



Ciencias Sociales
Universidad de la República
URUGUAY



dECON
Facultad de Ciencias Sociales

Universidad de la República
Facultad de Ciencias Sociales
Departamento de Economía
Tesis Maestría en Economía

Evaluación económica de la rotación entre cultivos agrícolas de Uruguay: un análisis dinámico para la gestión del suelo a largo plazo

Camilo Álvarez García

Montevideo – Uruguay
Noviembre de 2025



Ciencias Sociales
Universidad de la República
URUGUAY



dECON
Facultad de Ciencias Sociales

Evaluación económica de la rotación entre cultivos agrícolas de Uruguay: un análisis dinámico para la gestión del suelo a largo plazo

Camilo Álvarez García

Tesis de Maestría presentada en la Maestría en
Economía, Departamento de Economía - Facultad de
Ciencias Sociales de la Universidad de la República,
como parte de los requisitos necesarios para la
obtención del título de Magíster.

Director:

Ph.D. Federico García Suárez

Codirector:

Ph.D. Guillermo Santos

Montevideo – Uruguay

Noviembre de 2025

Álvarez García, Camilo

Evaluación económica de la rotación entre cultivos agrícolas de Uruguay: un análisis dinámico para la gestión del suelo a largo plazo / Camilo Álvarez García. - Montevideo: Universidad de la República, Departamento de Economía - Facultad de Ciencias Sociales, 2025.

IX, 80 p. 29, 7cm.

Director:

Federico García Suárez

Codirector:

Guillermo Santos

Tesis de Maestría – Universidad de la República,
Programa : Maestría en Economía, 2025.

Referencias bibliográficas: p. 60 – 64.

1. Manejo sostenible de suelos, 2. Agricultura,
 3. Rotación de cultivos, 4. Programación dinámica,
 5. Ecuación de Bellman. I. García Suárez, Federico, *et al.*
- II. Universidad de la República, Programa de Posgrado
: Maestría en Economía. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

Ph.D. Juan Carlos Hatchondo

Ph.D. Miguel Carriquiry

Ph.D. Facundo Danza

Montevideo – Uruguay
Noviembre de 2025

Agradecimientos

Agradezco a mis directores de tesis por su orientación y dedicación a lo largo de este trabajo. Su guía académica y sus sugerencias fueron fundamentales para el desarrollo de esta investigación.

Esta tesis fue posible gracias al apoyo del INIA, el Sistema Agrícola-Ganadero y los investigadores que generaron la información del experimento de sistemas agrícolas-pastoriles regados. Quiero reconocer especialmente al Ing. Agr. (Dr.) Sebastián Mazzilli y a la Ing. Agr. (MSc.) María Cristina Capurro, quienes no solo facilitaron los datos del experimento, sino que también actuaron como contraparte importante en la depuración y manejo de la información disponible.

Agradezco también a mi familia y pareja por su apoyo constante y por acompañarme durante el desarrollo de este trabajo.

RESUMEN

Esta tesis aborda el problema de la sostenibilidad de la agricultura desde una perspectiva económica intertemporal, integrando la dinámica de la calidad del suelo con las decisiones productivas del agricultor. Se desarrolla un modelo teórico de programación dinámica, que representa el suelo como un capital natural, cuyo estado evoluciona endógenamente según la elección entre dos rotaciones de cultivos con diferentes impactos sobre la calidad del suelo. Se utiliza una función de producción tipo Mitscherlich-Spillman, lo que permite capturar la relación no lineal entre la rentabilidad de los cultivos y la conservación del suelo. El análisis incluye una ecuación de Euler y la determinación del estado estacionario del sistema, complementado con resultados numéricos que surgen de la calibración del modelo con datos para Uruguay. También se incorpora incertidumbre económica, en donde se asume que el precio de la soja se comporta como una cadena de Markov y se simulan tres shocks de precios. Los resultados muestran que la política óptima no coincide con el porcentaje de soja encontrado en la agricultura uruguaya, lo que sugiere que el sistema está en un proceso de pérdida de calidad de suelo. Existen situaciones en las cuales es óptimo aumentar temporalmente la proporción de cultivos rentables, pero siempre luego de una historia de chacra que priorizó aumentos de calidad de suelo por sobre la rentabilidad en el corto plazo. Estos desvíos duran pocos periodos y buscan utilizar la buena calidad de suelo conseguida en periodos anteriores para generar altos rendimientos y aprovechar un shock alto de precios. Las políticas públicas deberían incorporar la historia productiva de cada predio para incentivar decisiones compatibles con el manejo sostenible del recurso suelo.

Palabras claves:

Manejo sostenible de suelos, Agricultura, Rotación de cultivos, Programación dinámica, Ecuación de Bellman.

ABSTRACT

This thesis addresses the problem of agricultural sustainability from an intertemporal economic perspective, integrating soil quality dynamics with farmers' production decisions. A theoretical dynamic programming model is developed that represents soil as a form of natural capital whose state evolves endogenously according to the choice between two crop rotations with different impacts on soil quality. A Mitscherlich–Spillman type production function is used, allowing the model to capture the nonlinear relationship between crop profitability and soil conservation. The analysis includes an Euler equation and the determination of the system's steady state, complemented by numerical results derived from the model's calibration using data for Uruguay. Economic uncertainty is also incorporated by assuming that the soybean price follows a Markov chain process, with three price shocks being simulated. The results show that the optimal policy does not match the share of soybean observed in Uruguayan agriculture, suggesting that the system is undergoing a process of soil quality degradation. There are situations in which it is optimal to temporarily increase the share of high-return crops, but only after a field management history that prioritized improvements in soil quality over short-term profitability. These deviations last for only a few periods and aim to use the high soil quality accumulated in previous years to achieve higher yields and take advantage of favorable price shocks. Public policies should therefore incorporate the productive history of each farm to encourage decisions consistent with the sustainable management of soil resources.

Keywords:

Sustainable soil management, Agriculture, crop rotations, Dynamic Programming, Bellman equation.

Tabla de contenidos

1	Introducción	1
2	Literatura relacionada	6
3	El modelo	13
3.1	Las firmas	13
3.2	Problema de optimización	17
3.3	Incertidumbre y precios	20
4	Resultados analíticos	22
4.0.1	Condiciones de primer orden	22
4.0.2	Ecuación de Euler	24
4.0.3	Estado estacionario	28
5	Análisis numérico	34
5.1	Calibración del modelo	34
5.1.1	Función de beneficios	34
5.1.2	Cambios de rendimiento en las rotaciones	36
5.1.3	Ley de movimiento de calidad de suelo	39
5.1.4	Matriz de probabilidades de los shocks	40
5.2	Resultados cuantitativos	41
5.2.1	Resultados del modelo determinístico	41
5.2.2	Resultados con incertidumbre	46
5.3	Calibración alternativa y robustez	50
6	Discusión	55
7	Consideraciones finales	58

Referencias bibliográficas	60
Apéndices	65
Apéndice 1 Matriz de producción	66
Apéndice 2 Concavidad	68
Apéndice 3 Parámetros acotados	70
3.1 Cota inferior de s	70
3.2 Cota inferior y superior de q en el estado estacionario	71
Apéndice 4 Algoritmo computacional	72
Apéndice 5 Salidas de STATA y EROSION 6.0	73
Apéndice 6 Gráficos.	75
Apéndice 7 Derivadas parciales	76
7.1 Potencial de rendimiento de la rotación b	76
7.2 Potencial de rendimiento de la rotación a	78
7.3 Coeficiente de sensibilidad de la función de producción	79

Capítulo 1

Introducción

Dentro de los ecosistemas terrestres, los suelos son un factor esencial en cuanto a la provisión de bienes y servicios para los sistemas de los que dependen los humanos, incluida la agricultura ([Turner and Kodali, 2020](#)). La conservación del suelo y el manejo sostenible de los recursos naturales son aspectos fundamentales para garantizar su productividad a largo plazo ([Leiva, 1998](#); [Bhandari et al., 2021](#)).

En Uruguay, el suelo tiene un rol determinante en la economía, y el uso del mismo se ha ido diversificando con el tiempo. Da fe de ello que en el análisis geográfico nacional existe una zonificación productiva con límites relativamente diferenciados ([OPP-BID-OEA, 1992](#)). A modo de ejemplo, a pesar de que la agricultura tiene una amplia cobertura territorial, históricamente, la agricultura de secano presenta una fuerte localización en el Litoral Oeste del país ([DIEA, 2015](#)). En este contexto, a partir de los años 2000, se ha producido un intenso proceso de avance de la superficie destinada a la agricultura, y la soja aparece como el cultivo asociado a dicho cambio, el cual presentó tasas de crecimiento de más del 100 % ([Arbeletche et al., 2019](#)). Este avance se dio primero desde el litoral hacia el centro y este del país, y más tarde llegó al noreste ([Figueredo, 2012](#)). Ese proceso de expansión e intensificación agrícola se dio, en muchos casos, en suelos cuya capacidad de uso no es adecuada para soportar agricultura intensiva, lo que ha llevado a la degradación del suelo y a la pérdida de productividad a largo plazo. A pesar de que la adopción de la siembra directa fue una tecnología de labranza que logró disminuir la erosión por unidad de superficie, esta siguió aumentando como resultado de la expansión agrícola ([Dell'Acqua and Berreta, 2020](#)).

Clérico et al. (2011) estimaron la pérdida de suelo bajo cultivo de los tres perfiles de suelos agrícolas más representativos de Uruguay. Los autores muestran que, aún bajo siembra directa, el cultivo continuo de soja genera tasas de erosión por encima de las tolerables, mientras que, para las rotaciones con pasturas de 2 o 3 años de duración, se estiman pérdidas de suelo por debajo de un cierto nivel de tolerancia. Por lo tanto, las pérdidas de suelo se concentran en la fase de cultivos (principalmente en aquellas rotaciones con un alto porcentaje de soja) y durante la etapa de pasturas se producen ganancias en la calidad de suelo.

En otros estudios como el de Alvarez and Ernst (2024), se menciona la necesidad de incorporar pasturas y gramíneas C4 a las rotaciones agrícolas para asegurar la sostenibilidad del sistema, ya que altos porcentajes de soja tienen efectos negativos sobre la calidad del suelo. Estadísticas del uso de suelo en las chacras agrícolas de Uruguay muestran que la superficie sembrada con soja se encuentra en niveles incluso mayores a los reportados como altos en ese trabajo (DIEA 2018; DIEA 2021; DIEA 2022; DIEA 2023). La presencia de estas rotaciones con potenciales efectos negativos sobre el suelo, llevó a que el 21 de agosto de 2008 se promulgara el Decreto N° 405/008 denominado “Regulación de uso y conservación de suelos y aguas superficiales”, que busca regular las pérdidas de suelo generadas por la producción agrícola y promover su conservación. A pesar de que es una política que ha tenido impactos positivos en la calidad de suelos, no existen trabajos que estudien los impactos económicos de la ley y sus efectos productivos a largo plazo.

En este marco, esta tesis tiene como objetivo analizar cuál es la combinación de rotaciones que optimiza el beneficio intertemporal del productor, prestando relevancia a la preservación del suelo. En el modelo, el productor tiene como objetivo elegir la rotación de cultivos y la calidad del suelo para maximizar la suma descontada de los beneficios futuros. En concreto, debe elegir entre una rotación con alta rentabilidad y efectos negativos sobre la calidad del suelo (b), y otra rotación con una menor rentabilidad, pero que tiene efectos positivos sobre la calidad del suelo (a). La primera rotación (b) tiene altos porcentajes de soja y refleja la preferencia que se ha observado en los productores uruguayos por este cultivo, en particular desde comienzos de la década de 2000. La segunda (a) es una rotación con incorporación de praderas y maíz, que no es tan rentable como la primera, pero que salvaguarda la calidad del suelo.

El productor enfrenta cierto *trade-off* al momento de decidir entre ambas

rotaciones, ya que una apuesta por una mayor rentabilidad deteriora la calidad del suelo. En línea con ello, la naturaleza dinámica del modelo permite capturar los costos asociados a la estrategia de cultivar más soja y “depreciar” más rápidamente el suelo, ya que en los períodos subsiguientes, una menor calidad deprime los beneficios futuros, tanto de los cultivos de la rotación a como de la rotación b . Para reflejar la realidad y permitir cierta flexibilidad en las decisiones, el productor puede controlar el nivel de calidad del período siguiente, lo que refleja las potenciales “inversiones” que pueda hacer para salvaguardar el “stock” de calidad de suelo.

El modelo desarrollado propone una formulación dinámica que incorpora la relación intertemporal entre la rentabilidad de los cultivos y su efecto sobre la productividad a largo plazo, resumiendo todas las variables específicas, como la fertilidad, la sanidad y el carbono orgánico, en un índice de calidad de suelo. Las variables específicas tienen la desventaja de que pueden variar en su impacto sobre la productividad según la región, mientras que un índice de calidad de suelo calculado a partir de la variación de rendimiento de los cultivos es generalizable a cualquier realidad agrícola.

En este trabajo, se utiliza una función de producción no lineal, como la Mitscherlich-Spillman, con el fin de traducir los cambios de calidad en cambios de rendimiento. Esta estructura permite representar de forma continua la decisión del productor a través de una proporción entre dos rotaciones con diferentes efectos sobre la productividad del predio, permitiendo analizar cómo las decisiones alteran endógenamente la evolución de la calidad del suelo, tratada como capital natural. Otra ventaja de introducir una función de producción es que puede ser ajustada a los datos productivos de cada cultivo. Todos estos factores permiten utilizar este modelo teórico para ser calibrado para cada realidad agrícola en particular, como lo es el caso de Uruguay.

Empleando una calibración con información proveniente de diferentes fuentes de datos para Uruguay, el modelo predice que, en el estado estacionario, la proporción óptima de rotación b es de 0,253, lo que equivale a un 50,2 % de soja en la superficie de verano. Esto se contradice con la realidad, ya que la proporción de soja alcanza valores cercanos al 65 % en la superficie de verano durante los últimos 20 años. En contraste, en el estado estacionario del modelo determinístico, la calidad de suelo se estabiliza en valores altos, llevando a que, en el óptimo, se conserve suelo y se aprovechen los altos rendimientos que genera una historia de chacra que buscó aumentar la calidad de suelo. La rotación

más rentable se debería empezar a utilizar una vez que, sistemáticamente, se hayan seleccionado cultivos que mejoren ese nivel de calidad. Estos resultados muestran que, si el modelo captura la realidad de manera adecuada, existirían pérdidas anuales importantes de calidad de suelo en los suelos agrícolas de Uruguay.

En línea con lo anterior, el programa EROSION 6.0 basado en la USLE/RUSLE es utilizado en Uruguay para estimar la pérdida de suelo por erosión bajo ciertos manejos (Pérez et al., 2017), donde se habilitan o no las rotaciones de cada chacra en función de si sobrepasa o no un límite de erosión. En el caso de un predio hipotético con las características del suelo encontradas en INIA La Estanzuela y haciendo el manejo realizado en el experimento de sistemas agrícolas regados que se utilizó para calibrar el modelo (INIA, 2024), el programa arroja que se podría realizar soja continua. En contraste, los resultados del presente trabajo muestran que el porcentaje óptimo de soja debería ubicarse en un 50 % de la superficie de verano.

Una contribución relevante de esta tesis es la incorporación de incertidumbre en el vector de precios, de modo que se captura la dinámica de corto plazo que tienen los precios sobre las decisiones de los productores. En este sentido, se supone que los precios de la soja fluctúan en los mercados internacionales y se resuelve el mismo modelo, pero con incertidumbre en el precio de la soja. La intuición para ello radica en que un shock persistente en el precio de la soja podría elevar de manera permanente el cultivo de soja en relación al óptimo, sacrificando calidad del suelo.

Cuando se considera que los precios de la soja contienen incertidumbre, el modelo explica dos observaciones adicionales de la realidad. En primer lugar, fuertes aumentos del precio de la soja pueden llevar a que la rotación b represente un 100 % de la superficie cultivada, lo que marca una alta proporción de soja, aunque solo de manera temporal. De hecho, se observa que el precio de la soja presenta un alto grado de persistencia, lo que puede llevar a que la rotación óptima se aleje de la de largo plazo por un tiempo considerable. Si bien el desvío respecto al estado estacionario puede durar varios periodos, porcentajes de soja cercanos al 100 % en la superficie de verano no se mantienen por más de 1 o 2 periodos consecutivos, sino que aparecen como fuertes picos tras una historia de chacra que buscó aumentar la calidad del suelo. Sin embargo, el modelo no cuenta con costos de inversión ni con costos de ajuste que podrían suavizar esos picos. En segundo lugar, se observa que, en la medida en que

los precios de la soja reflejen el comportamiento de los precios internacionales, aquellos productores que tengan predios con mayores calidades de suelo tendrán una mayor cantidad de superficie con cultivo de soja.

Por último, se procede a un análisis de robustez probando calibraciones alternativas, y se observa que, en comparación con el estado estacionario, existen porcentajes muy altos de soja en las rotaciones agrícolas de Uruguay. En esta tesis se muestra que esta discrepancia no se debe a altas tasas de descuento del futuro ni a altas calidades iniciales de suelo, por lo que se estaría en un proceso de pérdida de calidad de suelo que lleva a que los productores agrícolas no maximicen los beneficios intertemporales. Esta realidad podría deberse a falta de conocimiento sobre el efecto real que tienen los distintos cultivos sobre el suelo o a determinados incentivos de mercado que llevan a cultivar altos porcentajes de soja. En el segundo caso, los altos porcentajes de tierras bajo arrendamiento podrían estar haciendo que los incentivos individuales desvíen las decisiones del óptimo social. En cualquiera de los dos escenarios, la pérdida de calidad de suelo seguirá existiendo y no será sostenible en el tiempo.

Esta diferencia muestra que la ley de uso y manejo de suelos en Uruguay podría ser algo más permisiva que lo que el modelo dictamina, ya que tolera una producción mayor de soja en verano. El hecho de que un arrendador pueda cultivar una cantidad de soja mayor que el óptimo, lleva a que exista una falla de mercado y que la ley no está eliminando. Dado un valor de arrendamiento, los incentivos del arrendatario son de maximizar los beneficios de corto plazo, los cuáles lo llevan a elegir porcentajes de soja mayores que el óptimo. De todas formas, hay ciertos manejos del cultivo que llevan a tener erosiones por arriba del límite tolerable por el modelo, por lo que la ley estaría siendo efectiva a la hora de eliminar manejos del cultivo de soja que serían aún más perjudiciales para la calidad de suelo.

En esta tesis se muestra que el valor marginal de calidad de suelo en el óptimo coincide con la diferencia de arrendamiento entre tierras para uso agrícola y tierras para uso agrícola-pastoril. Esto sugiere que en el precio de mercado se internaliza ese valor marginal, pero que no es sostenible en el tiempo, ya que la calidad de suelo está descendiendo. Este descenso también estaría llevando a que se reduzca el valor marginal de calidad de suelo periodo a periodo. De mantenerse la tendencia, en el futuro, los ingresos no podrían cubrir los precios de arrendamientos agrícolas, siendo necesario un cambio radical de rotaciones en pro de mejorar la calidad del suelo.

Capítulo 2

Literatura relacionada

Uruguay es un país con una economía muy ligada a los recursos naturales, particularmente el suelo. La producción agropecuaria representa cerca de un 10 % del PBI uruguayo, alcanzando un 15 % si consideramos la agroindustria. Puntualmente, la agricultura de secano en Uruguay es una actividad económica que ha estado históricamente ubicada sobre el litoral del país ([OPP-BID-OEA, 1992](#)) y que ha contribuido en gran porcentaje al PBI agropecuario.

Este sector ha evolucionado a lo largo de los años, en donde tuvo un gran crecimiento de algunos cultivos durante la década de los 2000. Este aumento fue liderado por el cultivo de soja, el cual presentó tasas de crecimiento de más del 100 % ([Arbeletche et al., 2019](#)). Ese proceso de expansión, en muchos casos, no tuvo en cuenta el impacto sobre la calidad del suelo a futuro, lo que llevó a tener pérdidas de productividad a largo plazo.

Si bien un agente que busca maximizar beneficios intertemporales debería tener en cuenta los impactos de los distintos cultivos sobre la rentabilidad futura del suelo, los incentivos privados no siempre llevan al óptimo social de utilización del suelo. La conservación del mismo genera un impacto económico positivo, pero la diferencia existente entre los objetivos teóricos de conservación y el comportamiento real de los productores sugiere que existe una falla de mercado ([McConnell, 1983](#)).

En Uruguay, se han observado desajustes que muestran que la agricultura ha generado importantes deterioros de los recursos naturales en el medio rural ([OPP-BID-OEA, 1992](#)), por lo que los productores podrían estar haciendo un uso excesivamente intensivo del recurso suelo. La agricultura continua puede no ser una práctica sostenible en ciertos suelos, ya que puede resultar en la

degradación de los mismos y en pérdidas de su productividad. Particularmente, la siembra continua de soja en ciertos suelos agrícolas de Uruguay lleva a tasas de erosión que superan los límites tolerables a largo plazo (Hill and Clérico, 2004).

La alta rentabilidad del cultivo de soja llevó a que pasara de representar un 0,05 % de la superficie agropecuaria en la zafra 1999/2000, a superar el millón de hectáreas cultivadas (6,7 % de la superficie agropecuaria de Uruguay) en la zafra 2017/2018 (DIEA, 2018). Esta expansión se dio también en suelos de baja aptitud agrícola, por lo que existió un importante deterioro de los mismos debido a la erosión hídrica (Dell'Acqua and Berreta, 2020).

Este proceso llevó a que se implementara en 2008 el Decreto N° 405/008 denominado “Regulación de uso y conservación de suelos y aguas superficiales” que reglamenta a la Ley N° 15.239 “Uso y conservación de los suelos y de las aguas superficiales destinados a fines agropecuarios”. El mismo busca *“lograr un uso responsable y un manejo adecuado del suelo para la producción agropecuaria, establecer normas técnicas básicas y fiscalizar su cumplimiento, y prohibir la realización de determinados cultivos o prácticas de manejo de suelos en las zonas que corresponda”* (Decreto N° 405/008, 2008). Esta ley exige a los productores agrícolas con más de 50 hectáreas, presentar un plan de uso y manejo del suelo que tenga en cuenta la erosión tolerable para ese suelo específico. Este plan debe mostrar la rotación que se llevará a cabo durante los siguientes 5 años, de forma que la erosión sea evaluada dentro de toda la rotación y no solo la producida por cultivos específicos. Esto quiere decir que se puede elegir cualquier secuencia de cultivos, siempre que en el periodo de 5 años evaluado no se supere un límite de pérdida de suelo. El plan presentado mantendrá su vigencia por el período establecido en su elaboración, independientemente de que cambie el titular de la explotación o el tenedor a cualquier título.

Si bien se ha demostrado que la implementación de la ley está logrando un descenso de la erosión hídrica por unidad de superficie (Dell'Acqua and Berreta, 2020), no hay investigación que evalúe el impacto económico de esta ley, que considere el *trade-off* entre la conservación del suelo y la rentabilidad del predio a largo plazo. Al momento de evaluar ciertas políticas públicas, es necesario que se considere tanto el impacto económico como el biofísico. Una evaluación que tenga en cuenta una sola dimensión puede tener consecuencias no esperadas, ya que, cuando las personas toman decisiones, los factores

económicos dependen de los biofísicos y viceversa ([Souto Pérez, 2021](#)).

Ciertas características, como el nivel de carbono orgánico del suelo (COS), influyen en el rendimiento de los cultivos y la rentabilidad agrícola ([Allen, 2025](#)), al igual que otras propiedades físicas ([Carrasco, 2008](#)). Además, la elección de los cultivos afecta de forma directa a los niveles de estas variables. Por ejemplo, el nivel de cobertura o la remoción de residuos de cultivos durante la cosecha puede afectar negativamente los atributos del suelo al reducir la concentración de COS, ya que los residuos de cultivos son la principal fuente del mismo ([Blanco-Canqui and Benjamin, 2013](#)).

Todas estas características se pueden resumir en lo que llamamos “calidad de suelo”. Se ha demostrado que una mayor calidad aumenta los rendimientos de los cultivos ([Cassman, 1999](#)), y es un concepto clave que conecta las funciones del suelo con las preocupaciones de sostenibilidad ([De Notaris et al., 2021](#)). Si bien el término “calidad de suelo” puede ser ambiguo, está relacionado con la capacidad que tiene de soportar la productividad biológica y mantener aspectos relacionados con la calidad ambiental ([Ernst, 2018](#)). Por lo tanto, la podemos definir como un conjunto de variables físicas, químicas y biológicas observables y no observables, en donde el rendimiento de los cultivos se puede utilizar como un indicador que integra los cambios en la calidad del suelo.

Esta interdependencia entre suelos, cultivos y beneficios económicos tiene que ser modelada adecuadamente para poder capturar las interrelaciones existentes. [Moulogianni \(2022\)](#) compara y evalúa tres modelos (Programación Lineal, Programación Matemática Positiva y Programación de Objetivos Ponderados), y busca proporcionar información sobre la optimización de la planificación de cultivos y la toma de decisiones en la gestión agrícola sostenible. El autor muestra que, más allá de las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, hay que destacar la importancia de utilizar modelos de programación matemática en la gestión sostenible de tierras para optimizar la toma de decisiones y lograr objetivos económicos, sociales y ambientales.

Existen investigaciones que han abordado la relación entre las dimensiones económica y ambiental en la agricultura uruguaya, como el trabajo de [Souto Pérez \(2021\)](#), que combina variables biofísicas y económicas para analizar la sostenibilidad de las prácticas agrícolas con datos de Uruguay. En dicho trabajo se evalúa de manera cuantitativa el impacto ambiental y el desempeño económico de prácticas agrícolas, como la fertilización y el riego, implementadas entre los años 2000 y 2019. En estos trabajos, sin embargo, no se evalúa el

efecto que tienen los distintos cultivos sobre la calidad del suelo.

Además de tener que vincular las características biofísicas del suelo con los retornos económicos para realizar una correcta evaluación de las rotaciones agrícolas, también es necesario tener una mirada a largo plazo. Si bien el estudio de la sostenibilidad en el uso del suelo puede abordarse de manera estática, [MacEwan and Howitt \(2011\)](#) mencionan que las estimaciones de elasticidad de la oferta basadas en la producción de cultivos de manera independiente tienen el problema de omitir los efectos dinámicos de una rotación cíclica. Este dinamismo requiere el estudio del problema mediante la utilización de determinados modelos de programación matemática.

La programación dinámica en particular, tiene la ventaja de que podemos encontrar senderos de decisión que maximizan el valor presente de los retornos, sin la necesidad de comparar políticas arbitrarias ([Burt and Allison, 1963](#)). Utilizando el principio de optimalidad de Bellman, se pueden encontrar reglas de decisión consistentes en horizontes finitos e infinitos, y tiene la propiedad de que los estados estacionarios son independientes de los niveles de las variables iniciales.

[Benito \(2022\)](#) desarrolló un modelo de programación dinámica en el que se relaciona la productividad de un cultivo con la fertilidad del suelo. Su objetivo fue encontrar, en términos económicos, cuál es el stock óptimo de fósforo en suelo, y qué factores lo afectan, encontrando ciertos estados estacionarios de stock de fósforo en suelo. El autor concluye que estos estados dependen, entre otros factores, de la rotación específica, de la tasa de descuento y de los precios relativos entre insumos y productos. En ese trabajo, se plantea la ecuación de Bellman del problema y se resuelve recursivamente, siendo un ejemplo de cómo se puede trabajar dinámicamente con variables relacionadas con la calidad de suelo y su efecto en la productividad. De todas formas, el cultivo específico se presenta como exógeno al modelo, y las variables de control utilizadas son la fertilización en el periodo t y la fertilidad del suelo en el periodo $t + 1$. En esta tesis, se modela la decisión del productor entre distintas rotaciones, integrando la interacción entre dicha elección y su efecto sobre la productividad futura, y se analizan los costos y beneficios derivados de la elección de cultivos.

Los modelos de programación dinámica también han sido utilizados para encontrar estados estacionarios óptimos en la elección de cultivos dentro de una rotación, algunos de los cuales relacionan la erosión del suelo y su efecto sobre la productividad a largo plazo. [MacEwan and Howitt \(2011\)](#) estiman un mode-

lo de programación dinámica que optimiza la rotación anual de cultivos, en el que se incorporan efectos intertemporales de rendimiento y costo. En ese problema, la fertilidad y sanidad del suelo definen la productividad de los cultivos en cada período, y el productor debe decidir qué cultivo elegir, determinando así la condición del suelo en el período siguiente. Más recientemente, [Schuurman et al. \(2021\)](#) estudia los costos marginales de reducción de emisiones con prácticas de conservación del suelo y, mediante un modelo de programación dinámica estocástica, los relaciona con el beneficio marginal de los servicios ecosistémicos. De esta manera, basado en el principio de Bellman, el autor busca optimizar las decisiones anuales y encontrar una proporción óptima entre cultivos (maíz, soja y trigo) y cultivos de cobertura, donde las variables de estado del problema son el carbono orgánico y el historial de cultivos.

A diferencia de los trabajos anteriores, el modelo desarrollado en esta tesis propone una formulación dinámica que incorpora la relación intertemporal entre la rentabilidad de los cultivos y su efecto sobre la productividad a largo plazo, aunque omitiendo variables específicas, como la fertilidad, la sanidad y el carbono orgánico, que pueden variar en su impacto sobre la productividad según la región. Esta omisión se debe a que el modelo representa de forma continua la decisión del productor a través de una proporción entre dos rotaciones con diferentes efectos sobre la productividad del suelo, permitiendo analizar cómo las decisiones del productor alteran endógenamente la evolución de la calidad del suelo, tratada como capital natural. Además, el uso de una función de producción introduce una relación no lineal entre calidad de suelo y rendimiento que puede ser ajustada a los datos productivos de cada cultivo. Todos estos factores permiten utilizar este modelo teórico para calibrarlo a cualquier realidad agrícola.

[McConnell \(1983\)](#), estudia la tasa privada óptima de pérdida de suelo a lo largo del tiempo. Para esto, el autor maximiza un Hamiltoniano que representa el valor presente de los beneficios obtenidos a lo largo del tiempo por un cultivo en un suelo determinado. El control óptimo lo determina al igualar el costo marginal de la pérdida de suelo (definido como la pérdida de ganancias futuras) y el valor de los retornos adicionales obtenidos por la mayor producción del cultivo, concluyendo que las tolerancias de pérdida de suelo específicas de una región tienen consecuencias radicales para la definición de políticas públicas. La diferencia entre la valoración del futuro por parte de la sociedad y de los productores genera importantes diferencias entre la pérdida de suelo social

óptima y la pérdida de suelo privada óptima, existiendo entonces una falla de mercado. La estructura del modelo presentado en esta tesis permite identificar el costo sombra de degradar marginalmente la calidad del suelo, pudiendo así identificar el eventual costo real de desviarse del sendero óptimo.

Una contribución relevante de esta tesis es la incorporación de incertidumbre en el vector de precios, de manera que se capture la dinámica de corto plazo que tienen los precios sobre las decisiones de los productores. La incorporación de shocks de precios a través de una cadena de Markov permite estudiar los senderos óptimos ante escenarios de incertidumbre económica. Precios muy altos del cultivo que tiene un efecto negativo sobre la calidad del suelo, elevan la cantidad de tierra dedicada a este cultivo y podrían alejar la rotación de la que se obtiene en el estado estacionario. Esto se vuelve especialmente relevante en un contexto en el que los shocks presentan un alto grado de persistencia, lo que, aunado a costos de ajuste que imprimen cierto grado de irreversibilidad al proceso, podría mantener elevada el área de cultivo de soja por un buen tiempo.¹

Para poder utilizar un modelo que vincule las decisiones del presente con los efectos sobre la rentabilidad futura, es necesario entender el efecto que tienen los distintos cultivos sobre la calidad del suelo de cada región en particular. En esa línea, [Ernst et al. \(2020\)](#) evaluaron la sostenibilidad de cuatro rotaciones agrícolas y agrícola-pastoriles bajo labranza convencional y siembra directa sobre suelos agrícolas de Paysandú, Uruguay. Dentro de las rotaciones con siembra directa, se evaluaron una rotación cultivo-pastura (20 % de oleaginosas), una bajo cultivo continuo y alta frecuencia de maíz y sorgo (7,5 % de oleaginosas), una bajo cultivo continuo y alta frecuencia de soja y girasol (40 % de oleaginosas), y por último, una rotación bajo cultivo continuo, compuesta por barbecho invernal y soja (40 % de soja). Los autores concluyen que la rotación con alto porcentaje de girasol y soja, y la rotación barbecho invernal/soja, mostraron una degradación progresiva de algunas propiedades físicas, como la estabilidad de los agregados del suelo y la infiltración de agua.

En dicho estudio se muestra cómo las rotaciones que tienen porcentajes de oleaginosas mayores al 40 % conducen a degradaciones progresivas del suelo y, por lo tanto, a reducciones de rentabilidad futura. Estos porcentajes equi-

¹La intuición, en este sentido, es que si el shock en el precio de la soja es persistente y, además, existen costos de ajuste en la inversión (ya sea por diferencias en las rotaciones, la disponibilidad de insumos o la tecnología utilizada), entonces un shock de precios que ya es persistente puede volver aún más persistentes los efectos sobre la elección de cultivos.

valdrían al 80 % de la superficie de verano. A pesar de estos resultados, la proporción de hectáreas sembradas con soja en la zafra 2021 representa cerca del 90 % de la superficie total sembrada en verano ([DIEA, 2021](#)), un 85 % en la zafra 2022 ([DIEA, 2022](#)) y un 81,6 % en la zafra 2023 ([DIEA, 2023](#)). Si estuviéramos en presencia de agricultura continua y estos porcentajes fueran estables en el largo plazo, implicaría que la soja representa un 44 %, un 42,5 % y un 40,8 % de la rotación, respectivamente. Los resultados del trabajo [Ernst et al. \(2020\)](#) sugerirían que, para mantener estos porcentajes estivales durante la fase agrícola sin degradar el suelo, es necesario que se estén incorporando una determinada cantidad de praderas en la rotación.

Capítulo 3

El modelo

3.1. Las firmas

Consideremos una economía con N firmas representativas, todas tomadoras de precio. Estas viven infinitos periodos y su objetivo será maximizar el valor actual descontado de un flujo futuro de beneficios, donde $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento de los productores.

$$w = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_t$$

El productor cuenta con un predio de tamaño fijo dividido en Q parcelas iguales, en las que debe declarar en cada una de ellas una rotación que dure 6 años. Podrá cambiar de rotación una vez que pase ese tiempo. En ese momento, para cada parcela, deberá elegir entre una rotación que mejora la calidad del suelo (rotación a) o una rotación con mayor rentabilidad en el corto plazo, pero que empeora la calidad del suelo (rotación b). Tanto los costos como los ingresos de la función de beneficios dependen de la rotación elegida en cada período, ya que cada una de ellas tiene una secuencia determinada de cultivos con sus propias estructuras de ingresos y costos.

La rotación a está compuesta por 3 años de pradera, un cultivo de trigo, un cultivo de soja de segunda, un cultivo de cobertura, un cultivo de maíz, otro cultivo de cobertura y una soja de primera. La rotación b está compuesta por una secuencia de soja en todos los veranos y una cobertura en los inviernos. Esta combinación específica es exógena al modelo, por lo se conoce la proporción de cada cultivo dentro de la rotación.

Tabla 3.1: Proporción del tiempo de cada cultivo dentro de la rotación

Cultivo	Rotación a	Rotación b
Pradera	1/2	0,0
Trigo	1/12	0,0
Cobertura	1/6	1/2
Soja	1/6	1/2
Maíz	1/12	0,0
Total	1,0	1,0

Cada cultivo tiene una función de producción y_i , por lo que se puede definir una matriz de producción específica para cada rotación como el promedio ponderado de los rendimientos esperados de cada uno de los cultivos (ver apéndice 1). Estas funciones de rendimiento se pueden representar mediante una función Mitscherlich-Spillman, ya que es un tipo funcional que describe correctamente el rendimiento de un cultivo en función de diferentes niveles de fertilidad o calidad de suelo (Pukhovskiy, 2013):

$$y_i(s) = \bar{Y}_i(1 - e^{-\omega_i s}) \quad (3.1)$$

$$\omega_i > 0$$

donde $\bar{Y}$ es el potencial de rendimiento del cultivo y ω indica la diferencia marginal con el aumento de una unidad de calidad del suelo.

La función Mitscherlich-Spillman es bien comportada y permite utilizar las distintas calidades de suelo para obtener un valor de rendimiento. Esto implica que las funciones de rendimiento de la rotación a y de la b (Y_a y Y_b , respectivamente) dependen de la calidad del suelo (s) en cada periodo. Para cada cultivo se tomará el valor esperado del rendimiento condicional a la calidad de suelo,¹ por lo que no se tendrán en cuenta fluctuaciones climáticas. Este supuesto se basa en el hecho de que los productores no cuentan con información climática confiable que prediga el estado del tiempo agrometeorológico con más de un año de anticipación. Si bien las variaciones en calidad de suelo afectarán el rendimiento de los distintos cultivos mediante las distintas funciones de pro-

¹En este modelo, tomaremos la misma función de producción para cultivos de primera y de segunda.

ducción, se supondrá que la productividad de la pradera no se verá afectada por los cambios en calidad de suelo (ver apéndice 1).

$$Y_a(s) = \begin{bmatrix} d \cdot f_{i,a} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1}s}) \cdot f_{i+1,a} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,a} \end{bmatrix} \quad Y_b(s) = \begin{bmatrix} d \cdot f_{i,b} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1,b}s}) \cdot f_{i+1,b} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,b} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde f_i representa la proporción de tiempo que el cultivo i está en la rotación y d es la producción de carne por hectárea de la pradera.

Como las empresas son tomadoras de precios, se puede definir el vector de ingresos marginales como el vector de precios de los distintos cultivos. Este vector es el mismo para ambas rotaciones.

$$P = P_a = P_b = \begin{bmatrix} p_i \\ p_{i+1} \\ \vdots \\ p_I \end{bmatrix}$$

Conociendo la matriz de rendimientos y la de precios, se puede plantear la matriz de ingresos de cada rotación haciendo la multiplicación elemento a elemento:

$$I_a = \begin{bmatrix} p_i \cdot d \cdot f_{i,a} \\ p_{i+1} \cdot \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1}s}) \cdot f_{i+1,a} \\ \vdots \\ p_I \cdot \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,a} \end{bmatrix} \quad I_b = \begin{bmatrix} p_i \cdot d \cdot f_{i,b} \\ p_{i+1} \cdot \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1,b}s}) \cdot f_{i+1,b} \\ \vdots \\ p_I \cdot \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,b} \end{bmatrix}$$

El parámetro ω es el coeficiente de sensibilidad de la función de producción y mide los cambios de rendimiento con variaciones de calidad de suelo. Se supondrá que $\omega_i = \omega_j \quad \forall i, j$. De esta forma, una determinada calidad de suelo representa un porcentaje específico de la producción potencial del cultivo.

Los costos por unidad de superficie se asumen constantes dentro de cada

cultivo,¹ por lo que se define c_i como los costos por hectárea del cultivo i , los cuales son exógenos al modelo. Como las proporciones de cada cultivo dentro de las dos rotaciones son conocidas, se puede plantear el vector de costos de cada rotación por separado. De todas formas, como estos no dependen de la calidad del suelo, se plantea un solo vector, que es la diferencia de costos por unidad de superficie entre la rotación a y la b . Planteado de esta forma, el vector de costos se asigna a la rotación b .

$$C_b = \begin{bmatrix} c_i \cdot f_{ib} \\ c_{i+1} \cdot f_{ib} \\ \vdots \\ c_I \cdot f_{ib} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_i \cdot f_{ia} \\ c_{i+1} \cdot f_{ia} \\ \vdots \\ c_I \cdot f_{ia} \end{bmatrix}$$

Para simplificar el análisis, se normaliza a un tamaño de campo unitario, en donde q representa la fracción total del predio con la rotación b , y $(1 - q)$ representa la fracción total del predio con la rotación a , por lo que ahora: $0 \leq q_t \leq 1$. Este cambio mantiene la estructura del problema de maximización, pero lo simplifica significativamente, ya que ahora el productor simplemente debe elegir un valor de q en cada periodo. De esta forma, se reescribe la función objetivo del productor de la siguiente manera:

$$w = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (I_a(s_t) \cdot (1 - q_t) + (I_b(s_t) - C_b) \cdot q_t)$$

Recordar que el productor debe elegir entre una rotación que mejore o empeore la calidad del suelo del periodo siguiente, por lo que s es una variable de estado endógena: no solo determina los rendimientos del periodo, sino que también está determinada por la historia de chacra. Se puede pensar en la calidad del suelo como un “stock de calidad”, el cual crece o decrece en función de la proporción de a y b que eligió en el periodo anterior, y al mismo tiempo, ese nivel de calidad de suelo determina el rendimiento de los cultivos en ese periodo.

Como la rotación a mejora la calidad del suelo y la rotación b la empeora,

¹El supuesto de costos constantes por unidad de superficie se basa en el hecho de que los costos de siembra, fertilización y cosecha se mantienen, independientemente de la producción por hectárea

se sabe que si $q_t = 0 \implies s_t < s_{t+1}$, y también que si $q_t = 1 \implies s_t > s_{t+1}$. En este trabajo, $s_t \geq 0 \forall t$, en donde este valor mínimo hace referencia a un suelo totalmente degradado, sin ninguna capacidad productiva.

La función $s_{t+1}(q_t, s_t)$ es monótona en cada una de las variables por separado, la cual depende de la proporción q_t elegida y del valor de s_t . Esta función muestra la evolución de la calidad del suelo entre un periodo y el siguiente, por lo que se la puede expresar de la siguiente manera:

$$s_{t+1} = (s_t + \delta_a)(1 - q_t) + (s_t - \delta_b)(q_t)$$

donde δ_a representa el aumento marginal de rendimiento por elegir $q = 0$ y δ_b representa la reducción marginal de rendimiento por elegir $q = 1$. Simplificando, se obtiene la función de evolución de calidad de suelo:

$$s_{t+1} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$$

3.2. Problema de optimización

Tomando todos los parámetros y funciones presentados, se sustituye en la función de beneficios de las firmas. Esto lleva a que cada empresa maximiza los beneficios intertemporales resolviendo:

$$\max_{q_t, s_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[(Y_a(s_t) \cdot P) \cdot (1 - q_t) + (Y_b(s_t) \cdot P - C_b) \cdot q_t \right]$$

s.a.

$$0 \leq q_t \leq 1$$

$$s_{t+1} \geq 0 \quad s_0 \text{ dado}$$

$$s_{t+1} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$$

Se sabe que los impactos que tienen ambas rotaciones sobre la calidad del suelo son fijos y exógenos. Están determinados por toda la secuencia, sin importar los impactos específicos de cada uno de los cultivos en cada uno de los años. Si bien en realidad cada cultivo generará diferentes impactos sobre

el suelo, el productor no puede hacer cambios dentro de la rotación, y una vez que elige una proporción deberá mantenerla hasta que pase toda la secuencia de cultivos. Esto permite pensar que existe un efecto aditivo en cada año de la rotación sobre la calidad del suelo.

Se define Δ_a y Δ_b como el impacto que tiene la rotación a y b respectivamente, sobre la calidad del suelo durante toda la rotación. Por tanto, δ_a y δ_b quedan definidos como el impacto anual sobre la calidad de suelo de la rotación a y b , respectivamente: $\Delta_a = 6 \cdot \delta_a$ y $\Delta_b = 6 \cdot \delta_b$.

Ese efecto aditivo permite suponer que q es independiente del largo de la rotación. Este supuesto simplificador mantiene la validez del modelo, ya que también se puede pensar el problema como si el productor tuviera el predio dividido en 6 fracciones, en donde debe tomar la decisión año a año sobre una de las fracciones. En este escenario, simplemente se divide el predio en $6Q$ parcelas y se mantiene todo el resto de la estructura del problema. Esto permite ganar interpretabilidad, ya que ahora t vale 1 año. Todos los resultados se pueden ahora analizar en años en lugar de en periodos de 6 años.

$$\arg \max_{\{q_t, s_{t+}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi(s_t, q_t) = \arg \max_{q_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\pi(s_t, q_t)}{6}$$

De esta forma, la ley de movimiento de calidad de suelo queda planteada de la siguiente manera:

$$s_t + \frac{\Delta_a}{6} - q_t \left(\frac{\Delta_a}{6} + \frac{\Delta_b}{6} \right) = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$$

Con esta estructura, ahora el problema es convexo y la variable q es continua. Reordenando términos finalmente se obtiene el problema de optimización del productor:

$$\max_{\{q_t, s_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[Y_a(s_t) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) \cdot q_t \right]$$

s.a.

$$0 \leq q_t \leq 1$$

$$0 \geq s_{t+1} \quad s_0 \text{ dado}$$

$$s_{t+1} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$$

La función objetivo es cóncava en s_t y la ley de evolución de calidad del suelo es lineal en esa variable (ver apéndice 2), por lo que el problema admite una versión recursiva de la siguiente manera:

$$V(s) = \max_{q, s'} \left[Y_a(s) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s) - Y_a(s)) - C_b \right) \cdot q \right] + \beta V(s')$$

s.a.

$$0 \leq q \leq 1$$

$$0 \leq s'$$

$$s' = s + \delta_a - q(\delta_a + \delta_b)$$

La restricción asociada a q se debe a que el productor puede elegir una fracción del predio para la rotación b , es decir, puede elegir una proporción del predio entre 0 y 1. En el caso de la calidad de suelo, la restricción es que no puede ser negativa, ya que un suelo totalmente degradado estaría siendo representado por una calidad de suelo igual a 0. La última restricción del problema es la ley de movimiento de calidad de suelo, la cual muestra la calidad de suelo del periodo siguiente, dada la elección de q .

En este modelo, la variable de estado es s , y hace referencia a la calidad del suelo en el momento en que se realiza el cultivo. Las variables de control del modelo son s' , que es la calidad de suelo que se dejará para el periodo siguiente, y q , que hace referencia al porcentaje de la rotación b (s' queda determinada por la elección de q). Los efectos de la rotación a y la rotación b en la calidad del suelo son tomados marginalmente, por lo que es irrelevante el tamaño del

predio que se considere.

Una vez desarrollado el modelo de programación dinámica, se procede a su implementación computacional. Se utiliza Octave para construir el algoritmo que permite encontrar la solución óptima del problema. Sin variabilidad de precios y habiendo calculado el porcentaje de soja dentro de la combinación óptima de rotaciones, se compara con los porcentajes actuales a nivel nacional. La hipótesis del trabajo es que el porcentaje de soja en las rotaciones agrícolas y agrícola pastoriles de Uruguay es muy alto como para garantizar la sostenibilidad del suelo en el largo plazo.

3.3. Incertidumbre y precios

Desde el punto de vista del productor, los precios de los cultivos encierran ex-ante incertidumbre a la hora de maximizar el flujo descontado de beneficios futuros. Si bien el productor enfrenta otros escenarios de incertidumbre, como la evolución de los costos, Uruguay es una economía pequeña y abierta, sujeta en buena medida al vaivén de los precios internacionales de los commodities, de ahí la relevancia de la incorporación de incertidumbre a través de la variable precios.

Se asume que el precio de la soja se comporta como una cadena de Markov. Llamaremos z al shock de precios, el cual puede presentar un estado de shock de precios a la baja (z_l), un shock medio de precios (z_m) y un último estado en donde hay un shock de precios a la alta (z_h).

$$z \in z_l, z_m, z_h, \quad \text{con } z_l < z_m < z_h$$

El problema de optimización ahora tendrá una nueva variable de estado, que es el shock de precios. Si denotamos como ϕ_l la probabilidad de que exista un shock a la baja, ϕ_m la probabilidad de que haya un shock medio y ϕ_h la probabilidad de que exista un shock a la alta, ahora el problema de la firma es el siguiente:

$$V(s, z) = \max_{q, s'} \left[Y_a(s_t) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) \cdot q_t + \right. \\ \left. \beta [\phi_l V(s', z_l) + \phi_m V(s', z_m) + \phi_h V(s', z_h)] \right]$$

$$\text{s.a.}$$

$$0 \leq q \leq 1$$

$$0 \leq s'$$

$$s' = s + \delta_a - q(\delta_a + \delta_b)$$

Capítulo 4

Resultados analíticos

4.0.1. Condiciones de primer orden

Sabiendo que el problema del productor es

$$\max_{q_t, s_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[Y_a(s_t) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) \cdot q_t \right]$$

s.a.

$$0 \leq q_t \leq 1$$

$$0 \leq s_{t+1} \leq s_0 \text{ dado}$$

$$s_{t+1} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$$

se puede formular el Lagrangiano agregando multiplicadores λ , ψ , γ y θ a las restricciones del problema. De esta manera, se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} & \left[\beta^t \left(Y_a(s_t) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) \cdot q_t \right) - \psi_t(s_{t+1}) \right. \\ & \left. + \lambda_t \left(s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b) - s_{t+1} \right) - \gamma_t(q_t) + \theta_t(1 - q_t) \right] \end{aligned}$$

Al derivar el Lagrangiano respecto a las variables de control y los multiplicadores asociados a la variable q_t , y sabiendo que la restricción del mínimo de calidad de suelo no es operativa debido a las propiedades de la función de producción (ver Apéndice 3), se obtiene:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_t} = \beta^t \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) - \lambda_t(\delta_a + \delta_b) - \gamma_t - \theta_t = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{t+1}} = -\lambda_t + \beta^{t+1} P \left[\frac{\partial Y_a(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} + \left(\frac{\partial Y_b(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} - \frac{\partial Y_a(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) q_{t+1} \right] + \lambda_{t+1} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b) - s_{t+1} = 0 \quad (4.3)$$

Dado que las restricciones asociadas al valor de q no pueden estar operativas al mismo tiempo, se nombra μ al multiplicador asociado a esa variable, sabiendo que puede ser θ o γ , dependiendo de si $q = 1$ o $q = 0$.

La expresión $P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b = I_b(s_t) - I_a(s_t) - C_b$ corresponde a la derivada de la función de beneficios respecto a q_t , y se puede interpretar como los beneficios marginales por unidad de superficie de la rotación b . Simplificando términos y definiendo

$$I_b(s_t) - I_a(s_t) - C_b = \pi(s_t)' \quad (4.4)$$

se puede plantear la siguiente igualdad:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_t} = \beta^t \Delta \pi(s_t) - \lambda_t(\delta_a + \delta_b) + \mu_t = 0 \implies \lambda_t = \frac{\beta^t \pi(s_t)' - \mu_t}{(\delta_a + \delta_b)} \quad (4.5)$$

λ_t es el valor sombra, en términos de beneficios que tiene para el productor reducir la calidad del suelo en una unidad marginal para aumentar la superficie cultivada de b . El costo de degradar el suelo será más alto cuanto mayor sea la diferencia de rentabilidad entre ambas rotaciones. Por lo tanto, cuanto menor sea la distancia entre el impacto sobre el suelo que generan las rotaciones, menor será el costo marginal. Cuando la restricción de q no está operativa, es decir, $q \in (0, 1)$, y si no hubiera diferencia entre los impactos que generan las rotaciones sobre la calidad del suelo, el costo marginal es cero porque el

productor elegiría un 100 % de la rotación que no degrada el suelo.

El multiplicador μ_t tiene un efecto en reducir el valor marginal de la calidad del suelo cuando $q \in \{0, 1\}$. Esto se debe simplemente a una restricción matemática, ya que por más que tenga una muy alta calidad de suelo, el productor no puede elegir más de un 100 % de la rotación b . Por otro lado, cuando la calidad del suelo es muy baja, el productor querría aumentarla rápidamente, pero está limitado por la ley de movimiento de calidad de suelo. En este escenario, tendrá que elegir $q = 0$ durante varios periodos hasta llegar al estado estacionario.

También se puede observar que, cuanto mayor es la capacidad regenerativa de la rotación a , o cuanto mayor es el perjuicio que causa la rotación b sobre la calidad del suelo, el costo de relajar la restricción es menor. Esto se debe a que el productor controla q_t , teniendo que definir en cada periodo cuanto degrada o mejora la calidad de suelo para el periodo siguiente. Notar que el valor de λ_t representa el costo marginal de degradar el suelo en t , en términos del impacto que tiene sobre el flujo de beneficios futuros del productor. El hecho de que δ_a esté sumando en el denominador implica que, si la rotación a tiene un gran potencial para mejorar la calidad del suelo, el productor tiene una mayor capacidad de recuperar beneficios futuros mediante la elección de valores de q_j más altos, con $j > t$. Lo mismo sucede con el parámetro δ_b . Cuando este es alto, la pérdida de suelo en t puede ser compensada posteriormente reduciendo marginalmente el valor de q_j . Esto quiere decir que los impactos generados por q_t no solo dependen de la capacidad de mejorar la calidad de suelo de la rotación a , sino también de la capacidad de dejar de degradar el suelo de la rotación b . En conclusión, el precio sombra de relajar la restricción de evolución de calidad de suelo dependerá del impacto marginal conjunto de la rotación a y de la rotación b , con cambios en q_t .

4.0.2. Ecuación de Euler

De las condiciones de primer orden en el estado estacionario, y tomando la igualdad planteada en 4.4:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_t} = \beta^t \pi(s_t)' - \lambda_t(\delta_a + \delta_b) - \mu_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{t+1}} = -\lambda_t + \beta^{t+1} \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) + \lambda_{t+1} = 0$$

Despejando el valor de λ_t de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera, se obtiene:

$$\beta^t \pi(s_t)' - \left(\beta^{t+1} \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) + \lambda_{t+1} \right) (\delta_a + \delta_b) - \mu_t = 0$$

También se sabe que $\lambda_t = \frac{\beta^t \pi(s_t)' - \mu_t}{(\delta_a + \delta_b)} \implies \lambda_{t+1} = \frac{\beta^{t+1} \pi(s_{t+1})' - \mu_{t+1}}{(\delta_a + \delta_b)}$, por lo que:

$$\beta^t \pi(s_t)' - \left(\beta^{t+1} \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) + \frac{\beta^{t+1} \pi(s_{t+1})' - \mu_{t+1}}{(\delta_a + \delta_b)} \right) (\delta_a + \delta_b) - \mu_t = 0$$

Dado que por definición: $\mu_t = \frac{\mu}{\beta^t}$:

$$\beta^t \pi(s_t)' - \left(\beta^{t+1} \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) + \frac{\beta^{t+1} \pi(s_{t+1})' - \frac{\mu}{\beta^{t+1}}}{(\delta_a + \delta_b)} \right) (\delta_a + \delta_b) - \frac{\mu}{\beta^t} = 0$$

En esta ecuación no se puede eliminar t , lo que implica que el tiempo es parte de la dinámica intertemporal. Sin embargo, cuando la restricción asociada a la variable q no está operativa, se puede eliminar t de la ecuación, lo que muestra que, para que el problema tenga un estado estacionario, no tiene que estar activa la restricción asociada a μ o, lo que es lo mismo, $q \in (0, 1)$.

Este punto está relacionado con lo expresado en la ecuación 4.5, donde el valor sombra de q afecta el costo marginal de degradar el suelo (λ) cuando $q = 1$ o $q = 0$. Esto varía en el tiempo hasta que la restricción no es operativa y desaparece de la ecuación de Euler. Una vez que esto sucede, se puede simplificar de la siguiente manera:

$$\beta^t \pi(s_t)' - \beta^{t+1} \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} + \frac{\pi(s_{t+1})'}{(\delta_a + \delta_b)} \right) (\delta_a + \delta_b) = 0$$

$$\pi(s_t)' - \beta \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} + \frac{\pi(s_{t+1})'}{(\delta_a + \delta_b)} \right) (\delta_a + \delta_b) = 0$$

$$\pi(s_t)' = \beta \left[\pi(s_{t+1})' + (\delta_a + \delta_b) \left(\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) \right] \quad (4.6)$$

Este primer resultado permite interpretar las decisiones intertemporales óptimas, donde se igualan los beneficios marginales de elegir una proporción q con los costos marginales futuros de esa decisión. Como se puede observar en la ecuación 4.6, el beneficio marginal de elegir la rotación b hoy debe igualarse a dos términos aditivos (ambos descontados por β). El primero es el beneficio marginal respecto a q del periodo siguiente. Este término refleja que, si la calidad del suelo empeora, puede ser más o menos atractivo repetir el uso de la misma proporción de rotación b , y muestra cómo la elección de q en el periodo t tiene un efecto sobre la decisión óptima de q en el periodo $t + 1$.

El segundo término representa el valor marginal de la calidad del suelo. Este término pone de forma explícita que el productor debería valorar la calidad del suelo, independientemente de la proporción q que elija. Este sumando surge de la degradación o mejora del suelo inducida por la decisión actual sobre la proporción de rotación b . Es decir, debe tener en cuenta cómo la decisión que toma en el presente está afectando la calidad de suelo futura, y esta valoración dependerá de cuán rentables sean las rotaciones que tiene disponibles. El beneficio marginal respecto a la calidad de suelo depende directamente de la función de producción marginal y de los precios de los cultivos, lo que implica que, cuanto mayores sean los precios de los granos, mayor será el valor marginal de la calidad del suelo.

La suma de los parámetros de la ley de evolución de la calidad de suelo también aparece multiplicando. Esto se debe a que se debe considerar todo el impacto que tiene un aumento marginal de b , ya que no solo importa cuanto más se está degradando el suelo, sino que también importa cuánto se está perdiendo de mejorarla. Cuando se elige una proporción q , no se debe tener en cuenta solo el impacto de la decisión que se está tomando, sino que también se debe considerar el costo de oportunidad que surge de la decisión que no se toma.

La función de producción y los valores de los beneficios marginales son conocidos:

$$\pi(s_t)' = \frac{\partial \pi(s_t)}{\partial q_t} = P(Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b$$

$$\frac{\partial \pi(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} = P \bar{Y}_a \omega e^{-\omega s_{t+1}} (1 - q_{t+1}) + P \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s_{t+1}}$$

Sustituyendo en la ecuación de Euler se tiene que:

$$P (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b = \beta \left[P (Y_b(s_{t+1}) - Y_a(s_{t+1})) - C_b + (\delta_a + \delta_b) \left(P \bar{Y}_a \omega e^{-\omega s_{t+1}} (1 - q_{t+1}) + P \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s_{t+1}} \right) \right] \quad (4.7)$$

Notar que al sustituir los valores de los beneficios marginales, desaparece el término q_t , lo que quiere decir que el productor en realidad elige un sendero óptimo de s_{t+1} . Si despejamos el valor de q_t de la ecuación 4.3 y sustituimos q_{t+1} , se puede plantear la ecuación de Euler en función de solamente la calidad del suelo, sin importar la proporción entre ambas rotaciones.

$$P (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b = \beta \left[P (Y_b(s_{t+1}) - Y_a(s_{t+1})) - C_b + (\delta_a + \delta_b) \left(P \bar{Y}_a \omega e^{-\omega s_{t+1}} \left(1 - \frac{s_{t+1} + \delta_a - s_{t+2}}{\delta_a + \delta_b} \right) + P \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s_{t+1}} \right) \right] \quad (4.8)$$

Considerando $\Delta \pi(s_t) = P (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b$, se puede ver que la derivada de los beneficios respecto a q no es más que la diferencia de beneficios entre las dos rotaciones, dada una calidad de suelo. Esto implica que el beneficio de aumentar marginalmente la rotación b está dado por la diferencia de beneficios que existe entre ambas rotaciones.

$$\Delta \pi(s_t) = \beta \left[\Delta \pi(s_{t+1}) + (\delta_a + \delta_b) P \left(\bar{Y}_a \omega e^{-\omega s_{t+1}} (1 - q_{t+1}) + \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s_{t+1}} \right) \right] \quad (4.9)$$

En cuanto al segundo término aditivo del lado derecho de la ecuación, se ve explícitamente cómo se valora marginalmente la calidad de suelo. Al igual que lo que se mencionó en párrafos anteriores, esta valoración tiene presente los precios de los productos agropecuarios, por lo que un shock de precios cambiará el sendero de calidad de suelo. Lo mismo sucede con los parámetros de la función de producción, ya que, si por ejemplo, en un año en particular aparece una variedad que tiene un mayor potencial de rendimiento, esto hará

que sea más competitivo elegir una rotación o la otra, haciendo que cambie la calidad del suelo del periodo siguiente.

4.0.3. Estado estacionario

El problema tiene un estado estacionario en el que: $s_{t+1} = s_t = s^*$. De la ecuación 4.3 se puede plantear:

$$s^* = s^* + \delta_a - q^*(\delta_a + \delta_b) \implies q^* = \frac{\delta_a}{\delta_a + \delta_b} \quad (4.10)$$

De esa expresión se puede analizar que el valor de q en el óptimo está definido únicamente por los parámetros δ_a y δ_b . Si estos δ tuvieran una forma funcional, habría que calcular q^* en función del valor de calidad de suelo en el estado estacionario. Sin embargo, como estos son parámetros, el valor de q^* es independiente del valor de s^* , ya que depende únicamente de la capacidad de mejorar la calidad de suelo de una rotación y de la capacidad de empeorarla de la otra. Como se puede observar, ese valor óptimo será más bajo cuanto más degrade el suelo la rotación b y será más alto cuanto mayor sea la capacidad que tenga de mejorarlo la rotación a . Este resultado es esperable, ya que en el estado estacionario, la calidad debe mantenerse constante. Para esto, es necesario que las tasas de regeneración y degradación se igualen. Notar que esto es válido para cualquier nivel de calidad de suelo.

Dadas las cotas definidas para el valor de β , y dado que las restricciones de q_t y s_t no están operativas en el estado estacionario (ver Apéndices 3), se plantean las condiciones de primer orden del problema para la solución interior.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_t} = \beta^t \left(P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b \right) - \lambda_t(\delta_a + \delta_b) = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_{t+1}} = -\lambda_t + \beta^{t+1} P \left[\frac{\partial Y_a(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} + \left(\frac{\partial Y_b(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} - \frac{\partial Y_a(s_{t+1})}{\partial s_{t+1}} \right) q_{t+1} \right] + \lambda_{t+1} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b) - s_{t+1} = 0 \quad (4.13)$$

La expresión $P \cdot (Y_b(s_t) - Y_a(s_t)) - C_b = I_b(s_t) - I_a(s_t) - C_b$ corresponde a la derivada de la función de beneficios respecto a q_t , y se puede interpretar como los beneficios marginales por unidad de superficie de la rotación b .

Simplificando términos y definiendo

$$I_b(s_t) - I_a(s_t) - C_b = \pi(s_t)'$$

se puede plantear la siguiente igualdad:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_t} = \beta^t \Delta \pi(s_t) - \lambda_t (\delta_a + \delta_b) = 0 \implies \lambda_t = \frac{\beta^t \pi(s_t)'}{(\delta_a + \delta_b)} \quad (4.14)$$

En el óptimo, $\pi(s_t)' > 0 \implies \lambda_t > 0$, ya que si se mantiene la calidad de suelo constante, se obtienen mayores beneficios con la rotación b que con la a . λ_t es el valor sombra en términos de beneficios que tiene para el productor reducir la calidad del suelo en una unidad marginal para aumentar la superficie cultivada de b . El costo de degradar el suelo será más alto cuanto mayor sea la diferencia de rentabilidad entre ambas rotaciones, siendo cero si las rentabilidades de las rotaciones son iguales. En este escenario, el costo es cero porque el productor elegiría un 100 % de la rotación que no degrada el suelo.

También se puede observar que, cuanto mayor es la capacidad regenerativa de la rotación a o cuanto mayor es el perjuicio que genera la rotación b sobre la calidad del suelo, el costo de relajar la restricción es menor. El valor de λ_t representa el costo marginal de degradar el suelo en t , en términos del impacto que tiene sobre el flujo de beneficios futuros del productor. Esto implica que λ_t mide cuánto se sacrifica de beneficios futuros por cada unidad de suelo degradado en el periodo t .

El productor controla q_t , teniendo que definir en cada periodo cuanto degrada o mejora la calidad de suelo para el periodo siguiente. El hecho de que δ_a esté sumando en el denominador implica que, si la rotación a tiene un gran potencial de mejorar la calidad del suelo, el productor tiene una mayor capacidad de recuperar beneficios futuros mediante la elección de valores de q_j más altos, con $j > t$. Lo mismo sucede con el parámetro δ_b . Cuando este es alto, la pérdida de suelo en t puede ser compensada posteriormente reduciendo marginalmente el valor de q_j . Esto quiere decir que los impactos generados por q_t no solo dependen de la capacidad de mejorar la calidad de suelo de la rotación a , sino también de la capacidad de dejar de degradar el suelo de la rotación b . En conclusión, el precio sombra de relajar la restricción de evolución de calidad de suelo dependerá del impacto marginal conjunto de la rotación a y de la rotación b con cambios en q_t .

El estado estacionario de s será independiente del valor de q . Utilizando la ecuación 4.8 se plantea la ecuación de Euler en el estado estacionario:

$$P(\bar{Y}_b(1 - e^{-\omega_i s^*}) - \bar{Y}_a(1 - e^{-\omega_i s^*})) - C_b = \beta \left[P(\bar{Y}_b(1 - e^{-\omega_i s^*}) - \bar{Y}_a(1 - e^{-\omega_i s^*})) - C_b + (\delta_a + \delta_b)P\left(\bar{Y}_a \omega e^{-\omega s^*} \left(1 - \frac{\delta_a}{\delta_a + \delta_b}\right) + \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s^*}\right) \right]$$

Despejando el valor de s obtenemos:

$$s^* = -\frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{(1 - \beta) [P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) - C_b]}{(1 - \beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \beta(\delta_a + \delta_b)P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \cdot \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right) \omega} \right) \quad (4.15)$$

De esta expresión se confirma que s no es cero en el óptimo, ya que el numerador de la fracción siempre es menor que el denominador, lo que hace que el logaritmo sea estrictamente negativo. Esto resulta en que toda la expresión sea estrictamente positiva al multiplicarla por una fracción negativa. También se desprende que el estado estacionario existe en un valor finito, ya que, dados los parámetros con valores finitos, toda la expresión tendrá un valor concreto y, por tanto, el valor de s^* estará acotado.

Cuanto mayor es la valoración del presente que hace el productor, el estado estacionario se dará en valores más bajos. Cabe destacar que el valor de q^* dependía únicamente de los parámetros de cambio de calidad de suelo, por lo tanto, a menor β , el productor tendrá incentivos a reducir la calidad del suelo hasta un valor determinado. Una vez alcanzado ese punto, el valor de q^* será siempre el mismo. Esto muestra que la valoración del futuro sí afecta al estado estacionario, pero solamente a través de la calidad del suelo y no a través de la proporción óptima entre los cultivos.

Los costos también influirán en este estado estacionario, ya que a menor costo de la rotación más rentable (o mayor costo de la otra), más alta será la calidad de suelo de equilibrio. Este último punto se debe a que la rotación rentable se vuelve comparativamente menos atractiva, por lo que marginalmente tenderá a valorar más la otra rotación y, por ende, a mejorar la calidad del suelo. Este factor debe recibir especial atención, ya que un cambio de costos de los insumos de una rotación, o la aparición de impuestos o subsidios específicos, afectará indirectamente a los niveles de calidad de suelo de los predios

agrícolas.

El efecto de los parámetros δ_a y δ_b es similar. Si la rotación a aumenta la tasa de mejora de calidad de suelo (por ejemplo, incorporando un nuevo cultivo en la rotación), el productor preferirá marginalmente esa rotación, por lo que el equilibrio se ubicará en un mayor nivel de s . Lo mismo sucede con aumentos de δ_b , ya que, si aumenta la tasa de degradación de la rotación, el productor la usará marginalmente menos para no degradar tanto el suelo, lo que hace que aumente la calidad del suelo.

Es conveniente resaltar la relación que tienen los rendimientos potenciales de los cultivos y el parámetro exponencial de la función de producción (ω). La correcta interpretación del efecto de estos parámetros puede llevar a ciertos incentivos en conservar o no conservar la calidad del suelo. Si lo que se logra es aumentar el parámetro ω , es decir, la velocidad a la que se puede acercar al potencial de rendimiento, los incentivos llevarán a que el estado estacionario se dé en un nivel de calidad de suelo menor. Notar que $\frac{\partial s^*}{\partial \omega} < 0$ (ver Apéndice 7), por lo que aumentos del valor del parámetro llevan a reducciones de s^* . Esto se debe a que, si se aumenta ω , entonces es posible conseguir altos rendimientos, incluso con bajos niveles de calidad de suelo. Por lo tanto, si los esfuerzos de investigación se enfocan en llegar rápidamente a niveles cercanos al potencial de rendimiento del cultivo sin aumentar el rendimiento potencial, se estará incentivando de manera indirecta a que exista una menor conservación del suelo.

Por otro lado, el desarrollo de programas de mejoramiento técnico o el impulso de cambios tecnológicos que permitan aumentar el potencial de rendimiento de algunos de los cultivos (*ceteris paribus*), indirectamente llevará al equilibrio hacia una mayor calidad de suelo, ya que es cada vez más rentable traducir calidad en altos rendimientos. Estos aspectos aumentan el riesgo del sistema, ya que el nuevo estado estacionario se basa en la alta rentabilidad del cultivo degradante y se da en un nivel de calidad de suelo bajo. Cualquier cambio en la coyuntura internacional que haga que de pronto, el cultivo no sea tan rentable, hará que sea necesario cambiar las rotaciones y empezar a mejorar calidad de suelo durante varios periodos (ver Apéndice 7 para el análisis del signo de la derivada de s^*).

Dado que por definición, $\lambda_t = \frac{\lambda}{\beta^t}$, en el estado estacionario, se tiene que $\lambda^* = \frac{\pi_b(s^*) - \pi_a(s^*)}{(\delta_a + \delta_b)}$. Este valor marginal de la calidad del suelo será constante y dependerá del nivel de calidad del suelo en el que se encuentre el óptimo. Este

resultado es concordante con trabajos que demuestran cómo características del suelo relacionadas con su calidad tienen un precio sombra, que a su vez depende de factores como los shocks de precios y la rentabilidad de los cultivos ([Allen, 2025](#)).

Este valor resume el efecto futuro de aumentar una unidad de calidad de suelo en el presente y puede ser estimado si se conoce la historia de chacra, pero es inobservable si no hay una serie de datos que permita inferir la evolución de la calidad del suelo. Como esta información no la puede conocer un arrendador, los incentivos a conservar el suelo los tienen los productores dueños de la tierra que tienen perspectivas de seguir produciendo en ella. La asimetría de información y la incertidumbre sobre la calidad del suelo podrían estar llevando a tener suelos degradados cuando existen contratos de arrendamiento de corto plazo o perspectivas futuras de venta del campo ([Akerlof, 1970](#)). Los propietarios de la tierra tienen incentivos a preservar la salud del suelo, ya que internalizan los beneficios futuros de sus decisiones actuales, mientras que los arrendatarios tienden a sobreexplotar el suelo, priorizando beneficios inmediatos ([Stevens, 2022](#)).

Este resultado implica que existe una falla de mercado que hace que el proceso de arrendar tierras agrícolas no sea eficiente. Si no existe un contrato o algún mecanismo que elimine la falla de mercado, el dueño de la tierra no puede saber si el arrendatario mantendrá altos niveles de calidad de suelo, por lo que el incentivo es a cobrar un precio asumiendo que degradará la calidad del suelo. Por otro lado, quien arrienda el campo, independientemente del precio que tendrá que pagar, tiene incentivos a utilizar la rotación más rentable. Esta dinámica lleva a que los niveles de calidad de suelo se mantengan por debajo del óptimo.

Tabla 4.1: Valores de las variables sin shocks de precios

Variable	Resultados analíticos
$\frac{\partial \pi(s_t)}{\partial q_t}$	$\pi_b(s_t) - \pi_a(s_t)$
$\frac{\partial \pi(s_t)}{\partial s_t}$	$P \bar{Y}_a \omega e^{-\omega s_{t+1}} (1 - q_{t+1}) + P \bar{Y}_b \omega e^{-\omega s_{t+1}}$
q^*	$\frac{\delta_a}{(\delta_a + \delta_b)}$
s^*	$-\frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{(1-\beta)[P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) - C_b]}{(1-\beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \beta(\delta_a + \delta_b)P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \cdot \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right)\omega} \right)$
λ^*	$\frac{\pi_b(s_t) - \pi_a(s_t)}{(\delta_a + \delta_b)}$

Capítulo 5

Análisis numérico

5.1. Calibración del modelo

El modelo presentado requiere la calibración de algunos parámetros en la función de producción y en la ley de evolución de calidad de suelo. En el caso de la función de producción, estos parámetros son ω y $\bar{Y}$. En el caso de la ley de movimiento de la calidad del suelo, estos parámetros son δ_a y δ_b .

También se presentan los valores utilizados para el vector de precios y para el de costos. Por último, se presentan los valores de la matriz de probabilidades de transición para los shocks de precios.

5.1.1. Función de beneficios

El parámetro β se define como el factor de descuento del modelo, donde valores cercanos a 1 implican que el productor valora relativamente más el futuro, y esta valoración es cada vez menor a medida que el parámetros se acerca a 0. Este factor se relaciona con la tasa de descuento del futuro (i) a través de la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{1}{1+i}$$

En el modelo, esta tasa de descuento se toma como el costo de oportunidad de la tierra, la cual se estima en función de la relación arrendamiento/precio, que se encuentra dentro del rango de 3 % a 7 % anual ([Freiría et al., 2021](#)). De estos valores se estima $\beta = 0,95$.

Para las funciones de producción, se utiliza el modelo de Mitscherlich-

Spilman, por lo que se usaron valores de producción potencial reportados por distintos autores. De esta manera, se puede estimar la producción de cada uno de los cultivos en la rotación con una cierta calidad del suelo.

Tabla 5.1: Rendimientos potenciales

Cultivo	Rendimiento potencial
Trigo	6750
Soja	6200
Maíz	13 300

Fuentes: [Elhordoy Goyeche \(2019\)](#), [Álvarez Durán \(2023\)](#), [Godiño Silva \(2020\)](#)

[Pukhovskiy \(2013\)](#) menciona que el rango de $y_i/\bar{Y}_i$ (producción real/producción potencial) agronómicamente relevante va de 0,3 a 0,9. Para ganar interpretabilidad en los resultados del modelo, el valor de ω elegido es aquel que hace que $\hat{y}_i/\bar{Y}_i = 0,9$ cuando $s = 1$. De esta manera, cuando $s_t \in B(1, \epsilon)$, con ϵ pequeño y positivo, se está frente a valores altos de calidad de suelo, los cuales conducen a tener altos rendimientos. Como el valor del cociente $y_i/\bar{Y}_i$ es lo único que define a ω_i , este en realidad es independiente de $\bar{Y}$, por lo que $\omega = -2,3026 \quad \forall i$.

Los costos por hectárea se tomaron de la información disponible de la Unión Rural de Flores. Conociendo esta información y la proporción relativa de cada cultivo dentro de las rotaciones, se pueden estimar los costos de cada cultivo en la rotación a y en la b , los cuales se expresan en U\$S/ha.¹ En ambos casos, se calculó el costo total dentro de la rotación y se llevó al promedio anual. En el caso de la pradera, se toman los costos totales en el primer año y se le descuentan los U\$S 174 de la semilla en los años siguientes ([Unión Rural de Flores, 2024](#)), de forma que se mantengan los costos de fertilización y demás tareas de mantenimiento de la pastura.

¹A los costos de los cultivos de verano de primera se le agregan los costos del cultivo de cobertura que le precede

Tabla 5.2: Costos de los distintos cultivos

Cultivo	U\$S/ha	U\$S rotación a	U\$S rotación b	Vector Costos
Trigo	613	613	0	-613
Soja primera	632+225	857	5142	4285
Soja segunda	568	568	0	-568
Maíz primera	851+225	1076	0	-1076
Pradera	378	1398	0	-1398
Total	-	4512	5142	630

Fuente: [Unión Rural de Flores \(2024\)](#)**Tabla 5.3:** Precios de los distintos granos

Cultivo	U\$S/Ton
Trigo	220
Soja	387
Maíz	158
Novillo en pie	0,213

5.1.2. Cambios de rendimiento en las rotaciones

[Ernst \(2018\)](#) muestra como el efecto de incorporar praderas en la rotación tiene efectos positivos sobre el rendimiento de los cultivos posteriores. Dentro del periodo evaluado, encuentra una pérdida de rendimiento lineal en términos absolutos cuando se hace monocultivo de trigo. Esto se debe a que la diferencia de rendimiento es de 560 kg/ha entre un cultivo de trigo cabeza de rotación y un cultivo de trigo con 10 años de monocultivo, mientras que la pérdida de rendimiento entre el año 9 y el año 10 de agricultura continua es de 56 kg/ha.

Todo esto implica que, a pesar de que la caída de rendimiento por pérdida de calidad de suelo podría tener una relación no lineal, en ese periodo acotado, la pérdida anual en kg/ha se mantiene constante. En otras palabras, lo que encuentra el autor es que se puede tomar la pérdida promedio de 10 años como marginal respecto a la función de evolución de calidad de suelo. Como los datos utilizados en este trabajo provienen de rotaciones de 6 años, es suficiente con encontrar el coeficiente de evolución de rendimiento de cada una de ellas utilizando una función lineal.

5.1.2.1. Rotación a

La rotación a es la misma que realizan investigadores del INIA en el experimento “Sistemas agrícolas regados”, a la cual denominan rotación “Agrícola-

Pastoril”. En esta rotación, la fertilización se realiza en base a análisis de suelos y/o análisis foliar, y el riego se habilita en función de las necesidades de los cultivos y la disponibilidad hídrica. La base de datos cuenta con 18 años, por lo que el experimento tuvo en promedio, 3 ciclos completos con la rotación *a*.

Existen diversos métodos para analizar la producción de granos en una rotación, como el reportado por [Ponnaiyan and Tayade \(2015\)](#), donde se estandariza la producción de un cultivo en función del precio del grano. Para evitar incorporar el precio, también se pueden normalizar los indicadores para hacerlos comparables ([Talukder et al., 2017](#)).

En el presente trabajo, se normalizan los rendimientos de los distintos cultivos, de manera de captar la tendencia del rendimiento en el largo plazo de toda la rotación. De esta forma, es posible ver cómo evoluciona la productividad promedio en el largo plazo por el hecho de realizar esa rotación específica.

$$\hat{y}_j = \frac{y_{ij} - \bar{y}_i}{\sigma_i} \quad (5.1)$$

donde $\hat{y}_j$ representa las observaciones de producción normalizadas, y_{ij} representa la observación de rendimiento de cada cultivo en cada momento j , $\bar{y}_i$ representa el promedio de rendimiento para cada cultivo i y σ_i representa el desvío estándar de la producción del cultivo i .

Primero, se realiza una regresión en STATA con todos los datos normalizados, con el objetivo de estimar el aumento de producción marginal con un año más de esa misma rotación. Como la relación entre la producción y el agregado de insumos es no lineal, donde el aumento de rendimiento es decreciente con agregados crecientes de insumos, se utilizan logaritmos en ambas variables para poder trabajar con una relación lineal.

$$\ln(y_j) = \beta_0 + \beta_1 \text{Año} + \beta_2 \cdot \ln(\text{Mg}) + \beta_3 \ln(\text{Riego}) + \beta_4 \ln(\text{N}) + \beta_5 \ln(\text{K}) \\ + \beta_6 \ln(\text{P}) + \beta_7 \ln(\text{En}) + \beta_8 \ln(\text{Si}) + \beta_9 \ln(\text{RSoja}) + \sum_i \gamma_i \text{Especies}_i + \varepsilon \quad (5.2)$$

donde “Año” corresponde a la cantidad de años que tiene la rotación (desde 0 a 18), “Mg”, “N”, “K” y “P” corresponden a los kilogramos de magnesio, nitrógeno, potasio y fósforo que se aplicaron, respectivamente. “En” y “Si” corresponde a los kilogramos de fardo y silo que se hicieron durante el cultivo,

respectivamente. “RSoja” corresponde al efecto diferencial que tiene el riego sobre el cultivo de soja y los coeficientes γ_i corresponden a dummies individuales por especie i .

El primer criterio de elección de variables fue teórico, donde se agregó la información disponible sobre aquellas variables que influyen en el rendimiento. Luego, se eliminaron algunas variables para evitar problemas de multicolinealidad. Este modelo arrojó un valor de “Año” igual a 0,058, significativo al 5 % (ver Apéndice 5). Como estamos trabajando en logaritmos, este valor implica que, con esta rotación, el rendimiento aumenta en promedio aproximadamente 5,8 % todos los años (*ceteris paribus*).

5.1.2.2. Rotación b

En el caso de la rotación b , los datos también provienen del experimento “Sistemas agrícolas regados”. En dicho experimento se puede observar el comportamiento de la soja en el largo plazo, ya que en esta rotación se la siembra todos los años. Sin embargo, se cuenta con menos variables de manejo y se realiza agricultura de secano. De todas formas, como el manejo es el mismo todos los años, podemos asignar la caída promedio anual de rendimiento a una pérdida de calidad de suelo.

También se realiza una regresión en STATA para aislar el efecto año:

$$\ln(y_j) = \beta_0 + \beta_1 \text{Año} + \beta_2 \text{Tratamiento} + \beta_3 \text{Cobertura} + \varepsilon \quad (5.3)$$

donde “Año” corresponde a la cantidad de años que tiene la rotación (desde 0 a 18), “Tratamiento” es una variable dummy, en donde 1 significa finalización temprana del cultivo de cobertura y 0 finalización tardía, y “Cobertura” refiere a la cobertura que hubo durante el cultivo de invierno inmediato anterior.

En este caso, se agregaron todas las variables de manejo disponibles, las cuales no mostraron problemas de multicolinealidad. El valor de “Año” en este modelo fue de -0,028, significativo al 1 % (ver Apéndice 5). Este valor implica que el rendimiento se reduce en promedio aproximadamente 2,8 % todos los años (*ceteris paribus*).

5.1.3. Ley de movimiento de calidad de suelo

Los experimentos realizados por el INIA tienen un promedio de 18 años de duración, mientras que en el trabajo realizado por Ernst (2018) se evalúan hasta 10 años de monocultivo. De acuerdo con la rotación planteada para este trabajo, en el primer caso corresponde a tres ciclos completos de la rotación, y en el segundo no llegarían a ser dos. Como en ambos casos son pocos ciclos completos de la rotación, en lugar de tomar linealidad en la evolución de los rendimientos, tomamos los valores que surgen de las regresiones como marginales respecto a una función de producción cóncava.¹

Del problema de optimización del productor, se sabe que la Ley de movimiento es: $s_{t+1} = s_t + \delta_a - q_t(\delta_a + \delta_b)$, en donde δ_a y δ_b podrían tener algún tipo de forma funcional que dependa de la calidad de suelo. Sin embargo, asumimos linealidad en la función de evolución de calidad de suelo. McConnell (1983) utiliza una función lineal en un modelo de degradación y recuperación de suelo basado en el criterio de optimización de beneficios de un productor. El autor menciona que la linealidad de la función es una simplificación útil cuando se trabaja con reglas óptimas de manejo de suelo por parte de un agricultor, no siendo útil cuando queremos modelar la dinámica de un suelo muy degradado. Esto implica que tanto δ_a como δ_b serán constantes.

Teniendo el valor esperado de producción en el año 0 para ambas rotaciones, calculando el aumento o descenso anual de rendimiento que surge de las regresiones y conociendo la función de producción, se obtiene la calidad de suelo esperada al inicio del experimento y un año más tarde. Esto permite calcular la diferencia marginal en calidad de suelo cuando el productor elige $q = 0$ o $q = 1$ para un valor específico de calidad de suelo.

$$s = -\frac{1}{\omega} \ln\left(1 - \frac{y}{\bar{Y}}\right), \quad 0 < y < \bar{Y}, \quad \omega > 0 \quad (5.4)$$

Con los modelos de regresión planteados anteriormente, se tiene que $E(y|\text{Año} = 0) = 0,498$ aproximadamente para la rotación a ,² y que $E(y|\text{Año} = 0) = 3270$ aproximadamente para la rotación b .³ Como el incre-

¹En este trabajo se utiliza la función Mitscherlich-Spillman, la cuál tiene otras características útiles, como tender al supremo del intervalo, debido a que es monótona creciente y acotada superiormente

²Este valor de producción está normalizado, por lo que si se transforma a lo que serían kilogramos de soja, la esperanza es igual a 3448,8kg/ha

³Se podrían presentar los datos normalizados, pero como en esta rotación el único cultivo comercial es la soja, no hay necesidad de normalizar los resultados

mento promedio anual es de 5,8 % para a , y el descenso promedio anual es de 2,8 % para b , entonces $E(y|\text{Año} = 1) = 0,527$ y $E(y|\text{Año} = 1) = 3179$ para ambas rotaciones, respectivamente.

Se sustituyen esos valores en la función de producción, y despejando el valor de s con ambos valores de producción, se obtiene que $s_0 = 0,350$ y $s_1 = 0,354$ para la rotación a , y que $s_0 = 0,326$ y $s_1 = 0,312$ para la rotación b . Haciendo las diferencias entre periodos para la primera rotación, se obtiene que $\Delta s = 0,004$. Haciendo lo mismo para la segunda rotación, se tiene que $\Delta s = -0,013$. Con estos valores, se sustituyen $\delta_a = 0,004$ y $\delta_b = 0,013$ en la ley de movimiento de la calidad de suelo, por lo que finalmente queda: $s_{t+1} = s_t + 0,004 - q_t(0,004 + 0,013)$.

Tabla 5.4: Parámetros de los modelos

Descripción	Parámetro	Valor	p-valor	Fuente
Parámetros de preferencia				
Factor de descuento	β	0.95		Estimado a partir de Freiria et al. (2021)
Parámetros de producción				
Potencial de los cultivos de soja	$\bar{Y}_{soja}$	6200		Álvarez Durán (2023)
Potencial del cultivo de trigo	$\bar{Y}_{trigo}$	6750		Godiño Silva (2020)
Potencial del cultivo de maíz	δ	14 600		Elhordoy Goyeche (2019)
Producción de carne por hectárea	$\bar{Y}_{carne}$	360		Elhordoy Goyeche (2019)
Parámetro exponencial de función de producción	ω	-2,3026		Estimado a partir de Pukhovskiy (2013)
Parámetros de la función de política				
Tasa de pérdida de calidad de suelo de la rotación b	δ_b	0,013	0,001	De los datos de Experimento de INIA
Tasa de aumento de calidad de suelo de la rotación a	δ_a	0,004	0,049	De los datos de Experimento de INIA
Parámetros de la función de beneficio				
Costos por hectárea de la rotación a	C_a	4512		Unión Rural de Flores (2024)
Costos por hectárea de la rotación b	C_b	5142		Unión Rural de Flores (2024)
Precio de soja por tonelada	P_{soja}	255		Cámara Mercantil de Productos del Uruguay (2025)
Precio de maíz por tonelada	$P_{maíz}$	230		Cámara Mercantil de Productos del Uruguay (2025)
Precio de trigo por tonelada	P_{trigo}	195		Cámara Mercantil de Productos del Uruguay (2025)
Precio de novillo por kilo vivo	P_{carne}	0,213		Cámara Mercantil de Productos del Uruguay (2025)

5.1.4. Matriz de probabilidades de los shocks

Para el análisis de shocks de precios, se utiliza una cadena de Markov con tres estados: “bajo”, “medio” y “alto”. Estos estados corresponden a valores del precio de la soja. Se emplea la serie del precio de la soja para el período 1992 a 2024 (ver Apéndice 6, gráfico 6.2) en donde se estima un modelo autorregresivo de orden 1, de forma que:

$$p_t = \rho p_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\text{con } \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon)$$

Los datos arrojan estimaciones convencionales para ρ y σ_ϵ , con valores de 0,886 y 0,168, respectivamente. Luego se procede a la discretización del shock

empleando el Método de [Tauchen \(1986\)](#) Empleado dicho método, la matriz de transición es:

Tabla 5.5: Matriz de transición de shocks discretizados

	z_1	z_2	z_3
z_1	0,79	0,20	0,01
z_2	0,20	0,60	0,20
z_3	0,01	0,20	0,79

En donde cada fila representa el estado del shock en el período $t - 1$ y cada columna el estado en el período t . Los valores z_1 , z_2 y z_3 corresponden, respectivamente, a los shocks de nivel bajo, medio y alto. Por ejemplo, $P(z_t = z_1 \mid z_{t-1} = z_1) = 0,79$ indica que existe un 79% de probabilidad de permanecer en el estado de shock bajo, dado un shock bajo en el periodo anterior.

5.2. Resultados cuantitativos

Con todos los parámetros y funciones presentadas, se puede proceder a correr el modelo de programación dinámica, maximizar la función valor, encontrar el punto estacionario del problema y distintos senderos óptimos con tres shocks de precios. Las variables de control son la calidad de suelo del periodo siguiente y la proporción q que el productor elige en cada periodo. Esto quiere decir que conociendo la cantidad relativa entre la rotación “a” y la rotación “b”, podemos encontrar la proporción de cada cultivo que optimiza el problema.

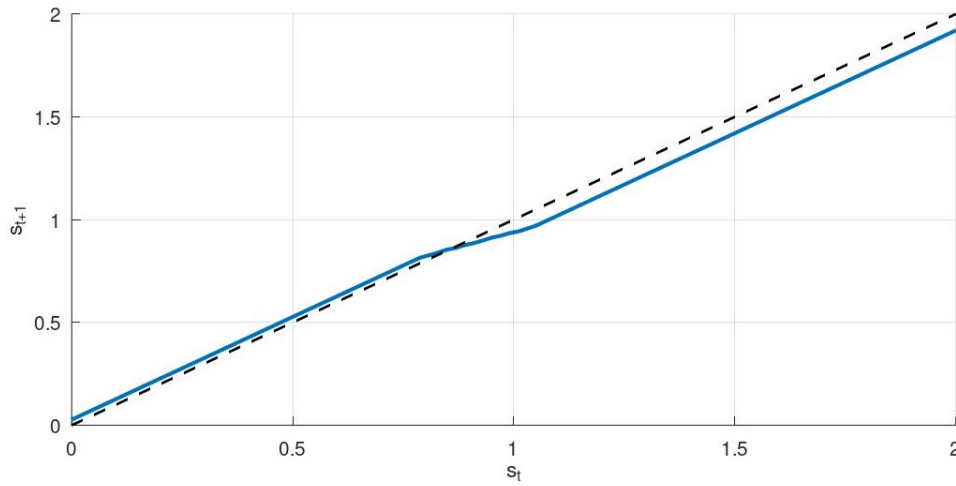
La calidad de suelo del inicio del problema es irrelevante, ya que el punto estacionario es independiente de ese punto. En este caso, se seleccionó la calidad de suelo inicial del experimento del INIA de la rotación a .

5.2.1. Resultados del modelo determinístico

La función de política para s_{t+1} es lineal debido a la ley de movimiento de la calidad de suelo (ver gráfica [5.1](#)). En la gráfica también se presenta una línea punteada que representa el conjunto de puntos en los que $s_{t+1} = s_t$. Valores de la función de política por encima de la recta de 45° indican que se

está mejorando la calidad del suelo, mientras que valores por debajo indican que se está degradando la calidad del suelo. Notar que el punto en donde se cortan ambas funciones es el estado estacionario del problema. En valores bajos de calidad de suelo inicial, la decisión óptima es estar por encima de la recta punteada, con el objetivo de aumentar la calidad del suelo y, por ende, aumentar rendimientos. Una vez que se aumenta lo suficiente la calidad del suelo, la decisión óptima es reducirla marginalmente mediante la utilización de un cultivo rentable.

Figura 5.1: Función de política para s



La gráfica 5.2 nos muestra la función de política para q , en donde se puede observar que valores bajos de calidad de suelo implican valores bajos de q . Esto está alineado con lo presentado para la otra función de política, ya que bajos valores de q implican mayores valores de calidad de suelo en el siguiente período. De esta gráfica también se desprende que para calidades altas de suelo es óptimo usar una proporción $q = 1$, lo que implica tener 100 % de soja en la superficie de verano. Notar que cuando hay altos niveles de calidad de suelo que llevan a tener altos porcentajes de soja, en el periodo siguiente decaerá la calidad (ver gráfica 5.1), por lo que esos altos niveles de soja no pueden sostenerse indefinidamente.

Las gráficas 5.4 y 5.3 simulan senderos óptimos para q_t y s_{t+1} , partiendo de niveles iniciales de calidad de suelo iguales a 0,3, un valor correspondiente a la calidad del suelo en uno de los experimentos realizados por INIA. Como ese nivel de calidad se encuentra por debajo del estado estacionario, en los primeros períodos el productor opta por aumentar la calidad del suelo con

Figura 5.2: Función de política para q

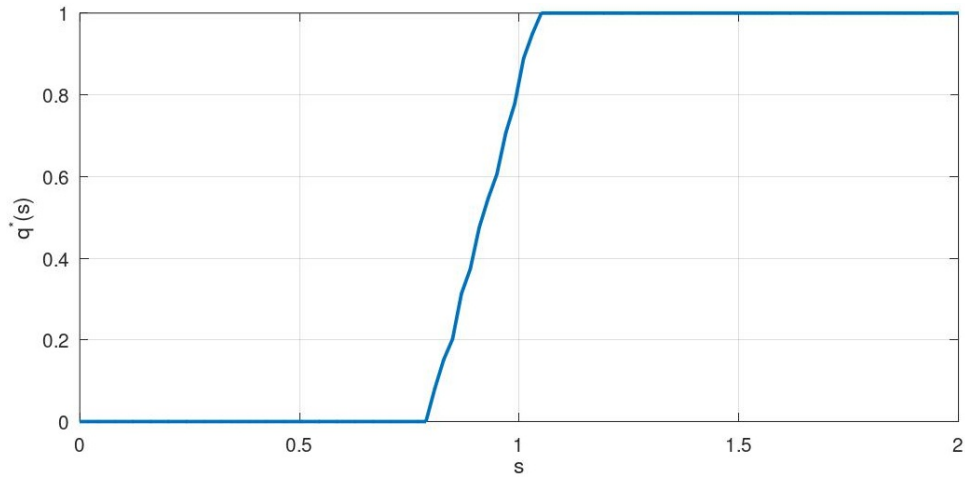
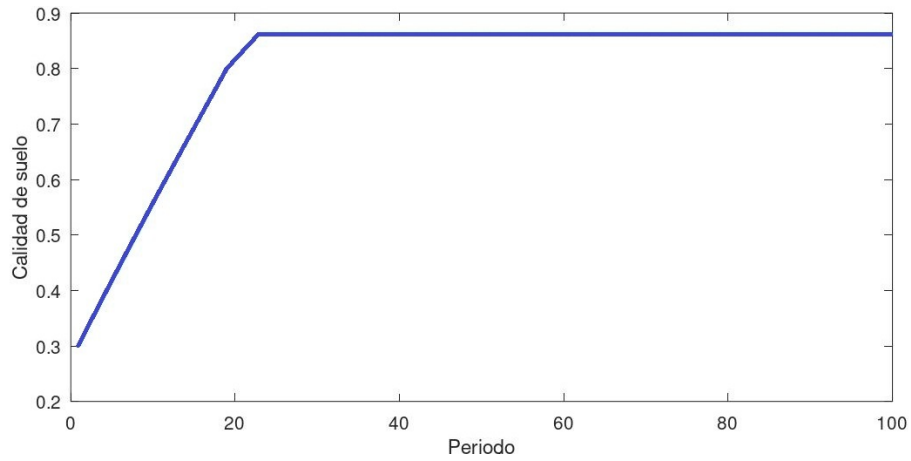


Figura 5.3: Evolución de la calidad de suelo óptima

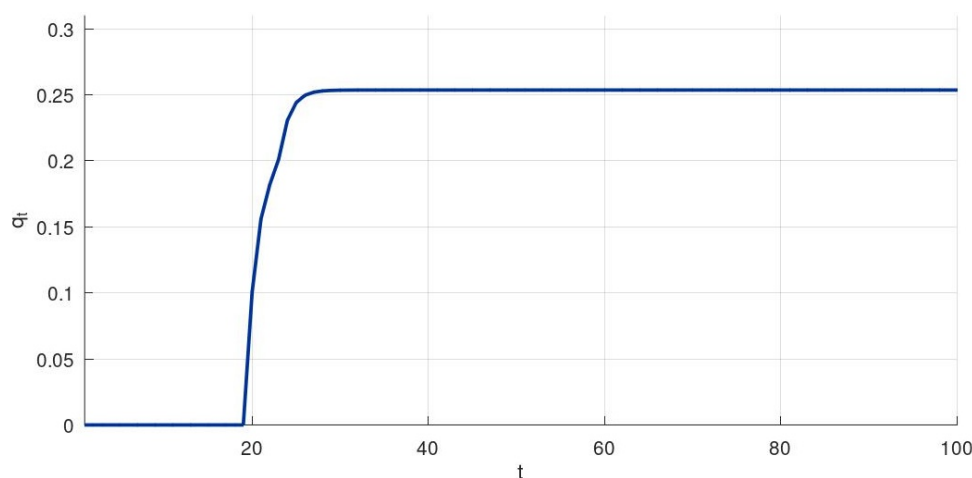


valores de q bajos. En este ejercicio, se observa que le tomaría más de 20 años al productor llegar al estado estacionario para q .

La calidad del suelo llegaría a 0,86 en el estado estacionario, lo que representa un 86 % del rendimiento potencial de los cultivos. Este resultado coincide con lo reportado por [Pukhovskiy \(2013\)](#), donde menciona que el rango agrónomicamente relevante de la fracción rendimiento/rendimiento potencial se encuentra entre 0,3 y 0,9. Si bien el modelo muestra que es óptimo mantener altos niveles de calidad de suelo, también se desprende que no es óptimo aumentarlos indefinidamente, por lo que, en determinado momento, lo racional es aprovechar la buena calidad para generar altos rendimientos con ambas rotaciones.

A partir del gráfico 5.4, podemos concluir que el valor de q que optimiza

Figura 5.4: Evolución del porcentaje óptimo de la rotación “b”



los beneficios intertemporales es el que se encontró analíticamente (0,254), el cual depende exclusivamente de los parámetros δ_a y δ_b . Esto implica que, en el óptimo, el productor debería destinar un 25,4 % de la superficie del predio a la rotación *b*. Como la proporción de los cultivos dentro de cada rotación está fija, una vez que tenemos el valor de q en el estado estacionario, podemos calcular cuánto ocupa cada cultivo en particular. En el cuadro 4.1 se muestran los porcentajes óptimos de todos los cultivos, de donde se desprende que el porcentaje óptimo de soja en la superficie de verano es del 50 %.¹

Tabla 5.6: Proporción óptima de pradera y cultivos de verano con intervalos de confianza

Cultivo	Porcentaje en la rotación			Porcentaje en verano		
	Valor	Min.	Max.	Valor	Min.	Max.
Trigo	37,3 %	34,1 %	40,5 %	0 %	0 %	0 %
Cobertura	25,1 %	22,3 %	27,9 %	0 %	0 %	0 %
Soja	25,1 %	22,3 %	27,9 %	50,2 %	46,8 %	53,6 %
Maíz	6,2 %	4,7 %	7,8 %	12,4 %	11,4 %	13,1 %
Pradera	37,3 %	34,1 %	40,5 %	37,3 %	35,0 %	39,6 %

Si tomamos los valores del intervalo de confianza del parámetro “Año” estimado en 5.3, a partir de la función de producción invertida podemos calcular cuánto sería la variación en calidad de suelo mínima y máxima (ver ecuación

¹Es útil mostrar los porcentajes respecto a la superficie de verano debido a que las Encuestas agrícolas en Uruguay muestran el área de los cultivos de verano respecto a la superficie de verano

5.4), lo que nos permite calcular un rango de posibles valores para δ_b . Este rango es: $\delta_b \in (0,0177, 0,0849)$. Estos posibles valores de pérdida de calidad de suelo se traducen en que $q^* \in (0,2067, 0,3273)$. Utilizando este valor de q , se pueden calcular las posibles frecuencias de cada cultivo en el escenario con el máximo y mínimo valor de δ_b (ver tabla 5.6).

Notar que en este modelo, por más que la rotación b sea más rentable en el corto plazo, el productor busca mantener la calidad del suelo en niveles de retorno potencial elevado, sacrificando rentabilidad inmediata derivada de una mayor proporción de la rotación a . Por lo tanto, la decisión óptima es elegir una rotación que eleve la calidad de suelo hasta tener un alto “stock” de calidad y aprovechar luego esos altos niveles para transformarlos en buenos rendimientos. Degradar el suelo para maximizar los beneficios en el corto y mediano plazo no es óptimo en términos de maximizar los beneficios intertemporales.

El valor marginal de la calidad de suelo en el estado estacionario está dado por la expresión $\lambda^* = \frac{\pi_b(s^*) - \pi_a(s^*)}{(\delta_a + \delta_b)}$. Dados los valores de los parámetros δ_a y δ_b y el valor estacionario de la calidad de suelo, tenemos que:

$$\lambda^* = \frac{P(\bar{Y}_b(1 - e^{-2,3026 \cdot 0,86}) - \bar{Y}_a(1 - e^{-2,3026 \cdot 0,86})) - 630}{(0,004 + 0,013)} \quad (5.5)$$

Calculando los ingresos de cada rotación con ese nivel de calidad de suelo, finalmente obtenemos que:

$$\lambda^* = \frac{2071 - 2071/3 - 1282/6 - 1812/6 - 0,213 \cdot 360/2 - 630/6}{(0,004 + 0,013)} = 42\,451$$

Este valor refiere a los beneficios marginales por variar una unidad de calidad de suelo. Notar que dada la ley de movimiento, no es posible variar la calidad en una unidad de un periodo a otro. Por esta razón, y con el objetivo de visualizar mejor el beneficio de corto plazo, se calcula el valor de λ^* que generaría un desvío del estado estacionario durante un sólo periodo (lo que implica elegir un 100 % la rotación b).

$$\lambda^* = 169,8 \quad (5.6)$$

Este beneficio marginal irá decreciendo a medida que cae la calidad del suelo, pero es un buen indicador de los costos sombra de conservar el suelo y que no son observables por un arrendatario. Este valor es relativamente

alto, ya que representa un 53 % de una renta agrícola en 2023 (MGAP, 2024). También se puede interpretar este valor en relación con el aumento de un punto porcentual en el cultivo de soja. Dados los valores del estado estacionario, podemos entonces concluir que aumentar la superficie de soja en un punto porcentual dentro de la superficie de verano tiene un costo oculto de U\$3,4/ha en términos de calidad del suelo.

El programa EROSION 6.0, basado en la USLE/RUSLE, en el que cada cultivo tiene su factor de Ratio de Pérdida de Suelo (RPS), es utilizado en Uruguay para estimar la pérdida de suelo por erosión bajo ciertos manejos (Pérez et al., 2017). En el caso de un predio hipotético con las características del suelo encontradas en INIA La Estanzuela y haciendo el manejo realizado en el experimento de sistemas agrícolas regados (INIA, 2024), el modelo arroja que se podría realizar soja continua, ya que la erosión de la secuencia soja-cobertura está por debajo del límite tolerable. Este límite es de 7 toneladas por año, mientras que la rotación tiene una pérdida de 2,8 toneladas por año (ver Apéndice 5, tabla 5.1). Este resultado muestra que la ley de suelos podría no estar eliminando esta falla de mercado.

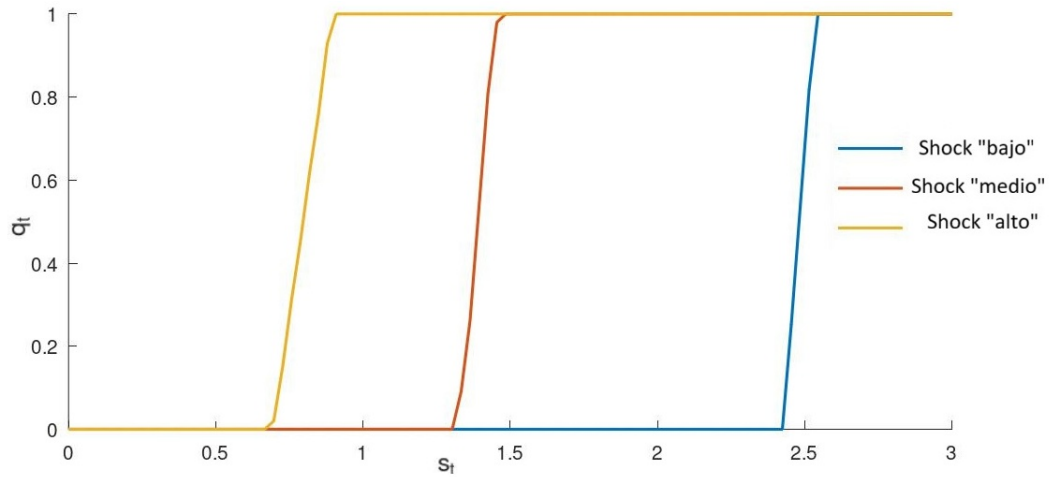
De todas formas, hay ciertos manejos del cultivo que llevan a tener erosiones por encima del límite tolerable por el modelo, por lo que la ley estaría siendo efectiva a la hora de eliminar manejos del cultivo de soja que serían aún más perjudiciales para la calidad de suelo. Por ejemplo, el cultivo de soja continua sin cobertura afectaría significativamente la calidad del suelo y los rendimientos en el largo plazo (Blanco-Canqui and Benjamin, 2013; Pervaiz et al., 2020), medida de manejo que sobrepasa el límite de erosión del programa.

5.2.2. Resultados con incertidumbre

En la figura 5.5 se observa la función de política para q con incertidumbre económica y se identifican dos elementos clave. Por un lado, para valores muy bajos de calidad de suelo, es óptimo tener un bajo porcentaje de soja, independientemente del shock de precios. Esto indica que el productor preserva el suelo y evita utilizar una rotación que lo degrade. En segundo lugar, precios altos de soja aumentan rápidamente el área destinada a este cultivo, aunque eso signifique degradar el suelo más rápidamente. A modo de ejemplo, si el precio de la soja es alto, se observa que, para un índice de calidad de suelo de 0,6 (lo que equivale a un 75 % del rendimiento potencial), el productor decide

aumentar el área de proporción b , comenzando a degradar el suelo. Esto indica que la alta rentabilidad del cultivo compensa los costos derivados de la pérdida de calidad del suelo. En el otro extremo, si los precios de la soja son bajos, el productor no se arriesga a deteriorar el suelo, sino que espera a que el índice alcance un valor cercano a 2,4 (lo que equivale a cerca del 99 % del rendimiento potencial). Más allá del valor concreto, el cuál es muy alto, lo que nos muestra el gráfico es que la mejor estrategia en escenarios de precios bajos es elegir una rotación que mejore el suelo, priorizando la mejora en la calidad del mismo por sobre la rentabilidad de la rotación.

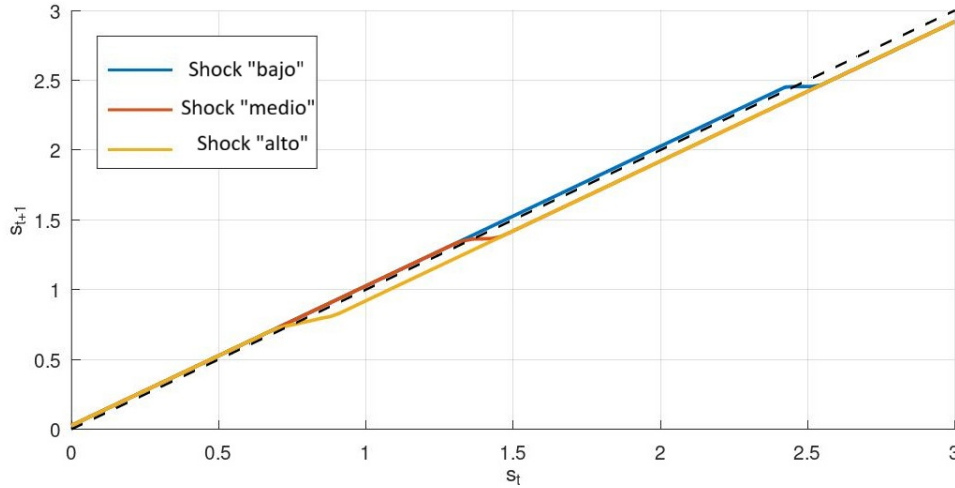
Figura 5.5: Porcentaje óptimo por shock



En el caso de la función de política para s , se puede observar que es lineal para los tres shocks de precios (ver imagen 5.6) debido a la naturaleza de la ley de movimiento de la calidad del suelo. La línea punteada de la gráfica es la recta de 45°, por lo que los segmentos que están por encima de esa recta representan los puntos en los que se está ganando calidad de suelo, y aquellos tramos en los que está por debajo representan los puntos en donde se está perdiendo calidad de suelo. La máxima distancia entre estos puntos y la recta de 45° está definida por los parámetros de la ley de movimiento de la calidad de suelo, y los puntos de corte representan los estados estacionarios para cada shock. Observar que todos los senderos empiezan con valores por encima de la recta punteada, debido a que la decisión óptima en escenarios de baja calidad de suelo es aumentar esos bajos niveles. Sin embargo, la longitud del segmento que se encuentra por encima de la recta será mayor cuanto más bajo sea el shock de precios, mostrando que es óptimo priorizar el aumento de calidad de

suelo cuando el precio de los granos no es tan favorable.

Figura 5.6: Función de política



Si analizamos los posibles senderos con shocks de precios aleatorios, podemos ver que la calidad de suelo óptima siempre se encuentra en valores altos, independientemente de la combinación de shocks de precios que se den (ver Apéndice 6, figura 6.1). El valor mínimo registrado en 10 000 simulaciones durante 5000 periodos es de 0,8177, y el percentil 5 tiene un valor de 0,8295. El máximo encontrado es de 1,4962, lo cual muestra también que no es racional mejorar la calidad de suelo infinitamente.

Cuando estamos en presencia de shocks aleatorios, la decisión óptima en periodos puntuales puede alejarse del estado estacionario. Si el productor tuvo varios años de precios bajos, en los que la decisión óptima fue mejorar, periodo tras periodo, la calidad del suelo, y luego aparece un aumento de precios, la decisión óptima en ese periodo es traducir en alta rentabilidad todo el mejoramiento en la calidad del suelo que se hizo hasta el momento. En la gráfica 5.7 se muestra una simulación partiendo de los valores de q y s en el estado estacionario, donde se pueden observar picos con valores de q_t altos debido a un shock alto en precios. Estos escenarios puntuales siempre se producen luego de una cierta cantidad de periodos con shocks bajos, donde se aumentó la calidad del suelo periodo tras periodo.

En la gráfica 5.8 se grafica el sendero de s_t para la misma cadena de shocks aleatorios presentados en la gráfica 5.4. Allí se observa que también existen picos, pero son mucho menos pronunciados, y que la calidad de suelo nunca se aleja demasiado de los valores del estado estacionario.

Figura 5.7: Ejemplo de sendero óptimo de q_t con shocks aleatorios

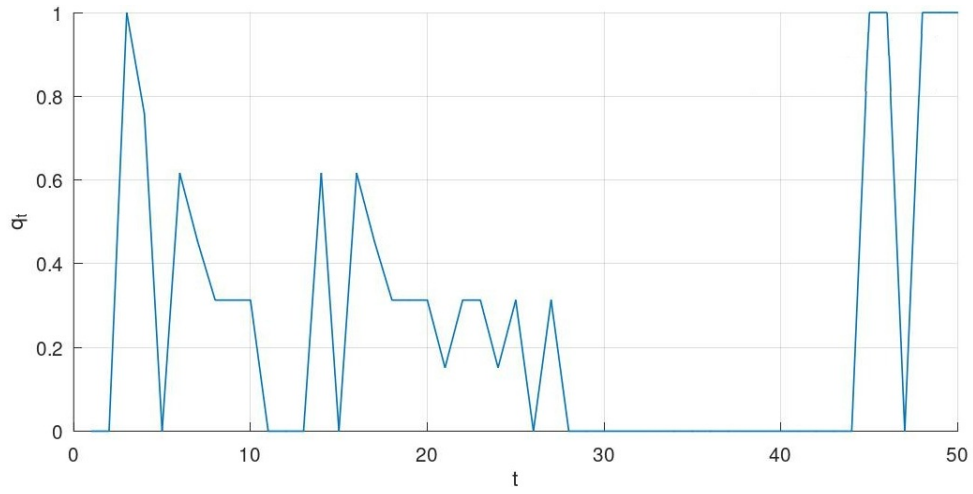
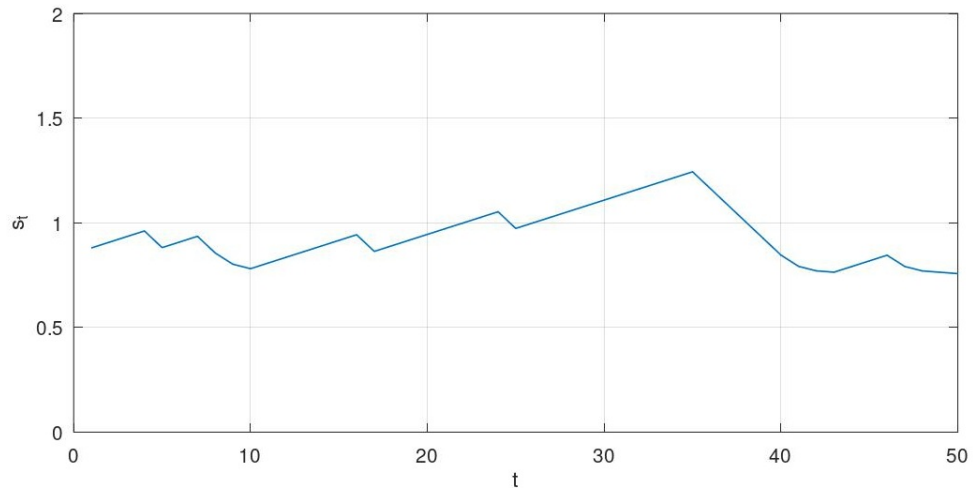


Figura 5.8: Ejemplo de sendero óptimo de s_t con shocks aleatorios



Al correr 10 000 simulaciones aleatorias durante 5000 períodos, se encuentra que la media de todos los valores es de 0,253. Este valor es muy cercano al punto estacionario del problema, por lo que, independientemente de los shocks de precios, la media de los valores de q en el largo plazo es igual al punto estacionario del problema. Una observación adicional es que no solamente la moda de los valores es 0, sino que la mediana también es 0. Esto quiere decir que, en la gran mayoría de los periodos, el productor elige $q = 0$ con el objetivo de mejorar la calidad del suelo. Sin embargo, un 15,3 % de las veces el óptimo se da en $q = 1$. Estos valores altos de q se deben a una historia de chacra que aumentó la calidad del suelo, acompañada de un shock alto de precios. Este

punto refuerza el hecho de que la estrategia óptima es mantener altos niveles de calidad de suelo para aprovechar los momentos en que existen shocks altos de precios.

El modelo no cuenta con costos de inversión o costos de cambio de una rotación a la otra, cuestión que podría suavizar los picos que se observan en los senderos óptimos de q (ver imagen 5.7). Si bien pasar de pasturas a agricultura no implica grandes costos, pasar de agricultura a praderas para pastoreo de ganado puede implicar ciertos costos logísticos asociados al manejo del rodeo. Esto podría generar que los cambios de una rotación a la otra se realicen de forma menos pronunciada. Sin embargo, notar que estos costos no afectan el estado estacionario del problema, simplemente podrían afectar la variabilidad de los senderos de q .

5.3. Calibración alternativa y robustez

El presente trabajo utiliza un modelo positivo en el que se maximizan los beneficios intertemporales. Sin embargo, el modelo arroja un valor de q óptimo que no es el que se está dando en las rotaciones agrícolas de Uruguay, donde la diferencia indica que se está perdiendo calidad de suelo debido a la sobreexplotación del recurso.

El experimento de rotaciones realizado por INIA la Estanzuela se lleva a cabo en suelos de buena aptitud agrícola y propiedades físicas del suelo (González-Sosa et al., 2024), siendo uno de los mejores suelos de Uruguay para la producción agrícola de secano. Este diferencial en propiedades del suelo hace que tenga características que llevarían a una menor tasa de degradación con igual secuencia de cultivos comparado con otras zonas de Uruguay (González-Sosa et al., 2024). Como los resultados numéricos de esta investigación surgen de datos generados en ese tipo de suelos, el estado estacionario y la proporción óptima de cultivos podrían estar sesgados a favor de la rotación que afecta negativamente la calidad del suelo. Por lo tanto, las distancias presentadas son las mínimas posibles, siendo el óptimo presentado una cota superior del valor de q^* . Para tratar de ajustar de mejor manera los resultados del modelo, se comparan los resultados con los datos de Colonia, departamento en donde se obtuvieron los datos del experimento de rotaciones.

En el censo general agropecuario de 2011 se muestra que en Colonia existen 559 explotaciones que tienen como principal fuente de ingresos al cultivo de

cereales y oleaginosos, las cuales ocupan una superficie de 197 677 hectáreas. En el año del censo, hubieron 157 442 hectáreas con cultivos cerealeros e industriales, las cuales corresponden a un 79,65 % de las 197 677 hectáreas. Si suponemos que el resto del área estaba en fase de pasturas¹, podemos concluir que un 20,35 % del área agrícola de Colonia estaba con pasturas sembradas. Según la encuesta agrícola de invierno 2025 (DIEA, 2025) el 80,78 % de la superficie destinada a los cultivos de verano corresponde al cultivo de soja, y de las encuestas agrícolas del periodo 2010 - 2025 sabemos que el menor valor de soja fue de 80,2 %. El promedio de ese mismo rango de fechas es de 86,3 % (ver tabla 5.7). Asumiendo el mismo porcentaje de praderas que el mencionado anteriormente, sabemos que en la zafra de 2025 había un 64,34 % de la superficie agrícola ocupada por soja,² que el mínimo del periodo 2010-2025 es de 63,88 %, y que el promedio es 68,7 %. En términos del modelo, esto representa un valor de q de 0,465, 0,458 y 0,530 respectivamente.

¹El caso alternativo a pastura es tierra en barbecho, el cuál tendría un efecto más negativo sobre la calidad del suelo

²Expertos mencionan que el porcentaje de praderas en 2025 fue cercano al 5 %, por lo que las distancias podrían ser incluso mayores

Tabla 5.7: Porcentaje de soja sobre la superficie agrícola de cada año en Uruguay (2010–2024)

Año	Área de soja (%)
2010	85,9
2011	90,0
2012	80,2
2013	85,8
2014	86,5
2015	87,3
2016	88,4
2017	90,6
2018	91,7
2019	87,4
2020	86,9
2021	84,2
2022	84,7
2023	81,6
2024	83,2
2025	80,8
Promedio	86,3

DIEA – Encuestas Agrícolas (Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca, Uruguay).

El porcentaje de soja en la superficie agrícola de verano se ha mantenido en el periodo analizado, siempre estando en el rango de entre 80 y 90 %. Más allá de que no se presentan los microdatos de las rotaciones de los productores, estos valores muestran que existe una distancia sostenida en el tiempo respecto a los valores encontrados como óptimos en el modelo del presente trabajo. Esto implicaría que las rotaciones que se están dando actualmente no son las que optimizan los beneficios intertemporales,¹ y que se está perdiendo calidad de suelo por un uso intensivo de este recurso.² Cuando se simulaban distintos shocks de precios, se encontró que en años puntuales es conveniente tener altos porcentajes de cultivos que permitan rentabilizar eventuales altos niveles de calidad de suelo. Esto implica que no se encontró que fuera óptimo mantener estos altos porcentajes en más de uno o dos periodos, ya que un alto porcentaje

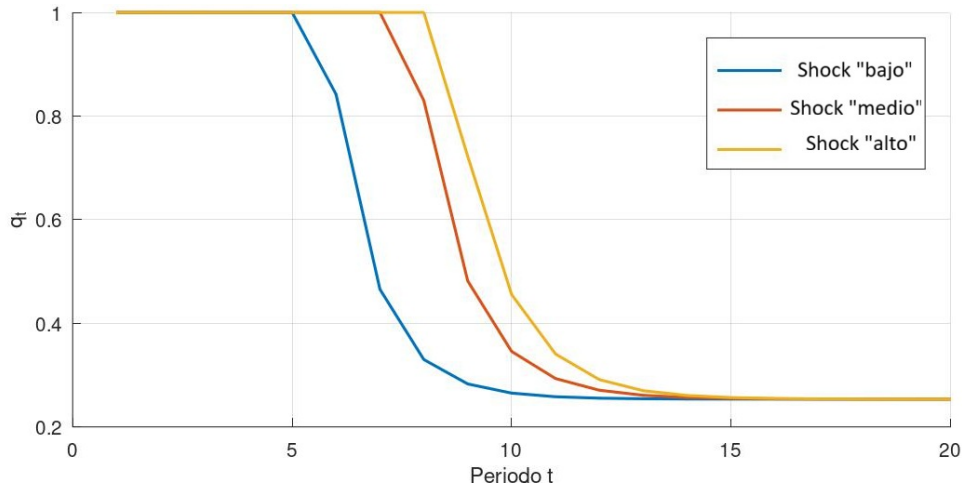
¹Esto podría esconder el hecho de que existe un grupo de productores que están conservando el suelo. Sin embargo, se puede argumentar, como mínimo, que hay un gran porcentaje de la superficie agrícola uruguaya que tiene un porcentaje de soja en la rotación más alto que el óptimo intertemporal

²Al porcentaje de soja debería sumarse el área de girasol, pero el mismo tiene una participación de menos de 1 % en la superficie sembrada

de soja reduce la calidad en el siguiente periodo.

Se podría suponer que las chacras tenían altos niveles de calidad de suelo a inicios de los 2000, junto con una alta tasa de descuento del futuro por parte de los productores. Si bien el factor de descuento no afecta el estado estacionario, sí afecta la velocidad a la que se llega a ese punto dada una calidad de suelo. Esto implicaría que los productores agrícolas uruguayos podrían estar optando por traducir esos altos niveles de calidad en mayores beneficios. Sin embargo, en la figura 5.9 se puede observar que, incluso con una tasa de descuento del 99 % ($\beta = 0,01$) y una calidad inicial de 1 (que implica estar en un 90 % del rendimiento potencial del cultivo), no es óptimo desviarse del estado estacionario por más de 15 periodos. Por esta razón, se descarta la hipótesis de que el uso extractivo del suelo por parte de los productores (aún después de 25 años de que se diera el “boom de la soja” en Uruguay) se deba a una alta calidad de suelos inicial o a una mayor valoración real del presente respecto a las tasas de descuento utilizadas en el modelo.

Figura 5.9: Senderos óptimos de q con 3 shocks de precios, s inicial = 1 y $\beta = 0,01$



Una calibración diferente de δ_b nos permitiría obtener los altos porcentajes de soja que se observaron en los últimos años. En un extremo, si se asume que el cultivo de soja mejora la calidad de suelo, el óptimo sería sembrar un 100 % de soja en el verano. Si los productores no cuentan con suficiente información para estimar el verdadero efecto negativo del cultivo, podrían estar tomando decisiones racionales, pero que no llevan a un óptimo económico.

Como se mencionó anteriormente, los datos de la tabla 5.6 se obtienen a partir del cálculo de un rango para δ_b y q , basado en el intervalo de confianza de

la variable “Año” de la regresión del experimento de soja. También se mostró que:

$$\delta_b \in (0, 0173, 0, 00926) \implies q^* \in (0, 207, 0, 327)$$

Con la calibración de ambos δ que surgen del experimento, como máximo, q^* debería valer 0,327. Esto equivale a que en el estado estacionario, se plante un 55,1 % de soja en verano. Este valor es inferior incluso al mínimo de los porcentajes presentados en la tabla 5.7. Los valores de q muestran que durante los últimos 15 años se ha utilizado un porcentaje de soja más alto que los resultados que arroja este modelo, y probablemente se deba a que los productores están subestimando el efecto de la soja en el suelo.

También podría deberse al hecho de que los arrendatarios de corto plazo están haciendo un uso más intensivo del recurso suelo, debido a que no internalizan los efectos negativos de largo plazo (Stevens, 2022), ya que en 2025 en Uruguay hubo aproximadamente un 69 % del área del cultivo de soja bajo arrendamiento (Mazzilli, 2025). El precio del arrendamiento de tierra para agricultura de secano se ubicó en el entorno de U\$S323/ha en 2023, mientras que los arrendamientos para rotaciones agrícola-pastoriles se encontraron en el entorno de los U\$S155/ha en el mismo año (MGAP, 2024). Si al precio de la renta agrícola se le resta el valor de $\lambda^* = 169,8$ (ver ecuación 5.5), se llega prácticamente al mismo valor que el arrendamiento de tierras que tendrán rotaciones agrícola-ganaderas.

Esto podría estar mostrando que los precios de mercado tienen en cuenta el efecto de las calidades del suelo sobre el rendimiento de los cultivos, existiendo una renta diferencial en aquellos suelos con mejores propiedades. Sin embargo, como se mostró anteriormente, el porcentaje de soja en los suelos agrícolas es más alto que el óptimo, incluso en suelos de alta aptitud agrícola, como los de la Estanzuela, lo que lleva a reducciones en la calidad del suelo. Este punto conlleva que se estarían cobrando rentas agrícolas como si la calidad del suelo fuera alta y no estuviera disminuyendo. Si se mantiene la tendencia de altos porcentajes de soja, las rentas agrícolas serán muy altas para cubrir los beneficios que generan bajos rendimientos debido a una baja calidad edáfica. Llegado ese momento, se tendrá que optar por rotaciones que permitan mejorar esa calidad degradada.

Capítulo 6

Discusión

En este trabajo no se le asignó ningún valor económico al recurso suelo, pero los resultados muestran que un manejo sostenible del mismo es necesario para maximizar los beneficios intertemporales privados de los productores. Como la conservación del mismo permite aumentar los rendimientos, es racional mantenerlo en altos niveles de calidad, mostrando que las acciones que apunten a mejorar la sostenibilidad de suelos agropecuarios tienen efectos positivos, sin necesidad de analizar externalidades productivas u otros aspectos medioambientales. A pesar de este punto, los resultados del modelo muestran que no es racional aumentar la calidad del suelo infinitamente sin explotar esos niveles de calidad con altos rendimientos agrícolas.

El hecho de que el porcentaje de rotaciones del estado estacionario del problema no dependa de ningún nivel de precios (solo de la capacidad de degradar o mejorar la calidad del suelo por parte de las rotaciones), pone de manifiesto que los criterios de sostenibilidad en el uso y manejo de suelos deben basarse principalmente en sus características edáficas y en aspectos relacionados con su aptitud agrícola. En ese sentido, la actual ley de uso de suelos maneja correctamente este punto, ya que las rotaciones se habilitan en función de un nivel de erosión tolerable por tipo de suelo.

Más allá de ese aspecto positivo y de que la ley ha sido una herramienta clave para reducir la erosión de las chacras agrícolas uruguayas, aún sigue siendo insuficiente para poder hablar efectivamente de un manejo sostenible de suelos. Los promedios de soja en la superficie agrícola de Uruguay muestran que las rotaciones están deteriorando la calidad del suelo año tras año, siendo necesaria una mayor incorporación de gramíneas y praderas. Este resultado

sugiere que hay rentas intertemporales sin explotar y que existe un costo de oportunidad en no mejorar la calidad del suelo más rápidamente.

Este costo de oportunidad no es observable en un proceso de arrendamiento de la tierra, lo que lleva a que exista una falla de mercado que nos aleja de un equilibrio eficiente. Los arrendatarios no pueden observar con certeza la calidad de la tierra ni los dueños sabrán con certeza el manejo agrícola que realizará el arrendatario, por lo que no existen incentivos a mantener altos niveles de calidad de la tierra. La ley de uso de suelos no ha eliminado esta falla de mercado, lo que reafirma la necesidad de seguir avanzando para acercarse al óptimo.

El valor marginal de la calidad del suelo es directamente proporcional a la diferencia de beneficios entre ambas rotaciones e inversamente proporcional a la suma de los efectos que tienen las rotaciones sobre la calidad del suelo. Esto nos muestra cómo este valor varía no solo en función del nivel de calidad del suelo en determinado momento, sino que también depende de los cultivos disponibles. Cuanto mayor sea la rentabilidad de los cultivos y cuanto menor sea el impacto que tienen sobre la calidad del suelo, mayor será el valor marginal de una unidad más de calidad del suelo.

La calidad de suelo óptima en el estado estacionario dependerá de factores como la rentabilidad de los cultivos disponibles, del efecto que estos producen sobre la calidad del suelo, de los precios de granos e insumos y de los valores de los parámetros de la función de producción. En este sentido, es importante entender las relaciones indirectas que generan ciertas políticas o tecnologías productivas. Por ejemplo, cualquier línea de investigación que apunte a mejorar el rendimiento de la soja, si no se acompaña con una reducción en el efecto negativo sobre la calidad del suelo, llevará a un menor nivel de calidad en el estado estacionario. Por lo tanto, es importante entender las retroalimentaciones existentes para que ciertas líneas de investigación, políticas públicas o la incorporación de nuevas tecnologías no terminen teniendo efectos inesperados, como un aumento del riesgo en el sistema.

El modelo se muestra estable incluso frente a escenarios con shocks de precios. Los senderos óptimos tienden hacia el mismo estado estacionario, y cualquier desvío abrupto no se mantiene durante varios períodos. Sin embargo, en la realidad, muchas veces las decisiones técnicas tienen en cuenta simplemente márgenes brutos, cuando en realidad deberían incorporarse efectos futuros asociados a la degradación del suelo. Si bien el modelo muestra que en los

distintos senderos óptimos se producen desvíos temporales respecto al estado estacionario (asociados a un aprovechamiento de buenos precios de mercado), el equilibrio a largo plazo es estable y conserva elevados niveles de calidad de suelo. Esto implica que los óptimos se dan en un rango acotado de calidad, lo cual facilita la planificación a largo plazo y el análisis de escenarios de precios particulares. Si bien los valores de q con incertidumbre económica son mucho más variables, se mostró que en el largo plazo, el promedio debe acercarse al estado estacionario.

En la fiscalización de las declaraciones de las secuencias de cultivos, las rotaciones se aceptan en función de la erosión futura, lo cual presenta ciertas debilidades en cuanto a la optimización de beneficios intertemporales. Esto se debe a que el modelo muestra que, en ciertos momentos, es óptimo tener un alto porcentaje de cultivos rentables, a pesar de que estos tengan un efecto negativo sobre la calidad del suelo. La política óptima debería tener en cuenta la historia de chacra, en donde se evalúe cómo ha sido la evolución en la calidad de suelo del sistema. Si bien en la práctica no se puede contar con valores concretos de calidad, se pueden utilizar indicadores en función del tipo de cultivos utilizados en el pasado. Esto generaría incentivos a que los productores cuiden esa calidad durante largos períodos de tiempo, ya que en años con altos precios de granos, se permitirá explotar la rentabilidad de cultivos como la soja. Si se es estricto con la erosión en todos los años, se generan incentivos a desviarse de la declaración y aprovechar el alto shock en precios. Al utilizar un proceso de fiscalización que contemple la historia de chacra, pierde peso la planificación futura y ganan importancia las decisiones pasadas. Esto facilitaría a los encargados de fiscalizar los predios, ya que cualquier desvío de la declaración jurada de los productores que no haya sido identificado a tiempo afectará los beneficios futuros de ese mismo productor.

En resumen, los resultados analíticos y numéricos permiten concluir que existe un sólido fundamento económico para la conservación del recurso suelo y que actualmente no se está en un camino que optimice los beneficios intertemporales en la agricultura uruguaya. Esto se traduce en la existencia de fallas de mercado que aún no han podido eliminarse. Un análisis más detallado de cada predio podría brindar información más precisa que ayude a interpretar de mejor manera esos desvíos.

Capítulo 7

Consideraciones finales

La presente tesis aborda el problema de la sostenibilidad de la agricultura desde una perspectiva económica intertemporal, integrando la dinámica de la calidad del suelo con la elección de cultivos que hace un productor. Se desarrolla una formulación teórica que permite representar el suelo como capital natural, en donde su evolución depende endógenamente de la elección entre dos rotaciones con diferentes efectos sobre la calidad del suelo. Al incorporar una función de producción del tipo Mitscherlich-Spillman y una ley de movimiento de calidad de suelo con parámetros calibrados empíricamente, se logra capturar la relación no lineal entre rentabilidad y conservación, ofreciendo una herramienta útil para analizar decisiones óptimas de uso del suelo en el largo plazo.

Los resultados obtenidos muestran que las rotaciones actualmente observadas en Uruguay tienden a sobreexplotar la calidad del suelo, alejándose del sendero que maximiza los beneficios intertemporales. Este desvío sugiere la existencia de fallas de mercado, posiblemente asociadas a la asimetría de información y a horizontes de planificación reducidos, especialmente en predios arrendados. En este sentido, los resultados muestran que las políticas públicas basadas en la erosión de futuras rotaciones pueden ser insuficientes para inducir decisiones privadas compatibles con la sostenibilidad económica del recurso suelo. Generar incentivos que internalicen el valor económico del suelo podría mejorar la eficiencia dinámica del sistema.

Asimismo, la incorporación de incertidumbre en los precios permite analizar cómo determinados shocks pueden modificar temporalmente las decisiones de rotación, generando desvíos de corto plazo respecto al equilibrio de estado

estacionario. Sin embargo, aun cuando exista incertidumbre económica, las decisiones óptimas tienden a preservar altos niveles de calidad del suelo cuando los productores internalizan los beneficios futuros. Es importante que, tanto desde las políticas públicas como desde la academia, se consideren las posibles consecuencias que pueden tener ciertas decisiones que a priori no están relacionadas con la calidad del suelo en predios agrícolas. Aumentar la rentabilidad del sistema podría incrementar indirectamente el riesgo del mismo, por lo que comprender la dinámica del suelo resulta esencial para evitar efectos no deseados.

Mejorar la calibración de ciertos parámetros, como el coeficiente de sensibilidad de la función de producción, así como disponer de información sobre el efecto de distintas rotaciones en diversos tipos de suelo, permitirá ajustar con mayor precisión los resultados obtenidos. Del mismo modo, contar con microdatos sobre las rotaciones agrícolas de Uruguay posibilitará analizar con mayor detalle las diferencias entre la realidad observada y el óptimo estimado por el modelo.

En síntesis, los resultados sugieren que el manejo sostenible de suelos requiere políticas que reconozcan al recurso no solo como un insumo productivo, sino como un activo intertemporal cuya degradación compromete la capacidad futura de generación de beneficios. Avanzar hacia una gestión más integral y dinámica del recurso suelo representa, por tanto, un desafío central para la política agropecuaria uruguaya y una oportunidad para fortalecer la competitividad del sector en el marco de una economía más sostenible.

Referencias bibliográficas

- Akerlof, G. A. (1970). The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism. *The Quarterly Journal of Economics*, 84(3):488–500.
- Allen, D. (2025). The Consequences of Soil Organic Carbon for Crop Yield, Farm Productivity and Profit. *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*.
- Alvarez, S. and Ernst, O. (2024). Impact of cropping systems on soil quality. *European Journal of Agronomy*, 158:127197.
- Álvarez Durán, S. (2023). *Trayectoria Reciente de Los Sistemas de Cultivo Del Litoral Oeste de Uruguay : Impacto En La Calidad Del Suelo y La Brecha de Rendimiento de Soja*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía.
- Arbeletche, P., Ernst, O., and Hoffman, E. (2019). La Agricultura en Uruguay y su Evolución. In *Intensificación Agrícola: Oportunidades y Amenazas Para Un País Productivo y Natural*. Tradinco, Uruguay, universidad de la república edition.
- Benito, I. (2022). ¿Cuál es el Stock de Fósforo óptimo en términos económicos en el suelo y que factores lo afectan? *53^o Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Agraria: "Perspectiva del Sector Agroalimentario en la Región y en el Mundo"*. Asociación Argentina de Economía Agraria (AAEA) y Universidad Nacional del sur Bahía Blanca. 26, 27 y 28 de octubre 2022.
- Bhandari, D., Joshi, R., Regmi, R. R., and Awasthi, N. (2021). Assessment of Soil Erosion and Its Impact on Agricultural Productivity by Using the RMMF Model and Local Perception: A Case Study of Rangun Watershed of Mid-Hills, Nepal. *Applied & Environmental Soil Science*, pages 1–10.

- Blanco-Canqui, H. and Benjamin, J. (2013). Impacts of Soil Organic Carbon on Soil Physical Behavior. In *Quantifying and Modeling Soil Structure Dynamics*, volume 3. American society of Agronomy.
- Burt, O. R. and Allison, J. R. (1963). Farm Management Decisions with Dynamic Programming. *Journal of Farm Economics*, 45(1):121–136.
- Cámara Mercantil de Productos del Uruguay (2025). Precios 2025.
- Carrasco, J. (2008). Propiedades físicas del suelo y su relacion con la productividad de frutales y vides. In *Libros INIA - Instituto de Investigaciones Agropecuarias*. Ograma Impresores.
- Cassman, K. G. (1999). Ecological intensification of cereal production systems: Yield potential, soil quality, and precision agriculture. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 96(11):5952–5959.
- Clérici, C., Baethgen, W., and García Préchac, F. (2011). Estimación del Impacto de la Soja sobre Erosión y C Orgánico en Suelos Agrícolas del Uruguay. *INIA Uruguay*.
- De Notaris, C., Jensen, J. L., Olesen, J. E., Stumpf da Silva, T., Rasmussen, J., Panagea, I., and Rubæk, G. H. (2021). Long-term soil quality effects of soil and crop management in organic and conventional arable cropping systems. *Geoderma*, 403:115383.
- Decreto N° 405/008 (2008). Ley N° 15.239 Uso y conservación de los suelos y de las aguas superficiales destinados a fines agropecuarios, Decreto N° 405/008 Regulación de uso y conservación de suelos y aguas superficiales.
- Dell’Acqua, M. and Berreta, A. (2020). Estimación del impacto de la implementación de la política de Planes de Uso y Manejo Responsable del Suelo en la reducción de las pérdidas de los suelos por erosión hídrica. *Anuario OPYPA 2020*.
- DIEA (2015). *Regiones Agropecuarias Del Uruguay*. MGAP, Uruguay.
- DIEA (2018). Encuesta Agrícola “Invierno 2018”. Technical report, MGAP.
- DIEA (2021). Encuesta agrícola invierno 2021”. *Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca*.

- DIEA (2022). Encuesta Agrícola “Invierno 2022”. Technical report, MGAP, Uruguay.
- DIEA (2023). Encuesta Agrícola “Invierno 2023”. *Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca*.
- DIEA (2025). Encuesta Agrícola “Invierno 2025”. Technical report, MGAP, Uruguay.
- Elhordoy Goyeche, A. L. (2019). *Riego deficitario y completo en cultivo de maíz*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía.
- Ernst, O. (2018). *Brecha de Rendimiento de Trigo : Pérdida de Calidad de Suelo Como Factor Determinante*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía.
- Ernst, O. R., Kemanian, A. R., Mazzilli, S., Siri-Prieto, G., and Dogliotti, S. (2020). The dos and don’ts of no-till continuous cropping: Evidence from wheat yield and nitrogen use efficiency. *Field Crops Research*, 257:107934.
- Figueredo, S. (2012). *Intermediación laboral y organización del trabajo en el contexto de expansión agrícola uruguayo*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía.
- Freiría, G., Baptista, J., and de León, F. (2021). El retorno de la tierra en el negocio agropecuario. *Anuario DIEA*.
- Godiño Silva, M. (2020). *Rendimiento de Trigo (Triticum aestivum L.) en Uruguay durante el período 1997-2018*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía.
- González-Sosa, M., Sierra, C. A., Quincke, J. A., Baethgen, W. E., Trumbore, S., and Pravia, M. V. (2024). High capacity of integrated crop–pasture systems to preserve old soil carbon evaluated in a 60-year-old experiment. *SOIL*, 10(2):467–486.
- Hill, M. and Clérico, C. (2004). Planes de uso y manejo de suelo. *INIA Uruguay*.
- INIA (2024). Sistemas agrícolas regados. *Revista INIA Uruguay*.
- Leiva, F. R. (1998). *Manejo sostenible de suelos agrícolas*. Produmedios, Bogotá, Colombia, produmedios edition.

- MacEwan, D. and Howitt, R. E. (2011). Estimating Crop Rotations as Dynamic Cycles using Field Data. In *2011 Annual Meeting, July 24-26, 2011, Pittsburgh, Pennsylvania*, number 103635 in 1. Agricultural and Applied Economics Association.
- Mazzilli, S. (2025). Observatorio de oleaginosos Uruguay 2024-2025: Indicadores sectoriales y escenarios futuros.
- McConnell, K. (1983). An Economic Model of Soil Conservation. *American Journal of Agricultural Economics*, 65.
- MGAP (2024). Serie precio de la tierra - Arrendamiento 2023.
- Moulogianni, C. (2022). Comparison of Selected Mathematical Programming Models Used for Sustainable Land and Farm Management. *Land*, 11(8).
- OPP-BID-OEA (1992). *Uruguay - Estudio Ambiental Nacional*. BID, Washington D.C., EEUU, bid edition.
- Pérez, M., Piaggio, J., Baethgen, W., and García Préchac, F. (2017). Actualización del factor erosividad de la lluvia en Uruguay. *Agrociencia (Uruguay)*, 21(2):91–99.
- Pervaiz, Z. H., Iqbal, J., Zhang, Q., Chen, D., Wei, H., and Saleem, M. (2020). Continuous Cropping Alters Multiple Biotic and Abiotic Indicators of Soil Health. *Soil Systems*, 4(4):59.
- Ponnaiyan, G. and Tayade, A. (2015). Production potential of sugarcane based cropping system as influenced by nitrogen levels. *Journal of Sugarcane Research*, 5:83–86.
- Pukhovskiy, A. V. (2013). Ability of Mitscherlich-Spillman Model to Estimate Critical Soil Phosphate Levels. *International Journal of Nutrition and Food Sciences*, 2(2).
- Schuurman, D., Weersink, A., and De Laporte, A. (2021). *Crop Management Decisions under Carbon Pricing in Ontario: A Stochastic Dynamic Programming Approach*. PhD thesis, University of Guelph, Canadá.

- Souto Pérez, A. (2021). *Análisis de prácticas de producción agrícola en Uruguay mediante la utilización de un modelo de evaluación integrado Ambiente-Economía*. PhD thesis, Universidad de la República, Facultad de Agronomía, Uruguay.
- Stevens, A. W. (2022). The economics of land tenure and soil health. *Soil Security*, 6:100047.
- Talukder, B., W. Hipel, K., and W. vanLoon, G. (2017). Developing Composite Indicators for Agricultural Sustainability Assessment: Effect of Normalization and Aggregation Techniques. *Resources*, 6(4):66.
- Tauchen, G. (1986). Finite state markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions. *Economics Letters*, 20(2):177–181.
- Turner, B. L. and Kodali, S. (2020). Soil system dynamics for learning about complex, feedback-driven agricultural resource problems: Model development, evaluation, and sensitivity analysis of biophysical feedbacks. *Ecological Modelling*, 428.
- Unión Rural de Flores (2024). Costo de cultivos. <https://www.urf.com.uy/>.

APÉNDICES

Apéndice 1

Matriz de producción

La matriz de producción de cada rotación se puede plantear de la siguiente manera:

$$Y_a = \begin{bmatrix} \mathbb{E}[y_{ia}] \cdot f_{ia} \\ \mathbb{E}[y_{i+1a}] \cdot f_{i+1a} \\ \vdots \\ \mathbb{E}[y_{Ia}] \cdot f_{Ia} \end{bmatrix} \quad Y_b = \begin{bmatrix} \mathbb{E}[y_{ib}] \cdot f_{ib} \\ \mathbb{E}[y_{i+1b}] \cdot f_{i+1b} \\ \vdots \\ \mathbb{E}[y_{Ib}] \cdot f_{Ib} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

donde f_i representa la proporción de tiempo que el cultivo i está en la rotación.

Primero se sustituye la función de producción de cada cultivo en las matrices de rotaciones:

$$Y_a = \begin{bmatrix} \bar{Y}_i(1 - e^{-\omega_i s}) \cdot f_{i,a} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1} s}) \cdot f_{i+1,a} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,a} \end{bmatrix} \quad Y_b = \begin{bmatrix} \bar{Y}_i(1 - e^{-\omega_i s}) \cdot f_{i,b} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1} s}) \cdot f_{i+1,b} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,b} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

En este problema la producción de la pradera es independiente de la calidad de suelo. Por lo tanto, llamamos d a la producción de carne por hectárea de la pradera y le asignamos el primer valor dentro del índice i , quedando finalmente la matriz de producción del problema de maximización:

$$Y_a = \begin{bmatrix} d \cdot f_{i,a} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1}s}) \cdot f_{i+1,a} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,a} \end{bmatrix} \quad Y_b = \begin{bmatrix} d \cdot f_{i,b} \\ \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1,b}s}) \cdot f_{i+1,b} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,b} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

A la hora de hacer el estudio analítico del problema, podemos prescindir de la primera fila de la matriz. Como la pradera genera ingresos fijos por unidad de superficie y el vector de costos también es independiente de la calidad del suelo, podemos restar el ingreso marginal de la pradera en el vector de costos. Esto puede facilitar el análisis, ya que el vector de producción queda compuesto exclusivamente por funciones del tipo Mitscherlich-Spillman.

Apéndice 2

Concavidad

Planteamos el problema:

$$\begin{aligned} V(s) = \max_{q, s'} & \left[Y_a(s) \cdot P + \left(P \cdot (Y_b(s) - Y_a(s)) - C_b \right) \cdot q_t \right] + \beta V(s') \\ \text{s.a.} \\ 0 & \leq q \leq 1 \\ 0 & \leq s'; \quad s_0 \text{ dado} \\ s' & = s + \delta_a - q(\delta_a + \delta_b) \end{aligned} \tag{2.1}$$

De aquí se puede observar que la función objetivo es lineal en q_t , ya que podemos reducirlo a $w = A \cdot q_t + B$, donde: $A = (Y_a(s_t) - Y_b(s_t)) \cdot P - C_b$, y $B = Y_b(s_t) \cdot P$. Esto asegura que la función objetivo es trivialmente cóncava en q_t .

Para analizar la concavidad de la función respecto a la variable de estado endógena, se puede ver que el problema se divide en tres sumandos: El primero, es una combinación lineal de Y_t . Como Y_t es una función Mitscherlich Spillman, esta es cóncava, por lo que todo el término es cóncavo¹. El tercer sumando del problema es la función valor evaluada en la variable de estado endógena en el siguiente periodo. Esta, por construcción es cóncava si la función objetivo es

¹Para comprobar esto chequear que la derivada segunda de la función nos da: $-\tilde{Y}_i \omega^2 e^{-\omega s} < 0 \quad \forall s > 0$

cóncava en s_t . El segundo sumando del problema es una combinación lineal de la resta de Y_b y Y_a , por lo que todo el componente tendrá la concavidad de la función resultante de la resta. Para analizar la resta hay que ir a las matrices de producción de ambas rotaciones. En ellas, la producción de la pradera es una constante, por lo que no afecta la concavidad de las funciones, siendo únicamente la resta entre funciones del tipo Mitscherlich Spillman multiplicadas cada una por la frecuencia relativa dentro de cada rotación. De 3.2 sabemos la forma de las matrices de producción, por lo que la concavidad del término queda definida por la siguiente resta:

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1}s}) \cdot f_{i+1,a} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{Y}_{i+1}(1 - e^{-\omega_{i+1,b}s}) \cdot f_{i+1,b} \\ \vdots \\ \bar{Y}_I(1 - e^{-\omega_I s}) \cdot f_{I,b} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Esta resta se puede representar como una sumatoria de la siguiente manera:

$$Y_b(s) - Y_a(s) = \sum_i \bar{Y}_i \cdot (1 - e^{-\omega_i s}) \cdot (f_{i,b} - f_{i,a})$$

Sacando los términos de la sumatoria que no dependen de i :

$$Y_b(s) - Y_a(s) = (1 - e^{-\omega s}) \cdot \sum_i \bar{Y}_i \cdot (f_{i,b} - f_{i,a})$$

Sabemos que el término $(1 - e^{-\omega s})$ es cóncavo y los términos dentro de la sumatoria no dependen de s , por lo que la concavidad de todo el término depende del signo de la sumatoria. Si la sumatoria es positiva, conserva la concavidad, y si es negativa, pasa a ser convexa. En la tabla 3.1 podemos ver los valores de f para cada cultivo y en la tabla ?? se encuentran los potenciales de rendimiento de cada cultivo, por lo que podemos plantear la sumatoria:

$$\sum_i (f_{i,b} - f_{i,a}) \cdot \bar{Y}_i = -\frac{1}{12} \cdot 6750 + \frac{1}{3} \cdot 6200 - \frac{1}{12} \cdot 14600 = 287,5$$

Esto hace que todo el término $(P \cdot (Y_b(s) - Y_a(s)) - C_b) \cdot q_t$ sea cóncavo. Como los tres sumandos del problema de maximización son cóncavos, el productor maximiza una función que es cóncava.

Apéndice 3

Parámetros acotados

3.1. Cota inferior de s

Notar que, en la medida en que s_t se aproxima a 0, los beneficios se vuelven negativos debido a la presencia de costos fijos, donde $\arg \min_{s_t} \pi(s_t) = 0$ y $\lim_{s_t \rightarrow 0} I_x = 0, \forall x \in \{a, b\} \implies \lim_{s_t \rightarrow 0} \pi = -C$. Esto implica que se está valorando mucho el presente, al punto de degradar totalmente el suelo y alcanzar el mínimo beneficio posible en el periodo siguiente, con tal de maximizar beneficios en el presente.

Si los productores valoran suficientemente el futuro como para conservar el suelo y producir en el futuro, el valor de β es lo suficientemente alto como para que $s_{t+1} > 0 \forall t$. Como este es el caso real de producción y el valor de β es un parámetro dentro del modelo, en esta tesis se trabajará con $\beta \in (\bar{\beta}, 1)$, donde $\bar{\beta}$ es el factor de descuento a partir del cual en ningún momento se llega al punto de degradar totalmente el suelo.

Notar que no siempre es necesario acotar el valor de β fuera del intervalo 0 y 1. Notar que los costos de la rotación b son más altos que los de la rotación a , y los ingresos de las rotaciones son 0 cuando la calidad de suelo es 0. Llamemos c_b a los costos de la rotación b y c_a a los costos de la rotación a .

$$I_a(0) = 0, I_b(0) = 0, c_b > c_a \implies \pi_a(0) > \pi_b(0) \implies \exists u > 0 / \pi_a(u) > \pi_b(u)$$

Como la rotación b , por construcción del modelo, genera mayores ingresos ante un aumento en la calidad del suelo, sabemos que existe un nivel de calidad $\bar{s}$ a partir del cual la rotación b proporciona mayores beneficios que la rotación

a. Llamemos $\bar{s}$ a ese nivel de calidad en el que se cumple que $\pi_a(\bar{s}) = \pi_b(\bar{s})$.

Si $s_t \in (u, \bar{s}) \implies q_t = 0 \implies s_{t+1} > s_t \implies s_{t+1} \neq 0 \forall t$

Esto se debe a que si s_t se encuentra en ese intervalo, la decisión óptima es elegir $q = 0$, ya que es la rotación más rentable y la que mejora la calidad de suelo en el periodo siguiente. Por lo tanto, siempre que $\delta_b < s^*$, la restricción $s_{t+1} > 0 \forall t$, se cumple sin necesidad de supuestos adicionales.

3.2. Cota inferior y superior de q en el estado estacionario

El problema presentado en esta tesis tiene un estado estacionario con un valor de q , el cual es independiente del valor de s (ver ecuación 4.10):

$$s^* = s^* + \delta_a - q^*(\delta_a + \delta_b) \implies q^* = \frac{\delta_a}{\delta_a + \delta_b}$$

Los valores de δ_a y δ_b son positivos por definición, por lo que podemos calcular los posibles valores de q :

$$\lim_{\delta_a \rightarrow \infty} \frac{\delta_a}{\delta_a + \delta_b} = 1 \implies q^* < 1$$

$$\lim_{\delta_b \rightarrow \infty} \frac{\delta_a}{\delta_a + \delta_b} = 0 \implies q^* > 0$$

Esto implica que independientemente de los valores de δ_a y δ_b , $q \in (0, 1)$, lo que nos asegura que la restricción de q no estará operativa en ese estado estacionario.

Apéndice 4

Algoritmo computacional

1) Se comienza con las estimaciones de los parámetros a calibrar: β , ω , δ_a , δ_b , los rendimientos potenciales de los cultivos y el vector de costos de cada uno de los cultivos

2) Se construye un grid para la calidad de suelo s y para los valores de q de 200 puntos equidistantes. El grid para q se encuentra entre 0 y 1.

3) Se arma la matriz de beneficios utilizando los datos de precios y costos. Esta matriz fue armada utilizando la función de producción Mitscherlich-Spilman. Dado que un valor de producción del 99,9 % se da con una calidad de 2,99998, en la grilla tomamos un valor máximo de 3 y un valor mínimo de 0.

4) Se itera sobre la función de valor hasta lograr la convergencia con una tolerancia de $1e-10$.

5) Usando la política óptima obtenida, se simula senderos para la evolución de la calidad de suelo y la decisión de rotación durante 100 periodos a partir de una condición inicial dada por el estado estacionario.

Apéndice 5

Salidas de STATA y EROSION 6.0

Tabla 5.1: Resultados de la regresión para la rotación A

Variable	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95 % Conf. Interval]
Año	0.0582534	0.0287377	2.03	0.049	[0.0001723, 0.1163345]
LMg	-0.5483137	0.3885469	-1.41	0.166	[-1.333596, 0.2369689]
LR	-0.2139514	0.1711942	-1.25	0.219	[-0.5599478, 0.1320451]
LN	0.2098248	0.1728998	1.21	0.232	[-0.1396188, 0.5592683]
LK	0.3024634	0.206276	1.47	0.150	[-0.1144359, 0.7193627]
LP	-0.067848	0.1652311	-0.41	0.684	[-0.4017925, 0.2660965]
LEn	0.1349181	0.1299202	1.04	0.305	[-0.1276604, 0.3974965]
LSi	-0.0430042	0.0689591	-0.62	0.536	[-0.1823757, 0.0963673]
RSoja	0.3903096	0.1984103	1.97	0.056	[-0.0106925, 0.7913118]
Maiz	0.7322799	0.9090572	0.81	0.425	[-1.104993, 2.569553]
Soja	-0.3667017	0.5958117	-0.62	0.542	[-1.570882, 0.8374786]
Trigo	0.3392521	0.5742298	0.59	0.558	[-0.8213096, 1.499814]
_cons	-1.200212	0.7112749	-1.69	0.099	[-2.637752, 0.2373282]

Fuente: Elaboración propia en base a resultados de Stata.

Tabla 5.2: Resultados de la regresión para la rotación B

Variable	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95 % Conf. Interval]
Año	-0.027783	0.0043521	-6.38	0.000	[-0.0363319, -0.0192341]
Raigrass	-0.0025667	0.0636313	-0.04	0.968	[-0.1275592, 0.1224259]
Sin Cobertura	0.015241	0.0633782	0.24	0.810	[-0.1092545, 0.1397365]
Tratamiento	-0.0145246	0.0511713	-0.28	0.779	[-0.1162204, 0.0871712]
_cons	8.095657	0.0670654	120.71	0.000	[7.963499, 8.227395]

Fuente: Elaboración propia en base a resultados de Stata.

Figura 5.1: Salida del programa EROSION 6.0

Ingreso de Factores

Resultado: $A = R(532) \times K(0.230) \times L(1.599) \times S(0.354) \times P(1.000) \times C(0.041) = 2.8 \text{ Mg/ha.}$
Tolerancia 7.0 Mg/ha/año de pérdida de suelo - Erosión anual estimada en Mg/ha: 2.8 - 0 veces/tolerancia

Factor R: Erosividad de la Lluvia
Localidad: Ingresar el Factor Manualmente ☐
La Estanzuela
Factor R: 532

Factor LS: Longitud y Gradiente de la Pendiente
Gradiente: 3
Longitud (Mts.): 100
Relación de erosión: Mixto
Factor L: 1.599, Factor S: 0.354, Factor LS: 0.566
Nota: si se construyen terrazas, la longitud de la pendiente es la distancia entre terrazas

Factor K: Erodabilidad del Suelo
Unidad / Suelo - CRSU76 1: 1.000.000 Ingresar el Factor Manualmente ☐
Eolida Paullier - Las Brujas; Brunosol Eútrico/Subéútrico Típico Fr
Serie / Suelo - CRSU16 1: 40.000
Factor K: 0.230
Rango de Gradientes asociado a la unidad: 1 - 3

Factor P: Práctica Mecánica de Apoyo
Aplica práctica mecánica de apoyo? No aplica
Factor P: 1
Indique la práctica mecánica de apoyo: Laboreo en contorno
% cubierto por pastura: 0
Si el valor de P se mantiene en 1 luego de ingresar los datos necesarios, es porque la longitud de su pendiente supera el máximo que dispone el modelo para la inclinación de pendiente con la que ud. está trabajando.

Factor C: Uso y Manejo
Ingreso del Factor: Factor C: 0.041
Manual ☐ Componentes ☒ Pre Calculado ☐
Componentes
Selección de Factor C Pre Calculado:
Tipo de Sistema:
Sistema:

Apéndice 6

Gráficos

Figura 6.1: Senderos óptimos de la calidad de suelo con shocks aleatorios

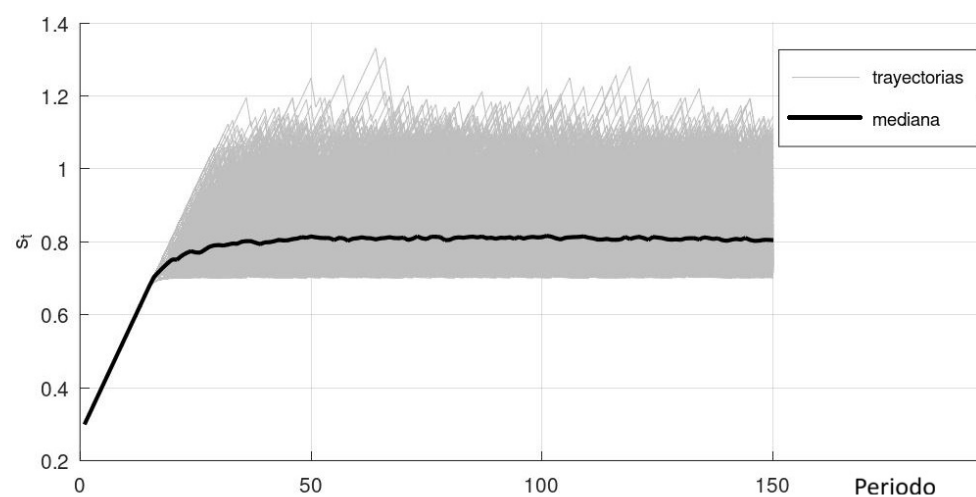
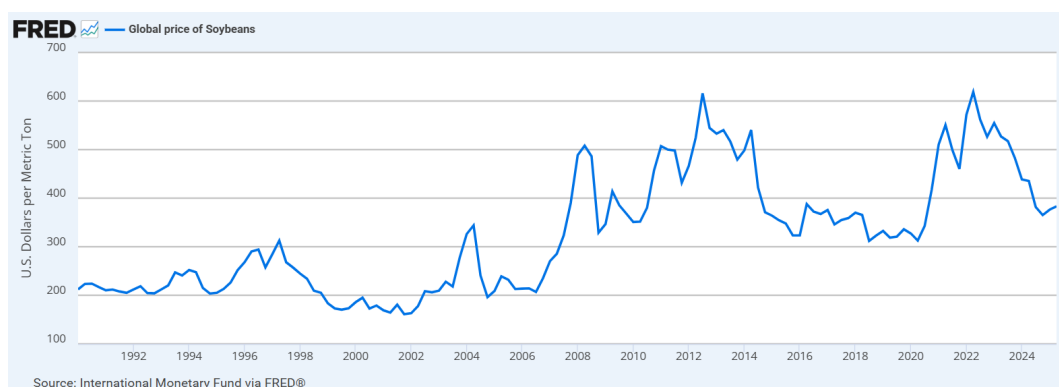


Figura 6.2: Serie de precios de Soja



Apéndice 7

Derivadas parciales

La función de calidad de suelo en el estado estacionario es la siguiente:

$$s^* = -\frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{(1 - \beta) [P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) - C_b]}{(1 - \beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \beta(\delta_a + \delta_b)P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \cdot \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right) \omega} \right) \quad (7.1)$$

Definimos los términos A y B para facilitar las derivadas:

$$\begin{aligned} A &:= (1 - \beta) [P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) - C_b] \\ B &:= (1 - \beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \beta(\delta_a + \delta_b) P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right) \omega \end{aligned}$$

Finalmente la función a derivar es:

$$s^* = -\frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{A}{B} \right) = -\frac{1}{\omega} (\ln(A) - \ln(B)) \quad (7.2)$$

7.1. Potencial de rendimiento de la rotación b

Por la derivada del logaritmo natural tenemos que:

$$\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_b} = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{Y}_b} \ln(A) - \frac{\partial}{\partial \bar{Y}_b} \ln(B) \right) = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{A'_{\bar{Y}_b}}{A} - \frac{B'_{\bar{Y}_b}}{B} \right) \quad (7.3)$$

Derivamos los términos A y B respecto al potencial de rendimiento de la rotación b :

$$A'_{\bar{Y}_b} = (1 - \beta) P, \quad B'_{\bar{Y}_b} = (1 - \beta) P + \beta(\delta_a + \delta_b) P \omega.$$

Definimos $\kappa := \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b} \in (0, 1)$ y $\gamma := \beta(\delta_a + \delta_b) \omega > 0$. Entonces:

$$A = (1 - \beta) P \left(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a - \frac{C_b}{P} \right) \Rightarrow \frac{(1 - \beta) P}{A} = \frac{1}{D_1}, \quad D_1 := \bar{Y}_b - \bar{Y}_a - \frac{C_b}{P}. \quad (7.4)$$

$$B = P \left[(1 - \beta)(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \gamma(\bar{Y}_b + \kappa \bar{Y}_a) \right] = P \left[(1 - \beta + \gamma) \bar{Y}_b + (\gamma\kappa - (1 - \beta)) \bar{Y}_a \right].$$

Sacando como factor común a $(1 - \beta + \gamma)$ y definiendo $\Theta := \frac{\gamma\kappa - (1 - \beta)}{1 - \beta + \gamma}$, tenemos que:

$$\frac{B'_{\bar{Y}_b}}{B} = \frac{(1 - \beta) P + \gamma P}{B} = \frac{(1 - \beta + \gamma)}{(1 - \beta + \gamma) \bar{Y}_b + (\gamma\kappa - (1 - \beta)) \bar{Y}_a} = \frac{1}{\bar{Y}_b + \Theta \bar{Y}_a},$$

Sustituyendo las ecuaciones encontradas en 7.2, tenemos finalmente que:

$$\boxed{\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_b} = -\frac{1}{\omega} \left[\frac{1}{D_1} - \frac{1}{\bar{Y}_b + \Theta \bar{Y}_a} \right].}$$

Notemos que, si $A > 0 \implies D_1 > 0$. Además, para saber el signo de la derivada, tenemos que comparar los denominadores que están dentro del paréntesis. Por lo tanto, tomando la definición de D_1 de 7.4 tenemos que:

$$(\bar{Y}_b + \Theta \bar{Y}_a) - D_1 = (\Theta + 1) \bar{Y}_a + \frac{C_b}{P}.$$

Como $\gamma > 0$ y $\kappa \in (0, 1)$, se tiene

$$\Theta + 1 = 1 + \frac{\gamma\kappa - (1 - \beta)}{1 - \beta + \gamma} = \frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta + \gamma} + \frac{\gamma\kappa - (1 - \beta)}{1 - \beta + \gamma} \frac{\gamma(\kappa + 1)}{1 - \beta + \gamma} > 0,$$

y con $\bar{Y}_a \geq 0$ y $C_b/P > 0$ se sigue

$$\bar{Y}_b + \Theta \bar{Y}_a > D_1 > 0 \implies \frac{1}{D_1} - \frac{1}{\bar{Y}_b + \Theta \bar{Y}_a} > 0.$$

En consecuencia,

$$\boxed{\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_b} < 0}.$$

7.2. Potencial de rendimiento de la rotación a

Por la derivada del logaritmo natural tenemos que:

$$\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_a} = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{Y}_a} \ln(A) - \frac{\partial}{\partial \bar{Y}_a} \ln(B) \right) = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{A'_{\bar{Y}_a}}{A} - \frac{B'_{\bar{Y}_a}}{B} \right) \quad (7.5)$$

$$A'_{\bar{Y}_a} = -(1 - \beta)P.$$

$$B'_{\bar{Y}_a} = -(1 - \beta)P + \beta(\delta_a + \delta_b)P \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b} \omega = -(1 - \beta)P + \beta \delta_b P \omega$$

$$\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_a} = -\frac{1}{\omega} \left[\frac{-(1 - \beta)P}{A} - \frac{-(1 - \beta)P + \beta \delta_b P \omega}{B} \right] \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_a} = \frac{P}{\omega A B} \left[(1 - \beta)(B - A) + \beta \delta_b \omega A \right] \quad (7.7)$$

Dado que $P > 0$, $\omega > 0$, $\beta \in (0, 1)$, $\delta_a, \delta_b \geq 0$ y que el logaritmo está definido para $A > 0$, $B > 0$:

$$(B - A) = (1 - \beta)C_b + \beta(\delta_a + \delta_b)P \left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b} \right) \omega > 0 \quad (7.8)$$

En conclusión:

$$\boxed{\frac{\partial s^*}{\partial \bar{Y}_a} > 0}$$

7.3. Coeficiente de sensibilidad de la función de producción

Partimos de

$$s^*(\omega) = -\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{A}{B(\omega)}\right) = \frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{B(\omega)}{A}\right),$$

donde

$$A := (1 - \beta)[P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) - C_b]$$

no depende de ω , y

$$B(\omega) := (1 - \beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a) + \beta(\delta_a + \delta_b) P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right) \omega.$$

Definimos

$$B_0 := (1 - \beta)P(\bar{Y}_b - \bar{Y}_a), \quad K := \beta(\delta_a + \delta_b) P\left(\bar{Y}_b + \bar{Y}_a \frac{\delta_b}{\delta_a + \delta_b}\right),$$

de modo que

$$B(\omega) = B_0 + K\omega.$$

Ahora derivamos $s^*(\omega)$ usando la regla del producto y la del logaritmo:

$$\frac{d}{d\omega} \left[\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{B}{A}\right) \right] = \underbrace{\frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{\omega} \right)}_{-\frac{1}{\omega^2}} \ln\left(\frac{B}{A}\right) + \frac{1}{\omega} \underbrace{\frac{d}{d\omega} \left[\ln\left(\frac{B}{A}\right) \right]}_{\frac{B'}{B} - \frac{A'}{A}} \quad (7.9)$$

$$= -\frac{1}{\omega^2} \ln\left(\frac{B}{A}\right) + \frac{1}{\omega} \left(\frac{B'}{B} - \frac{A'}{A} \right). \quad (7.10)$$

Como A no depende de ω , se tiene $A' = 0$. Además,

$$B' = \frac{d}{d\omega}(B_0 + K\omega) = K. \quad (7.11)$$

Por lo tanto,

$$\frac{d}{d\omega} \left[\ln\left(\frac{B}{A}\right) \right] = \frac{B'}{B} - \frac{A'}{A} = \frac{K}{B}. \quad (7.12)$$

Sustituyendo en la derivada de s^* :

$$\frac{\partial s^*}{\partial \omega} = -\frac{1}{\omega^2} \ln\left(\frac{B}{A}\right) + \frac{1}{\omega} \frac{K}{B} = \frac{1}{\omega^2} \left(\omega \frac{K}{B} - \ln\left(\frac{B}{A}\right) \right). \quad (7.13)$$

En consecuencia,

$$\text{sig}\left(\frac{\partial s^*}{\partial \omega}\right) = \text{sig}\left(\omega \frac{K}{B} - \ln\left(\frac{B}{A}\right)\right).$$

Si $\omega \frac{K}{B} < \ln\left(\frac{B}{A}\right)$, entonces la derivada es negativa; en caso contrario, es positiva. Para determinar el signo, escribimos:

$$\ln\left(\frac{B}{A}\right) = \ln\left(\frac{B_0 + K\omega}{A}\right) = \ln\left(\frac{B_0}{A}\right) + \ln\left(1 + \frac{K\omega}{B_0}\right).$$

Definimos

$$u := \frac{K\omega}{B_0} > 0 \quad \implies \quad B = B_0(1 + u), \quad \omega \frac{K}{B} = \frac{u}{1 + u}.$$

Entonces:

$$\omega \frac{K}{B} - \ln\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{u}{1 + u} - \left[\ln\left(\frac{B_0}{A}\right) + \ln(1 + u) \right].$$

Como $B_0 > A$ (pues $B_0 - A = (1 - \beta)C_b > 0$), se tiene $\ln(B_0/A) > 0$. Además, para todo $u > 0$ se cumple

$$\ln(1 + u) > \frac{u}{1 + u},$$

de donde se obtiene

$$\frac{u}{1 + u} - \left[\ln\left(\frac{B_0}{A}\right) + \ln(1 + u) \right] < 0.$$

Por lo tanto,

$$\boxed{\frac{\partial s^*}{\partial \omega} < 0.}$$