1	corte y mecanizado	117
Fresa de centro	1	corte y mecanizado	117
Fresa de dos labios	1	corte y mecanizado	117
Fresadora	1	corte y mecanizado	119
Terraja	1	rosca interna 1/4-28	117
Porta terraja	1	roscado	117
Macho de roscar	1	rosca interna 1/4-28	117



Figura 117. Chumaceras y herramientas.

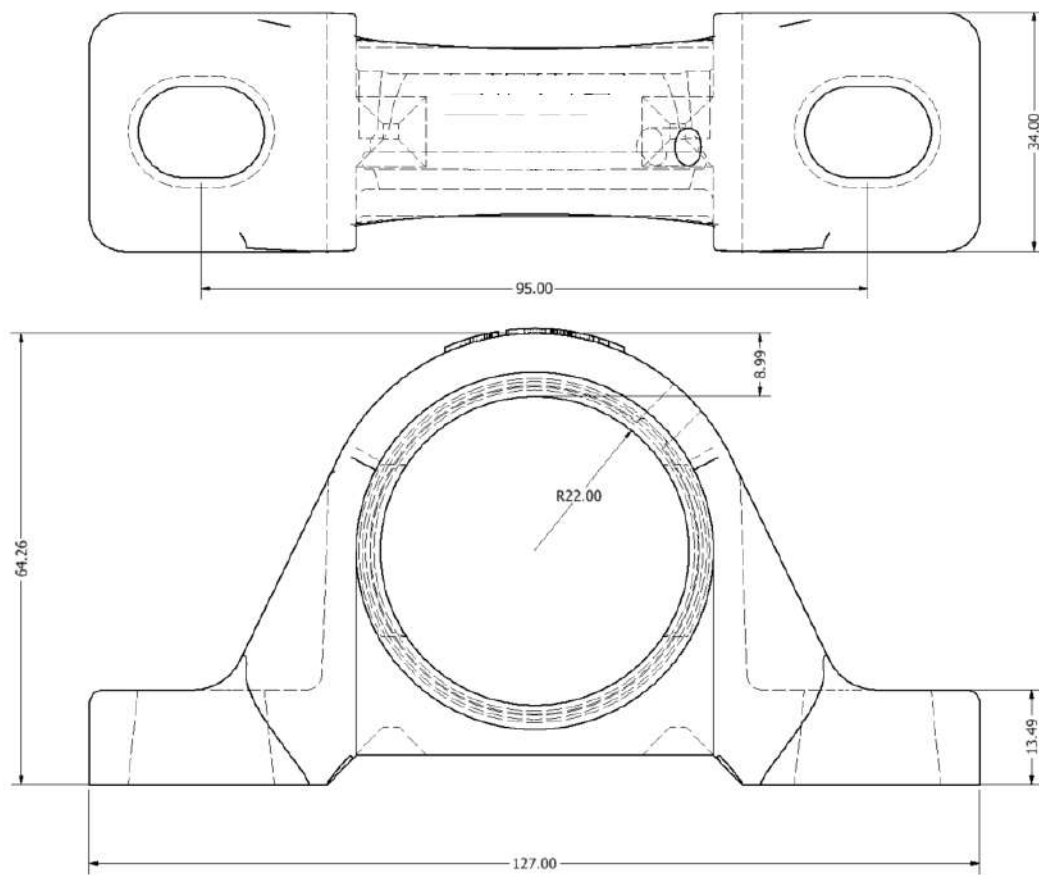


Figura 118. Plano de chumacera. Se indica la profundidad del agujero pasante.



Figura 119. Fresadora universal horizontal con cabezal vertical acoplado.

13 Anexo

13.1 Rodamiento UC204D1 NTN

Especificaciones del rodamiento NTN UC204D1 (banco de ensayo):

- Diámetro interior (d): 20 mm
- Diámetro exterior (D): 47 mm
- Ancho (B): 31 mm
- Dynamic basic load rating (C): 12,8 kN
- Static basic load rating (C_0): 6,65 kN
- Limiting speed: 6700 RPM

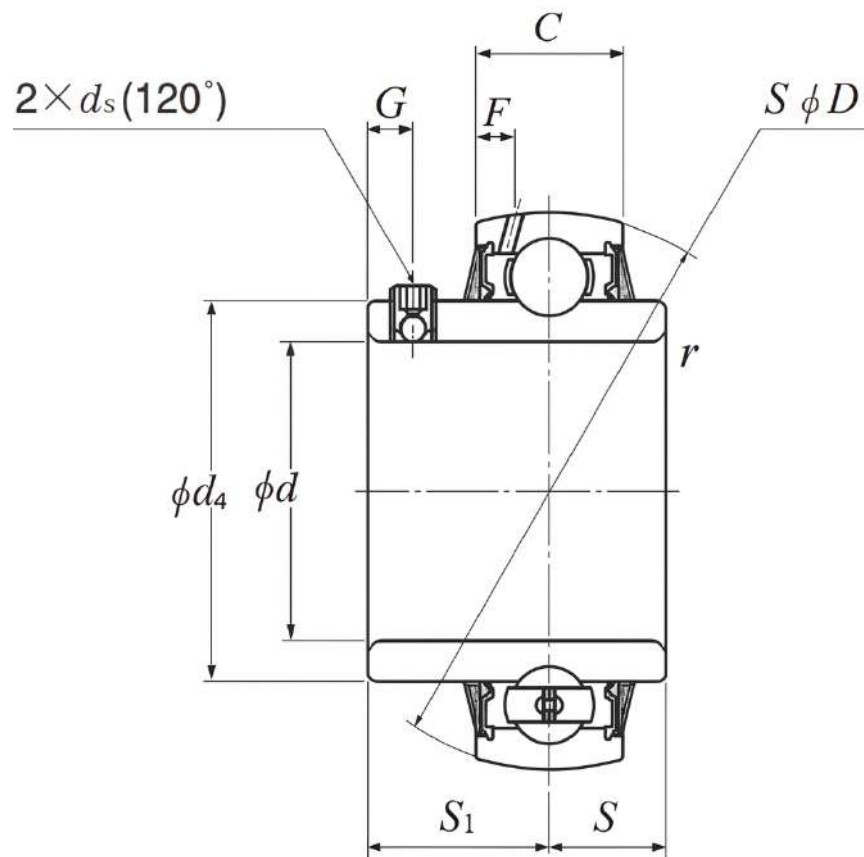


Figura 120. Rodamiento UC204D1 NTN.

d	0.7874 in 20.000 mm
D	1.8504 in 47.000 mm
c	0.6693 in 17.000 mm
B	1.2205 in 31.000 mm
r	0.0394 in 1.000 mm
ds	M5x0.8
G	0.1772 in 4.500 mm
d4	1.1654 in 29.600 mm
S1	0.7205 in 18.300 mm
S	0.5000 in 12.700 mm
F	0.1850 in 4.700 mm

Figura 121. Dimensiones del Rodamiento UC204D1 NTN.

13.2 Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200

CMSS 2200 / CMSS 2200-M8

Industrial accelerometer, side exit

The CMSS 2200 accelerometer is a good multi-purpose sensor. The sensor is commonly deployed in the following industries:

- Power Generation (Fossil, Nuclear, Hydro, Wind)
- Pulp and Paper
- Mineral Processing
- Food and Beverage
- Automation
- Metals
- Water & Waste Water

Features

- For use with all SKF on-line systems, protection systems and the portable data collection instruments
- Rugged, economical and all around general purpose sensor
- 100 mV/g sensitivity to optimize use in multiple applications
- Exceptional bias voltage (BV) stability at elevated temperatures
- Designed for exceptional low noise level over a wide temperature range
- Meets CE, EMC requirements
- Captive mounting bolts (1/4-28 and M6 x 1,00) provided
- Corrosion resistant and hermetically sealed for installation in high humidity areas
- Reverse polarity wiring protection

Recommended connector/cable assembly

- CMSS 932 series

Specifications

Specifications conform to ISA-RP-37.2 (1-64) and are typical values referenced at 24 °C (75 °F), 24 V DC supply, 4 mA constant current and 100 Hz.

Dynamic

- Sensitivity: 100 mV/g
- Sensitivity precision: $\pm 5\%$ at 24 °C (75 °F)
- Acceleration range: 80 g peak
- Amplitude linearity: 1%
- Frequency range:
 - $\pm 10\%$: 1,0 to 5 000 Hz
 - ± 3 dB: 0,7 to 10 000 Hz
- Resonance frequency, mounted, nominal: 22 kHz
- Transverse sensitivity: $\leq 5\%$ of axial
- Temperature response: See graph



Electrical

- Power requirements:
 - Voltage source: 18 to 30 V DC
 - Constant current diode: 2 to 10 mA, recommended 4 mA
- Electrical noise:
 - 2,0 Hz: 20 $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$
- Output impedance: $< 100 \Omega$
- Bias output voltage: 12 V DC
- Grounding: Case isolated, internally shielded

Dimensions

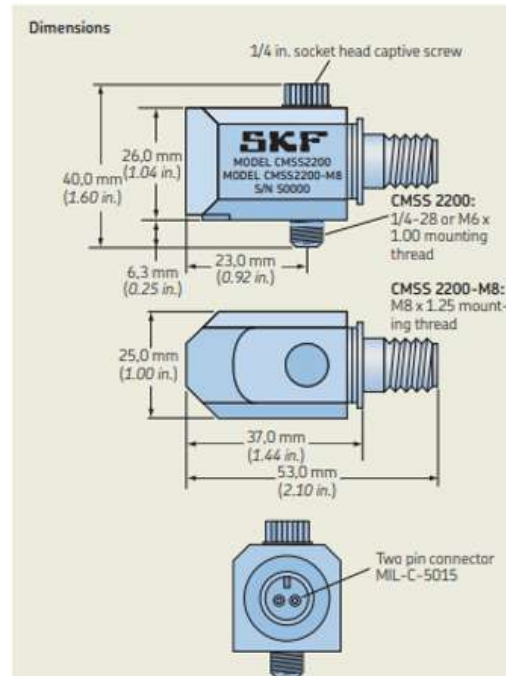


Figura 122. Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200, página 1. [62]

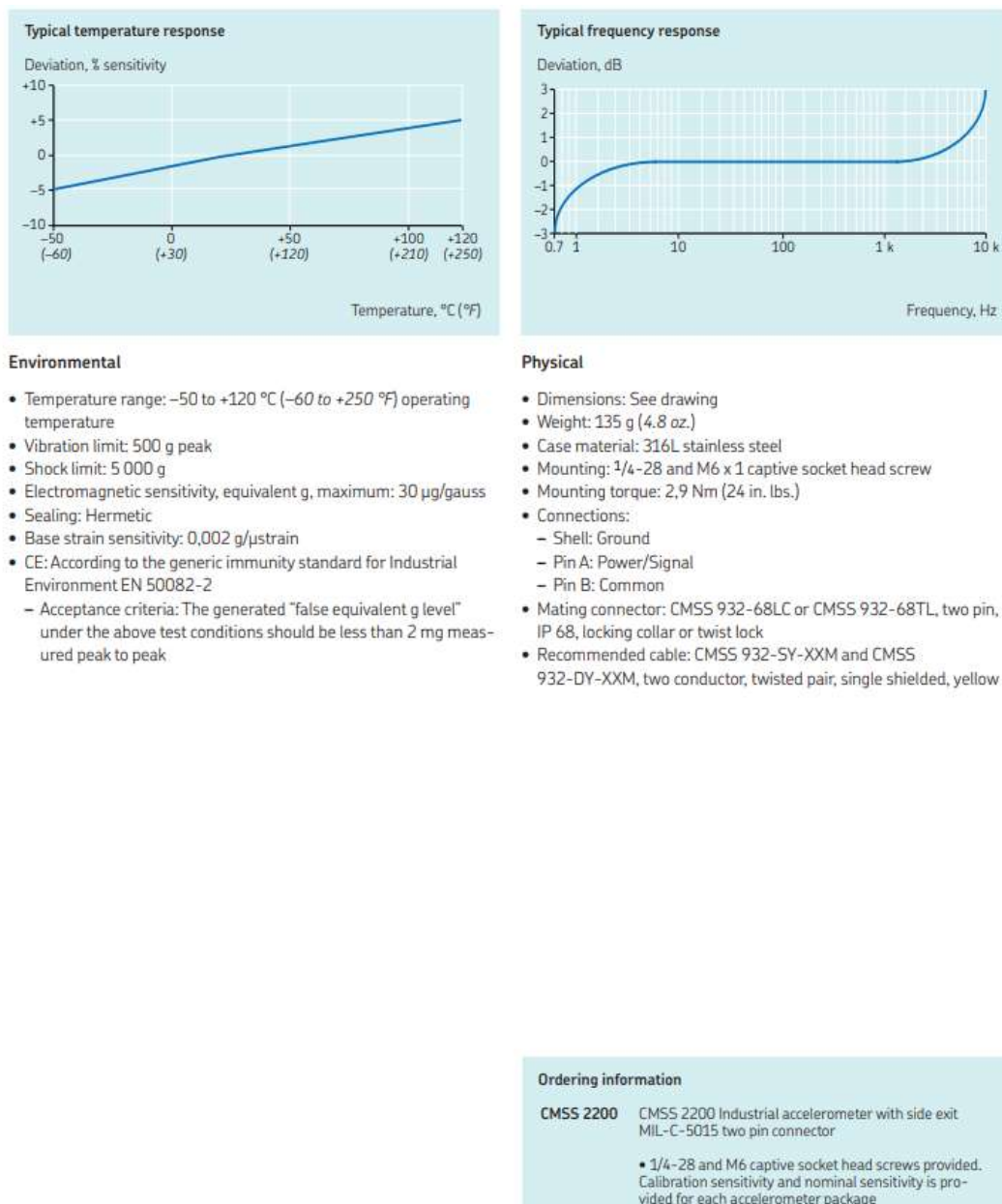


Figura 123. Ficha técnica del acelerómetro SKF CMSS 2200, página 2. [62]

13.3 Reportes generados en SKF SimPro Quick

A continuación, en los cuadros 14 y 15, se exponen los datos cargados y los reportes en SimPro Quick, respectivamente. En las figuras 124 a la 134 , se presentan las páginas más relevantes del reporte arrojado por el programa en ensayo numero 1.

Datos cargados en el programa SKF SimPro Quick																
	Clearance settings	Shaft tolerance	Housing inner tolerance	Clearance class	Temperature IR (°C)	Temperature OR (°C)	Before mounting radial (um)	Before mounting axial (um)	After mounting radial (um)	After mounting axial (um)	Estimated operating clearance radial (um)	Estimated operating clearance axial (um)	Force (N)	Rotation speed (rpm)	Lubricant	Grease cleanliness
1	nominal	K6	H7	CN	65	60	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	500	1200	LGMT 2	normal
2	nominal	K6	H7	CN	65	60	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	800	1200	LGMT 2	normal
3	nominal	K6	H7	CN	65	60	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	800	1200	LGMT 2	severe contamination
4	nominal	K6	H7	CN	65	60	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
5	nominal	K6	H7	CN	75	70	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
6	middle	K6	H7	CN	75	70	12,5	143,0	12,5	143,0	12,5	143,0	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
7	middle	K6	H7	CN	75	70	12,5	143,0	12,5	143,0	12,5	143,0	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
8	minmun	K6	H7	CN	75	70	5,0	90,6	5,0	90,6	5,0	90,6	1000	1200	LGMT 2	severe contamination
9	minmun	K6	H7	CN	75	70	5,0	90,6	5,0	90,6	5,0	90,6	1000	920	LGMT 2	severe contamination
10	minmun	K6	H7	CN	75	70	5,0	90,6	5,0	90,6	5,0	90,6	1000	920	LGMT 2	very severe contamination

Tabla 14. Datos cargados en SKF SimPro Quick.

	Reporte en base a los datos cargados en el programa SKF SimPro Quick														
	C/P left bearing	C/P right bearing	Max pressure (IR) (N/mm2) left bearing	Max pressure (OR) (N/mm2) left bearing	Max pressure (IR) (N/mm2) right bearing	Max pressure (OR) (N/mm2) right bearing	Kappa	Catalogue relubrication interval (h) left bearing	Catalogue relubrication interval (h) right bearing	Basic rating life (L10h) (h) left bearing	Modified rating life (L10mh) (h) left bearing	Modifed reference rating life (L10mh) (h) left bearing	Basic rating life (L10h) (h) right bearing	Modified rating life (L10mh) (h) right bearing	Modifed reference rating life (L10mh)(h) right bearing
1	54,0	54,0	1200	1253	1200	1253	1,70	24100	24100	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000
2	33,7	33,8	1404	1466	1404	1466	1,70	24100	24100	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000
3	33,7	33,8	1404	1466	1404	1466	1,70	9000	9000	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000	>200000
4	27,0	27,0	1513	1579	1513	1579	1,70	9000	9000	>200000	116000	118300	>200000	116000	118300
5	27,0	27,0	1513	1579	1513	1579	1,16	5600	5600	>200000	90500	92300	>200000	90500	92300
6	27,0	27,0	1597	1667	1597	1666	1,16	5600	5600	>200000	90500	68000	>200000	90500	68000
7	27,0	27,0	1597	1667	1597	1667	1,06	5600	5600	>200000	82800	62400	>200000	82800	62400
8	27,0	27,0	1547	1615	1547	1615	1,06	5600	5600	>200000	82800	76200	>200000	82800	76200
9	27,0	27,0	1547	1615	1547	1615	0,90	6000	6000	>200000	92400	85100	>200000	92400	85100
10	27,0	27,0	1547	1615	1547	1615	0,90	2000	2000	>200000	35600	33100	>200000	35600	33100

Tabla 15. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick.

SKF SimPro Quick

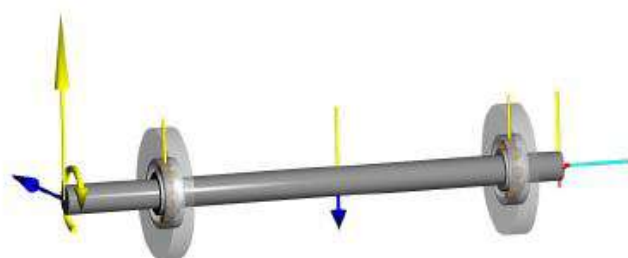


Figura 124. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 1/11.

2. Input

2.1. Bearing data

Bearing	Bearing designation	Bearing type	Performance class	Bore diameter (d) [mm] nominal value	Outer diameter (D) [mm] nominal value	Bearing width (B) [mm] nominal value
Rodamiento1	6204	DGBB	SKF EXPLORER	20	47	14
Rodamiento2	6204	DGBB	SKF EXPLORER	20	47	14

Bearing	Basic dynamic load rating (C) [kN]	Basic static load rating (C0) [kN]	Fatigue load limit (Pu) [kN]	Reference speed [rpm]	Limiting speed [rpm]
Rodamiento1	13.5	6.55	0.28	32000	20000
Rodamiento2	13.5	6.55	0.28	32000	20000

2.2. Lubricant data

Lubricant	Viscosity at 40 C [mm ² /s]	Viscosity at 100 C [mm ² /s]	With effective EP additives
	nominal value	nominal value	
LGMT 2	110.00	10.00	Off

Lubricant	Contamination type	ISO Diagram	Grease cleanliness
LGMT 2- >ContaminationModel	ISO 281 2007	Grease	Grease - normal cleanliness

2.3. Temperatures

Boundary / interface	Temperature [C]
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento1->Housing_1	60
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento1->IR	65
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento1->OR	60
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento1->ReDGBB_1	62.5
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento2->Housing_1	60
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento2->IR	65
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento2->OR	60
Temperature_1->T_Shaft system_1->Rodamiento2->ReDGBB_1	62.5
Temperature_1->T_Shaft system_1->Shaft->intf_Rodamiento1_1	65
Temperature_1->T_Shaft system_1->Shaft->intf_Rodamiento2_1	65

The maximum of the IR race and OR race temperatures is used as lubrication temperature.

Figura 125. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 2/11.

2.4. Loads & speed

Force	Force [N]				Relative position [mm]			
	X	Y	Z	magnitude	X	Y	Z	magnitude
Force_1	0	-500	0	500	0.00	0.00	0.00	0.00

Force boundary: magnitude and position relative to the interface in defined coordinate system

Boundary	Rotation speed [rpm]
Rotation speed_1	1200

2.5. Tolerances

Clearance class tolerance

Bearing	Clearance class [um]				Clearance class (actual value) [um]
	nominal value	tolerance class	lower limit	upper limit	
Shaft system_1->Rodamiento1->manufacturingClearance	0	CN	5	20	0
Shaft system_1->Rodamiento2->manufacturingClearance	0	CN	5	20	0

Figura 126. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 3/11.

3. Results

3.1. Loads, static safety & C/P

Bearing	Bearing radial load [N]	Bearing axial load [N]	Forces [N]			Moments [Nm]		
			X	Y	Z	YZ	ZX	XY
Rodamiento1	250	0	0	-250	0	0	0	0
Rodamiento2	250	0	0	-250	0	0	0	0

Bearing row	Forces [N]			Moments [Nm]		
	X	Y	Z	YZ	ZX	XY
Shaft system_1->Rodamiento1->ReDGBB_1	0	-250	0	0	0	0
Shaft system_1->Rodamiento2->ReDGBB_1	0	-250	0	0	0	0

Bearing	Equivalent static bearing load (P0) [N]	Static safety factor s0	Equivalent dynamic bearing load (P) [N]	C/P
Rodamiento1	250	26.2	250	54.0
Rodamiento2	250	26.2	250	54.0

Component on the shaft	Position [mm]			Force [N]			Moment [Nm]		
	X	Y	Z	X	Y	Z	YZ	ZX	XY
Shaft system_1->Shaft->intf_Force_1_1	0.0	0.0	190.0	0	-500	0	0	0	0
Shaft system_1->Shaft->intf_Rodamiento1_1	0.0	0.0	70.0	0	250	0	0	0	0
Shaft system_1->Shaft->intf_Rodamiento2_1	0.0	0.0	310.0	0	250	0	0	0	0
Shaft system_1->Shaft->intf_Rotation speed_1_1	0.0	0.0	0.0	0	0	0	0	0	0
Shaft system_1->Shaft->intf_Torque reaction_1_1	0.0	0.0	343.9	0	0	0	0	0	0

Figura 127. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 4/11.

3.2. Bearing contact data

Bearing	Max pressure (IR) [N/mm2]	Max pressure (OR) [N/mm2]
Rodamiento1	1200	1253
Rodamiento2	1200	1253

3.3. Bearing clearance

Thermal settings analysis

Analysis	Thermal effects
Static	Not active

Figura 128. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 5/11.

3.4. Relubrication interval & grease life

Bearing	Lubricant	Catalogue relubrication interval [h]	Catalogue grease life [h]	Grease relubrication quantity from the side [gr]	Grease relubrication quantity through centre of the bearing [gr]
Rodamiento1	LGMT 2	24 100	N/A	3.3	N/A
Rodamiento2	LGMT 2	24 100	N/A	3.3	N/A

Grease life is calculated based on the calculation of the relubrication interval.
The limitation of the grease life to 100,000 hours only happens after possible correction factors have been applied.

3.5. Lubrication conditions

Bearing	Lubricant	Bearing speed [rpm]	ndm factor [mm/min]	Lub. temperature [C]	Actual viscosity [mm2/s]	Kappa	etaC
Rodamiento1	LGMT 2	1200	40200	65	32.0	1.70	0.28
Rodamiento2	LGMT 2	1200	40200	65	32.0	1.70	0.28

Figura 129. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 6/11.

Bearing rating life (ISO)

Bearing	Life factor aISO	Basic rating life (ISO 281) (L10h) [h]	Modified rating life (ISO 281) (L10mh) [h]	Modified reference rating life (ISO/TS 16281) (L10mrh) [h]
Rodamiento1	20.69	> 200 000	> 200 000	> 200 000
Rodamiento2	20.69	> 200 000	> 200 000	> 200 000

Bearing rating life (SKF load based)

Bearing	Life factor aSKF	SKF load based method (SKF rating life, GBLM) [h]	SKF load based life method	RSF load based [-]
Rodamiento1	50.00	> 200 000	SKF Rating Life	N/A
Rodamiento2	50.00	> 200 000	SKF Rating Life	N/A

SKF load based method (SKF rating life, GBLM): Depending on the bearing design features, the SKF rating life (L10m) or the GBLM load based method (L10GM) is used.

Relative surface fatigue factor (RSF) only valid for bearings with GBLM life
RSF ~ 1: the surface takes most of the fatigue
RSF ~ 0: the surface takes almost no fatigue

Figura 130. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 7/11.

3.8. Bearing frequencies

Bearing	Rotational frequency IR [hertz]	Rotational frequency OR [hertz]	Rotational frequency of RE set and cage [hertz]	Rolling element about its axis [hertz]	Over-rolling frequency of point on IR [hertz]	Over-rolling frequency of point on OR [hertz]	Over-rolling frequency of point on RE [hertz]
Rodamiento1	20.00	0	7.63	39.83	98.96	61.04	79.67
Rodamiento2	20.00	0	7.63	39.83	98.96	61.04	79.67

3.9. Bearing & shaft displacement

Bearing	Displacement [um]			Misalignment [min]			Total misalignment [min]
	X	Y	Z	YZ	ZX	XY	
Rodamiento1	0	-6	15	4	0	0	4

Figura 131. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 8/11.

3.10. Charts

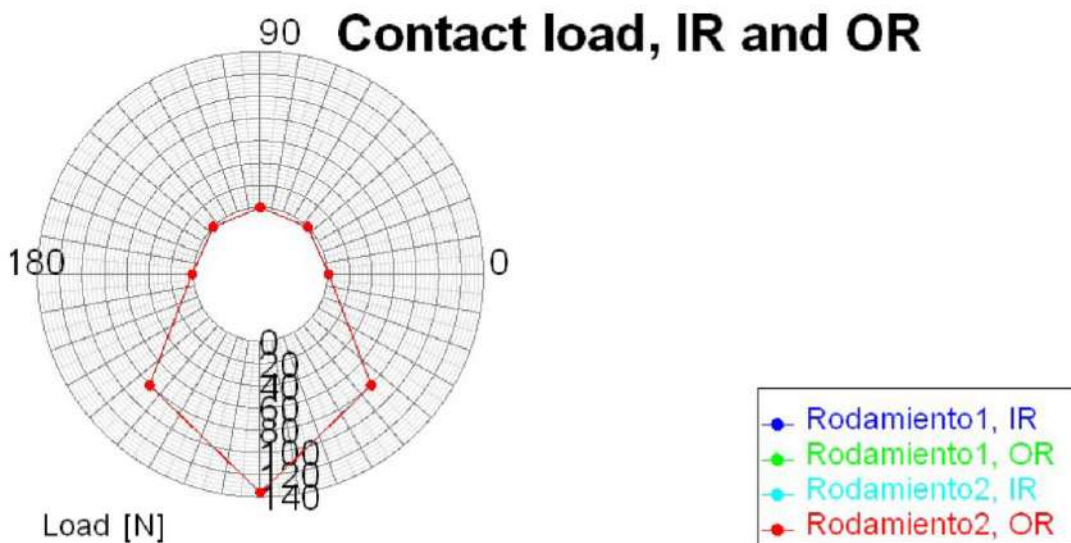


Figura 132. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 9/11.

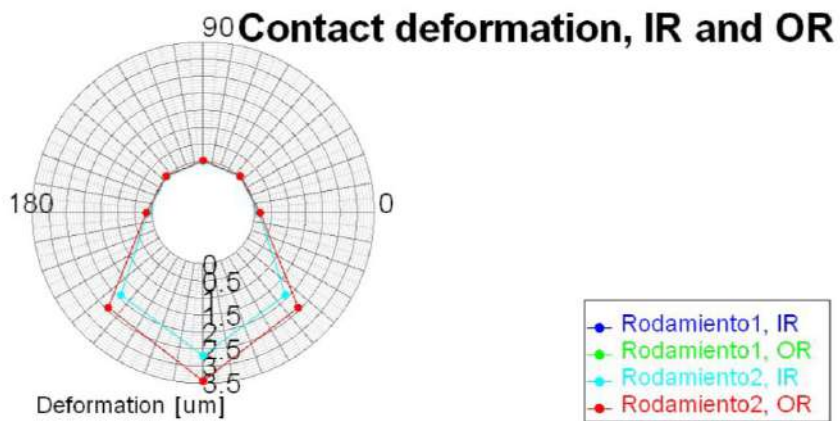


Figura 133. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 10/11.

SKF

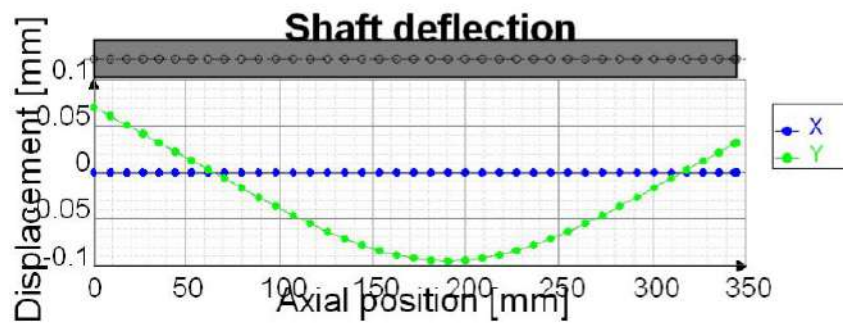


Figura 134. Reporte de resultados en SKF SimPro Quick 11/11.

13.4 Plano de la mesa y catálogo del perfil omega.

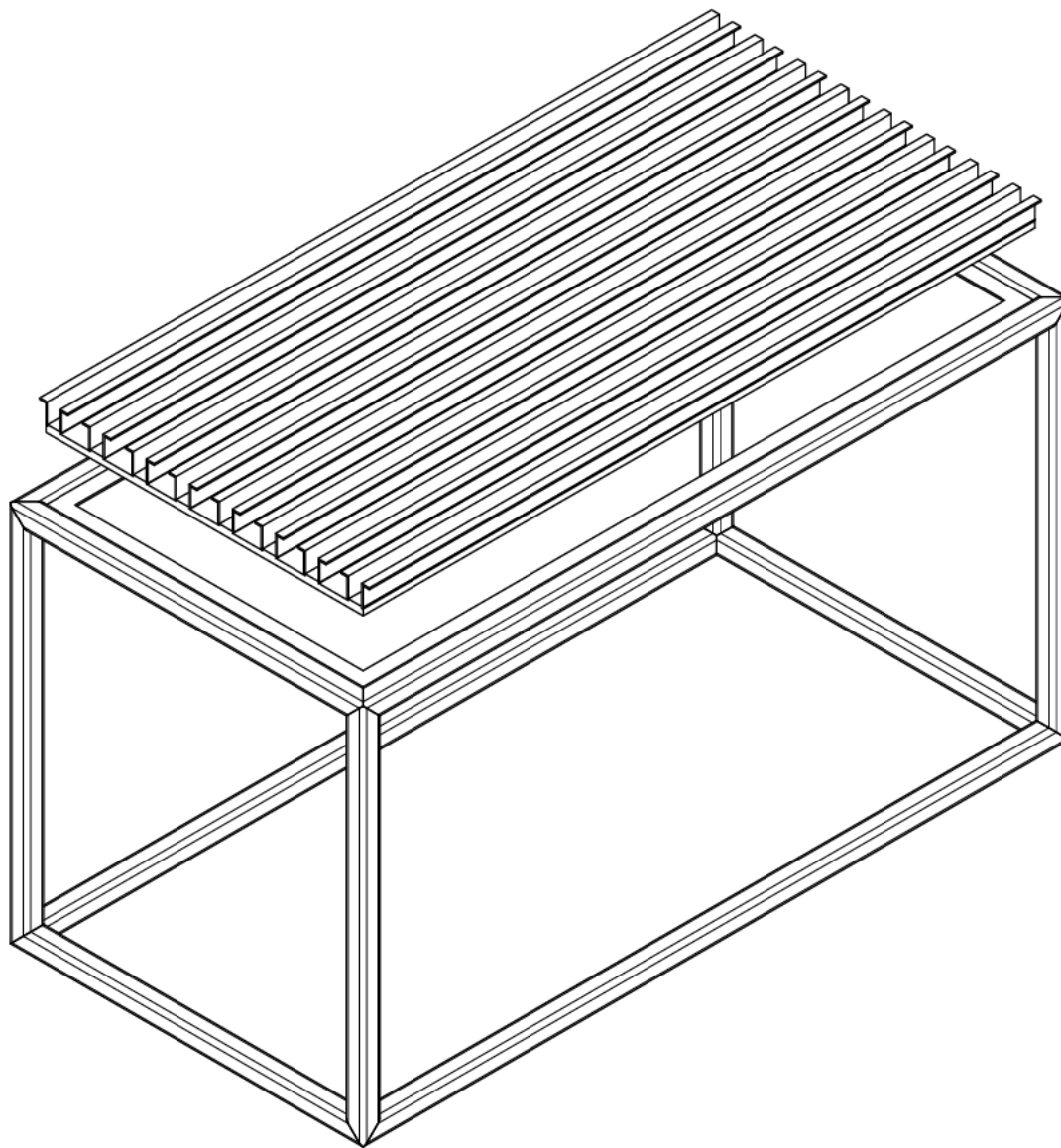


Figura 135. Vista isométrica de la mesa (placa base + estructura + planchuela perimetral).

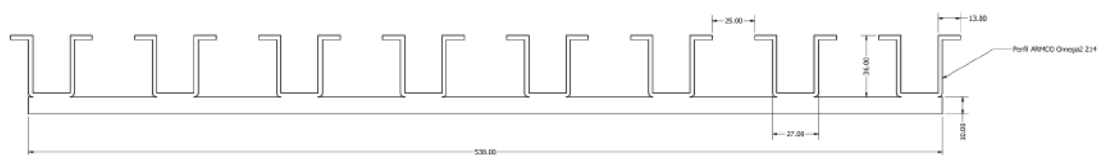


Figura 136. Vista frontal de la placa base (perfiles omega soldados a la placa principal).

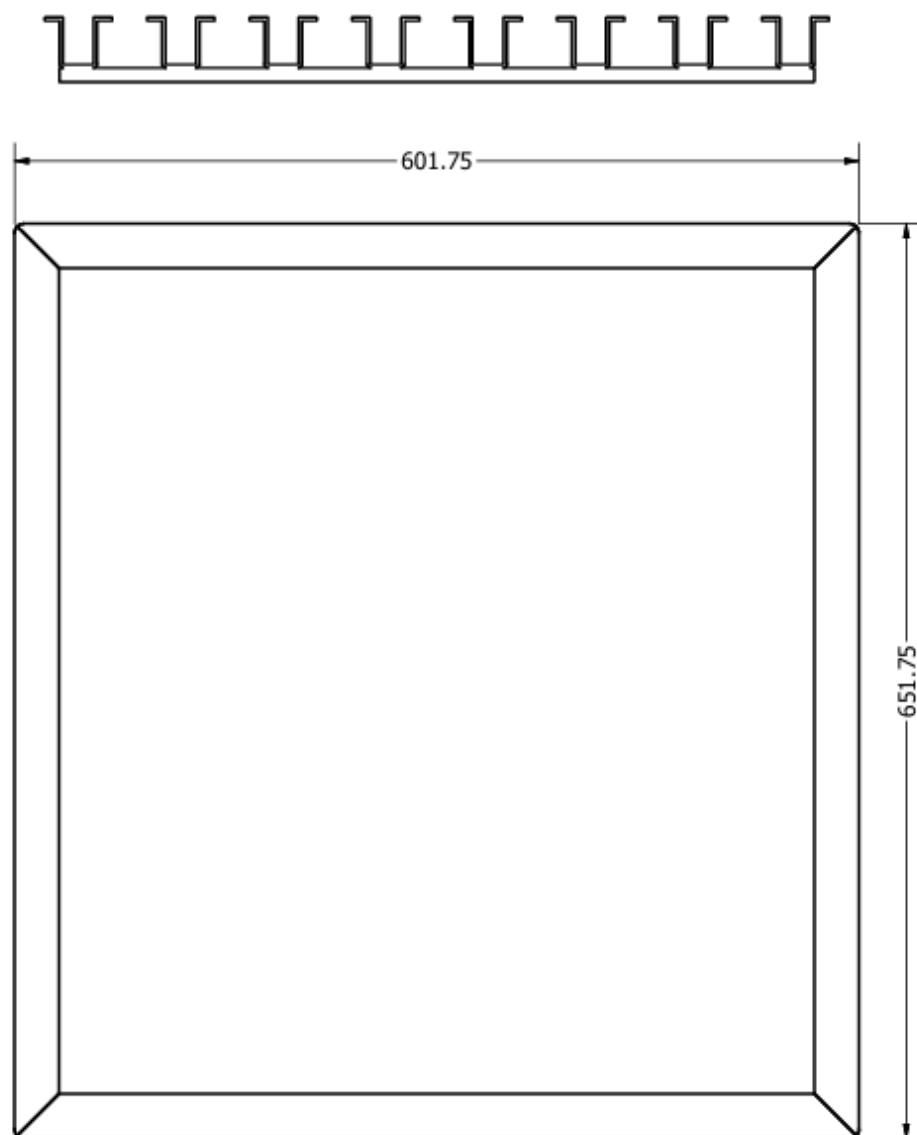


Figura 137. Vista frontal de la estructura y placa base.

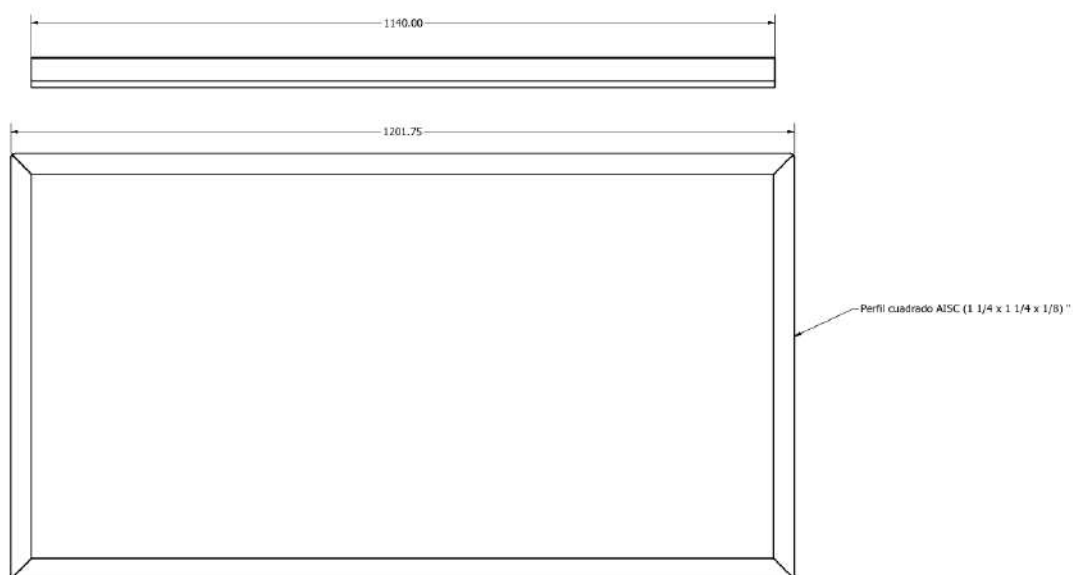


Figura 138. Vista lateral de la estructura y placa base.

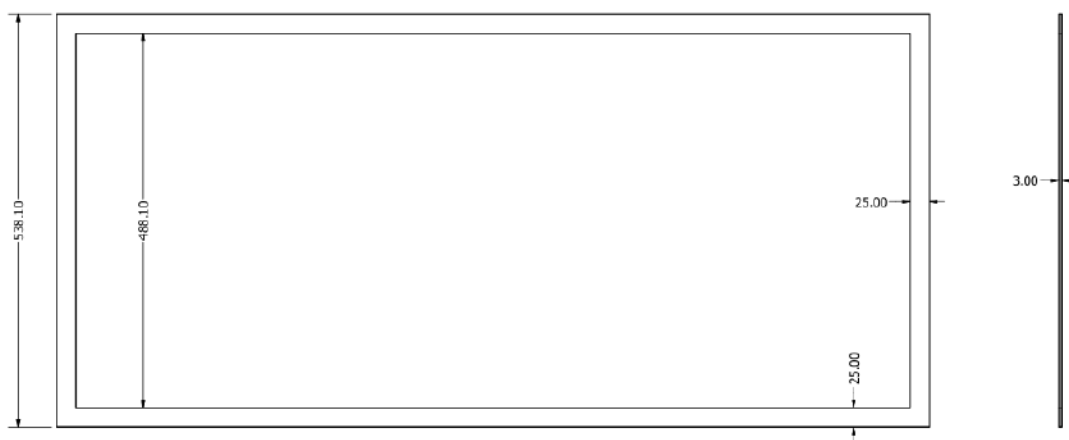


Figura 139. Vista superior y lateral de la planchuela perimetral. Es el soporte de la placa base. Soldada a la estructura.

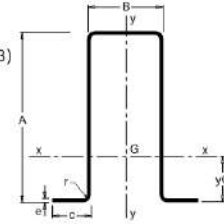


PERFILES OMEGA



Fabricados en acero estructural negro (norma ASTM A-569) y en acero estructural galvanizado ZINCGRIP (norma ASTM A-653) y conformados en frío por sistema continuo de rodillos (normas IRAM-IAS U500-206).

- ▶ **Acero negro estructural tipo SS36 (norma ASTM A1011)**
- ▶ Acero galvanizado estructural tipo SS37 (norma ASTM A653)
- ▶ Galvanizado 180 g/m² en ambas caras
- ▶ Espesor nominal: 0,89 - 1,24 - 1,50 - 2,00 - 2,50 mm
- ▶ Fabricación a pedido con mínimo
- ▶ Consultar por largos mayores a 12,00 m
- ▶ Tolerancias en largo: +/- 5 mm
- ▶ Tolerancia en dimensiones: +/- 2 mm



		PROPIEDADES DE LA SECCIÓN TOTAL												
		DIMENSIONES				PESO	ÁREA	MOMENTO DE INERCIA		MÓDULO RESISTENTE		RADIO DE GIRO		
Código		A mm	B mm	C mm	e = r mm	g kg/m	A cm²	I _x cm⁴	I _y cm⁴	W _x cm³	W _y cm³	i _x cm	i _y cm	yG cm
Ω1	201	30	17	13	0,89	0,70	0,83	1,04	0,81	0,63	0,39	1,10	0,99	1,37
	202	30	18	13	1,24	0,90	1,15	1,42	1,18	0,88	0,57	1,10	1,01	1,38
	203	30	19	13	1,50	1,06	1,39	1,69	1,50	1,05	0,71	1,10	1,04	1,39
	204	30	20	13	2,00	1,44	1,82	2,12	2,03	1,33	0,96	1,08	1,05	1,40
	205	30	21	13	2,50	1,76	2,23	2,50	2,56	1,59	1,22	1,05	1,07	1,42
Ω2	211	36	24	13	1,24	1,07	1,37	2,46	2,11	1,34	0,89	1,33	1,24	1,77
	212	36	25	13	1,50	1,25	1,65	2,93	2,67	1,61	1,11	1,33	1,27	1,78
	213	36	26	13	2,00	1,74	2,17	3,72	3,60	2,07	1,50	1,30	1,28	1,80
	214	36	27	13	2,50	2,12	2,67	4,42	4,53	2,43	1,88	1,28	1,30	1,81

Figura 140. Perfil Omega ARMCO 214 seleccionado para la fabricación de la mesa.