



Universidad de la República  
Facultad de Ingeniería



**Parques Eólicos integrados a Redes Eléctricas:  
Desarrollo de Herramientas para el Estudio en Régimen y  
Contribuciones al Modelado para el Análisis Dinámico**

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería de la

Universidad de la República por

**Rafael Hirsch**

en cumplimiento parcial de los requerimientos

para la obtención del título de

Magister en Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis

**Dr. Ing. Pablo Monzón .....Universidad de la República**

Tribunal

**Ing. Simón Zejerman.....Universidad de la República**

**Msc. Ing. Michel Artenstein.....Universidad de la República**

**Dr. Ing. Alvaro Giusto.....Universidad de la República**

**Dr. Ing. Pedro Curto.....Universidad de la República**

**Montevideo**

**11 de Marzo de 2015**



## TABLA DE CONTENIDO

### Capítulo 1

1	INTRODUCCION.....	22
1.1.	Integración de parques eólicos en redes de transmisión: situación en Uruguay .....	22
1.2	Motivación.....	28
1.3	Tecnologías de aerogeneración .....	28
1.4	Estructura de la tesis .....	37
1.5	Bibliografía del capítulo 1 .....	40

### Capítulo 2

2	GENERACIÓN BASADA EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN: Determinación de las condiciones de operación en régimen.....	41
2.1	Principios básicos de funcionamiento de la máquina de inducción. ....	42
2.2	Circuito equivalente de la máquina de inducción .....	47
2.3	Cálculo del funcionamiento en régimen permanente de la máquina de inducción directamente acoplada a la red .....	50
2.3.1	Curvas características en régimen estacionario.....	50
2.3.2	Determinación de los puntos de operación .....	66
2.4	Cálculo de la operación en régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada .....	71
2.4.1	Ejemplos de aplicación .....	80
2.5	Bibliografía del capítulo 2 .....	86

## Capítulo 3

3	MODELADO Y ANALISIS DE LA OPERACIÓN EN RÉGIMEN DE REDES CON GENERACIÓN EÓLICA. ....	88
3.1	Modelo del aerogenerador de velocidad fija.....	89
3.1.1	Ejemplos de aplicación del modelo PQ.....	96
3.2	Determinación de la potencia mecánica en función del viento .....	103
3.2.1	Caso tecnología velocidad fija.....	103
3.2.2	Caso tecnología velocidad variable.....	107
3.3	Ejemplos de aplicación en análisis de redes.....	109
3.4	Casos considerando parque eólico basado en tecnología de velocidad fija.	112
3.4.1	Casos considerando parque eólico basado en tecnología de velocidad variable. ....	121
3.5	Bibliografía del capítulo 3 .....	123

## Capítulo 4

4	MODELADO Y ESTUDIOS DE TRANSITORIOS.....	125
4.1	Introducción .....	125
4.2	Objetivo Parcial 1: Ecuaciones de la máquina de inducción en relación con sus variables físicas.....	126
4.2.1	Flujo concatenado e inductancias: conceptos fundamentales .....	130
4.2.2	Ecuaciones de flujos concatenados y tensiones en variables de máquina ..	133
4.3	Objetivo Parcial 2: Teoría de marcos de referencia .....	142
4.3.1	Transformada de Clarke .....	143
4.3.2	Transformada de Park.....	148
4.4	Objetivo Parcial 3: Ecuaciones referidas a un marco de referencia arbitrario	158

4.4.1	Transformación de circuitos estacionarios a marcos de referencia arbitrarios.	158
4.5	Objetivo Parcial 4: Obtención del circuito equivalente .....	163
4.6	Objetivo Parcial 5: Replanteo de las ecuaciones a los efectos del procedimiento computacional para su resolución .....	171
4.7	Objetivo Parcial 6: Modelo de la máquina de inducción en ambiente Simulink	180
4.7.1	Cálculo del desplazamiento angular $\theta$ .....	181
4.7.2	Transformada directa de Park .....	181
4.7.3	Modelo de la máquina de inducción .....	183
4.7.4	Transformada inversa de Park .....	192
4.8	Biblioteca de modelos desarrollados para sistemas de potencia.....	194
4.9	Aplicaciones.....	219
4.9.1	Normalización de parámetros y confirmación del funcionamiento del modelo fundamental de la máquina de inducción. ....	219
4.9.2	Modelo del aerogenerador.....	227
4.10	Bibliografía del capítulo 4 .....	239

## Capítulo 5

5	CONCLUSIONES .....	241
5.1	Estudios en régimen .....	242
5.2	Modelos para análisis dinámico y simulaciones de casos .....	244
5.3	Evaluación final y desafíos futuros .....	244

## Apéndice A

Modelo del sistema mecánico de las turbinas eólicas .....	241
A.1 Modelo aerodinámico del rotor de la turbina .....	247
A.2 Transmisión mecánica.....	258
A.3 Sistema de control .....	264
A.4 Bibliografía del apéndice A.....	277

## Apéndice B

Funciones Matlab para el estudio de la operación en régimen de la máquina de inducción.....	241
---	-----

## Apéndice C

Funciones Matlab para el estudio de la operación en régimen de la máquina de inducción doblemente alimentada .....	241
--	-----

## Apéndice D

Funciones Matlab para estudios de flujo de carga con generación eólica basada en máquina de inducción incorporadas a la red.....	241
--	-----

## RESUMEN

La generación eólica es un recurso que está presentando una gran expansión, lo que motiva comprender las tecnologías presentes en los aerogeneradores bien como su impacto en la integración de estos en las redes eléctricas.

La tecnología que ha impulsado el desarrollo de aerogeneradores y que ha posibilitado la explotación a nivel industrial de los mismos, es el uso de la máquina de inducción en la modalidad de generador.

Si bien actualmente en la industria de la aerogeneración coexisten tanto tecnologías basadas en el generador de inducción como también las basadas en el generador síncrono, en esta tesis se profundizará en el primero, ya sea por ser la tecnología más difundida como también por tratarse aún de un tema atípico en la literatura más difundida de máquinas.

La máquina de inducción se presenta entonces como el “hilo conductor” de esta tesis en sus capítulos fundamentales. Desde su estudio en forma aislada analizando algunas de sus características constructivas, modelos matemáticos y la aplicación de estos para obtener diferentes condiciones operativas. Hasta llegar, en una primera etapa, al análisis de flujo de carga en redes eléctricas, donde se desarrollan los métodos numéricos clásicos de análisis con la variante de la inclusión de

aerogeneradores basados en la máquina de inducción como también su fuente primaria: el viento.

También se aborda el comportamiento dinámico, para lo cual se tomó una decisión significativa: no se hacen análisis usando modelos disponibles comercialmente si no que, en esta tesis se desarrollan modelos propios. Es claro que esto implicó no solo el desarrollo del modelo de la máquina sino también de otros elementos que componen una red, como ser transformador, línea, interruptor, equivalente Thevenin, cargas, bien como elementos mecánicos: rotor, transmisión mecánica entre rotor y generador. Esta decisión si bien tiene una ventaja evidente respecto al conocimiento cabal de cada modelo, no fue posible dentro del marco de este trabajo desarrollar una biblioteca extensa, aunque el hecho de haber sentado una base tanto para mejora de los modelos desarrollados como de desarrollo de nuevos modelos es un hito importante.

### **Palabras Clave**

Máquina de inducción, aerogenerador, velocidad fija, jaula de ardilla, rotor bobinado, DFIG, flujo de carga, compensación de reactiva, transformada de Park, huecos de tensión.



## Tabla de figuras

Figura 1.1: Tabla proyectos generación eólica operativos (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica [1]) .....	22
Figura 1.2: Tabla proyectos generación eólica privados en desarrollo (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica [1]) .....	23
Figura 1.3: Tabla proyectos generación eólica con participación de UTE (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica [1]) .....	24
Figura 1.4: Red de transporte nacional (cortesía Estudios y proyectos de transmisión – UTE) .....	25
Figura 1.5: Parque eólico R del Sur (foto cortesía R del Sur).....	26
Figura 1.6: Puesto de conexión y medida “Francisco Veira” (foto cortesía R del Sur).....	27
Figura 1.7: Aerogenerador basado en tecnología de velocidad fija.....	29
Figura 1.8: Motor de inducción trifásico del tipo jaula de ardilla (foto cortesía Weg do Brasil) .....	30
Figura 1.10: Aerogenerador basado en el concepto DFIG [2].....	31
Figura 1.11: Aerogenerador de velocidad variable basado en generador síncrono de imanes permanentes [2] .....	35
Figura 2.1: Aspectos constructivos de la máquina de inducción del tipo jaula de ardilla y detalles constructivos del rotor (foto cortesía Weg do Brasil).....	43
Figura 2.2: Rotor bobinado .....	44
Figura 2.3: Representación esquemática del estator (caso un par de polos) [1].	45

Figura 2.4: Esquema conceptual del campo girante del estator rodeando al rotor (caso un par de polos) .....	46
Figura 2.5: Modelo clásico de la máquina de inducción .....	48
Figura 2.8: Equivalente Thevenin alternativo al de la figura 2.7. ....	52
Figura 2.9: Curva deslizamiento contra par en el eje, máquina 1 HP.....	58
Figura 2.10: Deslizamiento contra potencia en el eje, máquina de 1 HP.....	58
Figura 2.11: Deslizamiento contra potencia reactiva en bornes de máquina.....	61
Figura 2.12: Deslizamiento contra potencia activa en bornes de máquina.....	62
Figura 2.13: Generador de inducción rotor bobinado, con resistencia externa.....	63
Figura 2.14: Deslizamiento contra potencia activa en bornes de una máquina de 350 kVA, 660V .....	65
Figura 2.15: Ilustración puntos de operación de $s$ estable .....	68
Figura 2.16: Esquema de una configuración DFIG .....	71
Figura 2.17: Circuito equivalente monofásico de una configuración DFIG .....	72
Figura 2.18: Circuito equivalente monofásico de una configuración DFIG .....	73
Figura 2.19: Generador DFIG y equivalente Thevenin para ejemplo de aplicación .....	80
Figura 3.1: Representación en régimen de la máquina de inducción .....	89
Figura 3.2: Transformación $Y \rightarrow \Delta$ .....	90
Figura 3.3: Transformación del equivalente Norton al Thevenin .....	91
Figura 3.4: Modelo equivalente para análisis de flujo de carga.....	92

Figura 3.5: Equivalente $\Delta$ de la figura 3.2.....	93
Figura 3.6: Equivalente $\Delta$ de la figura 3.2.....	94
Figura 3.7: Estudio de requerimiento de reactiva en función de la potencia mecánica .....	99
Figura 3.8: Estudio de requerimiento de reactiva en función de la potencia de corto y relación X/R.....	101
Figura 3.9: Vista en planta para visualización de zonas críticas de baja tensión. .....	102
Figura 3.10: Estudio de la potencia mecánica en el eje del rotor para diferentes velocidades del viento.....	106
Figura 3.11: variación del $C_p \lambda, \beta$ para diferentes valores de $\lambda$ .....	107
Figura 3.12: Red de distribución para estudio de interconexión eléctrica.....	109
Figura 3.13: Línea de distribución de la red de la figura 3.12.....	112
Figura 3.14: Evolución de la potencia mecánica y potencia activa inyectada a la red.....	113
Figura 3.15: Evolución de la potencia reactiva consumida por el parque eólico. .....	114
Figura 3.16: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC). .....	115
Figura 3.17: Inclusión de un banco de capacitores fijo de 2.6 MVA. ....	116
Figura 3.18: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) con compensación capacitiva fija .....	117
Figura 3.19: Red con compensación capacitiva variable.....	120

Figura 3.20: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) con compensación capacitiva variable.....	121
Figura 3.21: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) para diferentes factores de potencia del parque .....	122
Figura 4.1: Diagrama de bloques implementación del modelo de la máquina de inducción y otros modelos para análisis de transitorios.....	126
Figura 4.2: Máquina de inducción trifásica, de un par de polos, conectada en estrella. ....	129
Figura 4.3: Ejemplo de circuito magnético acoplado.....	130
Figura 4.4: Esquema representativo de las distancias del entrehierro en una máquina de inducción. ....	136
Figura 4.5: Jaula de ardilla para rotores de este tipo (foto cortesía WEG). ....	141
Figura 4.6: Esquema de transformaciones para llegar a un marco de referencia arbitrario.....	143
Figura 4.7: Representación esquemática de la transformada de Clark. ....	145
Figura 4.8: Representación en el tiempo corrientes trifásicas y sus correspondientes transformadas de Clarke.....	148
Figura 4.9: Representación esquemática de la transformación de un eje bifásico estático a otro eje bifásico rotando a una velocidad arbitraria. ....	150
Figura 4.10: Representación en el tiempo de las corrientes del sistema bifásico fijo de Clarke y el sistema bifásico móvil a velocidad arbitraria.....	153
Figura 4.11: Representación de los desplazamientos angulares entre el eje real del rotor (fase a), ejes de Clarke y ejes dq. ....	156

Figura 4.12: Circuito equivalente de la máquina de inducción trifásica respecto a un marco de referencia arbitrario. ....	167
Figura 4.13: Circuito equivalente de la máquina de inducción trifásica respecto a un marco de referencia arbitrario en términos de reactancias. ....	170
Figura 4.14: Representación esquemática de la implementación del modelo de la máquina de inducción. ....	180
Figura 4.15: Implementación cálculo del desplazamiento angular. ....	181
Figura 4.16: Implementación de la Transformada de Park. ....	182
Figura 4.17: Cálculo del flujo concatenado por segundo $\psi_{qs}$ .....	184
Figura 4.18: Macro para el cálculo de $\psi_{qs}$ .....	184
Figura 4.19: Modelo completo para la resolución de las ecuaciones diferenciales .....	185
Figura 4.20: Implementación de $\psi_{mq} = x_{m} l \psi_{qs} s X_{ls} + \psi'_{qr} r X'_{lr}$ (Notación: F corresponde a $\psi$ ) .....	186
Figura 4.21: Implementación de: $i_{qs} = 1 X_{ls} \psi_{qs} - \psi_{mq}$ .....	187
Figura 4.22: Macros agrupando $\psi_{mq}$ y $i_{qs}$ .....	187
Figura 4.23: Implementación de: $T_e = 3 P 2 1 \omega_b \psi_{qs} s \psi'_{dr} - \psi'_{qr} r \psi_{ds}$ .....	188
Figura 4.24: Macros agrupando $T_e$ .....	189
Figura 4.25: Implementación y agrupamiento de $\omega_r \omega_b$ .....	190
Figura 4.26: Modelo completo de la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario. ....	191
Figura 4.27: Implementación transformada inversa de Park. ....	192

Figura 4.28: Macros que integran el modelo .....	193
Figura 4.29: Red eléctrica y su esquema de representación en el Simulink utilizando la técnica del nodo dinámico. ....	195
Figura 4.30: Representación del nodo de interconexión entre elementos mediante un capacitor parásito. ....	196
Figura 4.31: Implementación del “nodo dinámico”.....	198
Figura 4.32: El “nodo dinámico” insertado como macro dentro de un circuito. ....	199
Figura 4.33: Mismo circuito anterior, “disfrazado” de barra a los efectos de claridad del circuito. ....	199
Figura 4.34: Circuito trifásico RL serie. ....	201
Figura 4.35: Resistencia. ....	202
Figura 4.36: Modelo del equivalente Thevenin.....	203
Figura 4.37: Macro del equivalente Thevenin y cuadro de diálogo.....	203
Figura 4.38: Diagrama de bloques de la turbina de velocidad fija. ....	205
Figura 4.39: Diagrama de bloques de la turbina de velocidad fija (con actuador de “pitch”).....	207
Figura 4.40: Diagrama equivalente de la transmisión mecánica, modelo de dos masas visto del lado generador.....	209
Figura 4.41: Diagrama de bloques de la transmisión mecánica rotor-generador. .....	211
Figura 4.42: Diagrama de bloques de la fase a de una línea de transmisión. ..	212

Figura 4.43: Diagrama de bloques de la fase a del interruptor.....	216
Figura 4.44: Representación del circuito implementado para el modelo del interruptor.....	217
Figura 4.45: Aplicación verificación funcionamiento del modelo de la máquina de inducción.....	219
Figura 4.46: Cuadro de diálogo de la máquina de inducción.....	220
Figura 4.47: Corrientes en el estator.....	224
Figura 4.48: Torque aplicado al eje y torque eléctrico.....	225
Figura 4.49: Velocidad rotórica, velocidad sincrónica .....	225
Figura 4.50: Modelo del aerogenerador de velocidad fija: modelos que lo componen .....	227
Figura 4.51: Macro del modelo del aerogenerador.....	228
Figura 4.52: Curvas características de la turbina generada desde el cuadro de diálogo, a partir de los datos de entrada .....	229
Figura 4.53: Velocidad del rotor del generador .....	230
Figura 4.54: Velocidad de la turbina (palas).....	231
Figura 4.55: Torque mecánico turbina, torque eléctrico estator.....	231
Figura 4.56: Corrientes instantáneas y rms en fase a del estator.....	232
Figura 4.57: Aerogenerador interconectado a una red de potencia.....	233
Figura 4.58: Modelo de fuente trifásica con huecos de tensión programables.....	234

Figura 4.59: Tensión entrada a la línea, entrada aerogenerador.....	235
Figura 4.60: Corrientes en el estator, instantáneo y rms en fase a .....	236
Figura 4.61: Velocidad de la turbina .....	237
Figura 4.62: Velocidad de la turbina, caso inestable .....	238
Figura A.1: Esquema del viento incidiendo en el rotor de un aerogenerador ..	248
Figura A.2: Relación entre el coeficiente de potencia y el TSR para diferentes ángulos de pitch .....	238
Figura A.3: Medida de torque mecánico en una turbina eólica al variar el ángulo del perfil $\beta$ .....	238
Figura A.4: Esquema modelo dos masas y alternativa masa única .....	238
Figura A.5: Esquema de la transmisión mecánica, modelo de dos masas.....	238
Figura A.6: Esquema de una caja de engranajes típica. ....	238
Figura A.7: Esquema de turbina con control activo. ....	238
Figura A.8: Diagrama del control activo por ángulo de paso .....	238



## Principales símbolos utilizados

### Parámetros impuestos por la red

$f$  - frecuencia (Hz).

$S_{cc}$  - Potencia de cortocircuito en un punto seleccionado de la red (kVA o MVA).

$\varphi_{cc}$  - Fase de la  $S_{cc}$  (°).

$X/R$  - Relación reactancia por resistencia asociados a la potencia de cortocircuito  $S_{cc}$  vista desde una barra determinada de la red.

### Máquina de inducción: parámetros eléctricos.

$V_s$  - Tensión en el estator ( $V_{rms}$ ).

$\varphi_s$  - Ángulo de la tensión del estator (rad).

$V_r$  - Tensión en el rotor ( $V_{rms}$ ).

$\varphi_r$  - Ángulo de la tensión del rotor (rad).

$I_s$  - Corriente por el estator ( $A_{rms}$ ).

$\theta_s$  - Ángulo de la corriente del estator (rad).

$I_r$  - Corriente en el rotor ( $A_{rms}$ ).

$\theta_r$  - Ángulo de la corriente del rotor (rad).

$I_m$  - Corriente en al rama de magnetización ( $A_{rms}$ ).

$P_{eje}$  o  $P_m$  - Potencia en el eje del rotor (W o kW).

$T_{eje}$  - Torque o par en el eje del rotor (N.m).

$P_{bornes}$  o  $P_s$  - Potencia activa en bornes (o estator) de máquina (W o kW).

$P_r$  - Potencia activa en el rotor de máquina (W o kW).

$Q_{bornes}$  - Potencia reactiva en bornes de máquina (VAr o kVAr).

$R_s$  - Resistencia del estator ( $\Omega$ ).

$X_s$  - Reactancia del estator ( $\Omega$ ).

$X_m$  - Reactancia magnetización ( $\Omega$ ).

$R_r$  - Resistencia del rotor ( $\Omega$ ).

$X_r$  - Reactancia del rotor ( $\Omega$ ).

$R_{FE}$  - Resistencia representativa de la pérdidas en el núcleo ( $\Omega$ ).

#### Máquina de inducción: parámetros mecánicos.

$w$  - velocidad angular (rad/s).

$w_s$  - velocidad angular de sincronismo o velocidad síncrona (rad/s).

$w_m$  - velocidad angular del motor (normalmente se refiere al eje rotor) (rad/s).

$n_s$  - Velocidad de sincronismo (rpm).

$n_m$  - Velocidad del motor (normalmente se refiere al eje rotor) (rpm).

$s$  - Deslizamiento.

$p$  - Número de pares de polos.

$J$  - Constante de inercia ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )

$D$  - Coeficiente de amortiguamiento ( $\text{Nm}\cdot\text{s}/\text{rad}$ )

$K$  - Rigidez del eje ( $\text{Nm}/\text{rad}$ )

Máquina de inducción: parámetros asociados a las transformadas.

$v_{as} \ v_{bs} \ v_{cs}$  - Tensiones instantáneas por fase del estator (V).

$v'_{ar} \ v'_{br} \ v'_{cr}$  - Tensiones instantáneas por fase del rotor vistas desde el estator (V).

$i_{as} \ i_{bs} \ i_{cs}$  - Corrientes instantáneas por fase del estator (V).

$i'_{ar} \ i'_{br} \ i'_{cr}$  - Corrientes instantáneas por fase del rotor vistas desde el

$\lambda_{as} \ \lambda_{bs} \ \lambda_{cs}$  - Flujo magnético concatenado por fase del estator (Wb).

$\lambda'_{ar} \ \lambda'_{br} \ \lambda'_{cr}$  - Flujo magnético concatenado por fase del rotor visto desde el estator (Wb).

$r_s$  - Resistencia de cada devanado del estator ( $\Omega$ ).

$r'_r$  - Resistencia de cada devanado del rotor visto desde el estator ( $\Omega$ ).

$L_{ls}$  - Inductancia de fuga del estator (H).

$L'_{lr}$  - Inductancia de fuga del rotor visto del estator(H).

$L_{ms}$  - Inductancia de magnetización del estator (H).

$\Phi_n$  - Flujo de fuga producido por la corriente que circula por la bobina  $n$  y concatena cada espira de la propia bobina  $n$  (Wb).

$\Phi_{mn}$  - Flujo de magnetización, producido por la corriente que fluye por la bobina  $n$  y concatena a cada espira de de todas las bobinas del circuito magnético (Wb).

$N_n$  - Nro. equivalente de espiras de la bobina  $n$ .

$i_\alpha$  e  $i_\beta$  - Corrientes que circulan por los bobinados del circuito estacionario (A).

$T_{\alpha\beta 0}$  - Matriz de transformada de Clark.

$i_{qs}$   $i_{ds}$  - Corrientes que circulan por bobinados estáticos referidos a un marco de referencia arbitrario (A).

$i'_{qr}$   $i'_{dr}$  - Corrientes que circulan por bobinados rotóricos (vistos desde el estator) referidos a un marco de referencia arbitrario (A).

$T_{qd0}$  - Matriz de transformada de Park.

$\lambda_{qs}$   $\lambda_{ds}$  - Flujos magnéticos concatenados en el bobinado estático referidos a un marco de referencia arbitrario (Wb).

$\lambda'_{qr}$   $\lambda'_{dr}$  - Flujos magnéticos concatenados en el bobinado rotórico (vistos desde el estator) referidos a un marco de referencia arbitrario (Wb).

$\psi_{qs}$   $\psi_{ds}$  - Flujos magnéticos concatenados por segundo en el bobinado estático referidos a un marco de referencia arbitrario (Wb/s).

$\psi'_{qr}$   $\psi'_{dr}$  - Flujos magnéticos concatenados en el bobinado rotórico (vistos desde el estator) referidos a un marco de referencia arbitrario (Wb/s).

### Parámetros del rotor y transmisión mecánica.

$\rho$  - Densidad del aire ( $\text{kg/m}^3$ )

$R$  - Radio del rotor del aerogenerador (m)

$A$  - Área de barrido del rotor ( $\text{m}^2$ )

$v$  - Velocidad del viento (m/s)

$C_p$  - Coeficiente de potencia

$\lambda$  - Velocidad específica o *tip speed ratio*

$\beta$  - Angulo de paso de o ángulo de *pitch* ( $^\circ$ )

$J$  - Constante de inercia ( $\text{kg.m}^2$ )

$D$  - Coeficiente de amortiguamiento ( $\text{Nm.s/rad}$ )

$K$  - Rigidez del eje ( $\text{Nm/rad}$ )

## 1 INTRODUCCION

### 1.1. Integración de parques eólicos en redes de transmisión: situación en Uruguay

La red de nacional de transporte de energía eléctrica (figura 4), está comenzando a experimentar un cambio drástico. Siendo la inclusión de aerogeneradores el principal factor de este cambio.

Veamos la situación actual (2015) [1]:

Proyectos operativos				Actualización: 19/02/2015
Convoc	Empresa	Pot autorizada (MW)	Departamento	Entrada operación
-	Agroland	0,45	Maldonado	mar-07
77/006	Nuevo Manantial	18	Rocha	jun-08
-	Caracoles I (UTE)	10	Maldonado	dic-08
-	Caracoles II (UTE)	10	Maldonado	jun-10
77/006	Kentilux	17,2	San José	may-11
-	Engraw	3,6	Florida	ene-13
-	Blengio	1,8	San Jose	jul-13
424/011	R del sur	50	Maldonado	abr-14
403/009	Palmatir	50	Tacuarembó	may-14
-	Togely s.a.	7,7	San José	jul-14
159/011	Luz de rio	50	Florida, Flores	ago-14
77/006	Luz de mar	18	Florida	ago-14
159/011	Gemsa	42	Lavalleja	set-14*
77/006	Luz de loma	18	Florida	nov-14
424/011	Polesine	50	Florida	nov-14
UTE	Artilleros (UTE-Elektrobras)	65,1	Flores	dic-14*
UTE	Juan Pablo Terra (UTE)	67,2	Artigas	dic-14*
424/011	Cadonal	50	Flores	feb-15
		529		

Figura 1.1: Tabla proyectos generación eólica operativos (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica [1])

De los proyectos listados arriba, Caracoles I y II, R del Sur y Palmatir, se encuentran interconectados a la red de transmisión de 150 kV. La entrada en servicio de Caracoles II en el 2010 comenzó a poner a Uruguay en el mapa de países con generación eólica. Agregándose en este año 2014 los primeros parques de gran porte, R del Sur y Palmatir

A seguir los proyectos en desarrollo:

Proyectos en construcción - privados			Actualización: 24/04/2015	
Convoc	Empresa	Parque	Pot instalada(MW)	Departamento
403/009	Fingano	Carapé	50	Maldonado
159/011	Agua leguas	Peralta I y II	117,5	Tacuarembó
424/011	Estrellada	Melowind	50	Cerro Largo
424/011	Molino de rosas	Molino de rosas 50 MW	50	Maldonado
424/011	Astidey	Talas del Maciel I	50	Flores
424/011	Libertador II (ex Noukar)	Libertador IV	50	Lavalleja
424/011	Vientos de pastoreale	Nuevo pastoreale I	49,2	Flores
424/011	Grupo Cobra (ex Tulifox)	Kiyú	48,6	San José
424/011	Vengano	Carapé II	40	Maldonado
424/011	Ladaner	Cerro Grande	58,5	Cerro Largo
<b>Total</b>			<b>564</b>	

Figura 1.2: Tabla proyectos generación eólica privados en desarrollo (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica

[1])

Proyectos en construcción - UTE				Actualización: 27/01/2015
Convoc	Empresa	Parque	Pot instalada(MW)	Departamento
UTE	UTE	Colonia Arias	70	Florida, Flores
UTE	UTE	Valentines	70	Treinta y Tres
UTE	UTE	Pampa	140	Tacuarembó
UTE	UTE	Andresito	50	Flores
Leasing	Teyma	Palomas	71	Salto
<b>Total</b>			<b>401</b>	

Figura 1.3: Tabla proyectos generación eólica con participación de UTE (fuente: DNTN-MIEM, Programa de Energía Eólica [1])

Si bien por un lado no es esperable que todos estos proyectos se concreten (el hecho que se consideren en proyectos en curso, no necesariamente implica en construcción, en algunos casos se trata de haber iniciado cuestiones formales), por otro algunos tal vez se amplíen. En concreto el total de potencia eólica a instalar en Uruguay en el corto plazo es del orden de los 1500 MW. Siendo que la potencia de generación convencional instalada (hidráulica + térmica, incluyendo los 600 MW del ciclo combinado de punta del tigre en construcción) es del orden de los 3000 MW. Las fuentes de energía eólica llegará entonces a más del 30% del total, este porcentual es muy poco común en el contexto mundial, únicamente Dinamarca está por encima de este guarismo.



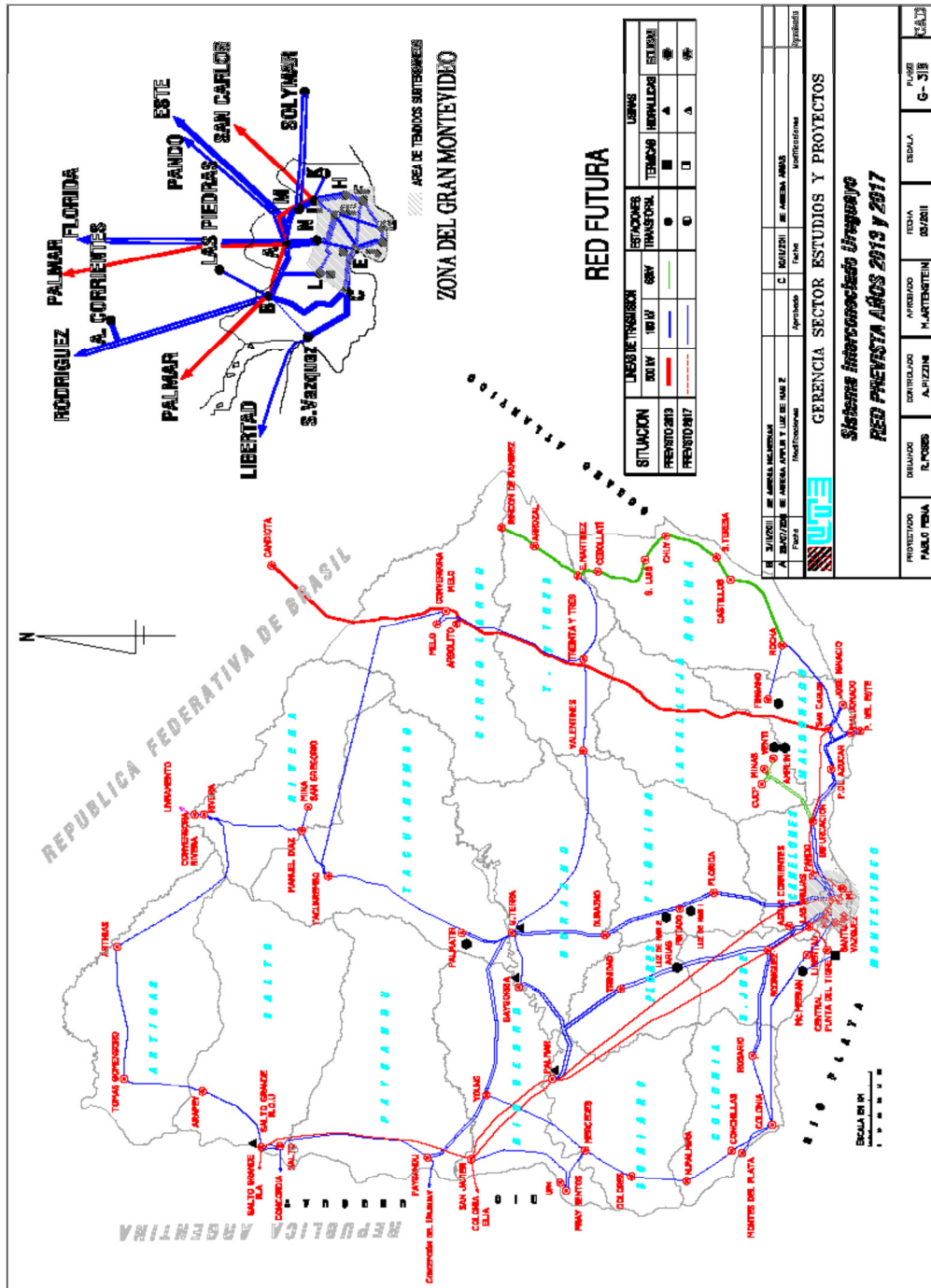


Figura 1.4: Red de transporte nacional (cortesía Estudios y proyectos de transmisión – UTE)

Veamos de cerca de que se trata, en la figura abajo se ve el parque eólico ya mencionado de la empresa R del Sur.



Figura 1.5: Parque eólico R del Sur (foto cortesía R del Sur)

Este parque de 50 MW consta de 25 aerogeneradores de 2 MW cada uno, y a los efectos de la integración a la red esta empresa construyó la estación “Francisco Veira”, que se ve en la figura abajo, (formalmente estas estaciones se las conoce como PCM, puesto de conexión y medida).



Figura 1.6: Puesto de conexión y medida “Francisco Veira” (foto cortesía R del Sur)

Le energía generada por el parque eólico se concentra entonces en esta estación. A la derecha se ve el transformador que eleva la tensión del parque eólico a 150 kV. Bien a la izquierda se ve parte del perfil de la primera torre de la línea de transmisión, que interconecta este parque a la estación de transmisión de UTE “San Carlos”, quedando de esta forma el parque eólico integrado a la red de transporte nacional.

## 1.2 Motivación

Aerogeneradores están formando parte de “la vida diaria” de las redes de energía eléctrica. Se entiende fundamental estudiar los conceptos y desarrollar herramientas para análisis. Esta tesis tiene un perfil más bien académico que industrial. La idea es que lo que aquí se ha desarrollado sirva para fortalecer la formación en el perfil potencia del ingeniero eléctrico, en particular en asignaturas relacionadas con máquinas eléctricas o análisis de sistemas de potencia. Asimismo esta tesis dejó sentadas bases para mejorar y complementar lo que aquí se ha desarrollado, lo que se podrá hacer en el ámbito de los proyectos de fin de carrera u otras maestrías ya apuntando también aplicaciones industriales específicas.

## 1.3 Tecnologías de aerogeneración

La presentación de las diferentes tecnologías de aerogeneración se basa en la exposición del profesor Guillermo O. García en ocasión de las jornadas iberoamericanas para el desarrollo de energía eólica, Cartagena de indias 2010 [2].

Las tecnologías dominantes en materia de aerogeneración las podemos clasificar en:

## Tecnología de velocidad constante o “concepto Danés”

Se encuentra representado en la figura abajo y sus principales componentes son:

- Rotor (palas)
- Caja multiplicadora
- Máquina de inducción
- Transformador elevador

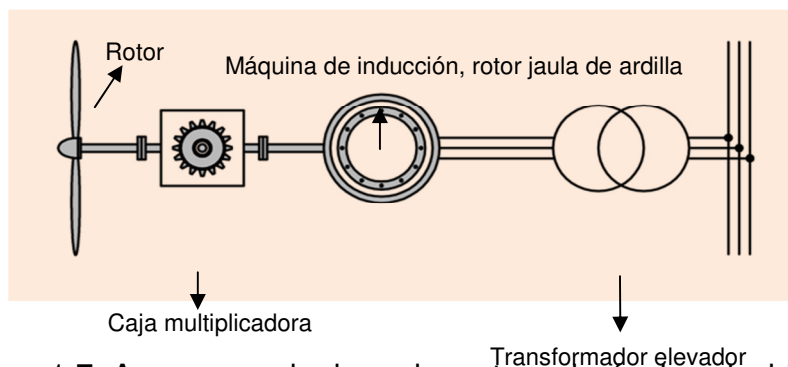


Figura 1.7: Aerogenerador basado en tecnología de velocidad fija

El principio de esta tecnología es relativamente simple, y allí reside una de sus ventajas, junto con la robustez además de ser la tecnología más económica.

La generación está basada en la máquina de inducción del tipo rotor jaula de ardilla, la que se conecta directamente a la red a través de un transformador elevador. Una característica muy importante es que al no contar con elementos conmutadores basados en electrónica de

potencia no inyecta armónicos a la red, por lo que en este sentido no afecta la calidad del suministro de energía

En la foto abajo se muestra una máquina de inducción, del tipo que normalmente se usa como motor.

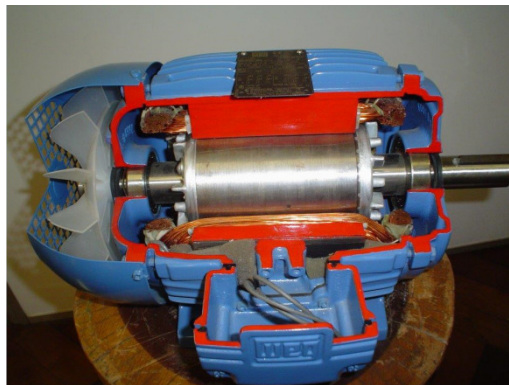


Figura 1.8: Motor de inducción trifásico del tipo jaula de ardilla (foto cortesía Weg do Brasil)

El rotor del tipo jaula de ardilla consiste en barras conductoras cortocircuitadas en sus extremos, normalmente el rotor se recubre con chapa de acero (como el caso de la foto) tanto para aumentar su robustez como para direccionar el flujo magnético. Además de robusta es el tipo de máquina más económica.

Las máquinas de inducción son máquina de alta velocidad mientras que la rotación de los rotores es mucho más lenta, para “compatibilizar” ambas velocidades se requiere de una caja multiplicadora de tres etapas.

Este es un elemento complicado en los aerogeneradores, por su peso, además de ser el elemento más sujeto a desgaste y por lo tanto el que requiere mayor mantenimiento. La figura abajo nos da una idea de la envergadura de este elemento.



Figura 1.9: Caja multiplicadora [3]

La simplicidad de esta tecnología conlleva su vez con sus principales desventajas:

- Al ser una tecnología de velocidad fija, esto es, la velocidad está impuesta por la frecuencia de la red, no es posible optimizar su rendimiento (buscar siempre la máxima transferencia de potencia) en función de la velocidad.
- La velocidad fija (en el rango de  $\pm 1\%$  de la velocidad nominal) implica también mayor estrés mecánico y eléctrico.

- La necesidad de una caja multiplicadora es una desventaja en sí mismo.
- La máquina de inducción absorbe potencia reactiva de la red para su excitación.
- No puede controlar la potencia reactiva.
- Ante huecos de tensión se desexcita, acelerándose, pueden actuar las protecciones y desconectarse del sistema. En caso de reconectarse absorbe una gran cantidad de reactiva, lo que puede dificultar la recuperación de la red en el punto de conexión.

Los aspectos constructivos y principio de funcionamiento de la máquina de inducción se abordan en el capítulo 2. Por otro lado como mencionado arriba esta máquina demanda reactiva de la red, por lo que es necesario instalar compensación de reactiva sea por bancos de capacitores o compensación estática. El estudio de la compensación en función de los parámetros de la máquina y de la red a la cual está conectada se trata en el capítulo 3. Asimismo los aspectos que tiene que ver con el rotor y sus diferentes, formas de control y la transmisión mecánica hacia el generador se desarrollan en el apéndice A.



### Tecnología de velocidad variable limitada

Dentro de este tipo de generadores, el más difundido es el concepto DFIG, de sus siglas en inglés, Double Fed Induction Generator (Generador de Inducción Doblemente Alimentado). Su esquema se muestra en la figura abajo y las principales diferencias constructivas respecto a la tecnología de velocidad fija son:

- Se mantiene la máquina de inducción como elemento generador, aunque éste ahora es del tipo rotor bobinado.
- Presenta una segunda alimentación a la red a través del rotor y por intermedio de un convertor back-to-back.

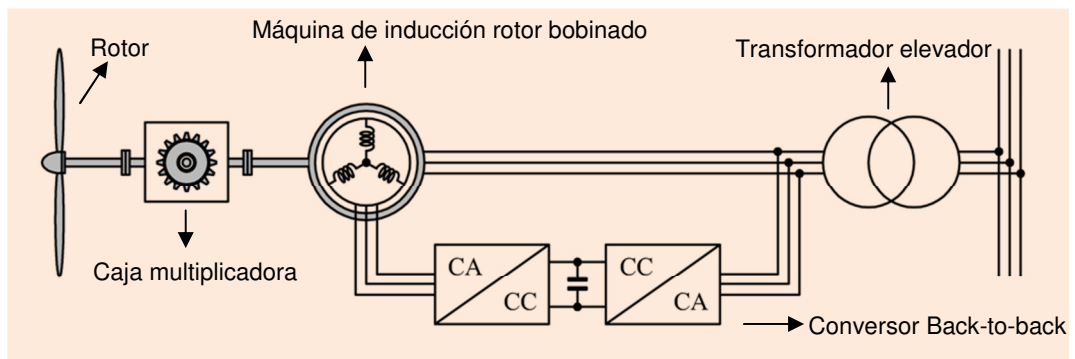


Figura 1.10: Aerogenerador basado en el concepto DFIG [2]

Su particularidad más sobresaliente respecto a la tecnología de velocidad fija es justamente que es capaz de variar la velocidad del rotor independiente de la frecuencia de la red. La variación de velocidad podría ser del 100%, pero con el objetivo de limitar la potencia (aprox. 1/3 de la nominal) y el costo de la electrónica de potencia, se limita a un 30%.

Asimismo la velocidad variable suaviza el estrés mecánico y optimiza el rendimiento de la turbina, “buscando” siempre inyectar a la red la **máxima potencia disponible en el viento**. La electrónica de potencia permite controlar las potencias activa y reactiva independientemente, bien como, y esto es una diferencia fundamental respecto a la velocidad fija, esta **potencia reactiva sea inyectada a la red**. Esta propiedad hace los aerogeneradores de velocidad variable se transformen además en elementos de control, pudiendo ser configurados en uno u otro de los modos siguientes:

- Control de potencia reactiva, esto es, mantener un valor constante de generación o consumo de reactiva a un valor prefijado.
- Control de tensión, modulando la potencia reactiva se logra mantener la tensión igual a un valor prefijado.

Aún presenta una serie de desventajas como ser:

- Aún requiere de caja multiplicadora (peso, costo y mantenimiento).
- La máquina de inducción con rotor bobinado opera con anillos deslizantes: mayor mantenimiento.

Estos aerogeneradores en general vienen provistos con turbinas del tipo control “activo”. Aunque esta característica no depende de la tecnología del generador. En general los aerogeneradores de velocidad fija son provistos de rotores del tipo

control “pasivo” y los de tecnología variable control “activo”.  
Detalles del control de turbina se muestran en el apéndice A.

### Tecnología de velocidad variable

En este caso el generador que normalmente se usa es el síncrono, aunque no del tipo convencional, sino de imanes permanentes. El objetivo es instalar un número de imanes tal que la velocidad nominal pueda ser reducida al orden de la velocidad del rotor, y con esto, **se logra eliminar la caja multiplicadora.**

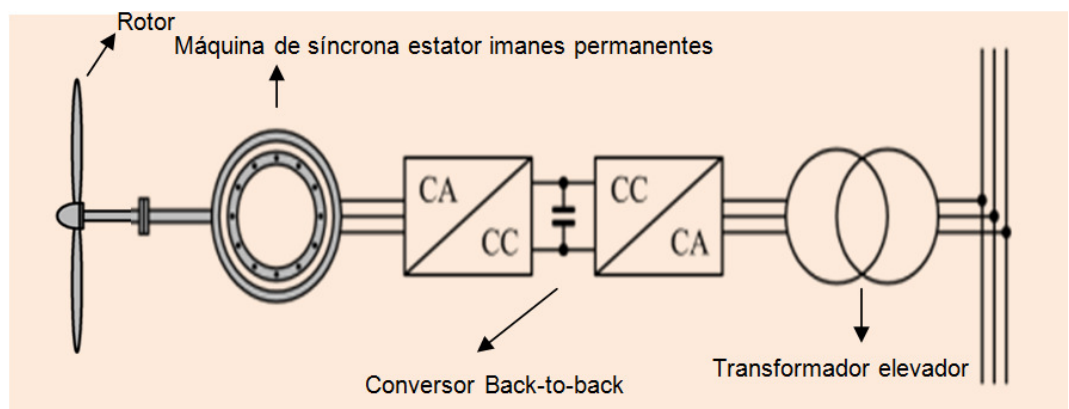


Figura 1.11: Aerogenerador de velocidad variable basado en generador síncrono de imanes permanentes [2]

Desde los bornes del generador se conecta a la red a través de un convertidor AC-AC, esto es, al contrario del caso anterior, aquí se convierte el 100% de la potencia generada.

En general posee las mismas ventajas operativas que el caso anterior aunque ahora agregamos:

- La ausencia de la multiplicador a y los imanes permanentes permiten obtener un mayor rendimiento, aunque en parte compensado por las mayores pérdidas debido a que el 100% de la potencia pasa por el convertidor AC-AC. Aunque en el balance el rendimiento se mantiene por encima del DFIG.
- No tiene contactos móviles

Y entre sus debilidades:

- Son generadores especiales de alto costo, en particular debido a la aleación especial con que están contruidos los imanes permanentes, además que pueden desmagnetizarse por sobre temperatura.

En esta tesis esta tecnología no es tratada en forma específica, aunque los estudios de flujo de carga presentados en el capítulo 3, son válidos en general para cualquier tipo de tecnología de velocidad variable, ya que los estudios no requieren de la introducción de una tecnología específica, sino de su capacidad operativa en cuanto al control de potencia reactiva o control de tensión.

## 1.4 Estructura de la tesis

Los capítulos 2, 3 y 4 son los centrales de esta tesis complementados con respectivos apéndices. Siendo la máquina de inducción el elemento fundamental e iniciador de la explotación de la energía eólica a nivel industrial, se le dedicó el capítulo 2. Se inicia con una descripción de sus características constructivas fundamentales y del principio de funcionamiento, seguido de la obtención del circuito equivalente y las ecuaciones que gobiernan sus magnitudes físicas. Esto arma las bases para el desarrollo de un software para la obtención de las curvas características de la máquina y puntos de operación, tanto en su modalidad motor como de generador. Con el modelo propio de la máquina, para estudios en régimen, armado, se desarrolla el cálculo de la operación de la máquina de inducción doblemente alimentada (DFIG). Nuevamente se desarrolla la teoría y la aplicación computacional que permite el estudio en régimen de una DFIG. El software desarrollado para este estudio se basa en un método numérico para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que resultan del modelo teórico. Ejemplos de aplicación para diversos modos de operación de la DFIG son presentados.

En el capítulo 3, se desarrolla una herramienta computacional para análisis de flujo de carga, se trata de la herramienta convencional a la

que se le incorporan funcionalidades vinculadas con la generación eólica:

- la determinación de la potencia disponible en el eje de la máquina, según si se trata de aerogeneradores de tecnología de velocidad fija o variable, en función de la velocidad del viento (dato de entrada).
- Modelo explícito de la máquina de inducción para el caso de tecnología de velocidad fija. En el caso de esta tecnología es necesario implementar un modelo en detalle, ya que al no tener implícito ningún tipo de control, como parte de la resolución del flujo de carga, es necesario calcular la tensión en barra y la potencia reactiva consumida.
- Técnicas para simular tecnologías basadas en velocidad variable (por ejemplo DFIG), la posibilidad de estas tecnologías de controlar tensión o potencia reactiva evita la necesidad de un modelado en detalle.

Diversos estudios son realizados, en particular se analizan casos para rangos de variación de potencias de corto circuito (de redes débiles a redes fuertes), se implementan soluciones en cuanto al control de la tensión con la incorporación de potencia reactiva en la red.

El capítulo 4 por otro lado representa un punto de inflexión en este trabajo. Aborda el tema del análisis dinámico de redes con generación eólica, para lo cual se tomó la decisión de desarrollar una biblioteca propia de elementos de redes de potencia. Esta biblioteca abarca desde la propia máquina de inducción, como también elementos convencionales con líneas de transmisión, transformadores, interruptores, cargas, equivalentes Thevenin.

El capítulo se lo destina a la presentación en detalle del modelo de la máquina de inducción. En este capítulo se aborda también lo referido a la transformada de Park, esto es, la transformación de un modelo referido a variables físicas a otro referido a un marco de referencia arbitrario. De esta forma se logran modelos más adecuados en cuanto a la estabilidad numérica y aptos para la incorporación de sistemas de control. Los modelos referidos a otros elementos, se presentan en este capítulo, aunque su descripción se desarrolla en los respectivos apéndices.

Aún una biblioteca de modelos disponibles, no garantiza el buen funcionamiento de una simulación. Por lo tanto se presentan las técnicas para tratar que los análisis no se vean afectados por ejemplo por inestabilidad numérica, loops algebraicos. Diversas aplicaciones son presentadas.

## 1.5 Bibliografía del capítulo 1

[1] Programa de energía eólica de la Dirección Nacional de Energía y Tecnología Nuclear (DNETN) y el Ministerio de industria energía y minería (MIEM), <http://www.energiaeolica.gub.uy>

[2] Apuntes profesor Guillermo O. García, Tecnologías de Generación Electro Eólica JORNADAS IBEROAMERICANAS Integración en Red de la Energía Eólica: Aspectos Técnicos y Regulatorios Cartagena de Indias (COLOMBIA) del 26 al 30 de JULIO DE 2010.

[3] Ídem anterior, apuntes profesor Santiago Arnaltez Gómez.



## **2 GENERACIÓN BASADA EN LA MÁQUINA DE INDUCCIÓN: DETERMINACIÓN DE LAS CONDICIONES DE OPERACIÓN EN RÉGIMEN**

La máquina de inducción, normalmente utilizada en la modalidad de motor tanto en sus usos domésticos (por ejemplo motores monofásicos en electrodomésticos), como motores trifásicos de varios caballos de fuerza en aplicaciones industriales, debido a su economía, simplicidad, robustez y mínimo mantenimiento ha hecho que esta máquina fuera la impulsadora de la industria de la generación de energía eólica, y haya dominado las tecnologías de generación por al menos una década.

Si bien actualmente en la industria de la aerogeneración coexisten tanto tecnologías basadas en el generador de inducción como también las basadas en el generador síncrono, en esta tesis se profundizará en el primero, por tratarse aún de un tema atípico en la literatura más difundida de máquinas y en consecuencia por ser un tema aún no afirmado en el currículo de grado.

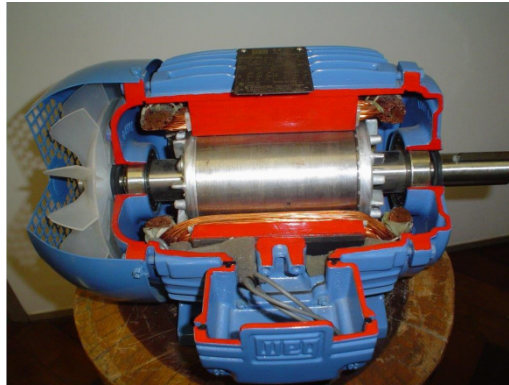
Sin poder ser demasiado extensivo, en particular lo que se refiere a los conceptos básicos de funcionamiento (estos se pueden encontrar en la literatura clásica de máquinas [3], [4]), los tópicos desarrollados en los puntos a seguir tratan de, al menos en parte, llenar los actuales huecos

en el currículo como así también dar la base necesaria para abordar los temas de análisis en régimen estacionario y dinámico de los capítulos subsiguientes.

## **2.1 Principios básicos de funcionamiento de la máquina de inducción.**

Al contrario de los motores síncronos o de corriente continua que requieren dos fuentes de excitación (excepto las tecnologías con imanes permanentes), el motor de inducción solo requiere de una. Las corrientes que fluyen en el segundo devanado (rotor) son establecidas justamente por el proceso de inducción magnética, de donde deriva su nombre.

Respecto al aspecto constructivo las máquinas de inducción se clasifican de acuerdo al tipo de rotor en: rotor jaula de ardilla y rotor bobinado; en la figura 2.1 se muestra lo aspectos constructivos para el tipo jaula de ardilla (las fotos corresponden a maquinas del tipo industrial, no del porte de aerogeneradores).



a) Máquina de inducción trifásica con rotor de jaula de ardilla.



b) Jaula de ardilla, componente  
ardilla básico de este tipo de rotor



c) Corte del rotor jaula de  
ardilla completo.

Figura 2.1: Aspectos constructivos de la máquina de inducción del tipo jaula de ardilla y detalles constructivos del rotor (foto cortesía Weg do Brasil).

Esta máquina, se caracteriza entonces por su gran robustez. Esto se ve principalmente por las características constructivas de su elemento girante (rotor). Lo componen barras metálicas con anillos soldados en sus extremos (Figura 2.1 b). Este elemento se encaja en las ranuras del núcleo magnético y eventualmente es rodeado por una lámina de acero (Figura 2.1 c) a los efectos tanto de mayor rigidez como “facilitador” del direccionamiento del flujo magnético. Robustez, sencillez y economía son las características que resumen esta máquina.

Otro tipo de máquina de inducción, es el que se basa en el rotor bobinado, en la figura 2.2 se ve un ejemplo de este rotor para una máquina de pequeño porte.



Figura 2.2: Rotor bobinado

Este tipo de máquina permite conectar el rotor a un circuito externo mediante contactos que deslizan sobre los anillos del rotor (ver Figura 2.2). Esta funcionalidad es fundamental por ejemplo para aerogeneradores del tipo DFIG conforme indicado en el capítulo 1. Respecto a la máquina basada en rotor jaula de ardilla, esta es menos

robusta, menos económica y requiere mayor mantenimiento (contactos deslizantes).

El estator, esquemáticamente indicado en la figura 2.3, está constituido por tres arrollamientos desfasados  $120^\circ$  en el espacio y de  $2p$  polos, siendo  $p$  el número de pares de polos de la máquina; al introducir por ellos corrientes de una red trifásica de frecuencia  $f$ , se produce una onda rotativa de fmm (fuerza magneto motriz) distribuida senoidalmente en la periferia del entrehierro, cuya velocidad viene expresada por [3]:

$$w_s = \frac{w}{p} . \quad 2.1)$$

Donde  $w$  es la velocidad angular de la fuente y viene dada por  $w = 2\pi \cdot f$  y  $w_s$  recibe el nombre de *velocidad de sincronismo* o *velocidad síncrona*.

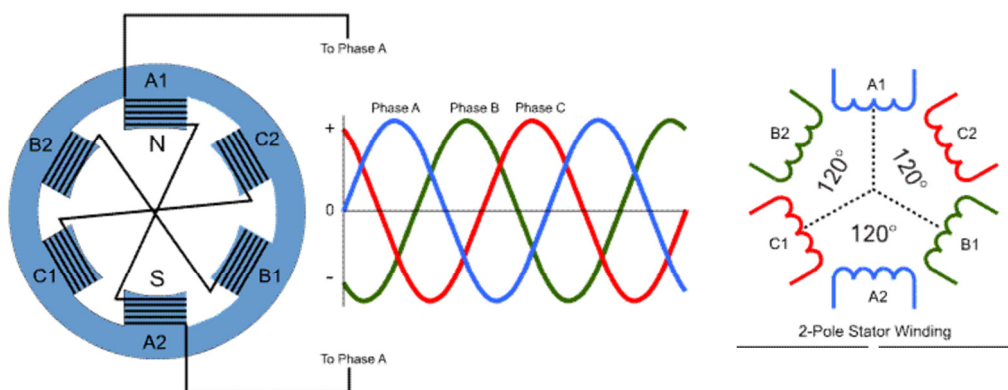


Figura 2.3: Representación esquemática del estator (caso un par de polos) [1].

Conceptualmente lo podríamos imaginar como una estructura de imanes permanentes que gira a la velocidad síncrona y que rodea al rotor, figura 2.4.

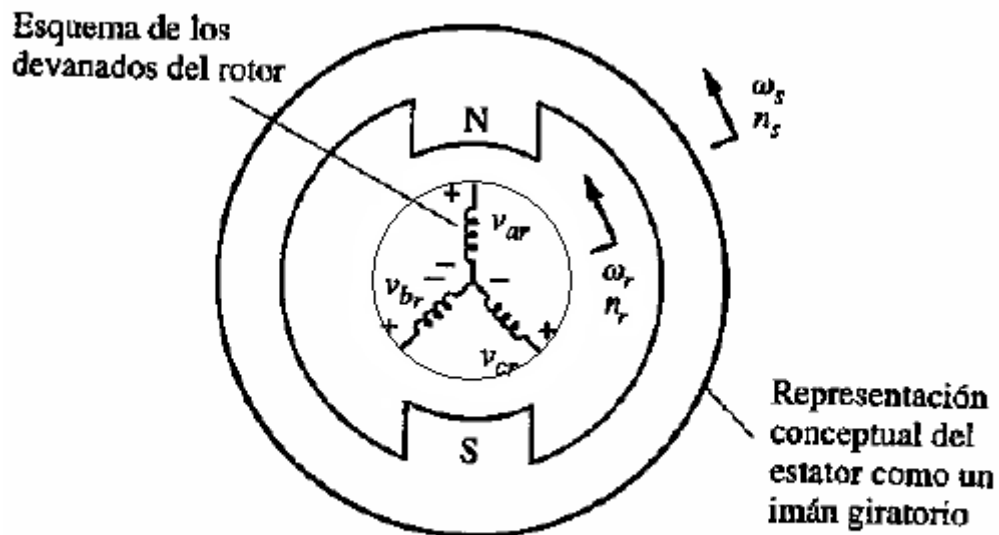


Figura 2.4: Esquema conceptual del campo girante del estator rodeando al rotor (caso un par de polos).

La velocidad síncrona puede expresarse en unidades del sistema inglés (rpm) siguiendo la siguiente conversión:

$$n_s = \frac{60}{2\pi} \omega_s = \frac{60}{2\pi} \left( \frac{2\pi f}{p} \right) = \frac{60f}{p} \quad (2.2)$$

Por ejemplo una máquina conectada a una red de 50 Hz y 2 pares de polos la velocidad del campo girante será de 157.07rad/s o  $60 \times 50 / 2 = 1500$  rpm.

Este campo girante “arrastra” al rotor haciéndolo girar a una velocidad  $w_m$  (o  $n_m$ ); la diferencia normalizada de velocidad se le conoce como deslizamiento y se define como:

$$s = \frac{w_s - w_m}{w_s} = \frac{n_s - n_m}{n_s} . \quad (2.3)$$

## 2.2 Circuito equivalente de la máquina de inducción

Existe una equivalencia directa entre el motor de inducción y el transformador. La potencia de una fuente senoidal es suministrada al devanado del estator (primario). Este devanado establece un flujo que acopla mutuamente al devanado del rotor (secundario). El flujo cíclico mutuo atraviesa un material ferromagnético que da origen a pérdidas parásitas y por histéresis. Al igual que en el transformador no todo el flujo producido por el devanado primario necesariamente enlaza al devanado secundario, por lo tanto tendremos en el modelo reactancias de fugas.

Como resultado de estas similitudes, el circuito equivalente del transformador real luce como candidato adecuado para representar a la máquina de inducción, más allá de algunas diferencias evidentes como ser la existencia de un movimiento relativo entre el devanado primario y el secundario, que, como veremos a seguir se resuelve incluyendo el deslizamiento  $s$  en el circuito equivalente, figura 2.5.

Asimismo es de notar que en el caso de la máquina de inducción el flujo mutuo debe cruzar un entrehierro de alta reluctancia, esto trae como consecuencia, en comparación con el transformador, reactancia de magnetización menor y por lo tanto corriente de magnetización elevadas (del orden de un tercio de la corriente nominal) mientras que en el transformador es inferior al uno por ciento de la corriente nominal. Desde el punto de vista práctico implica que los ensayos de determinación de parámetros de la máquina de inducción, esto es, ensayo de vacío y rotor bloqueado no son tan precisos como el de sus equivalentes (vacío y corto) del transformador. Para la determinación de los parámetros de la máquina de inducción se requiere minimizar una función costo establecida con los errores entre los valores medidos y los valores calculados mediante el modelo [5]. En esta tesis ya se considera los parámetros de la máquina como datos de entrada.

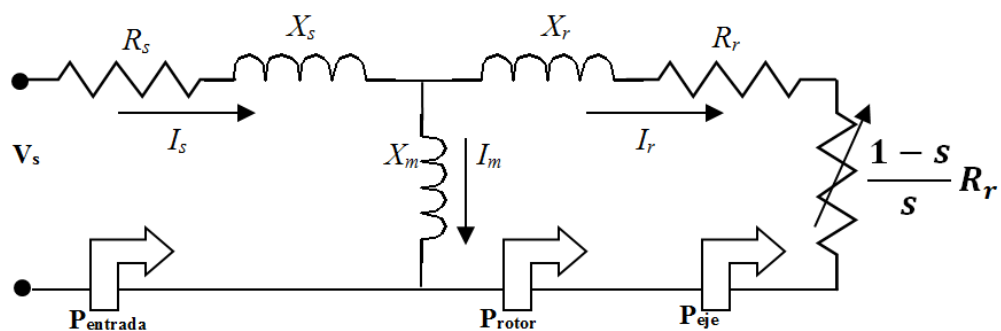


Figura 2.5: Modelo clásico de la máquina de inducción



La figura 2.5 muestra el modelo de la máquina, donde:

$R_s$ : Resistencia del estator  $X_s$ : Reactancia del estator

$X_m$ : Reactancia de magnetización (\*)

$R_r$ : Resistencia del rotor (\*\*)

$X_r$ : Reactancia del rotor (\*\*)

$I_s$ : Corriente por el estator

$I_m$ : Corriente por la rama de magnetización

$I_r$ : Corriente por el rotor

(\*) Dentro de la hipótesis del modelo se han despreciado las pérdidas en el hierro de la máquina; hubiera sido posible considerar éstas incluyendo una resistencia en paralelo con la rama de magnetización.

(\*\*) Parámetros referidos al estator.

La resistencia total del rotor depende inversamente del deslizamiento  $s$  de la máquina [5] y está dada entonces por  $\frac{R_r}{s}$ , conceptualmente puede ser separada en dos términos, conforme mostrado en la figura 2.5, quedando:

$$\frac{R_r}{s} = R_r + \frac{1-s}{s} R_r \quad . \quad (2.4)$$

El primer término de la derecha de la ecuación 2.4 representa las pérdidas en los conductores del rotor, y el segundo define la potencia que

sale (modo motor) o entra (modo generador) al eje mecánico de la máquina.

## 2.3 Cálculo del funcionamiento en régimen permanente de la máquina de inducción directamente acoplada a la red

### 2.3.1 Curvas características en régimen estacionario

Como es habitual en la teoría de análisis de circuitos resulta especialmente útil recurrir al equivalente Thevenin de una parte del mismo, en nuestro caso, como nos interesa “aislar el rotor”:

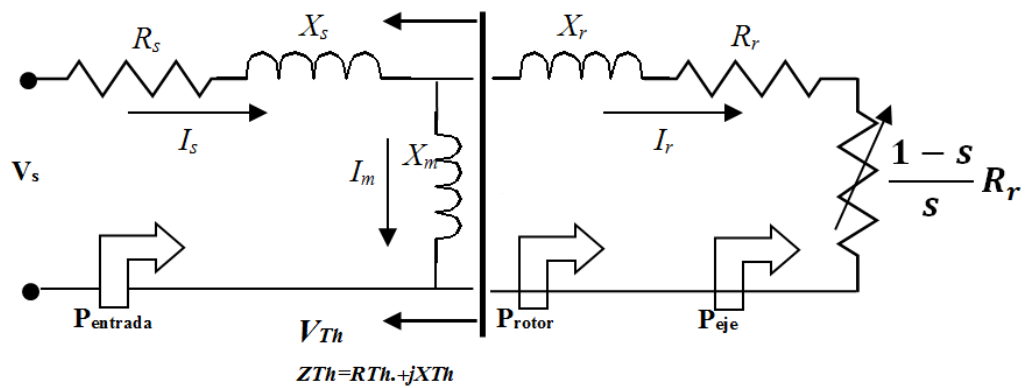


Figura 2.6: Indicación de la sección que se sustituirá por el equivalente Thevenin

La tensión de Thevenin se puede obtener aplicando división de tensión:

$$V_{Th} = \frac{jX_m V_s}{R_s + j(X_s + X_m)} \quad (2.5)$$

Mientras que la impedancia Thevenin:

$$Z_{Th} = \frac{jX_m(R_s + jX_s)}{R_s + j(X_s + X_m)} \quad (2.6)$$

Por lo tanto

$$R_{Th} = \text{Real}(Z_{Th}) \quad (2.7)$$

$$X_{Th} = \text{Imag}(Z_{Th}) \quad (2.8)$$

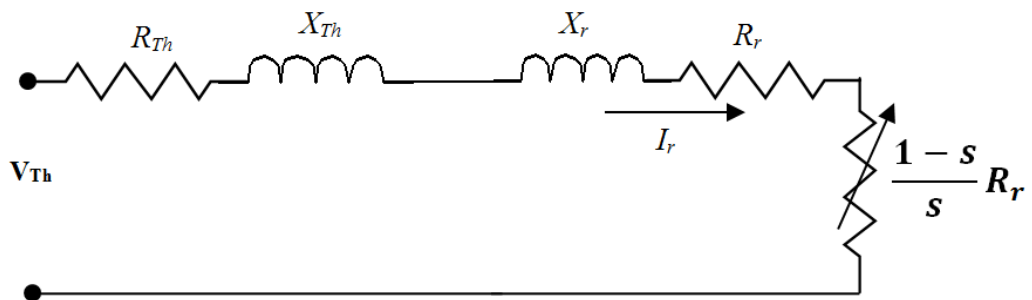


Figura 2.7: Equivalente Thevenin con rotor modelado conforme término de la derecha ecuación 2.4.

O alternativamente

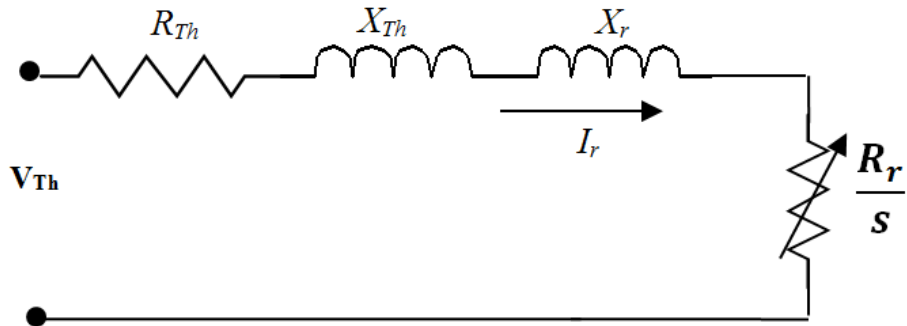


Figura 2.8: Equivalente Thevenin alternativo al de la figura 2.7.

A partir de estos equivalentes, calculamos las magnitudes de interés.

### Corriente por el rotor

Conforme figura 2.8:

$$I_r = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + \frac{R_r}{s} + j(X_{Th} + X_r)} \quad (2.9)$$

### Potencia en el eje

La potencia en el eje viene dada por la potencia disipada en la resistencia  $\frac{1-s}{s} R_r$ , por lo que resulta entonces conveniente deducirla a partir del circuito de la figura 2.7:

$$P_{eje} = |I_r|^2 \times \frac{1-s}{s} R_r \quad (2.10)$$

Donde  $I_r$  se obtiene a partir de 2.9.

### Velocidad mecánica (en el eje)

De 2.1 sabemos que la velocidad de sincronismo  $w_s = \frac{2\pi \cdot f}{p}$  despejando  $w_m$  de 2.3

$$w_m = w_s(1 - s) . \quad (2.11)$$

### Par (torque) en el eje

Por definición:

$$T_{eje} = \frac{P_{eje}}{w_m} . \quad (2.12)$$

### Corriente por el estator

Del circuito equivalente de la figura 2.5 y aplicando ley de nodos de Kirchoff tenemos por un lado que:

$$\vec{I}_s = \vec{I}_r + \vec{I}_m . \quad (2.13)$$

La corriente por el rotor la conocemos de 3.9, mientras que la corriente por la rama de magnetización viene dada por:

$$I_m = \frac{V_m}{jX_m} . \quad (2.14)$$

Siendo  $V_m$  la tensión en la rama de magnetización, donde aplicando ley de mallas de Kirchoff, en la malla de la derecha del circuito:

$$V_m = \frac{I_r}{\frac{R_r}{s} + jX_m} . \quad (2.15)$$

Sustituimos 2.15 en 2.14 y finalmente en 2.13.

### Potencias de entrada y factor de potencia

Potencia aparente:

$$S_s = V_s \cdot I_s^* . \quad (2.16)$$

Siendo  $I_s$  la corriente del estator obtenida en 2.13 y  $V_s$  la tensión impuesta en bornes de la máquina.

Entonces:

$$P_s = \text{Real}(S_s) , \quad (2.17)$$

$$Q_s = \text{Imag}(S_s) . \quad (2.18)$$

Por último el factor de potencia viene dado por:

$$\mathit{cosFi} = \frac{P_s}{|S_s|} . \quad (2.19)$$

### Aplicaciones

Mediante el uso de las rutinas en lenguaje Matlab<sup>tm</sup> desarrolladas en el marco de esta tesis, cuyos códigos fuentes comentados se pueden ver en el Anexo B, se ejecutaron los siguientes casos:

Caso 1: Máquina de 1 HP, curvas características con la tensión de entrada como parámetro [6].

Los archivos de datos de entrada se arman con el propio editor de texto del Matlab<sup>tm</sup>, y tienen un formato del estilo del mostrado a continuación.

### Archivo *unHP.m*:

```
% DATOS MAQUINA DE INDUCCION 1 HP, MONOGRAFIA EVALUACION DEL COMPORTAMIENTO
% DE UNA MAQUINA DE ROTOR... - RIOS, STRAUSS - U. NACIONAL POLITECNICA(VENEZUELA)
%
%
%      Potencia Nominal (kVA)  Tensión nominal(V) Pares de polos fr.(Hz)
PLACA      1.333                220                2                60
%
%      Resistencia (pu)      Reactancia (pu)      React. de magn. (pu)
ESTATOR    0.07578            0.06889            1.4385
%
%      Resistencia (pu)      Reactancia (pu)
ROTOR      0.08183            0.06889
%
%
% PARAMETROS A ESTUDIAR (EN PORCENTAJE RESPECTO A LOS DATOS DE ENTRADA)
%
%
%      Valor inicial      Salto      Valor final
TENSION    80                20                120
%
%
% ResROTOR      100            50            500
%
%
% POTENCIA      -100            25            100
```

### Observaciones a los datos de entrada:

- son ingresados conforme indicado en los comentarios, los datos de placa en sus correspondientes unidades y los parámetros en pu.
- se elige si se quiere hacer el estudio paramétrico respecto a la tensión de entrada o respecto a la resistencia del rotor, solo se puede realizar uno (o ninguno) en cada ejecución, por lo que el otro se deja comentado.
- los rangos de variación de potencia que aparecen en la última línea se usan para determinar distintos puntos de



operación (se verán más adelante en el punto 2.3.2 y es independiente de la determinación de las curvas).

En este caso estudiaremos las magnitudes físicas de la máquina con la tensión como parámetro, se establecen 3 valores arrancando al 80% de la tensión nominal, incrementando de a 20% hasta el valor final, que se fijó en 120 %.

Nombre de la rutina: *rpmi.m* y la sintaxis de ejecución es la siguiente:

```
>>rpmi('unHP.m')
```

Esta rutina internamente ejecuta una rutina auxiliar llamada *rpmi2dat.m*, quien es la encargada de leer los datos del archivo texto (en este caso *unHP.m* mostrado arriba) y convertir los datos de este texto a variables. Otra rutina auxiliar, *rpmi\_V*, tomando la tensión como parámetro genera las curvas que siguen.

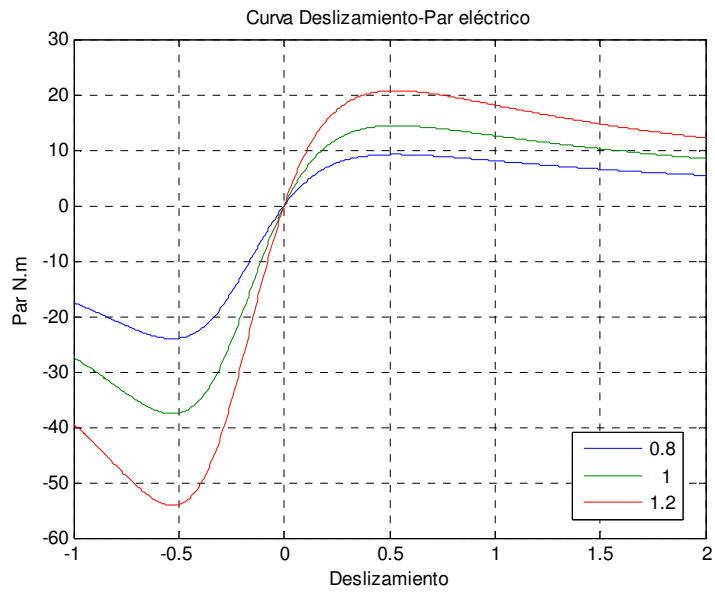


Figura 2.9: Curva deslizamiento contra par en el eje, máquina 1 HP.

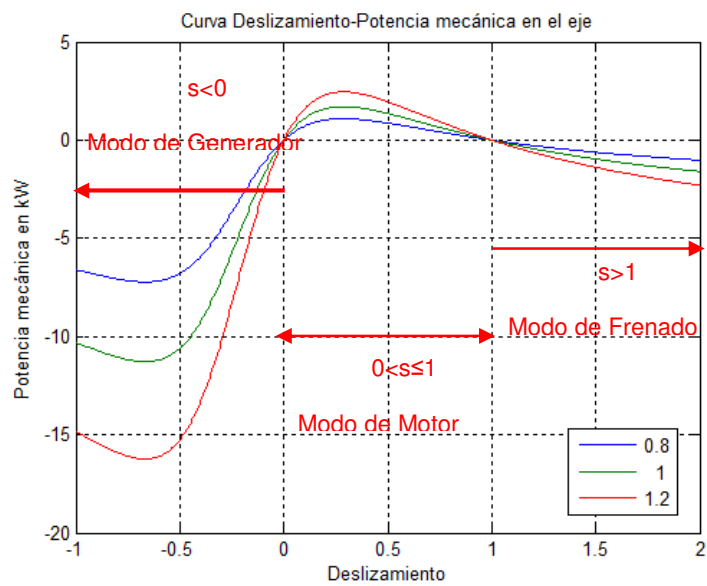


Figura 2.10: Deslizamiento contra potencia en el eje, máquina de 1 HP.

Análisis respecto de los modos de operación:

En las figuras arriba aparecen evidenciados los tres modos de operación de la máquina de inducción: motor, generador y freno. Estas tres condiciones de operación se corresponden con rangos diferentes de deslizamiento. En la operación como motor la máquina entrega par y potencia al eje mecánico, consumiendo potencia en el eje eléctrico. En la condición generador ocurre la situación inversa: se absorbe potencia y par en el eje mecánico y se entrega en el eléctrico. En la condición de frenado ambos ejes introducen potencia a la máquina, la cual es quemada en pérdidas, a continuación una descripción más detallada de estos modos de operación.

Motor: para que la potencia y el par en el eje sean positivos tiene que suceder respectivamente que la potencia entregada a la resistencia  $\frac{1-s}{s}R_r$  sea positiva (ecuación 2.10), así como la velocidad sea también positiva, (ecuaciones 2.11 y 2.12). De dichas ecuaciones se desprende que esta condición se cumple cuando  $0 < s \leq 1$ , situación que se confirma en la observación de las figuras 2.8 y 2.9. En este modo la carga es accionada por la máquina y se consume potencia de la red.

Generador: la operación como generador requiere que la máquina entregue potencia por el estator. La energía entra por el eje mecánico,

atraviesa el entrehierro y llega al estator. En el circuito equivalente este fenómeno se obtiene cuando la resistencia de carga  $\frac{1-s}{s}R_r$  es negativa. La potencia generada por esta resistencia proviene del accionamiento mecánico externo, en este caso:  $s \leq 0$ .

Un deslizamiento negativo implica, conforme ecuación 2.11, que la velocidad del rotor es mayor que la velocidad síncrona (velocidad supersíncrona). En estas condiciones el campo magnético girante del rotor adelanta al campo magnético girante del estator, el par eléctrico se invierte de sentido y la potencia fluye del rotor al estator. En las figuras 2.8 y 2.9 queda evidenciado este fenómeno.

Freno: Si la máquina gira en sentido contrario al del campo girante del rotor el deslizamiento es mayor que uno:  $s > 1$ .

Para esta condición la resistencia de carga  $\frac{1-s}{s}R_r$  es negativa, mientras que  $\frac{R_r}{s}$  es positiva, en estas condiciones la máquina consume potencia tanto del eje como de la fuente, y se disipa como pérdidas en las resistencias pasivas del circuito equivalente. Durante este modo de operación entonces hay un sobrecalentamiento de la máquina por lo que este modo de operación debe utilizarse durante cortos períodos de tiempo. En la práctica para lograr el modo freno es, como dijimos, necesario que se invierta el sentido de giro del campo rotórico respecto a

la velocidad del motor, esto se puede lograr invirtiendo la conexión de dos fases del estator.

En la figura 2.11, se evidencia un comportamiento que merecerá especial atención, y es su consumo de potencia reactiva tanto en el modo motor como en el generador.

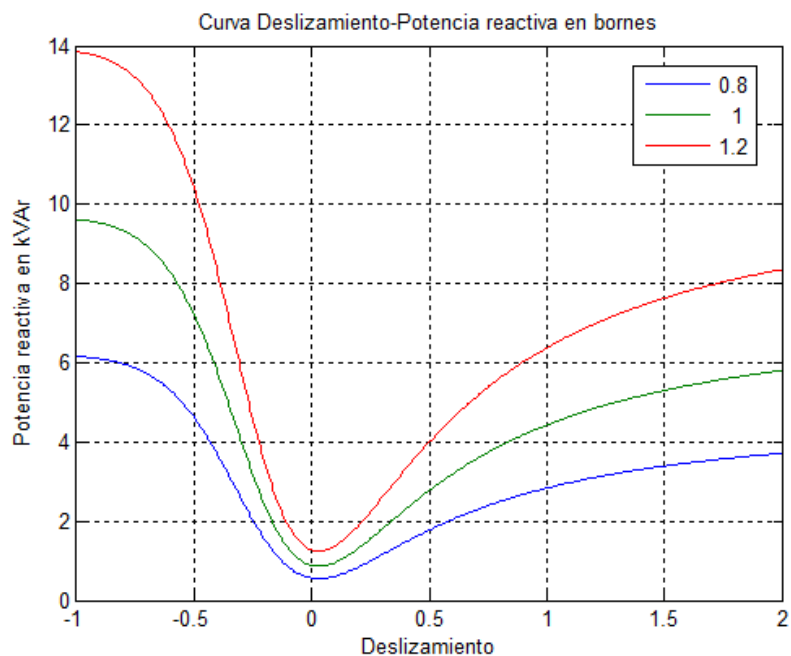


Figura 2.11: Deslizamiento contra potencia reactiva en bornes de máquina

En la figura 2.11, se muestra la potencia activa en bornes de la máquina, se destaca en el modo de operación como generador una trayectoria donde, a partir de un punto de operación en régimen y luego de una perturbación en la red puede derivar en la pérdida de la generación. Y esto se puede explicar del análisis directo de las curvas;

vemos que si la perturbación en la red trae como consecuencia una disminución de tensión en bornes, nos desplazamos hacia las curvas de menor nivel de generación, sin embargo, la potencia mecánica (por ejemplo el viento) continua disponible y siendo absorbida por el rotor, esta diferencia entre la potencia mecánica en el rotor y la activa en bornes trae como consecuencia aceleración de la máquina (disminución de  $s$  en figura), llevando finalmente a la máquina perder su capacidad de generación de potencia activa. Cabe complementar este análisis destacando que en el modo motor ocurre un fenómeno análogo, con la diferencia que su trayectoria es hacia el frenado.

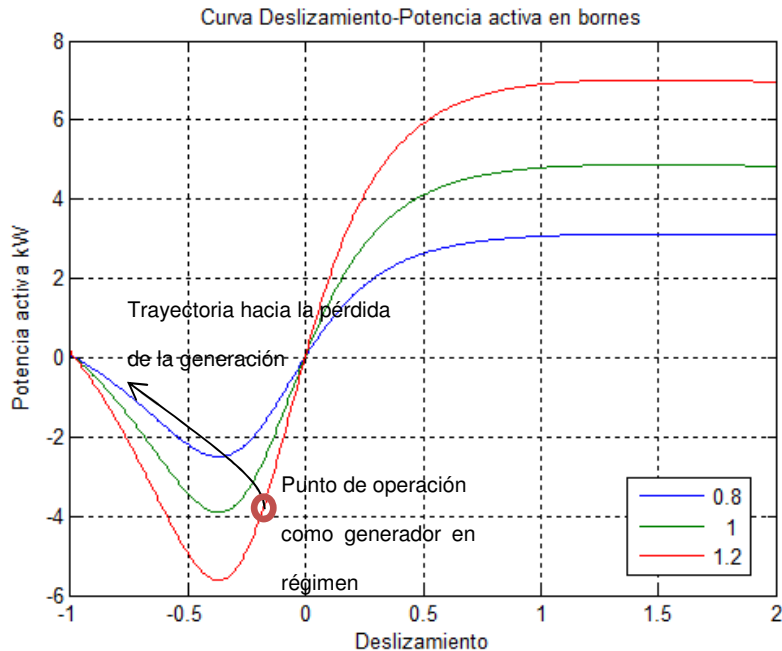


Figura 2.12: Deslizamiento contra potencia activa en bornes de máquina

Caso 2: Máquina 350 kVA, 660 V, estudio del efecto de la variación de la resistencia del rotor.

Un recurso tecnológico para maximizar la potencia de generación de un aerogenerador, es la implementación de un automatismo que actúe sobre una resistencia variable externa, en serie con el rotor. Este tipo de tecnología fue implementado por la firma Vestas y su nombre comercial es Optislip<sup>tm</sup>. No se ha mencionado en el capítulo 1, ya que esta tecnología prácticamente se volvió obsoleta frente a los convertidores basados en electrónica de potencia (por ejemplo los del tipo DFIG), por lo que se muestra a seguir un ejemplo a los fines didácticos.

Esta tecnología requiere que la máquina sea del tipo rotor bobinado, y se puede visualizar su esquema en figura 2.13.

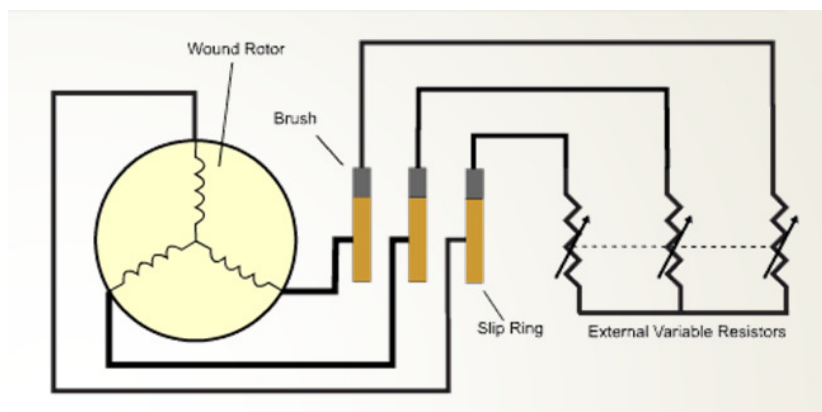


Figura 2.13: Generador de inducción rotor bobinado, con resistencia variable externa

### Datos de entrada, archivo 350kva.m:

```
% DATOS MAQUINA DE INDUCCION 350 kVA típica de aplicación en
% aerogeneradores. Curso generación distribuida Francisco M.
% Gonzalez-Longat (VENEZUELA)
%
%
%      Potencia Nominal (kVA)  Tensión nominal(V)      Pares de polos  Hz
PLACA          350              660                2              60
%
%      Resistencia (pu)      Reactancia (pu)      React. de magnetización (pu)
ESTATOR        0.00571        0.1878              2.78
%
%      Resistencia (pu)      Reactancia (pu)
ROTOR          0.00612        0.06390
%
%
% PARAMETROS A ESTUDIAR (EN PORCENTAJE RESPECTO A LOS DATOS DE ENTRADA)
%
%
%      Valor inicial      Salto      Valor final
% TENSION                80         10         110
%
% ResROTOR                100        50         250
%
% POTENCIA                -100       30         100
```

La variante respecto al caso anterior, además claro que se trata de otra máquina, es que como lo que nos interesa ahora es estudiar las magnitudes físicas de la máquina con la resistencia del rotor como parámetro, dejamos comentada la línea correspondiente al estudio de la tensión.

En este caso el rango a estudiar es partiendo del 100% de la resistencia del rotor (no es posible partir de valores menores), aumentándola de 50 en 50% hasta un valor tope de dos veces y media el valor original.

El procedimiento de ejecución es similar al caso anterior.



>>rpm ('350kva.m')

La diferencia es que en este caso *rpm* llama a la rutina auxiliar *rpm\_R* quien aplicando las ecuaciones correspondientes y con la resistencia del rotor como parámetro genera la curva a seguir.

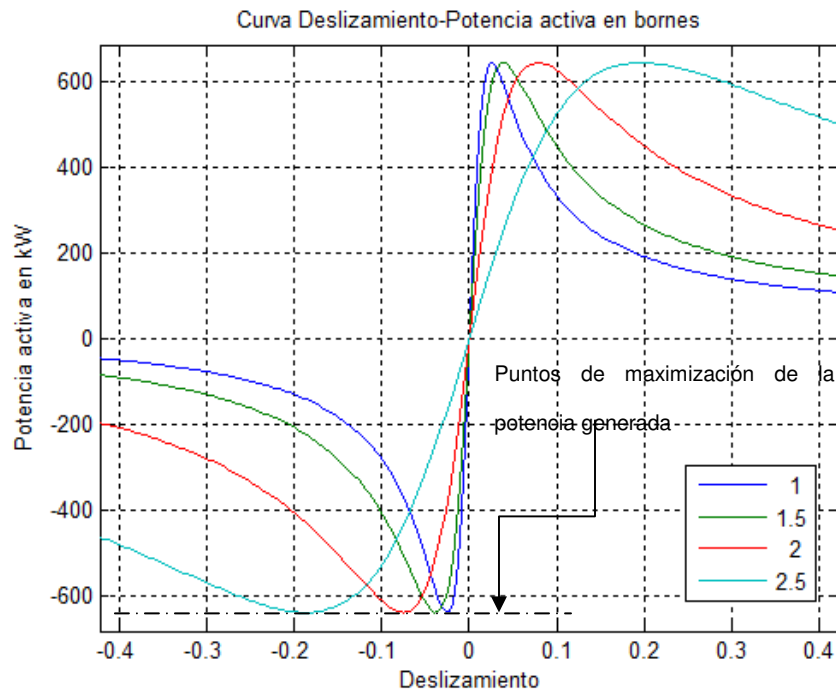


Figura 2.14: Deslizamiento contra potencia activa en bornes de una máquina de 350 kVA, 660V

En la figura 2.14, aparece claramente indicado el fenómeno mencionado (se indica solo en el modo generador), donde entonces el

automatismo ajustará el valor de la resistencia externa de tal forma de mantenernos en el máximo de generación.

### 2.3.2 Determinación de los puntos de operación

El problema consiste en determinar, dada la potencia mecánica en el eje (positiva modo motor, negativa modo generador), el resto de las magnitudes físicas: deslizamiento, par en el eje, potencias activa y reactiva en bornes, factor de potencia y velocidad mecánica.

Sustituyendo 2.9 en 2.10 tenemos:

$$P_{eje} = \left| \frac{VTh}{R_{Th} + \frac{R_r}{s} + j(X_{Th} + X_r)} \right|^2 \times \frac{1-s}{s} R_r \quad (2.20)$$

Haciendo las cuentas:

$$P_{eje} = \frac{|VTh|^2 (1-s) R_r}{\left[ \left( R_{Th} + \frac{R_r}{s} \right)^2 + (X_{Th} + X_r)^2 \right] s} \quad (2.21)$$

$$P_{eje} = \frac{(R_r \cdot |VTh|^2 - s \cdot R_r \cdot |VTh|^2)}{\left[ R_{Th}^2 + 2 \cdot R_{Th} \cdot \frac{R_r}{s} + \frac{R_r^2}{s^2} + (X_{Th} + X_r)^2 \right] s} \quad (2.22)$$

$$P_{eje} = \frac{(R_r \cdot |VTh|^2 - s \cdot R_r \cdot |VTh|^2)}{\left(s \cdot R_{Th}^2 + 2 \cdot R_{Th} \cdot R_r + \frac{R_r^2}{s} + s \cdot (X_{Th} + X_r)^2\right)}, \quad (2.23)$$

Multiplicando numerador y denominador por s:

$$P_{eje} = \frac{(s \cdot R_r \cdot |VTh|^2 - s^2 \cdot R_r \cdot |VTh|^2)}{(s^2 \cdot R_{Th}^2 + 2 \cdot s \cdot R_{Th} \cdot R_r + R_r^2 + s^2 \cdot (X_{Th} + X_r)^2)}. \quad (2.24)$$

Pasando los términos a la izquierda y reordenando en s:

$$s^2 \{ [R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_r)^2] P_{eje} + R_r \cdot |VTh|^2 \} + s (2 \cdot R_{Th} \cdot R_r \cdot P_{eje} - R_r \cdot |VTh|^2) + R_r^2 P_{eje} = 0 \quad (2.25)$$

Siendo entonces una ecuación de segundo grado de la forma:

$$as^2 + bs + c = 0. \quad (2.26)$$

Dónde:

$$a = [R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_r)^2] P_{eje} + R_r \cdot |VTh|^2, \quad (2.27)$$

$$b = 2 \cdot R_{Th} \cdot R_r \cdot P_{eje} - R_r \cdot |VTh|^2, \quad (2.28)$$

$$c = R_r^2 P_{eje}. \quad (2.29)$$

El punto de operación estable corresponde a los menores valores de  $s$  más próximos al cero, conforme ilustrado en la figura 2.15. Los puntos más alejados corresponden al fenómeno de inestabilidad descrito más arriba, llevando, ante una perturbación de la red, a la aceleración del generador o al frenado del motor.

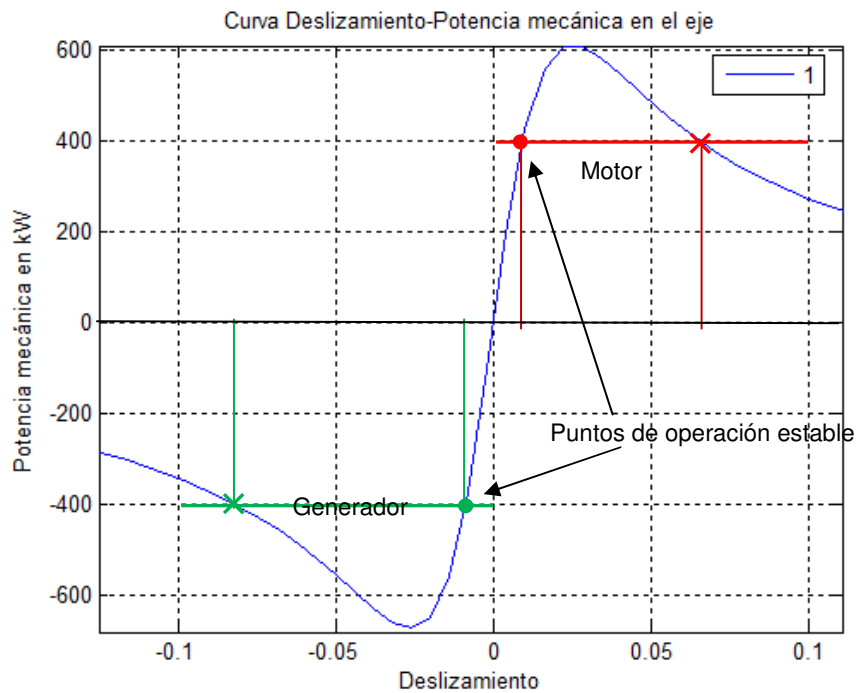


Figura 2.15: Ilustración puntos de operación de  $s$  estable

Por lo tanto nos interesa la solución de 2.26 correspondiente al valor de  $s$  más próximo a cero, esto es, el valor de  $s$  de menor valor absoluto.

$$s_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (2.30)$$

$$s_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (2.31)$$

$$s = \min |s_1, s_2|. \quad (2.32)$$

Para el caso de la máquina de 350 kVA, 660 V, para una variación de potencia de 0 al 100% y del 0 al -100% a pasos de 25% el software desarrollado muestra los siguientes resultados:

#### DATOS DE PLACA

-----  
Potencia nominal 350.00 kVA  
Tensión nominal 660.00 V  
Número de pares de polos 2  
Frecuencia 60 Hz

#### PARAMETROS EN pu

-----  
Resistencia del estator 0.00571  
Reactancia del estator 0.18780  
Reactancia de magnetización 2.78000  
Resistencia del rotor 0.00612  
Reactancia del rotor 0.06390

#### OTROS DATOS DE INTERES

-----  
Velocidad de sincronismo 188.4956 rad/seg o 1800.00 rpm

#### PUNTOS DE OPERACION MODO MOTOR

-----  
P eje(kW)      s      Par eje(Nm)    P bornes(kW)    Q bornes(kVAr)    cos fi    Vel. mec. (rpm)  
-----  
+350.00    7.77105e-003    1871.35      355.62      223.98      0.846    1786.01  
+262.50    5.55785e-003    1400.39      265.61      174.40      0.836    1790.00  
+175.00    3.58984e-003    931.75      176.47      141.96      0.779    1793.54  
+87.50    1.76013e-003    465.02      88.03      123.64      0.580    1796.83  
+0.00    0.00000e+000    0.00      0.00      0.00      0.000    1800.00

#### PUNTOS DE OPERACION MODO GENERADOR

-----  
P eje(kW)      s      Par eje(Nm)    P bornes(kW)    Q bornes(kVAr)    cos fi    Vel. mec. (rpm)  
-----  
-87.50    -1.74383e-003    -463.39      -86.97      124.24      -0.573    1803.14  
-175.00    -3.52134e-003    -925.15      -173.56      142.66      -0.773    1806.34  
-262.50    -5.38933e-003    -1385.14      -259.50      174.07      -0.830    1809.70  
-350.00    -7.42574e-003    -1843.12      -344.69      220.36      -0.843    1813.37

## 2.4 Cálculo de la operación en régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada

El propósito de este apartado reviste una importancia especial, ya que más allá de la determinación de las condiciones en régimen “per se” de esta tecnología de generación (actualmente la de mayor crecimiento en el mercado), para obtener resultados correctos en los estudios de estabilidad transitoria es fundamental partir de las condiciones de régimen (condiciones iniciales) correctas.

El esquema de la configuración doblemente alimentada, presentada en el capítulo 1, es repetido en la figura a seguir, incluyendo la representación del flujo de potencia.

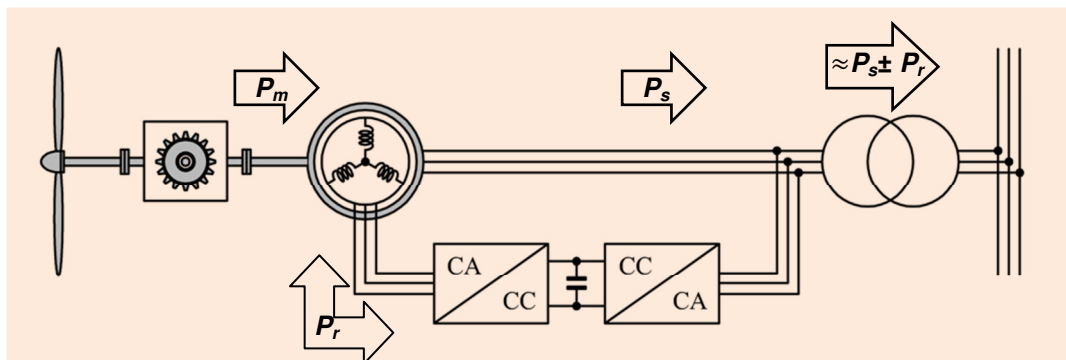


Figura 2.16: Esquema de una configuración DFIG

La máquina de inducción, en el caso de esta tecnología, requiere que sea del tipo rotor bobinado, de tal forma entonces que pueda recibir la doble alimentación, una a través del estator y otra a través del rotor mediante una conexión por anillos deslizantes hacia el convertidor.

El circuito monofásico equivalente es mostrado en la figura siguiente:

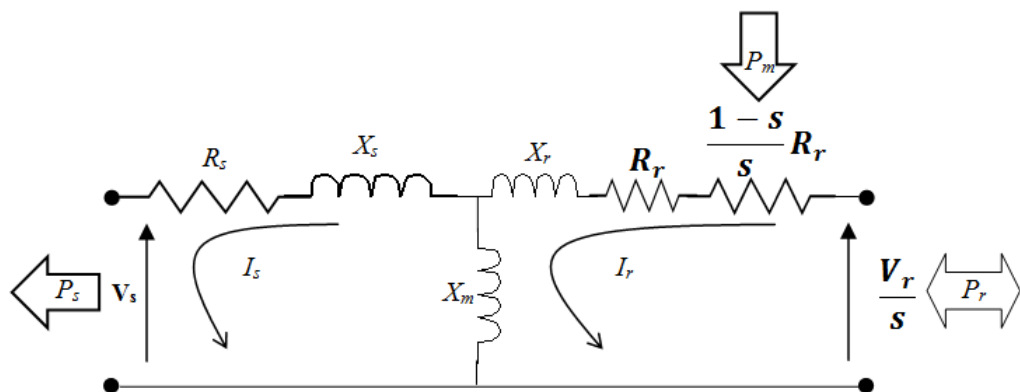


Figura 2.17: Circuito equivalente monofásico de una configuración DFIG

La deducción de este circuito puede ser encontrada en el capítulo 4 de [4]. Es de notar que básicamente es el mismo modelo de la máquina de inducción con rotor jaula de ardilla de la figura 2.5, con la particularidad que ahora el devanado del rotor está abierto, lo que permite que la corriente del rotor sea impuesta por el convertidor de potencia, lado rotor.



Reformulando el circuito anterior

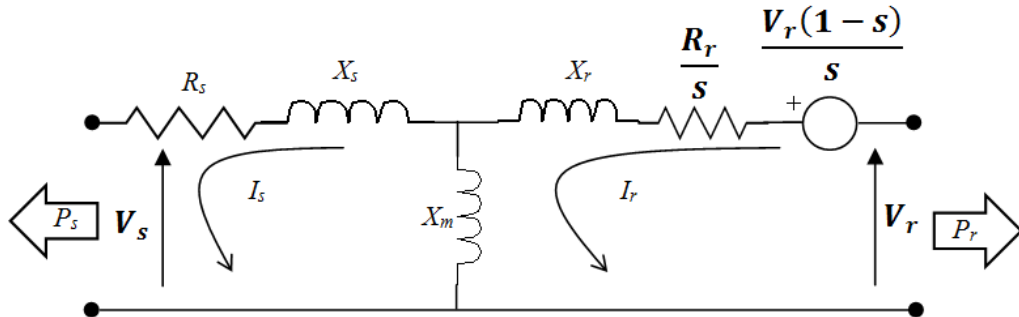


Figura 2.18: Circuito equivalente monofásico de una configuración DFIG

Estamos en condiciones de aplicar la formulación desarrollada en [7], este trabajo presenta un método iterativo, preciso y sin depender del sistema de referencia. Está basada en las ecuaciones básicas del circuito arriba, más las ecuaciones de balance de potencia, llegando entonces a un sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales, las que podemos resolver aplicando Newton-Raphson.

El desarrollo es el que sigue:

Aplicando la ley de mallas de Kirchoff, respectivamente para la malla de la izquierda y de la derecha tenemos:

$$V_s \angle \varphi_s = -[R_s + j(X_s + X_m)]I_s \angle \theta_s + jX_m I_r \angle \theta_r, \quad (2.32)$$

$$V_r \angle \varphi_r = -jsX_m I_s \angle \theta_s + [R_r + js(X_r + X_m)]I_r \angle \theta_r. \quad (2.33)$$

Estas ecuaciones constituyen un set de dos ecuaciones algebraicas complejas, esto es, un set de cuatro ecuaciones reales, con ocho incógnitas, que son los módulos en rms de las tensiones del rotor y estator, sus respectivos ángulos y lo mismo para las corrientes.

Una aproximación muy común, y que se aplica en este desarrollo, es despreciar las pérdidas en el núcleo, las que generalmente se modelan como una resistencia  $R_{Fe}$  en paralelo con  $X_m$ . Del punto de vista del cálculo, tener en cuenta las pérdidas apenas implica reemplazar la impedancia de magnetización  $X_m$  por el paralelo de ambas impedancias, esto es,  $jR_{Fe}X_m/(R_{Fe} + jX_m)$ .

Adicionalmente a las ecuaciones de arriba podemos, mediante el planteo del balance de potencia, obtener una expresión para  $P_m$ , la potencia mecánica que la turbina puede extraer del viento. El balance nos impone que  $P_m$  debe ser igual a la suma de las potencias activas del estator y del rotor más las pérdidas activas:

$$P_m = P_s + P_r + (I_s^2 R_s + I_r^2 R_r) . \quad (2.34)$$

Las potencias activas del estator y del rotor pueden ser expresadas en términos de tensiones y corrientes:

$$P_m = \underbrace{V_s I_s \cos(\varphi_s - \theta_s)}_{P_s} + \underbrace{V_r I_r \cos(\varphi_r - \theta_r)}_{P_r} + (I_s^2 R_s + I_r^2 R_r). \quad (2.35)$$

Donde una nueva incógnita  $P_m$ , puede aparecer dependiendo del modelo elegido para la barra, como se mostrará más adelante.

El intercambio de potencia reactiva entre la máquina y la red puede ser controlado dentro de ciertos límites. Si la potencia reactiva entre el lado de la red del convertidor del rotor y la red se fija en cero MVar, entonces todo el intercambio de reactiva tiene lugar a través del estator, en este caso la generación de reactiva puede ser expresada como:

$$Q = V_s I_s \sin(\varphi_s - \theta_s). \quad (2.36)$$

Otra ecuación que debe ser tenida en cuenta establece la relación entre la potencia mecánica y la velocidad del rotor. Generalmente el fabricante suministra una gráfica donde la potencia mecánica es dada en función de la velocidad del viento. Alternativamente la potencia mecánica puede ser calculada por el ampliamente utilizado modelo simplificado de la turbina, representado en la ecuación A.7b del apéndice A y reproducida a seguir:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta). \quad (2.37)$$

El control de operación de una DFIG incluye tres modos de operación:

- 1 – Velocidad mínima del rotor (para bajas velocidades del viento).
- 2 – Producción máxima de potencia.
- 3 – Velocidad máxima del rotor (para altas velocidades del viento).

Para velocidad mínima del rotor  $C_{p\_opt}$  no puede ser alcanzado y la DFIG opera a velocidad constante ( $w_{m\_min}$ ).

Para máxima producción de potencia, el control de la velocidad optimiza la extracción de potencia usando un valor óptimo de coeficiente de potencia  $C_p = C_{p\_opt}(\lambda, \beta)$ , con  $\beta=0$  (máximo ángulo de ataque de las palas), y con un  $\lambda = \frac{w_m R}{v}$  (velocidad específica o “tip speed ratio” conforme definido en el apéndice A). En estas condiciones podemos replantear 2.37 como:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_{p\_opt} = k v^3 = k \left( \frac{w_m R}{\lambda} \right)^3 = k' (w_m)^3. \quad (2.38)$$

Recordando que  $w_m = w_s(1 - s)$  llegamos finalmente a:

$$P_m = k_0(1 - s)^3. \quad (2.39)$$

Esta última ecuación junto con las ecuaciones 2.32, 2.33 (desdobladas en sus partes real e imaginaria), 2.40, 2.41, 2.42 y 2.43, forman el set de ecuaciones necesario para determinar el punto de operación en régimen de una DFIG.

Como comentario final respecto a los modos de operación, para el caso de velocidad máxima del rotor, la DFIG opera en primera instancia a  $w_{m\_max}$  y  $\beta=0$ , hasta que el viento alcance el valor correspondiente a la potencia nominal. Más allá de este valor la DFIG opera a  $w_{m\_max}$  y  $\beta>0$  de tal forma de mantener la potencia constante, igual a la potencia nominal.

En resumen, a los efectos de aplicar la técnica de Newton-Raphson para resolver el set de ecuaciones no-lineales, las siguientes funciones son definidas y el objetivo es forzar a estas converger a cero:

Parte real de 2.32:

$$f_1 = V_s \cos \varphi_s + R_s I_s \cos \theta_s - (X_s + X_m) I_s \sin \theta_s + X_m I_r \sin \theta_s. \quad (2.40)$$

Parte imaginaria de 2.32:

$$f_2 = V_s \sin \varphi_s + R_s I_s \sin \vartheta_s + (X_s + X_m) I_s \cos \vartheta_s + X_m I_r \cos \vartheta_s . \quad (2.41)$$

Parte real de 2.33:

$$f_3 = V_r \cos \varphi_r + R_r I_r \cos \vartheta_r + s(X_s + X_m) I_r \sin \vartheta_r - sX_m I_s \sin \vartheta_s . \quad (2.42)$$

Parte imaginaria de 2.33:

$$f_4 = V_r \sin \varphi_r + R_r I_r \sin \vartheta_r + s(X_s + X_m) I_r \cos \vartheta_r - sX_m I_s \cos \vartheta_s . \quad (2.43)$$

Los términos de la ecuación 2.35, correspondientes a las potencias activas del estator y del rotor (definiendo  $P=P_s+P_r$ ):

$$f_5 = P - V_s I_s \cos(\varphi_s - \vartheta_s) + V_r I_r \cos(\varphi_r - \vartheta_r) . \quad (2.44)$$

Ecuación 2.36:

$$f_6 = Q - V_s I_s \sin(\varphi_s - \vartheta_s) . \quad (2.45)$$

Finalmente sustituyendo en la ecuación 2.34 los términos correspondientes a  $P_s+P_r$  por  $P$  y el término de la potencia mecánica  $P_m$  por el de la ecuación 2.39:

$$f_7 = P - k_0(1 - s)^3 + (I_s^2 R_s + I_r^2 R_r) . \quad (2.46)$$

Estas de siete ecuaciones tienen siete posibles incógnitas dependiendo el modelo de barra empleado en las simulaciones como veremos más adelante.

Conforme la técnica de Newton-Raphson, en cada iteración se calculan los incrementos:

$$\Delta_x = J^{-1} \Delta_f . \quad (2.47)$$

Donde las variables incrementales son:

$$\Delta_f = \Delta(f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7)^T , \quad (2.48)$$

$$\Delta_x = \Delta(V_s \varphi_s I_r \theta_r I_s \theta_s s)^T . \quad (2.49)$$

Y la matriz Jacobiana formada por las derivadas parciales de las funciones  $f_1$  a  $f_7$  respecto de las variables  $x$  dadas en 2.49:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_r} & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_r} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial s} \\ \frac{\partial f_2}{\partial v_r} & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_r} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_7}{\partial v_r} & \frac{\partial f_7}{\partial \varphi_r} & \dots & \frac{\partial f_7}{\partial s} \end{bmatrix} . \quad (2.50)$$

En la experiencia de los autores de este método [7], sugieren los siguientes valores iniciales  $X_0 = (0.1 \ 0.1 \ 1.0 \ 0.1 \ 1.0 \ 0.1 \ 0)^T$ , con los ángulos en radianes y los valores rms en pu.

#### 2.4.1 Ejemplos de aplicación

A modo de comprobación de la metodología y del programa desarrollado nos basaremos en el ejemplo presentado en [7], donde se representa una máquina DFIG conectada a una red representada por su equivalente Thevenin, cuya potencia de cortocircuito es  $S_{cc}=20_{pu}$ , y una fase de  $\varphi_{cc}=80^\circ$ . Fácilmente se puede comprobar que su equivalente en términos de impedancia es el que se muestra en la figura que sigue:

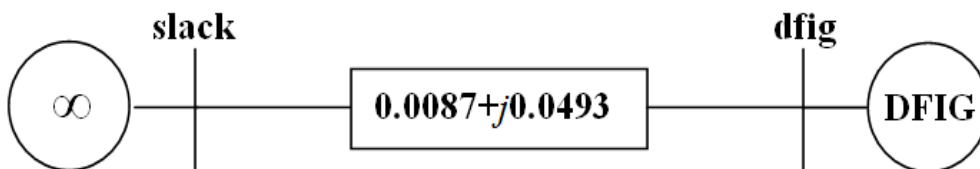


Figura 2.19: Generador DFIG y equivalente Thevenin para ejemplo de aplicación



Se desarrollan a seguir aplicaciones considerando en un primer caso la máquina DFIG controlando reactiva, esto es, como siendo la barra *dfig* una barra PQ y finalmente DFIG controlando tensión, barra *dfig* del tipo PV.

### Caso Barra PQ

Fijando el despacho de la máquina (P y Q), se ejecuta un flujo de carga a los efectos de determinar la tensión en la barra *dfig*, esto es, la tensión en bornes del estator.

- Se resuelven por Newton-Raphson las ecuaciones 2.40 a 2.46.
- Se calcula la potencia mecánica mediante la ecuación 2.35.

Los datos utilizados para verificar el cálculo son los mismos de [7], si bien no presenta los datos necesarios para calcular la constante  $k_0$ , de los resultados presentados, en particular potencia mecánica y deslizamiento, y aplicando 2.39, se deduce que  $k_0=0.4551$ .

Los parámetros del aerogenerador en pu son los siguientes:

$$R_s = 0.01 \text{ pu,}$$

$$X_s = 0.04 \text{ pu,}$$

$$R_r = 0.01 \text{ pu,}$$

$$X_r = 0.05 \text{ pu,}$$

$$X_m = 2.9 \text{ pu.}$$

El programa principal desarrollado para esta aplicación es *rp\_dfig*, y se describe en el Anexo C junto con sus rutinas auxiliares, la sintaxis para este ejemplo, es la siguiente:

```
>>rp_dfig ('ej_feijoo.m','ej_feijoo_flujo.m','dfig',0.27,0)
```

Donde *ej\_feijoo.m* es el nombre del archivo donde se encuentran los datos de la máquina, en este caso:

```
% Ejemplo de un aerogenerador doblemente alimentado, utilizado para
% chequear el paper de Padrón-Feijóo: Calculating steady state operating
%
%
%   Potencia Nominal (MW)   Tensión nominal (V)   Pares de polos   Frecuencia(Hz)   Radio rotor(m)
PLACA           1           660           6           50           15
%
%   Densidad del aire (kg/m3)   Coeficiente de potencia(Cp)   Vel. especifica (tip speed ratio)
OPERATIVOS     1.23           0.45           8
%
%   Resistencia (pu)   Reactancia (pu)   Reactancia de magnetización (pu)
ESTATOR         0.01           0.04           2.9
%
%   Resistencia (pu)   Reactancia (pu)
ROTOR          0.01           0.05
%
```

Los datos de placa y operativos son necesarios para calcular el  $k_0$ , en [7] no se menciona la totalidad de estos datos, por lo que se completa la tabla con datos razonables. La falta de datos impide calcular el  $k_0$  en forma directa por lo que se recurre a lo expuesto arriba.

En *ej\_feijoo.m* se encuentran los datos necesarios para la corrida del flujo de carga necesarios para el paso 1 descrito arriba:

```

%
%          DATOS DE BARRA
%          CARGA      GENERACION      min      max      Shunt      Shunt
% BARRA  TENSION  MW  MVAR  MW  MVAR  MVAR  MVAR  MVAR  Suceptancia
SL slack    1.0    0    0    0    0    0    0    0    0
PQ dfig     1.0    0    0    0    0    0    0    0    0
%
%          DATOS DE LINEAS
% BARRA_1  BARRA_2  RESISTENCIA  REACTANCIA  SUCEPTANCIA
Linea slack  dfig    0.0087      0.0493      0.00

```

Está representado el esquema de la figura 2.19, donde la barra slack (infinita) se le especifica módulo de tensión 1pu y fase 0°. La barra *dfig* (tercer argumento de entrada de *rp\_dfig*) del aerogenerador si bien aparece con potencia cero, internamente estos valores son sustituidos por los dados en los argumentos de entrada, en este caso P=0.27 pu y Q=0 pu, los cuales internamente también se les cambia de signo para “transformar” carga en generación. Todo lo relativos al programa de flujo de carga se puede ver en [8] y [9].

#### RESULTADOS

-----  
Velocidad de sincronismo 78.5398 rad/seg o 750.00 rpm

#### FLUJOS DE POTENCIAS en MW

P. eje	P. estator	P. rotor	P. red (Ps+Pr)	Perdidas
0.277	0.326	-0.052	0.274	0.003

#### TENSIONES, CORRIENTES, y DESLIZAMIENTO (pu, grados)

V estator	fase	I estator	Fase	V rotor	Fase	I rotor	Fase	Deslizamiento
1.0023	0.7714	0.3254	0.7714	0.1591	1.1414	0.4786	-45.6562	0.1523

En esta aplicación se impuso 0 MVA<sub>r</sub> para el control de reactiva, se puede comprobar en los resultados al observar que la tensión y la

corriente del estator quedaron en fase. Asimismo se observa que para este caso la potencia del rotor quedó en el sentido entrante a la máquina.

En el ejemplo siguiente se trata de la misma configuración pero con una generación de potencia activa de 0.534 pu y factor de potencia de 0.95 capacitivo, esto es, se inyecta a la red 0.175 pu de potencia reactiva, obteniéndose:

**RESULTADOS**

-----  
 Velocidad de sincronismo 78.5398 rad/seg o 750.00 rpm

**FLUJOS DE POTENCIAS en MW**

P. eje	P. estator	P. rotor	P. red(Ps+Pr)	Perdidas
0.542	0.509	0.025	0.534	0.008

**TENSIONES, CORRIENTES y DESLIZAMIENTO (pu, grados)**

V estator	fase	I estator	Fase	V rotor	Fase	I rotor	Fase	Deslizamiento
1.0128	1.4030	0.5313	-17.6329	0.0583	-170.8287	0.7321	-44.5984	-0.0598

Se observa que, al contrario del caso anterior la potencia en el rotor es inyectada a la red.

El sentido de la potencia del rotor parece estar asociado con el valor de la potencia en el eje (potencia mecánica), para bajas potencias (caso anterior) el rotor absorbe potencia activa, y a partir de un determinado valor de potencia en el eje, se invierte el sentido.

### Caso Barra PV

Para esta situación, en que al aerogenerador opera en la modalidad de control de tensión, la única diferencia respecto al procedimiento anterior radica en definir la barra donde está colgada la generación como siendo del tipo PV, esto es, fijo la potencia despachada y la tensión del estator. Como resultado del flujo de carga se obtiene la potencia reactiva  $Q$  inyectada o absorbida de la red, y se continúa, de la misma forma que en el caso barra PQ, con el procedimiento de resolución del sistema de ecuaciones no lineales.

## 2.5 Bibliografía del capítulo 2

- [1] Apuntes profesor Renato Carlson, Tecnologías de Generación Electro Eólica JORNADAS IBEROAMERICANAS Integración en Red de la Energía Eólica: Aspectos Técnicos y Regulatorios Cartagena de Indias (COLOMBIA) del 26 al 30 de JULIO DE 2010.
- [2] Electrical Resource. (2009) wound rotor motor construction  
<http://www.electrical-res.com/wound-rotor-motor-construction>
- [3] Máquinas eléctricas, análisis y diseño con Matlab, Jimmie J. Cathey, Mc Graw Hill.
- [4] P.C. Krause, Analysis of electric machinery. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [5] Máquinas eléctricas rotativas: Introducción a la teoría general, José Manuel Aller, editorial Equinoccio, Universidad Simón Bolívar.
- [6] Ríos H., Adriana C.; Strauss L., Antonieta D. “Evaluación del comportamiento de una máquina de inducción de rotor tipo jaula de ardilla como generador para ser empleado en un sistema de conversión de energía del viento”, Anteproyecto de Trabajo Especial

de Grado para optar por el título de Ingeniero Electricista en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada, Maracay, Venezuela. Noviembre 2006.

- [7] Medina Padrón, J.F., Feijóo Lorenzo, A.E.: Calculating steady-state operating conditions for doubly-fed induction generator wind turbines. IEEE Transactions on Power Systems 25(2), (2010).
- [8] R. Hirsch, Apuntes del curso “Transporte de energía eléctrica”, Dpto. Potencia, IIE, F. de Ingeniería, UDELAR.
- [9] R. Hirsch, Apuntes del curso “Taller Matlab y Simulink aplicado a sistemas eléctricos de potencia”, Dpto. Potencia, IIE, F. de Ingeniería, UDELAR.

### 3 MODELADO Y ANÁLISIS DE LA OPERACIÓN EN RÉGIMEN DE REDES CON GENERACIÓN EÓLICA.

El modelado para análisis en régimen permanente de redes con generación eólica no difiere sustancialmente del modelado convencional cuando se trata de aerogeneradores de velocidad variable. Esto se debe a que podemos aproximar razonablemente su modelo como siendo barras PQ, en el caso de que estén operando en el modo de control de reactiva (o factor de potencia), o barras PV caso operación en el modo control de tensión. O sea, cuando se trata de tecnologías con un alto grado de control simplifica su modelado\*.

La tecnología que requiere un modelo particular es la de velocidad fija, ya que al no tener ningún tipo de control intrínseco de potencia reactiva, se requiere un cálculo para determinarla y este cálculo deberá formar parte de la resolución del flujo de carga. Este tema será abordado en detalle en el apartado a seguir.

El resto del capítulo, tratará sobre diversos casos de análisis de redes con especial énfasis en la inclusión de un parámetro fundamental en este tipo de estudios: el viento.



\*Vale aclarar que estamos asumiendo despreciables las pérdidas internas, esto es, asumimos  $P_m$ , la potencia mecánica disponible en el eje, igual a  $P$ , potencia eléctrica inyectada en la red. De ser de interés considerar las pérdidas el modelo se vuelve algo más complejo, pero posible, basta con incorporar las ecuaciones vistas en el punto 3.4 dentro del conjunto de ecuaciones de flujo de carga. Este trabajo, en principio, se mantiene dentro de la consideración  $P_m=P$ .

### 3.1 Modelo del aerogenerador de velocidad fija

El objetivo de este apartado es, a partir del modelo en régimen del aerogenerador de velocidad fija, esto es, de la máquina de inducción conectada directamente a la red (figura 3.1), llegar a un modelo de barra PQ implementable dentro de un algoritmo de flujo de carga [1].

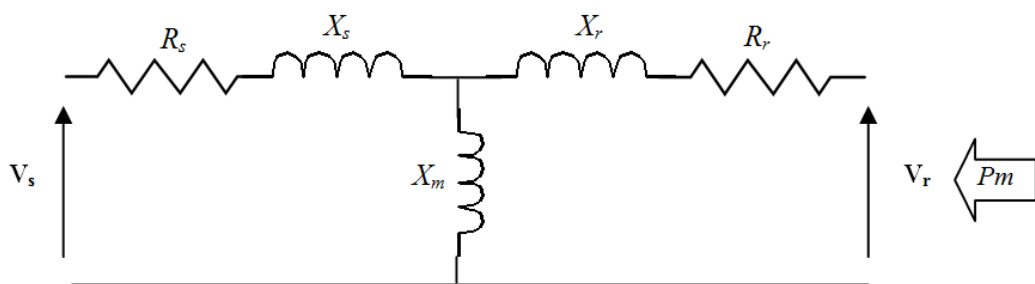


Figura 3.1: Representación en régimen de la máquina de inducción

El primer paso consiste en utilizar la bien conocida transformación  $Y \rightarrow \Delta$  entonces siendo:

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{R}_s + j\mathbf{X}_s\mathbf{Z}_r = \mathbf{R}_r + j\mathbf{X}_r\mathbf{Z}_m = j\mathbf{X}_m . \quad (3.1)$$

Llegamos a:

$$\mathbf{Z}_a = \mathbf{Z}_r + \mathbf{Z}_m + \frac{\mathbf{Z}_r\mathbf{Z}_m}{\mathbf{Z}_s} , \quad (3.2)$$

$$\mathbf{Z}_b = \mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_m + \frac{\mathbf{Z}_s\mathbf{Z}_m}{\mathbf{Z}_r} , \quad (3.3)$$

$$\mathbf{Z}_c = \mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_r + \frac{\mathbf{Z}_s\mathbf{Z}_r}{\mathbf{Z}_m} . \quad (3.4)$$

La representación esquemática de esta transformación se muestra en la figura a seguir:

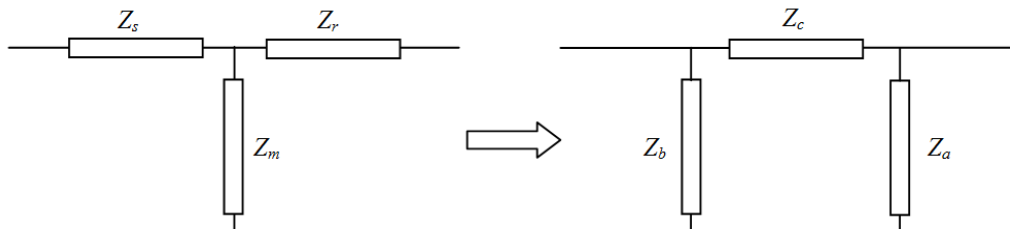


Figura 3.2: Transformación  $Y \rightarrow \Delta$

En el siguiente paso se convierte la potencia mecánica en una fuente de corriente cuyo valor es:

$$\mathbf{I}_{m1} = \frac{P_m}{V_r^*} . \quad (3.5)$$

De tal forma de obtener el equivalente Norton mostrado en el esquema de la izquierda de la figura 3.3, donde la fuente de corriente está en paralelo con la impedancia  $Z_a$ . La asociación de este par de elementos nos puede llevar a convertirlo en un equivalente Thevenin formado por una fuente de tensión de valor:

$$V_m = Z_a \frac{P_m}{V_r^*} \quad (3.6)$$

en serie con la impedancia  $Z_a$ , conforme indicado en el esquema de la derecha de la figura 3.3.

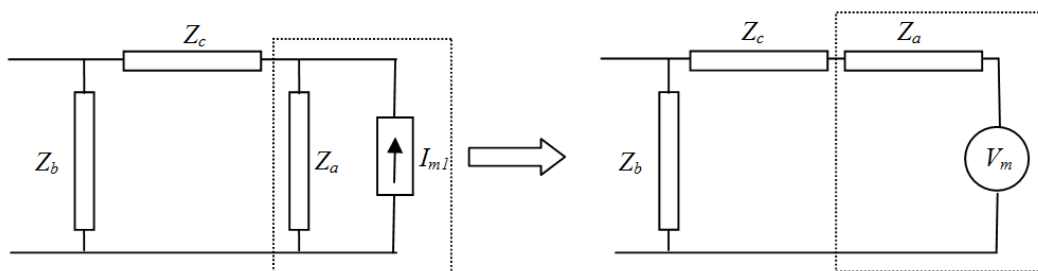


Figura 3.3: Transformación del equivalente Norton al Thevenin

Ahora se observa que las impedancias  $Z_a$  y  $Z_c$  forman una asociación serie con la fuente de tensión  $V_m$ , se puede transformar por lo tanto en un nuevo equivalente Norton, cuya fuente de corriente vale:

$$I_{m2} = \frac{V_m}{Z_a + Z_c} \quad (3.7)$$

Sustituyendo 3.5 en 3.6:

$$I_{m2} = \frac{Z_a P_m}{Z_a + Z_c V_r^*} \quad (3.8)$$

La representación esquemática se ve en la figura 3.4

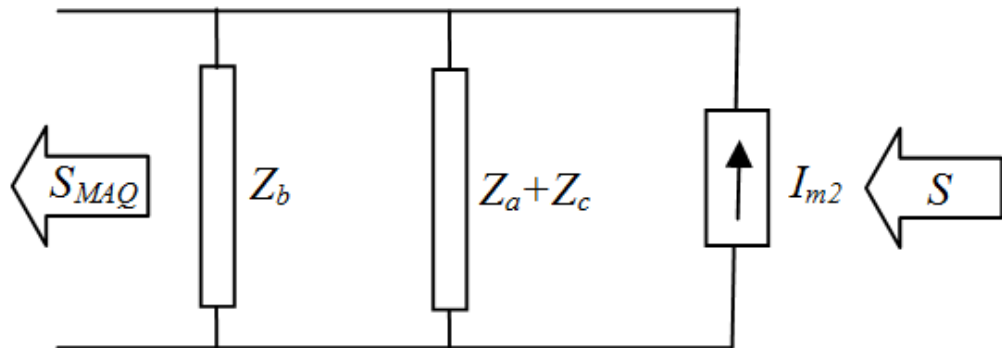


Figura 3.4: Modelo equivalente para análisis de flujo de carga

La admitancia resultante del esquema de la figura 3.4, viene dada por:

$$Y_{MAQ} = \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_a + Z_c} \quad (3.9)$$

La que se integra a la matriz admitancia de la red, mientras que la barra PQ se simula con los valores dados a seguir:

$$S = V_s I_{m2}^* \quad (3.10)$$

Sustituyendo 3.8 en 3.10:

$$S = \frac{V_s}{V_r} \left( \frac{Z_a}{Z_a + Z_c} \right)^* P_m \cdot \quad (3.11)$$

Ahora precisamos encontrar la relación  $\frac{V_s}{V_r}$ . Por un lado y copiando la figura 3.2, lado derecho

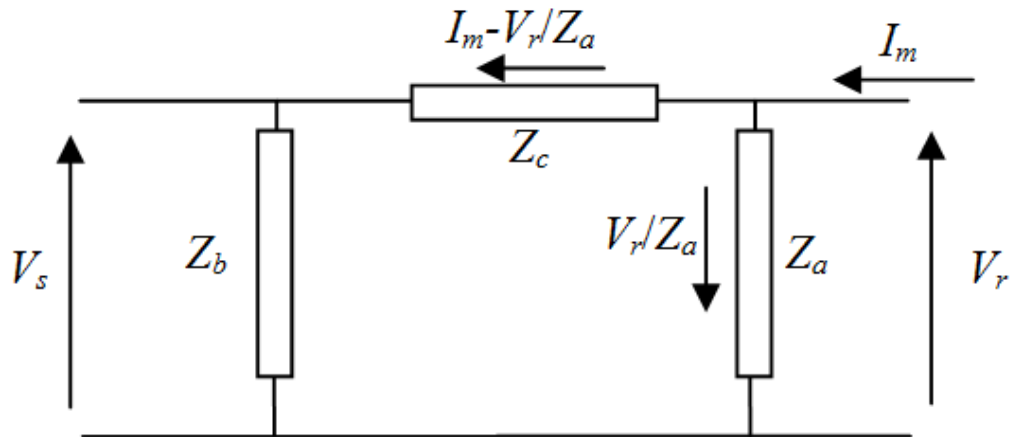


Figura 3.5: Equivalente  $\Delta$  de la figura 3.2

$$V_s = V_r - Z_c \left( I_{m1} - \frac{V_r}{Z_a} \right) \cdot \quad (3.12)$$

Sustituyendo  $I_{m1}$  por 3.5:

$$V_s = V_r - Z_c \left( \frac{P_m}{V_r^*} - \frac{V_r}{Z_a} \right) \cdot \quad (3.13)$$

$$\frac{V_s}{V_r} = 1 - \frac{Z_c P_m}{V_r^2} + \frac{Z_c}{Z_a} = \frac{Z_a + Z_c}{Z_a} - \frac{Z_c P_m}{V_r^2}. \quad (3.14)$$

Sustituyendo 3.14 en 3.11:

$$S = \left( \frac{Z_a}{Z_a + Z_c} \right)^* \left( \frac{Z_a + Z_c}{Z_a} - \frac{Z_c P_m}{V_r^2} \right) P_m. \quad (3.15)$$

La parte real e imaginaria de 3.15 es respectivamente la potencia activa y reactiva a ser considerada en el modelo de barra PQ. El dato de entrada, además de los parámetros de la máquina, es la potencia mecánica  $P_m$  disponible en el eje del rotor.

El problema que aún tiene esta expresión es su dependencia con la tensión del rotor  $V_r$ . Copiando nuevamente la figura 3.2:

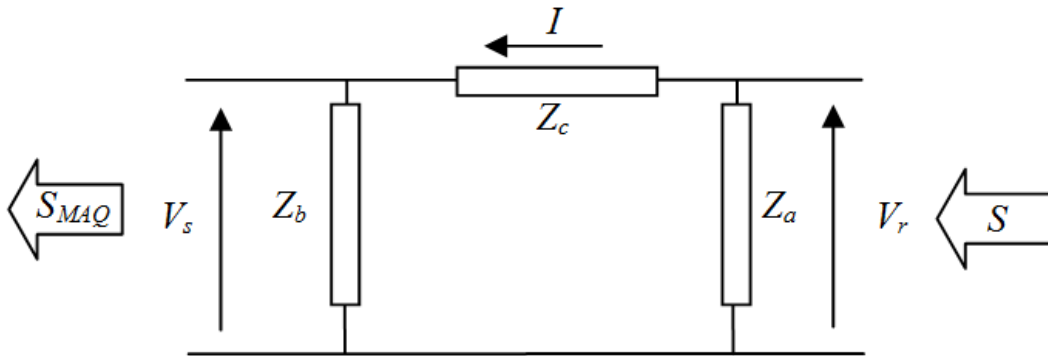


Figura 3.6: Equivalente  $\Delta$  de la figura 3.2

$$V_r = V_s + I Z_c. \quad (3.16)$$

Pero del circuito, aplicando ley de corrientes de Kirchoff en el nodo de la izquierda, tenemos:

$$I = \left( \frac{S_{MAQ}}{V_s} \right)^* + \frac{V_s}{Z_b} . \quad (3.17)$$

Sustituyendo 3.17 en 3.16: llegamos a una expresión para obtener  $V_r$  y sustituir su valor en 3.15 ( $V_s$  está disponible en el algoritmo del flujo de carga ya que es la tensión del lado de la red):

$$V_r = V_s + \left[ \left( \frac{S_{MAQ}}{V_s} \right)^* + \frac{V_s}{Z_b} \right] Z_c . \quad (3.18)$$

Donde:

$$S_{MAQ} = S - Y_{MAQ}^* V_s^2 . \quad (3.19)$$

llegamos a una expresión, utilizable dentro del algoritmo de flujo de carga, para obtener  $V_r$  y así sustituir este valor en 3.15.

Una diferencia básica respecto al modelo PQ "convencional" es que mientras que en estos los valores de P y Q se mantienen fijos e igual a los valores especificados, en este caso los valores de P y Q se van actualizando en cada iteración debido a su dependencia con la tensión. El detalle de la implementación se muestra en el apéndice D.

También a tener en cuenta, los valores de P y Q no corresponden a la potencia activa y reactiva intercambiada entre la máquina y la red (figura 3.4), si no que esta es  $S_{MAQ}$  y se calcula de acuerdo a 3.19.

### 3.1.1 Ejemplos de aplicación del modelo PQ

En el ejemplo a seguir se conecta un parque basado en aerogeneradores de velocidad fija a la red, estando esta representada por un equivalente Thevenin, los datos de entrada se muestran a seguir:

```

% Ejemplo del paper On PQ models for asynchronous wind
% turbinas con otro valor del equivalente Thevenin
%
%
%           DATOS DE BARRA
%           CARGA      GENERACION      min      max      Shunt      Shunt
% BARRA  TENSION  MW      MVAR      MW      MVAR      MVAR      MVAR      MVar      Suceptancia
SL slack      1.0      0        0        0        0        0        0        0        0
PQ barra_SC  1.0      0        0        50       0        0        0        0        0
%
%           DATOS DE LINEAS
% BARRA_1  BARRA_2  RESISTENCIA  REACTANCIA  SUCEPTANCIA
Linea slack  barra_SC      0.0087      0.0493      0.00
%
%           DATOS DE GENERADOR DE INDUCCION
% BARRA      Rs      Xs      Xm      Rr      Xr
IG  barra_SC  0.00571  0.06390  2.78  0.00612  0.18781

```

El parque está conectado entonces a la barra PQ, se asume que se dispone de 50 MW en el eje del rotor, el equivalente Thevenin está dado por una línea que conecta la máquina con la barra slack, los parámetros son tales que la Potencia de corto circuito es de 20 pu y fase  $80^\circ$ .



En la última línea aparecen los parámetros equivalentes del parque, donde además se le informa al programa en que barra está conectada.

La sintaxis de la ejecución y los resultados, a seguir:

>>flujo('onpq.m')

Máximo error en la potencia = 0.0781851  
 No. de Iteraciones = 2

Barra	Tensión Mag.	Angulo grados	-----Carga-----		---Generación---		Shunt
			MW	MVAr	MW	MVAr	MVAr
barra_SC	0.983	1.630	0.0	0.0	49.7	-7.0	0.0
slack	1.000	0.000	0.0	0.0	-49.1	43.2	0.0
<b>Total</b>			<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	<b>0.5</b>	<b>36.2</b>	<b>0.0</b>

Barras con generadores tecnología velocidad fija

Barra	Tensión	Angulo	-----Generación---		---P mec---
Estator		grados	MW	MVAr	MW
barra_SC	0.983	1.630	49.5	-41.1	50.0
<b>Total</b>			<b>49.5</b>	<b>-41.1</b>	

Flujo en las líneas y pérdidas

--Línea--		-Flujo en la línea-		--Pérdidas--		
desde	hasta	MW	Mvar	MVA	MW	MVAr
barra_SC	slack	49.511	-41.056	64.319	0.372	2.109
slack	barra_SC	-49.139	43.165	65.405	0.372	2.109
<b>Total de pérdidas</b>					<b>0.372</b>	<b>2.109</b>

Se observa el importante consumo de reactiva que requiere el aerogenerador (41.1 MVAr), dato fundamental para la definición de la compensación capacitiva. La cual luce bastante elevada en comparación

con la potencia del parque. Otro dato útil a tener en cuenta son las pérdidas internas en este caso 0.5 MW (1% del total).

Para tener una idea más global acerca del consumo de reactiva se realizó un estudio paramétrico variando la potencia mecánica de 20 a 50 MW, y graficando este valor contra la potencia reactiva intercambiada con la red, el resultado se muestra en la figura 3.7 (las rutinas para potenciar el flujo de carga para estudios paramétricos se muestran en el apéndice D)

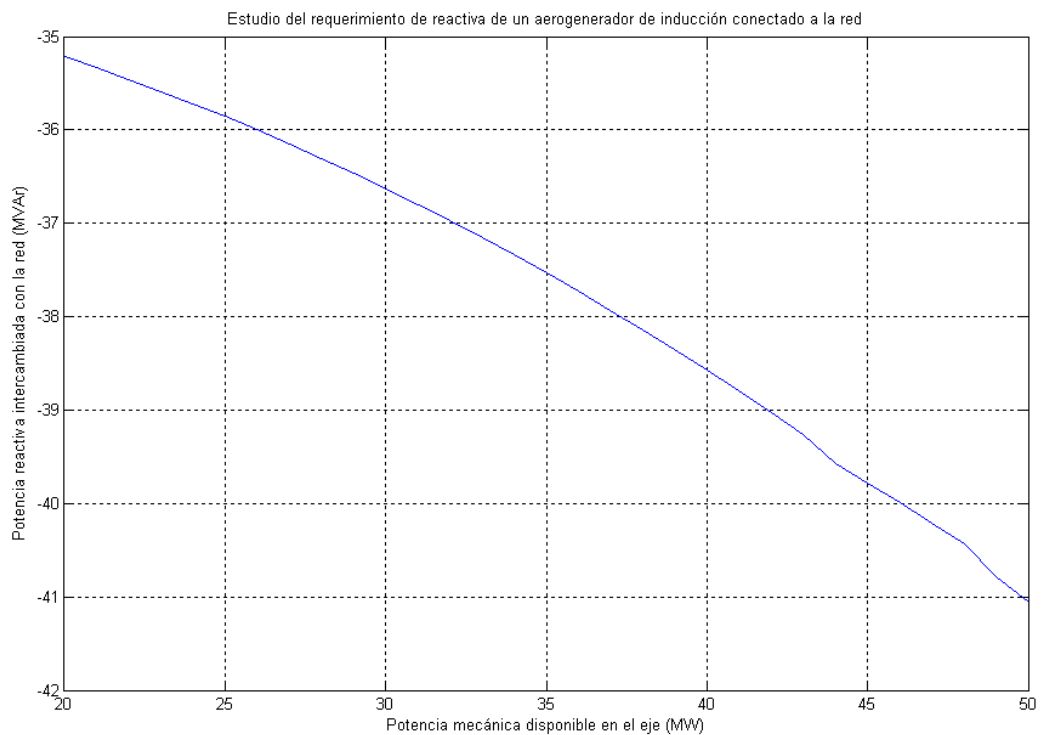


Figura 3.7: Estudio de requerimiento de reactiva en función de la potencia mecánica

Se ve que el requerimiento de reactiva va desde un mínimo del orden de 35 MVar hasta un máximo de 41 MVar, la variación de potencia reactiva no parece muy sustantiva, aún para un rango tan amplio de potencia mecánica como el considerado.

A modo de ejemplo, y teniendo en cuenta que el valor de la tensión es del orden de 0.98 pu, y verificando que no aparecen variaciones significativas en el rango de estudio, y suponiendo que se establezca operar con factor de potencia unitario, la potencia que deben suministrar los bancos se encuentran entre:

$$Q_{min} = \frac{35}{0.98^2} = 36 \text{ MVar} , \quad (3.20)$$

$$Q_{max} = \frac{41}{0.98^2} = 43 \text{ MVar} . \quad (3.21)$$

Por otro lado, es posible que tanto los valores de potencia reactiva como los de tensión en la barra del parque sufran alguna variación más o menos significativa en función de cuan fuerte o débil es la red a la que está conectada, medida en términos de potencia de corto circuito y su relación X/R. Esto motivó un estudio paramétrico adicional, esta vez con dos parámetros independientes, potencia de corto  $S_{cc}$  y relación X/R. Se tomaron consideraron los siguientes rangos de estudio:

$S_{cc}$  de 5 a 20 pu

$X/R$  de 2 a 8

La potencia mecánica disponible se fijó en 50 MW

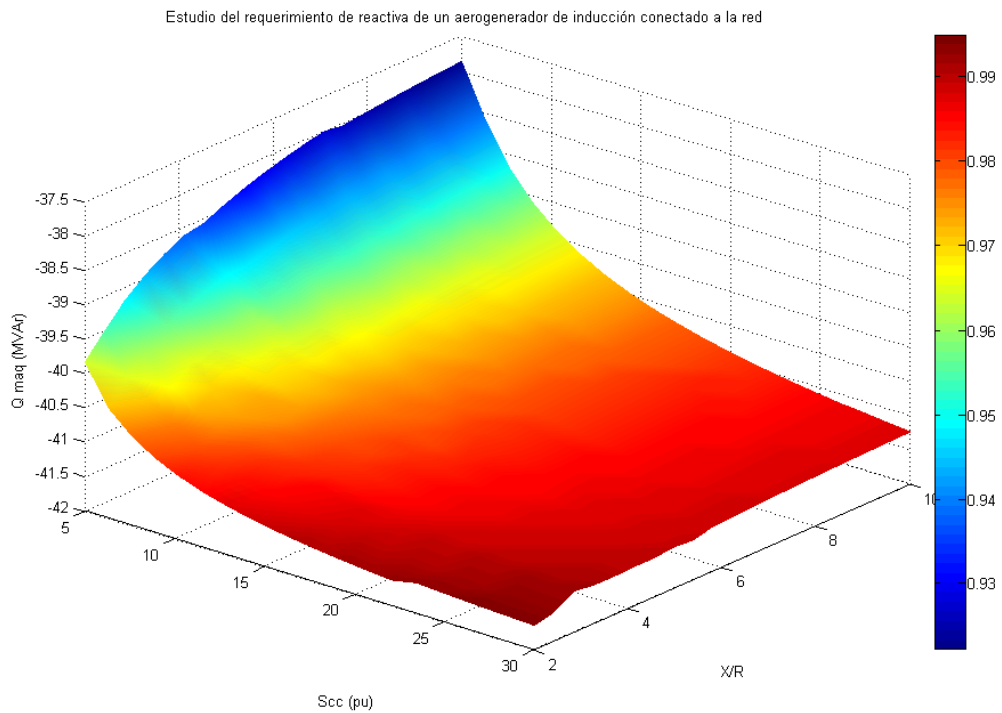


Figura 3.8: Estudio de requerimiento de reactiva en función de la potencia de corto y relación  $X/R$ .

La rutina para este estudio mostrada en el apéndice D arroja como resultado una superficie, que es mostrada en la figura a seguir:

Analizando la superficie y observando que la cota corresponde a la potencia reactiva requerida, no parece haber prácticamente variación a

partir de una potencia de corto de 15 pu, y algo más significativa entre 5 y 10 pu, lo mismo la relación X/R parece tener influencia en la potencia únicamente para valores bajos de potencia de corto. A los efectos de analizar una cuarta variable, en este caso la tensión en la barra del parque, se pintó la superficie según el valor de la tensión cuya escala se ve a la derecha. En la zona celeste hacia el azul se nota valores relativamente bajos de tensión por lo que puede ser requerido compensación capacitiva adicional para llevarla a niveles más razonables. En la vista “en planta” mostrada en la figura 3.9, aparece delimitada esta zona.

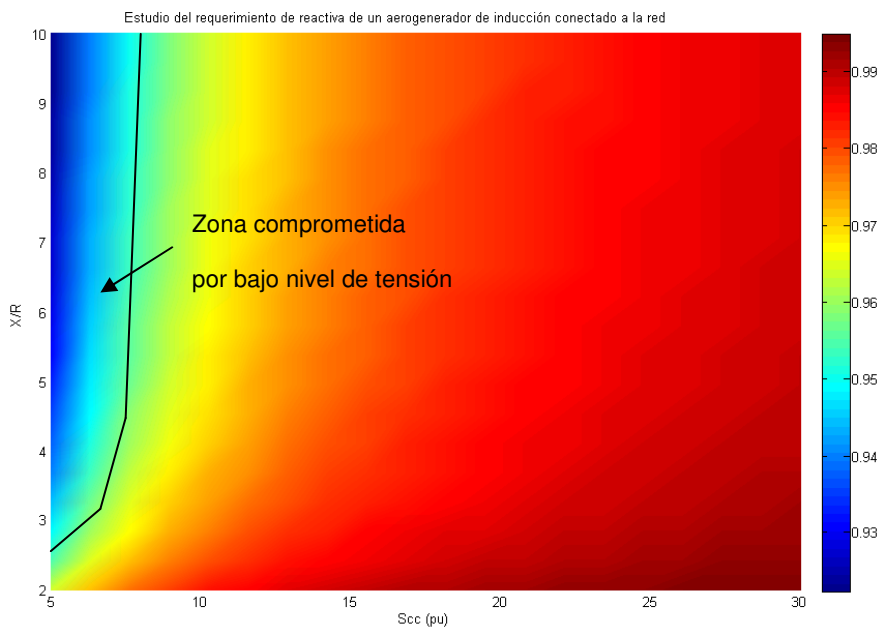


Figura 3.9: Vista en planta para visualización de zonas críticas de baja tensión.

## 3.2 Determinación de la potencia mecánica en función del viento

### 3.2.1 Caso tecnología velocidad fija

Conforme ampliado en el apéndice A la potencia mecánica disponible en el eje de un aerogenerador viene dado por:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta) . \quad (3.22)$$

Para este estudio se asumieron los siguientes valores:

- Densidad relativa del aire  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$
- Diámetro del rotor  $R = 40\text{m}$
- Ángulo del control de paso  $\beta = 0^\circ$

Para el coeficiente de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$  se adoptó la expresión no lineal propuesta por Sootweg [2], ecuación A.11 en el apéndice A y reiterada a continuación:

$$C_p(\lambda, \beta) = 0.73 \left( \frac{151}{\lambda_i} - 0.58\beta - 0.002\beta^{2.14} - 13.2 \right) e^{-\frac{18.4}{\lambda_i}} \quad (3.23)$$

$$\text{Donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\lambda - 0.02\beta} - \frac{0.003}{\beta^3 + 1} \right)^{-1}.$$

A modo de ejemplo y asumiendo velocidad del rotor  $w_r = 18$  rpm, vemos dos casos;

- Velocidad de viento relativamente baja,  $v=7$ m/s:

Velocidad del rotor en rad/s,  $w_r = \frac{2\pi w_t}{60} = 1.885 \text{ rad/s}$  y por lo tanto la velocidad específica o tip speed ratio (ecuación A.6),

$$\lambda = \frac{1.885 \cdot 40}{7} = 10.77.$$

Sustituyendo en 3.23

**$C_p(10.77, 0) = 0.0511$  (¡logra convertir apenas poco más del 5% de la potencia disponible en el viento!)**

Finalmente en 3.21,  $P_m = 52.9$  KW



- Velocidad de viento moderada,  $v=10$  m/s:

Recordando que estamos en el caso velocidad fija por lo que la velocidad del rotor es la misma que en el caso anterior, entonces;

$$\lambda = \frac{1.885\ 40}{10} = 7.5398$$

$$C_p(7.54, 0) = 0.4284 \text{ (Rendimiento del orden del 43 \%)}$$

$$P_m = 1.29 \text{ MW}$$

Las curvas mostradas en la figura 3.10 (el detalle de la función que genera esta figura se muestra en el apéndice D), muestran la potencia extraíble del viento en el eje de la máquina tomando como variable independiente la rotación del rotor y aplicando la expresiones vistas arriba.

Para el caso con tecnología de velocidad fija, los diferentes puntos de operación están dados por la intersección de estas curvas con la recta vertical fija, en este caso, en 18 rpm. Se ve que, en particular para velocidades de viento bajas se apartan bastante de los puntos de

operación óptimos, entendiéndose por óptimo los puntos de operación correspondientes a las máximas potencias disponibles.

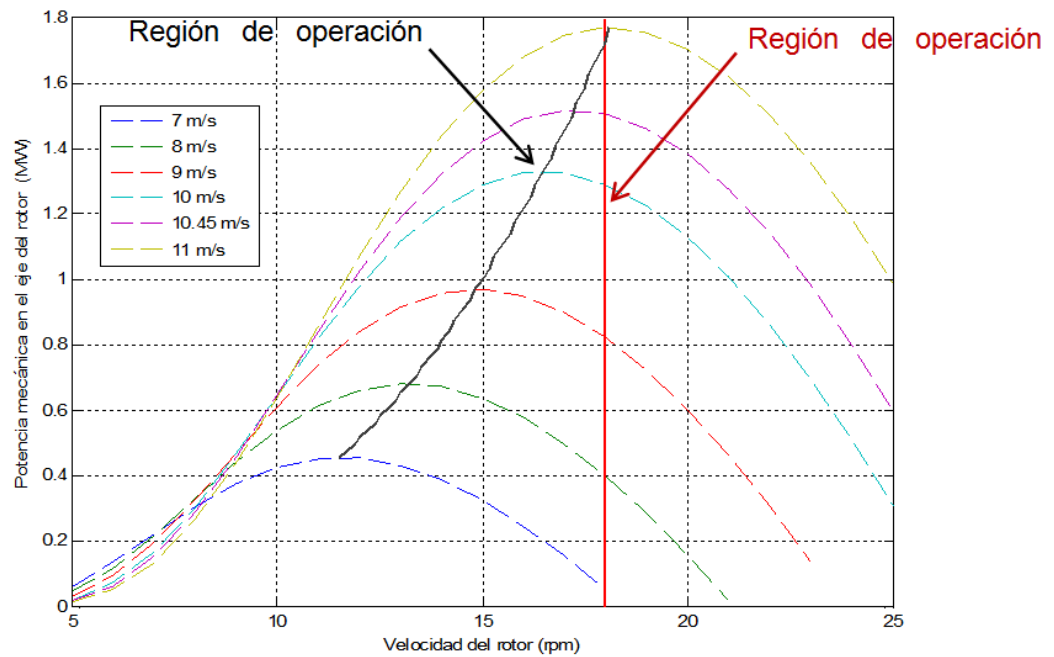


Figura 3.10: Estudio de la potencia mecánica en el eje del rotor para diferentes velocidades del viento.

### 3.2.2 Caso tecnología velocidad variable

El coeficiente de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$  alcanza su valor máximo para un determinado valor del speed tip ratio  $\lambda$ , conforme mostrado en la figura 3.11 a seguir ( $\beta$  fue fijado en  $0^\circ$ ).

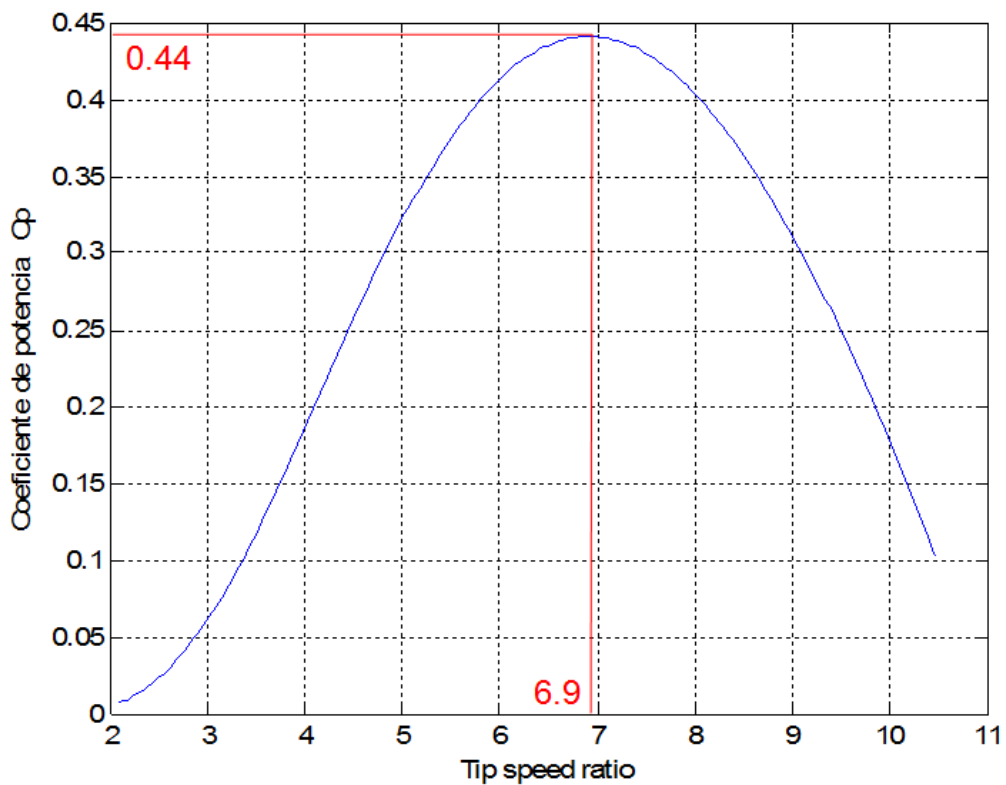


Figura 3.11: variación del  $C_p(\lambda, \beta)$  para diferentes valores de  $\lambda$

Siendo  $\lambda = \frac{w_r R}{v}$  es posible mediante un control sobre la velocidad del rotor  $w_r$  ajustar el punto de operación del aerogenerador, para una dada la velocidad del viento  $v$ , en el máximo de  $C_p(\lambda, \beta)$  y en

consecuencia en el máximo de  $P_m$  (ec. 3.22). En la figura 3.10 se muestra la región de operación para esta tecnología.

A modo de ejemplo: ya sabemos (fig. 3.11) que el valor óptimo de  $\lambda$  es 6.9 por lo que, para una velocidad del viento de 10 m/s la velocidad del rotor debe ser ajustada en  $w_r = \frac{\lambda v}{R}$ , tomando como el caso anterior  $R=40$  m, tenemos que  $w_r = 1.725 \text{ rad/s}$  o **16.5 rpm**. Por otro lado tenemos

$$C_p(6.9, 0) = 0.44 \text{ (ec. 4.23 representa en la curva de la fig. 4.11)}$$

Lo que corresponde a  $P_m=1.33 \text{ MW}$  (ecuación 3.22)

Lo que equivale a 40 KW o 3.1 % por encima de la capacidad de generación con velocidad fija para la misma velocidad del viento. En la figura 3.11 queda en evidencia que para velocidades de viento relativamente bajas, esta diferencia se acentúa. Es claro que esto suceda ya que la tecnología de velocidad fija tiene un único punto óptimo de operación (en este caso es para vientos algo superiores a los 10 m/s), mientras que en la tecnología de velocidad variable todos los puntos de operación (o al menos dentro de un amplio rango) son óptimos.

### 3.3 Ejemplos de aplicación en análisis de redes

Se utilizará la red mostrada en la figura 3.12.

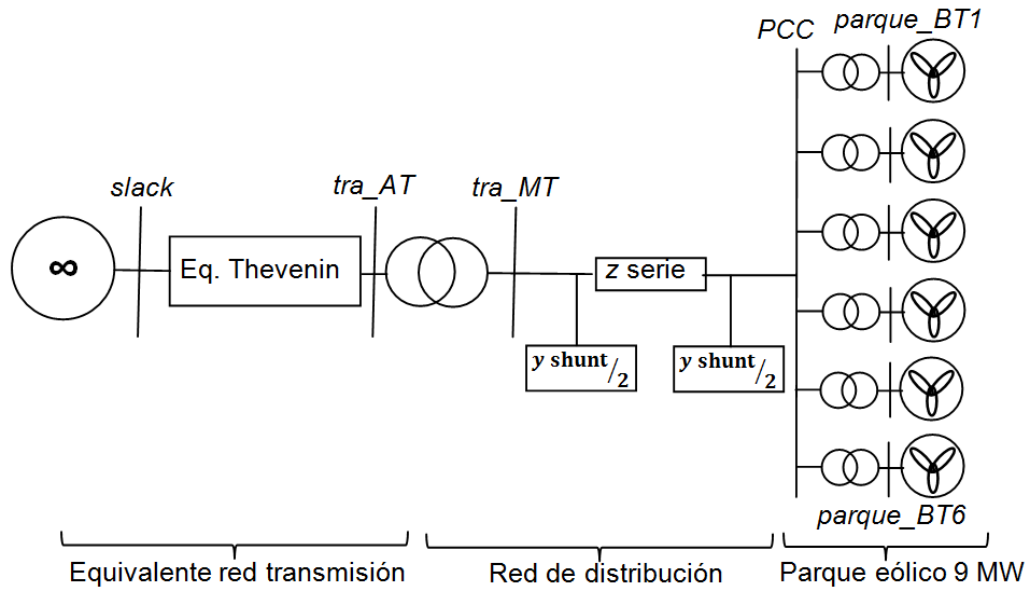


Figura 3.12: Red de distribución para estudio de interconexión eléctrica

Los valores nominales y parámetros de los diferentes elementos que lo componen son mostrados en el archivo de entrada de datos a seguir:

```

% Datos del sistema de distribución
%
%
%          DATOS DE BARRA
%          CARGA          GENERACION          min          max          Shunt          Shunt
%          BARRA          TENSION          MW          MVAR          MW          MVAR          MVAR          MVAR          MVar          Suceptancia
SL slack          1.0          0          0          0          0          0          0          0          0          0
PQ PCC          1.0          0          0          0          0          0          0          0          0          0
PQ tra_MT          1.0          0          0          0          0          0          0          0          0          0
PQ tra_AT          1.0          0          0          0          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT1 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT2 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT3 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT4 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT5 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
PQ parque_BT6 1.0          0          0          1.5          0          0          0          0          0          0
%
%          DATOS DE LINEAS
%          BARRA_1          BARRA_2          RESISTENCIA          REACTANCIA          SUCEPTANCIA
Linea PCC          tra_MT          0.5067          2.2112          7.834e-4
Linea slack          tra_AT          0.0087          0.0493          0
%
%          DATOS DE TRANSFORMADORES
%          BARRA_1          BARRA_2          RESISTENCIA          REACTANCIA          TAP
Trafo tra_MT          tra_AT          0.00          0.63          1
Trafo parque_BT1 PCC          0.00          1.5          1
Trafo parque_BT2 PCC          0.00          1.5          1
Trafo parque_BT3 PCC          0.00          1.5          1
Trafo parque_BT4 PCC          0.00          1.5          1
Trafo parque_BT5 PCC          0.00          1.5          1
Trafo parque_BT6 PCC          0.00          1.5          1
%
%          DATOS DE GENERADOR DE INDUCCION
%          BARRA          Rs          Xs          Xm          Rr          Xr
IG parque_BT1          0.29          6.23          338          0.2621          8.94
IG parque_BT2          0.29          6.23          338          0.2621          8.94
IG parque_BT3          0.29          6.23          338          0.2621          8.94
IG parque_BT4          0.29          6.23          338          0.2621          8.94
IG parque_BT5          0.29          6.23          338          0.2621          8.94
IG parque_BT6          0.29          6.23          338          0.2621          8.94

```

#### Observaciones:

- El parque consta de 6 aerogeneradores siendo la potencia aparente de cada uno de  $1.5/0.9=1.67$  MVA.
- Los parámetros de líneas, transformadores y generadores en pu todos llevados a una base común de 100 MVA y las siguientes tensiones nominales:
  - Barras parque\_BT1 a BT6 575 V
  - Barras PCC y tra\_MT 31.6 kV
  - Barras tra\_AT y slack 150 kV

- Los parámetros del equivalente Thevenin, representativo de la red de transmisión, corresponde a una potencia de corto circuito de 20 pu y fase  $80^\circ$ .
- En este archivo se muestran los parámetros de las máquinas de inducción, estos participan solo en los casos que se considera tecnología de velocidad fija y en consecuencia se aplica el modelo desarrollado en la parte 3.1 de este capítulo. Para los casos de tecnologías de velocidad variable, las barras donde tenemos colgados aerogeneradores se asumen PQ o PV “puras”, y todas las líneas correspondientes a los parámetros de las máquinas deben ser eliminadas.
- La línea de distribución corresponde a la geometría y datos indicados en la figura 3.13.

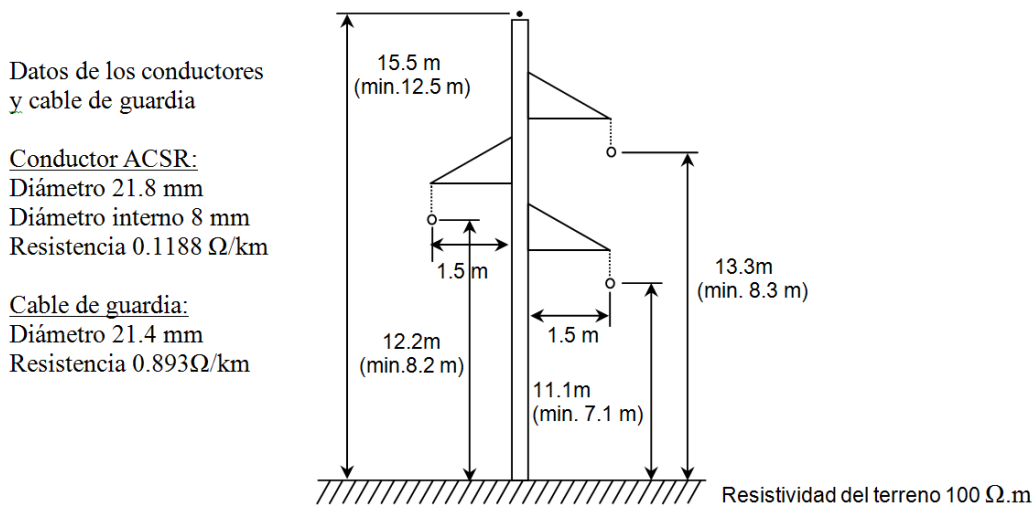


Figura 3.13: Línea de distribución de la red de la figura 3.12

- En todos los casos se estudió la evolución de las diferentes magnitudes físicas de la red, para una variación de la velocidad del viento desde 7 u 8 m/s y hasta 10.5 o 11 m/s.

### 3.4 Casos considerando parque eólico basado en tecnología de velocidad fija.

Todos los casos se basan en flujos de carga paramétricos, siendo el parámetro independiente la velocidad del viento conforme indicado arriba. La función que aplica el flujo de carga en esta modalidad (estudio paramétrico) se muestra en el apéndice D.



### Caso base

En este caso se mantuvo la configuración y los datos de entrada tal cual indicados más arriba, obteniéndose del estudio los resultados que son mostrados y analizados en las figuras a seguir.

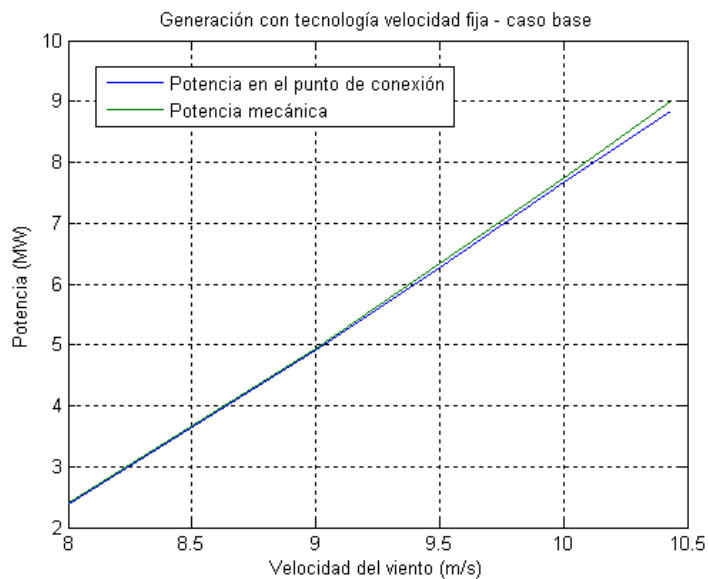


Figura 3.14: Evolución de la potencia mecánica y potencia activa inyectada a la red.

En la figura arriba, vemos que el parque alcanza su potencia nominal, 9 MW, para velocidades de viento próximas a 10.45 m/s. La potencia inyectada a la red es algo menor debido a las pérdidas en el cobre. Vale aclarar que pérdidas adicionales como en el hierro y la caja multiplicadora de velocidad no son consideradas en este modelo.

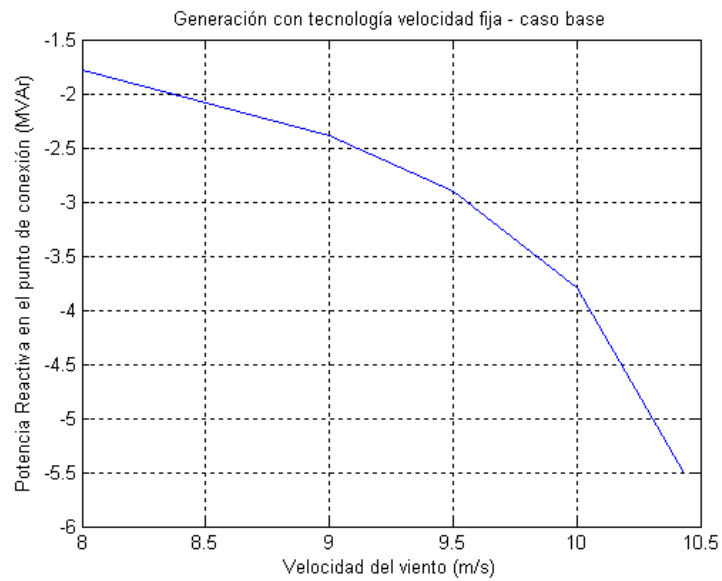


Figura 3.15: Evolución de la potencia reactiva consumida por el parque eólico.

En la figura 3.15 vemos el incremento de la demanda de la potencia reactiva del parque eólico conforme aumenta la potencia activa inyectada a la red (debido al aumento de la velocidad del viento). Como consecuencia la tensión en la barra del punto de conexión común se encuentra por debajo del límite razonable (0.95 pu), para una buena parte del rango de la variación del viento, conforme mostrado en la figura 3.16.

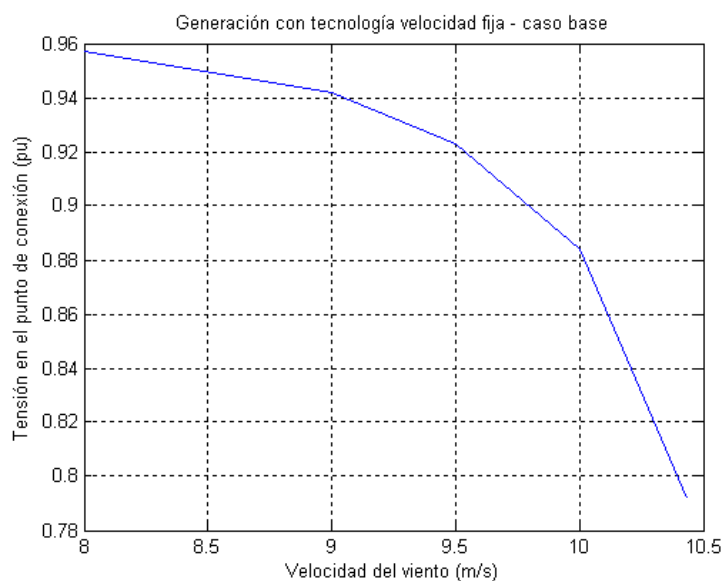


Figura 3.16: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC).

Para corregir el problema de la subtensión, lo más inmediato es la instalación de un banco de capacitores, como en el caso analizado a seguir.

#### Caso con compensación capacitiva

Luego de algunas corridas, se encontró que, con la instalación de un banco de capacitores fijo de 2.6 MVAR, en PCC (figura 3.17), se logra un perfil adecuado de tensión para todo el rango de variabilidad del viento, conforme mostrado en la figura 3.18. Nótese que las fluctuaciones

de la tensión no van prácticamente más allá de 1.03 pu ni por debajo de 0.97 pu.

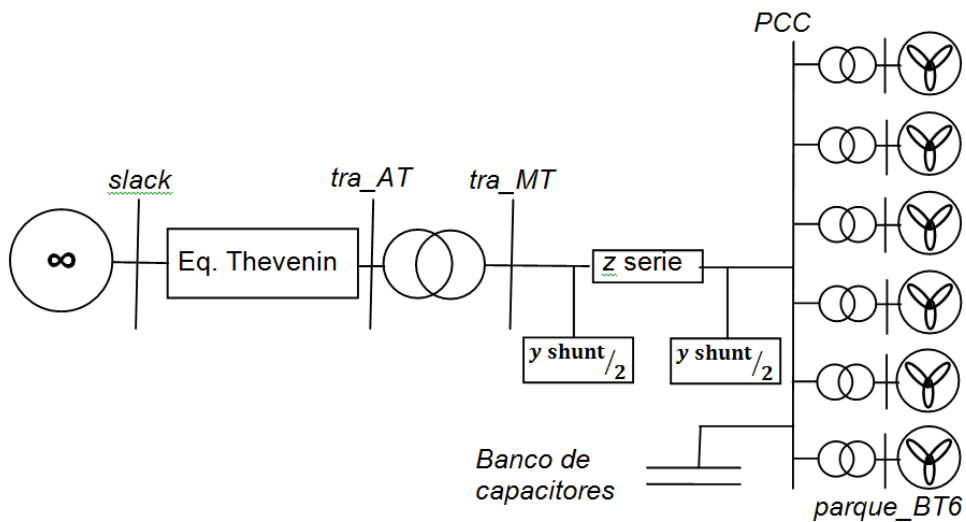


Figura 3.17: Inclusión de un banco de capacitores fijo de 2.6 MVA.

**Modificación en el archivo original; se incluyó el valor 0.026 en la columna de la susceptancia shunt en pu en la línea correspondiente a la definición de la barra PCC:**

PQ	PCC	1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.026
----	-----	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	-------

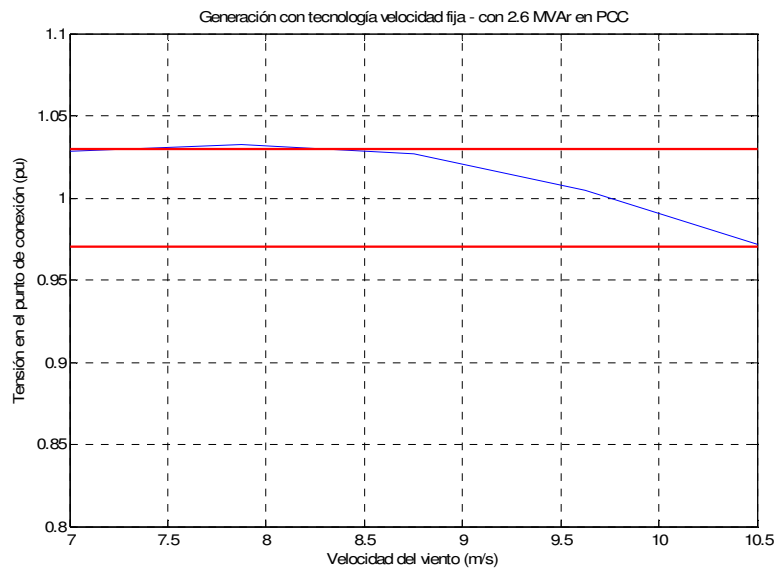


Figura 3.18: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) con compensación capacitiva fija

En punto 3.1 de este capítulo se vio que la tensión en el punto de conexión se veía especialmente comprometida cuando la red de distribución se conecta a un punto débil de la red de transmisión, figura 3.9. Por lo que el análisis a seguir busca dimensionar la compensación capacitiva para esta situación.

Caso red de transmisión débil: Dimensionamiento de la compensación capacitiva.

Basados en la figura 3.9 adoptamos los siguientes parámetros para una red de transmisión débil:

$$S_{cc}=5 \text{ pu}$$

$$X/R=5$$

Lo que corresponde a los siguientes valores a los efectos del equivalente Thevenin:

$$Z = \frac{1}{s_{cc}} \angle \tan^{-1}(X/R) . \quad (3.24)$$

Sustituyendo y pasando a la forma binómica:

$$Z = \mathbf{0.0391 + j0.1961 \Omega}.$$

En el archivo de entrada de datos del caso base se modifica:

```
Linea slack tra_AT 0.0391 0.1961
```

Estudios preliminares mostraron que no es posible obtener un perfil horizontal de tensión en la barra PCC razonablemente plano en todo el rango de variabilidad de la velocidad del viento con un solo banco de

capacitores. La solución que se adoptó es de dos bancos con los siguientes valores:

Banco 1: 1.2 MVar

Banco 2: 2.4 MVar

El hecho de elegir un banco el doble que el otro se basa en que de esta forma se logra un “ajuste más fino”, esto es\*:

Banco 1 fuera + Banco 2 fuera = 0 MVar

Banco 1 dentro + Banco 2 fuera = 1.2 MVar

Banco 1 fuera + Banco 2 dentro = 2.4 MVar

Banco 1 dentro + Banco 2 dentro = 3.6 MVar

El unifilar aplicando esta compensación se muestra en la figura 3.19.

*\* Esta técnica se basa en el conteo binario, por ejemplo en caso de ser necesario un ajuste más fino aún se podría usar bancos de valores C, 2C y 4C, luego van conmutando siguiendo el conteo binario 000, 001, 010, 011 etc. De esta forma la capacitancia total que se consigue en cada conmutación es 0, C MVar, 2C MVar, 3C MVar,... ,7C MVar.*

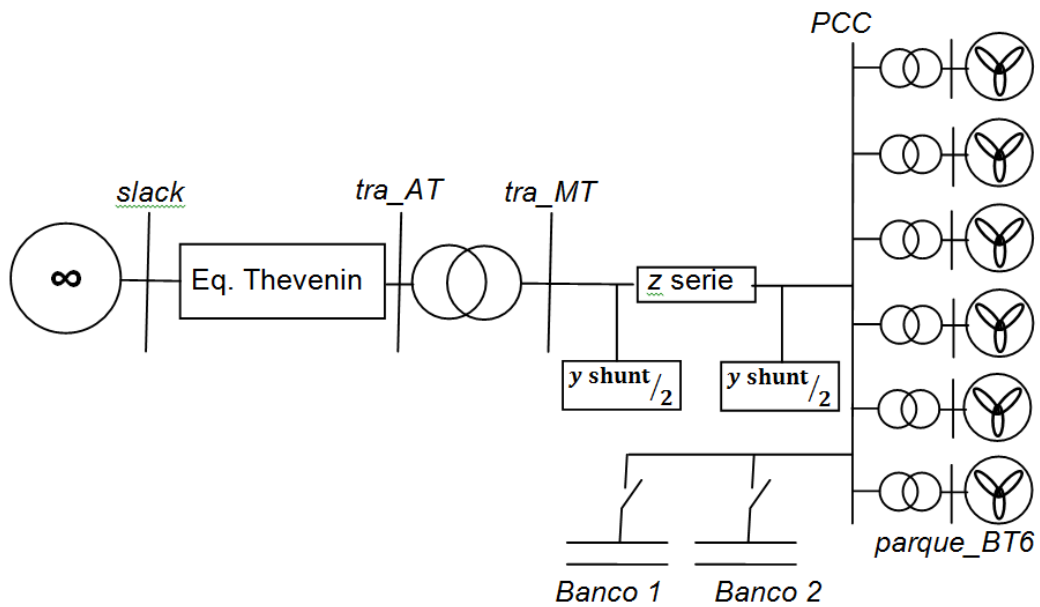


Figura 3.19: Red con compensación capacitiva variable

En el estudio paramétrico los valores de la capacitancia se van variando “desde fuera” conforme mostrado en la función creada para este estudio mostrada en el apéndice D, la figura 3.20 muestra que se ha logrado un perfil de tensión razonablemente horizontal para todo el rango de variabilidad del viento.



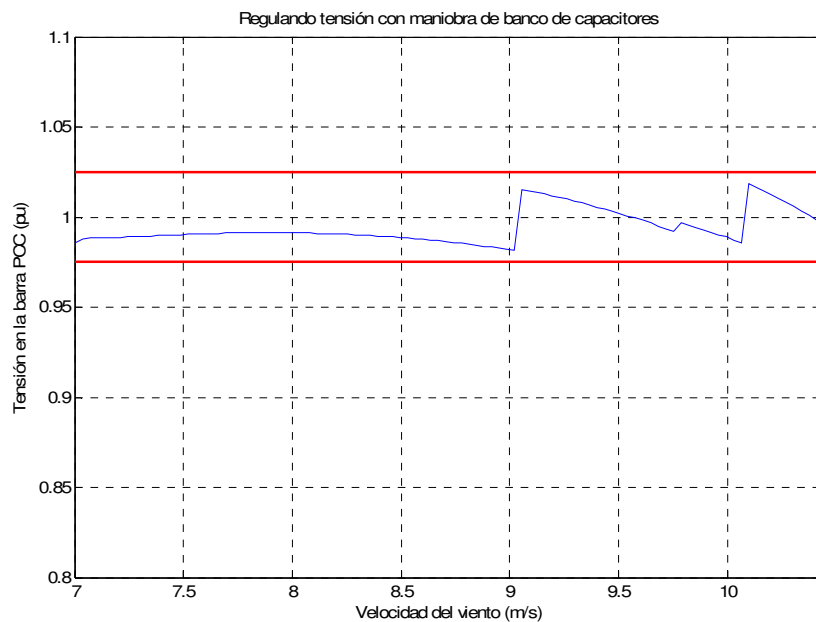


Figura 3.20: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) con compensación capacitiva variable.

### 3.4.1 Casos considerando parque eólico basado en tecnología de velocidad variable.

En estos casos y dado que estas tecnologías poseen un control intrínseco de potencia reactiva, los estudio son análogos a los flujos de carga convencionales, donde las barra del parque se la puede definir como la clásica barra “PQ” o “PV”, según al aerogenerador se lo configure como controlando factor de potencia o tensión. Conforme aclarado al

inicio de este capítulo se deberá implementar un modelo algo más elaborado si se consideran las pérdidas internas.

La única variante respecto al flujo de carga convencional es que la barra de carga “PQ” es en realidad una barra de generación, del punto de vista de la implementación se trata simplemente de considerar la potencia activa con signo negativo (inyectando a la red). La red a estudiar corresponde a la del caso base del apartado anterior siendo el mismo archivo de entrada con la excepción que se eliminaron las filas correspondientes a la barras “IG”.

En este estudio se consideró el caso de barra “PQ” y se tomó como parámetro de estudio, además de la velocidad del viento, el factor de potencia ( $\cos \Phi$ ). El rango de variación considerado y la tensión en la barra PCC es mostrado en la figura a seguir.

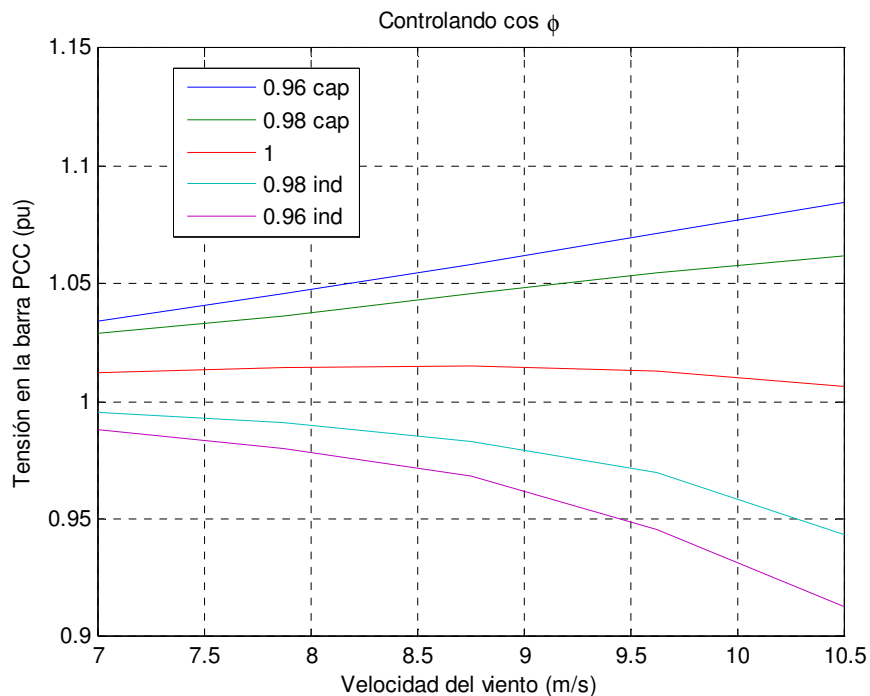


Figura 3.21: Evolución de la tensión en el punto de conexión común (barra PCC) para diferentes factores de potencia del parque

Para este caso mantener factor de potencia unitario ( $Q=0$  en bornes de los aerogeneradores), es el que logra la mejor regulación de tensión para todo el rango de variabilidad del viento.

### 3.5 Bibliografía del capítulo 3

- [1] Feijóo Lorenzo, A.E.: *ON PQ Models for Asynchronous Wind Turbines*. IEEE Transactions on Power Systems 24(4), (2009).
- [2] Slootweg, J.G., de Haan, S.W.H., Polinder, H., Kling, W.L.: *General Model for Representing Variable Speed Wind Turbines in Power Systems Dynamics Simulations*. IEEE Transactions on Power Systems 18(1), 144-151 (2003).
- [3] H. Saadat, *Power System Analysis*, PSA Publishing
- [4] R. Hirsch, Apuntes del curso *Taller de Matlab y Simulink Aplicado al Desarrollo de Herramientas Computacionales para Sistemas Eléctricos de Potencia*, IIE, Facultad de Ingeniería, UDELAR
- [5] R. Hirsch, Apuntes del curso *Transporte de Energía Eléctrica*, IIE, Facultad de Ingeniería, UDELAR



## 4 MODELADO Y ESTUDIOS DE TRANSITORIOS

### 4.1 Introducción

Hasta llegar a un modelo de la máquina de inducción práctico, en el sentido de su aplicación computacional para análisis de transitorios, debemos incursionar por varios tópicos vinculados al análisis de máquinas eléctricas. El esquema de la figura 4.1, da una visión general de lo que será desarrollado en este capítulo, cada cuadro representa un objetivo parcial, hasta llegar a nuestro objetivo final, que es una herramienta computacional, práctica y abierta para estudios de análisis de transitorios involucrando máquinas asíncronas, en particular en su modo generación.

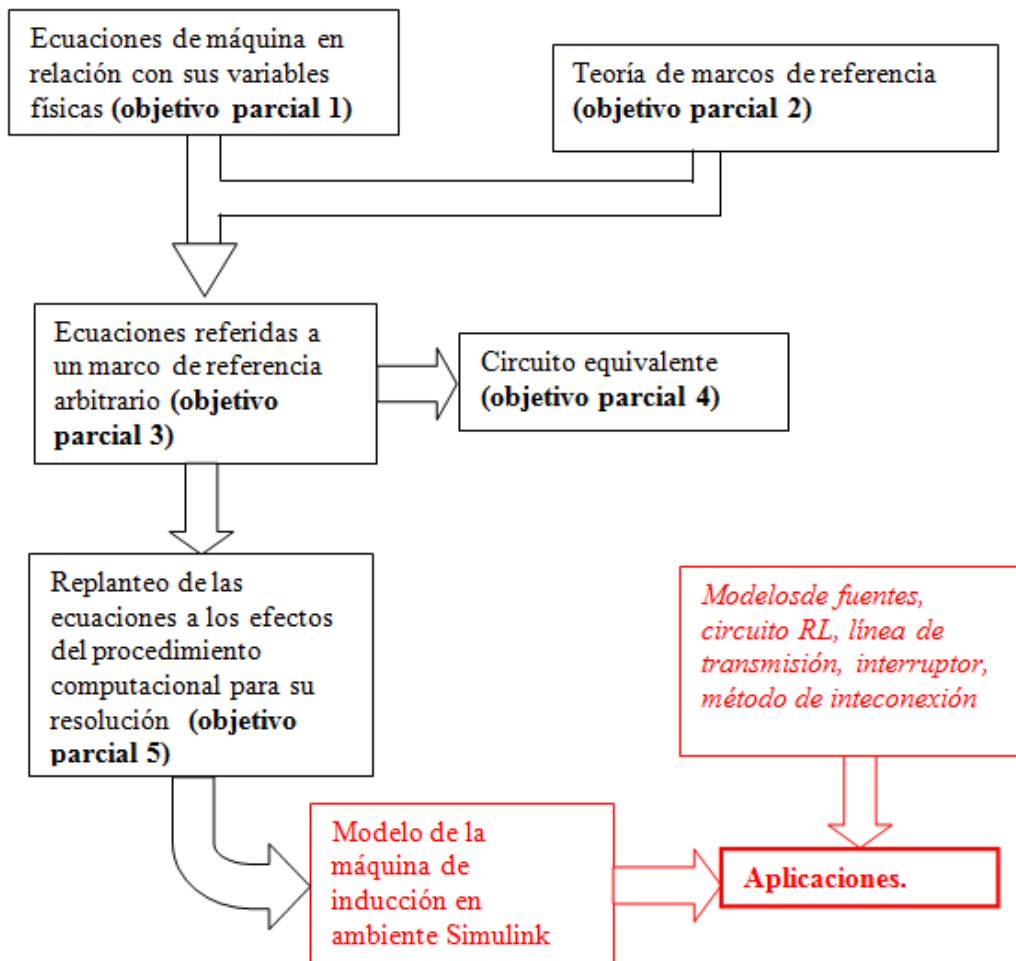


Figura 4.1: Diagrama de bloques implementación del modelo de la máquina de inducción y otros modelos para análisis de transitorios.

## 4.2 Objetivo Parcial 1: Ecuaciones de la máquina de inducción en relación con sus variables físicas

En el esquema de la figura 4.2 se representa en azul el estator y sus variables y ejes asociados, de la misma forma el rotor en rojo.

Los devanados del estator son idénticos entre sí, se encuentran desfasados físicamente  $120^\circ$  y conforman un par de polos. En la figura 2.2 del capítulo 2, se puede ver una representación más cercana a su construcción. Asimismo asumimos que la disposición de los conductores es tal que se logra que la fuerza magnetomotriz en el entrehierro se encuentra senoidalmente distribuida (en el esquema representado por el par de polos girando a la velocidad síncrona, en conformidad con la ecuación 2.1).

De la misma forma, el rotor también es considerado como siendo conformado por devanados idénticos entre sí, desfasados  $120^\circ$  y fuerza magnetomotriz en el entrehierro distribuida senoidalmente.

De los circuitos representativos del estator y del rotor mostrados en la parte baja de la figura 4.2, tenemos que, las tensiones en relación con las variables de máquina están dadas por:

Tensiones en el estator (donde lo denotamos con el sub índice s)

$$\text{Fase a: } v_{as} = r_s \cdot i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt}, \quad (4.1)$$

$$\text{Fase b: } v_{bs} = r_s \cdot i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt}, \quad (4.2)$$

$$\text{Fase c: } v_{cs} = r_s \cdot i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt}. \quad (4.3)$$

Donde  $r_s$  representa la resistencia de cada devanado (todas idénticas entre sí) y  $\lambda_s$ , el flujo magnético concatenado. Sobre este último se verá más adelante (apartado 4.2) su relación con los parámetros de máquina dado por el fabricante.

Las ecuaciones (4.1) a (4.3) se pueden agrupar mediante la representación en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

O en forma compacta,

$$[v_{abcs}] = [r_s] \cdot [i_{abcs}] + \frac{d[\lambda_{abcs}]}{dt}. \quad (4.5)$$

Análogamente para el circuito del rotor:

$$[v_{abcr}] = [r_r] \cdot [i_{abcr}] + \frac{d[\lambda_{abcr}]}{dt}. \quad (4.6)$$



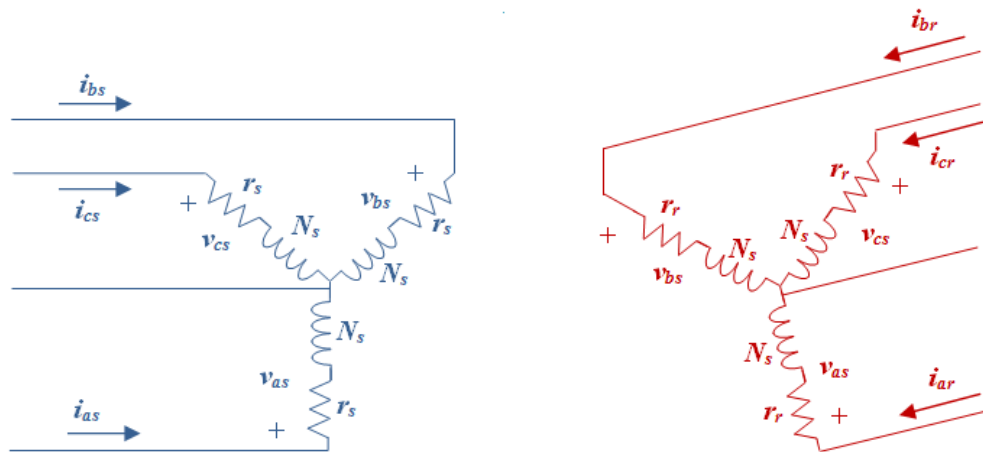
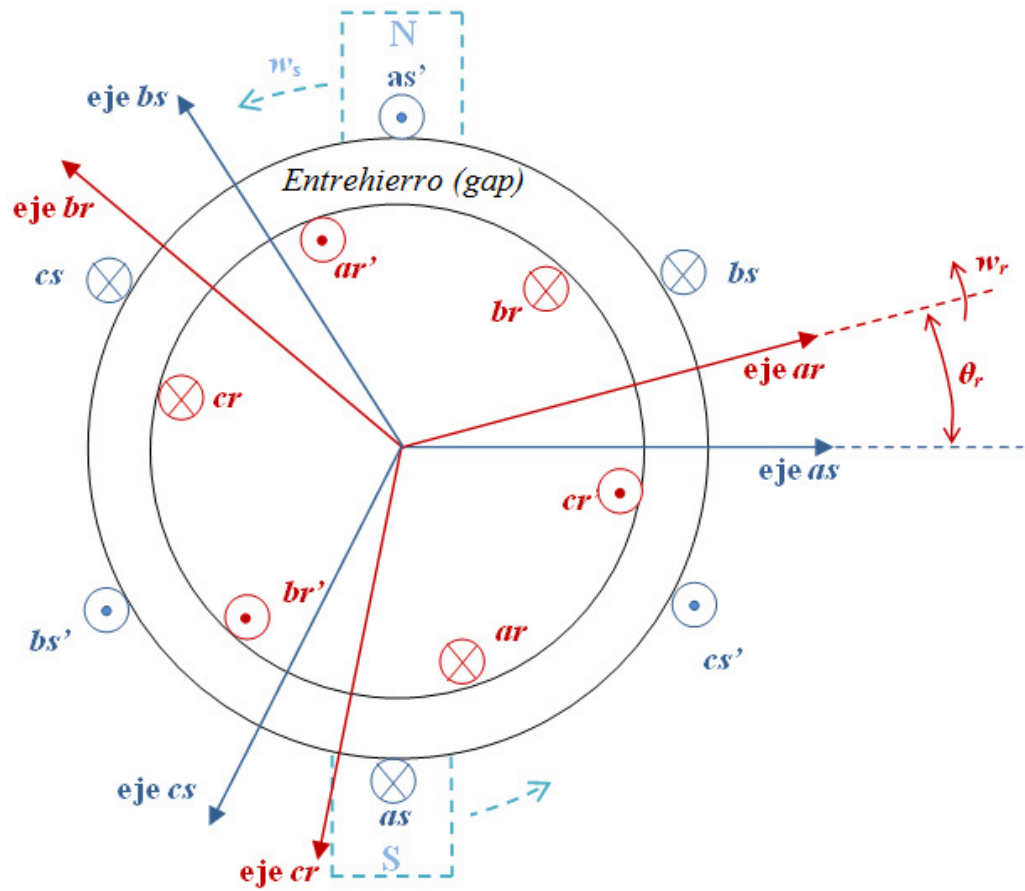


Figura 4.2: Máquina de inducción trifásica, de un par de polos, conectada en estrella.

### 4.2.1 Flujo concatenado e inductancias: conceptos fundamentales

A los efectos de claridad en el desarrollo de los conceptos, se considerará el circuito magnético acoplado de la figura 4.3

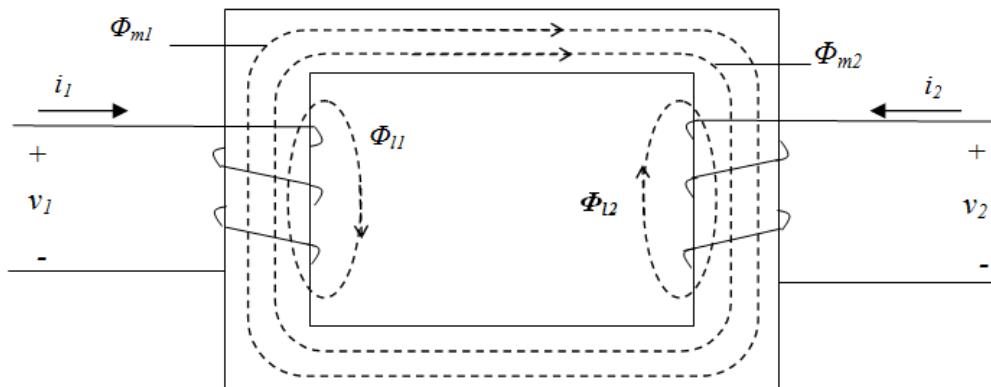


Figura 4.3: Ejemplo de circuito magnético acoplado.

Las variables representadas por  $\Phi$  representan el flujo magnético producido por las corrientes  $i_1$  e  $i_2$ , el sentido está dado por la regla de la mano derecha.

$\Phi_{11}$  es llamado flujo de fuga o de dispersión y es producido por la corriente que fluye por la bobina 1 y concatena solo cada espira de la bobina 1. De la misma forma,  $\Phi_{12}$  es el flujo de fuga producido por la corriente  $i_2$  y concatena a cada espira de la bobina 2.

Luego  $\Phi_{m1}$  es el flujo de magnetización, es producido por la corriente que fluye por la bobina 1 y concatena a cada espira de ambas bobinas 1 y 2. De

forma similar el flujo de magnetización  $\Phi_{m2}$  es producido por la corriente  $i_2$  y concatena también a cada espira de ambas bobinas.

El flujo total que enlaza cada espira de las respectivas bobinas puede ser expresado entonces como <sup>(1)</sup>:

$$\Phi_1 = \Phi_{l1} + \Phi_{m1} + \Phi_{m2} , \quad (4.7)$$

$$\Phi_2 = \Phi_{l2} + \Phi_{m2} + \Phi_{m1} . \quad (4.8)$$

<sup>(1)</sup> Es importante notar que para el sentido de las corrientes de la figura 4.3 (ambas corrientes entrantes y por lo tanto positivas), ambos flujos de magnetización se suman. Si las corrientes tienen sentidos opuestos, esto es por ejemplo mantener  $i_1$  entrante pero  $i_2$  saliente se dice que una bobina magnetiza el núcleo mientras que la otra lo desmagnetiza.

Definimos ahora  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  como el flujo que concatena respectivamente a  $N_1$  y  $N_2$  espiras. Podemos escribir entonces:

$$\lambda_1 = N_1 \Phi_1 , \quad (4.9)$$

$$\lambda_2 = N_2 \Phi_2 . \quad (4.10)$$

$N_1$  y  $N_2$  representa el número equivalente <sup>(2)</sup> de espiras de las bobinas 1 y 2 respectivamente.

El flujo magnético  $\lambda$  depende de las diferentes reluctancias involucradas en el circuito magnético <sup>(3)</sup> bien como del número equivalente de espiras y de la corriente por los bobinados. Poniendo en evidencia las corrientes, es posible obtener parámetros dependientes únicamente de las reluctancias y de número de espiras, estos parámetros se los define como inductancias. A partir de (4.9) y (4.10) podemos escribir entonces:

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 , \quad (4.11)$$

$$\lambda_2 = L_{21}i_1 + L_{22}i_2 . \quad (4.12)$$

Donde  $L_{11}$  y  $L_{22}$  se los define como inductancias propias y,  $L_{12}$  y  $L_{21}$  inductancias mutuas (quienes son iguales entre si). La obtención de estos parámetros, para el circuito de la figura 4.3 se puede encontrar en la sección 1.2 de [1].

Las ecuaciones 4.11 y 4.12 se pueden representar en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} , \quad (4.13)$$

o de forma compacta:

$$[\lambda] = [L][i] . \quad (4.14)$$

<sup>(2)</sup> En realidad sucede que los flujos de fuga, al contrario cómo está mostrado en la figura 4.3, no enlaza completamente a sus respectivas bobinas si no una parte de éstas, de la misma forma el flujo de magnetización producido en una del las bobinas no enlaza completamente a la otra. Por lo tanto lo correcto es referirse a  $N_1$  y  $N_2$  como el número *equivalente* de espiras y no como el número real de espiras. No es un tema fundamental conocer estos valores ya que en definitiva los parámetros relacionados con el acoplamiento del circuito magnético son obtenidos por ensayo.

<sup>(3)</sup> Las reluctancias a su vez dependen de la permeabilidad magnética  $\mu$  del los materiales bien como su largo  $l$  y sección  $A$ :  $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A}$ . En el circuito de la figura 4.3 tenemos dos reluctancias de fuga (una para cada flujo de fuga) donde el  $\mu$  tendrá un valor elevado, ya que las reluctancias de fuga incluyen el aire en su circuito magnético. Por otro lado la reluctancia del circuito de magnetización presenta  $\mu$  mucho menor. En particular en las máquinas al tener un entrehierro (air gap) intercalado en el circuito magnético, las reluctancia se verá fuertemente disminuida.

## 4.2.2 Ecuaciones de flujos concatenados y tensiones en variables de máquina

Reproduciendo abajo nuevamente las ecuaciones 4.5 y 4.6:

$$\text{tensiones por fase en el estator: } [v_{abcs}] = [r_s] \cdot [i_{abcs}] + \frac{d[\lambda_{abcs}]}{dt}, \quad (4.5)$$

$$\text{tensiones por fase en el rotor: } [v_{abcr}] = [r_r] \cdot [i_{abcr}] + \frac{d[\lambda_{abcr}]}{dt}. \quad (4.6)$$

Para un circuito magnético lineal, el flujo concatenado puede ser representado como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

donde  $L_s$  y  $L_r$  representan respectivamente las inductancias propias del bobinado estator y del bobinado rotor,  $L_{sr}$  la inductancia mutua entre el bobinado estator y bobinado rotor. Estas inductancias son obtenidas en la sección 1.5 de [1] y valen:

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

$L_{ls}$  - Inductancia de fuga del estator

$L_{ms}$  - Inductancia de magnetización del estator

$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

$L_{lr}$  - Inductancia de fuga del rotor

$L_{mr}$  - Inductancia de magnetización del rotor

$$L_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

$L_{sr}$  - Inductancia mutua entre estator y rotor

A los efectos de obtener expresiones de flujo concatenado y tensiones similares a las ecuaciones 4.5 y 4.6 pero más convenientes del punto de vista práctico, es necesario reescribir las ecuaciones 4.16 a 4.18, en términos de los parámetros usualmente obtenibles sea de la placa de la máquina o del fabricante, esto es:

- Reactancia de fuga del estator,  $L_{ls}$ .
- Reactancia de fuga del rotor visto desde el estator,  $L'_{lr}$ .
- Reactancia de magnetización del estator,  $L_{ms}$ .

Veamos primero como podemos expresar la ecuación 4.18 en términos de la reactancia de magnetización. Sobre el final de la sección 1.5 de [1] se demuestra que:

$$L_{ms} = \left( \frac{N_s}{2} \right)^2 \frac{\pi \mu_0 r l}{g}. \quad (4.19)$$

Se trata de un parámetro fuertemente vinculado con el entrehierro (*air gap*), donde:

$\mu_0$  - permeabilidad magnética del vacío.

$r$  - radio promedio del entrehierro

$l$  - distancia longitudinal del entrehierro

$g$  - distancia del entrehierro.

Además de  $N_s$  - número equivalente de espiras del bobinado estático

La figura abajo clarifica la distancia involucrada:

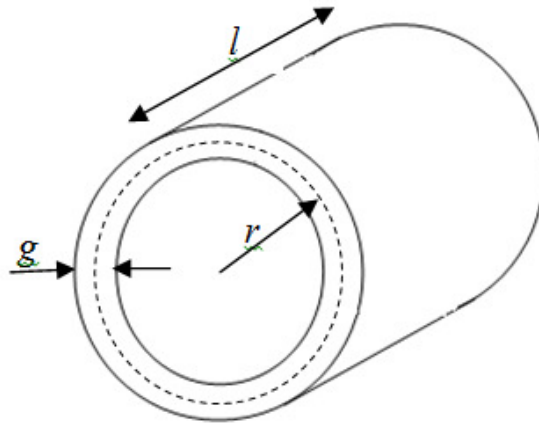


Figura 4.4: Esquema representativo de las distancias del entrehierro en una máquina de inducción.

De forma similar la inductancia de magnetización del rotor viene dada por

[1]:

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{2}\right)^2 \frac{\pi\mu_0 r l}{g}. \quad (4.20)$$



Bien como la inductancia mutua entre estator y rotor:

$$L_{sr} = \left(\frac{N_s}{2}\right) \left(\frac{N_r}{2}\right) \frac{\pi\mu_0 r l}{g}. \quad (4.21)$$

De 4.19 y 4.21 tenemos:

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr}, \quad (4.22)$$

y definiendo  $L'_{sr} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr}$ ,

vemos que ahora 4.18 se puede escribir como:

$$L'_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

por otro lado por 4.19 y 4.20, tenemos

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms}, \quad (4.24)$$

y definiendo:

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr}, \quad (4.25)$$

podemos reescribir la ecuación 4.16 como:

$$L'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

donde

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr}. \quad (4.27)$$

En definitiva, y resumiendo las expresiones de las inductancias de aplicación práctica:

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

$$L'_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

$$L'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{ls} + L_{mr} \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

donde:

$L_{ls}$  - Inductancia de fuga del estator

$L_{ms}$  - Inductancia de magnetización del estator

$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr}$  - Inductancia de fuga del rotor vista desde el estator.

Asimismo, refiriendo las variables del rotor al estator mediante la relación de espiras apropiadas:

$$i'_{abc} = \frac{N_r}{N_s} i_{abc}, \quad (4.28)$$

$$v'_{abc} = \frac{N_s}{N_r} v_{abc}, \quad (4.29)$$

$$\lambda'_{abc} = \frac{N_s}{N_r} \lambda_{abc}. \quad (4.30)$$

Podemos finalmente plantear:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

$$\begin{bmatrix} v_{abcs} \\ v'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{dL_s}{dt} & \frac{dL'_{sr}}{dt} \\ \frac{dL'_{sr}}{dt} & r'_r + \frac{dL_r}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix}, \quad (4.32)$$

donde:

$$r'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 r_r. \quad (4.33)$$

Con lo cual cumplimos nuestro primer objetivo parcial del esquema de la figura 4.1.

### Consideraciones en relación a las aproximaciones adoptadas

La ecuación 4.23 si bien sugiere una distribución senoidal de la inductancia mutua, veremos que esto es una aproximación: en la práctica, si bien los bobinados estático presentan una *distribución fundamentalmente senoidal*,

los rotores cuando no son del tipo bobinado (situación más común en la industria), son del tipo jaula de ardilla.



Figura 4.5: Jaula de ardilla para rotores de este tipo (foto cortesía WEG).

Este tipo de rotor lo componen barras de cobre o aluminio cortocircuitadas en los extremos e incrustadas en material ferromagnético (no mostrado en la figura). Las mismas se encuentran *uniformemente distribuidas*, aunque del punto de vista de su distribución senoidal, se presenta más bien “discretizada”.

En un principio parecería entonces que la inductancia mutua entre un bobinado rotórico uniformemente distribuido y un bobinado estatórico senoidalmente distribuido no se correspondería con la ecuación 4.18. Sin embargo se verifica que en la mayoría de los casos, un bobinado uniformemente

distribuido queda representado en forma adecuada por su componente senoidal principal. Consideraciones adicionales se deben tener en cuenta para el caso de diseños especiales, por ejemplo rotores del tipo doble jaula de ardilla.

De la misma forma, asumir que la máquina de inducción es lineal, esto es, no considerar el fenómeno de la saturación, y por lo tanto la fuerza magnetomotriz libre de armónicas es una simplificación que no describe el comportamiento de la máquina en todos sus rangos de operación.

Sin embargo aun asumiendo una distribución sinusoidal de los devanados (en particular del rotórico) y despreciando los efectos de la saturación, en la mayoría de las aplicaciones se puede predecir razonablemente el comportamiento de la máquina.

### **4.3 Objetivo Parcial 2: Teoría de marcos de referencia**

Lograr reducir la complejidad de las ecuaciones diferenciales que gobiernan las máquinas eléctricas es especialmente importante dado que algunas de las inductancias de las máquinas son dependientes del tiempo y por lo tanto también lo son los coeficientes de las ecuaciones diferenciales. Esta teoría está enfocada entonces a eliminar la dependencia en el tiempo de estos coeficientes.

La teoría de marcos de referencia mostrada y aplicada en este trabajo consiste de dos transformaciones, esquemáticamente representadas abajo:



Figura 4.6: Esquema de transformaciones para llegar a un marco de referencia arbitrario.

La idea consiste en llevar ambos sistemas trifásicos que conforman una máquina de inducción (estator y rotor) a un mismo sistema bifásico (marco de referencia) que gire a una velocidad  $\omega_{dq}$ . Esta velocidad es arbitraria por lo que el modelo de la máquina es referido como *modelo de la máquina en marco de referencia arbitrario*. Ejemplo, si elegimos  $\omega_{dq} = 0$ : corresponderá a un marco de referencia estacionario mientras que  $\omega_{dq} = \omega_s$ : a un marco de referencia sincrónico.

Las transformadas se basan en obtener bobinas bifásicos ficticios imponiendo que la fuerza magnetomotriz que estos producen en el entrehierro sean idénticas a la de los bobinados reales.

#### 4.3.1 Transformada de Clarke

Conforme indicado en el esquema arriba la primera transformación consiste en llevar un sistema trifásico en movimiento a un sistema bifásico estacionario, procedimiento conocido como transformada de Clarke. El esquema

se ve representado en la figura 4.7, a modo de tomar un ejemplo como referencia es aplicado al bobinado estático, pero su aplicación es absolutamente análogo al bobinado rotórico.

La idea fundamental consiste en lograr un par de bobinados  $\alpha$  y  $\beta$  estacionarios, que logre representar el efecto del bobinado trifásico original  $as$ ,  $bs$  y  $cs$ .

La equivalencia se logra imponiendo que las corrientes  $i_\alpha$  e  $i_\beta$ , generen una fuerza magnetomotriz en el entrehierro equivalente a las generadas por las corrientes del sistema original  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ .

La fuerza magnetomotriz tiene una variación sinusoidal en el espacio y en el tiempo, esto es, si se congela el tiempo en un instante específico la fuerza magnetomotriz se mostrará sinusoidalmente distribuida alrededor del entrehierro (caso ideal), por otro lado la fuerza magnetomotriz es generada por corrientes sinusoidales, esto es, si se fija una posición específica en el entrehierro, la fuerza magnetomotriz variará sinusoidalmente en el tiempo.



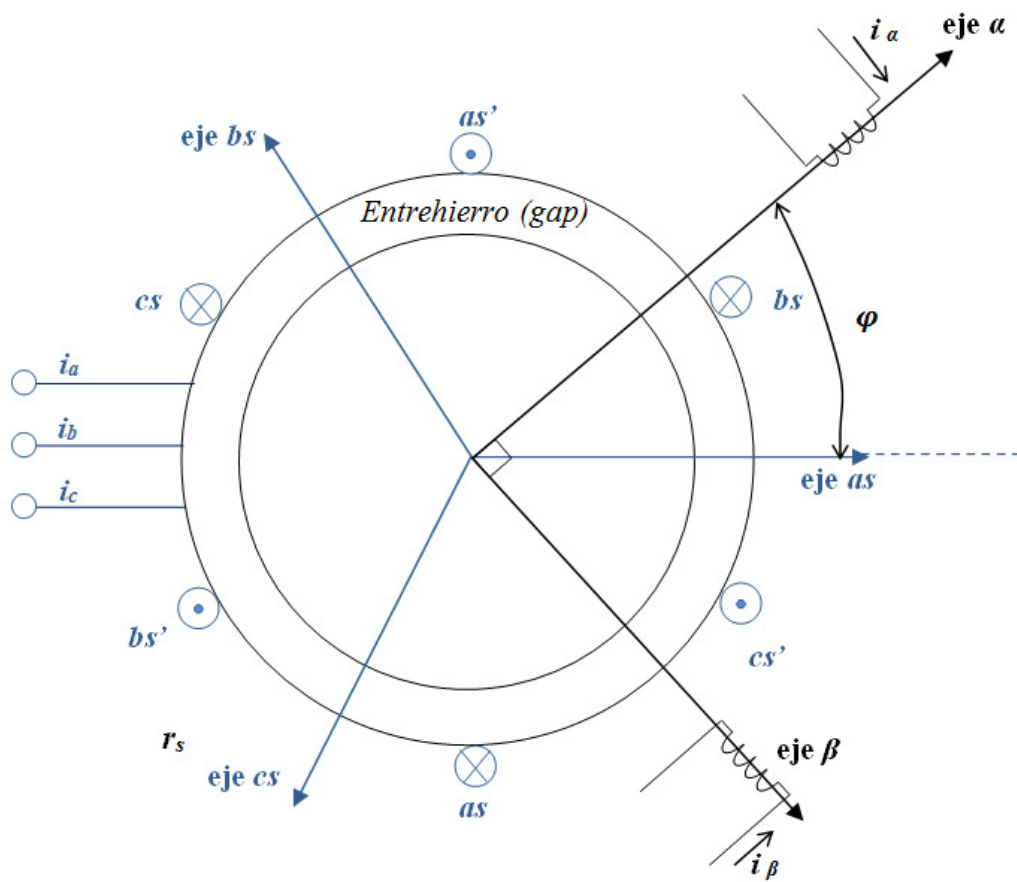


Figura 4.7: Representación esquemática de la transformada de Clark.

En definitiva debemos lograr que:

$$F_{\text{magnetomotriz}}(\varphi, t)_{\text{debida a } i_a, i_b \text{ e } i_c} = F_{\text{magnetomotriz}}(\varphi, t)_{\text{debida a } i_\alpha \text{ e } i_\beta} \quad (4.34)$$

Esto fue estudiado por la Ing. Edith Clark [2], quien encontró que para que se cumpla 4.34 las corrientes  $i_\alpha$  e  $i_\beta$  están dadas por:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin \varphi & \sin(\varphi - 120^\circ) & \sin(\varphi + 120^\circ) \\ \cos \varphi & \cos(\varphi - 120^\circ) & \cos(\varphi + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

donde la tercer variable  $i_0$  es una corriente homopolar o de secuencia cero que no contribuye (suponemos régimen balanceado) a las fuerzas magnetomotrices del entrehierro.

La matriz de transformación:

$$T_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin \varphi & \sin(\varphi - 120^\circ) & \sin(\varphi + 120^\circ) \\ \cos \varphi & \cos(\varphi - 120^\circ) & \cos(\varphi + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (4.36)$$

se conoce como matriz transformada de Clarke, la cual no solamente se aplica a las corrientes, sino también a flujos y tensiones.

Si hacemos coincidir el eje  $\alpha$  del sistema trifásico con el eje  $\alpha$  del sistema bifásico estacionario, tenemos que  $\varphi = 0$ , entonces:

$$T_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

y su inversa:

$$T_{\alpha\beta 0}^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

**Por ejemplo siendo:**

$$i_a = I_a \cos(\omega.t) , \quad (4.39)$$

$$i_b = I_a \cos(\omega.t - 120^\circ) , \quad (4.40)$$

$$i_c = I_a \cos(\omega.t + 120^\circ) . \quad (4.41)$$

Y aplicando 4.37, llegamos a:

$$i_\alpha = -I_a \sin(\omega.t) , \quad (4.42)$$

$$i_\beta = I_a \cos(\omega.t) . \quad (4.43)$$

Cuya representación gráfica podemos ver en la figura abajo:

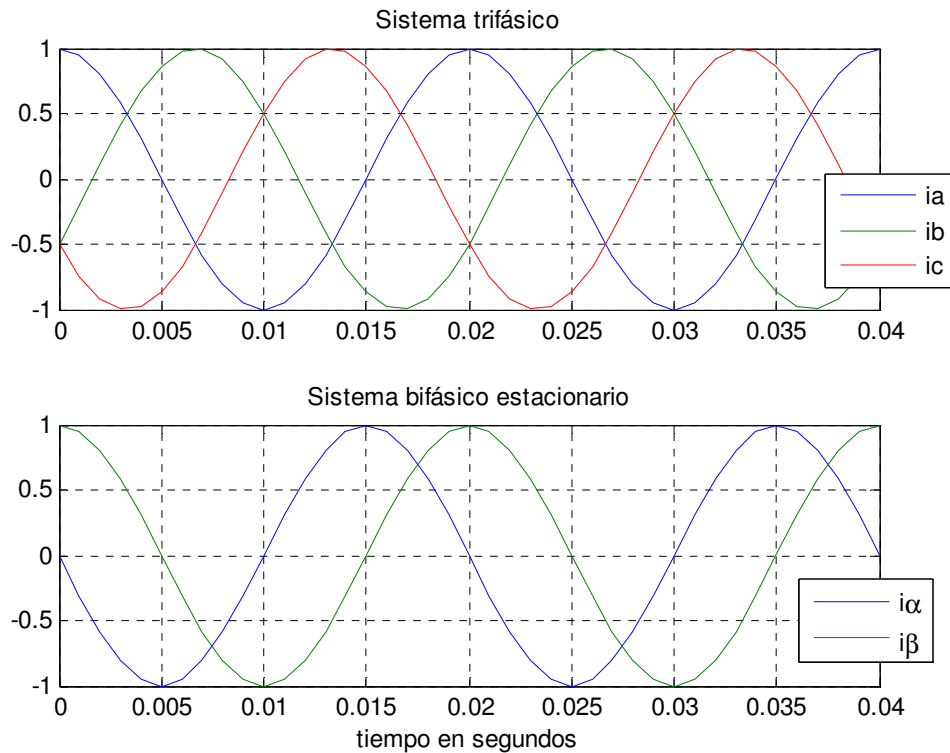


Figura 4.8: Representación en el tiempo corrientes trifásicas y sus correspondientes transformadas de Clarke.

### 4.3.2 Transformada de Park

Un primer paso es obtener un sistema bifásico que rote a una velocidad arbitraria  $\omega_1$  respecto al sistema bifásico estacionario de Clarke (figura 4.8) y segundo bloque de la figura 4.6. La propiedad que debe tener este nuevo sistema es siempre la misma, esto es, debe generar una fuerza magnetomotriz

equivalente a la del sistema original. Las fuerzas magnetomotrices generadas por las bobinas del eje  $q$  y del eje  $d$  vienen dadas respectivamente por:

$$F_q = N_s * I_q , \quad (4.44)$$

$$F_d = N_s * I_d . \quad (4.45)$$

Mientras que:

$$F_\alpha = \text{proyección de } F_q \text{ sobre el eje } \alpha + \text{proyección de } F_d \text{ sobre el eje } \alpha , \quad (4.46)$$

$$F_\beta = \text{proyección de } F_q \text{ sobre el eje } \beta + \text{proyección de } F_d \text{ sobre el eje } \beta . \quad (4.47)$$

El número de espiras equivalentes  $N_s$  imponemos que sea el mismo en todos los sistemas, por lo que para lograr el efecto que las fuerzas magnetomotrices sustituimos en 4.44 y 4.45 las proyecciones de las corrientes  $i_\alpha$  e  $i_\beta$  (4.42 y 4.43), quedando:

$$F_q = N_s * [I_\beta \cos(\theta) - I_\alpha \cos(\theta)] , \quad (4.48)$$

$$F_d = N_s * [I_\beta \sin(\theta) + I_\alpha \cos(\theta)] , \quad (4.49)$$

donde

$$\omega_{dq} = \frac{d\theta}{dt} . \quad (4.50)$$

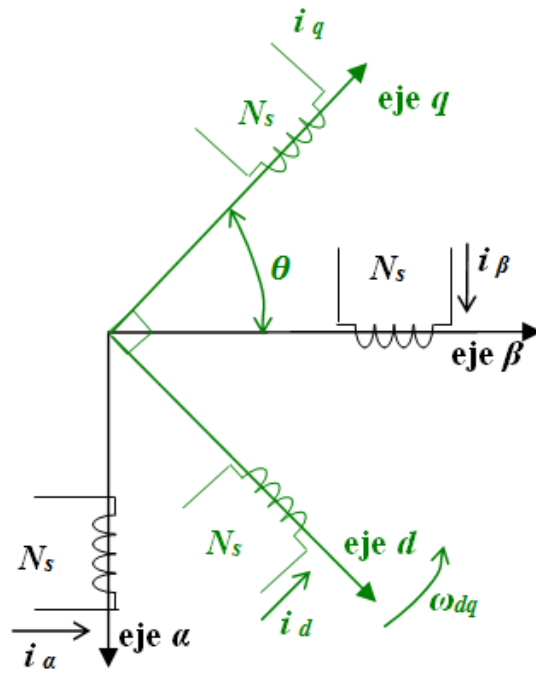


Figura 4.9: Representación esquemática de la transformación de un eje bifásico estático a otro eje bifásico rotando a una velocidad arbitraria.

Comparando respectivamente (4.44) con (4.48) y (4.45) con (4.49), llegamos a:

$$I_q = [I_\beta \cos(\theta) - I_\alpha \text{sen}(\theta)] , \quad (4.51)$$

$$I_d = [I_\beta \text{sen}(\theta) + I_\alpha \cos(\theta)] . \quad (4.52)$$

Representado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_q \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

Agregando una tercera variable, la correspondiente a la corriente homopolar o de secuencia cero:

$$\begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) & 0 \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

La matriz de transformación es entonces (ver segunda transformación indicada en el esquema de la figura 4.6):

$$T_0 = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) & 0 \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

La velocidad angular  $\omega_{dq}$  del sistema de referencia dq está relacionada con el ángulo de desplazamiento  $\theta$  por (4.50) entonces:

$$\theta = \int \omega_{dq} dt, \quad (4.54)$$

o en la forma de integral definida como:

$$\theta = \int_0^t \omega_{dq}(\zeta) d\zeta + \theta_0 , \quad (4.55)$$

donde  $\zeta$  es una variable auxiliar que desaparece en el resultado final.

El sistema de referencia dq es un sistema arbitrario por lo tanto podemos imponer un valor arbitrario para  $\omega_{dq}$ . Por ejemplo si hacemos  $\omega_{dq} = \omega$ , conseguiremos que, mientras que las corrientes del sistema bifásico fijo varían respecto al tiempo, las del sistema móvil permanecerán constantes, el caso está presentado en la gráfica de la figura 4.10, donde se tomó  $\theta_0 = \pi/8$ .



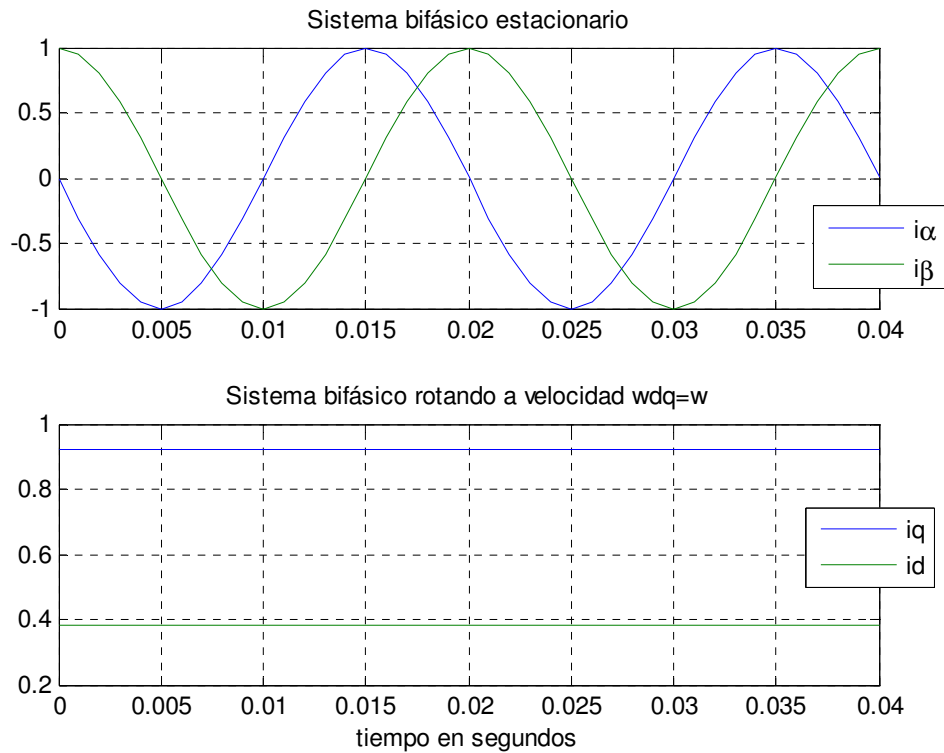


Figura 4.10: Representación en el tiempo de las corrientes del sistema bifásico fijo de Clarke y el sistema bifásico móvil a velocidad arbitraria

Combinemos ahora ambas transformaciones ( $T_{\alpha\beta 0}$  y  $T_0$ ), reescribiendo 4.52:

$$\begin{bmatrix} I_q \\ I_d \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) & 0 \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

Y si tenemos en cuenta la transformada de Clarke, se puede conseguir una transformación de un conjunto trifásico de bobinados fijos a, b y c situados en el estator, por un sistema móvil bifásico dq que se mueva a una velocidad angular  $\omega_{dq}$  respecto a una referencia fija. Reescribiendo la transformada de Clarke:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \quad (4.56)$$

reemplazando la 4.56 en 4.52 se obtiene la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} i_q \\ i_d \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta - 120^\circ) & \text{sen}(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (4.57)$$

La transformada correspondiente se denomina transformada de Park [1]:

$$T_{qdos} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}(\theta - 120^\circ) & \text{sen}(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

Siendo el subíndice s debido a que nuestro desarrollo lo hicimos referenciándonos al bobinado estator.

Conforme definido arriba:

$$\theta = \int \omega_{dq} dt \quad (4.59)$$

o

$$\theta = \int_0^t \omega_{dq}(\zeta) d\zeta + \theta_0 . \quad (4.60)$$

A partir de un cambio de variable podemos obtener la transformada referida al rotor:

$$T_{qdor} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos(\beta - 120^\circ) & \cos(\beta + 120^\circ) \\ \text{sen}(\beta) & \text{sen}(\beta - 120^\circ) & \text{sen}(\beta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} , \quad (4.61)$$

donde  $\beta$  es el diferencia angular entre los ejes del rotor y los eje del sistema dq, esto se ve representado en la figura abajo, donde por simplicidad se representó únicamente la fase a del rotor.

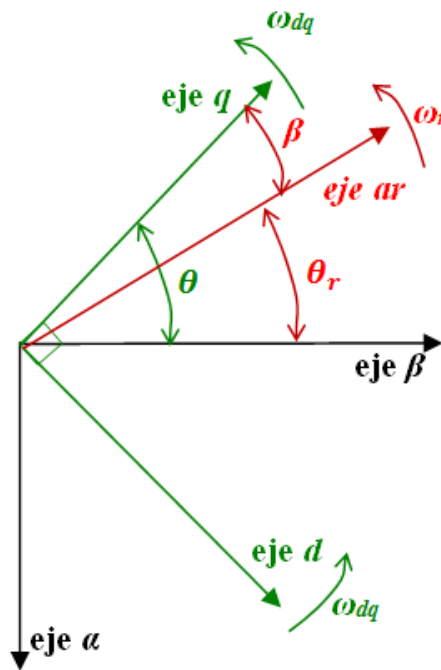


Figura 4.11: Representación de los desplazamientos angulares entre el eje real del rotor (fase a), ejes de Clarke y ejes dq.

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (4.62)$$

El desplazamiento angular  $\theta$  fue definido arriba (ecuaciones 4.50, 4.54 y 4.55) y  $\theta_r$  es definido por:

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} . \quad (5.63)$$

Análogamente a como fue visto para el caso del estator 4.63 puede ser resuelta como:

$$\theta_r = \int \omega_r dt \quad (4.64)$$

o

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\zeta) d\zeta + \theta_{r0} . \quad (4.65)$$

El objetivo del desarrollo generado hasta ahora, y con el cual cumplimos nuestro segundo objetivo parcial es llevar los ejes trifásicos del estator y del rotor a un único marco de referencia arbitrario que gire a una velocidad  $\omega_{qd}$ .

## 4.4 Objetivo Parcial 3: Ecuaciones referidas a un marco de referencia arbitrario

### 4.4.1 Transformación de circuitos estacionarios a marcos de referencia arbitrarios.

Por circuitos estacionarios nos referimos a elementos resistivos e inductivos que trataremos por separado

Elementos resistivos

Para un circuito trifásico resistivo (por ejemplo la componente resistiva de un bobinado estático) tenemos

$$[v_{abc\ s}] = [r_s][i_{abc\ s}] . \quad (4.66)$$

También sabemos de la sección anterior ecuación 4.57 que:

$$[i_{qd0\ s}] = T_{qd0s}[i_{abc\ s}] \quad (4.67)$$

como también

$$[i_{abc\ s}] = [T_{qd0s}]^{-1}[i_{qd0\ s}] . \quad (4.68)$$

análogamente para las tensiones, por tanto 4.66 lo podemos plantear como:

$$[T_{qdos}]^{-1}[v_{qd0s}] = [r_s][T_{qdos}]^{-1}[i_{qd0s}] , \quad (4.69)$$

pre multiplicando por  $[T_{qdos}]$ :

$$[v_{qd0s}] = [T_{qdos}][r_s][T_{qdos}]^{-1}[i_{qd0s}] . \quad (4.70)$$

Todos los bobinados sean del estator, rotor y de hecho todo componente de una red eléctrica sean líneas de transmisión, transformadores, bancos de reactores, son diseñados para tener la misma resistencia en cada una de sus fases. Inclusive las cargas son distribuidas para que se carguen lo más equilibradamente posible.

En estas condiciones  $[r_s]$  es una matriz diagonal, cuyos elementos diferentes de cero son iguales entre sí, por lo que se puede probar que:

$$[T_{qdos}][r_s][T_{qdos}]^{-1} = [r_s] . \quad (4.71)$$

Conclusión; la matriz de resistencias asociadas a un marco de referencia arbitrario es la misma que la matriz de resistencias asociadas su representación real. Recordando que estamos planteando elementos resistivos balanceados.

### Elementos inductivos

Para un circuito trifásico inductivo tenemos

$$[v_{abc s}] = \frac{d}{dt} [\lambda_{abc s}] . \quad (4.72)$$

Planteándolo en términos de un marco de referencia arbitrario,

$$[v_{qd0 s}] = [T_{qdos}] \frac{d}{dt} \{ [T_{qdos}]^{-1} [\lambda_{abc s}] \} . \quad (4.73)$$

Aplicando la derivada de un producto llegamos a:

$$[v_{qd0 s}] = [T_{qdos}] \frac{d}{dt} \{ [T_{qdos}]^{-1} \} [\lambda_{dq0 s}] + [T_{qdos}] \{ [T_{qdos}]^{-1} \} \frac{d}{dt} [\lambda_{dq0 s}] . \quad (4.74)$$



Siendo

$$[T_{qdos}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & \text{sen}(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & \text{sen}(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.75)$$

entonces

$$\frac{d}{dt} \{ [T_{qdos}]^{-1} \} = \omega \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta - 120^\circ) & 0 \\ -\text{sen}(\theta + 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.76)$$

A partir de (4.76) y aplicando identidades trigonométricas llegamos a:

$$[T_{qdos}] \frac{d}{dt} \{ [T_{qdos}]^{-1} \} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.77)$$

Con la identidad planteada en (4.77) ahora podemos expresar (4.74) como:

$$[v_{qd0s}] = \omega [\lambda_{dq s}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{dqo s}], \quad (4.78)$$

donde

$$[\lambda_{dq s}]^T = [\lambda_{d s} \quad -\lambda_{q s} \quad 0] . \quad (4.79)$$

Finalmente a partir de 4.78, e incorporando la caída de tensión en los elementos resistivos, bien como planteando la ecuación de las tensiones del bobinado rotórico referido al estator llegamos a:

$$[v_{qd0 s}] = [r_s][i_{dq s}] + \omega[\lambda_{dq s}] + \frac{d}{dt}[\lambda_{dq0 s}] , \quad (4.80)$$

$$[v'_{qd0 r}] = [r'_r][i_{dq r}] + (\omega - \omega_r)[\lambda'_{dq r}] + \frac{d}{dt}[\lambda'_{dq0 r}] , \quad (4.81)$$

donde:

$$[\lambda_{dq s}]^T = [\lambda_{d s} \quad -\lambda_{q s} \quad 0] , \quad (4.82)$$

$$[\lambda'_{dq r}]^T = [\lambda'_{d r} \quad -\lambda'_{q r} \quad 0] . \quad (4.83)$$

## 4.5 Objetivo Parcial 4: Obtención del circuito equivalente

Recapitulando los resultados fundamentales obtenidos hasta ahora, de nuestro primer objetivo: Ecuaciones de tensión del estator y del rotor referida al estator, en relación con sus variables físicas, obtuvimos, reescribiendo 4.32:

$$\begin{bmatrix} v_{abc s} \\ v'_{abc r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \frac{dL_s}{dt} & \frac{dL'_{sr}}{dt} \\ \frac{dL'_{sr}}{dt} & r'_r + \frac{dL'_r}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc s} \\ i_{abc r} \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Mientras que las ecuaciones en relación a un marco de referencia arbitrario:

$$[v_{qd0 s}] = [r_s][i_{dq s}] + \omega[\lambda_{dq s}] + \frac{d}{dt}[\lambda_{dqo s}], \quad (4.80)$$

$$[v'_{qd0 r}] = [r'_r][i_{dq r}] + (\omega - \omega_r)[\lambda'_{dq r}] + \frac{d}{dt}[\lambda'_{dqo r}]. \quad (4.81)$$

Estas últimas ecuaciones tendrán aplicabilidad práctica, una vez que, al igual que en el caso de las ecuaciones en relación a las variables físicas, sustituyamos los flujos concatenados  $\lambda$  por expresiones en términos de inductancias. Sabemos de nuestro primero objetivo que

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc s} \\ \lambda'_{abc r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc s} \\ i_{abc r} \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Aplicando las transformadas  $T_{qdo s}$  y  $T_{qdo r}$  a las ecuaciones *abc* arriba:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qdo s} \\ \lambda'_{qdo r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{qdo s} L_s (T_{qdo s})^{-1} & T_{qdo s} L'_{sr} (T_{qdo r})^{-1} \\ T_{qdo r} (L'_{sr})^T (T_{qdo s})^{-1} & T_{qdo r} L_r (T_{qdo r})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qdo s} \\ i_{qdo r} \end{bmatrix}. \quad (4.82)$$

La inductancia propia del estator  $L_s$  pasa a ser:

$$T_{qdo s} L_s (T_{qdo s})^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix}, \quad (4.83)$$

donde

$$L_M = \frac{3}{2} L_{ms}. \quad (4.84)$$

Y recordando de nuestro primer objetivo que  $L_{ls}$  representa la inductancia de fuga del estator y  $L_{ms}$  la inductancia de magnetización del estator.

De forma similar:

$$T_{qdo r} L'_r (T_{qdo r})^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_M & 0 & 0 \\ 0 & L'_{lr} + L_M & 0 \\ 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix}, \quad (4.85)$$

donde  $L'_{lr}$  representa la inductancia de fuga del rotor referida al estator.

Asimismo se llega también a:

$$T_{qdo s} L'_{sr} (T_{qdo r})^{-1} = T_{qdo r} L'_{sr} (T_{qdo s})^{-1} = \begin{bmatrix} L_M & 0 & 0 \\ 0 & L_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.86)$$

A los efectos de deducir un circuito equivalente conviene escribir las ecuaciones 4.80 y 4.81 en forma expandida:

$$v_{qs} = r_S i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + \frac{d}{dt} \lambda_{qs}, \quad (4.87)$$

$$v_{ds} = r_S i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + \frac{d}{dt} \lambda_{ds}, \quad (4.88)$$

$$v_{0s} = r_S i_{0s} + \omega \lambda_{0s}, \quad (4.89)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + \frac{d}{dt} \lambda'_{qr}, \quad (4.90)$$

$$v'_{dr} = r'_{dr} i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + \frac{d}{dt} \lambda'_{dr}, \quad (4.91)$$

$$v'_{or} = r'_{or} i'_{or} + \frac{d}{dt} \lambda'_{or}. \quad (4.92)$$

Por otro lado, las expresiones del flujo concatenado se obtienen expandiendo la ecuación 4.82 y sustituyendo los términos de la matriz inductancia por aquellos obtenidos en 4.83 a 4.86:

$$\lambda_{qs} = L_{lS} i_{qs} + L_M (i_{qs} - i'_{qr}), \quad (4.93)$$

$$\lambda_{ds} = L_{lS} i_{ds} + L_M (i_{ds} - i'_{dr}), \quad (4.94)$$

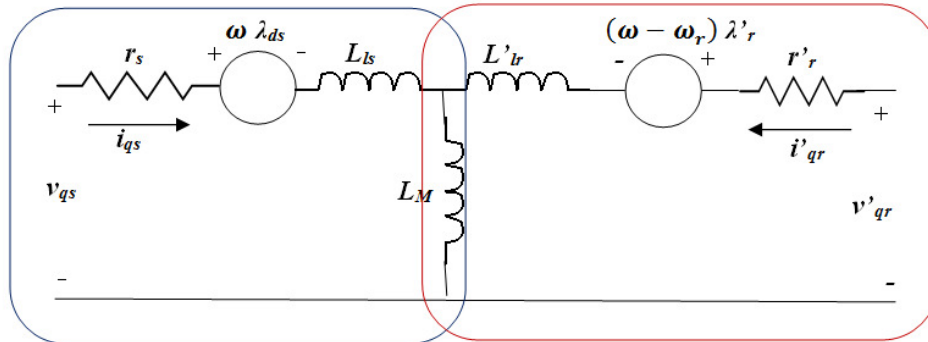
$$\lambda_{os} = L_{lS} i_{os}, \quad (4.95)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + L_M (i_{qs} - i'_{qr}), \quad (4.96)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + L_M (i_{ds} - i'_{dr}), \quad (4.97)$$

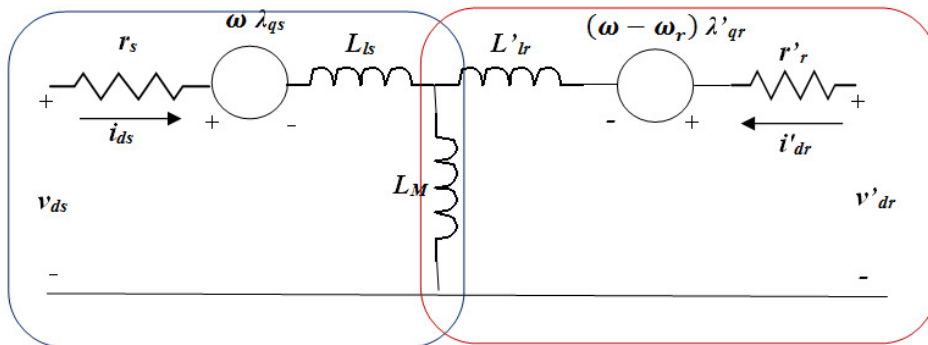
$$\lambda'_{or} = L'_{lS} i'_{os}. \quad (4.98)$$

Estas ecuaciones sugieren los circuitos equivalentes a seguir:



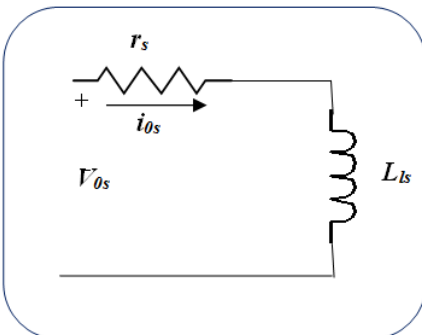
Ec. (4.87) y (4.93)

Ec. (4.90) y (4.96)

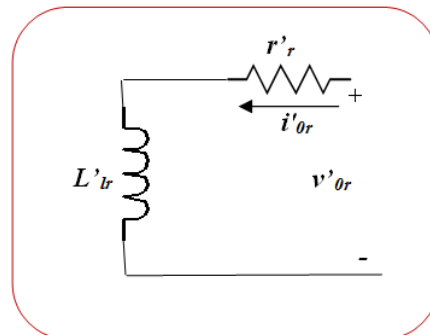


Ec. (4.88) y (4.94)

Ec. (4.91) y (4.97)



Ec. (4.89) y (4.95)



Ec. (4.92) y (4.98)

Figura 4.12: Circuito equivalente de la máquina de inducción trifásica respecto a un marco de referencia arbitrario.

En sistemas de potencia, generalmente representamos los parámetros en ohmios o en valores por unidad respecto a una base de impedancia. Por lo tanto es conveniente representar las tensiones y flujos concatenados deducidos arriba, en términos de reactancia en vez de inductancias, por ejemplo, las ecuaciones de tensión 4.87 a 4.92, quedan:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi_{qs}, \quad (4.98)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi_{ds}, \quad (4.99)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{0s}, \quad (4.100)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{qr}, \quad (4.101)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{dr}, \quad (4.102)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{0r}. \quad (4.103)$$

Donde  $\omega_b$  es la velocidad angular base para el cálculo de las reactancias inductivas y donde los flujos concatenados  $\lambda$  pasan a ser el



flujos concatenado por segundo  $\psi$ . Por lo que las ecuaciones 4.93 a 4.98 quedan:

$$\psi_{qs} = X_{LS}i_{qs} + X_M(i_{qs} + i'_{qr}), \quad (4.104)$$

$$\psi_{ds} = X_{LS}i_{ds} + X_M(i_{ds} + i'_{dr}), \quad (4.105)$$

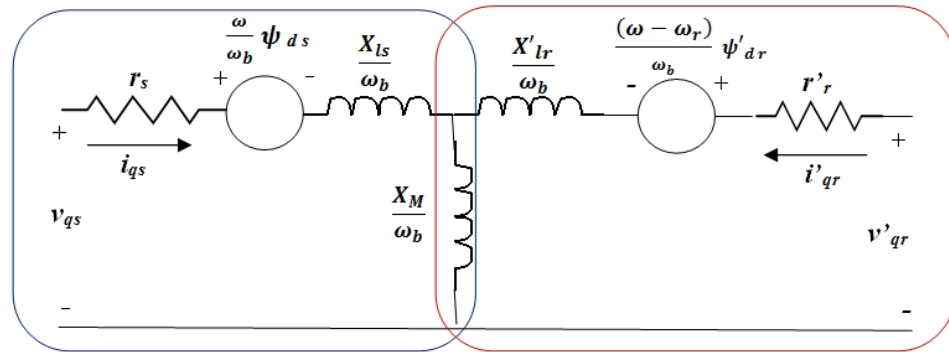
$$\psi_{0s} = X_{LS}i_{0s}, \quad (4.106)$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr}i'_{qr} + X_M(i_{qs} + i'_{qr}), \quad (4.107)$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr}i'_{dr} + X_M(i_{ds} + i'_{dr}), \quad (4.108)$$

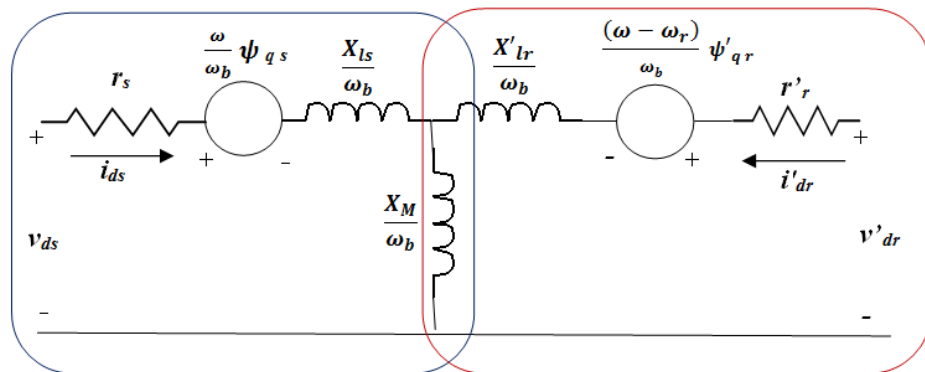
$$\psi'_{or} = X'_{ls}i'_{0s}. \quad (4.109)$$

En las ecuaciones arriba las reactancias inductivas se obtienen multiplicando las inductancias por  $\omega_b$ . En estos términos planteados ya de mayor sentido práctico, el circuito equivalente queda:



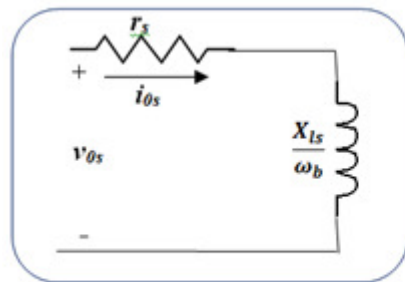
Ec. (4.98) y (4.104)

Ec. (4.101) y (4.107)

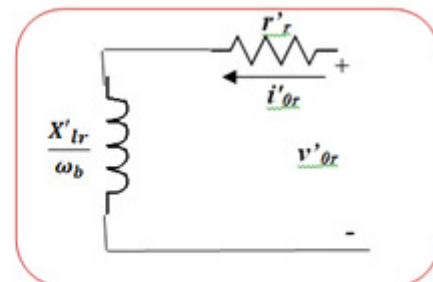


Ec. (4.99) y (4.105)

Ec. (4.102) y (4.108)



Ec. (4.100) y (4.106)



Ec. (4.103) y (4.109)

Figura 4.13: Circuito equivalente de la máquina de inducción trifásica respecto a un marco de referencia arbitrario en términos de reactancias.

## 4.6 Objetivo Parcial 5: Replanteo de las ecuaciones a los efectos del procedimiento computacional para su resolución

Varios objetivos deben cumplir un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales a los efectos de su aplicación computacional. La representación de variables sinusoidales de un sistema de coordenadas trifásico en valores constantes, constituye uno de los objetivos fundamentales ya que trae consigo una mayor estabilidad numérica. Objetivo que logramos cumplir mediante la teoría desarrollada hasta ahora, esto es, referir las ecuaciones físicas de la máquina hacia un marco de referencia arbitrario. También es fundamental una representación “modular”, entendiéndose por esto, lograr que queden accesibles los parámetros de la máquina, a los efectos por ejemplo, desde simplemente como propósito de verificación como hasta para la implementación de sistemas de control. Asimismo una representación “abierta” a los efectos de complementar o mejorar el modelo aquí desarrollado, como por ejemplo incluir el fenómeno de saturación.

El primer grupo de ecuaciones surge de resolver el flujo concatenado por segundo (ecuaciones 4.104 a 4.109) en términos de corriente:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{qs} &= X_{ls} i_{qs} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \\ \psi_{ds} &= X_{ls} i_{ds} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \\ \psi_{0s} &= X_{ls} i_{0s} \\ \psi'_{qr} &= X'_{lr} i'_{qr} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \\ \psi'_{dr} &= X'_{lr} i'_{dr} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \\ \psi'_{0r} &= X'_{ls} i'_{0s} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i_{qs} &= \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{qs} - \psi_{mq}) & (4.110) \\ i_{ds} &= \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{ds} - \psi_{md}) & (4.111) \\ i_{0s} &= \frac{1}{X_{ls}} \psi_{0s} & (4.112) \\ i'_{qr} &= \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{qr} - \psi_{mq}) & (4.113) \\ i'_{dr} &= \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{dr} - \psi_{md}) & (4.114) \\ i'_{0r} &= \frac{1}{X'_{lr}} \psi'_{0r} & (4.115) \end{aligned}$$

Donde  $\psi_{mq}$  y  $\psi_{md}$  son parámetros útiles a los efectos de representar el fenómeno de saturación y se definen:

$$\psi_{mq} = X_M (i_{qs} + i'_{qr}) , \quad (4.116)$$

$$\psi_{md} = X_M (i_{ds} + i'_{dr}) . \quad (4.117)$$

De la forma que fueron definidos arriba  $\psi_{mq}$  y  $\psi_{md}$  se nos presenta un problema práctico a resolver: las ecuaciones de las corrientes nos quedan dependientes de las corrientes. Por lo tanto debemos eliminar las mismas de  $\psi_{mq}$  y  $\psi_{md}$ . Vemos a seguir de qué forma.

Teníamos que:

$$\psi_{qs} = X_{ls}i_{qs} + X_M(i_{qs} + i'_{qr})$$

Dividiendo ambos términos por  $X_{ls}$ :

$$\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} = i_{qs} + \frac{X_M}{X_{ls}}(i_{qs} + i'_{qr}) . \quad (4.118)$$

De la misma forma, a partir de:

$$\psi'_{qr} = X'_{lr}i'_{qr} + X_M(i_{qs} + i'_{qr})$$

Llegamos a:

$$\frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}} = i'_{qr} + \frac{X_M}{X'_{lr}}(i_{qs} + i'_{qr}) . \quad (4.119)$$

Sumando 4.118 y 4.119:

$$\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X_{ls}} = i_{qs} + i'_{qr} + \frac{X_M}{X_{ls}}(i_{qs} + i'_{qr}) + \frac{X_M}{X'_{lr}}(i_{qs} + i'_{qr}). \quad (4.120)$$

Sacando  $i_{qs} + i'_{qr}$  de factor común en el término de la derecha

$$\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X_{ls}} = (i_{qs} + i'_{qr}) \left[ 1 + X_M \left( \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right) \right]. \quad (4.121)$$

Haciendo las cuentas en el término que multiplica la suma de las corrientes:

$$\left[ 1 + X_M \left( \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right) \right] = \left( \frac{X_{ls} \cdot X'_{lr} + X_M \cdot X'_{lr} + X_M \cdot X_{ls}}{X_{ls} \cdot X'_{lr}} \right). \quad (4.122)$$

Multiplicando y dividiendo 4.122 por  $X_M$ :

$$X_M \underbrace{\left( \frac{X_{ls} \cdot X'_{lr} + X_M \cdot X'_{lr} + X_M \cdot X_{ls}}{X_M \cdot X_{ls} \cdot X'_{lr}} \right)}_{\text{donde identificamos}} \quad (4.123)$$

donde identificamos

$$X_M \left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right). \quad (4.124)$$

Sustituyendo 4.124 en 4.121:

$$\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X_{ls}} = (i_{qs} + i'_{qr})X_M \left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right) \quad (4.125)$$

o sea:

$$\frac{\frac{\psi_{qs} + \psi'_{qr}}{X_{ls} + X_{ls}}}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)} = X_M (i_{qs} + i'_{qr}) . \quad (4.126)$$

Por comparación con 4.116, llegamos finalmente a:

$$\psi_{mq} = \frac{\frac{\psi_{qs} + \psi'_{qr}}{X_{ls} + X_{ls}}}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)} . \quad (4.127)$$

Haciendo un desarrollo análogo se demuestra que:

$$\psi_{md} = \frac{\frac{\psi_{ds} + \psi'_{dr}}{X_{ls} + X'_{lr}}}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)} . \quad (4.128)$$

Para obtener entonces las corrientes (ecuaciones 4.110 a 4.115) es necesario obtener los flujos concatenado por segundo, los que se obtienen de resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales a partir de las ecuaciones de las tensiones:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi_{qs} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s}{X'_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_{qs}) \right] \quad (4.129)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi_{ds} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi_{ds}}{dt} = \omega_b \left[ v_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{r_s}{X'_{ls}} (\psi_{md} - \psi_{ds}) \right] \quad (4.130)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{0s} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi_{0s}}{dt} = \omega_b \left[ v_{0s} + \frac{r_s}{X'_{ls}} \psi_{0s} \right] \quad (4.131)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{dr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{qr} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi'_{qr}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{qr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} (\psi_{mq} - \psi'_{qr}) \right] \quad (4.132)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega_b} \psi'_{qr} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{dr} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi'_{dr}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{dr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} (\psi_{mq} - \psi'_{dr}) \right] \quad (4.133)$$



$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d}{dt} \psi'_{0r} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d\psi'_{0r}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{0r} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} \psi'_{0r} \right] \quad (4.134)$$

Nótese que las ecuaciones diferenciales también se sustituyeron los valores de las corrientes por las expresiones de las respectivas ecuaciones 4.110 a 4.115.

Resumiendo, del punto de vista práctico, a partir de la resolución del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s}{X_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_{qs}) \right], \quad (4.135)$$

$$\frac{d\psi_{ds}}{dt} = \omega_b \left[ v_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{r_s}{X_{ls}} (\psi_{md} - \psi_{ds}) \right], \quad (4.136)$$

$$\frac{d\psi_{0s}}{dt} = \omega_b \left[ v_{0s} + \frac{r_s}{X_{ls}} \psi_{0s} \right], \quad (4.137)$$

$$\frac{d\psi'_{qr}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{qr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} (\psi_{mq} - \psi'_{qr}) \right], \quad (4.138)$$

$$\frac{d\psi'_{dr}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{dr} - \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} (\psi_{mq} - \psi'_{dr}) \right], \quad (4.139)$$

$$\frac{d\psi'_{0r}}{dt} = \omega_b \left[ v'_{0r} + \frac{r'_s}{X'_{lr}} \psi'_{0r} \right], \quad (4.140)$$

donde

$$\psi_{mq} = \frac{\frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}}}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)}, \quad (4.141)$$

$$\psi_{md} = \frac{\frac{\psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{dr}}{X'_{lr}}}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)}, \quad (4.142)$$

definiendo

$$x_{ml} = \frac{1}{\left( \frac{1}{X_M} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X'_{lr}} \right)}, \quad (4.143)$$

entonces:

$$\psi_{mq} = x_{ml} \left( \frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}} \right), \quad (4.144)$$

$$\psi_{md} = x_{ml} \left( \frac{\psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{dr}}{X'_{lr}} \right), \quad (4.145)$$

Sustituimos el resultado en:

$$i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{qs} - \psi_{mq}), \quad (4.146)$$

$$i_{ds} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{ds} - \psi_{md}), \quad (4.147)$$

$$i_{0s} = \frac{1}{X_{ls}} \psi_{0s}, \quad (4.148)$$

$$i'_{qs} = \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{qr} - \psi_{mq}), \quad (4.149)$$

$$i'_{ds} = \frac{1}{X'_{lr}} (\psi'_{dr} - \psi_{md}), \quad (4.150)$$

$$i_{0r} = \frac{1}{X'_{lr}} \psi'_{0s}. \quad (4.151)$$

Y así obtenemos las corrientes en un marco de referencia arbitrario, finalmente las transformadas inversas nos llevarán a los valores físicos.

## 4.7 Objetivo Parcial 6: Modelo de la máquina de inducción en ambiente Simulink

La implementación del modelo de la máquina de inducción lo podemos representar mediante el siguiente esquema de bloques fundamentales:

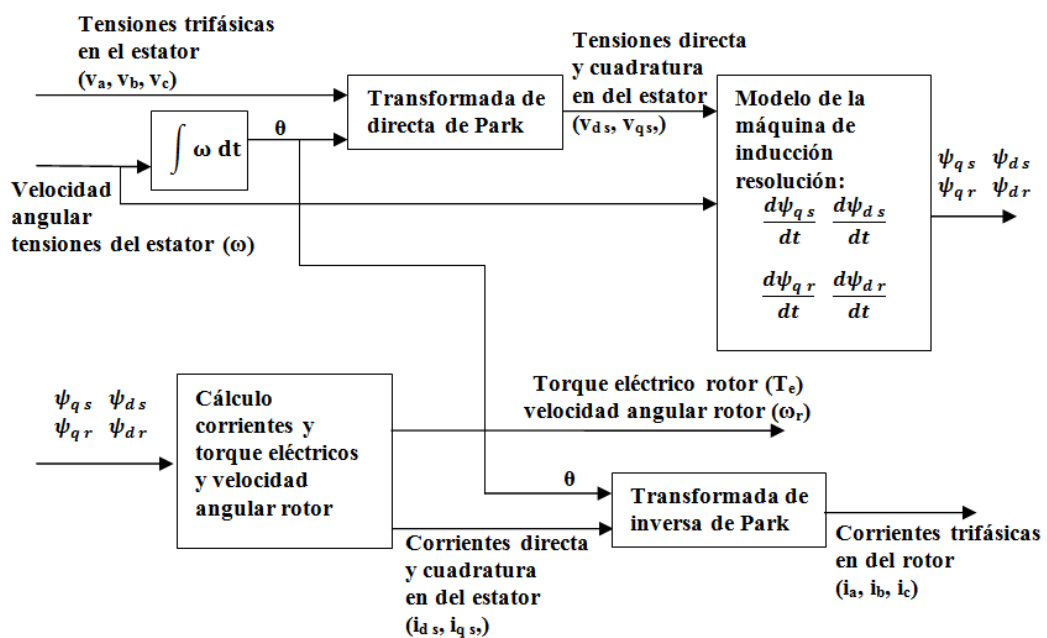


Figura 4.14: Representación esquemática de la implementación del modelo de la máquina de inducción.

Cuyo detalle a nivel de implementación, es descrito a seguir.

#### 4.7.1 Cálculo del desplazamiento angular $\theta$

Imponemos que nuestro sistema de referencia dq gire a la velocidad angular  $\omega$ , dada por la frecuencia dada de la red (50 o 60Hz), el ángulo de desplazamiento correspondiente de los ejes dq estará dado por la ecuación 4.54  $\theta = \int \omega_{dq} dt$  donde  $\omega_{dq} = \omega$ . Cuya implementación se muestra a seguir:

#### 4.7.2 Transformada directa de Park

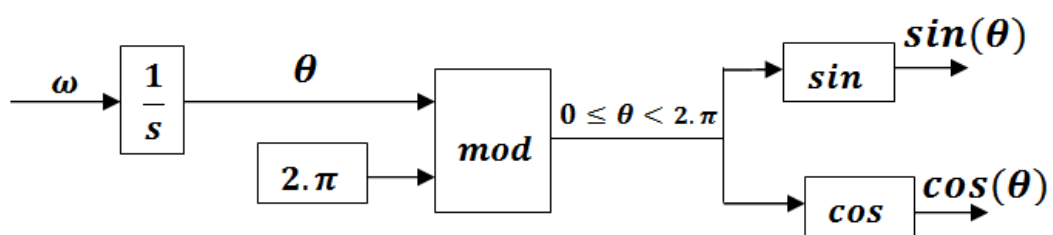
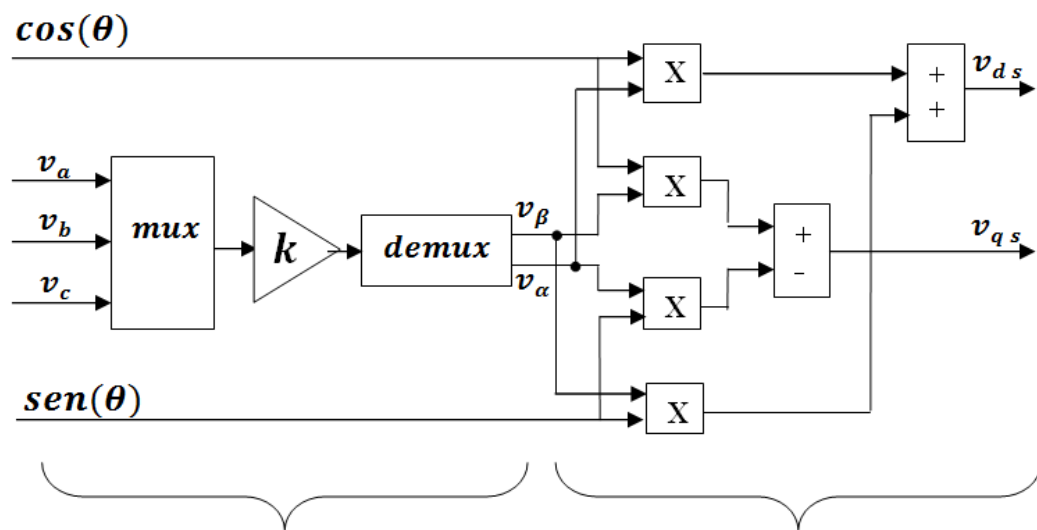


Figura 4.15: Implementación cálculo del desplazamiento angular.

La velocidad angular  $\omega$  es integrada, al ángulo obtenido se le aplica la función  $mod$  cuyo resultado es el resto de la división entera, en

este caso por  $2\pi$ , de esta forma, el ángulo vuelve a arrancar de cero cada vez que completa una rotación. Finalmente se aplica las funciones *seno* y *coseno*. Estas salidas en conjunto con las tensiones trifásicas son las entradas de la transformada de Park.



Transformada de Clarke:

$$\begin{bmatrix} v_\beta \\ v_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \text{cos}(\theta) \\ \text{cos}(\theta) & \text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}$$

Figura 4.16: Implementación de la Transformada de Park.

### 4.7.3 Modelo de la máquina de inducción

#### 4.7.3.1 Resolución de las ecuaciones diferenciales para obtención de

$$\psi_{qs} \quad \psi_{ds} \quad \psi_{qr} \quad \psi_{dr}$$

Ejemplo de implementación aplicado a  $\psi_{qs}$ :

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s}{X_{ls}} (\psi_{mq} - \psi_{qs}) \right], \quad (4.151)$$

$$\text{donde: } \psi_{mq} = x_{ml} \left( \frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}} \right).$$

Sustituyendo:

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = \omega_b \left[ v_{qs} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{r_s}{X_{ls}} \left( \psi_{qs} \left( \frac{x_{ml}}{X_{ls}} - 1 \right) \psi_{mq} - \psi_{qs} \frac{x_{ml}}{X'_{lr}} \right) \right]. \quad (4.152)$$

E implementando:

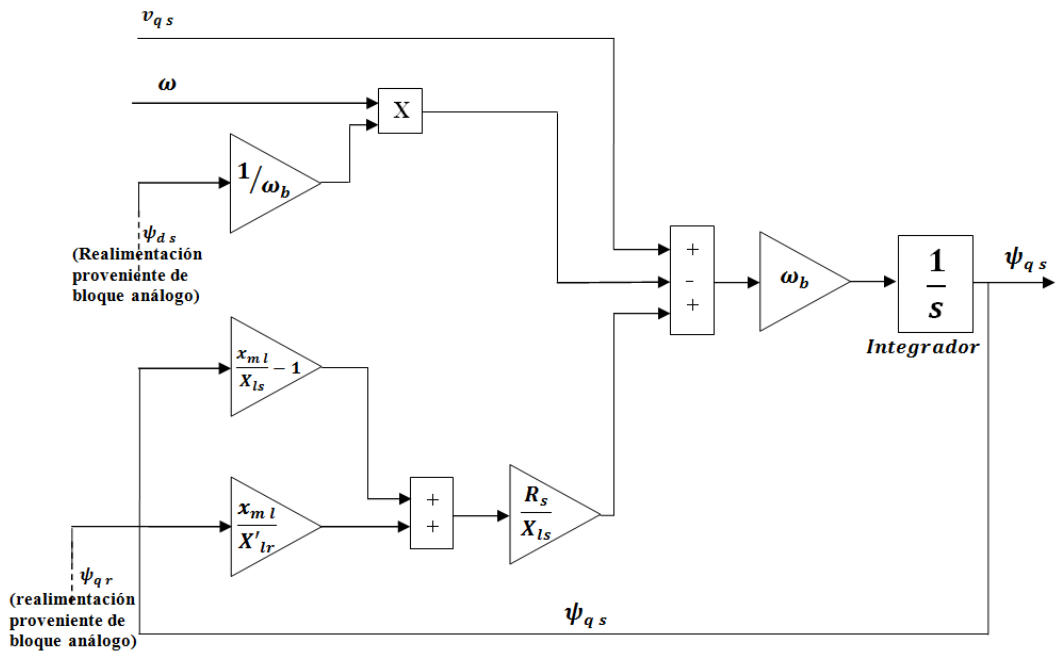


Figura 4.17: Cálculo del flujo concatenado por segundo  $\psi_{qs}$

El modelo mostrado arriba se engloba dentro del siguiente macro:

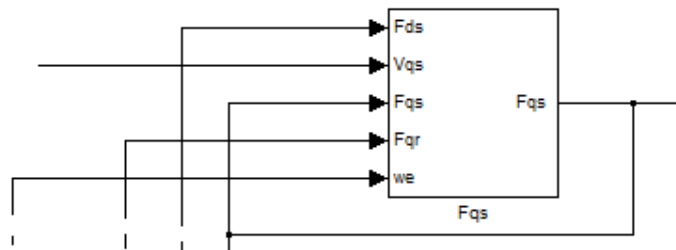


Figura 4.18: Macro para el cálculo de  $\psi_{qs}$



Donde  $F_{qs}$  representa a  $\psi_{qs}$ ,  $F_{ds}$  a  $\psi_{ds}$ , etc. Así como  $w_e$  representa a  $\omega$ .

El modelo completo que resuelve las cuatro ecuaciones diferenciales para los flujos concatenados viene dado por:

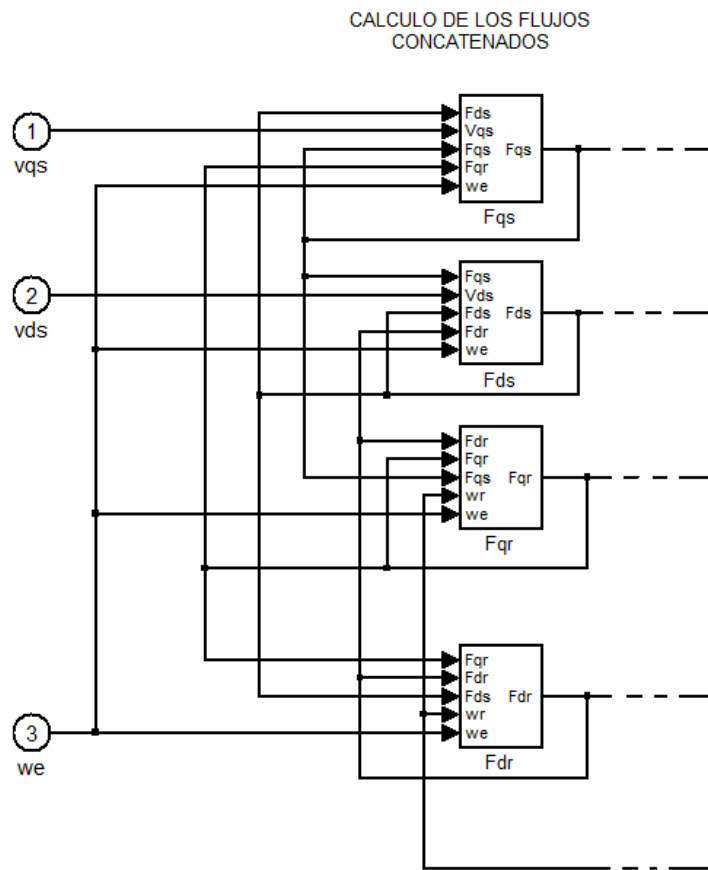


Figura 4.19: Modelo completo para la resolución de las ecuaciones diferenciales

**4.7.3.2 Modelo para la obtención de los parámetros de salida:  
Corrientes, torque y velocidad.**

Por ejemplo para el caso de  $i_{qs}$  tenemos que:  $i_{qs} = \frac{1}{X'_{ls}}(\psi_{qs} - \psi_{mq})$ , de donde  $\psi_{qs}$  es directamente una variable de entrada del bloque anterior. Mientras que  $\psi_{mq}$  viene dado por:  $\psi_{mq} = x_{ml} \left( \frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}} \right)$ , donde nuevamente  $\psi_{qs}$ ,  $\psi'_{qr}$  son variables de entrada del bloque anterior, mientras que la reactancia de magnetización, reactancia de fuga del estator y reactancia de fuga del rotor ( $x_{ml}$ ,  $X_{ls}$  y  $X'_{lr}$  respectivamente) son datos de placa.

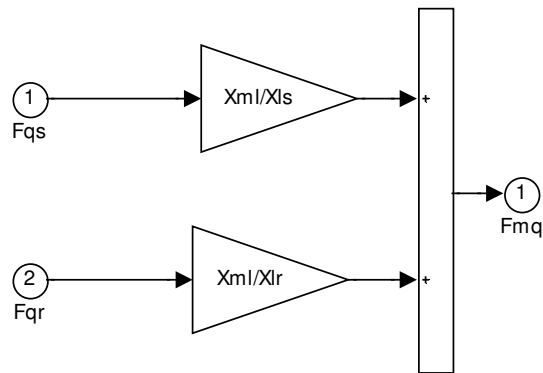


Figura 4.20: Implementación de  $\psi_{mq} = x_{ml} \left( \frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{X'_{lr}} \right)$  (Notación: F corresponde a  $\psi$ )

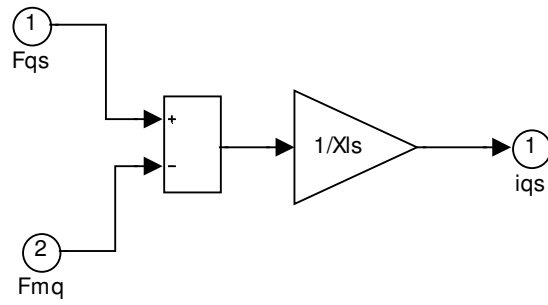


Figura 4.21: Implementación de:  $i_{qs} = \frac{1}{X_{ls}} (\psi_{qs} - \psi_{mq})$

Estas implementaciones se agrupan en los macros a seguir:

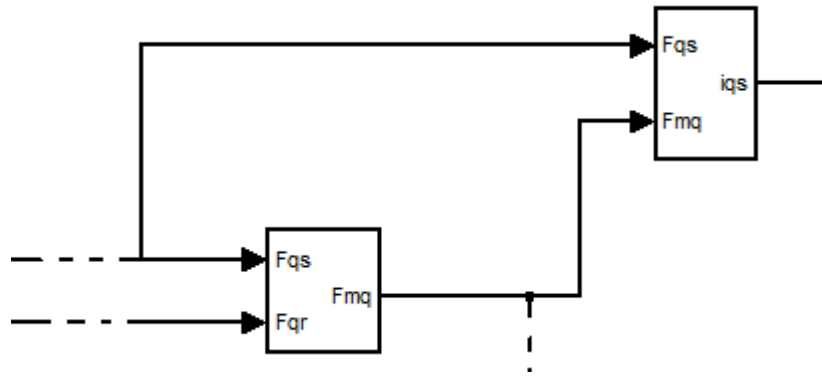


Figura 4.22: Macros agrupando  $\psi_{mq}$  y  $i_{qs}$

Cálculo del torque eléctrico y la velocidad del rotor:

El torque eléctrico es posible calcularlo en función de los flujos concatenados [1], y viene dado por:

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) \frac{1}{\omega_b} (\psi_{qs} \psi'_{dr} - \psi'_{qr} \psi_{ds}) . \quad (4.153)$$

Siendo  $P$  el número de polos, su implementación de muestra a seguir

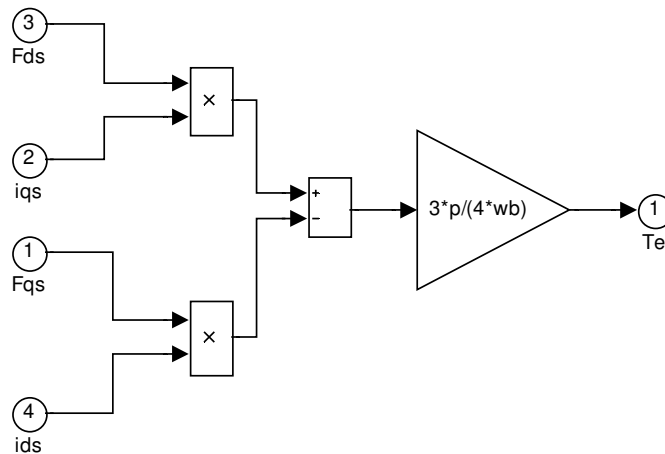


Figura 4.23: Implementación de:  $T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) \frac{1}{\omega_b} (\psi_{qs} \psi'_{dr} - \psi'_{qr} \psi_{ds})$

Agrupado en el siguiente macro:

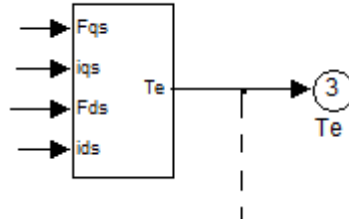


Figura 4.24: Macros agrupando  $T_e$

La velocidad del rotor (en pu) viene dada por:

$$\frac{\omega_r}{\omega_b} = \int \left( \frac{P}{2J} \right) (T_E - T_I) dt . \quad (4.155)$$

Donde J es el momento de inercia (dado de placa) y  $T_I$  el torque mecánico en el eje de la máquina, variable de entrada en función, por ejemplo, del viento.

Su implementación y agrupamiento se muestra a seguir:

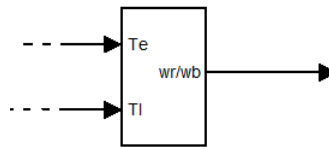
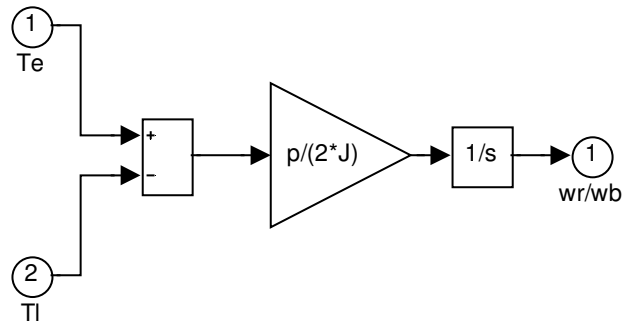


Figura 4.25: Implementación y agrupamiento de  $\frac{\omega_r}{\omega_b}$

Con esto finalizamos todos los elementos necesario para el modelo propio de la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario:

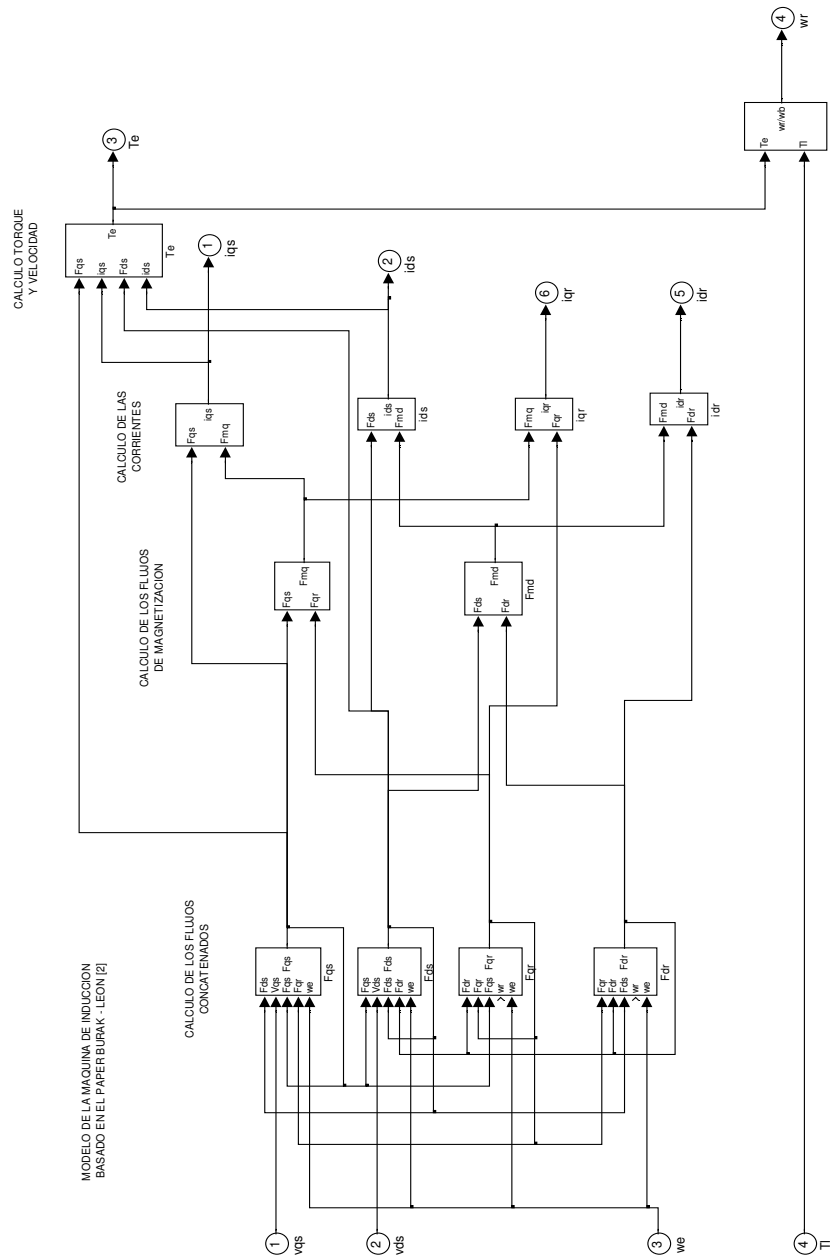


Figura 4.26: Modelo completo de la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario.

#### 4.7.4 Transformada inversa de Park

La última etapa del modelo consiste en obtener las corrientes del estator en términos de variables físicas trifásicas (además de la velocidad y torque del rotor obtenidos en la etapa anterior), a partir de las variables en el marco de referencia arbitrario. Esta etapa consiste entonces en la implementación de la transformada inversa de Park, la cual es análoga a la directa, conforme mostrado en el esquema a seguir:

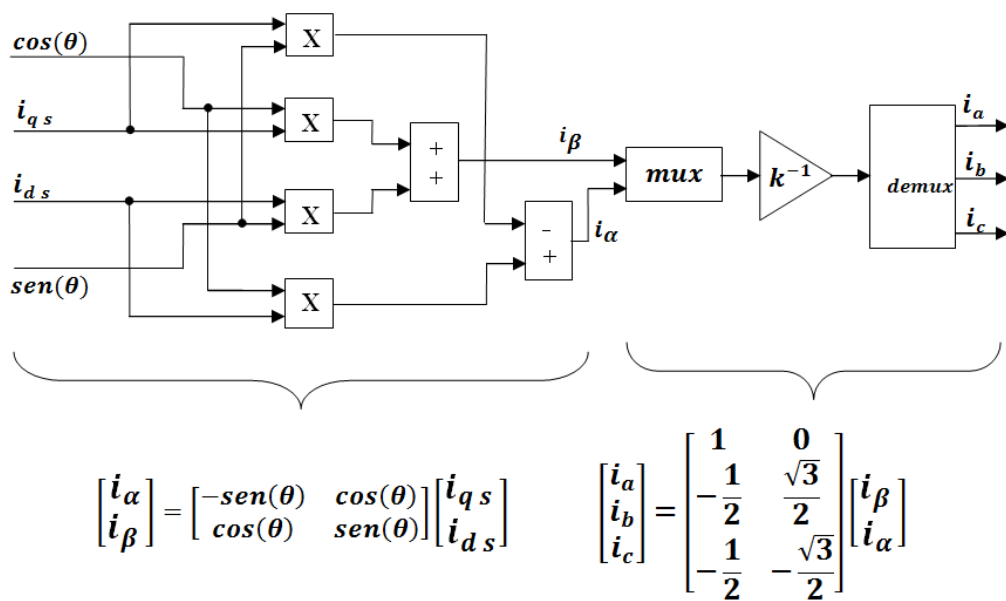


Figura 4.27: Implementación transformada inversa de Park.



Concatenando los macros correspondientes a los modelos desarrollados en 4.7.2 Transformada de Park, 4.7.3 modelo de la máquina de inducción y 4.7.4 Transformada inversa de Park:

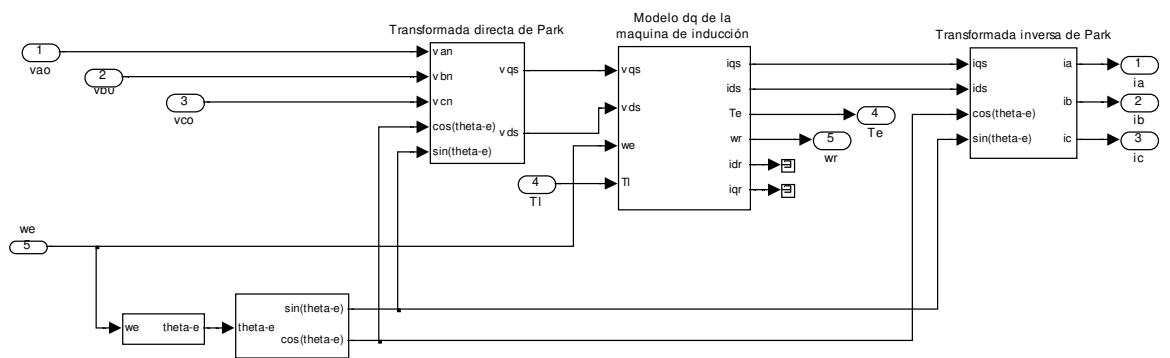


Figura 4.28: Macros que integran el modelo.

## 4.8 Biblioteca de modelos desarrollados para sistemas de potencia

Una de las grandes dificultades que tuvo esta tesis fue el desarrollo de modelos para estudios dinámicos, no solo el de la máquina de inducción, desarrollado en detalle en las secciones anteriores, sino un desafío importante ha sido implementar modelos de diferentes elementos que integran una red de potencia los efectos posibilitar una variedad de estudios.

Asimismo estructuras matemáticas complicadas con ecuaciones diferenciales y comportamiento no lineal frecuentemente lleva a simulaciones inestables y loops algebraicos.

El método adoptado aquí es la “Técnica del nodo dinámico” [4], en donde las máquinas, líneas de transmisión son modeladas de tal forma que la tensión sea la variable de entrada y la corriente la de salida. Luego para conectar ambos elementos es necesario intercalar un elemento (nodo dinámico) donde transforme la corriente de salida de uno en tensión de entrada del otro, sin afectar la dinámica del circuito. Eso se ve representado en la figura abajo [3].

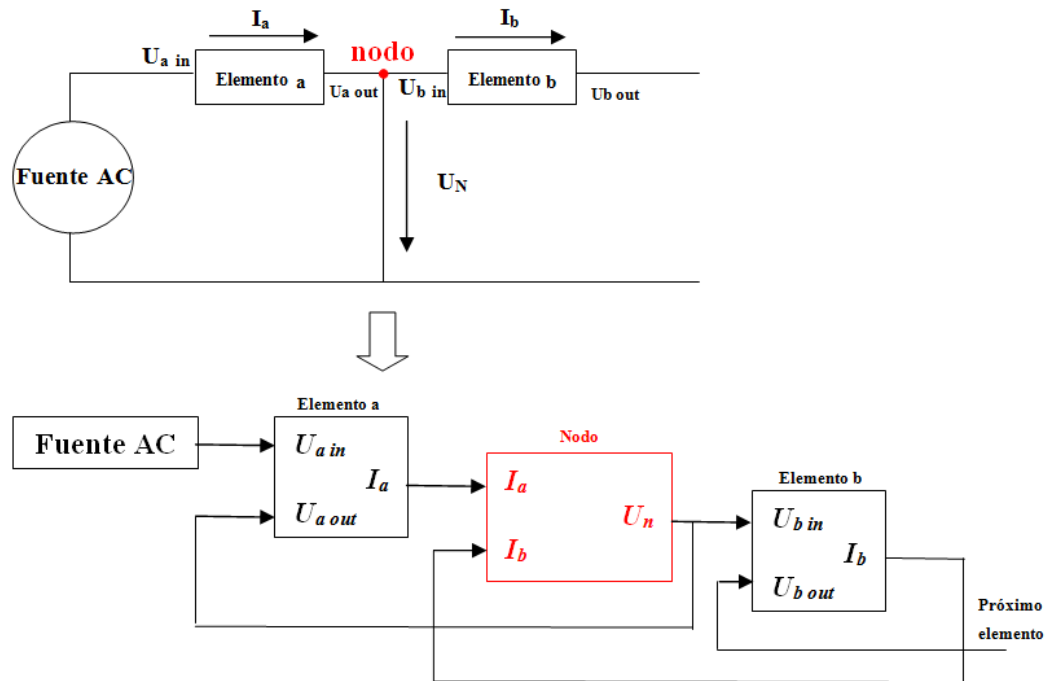


Figura 4.29: Red eléctrica y su esquema de representación en el Simulink utilizando la técnica del nodo dinámico.

El problema puede ser resuelto considerando las capacitancias parásitas entre los elementos que se desean interconectar:

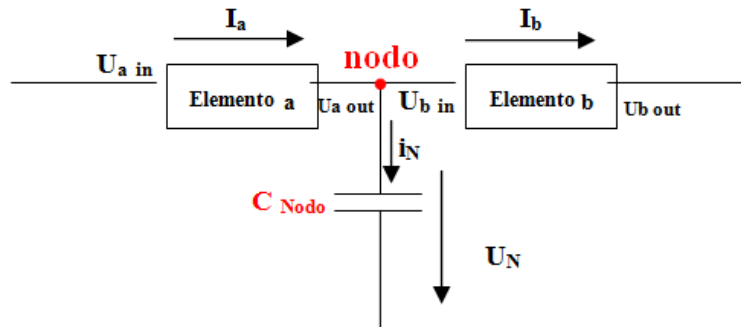


Figura 4.30: Representación del nodo de interconexión entre elementos mediante un capacitor parásito.

La tensión en el capacitor puede ser calculada como la sumatoria de las corrientes

$$\text{Por ley de corrientes de Kirchoff: } I_N = \sum i_{\text{entrantes y salientes en el nodo}} \quad (4.156)$$

por otro lado:

$$i_N = C_{\text{nodo}} \frac{du_n}{dt}, \quad (4.156)$$

finalmente la expresión que se implementará:

$$u_N = \frac{1}{C_{\text{nodo}}} \int \sum i_{\text{entrantes y salientes en el nodo}} dt \quad (4.157)$$

Recordando que esta función tiene como fin la interconexión de elementos, por lo tanto para no afectar el resultado del análisis dinámico el valor de la capacitancia se debe situar en el orden de 1 nF.

Esta técnica permite interconectar fácilmente diferentes elementos, al mismo tiempo contrarrestando loops algebraicos.

La implementación del elemento “nodo dinámico” en las figuras siguientes:

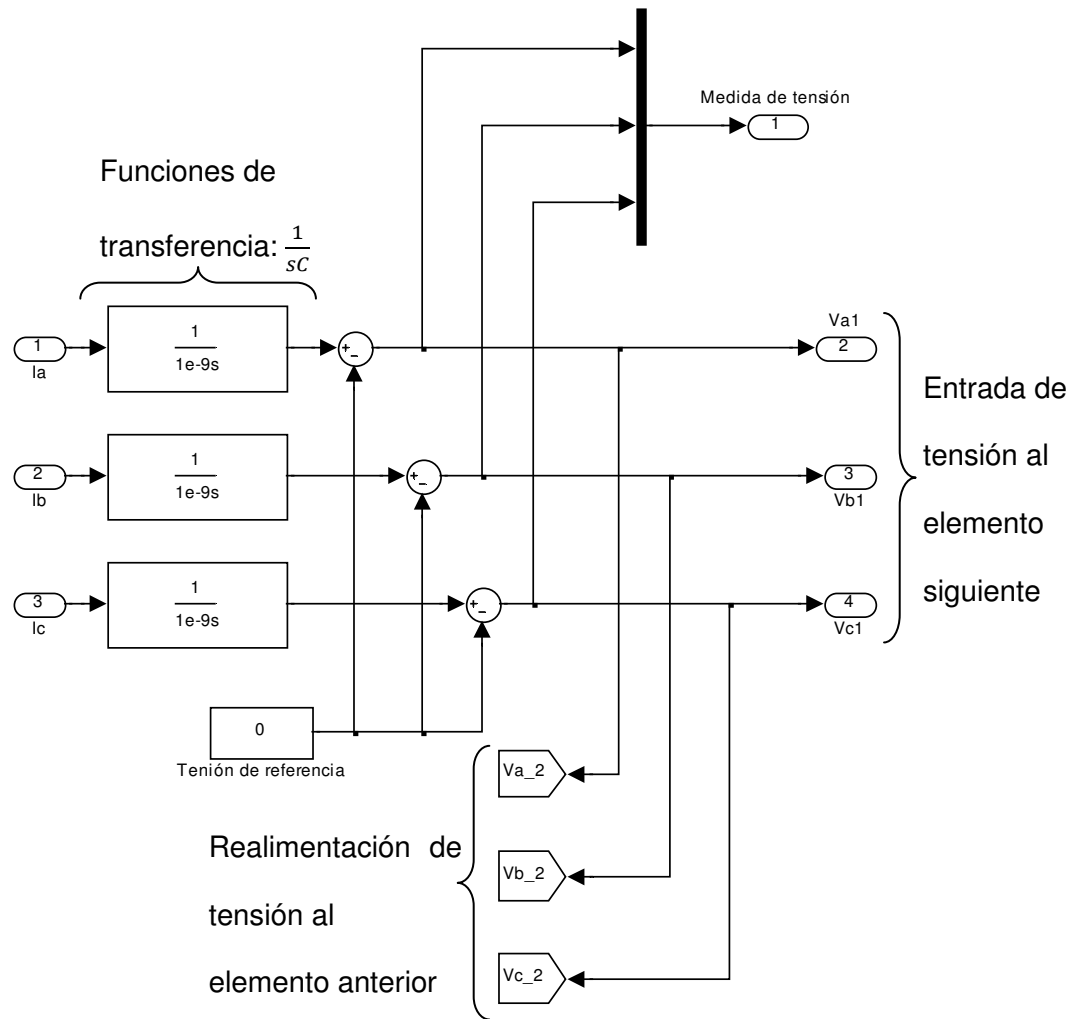


Figura 4.31: Implementación del "nodo dinámico"

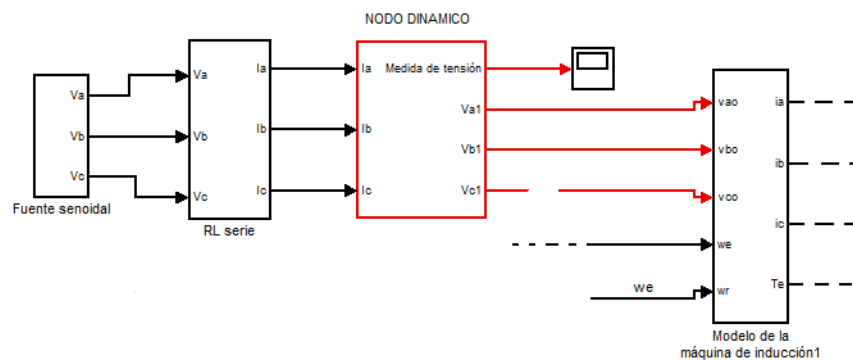


Figura 4.32: El “nodo dinámico” insertado como macro dentro de un circuito.

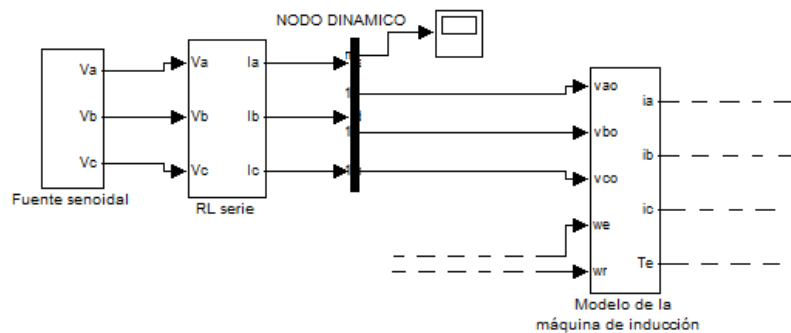
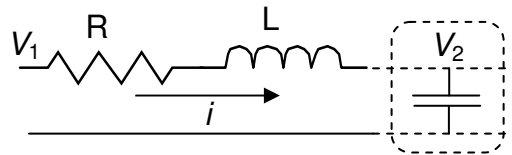


Figura 4.33: Mismo circuito anterior, “disfrazado” de barra a los efectos de claridad del circuito.

Hemos desarrollado hasta ahora dos modelos, uno elaborado, el de la máquina de inducción, y otro, el nodo dinámico relativamente sencillo. Otros ejemplos de modelos cuyo desarrollo no presenta dificultad se muestran a seguir:

Circuito RL serie:

Este circuito corresponde a al modelo descrito a seguir:



“nodo dinámico” para interconexión de  
elementos de la red

entonces:

$$V_1 - V_2 = i \cdot R + L \frac{di}{dt} . \quad (4.158)$$

En términos de la variable “s” y despejando  $i$ , llegamos a:

$$i = (V_1 - V_2) \frac{1}{R+s.L} = (V_1 - V_2) \frac{1/R}{s \frac{L}{R} + 1} . \quad (4.159)$$

Siendo  $V_2$  la realimentación proveniente del “nodo dinámico” para interconexión de elementos de la red.

La figura abajo muestra la implementación de este modelo, para el caso trifásico.



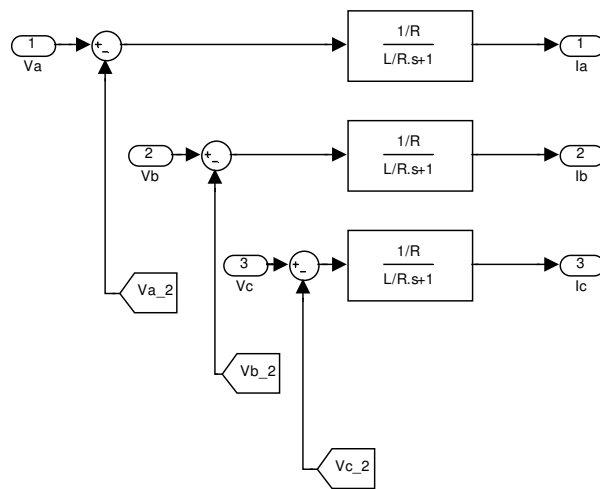


Figura 4.34: Circuito trifásico RL serie.

### Resistencia:

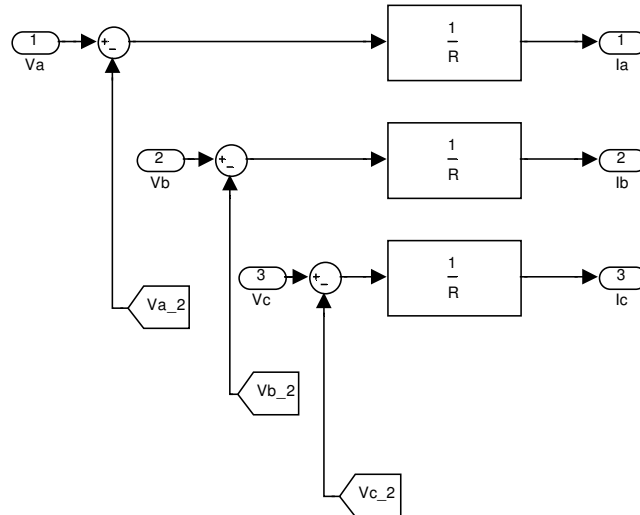


Figura 4.35: Resistencia.

### Equivalente Thevenin:

Las redes eléctricas, por su extensión, no son modeladas completamente, desde una o varias barras se “corta” la red. La red que se elimina se sustituye por su equivalente Thevenin. Los parámetros de este equivalente son: la tensión nominal de la red a sustituir y su potencia de cortocircuito (módulo y ángulo). En definitiva el equivalente se reduce a una fuente detrás de un circuito serie RL, cuya implementación se muestra a seguir (la representación del circuito RL es análoga a la mostrada arriba, aunque con una representación de bloques diferente):

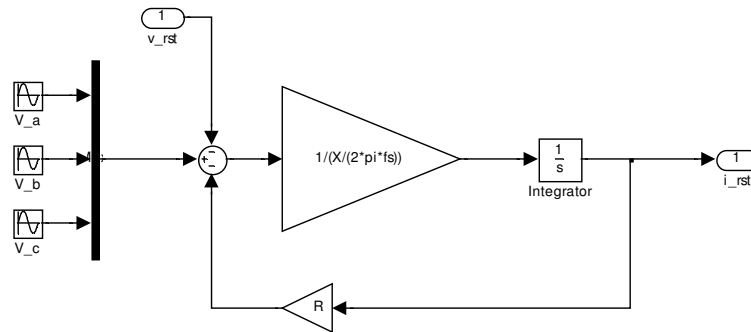


Figura 4.36: Modelo del equivalente Thevenin.

En este modelo se adoptó la resistencia y reactancia como parámetro de entrada (además de los parámetros de la fuente).

Como todo modelo es agrupado en un macro. Asimismo para facilitar la interface con el usuario son creados “cuadros de diálogo” para cada modelo.

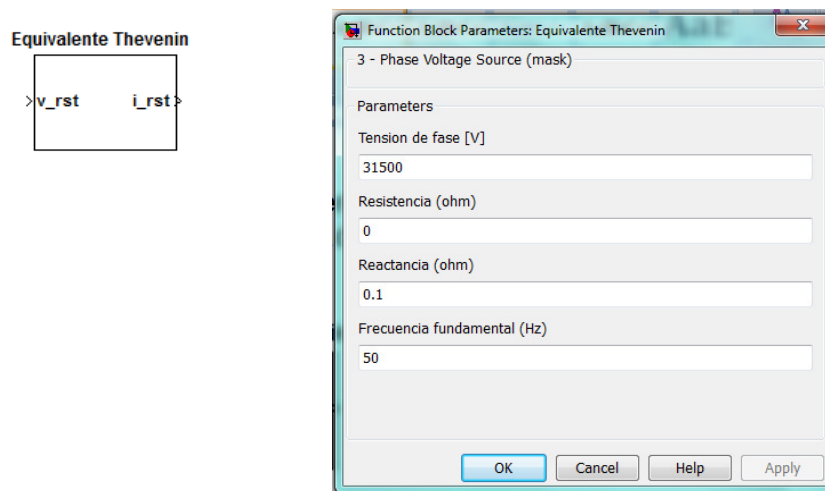


Figura 4.37: Macro del equivalente Thevenin y cuadro de diálogo.

## Modelos de complejidad avanzada:

A los efectos de armar el modelo del aerogenerador de forma completa, bien para el estudio de la interconexión de estos en una red de sistemas de potencia, otros modelos, ya de complejidad más avanzada fueron desarrollados, se muestran continuación una breve descripción de los mismos.

### **Turbina eólica de velocidad fija**

El diagrama de bloques se muestra en la figura a seguir:

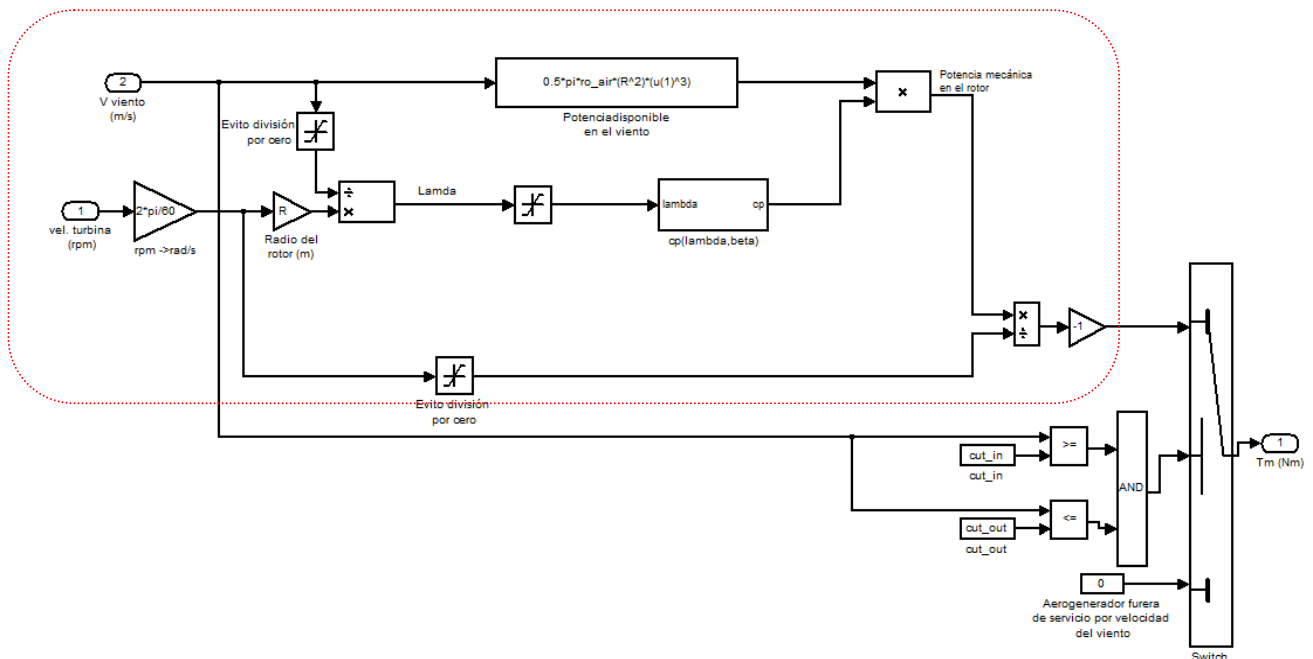


Figura 4.38: Diagrama de bloques de la turbina de velocidad fija.

Su función es obtener el par mecánico de la turbina, en función de la velocidad del viento y de los parámetros propios de la turbina.

Los fundamentos teóricos-prácticos están desarrollados en detalle en el apéndice A. Es un modelo que no tiene una dinámica en si mismo, su fundamento se basa en la aplicación de la expresión:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda) . \quad (4.160)$$

La implementación de esta expresión se encuentra enmarcada en rojo en la figura arriba, la última división a la derecha corresponde al cálculo del par mecánico. Se resuelve por separado la primera parte del término de la expresión A.7a  $\left(\frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3\right)$ , y un bloque exclusivo para el cálculo de  $C_p(\lambda)$ . Para este último se adoptó la propuesta:

$$C_p(\lambda) = C_1 \left( \frac{C_2}{\lambda_i} - C_3 \right) e^{-\frac{C_4}{\lambda_i}} , \quad (4.161)$$

$$\text{donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\frac{1}{\lambda} + 0.002} \right) .$$

Los parámetros  $C_1$  a  $C_4$  pueden ser ingresados en el cuadro de diálogo de entrada de datos, en el apéndice A se muestran opciones según diferentes autores. Otros datos de entrada requeridos:

- Radio del rotor

- Densidad del aire
- Mínima velocidad del viento para la entrada en servicio
- Máxima velocidad del viento para salida de servicio

Se ve la participación de estos últimos dos parámetros en la parte del modelo dejada fuera del marco rojo, mediante un llaveamiento comandado por condiciones lógicas, se decide si se dan las condiciones de velocidad del viento, para puesta o salida de servicio del aerogenerador.

Este modelo, al igual que el de velocidad variable, tiene implementada una funcionalidad adicional, que es la construcción de las curvas de potencia en función de la velocidad del rotor y para diferentes condiciones de velocidad del viento. Esta funcionalidad se muestra en detalle en el apéndice A y también más adelante en el apartado Aplicaciones

### **Turbina eólica de velocidad variable**

Se trata de un modelo similar al anterior, la diferencia sustantiva es el control activo mediante el ángulo de “pitch” o de paso. Por regla general los aerogeneradores de tecnología de velocidad variable tienen esta característica y los de velocidad fija no, aunque no necesariamente se cumple en todos los casos. Al igual que el caso anterior el fundamento

teórico práctico se describe en el apéndice A, el detalle del diagrama de bloques se muestra en la figura 4.39.

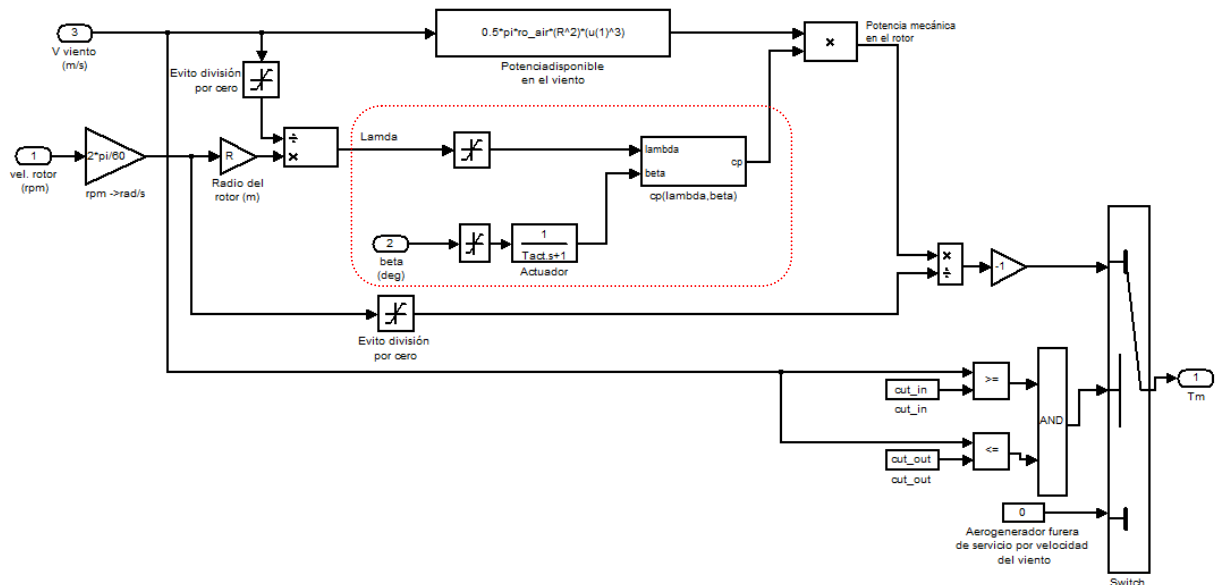


Figura 4.39: Diagrama de bloques de la turbina de velocidad fija (con actuador de “pitch”).

La potencia mecánica viene dada por:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta) . \quad (4.162)$$

Donde entonces el coeficiente de potencia  $C_p(\lambda, \beta)$  depende en este caso, además de la velocidad específica (o “tip speed ratio”,  $\lambda$ ), del

ángulo de paso o pitch  $\beta$ . La parte del modelo recuadrada en rojo resalta la diferencia con el modelo anterior. La expresión para  $C_p(\lambda, \beta)$  es:

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{-\frac{c_5}{\lambda_i}} + c_6 \lambda \quad (4.163)$$

$$\text{Donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1} \right)^{-1}$$

Los coeficientes  $C_1$  a  $C_6$  forman parte de los datos a ingresar en el cuadro de diálogo. Otros datos requeridos:

- Radio del rotor
- Densidad del aire
- Constante de tiempo de actuación del actuador de “pitch”
- Mínima velocidad del viento para la entrada en servicio
- Máxima velocidad del viento para salida de servicio
- Angulo  $\beta$  como parámetro para visualización de las curvas de potencia.

Nótese que al contrario del caso de velocidad fija, ahora el sistema tiene una dinámica en el actuador de “pitch”



### Transmisión mecánica: modelo de dos masas.

El modelo para la implementación de la transmisión de la potencia mecánica disponible, por el viento, en el eje del rotor hacia el eje del generador, fue basado en el modelo de dos masas, descrito en sus fundamentos teóricos prácticos en el apéndice A. Su función de “interconexión” es obtener las velocidades de la turbina y del generador, dado el par mecánico de la turbina (salida del modelo de la turbina) y eléctrico del generador (salida del modelo de la máquina de inducción). Aquí se describe en términos basados en la bibliografía [5]

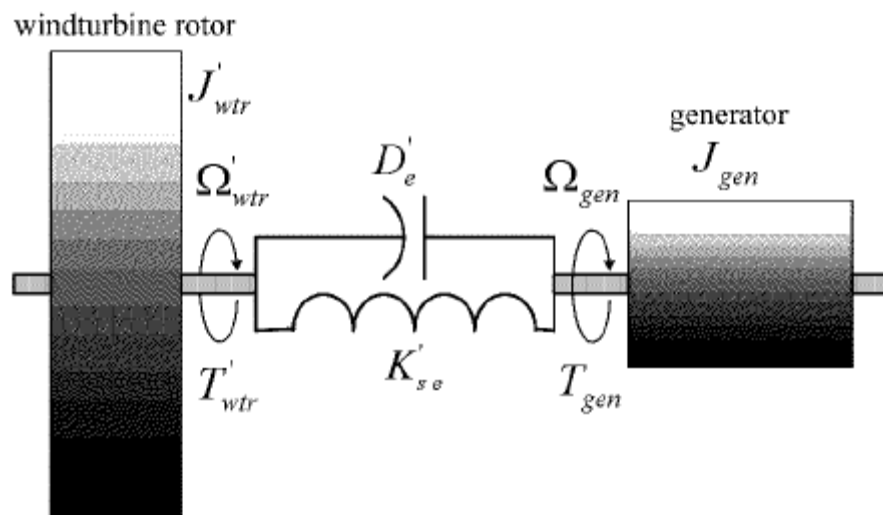


Figura 4.40: Diagrama equivalente de la transmisión mecánica, modelo de dos masas visto del lado generador.

Este sistema está gobernado por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$T'_{wtr} = J'_{wtr} \frac{d\Omega'_{wtr}}{dt} + D'_e (\Omega'_{wtr} - \Omega_{gen}) + k'_{se} (\theta'_{wtr} - \theta_{gen}) , \quad (4.164)$$

$$\frac{d\theta'_{wtr}}{dt} = \Omega'_{wtr} , \quad (4.165)$$

$$-T_{gen} = J_{gen} \frac{d\Omega_{gen}}{dt} + D'_e (\Omega_{gen} - \Omega'_{wtr}) + k'_{se} (\theta_{gen} - \theta'_{wtr}) , \quad (4.166)$$

$$\frac{d\Omega_{gen}}{dt} = \Omega_{gen} . \quad (4.167)$$

Considerando además como siendo  $n$  el factor de multiplicación de velocidad rotor-generator, tenemos que:

$$T'_{wtr}: \text{par mecánico de la turbina visto desde el generador} = \frac{T_{wtr}}{n} \quad (4.165)$$

$$J'_{wtr}: \text{momento de inercia de la turbina visto desde el generador} = \frac{J_{wtr}}{n^2} \quad (4.166)$$

$$\Omega'_{wtr}: \text{velocidad de la turbina visto desde el generador} = \frac{\Omega_{wtr}}{n} \quad (4.167)$$

$$\theta'_{wtr}: \text{posición de la turbina visto desde el generador} = \frac{\theta_{wtr}}{n} \quad (4.168)$$

El coeficiente de rigidez equivalente del eje viene dado por

$$\frac{1}{k'_{se}} = \frac{1}{\frac{k_{wtr}}{n^2}} + \frac{1}{k_{gen}} . \quad (4.169)$$

La implementación del modelo de la transmisión mecánica consiste en la resolución de este sistema de ecuaciones diferenciales conforme se muestra en la figura 4.41 [5].

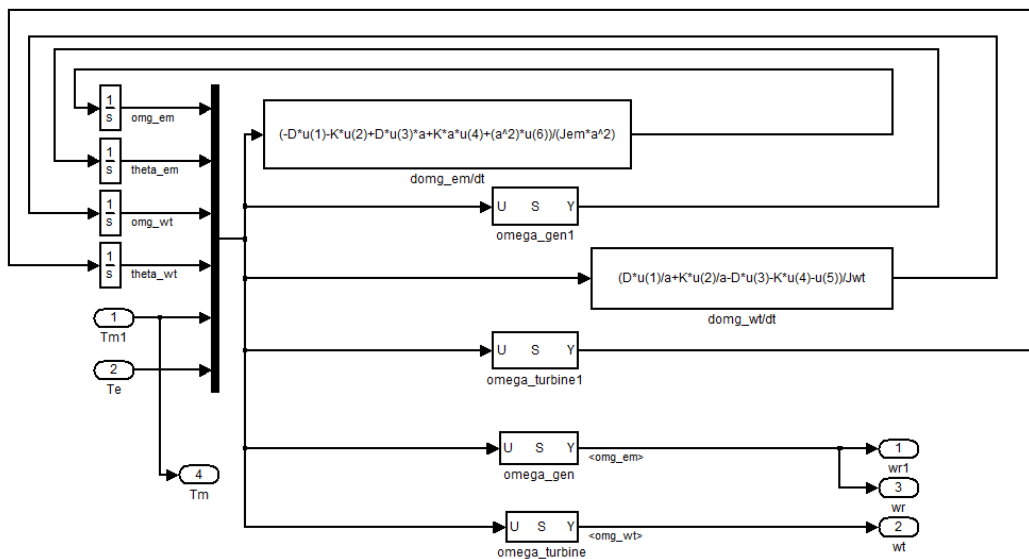


Figura 4.41: Diagrama de bloques de la transmisión mecánica rotor-generador.

Donde los parámetros de entrada son:

- Constante de inercia del generador

- Constante de inercia de la turbina
- Coeficiente de rigidez del eje
- Coeficiente de amortiguamiento del eje
- Factor de multiplicación de la caja multiplicadora

### Línea de transmisión

El modelo de la línea de transmisión se basa en [6], su diagrama de bloques correspondientes a una fase se muestra a seguir:

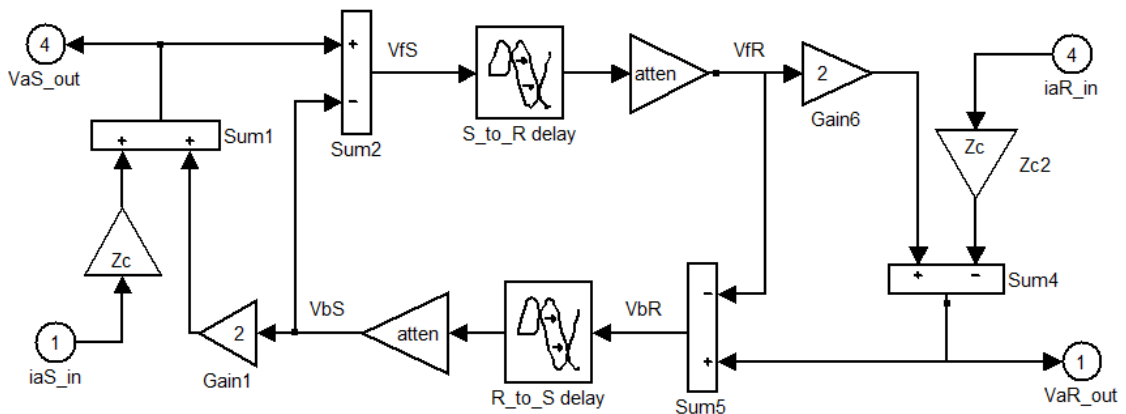


Figura 4.42: Diagrama de bloques de la fase a de una línea de transmisión.

Los parámetros de entrada, son los “clásicos” de una línea de transmisión:

- Longitud total de la línea,  $d$ .

- Resistencia por unidad de longitud, R.
- Inductancia por unidad de longitud, L.
- Capacitancia por unidad de longitud, C.

En este modelo se toman las corrientes tanto del nodo emisor (S) como del nodo receptor (R) como siendo las variables de entrada, mientras que las respectivas tensiones como las de salida.

#### Nodos emisor (S)

La tensión en este nodo viene dada por la suma entre la tensión incidente (forward) y la tensión reflejada (backward):

$$v_s = v_{fs} + v_{bs} . \quad (4.170)$$

Dado que la tensión incidente  $v_{fs}$  viene dada por:

$$v_{fs} = Z_c \cdot i_{fs} = Z_c \cdot (i_s - i_{bs}) . \quad (4.171)$$

Siendo:

$Z_c$  la impedancia característica de la línea definida por:  $\sqrt{\frac{L}{C}}$

$i_s$  la corriente en el nod emisor

$i_{bs}$  la corriente reflejada (backward) hacia el nodo emisor

Por otro lado siendo  $-Z_c \cdot i_{bs} = v_{bs}$  y sustituyendo 4.171 en 4.172:

$$v_s = Z_c \cdot i_s + 2 \cdot v_{bs} , \quad (4.173)$$

además (4.170)

$$v_{fs} = v_s - v_{bs} . \quad (4.174)$$

Estas ecuaciones se ven implementadas en los bloques de la izquierda del modelo de la figura 4.42.

#### Nodo receptor (R)

Con un razonamiento análogo al nodo emisor llegamos a las siguientes expresiones implementadas en los bloques de la derecha del modelo da la figura 4.42

$$v_r = 2 \cdot v_{fr} - Z_c \cdot i_R , \quad (4.175)$$

$$v_{br} = v_r - v_{fr} . \quad (4.176)$$

### Ondas incidentes y reflejadas

Las ondas incidentes y reflejadas presentan un retardo y una atenuación a lo largo de la línea de transmisión. Los bloques *R to S Delay* y *S to R Delay* representan el retardo de la onda de tensión en llegar del nodo emisor al nodo receptor y viceversa respectivamente. Este retardo está dado por la longitud de la línea y la velocidad de propagación de la onda, siendo la velocidad de propagación  $1/\sqrt{L.C}$  el tiempo de retardo:

$$t_{delay} = d.\sqrt{L.C} . \quad (4.170)$$

Asimismo la onda de tensión se ve atenuada por un factor:

$$factor\ de\ atenuación = e^{-\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}d} . \quad (4.171)$$

Este factor de atenuación se ve implementado en el bloque ganancial *attend*. Tanto este factor como el tiempo de retardo son calculados como parámetros de inicialización.

## Interruptor (Circuit breaker)

El modelo del interruptor se basa en [6], su diagrama de bloque correspondiente a una fase se muestra a seguir:

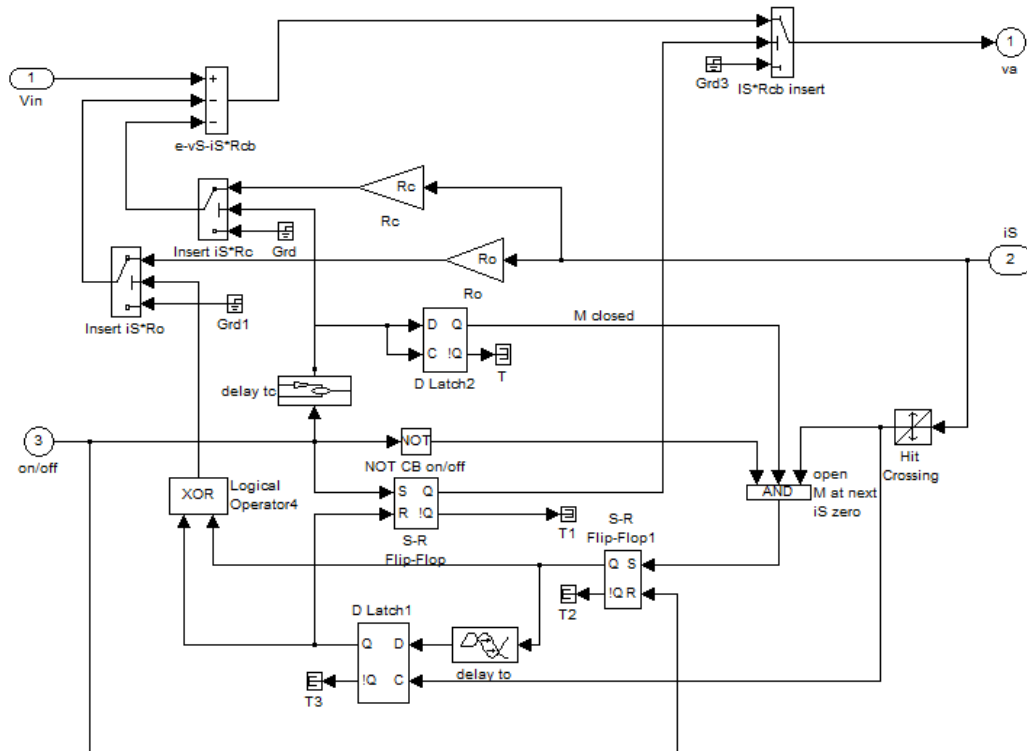


Figura 4.43: Diagrama de bloques de la fase a del interruptor

Las variables físicas de entrada son la corriente de salida ( $i_S$  en el modelo), proveniente como realimentación del elemento conectado al interruptor, la tensión de entrada ( $V_{in}$ ), y la señal de cierre y disparo (on/off), la variable de salida es la tensión ( $v_a$ ) con que se alimenta al elemento conectado al interruptor (línea, carga, etc.).

Los parámetros de entradas son:



- Resistencia de pre inserción en la apertura y el tiempo en que esta permanece como parte del circuito.
- Igual para la Resistencia de pre inserción en el cierre.

El circuito modelado se muestra en la figura abajo, destacado en el recuadro rojo:

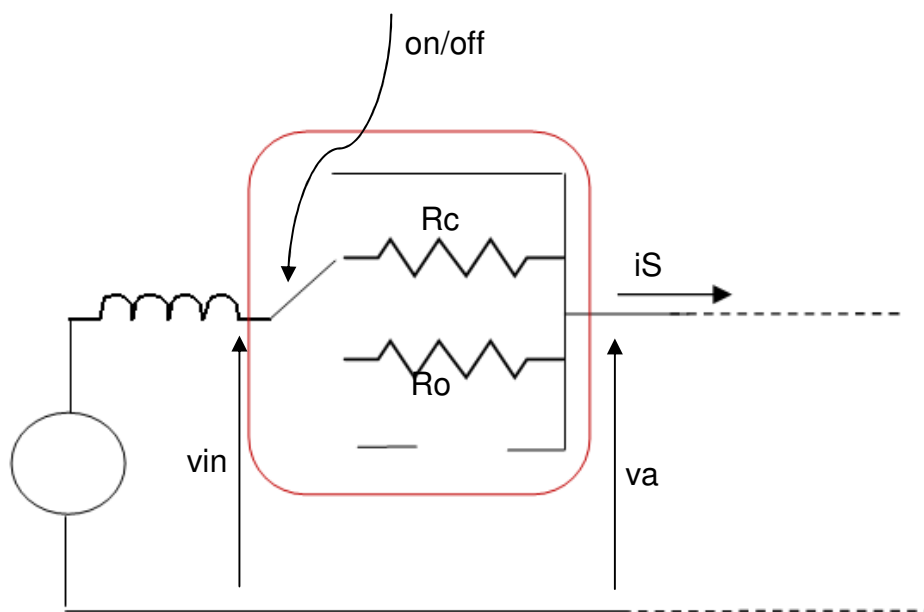


Figura 4.44: Representación del circuito implementado para el modelo del interruptor

La lógica implementada visa “activar” el circuito correspondiente según la orden sea de apertura o cierre, y durante el tiempo en que la correspondiente resistencia queda intercalada en el circuito. La apertura

de cada fase se efectiviza en el correspondiente cruce por cero de la corriente. El arco no ha sido implementado en este modelo.

## 4.9 Aplicaciones

### 4.9.1 Normalización de parámetros y confirmación del funcionamiento del modelo fundamental de la máquina de inducción.

En la figura abajo se muestra el esquema general de la aplicación implementada a los efectos de verificar el funcionamiento del modelo de la máquina de inducción.

El cuadro de diálogo que genera el bloque principal de la figura 4.39, es el que se muestra en la página siguiente:

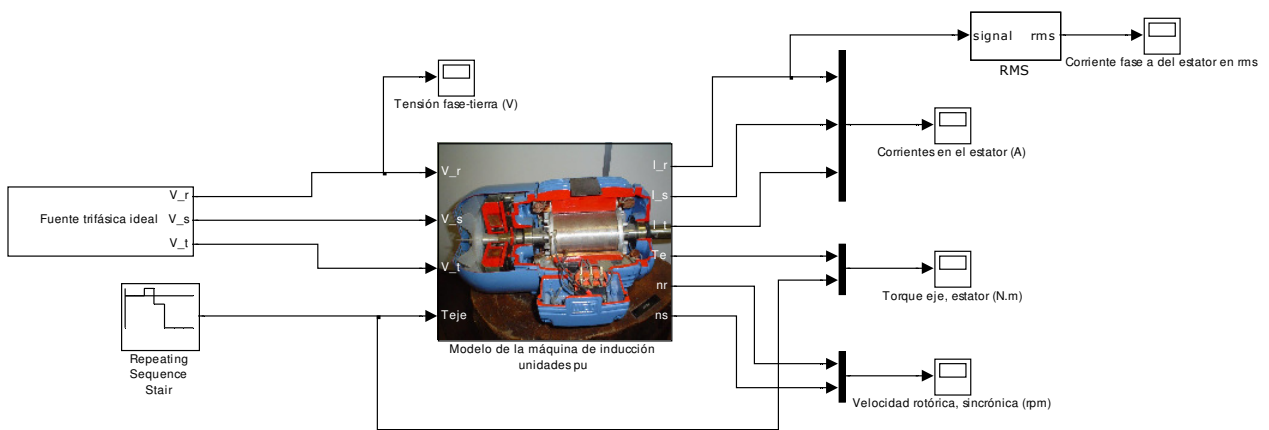


Figura 4.45: Aplicación verificación funcionamiento del modelo de la máquina de inducción.

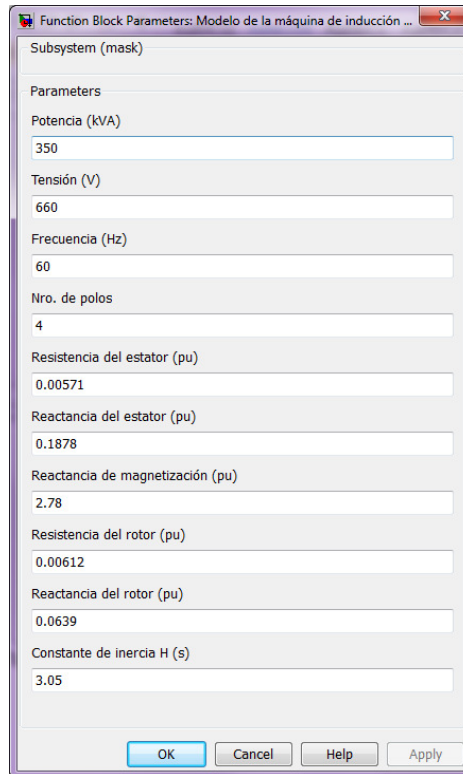


Figura 4.46: Cuadro de diálogo de la máquina de inducción.

El que corresponde a la máquina utilizada en los estudio de régimen del capítulo 2 en particular en “2.3.2 Determinación de los puntos de operación”, y reproducimos a continuación:

DATOS DE PLACA

-----  
 Potencia nominal 350.00 KVA  
 Tensión nominal 660.00 V  
 Número de pares de polos 2  
 Frecuencia 60 Hz

PARAMETROS EN pu

-----  
 Resistencia del estator 0.00571  
 Reactancia del estator 0.18780  
 Reactancia de magnetización 2.78000  
 Resistencia del rotor 0.00612  
 Reactancia del rotor 0.06390

OTROS DATOS DE INTERES

-----  
 Velocidad de sincronismo 188.4956 rad/seg o 1800.00 rpm

En este modelo se adoptó valores en pu, como formato de datos de entrada, por ser los que normalmente corresponden a valores de placa. El modelo requiere entonces una inicialización a los efectos de pasar a valores nominales:

**% Velocidad angular base**

$$w_b = 2 * \pi * f_b;$$

**% Impedancia base**

$$z_b = V * V / (S * 1000);$$

**% Pasando de pu a ohmios resistencias y reactancias**

$$R_s = R_{s\_pu} * z_b;$$

$$X_{ls} = X_{ls\_pu} * z_b;$$

$$X_m = X_{m\_pu} * z_b;$$

$$R_r = R_{r\_pu} * z_b;$$

$$X_{lr} = X_{lr\_pu} * z_b;$$

**% Inductancias en Henrios**

$$L_{ls} = X_{ls} / w_b;$$

$$L_m = X_m / w_b;$$

$$L_{lr} = X_{lr} / w_b;$$

**% Constante de inercia en J.s<sup>2</sup>**

$$J = p * H / w_b;$$

**% Otros parámetros**

$$L_r = L_{lr} + L_m;$$

$$T_r = L_r / R_r;$$

$$X_{mstar} = 1 / (1/X_{ls} + 1/X_m + 1/X_{lr});$$

Donde:

S: potencia aparente en kVA de la máquina.

V: tensión en bornes del estator en Vrms.

$f_b$ : frecuencia en Hz (50 o 60 Hz típicamente)

$p$ : número de polos, ( $p/2$ ) número de pares de polos.

$R_{s\_pu}$ : resistencia del arrollamiento estático en pu.

$X_{s\_pu}$ : reactancia del arrollamiento estático en pu.

$X_{m\_pu}$ : reactancia del magnetización en pu.

$R_{r\_pu}$ : resistencia del arrollamiento rotórico en pu.

$X_{r\_pu}$ : reactancia del arrollamiento rotórico en pu.

$H$ : Constante de inercia en s.

A los efectos de pasar a valores nominales se recurrió a la siguiente formulación:

Velocidad angular de base:

$$w_b = 2. \pi. f_b . \quad (4.158)$$

Impedancia base:

$$Z_b = \frac{V^2}{S} . \quad (4.159)$$

Conversión resistencias y reactancias de pu a ohmios:

$$R_{\Omega} = 2. \pi. Z_b . \quad (4.160)$$

$$X_{\Omega} = 2. \pi. Z_b \quad (4.161)$$

Finalmente la constante de inercia de s a  $j.s^2$  [1]:

$$J = \frac{p.H}{w_b} . \quad (4.162)$$

Los puntos de operación obtenidos en el capítulo 2 mediante el modelo para estudios en régimen fueron:

PUNTOS DE OPERACION MODO MOTOR

P eje(kW)	s	Par eje(Nm)	P bornes(kW)	Q bornes(kVAr)	cos fi	Vel. mec. (rpm)	
+350.00	7.77105e-003	1871.35	355.62	223.98	0.846	1786.01	
+262.50	5.55785e-003	1400.39	265.61	174.40	0.836	1790.00	
+175.00	3.58984e-003	931.75	176.47	141.96	0.779	1793.54	
+87.50	1.76013e-003	465.02	88.03	123.64	0.580	1796.83	→ 2
+0.00	0.00000e+000	0.00	0.00			1800.00	→ 1

PUNTOS DE OPERACION MODO GENERADOR

P eje(kW)	s	Par eje(Nm)	P bornes(kW)	Q bornes(kVAr)	cos fi	Vel. mec. (rpm)	
-87.50	-1.74383e-003	-463.39	-86.97	124.24	-0.573	1803.14	→ 3
-175.00	-3.52134e-003	-925.15	-173.56	142.66	-0.773	1806.34	
-262.50	-5.38933e-003	-1385.14	-259.50	174.07	-0.830	1809.70	
-350.00	-7.42574e-003	-1843.12	-344.69	220.36	-0.843	1813.37	→ 4

Se verificarán los casos señalados arriba, esto es, para el caso 1 no se aplicará torque en el eje, para el 2 465.02 N.m positivos (régimen motor), y para los casos 3 y 4 se verificará el modo generador con los valores respectivos de potencia en el eje (con signo negativo).

Los tiempos de simulación empleados y correspondientes valores del torque en el eje fueron los siguientes:

Caso / tiempo s	Torque en el eje N.m
Caso 1 / 0→2	0
Caso 2 / 2→3	465.02
Caso 3 / 3→4	-463.39
Caso 4 / 4→8	-1843.12

En los resultados mostrados a seguir, del caso 1 (eje en vacío) se muestra las últimas décimas de segundo. Luego el caso 2 empieza a los 2

s y así análogamente los otros. Del último caso se muestra las primeras décimas de segundo

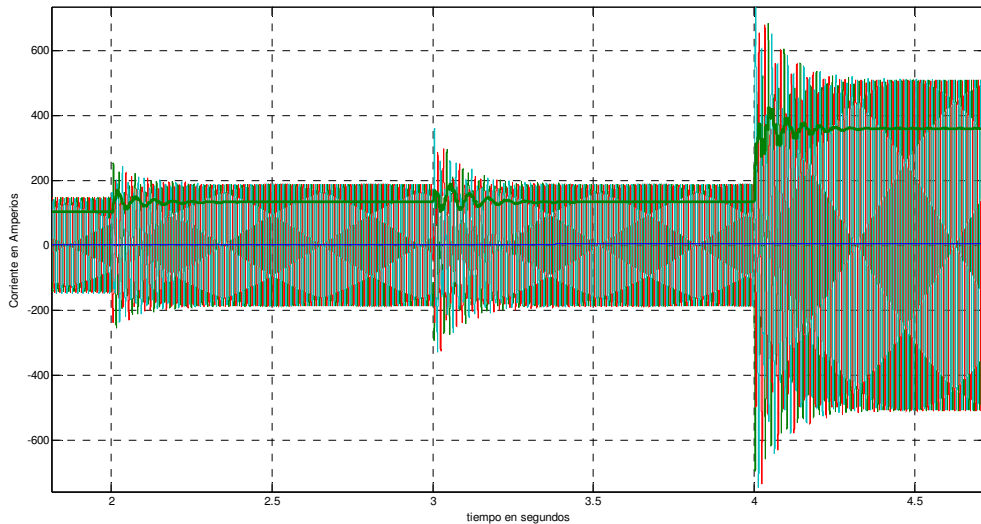


Figura 4.47: Corrientes en el estator.

Las corrientes en el estator son mostradas en la figura arriba, en particular se destaca en verde la corriente *rms* de la fase a. Se nota en los casos 2 y 3 prácticamente el mismo valor, esto se debe a que el valor absoluto del torque en el eje es prácticamente el mismo (ver tabla arriba), solo cambia el sentido de la potencia activa. Caso 2 en el sentido de carga (motor) de la red al estator y en el caso 3 en el sentido generador, del estator a la red.



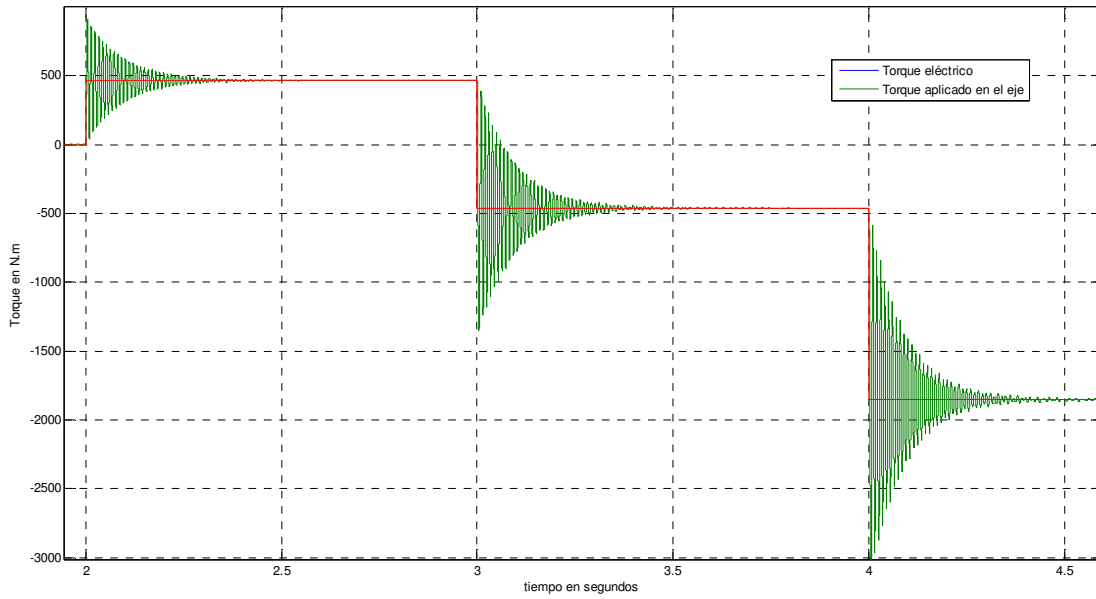


Figura 4.48: Torque aplicado al eje y torque eléctrico.

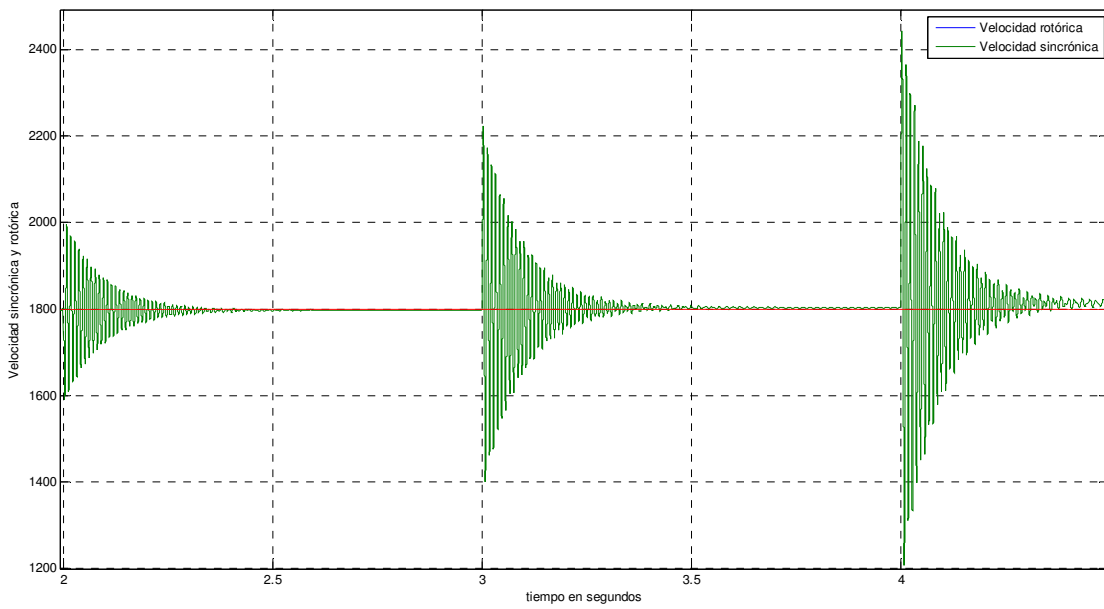


Figura 4.49: Velocidad rotórica, velocidad sincrónica

La velocidad sincrónica es de 1800 rpm, la correspondiente a una frecuencia de red de 60 Hz. La velocidad rotórica para el caso 2, es levemente por debajo de esta, lo que caracteriza el modo motor. Análogamente para el modo generador, casos 3 y 4, la velocidad es levemente por encima de la sincrónica.

### Comparación de resultados

La idea es comparar los resultados obtenidos en el estudios en régimen del capítulo dos y mostrados nuevamente en este capítulo, con los estudios dinámicos cuando alcanzan la condición de régimen.

Caso	Torque eje Nm	Corriente (Arms) modelo		Velocidad rotor (rms) modelo	
		Régimen <sup>(1)</sup>	Dinámico	Régimen	Dinámico
1	0	-	103.2	1800	1800
2	465.02	132.8	132.8	1796.83	1797
3	-463.39	132.7	132.7	1803.14	1803
4	-1843.12	357.9	359.8	1813.17	1813.5

<sup>(1)</sup> La corriente se calcula mediante la expresión:  $I = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{\sqrt{3}.V}$

## 4.9.2 Modelo del aerogenerador.

### 4.9.2.1 Desarrollo y pruebas del modelo

A partir de los modelos desarrollados en las secciones precedentes, se armó el modelo completo del aerogenerador de velocidad fija. El mismo, a nivel de los elementos fundamentales, se muestra en la figura abajo.

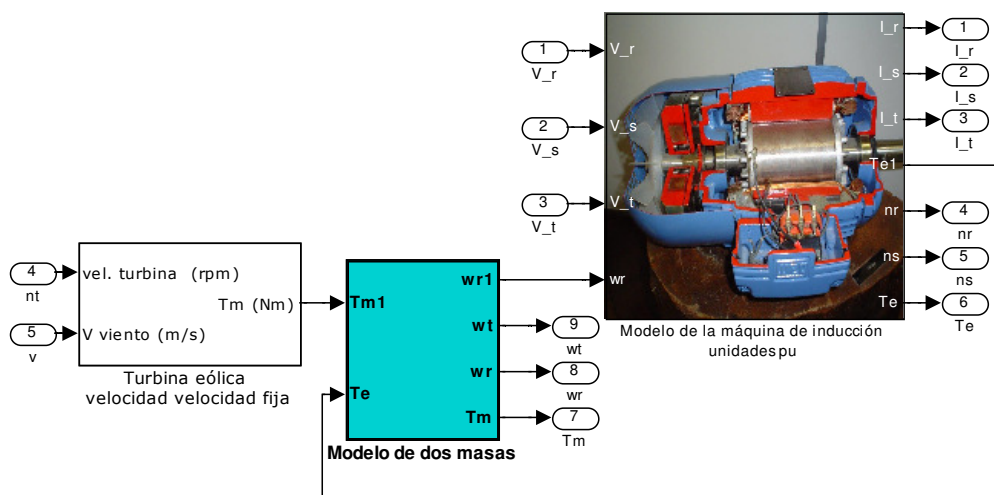


Figura 4.50: Modelo del aerogenerador de velocidad fija: modelos que lo componen

Agrupando estos elementos en un modelo macro, e interconectado a una fuente ideal, acción del viento y elementos de visualización de resultados se muestra a seguir.

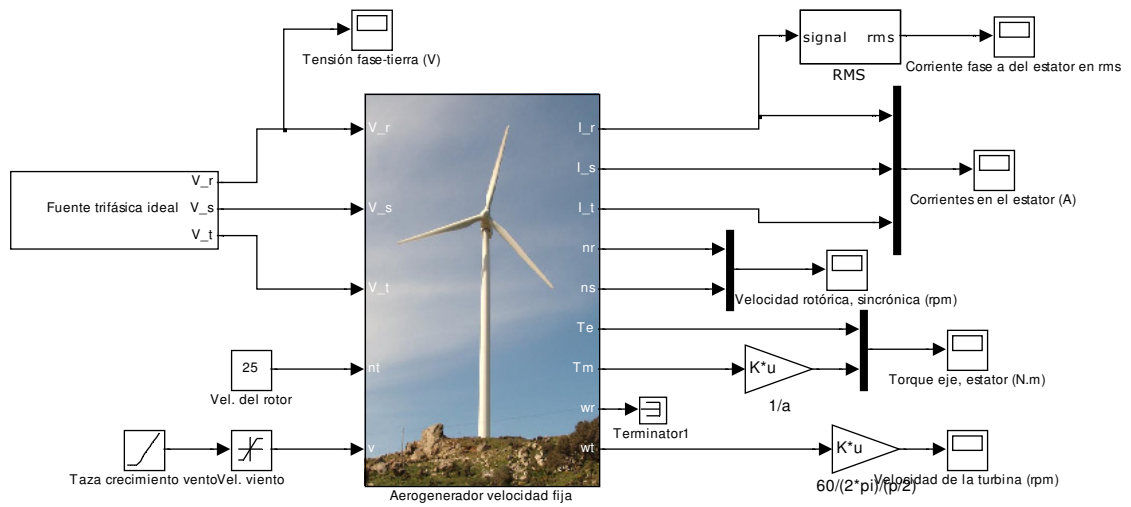
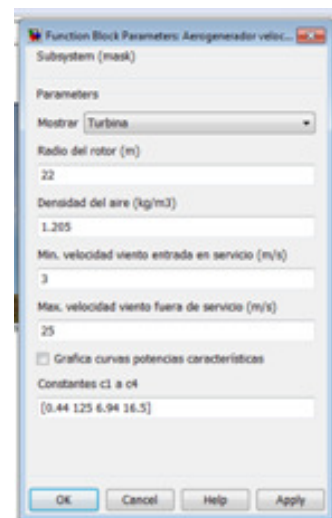
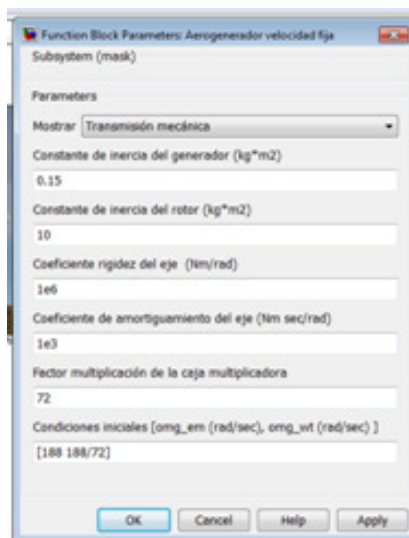
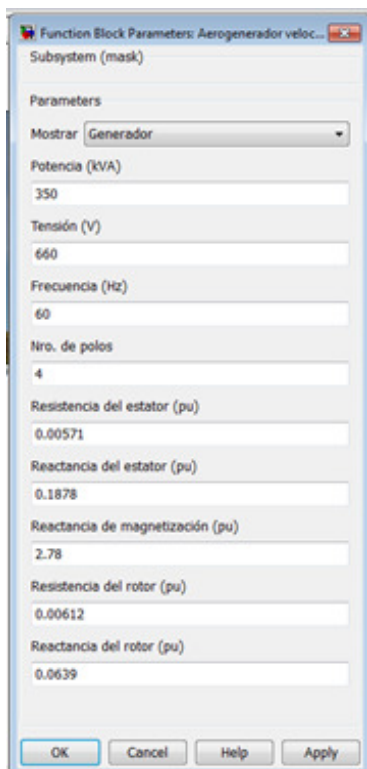


Figura 4.51: Macro del modelo del aerogenerador

Los datos de entrada están subdivididos en tres cuadros de diálogos: Generador, transmisión mecánica y turbina.



Al cuadro de diálogo correspondiente a la turbina, se le incorporó la funcionalidad adicional “Grafica curvas potencias características” al seleccionar el check box correspondiente:

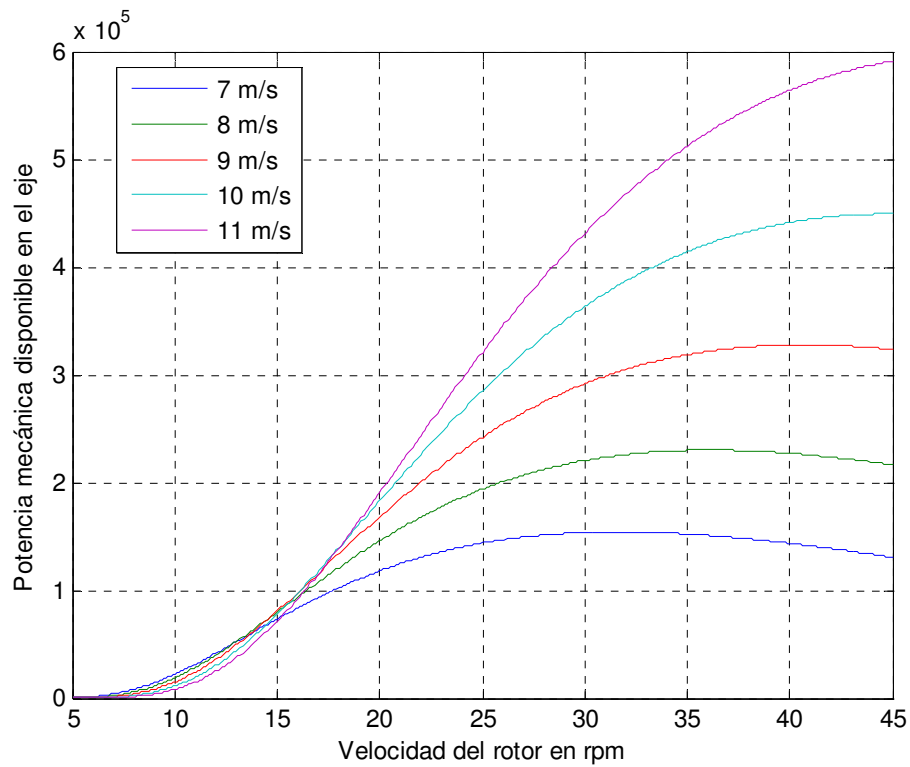
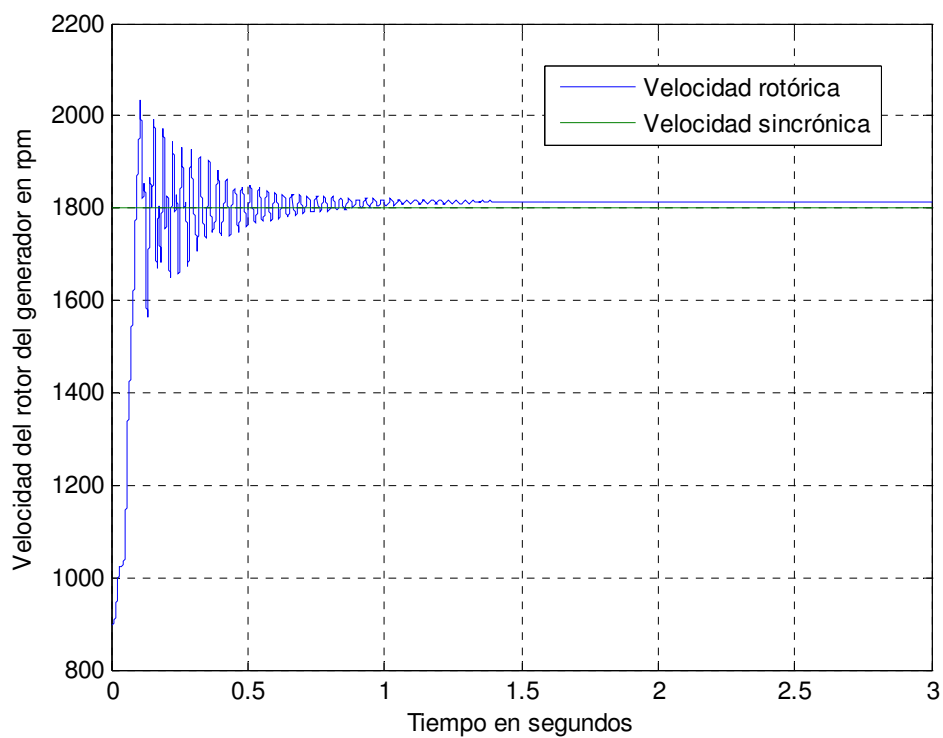


Figura 4.52: Curvas características de la turbina generada desde el cuadro de diálogo, a partir de los datos de entrada

Los resultados de la simulación, para un aerogenerador basados en la misma máquina de inducción analizada en la sección anterior, y para una acción del viento desde 0 a 12m/s con una tasa de crecimiento de 10m/s por segundo (mínima velocidad de entrada en servicio 3m/s), son mostrados en las curvas a seguir.



4.53: Velocidad del rotor del generador

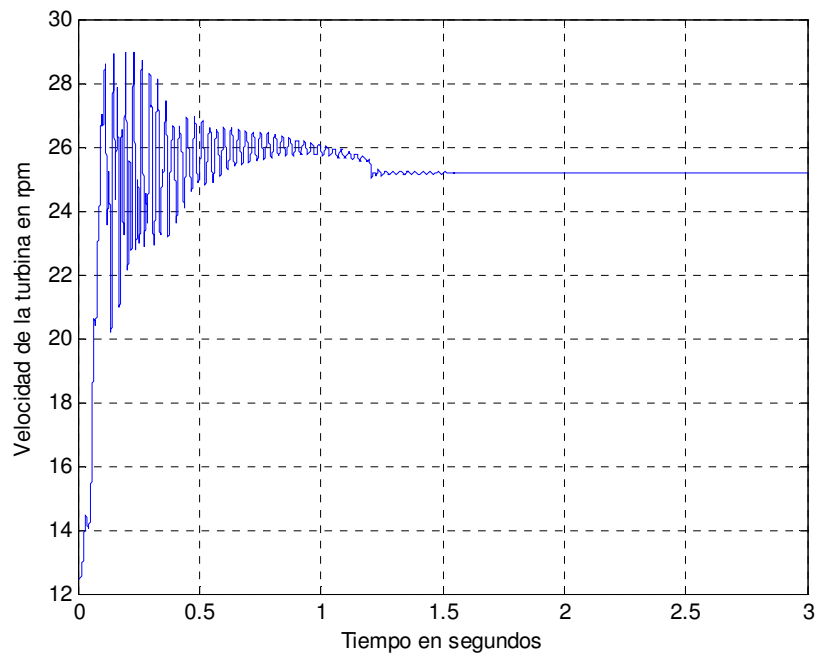


Figura 4.54: Velocidad de la turbina (palas)

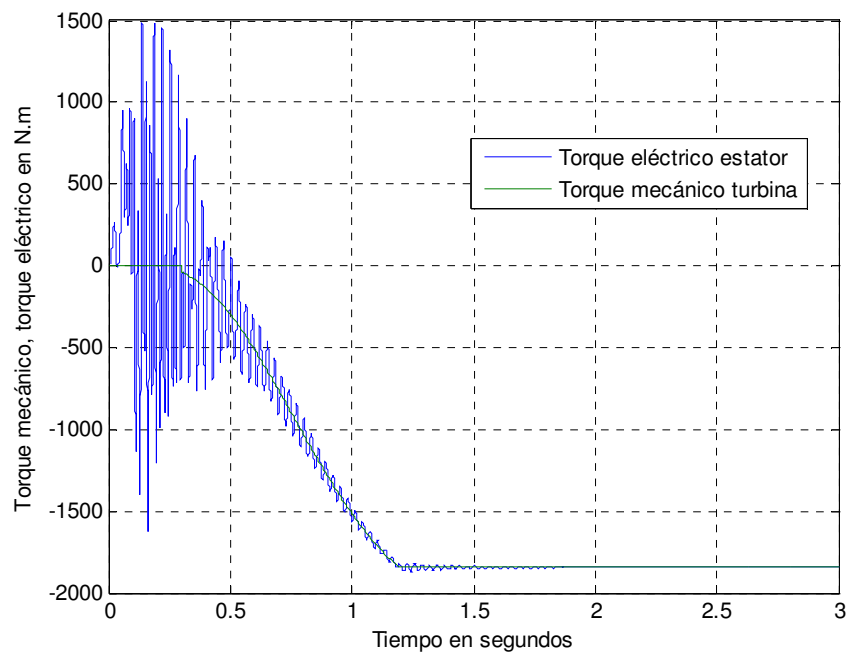
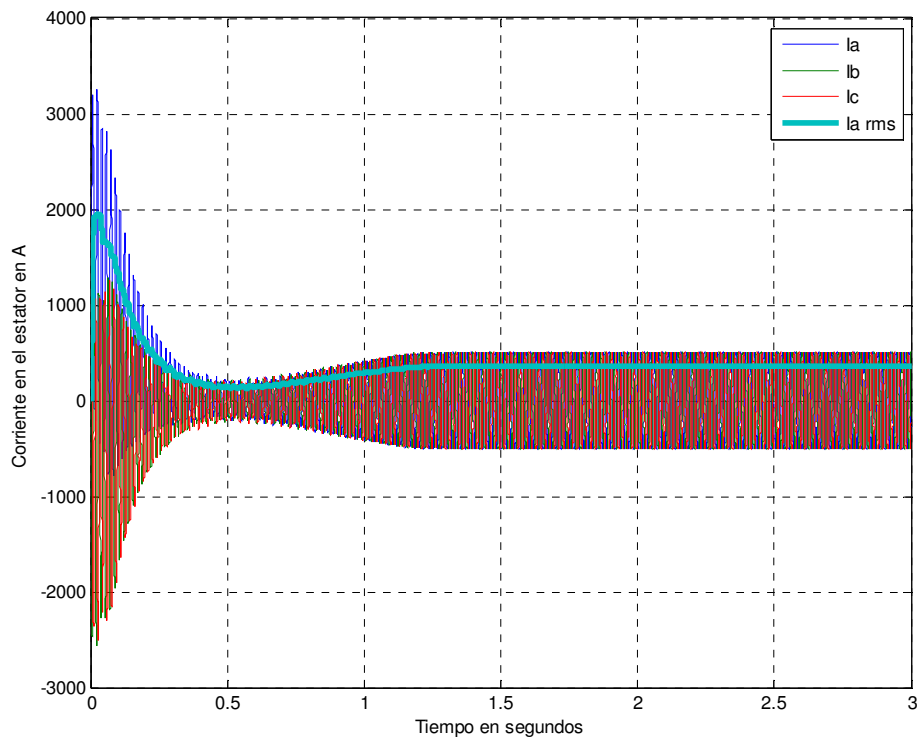


Figura 4.55: Torque mecánico turbina, torque eléctrico estator

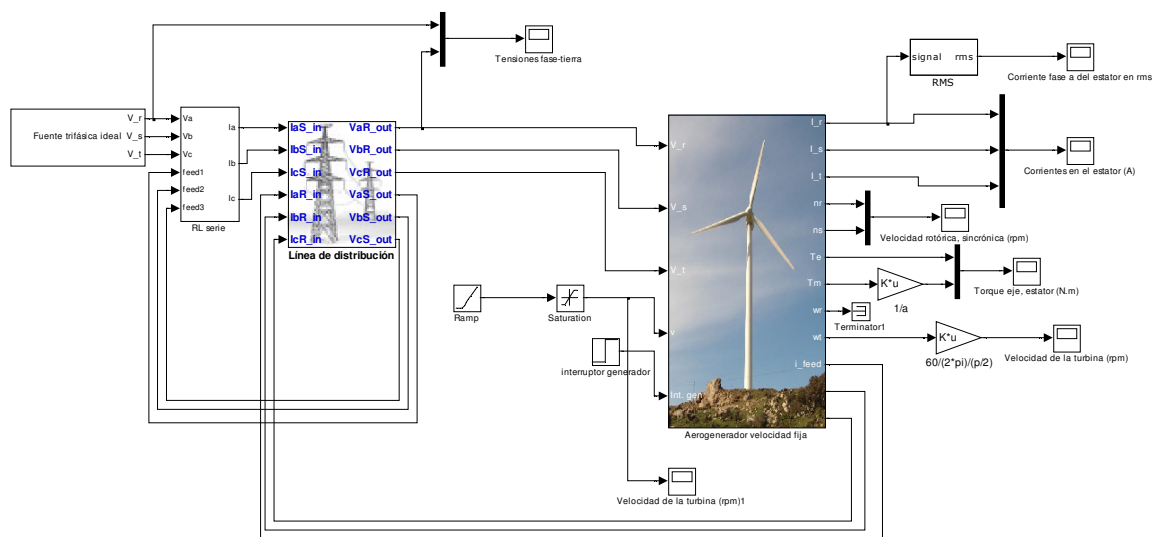


4.56: Corrientes instantáneas y rms en fase a del estator



#### 4.9.2.2 Aplicaciones del aerogenerador conectado a la red: respuesta frente a huecos de tensión.

El modelo fundamental del aerogenerador mostrado en la sección anterior, se interconectó a una red de potencia modelada por su equivalente Thevenin) a través de una línea de distribución.



Fuente con tensión de la red, Línea de distribución  
detrás de la impedancia  
Thevenin

Aerogenerador

4.57: Aerogenerador interconectado a una red de potencia

Fue creado un modelo de fuente de tensión de tal forma que sea posible programarle huecos de tensión

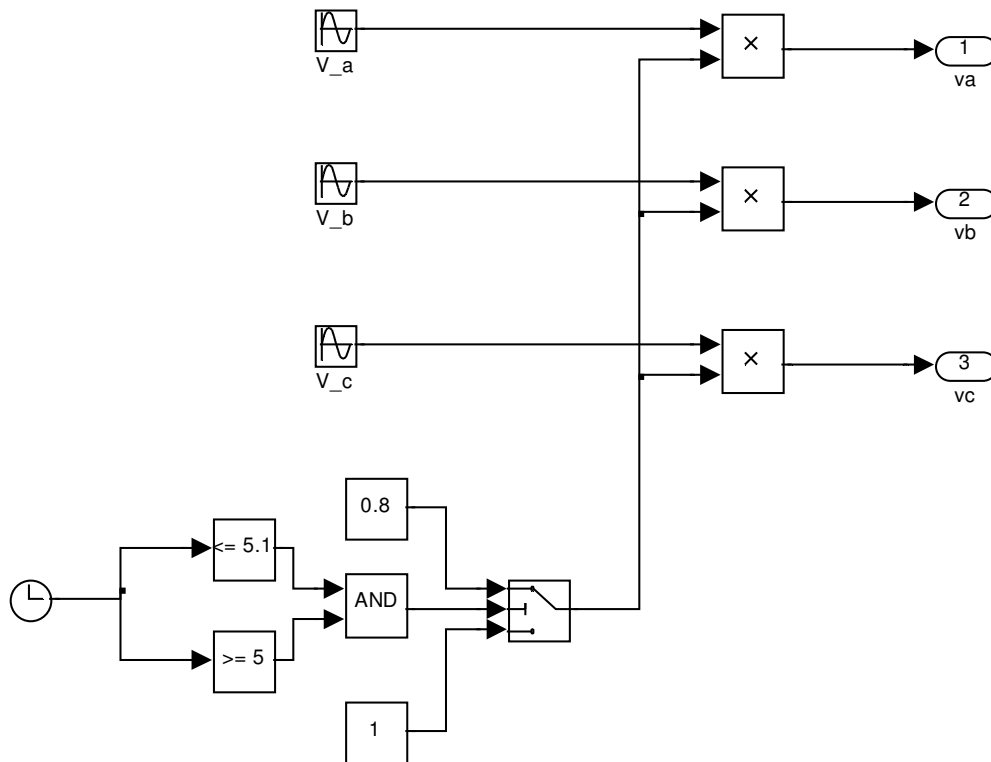


Figura 4.58: Modelo de fuente trifásica con huecos de tensión programables

Del modelo arriba, por ejemplo, entre los 5 y 5.1 segundo de simulación, la amplitud de la tensión será un 80% del valor nominal.

## Resultados de la simulación

- a) Case estable: hueco de tensión de duración 100ms y amplitud 80% de la tensión nominal.

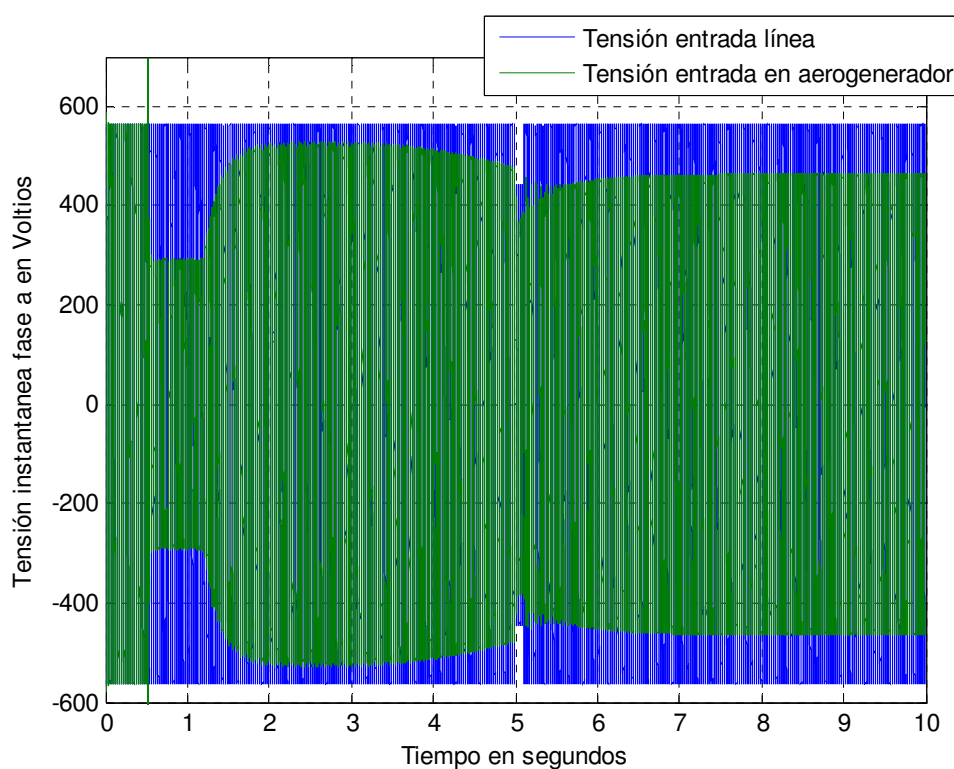


Figura 4.59: Tensión entrada a la línea, entrada aerogenerador

El interruptor del aerogenerador, el que forma parte del propio modelo del aerogenerador, se cierra a los 0.5s. Se nota en este gráfico la caída de tensión debido a la línea de transmisión bien como el hueco de tensión entre los 5 y 5.1 s. El viento

comienza a soplar al segundo y a los 2 segundos alcanza el valor mínimo de entrada en servicio de 3m/s (tasa de crecimiento seteada en 3m/s en cada segundo).

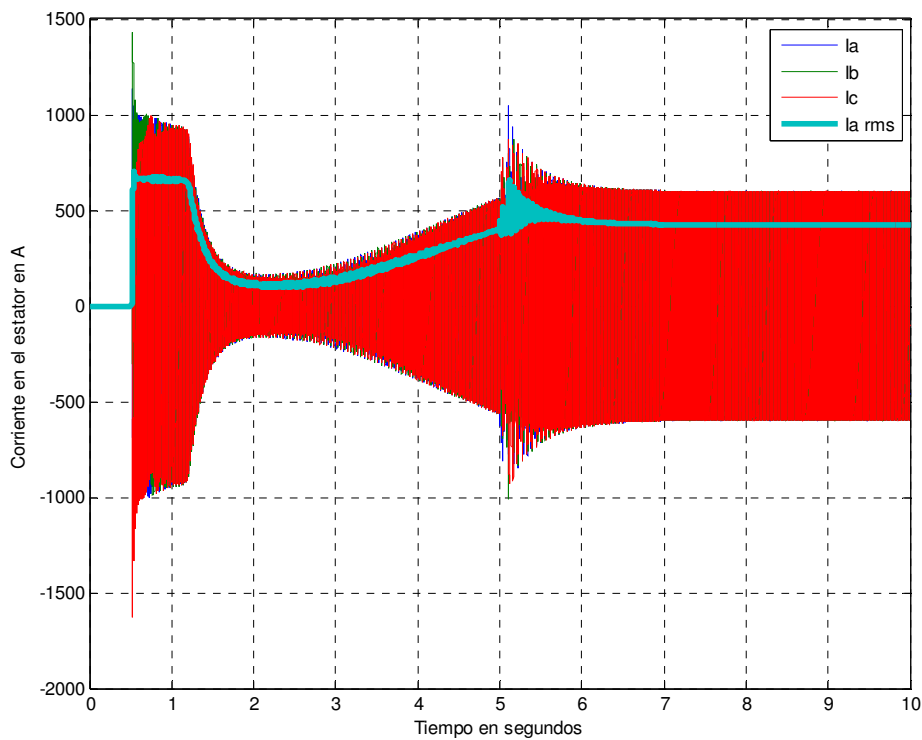


Figura 4.60: Corrientes en el estator, instantáneo y rms en fase a

En la figura arriba vemos la evolución de las corrientes en el estator y el valor rms de la fase a. En particular los transitorios al cerrar el interruptor del generador (0.5 s) y el restablecimiento luego del hueco de tensión.

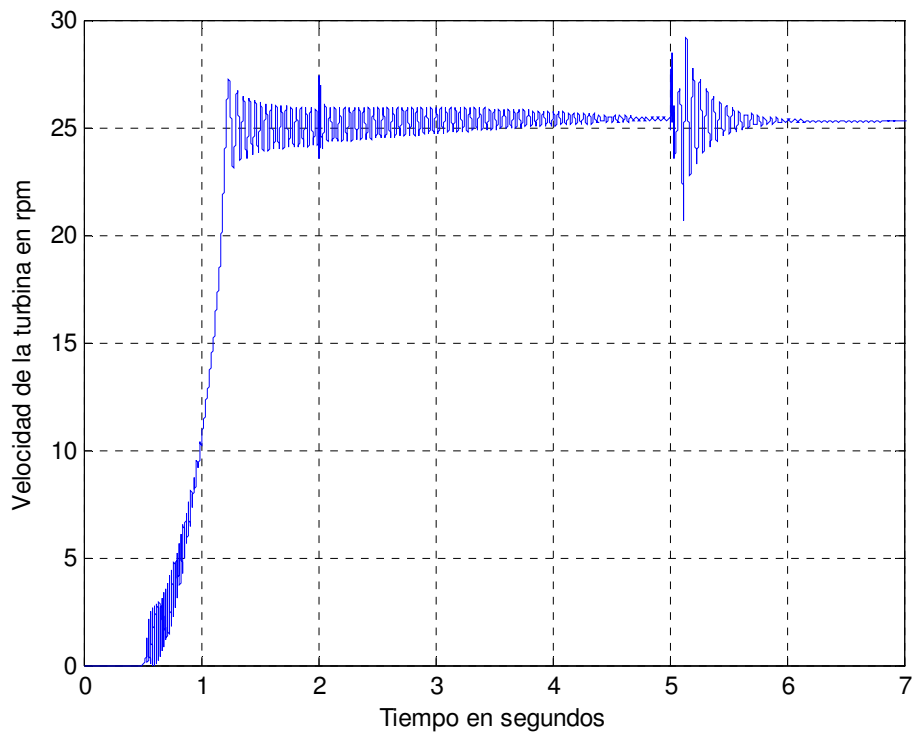


Figura 4.61: Velocidad de la turbina

Nuevamente el transitorio poco perceptible a los 2 segundos inicio de la operación en el modo generador, y el transitorio posterior debido al hueco de tensión.

- b) Case inestable: hueco de tensión de duración 100ms y amplitud 78% de la tensión nominal.

El caso anterior se encuentra en una condición de estabilidad límite. Para un hueco de tensión 2% más profundo:

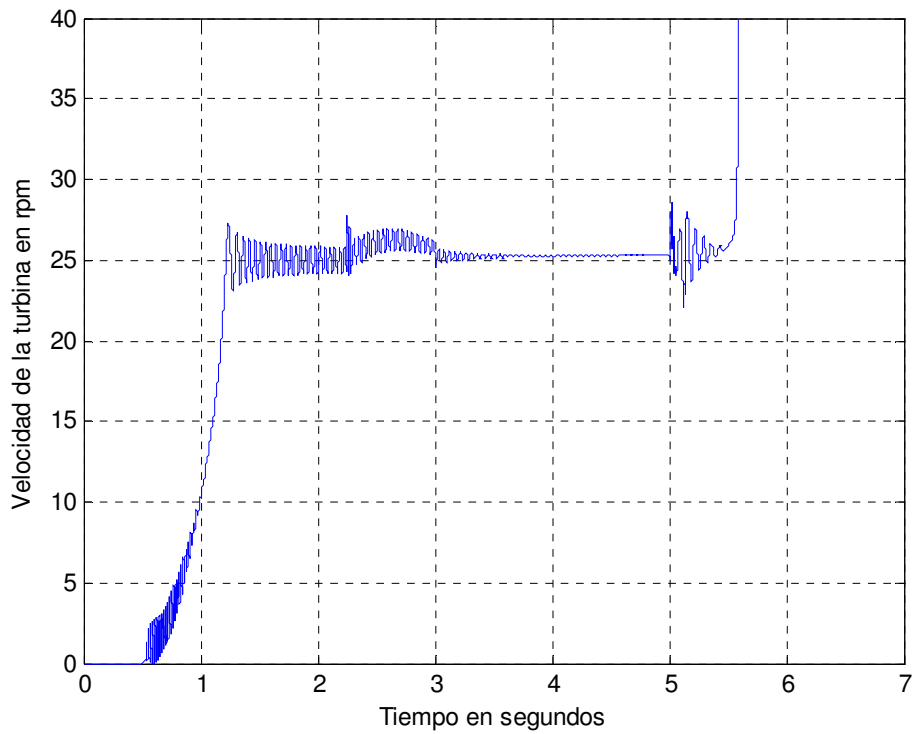


Figura 4.62: Velocidad de la turbina, caso inestable

#### 4.10 Bibliografía del capítulo 4

[1] P. C. Krause, O. Waszynzuk, S.D. Sudhof, "Analysis of electrical Machines", IEEE Press, 1994.

[2] CLARKE, E., *Circuit Analysis of A-C Power Systems: Symmetrical and Related Components, Volume I*, General Electric Series, Wiley, New York, 1950.

[3] B. Ozpineci, L.M. Tolbert, *Simulink implementation of induction machine model – A modular approach*. Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International (Volume: 2 )

[4] S. M. Bolik, *Modelling and analysis of variable speed wind turbines with induction generation during grid fault*. Aalborg University, PhD Thesis.

[5] F. Iov, A.D. Hansen, P. Sorensen, F. Blaabjerg, *Wind turbine blockset in Matlab/Simulink – General Overview and Description of the Models*.

[6] Ch. Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink*, Prentice Hall 1997.

[7] Mathworks ® inc. Documentation,

<http://www.mathworks.com/help/simulink/>.

[8] F. Flinders, W. Oghanna, S. Semini, *Mixed electrical and mechanical simulation using dynamic system analysis packages*, Proceedings of IEEE/ASME Joint Railroad Conference, Pittsburg, April 6-8, 1993, p 87-93



### 5 Conclusiones

A lo largo de este trabajo, y luego de una introducción acerca de la situación actual del desarrollo de generación eólica en Uruguay y un repaso por las características fundamentales de las principales tecnologías, se ha desarrollado herramientas computacionales aplicadas desde la máquina de inducción a la incorporación de esta en modelos completos de aerogeneradores, desde el análisis de estos modelos aislados a la incorporación de los mismos en redes de transporte de energía, desde completos análisis en régimen a contribuciones al análisis dinámico.

Aspectos constructivos y principalmente modelos teóricos, fundamentos de las herramientas computacionales desarrolladas, fueron expuestas en detalle en esta tesis.

Clasificando lo que ha sido lo vinculado con los estudios en régimen y análisis dinámico, concluimos:

## 5.1 Estudios en régimen

Este tópico fue desarrollándose a lo largo de los capítulos 2 y 3, desde las aplicaciones más fundamentales a las más completas:

- A partir del modelo básico de la máquina de inducción y sin otra consideración que sus parámetros de placa, es un programa para obtener las curvas de operación (par, potencias eléctricas y mecánica). Adoptando como variable independiente el deslizamiento, se identificó los diferentes modos de operación (motor, generador, freno). Asimismo esta herramienta permite tomar como parámetro adicional de estudio tensión en bornes o resistencia del estator (control por resistencia variable), obteniendo una familia de curvas que dan una caracterización más completa del modelo de la máquina.
- Un complemento del estudio anterior, consistió en: a partir de la tensión en bornes de la máquina y potencia en el eje (positiva motor, negativa generador) se estima el deslizamiento de la máquina a partir de la resolución de las raíces de un polinomio cuadrático (cuya deducción se desarrolla). A partir del deslizamiento se obtienen las demás variables de la máquina. Esto es, la determinación completa y precisa de específicos puntos de operación de la máquina de inducción.

- Los estudios anteriores se refirieron a la máquina de inducción propiamente, un paso más adelante y ya dentro de lo que es la máquina formando parte de un aerogenerador, es el estudio en régimen de la máquina de inducción doblemente alimentada. A partir de un modelo en donde no se asumen las aproximaciones presentadas en general en la literatura, y mediante una técnica de análisis iterativa (Newton-Raphson), se desarrolló una herramienta que permite el total conocimiento del comportamiento en régimen de una DFIG, evitando también el uso del marco de referencia d-q. Asimismo, permite como dato de entrada la velocidad del viento.
- Dentro del proceso iterativo de resolución de flujo de carga (en este caso Newton-Raphson desacoplado rápido) se incluyeron las ecuaciones correspondientes al modelo de aerogenerador de velocidad fija. Esto permitió obtener el consumo de reactiva del mismo y por consiguiente estimar la compensación necesaria a los efectos de minimizar el impacto en la red. Asimismo se muestran técnicas para resolver flujos de carga incluyendo también aerogeneradores del tipo DFIG, es sus diferentes modos de control. Esta nueva herramienta para flujo de carga cuenta además de los modelos mencionados (aerogenerador de velocidad fija y de velocidad variable) con la

posibilidad de ingresar como dato de entrada la velocidad del viento.

## **5.2 Modelos para análisis dinámico y simulaciones de casos**

En este último capítulo, se desarrolla desde los conceptos más fundamentales, el modelo de la máquina de inducción para análisis dinámico, y la implementación del mismo dentro de un marco de referencia arbitrario, basado en la transformada de Park. Toda la teoría de la máquina propiamente como del concepto de transformación de variables a un marco de referencia arbitrario es desarrollado. El modelo teórico es implementado y verificado en el ambiente Simulink<sup>®</sup>. Asimismo modelos adicionales, como ser el de la turbina eólica y el de la transmisión mecánica son desarrollados, y complementando al de la máquina de inducción, se implementa, siempre en ambiente Simulink<sup>®</sup>, el modelo del aerogenerador de velocidad fija completo. Se cierra este capítulo con el análisis de casos de estabilidad frente a huecos de tensión, mediante la implementación de modelos adicionales a los efectos de simular una red realista, como ser línea de transmisión, interruptores, circuito R-L, equivalentes Thevenin, bien como fuentes de tensión programable de tal forma de generar los huecos de tensión. Se muestran simulaciones donde a la red se la lleva a situaciones límite de estabilidad.

### 5.3 Evaluación final y desafíos futuros

El desarrollo de herramientas computacionales que extiendan los análisis clásicos de redes de potencia, de tal forma de incluir elementos no convencionales hasta ahora como la máquina de inducción, turbinas eólicas, acción del viento, se han desarrollado en esta tesis. En la evaluación de estas herramientas, se concluye que las mismas son muy sólidas en lo que tiene que ver con análisis en régimen. Respecto al análisis dinámico, los componentes analizados de forma individual en general han tenido buena performance tanto del punto de vista del tiempo de la simulación, estabilidad numérica y confiabilidad de los resultados. La mayor dificultad se vio en el análisis dinámico cuando se integran varios modelos (por ejemplo, máquinas, líneas, transformadores, interruptores, cargas, etc.), se presentó desde la dificultad propia para armar un circuito que evalúe determinado fenómeno, hasta problemas de tiempo de simulación y estabilidad numérica. El desafío a futuro es mejorar las técnicas de simulación de fenómenos dinámicos aplicado a redes complejas, manteniendo siempre la idea de utilizar modelos propios. Esta afirmación se basa en la experiencia tanto durante esta tesis bien como en proyectos de asignaturas, donde el uso de “paquetes” desarrollados por otros, presentan desde poca claridad acerca de los parámetros solicitados, hasta limitaciones y problemas de confiabilidad no declarados.

“Hacernos cargo” de los modelos dinámicos, como también a partir de estos lograr simulaciones realistas de variados fenómenos dinámicos que se puedan dar en la red, es un desafío a continuar encarando.

## Modelo del Sistema Mecánico de las Turbinas Eólicas

### A.1 - Modelo aerodinámico del rotor de la turbina

#### Potencial eólico disponible [1]:

Una masa de aire  $m$  con velocidad  $v$  posee una energía cinética  $E$  dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 . \quad (\text{A.1})$$

El caudal másico de aire  $\dot{m}$  de densidad  $\rho$  que fluye a través de una superficie de área  $A$  perpendicular a la dirección del flujo viene dado por la ecuación de la mecánica de fluidos:

$$\dot{m} = \rho Av . \quad (\text{A.2})$$

La potencia disponible  $P_v$  asociada al caudal de aire que atraviesa dicha sección es:

$$P_v = \frac{1}{2}\dot{m}v^2 = \frac{1}{2}\rho Av^3 \quad (\text{A.3})$$

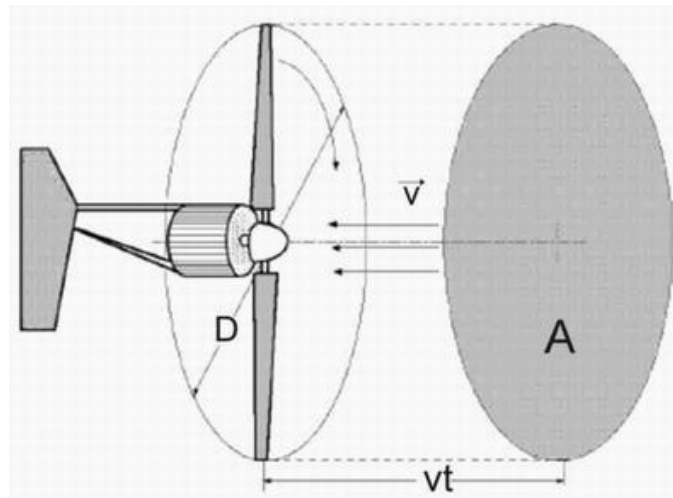


Figura A.1: Esquema del viento incidiendo en el rotor de un aerogenerador

Para el caso particular de turbinas eólicas, esquematizada en la figura A.1, nos referimos a la potencia disponible por un viento que barre el área  $A$  del rotor, dada por  $\pi R^2$ , siendo  $R$  el radio del rotor, tenemos entonces:

$$P_v = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 \quad (\text{A.4})$$

El rotor puede extraer un porcentaje de esta potencia, la potencia mecánica  $P_m$ , definimos el coeficiente de potencia  $C_p$ , que relaciona la potencia disponible en el viento, con la mecánica extraída:

$$C_p = \frac{P_m}{P_v} \quad (\text{A.5})$$



Ninguna turbina puede exceder el límite teórico superior, conocido como límite de Betz,  $C_p^{max} = 16/27 \approx 0.59$ .

El coeficiente de potencia  $C_p$  describe el rendimiento de la conversión, esto es, la fracción de la energía cinética del viento convertida en energía cinética de rotación. Depende del diseño mecánico y aerodinámico del mismo.

#### Determinación de $C_p$ :

$C_p$  depende de la velocidad específica o “tip speed ratio”, definida como:

$$\lambda = \frac{w_t R}{v} \quad (\text{A.6})$$

Donde además del radio del rotor  $R$  y la velocidad del viento  $v$ , tenemos  $w_t$  como siendo la velocidad angular del rotor de la turbina y por lo tanto  $w_t R$  la velocidad tangencial del rotor en la punta de la pala.

Asimismo para el caso de aerogeneradores con control activo, esto es, aerogeneradores provistos de palas con mecanismo de rotación longitudinal (ver más abajo figura A.6), el ángulo del perfil de éstas,

conocido como ángulo de paso del perfil o ángulo de “pitch” ( $\beta$ ), también influye sobre el valor de  $C_p$ .

La potencia mecánica del viento se obtiene entonces mediante:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda) \quad (\text{A.7a})$$

o

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 v^3 C_p(\lambda, \beta) \quad (\text{A.7b})$$

Algunos autores utilizan una tabla pre calculada, típica o suministrada por el fabricante, para obtener el coeficiente de potencia (o directamente la potencia) mediante el uso de funciones tipo “look up table”, generalmente basadas en interpolación lineal.

Alternativamente se puede obtener una aproximación al coeficiente de potencia,  $C_p$ , mediante funciones no-lineales.

Para el caso de aerogeneradores no provistos de control activo, Milano en el cap. 20 de [2], sin citar fuente, propone la siguiente función:

$$C_p(\lambda) = 0.44 \left( \frac{125}{\lambda_i} - 6.94 \right) e^{-\frac{16.5}{\lambda_i}} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\frac{1}{\lambda} + 0.002} \right)$$

Para turbinas con control activo, tanto Milano (cap. 20, [2]), como Perdana (cap. 3, [5]) y los desarrolladores de [3], citando todos a Heier [4], proponen:

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{-\frac{c_5}{\lambda_i}} + c_6 \lambda \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1} \right)^{-1}$$

Los coeficientes  $c_1$  a  $c_6$  son dependientes de las características de la turbina en cuestión.

En la tabla A.1 se muestran los valores que adoptan algunos autores.

	A.Perdana [5] (tomado de [4])	F. Milano [2]	SymPowerSystem [3]
$c_1$	0.5	0.22	0.5176
$c_2$	116	116	116
$c_3$	0.4	0.4	0.4
$c_4$	5	5	5
$c_5$	21	12.5	21
$c_6$	0	0	0.0068

Tabla A.1: Coeficientes para la función no-lineal  $C_p(\lambda, \beta)$

Aplicando la ecuación (A.9), por ejemplo, los datos de la tercera columna, con  $\lambda$  y  $\beta$  como parámetros obtenemos el resultado mostrado en la figura A.2.

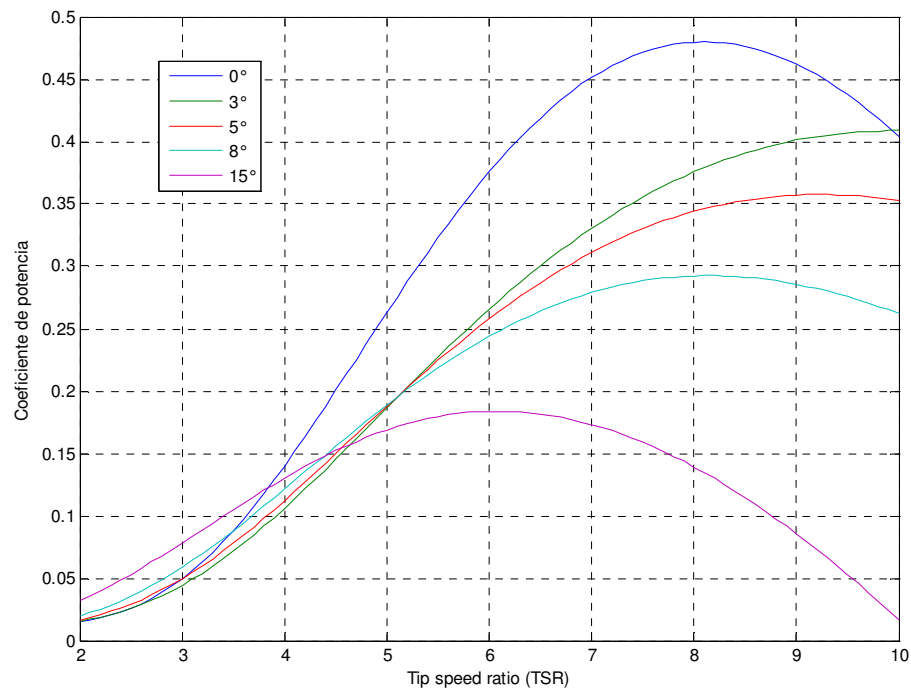


Figura A.2: Relación entre el coeficiente de potencia y el TSR para diferentes ángulos de pitch

Por ejemplo para los siguientes datos:

Velocidad del viento ( $v$ ): 8 m/s

Densidad del aires ( $\rho$ ): 1.23 kg/m<sup>3</sup>

Angulo de pitch ( $\beta$ ): 0°

Radio del rotor ( $R$ ): 15m

Velocidad del rotor: 34 rpm

Aplicando A.4, tenemos que la potencia disponible en el viento es: 223 kW.

Ahora;

$$\omega_r = 2\pi(34/60) = 3.56 \text{ rad/s}$$

$$\text{Aplicando (A.6)} \lambda = \frac{3.56 \cdot 15}{8} = 6.67$$

Del gráfico de la figura A.2, vemos que corresponde a un valor de  $C_p = 0.43$ , esto es, en estas condiciones para esta turbina lograremos convertir en energía mecánica el 43% de la energía disponible en el viento, esto da, aplicando (A.7)  $P_m = 95.7 \text{ kW}$ .

De la figura A.2, podemos deducir que si conseguimos que la turbina opere con un  $\lambda_{opt}=8.1$ , lograremos el rendimiento máximo, lo que corresponde a  $C_p = 0.48$ . Dado que  $\lambda = \frac{\omega_r R}{v}$ , obtener el óptimo dependerá de un diseño de turbina específico para la velocidad de viento predominante. Asimismo los aerogeneradores de tecnología de velocidad variable varían el  $\omega_r$  de tal forma que, estando la velocidad del viento dentro de cierto rango operativo, logran “perseguir” el  $\lambda_{opt}$ , y así extraer el máximo posible de potencia mecánica.

Respecto a la función no-lineal para calcular  $C_p(\lambda, \beta)$  presentada en la ecuación (A.9), Perdana [5], citando a [6] propone otra aproximación:

$$C_p(\lambda, \beta) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 \alpha_{i,j} \beta^i \lambda^j \quad (\text{A.10})$$

Donde los coeficientes  $\alpha_{i,j}$  son dados en la tabla A.2, y es solo válida para  $2 < \lambda < 13$ .

$i/j$	0	1	2	3	4
0	$-4.19 \cdot 10^{-1}$	$2.18 \cdot 10^{-1}$	$-1.24 \cdot 10^{-2}$	$-1.34 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-5}$
1	$-6.76 \cdot 10^{-2}$	$6.04 \cdot 10^{-2}$	$-1.39 \cdot 10^{-2}$	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$-2.39 \cdot 10^{-5}$
2	$1.57 \cdot 10^{-2}$	$-1.10 \cdot 10^{-2}$	$2.15 \cdot 10^{-3}$	$-1.49 \cdot 10^{-4}$	$2.79 \cdot 10^{-6}$
3	$-8.6 \cdot 10^{-4}$	$5.7 \cdot 10^{-4}$	$-1.05 \cdot 10^{-4}$	$5.99 \cdot 10^{-6}$	$-8.92 \cdot 10^{-8}$
4	$-1.48 \cdot 10^{-5}$	$-9.48 \cdot 10^{-5}$	$1.62 \cdot 10^{-6}$	$-7.15 \cdot 10^{-8}$	$4.97 \cdot 10^{-10}$

Asimismo Milano [2], citando a [7] propone alternativamente:

$$C_p(\lambda, \beta) = 0.73 \left( \frac{151}{\lambda_i} - 0.58\beta - 0.002\beta^{2.14} - 13.2 \right) e^{-\frac{18.4}{\lambda_i}} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Donde } \lambda_i = \left( \frac{1}{\lambda - 0.02\beta} - \frac{0.003}{\beta^3 + 1} \right)^{-1}$$

Dependerá de la información disponible por el fabricante decidir que función utilizar y el valor de los coeficientes. Es posible que la única información disponible sea de forma gráfica por lo que habrá que recurrir procedimientos basados en “look up table”, conforme mencionado más arriba.

#### Fenómeno de influjo dinámico (dynamic in flow):

Cuando actúa el control activo variando el ángulo  $\beta$  del perfil de las palas se modifica la distribución del viento en el rotor hasta alcanzar un nuevo punto de funcionamiento, el pasaje de un punto de funcionamiento a otro trae como consecuencia un fenómeno conocido como influjo dinámico o dynamic inflow. Los resultados experimentales de este fenómeno fueron publicados por [8], en la figura A.3 se muestra un estudio presentado por los mismos autores en 1995, donde partiendo de un  $\beta_{\text{inicial}}=0^\circ$ , al segundo se aumenta a  $3.7^\circ$  y a los 30s vuelve nuevamente a su posición inicial, en la figura se observa claramente sobretiros del torque mecánico.



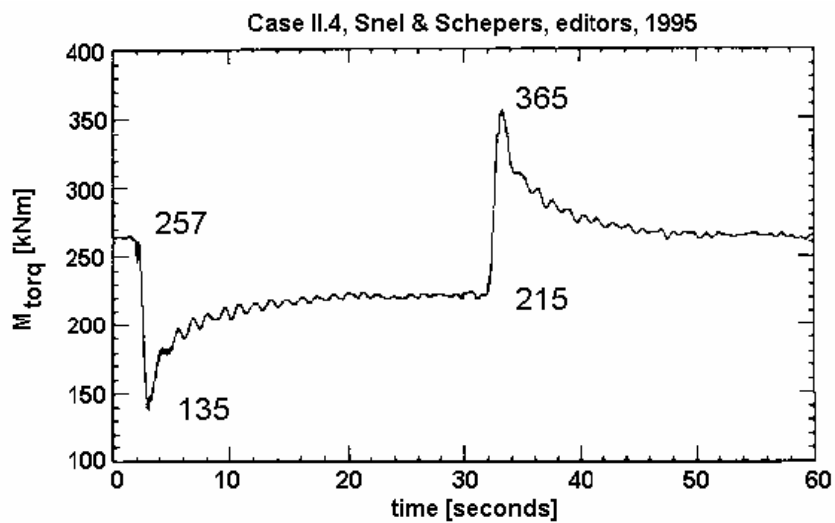


Figura A.3: Medida de torque mecánico en una turbina eólica al variar el ángulo del perfil  $\beta$ .

Si bien hay autores que toman este fenómeno en consideración como parte del modelo de la turbina [9], investigaciones más recientes [5] basados en:

- La dificultad de obtener las constantes de tiempo, dado que estas constantes varían con la velocidad del viento.
- Experimentos más recientes levantan incertidumbres respecto a este fenómeno.
- En términos del efecto del influjo dinámico durante una falta en la red, no solo no es crítico, si no que los resultados son levemente más conservadores.

Se concluye que excluir este fenómeno del modelo para estudios de estabilidad no lleva a errores significativos.

## A.2–Transmisión mecánica

Diferentes fenómenos están presentes en lo que hace a la dinámica mecánica de una turbina eólica:

- Efecto  $3p$ , es causado por la distribución no homogénea del viento (incluye la estratificación del viento y el efecto sombra) en la sección del rotor, lo que trae como consecuencias oscilaciones en el par aplicado a cada pala.
- Efectos de vibración en la torre.
- Dinámica torsional.

Varios autores [4], [9], [10], concuerdan que solo la dinámica torsional es necesario tener en cuenta en los estudios de estabilidad.

### ¿Modelo de dos o una masa?

El esquema de la figura A.4, extraída de [10], muestra las dos posibles configuraciones para el modelado de la dinámica torsional.

Dado que en general la rigidez del acoplamiento entre el rotor de la turbina (palas + buje) y el rotor del generador no es un valor elevado, se establece [9] como siendo el modelo de dos masas el más adecuado, sin embargo [2] aplica el modelo de dos masas únicamente para turbinas de velocidad fija argumentando que para aerogeneradores equipados con controles eficientes, las oscilaciones no aparecen reflejadas del lado de la

red, pudiéndose entonces representarse la turbina, en estos casos, como con un eje perfectamente rígido (modelo de una masa).

No todos concuerdan con esta opinión [9] en el sentido que si bien se elimina las consecuencias de las oscilaciones sobre los parámetros de la red, internamente puede afectar la operación del aerogenerador y eventualmente llevar a la actuación de alguna protección interna sacando el aerogenerador de servicio, lo que trae consecuencias en el estudio de estabilidad de tensión.

En su biblioteca estándar [3] modela la turbina adoptando el criterio de una masa para todas las configuraciones (velocidad fija o variable).

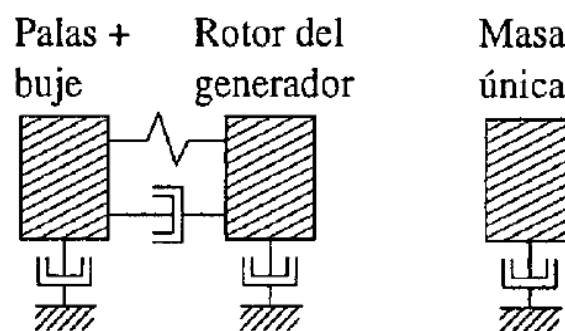


Figura A.4: Esquema modelo dos masas y alternativa masa única.

La figura A.5 tomada de Perdana [5] ilustra con más detalle la estructura de la transmisión mecánica compuesta por dos masas.

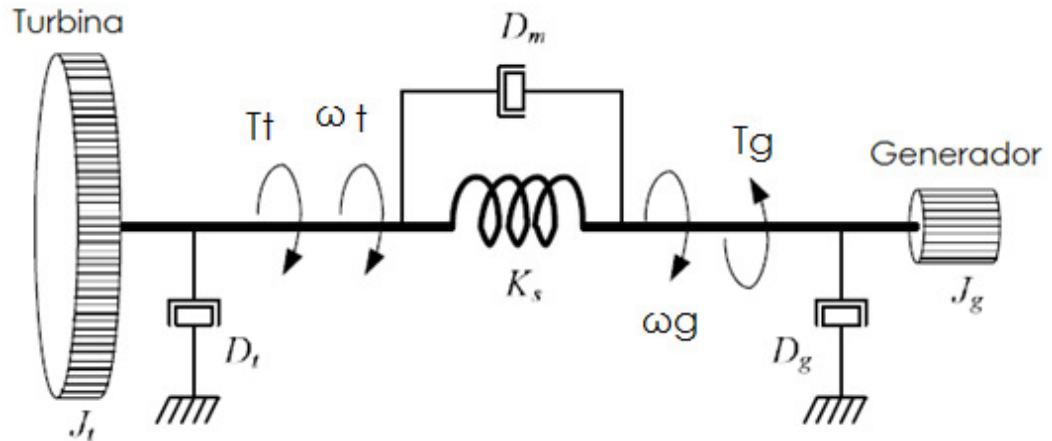


Figura A.5: Esquema de la transmisión mecánica, modelo de dos masas.

Cuyos parámetros son los siguientes:

- Coeficientes de amortiguamiento;
  - $D_t$  – propio de la turbina (resistencia aerodinámica en las palas)
  - $D_g$  – propio del generador (fricción mecánica y con el aire)
  - $D_m$  – mutuo (representa el equilibrio dinámico que ocurre debido a las diferencias de velocidad entre el eje de la turbina y el del generador)
- Constantes de inercia
  - $H_t$  – de la turbina
  - $H_g$  – del generador
- Otros
  - $K_s$  – rigidez del eje
  - $\omega_t, \omega_g$  – velocidades rotóricas de la turbina y del generador
  - $\theta_t, \theta_g$  – ángulos del rotóricos de la turbina y del generador
  - $T_t, T_g$  – par del rotor de la turbina y del generador

En función de este esquema el mismo Perdana [5] propone, despreciando los amortiguamientos propios, el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$2H_t \frac{dw_t}{dt} = T_t - K_s(\theta_g - \theta_t) - D_m(\omega_g - \omega_t) \quad (\text{A.12})$$

$$2H_g \frac{dw_g}{dt} = -T_g + K_s(\theta_g - \theta_t) + D_m(\omega_g - \omega_t) \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{d\theta_t}{dt} = \omega_t \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{d\theta_g}{dt} = \omega_g \quad (\text{A.15})$$

Milano [2], desprecia todos los amortiguamientos y expresa las ecuaciones en términos del ángulo relativo entre los dos ejes:

$$2H_t \frac{dw_t}{dt} = T_t - K_s \theta_{tg} \quad (\text{A.16})$$

$$2H_g \frac{dw_g}{dt} = -T_e - K_s \theta_{tg} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{d\theta_{tg}}{dt} = \Omega_b(\omega_t - \omega_g) \quad (\text{A.18})$$

Donde:

$\theta_{tg} = \theta_g - \theta_r$  : Desplazamiento angular relativo entre los dos ejes

$\Omega_b$  : Frecuencia nominal del sistema en rad/s.

Donde el par de la turbina viene dado por:

$$T_t = \frac{P_m}{\omega_t} \quad (\text{A.19})$$

Siendo  $P_m$  la potencia mecánica dada por (A.7).

En caso de optar por el modelo de una masa (eje rígido), el sistema se reduce a:

$$\frac{d\omega_t}{dt} = \frac{T_t - T_g}{(2H_t + 2H_g)} \quad (\text{A.20})$$

Es importante tener en cuenta que actualmente la mayoría de los aerogeneradores posee una caja de engranajes (gear box) para compatibilizar la velocidad del rotor de la turbina con la velocidad del generador, representada esquemáticamente por la figura A.6.

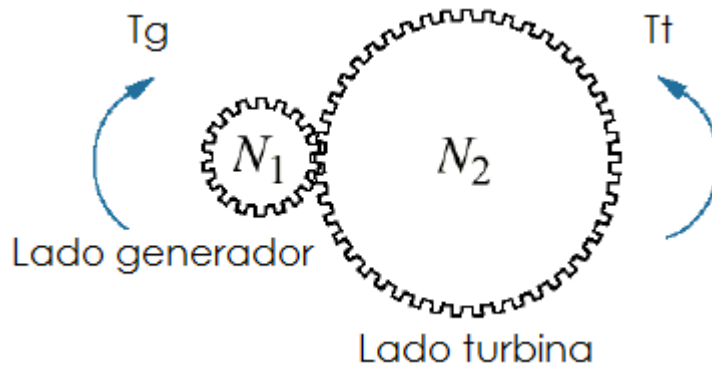


Figura A.6: Esquema de una caja de engranajes típica.

Siendo  $G = \frac{N_2}{N_1}$  la razón de la caja de engranajes, la constante de inercia y el par del rotor de la turbina en las ecuaciones arriba están referidos al lado del generador, a partir de las siguientes expresiones:

$$H_t = \frac{1}{G^2} H_t (\text{lado turbina}) \quad (\text{A.21})$$

$$T_t = \frac{1}{G} T_t (\text{lado turbina}) \quad (\text{A.22})$$

### A.3–Sistema de control

Un aspecto esencial en un aerogenerador es la implementación de un mecanismo que limite la potencia mecánica de tal forma que la potencia nominal no sea excedida, hay diversas formas de implementarlo:

- Control pasivo por pérdida de sustentación (stall control).
- Control activo por pérdida de sustentación (active stall control).
- Control activo por ángulo de paso (pitch control).

Los dos primeros son alternativas comunes aplicadas a la tecnología de velocidad fija, mientras que el último a la de velocidad variable.

En el control pasivo, las palas del rotor no tienen un sistema que permita un movimiento de rotación longitudinal, éstas están fijas y con el ángulo de ataque máximo, la técnica se basa en el diseño de la geometría de la pala de tal forma que cuando la velocidad del viento es muy alta se crea una turbulencia detrás de la pala, haciéndole perder sustentación.

Una variante del anterior es el control activo por pérdida, ahora ya las palas tienen implementado un mecanismo que permite su movimiento longitudinal (representado esquemáticamente en la figura A.7). Durante el funcionamiento a velocidades de viento normales, las palas se mantienen con un ángulo de ataque algo inferior al máximo, a velocidades superiores



se activa el control llevando la pala al ángulo máximo de ataque, y en consecuencia a la pérdida de sustentación por el mismo fenómeno de turbulencia en que se basa el control pasivo.

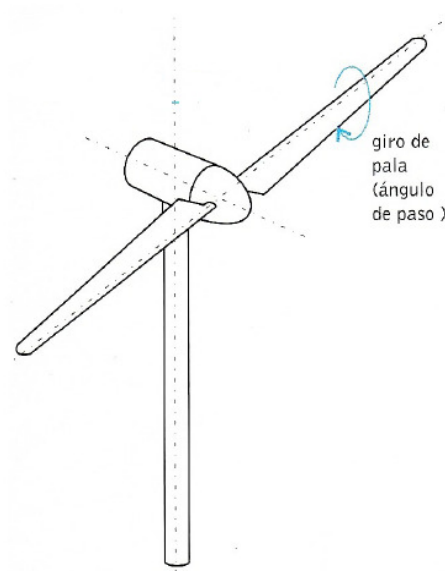


Figura A.7: Esquema de turbina con control activo.

El control activo por ángulo de paso, limita la potencia de salida disminuyendo de a pasos el ángulo de ataque de las palas. Cuenta entonces también con la posibilidad del movimiento longitudinal, por lo que también puede ser esquematizado conforme figura A.7, pero en dirección contraria al control activo por pérdida. El efecto de la disminución de la potencia conforme aumenta el ángulo de paso puede verse en la gráfica de la figura A.2.

Un diagrama de control típico [2] para el control activo por ángulo de paso es el mostrado en la figura A.8.

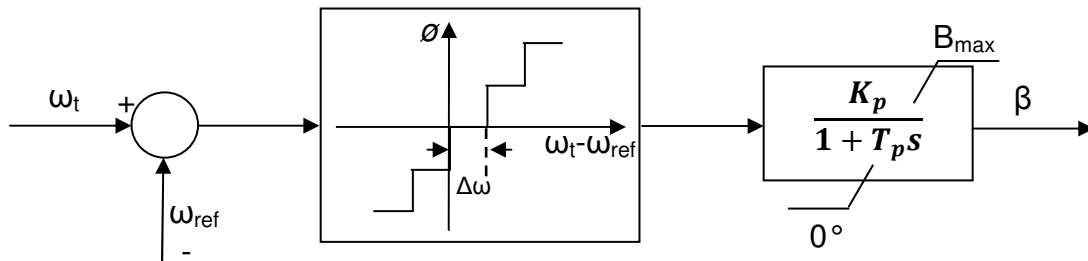


Figura A.8: Diagrama del control activo por ángulo de paso

Este control corresponde a la siguiente ecuación diferencial:

$$T_p \frac{d\beta}{dt} + \beta = K_p \phi (\omega_t - \omega_{ref}) \quad A.23$$

Donde la función  $\phi$  es quien permite que la variación del ángulo de paso  $\beta$  ocurra solo cuando la diferencia  $\omega_t - \omega_{ref}$  excede un valor  $\pm \Delta\omega$  predefinido.

## A.4 Bibliografía del apéndice A

- [1] Energía eólica, Miguel Villarrubia, Ediciones Ceac, 2004.
  
- [2] Federico Milano, Power System Modelling and Scripting, Springer, 2010.
  
- [3] SimPowerSystems™ 5 reference, Hydro-Quebec and The MathWorks.
  
- [4] S.Heier, Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems, England: John Wiley & Sons, 1998.
  
- [5] A. Perdana, Dynamic Models of Wind Turbines, PhD Tesis, Chalmers University of Technology, 2008.
  
- [6] N. Miller, W. Price, and J. Sanchez-Gasca, Dynamic modeling of GE 1.5 and 3.6 wind turbine generators, General Electric Company“, Technincal Report, Oct. 2003.
  
- [7] Slootweg, J.G., de Haan, S.W.H., Polinder, H., Kling, W.L.: General Model for Representing Variable Speed Wind Turbines in Power Systems Dynamics Simulations. IEEE Transactions on Power Systems 18(1), 144-151 (2003).

- [8] Snel, H., Schepers, J.G.: Engineering models for dynamic inflow phenomena, *Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 39, pp. 267-281, 1992.
- [9] Akhmatov, V., *Analysis of Dynamic Behaviour of Electric Power Systems with Large Amount of Wind Power*, PhD Tesis, Technical University of Denmark, 2003.
- [10] Ledesma Larrea, P., *Análisis Dinámico de Sistemas Eléctricos con Generación Eólica*, Tesis doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, 2001.

## Funciones Matlab para el estudio de la operación en régimen de la máquina de inducción

Estas funciones corresponden al análisis desarrollado en el capítulo 2. Las ecuaciones deducidas en ese capítulo aparecen referenciadas en las correspondientes funciones.

Función principal ***rpmi\_V***: Determinación de familia de curvas características para diferentes tensiones en bornes y en función del deslizamiento de la máquina, algunas de las gráficas generadas corresponden a las mostradas en las figuras 2.9, 2.10 y 2.11.

```
function rpmi_V(S, Vs, p, f, Rs, Xs, Xm, Rr, Xr, Vi, Vsalto, Vf)
global RTh XTh
k=0;
% Preparo valor inicial, salto y final de tendión en bornes
Vi=Vi/100;
Vsalto=Vsalto/100;
Vf=Vf/100;
for v=Vi:Vsalto:Vf
    V=v*Vs;
    k=k+1;
    VTh=(li*Xm*V/(Rs+li*(Xs+Xm)));           % Ec. 2.5
    ws=2*pi*f/p;                             % Ec. 2.1
```

```

% Preparo s, la variable independiente
s=linspace(-1,2,500);

for i=1:500
    Ir(i,k)=VTh/(RTh+Rr/s(i)+1i*(XTh+Xr));           Ec. 2.9
    Peje(i,k)=(abs(Ir(i,k))^2)*Rr*(1-s(i))/s(i);     Ec. 2.10
    wm(i)=ws*(1-s(i));                               Ec. 2.11
    Teje(i,k)=Peje(i,k)/wm(i);                       Ec. 2.12
    Vm(i,k)=Ir(i,k)*(Rr/s(i)+1i*Xr);                 Ec. 2.15
    Im(i,k)=Vm(i,k)/(1i*Xm);                          Ec. 2.14
    Is(i,k)=Ir(i,k)+Im(i,k);                          Ec. 2.13
    Ss(i,k)=V*conj(Is(i,k));                          Ec. 2.16
    Ps(i,k)=real(Ss(i,k));                             Ec. 2.17
    Qs(i,k)=imag(Ss(i,k));                             Ec. 2.18
    cosf(i,k)=Ps(i,k)/abs(Ss(i,k));                   Ec. 2.19
end
end
Is=abs(Is)/sqrt(3);
Vg=num2str((Vi:Vsalto:Vf)');

figure(1)
plot(s,Teje)
grid
title('Curva Deslizamiento-Par electrico')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Par N.m')
legend(Vg, 'Location', 'Best')

figure(2)
plot(s,Is)
legend(Vg, 'Location', 'Best')
grid
title('Curva Deslizamiento-Corriente por el estator')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Corriente A')

figure(3)
plot(s,Ps/1000)
legend(Vg, 'Location', 'Best')
grid
title('Curva Deslizamiento-Potencia activa en bornes')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Potencia activa kW')

figure(4)
plot(s,Qs/1000)
legend(Vg, 'Location', 'Best')
grid
title('Curva Deslizamiento-Potencia reactiva en bornes')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Potencia reactiva en kVAr')

figure(5)
plot(s,cosf)
legend(Vg, 'Location', 'Best')

```

```

grid
title('Curva Deslizamiento-Factor de potencia')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Factor de potencia')

figure(6)
plot(s,Peje/1000)
legend(Vg, 'Location', 'Best')
grid
title('Curva Deslizamiento-Potencia mecánica en el eje')
xlabel('Deslizamiento')
ylabel('Potencia mecánica en kW')

```

Función principal ***rpmi\_R*** (no mostrada): función análoga a la anterior siendo la familia de curvas obtenida para diferentes de valores de resistencia del estator. La aplicación de esta función es mostrada en la figura 2.13.

Función principal ***rpmi***: Determinación de los puntos de operación. Al final del apartado 2.3.2, se muestra una tabla generada por esta función.

```

function rpmi (archivo)

[S, Vs, p, f, Rs_pu, Xs_pu, Xm_pu, Rr_pu, Xr_pu, Vi, Vsalto, Vf, Rr_i, Rr_salto, Rr_f, Pi, Psalto, Pf]=rpmi2dat (archivo);

global RTh XTh Ib Zb

S=S*1000;

% Determinación de la Corriente e impedancia de base
Ib=S/(Vs*sqrt(3));
Zb=Vs*Vs/S;

% Se pasa a valores nominales los parámetros
Xm=Xm_pu*Zb
Xs=Xs_pu*Zb
Xr=Xr_pu*Zb
Rr=Rr_pu*Zb
Rs=Rs_pu*Zb

ZTh=li*Xm*(Rs+li*Xs)/(Rs+li*(Xs+Xm)); % Ec. 2.6

```

```

RTh=real (ZTh); % Ec. 2.7
XTh=imag (ZTh); % Ec. 2.8
VTh=(1i*Xm*Vs/(Rs+1i*(Xs+Xm))); % Ec. 2.5
absVTh=abs (VTh);

k=0;
ws=2*pi*f/p; % Ec. 2.1

% Preparo valor inicial, paso y valor final de la potencia
Pi=Pi/100;
Psalto=Psalto/100;
Pf=Pf/100;

for mP=Pi:Psalto:Pf;
    k=k+1;
    Peje(k)=S*mP;

    a=(RTh*RTh*Peje(k)+Peje(k)*((XTh+Xr)^2)+Rr*(absVTh^2)); % Ec. 2.27
    b=(2*RTh*Rr*Peje(k)-Rr*(absVTh^2)); % Ec. 2.28
    c=Peje(k)*Rr*Rr; % Ec. 2.29
    s1=(-b-sqrt(b*b-4*a*c))/(2*a); % Ec. 2.30
    s2=(-b+sqrt(b*b-4*a*c))/(2*a); % Ec. 2.31
    if abs(s1)<abs(s2) % Ec. 2.32
        s(k)=s1;
    else
        s(k)=s2;
    end

    Ir(k)=VTh/(RTh+Rr/s(k)+1i*(XTh+Xr)); % Ec. 2.9
    wm(k)=ws*(1-s(k)); % Ec. 2.11
    Teje(k)=Peje(k)/wm(k); % Ec. 2.12
    Vm(k)=Ir(k)*(Rr/s(k)+1i*Xr); % Ec. 2.15
    Im(k)=Vm(k)/(1i*Xm); % Ec. 2.14
    Is(k)=Ir(k)+Im(k); % Ec. 2.13
    Ss(k)=Vs*conj(Is(k)); % Ec. 2.16
    Ps(k)=real(Ss(k)); % Ec. 2.17
    Qs(k)=imag(Ss(k)); % Ec. 2.18
    cosf(k)=Ps(k)/abs(Ss(k)); % Ec. 2.19
end

if ~isempty(Vi), % Si Vi no es vacío se va a generar las curvas
f(Tensión en bornes)
    rpmi_V(S,Vs,p,f,Rs,Xs,Xm,Rr,Xr,Vi,Vsalto,Vf);
end

if ~isempty(Rr_i), % Si Rr_i no es vacío se va a generar las
curvas f(Resistencia del rotor)
    rpmi_R(S,Vs,p,f,Rs,Xs,Xm,Rr,Xr,Rr_i,Rr_salto,Rr_f);
end

clc
fprintf('\nDATOS DE PLACA \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Potencia nominal %7.2f kVA\n',S/1000)
fprintf('Tensión nominal %7.2f V\n',Vs)
fprintf('Número de pares de polos %2.0f \n',p)
fprintf('Frecuencia %2.0f Hz\n', f)
fprintf('\nPARAMETROS EN pu \n')
fprintf('-----\n')

```



```

fprintf('Resistencia del estator %12.5f \n', Rs_pu)
fprintf('Reactancia del estator %12.5f \n', Xs_pu)
fprintf('Reactancia de magnetización %12.5f \n', Xm_pu)
fprintf('Resistencia del rotor %12.5f \n', Rr_pu)
fprintf('Reactancia del rotor %12.5f \n', Xr_pu)
fprintf('\nOTROS DATOS DE INTERES \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Velocidad de sincronismo %8.4f rad/seg o %8.2f
rpm\n',ws, ws*60/(2*pi))
flag1=0;
flag2=0;
for i=k:-1:1
    if Peje(i)>0 && flag1==0,
        fprintf('\nPUNTOS DE OPERACION MODO MOTOR \n')
        fprintf('-----\n')
        fprintf('P eje(kW)          s          Par eje(N.m)    P
bornes(kW)    Q bornes(kVAr)    cos fi    Vel. mec.(rpm) \n')
        fprintf('-----\n')
        flag1=1;
    end
    if Peje(i)<0 && flag2==0,
        fprintf('\nPUNTOS DE OPERACION MODO GENERADOR \n')
        fprintf('-----\n')
        fprintf('P eje(kW)          s          Par eje(N.m)    P
bornes(kW)    Q bornes(kVAr)    cos fi    Vel. mec.(rpm) \n')
        fprintf('-----\n')
        flag2=1;
    end
    fprintf('%+2.2f \t\t%2.5e \t\t%8.2f \t\t%8.2f \t\t%8.2f \t\t%8.3f
\t\t%8.2f \n',
Peje(i)/1000,s(i),Teje(i),Ps(i)/1000,Qs(i)/1000,cosf(i),wm(i)*60/(p*pi))
end

```

Función auxiliar *rpm2dat*, esta función lee los archivos texto con los datos de máquina, ejemplo archivo *unHP.m* o *350kva.m* mostrados en este capítulo.

Se va “barriendo” línea a línea identificando y convirtiendo a variable numérica los parámetros de máquina, que luego serán los datos de entrada para las funciones mostradas arriba.

```
function[S,Vs,p,f,Rs,Xs,Xm,Rr,Xr,Vi,Vsalto,Vf,Rr_i,Rr_salto,Rr_f,Pi,Psalto,Pf]=rpm2dat(archivo)

% RPMI2DAT Extrae los datos de un archivo tipo ASCII conteniendo
% la información de una máquina de inducción y los parámetros a estudiar.
%
% archivo : nombre del archivo ASCII
%
% Julio 2011

% Inicializo variables que eventualmente no se carguen
Vi=[];
Vsalto=[];
Vf=[];
Rr_i=[];
Rr_salto=[];
Rr_f=[];
Pi=[];
Psalto=[];
Pf=[];

fid=fopen(archivo); % Abre el archivo especificado

if fid == -1
    error('Archivo no encontrado')
end

fila = fgetl(fid); % Se carga en fila la primera fila del archivo

% Dentro del while se va leyendo el archivo ASCII fila a fila y
% se van extrayendo los datos.

fi=0;
while fila ~= -1 % Mientras no se termine el archivo
    [pal,resto]=strtok(fila); % Retorna el primer string delimitado por
                            % el espacio en blanco en pal, y el resto
                            % de la fila en resto.

    fi=fi+1;
```

```

if strcmp(pal, 'PL',2) || strcmp(pal, 'pl',2) || strcmp(pal, 'Pl',2),
    % Detecto datos de placa
    placa=str2num(resto);
    S=placa(1);
    Vs=placa(2);
    p=placa(3);
    f=placa(4);

elseif strcmp(pal, 'ES',2) || strcmp(pal, 'es',2) || strcmp(pal, 'Es',2),
    % Detecto datos del estator
    estator=str2num(resto);
    Rs=estator(1);
    Xs=estator(2);
    Xm=estator(3);

elseif strcmp(pal, 'RO',2) || strcmp(pal, 'ro',2) || strcmp(pal, 'Ro',2),
    % Detecto datos del rotor

    rotor=str2num(resto);
    Rr=rotor(1);
    Xr=rotor(2);
elseif strcmp(pal, 'TE',2) || strcmp(pal, 'te',2) || strcmp(pal, 'Te',2),
    % Detecto rango de variación de tensión
    tension=str2num(resto);
    Vi=tension(1);
    Vsalto=tension(2);
    Vf=tension(3);

elseif strcmp(pal, 'RE',2) || strcmp(pal, 're',2) || strcmp(pal, 'Re',2),
    % Detecto rango de variación de resistencia del rotor

    res_rotor=str2num(resto);
    Rr_i=res_rotor(1);
    Rr_salto=res_rotor(2);
    Rr_f=res_rotor(3);

elseif strcmp(pal, 'PO',2) || strcmp(pal, 'po',2) || strcmp(pal, 'Po',2),
    % Detecto rango de variación de resistencia de la potencia

    potencia=str2num(resto);
    Pi=potencia(1);
    Psalto=potencia(2);
    Pf=potencia(3);

elseif strcmp(pal, '%',1), % Detecto un comentario
else
    err=['Error de codificación en la fila: ',fila];
    % Detecto un caracter inválido
    error (err)
end
fila = fgetl(fid); % Se actualiza fila con la fila siguiente.
end
fclose(fid); % Se cierra el archivo

```

## Funciones Matlab para el estudio de la operación en régimen de la máquina de inducción doblemente alimentada

Función principal **rp\_dfig** (los cálculos están referidos a las correspondientes ecuaciones del capítulo 2)

Obs.: Las funciones del flujo de carga y sus correspondientes auxiliares utilizadas en esta función se muestran en el apéndice D

```
function rp_dfig(archivo1, archivo2, barra, P, Q)

[Snom, Vnom, p, f, R, ro, Cp, lamda, Rs, Xs, Xm, Rr, Xr]=rpdfig2dat(archivo1);

global Sb;
Sb=Snom; % Siendo un estudio local sobre la máquina asumo
Sbase=Snominal (MW)

ws=2*pi*f/p; % Velocidad sincrónica

k=0.5*ro*pi*R^2*Cp; % Ec. 2.38
k1=k*(R/lamda)^3; % Ec. 2.38
k0=(k1*ws^3)/(Sb*1e6); % Paso a pu

[N, pN, Barras]=red2mat(archivo2); % Ver apéndice D

fila=filaN(barra, Barras);

N(fila, 4)=-P;
N(fila, 5)=0;

[mv an]=flunrdr(N, pN); % Flujo de cargas, ver apéndice D
Vs=mv(fila);
Fs=an(fila)*pi/180;

Vr=0.1;
Fr=0.1;
Ir=1;
```

```

Tr=0.1;
Is=1;
Ts=0.1;
s=0;

iter=0;

DX=[1 1 1 1 1 1 1]';
X=[Vr Fr Ir Tr Is Ts s]';

while max(abs(DX)) >= .0001 && iter < 100
    iter=iter+1;
    if iter==100,
        error('No convergió en 100 iteraciones')
    end

    f1=Vs*cos(Fs)+Rs*Is*cos(Ts)-(Xs+Xm)*Is*sin(Ts)+Xm*Ir*sin(Tr); % Ec.
2.40
    f2=Vs*sin(Fs)+Rs*Is*sin(Ts)+(Xs+Xm)*Is*cos(Ts)-Xm*Ir*cos(Tr); % Ec.
2.41
    f3=Vr*cos(Fr)-Rr*Ir*cos(Tr)+s*(Xr+Xm)*Ir*sin(Tr)-s*Xm*Is*sin(Ts); %
Ec. 2.42
    f4=Vr*sin(Fr)-Rr*Ir*sin(Tr)-s*(Xr+Xm)*Ir*cos(Tr)+s*Xm*Is*cos(Ts); %
Ec. 2.43
    f5=P-Vs*Is*cos(Fs-Ts)+Vr*Ir*cos(Fr-Tr); % Ec. 2.44
    f6=Q-Vs*Is*sin(Fs-Ts); % Ec. 2.45
    f7=P-k0*((1-s)^3)+Is*Is*Rs+Ir*Ir*Rr; % Ec. 2.46

    DF=[f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7]';

    df1_Vr=0;
    df1_Fr=0;
    df1_Ir=Xm*sin(Tr);
    df1_Tr=Xm*Ir*cos(Tr);
    df1_Is=Rs*cos(Ts)-(Xs+Xm)*sin(Ts);
    df1_Ts=-Rs*Is*sin(Ts)-(Xs+Xm)*Is*cos(Ts);
    df1_s=0;

    df2_Vr=0;
    df2_Fr=0;
    df2_Ir=-Xm*cos(Tr);
    df2_Tr=Xm*Ir*sin(Tr);
    df2_Is=Rs*sin(Ts)+(Xs+Xm)*cos(Ts);
    df2_Ts=Rs*Is*cos(Ts)-(Xs+Xm)*Is*sin(Ts);
    df2_s=0;

    df3_Vr=cos(Fr);
    df3_Fr=-Vr*sin(Fr);
    df3_Ir=-Rr*cos(Tr)+s*(Xr+Xm)*sin(Tr);
    df3_Tr=Rr*Ir*sin(Tr)+s*(Xr+Xm)*Ir*cos(Tr);
    df3_Is=-s*Xm*sin(Ts);
    df3_Ts=-s*Xm*Is*cos(Ts);
    df3_s=(Xr+Xm)*Ir*sin(Tr)-Xm*Is*sin(Ts);

    df4_Vr=sin(Fr);
    df4_Fr=Vr*cos(Fr);
    df4_Ir=-Rr*sin(Tr)-s*(Xr+Xm)*cos(Tr);

```

```

df4_Tr=-Rr*Ir*cos (Tr)+s*(Xr+Xm)*Ir*sin (Tr);
df4_Is=s*Xm*cos (Ts);
df4_Ts=-s*Xm*Is*sin (Ts);
df4_s=-(Xr+Xm)*Ir*cos (Tr)+Xm*Is*cos (Ts);

df5_Vr=Ir*cos (Fr-Tr);
df5_Fr=-Ir*Vr*sin (Fr-Tr);
df5_Ir=Vr*cos (Fr - Tr);
df5_Tr=Ir*Vr*sin (Fr - Tr);
df5_Is=-Vs*cos (Fs - Ts);
df5_Ts=-Is*Vs*sin (Fs - Ts);
df5_s=0;

df6_Vr=0;
df6_Fr=0;
df6_Ir=0;
df6_Tr=0;
df6_Is=-Vs*sin (Fs-Ts);
df6_Ts=Vs*Is*cos (Fs-Ts);
df6_s=0;

df7_Vr=0;
df7_Fr=0;
df7_Ir=2*Ir*Rr;
df7_Tr=0;
df7_Is=2*Is*Rs;
df7_Ts=0;
df7_s=3*k0*(s-1)^2;

J=[ df1_Vr df1_Fr df1_Ir df1_Tr df1_Is df1_Ts df1_s
    df2_Vr df2_Fr df2_Ir df2_Tr df2_Is df2_Ts df2_s
    df3_Vr df3_Fr df3_Ir df3_Tr df3_Is df3_Ts df3_s
    df4_Vr df4_Fr df4_Ir df4_Tr df4_Is df4_Ts df4_s
    df5_Vr df5_Fr df5_Ir df5_Tr df5_Is df5_Ts df5_s
    df6_Vr df6_Fr df6_Ir df6_Tr df6_Is df6_Ts df6_s
    df7_Vr df7_Fr df7_Ir df7_Tr df7_Is df7_Ts df7_s];

DX=J\DF;
X=X-DX;

Vr=X(1);
Fr=X(2);

Ir=X(3);
Tr=X(4);

Is=X(5);
Ts=X(6);

s=X(7);
end

Ps=Vs*Is*cos (Fs-Ts)*Sb;
Pr=-Vr*Ir*cos (Fr-Tr)*Sb;
P=Ps+Pr;
Pl=(Is*Is*Rs+Ir*Ir*Rr)*Sb;
Pm=P+Pl;

```

```

    if Vr<0,
        Vr=-Vr;
        Fr=Fr+pi;
    end

    if Ir<0,
        Ir=-Ir;
        Tr=Tr+pi;
    end

    if Is<0,
        Is=-Is;
        Ts=Ts+pi;
    end

Fr=Fr*180/pi;
Fs=Fs*180/pi;
Tr=Tr*180/pi;
Ts=Ts*180/pi;

while abs(Fr)>360,
    Fr=Fr-sign(Fr)*360;
end
if abs(Fr)>180
    Fr=Fr-sign(Fr)*360;
end

while abs(Fs)>360,
    Fs=Fs-sign(Fs)*360;
end
if abs(Fs)>180
    Fs=Fs-sign(Fs)*360;
end

while abs(Tr)>360,
    Tr=Tr-sign(Tr)*360;
end
if abs(Tr)>180
    Tr=Tr-sign(Tr)*360;
end

while abs(Ts)>360,
    Ts=Ts-sign(Ts)*360;
end
if abs(Ts)>180
    Ts=Ts-sign(Ts)*360;
end

clc
fprintf('\nDATOS DE PLACA \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Potencia nominal %7.2f MW\n', Snom)
fprintf('Tensión nominal %7.2f V\n', Vnom)

```

```

fprintf('Número de pares de polos %2.0f \n',p)
fprintf('Frecuencia %2.0f Hz\n', f)
fprintf('Radio del rotor %2.1f m\n', R)
fprintf('\nDATOS OPERATIVOS \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Densidad del aire %5.3f \n', ro)
fprintf('Coeficiente de potencia %4.2f \n', Cp)
fprintf('Velocidad específica %4.2f \n', lamda)
fprintf('\nPARAMETROS EN pu \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Resistencia del estator %12.5f \n', Rs)
fprintf('Reactancia del estator %12.5f \n', Xs)
fprintf('Reactancia de magnetización %12.5f \n', Xm)
fprintf('Resistencia del rotor %12.5f \n', Rr)
fprintf('Reactancia del rotor %12.5f \n', Xr)
fprintf('\nRESULTADOS \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('Velocidad de sincronismo %8.4f rad/seg o %8.2f
rpm\n',ws, ws*60/(2*pi))
fprintf('\nFLUJOS DE POTENCIAS en MW\n')
fprintf('-----
-----\n')
fprintf('P. eje   P. estator   P. rotor   P red(Ps+Pr)   Perdidas
\n')
fprintf('-----\n')
fprintf('%3.3f \t\t%3.3f \t\t%3.3f \t\t%3.3f \t\t%3.3f \n',
Pm,Ps,Pr,P,Pl)
fprintf('\nTENSIONES CORRIENTES DESLIZAMIENTO (pu, grados) \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('V estator   fase       I estator   Fase       V rotor
Fase       I rotor   Fase       Deslizamiento \n')
fprintf('-----\n')
fprintf('%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f
\t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.4f \t\t%6.6f \t\t%6.4f
\t\t%6.4f \n', Vs,Fs,Is,Ts,Vr,Fr,Ir,Tr,s)
fprintf('\n')

```



Función auxiliar *rpdfig2dat*:

Lectura del archivo de entrada de datos con los parámetros de la máquina

```
function [Snom,Vnom,p,f,R,ro,Cp,lamda,Rs,Xs,Xm,Rr,Xr]=rpdfig2dat (ar
chivo)

% RPDFIG2DAT Extrae los datos de un archivo tipo ASCII conteniendo
la informacion
% de una máquina de inducción doblemente alimentada
%
% archivo : nombre del archivo ASCII
%
% Enero 2012

% Inicializo variables que eventualmente no se carguen

fid=fopen(archivo); % Abre el archivo especificado

if fid == -1
    error('Archivo no encontrado')
end

fila = fgetl(fid); % Se carga en fila la primera fila del archivo

% Dentro del while se va leyendo el archivo ASCII fila a fila y
% se van extrayendo los datos.
fi=0;
while fila ~= -1 % Mientras no se termine el archivo
    [pal,resto]=strtok(fila); % Retorna el primer string
    delimitado por
    % el espacio en blanco en pal, y el resto de
    % de la fila en resto.
    fi=fi+1;

    if strcmp(pal,'PL',2) || strcmp(pal,'pl',2) ||
strcmp(pal,'P1',2), % Detecto los datos de la ventana
        placa=str2num(resto);
        Snom=placa(1);
        Vnom=placa(2);
        p=placa(3);
        f=placa(4);
        R=placa(5);
    elseif strcmp(pal,'OP',2) || strcmp(pal,'op',2) ||
strcmp(pal,'Op',2), % Detecto datos operativo
        opera=str2num(resto);
        ro=opera(1);
        Cp=opera(2);
        lamda=opera(3);
    elseif strcmp(pal,'ES',2) || strcmp(pal,'es',2) ||
strcmp(pal,'Es',2), % Detecto los datos de la ventana
        estator=str2num(resto);
        Rs=estator(1);
        Xs=estator(2);
        Xm=estator(3);
```

```

    elseif strcmp(pal, 'RO',2) || strcmp(pal, 'ro',2) ||
strcmp(pal, 'Ro',2), % Detecto los datos de la ventana
        rotor=str2num(resto);
        Rr=rotor(1);
        Xr=rotor(2);

    elseif strcmp(pal, '%',1), % Detecto un comentario
    else
        err=['Error de codificacion en la fila: ',fila]; % Detecto
            un caracter inválido
        error (err)
    end
    fila = fgetl(fid); % Se actualiza fila con la fila siguiente.
end
fclose(fid); % Se cierra el archivo

```

## Funciones Matlab para estudios de flujo de carga con generación eólica basada en máquina de inducción incorporadas a la red

Flujo de carga método Newton-Raphson desacoplado rápido, con la incorporación de aerogeneradores

```
function [mv, an, Pd, Qd, Pg, Qg, Qsh, Pmaq, Qmaq, vs, vr, maxerror, iter, Y, Bs]=flunrd
r(areoN, arsopN, arsal)
```

```
% Autor: Rafael Hirsch
% rhirsch@fing.edu.uy
% Programa matlab para flujo de carga cursos transporte de energía
eléctrica y taller matlab y simulink

% Versión Tesis capítulo 3: se incorpora ecuaciones de maquinas de
inducción de velocidad fija

ni=100;          % Numero máximo de iteraciones.
e=0.1/100;      % Criterio de convergencia.
global Sb

Pmaq=[];
Qmaq=[];
vs=[];
vr=[];

iter=0;
es=1;           % Flag para ejecutar o no el save del final

if ischar(areoN), % Si areoN es un string se procede a hacer el load
    eval(['load ',areoN, ' -mat']) % forzando este a que cargue un archivo
    binario
    if nargin==1, % Si se ingreso un solo nombre de archivo de entrada se
    genera
        arsal=strtok(areoN, '.'); % el de salida con el mismo nombre y
    extensión .mat
    else
        arsal=arsopN; % Si no el nombre archivo de salida es el dado.
    end
else           % Si los argumentos de entrada son numéricos se procede
    N=areoN;    % a cargar N y pN.
    pN=arsopN;
    if nargin==2,
```

```

        es=0;           % No se ejecutará el save.
    end
end

[Y,Bp,Bs,Za,Zb,Zc,Ymaq]=ybb(N,pN); % Se calculan las matrices admitancia,
B' y B''.

G=real(Y); % Conductancia de Y
B=imag(Y); % Suceptancia de Y
iBp=inv(Bp); % Se calcula las inversas de B'
iBs=inv(Bs); % y B''

fPQ=pN(1,2); % Se transfieren pN a variables "más fáciles!, fin barras PQ
iPV=pN(2,1); % inicio barras PV
fPV=pN(2,2); % fin barras PV
if ~fPV, % Si no hay barras PV fin de PV coincide con fin PQ
    fPV=fPQ;
end
nB=pN(3,1); % Número total de barras
Pd=N(1:nB,4); % Vector potencia activa en las barras (carga).
Pg=N(1:nB,6); % Vector potencia activa en las barras (generación).
Qd=N(1:nB,5); % Vector potencia reactiva en las barras (carga).
Qg=N(1:nB,7); % Vector potencia reactiva en las barras (generación).
Qsh=N(1:nB,10); % Vector potencia shunt en las barras.
if iPV, % Si existen barras PV
    Qmin=N(iPV:fPV,8); % se traen los límites de potencia
    Qmax=N(iPV:fPV,9); % reactiva a los vectores Qmin y Qmax
end
P=(Pg-Pd)/Sb; % Vector potencia activa neta en las barras.
Q=(Qg-Qd+Qsh)/Sb; % Vector potencia reactiva neta en las barras.
mv=N(1:nB,3); % Vector módulo de tensión en las barras.
an=zeros(nB,1); % Vector de estimación inicial de los ángulos
(cero)
p=zeros(nB,1); % Vectores de estimación inicial de potencia
q=zeros(nB,1); % activa y reactiva en las barras (cero).

KP=1; % Flag convergencia potencia activa.
KQ=1; % Flag convergencia potencia reactiva.
fl=0; % Flag convergencia potencia activa y reactiva.

bind=0;
if pN(7,1) % si hay generadores de inducción
    bind=pN(7,1):pN(7,2);
end

while iter<ni, % Mientras no se exceda el número de iteraciones
preestablecido:

    for k=1:fPV % Se recorren las barras PQ y PV
        T=an(k)-an(1:nB); % Delta lamda
        cosT=cos(T)';
        sinT=sin(T)';
        p(k)=mv(k)*sum(mv(1:nB)'.*(G(k,1:nB).*cosT+B(k,1:nB).*sinT)); % P
act. calculada
        if bind
            NING=bind(k==N(bind,1));
            if NING %INCORPORACION ECUACIONES MAQUINA DE INDUCCION TESIS CAP. 3
                Pgen(k)=N(k,6)/Sb;
                vs(k)=mv(k)*exp(1i*an(k));
                S(k)=p(k)+1i*q(k);
                Smaq(k)=S(k)-conj(Ymaq(k))*mv(k)*mv(k);
                vr(k)=vs(k)+Zc(k)*(conj(Smaq(k)/vs(k))+vs(k)/Zb(k));
            end
        end
    end
end

```

```

S(k)=conj(Za(k)/(Za(k)+Zc(k)))*Pgen(k)*((Za(k)+Zc(k))/Za(k)-
Zc(k)*Pgen(k)/(abs(vr(k))^2));
P(k)=real(S(k));
Pg(k)=P(k)*Sb;
Qg(k)=imag(S(k))*Sb;
Pmaq(k)=real(Smaq(k))*Sb;
Qmaq(k)=imag(Smaq(k))*Sb;
end
end
end

dP=P(1:fpv)-p(1:fpv); % delta P esp. P calc. para PQ+PV.
dPV=dP./mv(1:fpv); % deltaP/|V|
KP=1;
if abs(dP)<e, % Si convergió la potencia activa
    KP=0;
    if KQ==0, % y también la reactiva, paso a verificar
        viQmin=[]; % violación de los límites de Qmin y Qmax
        viQmax=[];
        if iPv, % lo hago si hay barras PV
            Qgc=q(iPv:fpv)*Sb+Qd(iPv:fpv)-Qsh(iPv:fpv); % Q gen. en las
barras
            viQmin=find(Qgc<Qmin); % Se buscan las barras que violen Qmin
            viQmax=find(Qgc>Qmax & Qmax~=0); % Se buscan las barras que
violen Qmax
        end
        % siempre que Qmax sea diferente de cero.
        if ~isempty(viQmin) || ~isempty(viQmax), % Si se produce
violación en algún límite
            mv(viQmin+fpq)=mv(viQmin+fpq)+0.005; % aumento la tensión en
la barra donde
            mv(viQmax+fpq)=mv(viQmax+fpq)-0.005; % Q es menor quee Qmin
y la bajo donde
            KP=1; % Q es mayor que Qmax.
% No considero que haya convergido
%
%
% Si no hubo violación de límites o
% no hay barras PV se
ratifica que
        else % convergió, fl=1 y me voy del while
            fl=1; % con break.
            break; % Si no convergió resuelvo el
end % sistema y actualizo lamda.

for k=1:fpv % Se recorren las barras PQ y PV
    T=an(k)-an(1:nB); % Delta lamda
    cosT=cos(T)';
    sinT=sin(T)';
    q(k)=mv(k)*sum(mv(1:nB)'.*(G(k,1:nB).*sinT-B(k,1:nB).*cosT)); % Q
react. calculada
    if bind
        NING=bind(k==N(bind,1));
        if NING
            Pgen(k)=N(k,6)/Sb;
            vs(k)=mv(k)*exp(1i*an(k));
            S(k)=p(k)+1i*q(k);
            Smaq(k)=S(k)-conj(Ymaq(k))*mv(k)*mv(k);
            vr(k)=vs(k)+Zc(k)*(conj(Smaq(k))/vs(k))+vs(k)/Zb(k);
            S(k)=conj(Za(k)/(Za(k)+Zc(k)))*Pgen(k)*((Za(k)+Zc(k))/Za(k)-
Zc(k)*Pgen(k)/(abs(vr(k))^2));
            Q(k)=imag(S(k));

```

```

        Qg(k)=Q(k)*Sb;
        Pg(k)=real(S(k))*Sb;
        Pmaq(k)=real(Smaq(k))*Sb;
        Qmaq(k)=imag(Smaq(k))*Sb;
    end
end
end

dQ=Q(1:fPQ)-q(1:fPQ); % delta Qesp. Qcalc. para PQ.
dQV=dQ./mv(1:fPQ); % deltaQ/|V|
KQ=1;
if abs(dQ)<e, % Si convergió la potencia reactiva

    KQ=0;
    if KP==0, % y también la activa ... igual al anterior
        viQmin=[];
        viQmax=[];
        if iPv,
            Qgc=q(iPV:fPV)*Sb+Qd(iPV:fPV)-Qsh(iPV:fPV);
            viQmin=find(Qgc<Qmin);
            viQmax=find(Qgc>Qmax & Qmax~=0);
        end
        if ~isempty(viQmin) || ~isempty(viQmax),
            mv(viQmin+fPQ)=mv(viQmin+fPQ)+0.005;
            mv(viQmax+fPQ)=mv(viQmax+fPQ)-0.005;
            KQ=1;
        else
            fl=1;
            break;
        end
    end
else
    dV=-iBs*dQV; % Si no convergió resuelvo el
    mv(1:fPQ)=dV+mv(1:fPQ); % sistema y actualizo |V|.
end
iter=iter+1; % Incremento el contador de iteraciones
end % y retorno al while

if fl==0, % Salió del while con fl=0, entonces:
    disp(['No convergió en ',num2str(ni),' iteraciones'])
end

maxerror=(max(max(abs(dP)),max(abs(dQ))))*Sb; % Calcula el máximo
"mismatch"
T=an(nB)-an(1:nB); % Delta lamda en la barra slack
cosT=cos(T)';
sinT=sin(T)';
p(nB)=mv(nB)*sum(mv(1:nB)'.*(G(nB,1:nB).*cosT+B(nB,1:nB).*sinT)); % P y Q
netas calculadas
q(nB)=mv(nB)*sum(mv(1:nB)'.*(G(nB,1:nB).*sinT-B(nB,1:nB).*cosT)); % en la
barra slack

an=an*180/pi; % Pasamos los lamda a grados
Pg(nB)=p(nB)*Sb+Pd(nB); % Calculo de P en la barra slack (generación)
Qg(nB)=q(nB)*Sb+Qd(nB)+Qsh(nB);
if iPv,
    Qg(iPV:nB-1)=q(iPV:nB-1)*Sb+Qd(iPV:nB-1)+Qsh(iPV:nB-1); % Si hay
barras PV calculo la
end % Q en esta barras (generación)

if fl==0,
    mv=mv*NaN;
    an=an*NaN;

```

```
Pg=Pg*NaN;  
Qg=Qg*NaN;  
end  
  
if es, % Si existe un nombre para el archivo de salida  
    save(arsal) % ejecuto el save  
end
```