



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



Programa de
Desarrollo de las
Ciencias Básicas



COMISIÓN
ACADÉMICA
DE POSGRADO

Retorno temporal instantáneo de ondas de gravedad

Felipe Rinderknecht López

Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas - Física
Facultad de Ciencias
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Agosto de 2025



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



Programa de
Desarrollo de las
Ciencias Básicas



COMISIÓN
ACADÉMICA
DE POSGRADO

Retorno temporal instantáneo de ondas de gravedad

Felipe Rinderknecht López

Tesis de Maestría presentada al Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas y la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Magíster en Física.

Directores:

Dr. Javier Brum

Dra. Cecilia Cabeza

Montevideo – Uruguay

Agosto de 2025

Rinderknecht López, Felipe

Retorno temporal instantáneo de ondas de gravedad /
Felipe Rinderknecht López. - Montevideo: Universidad de
la República, Facultad de Ciencias, 2025.

VIII, 57 p. 29, 7cm.

Directores:

Javier Brum

Cecilia Cabeza

Tesis de Maestría – Universidad de la República,
Programa en Física, 2025.

Referencias bibliográficas: p. 53 – 54.

1. Retorno temporal instantáneo, 2. Ondas de
gravedad, 3. Acústica física, 4. Focalización, 5. Control
de ondas. I. Brum, Javier, Cabeza, Cecilia, .
II. Universidad de la República, Programa de Posgrado
en Física. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

Dr. Carlos Negreira

Dr. Daniel Ariosá

Dra. Carolina Rabin

Dra. Cecilia Mateu

Dr. Nicasio Barrere

Montevideo – Uruguay

Agosto de 2025

RESUMEN

En los últimos años se ha desarrollado el concepto de Retorno Temporal Instantáneo (RTI), una técnica que permite invertir la dirección de propagación de una onda produciendo que converja hacia su punto de origen. El RTI se basa en una modificación súbita de propiedades del medio que actúa como un “espejo temporal instantáneo”: la onda incidente se “refleja” parcialmente produciendo una onda retornada y una onda transmitida. En este trabajo, se aborda el estudio experimental y teórico del RTI en ondas de gravedad en capas delgadas de agua. La modificación súbita se implementa mediante una aceleración vertical aplicada a la cuba que contiene el fluido. Este proceso, al que denominamos golpe, altera instantáneamente la velocidad de propagación de la onda. Las características de la onda retornada y transmitida se analizan respecto a tres parámetros clave que definen al golpe: su amplitud, su forma temporal y su duración. Para ello, se desarrolló un montaje experimental que permite aplicar golpes controlados y medir cuantitativamente la evolución espacial y temporal de la onda. Complementariamente, se implementó un modelo basado en integración numérica. Con este, es posible explorar regiones del espacio de parámetros inaccesibles en el experimento. Los resultados muestran que el RTI no afecta de manera uniforme a todas las componentes del espectro de la onda incidente. En particular, para la onda retornada el proceso actúa como un filtro frecuencial cuya frecuencia central depende linealmente de la duración del golpe. Asimismo, el análisis revela que las amplitudes de ambas ondas pueden controlarse variando los parámetros del golpe. Estos hallazgos constituyen la primera caracterización experimental y numérica del RTI en régimen transitorio en nuestro laboratorio, posicionando al RTI como un potencial mecanismo para el control y filtrado espacio-temporal de ondas de gravedad.

Palabras claves:

Retorno temporal instantáneo, Ondas de gravedad, Acústica física, Focalización, Control de ondas.

ABSTRACT

In recent years, ITR has emerged as a technique that allows reversing the direction of wave propagation so that it focuses back on the point of origin. ITR is based on a sudden modification of the medium’s properties, acting as an “instantaneous time mirror”: the incident wave is partially “reflected,” generating a returned wave and a transmitted wave. This work presents an experimental and theoretical study of ITR in gravity waves on thin water layers. The sudden modification is implemented through a vertical acceleration applied to the tank containing the fluid. This process, referred to as a “shock,” instantaneously alters the wave’s propagation speed. The characteristics of the returned and transmitted waves are analyzed with respect to three key parameters defining the shock: its amplitude, temporal profile, and duration. To this end, an experimental setup was developed to apply controlled shocks and quantitatively measure the wave’s spatial and temporal evolution. In parallel, a model based on numerical integration was implemented, enabling the exploration of parameter-space regions inaccessible to the experiment. The results show that ITR does not affect all components of the incident wave spectrum uniformly. In particular, for the returned wave, the process acts as a frequency filter whose central frequency depends linearly on the shock duration. Furthermore, the analysis reveals that the amplitudes of both waves can be controlled by adjusting the shock parameters. These findings constitute the first experimental and numerical characterization of ITR in the transient regime in our laboratory, positioning ITR as a potential mechanism for the spatiotemporal control and filtering of gravity waves.

Keywords:

Instantaneous time reversal, Gravity waves, Physical acoustics, Focusing, Wave control.

Tabla de contenidos

1	Introducción	1
2	Reversibilidad en ondas	5
2.1	Retorno temporal clásico: condiciones de frontera de Cauchy . .	7
2.2	Retorno temporal instantáneo: condiciones iniciales de Cauchy .	9
3	Experimentos de Retorno Temporal Instantáneo en ondas de gravedad	15
3.1	Dispositivo experimental	16
3.1.1	Montaje y equipos utilizados	16
3.1.2	Generación de las ondas de gravedad	18
3.1.3	Generación del golpe	19
3.1.4	Sistema de visualización.	20
3.2	Caracterización del fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo	23
3.2.1	Medidas de amplitud en Retorno Temporal Instantáneo .	23
3.2.2	Coeficientes de reflexión y transmisión	24
4	Modelado del Retorno Temporal Instantáneo	30
4.1	Método analítico para resolver el Retorno Temporal Instantáneo: golpe tipo delta de Dirac	32
4.2	Método analítico para resolver el Retorno Temporal Instantáneo: golpe tipo escalón	34
4.3	Método por integración numérica para resolver el Retorno Temporal Instantáneo	35
4.4	Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión; analíticos y numéricos utilizando un golpe tipo escalón	38
4.5	Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con el valor del número de onda central k_0 de la onda incidente . . .	41

5	Resultados experimentales y por integración numérica del Retorno Temporal Instantáneo	44
5.1	Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con la aceleración del golpe	45
5.2	Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con la frecuencia del golpe	48
6	Conclusiones y Perspectivas	51
	Referencias bibliográficas	53
	Anexo A: Ondas de gravedad en capas delgadas de agua	55

Capítulo 1

Introducción

El concepto de Retorno Temporal (RT) en física puede rastrearse hasta 1876, cuando el físico austríaco Josef Loschmidt planteó lo que hoy se conoce como la paradoja de Loschmidt o paradoja de la irreversibilidad. Su objetivo era cuestionar la formulación de Ludwig Boltzmann, quien describía procesos irreversibles a partir de leyes microscópicas reversibles. Loschmidt propuso un experimento mental en el que imaginaba “demonios” capaces de invertir instantáneamente las velocidades de todas las partículas de un gas, logrando así que el sistema retornara a una configuración anterior. Sin embargo, esta idea se mantuvo como una construcción teórica, ya que la extrema sensibilidad a las condiciones iniciales —característica de los sistemas caóticos en dinámica no lineal— impide su realización práctica. Esta paradoja ilustra cómo el concepto de RT ha estado presente como herramienta para interpretar fenómenos fundamentales de la física. Ya hacia la segunda mitad del siglo XX, aparecen aplicaciones del RT en acústica (Parvulescu y Clay, 1965), consolidándose como un método eficaz para focalizar una onda en su punto de origen (Fink, 1992). Desde entonces, sus aplicaciones se han extendido a diversas áreas de la física, como la acústica física (Fink, 1997), la sismología (Larmat et al. 2006), el electromagnetismo (Lerosey et al. 2004) y los ensayos no destructivos.

El método de RT se fundamenta en la invariancia de la ecuación de ondas en medios sin pérdidas bajo inversión temporal. Si una solución de la ecuación describe una onda divergente, su versión con el tiempo invertido —una onda convergente— también constituye una solución válida. Un experimento típico de RT consta de dos etapas: la etapa de registro y la de inversión por RT. Consideremos una fuente de ondas acústicas en un medio heterogéneo sin

pérdidas la cual emite un pulso. La etapa de registro consiste en adquirir el campo acústico en una superficie de transductores ¹ durante un tiempo T . Posteriormente, en la etapa de inversión por RT, el campo registrado en cada uno de los transductores es invertido temporalmente y reemitido al medio. Como consecuencia de la reciprocidad, la linealidad y la invariancia temporal de la ecuación de ondas, la onda converge nuevamente en el punto de emisión original tras transcurrir el mismo intervalo de tiempo T utilizado para registrar el campo.

Hasta la fecha, el fenómeno del RT acústico ha sido objeto de múltiples estudios en el Laboratorio de Acústica Ultrasonora (LAU), los cuales abarcan desde su implementación en guías de ondas acústicas (Montaldo et al. 2001), hasta su aplicación en cavidades reverberantes (Perez, 2006), la focalización de ondas de corte en sólidos blandos (Catheline et al. 2008), y el uso de ondas de corte y de superficie para estimar de forma no invasiva la elasticidad de sólidos blandos con aplicaciones en elastografía (Benech et al. 2009; Brum et al. 2008; Brum et al. 2021; Gallot et al. 2011). Más recientemente, se ha estudiado la utilización de la inversión temporal para la focalización de ondas acústicas no lineales en medios complejos (Garay et al. 2023). No obstante, todos estos trabajos se enmarcan en el contexto del RT clásico, es decir, aquel que requiere el registro y la reemisión del campo para lograr la inversión temporal.

Los trabajos de Przadka et al. 2012 y de Mello et al. 2016 son los primeros que estudian el proceso de RT en ondas de gravedad. En el primero, se llevaron a cabo experimentos con ondas de gravedad en una cavidad, en los que se logró demostrar la capacidad de focalización incluso en presencia de absorción, aprovechando la reverberación natural del sistema. Se observó, además, que la calidad de la focalización mejora linealmente con el número de emisores utilizados. Por su parte, de Mello et al. 2016 realizaron experimentos a mayor escala en un tanque equipado con más de cien generadores de olas, validando experimentalmente la técnica de RT para focalizar ondas oceánicas, incluso en presencia de obstáculos que distorsionan la propagación. Ambos estudios evidencian el potencial del RT en sistemas hidrodinámicos, aunque también ponen de manifiesto las limitaciones impuestas por la disipación, que obliga a amplificar las señales registradas antes de su reemisión.

¹En esta tesis, se entiende por transductor el dispositivo que convierte una señal eléctrica en una señal mecánica (o viceversa), permitiendo así la generación o detección de ondas acústicas en el medio.

Recientemente, utilizando ondas de gravedad, Bacot y colaboradores (Bacot et al. 2016, 2019) introducen el concepto de Retorno Temporal Instantáneo (RTI). Este nuevo concepto se basa en modificar súbitamente el medio por el que se propaga la onda, en lugar de registrar e invertir el campo. En los trabajos mencionados, dicha modificación se llevó a cabo aplicando una aceleración vertical intensa ($\sim 50 \text{ m/s}^2$) y breve ($\sim 20 \text{ ms}$) sobre una delgada capa de fluido ($\sim 5 \text{ mm}$), alterando así la gravedad efectiva y, con ella, el índice de refracción del medio. Esta perturbación —o “golpe”, como se denominará de aquí en adelante— genera una onda reflejada invertida en el tiempo, que converge hacia la fuente sin necesidad de realizar una inversión explícita del campo. El fenómeno actúa como un “espejo temporal instantáneo”, operando de forma global en el espacio.

El fenómeno de RTI puede interpretarse como un proceso de reflexión y transmisión temporal, a diferencia de uno espacial que obedece la Ley de Snell-Descartes. En este contexto, la “onda retornada” puede entenderse como una onda reflejada en el espejo temporal instantáneo, mientras que la que continúa propagándose puede interpretarse como una “onda transmitida”. En el estudio de Bacot et al. 2016, se presenta un primer resultado que evidencia una relación directa entre la amplitud de la onda retornada y la aceleración máxima aplicada durante un golpe impulsional del tipo escalón, en el cual se mantuvo constante la duración del mismo. Asimismo, se observa que el espectro de la onda retornada guarda similitud con el de la onda original previa al golpe. Sin embargo, se advierte una atenuación de las componentes de alta frecuencia ($60 - 80 \text{ Hz}$ para este caso), atribuida a la disipación. Por su parte el trabajo de Bacot et al. 2019 brinda una nueva visión de la inestabilidad de Faraday interpretada en el marco de un proceso de RTI donde el golpe es continuo y monocromático. Estos trabajos iniciales constituyen el punto de partida de esta tesis, en la cual intentaremos responder las siguientes interrogantes: ¿qué sucede con el RTI en régimen transitorio?, es decir, ni impulsional (Bacot et al. 2016) ni monocromático (Bacot et al. 2019). En particular, ¿cómo modifica la forma temporal del golpe el proceso de RTI? Y más específicamente, ¿qué sucede con el contenido frecuencial de la onda reflejada y transmitida?

En este contexto, el objetivo general de esta tesis fue la implementación y el estudio experimental del fenómeno de RTI, analizando su dependencia con respecto a los parámetros que lo gobiernan: la aceleración, la forma temporal del golpe y su duración. En particular, a partir de la definición de coeficien-

tes de reflexión y transmisión se estudió cómo se modifican las amplitudes de la onda retornada y transmitida. Con este propósito se desarrolló un montaje experimental que permite realizar medidas cuantitativas del campo RTI (capítulo 3) el cual es complementado con el modelado numérico del fenómeno (capítulo 4). Finalmente en el capítulo 5 se integran los resultados experimentales y numéricos lo que permitió estudiar cómo se modifica el proceso de RTI en función de los distintos parámetros de control. Los resultados obtenidos muestran que el proceso de RTI depende de la forma y duración del golpe. Específicamente, esta tesis demuestra que, para la onda retornada, el RTI actúa como un filtro frecuencial, cuya frecuencia central depende linealmente de la duración del golpe. Este comportamiento revela un aspecto novedoso y no reportado previamente del RTI como un mecanismo de control espacio-temporal de ondas.

Capítulo 2

Reversibilidad en ondas

El término “onda” se utiliza para caracterizar fenómenos muy diversos, en campos muy distintos dentro de la física, lo que dificulta proporcionar una definición general rigurosa. Usualmente, una onda se asocia con la oscilación de una cantidad física local, correspondiente a un transporte de energía sin transporte neto de materia. Desde los trabajos de d’Alembert sobre las cuerdas vibrantes (d’Alembert, 1747), la universalidad de muchos fenómenos ondulatorios se comprende por el hecho de que están regidos por la ecuación de d’Alembert. Esta ecuación, también conocida como ecuación de onda, se puede expresar como:

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1)$$

donde c es la velocidad de propagación, Δ es el operador laplaciano actuando sobre la coordenada espacial \mathbf{r} y t el tiempo. Esta ecuación contiene una simetría entre los roles del tiempo y el espacio: a la derivada de segundo orden en el tiempo le corresponde una derivada de segundo orden en cada dirección espacial. Esta propiedad está asociada a una reversibilidad temporal y espacial, la cual es una característica fundamental de las ondas. Estas dos formas de reversibilidad dan lugar a dos formas de generar ondas retornadas en el tiempo. La primera forma utiliza la reversibilidad espacial mediante el concepto de espejo de inversión temporal, en el cual las ondas se manipulan en un límite espacial definido por un número finito de transductores. Alternativamente, la segunda forma de generar ondas retornadas en el tiempo se basa en la reversibilidad temporal a través del concepto de espejo temporal instantáneo. En este caso, las ondas se manipulan desde un límite temporal

que actúa simultáneamente en todo el espacio para producir el retorno temporal. Para entender cómo se pueden producir estas nuevas ondas, debemos considerar la naturaleza de la ecuación de ondas (Ec. (2.1)). Se trata de una ecuación diferencial parcial de segundo orden, y el campo de onda $\phi(\mathbf{r}, t)$ es una función continua de dos variables (una espacial y una temporal). Por tanto, su solución debe estar definida en el tiempo y el espacio, y su frontera está dada por una superficie de tres variables.

Existen dos posibilidades para esta superficie. Una de ellas involucra dos dimensiones espaciales y una temporal: estas son las **condiciones de frontera de Cauchy**, que registran tanto el campo $\phi(\mathbf{r}, t)$ como su derivada normal $\frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial n}$ a lo largo de una superficie espacial bidimensional S , para todo tiempo t (Barton, 1989, cap. 9). Conociendo

$$\left\{ \phi(\mathbf{r} \in S, t), \frac{\partial \phi(\mathbf{r} \in S, t)}{\partial n} \right\}, \quad (2.2)$$

podemos usar el teorema de Huygens-Fresnel-Helmholtz para predecir el campo como:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \iint_S \left[G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') \frac{\partial \phi(\mathbf{r}', t')}{\partial n} - \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t')}{\partial n} \phi(\mathbf{r}', t') \right] d^2 \mathbf{r}', \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ es la función de Green espacio-temporal, solución de la ecuación de onda con una fuente puntual impulsiva ubicada en \mathbf{r}' .

La otra posibilidad es una superficie definida por las tres dimensiones espaciales, en la cual se prescribe tanto el campo $\phi(\mathbf{r}, t_{ITM})$ como su derivada temporal $\frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t_{ITM})}{\partial t}$ en cada punto \mathbf{r} en un instante fijo t_{ITM} . Estas son las **condiciones iniciales de Cauchy**, que describen el estado del campo como (Barton, 1989, pp. 209–210):

$$\left\{ \phi(\mathbf{r}, t_{ITM}), \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t_{ITM})}{\partial t} \right\}. \quad (2.4)$$

Esto da lugar al **problema de Cauchy**, cuya solución para el campo en función del tiempo y la posición está dada por:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \iiint_V \left[G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t_{ITM}) \frac{\partial \phi(\mathbf{r}', t_{ITM})}{\partial t} - \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t_{ITM})}{\partial t} \phi(\mathbf{r}', t_{ITM}) \right] d^3 \mathbf{r}'. \quad (2.5)$$

Estas dos posibilidades, ya sea utilizando la Ec. (2.3) o la Ec. (2.5) para las correspondientes condiciones de Cauchy, dan lugar a enfoques duales para crear ondas retornadas en el tiempo.

2.1. Retorno temporal clásico: condiciones de frontera de Cauchy

Si se registra un campo de ondas entrante a lo largo de una superficie bidimensional durante un tiempo suficiente, utilizando la Ec.(2.3) se logra recuperar el campo de ondas en cualquier instante (pasado o futuro) dentro del volumen.

Un experimento de inversión temporal, representado en Fig. 2.1, puede realizarse del siguiente modo. Consideremos una fuente de ondas acústicas en un medio heterogéneo sin pérdidas la cual emite un pulso. La etapa de registro (Fig. 2.1(a)) consiste en adquirir el campo y su derivada normal en una superficie S de transductores durante un tiempo T lo suficientemente largo como para asegurarse de que el campo entrante ha desaparecido completamente en S .

El campo de ondas emitido satisface entonces la ecuación de ondas con un término fuente $s(\mathbf{r}, t)$.

$$\Delta \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = s(\mathbf{r}, t). \quad (2.6)$$

Posteriormente, en la etapa de inversión por RT (Fig. 2.1(b)), el campo registrado en cada uno de los transductores es invertido temporalmente y re-emitido al medio. En esta segunda etapa del RT se crean nuevas condiciones de frontera:

$$\left\{ \phi(\mathbf{r} \in S, T - t), \frac{\partial \phi(\mathbf{r} \in S, T - t)}{\partial n} \right\}, \quad (2.7)$$

Estas nuevas condiciones de frontera generan una onda que se propaga hacia la fuente que le dio origen y que está descrita por el campo $\phi_{tr}(\mathbf{r}, t)$.

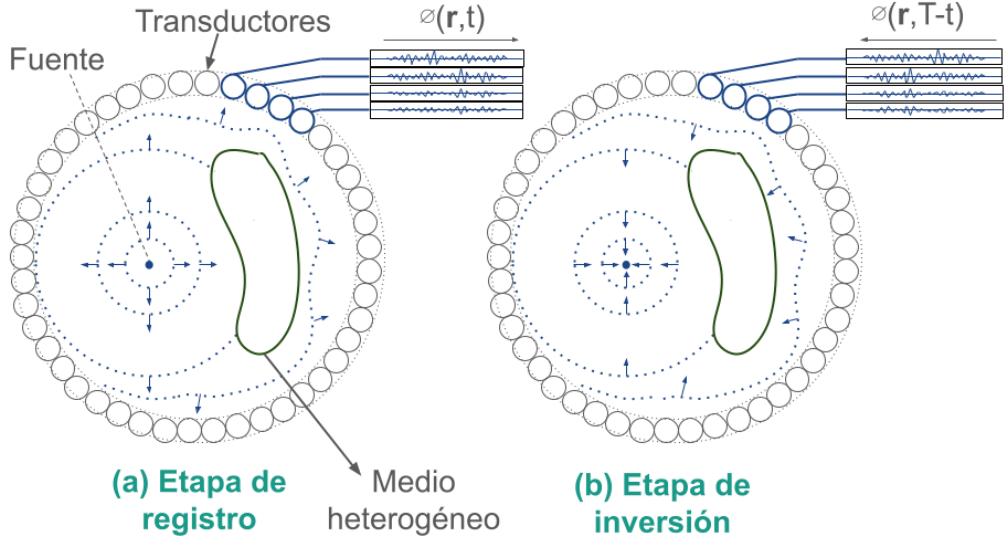


Figura 2.1: Esquema del espejo de retorno temporal. (a) Etapa de registro: se rodea un volumen con una superficie cerrada de transductores. Una fuente puntual genera un frente de onda que es distorsionado por las heterogeneidades del medio. El campo de onda distorsionado se registra en los transductores que conforman la cavidad. (b) Etapa de inversión o reconstrucción: las señales registradas se invierten en el tiempo y son reemitidas por los transductores. El campo invertido se retropropaga y se focaliza en la fuente inicial. Figura adaptada de Fink, 1992.

Este campo puede calcularse por medio de la Ec. (2.3) válida en una región del espacio sin fuentes.

Una manera alternativa para predecir el campo $\phi_{\text{tr}}(\mathbf{r}, t)$ es a partir de la ecuación de onda homogénea con condiciones de frontera temporalmente invertidas, ya que la fuente original no está presente en la etapa de focalización:

$$\Delta\phi_{\text{tr}}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 \phi_{\text{tr}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2.8)$$

Comparando las Ec. (2.6) y (2.8) no puede afirmarse que $\phi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r}, T - t)$. A partir de la Ec. (2.6), $\phi(\mathbf{r}, T - t)$ obedece la siguiente ecuación:

$$\Delta\phi(\mathbf{r}, T - t) - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, T - t)}{\partial t^2} = s(\mathbf{r}, T - t). \quad (2.9)$$

La Ec. (2.9) indica que para lograr un RT perfecto no sólo debe invertirse el campo en la frontera de la cavidad S , sino que también debe invertirse el término de fuente convirtiéndose en un “sumidero”, es decir, la inversión temporal de la fuente original: $s(\mathbf{r}, T - t)$. Si la fuente es impulsiva $s(\mathbf{r}, t) =$

$S(\mathbf{r})\delta(t)$, y dado que $\delta(t) = \delta(-t)$, se obtiene que:

$$\phi_{\text{tr}}(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r}, T - t) - \phi(\mathbf{r}, T + t). \quad (2.10)$$

La Ecuación (2.10) describe el proceso de RT, en el cual una onda convergente (primer término) focaliza en la fuente y es seguida por una onda divergente (segundo término). La onda reemitida por el espejo de inversión temporal se comporta como un campo convergente durante un cierto período, pero un campo de onda no puede detenerse: cuando el frente convergente alcanza la ubicación de la fuente inicial, focaliza y luego continúa su propagación como una onda divergente.

2.2. Retorno temporal instantáneo: condiciones iniciales de Cauchy

Como fue mencionado al inicio del capítulo, una manera alternativa de generar un campo RT consiste en utilizar las condiciones iniciales de Cauchy y el concepto de RTI. Para esto se debe medir el campo de ondas junto a su derivada temporal en todo el volumen en un instante específico t_{ITM} , es decir:

$$\left\{ \phi, \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}} \quad (2.11)$$

Luego, se prepara un nuevo conjunto de condiciones iniciales:

$$\left\{ \phi, -\frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}} \quad (2.12)$$

donde se invierte el signo de la derivada temporal. Esto es el equivalente ondulatorio de los demonios de Loschmidt. La inversión de la velocidad en el caso de un sistema de partículas es reemplazada por la inversión de la derivada temporal del campo de onda. Estas nuevas condiciones iniciales darán lugar a una onda retornada en el tiempo.

Sin embargo, la inversión instantánea y en todo el espacio, de la derivada temporal del campo no parece más fácil de implementar que la inversión de la velocidad para las partículas en el caso de la paradoja de Loschmidt. Por lo que el demonio de Loschmidt ondulatorio sigue siendo hasta hoy, al igual que su equivalente para las partículas, un experimento mental. Pese a ello, resulta interesante observar que la linealidad de la ecuación de ondas nos permite

considerar un enfoque más simple y general para generar, al estilo de Loschmidt - instantáneamente - una onda invertida en el tiempo. Consideremos entonces la siguiente condición inicial de derivada temporal nula:

$$\{\phi, 0\}_{t=t_{ITM}} \quad (2.13)$$

Gracias al principio de superposición (linealidad de la ecuación de ondas), esta condición puede descomponerse de la siguiente manera

$$\frac{1}{2} \left\{ \phi, \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}} + \frac{1}{2} \left\{ \phi, -\frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}} \quad (2.14)$$

El primer término representando una onda que se propaga progresivamente, mientras que el segundo término se corresponde a una onda invertida en el tiempo. Esta configuración obtiene la información del campo $\phi_{\mathbf{r}}(\mathbf{r}, t_{ITM})$ a partir de una imagen “congelada” del campo, sin una dirección privilegiada de propagación.

Este enfoque, basado en el principio de superposición y en el “desacoplamiento” instantáneo del campo de onda respecto a su derivada temporal, puede generalizarse a todo un conjunto de operaciones similares tanto sobre el campo como sobre su derivada temporal (Bacot, 2017). En particular, remplazando la derivada temporal por una función cualquiera de la posición tenemos el siguiente estado

$$\forall \vec{r}, \quad \left\{ \phi(\vec{r}, t_0^-), \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t_0^-) \right\} \rightarrow \left\{ \phi(\vec{r}, t_0^+), \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t_0^+) \right\} = \{ \phi(\vec{r}, t_0^-), f(\vec{r}) \} \quad (2.15)$$

el cual se puede descomponer

$$\{ \phi(\vec{r}, t_0^-), f(\vec{r}) \} = \{ \phi(\vec{r}, t_0^-), 0 \} + \{ 0, f(\vec{r}) \} \quad (2.16)$$

El primer término corresponde al caso de la derivada temporal nula, mientras que el segundo término corresponde al efecto de un campo de fuentes instantáneas $s(r, t) = \delta(t - t_0)f(r)/c^2$ (Bacot, 2017). El campo emitido por estas fuentes se superpone tanto a la onda no perturbada como a la onda invertida. Si estas fuentes se eligen arbitrariamente, independientemente del campo inicial, en general no interfieren destructivamente con el campo invertido, el cual se obtiene entonces a partir de este desacoplamiento arbitrario.

La generalización del demonio de Loschmidt para el caso ondulatorio lleva a considerar un método de producción instantánea de una onda invertida temporalmente, basado en un desacoplamiento entre el campo de onda y su derivada temporal. Pero, ¿es posible realizar tal desacoplamiento? Hasta ahora, se han descrito experimentos hipotéticos en los cuales las diferentes componentes del estado del sistema ondulatorio pueden ser modificadas instantáneamente. Para poder aplicar este principio, debemos pensar en un procedimiento físico equivalente que permita, actuando externamente sobre el medio, provocar las mismas modificaciones en el campo de onda. Para preparar una configuración de campo de ondas de este tipo, se utiliza el hecho de que una modificación repentina de la velocidad de propagación en todo el medio en el instante t_{ITM} genera un nuevo término fuente que depende del campo incidente observado en ese momento del golpe (véase la Fig. 2.2). Esto ofrece una forma directa de implementar experimentalmente un espejo de tiempo instantáneo.

Para entender el origen de este término fuente, introducimos en la ecuación de ondas (Ec. (2.1)) una velocidad de fase dependiente del tiempo $c(t) = c_0/n(t)$, donde $n(t)$ es un índice de refracción variable en el tiempo y c_0 es la del medio sin perturbar. La perturbación experimentada por el medio en el instante t_{ITM} puede modelarse mediante una función delta de Dirac:

$$c(t)^2 = c_0^2(1 + \alpha\delta(t - t_{ITM})). \quad (2.17)$$

Donde α es un parámetro relacionado con la modificación que experimenta la velocidad durante el golpe. La ecuación de onda se convierte entonces en una ecuación no homogénea:

$$\Delta\phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = s(\mathbf{r}, t), \quad (2.18)$$

con el término fuente inducido dado por:

$$s(\mathbf{r}, t) = -\frac{\alpha}{c_0^2} \delta(t - t_{ITM}) \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.19)$$

Este término fuente está localizado en el tiempo pero deslocalizado en el espacio. Corresponde a una fuente instantánea proporcional a la segunda derivada temporal del campo de ondas en el instante t_{ITM} . Este término genera súbitamente un conjunto de fuentes monopoles reales distribuidas ins-

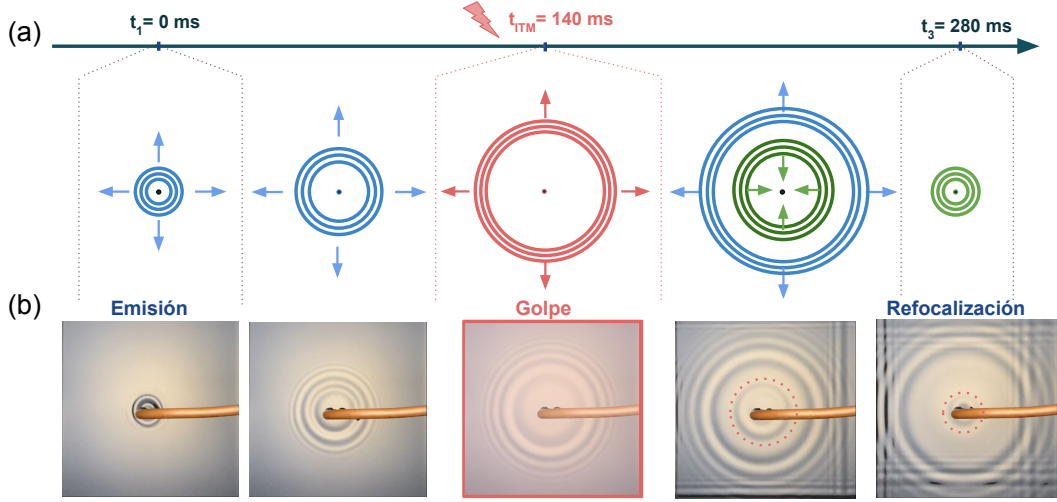


Figura 2.2: Proceso de Retorno Temporal Instantáneo. (a) Una fuente emite un paquete de ondas en el tiempo t_1 (círculos celestes). En el tiempo $t_{ITM} = t_1 + \Delta t$, ocurre una perturbación repentina y espacialmente homogénea (golpe) que modifica las propiedades que dictan la propagación de ondas. Como resultado, se genera una onda retornada en el tiempo que se propaga en dirección contraria (círculos verdes) a la onda generada en t_1 . La onda retornada se focaliza en la posición de la fuente en el tiempo $t_1 + 2t_{ITM}$. Figura adaptada de Bacot et al. 2016. (b) Secuencia de imágenes experimentales para el RTI con una fuente puntual la cual genera ondas de gravedad en la superficie de un fluido. El golpe consiste en una aceleración breve (10 ms) e intensa (40 m/s^2) a la cuba donde se encuentra el fluido, lo que modifica la velocidad de propagación de las ondas de gravedad.

instantáneamente en todo el espacio, que irradian de forma isotrópica y generan un campo adicional en todas las direcciones (como se observa en azul y verde en la Fig. 2.2).

Este término fuente equivale a un cambio en las condiciones iniciales en la Ec. (2.5), que ahora pasan a ser la superposición del estado original del campo de ondas no perturbado y un término adicional:

$$\left\{ \phi, \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}} + \left\{ 0, \frac{\alpha}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right\}_{t=t_{ITM}} \quad (2.20)$$

Este último término genera tanto una onda que se propaga hacia adelante (denominada “onda transmitida” a partir de ahora), como una onda invertida en el tiempo que se propaga hacia la fuente (denominada “onda retornada”), ambas proporcionales a la derivada temporal del campo incidente original (Bacot et al. 2016; Barton, 1989).

Este nuevo estado inicial puede descomponerse, como se discutió anteriormente, utilizando el principio de superposición, en la superposición del estado original del campo de ondas no perturbado más un estado adicional:

$$\left\{ \phi, \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\}_{t=t_{ITM}^-} + \left\{ 0, \alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right\}_{t=t_{ITM}^-} \quad (2.21)$$

Este último término puede descomponerse nuevamente en dos estados:

$$\left\{ \frac{\alpha}{2} \frac{\partial \phi}{\partial t}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right\}_{t=t_{ITM}^-} \quad (2.22)$$

y

$$\left\{ -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial \phi}{\partial t}, -\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right\}_{t=t_{ITM}^-} \quad (2.23)$$

los cuales corresponden a un campo de ondas que se propaga hacia adelante y otro que se propaga hacia atrás en el tiempo, respectivamente. Ambos campos de onda son proporcionales a la derivada temporal del campo de ondas incidente original.

Siempre que el ancho de banda de la onda invertida en el tiempo no sea demasiado grande en comparación con la frecuencia central, estos campos de onda son también proporcionales al campo de ondas original, como se observa en los experimentos.

En la Fig. 2.2 (b) se muestra una secuencia de imágenes tomadas desde arriba que ilustran la propagación de la onda en el recipiente. Se emite un paquete de ondas circular centrado en la superficie. La velocidad media de propagación es del orden de 10 cm/s. Después de un tiempo $t_{ITM} = 140$ ms, se aplica una aceleración vertical al recipiente, alcanzando $a = 40$ m/s² en aproximadamente 10 ms. Como se observa luego de la imagen correspondiente a $t_{ITM} = 140$ ms, en el momento de la perturbación, se genera un paquete de ondas circular convergente hacia atrás (ver curva roja punteada), que focaliza en la posición de la fuente original, la denominada “onda retornada”.

Este comportamiento es análogo al de los espejos de inversión temporal clásicos, excepto que aquí se logra sin ninguna matriz de transductores ni memoria externa. La información almacenada en todo el medio en un único instante actúa como un banco de memoria. Este resultado puede extenderse a cualquier tipo de fuente como se muestra en la Fig. 2.3. En Bacot et al. 2016 se muestra un ejemplo donde un objeto metálico con forma de “Smiley” y otro en

forma de torre Eiffel que golpean la superficie del agua y generan un patrón de campo complejo. El RTI se activa en un instante t_{ITM} donde la estructura del campo aparentemente ha perdido completamente la forma tanto del “Smiley” como de torre Eiffel, y, por virtud de la simetría de inversión temporal, se observa una onda que se propaga hacia atrás y recrea nuevamente la imagen real tanto del “Smiley” como de la torre Eiffel en el recipiente. Mostrando como el fenómeno no sólo se restringe a ondas circulares.

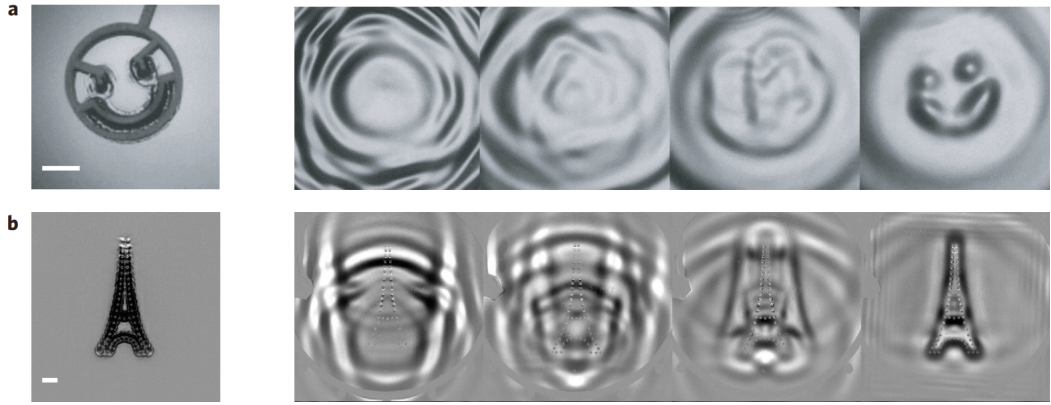


Figura 2.3: Secuencia de imágenes de la inversión temporal instantánea de un campo de ondas complejo. a) Fuente compuesta por puntas que golpean la superficie en la forma de una cara sonriente. b) Fuente compuesta por una corriente de aire soplada entre dos placas de plexiglás selladas ubicadas a 1 cm por encima del baño, con orificios dispuestos en la forma de una torre Eiffel. El intervalo de tiempo entre imágenes sucesivas es de $26ms$ para a y $66ms$ para b. Las barras de escala corresponden a $1cm$. Figura extraída de (Bacot et al. 2016).

Capítulo 3

Experimentos de Retorno Temporal Instantáneo en ondas de gravedad

Las ondas de gravedad constituyen un sistema ideal para producir variaciones temporales en la velocidad de propagación e implementar experimentalmente el *Retorno Temporal Instantáneo*. En particular, este tipo de ondas permite un control de su velocidad de fase mediante la modulación de la gravedad efectiva, lo cual se logra aplicando una aceleración vertical al recipiente que contiene el fluido.

En nuestro caso, el sistema opera en régimen de aguas poco profundas, con una altura de fluido ($h \sim 5$ mm). En estas condiciones, la velocidad de fase de las ondas de gravedad está dada por:

$$c = \sqrt{\frac{g + a}{k} + \frac{\sigma k}{\rho}}, \quad (3.1)$$

donde k es el número de onda, σ es la tensión superficial, ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración gravitatoria y a es la aceleración vertical impuesta al recipiente que contiene al fluido. La Ec. (3.1) muestra cómo la velocidad de propagación puede ser modificada transitoriamente al variar a , permitiendo implementar condiciones de inversión temporal del campo de ondas.

En nuestro caso, los dispositivos experimentales del laboratorio permiten generar longitudes de onda del orden de centímetros y aceleraciones verticales a de hasta ~ 50 m/s². Como resultado, se puede generar una variación de

$\sim 65\%$ en la velocidad de fase en un intervalo de tiempo de ~ 10 ms ver anexo 6. Estas condiciones son suficientes para observar experimentalmente el RTI (Bacot et al. 2016, 2019).

En resumen, el procedimiento experimental para la implementación del RTI consiste en:

1. Generar una onda circular en la superficie del líquido. Esta perturbación inicial da lugar a la propagación de una onda de gravedad hacia los bordes de la cuba que contiene el líquido.
2. Luego de recorrer algunos centímetros, se aplica una aceleración vertical (golpe) al recipiente que contiene el fluido, alterando temporalmente la velocidad de propagación de las ondas de gravedad. Como consecuencia de este cambio de aceleración, emerge una nueva onda —que denominaremos *onda retornada*— que converge nuevamente en el punto de origen de la perturbación inicial.

Por lo tanto el sistema experimental a desarrollar debe ser capaz de controlar la generación de las ondas de gravedad y el golpe, sincronizando ambas etapas a la vez. Además debe permitir el registro del campo RTI para su estudio cuantitativo en función de los parámetros que gobiernan el RTI: la forma temporal del golpe y su aceleración.

3.1. Dispositivo experimental

El sistema experimental utilizado puede dividirse en tres componentes principales. El primero corresponde al instrumental empleado para generar la onda de gravedad en el centro de la cuba y aplicar la aceleración vertical sobre la misma. El segundo abarca los dispositivos encargados de la sincronización de las distintas etapas del fenómeno. El tercero incluye los instrumentos utilizados para la medición, tales como los sensores de amplitud, el acelerómetro y la cámara de alta velocidad.

3.1.1. Montaje y equipos utilizados

Como fluido se utilizó agua coloreada con leche en polvo, con una profundidad de 5,0 mm. Como se explica en la Sección 3.2, el sistema empleado para medir amplitudes es óptico y requiere un fluido opaco, por lo que fue necesario

colorear el agua. Para lograrlo, se añadió leche en polvo en la mínima concentración posible, con el fin de no alterar significativamente las propiedades del fluido. En particular, se utilizó una proporción de 1,0 g de leche por cada 200 ml de agua. Además, se verificó que esta adición no alterara el valor de la tensión superficial del agua destilada utilizada, manteniéndose en $\sigma = 2,5 \times 10^{-2} \text{ N/m}$.

La cuba fue generada con un entramado tipo panal de abeja y una densidad del 10 % en volumen. Además, las cuatro paredes fueron diseñadas con una inclinación de 30 % respecto a la vertical, con el objetivo de reducir la amplitud de las ondas generadas por la adhesión del fluido contra los laterales durante el golpe.

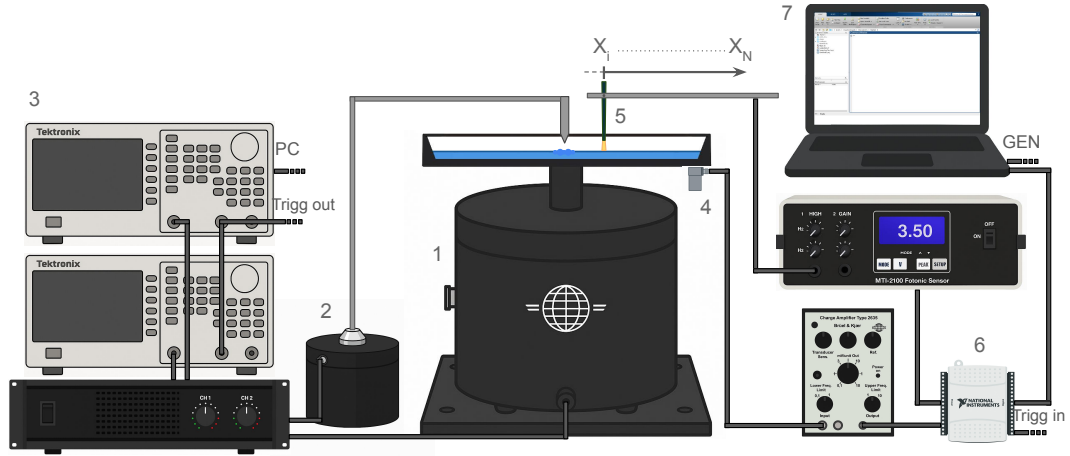


Figura 3.1: Diagrama del montaje para la generación y adquisición del RTI. Se observan los parlantes *Brüel & Kjær* modelos 4809 y 4810 en (1) y (2) respectivamente, responsables de generar la aceleración vertical de la cuba y la onda de gravedad. Ambos son controlados por generadores de funciones arbitrarias sincronizados junto a un amplificador de audio (3). También se incluye un sensor de amplitud móvil (5) y un acelerómetro adherido a la cuba junto a su amplificador (4), sincronizados y conectados a una interfaz NI para la adquisición de señales (6). Todo el sistema es controlado a través del Software Matlab (7).

Un esquema del dispositivo experimental empleado se muestra en la Fig. 3.1. La cuba y el fluido se colocan sobre un parlante *Brüel & Kjær* modelo 4809 ((1) en Fig. 3.1), encargado de producir la aceleración vertical necesaria para inducir el RTI. Las posibilidades de controlar la amplitud y la duración del golpe están limitadas por la carga total que representa la cuba y el fluido, que en nuestro caso es de aproximadamente 350 g. Esto restringe la respuesta del

parlante a bajas frecuencias, en un rango entre 20 Hz y 80 Hz, y aceleraciones entre 0 m/s^2 y 40 m/s^2 (ver 3.1.3).

Para registrar esta aceleración, se colocó un acelerómetro *Brüel & Kjær* modelo 4393 junto con su amplificador modelo 2635, debajo de la cuba ((4) en Fig. 3.1). El acople entre el acelerómetro y la cuba se realiza mediante una pequeña placa ferromagnética adherida a la base de la cuba, sobre la cual se fija el imán incorporado al sensor.

Para la generación de la onda de gravedad se empleó inicialmente un vástago acoplado a un parlante *Brüel & Kjær* modelo 4810 el cual impactaba directamente la superficie del fluido, permitiendo el control sobre la amplitud de la onda generada. Sin embargo, se observó que al aplicar la aceleración vertical a la cuba, el vástago también inducía una nueva onda no deseada. Para evitar este efecto, se adoptó un segundo método: el parlante fue sellado dejando una única salida conectada a una manguera. El extremo libre de la manguera, con un diámetro aproximado de 2 mm se posicionó sobre el centro de la cuba, a unos 5 mm de distancia ((2) en Fig. 3.1). Esta configuración permite generar una onda gravedad mediante presión de aire, sin contacto físico con el agua.

Tanto las señales para generar el golpe como la onda de gravedad se producen utilizando dos generadores de funciones conectados a un amplificador de audio modelo *OIDOS A 600*. La sincronización entre la generación de la onda y el golpe se logra mediante la salida y entrada (*trigger out/in*) de un pulso tipo escalón producido por el primer generador de funciones arbitrarias ((3) en Fig. 3.1). Este mismo pulso también se utiliza para iniciar la adquisición de señales con una interfaz NI modelo *USB-6008* ((6) en Fig. 3.1), que registra tanto la aceleración de la cuba como las señales temporales de amplitud en la superficie del fluido. Esta interfaz permite una frecuencia de muestreo de hasta 10 kHz con una resolución de 12 bits. Todo el control del sistema se realiza a través del software *Matlab*.

3.1.2. Generación de las ondas de gravedad

Luego de ensayar diferentes configuraciones para generar la onda de gravedad —como ciclos completos y medios ciclos de señal sinusoidal con distintas frecuencias y amplitudes—, se determinó que la opción que produce la mejor respuesta fue la siguiente: se emplea una señal de entrada con frecuencia central de 100 Hz, compuesta por dos ciclos de senoide, y apodizada mediante

una ventana de Hanning. Esta combinación mejora la respuesta de la superficie al estímulo generado por el parlante. En Fig. 3.2 se muestra la señal de voltaje aplicada.

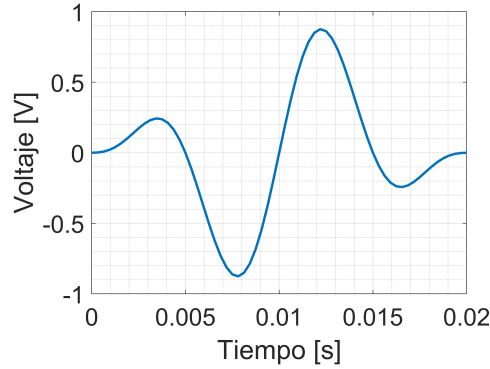


Figura 3.2: Señal de voltaje utilizada para generar la onda de gravedad, con frecuencia central de 100 Hz, dos ciclos y una ventana de Hanning para su apodización.

3.1.3. Generación del golpe

Para producir el golpe en el fluido, se utiliza una señal de entrada compuesta por un ciclo de senoide a cada una de las frecuencias utilizadas. En la Fig. 3.3 se muestra un ejemplo de la señal de voltaje aplicada al parlante a una frecuencia de 60 Hz, junto con la aceleración medida en la base de la cuba.

En la Fig. 3.3 puede observarse que la aceleración generada no replica exactamente la forma de la señal aplicada, aunque en el rango de frecuencias entre 20 Hz y 80 Hz se obtiene una respuesta lineal entre el voltaje máximo aplicado y la aceleración máxima (Fig. 3.4), para frecuencias superiores a 80 Hz —en particular 100 Hz y 120 Hz— esta linealidad se pierde. Además, para frecuencias menores a 20 Hz el parlante no responde adecuadamente. Por lo tanto en este trabajo se realizarán los barridos experimentales modificando tanto la amplitud como la frecuencia del voltaje de entrada en el rango de 20 Hz a 80 Hz.

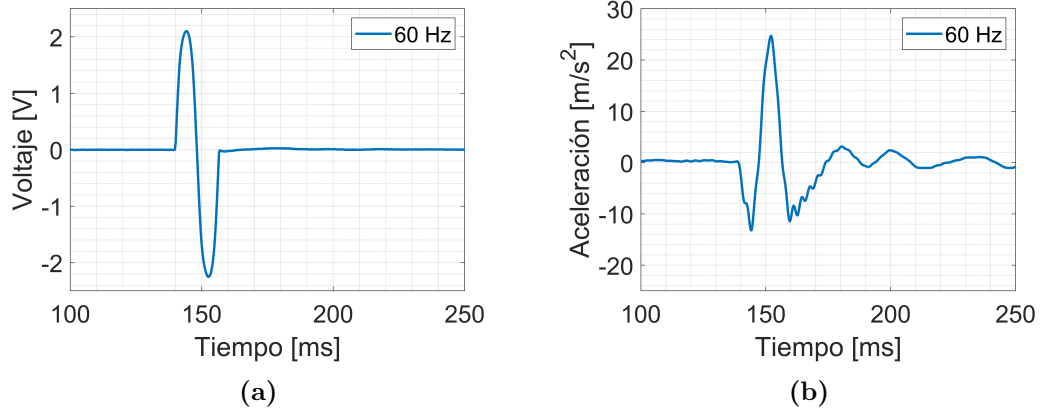


Figura 3.3: (a) Señal de entrada aplicada al parlante para una frecuencia de 60 Hz. (b) Aceleración medida en la base de la cuba como respuesta al voltaje aplicado.

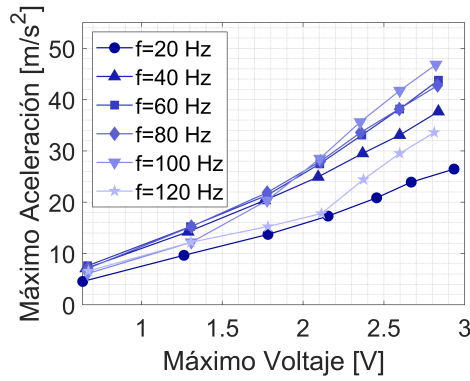


Figura 3.4: Respuesta al golpe en la cuba para distintas frecuencias y amplitudes. Se muestra la relación entre los máximos de la señal de entrada al parlante y la aceleración medida. Se observa un comportamiento lineal entre 20 Hz y 80 Hz, que se pierde para frecuencias mayores, en particular a 100 Hz y 120 Hz.

3.1.4. Sistema de visualización.

Para visualizar este proceso se utilizó una cámara con una frecuencia de adquisición de 240 cuadros por segundo, lo que permite captar adecuadamente la evolución temporal del fenómeno. Para esto fue necesario un sistema de iluminación uniforme y una placa difusora de acrílico blanco, que permitió resaltar las sombras proyectadas por la curvatura en la superficie delgada del fluido, facilitando así la observación de las ondas. En la Fig. 3.5 se presentan distintos cuadros del fenómeno registrados por la cámara. En ellos se puede observar el desarrollo inicial de la onda de gravedad entre $t = 0$ ms y $t = 140$ ms, el momento del golpe (indicado en rojo en $t = 140$ ms) y el posterior

surgimiento de la onda retornada propagándose nuevamente hacia el centro de la cuba entre $t = 175$ ms y $t = 280$ ms.

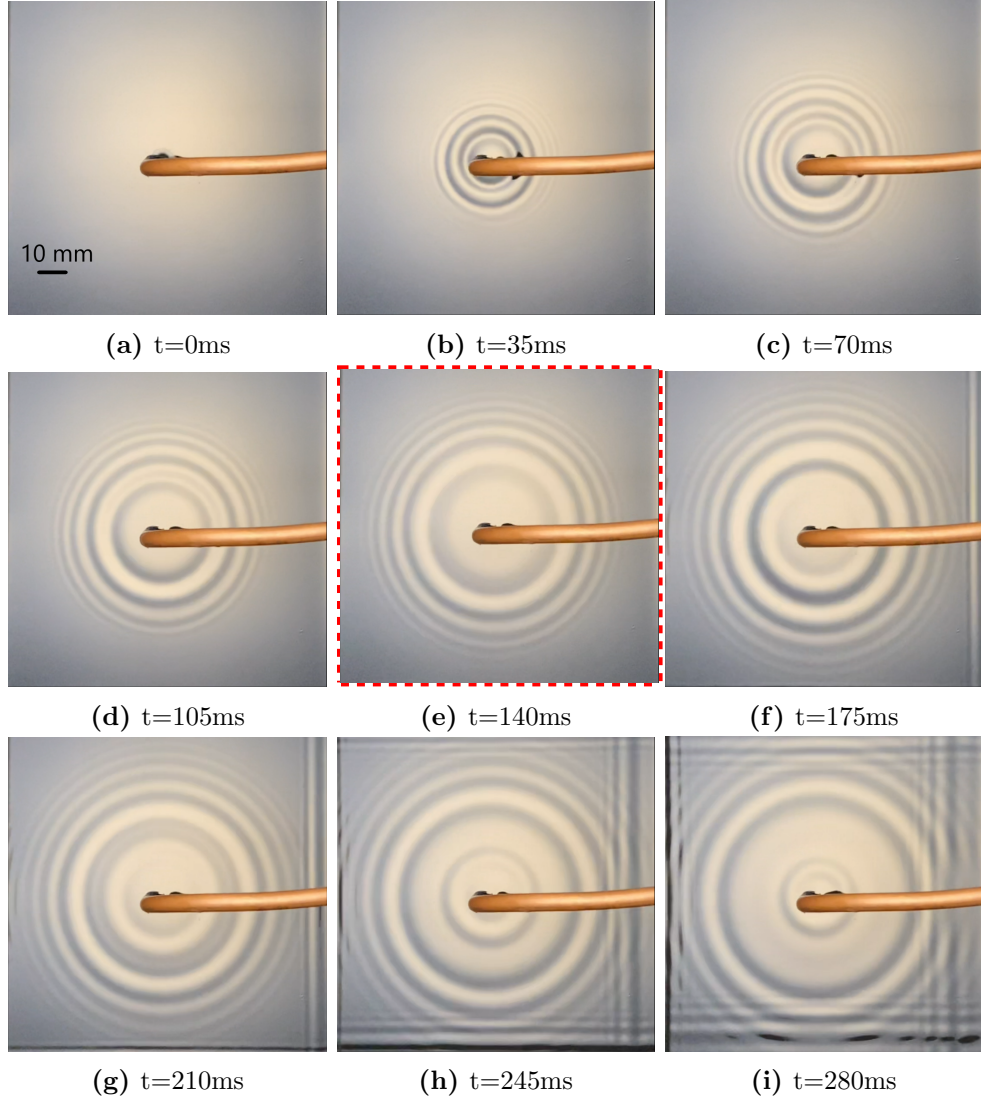


Figura 3.5: Conjunto de imágenes para el fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo, en (a) se genera la onda de gravedad, en (e) se aplica la aceleración vertical y en la (i) se observa la focalización de la onda retornada.

Estos resultados pueden representarse de forma condensada mediante un diagrama denominado Kymograma. Este se construye extrayendo líneas verticales de cada cuadro del video experimental y superponiéndolas horizontalmente en una nueva figura, como se muestra en Fig. 3.6. La resolución del Kymograma está determinada verticalmente por la resolución de las imágenes utilizadas (853 píxeles por 841 píxeles) y horizontalmente por la frecuencia de adquisición del video (240 cuadros por segundo).

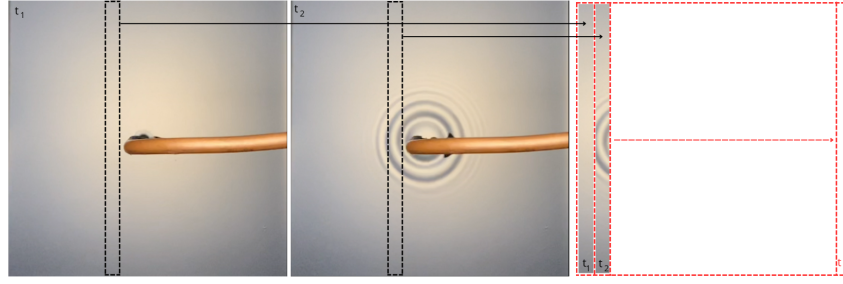


Figura 3.6: Método para construir un Kymograma del fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo. De cada cuadro se extrae una línea vertical las cuales se agrupan en una nueva figura.

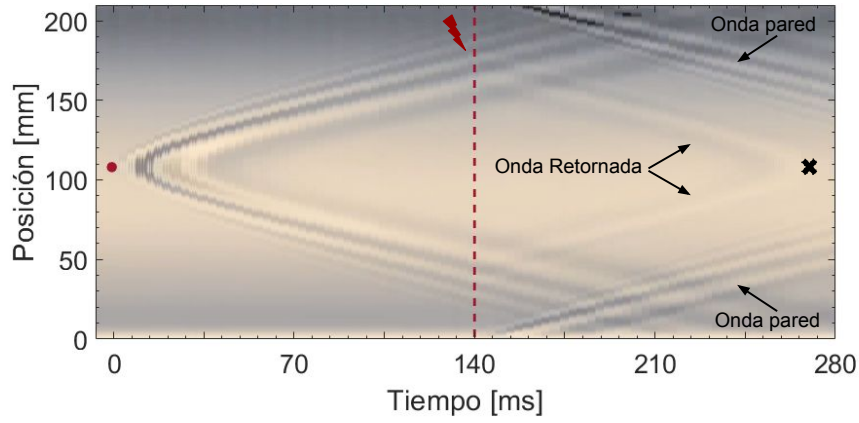


Figura 3.7: Kymograma construido a partir de las imágenes presentadas en Fig. 3.5 para el fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo. El punto rojo indica el origen de la onda y la línea punteada marca el instante en que se aplica la aceleración vertical.

En el Kymograma de la Fig. 3.7, se observa que en el tiempo 0 ms emergen dos haces de rayos que se dispersan desde el punto de emisión (círculo rojo), representando la onda generada en el centro de la cuba. Aproximadamente 140 ms después, aparecen otros dos haces (onda retornada) que parten desde una línea vertical correspondiente al instante en que se aplica la aceleración vertical (línea roja). Estos nuevos haces convergen hacia el mismo punto donde se generó la onda inicial (cruz negra). Este fenómeno corresponde a la aparición de la onda retornada, la cual converge hacia el punto de emisión inicial. En todos los experimentos realizados, la onda retornada se genera en el instante en que se aplica la aceleración vertical, a partir de la posición del paquete de ondas en ese momento. La convergencia de la onda retornada ocurre siempre un tiempo t_{ITM} después del impacto y, por lo tanto, $2t_{ITM}$ después de la emisión

inicial.

Es posible observar también, en la parte inferior y superior del Kymograma en el tiempo 140 ms, señales parásitas asociadas a ondas emitidas por los bordes de la cuba al momento de aplicar la aceleración (onda pared).

3.2. Caracterización del fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo

Para realizar mediciones cuantitativas del fenómeno de RTI, se utilizó un sensor óptico *Fotonic Sensor MTI-2100*, capaz de detectar desplazamientos con una resolución de hasta 0,01 μm (2,5 \AA) y una frecuencia de muestreo máxima de 500 kHz. Dado que el haz de luz emitido por este tipo de sensores debe reflejarse en la superficie del fluido, fue necesario utilizar un fluido opaco como fue explicado anteriormente.

El sensor fue montado sobre un soporte móvil accionado por un motor paso a paso, lo que permite realizar un barrido lineal a lo largo de la superficie libre del fluido ((5) en Fig. 3.1). Esta configuración permite mapear espacialmente la amplitud del campo RTI en distintos instantes de tiempo, proporcionando una descripción cuantitativa (a diferencia del Kymograma) de su evolución espacio temporal. Esto permite un análisis de las características espectrales de las ondas generadas así como el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión los cuales se utilizarán en el marco de esta tesis para cuantificar el efecto del golpe en el fenómeno de RTI en función de las distintas aceleraciones y frecuencias de golpe.

3.2.1. Medidas de amplitud en Retorno Temporal Instantáneo

Se realizó un barrido espacial a lo largo de una recta (200 puntos distribuidos uniformemente en 75 mm) que va aproximadamente desde el centro de la cuba hasta uno de sus bordes. En cada una de las 200 posiciones, se repitió el experimento manteniendo constantes los parámetros del golpe y la generación de la onda de gravedad. Cada conjunto de medidas permite construir un mapa como el que se muestra en Fig. 3.8, donde el eje vertical representa la distancia al centro de la cuba y el eje horizontal el tiempo transcurrido desde

la generación de la onda de gravedad.

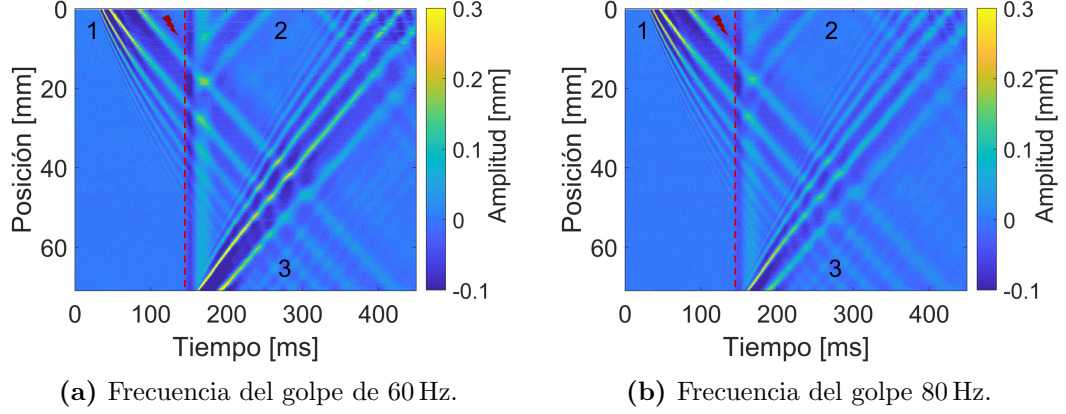


Figura 3.8: Medidas experimentales para un barrido de 200 puntos utilizando dos frecuencias del golpe (a) 60Hz y (b) 80Hz para una misma aceleración de 40m/s^2 . Se observan las características principales del RTI: (1) la onda generada, (2) la retornada y (3) las ondas provenientes de la pared. El instante del golpe se encuentra indicado por una línea punteada roja.

Se observa que la onda generada en el centro de la cuba es registrada por el sensor por primera vez en $t \approx 40\text{ms}$ indicada por el número 1 en Fig. 3.8. Esto se debe a que la posición inicial del sensor no coincide exactamente con el centro, ya que el sistema de generación de la onda lo impide físicamente. A lo largo del mapa, se aprecia la dispersión del paquete de onda, que presenta varias frecuencias. En el instante $t \approx 150\text{ms}$ aparece una banda vertical más oscura ver línea punteada en Fig. 3.8, correspondiente al movimiento vertical de la cuba para generar el golpe asociado al RTI. A partir de ese momento, se genera una nueva onda que se propaga hacia el centro de la cuba, indicada por el número (2) en Fig. 3.8. También se evidencian ondas reflejadas provenientes de las paredes de la cuba tras el golpe indicadas por el número (3) en Fig. 3.8, que interfieren con la onda previamente generada. Este sistema de medición ofrece una visualización detallada del fenómeno, similar al Kymograma (Fig. 3.7), con la ventaja adicional de contar con información sobre la amplitud de la señal en función del tiempo.

3.2.2. Coeficientes de reflexión y transmisión

A partir de la medida del campo de desplazamientos asociado al RTI (Fig. 3.8a) es posible estudiar la dependencia del RTI con la aceleración y frecuencia

del golpe. Esto se realizará introduciendo coeficientes de reflexión transmisión para la onda retornada y transmitida, respectivamente.

El primer paso en este proceso consiste en restar el movimiento de la cuba al campo de desplazamientos ya que los sensores no se encuentran solidarios a la cuba ver Fig. 3.9 (a). El segundo paso consiste en aplicar un filtrado direccional mediante una transformada doble de Fourier en tiempo y espacio (FFT 2D). La Fig. 3.9 (b) se muestra el valor absoluto de la FFT 2D en escala de colores en función del número de onda y la frecuencia. En esta figura se pueden identificar 4 cuadrantes numerados del 1 al 4. Los cuadrantes 2 y 4 contienen información de las ondas que se propagan hacia el centro de la cuba -la onda retornada y las ondas generadas por las paredes-, mientras que los cuadrantes 1 y 3 corresponden a ondas que se propagan en sentido contrario. Al realizar la transformada inversa sobre cada par de cuadrantes por separado, se recuperan las medidas de las ondas separadas según su sentido de propagación, como se muestra en Fig. 3.10.

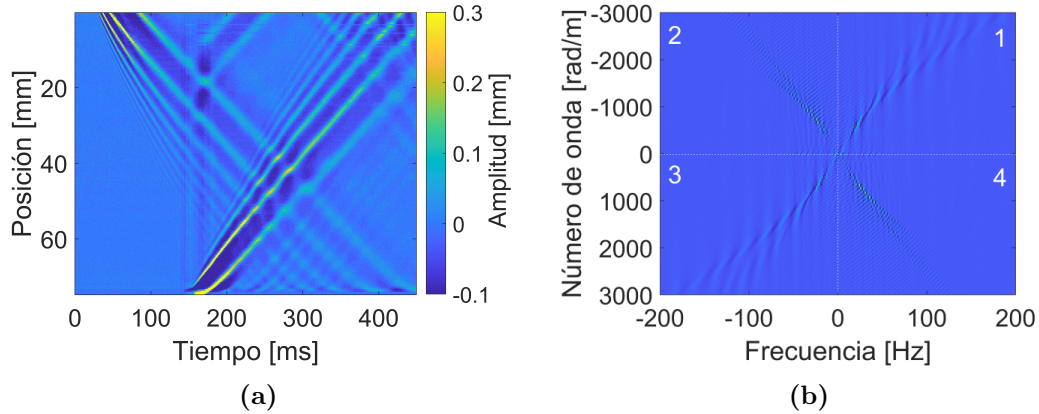


Figura 3.9: (a) Medidas experimentales con la amplitud superpuesta por el golpe removida, para un barrido de 200 puntos, duración del golpe $\Delta t = 16,7$ ms y aceleración de 42 m/s^2 . (b) Transformada Rápida de Fourier bidimensional de los datos experimentales del RTI.

Como se observa en Fig. 3.10(a), se recupera la onda incidente, sin la superposición de la onda retornada ni de las ondas generadas por las paredes de la cuba durante el golpe. En la esquina superior derecha se distingue una débil señal correspondiente a la onda retornada que llega al centro de la cuba e invierte su sentido. En la Fig. 3.10(b), en cambio, se recupera la onda retornada junto con las ondas generadas por las paredes al producir el golpe. Este procedimiento permite aislar la onda retornada para analizarla en detalle

y calcular los coeficientes de transmisión y reflexión.

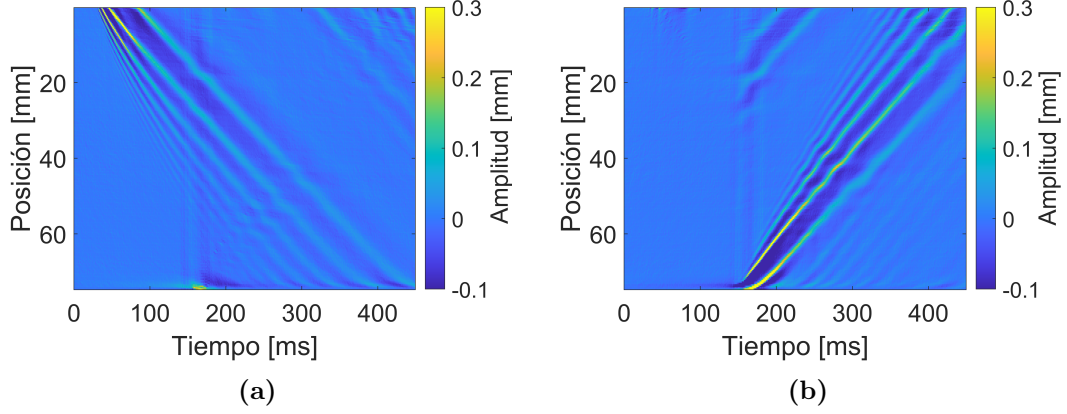


Figura 3.10: Medidas experimentales luego de separar las ondas que se propagan en direcciones opuestas. En (a) se muestran las ondas que se propagan hacia los bordes de la cuba, mientras que en (b) se observan las ondas que se propagan hacia el centro. Los resultados corresponden a un barrido de 200 puntos, con duración de golpe $\Delta t = 16,7 \text{ ms}$ y aceleración de 42 m/s^2 .

Una vez separadas las ondas retornadas y transmitidas es posible definir el Coeficiente de reflexión (C_r) y el Coeficiente de transmisión (C_t) como la razón entre los valores de los espectros espaciales de la onda retornada y transmitida respecto al de la onda incidente para un número de onda k_0 , determinado donde el espectro de la onda incidente tiene su valor máximo. De esta forma se definen los coeficientes como:

$$C_t = \frac{S_{T_{k_0}}}{S_{I_{k_0}}}, \quad (3.2)$$

$$C_r = \frac{S_{R_{k_0}}}{S_{I_{k_0}}}, \quad (3.3)$$

donde $S_{I_{k_0}}$, $S_{R_{k_0}}$ y $S_{T_{k_0}}$ son los espectros espaciales asociados a la onda incidente, retornada y transmitida, respectivamente.

En la Fig. 3.11 columna izquierda se muestran las series espaciales de las ondas incidente, retornada y transmitida, correspondientes al experimento presentado en la Fig. 3.8 con frecuencia de golpe $f = 60 \text{ Hz}$ y aceleración máxima de 42 m/s^2 . La onda incidente se registra para un tiempo fijo previo al golpe ($\approx 139 \text{ ms}$), la onda retornada y la onda transmitida se registran nuevamente para un tiempo fijo transcurrido $\Delta t = 1/f$ desde t_{ITM} ($\approx 157 \text{ ms}$). En Fig. 3.11 columna derecha se presentan los espectros correspondientes a cada una

de las ondas.

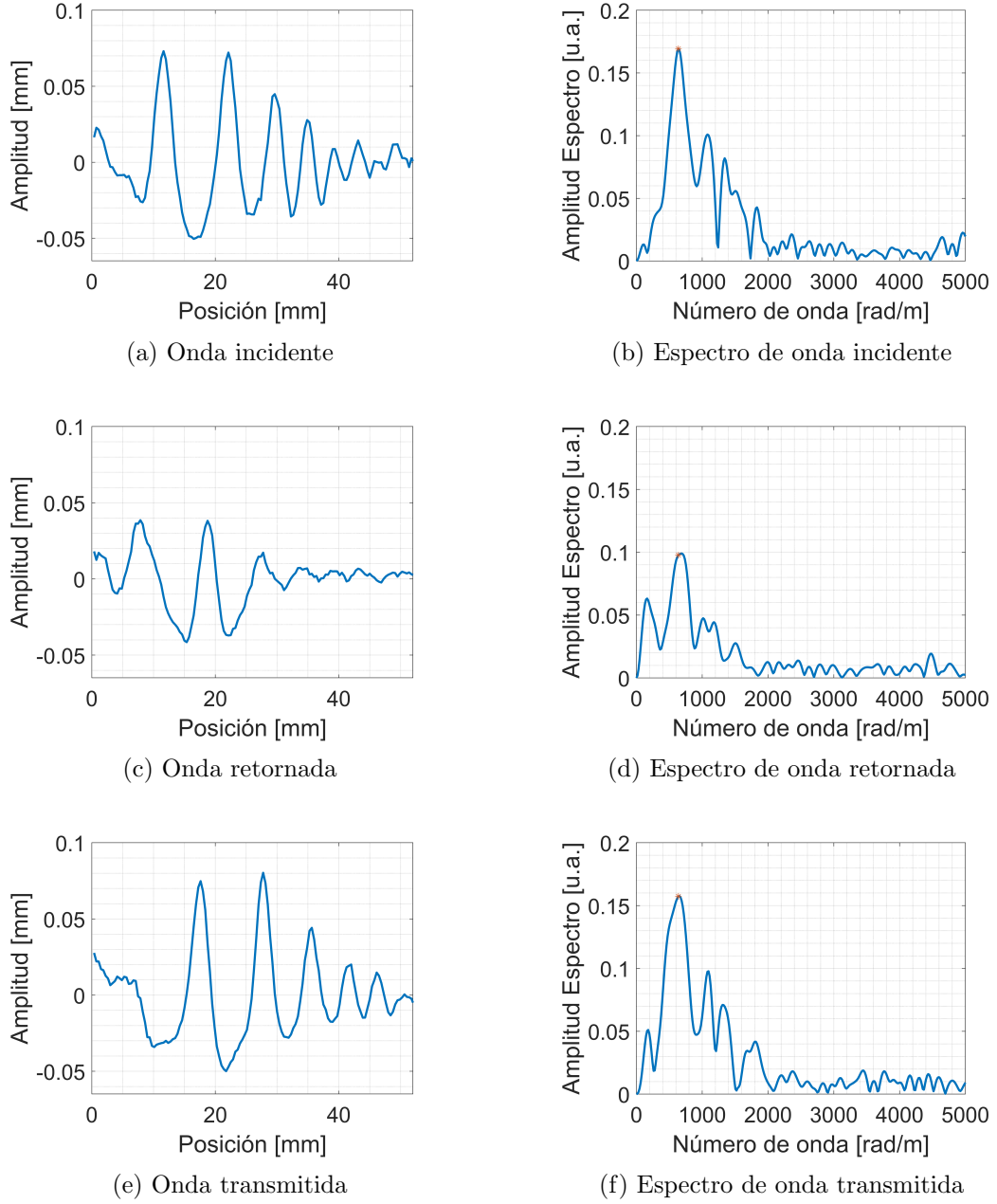
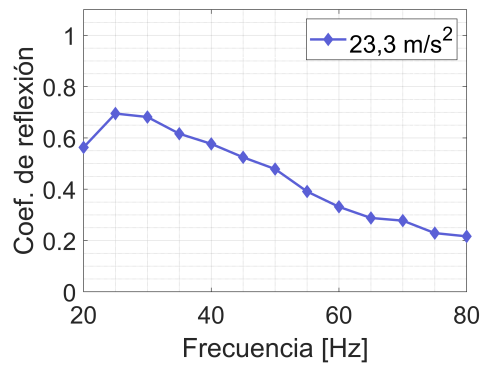


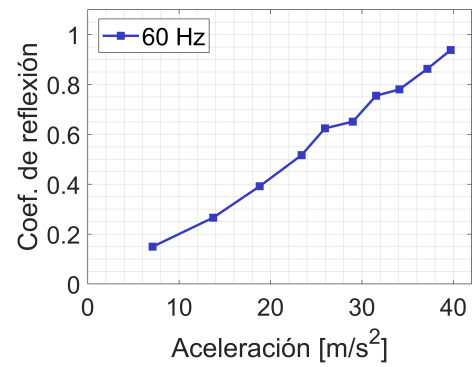
Figura 3.11: Series espaciales (izquierda) y espectros espaciales (derecha) correspondientes a la onda incidente (a–b), la onda retornada (c–d) y la onda transmitida (e–f), luego de la separación direccional. En los espectros se indica con un marcador rojo el valor de referencia utilizado para el cálculo de las amplitudes en los coeficientes.

Repitiendo el procedimiento anterior para distintas aceleraciones máximas y frecuencias del golpe es posible medir cómo varían los coeficientes de re-

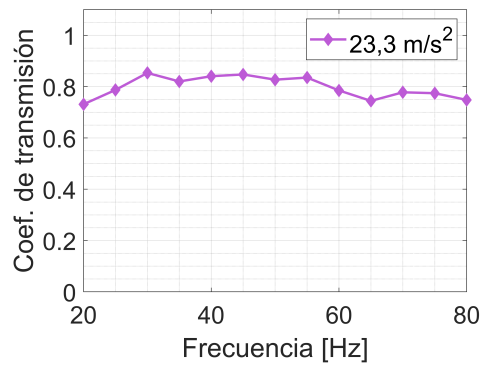
flexión y transmisión en función de dichos parámetros. El resultado de este proceso se muestra en la Fig. 3.12(b). Al variar la aceleración del golpe manteniendo la frecuencia fija a 60 Hz, se reproduce una relación aproximadamente lineal entre el coeficiente de reflexión y la aceleración reproduciendo el resultado reportado en Bacot et al. 2016. En contraste, el coeficiente de transmisión también aumenta con la aceleración, pero no sigue una dependencia lineal clara (Fig. 3.12(d)). Por otro lado, al modificar la frecuencia del golpe manteniendo la aceleración constantes a $23,3 \text{ m/s}^2$, se observa que el coeficiente de reflexión presenta un máximo en torno a los 25 Hz – 30 Hz (Fig. 3.12(a)). Esto sugiere que es posible utilizar la frecuencia del golpe como un filtro frecuencial para seleccionar componentes de la onda retornada. En cambio, el coeficiente de transmisión también varía con la frecuencia manteniéndose relativamente constante (Fig. 3.12(c)). Los resultados presentados en esta sección constituyen una primera caracterización experimental del fenómeno de RTI bajo variaciones de aceleración y frecuencia del golpe. Para profundizar en la comprensión del efecto de cada parámetro y explorar un rango más amplio de parámetros a los que no podemos acceder experimentalmente es que en el siguiente capítulo introduciremos el modelado del RTI.



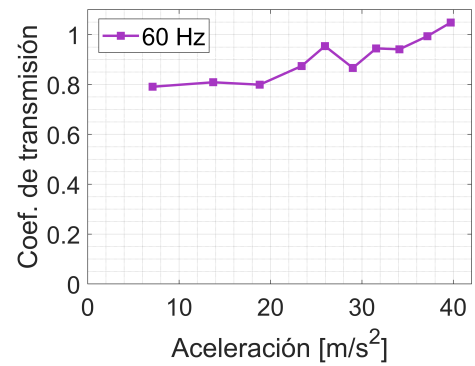
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.12: Variación de los coeficientes de reflexión y transmisión al modificar la frecuencia (paneles a y c) y la aceleración máxima (paneles b y d) del golpe. En azul se muestra el coeficiente de reflexión, y en rosado, el coeficiente de transmisión.

Capítulo 4

Modelado del Retorno Temporal Instantáneo

Consideremos, como en el experimento, una capa delgada de agua caracterizada por una tensión superficial σ y una densidad ρ , sometida a una aceleración vertical dependiente del tiempo $a(t)$. La altura de la superficie libre, $\varphi(r, t)$, se puede escribir mediante una descomposición en el espacio de Fourier:

$$\varphi(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int \int d^2k \tilde{\varphi}(k, t) e^{ik \cdot \mathbf{r}}. \quad (4.1)$$

Donde k corresponde al vector de onda. Sustituyendo la Ec. (4.1) en la Ec. (2.18) se obtiene la siguiente ecuación diferencial para la evolución temporal de $\tilde{\varphi}(k, t)$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial t^2}(k, t) + \omega^2(k) \tilde{\varphi}(k, t) = \tilde{s}(k, t), \quad (4.2)$$

donde el término fuente queda definido como:

$$\tilde{s}(k, t) = -\omega^2(k) f_k(t) \tilde{\varphi}(k, t), \quad (4.3)$$

con $f_k(t) = \frac{a(t)}{g_k}$, $g_k = g + \frac{\sigma k^2}{\rho}$ y $\omega^2(k) = gk + \frac{\sigma k^3}{\rho}$ correspondiente a la relación de dispersión para ondas de gravedad en aguas profundas. Tal como se aprecia en la Ec. (4.3), la dependencia de la aceleración aplicada sobre la cuba se incorpora en $f_k(t)$.

La solución general de la Ec. (4.2) se expresa como la suma de una solución homogénea y una solución particular:

$$\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_h + \tilde{\varphi}_s. \quad (4.4)$$

La solución homogénea adopta la forma

$$\tilde{\varphi}_h(k, t) = \alpha_+ e^{-i\omega(k)t} + \alpha_- e^{i\omega(k)t}, \quad (4.5)$$

mientras que la contribución asociada al término fuente (solución particular) se escribe como

$$\tilde{\varphi}_s(k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \mathcal{G}_{\text{ret}}(k, t - t') \tilde{s}(k, t'), \quad (4.6)$$

siendo \mathcal{G}_{ret} la función de Green retardada (Barton, 1989, cap. 12):

$$\mathcal{G}_{\text{ret}}(k, t) = H(t) \frac{\sin(\omega(k)t)}{\omega(k)}, \quad (4.7)$$

Aplicando la fórmula de Euler en la Ec. (4.7), la función de Green retardada puede escribirse como:

$$\mathcal{G}_{\text{ret}}(k, t) = H(t) \left[\frac{e^{i\omega(k)t} - e^{-i\omega(k)t}}{2i\omega(k)} \right]. \quad (4.8)$$

y sustituyendo la Ec. (4.8) en Ec. (4.6), la solución particular $\tilde{\varphi}_s(k, t)$ adopta la forma

$$\tilde{\varphi}_s(k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') \left[\frac{e^{i\omega(k)(t-t')} - e^{-i\omega(k)(t-t')}}{2i\omega(k)} \right] \tilde{s}(k, t'). \quad (4.9)$$

Al reemplazar el término fuente mediante la Ec. (4.3) y reorganizar los términos, se obtiene

$$\tilde{\varphi}_s(k, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') \left[\frac{e^{i\omega(k)(t-t')} - e^{-i\omega(k)(t-t')}}{2i\omega(k)} \right] (-\omega^2(k)) f_k(t') \tilde{\varphi}(k, t'). \quad (4.10)$$

Se considera una onda incidente monocromática $\tilde{\varphi}_i(k, t)$ tal que:

$$\tilde{\varphi}_i(k, t) = \tilde{\varphi}_0 e^{-i\omega(k)t} \quad (4.11)$$

Al sustituir $\tilde{\varphi}_i(k, t)$ en la Ec. (4.10)

$$\tilde{\varphi}_s(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') f_k(t') \left[e^{i\omega(k)(t-2t')} - e^{-i\omega(k)t} \right]. \quad (4.12)$$

En la Ec. (4.12) pueden distinguirse dos contribuciones: una asociada a la onda *retornada* $\tilde{\varphi}_R(k, t)$ y otra correspondiente a la onda *transmitida parcial* $\tilde{\varphi}_{Tp}(k, t)$. La primera se expresa como

$$\tilde{\varphi}_R(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') f_k(t') e^{i\omega(k)(t-2t')}, \quad (4.13)$$

mientras que la segunda contribución se escribe como:

$$\tilde{\varphi}_{Tp}(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} e^{-i\omega(k)t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') f_k(t'). \quad (4.14)$$

A partir de las expresiones (4.13) y (4.14), se consideran tres enfoques para resolver el modelo en el espacio de Fourier. El primero modela el golpe como una delta de Dirac en el tiempo, lo que permite identificar de forma clara las contribuciones de las ondas retornada y transmitida. El segundo representa el golpe como un escalón temporal utilizando funciones de Heaviside, permitiendo obtener expresiones analíticas para los coeficientes de reflexión y transmisión. El tercer enfoque consiste en integrar numéricamente la Ec. (4.6) para un paquete de ondas, lo que permite incorporar perfiles de aceleración arbitrarios; inicialmente se valida el método con un golpe tipo escalón y posteriormente se aplicará el perfil de aceleración experimental en el Capítulo 5.

4.1. Método analítico para resolver el Retorno Temporal Instantáneo: golpe tipo delta de Dirac

Se modela la aceleración $a(t)$ sobre la cuba como una delta de Dirac, por lo tanto el término $f_k(t)$ se expresa como:

$$f_k(t) = \frac{a_0}{g_k} \delta(t - t_{ITM}). \quad (4.15)$$

Sustituyendo $f_k(t)$ en las Ecs. (4.13) y (4.14) se obtiene:

$$\tilde{\varphi}_R(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') \frac{a_0}{g_k} \delta(t' - t_{\text{ITM}}) e^{i\omega(k)(t-2t')}, \quad (4.16)$$

$$\tilde{\varphi}_{\text{Tp}}(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} e^{-i\omega(k)t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') \frac{a_0}{g_k} \delta(t' - t_{\text{ITM}}). \quad (4.17)$$

Consideramos ahora una onda incidente arbitraria φ_i antes del golpe:

$$t < t_{\text{ITM}}, \quad \varphi(\mathbf{r}, t) = \varphi_i(\mathbf{r}, t). \quad (4.18)$$

y a partir de Ec. (4.16) y Ec. (4.17), se deduce la solución completa $\varphi(\mathbf{r}, t)$ integrando todas las contribuciones espaciales correspondientes a los distintos valores que toma k y se escribe como la suma de tres términos dependientes de r :

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \varphi_i(\mathbf{r}, t) + \varphi_{\text{Tp}}(\mathbf{r}, t) + \varphi_R(\mathbf{r}, t), \quad (4.19)$$

donde φ_i representa el paquete de ondas inicial propagándose libremente. El segundo término es:

$$\varphi_{\text{Tp}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint d^2k \frac{i\omega(k)a_0}{g_k} \tilde{\varphi}_0(k) e^{i(k \cdot \mathbf{r} - \omega(k)t)}, \quad (4.20)$$

y describe una perturbación que se propaga en la misma dirección que la onda incidente, superponiéndose a ella y generando la onda transmitida.

El tercer término, correspondiente a la onda retornada, se expresa como:

$$\varphi_R(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \iint d^2k \frac{i\omega(k)a_0}{g_k} \tilde{\varphi}_0(k) e^{i(k \cdot \mathbf{r} + \omega(k)(t-2t_{\text{ITM}}))}, \quad (4.21)$$

$$\varphi_R(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{4\pi} \iint d^2k \frac{a_0}{g_k} \tilde{\varphi}_0(k) e^{i(k \cdot \mathbf{r} + \omega(k)(t-2t_{\text{ITM}}))} \right), \quad (4.22)$$

La Ec. (4.22) representa el paquete de ondas que se propaga hacia atrás, resultado del fenómeno de retorno temporal.

En resumen, mediante la aplicación de la función de Green y el golpe tipo delta de Dirac obtuvimos una solución analítica Ec. (4.19) para la evolución

del campo bajo una excitación impulsiva, resultando en una descomposición en ondas incidente, transmitida y retornada. A continuación veremos que esto mismo sucede en presencia de un golpe tipo escalón.

4.2. Método analítico para resolver el Retorno Temporal Instantáneo: golpe tipo escalón

Para modelar el golpe tipo escalón, se reemplaza $f_k(t)$ tanto en la Ec. (4.13) como en la Ec. (4.14) por una aceleración de tipo escalón, de amplitud máxima a_0 y duración Δt_{ITM} , que inicia en t_{ITM}^- y finaliza en t_{ITM}^+ . Expresada como $a(t)/g_k$ y modelada mediante el producto de funciones de Heaviside, se obtiene:

$$f_k(t) = \frac{a(t)}{g_k} H(t - t_{\text{ITM}}^-) H(t_{\text{ITM}}^+ - t). \quad (4.23)$$

sustituyendo:

$$\tilde{\varphi}_{\text{R}}(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \frac{a_0}{g_k} e^{i\omega(k)t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') H(t' - t_{\text{ITM}}^-) H(t_{\text{ITM}}^+ - t') e^{-i2\omega(k)t'}. \quad (4.24)$$

Luego de integrar para $t > t_{\text{ITM}}^+$, se obtiene

$$\tilde{\varphi}_{\text{R}}(k, t) = \tilde{\varphi}_0 \frac{1}{4} \frac{a_0}{g_k} e^{i\omega(k)(t - 2t_{\text{ITM}}^-)} [e^{-i2\omega(k)\Delta t_{\text{ITM}}} - 1]. \quad (4.25)$$

Aplicando un procedimiento análogo para la onda transmitida, se obtiene

$$\tilde{\varphi}_{\text{Tp}}(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \frac{a_0}{g_k} e^{-i\omega(k)t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' H(t - t') H(t' - t_{\text{ITM}}^-) H(t_{\text{ITM}}^+ - t'). \quad (4.26)$$

Integrando para $t > t_{\text{ITM}}^+$, se obtiene

$$\tilde{\varphi}_{\text{Tp}}(k, t) = \frac{\tilde{\varphi}_0 \omega(k)}{2i} \frac{a_0}{g_k} e^{-i\omega(k)t} \Delta t_{\text{ITM}}. \quad (4.27)$$

Finalmente, al sumar la onda incidente inicial, la expresión total para la onda transmitida queda

$$\tilde{\varphi}_{\text{T}}(k, t) = \tilde{\varphi}_0 \left[1 + \frac{\omega(k)}{2i} \frac{a_0}{g_k} \Delta t_{\text{ITM}} \right] e^{-i\omega(k)t}. \quad (4.28)$$

Las expresiones obtenidas para la onda retornada (Ec. (4.26)) y la transmitida (Ec. (4.28)) permiten determinar la relación entre sus amplitudes en función de los parámetros del golpe, es decir, la aceleración aplicada y su duración.

Si al tiempo de duración del golpe, Δt_{ITM} , se le asocia una frecuencia de golpe definida como:

$$\Delta t_{\text{ITM}} = \frac{1}{2f_{\text{golpe}}}, \quad (4.29)$$

y se evalúa el módulo de cada una de las expresiones, podemos obtener los coeficientes C_r y C_t de la siguiente forma:

$$C_r = \frac{|\tilde{\varphi}_R(k, t)|}{|\tilde{\varphi}(k, t)|} = \frac{1}{2} \frac{a_0}{g_k} \left| \sin \left(\frac{\omega(k)}{2f_{\text{golpe}}} \right) \right|, \quad (4.30)$$

$$C_t = \frac{|\tilde{\varphi}_T(k, t)|}{|\tilde{\varphi}(k, t)|} = \left| 1 - \frac{ia_0}{g_k} \frac{\omega(k)}{4f_{\text{golpe}}} \right| \quad (4.31)$$

Observando las expresiones obtenidas para los coeficientes de reflexión y transmisión (Ec. (4.30) y Ec. (4.31), respectivamente), y retomando la Fig. 3.12, se puede apreciar que ambos coeficientes aumentan con el valor de la aceleración máxima a_0 . En particular, el coeficiente de reflexión C_r crece de forma lineal con a_0 . Además, el coeficiente dado por la Ec. (4.30) se anula para valores de la forma $\frac{\omega(k)}{2f_{\text{golpe}}} = m\pi$ y alcanza un máximo cuando $\frac{\omega(k)}{2f_{\text{golpe}}} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ siendo m un número entero, lo cual concuerda con la forma observada en la Fig. 3.12 (a), considerando que el golpe experimental no tiene una forma ideal de escalón.

4.3. Método por integración numérica para resolver el Retorno Temporal Instantáneo

Además de la solución analítica obtenida para el caso de un golpe tipo escalón, se implementa una resolución por integración numérica de Ec. (4.6) que permite incorporar tanto un golpe modelado como escalón como señales de aceleración registradas experimentalmente. Esto permite una mejor comparación con la experiencia.

En una primera etapa, se simula el RTI utilizando un espectro gaussiano

para generar la onda incidente. Para la aceleración aplicada se consideran dos alternativas: (i) un escalón en la señal de aceleración, con amplitud máxima $a_0 = 40 \text{ m/s}^2$ y una duración de $\Delta t_{\text{ITM}} = \frac{1}{2(60 \text{ Hz})} \approx 8 \text{ ms}$; (ii) una señal experimental medida en la cuba, correspondiente a los mismos parámetros considerados en (i). Ambas opciones se ilustran en la Fig. 4.1.

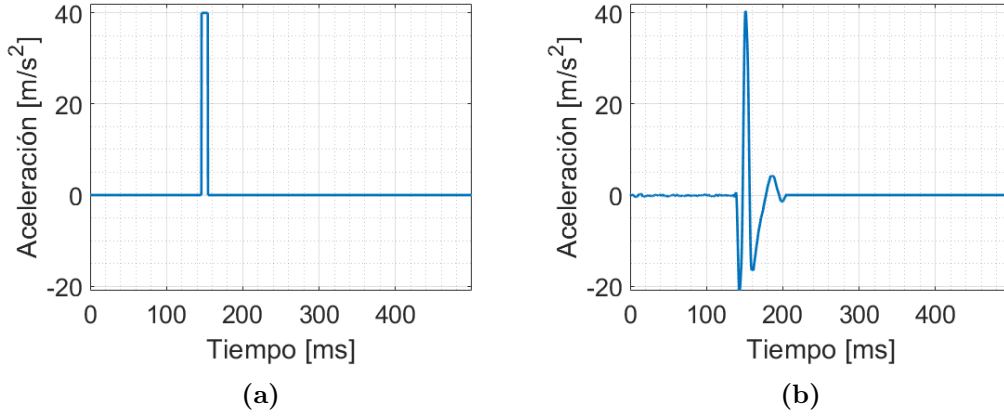


Figura 4.1: Señales de aceleración utilizadas en la simulación del RTI. (a) golpe tipo escalón; (b) señal experimental registrada.

En la Fig. 4.2 se presentan los resultados obtenidos para ambas integraciones numéricas. En ambos casos se observa claramente la generación de una onda retornada. En particular, en la Fig. 4.2b se aprecia que la señal experimental de aceleración produce oscilaciones de pequeña amplitud en la onda retornada, en tiempos posteriores al golpe. Estas oscilaciones se atribuyen a los picos que aparecen antes y después del máximo de aceleración en la señal experimental.

En una segunda etapa, se emplea un espectro obtenido a partir de una señal experimental para generar la onda incidente. En la Fig. 4.3 se comparan el espectro gaussiano previamente utilizado y el espectro derivado de datos experimentales, obtenido mediante el ajuste de su curva envolvente.

La diferencia entre las ondas generadas con ambos espectros se muestra en la Fig. 4.4.

Una vez generada la onda incidente mediante el espectro experimental suavizado, se simula nuevamente el RTI para ambos perfiles de aceleración. Los resultados se presentan en la Fig. 4.5.

Al analizar las amplitudes máximas en las Figs. 4.4 y 4.2 se observa que, tanto al emplear un espectro gaussiano como el obtenido a partir de medicio-

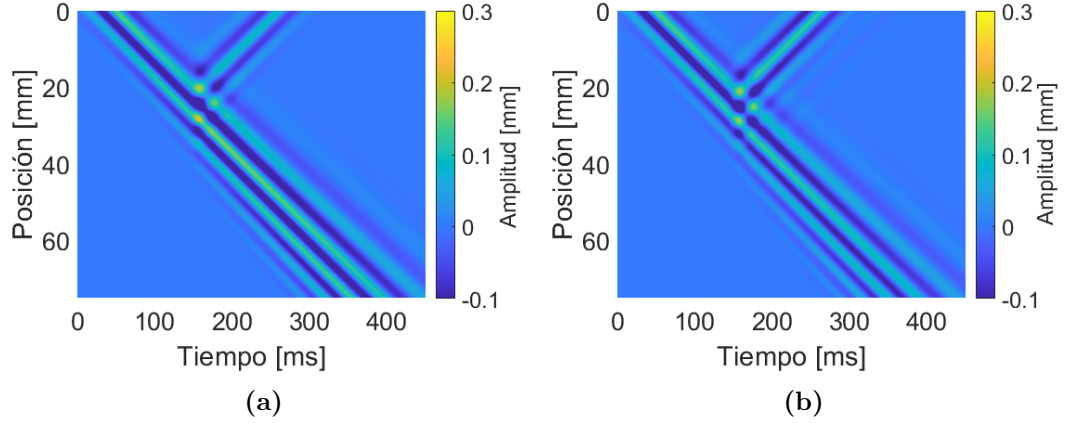


Figura 4.2: Resultados por integración numérica con onda incidente generada a partir de un espectro gaussiano. (a) golpe tipo escalón; (b) señal de aceleración experimental.

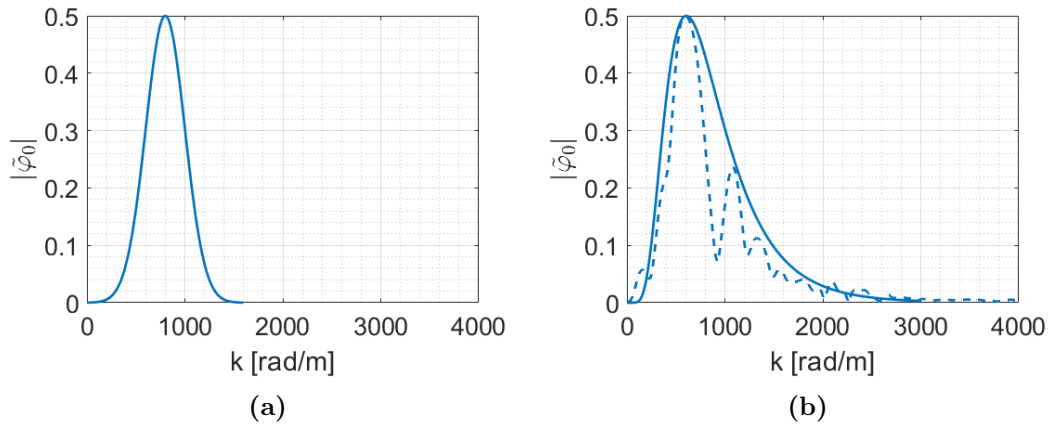


Figura 4.3: Espectros utilizados para la generación de la onda incidente. (a) gaussiano; (b) obtenido a partir de una señal experimental. El espectro experimental presenta picos que se suavizan al tomar su envolvente.

nes experimentales, se obtienen resultados similares. Esto implica que, para estudiar un valor específico de k , cualquiera de las dos opciones es válida. En cambio, las diferencias más significativas surgen al modificar las características del golpe, ya sea modelándolo como un escalón o utilizando la señal de aceleración medida experimentalmente.

La resolución numérica desarrollada permite estudiar el RTI para diferentes perfiles de aceleración, tanto idealizados como experimentales. Al variar parámetros como amplitud y frecuencia, se reproducen distintos comportamientos de las ondas retornada y transmitida, lo que extiende el análisis analítico y facilita la exploración de condiciones difíciles de lograr experimentalmente.

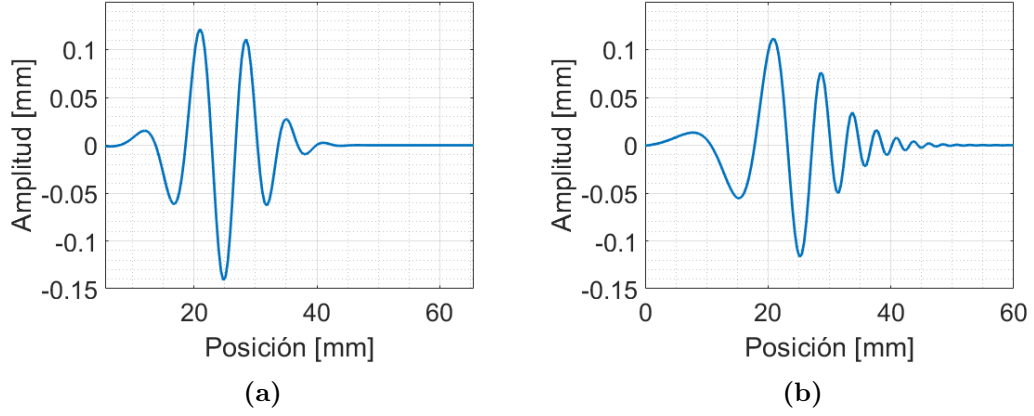


Figura 4.4: Ondas incidentes generadas numéricamente. (a) utilizando un espectro gaussiano; (b) utilizando el espectro experimental suavizado.

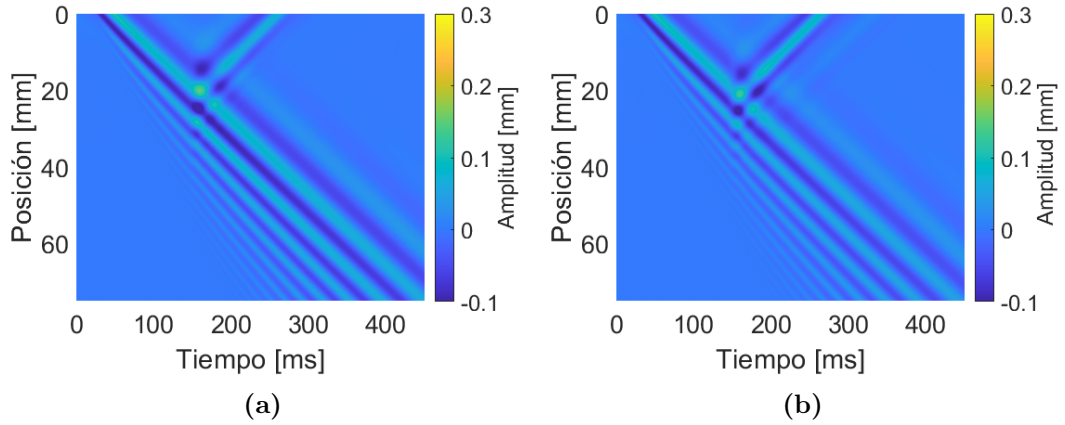


Figura 4.5: Comparación de resultados por integración numérica con onda incidente generada a partir de medidas experimentales. (a) golpe tipo escalón; (b) señal experimental de aceleración.

4.4. Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión; analíticos y numéricos utilizando un golpe tipo escalón

En esta sección se presentan las primeras comparaciones entre los resultados obtenidos mediante los modelos analítico y numérico desarrollados en las secciones 4.2 y 4.3. Se analiza la variación de los coeficientes de reflexión (C_r) y transmisión (C_t) en función de dos parámetros principales: la aceleración máxima del golpe y su frecuencia como fue definida en Ec. (4.29).

Para el cálculo de los coeficientes analíticos se emplean las expresiones

dadas en las Ecs. (4.30) y (4.31). En ambos enfoques (analítico y numérico) se trabaja a un número de onda fijo k_0 . En un primer estudio se consideran cuatro frecuencias de golpe: 20 Hz, 40 Hz, 60 Hz y 80 Hz. Para cada frecuencia se evalúa cómo varían los coeficientes C_r y C_t al modificar la aceleración máxima del golpe entre 1 m/s^2 y 40 m/s^2 correspondientes a los valores que se pueden acceder experimentalmente.

La Fig. 4.6 muestra la comparación entre los resultados analíticos utilizando las Ecs. (4.30) y (4.31) (líneas continuas) y los obtenidos mediante integración numérica (marcadores). En ambos casos el golpe se modela como un escalón, y para la integración numérica se utiliza una onda incidente generada a partir de un espectro gaussiano centrado en $k_0 = 800 \text{ rad/m}$ y una desviación estándar de $dk_0 = 200 \text{ rad/m}$.

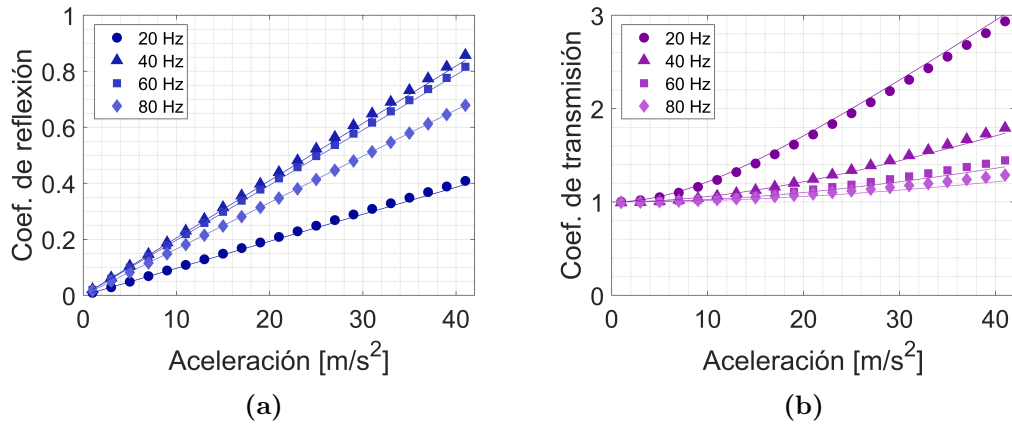


Figura 4.6: Variación de los coeficientes de reflexión (a) y transmisión (b) en función de la aceleración máxima del golpe para cuatro frecuencias distintas. Los marcadores se corresponden con integraciones numéricas y las líneas continuas indican los resultados analíticos. Se observa un incremento de ambos coeficientes con la aceleración, siendo más pronunciado para frecuencias menores.

Los resultados muestran que, en ambas configuraciones, los coeficientes C_r y C_t aumentan con la aceleración del golpe, en el caso de C_r como se observa en Ec. (4.30) es de forma lineal, mientras que el de transmisión exhibe un comportamiento no lineal. Asimismo, se observa que ambos coeficientes alcanzan valores mayores al disminuir la frecuencia desde 80 Hz hasta 40 Hz, mientras que para 20 Hz el coeficiente de reflexión adquiere valores menores producto de una valor nulo que presenta C_r como se muestra a continuación.

En un segundo estudio, se analiza la dependencia de los coeficientes C_r y C_t con la frecuencia del golpe, manteniendo fija la amplitud de aceleración.

Para cada valor de frecuencia, se repite el análisis utilizando seis aceleraciones diferentes. Las frecuencias consideradas se encuentran en el rango 20 Hz–80 Hz correspondientes a los valores que se pueden acceder experimentalmente.

La Fig. 4.7 muestra la comparación entre los resultados analíticos utilizando las Ecs. (4.30) y (4.31) (líneas continuas) y los obtenidos por integración numérica (marcadores). En ambos casos, el golpe se modela como un escalón y se emplea nuevamente un espectro gaussiano centrado en $k_0 = 800$ rad/m.

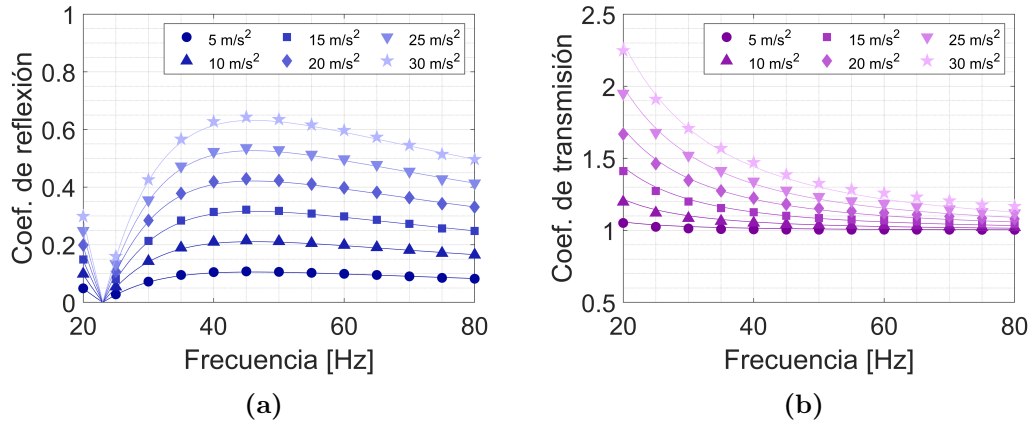


Figura 4.7: Dependencia de los coeficientes de reflexión (a) y transmisión (b) con la frecuencia del golpe. Los marcadores representan los resultados numéricos y las líneas continuas los analíticos. Los colores indican distintas aceleraciones máximas.

El coeficiente de reflexión (Cr) presenta un mínimo en $F = 23$ Hz, correspondiente al valor $\frac{\omega(k)}{2f_{\text{golpe}}} = \pi$, que anula el término senoidal en la Ec. (4.30). También se observa que un aumento en la aceleración máxima a_0 produce un incremento en la magnitud del coeficiente. Además, se registra un máximo en $F = 46$ Hz, asociado a $\frac{\omega(k)}{2f_{\text{golpe}}} = \frac{\pi}{2}$. Por su parte, el coeficiente de transmisión (Ct) muestra una tendencia creciente al disminuir la frecuencia del golpe.

Estos resultados permiten validar los modelos desarrollados y sientan las bases para el análisis de los datos experimentales. El modelo de integración numérica, al reproducir las tendencias observadas en el modelo analítico, constituye una herramienta complementaria como se mostrará en el capítulo siguiente.

4.5. Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con el valor del número de onda central k_0 de la onda incidente

Dado que resulta difícil modificar experimentalmente el valor del número de onda central k_0 de la onda incidente, a continuación se analizan las Ecs. (4.30) y (4.31), correspondientes al golpe tipo escalón, para estudiar cómo varían ambos coeficientes.

La Fig. 4.8 presenta una comparación entre los coeficientes Cr y Ct para un único valor de frecuencia de golpe de $F = 60$ Hz al variar la aceleración máxima del golpe, además se varía el número de onda central k_0 de la onda incidente entre 400 rad/m y 800 rad/m. Como se observa en la Fig. 4.8 (a), al modificar k_0 , el Cr presenta una variación en la pendiente, que produce que la amplitud para los valores más altos de aceleración pase de $Cr = 0.8$ a $Cr = 0.9$. En contraste, Ct no muestra variaciones significativas; el coeficiente crece de forma similar al modificar el valor de k_0 .

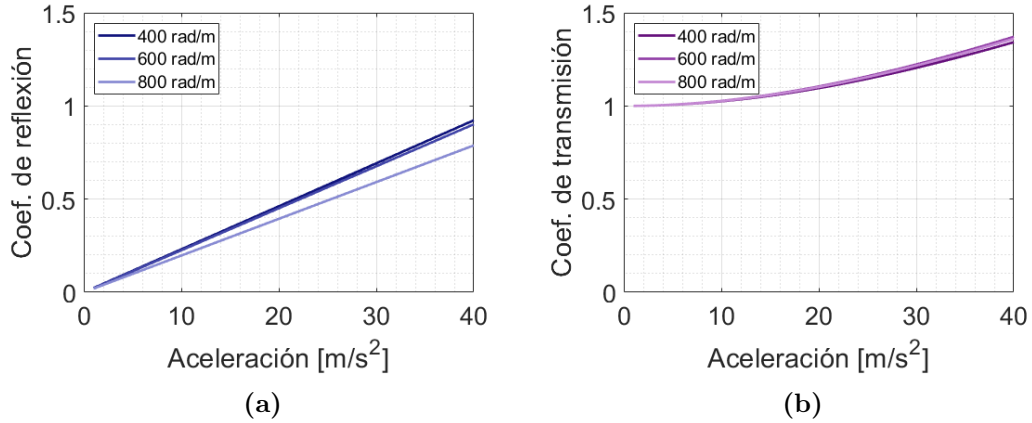


Figura 4.8: (a) Variación del coeficiente Cr en función del valor del número de onda central k_0 . (b) Variación del coeficiente Ct en función del valor del número de onda central k_0 . Ambas figuras son para una frecuencia de golpe fija de $F = 60$ Hz.

La Fig. 4.9 presenta una comparación entre los coeficientes Cr y Ct para un único valor de aceleración $a_0 = 20$ m/s² al variar la frecuencia del golpe, además se varía el número de onda central k_0 de la onda incidente entre 400 rad/m y 800 rad/m. Como se observa en la Fig. 4.9 (a), al modificar k_0 , el Cr presenta un corrimiento del pico máximo de 45 Hz hasta 25 Hz al disminuir k_0 , junto con un cambio en su amplitud que va de $Cr = 0.61$ a $Cr = 1.2$. En contraste, Ct no

muestra variaciones tan significativas; para los tres valores de k_0 , el coeficiente crece de forma similar al disminuir la frecuencia del golpe.

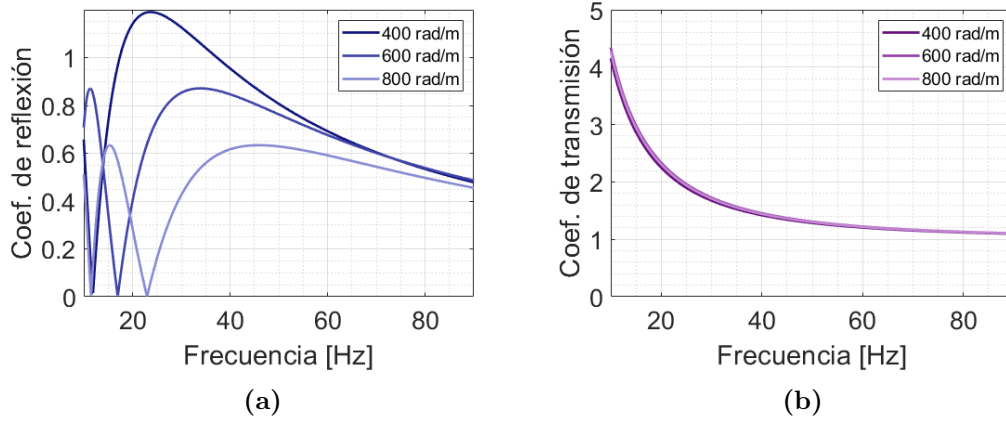


Figura 4.9: (a) Variación del coeficiente C_r en función del valor del número de onda central k_0 . (b) Variación del coeficiente C_t en función del valor del número de onda central k_0 . Ambas figuras son para una aceleración máxima a_0 de 20 m/s^2 .

Con el objetivo de interpretar este fenómeno, retomando el modelo presentado en la sección 2.2, se muestra una superposición de dos pulsos generados por la variación de la aceleración: uno al aumentar y otro al disminuir dicha aceleración. En la Fig. 4.10 se muestra cómo la diferencia temporal entre estos cambios determina el grado de superposición entre ambos pulsos. Específicamente, se presenta la onda retornada para tres frecuencias de golpe distintas: 5 Hz , 40 Hz y 100 Hz . En estos casos puede observarse cómo la duración del golpe influye en la superposición de los pulsos. Esta superposición puede dar lugar a interferencias constructivas o destructivas, modificando así la amplitud total de la onda retornada.

Esta interpretación permite comprender por qué, al variar el número de onda central k_0 de la onda incidente y la frecuencia del golpe, se modifica la amplitud en la onda retornada. La interferencia entre los dos pulsos retornados está directamente relacionada con la superposición de sus picos y la separación temporal entre ellos. Al modificar la distancia entre los picos —que depende de k_0 — también cambia el tiempo de desfase necesario para que la interferencia sea constructiva, lo que impacta en la amplitud resultante de la onda retornada.

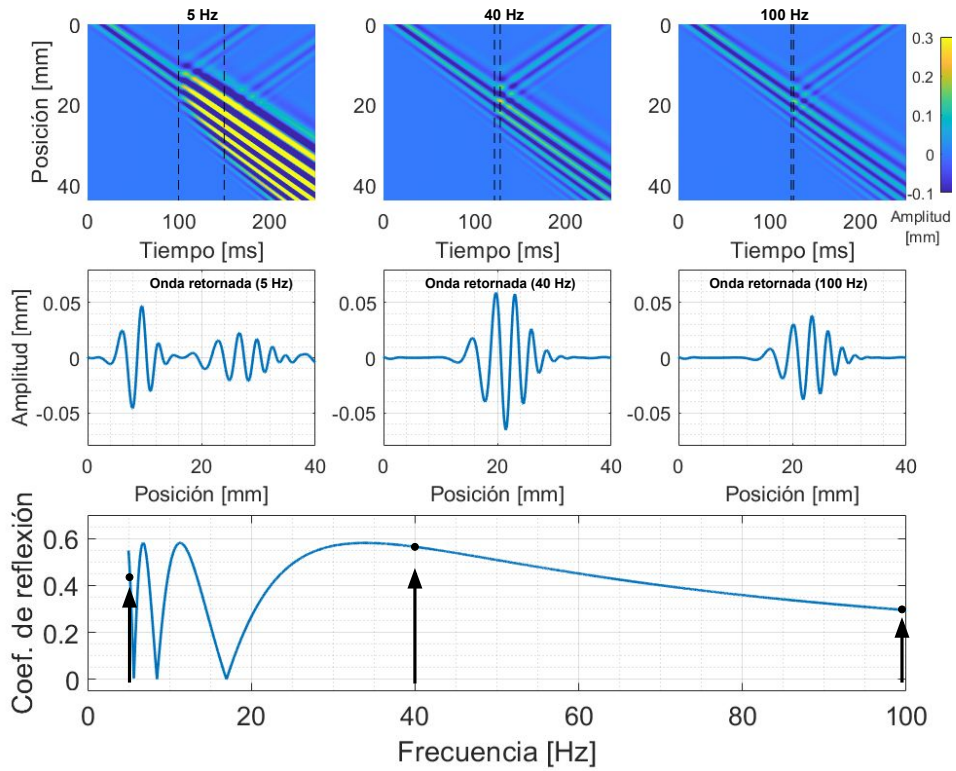


Figura 4.10: Resultados de la simulación para tres frecuencias de golpe distintas: 5 Hz, 40 Hz y 100 Hz. Se muestran los campos, las ondas retornadas y los correspondientes coeficientes de reflexión. Como se observa en la figura, la diferencia en la duración del golpe genera una separación entre los dos pulsos retornados. Esta variación en la separación provoca interferencias entre los pulsos, lo que modifica la amplitud de la onda resultante, tal como se refleja en el valor del coeficiente de reflexión.

Capítulo 5

Resultados experimentales y por integración numérica del Retorno Temporal Instantáneo

Tal como se observó experimentalmente en el capítulo 3 (Fig. 3.12) y mediante integración numérica en el capítulo 4 (Figs. 4.6 y 4.7), el proceso de RTI presenta una clara dependencia con la forma temporal de la aceleración aplicada. En este capítulo se abordan las preguntas fundamentales que motivaron esta tesis: ¿cómo influye la forma temporal del golpe sobre el proceso de RTI? Y, más específicamente, ¿cómo afecta al contenido frecuencial de las ondas reflejada y transmitida?

Para responder estas interrogantes, se analiza la dependencia de los coeficientes de reflexión (C_r) y transmisión (C_t), definidos en el capítulo 3 (Ecs. (3.3) y (3.2)), con respecto a la aceleración máxima y la frecuencia del golpe. Los resultados experimentales se comparan con aquellos obtenidos mediante integración numérica, según lo desarrollado en la sección 4.3.

La integración numérica se realiza utilizando señales de aceleración experimentales para modelar el golpe, manteniendo un espectro gaussiano de la onda incidente. En particular, se emplea una frecuencia central $k_0 = 500 \text{ rad/m}$, con una desviación estándar $dk = 200 \text{ rad/m}$, valores obtenidos a partir de la caracterización experimental de la onda incidente. Como se estudió en la sección 4.3 la forma del espectro no afecta el estudio específico para un k_0 en particular, por lo que no es necesario usar un espectro generado a partir de datos experimentales.

Para cuantificar la similitud entre las curvas experimentales y las obtenidas por integración numérica, se utiliza un cálculo basado en la diferencia relativa promedio. Esta se calcula punto a punto, dividiendo el valor absoluto de la diferencia por el valor del punto correspondiente a la curva experimental, y luego promediando sobre todos los puntos de la curva. A partir de esta medida, se define un índice de apartamiento relativo, expresando el porcentaje de diferencia entre las curvas.

La integración numérica utilizada para calcular C_r y C_t asume propagación unidimensional y no contempla la geometría circular de las ondas. En el experimento, la amplitud de la onda transmitida disminuye por difracción radial, mientras que la onda reflejada converge y aumenta su amplitud. Estas diferencias explican que el valor experimental de C_t sea menor, en el caso de C_r no es tan claro visto que durante el golpe hay propagación en ambas direcciones por parte de la onda que luego conforma la onda retornada.

5.1. Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con la aceleración del golpe

La Fig. 5.1 presenta una comparación entre los coeficientes C_r y C_t obtenidos experimentalmente (paneles (a) y (c)) y mediante integración numérica (paneles (b) y (d)), en función de la aceleración para distintas frecuencias del golpe. Para esta figura se utilizaron frecuencias de 40 Hz, 60 Hz y 80 Hz, mientras que la aceleración máxima del golpe varió entre 1 m/s² y 40 m/s².

Los resultados, tanto experimentales como por integración numérica, muestran que los coeficientes de reflexión y transmisión aumentan con la aceleración máxima del golpe. Además, la pendiente depende de la frecuencia. Este comportamiento concuerda con lo analizado en el Capítulo 4 (Fig. 4.6), donde C_r y C_t presentan una dependencia lineal con la aceleración, y sus valores también varían con la frecuencia del golpe.

Los coeficientes de reflexión obtenidos mediante integración numérica muestran concordancia con los valores experimentales, como se resume en la Tabla 5.1. Las pendientes y los coeficientes de determinación R^2 son similares en ambos casos, evidenciando una tendencia lineal. Al cuantificar la semejanza entre las curvas, el apartamiento relativo toma valores menores a 22 %, con

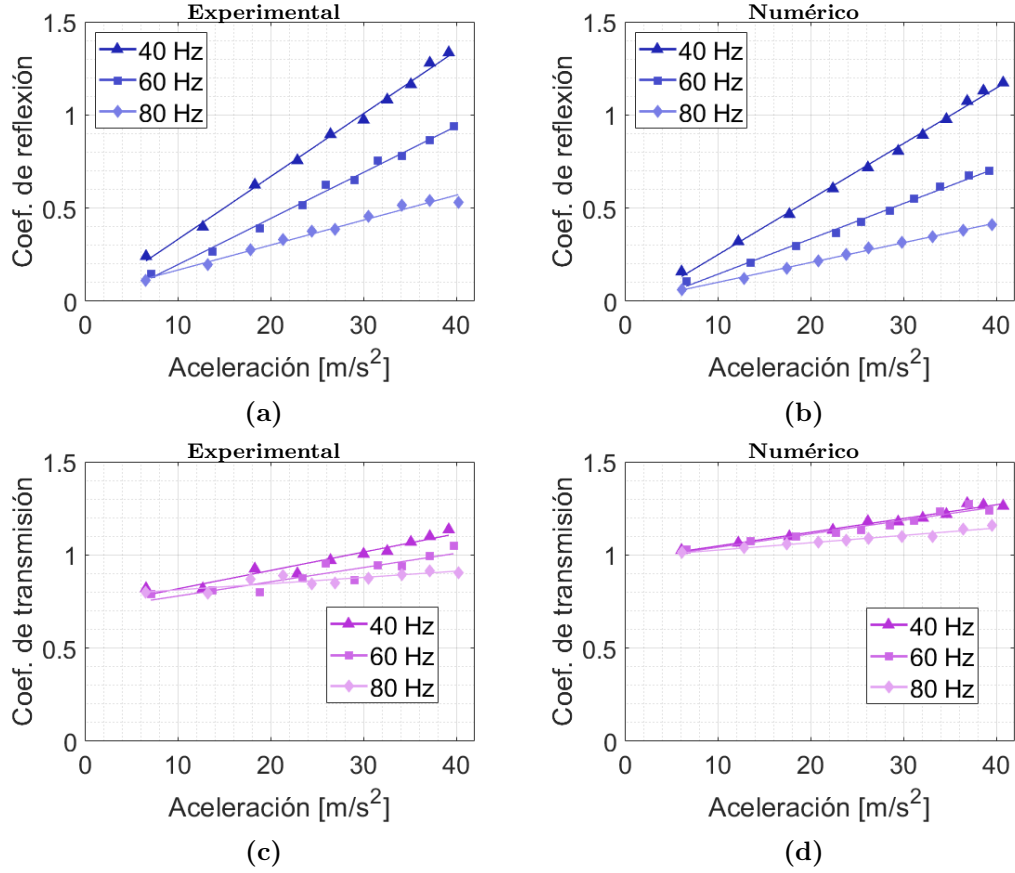


Figura 5.1: Comparación de la variación de los coeficientes de reflexión (paneles (a) y (b)) y transmisión (paneles (c) y (d)) en función de la aceleración máxima del golpe para tres frecuencias. Primera columna: resultados experimentales; segunda columna: integración numérica con golpe experimental. Los marcadores indican los valores obtenidos, y la línea sólida representa el ajuste por mínimos cuadrados.

mejor concordancia para las frecuencias de 40 Hz y 80 Hz.

En el caso del coeficiente de transmisión, también se observa correspondencia entre los resultados experimentales y los obtenidos mediante integración numérica. La Tabla 5.2 presenta los valores ajustados de pendiente, ordenada al origen y coeficiente de determinación R^2 , junto con el apartamiento relativo punto a punto entre ambas curvas.

Se emplea un ajuste lineal como primera aproximación, dado que el intervalo de aceleración analizado es pequeño y no corresponde al caso del golpe escalón que genera un comportamiento no lineal, como se muestra en la Fig. 4.6 (b).

Es importante señalar que, para calcular el apartamiento relativo, se suma una constante de 0.2 a las curvas experimentales de Ct con el fin de compensar

Tabla 5.1: Comparación entre coeficientes de reflexión experimentales y por integración numérica para las frecuencias analizadas. Se indican los valores ajustados de pendiente, ordenada al origen y coeficiente de determinación R^2 , junto con el apartamiento relativo porcentual entre curvas.

Frecuencia	Método	Pendiente (s^2/m)	Ordenada	R^2	Apartamiento relativo (%)
40 Hz	Experimental	0.034 ± 0.001	-0.01 ± 0.02	0.996	10
	Numérico	0.030 ± 0.001	-0.05 ± 0.02	0.997	
60 Hz	Experimental	0.025 ± 0.001	-0.05 ± 0.02	0.994	22
	Numérico	0.019 ± 0.001	-0.05 ± 0.01	0.995	
80 Hz	Experimental	0.013 ± 0.001	0.03 ± 0.02	0.983	11
	Numérico	0.011 ± 0.001	-0.01 ± 0.01	0.997	

el decaimiento por difracción. Así, ambas curvas parten desde 1.0, lo cual se justifica porque para la aceleración más baja del golpe la amplitud de la onda transmitida permanece constante y, en ausencia de difracción, el valor esperado de C_t es 1.

Aunque los valores de R^2 son ligeramente menores en comparación con los del coeficiente de reflexión, las pendientes y ordenadas en el origen mantienen el mismo orden de magnitud, y el apartamiento relativo porcentual no supera el 5 % en todos los casos. Esto respalda la capacidad del modelo para reproducir adecuadamente el comportamiento experimental observado.

Además, se recupera claramente la relación lineal entre la aceleración máxima del golpe y el coeficiente de reflexión C_r , observada previamente en Bacot et al. 2016 para 60 Hz. Este comportamiento se extiende aquí a las frecuencias de 40 Hz y 80 Hz, evidenciando la robustez del fenómeno. De manera análoga, también se identifica una relación lineal entre la aceleración máxima y el coeficiente de transmisión C_t , lo que amplía el alcance de los resultados reportados y confirma que ambos coeficientes responden de forma consistente ante variaciones en la aceleración del golpe. Estos análisis se realizaron para las tres frecuencias mencionadas, consolidando la caracterización del efecto del golpe sobre la reflexión y transmisión de ondas en el sistema.

Tabla 5.2: Comparación entre coeficientes de transmisión experimentales y numéricos para las frecuencias analizadas. Se indican los valores ajustados de pendiente, ordenada al origen y coeficiente de determinación R^2 , junto con el apartamiento relativo porcentual entre curvas.

Frecuencia	Método	Pendiente(s^2/m)	Ordenada	R^2	Apartamiento relativo (%)
40 Hz	Experimental	0.009 ± 0.001	0.72 ± 0.02	0.941	3
	Numérico	0.008 ± 0.001	0.97 ± 0.01	0.973	
60 Hz	Experimental	0.008 ± 0.001	0.70 ± 0.03	0.828	2
	Numérico	0.007 ± 0.001	0.97 ± 0.02	0.945	
80 Hz	Experimental	0.003 ± 0.001	0.78 ± 0.02	0.732	4
	Numérico	0.004 ± 0.001	0.99 ± 0.01	0.960	

5.2. Dependencia de los coeficientes de reflexión y transmisión con la frecuencia del golpe

La Fig. 5.2 presenta una comparación entre los coeficientes experimentales (paneles (a) y (c)) y los obtenidos mediante integración numérica (paneles (b) y (d)) en función de la frecuencia del golpe, para distintas aceleraciones máximas. Se consideraron frecuencias entre 20 Hz y 80 Hz, utilizando valores de aceleración máxima extraídos de los datos experimentales.

Los resultados, tanto experimentales como por integración numérica, muestran que los coeficientes de reflexión y transmisión aumentan con la aceleración del golpe. En particular, el coeficiente de reflexión presenta un pico en el rango de frecuencias bajas, entre 25 Hz y 35 Hz, comportamiento consistente con lo observado en el capítulo 4 (Fig. 4.7). En cambio, el coeficiente de transmisión no exhibe el aumento en frecuencias bajas esperado según esa misma figura.

Al comparar el coeficiente de reflexión (Cr) entre las curvas experimentales y las obtenidas mediante integración numérica, como se muestra en la Tabla 5.3, se observa un buen acuerdo entre ambos resultados. No obstante, se registra un mayor apartamiento relativo en las aceleraciones de 4.5 m/s^2 y 9.1 m/s^2 en comparación con la sección anterior. Esta discrepancia puede atribuirse a limitaciones experimentales en la medición de amplitudes pequeñas. Como se detalló en la Sec. 3.2, el sensor óptico cuenta con alta sensibilidad, pero el sistema de movimiento accionado por el motor, encargado de realizar las 200 mediciones, no es tan preciso, lo que puede afectar la exactitud en la medición de las amplitudes de las ondas y dificulta un análisis más detallado

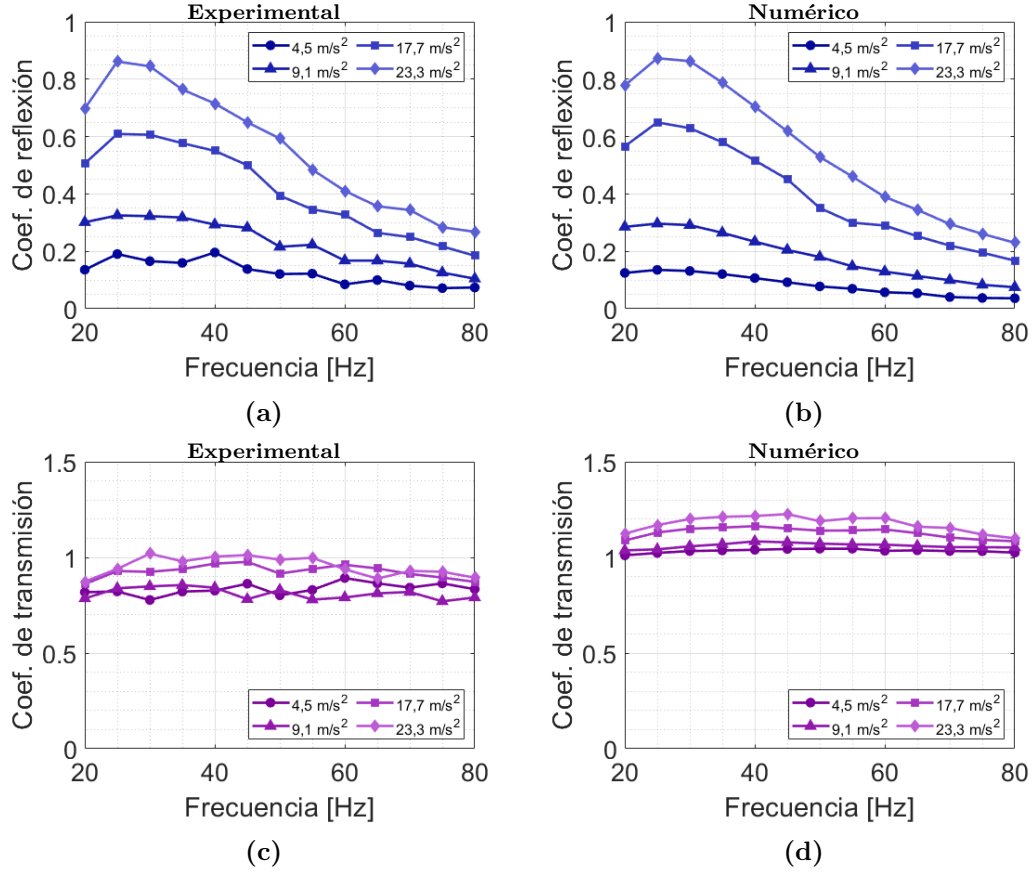


Figura 5.2: Comparación de los coeficientes de reflexión (paneles (a) y (b)) y transmisión (paneles (c) y (d)) en función de la frecuencia del golpe. Primera columna: medidas experimentales; segunda columna: integración numérica con golpe experimental.

al aplicar el filtro direccional descrito en la subsección 3.2.2.

No obstante, se recupera cualitativamente la presencia del máximo en el coeficiente de reflexión, así como su disminución posterior, en concordancia con lo previsto por el modelo para un golpe tipo escalón (Fig. 5.2). Además, se observa que este máximo en Cr se mantiene constante en el rango de 25 Hz a 30 Hz para las distintas aceleraciones analizadas. Como se muestra en las Fig. 4.7 y Fig. 4.9, la frecuencia a la que ocurre este máximo depende principalmente del valor del número de onda k de la onda y no de la aceleración máxima del golpe.

En cuanto al coeficiente de transmisión, las curvas experimentales y las obtenidas mediante integración numérica no reproducen el comportamiento observado previamente en la Fig. 4.7 donde se muestra que para bajas frecuencias el coeficiente Ct aumenta. Esta discrepancia puede explicarse por la

forma del golpe, que ya no corresponde a un escalón idealizado. Dado que ambos resultados tanto experimentales como por integración numérica muestran un comportamiento similar, se puede atribuir la diferencia a la forma del golpe que ya no es un escalón.

La Tabla 5.3 resume los valores de apartamiento relativo entre curvas para el coeficiente C_t , nuevamente en este caso se suma una constante de 0.2 para compensar la pérdida de amplitud por difracción. El apartamiento relativo punto a punto no supera el 5 %.

Estas diferencias muestran cómo pasar de un golpe idealizado tipo escalón a uno experimental modifica el efecto de filtrado del RTI, manteniendo cualitativamente el comportamiento del coeficiente de reflexión (C_r), pero modificando notablemente la respuesta del coeficiente de transmisión (C_t), especialmente en el rango de bajas frecuencias.

En resumen, este trabajo logra obtener tanto experimentalmente como mediante integración numérica los coeficientes de reflexión (C_r) y transmisión (C_t) para distintas frecuencias y aceleraciones del golpe, un aporte que hasta ahora no había sido reportado en la literatura sobre el fenómeno. Además, se confirma la presencia de un pico de amplitud en C_r en bajas frecuencias, evidenciando cómo el RTI actúa como un filtro sobre las componentes espectrales de la onda incidente. Este hallazgo representa una contribución novedosa y relevante para la comprensión y modelado del fenómeno, ampliando el conocimiento previo y ofreciendo nuevas perspectivas para futuros estudios.

Tabla 5.3: Apartamiento relativo porcentual entre coeficientes experimentales y por integración numérica para distintas aceleraciones máximas del golpe.

Aceleración máxima (m/s^2)	C_R Apartamiento relativo (%)	C_T Apartamiento relativo (%)
4.5	35	2
9.1	22	5
17.7	8	2
23.3	6	2

Capítulo 6

Conclusiones y Perspectivas

El presente trabajo tuvo como objetivo general el estudio teórico y experimental del fenómeno de Retorno Temporal Instantáneo RTI en ondas de gravedad en agua, con especial énfasis en la influencia de los parámetros del golpe, su aceleración y frecuencia, sobre la amplitud de las ondas reflejadas y transmitidas. Esta investigación se enmarca en una línea reciente que propone el retorno temporal de ondas mediante la alteración instantánea del medio de propagación. Este nuevo procedimiento es una alternativa al procedimiento del retorno temporal convencional, donde es necesario registrar la onda en una frontera, invertirla digitalmente y reemitirla.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que los coeficientes de reflexión C_r y transmisión C_t pueden ser modulados de manera controlada mediante los parámetros del golpe. En particular, se observó tanto en lo experimental como en el modelo de integración numérico, como la amplitud de la onda retornada crece linealmente con la aceleración máxima del golpe, lo cual valida el modelo inicial propuesto por Bacot (Bacot et al. 2019). Asimismo, el análisis espectral mostró un máximo del coeficiente de reflexión en un rango de frecuencia bien definido (20–40 Hz), mientras que el coeficientes de transmisión mostró una respuesta más suave, sin la presencia de un máximo tan marcado. Este comportamiento fue interpretado en términos de la superposición e interferencia de los dos pulsos generados por el cambio en la aceleración durante el golpe.

Además, se demostró que el rango de frecuencias donde se observa el máximo de la onda reflejada depende también del número de onda central k_0 , lo cual sugiere que es posible ajustar el golpe no sólo en función de sus parámetros propios, sino también según la estructura espectral de la onda incidente.

En conjunto, estos resultados constituyen un avance hacia el diseño de dispositivos basados en RTI para el control selectivo de ondas, actuando como filtros dinámicos en el tiempo.

Desde el punto de vista metodológico, este trabajo constituye un primer paso dentro del laboratorio hacia el estudio experimental del RTI, se desarrolló un montaje capaz de aplicar aceleraciones intensas a capas delgadas de fluido, así como técnicas de adquisición y análisis adecuadas para evaluar con precisión las distintas ondas.

Como perspectivas futuras, se propone incorporar un análisis que permita asociar incertidumbres a los cálculos de los coeficientes, a partir de los espectros espaciales y del nivel de ruido presente en la señal. Además, se abren varias líneas interesantes de trabajo. Una primera propuesta consiste en introducir inhomogeneidades en el medio de propagación, ya sea modificando la textura del fondo de la cuba o incorporando elementos difusores verticales. La idea es que la onda atravesase estas regiones desordenadas antes de aplicar el RTI, lo que permitiría explorar por primera vez en este sistema una configuración análoga a los experimentos de retorno temporal clásico en medios con dispersión múltiple. Una segunda línea a explorar es la modificación del perfil del golpe, utilizando señales compuestas por múltiples pulsos o pulsos separados temporalmente. Esto permitiría un control más fino sobre la propagación y abriría la posibilidad de seleccionar porciones específicas de la onda incidente para ser reflejadas.

En resumen, este trabajo sienta las bases para el estudio experimental del RTI en ondas de gravedad y demuestra su potencial como herramienta para el control dinámico de señales. Los resultados obtenidos invitan a continuar explorando este fenómeno en configuraciones más complejas, tanto desde el punto de vista fundamental como con vistas a futuras aplicaciones.

Referencias bibliográficas

- Bacot, V. (2017). *Manipulation d'ondes par transformation temporelle instantanée* [Thèse de doctorat]. Université Paris Diderot - Paris 7 [Soutenue le 09 janvier 2017, École doctorale Physique en Île-de-France, Institut Langevin - Ondes et Images].
- Bacot, V., Durey, G., Eddi, A., Fink, M., y Fort, E. (2019). Phase-conjugate mirror for water waves driven by the Faraday instability. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(18), 8809-8814.
- Bacot, V., Labousse, M., Eddi, A., Fink, M., y Fort, E. (2016). Time reversal and holography with spacetime transformations. *Nature Physics*, 12(10), 972-977.
- Barton, G. (1989). *Elements of Green's functions and propagation: potentials, diffusion, and waves*. Oxford University Press.
- Benech, N., Catheline, S., Brum, J., Gallot, T., y Negreira, C. A. (2009). 1-D elasticity assessment in soft solids from shear wave correlation: The time-reversal approach. *IEEE transactions on ultrasonics, ferro-electrics, and frequency control*, 56(11), 2400-2410.
- Brum, J., Catheline, S., Benech, N., y Negreira, C. (2008). Shear elasticity estimation from surface wave: the time reversal approach. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(6), 3377-3380.
- Brum, J., Benech, N., Gallot, T., y Negreira, C. (2021). Shear wave elastography based on noise correlation and time reversal. *Frontiers in Physics*, 9, 617445.
- Catheline, S., Benech, N., Brum, J., y Negreira, C. (2008). Time reversal of elastic waves in soft solids. *Physical review letters*, 100(6), 064301.
- d'Alembert, J. l. R. (1747). Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin*.

- de Mello, P., Perez, N., Adamowski, J., y Nishimoto, K. (2016). Wave focalization in a wave tank by using time reversal technique. *Ocean Engineering*, 123, 314-326.
- Fink, M. (1992). Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 39(5), 555-566.
- Fink, M. (1997). Time reversed acoustics. *Physics today*, 50(3), 34-40.
- Gallot, T., Catheline, S., Roux, P., Brum, J., Benech, N., y Negreira, C. (2011). Passive elastography: shear-wave tomography from physiological-noise correlation in soft tissues. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 58(6), 1122-1126.
- Garay, G., Abraham, Y., Benech, N., y Negreira, C. (2023). Time reversal of long coda waves: Experiments in the nonlinear regime. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 153(2), 1004-1014.
- Kundu, P. K., Cohen, I. M., Dowling, D. R., y Capecelatro, J. (2024). *Fluid Mechanics* (7.^a ed.). Elsevier.
- Larmat, C., Montagner, J.-P., Fink, M., Capdeville, Y., Tourin, A., y Clévéde, E. (2006). Time-reversal imaging of seismic sources and application to the great Sumatra earthquake. *Geophysical Research Letters*, 33(19).
- Lerosey, G., de Rosny, J., Tourin, A., Derode, A., Montaldo, G., y Fink, M. (2004). Time reversal of electromagnetic waves. *Physical review letters*, 92(19), 193904.
- Montaldo, G., Roux, P., Derode, A., Negreira, C., y Fink, M. (2001). Generation of very high pressure pulses with 1-bit time reversal in a solid waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6), 2849-2857.
- Parvulescu, A., y Clay, C. (1965). Reproducibility of signal transmissions in the ocean. *Radio and Electronic Engineer*, 29(4), 223-228.
- Perez, N. (2006). *Inversión temporal de ondas ultrasónicas en cavidades acústicas* [Tesis de Doctorado]. Universidad de la República.
- Przadka, A., Feat, S., Petitjeans, P., Pagneux, V., Maurel, A., y Fink, M. (2012). Time reversal of water waves. *Physical review letters*, 109(6), 064501.

Anexo A: Ondas de gravedad en capas delgadas de agua

Conocer la velocidad de propagación de las ondas de gravedad en agua es fundamental para interpretar correctamente el fenómeno de RTI. Estas ondas, que no son estrictamente ni transversales ni longitudinales, al generarse en una capa delgada de fluido, se ven afectadas tanto por la aceleración a la que está sometido el sistema como por la densidad del fluido y su tensión superficial.

En el régimen de ondas de gran longitud de onda, la gravedad actúa como principal fuerza restauradora. Sin embargo, en presencia de ondas más cortas y aguas poco profundas, la tensión superficial adquiere un papel predominante. La velocidad de fase c puede expresarse, considerando ambos efectos, mediante la siguiente relación (Kundu et al. 2024):

$$c = \sqrt{\left(\frac{g}{k} + \frac{\sigma k}{\rho}\right) \tanh(kh)}, \quad (\text{A.1})$$

donde g es la aceleración gravitatoria, σ la tensión superficial, ρ la densidad del fluido, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ el número de onda, y h la profundidad de la capa de fluido.

En el caso de aguas profundas, donde $kh \ll 1$, la función hiperbólica $\tanh(kh)$ puede aproximarse por kh . En cambio, cuando $kh \gg 1$, como en nuestro caso, esta función tiende a uno y puede despreciarse. En este régimen, la velocidad de fase se aproxima por:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k} + \frac{\sigma k}{\rho}}. \quad (\text{A.2})$$

En la figura A.1 se presenta un gráfico de esta expresión. La inclusión del término debido a la tensión superficial incrementa la velocidad de fase respecto al caso puramente gravitacional. Esto se debe a que una superficie libre más

”tensa” genera fuerzas restauradoras adicionales. No obstante, el efecto de la tensión superficial sólo se vuelve apreciable para longitudes de onda pequeñas. Bajo la suposición de aguas poco profundas ($\tanh(kh) \approx 1$), válida si $h > 0.28\lambda$, se obtiene:

$$\lambda_m = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}, \quad (\text{A.3})$$

y la correspondiente velocidad de fase mínima es:

$$c_{\min} = \left(\frac{4g\sigma}{\rho} \right)^{1/4}. \quad (\text{A.4})$$

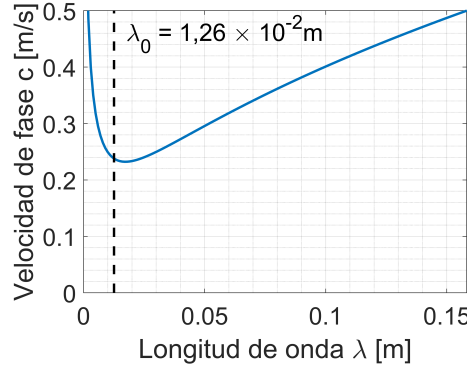


Figura A.1: Velocidad de fase de ondas de gravedad en agua en función de la longitud de onda, en el régimen de aguas poco profundas. La línea punteada indica el valor de referencia λ_0 . En la región donde se encuentra λ_0 se aprecia la influencia tanto de la tensión superficial como de la aceleración efectiva sobre la velocidad de fase correspondiente.

Para una interfaz aire-agua a 20 °C, con una tensión superficial de $\sigma = 0,074 \text{ N/m}$, se obtiene $\lambda_m = 1,7 \text{ cm}$ y $c_{\min} = 23 \text{ cm/s}$.

Las ondas con longitudes de onda menores que 7 cm, son significativamente afectadas por la tensión superficial. En particular, para $\lambda < 0,4 \text{ cm}$, esta fuerza domina completamente y los efectos gravitacionales pueden despreciarse.

Con esta caracterización, es posible plantearse la siguiente pregunta: ¿la aceleración vertical aplicada al fluido para inducir el RTI modifica de forma apreciable la velocidad de propagación de las ondas de gravedad?

En nuestro caso experimental se trabajó con una profundidad $h = 5 \text{ mm}$, longitudes de onda del orden de $k = 500 \text{ rad/m}$, y aceleraciones verticales de hasta $a = 50 \text{ m/s}^2$. Como referencia, se considera una longitud de onda:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0} = \frac{2\pi}{500} = 1,3 \times 10^{-2} \text{ m}, \quad (\text{A.5})$$

y una velocidad de fase inicial:

$$c_0 = \sqrt{\frac{g}{k_0} + \frac{\sigma k_0}{\rho}} \approx 0,24 \text{ m/s}. \quad (\text{A.6})$$

Cuando se aplica una aceleración efectiva adicional de $a = 50 \text{ m/s}^2$, la velocidad de fase se incrementa a:

$$c = \sqrt{\frac{g + a}{k_0} + \frac{\sigma k_0}{\rho}} \approx 0,40 \text{ m/s}. \quad (\text{A.7})$$

Este cambio representa una duplicación aproximada en la velocidad de propagación en un intervalo de tiempo muy corto, del orden de $\Delta t_{\text{ITM}} = 0,010 \text{ s}$, lo que demuestra que se puede lograr esta variación incluso en presencia de tensión superficial dominante.