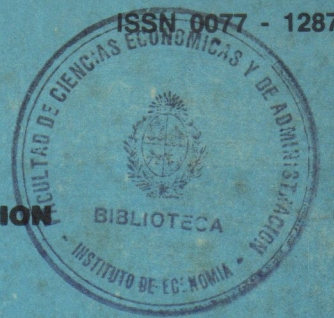




FACULTAD DE
CIENCIAS
ECONOMICAS Y
DE ADMINISTRACION



INSTITUTO DE ADMINISTRACION

ANALISIS MICROECONOMICO DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION Y COSTOS

Cres. MARIA A. ROVELLA y WALTER ROMERO

CUADERNO
Nº 80



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA
DIVISION PUBLICACIONES Y EDICIONES

MONTEVIDEO

1979

URUGUAY



**FACULTAD DE
CIENCIAS
ECONOMICAS Y
DE ADMINISTRACION**

INSTITUTO DE ADMINISTRACION

ANALISIS MICROECONOMICO DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION Y COSTOS

Cres. MARIA A. ROVELLA y WALTER ROMERO

**CUADERNO
Nº 80**



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA
DIVISION PUBLICACIONES Y EDICIONES

MONTEVIDEO

1979

URUGUAY

S U M A R I O

	Pág.
I - <u>Concepto de costo</u>	1
1. Introducción.....	1
2. Clasificación de los costos.....	3
2.1. Fijos y variables.....	3
2.2. Directos e indirectos.....	4
2.3. Del período corto y del período largo.....	4
2.4. Absolutos y alternativos.....	4
II - <u>Función de producción</u>	5
1. Concepto general.....	5
2. Función de producción según la ley de rendimientos decreciente.....	6
2.1. Análisis del rendimiento para un factor variable.....	7
2.2. Las tres etapas de la producción.....	13
2.3. Funciones de producción linealmente homogéneas.....	16
2.4. Elasticidad del producto y el coeficiente de la función.....	18
2.5. Isocuantas.....	20
2.6. Análisis para dos insumos variables.....	25
2.7. La superficie de producción.....	26
2.8. Sustitución de insumos.....	27
2.9. La región económica de producción.....	30
2.10. Relación entre el mapa de isocuantas y la función de rendimiento.....	32
2.11. Combinación óptima de recursos.....	34
2.12. Isoclinas.....	38
3. Función de producción de tipo B.....	42
III - <u>Función de costos</u>	47
1. Concepto general.....	47
2. Análisis del costo en el corto y en el largo plazo.....	48
2.1. Costos en el corto plazo.....	49
2.1.1 Costos Fijos.....	49
2.1.2 Costos Variables.....	50
2.1.3 Costo Total.....	50
2.1.4 Costo Medio.....	53
2.1.5 Costo Marginal.....	60
2.2. Costos en el largo plazo.....	68
2.2.1 Costos en el largo plazo y su relación con la función de producción.....	72
2.2.2 Relación elasticidad-costo.....	76
2.2.3 La curva de costo medio en el largo plazo...	78
2.2.4 Economías y deseconomías de escala.....	78

3. Variables que inciden en los costos.....	Pag.	80
3.1. Calidad de los factores.....		82
3.2. Precio de los factores.....		89
3.3. Nivel de ocupación.....		90
3.4. Dimensión de la empresa.....		105
3.5. Programa de elaboración.....		110
IV - Consideraciones Finales.....		116

PROLOGO

El conocimiento científico surge como producto del análisis sistemático, por lo que por ser un hecho metodicamente comprobado debe incluirse dentro de una estructura teórica.

El análisis de costos tiene una trascendencia ampliamente conocida y mal puede hacerse un análisis de este tipo y obtenerse conclusiones válidas si el mismo no es sustentado por la teoría. En consecuencia se busca mediante este trabajo establecer los elementos teóricos que permitan al investigador practicar estudios en este campo contando con las herramientas adecuadas. La metodología adoptada en el mismo ha sido la de desarrollar la Teoría de los Costos a partir de la Teoría de la Producción, basándose en las corrientes doctrinarias que se consideraron más recibidas desde el punto de vista de sus autores.

Asimismo se trata de destacar el gran dinamismo que presenta el estudio de costos dentro de la organización. Si bien esto parece obvio, dado que la empresa es un ente esencialmente dinámico, se ha querido reafirmarlo y fundamentalmente analizarlo en función de los principales factores de cambio. Los autores no pretenden ser originales en su enfoque, ni esa es tampoco su finalidad, sino que han tratado de presentar en forma sistemática un adecuado marco teórico a quienes se interesen en esta área de estudios.

LA DIRECCION

Octubre de 1978.

I. CONCEPTO DE COSTO

1. Introducción

La producción es una acción encaminada a la creación de los bienes que la demanda solicita, mediante la combinación de los factores productivos que la empresa coordina, a unos costos adecuados a la capacidad adquisitiva del consumidor. En consecuencia, producir significa planificar los factores productivos a utilizar y volúmenes a obtener de acuerdo a las posibilidades del mercado. Esto enfrenta a la empresa a la resolución de problemas tales como:

- problemas físicos relacionados con las técnicas o los recursos materiales de la producción.
- costos utilizados en la fabricación.

El primer aspecto, comprende el estudio de las funciones de producción, que significa el análisis de las relaciones técnicas entre insumos y productos y el análisis de las funciones de costo, derivadas de los precios factoriales de estas funciones de producción.

El segundo aspecto consiste en programar los medios técnicos dados por las funciones de producción, para alcanzar una rentabilidad máxima según las funciones de costo impuestas por las condiciones económicas del mercado y de la empresa.

En resumen, la planificación de la producción comprende una serie de etapas que pueden sintetizarse en:

1. Fijación de las funciones de producción según los objetivos perseguidos.
2. Determinación de las funciones de costos, según los criterios económicos establecidos en la política de la empresa y por la competencia del mercado.
3. Programación de la producción a partir de los datos económicos y técnicos hallados al resolver los problemas anteriores.

Asimismo se deben resolver problemas afines tales como el estudio de la productividad del trabajo y sus métodos de retribución.

¿Qué se entiende por costo? Desde un punto de vista económico, costo significa un sacrificio, y este sacrificio requiere una compensación, que se mide por lo que deben recibir los propietarios de los factores productivos, usados en la empresa si se desea que continúen proveyéndola. Es importante destacar que el enunciado dice "lo que deben recibir", debido a que no siempre puede asimilarse a costo los pagos que se hacen a los proveedores, dado que algunos no cobran directamente como por ejemplo el empresario, considerado como proveedor del factor capital, cuando realiza nuevas aportaciones del mismo. Sin embargo aún en este caso recibe algo, que puede ser un aumento de su capital, y tiene que recibirlo porque de no tener un rendimiento equivalente al que le produciría otra inversión, no continuaría con su actividad.

Esto nos lleva a que la naturaleza de los costos pueda ser de muy distintos tipos, tangible o intangible, objetiva o subjetiva, etc., y por esta razón resulta sumamente difícil representar los costos mediante cifras apropiadas que puedan manipularse con facilidad. Como ejemplo de las dificultades que existen para medir los costos, puede enunciarse los costos síquicos o sacrificios en forma de insatisfacciones mentales, costos sociales como la molestia del humo de una fábrica, etc.

En realidad estas dificultades no aparecen siempre, dado que cuando se plantean problemas en cuya resolución se requiere información sobre costos, la misma se enfoca en función del problema y no con el carácter de generalidad descripto.

En una primera aproximación al problema de definir costos de producción, vamos a tener en cuenta sólo aquellos que están asociados a la utilización de un determinado proceso productivo. Asimismo debe tenerse en cuenta que no siempre los costos y beneficios de una acción repercuten sobre la misma persona o grupo de personas que toman la decisión. La acción de producir puede traer como consecuencia la contaminación atmosférica de la zona, lo que representa un costo para los residentes en los alrededores de la fábrica. Sin embargo estos son costos externos a la fábrica y en este estudio nos remitiremos sólo a aquellos que tienen incidencia sobre el responsable de la toma de decisiones.

Esta conceptualización de costos no siempre tiene el mismo significado, si bien desde un ángulo económico, puede representar un sacrificio, desde un punto de vista empresarial el significado es distinto, e incluso puede variar de acuerdo al objetivo que se persigue. Si se analizan los beneficios de una empresa, costo comprende todas las partes de la misma, tales como materias primas, na no de obra, gastos incurridos, intereses, impuestos, etc.

Cuando se estudia el rendimiento de una ampliación de la fábrica, costo va a significar los gastos necesarios para llevarla a cabo solamente, y se compararán los mismos con los ingresos que se adicionan por ésta.

Esto determina que en cada problema que se presenta, será necesario redefinir el concepto de costo de acuerdo al mismo, no siendo posible una conceptualización precisa sino con un grado tal de generalización que permita comprender el término pero sin especificarlo.

2. Clasificación de los costos

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente respecto a las distintas posibilidades de definir los costos de acuerdo a las necesidades u objetivo del estudio que se realice, se pueden establecer distintas clasificaciones de los mismos. Esta enumeración de ninguna manera está completa o es taxativa, sino que por el contrario se establecerán algunas clases seleccionadas por la importancia que tienen o la frecuencia con que se utilizan en los análisis teóricos o prácticos del tema.

2.1. Costos Fijos y Variables

Costos Fijos son los que permanecen constantes en cada período ante variaciones del volumen de producción tales como sueldos de los gerentes, impuestos a la propiedad, depreciaciones, etc. Este concepto de fijo está asociado a una determinada capacidad de producción, a un cierto equipo productivo y a cierta técnica de producción. Por lo tanto se puede decir que los costos fijos son constantes en el corto plazo y mientras no se produzcan variaciones importantes en la organización. En el largo plazo, todos los costos tienden a modificarse.

Costos variables son los que en magnitudes totales tienden a fluctuar correlativamente con el volumen producido, mientras que reducidos a unidades de productos tienden a permanecer inalterados entre ciertos límites. Ejemplos de este tipo de costos son los materiales utilizados, la mano de obra directa, las comisiones de los vendedores, etc.

2.2. Costos Directos e Indirectos

Costos directos son aquellos que pueden atribuirse a un determinado producto, operación, servicio o proceso, incluso pueden ser respecto a departamentos, territorios de ventas, etc. Por costos indirectos se entiende aquellos que no pueden identificarse ni atribuirse fácilmente a determinados bienes, servicios, operaciones, etc. Ejemplo de los primeros pueden ser la mano de obra directa o la materia prima, en cuanto a los segundos, puede tratarse de los gastos de calefacción o el sueldo del gerente general.

2.3. Costos del período corto y del período largo

Los primeros son los que pueden variar con el grado de utilización de la capacidad productiva de la empresa, los costos fijos permanecen incambiados en este período pudiendo fluctuar los denominados costos variables. En cambio en el período largo todos los costos pueden variar, debido a modificaciones en las instalaciones, cambios que determinan diferentes capacidades de producción, etc. En este período tal como se analizó al estudiar costos fijos y variables, no hay costos fijos, sino que éstos pueden aumentar o disminuir para satisfacer de mejor manera la demanda.

2.4. Costos absolutos y costos alternativos

Por costos absolutos se entienden los que implican un desembolso de fondos o una reducción del activo, tales como pago de salarios, materiales utilizados, intereses. Los segundos se refieren al costo de una alternativa comparada con otra. A vía de ejemplo, costo alternativo del uso de capital propio, es el beneficio que se hubiera obtenido con ese capital en otro uso con un nivel de riesgo similar. Es importante destacar que no siempre se cuenta con información precisa de los costos alternativos; en el ejemplo expuesto la tasa de interés que se obtendría por otra inversión del capital puede ser estimativa y no cierta. Incluso en la comparación de alternativas en las cuales la información puede obtenerse de la propia empresa, tal como sustitución de la producción de un artículo por otro en que el costo alternativo estaría representado por los beneficios que se dejarían de obtener, la determinación de los mismos puede ser más estimativa que real.

II. FUNCION DE PRODUCCION

1. Concepto general

En todo proceso productivo, para obtener un producto necesitamos utilizar determinadas cantidades de insumos. La relación entre las cantidades que se usan de cada tipo de insumo para obtener determinada cantidad de productos, en una unidad de tiempo, se denomina función de producción. Sin embargo esa relación no es única, sino que mediante distintas combinaciones de insumos es posible obtener la misma cantidad de productos. Por lo tanto debemos determinar cuál o cuáles de esas combinaciones son más favorables.

La elección de la combinación de insumos o conjunto de combinaciones de insumos con los cuales es posible obtener determinado producto, va a depender del objetivo que se persiga. Desde un punto de vista técnico, va a ser lo que mejor se adapte al sistema productivo de la empresa, donde las cantidades a utilizar van a depender en gran medida de las especificaciones técnicas de los equipos. Esta combinación seleccionada con criterio técnico puede no ser la mejor desde el punto de vista económico. Será necesario analizar los costos de cada combinación, los que dependerán de los precios de los distintos insumos utilizados.

En este tipo de análisis, se requiere establecer una unidad de tiempo para poder medir la producción. La importancia de su correcta elección radica en que debe permitir observar un ciclo productivo completo y sin que se introduzcan en el mismo, variaciones debidas a factores externos. Por lo tanto esa unidad debe cumplir las siguientes condiciones:

- a) Debe ser lo suficientemente corta como para que no varíen los niveles de insumos fijos ni se introduzcan mejoras tecnológicas.
- b) Lo suficientemente larga como para permitir que se terminen los procesos productivos necesarios.

La primera condición está referida al análisis en el corto plazo, dado que si efectuamos análisis a largo plazo es necesario que todos los insumos, tanto fijos como variables se modifiquen.

En cuanto a la relación en sí, se pretende llegar a traducirla en forma matemática, debido a la facilidad que este tipo de expresiones presenta en análisis complejos donde se formulan modelos en que intervienen una gran cantidad de variables, y en las que la resolución se facilita con la ayuda de computadoras.

En forma genérica, la función de producción va a tener una notación del tipo $y = f(x_0, x_1, \dots, x_n)$. La x representa las cantidades de los distintos insumos utilizados en la combinación, los que se diferencian entre sí por el subíndice utilizado. La letra "y" es la variable dependiente, que expresa el nivel de producción alcanzado.

Existen distintas variantes doctrinarias respecto a los fundamentos para el análisis de la función de producción. Algunos autores sostienen que la función de producción debe basarse en la ley de los rendimientos decrecientes. Esta ley, aplicable a la producción agrícola, se extendió también a la producción industrial, entendiéndose que es válida mientras no se demuestra racionalmente lo contrario.

Esencialmente esta teoría asume que los insumos pueden variar individualmente dentro de ciertos límites con total libertad. Se estudia la incidencia de las variaciones de los insumos en el producto total determinándose producciones óptimas en función de los costos unitarios de los insumos. Sin embargo otra corriente de autores entiende que los insumos no se pueden variar libremente, sino que la utilización de los mismos depende de los medios de empresa. Por lo tanto el costo de la producción se va a determinar en función de los insumos necesarios para que con determinado rendimiento de los medios de empresa se logre el nivel de producción exigido.

2. Función de producción según la ley de rendimientos decrecientes

De acuerdo a la ley de los rendimientos decrecientes, si aumentamos uno de los insumos de la producción manteniendo los demás constantes, el rendimiento a partir de cierto nivel aumenta a una tasa decreciente para luego disminuir en términos absolutos. En este tipo de análisis asumimos como supuesto, la libre variabilidad de los insumos, por lo menos dentro de ciertos límites. Primeramente estudiaremos el rendimiento con un solo factor variable a efectos de simplificar el problema y analizar las distintas relaciones existentes.

2.1. Análisis del rendimiento para un factor variable

Consideramos una función de producción del tipo

$$y = f(x_1, x_2)$$

es decir con sólo dos insumos, de los cuales uno es fijo y el otro variable. Para simplificar estableceremos que la función tiene sólo dos insumos, sin embargo el análisis que desarrollaremos es perfectamente válido para un número mayor de factores mientras se dé la condición de que todos menos uno son fijos. (ver figura 1)

Se observa en la representación gráfica que a un aumento del insumo x en Δx corresponde un aumento del rendimiento Δy . La medida de ascensión media de la curva entre dos puntos A y B se define como el cociente de los incrementos $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, que es igual a la tangente del ángulo que forman el segmento Δy que une los puntos A y B con la paralela al eje de las equis que pasa por el punto A.

Como la medida de ascensión varía en los distintos tramos de la curva comprendidos entre los puntos A y B, también interesa la medida de ascensión en cada punto de la curva. Para estudiarlo reducimos el incremento Δx haciéndolo tender a cero, con lo cual la medida de ascensión es igual a la tangente a la curva en el punto. (ver figura 2)

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \text{tg } \gamma$$

Este valor se conoce como la productividad marginal del factor variable, es la relación entre el rendimiento del factor y su insumo en el límite de su empleo.

El rendimiento marginal del factor se obtiene multiplicando su productividad marginal por el incremento infinitesimal de la cantidad adicional de su empleo:

$$\frac{dy}{dx} dx,$$

que matemáticamente significa el diferencial de la función analizada.

Otra medida de análisis es el rendimiento medio, pero se define como la relación entre el rendimiento y la cantidad de empleo de ese factor: $e = \frac{y}{x}$. Esta relación es igual a la tangente del ángulo que forma el x radio vector que une el origen de coordenadas con un punto de la curva y el sentido positivo del eje de las equis.

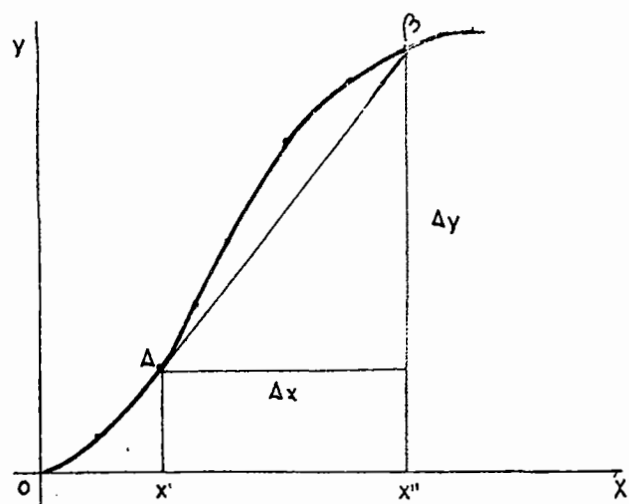
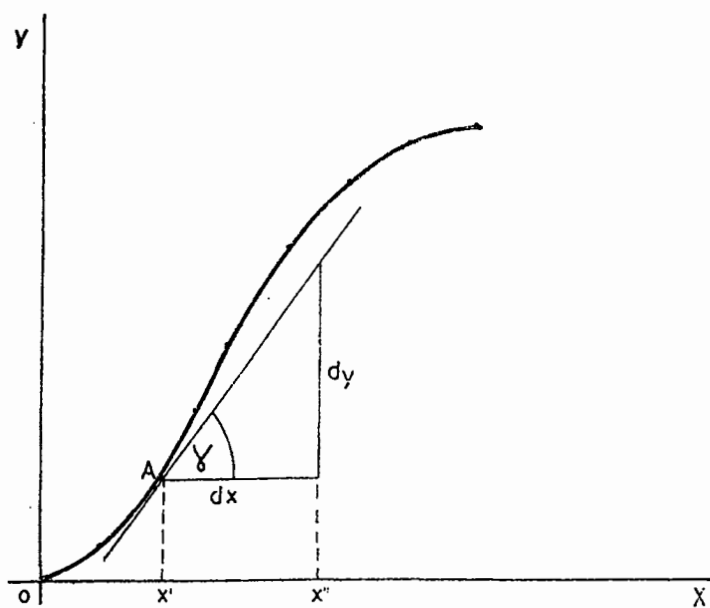


FIGURA 1



Como puede observarse en la figura 3, el mayor valor del rendimiento medio se alcanza para aquel punto de la curva en que el radio vector es tangente a la misma, en este caso B.

Estudiaremos las relaciones existentes entre el rendimiento medio y el rendimiento marginal. Denominamos α al ángulo cuya tangente representa el rendimiento medio, γ al que representa el rendimiento marginal. Teniendo en cuenta que para ángulos menores de 90° las tangentes son proporcionales a los mismos, podemos establecer las siguientes relaciones:

$\alpha < \gamma$: rendimiento medio menor que rendimiento marginal

$\alpha = \gamma$ rendimiento medio igual al rendimiento marginal

$\alpha > \gamma$: rendimiento medio mayor que rendimiento marginal

Gráficamente podemos comprobarlas en la representación de la figura N°4.

A efectos de una mejor comprensión de los conceptos expuestos vamos a desarrollar un ejemplo donde se calculan y representan las distintas medidas de análisis. El mismo está basado en la producción agropecuaria, considerándose como insumo fijo la tierra y como insumo variable el trabajo. La producción se lleva a cabo en lotes de 2 hás. de extensión, habiéndose estudiado el rendimiento total alcanzado con la utilización de un hombre en un lote, de 2 hombres en otro lote semejante, y hasta 6 hombres en un lote de similares características a los demás.

Cuadro N° 1

Hás.	N° de trabajadores	Rend. total	Rend. medio	Rend. marginal
2	1	1	1	-
2	2	3	1.5	2
2	3	7	2.33	4
2	4	9	2.25	2
2	5	10	2	1
2	6	9	1.5	- 1

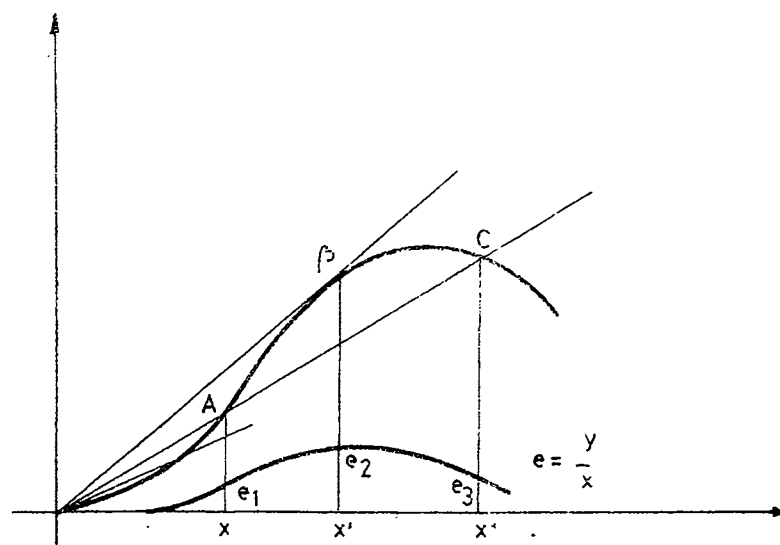


FIGURA 3

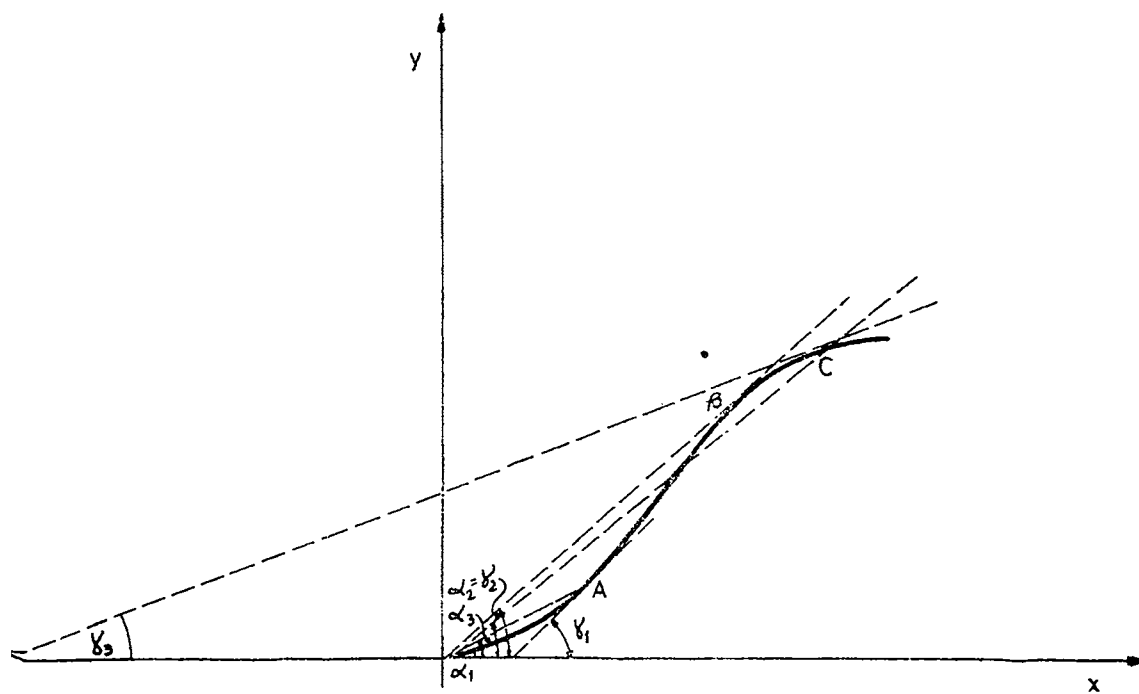


FIGURA 4

Se asume que en todos los lotes se sembró el mismo tipo de productos con el fin de hacer comparables los resultados. Respecto a la unidad de medida se consideró conveniente utilizar la cantidad de toneladas cosechadas en una sola siembra.

En el cuadro N°1 se detallan los resultados del experimento, y las correspondientes medidas de análisis.

Rendimiento medio se había definido como el cociente entre el rendimiento total y el nivel de insumos utilizados. En este caso es el resultado de dividir el rendimiento total alcanzado en cada lote respecto del número de trabajadores empleados en el mismo.

El rendimiento marginal lo definimos como cociente entre el incremento del rendimiento total y el incremento del insumo, calculándose los mismos como incrementos en la producción por la adición de una unidad del factor trabajo dividido por uno, que representa el aumento del mencionado factor.

En la figura N°5 se representan gráficamente las curvas de rendimiento total, medio y marginal de acuerdo a los valores del cuadro N° 1.

En la representación del rendimiento total puede observarse que se cumple la ley de los rendimientos decrecientes. El primer tramo de la curva presenta un crecimiento más que proporcional al aumento del insumo variable; sin embargo, después de utilizar 3 trabajadores, el rendimiento total aumenta, pero en forma menos que proporcional. Por último, en el punto 5 alcanza el máximo y con la incorporación de nuevos trabajadores el rendimiento total disminuye. El valor en el cual se produce el cambio de concavidad, es el máximo del rendimiento marginal y el máximo del rendimiento total puede observarse que coincide con el punto de anulación del rendimiento marginal.

Si bien en la fig. N°5 se representa una función empírica, podemos considerar, a efectos de demostrar matemáticamente los enunciados que anteceden una función teórica que se adapta a la representada. Sea esta función $q = f(x, y)$ para y constante. Dado que se trata de una función continua, sin puntos de discontinuidad por lo menos en el intervalo que se estudia, tiene derivada primera. Esta está representada, por definición, por el rendimiento marginal. Por lo tanto, cuando el rendimiento marginal se anula y cambia de signo, significa que el rendimiento total tiene un máximo en ese punto.

Asimismo en el punto en que el rendimiento marginal alcanza el máximo la derivada segunda se anula y cambia de signo en ese punto, lo que significa que el rendimiento total presenta un punto de inflexión con cambio de concavidad. Por lo tanto, queda demostrada la correspondencia entre los puntos destacables del rendimiento marginal y los del rendimiento total.

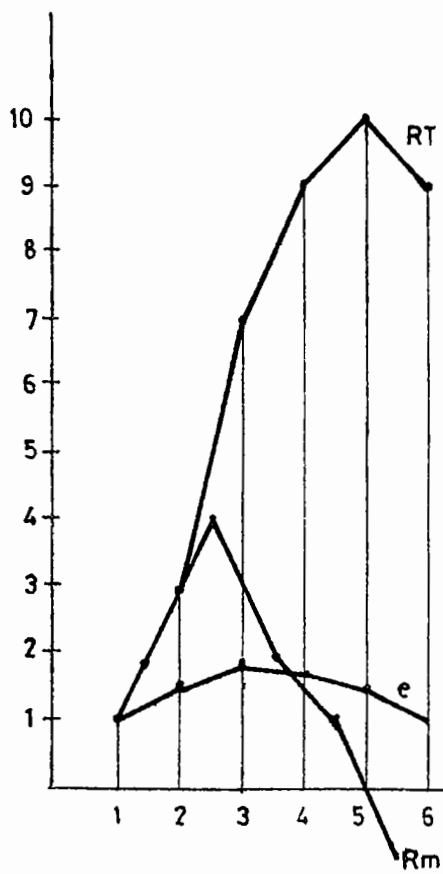


Fig. 5

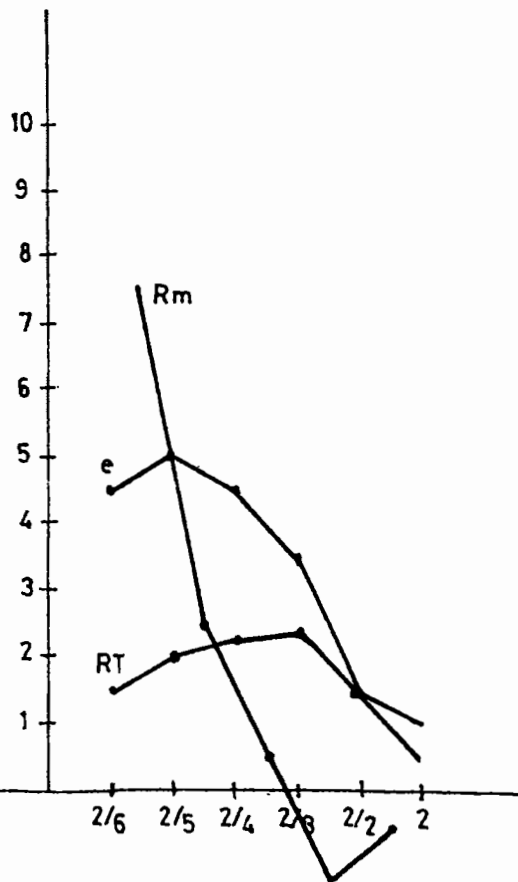


Fig. 6

Falta demostrar que el rendimiento marginal intersecta a la curva del rendimiento medio en el máximo de ésta. Por definición, el rendimiento medio es $\frac{f(x,y)}{x}$ y el rendimiento marginal $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para $\Delta x \rightarrow 0$.

El primero es igual a la tangente del ángulo que forman el radio vector que une el punto que estudiamos en la curva con el origen de coordenadas y el sentido positivo del eje de las equis, en tanto el rendimiento marginal es la tangente del ángulo que forman la tangente a la curva con el sentido positivo del eje de las equis. El rendimiento medio alcanza su máximo en el punto en que el radio vector es tangente a la curva y por lo tanto en ese punto coincide con el rendimiento marginal, por lo que queda demostrada la propiedad anteriormente enunciada.

2.2. Las tres etapas de la producción

A efectos de analizar las tres etapas de la producción, vamos a retomar el ejemplo de la producción agropecuaria, reproduciendo el cuadro N° 1 al que agregamos una nueva columna, la razón tierra trabajo que definimos como el cociente entre el número de hás. del lote y la cantidad de trabajadores afectados al mismo.

Cuadro N° 2

Hás.	N° de Trab.	Razón tierra/trab.	Rend. Total	Rend. Medio	Rend. Marginal
2	1	2/1	1	1.00	-
2	2	2/2	3	1.50	2
2	3	2/3	7	2.33	4
2	4	2/4	9	2.25	2
2	5	2/5	10	2.00	1
2	6	2/6	9	1.50	-1

Seguidamente vamos a transformar el cuadro anterior considerando como insumo fijo el trabajo y como insumo variable la superficie trabajada. Para eso consideramos la última fila del cuadro N° 2 en el que se presenta el caso de seis trabajadores que en un pre-

dio de 2 hás. obtienen una producción de 9 unidades. Por lo que individualmente cada trabajador produce $9/6$ de unidad en un predio de $2/6$ de há. El mismo procedimiento se sigue en las demás filas presentándose los resultados en el cuadro N° 3.

Cuadro N° 3

Hás.	N° de Trab.	Razón Tierra/trab.	Rend. Total	Rend. Medio	Rend. Marg.
2/6	1	2/6	1.50	4.5	-
2/5	1	2/5	2.00	5.0	7.50
2/4	1	2/4	2.25	4.5	2.50
2/3	1	2/3	2.33	3.5	0.50
2/2	1	2/2	1.50	1.5	- 1.25
2/1	1	2/1	1.00	0.5	- 0.50

De esta manera se expresan los resultados de la investigación considerando como fijo el factor trabajo y midiendo los rendimientos totales en función de la superficie ocupada. Asimismo, se calculan los rendimientos medios y marginales según se tabularon en el cuadro N° 3. En la figura 6 se representan gráficamente los resultados, considerándose como iguales las variaciones en el insumo variable, es decir que se considera que la distancia entre 2/6 y 2/5 es la misma que entre 2/3 y 2/2.

A efectos de señalar las tres etapas de la producción, vamos a representar las gráficas de las figuras 5 y 6 en forma conjunta adoptando como unidad de medida para el eje de las equis la razón tierra/trabajo. La primera etapa abarca el sector en que el rendimiento medio es creciente, la segunda comprende el intervalo en que el rendimiento medio es decreciente y llega hasta el punto en que el rendimiento marginal se hace nulo, es decir el máximo del rendimiento total y por último la tercera es la parte descendente de la curva de rendimientos totales, o sea cuando el rendimiento marginal es negativo. (ver página 12)

En la primera fase, tenemos que el factor tierra es desproporcionado con relación al factor trabajo, dado que los rendimientos marginales del factor tierra son negativos en este sector tal como puede apreciarse en la figura 7. Por el contrario, en la tercer fase existe una desproporción del trabajo respecto a la tierra,

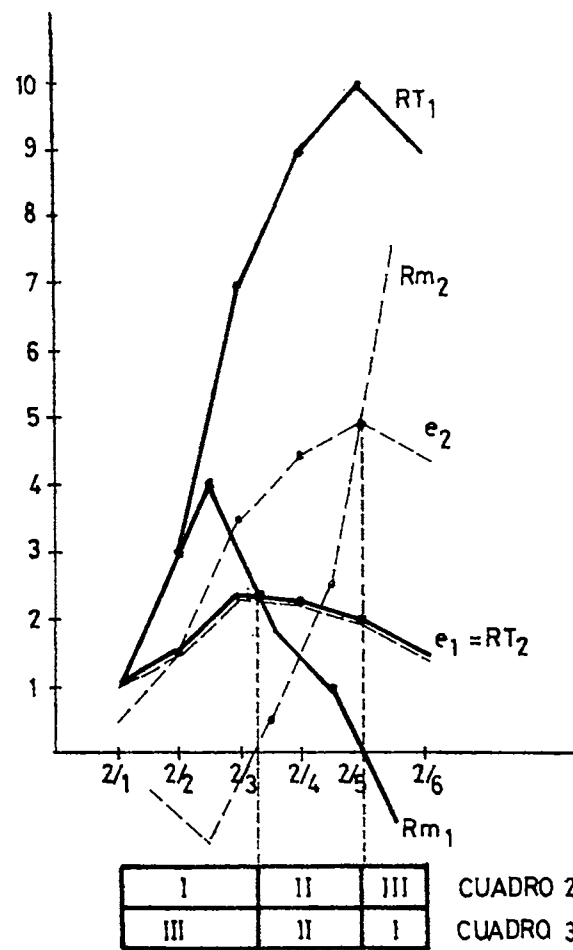


Fig. 7

produciéndose rendimientos marginales negativos del factor trabajo.

Es en la segunda fase donde encontramos un equilibrio entre los insumos de ambos factores, dado que los rendimientos marginales de la tierra y el trabajo son positivos, denominándose a ésta la fase racional de la producción. Asimismo se denomina margen extensivo de la utilización del factor variable al punto en que el rendimiento medio alcanza el máximo y margen intensivo donde el rendimiento marginal se anula.

Como expresamos anteriormente por tratarse de representaciones empíricas, los puntos destacables de las curvas no muestran una total coincidencia, por ejemplo en la figura 7 (ver página siguiente) el límite entre la fase I y II de la representación correspondiente al cuadro N° 2 no coincide exactamente con el de las fases III y II del cuadro N° 3. Esto se da porque al discretizar una variable continua a efectos de poder hacer observaciones se cometen errores debido al agrupamiento. Sin embargo, si adaptamos una función teórica se verifican exactamente los enunciados expuestos.

2.3. Funciones de producción linealmente homogéneas

Se ha planteado doctrinariamente el interrogante de si las funciones de producción presentan rendimientos constantes a escala; sin embargo, dada la sencillez matemática de las funciones homogéneas y las posibilidades que brindan para la resolución de complejos modelos económicos, en muchos casos se adopta como cierto este supuesto. Tenemos que las expresiones homogeneidad lineal y rendimientos constantes a escala son sinónimos cuando se emplean para describir una función de producción. Lo más importante es reiterar que por rendimientos constantes a escala, se entiende que si todos los insumos aumentan en la misma proporción, el producto total aumenta en esa proporción. A efectos de analizar las principales características de este tipo de funciones, vamos a adoptar para el estudio, la función de Cobb-Douglas simple:

$$q = f(x, y) = A x^{\alpha} y^{1-\alpha}$$

donde A y α son constantes positivas y $0 < \alpha < 1$. Si aumentamos x e y en la proporción λ , obtendremos

$$\begin{aligned} f(\lambda x, \lambda y) &= A (\lambda x)^{\alpha} (\lambda y)^{1-\alpha} = A \lambda^{\alpha} \lambda^{1-\alpha} x^{\alpha} y^{1-\alpha} = \lambda A x^{\alpha} y^{1-\alpha} \\ &= \lambda f(x, y) \end{aligned}$$

Es decir que si aumentamos todos los insumos en determinada proporción, la función también aumenta en esa proporción. De

acuerdo a lo estudiado, se trata de una función homogénea de grado uno, es decir que se obtienen rendimientos constantes a escala.

Otras características importantes de este tipo de funciones son que el rendimiento medio y el rendimiento marginal dependen de la razón de los insumos, pero son independientes de sus valores absolutos.

El rendimiento de x , es:

$$\frac{f(x,y)}{x} = A x^{\alpha-1} y^{1-\alpha} = A \left(\frac{x}{y}\right)^{\alpha-1}$$

de donde para cualquier par de valores de x, y que guardan la misma razón, el rendimiento medio es igual.

En el caso del rendimiento marginal para el insumo x obtenemos:

$$\Delta f(x,y) = A (x + \Delta x)^{\alpha} y^{1-\alpha} - A x^{\alpha} y^{1-\alpha} = A y^{1-\alpha} [(x + \Delta x)^{\alpha} - x^{\alpha}]$$

en donde podemos desarrollar el binomio : $(x + \Delta x)^{\alpha} = x^{\alpha} + \alpha x^{\alpha-1} \Delta x + \dots$

$$(x + \Delta x)^{\alpha} = x^{\alpha} + \alpha x^{\alpha-1} \Delta x + \alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2} \Delta x^2 + \dots$$

Como Δx es un valor muy chico, podemos despreciar los términos donde aparezca con potencia mayor que uno, por lo que el desarrollo del binomio sería igual a:

$$(x + \Delta x)^{\alpha} = x^{\alpha} + \alpha x^{\alpha-1} \Delta x$$

sustituyendo en la ecuación original se obtiene:

$$\Delta f(x,y) = A y^{1-\alpha} \alpha x^{\alpha-1} \Delta x$$

$$\frac{\Delta f(x,y)}{\Delta x} = \alpha A \left(\frac{x}{y}\right)^{\alpha-1}$$

En esta expresión se observa que el rendimiento marginal depende también de la razón entre los insumos, siendo independiente de sus valores absolutos es decir que si los insumos son por ejemplo $x = 10$ e $y = 20$ o $x = 40$ e $y = 80$, los rendimientos marginales son iguales.

En forma genérica, la función de Cobb-Douglas para un caso de producto único y dos factores es:

$$q(x,y) = \Delta x^{\alpha} y^{\beta}$$

Si $\alpha + \beta = 1$ estamos en el caso analizado de rendimientos constantes a escala, cuando la suma de $\alpha + \beta > 1$ obtenemos rendimientos a escala creciente y si $\alpha + \beta < 1$ rendimientos a escala decreciente. En todos los casos, se cumple que si multiplicamos cada uno de los factores por una constante λ el producto se multiplica por $\lambda^{\alpha+\beta}$; para el caso simple, se cumple que $\alpha + \beta = 1$ y por lo tanto $\lambda^{\alpha+\beta} = \lambda$; en los otros dos casos de mayor y menor que uno, se deduce que el producto va a resultar incrementado en una proporción mayor o menor respectivamente que λ .

2.4. Elasticidad del producto y el coeficiente de la función

El coeficiente de elasticidad mide el cambio porcentual en una variable dependiente al cambiar proporcionalmente una variable independiente. En el tema que estamos estudiando mide la variación relativa de la cantidad producida ante un cambio relativo en la cantidad del insumo variable utilizado.

Si definimos una función $q = f(x,y)$ la elasticidad producto de x es el cambio porcentual en el producto que genera un cambio porcentual dado de x , cuando el insumo de y permanece constante. Supongamos que ϵ_x y ϵ_y representan las elasticidades producto x e y respectivamente, tendremos:

$$\epsilon_x = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta x}}{\frac{q}{x}} \quad \epsilon_y = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta y}{y}} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta y}}{\frac{q}{y}}$$

Como puede observarse la elasticidad-producto de un insumo es igual a su rendimiento marginal dividido por su rendimiento medio, permaneciendo constante el otro insumo.

Si estudiamos la variación de la elasticidad en los distintos puntos de la curva de la función de producción, tendremos que:

- en la fase I como el rendimiento marginal es superior al rendimiento medio la elasticidad es superior a uno, igualándose a uno en el punto que se igualan ambos rendimientos.
- en la fase II el rendimiento medio es superior al rendimiento marginal, por lo tanto la elasticidad es menor que uno pero de signo positivo. Cuando el rendimiento total alcanza su máximo el rendimiento marginal es cero, y por lo tanto la elasticidad es cero también.
- en la etapa III, el rendimiento marginal es negativo, por lo que la elasticidad es menor que cero.

Dados los puntos en que se producen las variaciones claves en la elasticidad, se desprende que existe la misma relación entre las distintas zonas de este índice y las etapas de la producción. Para demostrar esto basta recordar el ejemplo de la producción agrícola ya visto y la relación que de la misma surge cuando se considera la tierra como factor fijo y el trabajo como variable y viceversa.

Cuando la elasticidad por variación del insumo trabajo es mayor que uno, la del factor tierra es negativa, porque aquí su rendimiento marginal es negativo (etapa I y III respectivamente para cada factor tomado como variable). Cuando para el insumo trabajo el índice de elasticidad es negativo, para la tierra es mayor que uno pues su rendimiento marginal supera al medio (etapa III y I respectivamente).

Ambas elasticidades están acotadas entre 0 y 1 justamente en la etapa racional de la producción o sea en la II, para ambos insumos tomados como variables.

El coeficiente de la función (ϵ) se define como el cambio relativo del producto cuando todos los insumos aumentan en la misma proporción.

El cambio porcentual del producto lo expresamos como $\frac{\Delta q}{q}$, y si suponemos que todos los insumos aumentan en la proporción $\frac{\Delta x}{x}$ por definición tendremos:

$$\epsilon = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta \lambda}}{\frac{\lambda}{q}}$$

donde $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ represente el aumento porcentual de los insumos dado que si cada uno de ellos aumenta en cierta proporción, considerados

en conjunto aumenta en esa misma proporción.

En general, el coeficiente de la función es una variable que depende de la escala de la producción. En el caso especial de los rendimientos constantes a escala, sabemos que el producto aumenta en la misma proporción que los insumos, por lo tanto, cuando la función de producción es homogénea de grado uno, el coeficiente de la función es igual a uno.

Vamos a relacionar el coeficiente de la función con la elasticidad del producto. El aumento del producto generado por un aumento de los insumos, será igual al incremento atribuible a x , más el incremento atribuible a y . El insumo adicional de x aumenta la producción de su producto marginal ($\frac{\Delta q}{\Delta x}$) multiplicado por el número de unidades adicionales (Δx). Igual criterio se aplica a y , por lo que podemos escribir:

$$\Delta q = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \Delta x + \frac{\Delta q}{\Delta y} \Delta y = x \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + y \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{y}$$

Si dividimos entre q todos los términos de la ecuación:

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{x}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + \frac{y}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{y}$$

Como habíamos definido que los aumentos de los insumos eran todos proporcionales, es decir, que $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ podemos expresar:

$$\frac{\Delta q}{q} = \left(\frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q} + \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q} \right) \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

$$\frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}} + \frac{\frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}}$$

y de acuerdo a lo definido para elasticidad del producto, tenemos entonces que el primer sumando es ϵ_x y el segundo es ϵ_y , por lo tanto:

$$\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y$$

Podemos entonces concluir que el coeficiente de la función es igual a la suma de las elasticidades producto de todos los insumos.

2.5. Isocuantas

Si suponemos que se produce un solo bien para el que se requieren dos insumos que a efectos del análisis pueden ser capital y trabajo, con determinado proceso productivo podemos representar gráficamente los insumos que se requieren para obtener una unidad de un bien. (ver figura N° 8)

P_1 es la producción de una unidad para lo que se requiere dos unidades de trabajo y una de capital. Se puede suponer también que si duplicamos los insumos, es decir aplicamos 4 unidades de trabajo y 2 de capital, obtendremos 2 unidades de producto, que podemos representar en el punto $2P_1$. Si este supuesto es válido, podemos aumentar la producción tantas veces como se desee, si aumentamos proporcionalmente los insumos, y obtenemos los puntos $3P_1$, $4P_1$, $10P_1$.

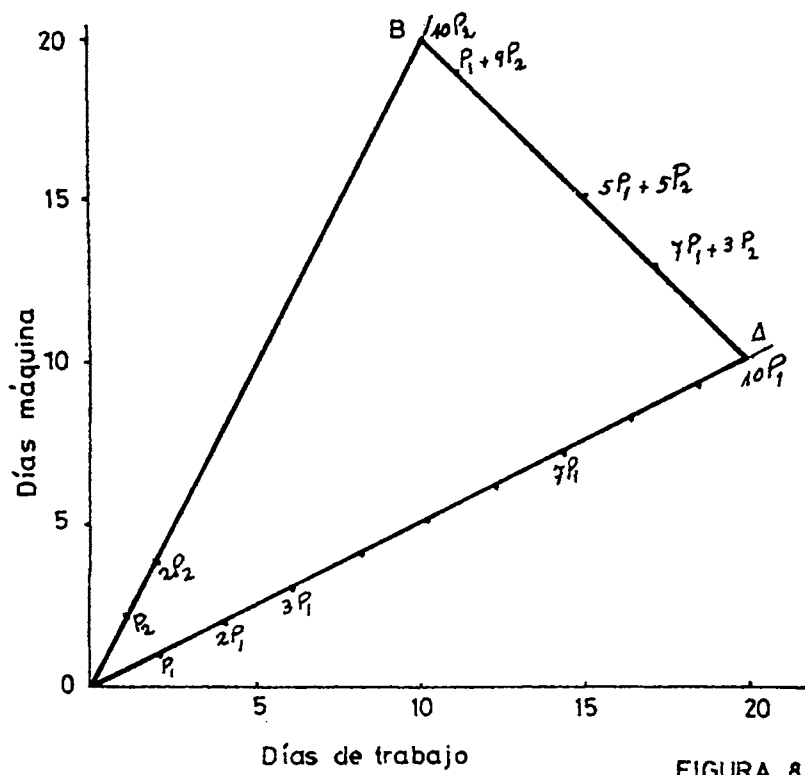


FIGURA 8

Si se conoce un nuevo proceso tecnológico, es posible que se pueda producir una unidad del producto con dos unidades de capital y una de trabajo, es decir que sustituimos un insumo por otro como, por ejemplo, que un operario pueda manejar simultáneamente dos máquinas para lograr la producción de una unidad del producto por día. En este caso podemos hacer los mismos supuestos del ejemplo anterior y obtendremos la serie de puntos $P_2, 2P_2, \dots, 10P_2$. Los puntos $10P_2$ y $10P_1$ significan dos formas distintas de obtener la misma producción, pero también podemos obtener una producción de 10 unidades mediante combinaciones de los 2 procesos, por ejemplo $P_1 + 9P_2$, $2P_1 + 8P_2$, etc., las que se representan sobre la recta AB. A título de ejemplo, tenemos que en el caso $2P_1 + 8P_2$, los insumos van a ser de 12 unidades de trabajo y 18 unidades de capital, punto que está ubicado sobre la recta AB.

Introduciendo la tecnología de un nuevo proceso, tendremos que el mismo será eficiente si para la producción de por ejemplo, 10 unidades se requiere menor o igual cantidad de insumos que para cualquiera de las combinaciones situadas sobre la recta AB.

El punto C' en la figura N° 9 no sería por lo tanto eficiente pero sí lo es el punto C, como asimismo lo son todas las combinaciones que están sobre las rectas AC y CB. La línea ACB representa todas las formas eficientes de producir 10 unidades y se denomina isocuanta.

Este razonamiento puede seguirse con un mayor número de procesos y entonces la representación de la isocuanta tiende a ser una curva continua, tal como se representan en la figura 10. Obsérvese que la curva termina en el eje de las "x", porque puede suponerse que existe un proceso que utilice solamente trabajo, pero ninguno, por más automatizada que sea la producción que sólo utilice capital. Las dos propiedades más importantes de las isocuantas son: a) que cada segmento es decreciente hacia la derecha y b) que son convexas respecto al origen.

Este desarrollo es válido cuando se trata de funciones de producción linealmente homogéneas, es decir que tienen rendimientos a escalas constantes. En este caso las isocuantas para incrementos proporcionales de los insumos son paralelos y en el caso de iguales proporciones de incremento de los mismos, guardan entre sí la misma distancia medida sobre radios vectores que pasen por el origen de coordenadas. Cuando las funciones son homogéneas pero no lineales, los rendimientos a escala van a ser más o menos que proporcionales, por lo tanto las isocuantas serán paralelas pero no van a guardar entre sí la misma distancia.

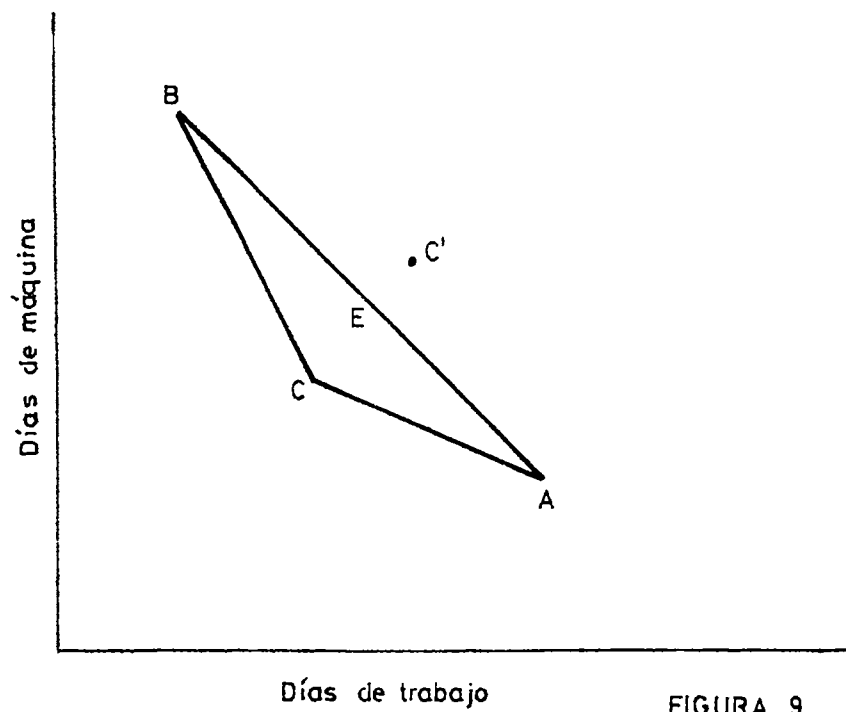


FIGURA 9

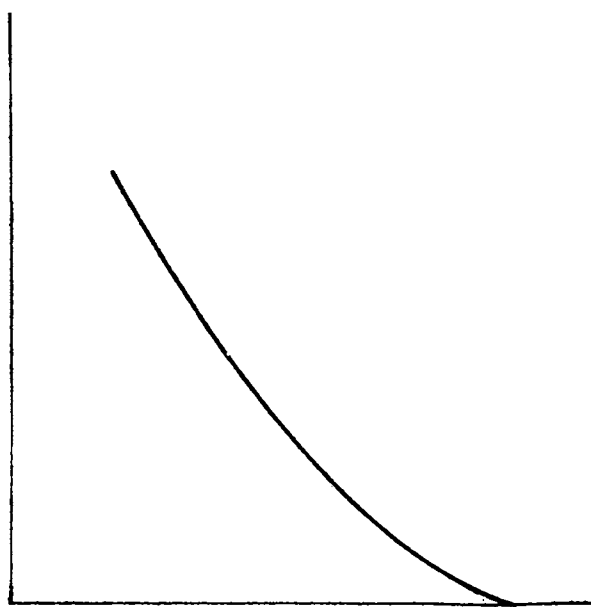


Fig. 10

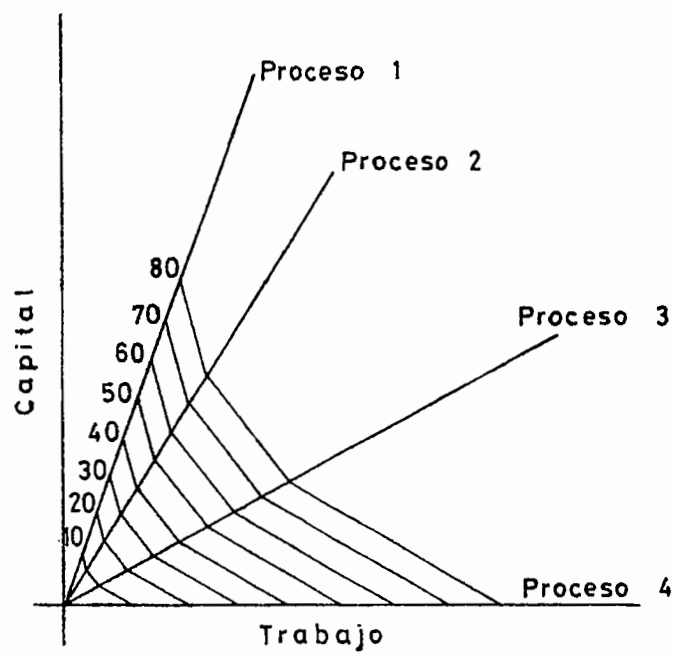


FIGURA 11

2.6 Análisis para dos insumos variables. Anteriormente estudiamos las relaciones físicas de la producción en el supuesto de que sólo haya un insumo variable; seguidamente analizamos un caso más general para el supuesto de dos insumos variables. Puede considerarse que estos son los únicos insumos del proceso productivo o de que cooperan con otros insumos fijos.

A efectos de facilitar su comprensión, vamos a desarrollar un ejemplo basado en un experimento agrícola. Los insumos van a ser tierra y trabajo y se hacen observaciones de la producción en predios de una extensión de 1, 2, 3, hasta 8 hás., aplicando en cada tamaño desde uno hasta 8 trabajadores. De esta manera tendremos muestras desde un trabajador en un predio de 1 há. hasta 8 trabajadores en un predio de 8 hás., pasando por todas las combinaciones posibles, exponiéndose los resultados en el cuadro N° 4.

Cuadro N° 4

Producción en kilos

H á s. p o r p r e d i o	8	9	46	69	92	109	124	136	144	
	7	13	46	69	91	108	123	134	140	
	6	16	42	66	88	106	120	128	132	
	5	15	37	60	80	100	113	120	121	
	4	13	30	54	72	85	93	95	95	
	3	10	24	39	52	61	66	66	64	
	2	6	12	17	21	24	26	25½	24½	
	1	3	6	8	9	10	10	9	7	
		1	2	3	4	5	6	7	8	
Trabajadores por predio										

Si consideramos la tierra como insumo fijo, las cifras de cada fila expresan el rendimiento ante variaciones en el insumo de trabajo. Podemos entonces para cada fila calcular el rendimiento medio y marginal del factor trabajo, tal como se desarrolló en el punto anterior.

En cada fila se observa que el rendimiento medio y marginal del trabajo aumenta a medida que se utilizan predios mayores, o sea a medida que el insumo fijo aumenta en relación con el insumo variable; sin embargo así como demasiados trabajadores por hectárea vuelven el cultivo demasiado intensivo, demasiadas hectáreas de tierra por hombre lo hacen demasiado extensivo, disminuyendo a partir de cierto volumen sus rendimientos.

Podemos considerar ahora como fijo el número de trabajadores y variable el tamaño de los predios. Los rendimientos para un cierto número de trabajadores y ante distintos insumos del factor tierra los tenemos por columna. Puede observarse que cuando se incrementa el número de trabajadores el rendimiento aumenta hasta cierto punto y luego disminuye.

Es decir, que cuando la proporción de insumos variables en relación al insumo fijo es muy grande, se produce como en todos los casos analizados, una disminución del rendimiento marginal y hasta puede éste convertirse en negativo. A medida que analizamos el comportamiento para columnas con una mayor cantidad de personal, se observa que dentro de los márgenes del cuadro esta situación no llega a producirse, dado que están dentro de la fase económica de la producción.

Otro aspecto destacable de este cuadro es que un mismo rendimiento puede obtenerse con distintas combinaciones de insumos, por ejemplo, 66 unidades de producción se dan tanto con 3 trabajadores en un predio de 5 hás. como con 7 trabajadores, haciéndolo en un predio de 3 hás. En el ejemplo, por tratarse de un caso discreto la sustitución de insumos se da sólo para pocas combinaciones, pero en un caso continuo, un nivel dado de producción puede lograrse a través de una gran variedad de combinaciones. Este aspecto es de gran importancia dado que uno de los objetivos del empresario, tal como se explicó, consiste en seleccionar la combinación de insumos que reduce al mínimo el costo para un nivel dado de producción.

2.7 La superficie de producción

En el caso que estamos analizando podemos representar los rendimientos para la producción en base a los insumos variables en un gráfico tridimensional. Para el ejemplo desarrollado, la representación es la que se muestra en el cuadro N° 4. Puede observarse que por tratarse de un caso discreto los rendimientos para cada combinación de insumos se representan por un prisma de base rectangular y altura igual al rendimiento de esa combinación específica.

En este tipo de representación la sustitución de insumos se da entre las combinaciones que tienen igual rendimiento, es de-

cir cuyos prismas son de igual altura. Como se expresó anteriormente aparecen pocos prismas de la misma altura por tratarse de observaciones. (ver figura 12)

Si suponemos un caso continuo, la superficie de producción va a estar representada por un plano arqueado como el graficado en la figura 13, en el que cada punto representa el rendimiento correspondiente a la combinación de insumos cuyos respectivos volúmenes son la abscisa y la ordenada del punto.

Puede observarse que si intersectamos la superficie de producción con un plano perpendicular al $X\bar{Y}$ para cada nivel de insumos la intersección es la curva de rendimiento total para el caso de un insumo fijo y otro variable.

Lo más importante en este tipo de representación lo constituye el estudio de las isocuantas. Por definición, tenemos que todos los puntos de la superficie de producción que están a una misma distancia del plano $X\bar{Y}$ significan rendimientos equivalentes. Su determinación se obtiene intersectando la superficie de producción con un plano paralelo al $X\bar{Y}$ para el nivel deseado de rendimiento total que se mide sobre el eje Z . La proyección ortogonal de la intersección sobre el plano $X\bar{Y}$ representa la isocuanta de un nivel dado de producción. Las coordenadas de cada punto de esa curva significan los niveles de insumos requeridos para lograr ese rendimiento.

En este caso como puede observarse en la figura N° 14, existen infinitas combinaciones posibles de insumos para lograr un determinado rendimiento.

2.8. Sustitución de insumos

Una de las principales características de la producción (ver figura 15) como se expresó anteriormente, es el hecho de que diferentes combinaciones de insumos pueden generar un nivel dado de producto, es decir que un insumo puede sustituirse parcial o totalmente por otro, manteniéndose constante el nivel de producción. Estudiaremos la tasa a la que un insumo sustituye a otro manteniendo constante el producto.

Los puntos P y R son dos combinaciones de insumos para generar un nivel de producción T_1 . En el punto P se requiere un insumo de capital OC_1 , y uno de trabajo OT_1 , y en el punto R , OC_2 y OT_2 respectivamente. La razón capital trabajo en el punto P es $\frac{OC_1}{OT_1}$ y en el punto R es $OR = \frac{OC_2}{OT_2}$. La tasa de sustitución del capi

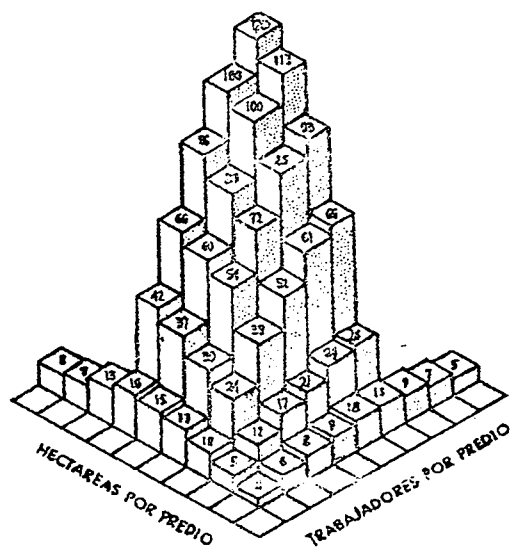


Figura 12

Fuente: Ferguson C.E. Teoría Microeconómica - México F.C.E.
4^{ta} Reimpresión. 1975. pág.137.

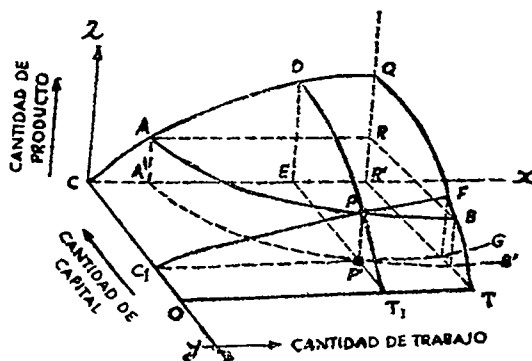


Figura 13

Fuente: Ferguson C.E. Teoría Microeconómica - México F.C.E.
4^{ta} Reimpresión. 1975. pág 137.

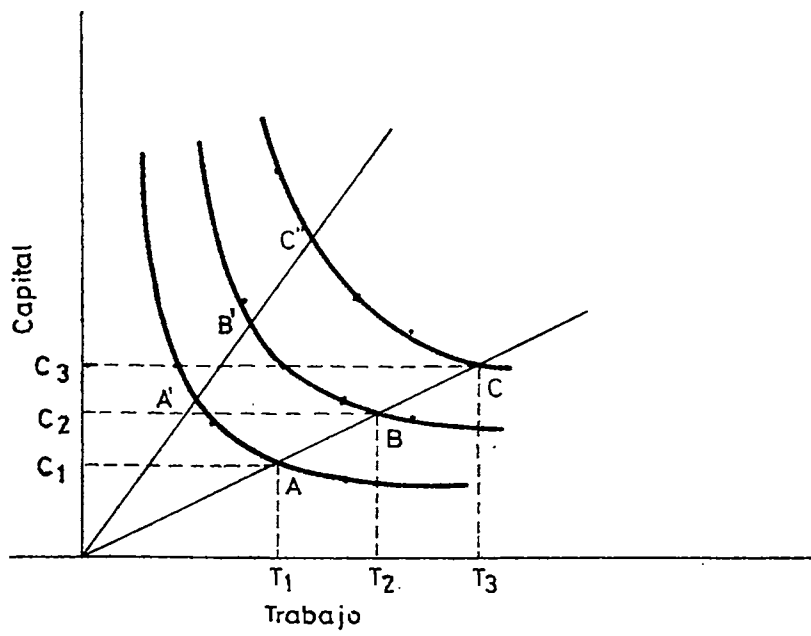


FIGURA 14

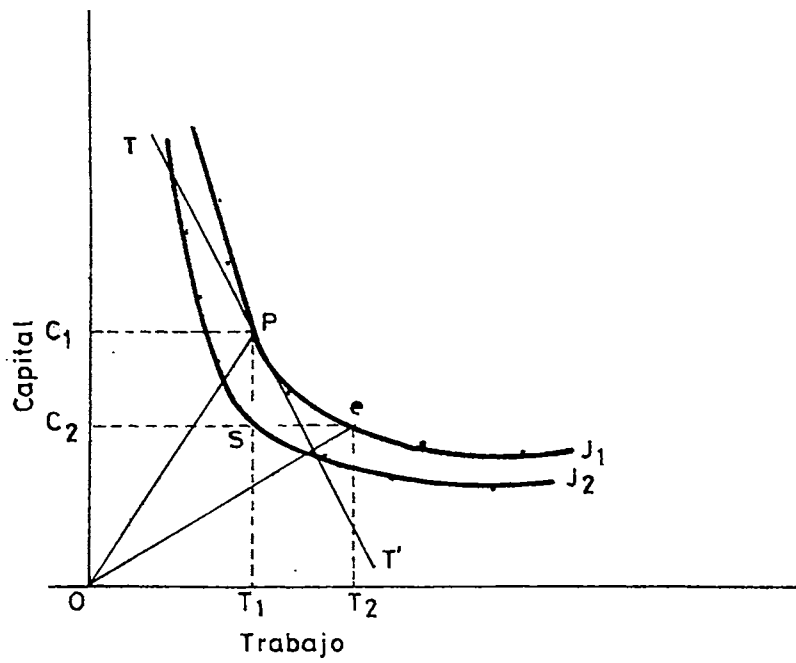


FIGURA 15

tal por trabajo para pasar de P a R está dada por:

$$- \frac{OC_1 - OC_2}{OT_1 - OT_2} = \frac{PS}{RS}$$

(el signo se antepone para obtener una tasa positiva). Por lo tanto la tasa de sustitución es el cambio en la cantidad del capital dividido por el cambio en la cantidad de trabajo, o sea la pendiente del ángulo curvilíneo P R S.

A medida que disminuye la distancia entre P y R, la pendiente del segmento curvilíneo P R se aproxima a la pendiente de la tangente T T' en el punto P. Para distancias infinitamente pequeñas, la pendiente de la tangente en P mide la tasa de sustitución, que en este caso denominaremos tasa marginal de sustitución técnica.

Supongamos que permaneciendo constante el insumo de trabajo en el nivel OT, se incrementa el insumo de capital de OC₂ a OC₁ con lo cual la producción aumenta de nivel I₂ (que denominaremos Q₂) al nivel I₁, que denominaremos Q₁). Por lo tanto el rendimiento marginal del capital es $\frac{Q_1 - Q_2}{OC_1 - OC_2} = \frac{PS}{RS}$. El producto margi-

$$\frac{OC_1 - OC_2}{PS}$$

nal del trabajo para un incremento de OT₁ a OT₂ es $\frac{Q_1 - Q_2}{SR}$.

SR

La razón del producto marginal del trabajo al del capital es $\frac{Q_1 - Q_2}{SR} : \frac{Q_1 - Q_2}{PS} = \frac{PS}{SR}$ que es la base de sustitución del capital

por el trabajo. Cuando trabajamos con cantidades infinitesimalmente pequeñas, la tasa marginal de sustitución técnica del capital por trabajo es igual a la razón del producto marginal del trabajo al producto marginal del capital.

2.9. La región económica de producción

Las funciones de producción, no siempre generan mapas de isocuantas como el de la Fig. N°14, sino que pueden generarse mapas del tipo del representado en la Fig. N°16 en que la curva tiene tramos de pendiente positiva.

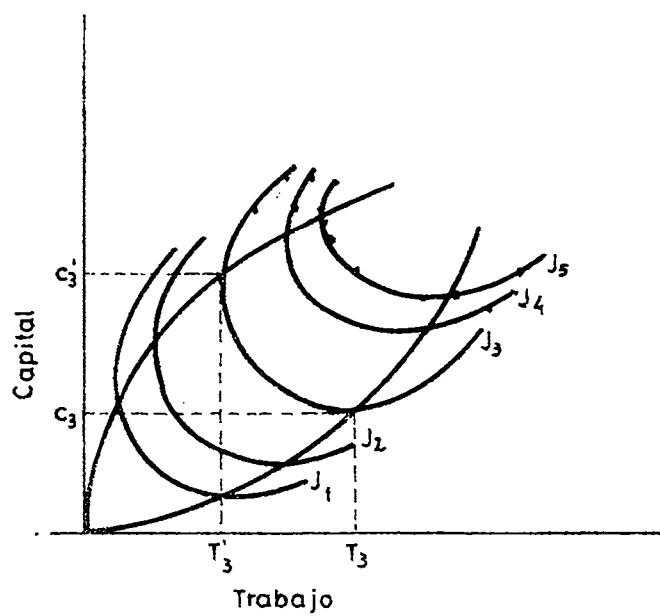


FIGURA 16

Para las isocuantas representadas, por ejemplo la I_3 , el punto en que el insumo de capital es mínimo es el C_3 , para lo que se requiere un insumo de trabajo T_3 , si a partir de ese punto incrementamos el insumo de trabajo, el insumo de capital también aumentará obteniendo siempre la misma producción. Significa que ese punto es el margen intensivo del trabajo y por lo tanto el límite de la región económica de producción. Un razonamiento semejante podemos hacer en el punto $C_3'T_3'$ donde tendremos el margen extensivo. Por lo tanto si unimos con dos curvas los márgenes extensivos e intensivos del conjunto de isocuantas representado, su interior es la región económica de producción para cualquier nivel de rendimiento.

Es importante comparar lo expresado con la definición de isocuantas desarrollada al principio del capítulo. Expresamos que un nuevo proceso era eficiente si para un nivel de producción dado se requerían insumos menores o iguales a los utilizados en los procesos anteriores. De acuerdo a la definición utilizada las isocuantas tienen pendiente negativa y en este caso, para los tramos en que eso no se cumple, es cuando los procesos de producción utilizados no son eficientes. En la región económica de producción, se dan todas las características enumeradas para las isocuantas.

Entre los supuestos que manejamos estaba el de que si duplicábamos los insumos la producción se duplicaba. Eso sólo tiene validez en el caso de funciones de producción linealmente homogéneas, es decir que presentan rendimientos constantes a escala. Sin embargo puede dejarse de lado ese supuesto sin que se alteren las características desarrolladas.

2.10. Relación entre el mapa de isocuantas y la función de rendimiento

En el análisis de la función de rendimiento, se estudiaron las variaciones de la producción en relación a cambios en el volumen de utilización de uno de los insumos, es decir adoptando como supuesto que los demás insumos permanecían fijos. Seguidamente se analizó la superficie de producción, un caso más general que el anterior en el cual estudiábamos las variaciones considerando dos insumos variables. Destacamos en ese momento la posibilidad de derivar la función para un insumo variable a partir de la superficie de producción intersectando ésta con un plano perpendicular al XY .

Otra forma de derivar la función de rendimiento es a partir del mapa de isocuantas. En este caso debemos fijar uno de los insumos y trazando una recta para un punto, tal como se representa en la Fig. N°17, obtenemos para cada nivel de producción, que está determinado por la intersección de la isocuanta con la recta, el volumen del insumo variable necesario.

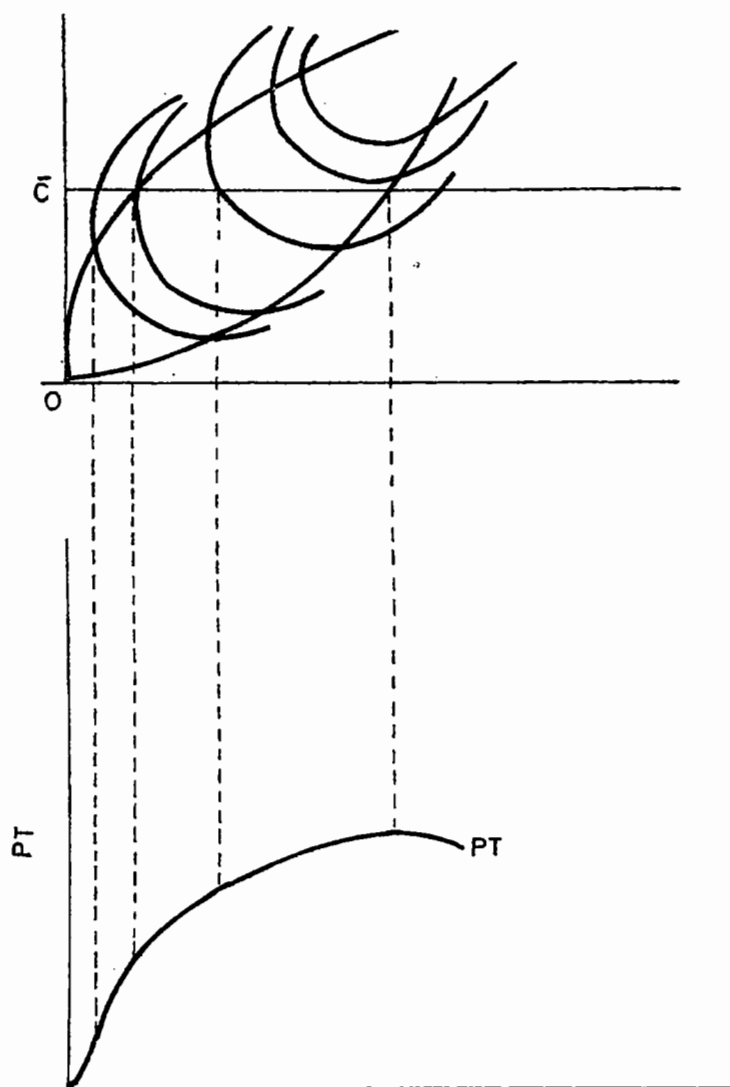


FIGURA 17

2.11. Combinación óptima de recursos

Un nivel dado de producción se puede generar mediante distintas combinaciones de insumos. Desde el punto de vista empresarial interesa el análisis de las alternativas consideradas en función de su costo. Los precios de los insumos van a determinar la combinación óptima, teniendo como objetivo reducir al mínimo el costo de generar un nivel dado de producción o elevar al máximo la producción con un nivel dado de gastos.

Adoptamos como supuesto que el productor actúa en un mercado de competencia perfecta, en el cual el volumen de compra de sus insumos no está limitado y no tiene variaciones de precio en función de su demanda.

En el supuesto de que para la producción requiera los insumos X e Y con precios de compra r y w respectivamente, el costo total es $CT = rx + wy$. Si el productor dispone de una cierta suma para destinar a la producción, sus alternativas puede escogerlas de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$x = -\frac{w}{r}y + \frac{CT}{r}$$

Desarrollemos un ejemplo para su mejor comprensión, supongamos que $r=10$ y $w=15$, si el importe total disponible es N\$ 300, sus alternativas de producción van a estar dadas por la fórmula:

$$x = -\frac{15}{10}y + \frac{300}{10}$$

Si el nivel de gastos es 180, tendremos $x = -\frac{15}{10}y + \frac{180}{10}$.

En la Fig. N°18 se grafican las funciones para sus distintos niveles de gastos. Podemos concluir que todas las representaciones para distintos niveles de gastos son rectas paralelas entre sí mientras no se modifiquen los niveles de precios de los insumos. Estas se denominan curvas de isocostos.

En el supuesto de disponer de una cierta suma para gastos en la producción, tenemos mediante las fórmulas desarrolladas las combinaciones de insumos que se pueden adquirir. Corresponde determinar cuál de esas combinaciones es la óptima. Para ello suponemos que no existiendo limitaciones en el mercado en cuanto a ventas la mejor es aquella que maximice la producción. En el mismo gráfico en que representamos la curva de isocostos trazamos un mapa de iso-

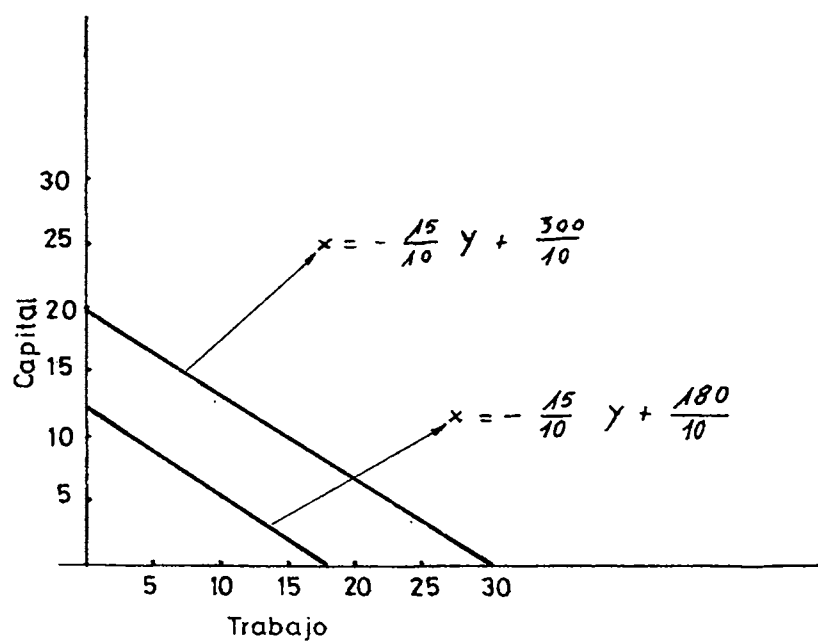


FIGURA 18

La recta CT en la Fig. N°19 es la de isocostos para una determinada suma de gastos de producción, y las curvas I_1 , I_2 e I_3 son isocuantas para distintos niveles de producción. Observando la representación gráfica se deduce que el nivel I_3 no se puede alcanzar con ese nivel de gastos, por lo tanto deberá operar con volúmenes menores. Se podría operar en puntos tales como R o S, pero la producción se puede aumentar sin incurrir en costos adicionales seleccionando una combinación de insumos más apropiada. La mayor producción se puede lograr cuando la curva de isocostos es tangente a la isocuanta I_2 . Analizando esta situación, tenemos que si se produce en otro punto, por ejemplo en el R, la tasa marginal de sustitución técnica del insumo y por el x es relativamente elevada, lo que está dado por la pendiente de la tangente TT' y el precio relativo de los insumos es mucho menor, y estará dado por la pendiente de la curva CT. En consecuencia el productor se beneficiará si emplea menos unidades del insumo y sustituyéndolas por unidades del insumo de x. En el punto S se aplica el razonamiento inverso, dado que la tasa marginal de sustitución técnica es menor que la razón de precios de los insumos. Siguiendo con este razonamiento, veremos que el productor alcanza el equilibrio (máxima producción con determinado nivel de gastos) sólo cuando la tasa marginal de sustitución técnica es igual a la razón de precios de los insumos. Esto se logra cuando la tangente en el punto de producción a la curva de isocuantas coincide con la curva de isocostos.

Podemos razonar en forma similar el caso de lograr una determinada producción con el máximo de costo. La isocuanta I representa el nivel de producción necesario, en tanto F_1 , F_2 , F_3 son distintas curvas de isocostos en las que se mantiene la misma relación de precios entre los insumos. En primer término se deben descartar todas aquellas curvas de isocostos que no sean secantes a la isocuanta, dado que no se puede generar con ellas ninguna combinación de insumos que satisfaga el nivel de producción necesario. En segundo lugar se debe determinar la combinación de insumos que minimice los costos. La isocosto F_3 cumple la primera condición, como asimismo la F_2 , sin embargo el mínimo costo se logra tal como se analizó en el caso anterior cuando es tangente a la curva de isocuantas. En este caso es la curva F_2 la que cumple la segunda condición. Generalizando se puede expresar que para elevar al máximo la producción con un costo dado o reducir al mínimo el costo de una producción dada, el empresario debe emplear los insumos en cantidades tales que la tasa marginal de sustitución técnica sea igual a la razón de los precios de tales insumos.

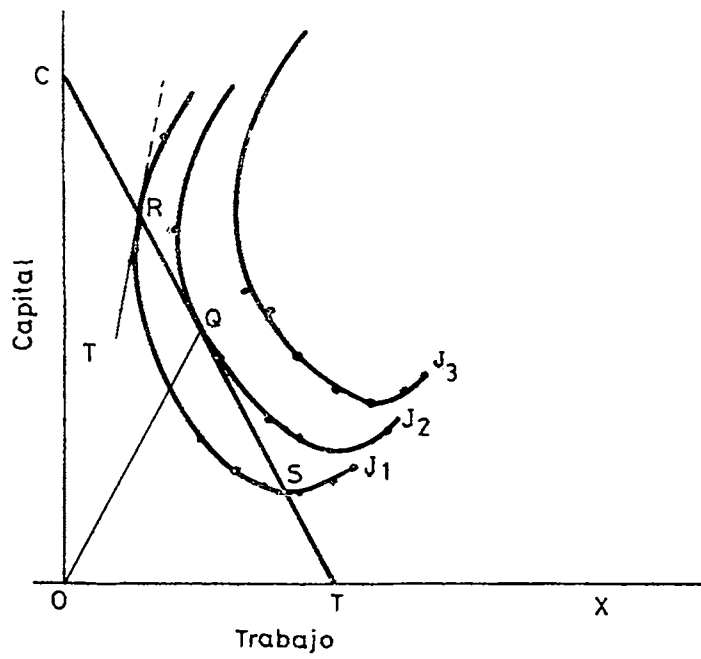


FIGURA 19

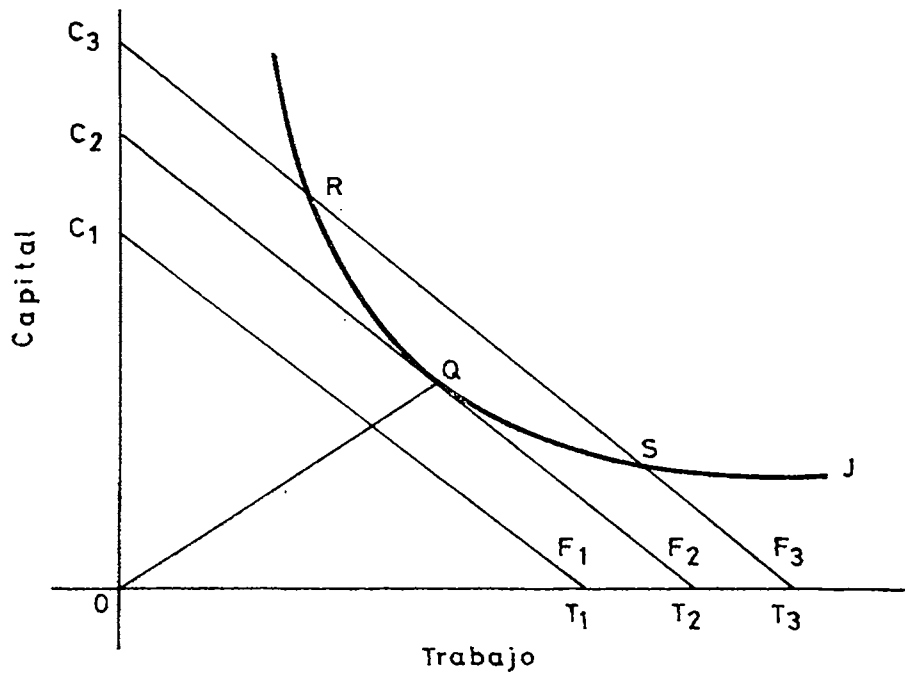


FIGURA 20

2.12. Isoclinas

Podemos plantear el interrogante de cómo se alterarán las proporciones de factores cuando se alteran el nivel de producción o la razón de los precios de los insumos. En la gráfica N°21 se pueden observar los puntos óptimos para distintos niveles de producción. Si unimos todos estos puntos con una curva, tendremos determinada la recta de expansión de la empresa, que se denomina isoclina.

La forma que adopte la isoclina puede ser cualquiera, dependiendo del tipo de función de producción de que se trate. En el caso particular de funciones de producción linealmente homogéneas, en que los rendimientos marginales están en función de la razón de insumos, la tasa marginal de sustitución técnica que es el cociente de los rendimientos marginales es una función de la razón de insumos exclusivamente. En consecuencia siempre que la razón de insumos sea constante para distintos niveles de producción la tasa marginal de sustitución técnica es constante e independiente del volumen, tal como se observa en la Fig. N°22.

Veremos seguidamente como se modifican las proporciones de los factores ante variaciones en el costo de los mismos.

En la gráfica N°23 se puede observar ante variaciones en el precio del insumo x como se modifican las curvas isocosto para un nivel de gasto tipo. A medida que aumenta el precio de x se pueden adquirir menos unidades de ese insumo por lo que la curva se aproxima al eje de las y permaneciendo constante el número de unidades que se pueden adquirir del insumo y . La isocuanta I_1 en la Fig. N° 24 indica el nivel de producción original lográndose el punto óptimo en O y la curva CT_1 indica la razón de precios de los insumos. Si esta relación se modifica, la curva de isocosto se desplaza a CT_2 y el nuevo punto de equilibrio es S con una producción de nivel I_2 . El insumo del factor x disminuye de t_1 a t_3 , sin embargo esta variación puede descomponerse en dos partes, una atribuible exclusivamente a la alteración del precio relativo de los insumos que se denomina efecto de sustitución y otro el efecto del producto

Para medir el primer efecto, trazamos una curva de isocostos de acuerdo a la nueva relación de precios de los insumos y determinamos el nuevo óptimo para el nivel I_1 . Para este punto R el insumo del factor x es t_2 con lo cual observamos una disminución de t_1 a t_2 atribuible a la modificación de precios.

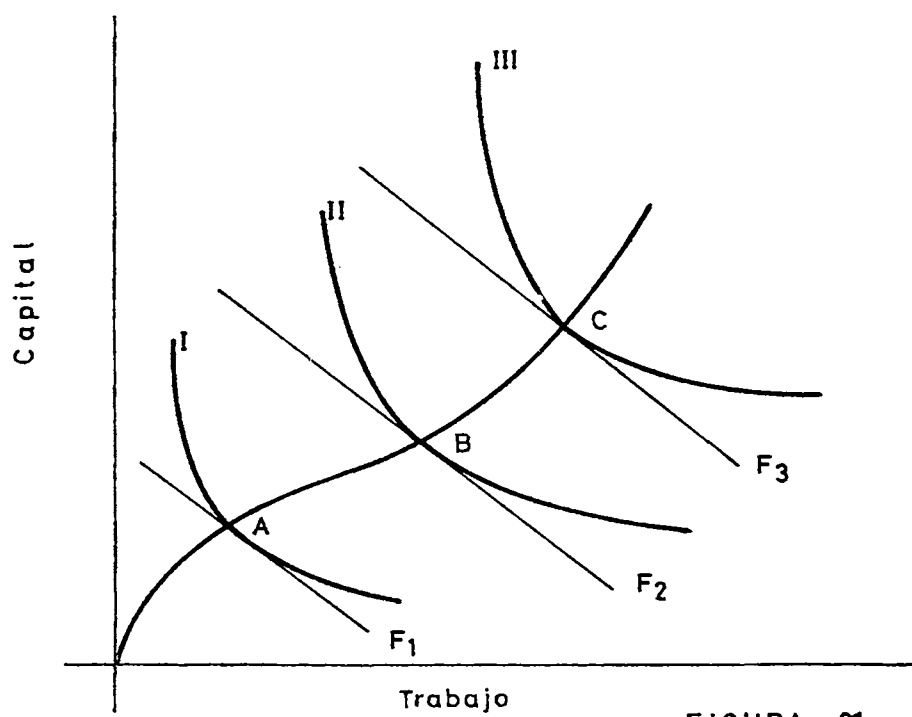
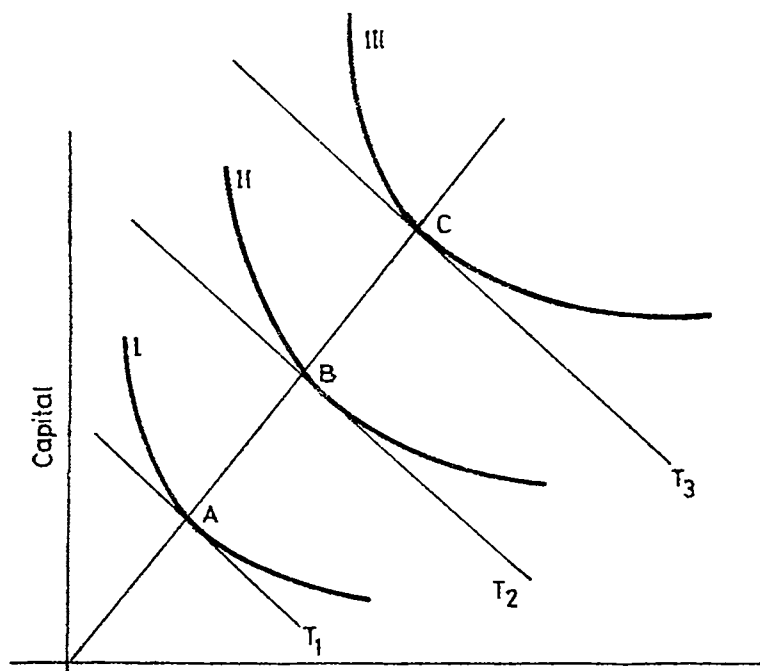


FIGURA 21



Trabajo
FIGURA 22

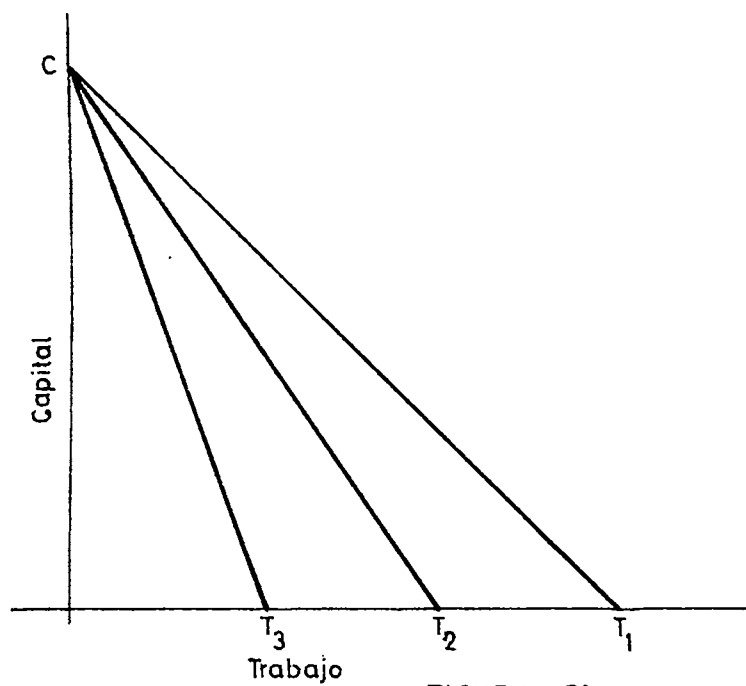


FIGURA 23

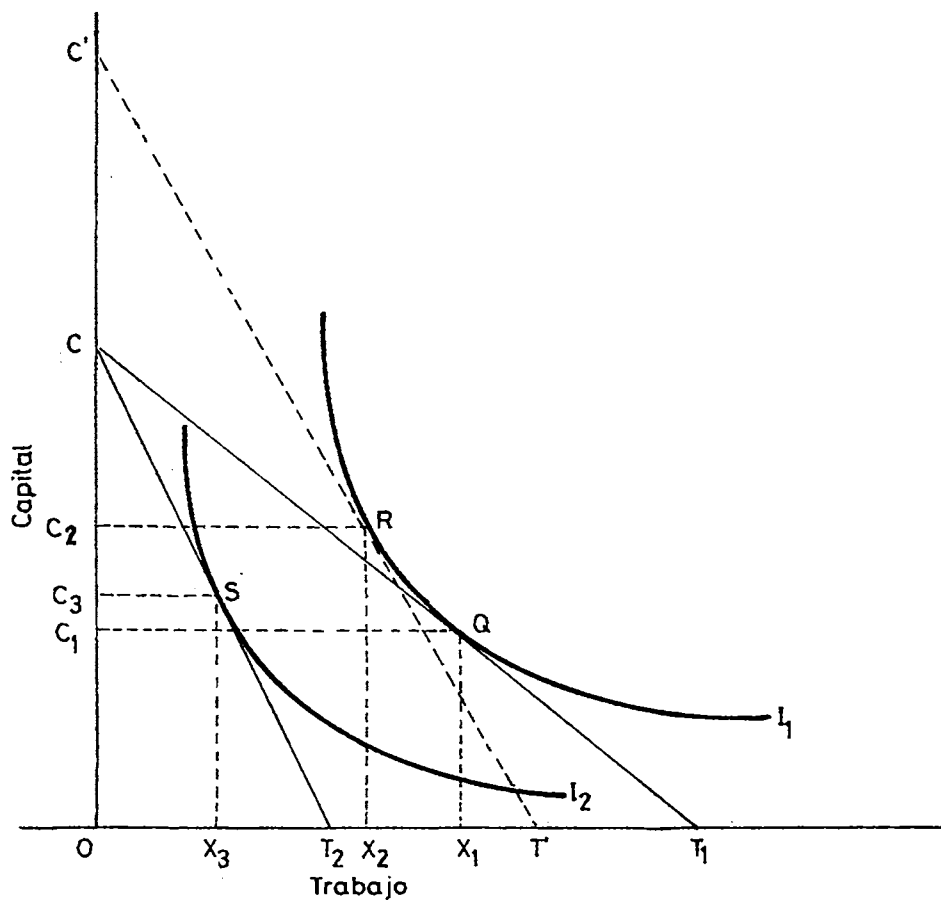


FIGURA 24

Respecto al segundo efecto, tenemos que si aumenta el precio de uno de los insumos y se mantiene fijo el nivel de gastos, es necesario disminuir la producción. El efecto de producto lo representa el desplazamiento del equilibrio imaginario en el punto P sobre I_1 al punto S en I_2 . Este efecto genera una reducción en el insumo x de t_2 a t_3 . De esta forma tenemos que la disminución total en el insumo x debido a un aumento de precio de éste se descompone en el efecto de sustitución igual a t_1 t_2 más el efecto de disminución del producto igual a t_2 t_3 .

3. Función de producción de tipo B

Erich Gutenberg(1) plantea en su obra el interrogante de si la función de producción basada en la ley de rendimientos decrecientes se adapta a la producción de tipo individual.

Plantea que los rendimientos no se alteran ante aumentos de algunos insumos, es decir que para modificar la producción es necesario incrementar todos los insumos en forma proporcional. A efectos de facilitar la exposición de este concepto cita algunos ejemplos presentados por G. J. Stigler(2), de los que vamos a tomar dos.

El primero se trata de un taller que tiene 1000 m² de superficie, en el que se instalan máquinas para realizar determinados trabajos. Estos equipos requieren para su funcionamiento una superficie mínima de 20 m² cada uno, incluyéndose en el mismo, el espacio para el personal de servicios, depósitos, etc. En consecuencia la producción aumentará linealmente por cada máquina que se instale hasta llegar al límite de 50. En este punto y dado que físicamente no se pueden instalar más equipos el rendimiento se corta.

El segundo se refiere a la producción de piezas en un torno. La velocidad de corte se calcula en función del espesor de la pieza sometida al trabajo y número de revoluciones. Si la velocidad de corte es de 15 m por minuto para determinada pieza, con un avance de 0.2 mm por revolución, se podrán elaborar 5 piezas, por hora. Vamos a considerar el aumento en uno de los insumos, por ejemplo el número de piezas a ser trabajadas, si los datos técnicos no se modifican en una hora no se podrán elaborar más de 5 piezas, quedando las restantes sin procesar.

(1) Erich Gutenberg. Fundamentos de Economía de Empresa Ed. "El Ateneo", pág. 203 y siguientes

(2) Erich Gutenberg op. cit. pág 205 Stigler, G. S.: The Theory of Price, Nueva York, 1947 pág. 118 y siguientes.

Sin embargo vamos a suponer que un aumento en la cantidad de material a trabajar modifica la producción. En el ejemplo anterior se logra un incremento del rendimiento produciéndose 15,1 m por minuto. Cuáles pueden ser las causas de este hecho? Las mismas pueden atribuirse a los siguientes factores:

- a) Empleo adicional de la maquinaria con el consiguiente desgaste de la misma y mayores gastos en reparaciones.
- b) Consumo adicional de energía para el accionamiento de la máquina.
- c) Empleo adicional de herramientas.
- d) Consumo adicional de lubricantes, refrigerantes, medios de limpieza, etc.

En consecuencia, el aumento en el rendimiento incrementó el consumo de diversos elementos incluso el esfuerzo del trabajador, no pudiéndose atribuir sólo al mayor volumen de materiales a procesar. Es decir que un aumento de la producción se logra con el empleo adicional de los medios de empresa y de la energía necesaria para su accionamiento. Incluso puede deducirse de lo expuesto precedentemente que el incremento en el uso de uno de los factores de producción no permite un aumento del rendimiento si no se adecúan los demás factores. Asimismo los ejemplos muestran que no es posible sustituir un factor por otro tal como se establecía en la teoría de los rendimientos decrecientes.

Por lo tanto, deben establecerse otro tipo de relaciones entre los insumos y el producto. Estas relaciones van a estar condicionadas por los medios de empresa, tales como máquinas o equipos de producción, el trabajo humano y los materiales. Los medios de empresa tienen determinadas capacidades de producción, en el caso de las máquinas, por ejemplo, estarán dadas por las características técnicas de las mismas. Sin embargo el rendimiento que se logre no siempre es único sino que dependerá del uso que se haga de ellas. Si consideramos un motor, el mismo está concebido para desarrollar fuerza, y su capacidad está determinada por las propiedades técnicas de su construcción. La fuerza que desarrolle dependerá del número de revoluciones que se le imprima, es decir de la intensidad con que se utilice.

Asimismo las medidas de producción, para su funcionamiento requieren energía y ésta varía de acuerdo al uso que de las mismas se haga. En el ejemplo del motor considerando que el mismo es accionado con combustible líquido, por ejemplo nafta, el consumo va a depender del número de revoluciones que se exija, es decir de la fuerza que se genere.

En resumen los insumos que realiza una empresa dependen de las características técnicas de los medios de empresa y del uso que se haga de éstas. Por lo tanto pueden establecerse relaciones entre los insumos y el rendimiento de un medio de empresa, los que se denominan funciones de consumo. Si continuamos utilizando el ejemplo del motor, puede determinarse el consumo de combustible, lubricantes, refrigerantes, etc. si se conocen sus características técnicas, tales como volumen del cilindro, diámetro del pistón, recorrido etc., para los diferentes niveles de uso exigido. Una vez determinadas las relaciones es conveniente adaptarles funciones de tipo matemático para simplificar la resolución del modelo.

Si denominamos $r_1, r_2, \dots, r_n$ a los distintos insumos de la empresa, $z_1, z_2, \dots, z_n$ las características de un medio de empresa D , y d el rendimiento exigido al mismo, la función de consumo para un insumo cualquiera en D puede expresarse como:

$$r_i = f(z_1, z_2, \dots, z_n, d)$$

Las funciones las expresamos teniendo en cuenta las características técnicas de los medios de empresa, dado que es posible en muchos casos variar algunos de ellos sin modificar fundamentalmente el equipo. Por ejemplo en un horno de fusión las características técnicas serán el revestimiento, el tipo de electrodos utilizados, etc. y puede variarse alguna de ellas, tal como el tipo de electrodos sin alterar sustancialmente el horno, con lo cual se modificarían las funciones de consumo para los insumos de ese medio de empresa. Sin embargo a efectos de simplificar la notación vamos a suponer fijas las características y expresaremos las funciones de consumo en la forma:

$$r_i = f_i(d)$$

Para los m medios de empresa tendremos un conjunto de funciones que nos determinan todos los insumos:

$$\begin{aligned} r_{i1} &= f_{i1}(d_1) \\ r_{i2} &= f_{i2}(d_2) \end{aligned}$$

$$r_{im} = f_{im}(d_m)$$

$$r_{in} = f_{in}(d_n)$$

El rendimiento que se exija a los medios de empresa dependerá del grado de ocupación de la empresa que se desee, es decir, de la producción, que denominaremos "x". Por lo tanto podemos expresar los rendimientos en función de la producción: $d_j \cdot \phi_j(x)$, y si expresamos las funciones de consumo en función de producción, obtendremos:

$$\begin{aligned} r_{i1} &= f_{i1}(\phi_1(x)) \\ r_{i2} &= f_{i2}(\phi_2(x)) \end{aligned}$$

$$r_{im} = f_{im}(\phi_m(x))$$

Por consiguiente el consumo total del insumo r_i para todos los medios de empresa será igual a:

$$r_i = \sum_{j=1}^M r_{ij} = \sum_{j=1}^M f_{ij}(\phi_j(x))$$

Si bien mediante este sistema de ecuaciones quedan determinadas las unidades de empleo de los factores, no hemos hecho mención al factor humano. Este puede utilizarse dentro de ciertos límites con distinta intensidad, lo que posibilita en términos generales que una empresa, pueda adaptarse a distintos niveles de rendimiento. Existe íntima relación entre la intensidad de la utilización del factor humano y la de las instalaciones de la empresa, es decir que dependen del valor asignado a "d". Hay cierto tipo de trabajos que no están directamente vinculados a los agregados mecánicos tales como trabajo de índole esencialmente manual, trabajos de supervisión, de dirección o administrativos. Sin embargo estos también tienden a realizarse con intensidad variable de acuerdo al ritmo impuesto a la instalación.

Resumiendo, tenemos que en la función de producción de tipo B las cantidades empleadas de los factores son función del rendimiento de los medios de empresa, y estos lo están en función de las cantidades producidas. De esta manera podemos presentar las diferencias con la ley del rendimiento, en la que se relacionaban directamente los factores con las cantidades producidas, sin tener en cuenta los medios de empresa, ni su rendimiento. Por consiguiente en la función de producción de tipo B, no es posible aislar y medir el aporte productivo de un factor individual en una combinación de factores productivos, es decir que no es posible analizar productividades marginales parciales. Por las características de esta ley no es posible alterar las cantidades de un determinado factor fuera de los límites establecidos por la función de consumo, dado que el exceso no va a aumentar el resultado sino que quedará sin utilizar.

En consecuencia Gutenberg considera la función de producción de tipo B representativa de la producción industrial expresando que las proporciones entre las cantidades de empleo de los factores se determinan de acuerdo a los requisitos técnicos de la producción.

III. LA FUNCIÓN DE COSTOS

1. Concepto general

Las condiciones físicas de la producción, el precio de los recursos, la eficiencia económica del productor, determinan el costo de producción de una empresa. La función de producción proporciona la información necesaria para dibujar el mapa de isocuantas. Los precios de los recursos determinan las curvas de isocostos; la eficiencia del empresario, la combinación de insumos en cualquier nivel de producción tratando de igualar la tasa marginal de sustitución, del punto de vista técnico, a la razón de precios de los insumos.

A partir de esta información se puede contruir una función que relacione el costo con el nivel de producción, esta es la función de costo.

Para un economista a nivel macroeconómico, costo social de producción es el que paga la sociedad cuando sus recursos son utilizados para producir un bien dado. Pero, junto al costo social hay un costo privado, porque el empresario debe pagar un precio para obtener los recursos empleados.

El empresario paga una cierta suma para adquirir recursos que luego utiliza para producir un bien, cuyo destino es la venta posterior. Compara entonces sus ingresos por venta con el costo de sus recursos y determina si ha obtenido o no un beneficio. Pero la determinación del beneficio no es tan simple, puesto que el empresario ha invertido tiempo y dinero en la producción y de no habers~~se~~ dedicado a esta actividad habría podido invertir su tiempo y dinero en otra cosa.

El beneficio económico neto que obtiene un empresario al producir un bien, será igual a su beneficio contable menos lo que podría ganar con el mejor uso alternativo de su dinero y de su tiempo. A tal punto que los costos para el productor pueden ser definidos según los economistas en términos de alternativas u oportunidades abandonadas. El costo de emplear un factor determinado para producir cierto bien es el valor de la mejor oportunidad a la que se renuncia al no emplear ese factor de otra manera.

Los costos contables constituyen aquellas erogaciones de la empresa en las que suele pensarse como gastos y que comprenden todo aquello que sea una reducción del activo, como pago de sueldos y salarios, erogaciones por adquisición de materiales y pagos por alquileres, intereses, etc.

En consecuencia, si una empresa produce un determinado bien sus propietarios incurren en costos de adquirir los recursos necesarios para producirlos, pero también incurren en costos de oportunidad y una contabilización completa de beneficios o pérdidas requiere que ambos tipos de costos se tomen en consideración.

A los gastos se los denomina costos explícitos de producción, en tanto que los de oportunidad se conocen como costos implícitos.

2. Análisis del costo en el corto y en el largo plazo

El costo de producción puede ser estudiado en el corto y en el largo plazo.

El corto plazo es el lapso en el que ciertos insumos no pueden ser aumentados ni disminuídos, independientemente del nivel de producción.

En el largo plazo, por su parte, todos los insumos son variables, es decir que puede cambiarse las cantidades de todos ellos para obtener la combinación más eficiente.

Los insumos fijos dan lugar a los llamados costos fijos y los insumos variables en el corto plazo generan los costos variables. El costo total es la suma de costos fijos y variables.

2.1. Costos en el corto plazo

Aunque los responsables de las decisiones de la empresa pueden contar con ecuaciones de costo que relacionen el costo total con los insumos de factores existe otra forma de representar los costos que, desde el punto de vista del tipo de información deseada por la empresa es más útil. Esta alternativa es la función de costos como función de producción. Si se conocen los precios de los productos y las funciones de demanda para cada uno de los bienes producidos por la empresa, y si el costo total se expresa como una función de las cantidades de los bienes que aquella produce, el beneficio total puede expresarse también como una función de la producción. En consecuencia, el análisis del costo en el corto plazo se basa en tres proposiciones fundamentales.

1. La función teórica de los costos es deducida de la función de producción. Por lo tanto, el costo depende del volumen producido, de la cantidad de factores empleados y de sus respectivos precios. Para producir una cantidad q de un bien Q , en cuyo procesamiento intervienen los factores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, cuyos precios son $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ el costo total resultará de la sumatoria del valor de los factores empleados:

$$C = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n = \sum_{i=1}^n r_i x_i \quad (1)$$

donde los r_i son fijos y conocidos.

2. Las condiciones físicas de producción y los precios unitarios de los insumos determinan el costo de producción correspondiente a cada nivel de producción.

3. El costo de producción se puede dividir en dos componentes: costo fijo y costo variable.

2.1.1. Costos fijos

Un empresario que utiliza determinada planta para producir un bien, tendrá un costo fijo, cuya magnitud permanece constante, independientemente del nivel de producción. Este hecho se refleja gráficamente en un eje coordenado, por una línea horizontal, y en un cuadro de doble entrada mediante una columna de Costo Fijo Total, y la expresión (1) considerando los costos fijos como b , quedará planteada en los siguientes términos:

$$C = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_nx_n + b = \sum_{i=1}^n r_i x_i + b \quad (2)$$

2.1.2. Costos variables

Si la producción es mayor que cero, se deben emplear insumos variables, que dependen del aumento o disminución del volumen producido. Esto trae como consecuencia que al aumentar el insumo variable aumente también el costo variable de producción.

Trabajando en los supuestos de la función de producción de tipo A, y agregando la constancia de los precios de los factores, para obtener el costo variable bastará con multiplicar factores por precios. Dicho de otra manera el costo variable será igual a la expresión precedente eliminando la constante b que representa los costos fijos.

$$CV = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_mx_m \quad (3)$$

2.1.3 Costo total

Sumando el costo ^{fijo} total y el costo variable total se obtiene el costo total.

El costo fijo, el costo variable y el costo total se representan gráficamente de la siguiente manera:

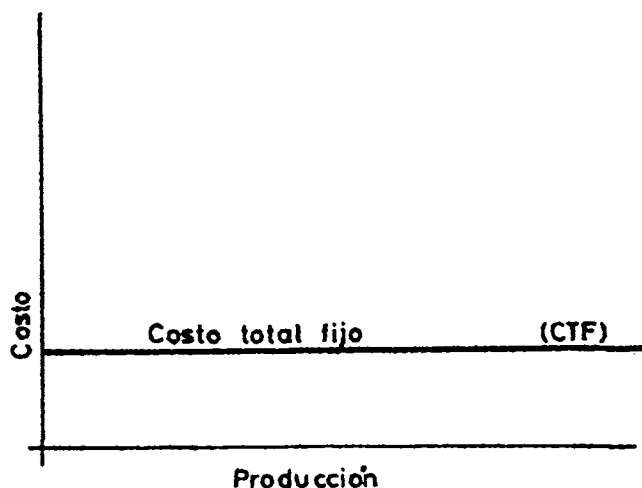


FIGURA 25

En este caso, las curvas de costo variable y costo total son lineales, lo que indica que cada unidad de insumo, lo mismo que cada unidad de producto añade un monto igual al costo total.

Cuando no existe producción, el costo fijo es igual al costo total, mientras que con distintos niveles de producción la diferencia representa los costos variables.

La curva de costos totales se flexiona hacia arriba cuando la relación factor-producto muestra una productividad marginal decreciente. Así aunque cada unidad del factor variable cueste lo mismo que cualquiera de las unidades anteriores cada unidad adicional del mismo añade menos al monto producido que la unidad anterior. La elasticidad de la producción es menor que 1. La forma de la curva del costo total se debe a la naturaleza de la relación insumo-producto y no a las condiciones de mercado o a los precios de los factores.

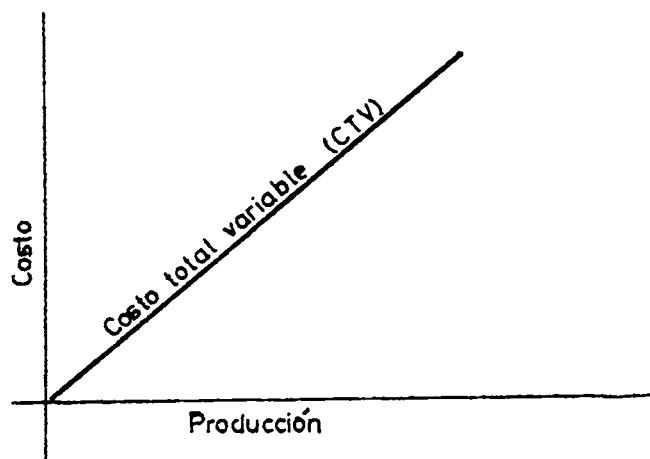


FIGURA 26

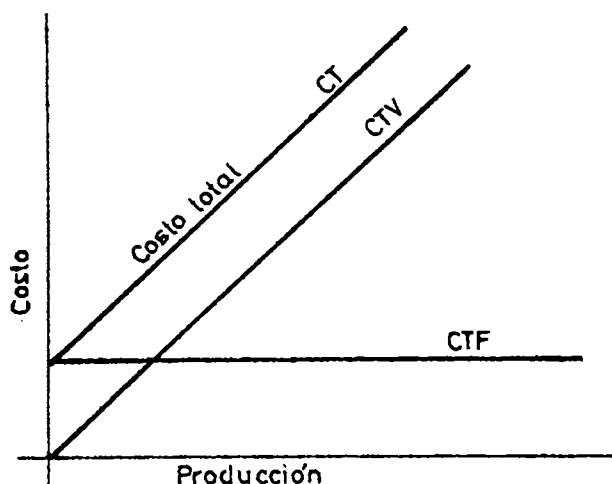


FIGURA 27

La curva de costes totales se flexionará hacia abajo cuando el proceso productivo presenta rendimientos crecientes, lo que significa que cada unidad de producto añade menos al costo total que la unidad anterior; esto se debe al hecho de que cada unidad de insumo añade más producto que la unidad de insumo anterior.

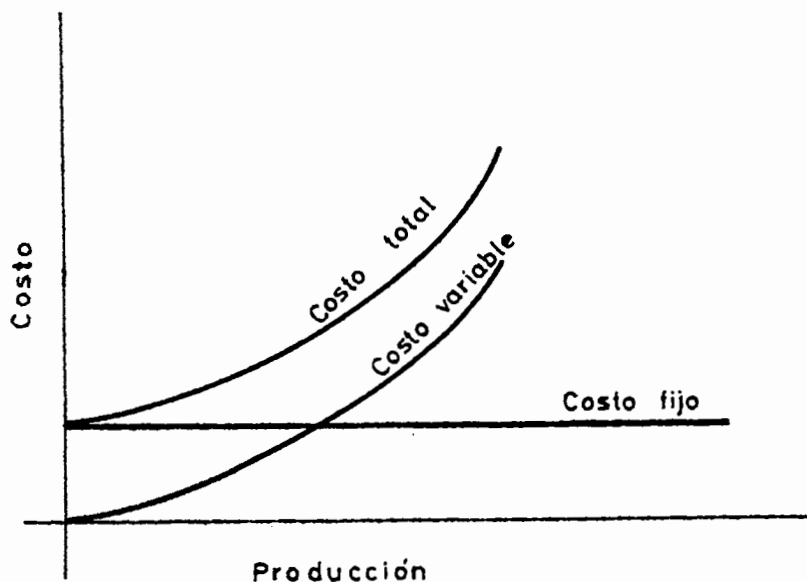


FIGURA 28

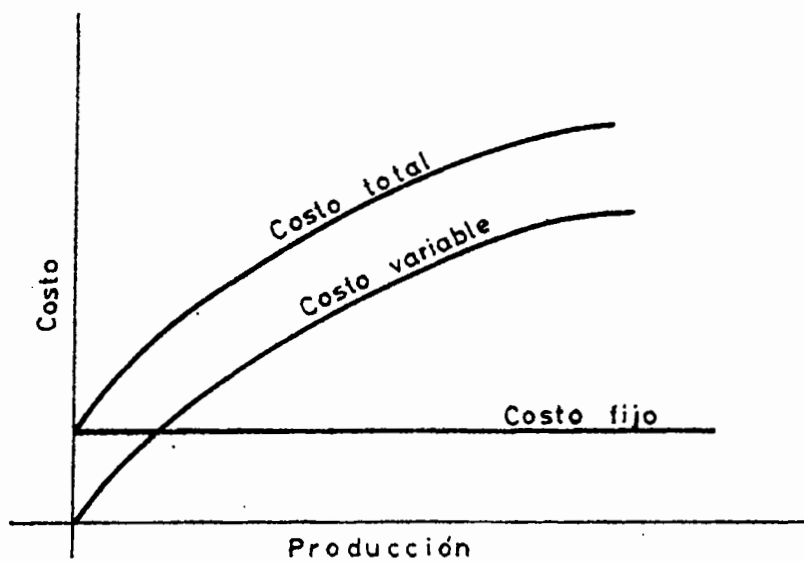


FIGURA 29

Es muy poco probable que una empresa tenga rendimientos crecientes en todos los niveles de producción, por lo general esto se da en las primeras etapas, cuando los factores fijos son excesivos en relación con los variables; pero a medida que se incrementa la producción y se requiere mayor cantidad de factor variable se entra en una etapa de productividad decreciente. De ahí que las funciones de costo más comunes sean las que combinan ambas fases, de rendimientos crecientes y decrecientes.

Este tipo de función de costos se puede ilustrar mediante la siguiente tabla y el gráfico a que la misma da lugar:

Cuadro N°4

<u>Cantidad de Producto</u>	<u>CFT</u>	<u>CVT</u>	<u>CT</u>
0	60	0	60
1	60	30	90
2	60	40	100
3	60	45	105
4	60	55	115
5	60	75	135
6	60	120	180

La curva de costo variable total y costo total se mueven juntas y en cierto sentido en forma paralela, es decir, sus pendientes son iguales en todos los puntos, y se encuentran separadas por una distancia vertical que equivale al costo fijo total; en el ejemplo la curva CT tiene la misma forma de la CVT pero está siempre 60 unidades monetarias por encima de ellas.

Si bien el costo total es muy importante es necesario analizar el comportamiento de los costos medios y marginales.

2.1.4. Costo medio

El costo ^{fijo}/medio es el costo fijo total dividido por el número de unidades producidas. Cuando se produce una unidad el CFM es igual al CFT dividido entre 1:

$$CFM = \frac{CFT}{1}$$

Si se producen dos unidades el CFM = $\frac{CFT}{2}$ o según lo expresado $CFM = \frac{b}{q}$

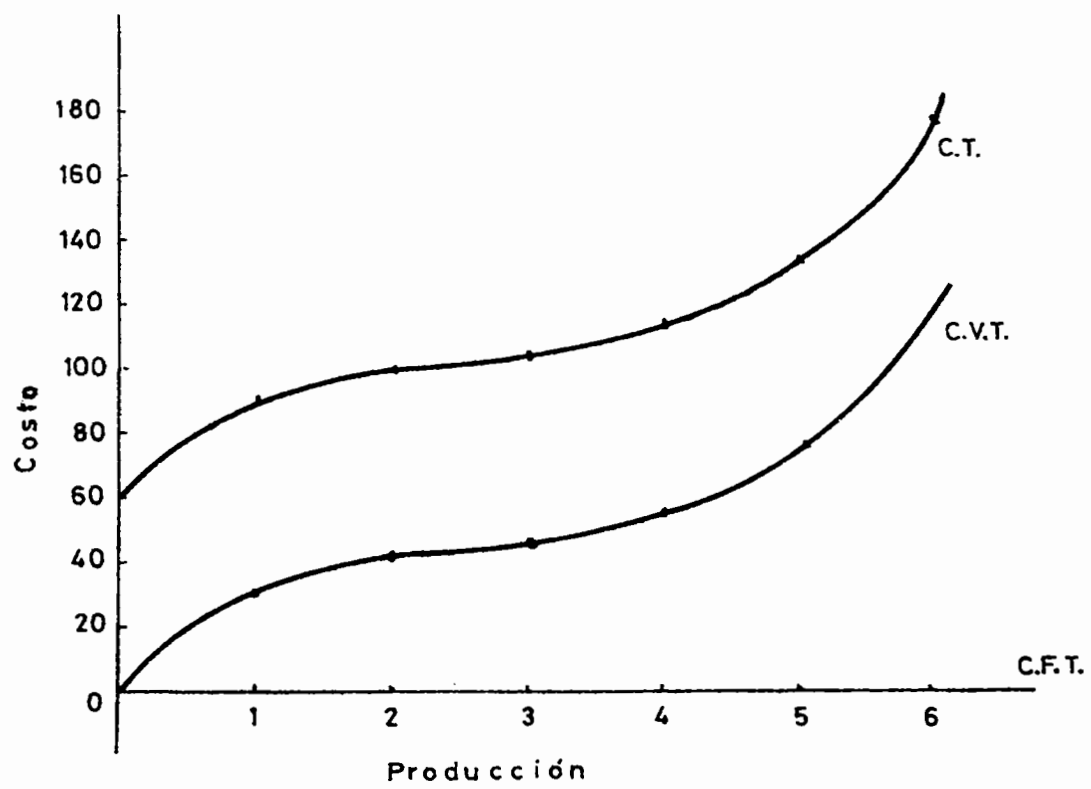


FIGURA 30

La curva del costo fijo medio tiene pendiente negativa en toda su extensión porque a medida que aumenta la producción disminuye la razón del costo fijo al número de unidades producidas.

El costo variable medio es el costo variable total dividido entre el número de unidades producidas:

$$CVM = \frac{CV}{q} = r_1 \frac{x_1}{q} + \dots + r_n \frac{x_n}{q}$$

Su cálculo es simple y genera la curva CVM.

Hay diferencia entre CFM y CVM. La curva del CVM no tiene pendiente negativa en toda su extensión, sino que desciende, llega a un mínimo y comienza a ascender nuevamente. La razón se encuentra en la teoría de la producción, ya que el costo variable total es igual al número de unidades de insumo variable utilizadas, por su precio unitario. De existir un solo insumo:

$$CVT = pv$$

p = precio unitario

v = número de unidades de insumo variable, en este caso igual a 1.

El costo variable medio es el CVT dividido entre el número de unidades producidas q:

$$CVM = \frac{CVT}{q} = \frac{pv}{q} = p \frac{v}{q} \quad \therefore \quad CVM = \frac{CV}{q} = r_1 \frac{x_1}{q} + \dots + r_n \frac{x_n}{q}$$

El producto medio se define como el producto total sobre el número de unidades de insumo variable:

$$\frac{q}{v} = PM$$

Por lo tanto:

$$CVM = p \left(\frac{1}{PM} \right)$$

y como el producto medio, según se vio en el capítulo anterior, aumenta, llega a un máximo y desciende, el CVM, baja, llega a un mínimo y crece, es decir que la curva de costos variables medios tiene una fase descendente mientras tengamos productividad creciente alcanzando un mínimo a partir del cual tenemos una fase ascendente con una productividad decreciente.

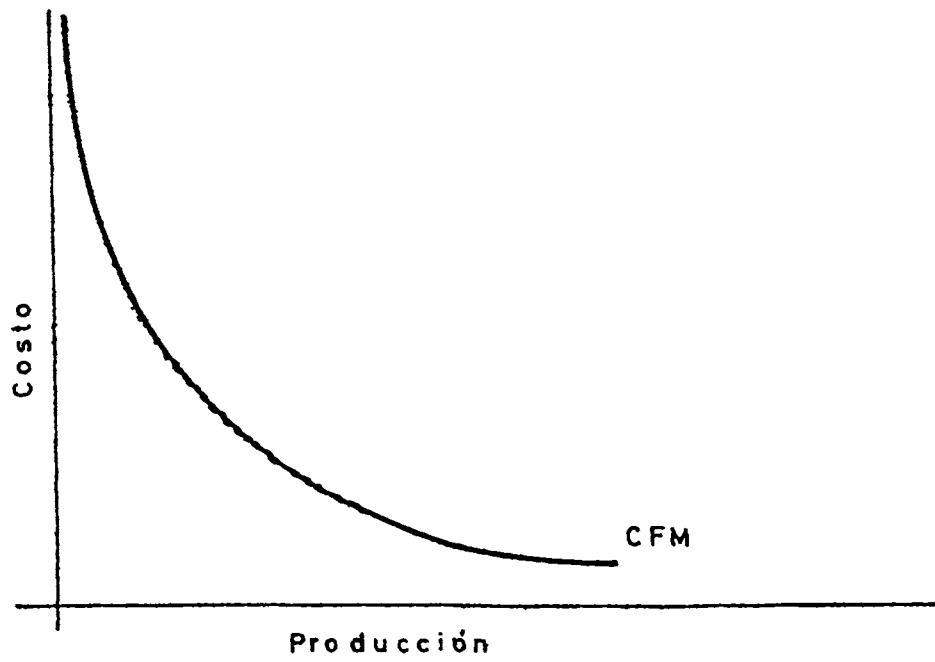


FIGURA 31

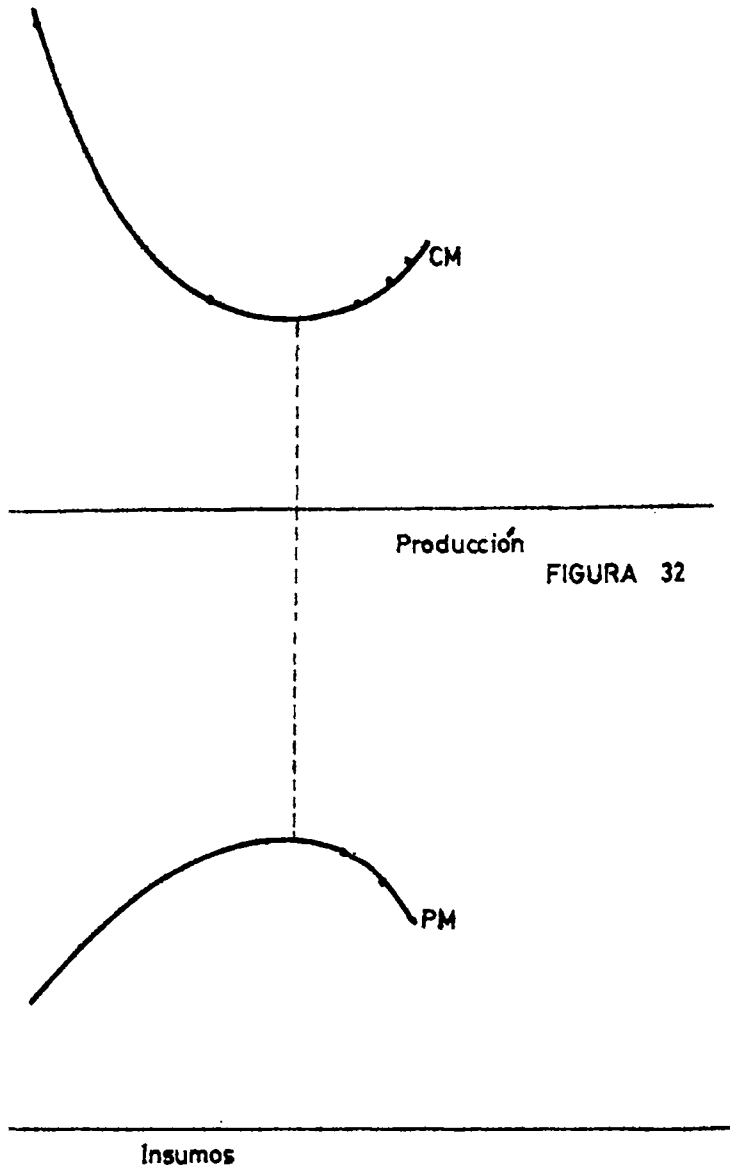


FIGURA 32

FIGURA 33

Por otra parte, el costo medio total (CMT) es igual al costo total dividido entre el número de unidades producidas.

$$\text{CMT} = \frac{\text{CT}}{q} = r_1 \frac{x_1}{q} + \dots + r_n \frac{x_n}{q} + \frac{b}{q}$$

El costo medio fijo está dado por:

$$\frac{b}{q}$$

Al mismo tiempo, conviene recordar que el costo total es igual a la suma del costo fijo total más el costo variable total.

En consecuencia:

$$\text{CMT} = \frac{\text{CT}}{q} = \frac{\text{CFT}}{q} + \frac{\text{CVT}}{q} = \text{CFM} + \text{CVM}$$

lo que explica la forma de la curva del costo medio.

En el intervalo en que CFM y CVM descienden, el costo medio total también desciende. Pero aún después que el CVM empieza a ascender, el marcado descenso del CFM hace que el CMT siga descendiendo. Pero llega un momento en que el aumento del CVM supera a la reducción del CFM, por lo que CMT empieza a ascender tras de llegar a un punto mínimo, que se produce cuando la disminución de costos fijos unitarios iguala al incremento de los costos variables unitarios.

En la siguiente tabla se presentan las proyecciones de CFM, CVM y CTM derivadas de las proyecciones de CFT, CVT y CT.

Cuadro N°5

Cantidad de Producto	CFT	CVT	CT	CFM	CVM	CTM
1	60	30	90	60	30	90
2	60	40	100	30	20	50
3	60	45	105	20	15	35
4	60	55	115	15	13.75	28.75
5	60	75	135	12	15	27
6	60	120	180	10	20	30

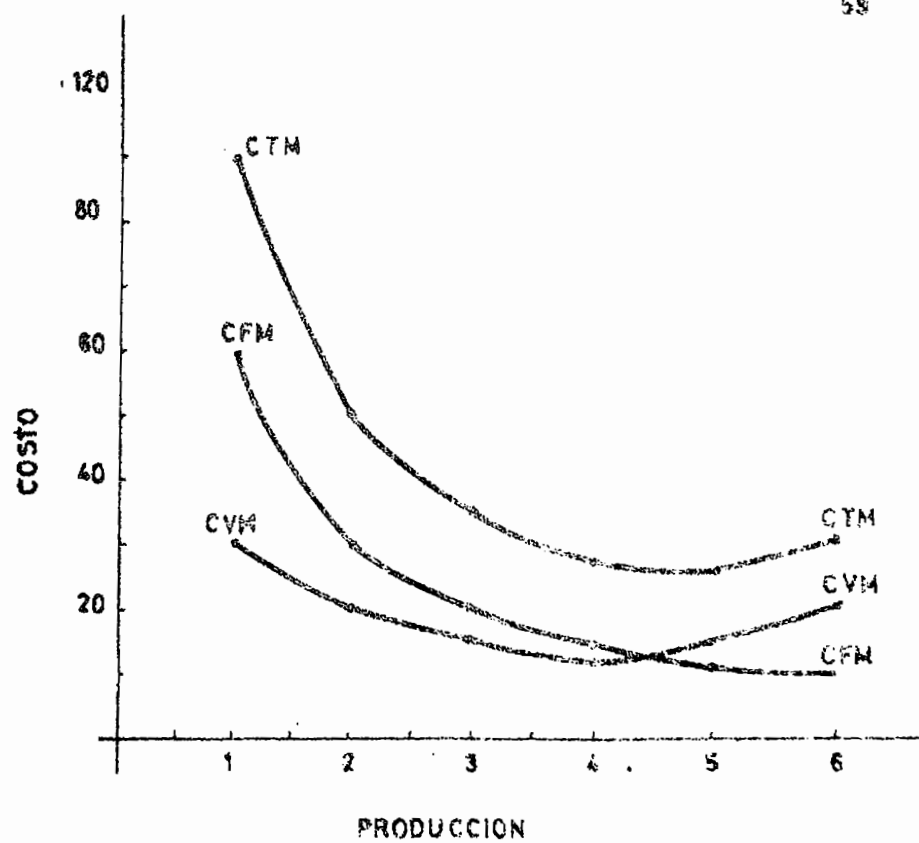


Figura N° 34

2.1.5 Costo marginal

El costo marginal es la variación en el costo total atribuible a una unidad adicional de producción. Se calcula restando montos sucesivos de costos totales, que corresponden a cantidades sucesivas de producción. Por ejemplo, el costo marginal de la segunda unidad producida es igual al costo total de dicha unidad menos el costo total de la primera. Sin embargo, como en el corto plazo sólo cambia el costo variable se puede calcular el costo marginal por medio de restas sucesivas de costos variables totales correspondientes a sucesivos niveles de producción.

$$CMg_2 = CVT_2 - CVT_1$$

Considerando una función de producción continua el costo marginal señala el incremento en el costo ante un aumento muy pequeño en la producción y está dado por la pendiente de la tangente a la curva en la función de costo total.

$$\text{Costo marginal} = \frac{\Delta C}{\Delta q} = \frac{dC}{dq}$$

$$\Delta q \rightarrow 0$$

. El costo marginal comprende sólo los costos variables ya que el costo fijo es nulo por ser una constante que desaparece al derivar.

La curva del costo marginal descende al principio, llega a un mínimo y empieza a ascender. La explicación del comportamiento de esta curva se encuentra en la Teoría de la Producción.

$CMg = \Delta(CVT)$ para una variación de una unidad en la producción, si la función es continua será:

$$CMg = \frac{\Delta(CVT)}{\Delta(q)}$$

$$\Delta q \rightarrow 0$$

$$CVT = pv \quad (p - \text{precio, } v - \text{número de unidades})$$

$$\Delta(CVT) = p(\Delta v) \text{ en caso de competencia perfecta}$$

o sea $CMg = p \frac{\Delta v}{\Delta q}$

$$PMg = \frac{\Delta q}{\Delta v} \quad \text{en consecuencia } CMg = \frac{1}{PMg}$$

Dado que el producto marginal aumenta, llega a un máximo y luego disminuye, el costo marginal normalmente disminuye, llega a un mínimo y luego aumenta.

El punto mínimo se alcanza en aquel nivel productivo para el cual la curva de costos totales cambia su concavidad.

Esta curva corta a la de costos variables medios en el mínimo y a la de costos medios totales también en su mínimo. Este último punto determina el nivel óptimo de costos de producción para la empresa, ya que implica el punto de costos mínimos.

La siguiente tabla muestra la relación entre las curvas de CFT, CVT, CT, CFM, CVM, CTM y CMg.

Cuadro N°6

<u>Cantidad de Producto</u>	<u>CFT</u>	<u>CVT</u>	<u>CT</u>	<u>CFM</u>	<u>CVM</u>	<u>CTM</u>	<u>CMg</u>
1	60	30	90	60	30	90	
2	60	40	100	30	20	50	15
3	60	45	105	20	15	35	5
4	60	55	115	15	13.75	28.75	10
5	60	75	135	12	15	27	20
6	60	120	180	10	20	30	45

En la figura N°36 se representa la relación entre los costos medios y el costo marginal.

El conjunto típico de curvas de costo en el corto plazo muestra las propiedades de las curvas de costo total, medio y marginal. Las relaciones entre estas curvas pueden ser resumidas en la siguiente forma:

1. El costo fijo medio desciende continuamente, aproximándose en forma asintótica a ambos ejes.
2. El costo variable medio baja al principio, alcanza un mínimo y luego sube. Cuando el costo variable medio llega al mínimo se iguala con el costo marginal. A medida que el costo fijo medio se aproxima asintóticamente al eje de las abscisas, el costo variable medio se aproxima, también asintóticamente, al costo medio total.
3. El costo medio total desciende al principio, alcanza un mínimo y se eleva. Cuando el costo medio total está en su punto mínimo, es igual al costo marginal.
4. El costo marginal baja al principio, alcanza un mínimo y luego crece. El costo marginal es igual al costo variable medio y al costo medio total cuando estas curvas

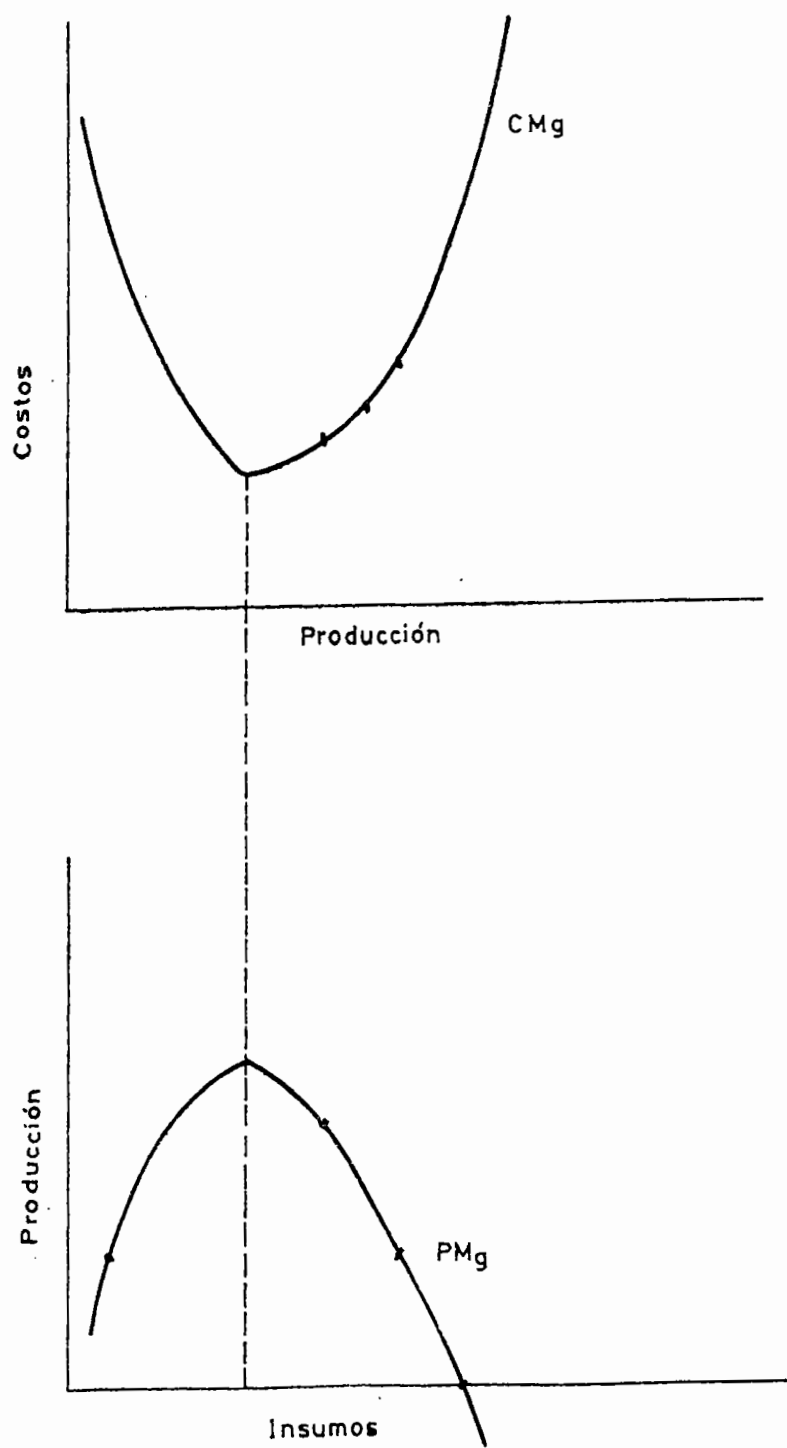


FIGURA 35

alcanzan sus valores mínimos. Además el costo marginal está por debajo del costo variable medio y del costo medio total cuando estas curvas descienden, y por encima, cuando ellas suben.

5. Los costos totales presentan una curva en forma de S invertida que muestra un crecimiento menos que proporcional al aumento de la producción, mientras los costos marginales son decrecientes. A partir del punto de mínimo costo marginal comienza un ascenso más que proporcional al aumento de producción, en la curva de costo total. Lo expresado en los puntos 1 al 4 puede verse gráficamente en la figura N°36, y el punto 5 a través del ejemplo presentado en el cuadro N°7.

Cuadro N°7

Cantidad de Producto	CT	CM	CMg
1	90	90	
2	100	50	10
3	105	35	5
4	115	28.75	10
5	135	27	20
6	180	30	45

Como puede observarse el costo medio para 2 unidades es $\frac{100}{2} = 50$. El costo medio para 3 unidades es $\frac{105}{3} = 35$ y así sucesivamente. El costo marginal, a su vez, al pasar de una unidad de producto a 2 es 10, ya que el costo total pasa de 90 a 100, al incrementarse la producción en una nueva unidad, o sea al pasar de 2 a 3, el costo total va de 100 a 105, por lo que el incremento de costo por unidad más de producción es a este nivel de 5 y así sucesivamente.

La curva de costos totales es la inversa de la que corresponde a la función de producción de tipo A, por lo cual es la imagen reflejada de la curva de rendimiento total. Para representar esto se grafica en el eje de las x la cantidad del factor constante multiplicada por su precio, e inmediatamente la cantidad del factor variable, también multiplicada por su precio. El eje de las abscisas no representa solamente cantidades de empleo del factor sino también costos, y el eje de las ordenadas indica la cantidad de producción.

La curva P es la curva del rendimiento total expresada en términos de costo y no únicamente la de la cantidad de empleo de los factores.

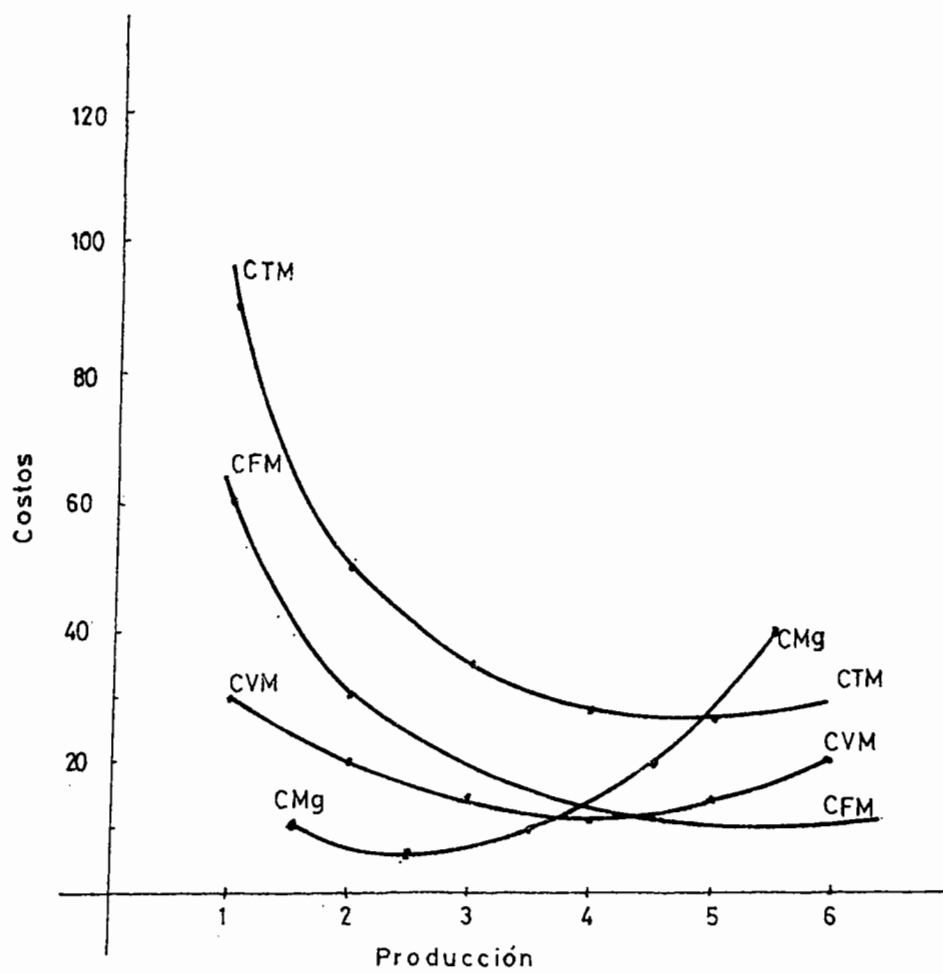


FIGURA 36

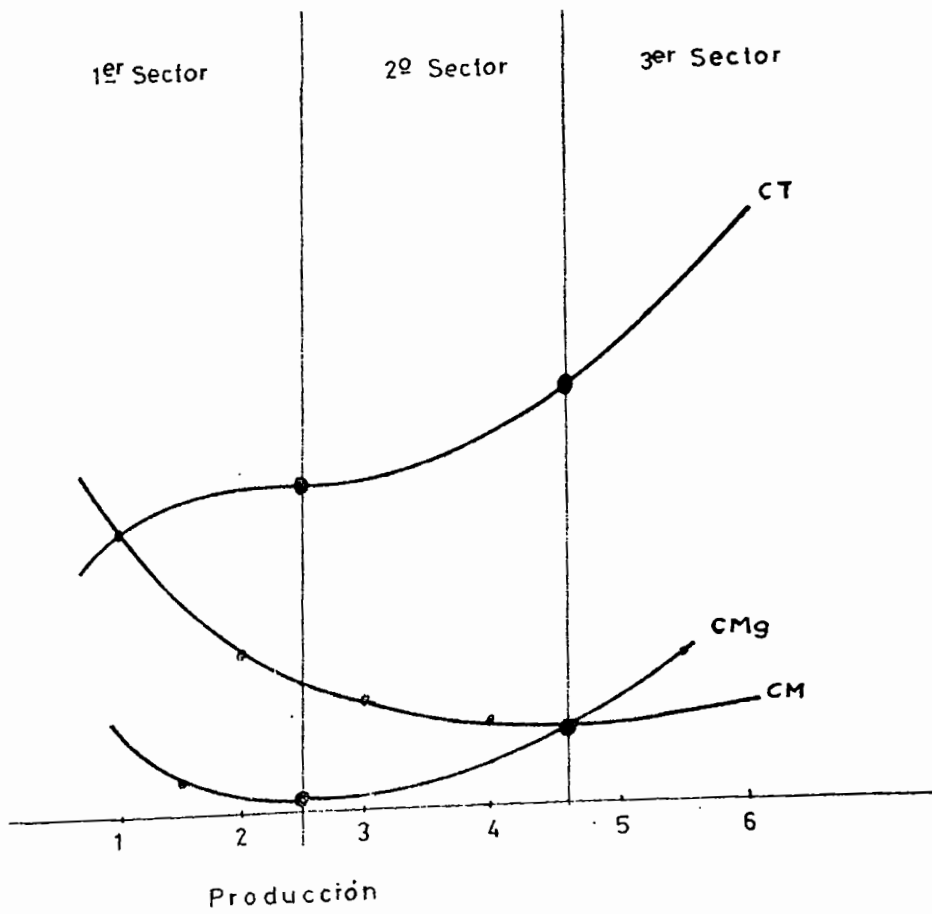


FIGURA 37

Si se hace reflejar esta curva en una línea de 45° , o sea se va a un intercambio de ejes, se obtiene la curva C que implica la dependencia de los costos de la cantidad de producción, por lo que queda determinada por la ley de rendimientos decrecientes.

La curva de costos totales deducida de la ley del rendimiento tiene primero un desarrollo cóncavo y después convexo, con un punto de inflexión entre ambos.

Esta curva presenta las 3 fases de la mencionada función. En la primera fase muestra un crecimiento menos que proporcional al aumento de la producción, en la segunda entra a jugar la ley de rendimientos decrecientes y los costos aumentan a un ritmo creciente o sea que su crecimiento es más que proporcional, y en la última la curva crece rápidamente. El punto que marca el inicio de la segunda etapa está dado por el mínimo del costo marginal, y el de la tercera, por aquel en que el costo medio y el marginal se igualan. Esto puede observarse también en la figura 37.

En la figura N°39 se muestra un agregado a la curva de costos totales, mediante una curva que representa los ingresos obtenidos que son el producto de las cantidades producidas, que se consideran totalmente vendidas, por el precio de venta.

Suponiendo que se está en un mercado de competencia perfecta el precio será constante, o sea no cambia con la cantidad vendida y la curva del ingreso será una recta que pasa por el origen y corta a la curva de costos totales en dos puntos donde la empresa no gana ni pierde. La distancia entre las dos curvas representa las utilidades o pérdidas para cada monto de producción vendida, y dado que los puntos neutros para la empresa marcan los límites del crecimiento progresivo de los costos totales, el que se den ganancias o pérdidas está relacionado con las etapas de la función de rendimiento o función de producción de tipo A. El punto de maximización de utilidades totales es aquel en que geométricamente ambas curvas tienen la misma pendiente, que es donde se produce el máximo distanciamiento entre los costos y los ingresos.

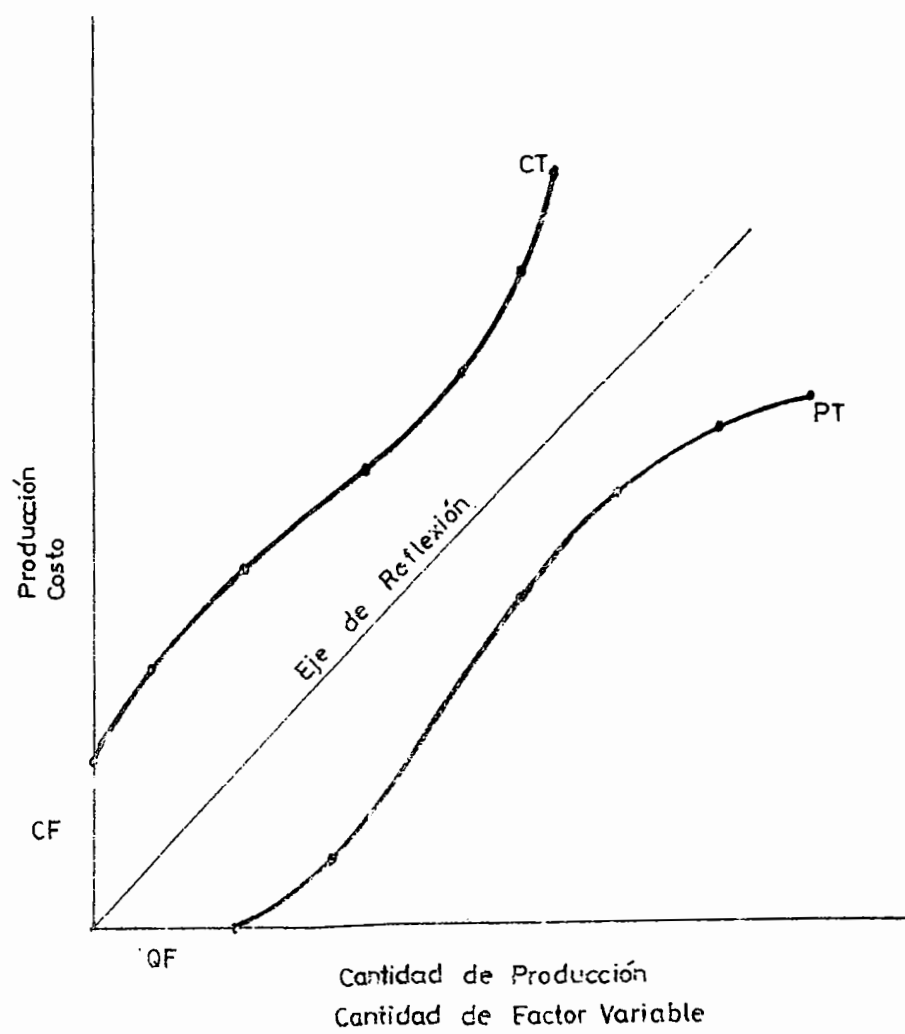


Figura 38

En el siguiente cuadro se ejemplifica lo anterior:

Cuadro N°8					
Cantidad Producida o Vendida	Precio	P.T.	C.T.	Ganancia	
0	35	0	60	-	60
1	35	35	90	-	55
2	35	70	100	-	30
3	35	105	105		0
4	35	140	115		25
5	35	175	135		40
6	35	210	180		30
7	35	245	225		10
8	35	280	280		0
9	35	315	340	-	25
10	35	350	415	-	65

2.2 Costos en el largo plazo

Conviene recordar que el largo plazo es un período tal que todos los insumos son variables.

La función de largo plazo es:

$$z = z(x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_n)$$

donde x_i es el factor variable y los y_i los que se suponen fijos en el corto plazo.

La ecuación de largo plazo es:

$$C = \sum_{i=1}^m r_i x_i + b (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

donde b no es más una constante. Ahora es el costo total asociado con los factores que en el corto plazo se suponían constantes, pero que son variables en el largo plazo.

Toda producción se lleva a cabo en el corto plazo, de modo que el largo plazo se refiere al hecho de que los agentes económicos (consumidores y empresarios) puedan planificar para el futuro y seleccionar muchos aspectos del corto plazo en que operarán en el futuro. De modo que en cierta forma el largo plazo se compone de todas las situaciones de corto plazo entre las que puede escoger un agente económico. Todo agente económico opera en el corto plazo y planifica en el largo plazo.

En una gran simplificación de la realidad se puede suponer que las plantas de una determinada industria pueden ser de tres tamaños distintos: pequeño, mediano y grande y además, que la tecnología utilizada por ellas es constante.



Figura 39

Cada uno de estos tres tipos de plantas dará origen a una curva de costo medio a corto plazo, lo que motiva la existencia de una familia de curvas de costo, correspondiendo cada una a un punto determinado de la curva de costo medio del período largo. Esta última generaliza a todas las curvas del corto plazo, puesto que las incluye a todas.

La planta más pequeña, por ejemplo, da origen a una curva de costo medio CMC_1 , (figura N°40), la de tamaño medio igual a CMC_2 y la de mayor tamaño CMC_3 . En el largo plazo el empresario tiene que elegir entre esas tres alternativas de inversión. Si espera que su producción de máximo beneficio sea Ox_1 , escogerá la planta más pequeña. Si espera que sea Ox_2 preferirá la planta de tamaño mediano y así sucesivamente.

Si desea producir Ox_1 su decisión se hace más difícil en función de que en este punto, hay dos plantas de distinto tamaño que incurren en el mismo costo. En este caso se puede seleccionar la planta más pequeña, para hacer en este momento una inversión menor, o la más grande, para expandirse más adelante. En ambos casos la decisión del empresario se basará en consideraciones diferentes de la del costo mínimo de producción.

Si se espera producir Ox_1 y se construye la planta representada por CMC_1 , y luego se encuentra conveniente producir Ox_2 , esto puede hacerse en el corto plazo con su planta a un costo unitario OC_1 , mientras que en el largo plazo puede reemplazar la planta por otra de mayor tamaño cuya producción genera un costo medio menor.

La curva del costo medio en el largo plazo presenta forma de U debido a la presencia de costos medios cada vez más bajos a medida que se incrementa el tamaño de la planta, hasta alcanzar la escala óptima. De ahí en adelante, y con plantas industriales cada vez mayores, los costos empiezan a ascender.

Esta curva sólo es tangente en un punto a cada una de las curvas del corto plazo, situándose dicho punto a la izquierda del mínimo cuando la pendiente de la curva es negativa y a la derecha cuando es positiva.

Para el tamaño óptimo el punto de tangencia se produce en el mínimo. En consecuencia, para montos de producción menores que aquel en el cual se sitúa el mínimo es más económico subutilizar una planta ligeramente mayor y que opere a menos de su producción de costo mínimo, que sobreutilizar una planta más pequeña.

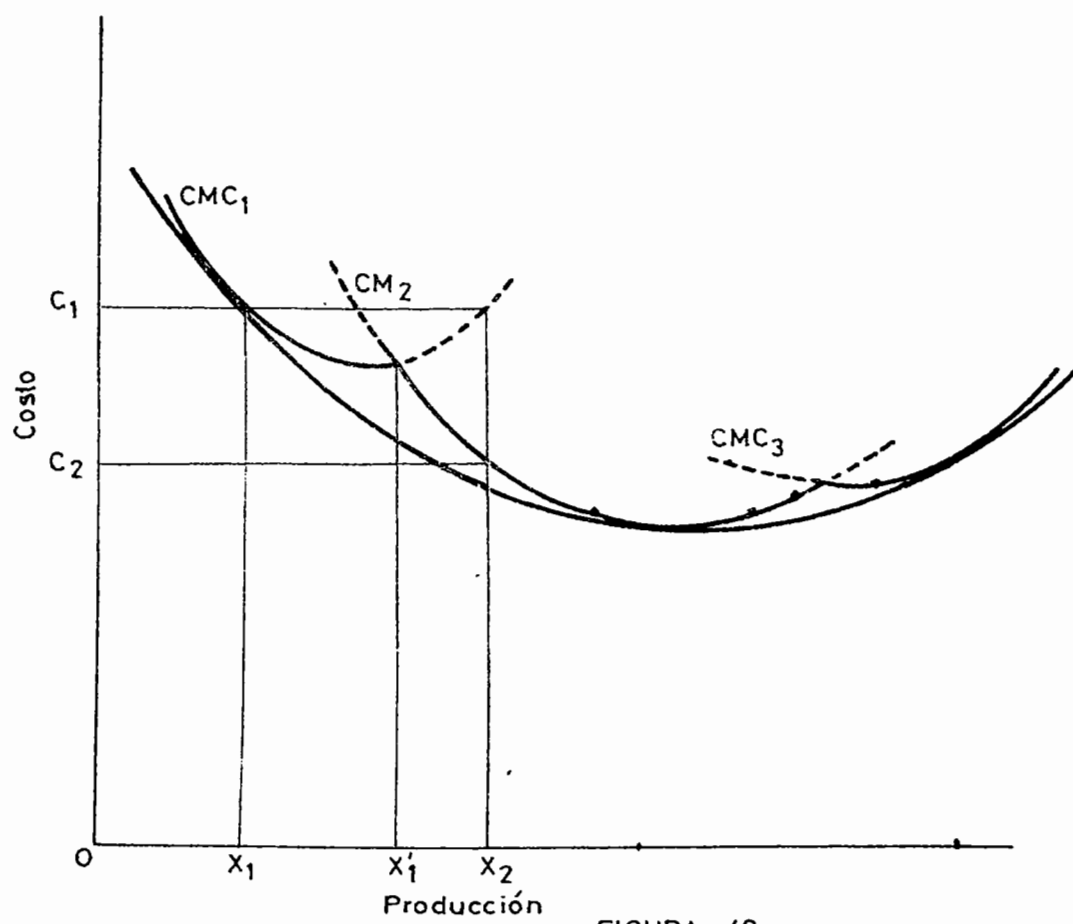


FIGURA 40

La inversa se da en el caso de montos de producción mayores a aquel en que se produce el mínimo costo medio, debido a que como se está trabajando por encima del mínimo, la tendencia lógica no va a ser seguir aumentando la producción porque cada vez se aleja más del punto óptimo.

También es interesante considerar el costo marginal en el largo plazo.

Si se compara la curva de costo medio de una empresa en el corto plazo con la de largo plazo, ambos tendrán un punto en común, al que puede llamársele A, que corresponde a la producción Ox_1 (figura N°41). Quiere decir que el costo total de corto plazo y el de largo plazo, en ese punto, son iguales.

En otro punto cualquiera, por ejemplo Ox_1'' , el costo medio del corto plazo supera al de largo plazo en consecuencia, si se mueve hacia x_1 en que ambos costos son iguales, la adición al costo total, o sea el costo marginal, debe ser menor en la curva de corto plazo que en la de largo plazo. Esta situación se da a la izquierda del punto A.

Cuando la producción aumenta de Ox_1 a Ox_1'' , el costo medio en el corto plazo también es mayor que el de largo plazo, e igualmente se cumple que el costo total del corto plazo es mayor que el del largo plazo. Pero la situación es opuesta a la anterior puesto que se pasa, de un punto en que ambos costos son iguales, a otro en que el costo total del corto plazo es mayor que el del largo plazo. La adición al costo total, o sea el costo marginal, debe ser mayor para la curva de corto plazo que para la del largo plazo.

De lo anterior se deduce la existencia de un punto de la curva del costo marginal en el largo plazo común con la curva del costo marginal en el corto plazo. Dado que el costo marginal en el corto plazo es menor que el del largo plazo a la izquierda de Ox_1 y mayor a la derecha, ambos deben ser iguales en la producción Ox_1 , punto B.

La curva del costo marginal a largo plazo corta a la del costo medio en su mínimo.

Como ya se vio existe una sola curva de corto plazo cuyo costo mínimo coincide con el costo medio mínimo de largo plazo.

2.2.1 El costo en el largo plazo y su relación con la función de producción.

Para efectuar este análisis se comenzará por relacionar la

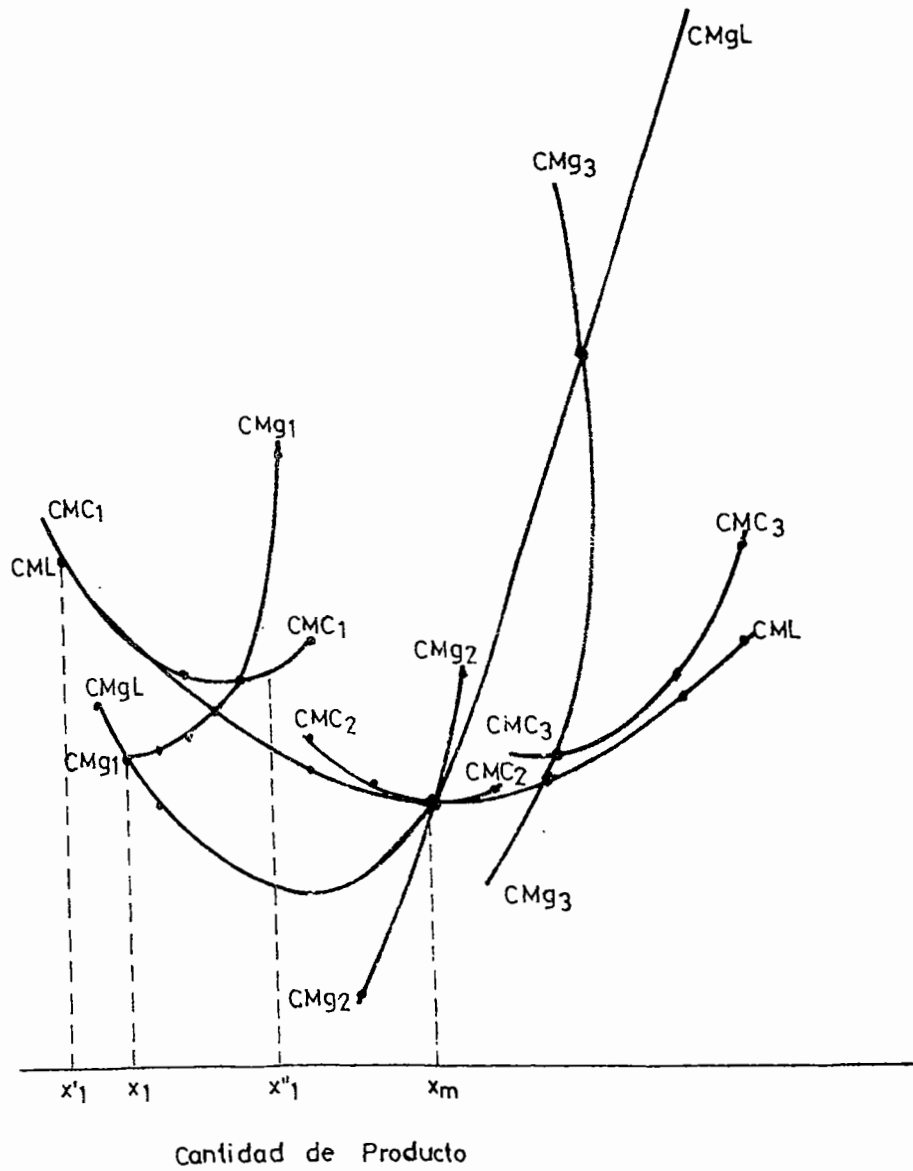


Figura 41

función de costo en el largo plazo con la ruta de expansión.

Para ello se trabajará con las curvas de isocostos e isocuantas, en combinación con la mencionada ruta. Como ya se ha visto el costo está representado por la curva de isocosto, en tanto que las isocuantas representan el nivel de producción.

Aquellos puntos en que los isocostos son tangentes a las curvas de isocuantas indican el punto de mínimo costo para un determinado nivel de producción. En este punto, la tasa marginal de sustitución técnica entre los insumos considerados es igual a la razón de precios de tales insumos. Esto equivale a decir que el mínimo costo se alcanza cuando el producto marginal del último peso gastado sea igual para cada insumo.

El costo mínimo será distinto para diferentes niveles de producción. Estos puntos de mínimo costo pueden ser unidos por una línea que constituye lo que se conoce como una isoclina, la que, de mantenerse constante los precios de los factores para cualquier nivel de producción, y por lo tanto para distintos niveles de consumo, se transforma en ruta de expansión.

La ruta de expansión es una isoclina particular a lo largo de la cual aumenta la producción cuando permanecen constantes los precios de los factores, y a través de ella puede derivarse la curva de costo total a largo plazo.

Por ejemplo, si se considera el punto P, (figura N°42) se ve que está sobre la isocuanta I cuyo costo total corresponde isocosto CF. Lo mismo ocurre con otros puntos de la ruta de expansión. Por lo tanto la curva de costo total se puede derivar de la ruta de expansión.

Lo mismo sucede con la curva de costos medios en el largo plazo. Si se considera nuevamente el punto P el costo total está dado por la curva CF y el nivel de producción por la isocuanta I. Dividiendo el primero entre el segundo se obtiene el costo medio a largo plazo.

En esta misma figura se puede ver la relación de tangencia que existe entre el costo medio a largo plazo y a corto plazo. Ambos son iguales, por ejemplo, en el punto Q, sobre la isocuanta II. Suponiendo que se está trabajando con una planta de tamaño $O C_0$, si se quiere aumentar la producción al nivel III con el mínimo costo, ello no puede hacerse en el corto plazo, pues el ajuste óptimo recién se alcanza en el largo plazo con la ampliación de la capacidad productiva. A lo más, lo que puede lograrse es moverse al punto P', que le permite lograr el nivel de producción deseado pero a un costo mayor.

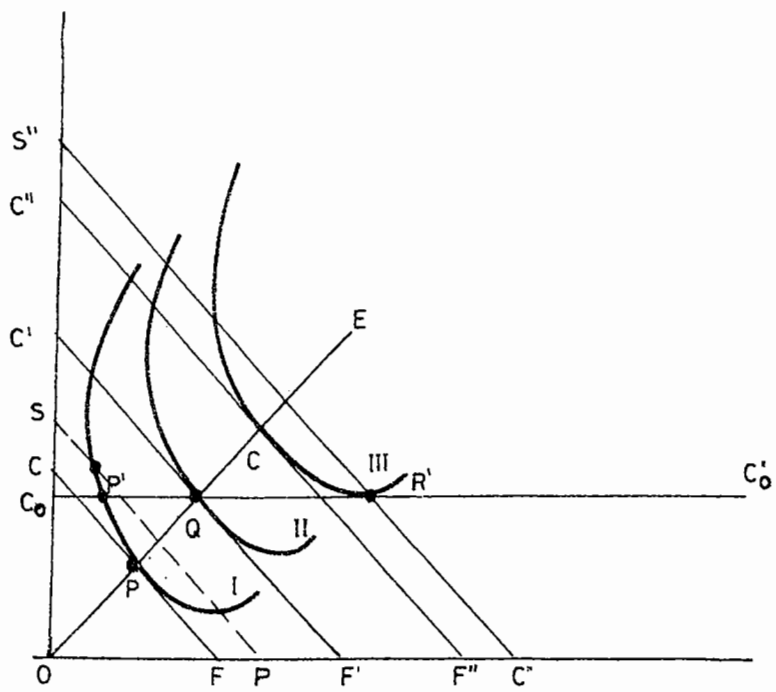


FIGURA 42

El costo en el corto plazo es mayor que el de largo plazo salvo en el costo mínimo en que ambos coinciden. Si se desea reducir la producción al nivel I, en el largo plazo se trasladará a P, adoptando el tamaño de su planta productiva, mientras que el corto plazo lo más que se puede hacer es moverse a P' subutilizando parte de la planta existente. El costo en el corto plazo también está aquí por encima del costo en el largo plazo.

Con la misma gráfica se puede explicar la relación entre el costo marginal en el corto y en el largo plazo. En el punto Q el costo medio en el corto plazo es igual al costo medio en el largo plazo, por lo tanto los costos marginales son iguales.

Si el productor desea reducir la producción a nivel I en el largo plazo se moverá a P y en el corto plazo a P'. El costo total en P' está dado por el isocosto SR, en tanto que para el punto P lo da CF.

En el largo plazo se pueden reducir los costos en una suma mayor porque los insumos se ajustan al óptimo. Por esta razón, el cambio en el costo total de largo plazo es mayor que en el corto plazo, y en consecuencia el costo marginal de largo plazo es mayor que el de corto plazo.

Si el empresario quisiera expandir su producción al nivel III en el corto plazo se moverá a R' mientras que en el largo plazo lo hará a R. El costo total R' es mayor que el costo total en R. En el largo plazo se reducen los costos, por lo tanto el costo marginal en el largo plazo es menor que en el corto plazo, al contrario de lo que ocurre con la reducción del nivel de producción. Esto surge del razonamiento expuesto en el análisis de costos a largo plazo en su vinculación con el costo marginal.

De todo lo anterior se deduce que la curva de costo medio de largo plazo indica el costo unitario mínimo de generar cual nivel de producción. La curva de costo marginal de largo plazo la cantidad mínima de incremento en el costo total cuando aumenta la producción, y la cantidad máxima a que disminuye dicho costo al reducir la producción.

2.2.2 Relación elasticidad - costo

Al analizar el coeficiente de la función de producción vimos que la elasticidad, definida como el cambio relativo del producto cuando todos los insumos aumentan en la misma proporción, era igual a:

$$\epsilon = \frac{\frac{\Delta c}{c}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}} = -\frac{\Delta q}{\Delta \lambda} \cdot \frac{\lambda}{c} = \frac{\frac{\Delta q}{\Delta \lambda}}{\frac{q}{\lambda}}$$

lo que representa el cociente del rendimiento marginal sobre el rendimiento medio.

Si se estudia la elasticidad de la función costos, por definición será el cambio relativo del costo cuando la producción aumenta en determinado porcentaje, es decir, que si se denomina K a la elasticidad, ésta será igual a:

$$K = \frac{\frac{\Delta c}{c}}{\frac{\Delta q}{q}} = \frac{\Delta c}{\Delta q} \cdot \frac{q}{c} = \frac{\frac{c}{\Delta c}}{\frac{q}{\Delta q}}$$

De acuerdo a lo visto anteriormente $\frac{\Delta q}{\Delta c}$ es el costo marginal y $\frac{q}{c}$ el costo medio, por lo tanto K es la relación inversa de ϵ . De ahí que pueda deducirse la siguiente relación:

la elasticidad del costo total es igual al recíproco del coeficiente de la función; específicamente esta elasticidad será menor, igual o mayor que la unidad, según que el coeficiente de la función sea mayor, igual o menor que 1.

Cabe recordar que habrá coeficientes crecientes, constantes y decrecientes a escala según lo sea la elasticidad.

Si $\epsilon > 1$ y por lo tanto $K < 1$, implica que un aumento proporcional de los insumos haría que el costo aumente en menor proporción. Al haber rendimientos crecientes a escala, la expansión proporcional de la producción se logrará con un aumento proporcionalmente menor en el empleo de los insumos. Por lo tanto, cuando los precios de los insumos permanecen constantes el costo aumentará proporcionalmente menos que la producción.

Si el costo total aumenta en menor proporción que la producción, el costo medio bajará. En consecuencia en la etapa en que la función producción presenta rendimientos crecientes a escala la curva de costo medio de largo plazo desciende. Cuando los rendimientos son decrecientes a escala ($\epsilon < 1$) la función de costos tiene elasticidad mayor que uno. Esto significa que el costo aumenta proporcionalmente más que la producción, de manera que el costo medio aumenta. Cuando $\epsilon > 1$ un aumento proporcional dado de la producción requiere que se incrementen los costos en mayor proporción. Con los precios de los factores constantes, el costo total aumenta proporcionalmente más que la producción y el costo medio sube.

En resumen el costo medio de largo plazo disminuye según que haya rendimientos crecientes o decrecientes a escala, esta relación se llega a producir si todos los precios de los factores permanecen constantes.

2.2. La curva de costo medio en el largo plazo.

Tanto las curvas del CMC como las de CML tienen forma de U, pero las razones son distintas.

El CMC tiene forma de U debido a que la disminución del costo fijo medio es superada por el costo variable medio, lo que se da a su vez porque el producto medio alcanza un nivel máximo y luego desciende.

La forma de la curva de CML está dada en función de los rendimientos creciente o decreciente a escala y ciertas economías o deseconomías financieras.

2.2.4. Economías y deseconomías de escala

A medida que una planta industrial aumenta su tamaño y aumenta también su escala de operación, se producen las llamadas economías de escala. Las razones de esto ya fueron expuestas por el propio Adam Smith en su tiempo y son: especialización y división del trabajo.

Cuando el número de trabajadores aumenta pero los otros insumos permanecen fijos las oportunidades de especialización y división del trabajo se agotan. La curva del producto marginal sube, pero pronto llega a su nivel máximo y luego desciende. Cuando aumenta al mismo tiempo el número de trabajadores y el equipo, se pueden obtener ganancias importantes por la división del trabajo y la especialización.

En una planta pequeña, con pocos obreros cada uno tiene que desempeñar varias tareas en el proceso de producción y perderán tiempo al pasar de una ocupación a otra. El aumento de la escala de producción permite hacer importantes ahorros al facilitar la especialización del obrero logrando un aumento de su eficiencia.

Los factores tecnológicos constituyen un segundo elemento que contribuye a las economías de escala. Si en el proceso de producción se requiere el empleo de varias máquinas distintas, con diferente capacidad productiva, es posible que la operación deba

ser en gran escala para permitir una utilización adecuada del equipo. Si sólo se requirieran dos tipos de máquinas, una que fabrica y otra que envasa, por ejemplo, y la primera puede producir 30.000 unidades diarias y la segunda envasar 45.000, la producción deberá ser por lo menos de 90.000 unidades diarias para emplear los dos equipos a plena capacidad, por lo que deberán utilizarse tres máquinas de producción y dos de empaque.

Otro elemento tecnológico a tomar en consideración es el hecho de que el costo de comprar e instalar máquinas más grandes, es en general proporcionalmente menor que el costo de máquinas más pequeñas. Por ejemplo, una máquina impresora, que puede imprimir 200 mil diarios al día no cuesta 10 veces más que la que imprime 20 mil, ni requiere 10 veces más espacio ni una fuerza de trabajo 10 veces mayor. El aumento de tamaño tiende a reducir el costo de producción.

A lo anterior se agrega que a medida que aumenta la escala de operaciones usualmente se produce un cambio cualitativo a la vez que cuantitativo en el equipo. De manera que son dos las grandes fuerzas que permiten al productor reducir el costo unitario al aumentar la escala de la producción. Estas fuerzas originan el tramo de pendiente negativa de costos medios a largo plazo.

Pero llega un momento en que la curva empieza a subir. La parte ascendente de la curva de costos se atribuye a diseconomías de escala que llevan a lo que se conoce como limitaciones a una gerencia eficiente.

A medida que la planta aumenta de tamaño, la gerencia se ve obligada a delegar parte de su autoridad y responsabilidad en empleados de menor jerarquía. Pierde contacto con las operaciones diarias de rutina, aumenta el papeleo y la eficiencia de la empresa tiende a disminuir. Esto aumenta el costo de la función gerencia y por lo tanto el costo unitario de la producción.

Es difícil determinar el momento en que se inician las diseconomías de escala y el punto en que llegan a superar a las economías. En empresas en que las economías de escala son escasas las diseconomías pueden aparecer muy pronto haciendo que la CML empiece a ascender en un nivel de producción relativamente pequeño. En otros casos las economías de escala son tan importantes que aun después de que la eficiencia de la administración empieza a bajar, las economías tecnológicas de escala pueden superar a tales diseconomías en un gran intervalo de la producción.

Por ello es posible que la curva no empiece a ascender sino cuando se alcance un volumen de producción muy grande.

Por último hay muchas situaciones reales en las que ninguno de estos extremos describe el comportamiento de CML. Es posible que una empresa pueda obtener todas las economías de escala a un nivel de producción muy modesto y que las diseconomías sólo aparezcan cuando este nivel es muy grande. En este caso CML tiene un gran tramo horizontal.

3. Variables que inciden en los costos

A continuación se analizarán los componentes del costo, es decir, los elementos que inciden en el nivel de costos de una empresa. Para este estudio debe tenerse presente que el costo es la consecuencia de dos magnitudes: cantidad de factores empleados y sus precios.

Las cantidades utilizadas constituyen la estructura cuantitativa de los costos, que se determinará por un lado, por la calidad técnica de las condiciones de producción, y por otro, por las proporciones que guardan entre sí las cantidades de empleo de los factores.

Dada determinada capacidad productiva y un programa concreto de producción, los coeficientes que determinan el nivel de costo son:

- 1 - calidad de factores
- 2 - proporción en que se combinan los distintos factores
- 3 - precio de los factores

Según Gutenberg de varias empresas con igual programa productivo, la mejor situación de costos será la de aquella cuyo equipo técnico es más apto para dicho programa, cuyo personal tiene el rendimiento más alto y que trabaja con materiales de la mejor calidad.

A su vez, dada determinada capacidad productiva y determinado programa de producción, sólo se alcanzará una combinación de costos mínimos si la combinación de empleo de los factores es tal que éstos guardan entre sí una relación óptima. En la función de producción basada en la ley de rendimientos decrecientes, esta situación se alcanza si las productividades marginales parciales de las cantidades de empleo de los factores guardan entre sí la misma relación que sus precios. En cambio, para Gutenberg en la función de producción de tipo B, la combinación de costos mínimos se logra si de cada factor de producción se usa la cantidad exacta que corresponde a las realidades técnicas, caracterizadas por la función de

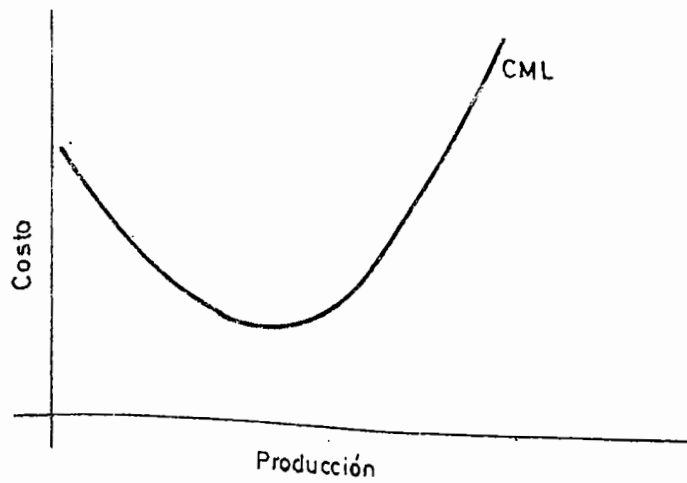


FIGURA 43

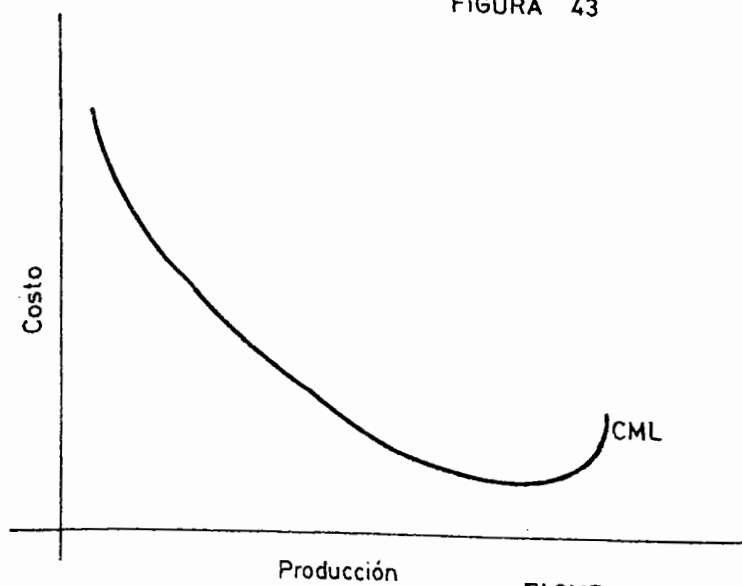


FIGURA 44

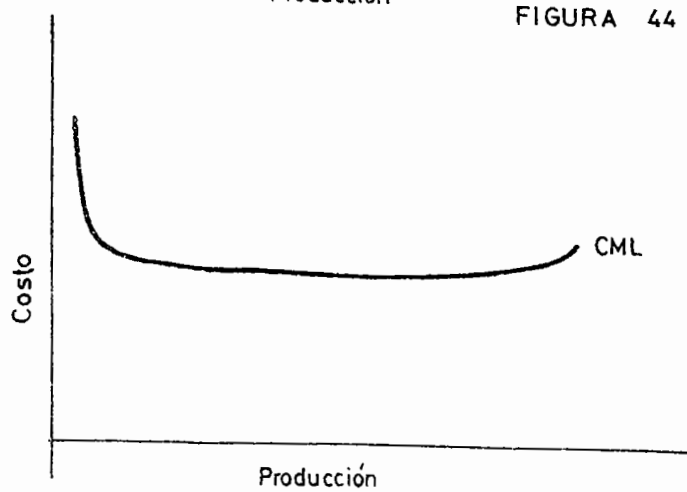


FIGURA 45

consumo.

Puede que a una empresa no le resulte conveniente trabajar a plena capacidad porque por ejemplo, hay una disminución en la demanda. Si a pesar de ello se continuara trabajando a plena capacidad aparecería el problema de los stocks. Pero hay que recordar que una variación en el uso de la capacidad productiva pueda significar cambios en la estructura de combinación de los factores, y a su vez una variación en la combinación de factores ocasiona cambios en el nivel de costos.

La variación en el nivel de ocupación de la capacidad productiva, influye en la combinación de factores la que a su vez constituye un elemento determinante del nivel de costos.

Los costos a su vez son producto de cantidad por precio, por lo tanto el nivel de costos depende también del nivel de precios de los factores utilizados.

Hasta ahora se ha supuesto una determinada capacidad productiva; pero puede ser que ésta cambie, de modo que la dimensión de la empresa constituirá también un factor de influencia en los costos.

En general, todos los equipos de la empresa están orientados a la atención de un plan determinado de producción. Si sólo se adaptaran en parte al plan, ello va a aparejar condiciones deficientes de producción, lo que influye en el nivel de costos de la empresa.

El programa de producción o un cambio del mismo constituye otro coeficiente de influencia en los costos.

En resumen, el nivel de costos es función de la calidad de los factores, su precio, el nivel de ocupación, la dimensión de la empresa y el programa de producción que la misma tenga.

3.1. Calidad de los factores

Las variaciones en la calidad de los factores de producción se da tanto en los que constituyen el costo primo: materias primas y mano de obra directa, así como en los equipos productivos, elemento humano indirectamente afectado a la producción y a la dirección de la empresa.

La productividad de la mano de obra depende de factores inherentes al propio trabajador así como del ambiente de trabajo que lo rodea. Entre los primeros se pueden considerar:

1. capacidad y habilidad para el desempeño de una tarea determinada;
2. rasgos físicos adecuados;
3. interés o inclinación básica para el cumplimiento de una actividad;
4. personalidad adecuada a las características exigidas por el trabajo a realizar;
5. experiencia en tareas similares;
6. circunstancias personales externas a la empresa que pueden afectar en forma positiva o negativa el rendimiento de la persona en el trabajo.

También influyen en el rendimiento del trabajador el ambiente de trabajo y las condiciones objetivas del lugar de trabajo y en menor escala la retribución y los estímulos económicos basados en el rendimiento.

Entre las condiciones del lugar de trabajo pueden mencionarse luz adecuada, control de ruidos, eliminación de residuos y polvo que dificulta la respiración, temperatura adecuada, etc.

Dentro del ambiente de trabajo es fundamental el sentimiento de grupo. A este respecto los profesores Miller y Form sostienen que el trabajo es una actividad de grupo y que todo trabajador siente la necesidad de pertenecer al grupo. Además la existencia de grupos informales en todo ambiente de trabajo tienen influencia en el comportamiento y aplicación de la capacidad profesional a las tareas a cumplir.

Si bien todos estos aspectos objetivos y subjetivos influyen sobre los trabajadores, de no variar las condiciones externas al trabajador, se puede suponer que los factores inherentes al mismo se verán compensados, en mayor o menor grado para un número suficientemente grande de ellos, y por lo tanto, no influirán en la función de producción permaneciendo/de costos incambiada.

la

Con los materiales y equipos productivos ocurre algo similar. La capacidad de un equipo depende del grado de desgaste y obsolescencia y de su mayor o menor avance tecnológico. A través del tiempo, en las empresas se pueden encontrar cambios tecnológicos intensos que modifiquen la estructura productiva y en consecuencia la estructura de costos. Si la empresa asimilara paulativamente estos adelantos técnicos, el pasar de un nivel a otro más avanzado, que con el tiempo llevara a una reducción de costos se haría lentamente y no en forma abrupta.

En caso que los nuevos equipos sean técnicamente revolucionarios pueden cambiar la estructura productiva lo que lleva a un cambio de los elementos considerados en la función producción y por consiguiente en la de costos.

En el caso de los materiales, si no hay cambios fundamentales, las condiciones cualitativas fluctúan dentro de ciertos límites y se compensan, por lo que no afectan mayormente las fluctuaciones que se están analizando. En cambio, si se emplean materiales completamente nuevos, con propiedades distintas de los usados antes, que lleven a disminuir el porcentaje de piezas defectuosas, a cambiar los procedimientos de elaboración y organización del trabajo, reduciendo incluso los tiempos de producción, pueden producirse alteraciones en la función de producción y en consecuencia en la de costos.

Finalmente hay que recordar que también se producen variaciones en el rendimiento de los niveles de dirección de la empresa.

Los elementos directivos deben aunar, el máximo rendimiento con la mejor combinación de los demás factores productivos, dependiendo el éxito de éstos, en buena medida, de las condiciones de aquéllos para planificar y organizar.

Toda empresa sufre la influencia de hechos propios y externos a la misma. Cuanto más previsibles se logra hacer estos hechos, a través de la planificación, más bajo será el nivel de costos que pueda alcanzarse.

El factor dispositivo debe tomar decisiones adecuadas sobre soluciones alternativas a distintos problemas entre los que se encuentran aquellos relacionados con la producción, tales como cambios en los procesos productivos, factores productivos, calidad de factors, equipos, etc.

Muchos de estos cambios afectan no sólo aspectos técnico de la producción sino también precios. En consecuencia toda decisión aparea estudios técnicos y económicos.

Para el cálculo de economicidad hay que distinguir dos situaciones, la primera se caracteriza por no haberse dado en la empresa ninguna de las situaciones de producción que se evalúan para tomar la decisión; la segunda compara una situación real con otra con la que pretende sustituirla. En el primer caso se trata de estudio de economicidad para el cual hay que calcular y comparar costos de funcionamiento, amortización e interés de capital invertido. En el segundo hay que decidir por ejemplo, si un equipo existente y técnicamente aprovechable debe o no reemplazarse por otro más moderno. Aquí hay que tomar en cuenta también el problema de los valores residuales. Si el equipo existente pueda usarse todavía debe calcularse su costo de funcionamiento en el período de vida útil que aún le queda, lo mismo se hace con el equipo nuevo, pero a ese importe se le agregan las amortizaciones e intereses del primer equipo. Muchas veces el estudio de economicidad resulta

favorable a un equipo nuevo pero a pesar de ello se renuncia al cambio por el hecho de que el equipo existente en la empresa es técnicamente utilizable y su sustitución puede traer dificultades en otras áreas.

Al hacer un estudio de este tipo debe tomarse en cuenta que la variación en la capacidad puede aparejar una disminución de precios por mayor producción o un aumento de gastos por concepto de propaganda o reorganización de la estructura de Ventas, entre otras cosas.

Un equipo nuevo puede también presentar ventajas que no pueden determinarse numéricamente como por ejemplo, la sencillez de manejo, protección contra accidentes, etc.

La sustitución de un equipo viejo por otro nuevo es conveniente cuando la producción proyectada es mayor que aquella en que se cortan las curvas de costo de ambos equipos. Para cada factor productivo hay un determinado volumen de empleo que lleva a su utilización más favorable. En el caso de los equipos productivos, alcanzan mejor rendimiento del punto de vista de los costos, en determinada cantidad de producción. Si se grafican los costos de cada equipo, a los que Gutenberg llama curvas de procedimiento, indicando con R los puntos de intersección que muestran las cantidades de producto con las cuales conviene sustituir un equipo por otro, se deduce que si esto pudiera hacerse libremente, sería ventajoso elaborar la cantidad ox_1 con el equipo A, x_1x_2 con el B y así sucesivamente. Pero estas deducciones surgen en función de las producciones resultantes en los puntos de intersección de las curvas de costo de los distintos equipos.

Pero no se trata de considerar solamente los puntos que indican las cantidades más ventajosas en cada procedimiento. Bien puede ser que convenga la sustitución de un equipo por otro aún antes de llegar al punto de intersección.

Si la producción proyectada se encuentra a la derecha de la cantidad de producción en el corte de dos curvas de costo, o entre dos puntos de corte, no hay motivo para hacer un análisis de sustitución.

Suponiendo que ante cada aumento mínimo de producción se emplea otro equipo, en un trazado continuo de sustitución se obtiene una curva general de procedimientos que se representa en la figura N°47.

Pero en realidad la empresa no puede actuar aquí con total libertad, pues si se pasa a utilizar un equipo menos favorable del punto de vista del costo, porque la producción disminuye, no debe olvidarse que este equipo ha sustituido a otro más favorable que ya no está disponible.

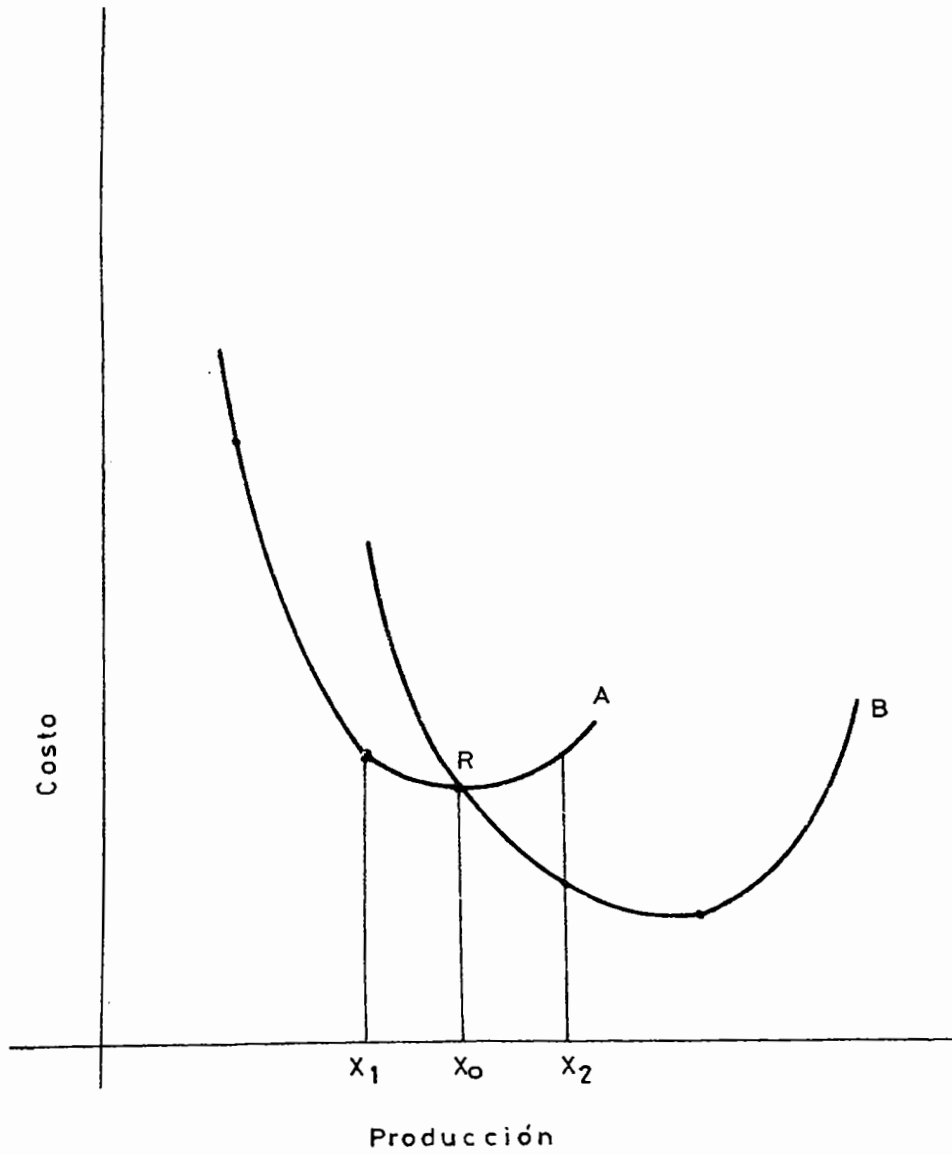


FIGURA 46

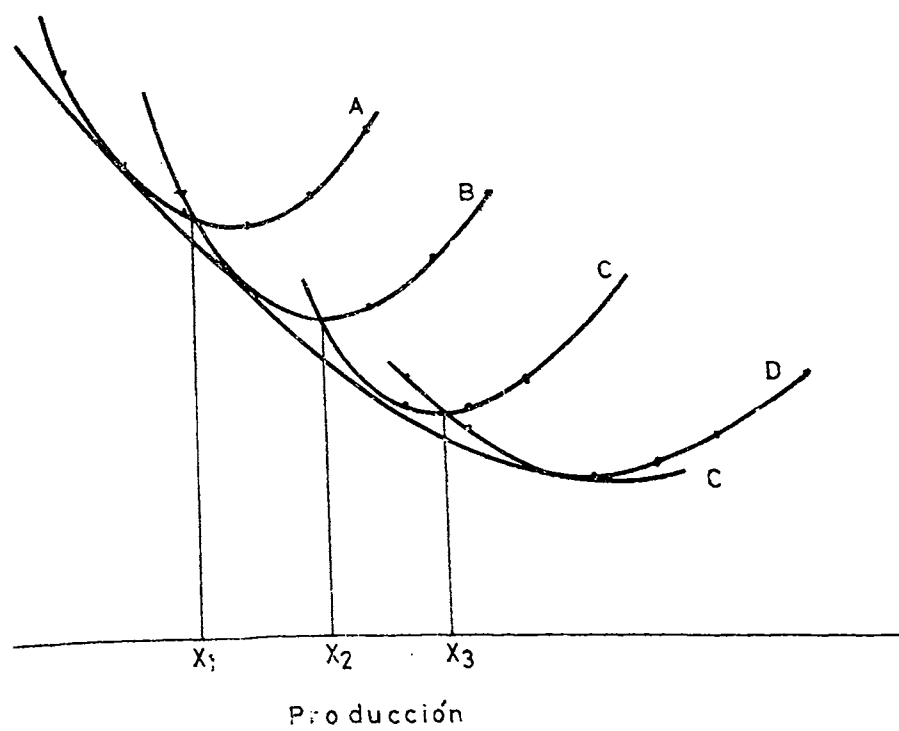


FIGURA 47

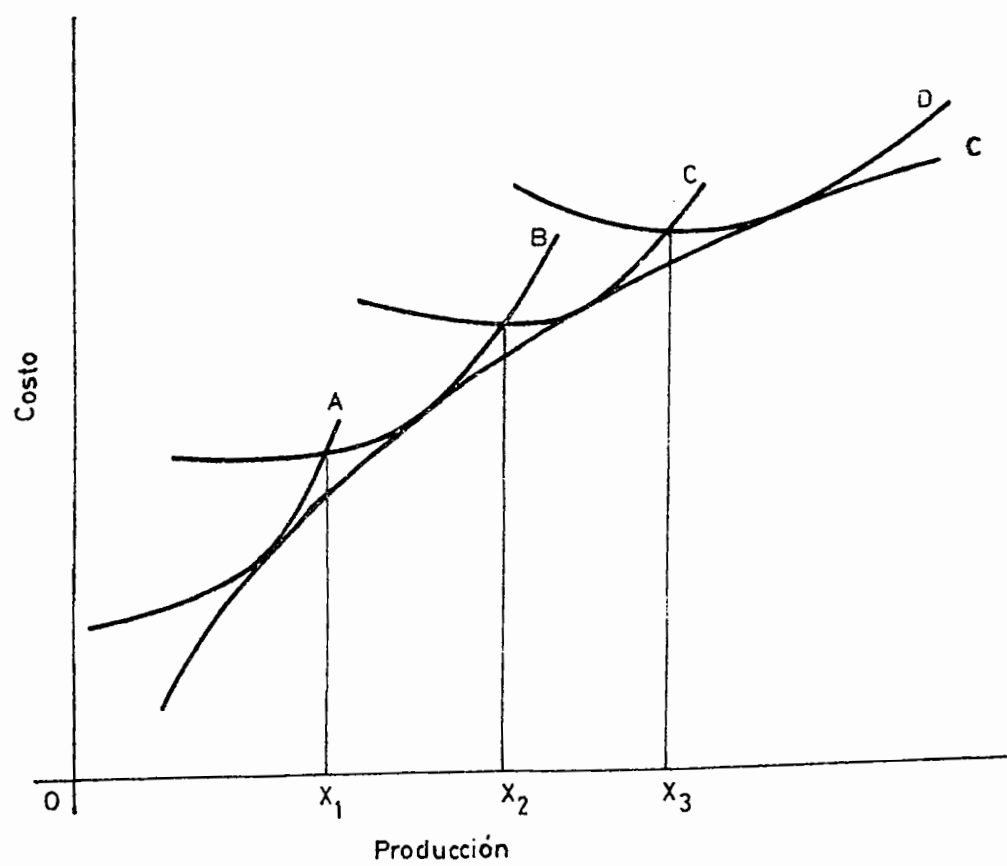


FIGURA 48

En conclusión todo cambio en las condiciones técnicas de los equipos productivos provoca un cambio cualitativo en las condiciones de producción e influye en el nivel de costos. También cambian las funciones de consumo por variación en las cantidades a consumir, y como estos factores cuestan, sus cantidades por precios constituyen costos.

Además, debe recordarse, que todo factor productivo tiene un determinado nivel de calidad y un determinado grado de rendimiento, y si no se emplea de acuerdo al mismo no se aprovechan en forma íntegra.

3.2. Precio de los factores.

Los precios pueden ser analizados desde tres puntos de vista:

- precios constantes
- precios variables
- precios constantes hasta llegar a cierta cantidad a partir de la cual aumentan.

En el primer caso las curvas de costo están determinadas por las curvas de producción. En el segundo, los costos no sólo dependen de las cantidades empleadas del factor sino también de sus precios.

La influencia del precio en la curva de costos se ve mejor con un ejemplo numérico, en el que se muestran las curvas resultantes de precios constantes y variables.

Cuadro N°9

Cantidad Producida	Cantidad de empleo del factor	Precio Unitario del factor	Costos Varia- bles totales	Costos Varia- bles margi- nales	Costos Varia- bles medios
0	0	1	0	0	0
1	4	1	4	4	4
2	7	1	7	3	3.50
3	9.50	1	9.50	2.50	3.16
4	13	1	13	4	3.25
5	19	1	19	6	3.80

Suponiendo que aumenta el precio en una unidad, en cada intervalo de crecimiento de la cantidad del factor, se obtendrá la siguiente tabla:

Cuadro N°10

<u>Cantidad Producida</u>	<u>Cantidad de Empleo del Factor</u>	<u>Precio Unitario</u>	<u>Costos Variables Totales</u>	<u>Costos Variables Marginales</u>	<u>Costos Variables Medios</u>
0	0	0	0	0	0
1	4	1	4	4	4
2	7	2	14	10	7
3	9.50	3	28.50	14.50	9.50
4	13	4	52	23.50	13
5	19	5	95	43	19

Las representaciones gráficas de estas dos tablas se presentan en las figuras N°49 y N°50.

En el tercer caso la curva de costos está determinada hasta la cantidad límite en que el precio deja de ser constante, por la curva de producción, desde ese momento la curva de costos se hace más empinada porque las cantidades adicionales del factor son más caras. Si el nuevo precio aumentado no se modifica, en este sector de la curva hay un desarrollo más vertical porque se multiplica por una constante mayor, pero luego la curva vuelve a determinarse por la curva de producción.

3.3. Nivel de ocupación

En primer lugar, si la empresa presenta una función de producción regida por la ley de rendimientos decrecientes, ésta cambia de acuerdo a las modificaciones que se operen en los insumos variables.

Si se trata de una empresa cuyas características técnicas requieren, en caso de disminución de las necesidades de producción, que igual las maquinarias funcionen sin cambios, una solución podría ser que la utilización de la capacidad productiva de la empresa disminuya en intensidad. La capacidad en sí no sufre modificaciones y tampoco se modificaría el tiempo de utilización, de forma tal que si vuelven a aumentar las necesidades de producción ésta vuelve a aprovecharse en su totalidad. El tiempo seguiría siendo el mismo.

Lo típico en estas empresas es que se mantiene la capacidad productiva y el tiempo de producción, pero varía la intensidad en el ritmo de utilización de los equipos.

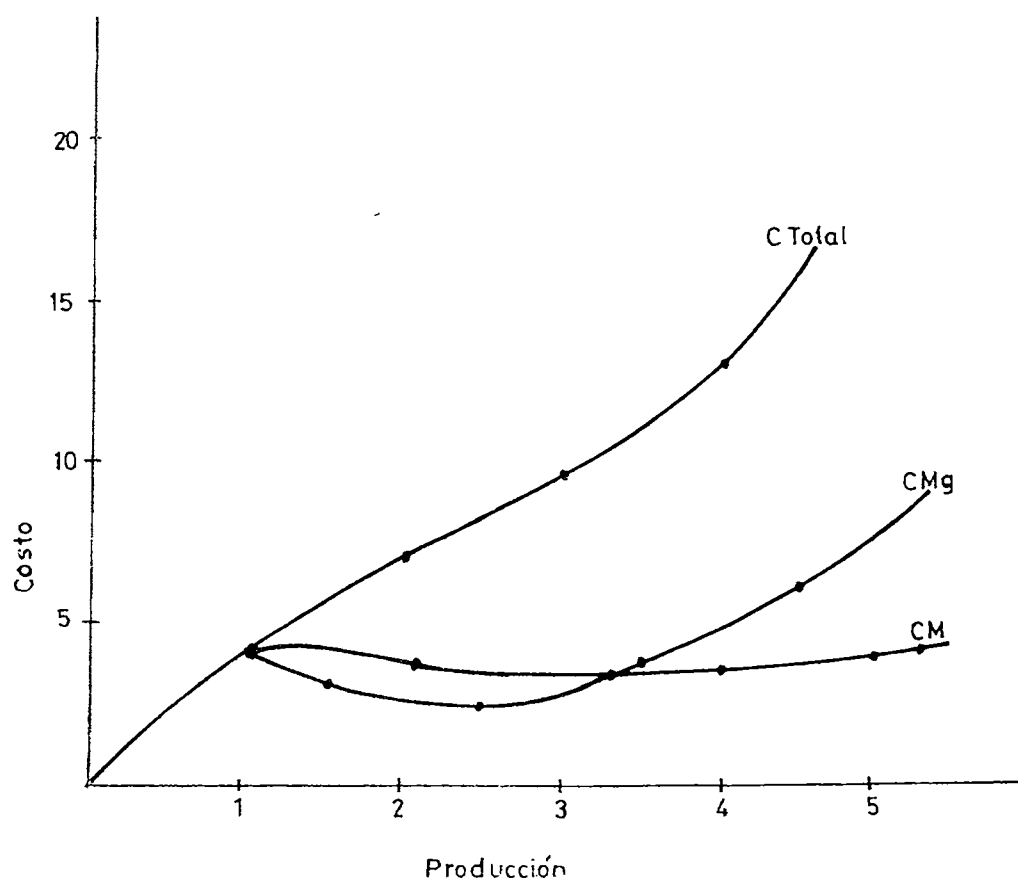


Figura 49

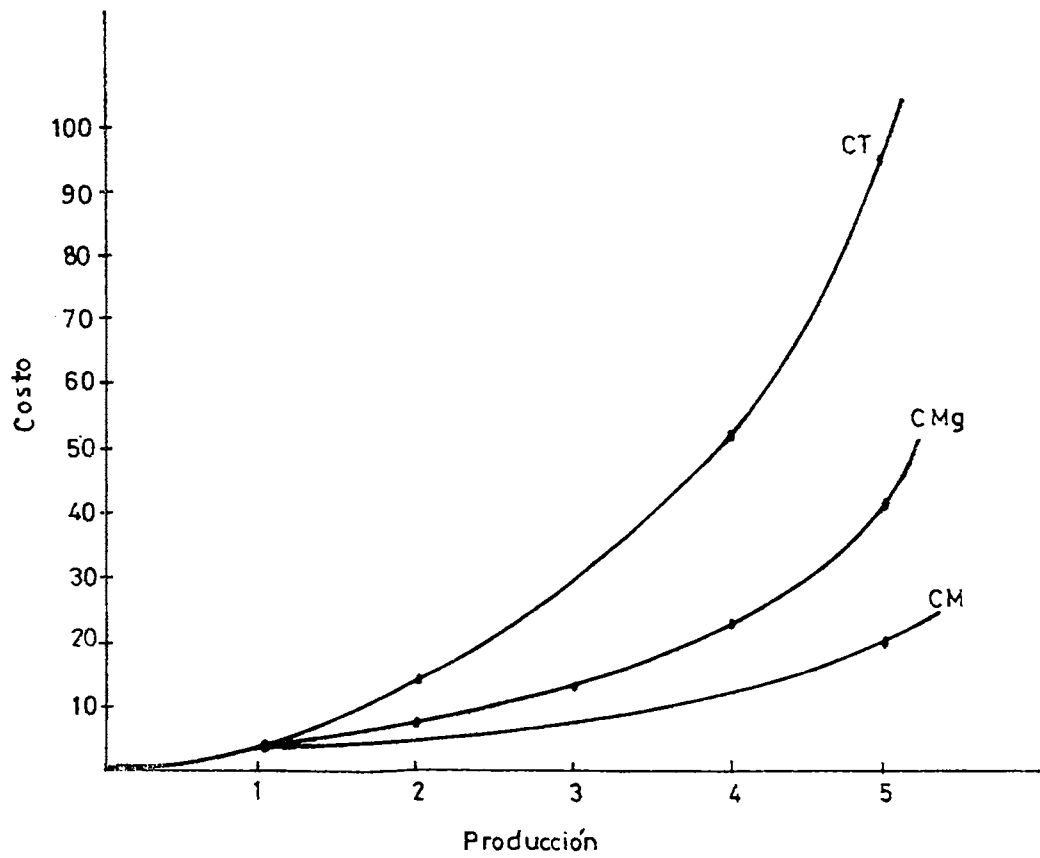


Figura 50

Otra solución podría darse cuando la empresa, dadas las características técnicas de su producción está en condiciones de paralizar parte de sus equipos si se presentan disminuciones en las necesidades de producción. En este caso puede llegarse a vender o paralizar parte de las máquinas y si se tratara de mano de obra, si la legislación lo permite llegar incluso a despidos de personal. Para que pueda darse ésto, es necesario que la empresa se integre con unidades de producción relativamente independientes entre sí. A esta clase de adaptación se la conoce como adaptación cuantitativa.

Otra forma de adaptarse a variaciones en los niveles de producción es la reducción de horas de trabajo o la autorización de horas extras y turnos dobles. Esta constituye la adaptación temporal. Se caracteriza porque la estructura productiva de la empresa se aprovecha íntegramente mientras se utiliza, pero ello no se hace a tiempo completo. En realidad la adaptación temporal es un tipo especial de adaptación cuantitativa. Cuando la empresa presenta una función de producción que varía de acuerdo a la ley de los rendimientos decrecientes, las cantidades de empleo de los factores determinan el rendimiento.

Según la ley de rendimiento puede lograrse determinado producto con distintas combinaciones de empleo de los factores. En consecuencia no hay una relación única entre producción y cantidad utilizada de cada factor. Un mismo rendimiento puede obtenerse con distintas combinaciones de los cuales se elegirá la de menor costo.

La cantidad de empleo de cada factor es función del rendimiento buscado, y el costo es a su vez función de la cantidad de empleo de cada factor. Esta función tiene, al mismo tiempo, una inversa, ya que la cantidad de productos que pueden elaborarse, está determinada por el monto del costo que se desea tener.

Como ya vimos, la función de costos es inversa de la de producción y su curva es la imagen reflejada de la de ésta. Por lo tanto en una adaptación de la ocupación debe tomarse en cuenta lo siguiente:

- 1 - los costos medios bajan si los costos marginales son menores que los unitarios.
- 2 - los costos medios aumentan si los costos marginales son mayores que los unitarios.
- 3 - los costos medios permanecen iguales si son iguales a los marginales.

- 4 - puede que los costos unitarios aumenten o disminuyan mientras los marginales aumentan o disminuyen siempre que estos últimos sean menores que los primeros. También se da la inversa.

Este desarrollo de las curvas de costo está dado por variaciones en la cantidad de empleo de los factores con calidad y precios constantes.

En la adaptación por intensidad de uso de los factores se exige a los mismos un esfuerzo diferente, sobre todo en el caso de las maquinarias. Según Gutenberg este tipo de adaptación se da en industrias que requieren equipos técnicos con unidades rígidamente unidas. Un ejemplo típico sería un horno de calcinación donde el cambio se hace sobre la base de la carga de materias primas y regulando la velocidad de combustión a través del control de la alimentación de aire y arena.

Los costos dependen en este caso de las funciones de consumo que determinan su estructura cuantitativa.

Las maquinarias trabajan con diferente grado de eficiencia según la intensidad de su utilización. En general se indica la carga más favorable de los equipos, la velocidad de corre, el número de revoluciones más adecuado. Por ejemplo se la puede hacer marchar a 220 revoluciones si ésta es la velocidad más adecuada, pero puede exigírsele un mayor esfuerzo.

También la mano de obra puede adaptarse según la intensidad, ya sea considerada como factor primario de producción o como factor dispositivo, según el concepto de Gutenberg. El proceso de producción en este caso se rige por la función de producción de tipo B.

La función de costos se obtiene multiplicando la cantidad de empleo de los factores por sus precios. Por ejemplo: el consumo del lubricante estaría dado por la siguiente fórmula:

$$C_{11} = r_{11}x_{11}$$

donde C_{11} es igual al costo del lubricante
 r_{11} representa el consumo del lubricante
 x_{11} equivale al precio del lubricante

Los subíndices indican, el primero, el número ordinal del factor considerado y el segundo el del medio de empresa analizado.

El consumo de combustibles se determinará por la fórmula:

$$C_{21} = r_{21} x_{21}$$

donde C_{21} es el costo del combustible
 r_{21} equivale al consumo del combustible
 x_{21} representa el precio del combustible

Los costos totales de un determinado medio de empresa están dados por las sumas de las distintas clases de costos que la componen, es decir:

$$\sum_{i=1}^n C_{i1} = \sum_{i=1}^n r_{i1} x_{i1} \quad (\text{para } i = 1 \dots n)$$

Estos costos dependen del rendimiento exigido a la máquina.

Cambiando el rendimiento cambian las cantidades consumidas de cada factor, y por lo tanto los costos.

Los costos totales de producción de la empresa se obtienen como suma de los costos de los distintos equipos existentes en la misma y se representa por la fórmula:

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij}$$

En este caso la función de costos ha sido deducida de la función de producción y queda demostrado así, una vez más, la relación existente entre la Teoría de los Costos y la de la Producción.

De acuerdo con los Ingenieros de máquinas los costos tienden a subir cuando se sobrepasa la ocupación óptima y a medida que se acerca a la capacidad máxima. En consecuencia, en una simplificación, se puede suponer un desarrollo proporcional de los costos del equipo hasta el rendimiento normal, alcanzado el cual, la curva de costos aumenta progresivamente.

Hay casos en que se puede compensar un aumento progresivo del costo de los lubricantes, combustibles, etc. con los costos que tienen carácter fijo, por ejemplo amortizaciones. Muchas veces los costos fijos tienen gran peso, a tal punto que no existe una rama ascendente en la curva de costo total sino hasta llegar al límite de ocupación excesiva.

Los costos fijos que corresponden a la parte no utilizada del equipo conocen como costos muertos y a los de la proporción aprovechada, costos de aprovechamiento.

se

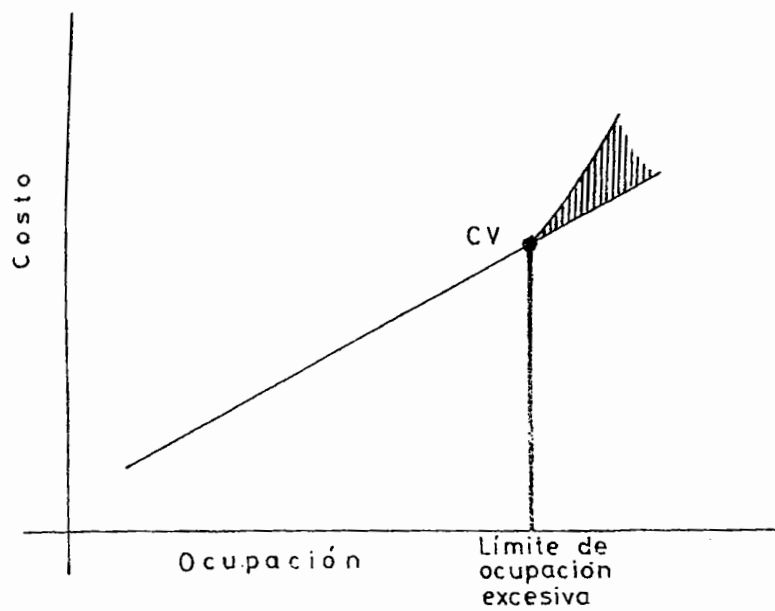


FIGURA 51

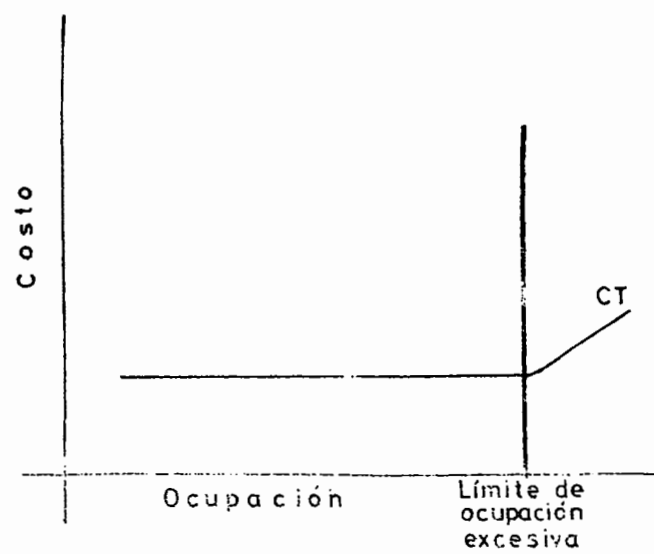


FIGURA 52

En consecuencia:

$$CF = CF_M + CF_A$$

Si se representa con x la cantidad producida y con m la que podría elaborarse como máximo, se tiene para CF_M las siguientes expresiones:

$$CF_M = (m - x) \frac{CF}{m}$$

$$CF_A = x \frac{CF}{m}$$

En el caso de adaptación de la intensidad no es posible disminuir los costos muertos puesto que queda constante la existencia de factores y varía su aprovechamiento.

En muchos casos existe la posibilidad de adaptarse a los cambios en el monto de producción variando la cantidad de equipos productivos en funcionamiento. Si disminuyen las necesidades de producción de una empresa éstas pueden parar máquinas y despedir personal. Si la ocupación aumenta se activan los equipos paralizados y se contrata nuevo personal. En este caso se está frente a la adaptación cuantitativa.

Esta forma de adaptación puede darse en empresas con dos estructuras técnicas de producción distintas. La primera se caracteriza porque sus equipos forman grupos más o menos homogéneos, por ejemplo, tornos en una hilandería. La segunda se caracteriza por tener maquinaria de distinta calidad, por ejemplo, más antigua, más moderna, más gastada, menos gastada, etc.

Si la empresa cuenta con máquinas de distinta calidad el proceso de adaptación cuantitativo va acompañado de un proceso selectivo porque la gerencia técnica se planteará el problema de cuáles parar. Siempre conviene parar primero las máquinas de menor calidad.

Una empresa se adapta cuantitativamente a situaciones fluctuantes cuando en caso de ocupación decreciente detiene el funcionamiento de algunos equipos. Esta detención puede ser tal tipo que la disminución de la capacidad pueda efectuarse vendiendo los equipos que se paralizan o mantenerlos en la empresa pronto para entrar en producción.

En el primer caso la mano de obra sobrante es despedida y en el segundo ocupada en otra cosa.

Los equipos y mano de obra trabajan con rendimiento normal durante período de funcionamiento normal, pero este rendimiento disminuye o aumenta cada vez que hay variación en el monto de producción de la empresa a través de variaciones en la capacidad productiva por paro de determinadas unidades técnicas. Esto significa que la producción de la empresa sólo puede variar escalonadamente. El ancho de los escalones se determina por la producción de un equipo con rendimiento normal.

Gráficamente se describe una situación caracterizada por tener la empresa 4 máquinas, en el eje de las abscisas se registra la producción (x) y en el de las ordenadas, los costos (c). La producción de un equipo a rendimiento normal y tiempo completo es m. Los costos fijos se señalan con CF y los costos de cada equipo con cf_1 cf_4 .

Trabajando la totalidad de las máquinas la empresa elabora la producción 4 m. Si se para o se vende un equipo la producción pasa a ser 3 m. En el primer caso se originan costos por valor de 4 mH.

El valor 4 mH comprende los costos absolutamente fijos CF, los costos fijos de los cuatro equipos cf y los costos variables que por unidad de producción ascienden a cv.

En la producción 3 m los costos ascienden a CF más los costos fijos de los tres equipos restantes cf_1 hasta cf_3 y los costos variables por valor de 3 m cv, obteniéndose así el punto F. Del mismo modo surgen los puntos D, B y R. Las líneas de comunicación de estos puntos se representan con una recta que analíticamente está dada por:

$$C = \left(cv + \frac{cf}{m} \right) x + CF$$

Esta recta caracteriza el desarrollo de los costos de adaptación cuantitativa en su forma más pura, observándose que la misma no es sino una línea de comunicación de los puntos de costo R, B, D, F, H.

Si la empresa quiere mantener prontas a entrar en producción a todas las máquinas, estará renunciando a la disminución de los costos fijos de intervalo referentes a instalaciones paradas.

Manteniendo el equipo 4 pronto a entrar en producción en cualquier momento los costos están sobre la recta A_4B_4 .

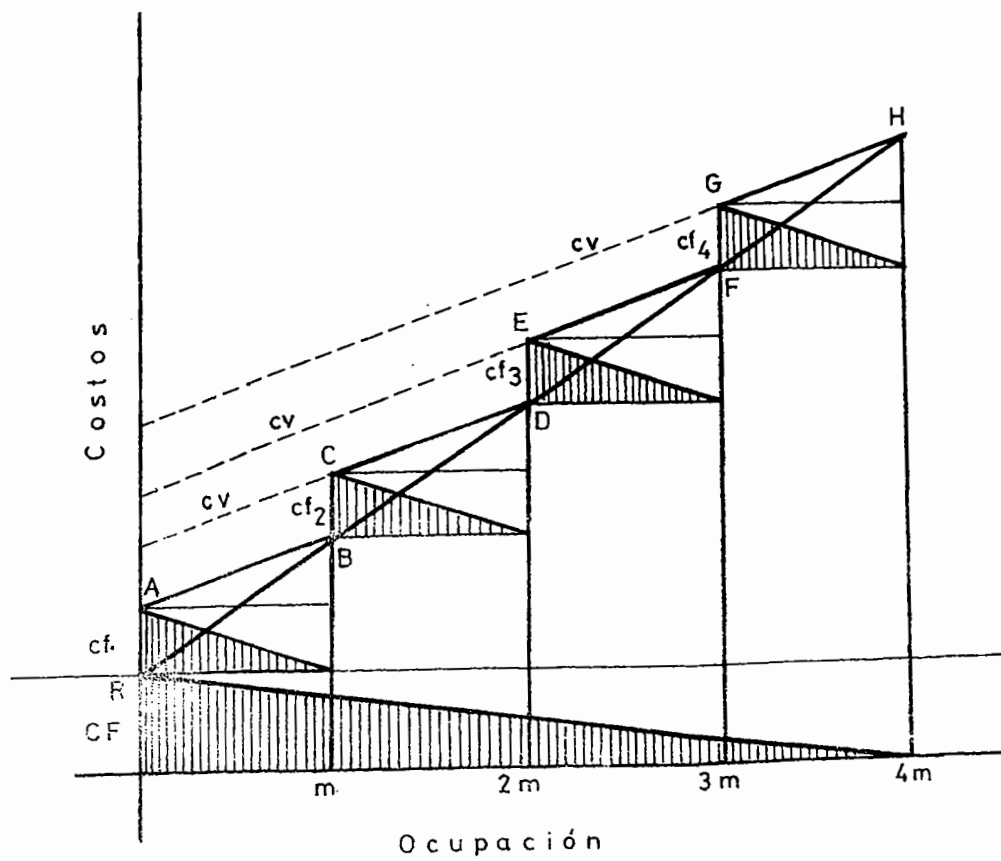


FIGURA 53

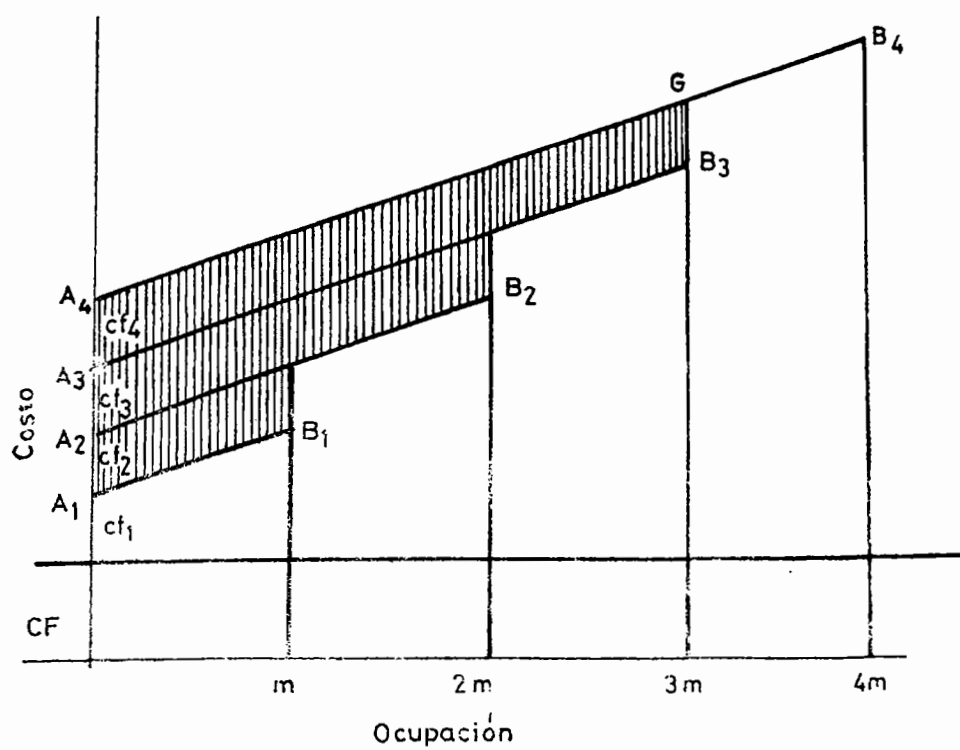


FIGURA 54

En el punto 0 la ordenada en el origen representa la totalidad de los costos fijos de mantener todos los equipos en estado de apresto y su pendiente, los costos variables de una producción de m , $2m$, $3m$. Es decir, que para una producción de $3m$, manteniendo la empresa los cuatro equipos instalados, el costo total es $3mG$. (fig.54)

En la adaptación cuantitativa la forma de producción sólo varía por cantidades determinadas o sea por la capacidad de las unidades parciales, es decir en forma escalonada.

Existe una clase de adaptación cuantitativa que se encuentra limitando con la cualitativa, a la que Gutenberg llama adaptación selectiva.

Como ya se dijo, en toda empresa suelen haber equipos productivos de distinta calidad. Si merma la producción y se decidiera ir a una adaptación cuantitativa es muy probable que se empiece por parar los equipos de menor calidad. En caso de mano de obra despedirá al personal menos calificado. Entonces, en general, en caso de ocupación insuficiente dispone de medios de empresa cualitativamente mejores que en caso de ocupación normal o excesiva.

Este modo de adaptación indica entonces que la curva de costos aumenta progresivamente con la producción creciente. En este caso los costos marginales aumentan constantemente.

Según la teoría tradicional la curva de costos totales tiene primero un desarrollo cóncavo y luego convexo y la curva de costos marginales tiene forma de U. Pero esta teoría se basa en una serie de simplificaciones y supuestos, y si el desarrollo de la curva de costos totales o de la curva de costo marginal ha de corresponder a las condiciones efectivas en la empresa, hay que desechar en el caso que se está tratando, la deducción de la curva de costo de la ley de rendimiento.

Además la teoría tradicional, junto a la adaptación a situaciones variables de ocupación suponen que la empresa se adapta selectivamente desde la producción de las primeras unidades hasta el punto de inversión de la curva de costos totales empleando unidades productivas cada vez más rendidoras hasta que empieza a utilizar necesariamente factores productivos de menor rendimiento. Este supuesto de acuerdo con Gutenberg, no ha podido ser probado en la práctica.

Sin embargo, tampoco es correcto limitar los cambios cualitativos a cambios en el grado de ocupación de la empresa. Esto tampoco se ha podido comprobar en la práctica. Por el contrario muchas veces sucede que al disminuir las operaciones en la empresa se modernice el aparato productivo, se mejore la organización, etc., aunque también pueden dejarse las cosas como están.

De manera que se puede concluir que los cambios cualitativos en las condiciones de producción son elementos independientes del nivel de ocupación que influyen en los costos.

En lo que respecta a la adaptación temporal esto significa variar el tiempo de utilización de las distintas unidades técnicas parciales. La intensidad en el uso permanece igual.

Las distintas unidades técnicas, parciales, tienen dadas sus funciones de consumo. Multiplicando la cantidad de bienes de consumo que se requiere para hacer funcionar un equipo productivo por el precio de esos mismos bienes, se obtienen los costos para hacer trabajar la unidad técnica correspondiente.

Un equipo técnico puede funcionar con cargas distintas y siempre habrá una carga en la cual trabaja en forma más económica. Con la carga óptima los costos tendrán el mejor desarrollo en relación al rendimiento, desgaste, consumo de energía, etc. Si disminuyen las necesidades de producción, para mantener la carga óptima se puede reducir, por ejemplo, de 8 a 4 horas el tiempo de trabajo del equipo. De esta forma se reducirán en un 50% los costos variables sin variar el número de revoluciones, etc. de una máquina, o sea, su velocidad de trabajo.

$$C = ct$$

Costo es igual a costo por hora de servicio de una máquina, por tiempo de servicio.

Al usarse la maquinaria sólo en una función del tiempo de servicio máximo se originan costos fijos muertos en la medida del grado de desocupación. Las variaciones en la relación entre costos útiles y costos muertos no influyen en el aumento de la curva de los costos totales. Estos se determinan únicamente por los costos variables que varían proporcionalmente a la producción.

Además de los costos fijos, la marcha de equipo técnico está vinculada a costos que en cierto modo también tiene carácter fijo. En este caso se trata de costos iniciales, de ajustes y calentamiento, y costos de desarmado, que se originan cuando una máquina termina un trabajo y vuelve a su estado primitivo.

Muchas veces la empresa combina la adaptación cuantitativa con la temporal. Por ejemplo, se supone que la empresa quiere elaborar la producción x_1 (figura N°55)

Antes se producía 4m. Si la empresa quiere adaptarse cuantitativamente parará el 4° equipo. Si la máquina se vende desaparecen los costos fijos correspondiente al mismo. Entre tanto, con el tercer equipo la empresa se adaptará temporalmente y los costos se desplazan de F a E, pasando por U, que indica qué costos se originan en la ocupación x_1 . La curva de costos entre F y E es lineal, a causa de la adaptación temporal.

Si el cuarto equipo se para, pero se conserva en la empresa subsisten los costos fijos y la empresa se moverá en la adaptación

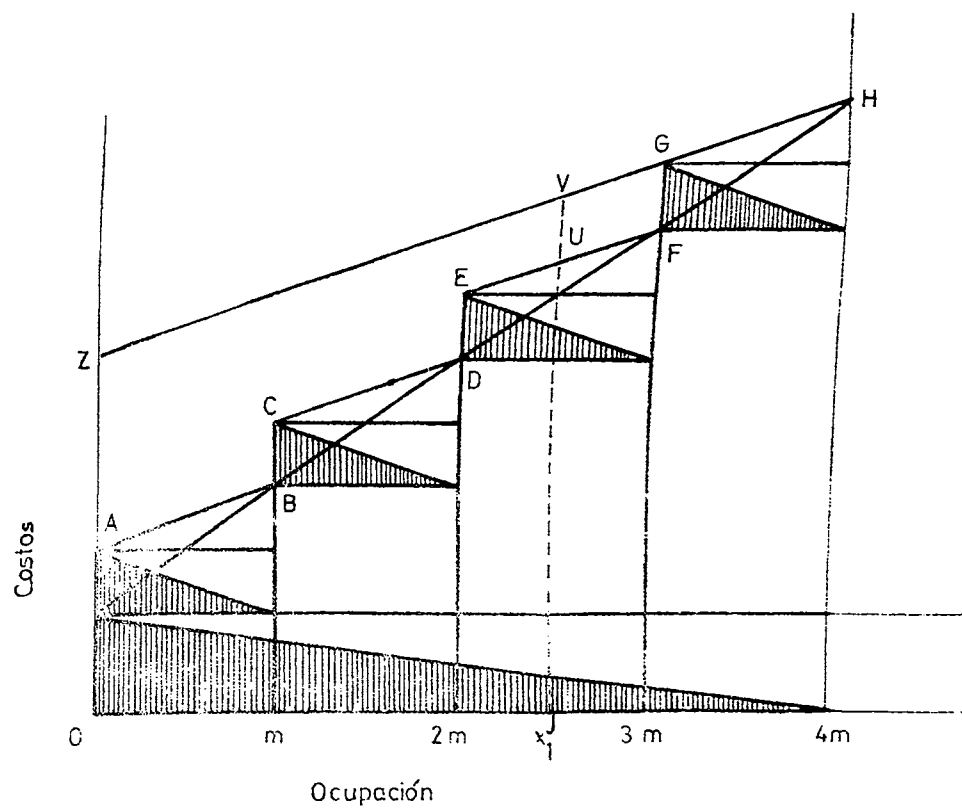


FIGURA 55

temporal sobre la recta HGYZ, siendo los costos de producción en x_1 iguales a:

$$JV = JU + UV$$

$$UV = cf_4$$

3.4. Dimensión de la empresa

El problema de los costos puede analizarse desde dos puntos de vista: se habla de un período corto cuando el lapso del cual dispone la empresa para tomar sus medidas técnicas, es demasiado breve, a efectos de llevar a cabo cambios fundamentales, especialmente con respecto a la dimensión de la empresa. El período breve presenta problemas de adaptación de la empresa a cambios de ocupación sin cambios en la dimensión.

El período largo está vinculado a un lapso lo bastante prolongado como para lograr una adaptación completa de la dimensión.

La referencia a períodos breves y largos es artificial y depende de las circunstancias.

Las características de los procesos de adaptación depende de la situación técnica y económica de la empresa. Si la empresa está trabajando a plena capacidad y prevé un incremento de las ventas que sea favorable en un período más o menos próximo, las medidas tomadas ante estas expectativas serán distintas de las que se tomarían en caso de expectativas menos optimistas.

De mantener un juicio prudente sobre las expectativas se dejará la situación como está tomando medidas para asegurar la situación productiva más favorable en caso de un exceso de ocupación, pero sin ampliar la dimensión de la empresa. Sin embargo, las medidas tomadas cambian las condiciones técnicas y de organización de la producción, y como consecuencia se modifica la función de producción.

Si resulta necesario ir a una ampliación de la capacidad productiva de la empresa, hay dos posibilidades:

- 1) la ampliación de capacidad va acompañada de cambios en los procedimientos de trabajo; o
- 2) esta ampliación no va unida a tales cambios. En este último caso los equipos nuevos son idénticos a los existentes, de manera que se incrementa la cantidad de máquinas de iguales características de forma tal que la función de producción en su conjunto no se altera.

Si la ampliación de la capacidad productiva implica cambios mutativos en las condiciones técnicas del proceso productivo, esta situación se manifiesta en una nueva función de producción.

En el caso de un cambio no mutativo no habrá diferencia de la técnica de elaboración y por lo tanto entre adaptación cuantitativa y variación dimensional de la empresa. Tanto en un caso como en el otro las empresas se adaptan con su capacidad a las exigencias del mercado.

Comparando el desarrollo de los costos en un caso o en otro se ve que las dos situaciones de costo no se apartan una de la otra. Por ejemplo si la empresa utiliza equipos técnicos iguales y

sólo ocupa un porcentaje de su capacidad, si aumenta la ocupación, incrementará el porcentaje de utilización de sus equipos hasta llegar al uso pleno de la capacidad. En este caso la curva de costos totales es lineal, en tanto que la marginal que indica el crecimiento del costo total, es paralela al eje de las abscisas.

Si la empresa adiciona nuevas máquinas se originan costos adicionales que en caso de plena ocupación tiene un desarrollo proporcional al volumen de la producción, la curva de costos totales es una prolongación de las anteriores, con la única diferencia que en el caso de incremento del porcentaje de la capacidad productiva disminuyen los costos muertos mientras que cuando se trata de la adición de nuevas máquinas no desaparecen los costos muertos sino que aumentan.

La capacidad técnica de la empresa se determina por el factor de producción que alcanza en primer término su capacidad plena. Es excepcional que en una empresa todos los factores de producción estén perfectamente armonizados, sin capacidades excesivas o insuficientes. En general existen factores productivos abundantes y críticos. Estos últimos limitan la capacidad técnica de toda empresa. Esto muestra que para ampliar la empresa no se requiere necesariamente aumentar la totalidad de los factores de producción, ya que en gran parte ellos existen, y sólo se crean las condiciones para el aprovechamiento de su potencial no utilizado. Por ejemplo si existen varias máquinas encadenadas, la capacidad total está determinada por la del equipo de menor capacidad, de forma tal que las demás presenten capacidad ociosa.

Sólo excepcionalmente una variación en la dimensión de la empresa lleva a una adaptación total de todos los factores de producción. Si una empresa se adapta mediante la reducción en el uso de su capacidad o por el aumento del mismo, se asignan factores de producción excesivos o insuficientes, al igual que en el caso de ampliación de la capacidad productiva.

Tanto para la variación de la ocupación como para la variación dimensional de la empresa se da que la curva de costos unitarios sólo disminuye si la relación entre costos productivos e improductivos se hace más favorable a la industria. Esta curva aumenta cuando el importe de los costos muertos que se originan es superior al importe de costos muertos que se van transformando en costos útiles.

Se analizará ahora el cambio de los costos por una variación dimensional mutativa de la empresa.

El aumento de las cantidades producidas puede proporcionar la posibilidad de efectuar cambios y mejoras en las técnicas de elaboración, e incluso usar equipos y factores no utilizados anteriormente, por excluir la cantidad crítica, su empleo en la técnica de producción.

La relación entre el equipo técnico y el factor humano muestra una disminución en el peso de este último. En consecuencia, una productividad que aumenta, con cambios en la dimensión de la empresa se debe a cambios en la función de producción.

Podría preguntarse por qué la empresa no trabaja en las condiciones más favorables. Ello se debe a que el proceso productivo más favorable presupone el empleo de equipos técnicos que sólo son utilizables para grandes volúmenes de producción. Esto se debe a que no están disponibles en forma de agregados parciales de distintas dimensiones.

De poderse llegar a esto las empresas podrían aplicar siempre el método de producción óptimo. Este problema es el que se conoce como el de indivisibilidad de los factores.

Suponiendo que el aumento de cantidad de empleo de los factores provoca una sucesión de funciones de producción se plantea el problema de si se puede establecer cierta ley para la sucesión análoga a la ley de rendimiento, por la cual los cambios de rendimiento deben concebirse como función de la dimensión. Sin duda hay cierta conexión porque la organización del trabajo y la técnica de elaboración se refieren a un entorno de producción y se justifican cuando están vinculadas a un volumen de producción. En tal caso existirían para empresas medianas y grandes, condiciones de producción más favorables que para una empresa pequeña.

Sin embargo, no es posible generalizar esto, sólo se puede hablar de tendencias. No hay motivo para suponer que el progreso técnico se limite a empresas mayores, y en general son las empresas medianas las que están en mejores condiciones de producción; pero de todos modos no puede ignorarse que las grandes, tienen más facilidades de lograr perfeccionamiento que las chicas.

Si el aumento en la dimensión de la empresa, ya sea con equipos iguales o más avanzados que los existentes, no lleva a mejoras en las condiciones de producción no puede hablarse de mayor productividad. Lo más que se puede afirmar es que hay conexión entre la función de producción y la dimensión de la empresa.

Los costos totales para cada función de producción se pueden mostrar gráficamente de la siguiente manera: figura N°56.

Los costos medios se presentan en el siguiente gráfico: figura N°57.

En las condiciones más favorables de producción la empresa se expandirá sobre una curva de costos siempre que no vislumbre una situación mejor. Suponiendo un desarrollo continuo de los costos, se obtienen las curvas en forma de CTLP y CMLP conocidas como curvas de adaptación en el largo plazo. En ellas no están los puntos de costos mínimos sino los de intersección de dos curvas distintas de costo. Los costos mínimos no interesan aunque la empresa tratará de alcanzarlos porque lo más importante para ella será llegar a una situación de costos más favorables pero mediante el perfeccionamiento de sus condiciones de producción.

Para ambas curvas se suponen, con la creciente expansión de la empresa, situaciones de costo que se hacen cada vez más favorables, por lo que la curva de costos medios no vuelve a subir, o sea no presenta mínimo.

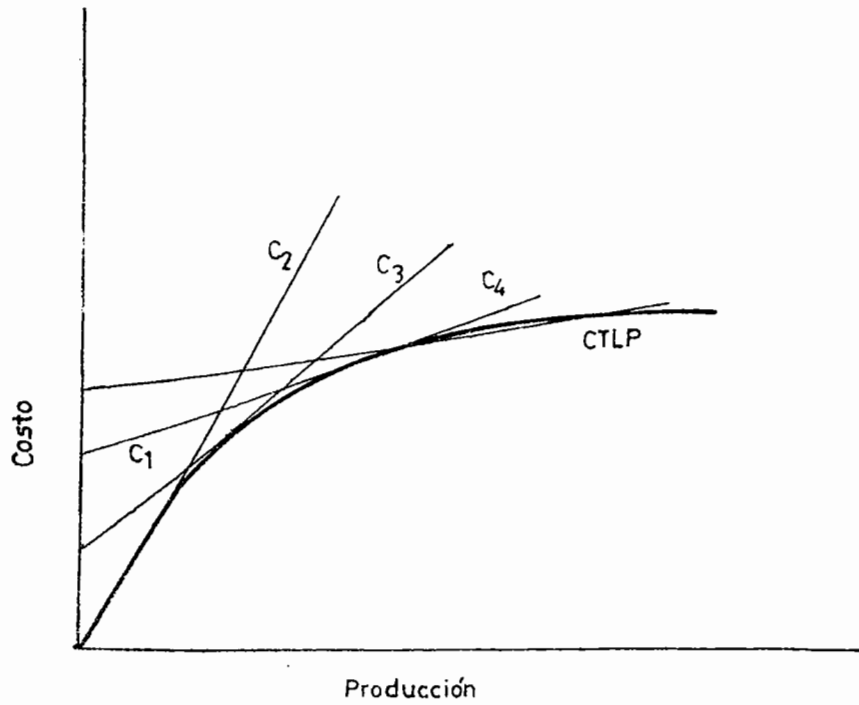


Figura 56

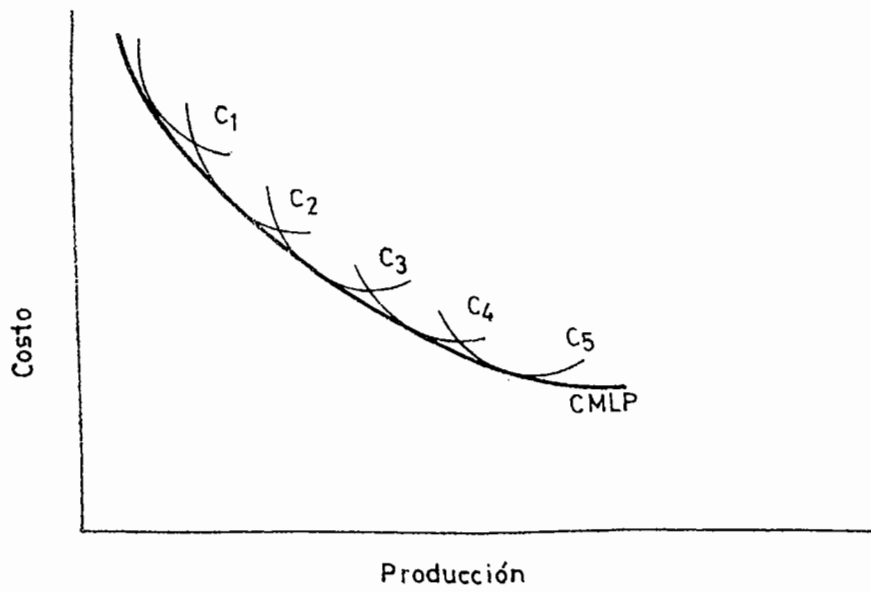


Figura 57

Pero si existe un factor interno que limite la expansión de la empresa la curva es ascendente pero luego de un cierto mínimo. Según Gutenberg el factor dispositivo es un factor limitador.

Los factores elementales requieren ser combinados adecuadamente para realizar cualquier producción. Esa combinación se lleva a cabo a través de lo que Gutenberg llama el factor dispositivo. La capacidad del factor dispositivo está limitada y pasado ese límite la curva de costos vuelve a subir. Sin embargo, agrega Gutenberg, en la práctica el factor dispositivo sólo fracasará en empresas muy grandes cuando la función combinatoria y de coordinación esté en manos de una sola persona, pero si la carga de trabajo está distribuida en lo referente a organización y coordinación de las funciones de producción, es muy raro que lleguen a un mínimo, por lo que la función de costos no tendrá una rama ascendente, por lo menos a causa de la gerencia técnica.

Sin embargo al ampliarse la empresa y complicarse las funciones de organización y coordinación aumentan los costos, pero ello ocurre para Gutenberg a dimensiones demasiado grandes.

Los costos totales se componen de costos primarios (materiales, mano de obra y gastos de fábrica) y costos del factor dispositivo.

$$CT = CP + CD$$

para una producción x los costos medios serán:

$$\frac{CT}{x} = \frac{CP}{x} + \frac{CD}{x}$$

El mínimo de esta curva se halla derivando la función con respecto a x e igualando a cero, con lo que se tendrá:

$$CM = d \frac{CP}{x} + d \frac{CD}{x} = 0$$

o sea que:

$$d \frac{CP}{x} = - d \frac{CD}{x}$$

El primer término de la igualdad es la medida de ascensión de la curva de costos medios de los factores primarios, mientras el segundo es la misma medida pero con signo contrario de la curva de costos medios para el factor dispositivo. Quiere decir que el mínimo de la curva de costos medios se encuentran donde se igualan ambas derivadas con signo opuesto. Esto significa que los costos medios totales bajan hasta que la disminución de costos de factores primarios se iguala con el aumento de costos de los factores dispositivos.

De modo que sólo en el caso que los costos de dirección sean tan importantes que anulen los beneficios obtenidos por mejoras técnicas en el proceso de producción, se dará un aumento en la curva de costos totales. Pero si el incremento en la curva de costos del factor dis-positivo es causada por la expansión de la empresa, ni la capacidad del factor ni las ventajas de dicha expansión pueden considerarse agotadas en el caso de una expansión técnica. Sólo ante casos concretos podrá determinarse con qué volumen de producción tendrá lugar un efecto u otro.

3.5. Programa de elaboración

El plan de producción de una empresa está determinado entre otras cosas por el plan de ventas y por las exigencias técnicas de la producción.

Estas dos exigencias pueden coincidir o tener tendencias opuestas. En general la gerencia de producción buscará reducir el producto a unos pocos tipos, porque de esta manera se reducen los costos, pero el sector de ventas puede no compartir esta opinión.

Además, razones de política general de la empresa pueden dar origen a la inclusión de muchas categorías diversas en el programa de venta, y en consecuencia de producción, por ejemplo, la empresa puede querer diversificar los riesgos de venta.

La medida en que se puede racionalizar el programa de producción depende de una cantidad de elementos. Pero incluso partiendo de determinada categoría de productos surge otro coeficiente de influencia en los costos: lo que Gutenberg llama elasticidad en el orden de la técnica de elaboración.

Para analizar esto debe recordarse que los medios de empresa pueden dividirse en máquinas de un solo uso o de usos múltiples. Las primeras son máquinas especiales que no pueden adaptarse a ningún otro uso que no sea el previsto. Las segundas pueden adaptarse a una pluralidad de trabajos. Para las primeras la técnica de producción es rígida, en tanto que para las segundas es elástica. La elasticidad de la técnica de elaboración llega al óptimo cuando responde a las exigencias del sector ventas de la empresa y puede decirse que sólo al compararse con las necesidades de venta se puede juzgar si los equipos de la empresa son demasiado rígidos o no.

Para la determinación del nivel de costos de la empresa es importante establecer si trabaja con equipos de uso múltiple o especializado. Los equipos altamente especializados tienen un rendimiento técnico más favorable que los de uso múltiple. En general, los equipos especializados trabajan con costos más bajos que los no especializados en caso de utilización óptima.

Pero si no hay un aprovechamiento óptimo los costos aumentan con bastante intensidad.

En la siguiente figura se representan las curvas de costo de dos máquinas, una especializada y otra de uso múltiple, y se supone que ambas producen el mismo rendimiento.

En el intervalo x_1, x_2 el equipo a trabaja a menor costo que el b.

La empresa debe ver cuál es su situación de ventas y comparar la ventaja de un equipo sobre el otro, recordando también que las maquinarias de uso múltiple no excluyen costos de readaptación para pasar de una operación a otra, pero en general estos costos son pequeños en comparación con los que causan los equipos que se usan para fines que no son propios. Los costos de reajuste son menores cuanto más flexible es el equipo. De ahí que si se toman equipos flexibles convenga programar hábilmente la producción y reunir los pedidos afines y que tengan poca diferencia entre sí porque los costos de apresto (preparar el trabajo, familiarizarse con la nueva tarea, limpiar las máquinas, ajustarlas y adaptarlas a las características del nuevo lote a fabricar) serán más elevados cuanto más heterogéneos son los pedidos que deben ser atendidos por el mismo equipo.

Debe señalarse que la destreza de la mano de obra aumenta con el creciente volumen de producción y el trabajo defectuoso tiende a disminuir.

Además la producción en grandes lotes permite racionalizar en particular especializaciones en el aspecto laboral y en la técnica mecánica, pero está limitada por el volumen óptimo de producción.

Si se producen grandes cantidades y se stockea parte de la producción, el stockamiento trae costos de almacenamiento provocados por atención y administración del depósito, espacio requerido, normas, obsolescencia, etc. A esto se agregan los costos de apresto o costos de preparación necesarios para iniciar la fabricación de un lote.

El tamaño óptimo del lote de producción estará dado en el punto de corte de la curva de costos, de almacenamiento y de interés del capital invertido.

Si se representa con a el costo de almacenamiento, el costo total será el tamaño promedio del lote por a o sea:

$$\frac{L}{2} a$$

Su representación gráfica será: figura N°-59

Representando con p el costo de preparación, su costo tal estaría dado por el número de veces que se va a preparar la máquina multiplicado por p . El número de veces que debe prepararse

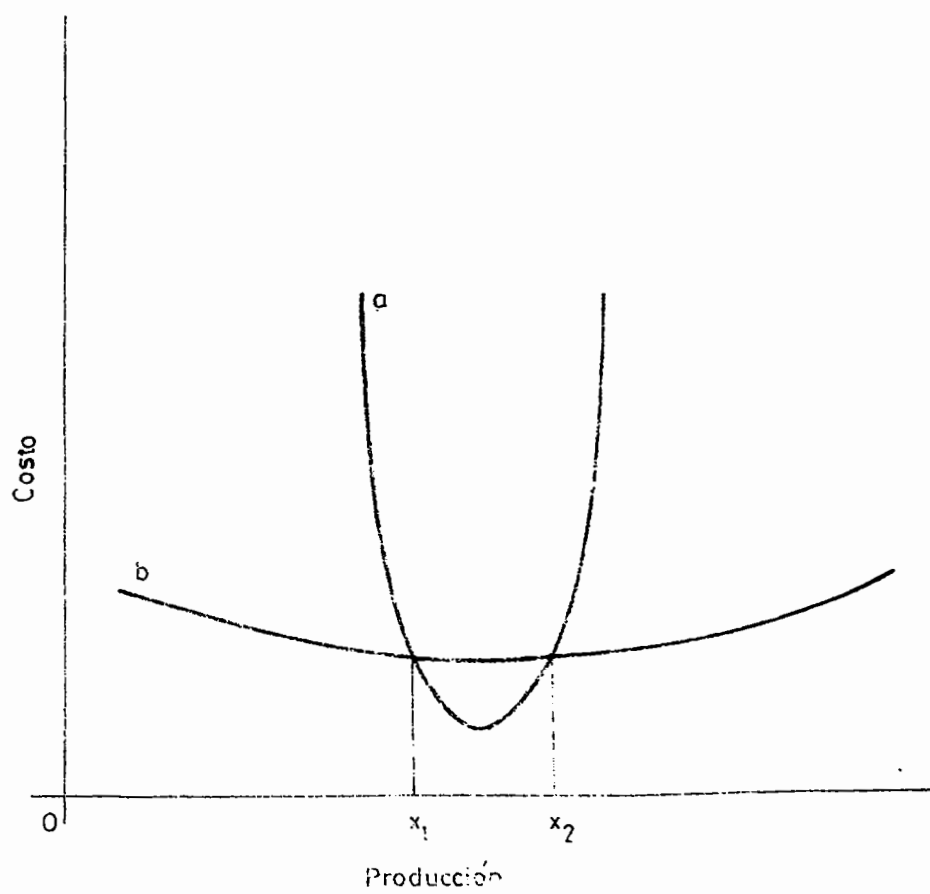


FIGURA 58

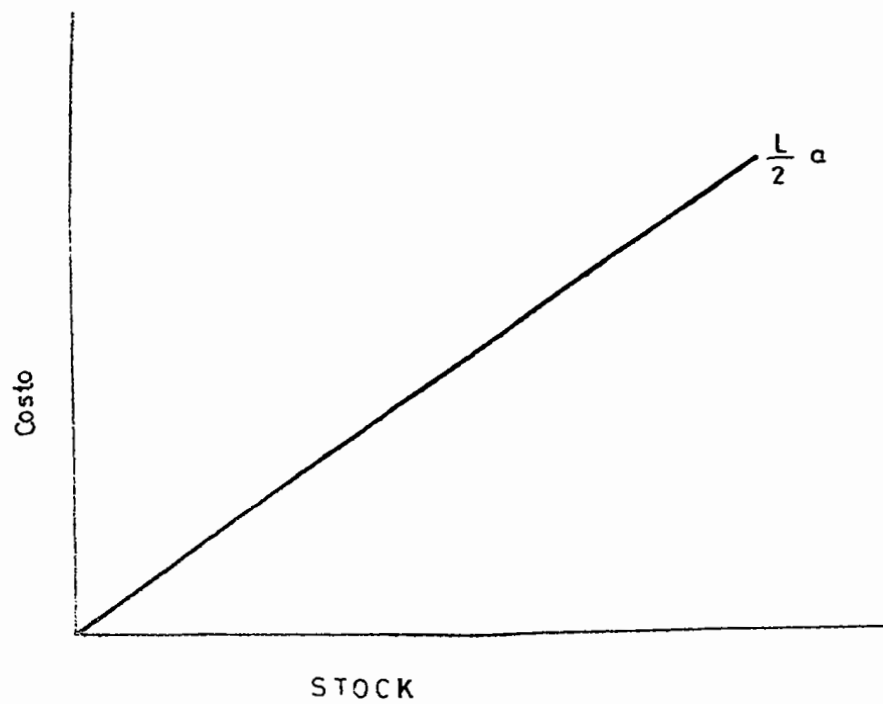


Figura 59

114

la máquina es igual a la producción total anual dividida entre tamaño del lote a producir, o sea:

$$\frac{Q}{L}$$

En consecuencia, el costo total de preparación será:

$$\frac{Q}{L} p$$

Su ^{re}presentación gráfica es la siguiente figura N° 60.

El costo total disminuye al disminuir la cantidad de lotes a producir en un ejercicio, o sea al aumentar el tamaño del lote.

El tamaño óptimo del lote de producción estará dado por aquél que resulte más conveniente del punto de vista del costo. Tomando en cuenta solamente costo de almacenamiento y de aprasto, será la suma de ambos:

$$C = \frac{L}{2} a + \frac{Q}{L} p$$

Derivando con respecto a L e igualando a dicha derivada a cero tendremos el punto de costo mínimo que indicará el tamaño ideal del lote.

$$\frac{a}{2} - L^2 Qp = 0$$

$$\frac{a}{2} = L^2 Qp$$

$$a L^2 = 2 Qp$$

$$L^2 = \frac{2 Qp}{a}$$

$$L = \sqrt{\frac{2 Qp}{a}}$$

Pero también deben hacerse intervenir el interés del capital invertido y los costos de oportunidad, entre otros, con lo cual el tamaño anteriormente determinado puede cambiar.

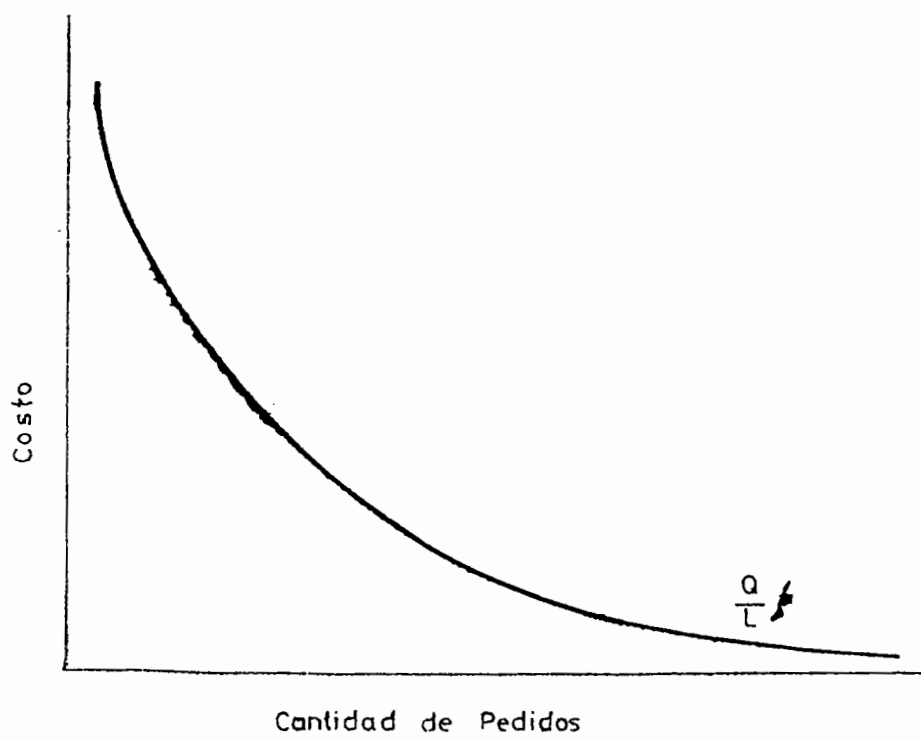


Figura 60

IV Consideraciones finales

En el análisis de costos, lo primero que debe determinarse es el producto a ofrecer, el que estará descrito por una serie de especificaciones cualitativas y cuantitativas y que para su producción de acuerdo a estas especificaciones se requerirán distintos tipos de insumos.

De acuerdo a la ley de rendimientos decrecientes, se estudió que las cantidades necesarias de cada insumo podían variar bajo el supuesto de sustituibilidad. Entonces se plantean una serie de alternativas al empresario que para adoptar una decisión necesita conocer la función de costos de cada una, y actuando racionalmente seleccionará la de menor costo.

Sin embargo vimos que el supuesto de libertad de sustitución de insumos en la práctica no siempre es válido. Siguiendo a Brich Gutenberg estudiamos la función de producción basada en la capacidad de los medios de empresa y la determinación de los costos se logrará analizando el rendimiento exigido y las características de dichos medios.

De todas maneras en una empresa no pueden planificarse las operaciones instante a instante, sino que se planifican para un período, considerando que las condiciones bajo las cuales se efectuó la planificación se mantendrán. Pero esas condiciones varían por sí mismas o pueden variarse deliberadamente por el hombre. Así los precios de los factores no son constantes, como lo supone la ley de rendimientos, no todas las empresas actúan bajo condiciones estandarizadas, muchas de ellas tienen procesos productivos de gran flexibilidad para los cuales no cabe ningún tipo de generalización en cuanto a la función de producción. Al variar las condiciones de producción, por ejemplo, distinta calidad de los factores utilizados, variación en el nivel de ocupación de los equipos productivos, cambios en la capacidad productiva de la empresa, modificaciones en los programas de elaboración, etc. cambia la función de producción y por lo tanto la función de costos, lo que llevará a un ajuste en todo el proceso en materia de decisiones.

En síntesis, se busca a través de la Teoría de los Costos estudiar su conducta en relación al volumen de operaciones. De esta manera la Teoría de los Costos se construye a partir de la Teoría de la Producción, tomando en cuenta sus principios básicos y analizándolos no sólo desde el punto de vista técnico sino también desde el económico. La calidad de información de los costos no deberá juzgarse en relación a su exactitud matemática ni a su grado de detalle, sino a principios teóricos fundamentales que han de brindar el basamento general tanto al diseño y funcionamiento de los sistemas regulares de costos como a los análisis y proyecciones de costos para propósitos más específicos. Las conclusiones de una Teoría de Costos deben ser suficientemente generales como para clarificar situaciones específicas en aquellas empresas en que los costos tengan una considerable importancia.

Sin embargo, no debe pensarse por ello que la teoría brinda siempre un cuerpo normativo que mediante algún conjunto de técnicas más o menos fáciles de manejar permitan al empresario tener conocimiento completo de la situación y perspectivas de la empresa en relación a los costos. Por el contrario, la teoría utiliza muchas veces conceptos de difícil concreción en la práctica, cuyo manejo puede escapar al ámbito de una empresa en particular para aplicarse a niveles más elevados dentro de la economía.

BIBLIOGRAFIA

- BACKER, Morton y JACOBSEN, Lyle: "Contabilidad de Costos: Un enfoque administrativo y de Gerencia" - New York, McGraw-Hill, 1967.
- BALLESTEROS, Enrique: "Principios de economía de la empresa". Madrid, Alianza, 1971.
- BOULDING, Kenneth E.: "Análisis económico". Madrid, Alianza, 1972.
- DUE, John F.: "Análisis económico". Buenos Aires, Ed. Universitaria, 1967.
- FERGUNSON, C.E.: "Teoría Microeconómica". México, Fondo de Cultura Económica, 1975.
- FRISCH, Ragnar: "Las leyes técnicas y económicas de la producción". Barcelona, Sagitario S.A., 1963.
- GUTENBERG, Erich: "Fundamentos de la Economía de Empresa", Buenos Aires, Ateneo, 1961.
- HENDERSON, J.M. y QUANDT, R.E.: "Teoría Microeconómica". Barcelona, Ariel, 1966.
- HORNGREN, Charles: "La contabilidad de costos". México, Hispano Americana, 1969.
- LAGO, Armando V.: "Microeconomía". Buenos Aires, Macchi, 1969.
- LANCASTER, Kelvin: "Introducción a la microeconomía moderna". Barcelona, Bosch, 1973.
- MARGALEF, Armando J.: "Hacia una Teoría de los Costos". Santiago, Chile, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Chile, Insora, 1969.
- NAYLOR T. y VERNON, J.: "Economía de la empresa". Buenos Aires, Amorrortu, 1973.
- ROVELLA, Ma. A. y PALMA, F.: "Planificación y Control de la producción". Montevideo, Instituto de Administración, 1975. (Cuaderno N°68)
- SALVATORE, Dominick: "Microeconomía". México, McGraw-Hill, 1974.
- SCHNEIDER, Erich: "Teoría económica". Madrid, Aguilar, 1964.

SOLDEVILLA GARCIA, Emilio: "Economía Aplicada a la Empresa y Técnicas Operativas de Gestión". Barcelona, Hispano-Europea, 1976.

VICKREY, William: "Microeconomía". Buenos Aires, Amorrortu, 1969.

Impreso por la División
Publicaciones y Ediciones
Universidad de la República

Depósito Legal N°139.338
Junio 1979