

**XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SETIEMBRE DE 2012**

**DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NO ESTACIONARIA DE
MÚLTIPLES ESCALAS. APLICACIÓN A LA ALTURA DE OLA
SIGNIFICANTE EN LA COSTA ATLÁNTICA URUGUAYA**

Sebastián Solari^{1,2}, Kathryn Powell^{1,3}, Miguel A. Losada²

¹CMCISur – Universidad de la República, Uruguay

²IIISTA-CEAMA – Universidad de Granada, España

³Marine Affairs Program, Dalhousie University, Canada

ssolari@fing.edu.uy ; kathryn.a.powell@gmail.com ; mlosada@ugr.es

RESUMEN:

Los principales forzantes de los procesos físicos en los sistemas costeros y portuarios son los agentes marinos y atmosféricos – oleaje, viento, nivel de mar, etc. – los cuales son de naturaleza aleatoria, por lo que la forma más adecuada para su caracterización y cuantificación es mediante distribuciones de probabilidad.

En este trabajo se desarrolla un modelo de probabilidad no estacionario para la altura de ola significativa, que incluye las escalas de variabilidad anual (estaciones) y plurianual, expresadas éstas como la superposición de un ciclo anual medio y anomalías mensuales relacionadas con los índices climáticos AAO, TSA, SOI y NIÑO 3.4.

Se utiliza este modelo para estudiar la variabilidad del clima de altura de ola significativa en la costa atlántica uruguaya. Además se analiza la significancia estadística de los parámetros que cuantifican la influencia de los índices climáticos sobre la distribución de probabilidad de la altura de ola significativa, y se comparan los resultados obtenidos con los que se obtendrían mediante regresión lineal.

ABSTRACT:

The main forcing agents of the physical processes in harbor and coastal areas are the maritime and atmospheric agents -waves, wind, sea level, etc.- All these variables have stochastic characteristics, so the most appropriate way to characterize and quantify them is by means of probability distributions.

In this work a non-stationary probability model is developed for modeling the significant wave height, including the annual scales of variability (seasons) as well as some pluri-annual scales of variability, expressed as the superposition of the annual cycle and monthly anomalies related with the indices AAO, TSA, SOI and NIÑO 3.4.

The model is used to study the variability of the significant wave height in the Uruguayan Atlantic coast. In addition, the statistical significance of the parameters that quantify the influence of climatic indices on the probability distribution of significant wave height is analyzed, and the results are compared with those obtained by linear regression.

PALABRAS CLAVES: clima marítimo; distribuciones no estacionarias; variabilidad climática

INTRODUCCIÓN

Los sistemas costeros y portuarios están sujetos a distintas escalas de variabilidad espacial y temporal. Para su gestión eficiente se requiere conocer los procesos que están detrás de esta variabilidad y disponer de herramientas para la adecuada cuantificación de la misma.

Los principales forzantes de los procesos físicos en dichos sistemas son los agentes marinos y atmosféricos – oleaje, viento, nivel de mar, etc. – los cuales son de naturaleza aleatoria, por lo que la forma más adecuada para su caracterización y cuantificación es mediante distribuciones de probabilidad.

Por lo tanto es importante para el ingeniero disponer de distribuciones de probabilidad para cuantificar de forma adecuadas la probabilidad de ocurrencia de las variables antedichas, y que estas distribuciones sean capaces de incluir todas las escalas de variabilidad relevantes para el diseño, verificación o gestión de los sistemas costeros y portuarios.

Ejemplos prácticos en los que este tipo de distribuciones son de utilidad son el diseño y optimización de canales de navegación mediante técnicas de simulación de Monte Carlo (Solari et al. 2010), o el estudio a medio plazo de la evolución de la línea de costa (Payo et al. 2008).

OBJETIVOS

Desarrollar un modelo de probabilidad no estacionario para la altura de ola significativa, que incluya las escalas de variabilidad anual (estaciones) y plurianual, expresadas éstas como la superposición de un ciclo anual medio y anomalías mensuales relacionadas con distintos índices climáticos.

Utilizar este modelo para estudiar la variabilidad del clima de altura de ola significativa en la costa atlántica uruguaya, y analizar los procesos climáticos subyacentes.

ANTECEDENTES

Izaguirre et al. (2010) estudiaron a nivel global la influencia de distintos índices climáticos sobre el régimen extremal de alturas de ola significativa. En este trabajo se estudia la influencia de distintos índices en todo el rango de valores de altura de ola significativa, focalizando el análisis en la costa atlántica uruguaya. Para ello se utiliza la distribución de probabilidad mixta, no estacionaria, presentada en Solari y Losada (2011).

METODOLOGÍA

El modelo propuesto consiste en una distribución mixta compuesta de una distribución log-normal (LN) en la zona central y de dos distribuciones de Pareto generalizadas (GPD) para las colas superior e inferior

$$f(H_{m0}) = \begin{cases} f_1(H_{m0})F_{LN}(u_1) & H_{m0} < u_1 \\ f_{LN}(H_{m0}) & u_1 \leq H_{m0} \leq u_2 \\ f_2(H_{m0})[1 - F_{LN}(u_2)] & H_{m0} > u_2 \end{cases} \quad [1]$$

donde f_1 y f_2 son distribuciones GPD de mínimos y de máximos respectivamente, y f_{LN} y F_{LN} son la función de densidad de probabilidad (PDF) y de probabilidad acumulada (CDF) de la distribución LN. u_1 y u_2 son los parámetros de posición de las GPD, y representan el umbral de transición entre el régimen medio y las colas inferior (u_1) y superior (u_2).

Los parámetros del modelo son μ_{LN} , σ_{LN} , ξ , u_1 y u_2 , todos dependientes del tiempo. u_1 y u_2 se definen a través de un valor de probabilidad constante tal que $u_1 = F_{LN}^{-1}(P_1)$ y $u_2 = F_{LN}^{-1}(P_2)$. Por más detalles ver Solari y Losada (2011).

El modelo es no estacionario, con un ciclo anual medio sobre el cual se impone una variabilidad intermensual e interanual. El ciclo anual medio se tiene en cuenta representando los parámetros mediante series de Fourier, mientras que la variabilidad se incluye mediante una combinación lineal de las anomalías mensuales de los índices climáticos. Dado un parámetro θ de la distribución, el mismo se expresa mediante

$$\theta = \theta_0 + \sum_{l=1}^N \theta_{al} \cos(2l\pi t) + \theta_{bl} \sin(2l\pi t) + \sum_{j=1}^K \beta_j IND_j(t) \quad [2]$$

donde θ_0 es el valor medio del parámetro, θ_{al} y θ_{bl} son los coeficientes de la serie de Fourier que definen su ciclo medio anual, y β_j cuantifica la influencia relativa de la anomalía normalizada de los índices climáticos IND_j .

De forma paralela, a fin de facilitar la interpretación física de los parámetros del modelo, se realiza un estudio de regresión entre el campo de anomalías mensuales de los parámetros μ_{LN} , σ_{LN} y ξ en el Atlántico Sur y las anomalías mensuales de los distintos índices climáticos incluidos en [2]. En este caso los parámetros μ_{LN} , σ_{LN} y ξ se estiman mediante el método de los momentos usando los valores P_1 y P_2 obtenidos de ajustar el modelo [1].

RESULTADOS

Se utilizó una serie temporal de 21 años (1989-2009) de datos de altura de ola significativa obtenidos del programa ERA-Interim del European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF1), en las coordenadas 36OS 52OW, junto con las series temporales de la media mensual de cuatro índices climáticos: Antarctic Oscillation (AAO), Tropical South Atlantic Index (TSA), Southern Oscillation Index (SOI) y El Niño 3.4 (NINO34), obtenidas del Earth System Research Laboratory de NOAA².

El ajuste de los parámetros del modelo se realizó mediante máxima verosimilitud, minimizando el opuesto del logaritmo de la función de verosimilitud, utilizando para ello un método quasi-Newton de tipo BFGS incluido en Matlab© Optimization Toolbox y el método de optimización global Shuffled Complex Evolution (Duan et al. 1992), obteniéndose en ambos caso los mismos resultados.

La Tabla 1 presenta los parámetros del modelo ajustado a la serie de datos utilizada. La Figura 1 muestra el valor que toman los parámetros ajustados en función del tiempo, para los 21 años de datos utilizados. Para evaluar la bondad del ajuste obtenido con el modelo propuesto, la Figura 2 presenta la función de densidad de probabilidad media anual empírica y la obtenida con el modelo [1]. Al comparar ambas distribuciones se puede concluir que el ajuste obtenido con el modelo propuesto es bueno.

Respecto a qué tanta influencia tienen los distintos índices climáticos, la Tabla 2 muestra la influencia que una anomalía de valor igual a una desviación estándar de cada índice tiene sobre los parámetros, medida en porcentaje respecto de la amplitud del ciclo anual medio de los parámetros. Se observa que la influencia de los distintos índices no es uniforme para los distintos parámetros del modelo, y que, medido respecto al ciclo medio anual de los parámetros, las mayores influencias se tienen en el parámetro de forma de la cola superior de la distribución. Por otro lado, algunos de los valores obtenidos son tan bajos que surge la duda en cuanto a si los parámetros β_j obtenidos son estadísticamente significativos o no. Esto se analiza en la sección siguiente.

¹ <http://www.ecmwf.int/research/era/do/get/era-interim>

² <http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/climateindices/list/>

Tabla 1.- Valor estimado de los parámetros del modelo [1] a partir de los 21 años de datos de altura de ola significativa.

θ	θ_0	θ_{a1}	θ_{b1}	θ_{a2}	θ_{b2}	β_{AAO}	β_{TSA}	β_{SOI}	β_{NINO34}
μ_{LN}	0.597	-0.095	-0.035	-0.020	-0.018	0.005	0.030	0.015	0.029
σ_{LN}	0.305	-0.036	0.005	-	-	0.008	-0.001	-0.001	0.007
ξ_2	-0.050	0.010	0.008	-	-	-0.007	-0.039	-0.016	-0.016
z_1	-2.502	-	-	-	-	-	-	-	-
z_2	-0.266	-	-	-	-	-	-	-	-

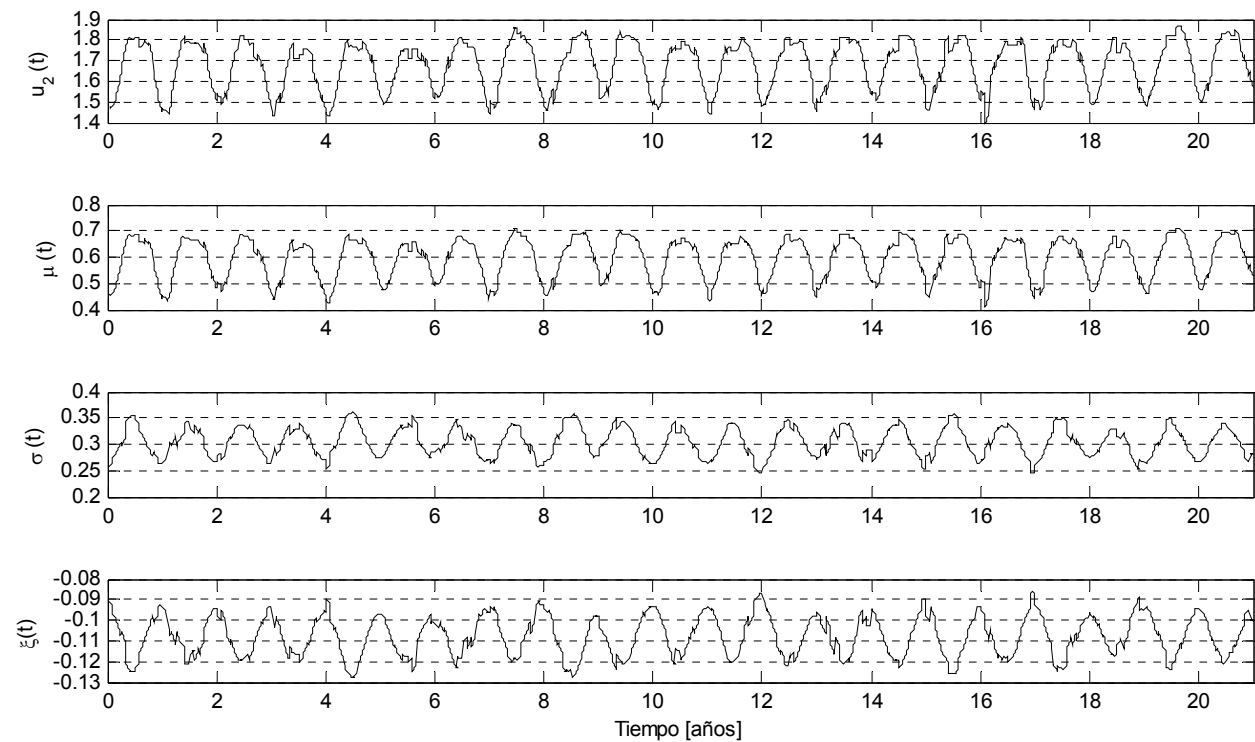


Figura 1.- evolución temporal de los parámetros u_2 , μ , σ y ξ .

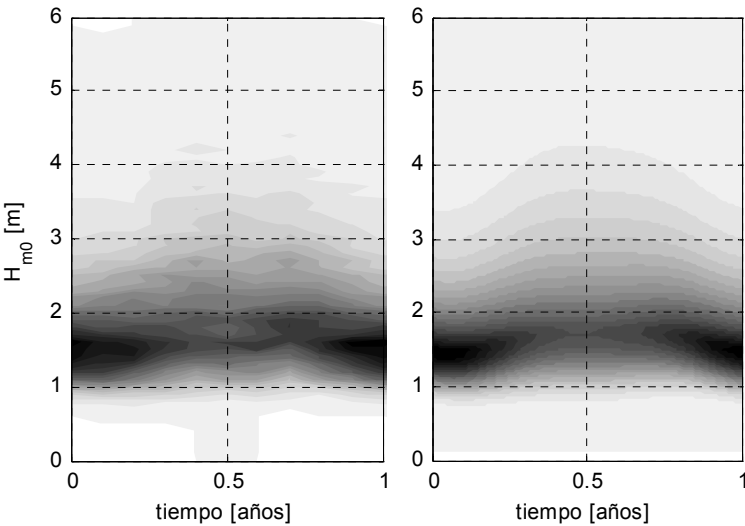


Figura 2.- Izq: PDF no estacionaria media anual empírica, correspondiente al período 1989-2009. Der.: PDF no estacionaria media anual obtenida con el modelo [1] para el período 1989-2009.

Tabla 2.- Aporte de una desviación estándar de anomalía de cada uno de los índices a cada uno de los parámetros, en relación al rango de variabilidad media del ciclo anual.

θ	AAO	TSA	SOI	NINO34
μ_{LN}	2 %	15 %	7 %	14 %
σ_{LN}	12 %	2 %	2 %	9 %
ξ_2	26 %	151 %	63 %	64 %

ESTUDIO DE SIGNIFICANCIA DE LOS PARÁMETROS β_j

Para determinar qué parámetros β_j son significativamente diferentes de cero, se calculó, para cada uno de ellos, el intervalo de confianza de 90% mediante el método del perfil de verosimilitud. Construido el perfil de verosimilitud se utiliza el *likelihood ratio test* con la hipótesis nula $\beta_j = 0$ y la hipótesis alternativa $\beta_j \neq 0$. Si el intervalo de confianza de 90% obtenido con el perfil de verosimilitud incluye al valor $\beta_j = 0$ entonces no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, y dado que dicho parámetro no es significativamente distinto de cero se asumirá que el mismo es igual a cero. Para una descripción del *likelihood ratio test* ver, por ejemplo, Coles (2001).

La Figura 3 presenta los perfiles de verosimilitud de los parámetros β_j correspondientes al parámetro de posición de la distribución log-normal μ . Se observa que para los cuatro índices analizados, los parámetros β_j obtenidos son significativamente distintos de cero (con significancia $\alpha=0,1$). Sin embargo, a pesar de ser significativos, la influencia de estos índices es relativamente baja si se la compara con las variaciones de ciclo anual (ver Tabla 2).

La Figura 4 presenta los perfiles de verosimilitud de los parámetros β_j correspondientes al parámetro de escala de la distribución log-normal σ . En este caso se observa que para los índices TSA y SOI no se rechaza la hipótesis nula ($\beta_j = 0$), lo cual es coherente con lo observado en la Tabla 2, en donde es evidente que el efecto de estos dos índices es casi despreciable (2%) comparado con la variación del ciclo anual del parámetro σ .

Por último la Figura 4 presenta los perfiles de verosimilitud de los β_j del parámetro de forma ξ de la distribución Pareto generalizada de la cola superior. En este caso se observa que para los parámetros β_j correspondientes al los índices AAO y NIÑO 3.4 no es posible rechazar la hipótesis nula. En contraste con lo observado para el parámetro σ , en donde los β_j que no son significativamente distintos de cero se asocian a una variación de σ pequeña respecto a su ciclo de variación anual, en este caso los β_j del índice AAO y del índice NIÑO 3.4 imponen una variación de 26% y 64% respectivamente, medida respecto al ciclo anual ξ (ver Tabla 2).

ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

Por último, para complementar el estudio se realiza un análisis de regresión lineal múltiple entre la altura de ola significativa y los distintos índices.

En primer lugar se calculó la regresión lineal múltiple entre la variable dependiente *anomalía de la media mensual de la altura de ola significativa* y las variables independientes *anomalía de los índices*. A modo de ejemplo, la Figura 6 presenta las iso-líneas del coeficiente de regresión de la anomalía de la altura de ola significativa media mensual con la anomalía del índice TSA. Se observa que, aunque en amplias zonas del océano Atlántico esta regresión tiene valores elevados, en la costa atlántica uruguaya estos son relativamente bajos (aproximadamente 0,03), aunque significativamente distintos de cero. Esto es coherente con el valor $\beta_{\mu, TSA}$ significativamente distinto de cero obtenido en la sección anterior, el cual, según la Tabla 2, tiene una influencia moderada en la variabilidad del parámetro μ .

Para obtener más información utilizando regresión lineal múltiple, se optó por realizar la regresión utilizando como variables independientes las anomalías mensuales de los parámetros μ , σ y ξ , calculados mediante el método de los momentos, utilizando para calcular ξ solamente el 60% superior de los datos de cada mes. El valor de 60% surge del parámetro z_2 de la Tabla 1 ($1-\Phi[z_2] = 0,6$).

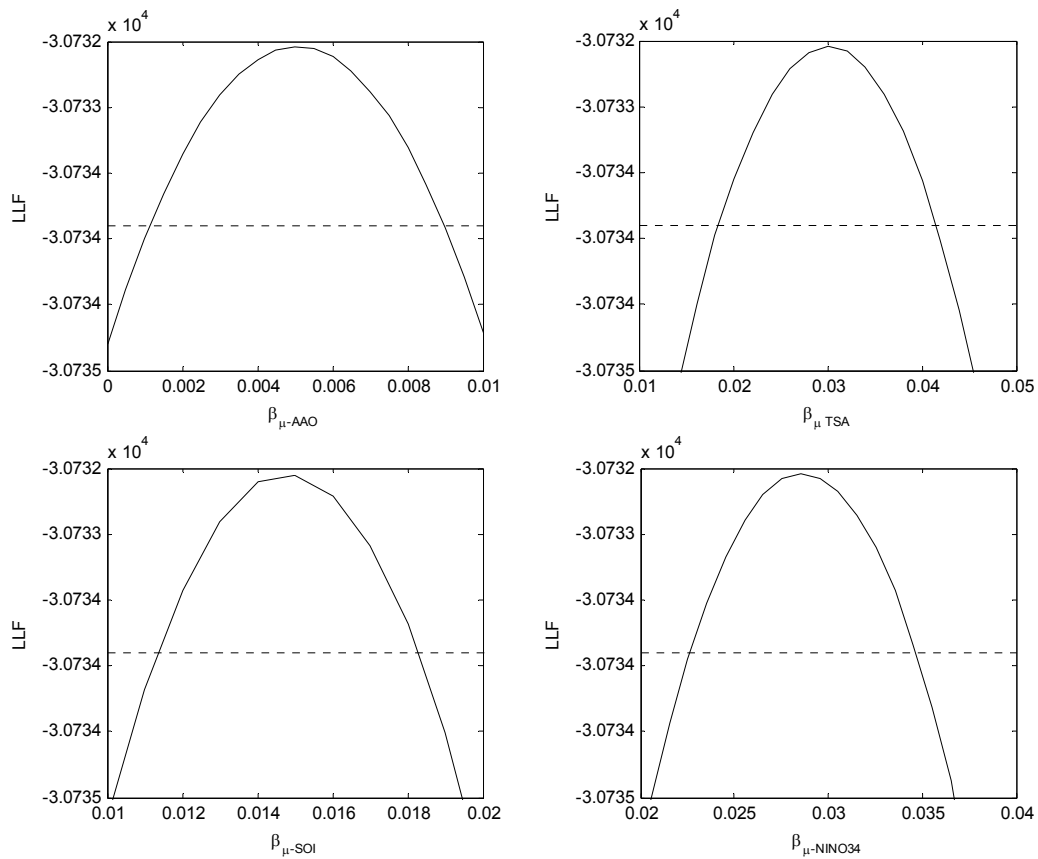


Figura 3.- Líneas continuas: Perfiles de máxima verosimilitud para los parámetros β_{μ_AAO} (arriba izq.), β_{μ_TSA} (arriba der.), β_{μ_SOI} (abajo izq.), β_{μ_NINO34} (abajo der.). Líneas punteadas: límite de 90% de confianza.

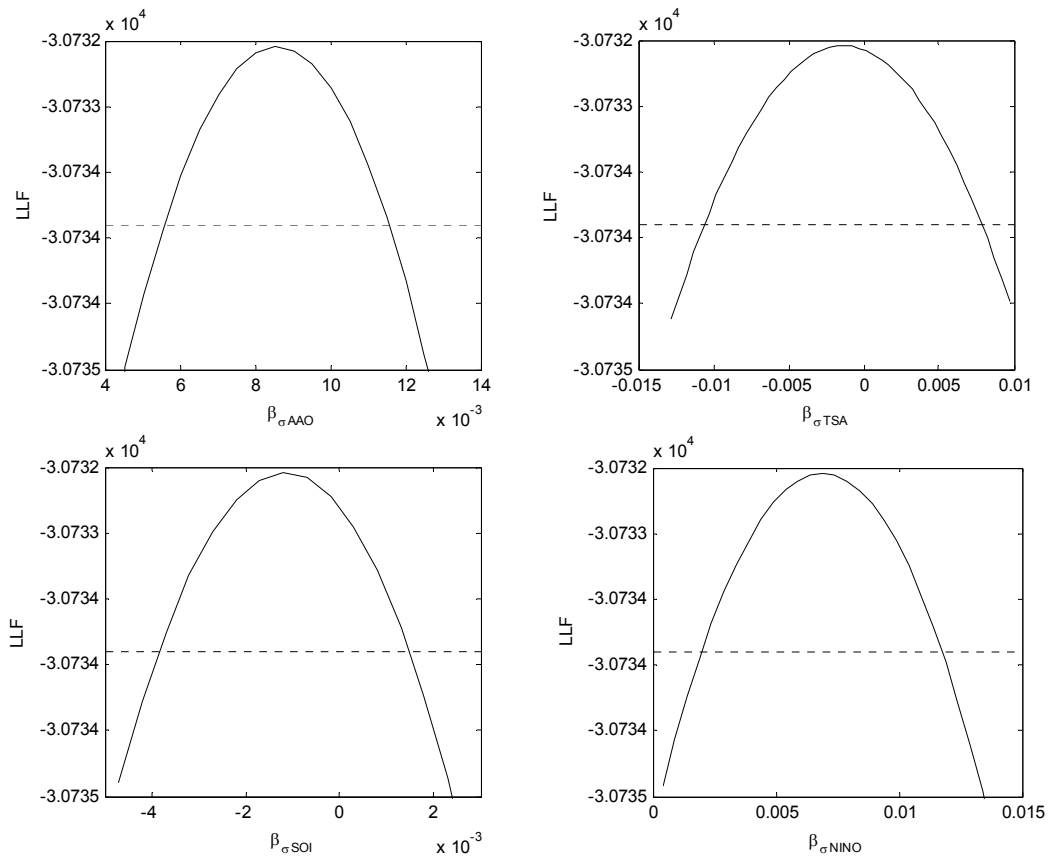


Figura 4.- Líneas continuas: Perfiles de máxima verosimilitud para los parámetros β_{σ_AAO} (arriba izq.), β_{σ_TSA} (arriba der.), β_{σ_SOI} (abajo izq.), β_{σ_NINO} (abajo der.). Líneas punteadas: límite de 90% de confianza.

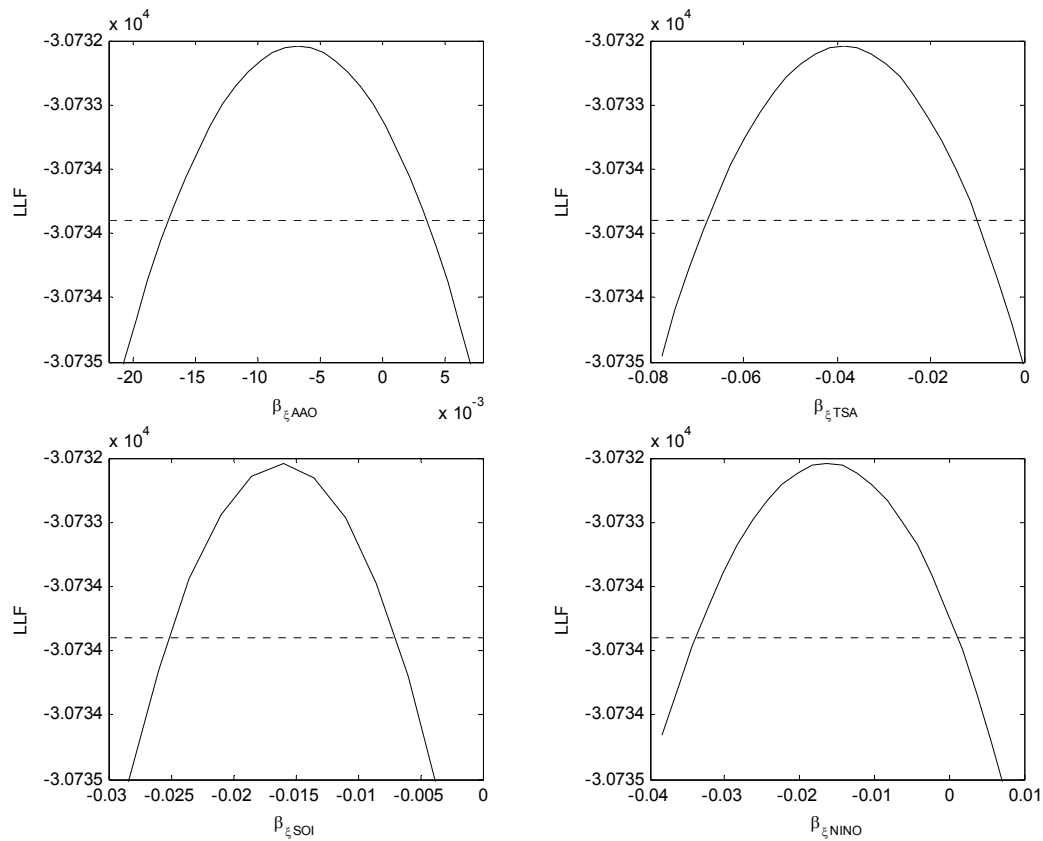


Figura 5.- Líneas continuas: Perfiles de máxima verosimilitud para los parámetros $\beta_{\xi AA0}$ (arriba izq.), $\beta_{\xi TSA}$ (arriba der.), $\beta_{\xi SOI}$ (abajo izq.), $\beta_{\xi NINO34}$ (abajo der.). Líneas punteadas: límite de 90% de confianza.

La Figura 7 presenta el coeficiente de regresión de la anomalía mensual de estos tres parámetros respecto a la anomalía mensual del índice TSA. Se observa que los coeficientes de regresión obtenidos tienen el mismo signo y orden de magnitud que los parámetros β_j incluidos en [2], aunque no tienen el mismo nivel de significancia que estos últimos.

Del análisis de los resultados obtenidos al utilizar la regresión lineal múltiple se desprende que éstos no son totalmente coincidentes con los obtenidos en la sección anterior en cuanto a qué índices tienen una influencia significativa en el clima de alturas de ola significativa en la costa atlántica uruguaya. En este sentido se entiende que es importante profundizar en el análisis y en la comprensión de los procesos que subyacen a las relaciones observadas.

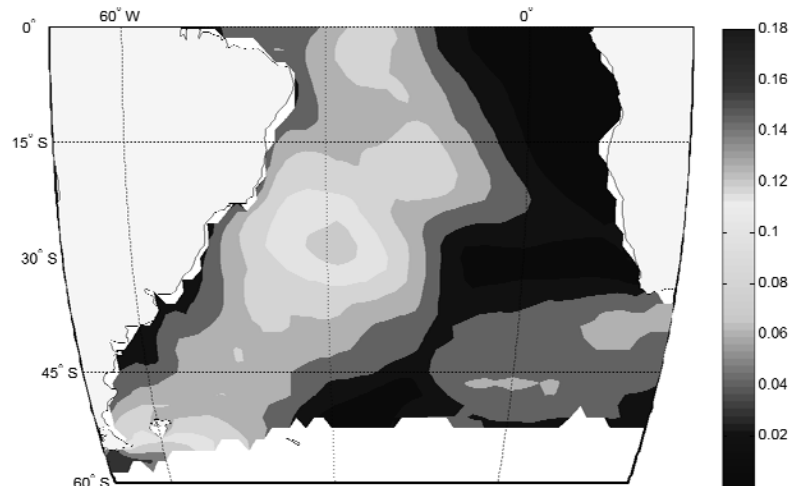


Figura 6.- Coeficiente de regresión lineal entre la altura de ola significativa y el índice TSA.

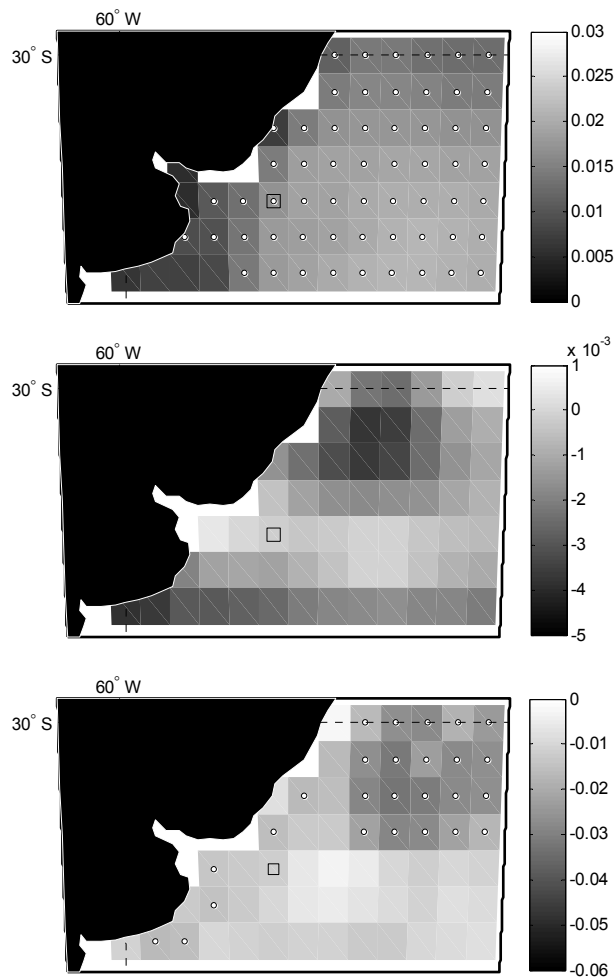


Figura 7.- Coeficiente de regresión lineal entre la anomalía mensual del índice TSA y la anomalía de los parámetros μ_{LN} (superior), σ_{LN} (centro) y ξ (inferior) estimados mediante el método de los momentos, usando los umbrales obtenidos de ajustar el modelo [2]. El punto de estudio se señala con un cuadrado. Los coeficientes de regresión estadísticamente significativos ($\alpha=0.2$) se señalan con círculos.

CONCLUSIONES

La metodología de trabajo propuesta permite incluir tanto ciclos anuales medios como anomalías respecto a los mismos en la función de distribución de probabilidad de la altura de ola significativa. Esto permite conocer la probabilidad de ocurrencia de distintos estados de mar condicionado al estado del sistema climático, caracterizado éste a través de las anomalías en los índices climáticos.

Los resultados obtenidos indican que la metodología propuesta es adecuada para cuantificar el efecto que los ciclos de variabilidad inter- y pluri-anual tienen sobre la distribución de probabilidad de la altura de ola significativa. En cuanto al uso de la regresión lineal múltiple, se concluye que si bien los resultados obtenidos son coherentes con los obtenidos con el modelo propuesto, no son idénticos en cuanto a la significancia estadística de los distintos índices, por lo que es necesario profundizar en la comprensión de los procesos climáticos que subyacen a la variabilidad observada en el clima de altura de ola significativa, lo cual es objeto de investigaciones en curso.

Por último, es importante mencionar que este análisis se complementa con el estudio de la variabilidad climática de la variable aleatoria *dirección de propagación del oleaje*. Para una descripción de cómo aplicar este tipo de modelos a la dirección del oleaje se refiere al lector a Solari y Losada (2012).

REFERENCIAS

- Coles, S.** (2001) “*An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*” Springer Series in Statistics, Springer.
- Duan, Q., S. Sorooshian y V. Gupta** (1992) “Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models” *Water Resource Research* 28(4) 1015-1031
- Izaguirre, C., F.J. Méndez, M. Menéndez, y I.J. Losada** (2011) “Global extreme wave height variability based on satellite data” *Geophys. Res. Lett.*, 38, L10607, doi:10.1029/2011GL047302.
- Payo, A., A. Baquerizo y M.A. Losada** (2008). “Uncertainty assessment: Application to the shoreline” *Journal of Hydraulic Research*, 46(1), 96–104.
- Solari, S., A. Moñino, A. Baquerizo y M.A. Losada** (2010). “Simulation model for harbor verification and managment” *Proceedings of the 32nd International Conference on Coastal Engineering 2010*, J. McKee Smith and P. Lynett (Eds.)
- Solari, S. y M.A. Losada** (2011). “Non-stationary wave height climate modeling and simulation”, *J. Geophys. Res.*, 116, C09032, doi:10.1029/2011JC007101.
- Solari, S. y M.A. Losada** (2012). “Parametric and non-parametric methods for the study of the variability of wave directions: application to the Atlantic Uruguayan coasts”, a ser publicado en *Proceedings of the 33th International Conference on Coastal Engineering 2012* (Aceptado).