



FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS
Y DE ADMINISTRACIÓN

POSGRADOS



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

**UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y DE ADMINISTRACIÓN**

**TRABAJO FINAL PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

**Incorporación de activos ESG en las reservas de bancos centrales:
Optimización y rendimiento mediante el modelo Black-Litterman**

por

**Cra. Josefina Artagaveytia
Cra. Estefani Crossa**

**TUTOR: Cr. Gabriel Rodríguez
COORDINADOR: Cr. Esteban Lemes**

**Montevideo
URUGUAY
2025**

Página de Aprobación

El tribunal docente integrado por los abajo firmantes aprueba el Trabajo Final:

Título

Incorporación de activos ESG en las reservas de bancos centrales:
Optimización y rendimiento mediante el modelo Black-Litterman

Autores

Cra. Josefina Artagaveytia y Cra. Estefani Crossa

Tutor/Coordinador

Cr. Gabriel Rodríguez

Posgrado

Maestría en Finanzas

Puntaje

.....

Tribunal

Profesor.....(nombre y firma).

Profesor.....(nombre y firma).

Profesor.....(nombre y firma).

FECHA.....

AGRADECIMIENTOS

A la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de la República, por brindar la infraestructura y el apoyo que hicieron posible la realización de esta investigación.

A nuestro tutor, Gabriel Rodríguez, por su dedicación, asesoría y compromiso en la revisión y mejora continua de este trabajo.

A Fernando Zimet, por su experiencia y orientación en el desarrollo metodológico y analítico de esta investigación.

A Mercedes Comas, Alicia González, Fabio Malacrida, Rosana González y Silvina Castelao, quisiéramos mencionarlos por su buena disposición para atender nuestras consultas y su apoyo en distintas etapas de este proceso.

Finalmente, a nuestras familias y demás personas que, de manera directa o indirecta, contribuyeron al desarrollo de este trabajo final.

RESUMEN Y PALABRAS CLAVE

Resumen:

El presente estudio analiza el impacto de la inclusión de activos ESG (*Environmental, Social and Governance*) en los portafolios de reservas de bancos centrales, evaluando su potencial para mejorar la eficiencia en términos de rendimiento ajustado por riesgo. Para ello, se utiliza el modelo de optimización Black-Litterman, comparando escenarios con y sin activos ESG. Los resultados muestran que la inclusión de estos activos puede contribuir a mejorar la relación riesgo-retorno en portafolios de mayor riesgo dentro de los admisibles por los bancos centrales, aunque esta mejora estaría vinculada principalmente a la mayor duración de los bonos verdes admitidos, más que a su naturaleza ESG. Al homogeneizar las duraciones de los activos, se observa que la conveniencia de incluir bonos verdes depende de la disposición a invertir en otros activos, a modo de ejemplo los bonos corporativos tradicionales, incluidos como activos elegibles, demuestran mayores beneficios en diversificación y eficiencia. Sin embargo, cuando el objetivo de los bancos centrales incluye beneficios extra-financieros, como los sociales y de sostenibilidad, un impacto financiero marginal puede ser suficiente para habilitar la inclusión de bonos verdes en el portafolio. Este escenario es particularmente relevante para bancos centrales que no están dispuestos a invertir una parte significativa en bonos corporativos tradicionales. En este contexto, los activos ESG pueden desempeñar un papel estratégico dentro de las reservas, combinando modestos aportes financieros con beneficios asociados a la transición hacia una economía más sostenible.

Palabras Clave:

Activos ESG, Black-Litterman, Bancos Centrales, Portafolios de Reservas, Diversificación.

ABSTRACT AND KEY WORDS

Abstract:

This study analyzes the impact of including ESG (*Environmental, Social and Governance*) assets in central bank reserve portfolios, evaluating their potential to improve efficiency in terms of risk-adjusted return. To achieve this, the Black-Litterman optimization model is used, comparing scenarios with and without ESG assets. The results show that the inclusion of these assets can contribute to improving the risk-return relationship in higher-risk portfolios within those admissible by central banks, although this improvement is primarily linked to the longer duration of the included green bonds rather than their ESG nature. When the durations of assets are homogenized, the suitability of including green bonds depends on the willingness to invest in other assets, such as traditional corporate bonds, which demonstrate greater benefits in diversification and efficiency. However, when the central bank's objective includes extra-financial benefits, such as social and sustainability goals, a marginal financial impact may be sufficient to enable the inclusion of green bonds in the portfolio. This scenario is particularly relevant for central banks that are not willing to invest a significant portion in traditional corporate bonds. In this context, ESG assets can play a strategic role within reserves, combining modest financial contributions with benefits related to the transition to a more sustainable economy.

Key words:

ESG Assets, Black-Litterman, Central Banks, Reserve Portfolios, Diversification.

INDICE GENERAL

1. Introducción	1
1.1. Descripción del tema y contribución de la investigación	1
1.2. Objetivos y preguntas de investigación	3
2. Marco teórico y revisión de la literatura	5
2.1. Marco teórico	5
2.1.1. Inversión Sostenible	5
2.1.2. Optimización de Portafolios	5
2.1.3. Teoría Bayesiana	6
2.1.4. Modelo de Optimización de Markowitz.....	7
2.1.5. Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).....	10
2.1.6. Modelo de Optimización Black Litterman	11
2.1.7. Desventajas de la optimización por Markowitz y los aportes del modelo Black Litterman	14
2.2. Revisión de la literatura.....	16
3. Aproximación metodológica	19
3.1. Selección y obtención de los parámetros del modelo.....	19
3.2. Optimización por modelo de Black Litterman sin visiones	24
3.3. Optimización por modelo de Black Litterman con visiones	25
4. Resultados obtenidos	28
4.1. Optimización sin visiones:	28
4.2. Optimización con visiones	31
5. Impacto de la limitación del índice ESG en los resultados	36
5.1. Relevancia del análisis	36
5.2. Metodología.....	37
5.3. Resultados	38
5.4. Resultados excluyendo bonos corporativos.....	41
6. Conclusión	43
7. Anexos:.....	45
7.1. Anexo 1 – Simulaciones de portafolios eficientes para modelo sin visiones	45
7.1.1. Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:.....	45
7.1.2. Modelo versión básica simulación con bonos verdes:.....	46
7.2. Anexo 2: Gráficos versión completa del modelo con dos escenarios	47
7.2.1. Gráficos modelo versión completa – visión optimista	47
7.2.2. Gráficos modelo versión completa – visión pesimista	48
7.3. Anexo 3: Simulaciones modelo con visiones incorporadas para ambos escenarios	50
7.3.1. Modelo versión completa simulación visión optimista - sin bonos verdes:	50
7.3.2. Modelo versión completa simulación visión optimista – con bonos verdes:	51
7.3.3. Modelo versión completa simulación visión pesimista – sin bonos verdes:	52

7.3.4.	Modelo versión completa simulación visión pesimista – con bonos verdes:	53
7.4.	Anexo 4: Simulaciones modelo SIN visiones – Estudio de la limitación	54
7.4.1.	Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:.....	54
7.4.2.	Modelo versión básica simulación con bonos verdes:.....	55
7.5.	Anexo 5: Simulaciones modelo SIN visiones – Estudio de la limitación sin corporativos...	56
7.5.1.	Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:.....	56
7.5.2.	Modelo versión básica simulación con bonos verdes:.....	57
7.6.	Anexo 6: Correlaciones bonos verdes y activos con vencimiento ampliado.....	58
Referencias bibliográficas		59

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Fuente: Idzorek (2007) – Distribución de retornos modelo Black Litterman	14
Gráfico 2 – Fuente: Banco Mundial - Reserve Management Survey Report 2023 – Elegibilidad por clase de activo	20
Gráfico 3 – Fuente: elaboración propia - Frontera de Eficiencia versión básica del modelo con y sin bonos verdes.	28
Gráfico 4 – Fuente: elaboración propia - composición de portafolios versión básica del modelo – con bonos verdes.	30
Gráfico 5 – Fuente: elaboración propia - composición de portafolios versión básica del modelo - sin bonos verdes.	31
Gráfico 6 – Fuente: elaboración propia - gráficos que surgen a partir de la aplicación del modelo en sus diferentes versiones.	32
Gráfico 7 – Fuente – Banco Mundial - Reserve Management Survey Report 2023	36
Gráfico 8 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de la limitación - modelo sin bonos verdes.	39
Gráfico 9 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de la limitación - modelo con bonos verdes.	39
Gráfico 10 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia análisis de limitación – modelo con y sin bonos verdes.	40
Gráfico 11 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de limitación – modelo sin corporativos con bonos verdes.	41
Gráfico 12 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia análisis de limitación – modelo que excluye bonos corporativos.	42
Gráfico 13 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia modelo con visiones – escenario optimista.	47
Gráfico 14 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario optimista sin bonos verdes.	47
Gráfico 15 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario optimista con bonos verdes.	48
Gráfico 16 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia modelo con visiones – escenario pesimista.	48
Gráfico 17 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario pesimista sin bonos verdes.	49
Gráfico 18 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario pesimista con bonos verdes.	49

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 – Fuente: elaboración propia a partir de los índices publicados por Bloomberg – selección de índices para activos elegibles.	21
Tabla 2 – Fuente: elaboración propia a partir de los datos de la capitalización de mercado por activo elegible extraída de Bloomberg y World Gold Council – Capitalización de mercado de los activos	23
Tabla 3 – Fuente: elaboración propia a partir de la simulación del modelo – análisis de exceso de rentabilidades versión básica del modelo.....	29
Tabla 4 – Fuente: elaboración propia a partir de la construcción del modelo – volatilidades por instrumento.	30
Tabla 5 – Fuente: elaboración propia a partir de las simulaciones del modelo – análisis de excesos de rentabilidad modelo con visiones.	33
Tabla 6 – Fuente: elaboración propia a partir de la aplicación del modelo – comparativo de retornos esperados según versiones del modelo.....	34
Tabla 7 – Fuente: elaboración propia a partir de información extraída de Bloomberg y World Gold Council – Índices utilizados y capitalización de mercado de los activos (homogeneizando madurez)	38
Tabla 8.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones sin bonos verdes – parte 1	45
Tabla 8.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones sin bonos verdes – parte 2	45
Tabla 9.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones con bonos verdes – parte 1	46
Tabla 9.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones con bonos verdes – parte 2	46
Tabla 10.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - sin bonos verdes – parte 1.....	50
Tabla 10.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - sin bonos verdes – parte 2.....	50
Tabla 11.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - con bonos verdes – parte 1	51
Tabla 11.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - con bonos verdes – parte 2	51
Tabla 12.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - sin bonos verdes – parte 1.....	52
Tabla 12.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - sin bonos verdes – parte 2.....	52
Tabla 13.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - con bonos verdes – parte 1	53
Tabla 13.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - con bonos verdes – parte 2	53

Tabla 14.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - sin bonos verdes – parte 1	54
Tabla 14.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - sin bonos verdes – parte 2	54
Tabla 15.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - con bonos verdes – parte 1	55
Tabla 15.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - con bonos verdes – parte 2	55
Tabla 16.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - sin bonos verdes – parte 1	56
Tabla 16.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - sin bonos verdes – parte 2	56
Tabla 17.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - con bonos verdes – parte 1	57
Tabla 17.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - con bonos verdes – parte 2	57
Tabla 18 – Fuente: elaboración propia a partir de la aplicación del modelo – correlaciones con bono verde.....	58

1. INTRODUCCIÓN

1.1. DESCRIPCIÓN DEL TEMA Y CONTRIBUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

En las últimas décadas, la importancia de los activos ESG (*Environmental, Social and Governance*) ha crecido significativamente en el mundo financiero. Estos activos no solo se enfocan en generar rentabilidad financiera, sino que también promueven prácticas empresariales responsables y sostenibles en materia ambiental, social y de gobernanza.

Para los bancos centrales, cuyo objetivo es mantener la estabilidad económica y financiera, el camino hacia la sostenibilidad no les es ajeno. La creciente frecuencia y severidad de los fenómenos climáticos conlleva un aumento significativo de riesgos económicos y financieros que deben ser abordados. En este contexto, los bancos centrales juegan un papel crucial, tanto en su rol de reguladores y supervisores del sistema financiero (cuando este rol es parte de sus atribuciones), como en el de inversores al gestionar las reservas.

Considerando este último rol, la adopción de prácticas de inversión sostenibles y responsables permitiría un mejor manejo de los riesgos antes mencionados y contribuiría a la necesaria transición hacia una economía sostenible, no solo por el impacto directo de las inversiones responsables, sino también por los beneficios indirectos que derivan de liderar con el ejemplo.

Además de los beneficios de la adopción de criterios de inversión sostenibles, es también cada vez más importante para las instituciones, incluyendo los bancos centrales, minimizar los riesgos asociados con prácticas nocivas. Los efectos ambientales, sociales, financieros, o reputacionales no deben ser desconsiderados.

Asimismo, si consideramos el papel que algunos bancos centrales tienen en relación a velar por la estabilidad del sistema financiero, el contribuir a reducir los riesgos ambientales impactaría en alcanzar finanzas más saludables para parte de su perímetro regulatorio. A modo de ejemplo,

una reducción en las pérdidas de las aseguradoras, al participar en acciones que impactarían disminuyendo los siniestros vinculados a factores climáticos; mejores resultados para las instituciones financieras que otorgan financiación a empresas vinculadas al agro, por citar algunas de las actividades económicas que se ven directamente afectadas por el cambio climático, entre otros.

Por lo expuesto, la inclusión de activos ESG en los portafolios de reservas de estos bancos es un tema de creciente interés y relevancia, dado que representa uno de los mecanismos de inversión sostenible y responsable disponibles.

Sin embargo, existen limitaciones significativas a la hora de invertir en esta clase de activos. Los bancos centrales suelen operar bajo estrictos marcos regulatorios y de políticas que pueden restringir sus opciones de inversión.

A modo de ejemplo, en el caso del Banco Central del Uruguay, los principales lineamientos de inversión de las reservas están establecidos en su Carta Orgánica. Según el artículo 30 de la Ley N° 16.696 (1995), modificado por la Ley N° 18.401 (2008), “...El Banco determinará el nivel adecuado y administrará los activos externos de reserva, ... Para ello, el Banco tomará debidamente en cuenta el riesgo, la liquidez y la rentabilidad de los distintos activos que la compongan”. En este caso, es una ley la que determina que los aspectos a considerar a la hora de invertir las reservas son el riesgo, la liquidez y la rentabilidad. El impacto social, de gobernanza y ambiental de las inversiones no aparece como un aspecto a sopesar a la hora de invertir, por lo que, si bien el administrador de las reservas podría evaluar como importante la calificación ESG de una inversión, por mandato debe priorizar los lineamientos antes citados.

Si bien, en el mediano plazo, el camino hacia la sostenibilidad de los bancos centrales probablemente requerirá cambios en sus marcos regulatorios, validar la hipótesis de que la inclusión de activos ESG en sus reservas puede mejorar la relación rendimiento/riesgo de las

carteras es de primordial relevancia para viabilizar la inversión en esta clase de activos sin necesidad de apresurar cambios normativos en el corto plazo.

Más allá de las ventajas inherentes a los activos ESG mencionadas anteriormente, dada la limitación legal en la selección de inversiones que enfrentan los bancos centrales, es esencial probar que estos activos pueden diversificar eficazmente un portafolio, potencialmente mejorando sus rendimientos ajustados por riesgo. Esta demostración justificaría la adopción de políticas de inversión más sostenibles, al tiempo que mejoraría la eficiencia financiera de los portafolios de reservas.

1.2. OBJETIVOS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Este estudio tiene como objetivo principal analizar el impacto de la inclusión de activos ESG en los portafolios de reservas de un banco central, evaluando si esta inclusión puede mejorar la eficiencia del portafolio en términos de rendimiento ajustado por riesgo. Para lograr esto, se utilizará el modelo Black-Litterman de optimización de portafolios (Black & Litterman, 1992), y se analizará cómo se modifica la frontera de eficiencia al incluir bonos ESG en el conjunto de activos tradicionalmente elegibles para invertir por parte de los bancos centrales.

Por lo tanto, las preguntas de Investigación que se plantean son las siguientes:

- ¿Puede la incorporación de activos ESG en los portafolios de reservas de un banco central mejorar su eficiencia en términos de rendimiento ajustado por riesgo?
- ¿De qué manera se modifica la frontera eficiente de un portafolio de reservas de un banco central al incluir bonos ESG en el conjunto de activos elegibles?

Partiendo de estas interrogantes, y basándonos tanto en la literatura revisada, detallada posteriormente, como en observaciones y discusiones dentro del ámbito de la gestión de reservas, hemos formulado las siguientes hipótesis iniciales:

H1: Debido a los efectos de la diversificación, la incorporación de activos ESG en los portafolios de reservas de un banco central mejora la eficiencia del portafolio en términos de rendimiento ajustado por riesgo en comparación con un portafolio que no incluye activos ESG.

H2: La inclusión de bonos ESG en el conjunto de activos elegibles desplaza la frontera eficiente hacia la izquierda, ofreciendo una mejor combinación de rendimiento y riesgo.

Con el fin de responder las interrogantes planteadas y de investigar sobre las hipótesis definidas, el trabajo se estructura en seis capítulos, comenzando con la presente introducción que establece el contexto y la relevancia de la investigación sobre la inversión sostenible en los bancos centrales. En el segundo capítulo, se presenta el marco teórico y la revisión de la literatura, donde se abordan conceptos clave como la inversión sostenible, la optimización de portafolios, y los modelos de optimización relevantes, incluido el modelo Black-Litterman. El tercer capítulo describe la aproximación metodológica adoptada, incluyendo la selección y obtención de los parámetros del modelo, así como los pasos seguidos en la aplicación del mismo. A continuación, en el cuarto capítulo, se presentan los resultados obtenidos de la optimización y, en el quinto, se analiza el impacto de la limitación que presenta el índice ESG utilizado. Finalmente, el sexto capítulo ofrece una conclusión que resume los hallazgos y propone futuras líneas de investigación.

2. MARCO TEÓRICO Y REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1. MARCO TEÓRICO

2.1.1. Inversión Sostenible

Una inversión reviste carácter de sostenible cuando incluye aspectos “extrafinancieros” en la toma de decisiones relacionadas a la inversión, contemplando a estos efectos factores ambientales, sociales y de gobierno corporativo (ESG por sus siglas en inglés, *environmental, social and governance*), ya sea en forma conjunta o separada (Ulrich, E., 2016).

Las finanzas sostenibles implican la creación de nuevos productos financieros con criterios de sostenibilidad, la definición de metodologías, estándares y entidades certificadoras, la inclusión en la política de gestión del riesgo del impacto climático o el lanzamiento de iniciativas y compromisos internacionales conjuntos (de Quevedo Ruiz, J. C. G., 2020).

Por otra parte, corresponde puntualizar que este tipo de inversiones pueden contemplar una integración completa de criterios ESG, tales como las emisiones de carbono, el impacto ambiental, la ciudadanía corporativa y el desarrollo de capital humano, o centrarse en algunos factores que se consideran cruciales respecto al cambio climático. A nivel de la industria, a menudo se distingue entre inversiones basadas en criterios ESG o inversiones bajas en emisión de carbono, habitualmente conocidas como inversiones “verdes” (Ulrich, E., 2016).

2.1.2. Optimización de Portafolios

La optimización de portafolios es un aspecto fundamental en la gestión de inversiones, a través del cual se busca efectuar una asignación óptima de instrumentos financieros en una cartera de inversiones con el fin de crear un portafolio lo suficientemente diversificado que permita maximizar un retorno dado a un determinado nivel de riesgo que se considere aceptable por parte del inversor.

Las teorías sobre gestión de portafolios pueden agruparse en dos conjuntos: a) las que corresponden a la concepción clásica financiera, y b) aquellas que tienen relación con las finanzas del comportamiento. Las primeras se encuentran constituidas básicamente por avances y perfeccionamientos del modelo de Markowitz (1952). El otro grupo está conformado por una serie de aproximaciones con las cuales se pretende explicar cómo hacen los inversionistas en la práctica para configurar sus portafolios de inversión, apoyándose en ideas tales como la racionalidad limitada y el comportamiento humano (Bedoya, 2009).

2.1.3. Teoría Bayesiana

La teoría Bayesiana, también conocida como inferencia bayesiana, es un enfoque estadístico que se basa en el Teorema de Bayes (1763) para actualizar creencias o hipótesis a medida que se obtiene nueva evidencia o información.

La inferencia Bayesiana primordialmente incorpora conocimiento previo para poder estimar modelos útiles dentro de un espacio muestral y, de esta forma, poder estimar parámetros que provengan de la experiencia o de una teoría probabilística (Páez et al, 2011).

El Teorema de Bayes expresa la probabilidad condicional de un evento aleatorio A dado B en términos de la distribución de probabilidad condicional del evento B dado A y las distribuciones de probabilidad marginales de sólo A y sólo B. Siendo su ecuación:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

Dónde:

- P (A) son las probabilidades a priori.
- P (B / A) es la probabilidad de B en la hipótesis A.

- $P(A/B)$ son las probabilidades a posteriori.

Según Lee (1997) la aplicación de la inferencia bayesiana consta de tres etapas. Inicialmente se especifica una distribución de probabilidad que incluye el conocimiento previo (distribución a priori) sobre los parámetros del modelo. Posteriormente, se actualiza el conocimiento previo sobre los parámetros desconocidos condicionado a la probabilidad de los datos observados (se aplica el teorema de Bayes) y finalmente se evalúa el ajuste del modelo a los datos produciendo una distribución a posteriori.

Dentro de las diferentes aplicaciones que ha tenido la inferencia Bayesiana como herramienta contributiva en la toma de decisiones, se encuentra el aporte realizado por el modelo Black & Litterman de 1992 con la aplicación de las estimaciones Bayesianas a la teoría del portafolio. Los autores propusieron un modelo formal con la finalidad de combinar opiniones consistentes con el equilibrio de mercado y observaciones individuales del mercado. La premisa del modelo es que las expectativas previas sobre el rendimiento esperado de un activo deben alinearse con el equilibrio del mercado y, combinadas con opiniones subjetivas, construir posteriores (Astete, C. M., 2016).

2.1.4. Modelo de Optimización de Markowitz

El enfoque tradicional de la teoría de los portafolios está constituido por el modelo de Markowitz (1952), quien desarrolló una metodología para construir portafolios eficientes a partir de la optimización media-varianza. Según este enfoque, un portafolio será eficiente si minimiza la varianza para un nivel dado de retorno o si maximiza el retorno para una varianza dada. Adicionalmente, este modelo asume que los inversores son racionales y escogen entre activos riesgosos con base puramente en los retornos esperados y el riesgo, es decir, el inversor desea la rentabilidad, pero es averso al riesgo (Zubeldía et al, 2002). En función de lo expuesto,

únicamente estará dispuesto a asumir mayor riesgo a medida que la rentabilidad obtenida se incrementa.

A efectos de obtener un portafolio eficiente será necesaria la distribución del riesgo de todas las opciones entre los diferentes activos teniendo la precaución de asegurar los rendimientos, la idea que subyace detrás de lo expuesto es la diversificación, que busca compensar las pérdidas de unos activos con las ganancias de los otros (Bedoya, 2009).

Los datos necesarios para formar un portafolio óptimo son las expectativas de rentabilidad de cada activo medido como el promedio histórico de su rentabilidad, la varianza para cada activo y las covarianzas entre todos los activos del portafolio.

A continuación, se expone el desarrollo matemático del modelo de Markowitz, el punto (1) consiste en determinar las ponderaciones que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido.

$$(1) \text{ Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i)$$

sujeto a (2):

$$(2) \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$$

Dónde:

- n es el número de activos en el portafolio,
- R_i es la variable aleatoria rendimiento del activo i,
- $E(R_i)$ es el rendimiento esperado del activo i,

- R_p es la variable aleatoria rendimiento del portafolio,
- $E(R_p)$ es el rendimiento esperado del portafolio,
- w_i es la proporción del presupuesto del inversionista destinado al activo i,
- $\sigma^2(R_p)$ es la varianza del rendimiento del portafolio,
- σ_{ij} es la covarianza entre los rendimientos de los activos i y j,
- σ_0^2 es la varianza máxima admitida.

La formulación alternativa consiste en determinar las ponderaciones que minimizan la varianza del portafolio, sujeto a un rendimiento mínimo requerido a la cartera:

$$(3) \text{ Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}$$

sujeto a (2):

$$(4) E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(R_i) \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1; w_i \geq 0 \ (i = 1, \dots, n)$$

Dónde:

- μ_0 es el rendimiento mínimo requerido

A partir de cualquiera de las dos alternativas descritas, ya sea minimizando la varianza o maximizando el rendimiento esperado, se va a determinar las ponderaciones de activos que optimizan el objetivo con las restricciones dadas, arribando así a un conjunto de portafolios

eficientes, que proporcionan el máximo rendimiento para cada nivel de riesgo (Franco-Arbeláez et al, 2011).

2.1.5. Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)

William Sharpe desarrolló el modelo de valoración de activos de capital, el cual fue publicado en su trabajo de 1964. El modelo parte de varios supuestos, dentro de los que se destacan los siguientes:

- Todos los inversionistas se comportan de acuerdo con el modelo media-varianza.
- Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte temporal de tiempo.
- La información es simétrica, lo que facilita la eficiencia del mercado.
- No existen restricciones institucionales como la imposibilidad de venta en corto o endeudamiento a la tasa de libre riesgo.
- No existen los impuestos ni las comisiones (el mercado es operativamente eficiente).
- Los inversionistas no pueden influir sobre los precios de los activos (competencia perfecta).

El CAPM presenta como principal objetivo determinar la rentabilidad de cada activo en función de su riesgo, así como encontrar un indicador acorde para medir dicho riesgo (García et al, 2004).

De acuerdo a lo estipulado por el CAPM, se cumple que, si un activo se encuentra en equilibrio:

$$E(R_i) = R_F + \beta (R_M - R_F)$$

Donde:

- R_i es la tasa de retorno del activo,
- R_f es la tasa libre de riesgo,
- R_m es la tasa de retorno del mercado,
- Beta es el indicador de riesgo del activo.

Este modelo introduce un indicador que mide la volatilidad de un activo con relación al mercado, midiendo la sensibilidad de la rentabilidad de un activo, frente a cambios de rentabilidad que ocurran en el mercado (Ruíz Barrezueta et al, 2021).

2.1.6. Modelo de Optimización Black Litterman

El modelo de optimización de portafolios Black-Litterman (BL), desarrollado en 1992, es una técnica avanzada en el ámbito de la gestión de inversiones que combina la Teoría de Portafolios (de Harry Markowitz, 1952) con el método de retroalimentación bayesiana.

La idea central del modelo radica en la combinación de los retornos de equilibrio con las opiniones del inversor, conjugando dos fuentes de información: una proveniente de las expectativas de retorno del mercado, y otra de las opiniones particulares del inversor. En su versión básica, el modelo considera solamente el primer factor, el cual se extrae del equilibrio de mercado del Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje (CAPM).

La manera en que el mercado se encuentra posicionado en determinado momento, representa las opiniones colectivas sobre el portafolio óptimo. Bajo las hipótesis del CAPM se puede obtener, por solución invertida, el vector de excesos de retorno esperados para este portafolio, representado por la siguiente ecuación:

$$\pi = \lambda \sum w_m k_t$$

Siendo π el vector de retornos en exceso implícitos del mercado, w_{mkt} un vector dado de porcentajes de capitalización del mercado, Σ la matriz de covarianzas de los retornos en exceso y λ el coeficiente estimado de aversión al riesgo del mercado. El coeficiente λ es una constante que se puede estimar como:

$$\lambda = \frac{R_m - R_f}{\sigma_M^2}$$

Donde R_m es el retorno del mercado; R_f es la tasa libre de riesgo y σ_M^2 es la varianza del retorno del mercado.

El vector de excesos de retornos R está compuesto por los excesos de retorno de los activos ($R_1 + R_2 + \dots + R_n$), que son iguales al retorno de cada activo menos la respectiva tasa libre de riesgo. Se supone que este vector tiene una distribución normal con retorno esperado μ y matriz de covarianza Σ (Franco-Arbeláez, et al, 2011), es decir:

$$R \sim N(\mu, \Sigma)$$

Se supone que μ tiene una distribución de probabilidad que es proporcional al producto de dos distribuciones normales. La primera distribución representa el equilibrio de mercado:

$$\mu \sim N(\pi, \tau \Sigma)$$

donde τ es una constante que refleja el grado de incertidumbre con respecto a la precisión con la que es calculado π . Si el grado de incertidumbre es alto τ será cercano a uno, en caso contrario, será cercano a cero.

La segunda distribución representa las expectativas o visiones del inversionista sobre los retornos del mercado, las que pueden representarse por una ecuación vectorial:

$$P\mu = Q + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \Omega)$$

donde P es una matriz de $K \times N$, que agrupa las K opiniones del inversor, Q es un vector de $K \times 1$, con el resultado esperado de cada "opinión", y ε es el vector de residuos. La matriz de covarianza de los residuos Ω , es una matriz diagonal de covarianzas de los errores en las visiones.

Cabe mencionar que, las visiones a incorporar en el modelo pueden ser de dos tipos: absolutas o relativas. Las absolutas son aquellas que implican que un determinado activo tendrá un retorno mayor o menor que determinado valor absoluto, mientras que las relativas, refieren a las que implican que un determinado activo tendrá un retorno mayor o menor que otro activo.

El modelo BL aplica la regla de actualización bayesiana a la distribución asociada al equilibrio de mercado, $\mu \sim N(\pi, \tau\Sigma)$, y a las opiniones de los inversores $P\mu \sim N(Q, \Omega)$, y así obtienen los parámetros actualizados:

$$\mu^{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1} \pi + P' \Omega^{-1} Q]$$

$$\Sigma^{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1}$$

El retorno esperado de BL, (μ^{BL}) , es un promedio ponderado del rendimiento de equilibrio de mercado (π) y de las opiniones del inversor respecto a los retornos. Por tanto, cuanto menor la confianza del inversor en sus opiniones, más cerca μ^{BL} estará del valor de equilibrio π , y más cerca estará el portafolio de Black-Litterman al de mercado.

En ausencia de puntos de vista que difieran del rendimiento de equilibrio implícito, los inversores deberían mantener la cartera de mercado. El vector de rendimiento de equilibrio implícito (π) es el punto de partida neutral al mercado para el modelo Black-Litterman (Idzorek, 2007).

A continuación, se expone un diagrama resumen del modelo:

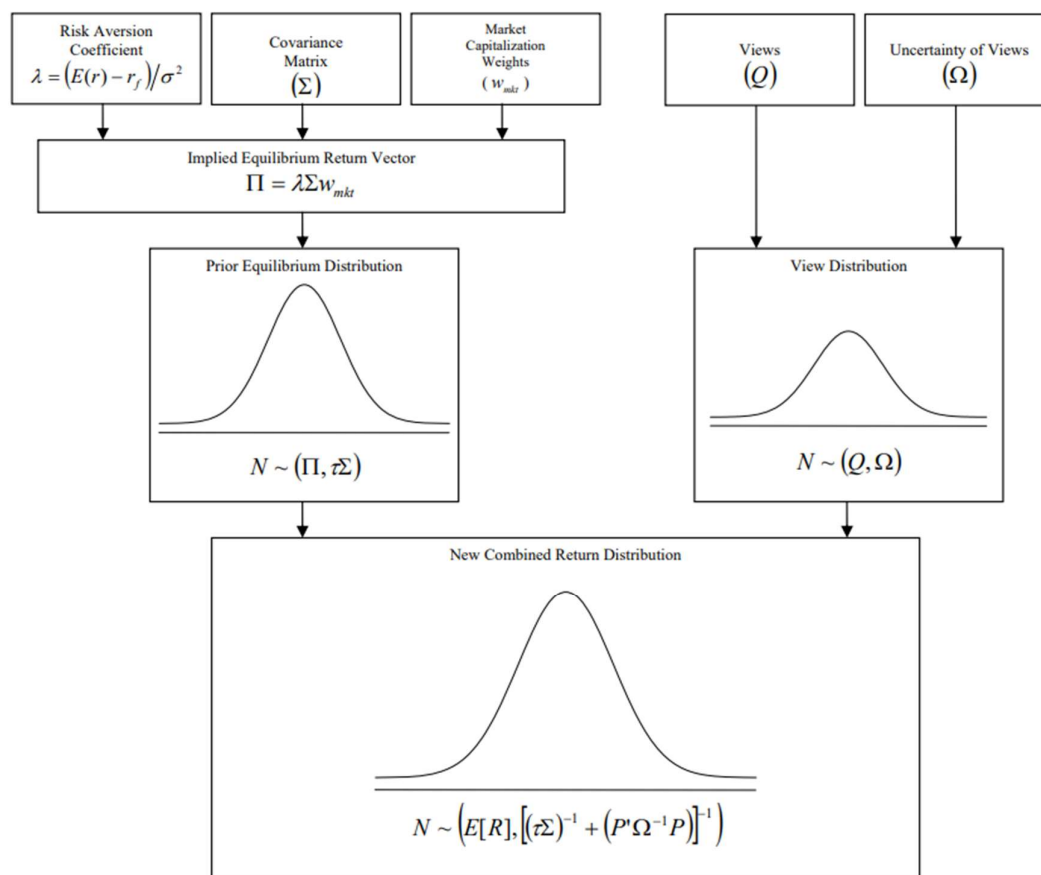


Gráfico 1 – Fuente: Idzorek (2007) – Distribución de retornos modelo Black Litterman

2.1.7. Desventajas de la optimización por Markowitz y los aportes del modelo Black Litterman

Michaud (1989) expresa que la utilización de datos históricos para la determinación de parámetros esperados, genera sesgos considerables. Por tal motivo, considera que los portafolios óptimos resultantes de la aplicación de este modelo, en función a las bases en las que se asienta el mismo, estarán compuestos por activos de alta rentabilidad, reducida varianza y baja correlación con los restantes activos, resultando portafolios altamente concentrados en unos pocos títulos. Basar la construcción del portafolio en datos históricos; implica suponer que

el mercado se comportará de forma similar como lo hizo en el pasado, asumiendo estabilidad del mercado, lo cual no siempre es así (Franco-Arbeláez et al, 2011).

Puntualmente, de acuerdo a lo concluido por Michaud (1989) el problema principal del modelo de media varianza radica en que el nivel de sofisticación matemática del algoritmo de optimización es mucho mayor que el nivel de información en los pronósticos de entrada. Los optimizadores media varianza funcionan de tal manera que magnifican los errores asociados con las estimaciones de entrada.

Asimismo, el modelo de media-varianza no tiene en cuenta las capitalizaciones de mercado de los activos del portafolio (Mankert, 2006). Esto implica que si activos con baja capitalización bursátil tienen un retorno esperado significativamente alto, la asignación estratégica de activos estará muy concentrada en dicho activo. El modelo suele sugerir entonces ponderaciones muy altas en activos con bajo nivel de capitalización (Mankert, 2006).

De acuerdo a lo dispuesto por Black & Litterman (1992) cuando los inversores no imponen restricciones, los modelos casi siempre ordenan grandes posiciones cortas en muchos activos. Cuando las restricciones descartan las posiciones cortas, los modelos a menudo prescriben soluciones "de esquina" con ponderaciones cero en muchos activos, así como ponderaciones irrazonablemente grandes en activos con pequeñas capitalizaciones.

En cambio, el modelo BL gravita hacia una cartera más equilibrada, es decir, ponderada por la capitalización de mercado, que se inclina en la dirección de los activos favorecidos por el inversor. Adicionalmente, el modelo es flexible, lo cual se puede constatar en aspectos como los siguientes: además de permitir la inclusión de expectativas que el inversor pueda tener sobre los activos en los que invierten en la optimización, esas visiones pueden ser actualizadas en cualquier momento, sin afectar sustancialmente la estructura del modelo. (Franco-Arbeláez et al, 2011).

En síntesis, podríamos concluir que el modelo de BL permitirá utilizar la información histórica para la realización de estimaciones, pero considerando los pesos de mercado actuales de cada uno de los activos elegidos, y la posibilidad de incorporar ajustes a través de las visiones de los inversionistas (aspecto más subjetivo que no tiene lugar a nivel de la teoría de media varianza).

2.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Existe amplia literatura académica relativa a las características particulares de los bonos verdes y su capacidad de aportar diversificación a los portafolios. Por ejemplo, Ferrer et al. (2021), plantean que existe una fuerte correlación en el muy corto plazo entre los bonos verdes y los bonos gubernamentales y corporativos de alto nivel crediticio debido a que comparten varias características. Debido a esto, argumentan que los bonos verdes no pueden considerarse una nueva clase de activos, pero sí pueden constituir una buena herramienta para combatir el cambio climático sin sacrificar el retorno generado por estos activos tradicionales (Ferrer et al, 2021). Por otro lado, encuentran que, para horizontes mayores a cinco días, la correlación entre los activos comienza a reducirse, dado que los bonos verdes atraen un tipo especial de inversores con motivos y preferencias particulares, con estrategias de más largo plazo, que contribuyen a una menor volatilidad de los bonos verdes frente a otros activos en tiempos de alta aversión al riesgo (Ferrer et al, 2021).

Por su parte, Tomczak (2024) plantea que los bonos verdes soberanos sí representan una nueva clase de activos dado que existe una correlación negativa entre el retorno al vencimiento (YTM) de los bonos soberanos convencionales y el de los bonos verdes soberanos, sugiriendo que estos últimos pueden resultar más atractivos en períodos de caída de los mercados financieros (Tomczak, 2024).

Martiradonna et al. (2023) también analizaron el potencial de diversificación de los bonos verdes encontrando que, en términos de riesgo, los portafolios que incluían bonos verdes

resultaban preferibles a los convencionales. En particular, los portafolios verdes analizados demostraron menores pérdidas en períodos de baja en el mercado y retornos positivos, aunque inferiores, en períodos de alza (Martiradonna et al., 2023).

En lo que refiere a la frontera de eficiencia, Gimeno y Sols (2020), sostienen que la existencia de una prima negativa en los activos verdes implicaría que estos sean menos atractivos para los inversores convencionales que buscan la optimización rentabilidad - riesgo. Sin embargo, sostienen que los inversores tienen cada vez más presente el factor sostenibilidad y proponen una nueva frontera de eficiencia como una superficie de tres dimensiones (rentabilidad – riesgo -sostenibilidad) (Gimeno y Sols, 2020).

En lo relativo a los bancos centrales y sus limitaciones para invertir en bonos sostenibles, el Banco Mundial (2023) señala que el mayor desafío para estas instituciones es encontrar un balance entre los objetivos de inversión tradicionales (seguridad, liquidez y retorno) y el objetivo de sostenibilidad, no contemplado como un requisito en su mandato específico de inversión. También menciona otras limitaciones como oferta insuficiente de instrumentos sostenibles elegibles y falta de competencia del personal en este rubro, que explican la baja asignación por parte de los bancos centrales a este tipo de instrumentos (World Bank, 2023).

En el contexto de la optimización del portafolio de reservas de los bancos centrales, Malacrida y Perutti (2008) desarrollan una metodología para la asignación estratégica por monedas del portafolio de reservas del Banco Central del Uruguay demostrando que un portafolio multimonedas puede expandir la frontera de eficiencia vigente, permitiendo un mayor rendimiento para el mismo nivel de riesgo.

Adicionalmente, Fender et al (2020) realizan una optimización de portafolio combinando bonos convencionales y verdes, y encuentran que los administradores de reservas pueden obtener beneficios de diversificación incluso de las diferencias sutiles que existen entre las propiedades

de riesgo-retorno de los bonos verdes y convencionales. Concluyen que los objetivos de sostenibilidad pueden ser integrados a los marcos de gestión de reservas sin sacrificar seguridad ni retorno, obteniendo beneficios de diversificación que mejoren los retornos ajustados por riesgo de los portafolios tradicionales de bonos soberanos (Fender et al, 2020).

Asimismo, también se dispone de amplia literatura asociada al estudio de la aplicación del modelo de Black Litterman, así como de la comparación y análisis de ventajas y desventajas relativas a la aplicación de este modelo respecto a otros como el desarrollado por Markowitz. Puntualmente, Seijas y Zimet (2013) realizaron un estudio comparativo de la optimización por ambos modelos para distintos períodos concluyendo que, independientemente del momento seleccionado, la asignación porcentual de instrumentos en los portafolios optimizados a partir del modelo de Black y Litterman resulta más estable, con mayor grado de diversificación, y con menor cantidad de soluciones de esquina que los resultantes del modelo de Markowitz.

Finalmente, Franco-Arbeláez et al (2011) también analizaron las desventajas del modelo de Markowitz en situaciones reales, y presentaron el modelo de Black-Litterman como alternativa metodológica, concluyendo que éste permite neutralizar algunas de esas desventajas y maximizar el rendimiento esperado, generando un portafolio más eficiente, estable y diversificado.

3. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA

3.1. SELECCIÓN Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

De acuerdo a lo mencionado en la descripción efectuada sobre la optimización de Black Litterman en el Marco Teórico, el modelo supone la existencia de dos fuentes de información respecto a los retornos futuros: una que se corresponde con los retornos de mercado y la otra asociada a las opiniones particulares del inversor con relación al retorno de los activos. En su versión simplificada, el modelo considera únicamente la primera fuente de información mencionada, extrayendo los retornos a partir del equilibrio de mercado del Modelo de Fijación de Precios de Arbitraje (CAPM por sus siglas en inglés), planteado por Sharpe.

En la versión completa, lo que efectúa el modelo es una combinación de los retornos de equilibrio impactados por los pesos de mercado de cada uno de los activos, con las opiniones particulares del inversor.

Inicialmente, para la realización de esta investigación, se parte de una versión básica del modelo, sin la incorporación de visiones, centrándonos en la construcción de los retornos de mercado, con el objetivo de mantener el modelo libre de sesgos de opinión.

Posteriormente, se aplica el modelo en su versión completa para analizar las desviaciones obtenidas en caso de una opinión de rendimiento de bonos verdes superior a la esperada implícitamente por el mercado, y para el caso de una opinión de rendimiento inferior.

En primer término, es necesario definir los activos a considerar a la hora de la modelización. A estos efectos nos basamos en la cuarta edición de la Encuesta de Administración de Reservas realizada por el Banco Mundial (2023), en la cual se incorpora un análisis de los activos elegibles por parte de los bancos centrales para la inversión de sus reservas. Puntualmente,

dicho trabajo incluye la siguiente gráfica en la cual se ilustra qué porcentaje del total de los bancos centrales encuestados pueden invertir en cada uno de los activos descriptos:

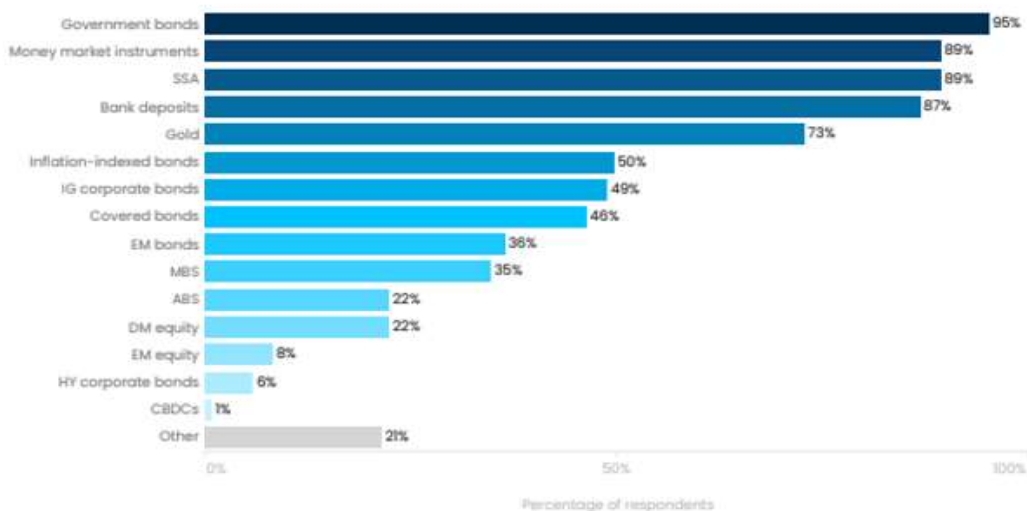


Gráfico 2 – Fuente: Banco Mundial - Reserve Management Survey Report 2023 – Elegibilidad por clase de activo

En particular, para la realización de nuestro trabajo hemos decidido seleccionar como activos elegibles aquellos en los que pueden invertir la mayor parte de los bancos centrales, utilizando como punto de corte el 50%. Estas son las clases de activos consideradas “tradicionales” por parte del Banco Mundial. Adicionalmente, considerando que los bonos corporativos presentan un porcentaje muy próximo a la mitad de los encuestados, y que gran parte de los activos ESG a analizar están constituidos por esta clase de activos, entendimos pertinente que también fueran incorporados al estudio.

A efectos de poder medir el retorno de estos activos e iniciar así la construcción del modelo es necesario seleccionar los índices para medir la evolución de la rentabilidad de estos activos que compongan el portafolio. En particular, hemos optado por centrarnos en índices conformados por instrumentos financieros emitidos en dólares, por ser la moneda más habitual de inversión por parte de los bancos centrales, especialmente en nuestra región. En cuanto al plazo de

inversión, se optó por analizar instrumentos de hasta 5 años, dado que es muy bajo el porcentaje de inversiones por parte de bancos centrales que superan ese plazo de acuerdo a la encuesta del Banco Mundial. Por último, los índices seleccionados incluyen únicamente activos con grado inversor, en concordancia con el apetito al riesgo crediticio de los bancos centrales.

Como tasa libre de riesgo se tomó el retorno de los bonos del tesoro norteamericano de 0 a 3 meses.

Los índices considerados son los que se exponen a continuación:

Activo	Nombre del Índice	Código
Gubernamentales 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Treasury & Agency Index	GVA0
Gubernamentales 0-1 años (Instrumentos de Mercado Monetario)	ICE BOFA US Treasury Bill Index	G0BA
Supranacionales 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Foreign Government & Supranational Index	GS0V
Supranacionales 0-1 año (Instrumentos de Mercado Monetario)	ICE BofA 0-1 Year US Foreign Government & Supranational Index	H542
Bonos Indexados a la inflación 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Inflation-Linked Treasury Index	GVQI
Bonos Indexados a la inflación 0-1 año	ICE BofA 0-1 Year US Inflation-Linked Treasury Index	GAQI
Corporativos 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Corporate Index	CVA0
Corporativos 0-1 año	ICE BofA 0-1 Year US Corporate Index	H540
Bonos Verdes	Bloomberg MSCI US Green Bond Index	I31573US
Oro	Gold Composite currency Index	XAU CMPN
Tasa libre de riesgo ¹	ICE BofA 0-3 Month US Treasury Bill Index	G0B1

Tabla 1 – Fuente: elaboración propia a partir de los índices publicados por Bloomberg – selección de índices para activos elegibles.

¹ Este índice ha sido seleccionado a efectos de la determinación de los excesos de retorno (rm-rf), y no con el objetivo de conformar el portafolio elegible.

Los datos fueron extraídos de Bloomberg en base mensual, para un período de 10 años que abarca desde julio de 2014 a agosto de 2024.

De la selección de los índices se desprende la no incorporación de los depósitos bancarios, activos elegibles de acuerdo a los datos de la encuesta. Esto se sustenta en que generalmente estos depósitos son mantenidos por los bancos centrales para la realización de su operativa diaria y el mantenimiento de liquidez, enfocado más en un concepto de caja y no de inversión.

En cuanto al índice utilizado para representar a los activos ESG, el seleccionado fue el *Bloomberg MSCI US Green Bond Index* que, si bien se compone únicamente de bonos verdes (y no sociales o que consideren la gobernanza), cumple con dos importantes requisitos de elegibilidad: está compuesto por títulos en dólares y con grado inversor. Además, incluye bonos corporativos como relacionados a gobiernos, y cuenta con una importante fortaleza que es la disponibilidad de datos para un período mayor a diez años, lo que en la actualidad no es frecuente para índices que miden rentabilidad de activos ESG con esas características, en virtud de lo reciente de esta clase de inversiones.

Sin perjuicio de lo expuesto, una debilidad de este índice es su mayor duración en comparación con las restantes clases de activos analizadas (los títulos que lo componen tienen un vencimiento promedio de 7,55 años). Se trata de una limitación común a los índices ESG disponibles en la actualidad, ya que no fue posible encontrar un índice de estas características con apertura por madurez. En el capítulo 5 se realiza un análisis del posible impacto de esta limitación en los resultados de la investigación.

Otro insumo requerido por el modelo de Black Litterman son las ponderaciones que los distintos activos presentan a nivel de mercado. A estos efectos, se extrajo de Bloomberg la capitalización de mercado a setiembre de 2024 para los activos financieros y, en el caso del oro, se tomó la información de la producción anual de oro demandada para inversión y para reservas de bancos

centrales durante 2023, de acuerdo a los datos publicados por World Gold Council (2024) en su sitio web y se multiplicó por el precio del metal.

La decisión de tomar la demanda del oro, y no el stock total de oro (que podría, en primera instancia, considerarse más asimilable a la capitalización de mercado), radica en que hay una cantidad significativa de este metal que está inmovilizada por motivos diferentes a los de inversión, sin afectar su precio de corto plazo. Tomar la parte activamente negociada, se considera más comparable con la capitalización de mercado de los demás activos financieros (más líquidos) ya que, de esta forma, para todos los activos se toma la parte que afecta la formación de precios, siendo este el objetivo del dato de capitalización para el modelo.

Las capitalizaciones de mercado consideradas son las siguientes:

Activo	Capitalización de Mercado en MM de USD	W (%)
Gubernamentales 1-5 años	8.548.545	43,40%
Gubernamentales 0-1 años (Instrumentos de Mercado Monetario)	4.190.330	21,30%
Supranacionales 1-5 años	791.233	4,00%
Supranacionales 0-1 año (Instrumentos de Mercado Monetario)	234.628	1,20%
Bonos Indexados 1-5 años	905.717	4,60%
Bonos Indexados 0-1 año	238.568	1,20%
Corporativos 1-5 años	3.491.060	17,70%
Corporativos 0-1 año	861.288	4,40%
Bonos Verdes	249.503	1,30%
Oro	163.892	0,80%
Total	19.674.764	100%

Tabla 2 – Fuente: elaboración propia a partir de los datos de la capitalización de mercado por activo elegible extraída de Bloomberg y World Gold Council – Capitalización de mercado de los activos

3.2. OPTIMIZACIÓN POR MODELO DE BLACK LITTERMAN SIN VISIONES

A partir de los parámetros seleccionados y, a efectos de determinar el impacto de la inclusión de bonos ESG en los portafolios de inversión, se aplica el modelo de optimización de Black Litterman, en su versión básica, en dos diferentes escenarios: en el primero de ellos, se agrega la restricción de no admisión de bonos verdes (su peso debe ser cero) y en el segundo se deja libre la incorporación de esta clase de activos.

Adicionalmente, para ambos escenarios se indica, como restricción al modelo, que no se admiten posiciones cortas de ningún activo, es decir que los pesos de todos los activos deben ser positivos o cero en el portafolio a optimizar. Para la optimización se utiliza la herramienta de Microsoft Excel con el complemento Solver.

La metodología de trabajo consiste, inicialmente, en una serie de cálculos comunes para ambas versiones (la básica y la que incorpora opiniones) y ambos escenarios (con y sin bonos verdes como activo elegible). En primer término, se calcula para cada clase de activo, la evolución histórica de su exceso de retorno sobre la tasa libre de riesgo y, utilizando los pesos de mercado (w_{mkt}), se obtiene la serie de exceso de retorno del mercado. Utilizando la media ($r_m - r_f$) y la varianza anual (σ_M^2) del exceso de retorno del mercado, se calcula Lambda (λ), que representa la medida de aversión al riesgo del mercado. Adicionalmente, con la información histórica de los diferentes activos, se obtiene la correlación entre ellos, su volatilidad anual y, a partir de ahí, la matriz de varianzas y covarianzas (Sigma, Σ).

Multiplicando, Lambda, Sigma y los pesos de mercado, obtenemos la matriz que representa los retornos implícitos de equilibrio de mercado.

$$\pi = \lambda \sum w_{mkt}$$

Con el fin de asignar un elevado nivel de confianza de parte del inversor respecto a las opiniones del mercado, se seleccionó un valor de 0,2 para Tau (τ).

Ejecutando el modelo BL en su versión básica, a partir de los parámetros calculados previamente, se obtienen el retorno esperado (μ_p) y la desviación estándar (σ_p) del portafolio para distintos pesos asignados a los activos. De esta forma, iterando con la función Solver, maximizando el retorno para distintos niveles de σ_p , podemos conformar la frontera de eficiencia de los portafolios, en cada uno de los dos escenarios, y conocer para cada punto, qué pesos asigna el modelo a cada clase de activo.

3.3. OPTIMIZACIÓN POR MODELO DE BLACK LITTERMAN CON VISIONES

En esta sección se aplica el modelo de optimización de Black-Litterman considerando visiones específicas sobre el rendimiento de los bonos verdes. El objetivo es realizar un análisis de sensibilidad para evaluar cómo varía la composición y eficiencia del portafolio en dos escenarios: uno en el que los bonos verdes rinden más de lo esperado por el mercado y otro en el que rinden menos. Estas modificaciones a las expectativas del mercado se incorporan mediante visiones absolutas, optimistas o pesimistas, sobre esta clase de activos.

Se desarrollan los siguiente dos escenarios de visiones:

- Visión Optimista: Se espera que los bonos verdes generen un rendimiento 100 puntos básicos superior al proyectado por el mercado.
- Visión Pesimista: Se espera que los bonos verdes muestren un rendimiento 100 puntos básicos por debajo al estimado implícitamente por el mercado.

Es importante tener presente que los resultados obtenidos en el modelo completo corresponden a una combinación entre las visiones del inversor y las expectativas del mercado. Por lo tanto, no debe interpretarse que en estos escenarios los bonos verdes rendirán exactamente 100 puntos básicos más o menos, sino que el rendimiento esperado del modelo será una combinación intermedia entre las expectativas del inversor y las del mercado. El peso dado a cada una de estas perspectivas dependerá del valor de Tau (τ), que en este caso se mantiene en 0,2, tal como en la versión básica.

También se debe tener en cuenta que el modelo considera las correlaciones entre las diferentes clases de activos y, por lo tanto, la incorporación de una opinión respecto al rendimiento un activo también incidirá en el rendimiento esperado para los demás.

Partiendo de la versión básica (sin visiones) desarrollada en el capítulo anterior, se incorpora a los valores de equilibrio de mercado ya calculados, los parámetros P y Q que representan las expectativas o visiones del inversionista sobre los retornos de los activos, de modo que:

$$P\mu = Q + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \Omega)$$

Para los escenarios planteados, definimos la matriz P de forma (0,0,0,0,0,0,0,1,0). De este modo, al multiplicarla por la matriz μ (que incluye el exceso de retorno esperado para los bonos verdes en el noveno lugar) obtenemos μ_{bv} (el exceso de retorno esperado para los bonos verdes).

Por su parte, Q es el resultado esperado de cada opinión. Para el escenario optimista, Q queda definido como ($\pi_{bv} + 1\%$) y para el pesimista como ($\pi_{bv} - 1\%$), siendo π_{bv} el exceso de retorno esperado implícitamente por el mercado para los bonos verdes, obtenido previamente en la versión básica del modelo.

Por último, ε es el vector de residuos. La matriz de covarianza de los residuos Ω , en los escenarios planteados, es de 1×1 , ya que se plantea una sola opinión en cada uno, y su valor refleja la incertidumbre respecto a esa opinión, para el cual consideramos la varianza anual del exceso de retorno de los bonos verdes.

A partir de los parámetros definidos, se ejecuta el modelo en su versión completa obteniendo el retorno esperado (μ_p) y la desviación estándar (σ_p) del portafolio para distintos pesos asignados a los activos. Al igual que en la versión básica, iterando con la función Solver, para maximizar el retorno para distintos niveles de σ_p , conformamos la frontera de eficiencia y la composición de los portafolios, esta vez para cuatro escenarios: el escenario optimista y el pesimista, con y sin bonos verdes en cada uno.

4. RESULTADOS OBTENIDOS

4.1. OPTIMIZACIÓN SIN VISIONES:

Las fronteras de eficiencia construidas a partir de la aplicación de modelo, en su versión básica, exponen el siguiente comportamiento:

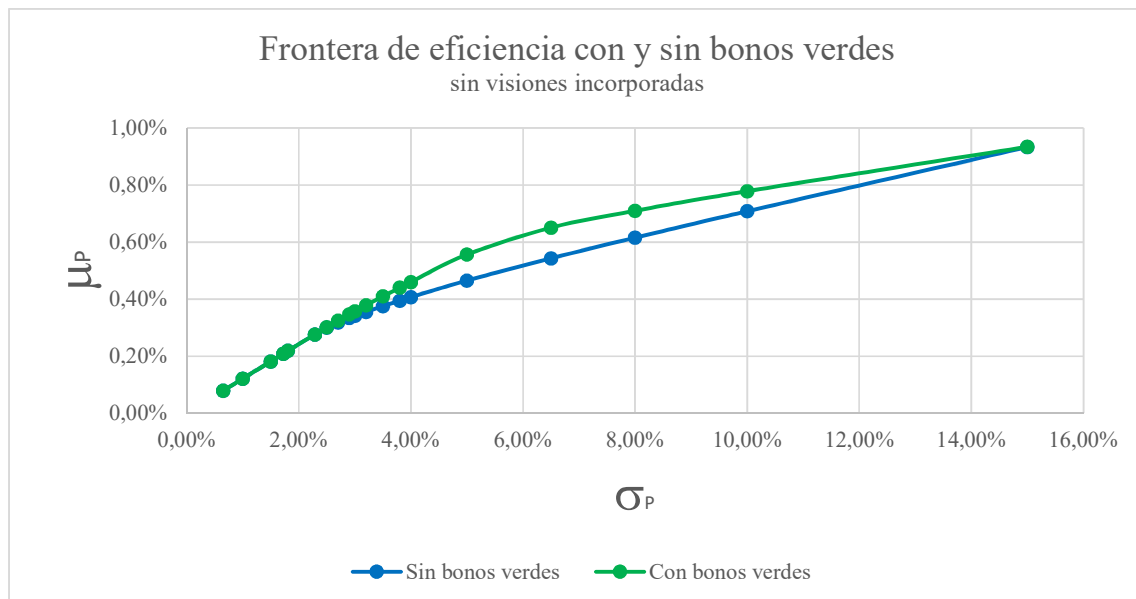


Gráfico 3 – Fuente: elaboración propia - Frontera de Eficiencia versión básica del modelo con y sin bonos verdes.

Del gráfico se desprende que, a medida que aumenta el riesgo, el aporte de la incorporación de bonos verdes al portafolio, a nivel de rentabilidad, es más significativo. Al inicio de las fronteras, estas presentan una diferencia de rentabilidad marginal, la cual se comienza a hacer más notoria cuanto mayor es el nivel de riesgo asumido generando, la inclusión de bonos verdes, un desplazamiento de la frontera de eficiencia hacia la izquierda. Se describe en la siguiente tabla cómo evoluciona el exceso de rentabilidad por nivel de riesgo.

σ_P	μ_P sin bonos verdes	μ_P con bonos verdes	Exceso de Rentabilidad
0,65%	0,07837%	0,07838%	0,00001%
1,00%	0,12067%	0,12069%	0,00002%
1,50%	0,18104%	0,18106%	0,00002%
1,72%	0,20821%	0,20822%	0,00001%
1,81%	0,21815%	0,21817%	0,00001%
2,29%	0,27604%	0,27605%	0,00001%
2,50%	0,29947%	0,30135%	0,00188%
2,70%	0,31747%	0,32409%	0,00662%
2,90%	0,33336%	0,34610%	0,01274%
3,00%	0,34081%	0,35689%	0,01608%
3,20%	0,35500%	0,37814%	0,02314%
3,50%	0,37506%	0,40933%	0,03427%
3,80%	0,39412%	0,43974%	0,04562%
4,00%	0,40643%	0,45962%	0,05319%
5,00%	0,46488%	0,55577%	0,09090%
6,50%	0,54279%	0,65029%	0,10751%
8,00%	0,61515%	0,70954%	0,09439%
10,00%	0,70803%	0,77815%	0,07011%
15,00%	0,93321%	0,93409%	0,00088%

Tabla 3 – Fuente: elaboración propia a partir de la simulación del modelo – análisis de exceso de rentabilidades versión básica del modelo.

Si bien para la construcción de las fronteras de eficiencia se tomaron niveles de riesgos hasta un 15%, lo expuesto fue con la finalidad de evaluar el comportamiento que presenta la composición de los portafolios eficientes hasta tanto el modelo, por un tema de retorno y volatilidad, adopta en un 100% el activo más volátil dentro de los elegibles. No obstante, es importante resaltar que no serían niveles de riesgo a los que los bancos centrales estén dispuestos a invertir, sino que particularmente este tipo de instituciones se encontrarían principalmente sobre la primera mitad de la curva.

Si analizamos la composición de los portafolios en las simulaciones, puntualmente en la que incluye bonos verdes, obtenemos el siguiente gráfico:

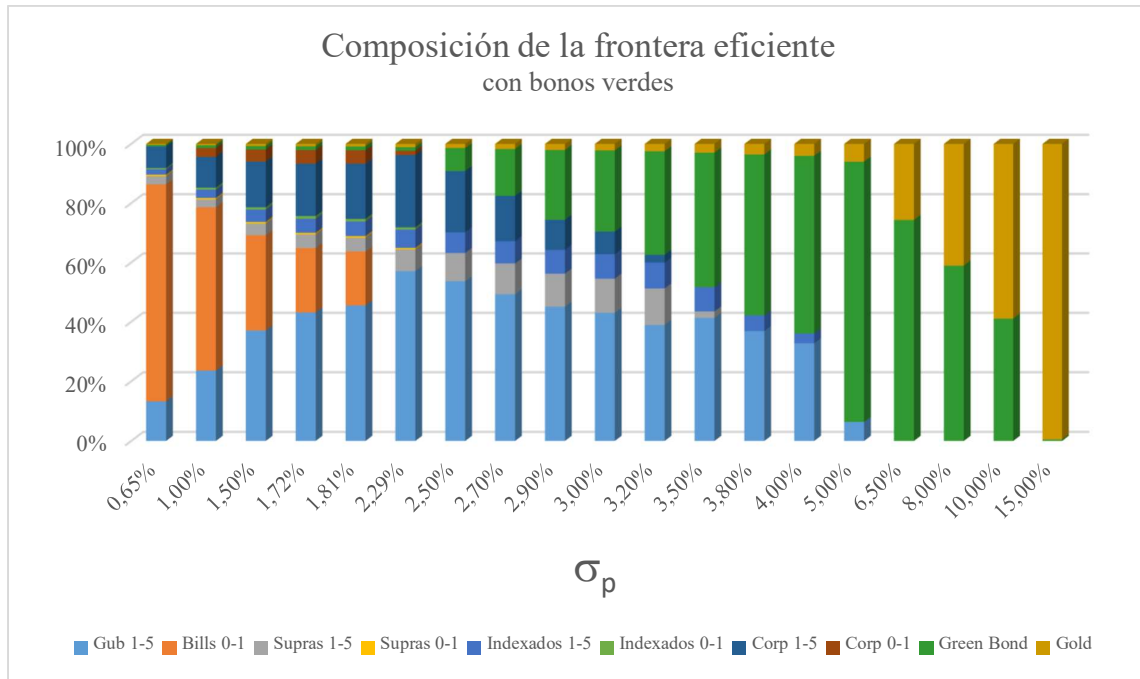


Gráfico 4 – Fuente: elaboración propia - composición de portafolios versión básica del modelo – con bonos verdes.

Se observa que, incluso para los casos de riesgo más bajo, el modelo ya incorpora dentro de la composición los activos verdes (detalle en [Anexo 1](#)) pese que los mismos no tienen un peso considerable a nivel de mercado y, que en la determinación de las volatilidades son activos más riesgosos que los restantes, salvo el oro. Este mayor nivel de riesgo se explica, al menos en parte, por la mayor duración de los activos que componen el índice ESG utilizado.

Activos	Volatilidad Anual
Gub 1-5	2,06%
Bills 0-1	0,07%
Supras 1-5	2,05%
Supras 0-1	0,46%
Indexados 1-5	2,61%
Indexados 0-1	1,02%
Corp 1-5	2,88%
Corp 0-1	0,61%
Green Bond	4,59%
Gold	13,75%

Tabla 4 – Fuente: elaboración propia a partir de la construcción del modelo – volatilidades por instrumento.

Asimismo, si comparamos la composición del gráfico anterior con aquella que no incorpora los bonos verdes, se observa que los portafolios, a medida que incrementa el nivel de riesgo, estarían más diversificados en clases de activos, no únicamente en bonos verdes.

Sin perjuicio de lo expuesto, al ir a niveles muy elevados de riesgo tolerado por el inversor, la composición de los portafolios eficientes nuevamente se torna más limitada en cuanto a cantidad de activos, como consecuencia de que en su mayoría los activos elegibles presentan un nivel de retorno esperado y volatilidad más acotados.

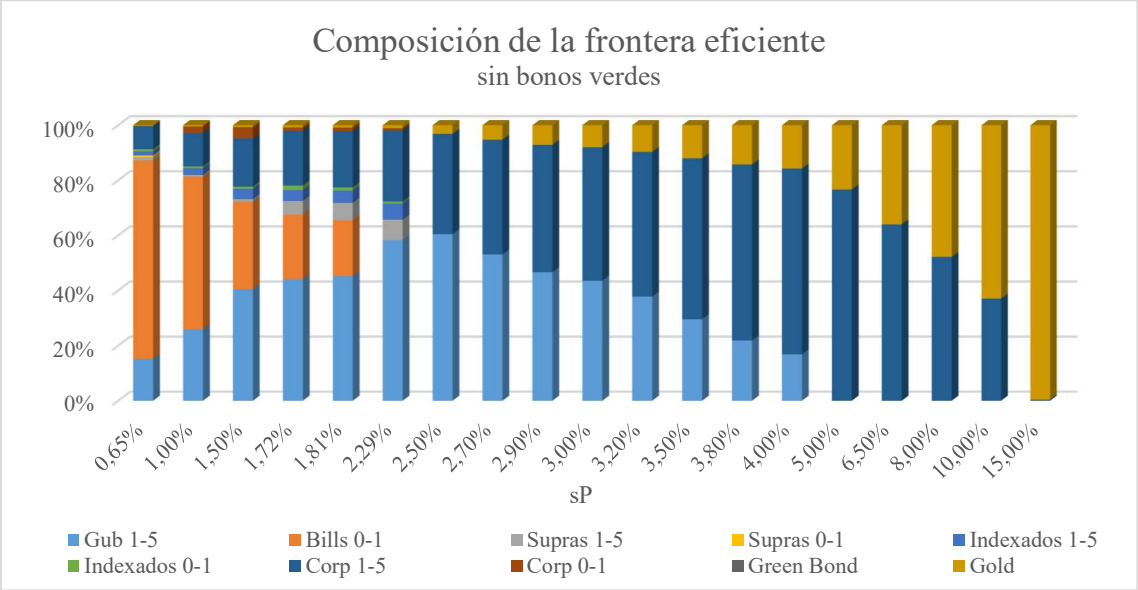


Gráfico 5 – Fuente: elaboración propia - composición de portafolios versión básica del modelo - sin bonos verdes.

4.2. OPTIMIZACIÓN CON VISIONES

A partir de la aplicación del modelo completo, con visiones incorporadas, tanto en su escenario optimista como pesimista, se han construido las fronteras de eficiencia y se han simulado la composición de los portafolios eficientes para ambas visiones. Con el objetivo de tener una perspectiva completa de las dos versiones del modelo, se optó por exponer los resultados en el siguiente recuadro comparativo (cada gráfico se incluye ampliado en [Anexo 2](#)):

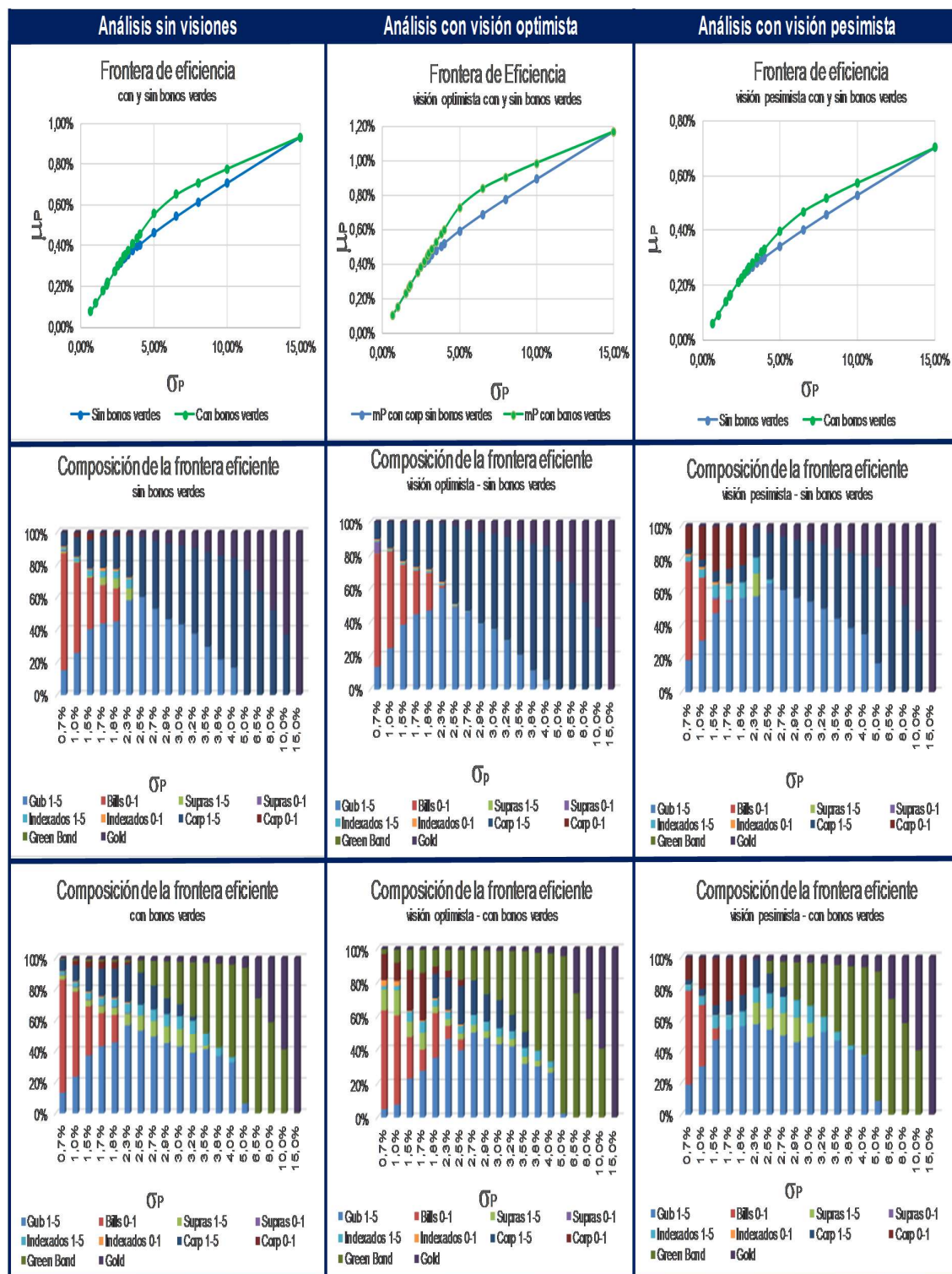


Gráfico 6 – Fuente: elaboración propia - gráficos que surgen a partir de la aplicación del modelo en sus diferentes versiones.

En primer término, cabe destacar que, en ambos escenarios, visión optimista y pesimista, la curva de frontera de eficiencia se desplaza hacia la izquierda, verificando que la incorporación de bonos verdes permitiría mejorar el nivel de rentabilidad obtenido para un mismo nivel de riesgo. En el caso del escenario pesimista, esto se verifica superando un nivel de riesgo del 2%, mientras que, en la visión positiva, se aprecia desde el primer nivel de riesgo simulado, aunque con incrementos de rentabilidad prácticamente imperceptibles para los menores riesgos. Lo expuesto se aprecia claramente en la siguiente tabla comparativa:

σ_P	μ_P visión optimista - sin bonos verdes	μ_P visión optimista - con bonos verdes	Exceso de Rentabilidad - visión optimista	μ_P visión pesimista - sin bonos verdes	μ_P visión pesimista - con bonos verdes	Exceso de Rentabilidad - visión pesimista
0,65%	0,0989%	0,0989%	0,000%	0,0599%	0,0599%	0,000%
1,00%	0,1526%	0,1530%	0,000%	0,0921%	0,0921%	0,000%
1,50%	0,2291%	0,2297%	0,001%	0,1382%	0,1382%	0,000%
1,73%	0,2635%	0,2643%	0,001%	0,1589%	0,1589%	0,000%
1,81%	0,2760%	0,2772%	0,001%	0,1664%	0,1664%	0,000%
2,29%	0,3493%	0,3507%	0,001%	0,2102%	0,2102%	0,000%
2,50%	0,3783%	0,3825%	0,004%	0,2261%	0,2274%	0,001%
2,70%	0,4026%	0,4139%	0,011%	0,2387%	0,2428%	0,004%
2,90%	0,4232%	0,4436%	0,020%	0,2498%	0,2578%	0,008%
3,00%	0,4329%	0,4581%	0,025%	0,2550%	0,2651%	0,010%
3,20%	0,4513%	0,4868%	0,036%	0,2650%	0,2794%	0,014%
3,50%	0,4775%	0,5285%	0,051%	0,2792%	0,3003%	0,021%
3,80%	0,5023%	0,5704%	0,068%	0,2927%	0,3205%	0,028%
4,00%	0,5184%	0,5974%	0,079%	0,3014%	0,3337%	0,032%
5,00%	0,5919%	0,7285%	0,137%	0,3430%	0,3974%	0,054%
6,50%	0,6872%	0,8367%	0,149%	0,4020%	0,4693%	0,067%
8,00%	0,7759%	0,9051%	0,129%	0,4578%	0,5179%	0,060%
10,00%	0,8899%	0,9848%	0,095%	0,5296%	0,5746%	0,045%
15,00%	1,1664%	1,1667%	0,000%	0,7036%	0,7038%	0,000%

Tabla 5 – Fuente: elaboración propia a partir de las simulaciones del modelo – análisis de excesos de rentabilidad modelo con visiones.

En cuanto a la composición de los portafolios, en los escenarios con visiones, tanto en la versión optimista como pesimista, el modelo continúa recomendando la incorporación de bonos verdes.

En el escenario pesimista, a partir de un nivel de riesgo superior al 2%, mientras que para el escenario optimista desde el primer momento y con una proporción considerable desde bajos niveles de riesgo. Se incorpora detalle de las simulaciones de cada escenario en [Anexo 3](#).

A continuación se expone, para las distintas clases de activos elegibles, cuál es su exceso de retorno esperado sobre la tasa libre de riesgo (μ BL) de acuerdo a la proyección del modelo de BL para la versión básica del modelo y los dos escenarios de la versión completa.

Activos	Correlación con Bono Verde	μ BL sin visión	μ BL pesimista	μ BL optimista
Gub 1-5	78%	0,253%	0,195%	0,311%
Bills 0-1	32%	0,005%	0,004%	0,005%
Supras 1-5	88%	0,266%	0,201%	0,332%
Supras 0-1	52%	0,038%	0,029%	0,047%
Indexados 1-5	65%	0,257%	0,196%	0,319%
Indexados 0-1	4%	0,009%	0,007%	0,010%
Corp 1-5	88%	0,321%	0,229%	0,413%
Corp 0-1	59%	0,046%	0,033%	0,059%
Green Bond	100%	0,552%	0,385%	0,718%
Gold	46%	0,936%	0,704%	1,167%

Tabla 6 – Fuente: elaboración propia a partir de la aplicación del modelo – comparativo de retornos esperados según versiones del modelo.

Adicionalmente, se agrega una columna con la correlación existente entre los retornos de todos los activos seleccionados con relación a los bonos verdes, datos extraídos de la matriz de correlaciones construida para correr el modelo. Allí se puede ver cómo los bonos verdes, aunque con distinta magnitud, presentan una correlación positiva con todos los activos elegibles seleccionados para el estudio. Esta correlación positiva, incide en que los retornos esperados para todos los instrumentos presenten una desmejora en el escenario pesimista y un alza en el escenario optimista.

Asimismo, en los cuadros comparativos se observa que, para todas las simulaciones con bonos verdes, los portafolios eficientes sugeridos quedan más diversificados en cantidad de activos que cuando estos no son seleccionados como activos elegibles.

5. IMPACTO DE LA LIMITACIÓN DEL ÍNDICE ESG EN LOS RESULTADOS

5.1. RELEVANCIA DEL ANÁLISIS

Tal como se explicó en el capítulo de aproximación metodológica, los índices seleccionados para el análisis previo se componen de títulos con madurez máxima de 5 años, reflejando las prácticas típicas de inversión de los bancos centrales. Según la Encuesta de Administración de Reservas del Banco Mundial (2023), los bancos centrales que dividen sus reservas en tramos, reportan una duración promedio de 10 meses para el tramo liquidez, y de 29 meses para el tramo de inversión. En los bancos centrales que no realizan dicha división, la duración promedio es de 27 meses.

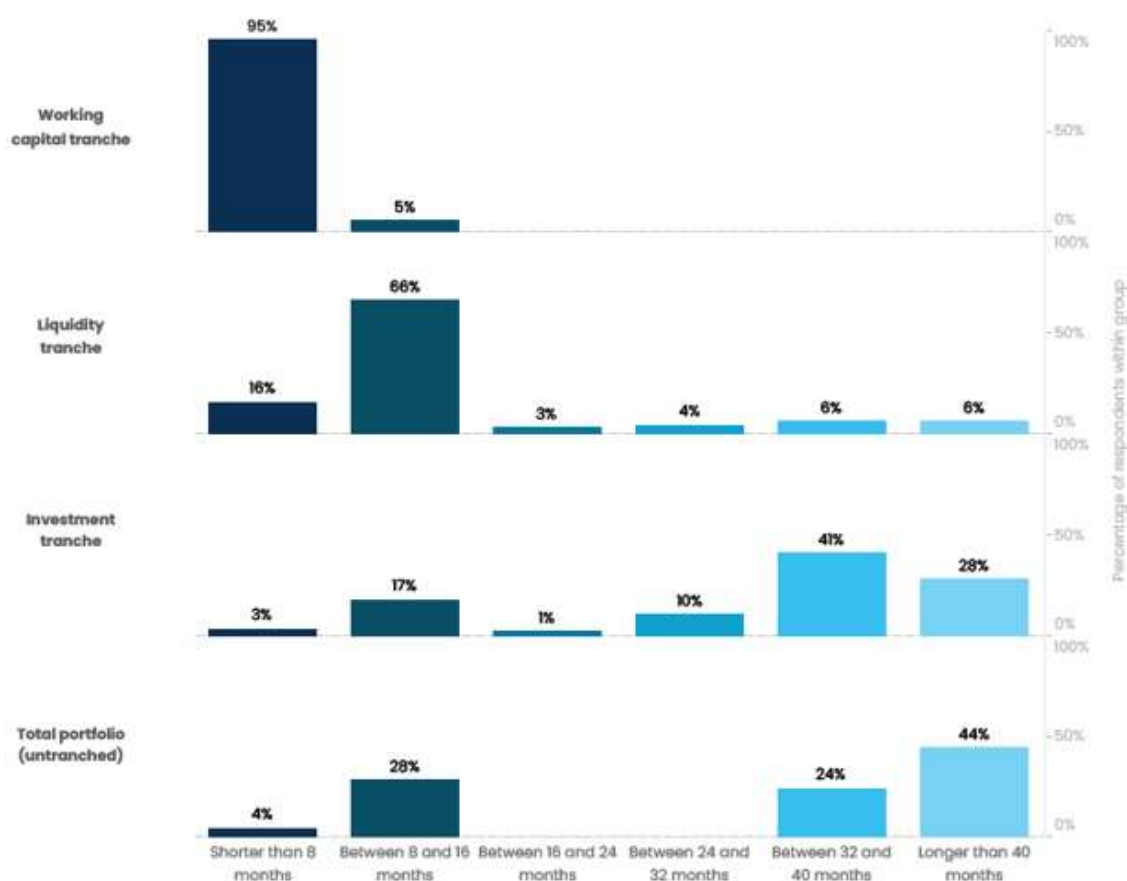


Gráfico 7 – Fuente – Banco Mundial - Reserve Management Survey Report 2023 - Duración de reservas de bancos centrales por tramo

Sin embargo, debido a restricciones de disponibilidad, el índice de bonos verdes empleado se compone de activos con un plazo al vencimiento promedio de 7,55 años, el cual es significativamente mayor al de los demás índices seleccionados. Esta discrepancia constituye una limitación relevante, en tanto la duración es un factor que afecta directamente el riesgo y retorno de los activos y podría influir en el mayor peso asignado a este índice dentro de los portafolios óptimos sugeridos por el modelo. Por lo tanto, se considera pertinente evaluar cómo se modifican los resultados del modelo al incorporar índices con duraciones más homogéneas, ampliando el tope de madurez de los activos seleccionados hasta 10 años.

5.2. METODOLOGÍA

Para analizar este impacto, se realizan ajustes en los parámetros del modelo Black-Litterman: a los índices ya utilizados, se agregan nuevos índices compuestos por las mismas clases de activos, pero con madurez de 5 a 10 años. De este modo, el universo de activos del modelo y su correspondiente capitalización de mercado queda conformado de la siguiente manera:

Activo	Nombre del Índice	Código	Capitalización de Mercado (en MM de USD)	W (%)
Gubernamentales 5-10 años	ICE BofA 5-10 Year US Treasury & Agency Index	G6A0	3.397.567	12,86%
Gubernamentales 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Treasury & Agency Index	GVA0	8.548.545	32,35%
Gubernamentales 0-1 años (Instrumentos de Mercado Monetario)	ICE BOFA US Treasury Bill Index	G0BA	4.190.330	15,86%
Supranacionales 5-10 años	ICE BofA 5-10 Year US Foreign Government & Supranational Index	GS06	383.987	1,45%
Supranacionales 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Foreign Government & Supranational Index	GS0V	791.233	2,99%
Supranacionales 0-1 año (Instrumentos de Mercado Monetario)	ICE BofA 0-1 Year US Foreign Government & Supranational Index	H542	234.628	0,89%

Bonos Indexados a la inflación 5-10 años	ICE BofA 5-10 Year US Inflation-Linked Treasury Index	G6QI	491.185	1,86%
Bonos Indexados a la inflación 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Inflation-Linked Treasury Index	GVQI	905.717	3,43%
Bonos Indexados a la inflación 0-1 año	ICE BofA 0-1 Year US Inflation-Linked Treasury Index	GAQI	238.568	0,90%
Corporativos 5-10 años	ICE BofA 5-10 Year US Corporate Index	C6A0	2.479.436	9,38%
Corporativos 1-5 años	ICE BofA 1-5 Year US Corporate Index	CVA0	3.491.060	13,21%
Corporativos 0-1 año	ICE BofA 0-1 Year US Corporate Index	H540	861.288	3,26%
Bonos Verdes	Bloomberg MSCI US Green Bond Index	I31573US	249.503	0,94%
Oro	Gold Composite currency Index	XAU CMPN	163.892	0,62%
Tasa libre de riesgo ²	ICE BofA 0-3 Month US Treasury Bill Index	G0B1	N/A	N/A

Tabla 7 – Fuente: elaboración propia a partir de información extraída de Bloomberg y World Gold Council – Índices utilizados y capitalización de mercado de los activos (homogeneizando madurez)

La metodología a emplear a partir de este nuevo conjunto de índices se corresponde con la del capítulo 3.2, consistente en aplicar el modelo Black Litterman sin visiones a dos escenarios: uno que incluye bonos verdes como activo elegible y otro en el que se excluyen. Luego, a partir de los resultados obtenidos, se compara la frontera de eficiencia y la composición de los portafolios óptimos en cada escenario.

5.3. RESULTADOS

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo para ambos escenarios son esencialmente iguales entre sí. La inclusión de bonos verdes en el portafolio que sí los admite es casi

² Este índice ha sido seleccionado a efectos de la determinación de los excesos de retorno (rm-rf), y no con el objetivo de conformar el portafolio elegible.

imperceptible (siempre inferior a un 0,2%), por lo que la composición del portafolio eficiente, ver [Anexo 4](#), no presenta diferencias significativas a simple vista si se comparan ambos escenarios:

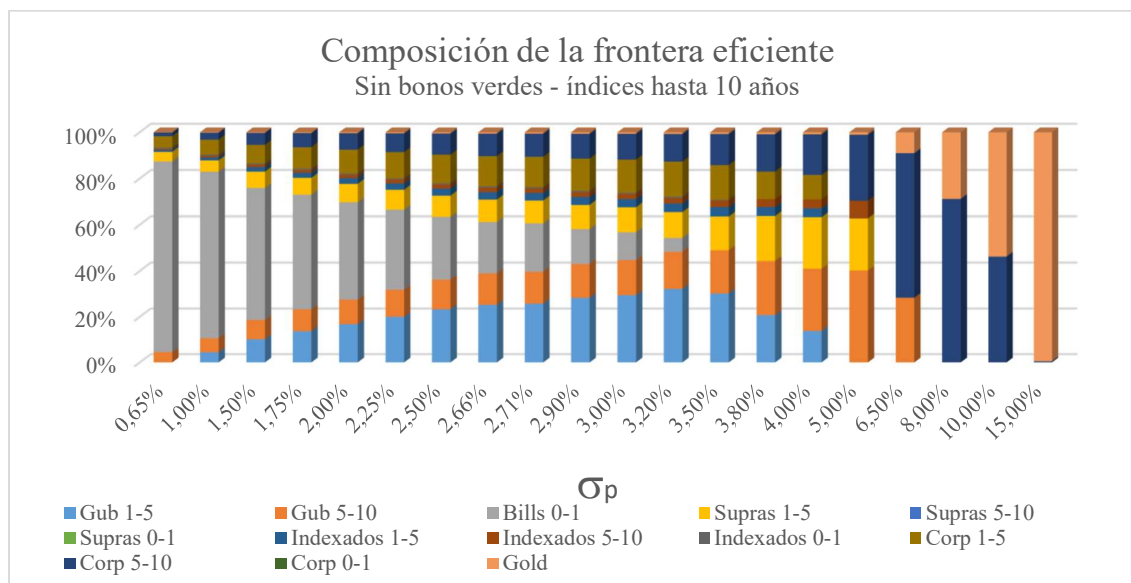


Gráfico 8 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de la limitación - modelo sin bonos verdes.

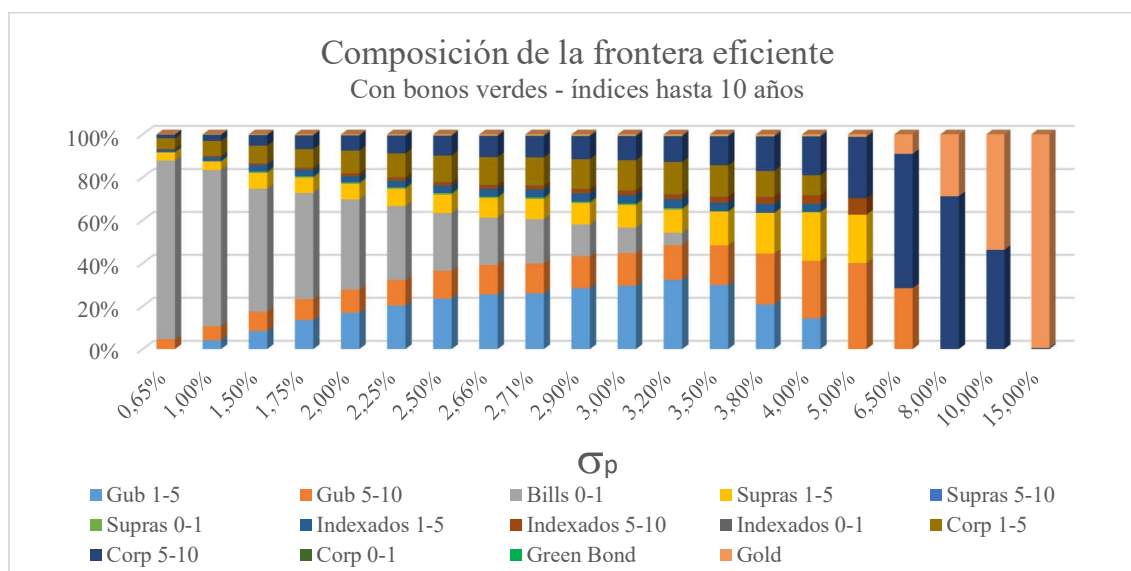


Gráfico 9 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de la limitación - modelo con bonos verdes.

Como es de esperar, dado que no se aprecian cambios en la composición de la frontera eficiente entre ambos escenarios, tampoco varía el exceso de retorno esperado para cada nivel de riesgo, es decir, las fronteras de eficiencia se presentan superpuestas:

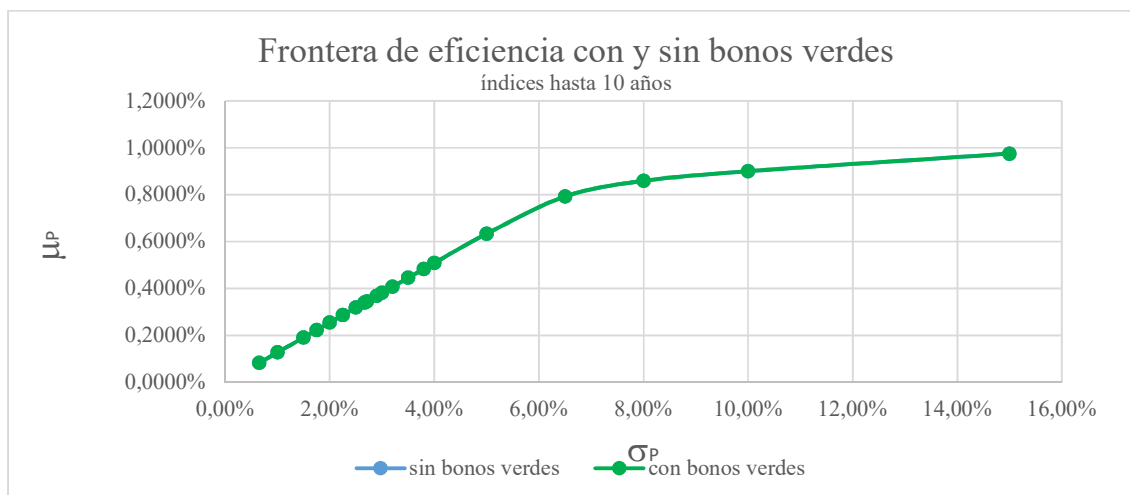


Gráfico 10 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia análisis de limitación – modelo con y sin bonos verdes.

Estos hallazgos sugieren que, con duraciones homogéneas entre los activos elegibles, los bonos verdes pierden atractivo en términos de eficiencia riesgo-retorno. Esto podría indicar que los resultados arribados en los análisis previos pueden estar influenciados por la mayor duración del índice de bonos verdes respecto a los demás índices empleados.

No obstante, los resultados también revelan que, para alcanzar los retornos de la frontera obtenida, se requiere una inversión significativa de las reservas en bonos corporativos con madurez entre 1 y 10 años. Recordemos que, como se menciona en el capítulo 3.1, los bonos corporativos fueron incluidos en el modelo ya que, si bien no se encuentran dentro de las clases de activos “tradicionales” para los bancos centrales, su elección está permitida en un 49% de las instituciones encuestados por el Banco Mundial (2023) y gran parte de los bonos verdes en circulación son corporativos.

Sin perjuicio de lo anterior, corresponde tener en cuenta que, si bien el porcentaje de elegibilidad es significativo, el porcentaje realmente asignado por bancos centrales a bonos corporativos con grado inversor es de apenas un 2,5% del total de las reservas de los encuestados. Esto refleja cierta reticencia entre los bancos centrales a invertir en bonos corporativos y nos conduce a cuestionarnos cuál sería el resultado de este análisis para los bancos que aún deciden no invertir en bonos corporativos per se, pero que sí estarían dispuestos a invertir en ellos si contaran con atributos ESG, debido a las ventajas extra-financieras de estos activos.

5.4. RESULTADOS EXCLUYENDO BONOS CORPORATIVOS

Para explorar un escenario que puede ser más realista para varias de las instituciones bajo estudio, se repitió el análisis, excluyendo los bonos corporativos como activos elegibles y observando dos escenarios: uno con bonos verdes y otro sin ellos.

Los resultados de este nuevo análisis muestran que, en ausencia de bonos corporativos, los bonos verdes pasan a ocupar una proporción relevante en los portafolios eficientes alcanzando hasta un 20% en ciertos niveles de riesgo, ver [Anexo 5](#).

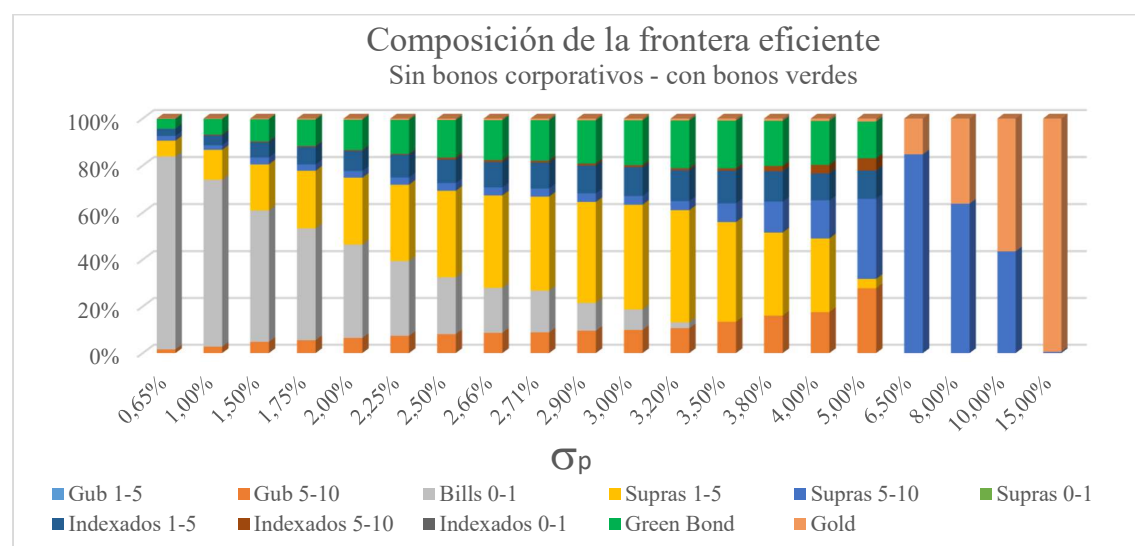


Gráfico 11 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios análisis de limitación – modelo sin corporativos con bonos verdes.

Sin embargo, el aumento en la rentabilidad para un mismo nivel de riesgo sigue siendo marginal y las fronteras de eficiencia permanecen superpuestas a simple vista (la frontera con bonos verdes estaría, en promedio, 0,1 pbs por encima de la frontera sin bonos verdes):

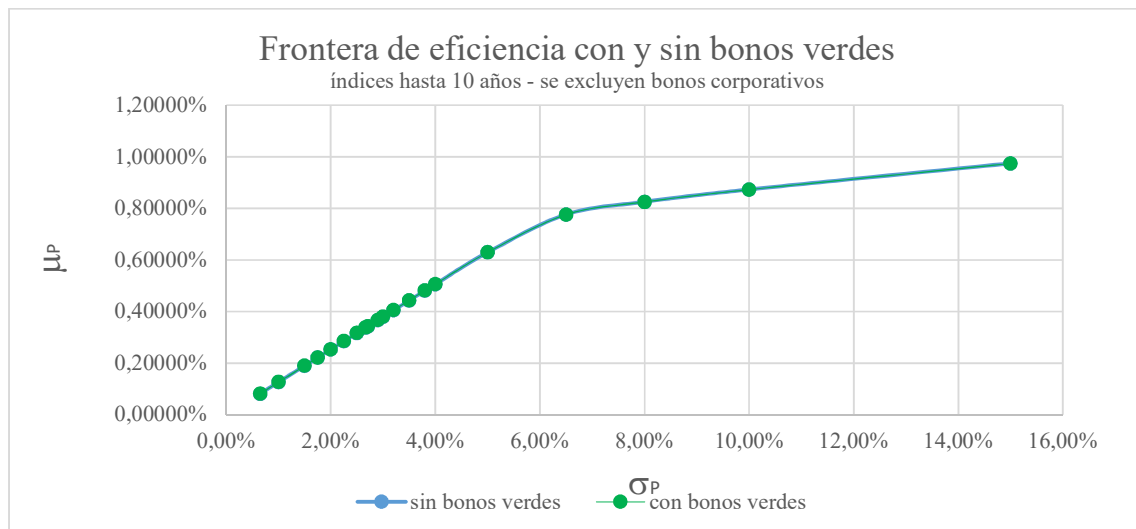


Gráfico 12 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia análisis de limitación – modelo que excluye bonos corporativos.

Estos resultados sugieren que los bonos verdes pueden aportar diversificación al portafolio, pero su contribución a la mejora de la eficiencia riesgo-retorno es muy marginal.

Cabe mencionar que, la sustitución que realiza el modelo al impedirle optar por bonos corporativos, mantiene lógica con la correlación que existe entre los bonos verdes y los bonos corporativos de 5 a 10 años, la que se encuentra por encima del 90% (ver [Anexo 6](#)). Si a lo expuesto agregamos que los bonos corporativos presentan un mejor retorno esperado por el modelo que los bonos verdes, es de esperar que el modelo al tener la posibilidad de incluirlos sustituya a los activos con características ESG por los corporativos. No obstante, como fue mencionado, estos últimos no son ampliamente utilizados por los bancos centrales.

6. CONCLUSIÓN

El primer análisis realizado, enfocado en portafolios que contienen activos elegibles por un banco central, con madurez limitada a 5 años (salvo los activos ESG, cuyo índice se compone de activos con mayor madurez promedio) tanto en su versión básica, como incorporando opiniones optimistas y pesimistas, muestra que la inclusión de activos ESG dentro del portafolio de reservas de un banco central puede contribuir a mejorar la relación riesgo-retorno de las inversiones, especialmente si se incluyen en los portafolios que admiten mayor nivel de riesgo. Sin embargo, esta mejora parece estar asociada principalmente a la mayor duración de los bonos verdes admitidos, más que a su naturaleza ESG.

Cuando las duraciones de los activos son homogéneas, el impacto de incluir bonos verdes depende de qué otros activos tiene la posibilidad de incorporar el banco central. Si la institución puede invertir en bonos corporativos con grado inversor, el análisis sugiere que estos últimos ofrecen mayores beneficios en términos de diversificación y mejora en la eficiencia riesgo-retorno. Sin embargo, algunos bancos centrales, reticentes a incluir bonos corporativos en general, podrían considerar su incorporación si estos cuentan con características ESG. En ese caso, los bonos verdes representan una alternativa válida que aporta diversificación, aunque con una mejora limitada en términos de rentabilidad ajustada por riesgo.

En este sentido, si el objetivo del banco central al incorporar bonos ESG responde a beneficios extra-financieros, como el apoyo a la transición hacia una economía más sostenible o la alineación con políticas de responsabilidad ambiental, entonces la inclusión de bonos verdes puede justificarse, aun cuando su impacto financiero sea marginal. Este escenario es particularmente relevante para los bancos centrales que no están dispuestos a invertir una parte significativa en bonos corporativos tradicionales. En estos casos, el modelo muestra que,

aunque las mejoras en eficiencia riesgo-retorno no son significativas, la inversión en bonos verdes no compromete los objetivos tradicionales de rendimiento y riesgo de estas instituciones.

En resumen, los activos ESG pueden ser una herramienta estratégica dentro de las reservas de los bancos centrales, no solo por sus aportes financieros modestos, sino también por sus contribuciones al cumplimiento de metas sostenibles y de impacto social.

En un futuro, el análisis podría enriquecerse con el desarrollo de nuevos índices que midan el retorno de los bonos verdes. De este modo, como futuras líneas de investigación, se podría evaluar el impacto de la incorporación de activos ESG contando con mayor historial de retornos y con apertura por plazos más acorde a los elegidos por los bancos centrales para sus inversiones.

7. ANEXOS:

7.1. ANEXO 1 – SIMULACIONES DE PORTAFOLIOS EFICIENTES PARA MODELO SIN VISIONES

7.1.1. Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	15,20%	25,96%	40,49%	44,10%	45,28%	58,30%	60,42%	53,08%	46,60%	43,57%
Bills 0-1	72,04%	55,38%	31,70%	23,48%	20,26%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	1,08%	0,53%	0,89%	4,77%	6,18%	7,31%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,73%	0,05%	0,05%	0,06%	0,06%	0,06%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	1,40%	2,52%	3,79%	4,02%	4,48%	5,87%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,85%	0,58%	0,78%	1,67%	1,15%	0,77%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	8,40%	12,11%	17,49%	19,88%	20,43%	25,81%	36,42%	41,65%	46,26%	48,42%
Corp 0-1	0,01%	2,38%	4,07%	1,18%	1,27%	0,75%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,30%	0,48%	0,73%	0,84%	0,89%	1,13%	3,16%	5,27%	7,13%	8,01%

Tabla 8.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones sin bonos verdes – parte 1

Simulación sin Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	37,78%	29,61%	21,83%	16,81%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	52,54%	58,37%	63,90%	67,47%	76,65%	63,97%	52,20%	37,08%	0,44%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	9,67%	12,03%	14,27%	15,71%	23,35%	36,03%	47,80%	62,92%	99,56%

Tabla 8.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones sin bonos verdes – parte 2

7.1.2. Modelo versión básica simulación con bonos verdes:

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	13,27%	23,61%	37,07%	43,14%	45,52%	57,1%	53,67%	49,31%	45,09%	43,02%
Bills 0-1	73,08%	55,01%	32,12%	21,75%	18,20%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	2,78%	2,66%	3,95%	4,57%	4,61%	7,3%	9,55%	10,37%	11,15%	11,54%
Supras 0-1	0,50%	0,53%	0,57%	0,58%	0,58%	0,5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	1,78%	2,75%	4,13%	4,73%	4,92%	6,1%	6,98%	7,49%	7,99%	8,24%
Indexados 0-1	0,43%	0,70%	0,81%	0,88%	0,90%	0,8%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	7,30%	10,37%	15,38%	17,65%	18,59%	24,4%	20,66%	15,32%	10,14%	7,61%
Corp 0-1	0,01%	3,01%	4,11%	4,63%	4,55%	1,5%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,57%	0,90%	1,15%	1,23%	1,26%	1,2%	7,75%	15,80%	23,59%	27,41%
Gold	0,28%	0,46%	0,72%	0,83%	0,87%	1,1%	1,39%	1,71%	2,02%	2,18%

Tabla 9.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones con bonos verdes – parte 1

Simulación con Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	38,95%	41,29%	36,86%	32,77%	6,38%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	12,30%	2,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	8,72%	8,18%	5,32%	3,28%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	2,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	34,94%	45,36%	54,25%	59,96%	87,64%	74,37%	58,95%	41,08%	0,48%
Gold	2,48%	2,94%	3,57%	3,99%	5,98%	25,63%	41,05%	58,92%	99,52%

Tabla 9.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo sin visiones con bonos verdes – parte 2

7.2. ANEXO 2: GRÁFICOS VERSIÓN COMPLETA DEL MODELO CON DOS ESCENARIOS

7.2.1. Gráficos modelo versión completa – visión optimista

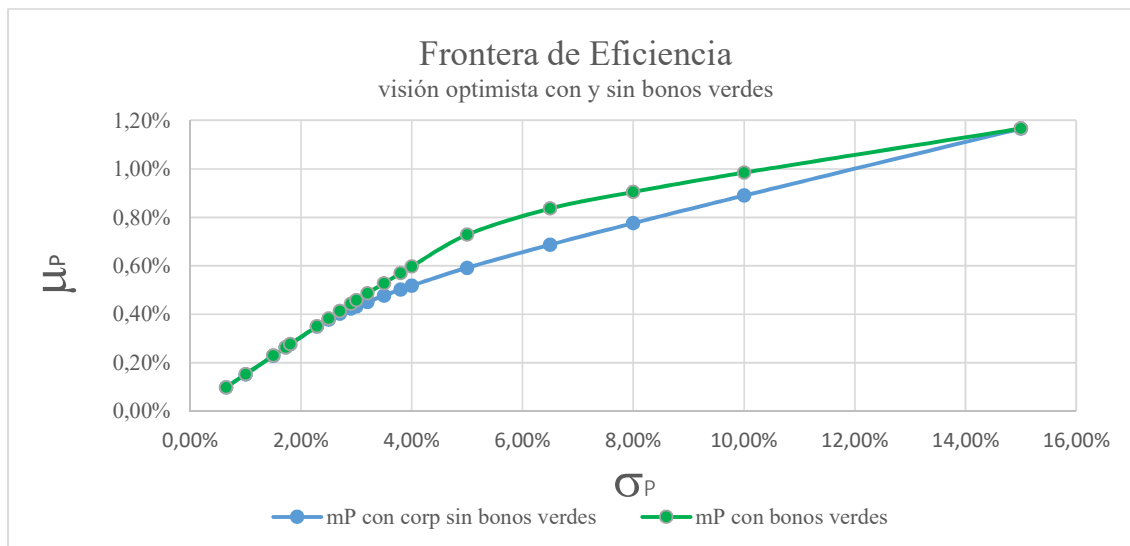


Gráfico 13 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia modelo con visiones – escenario optimista.

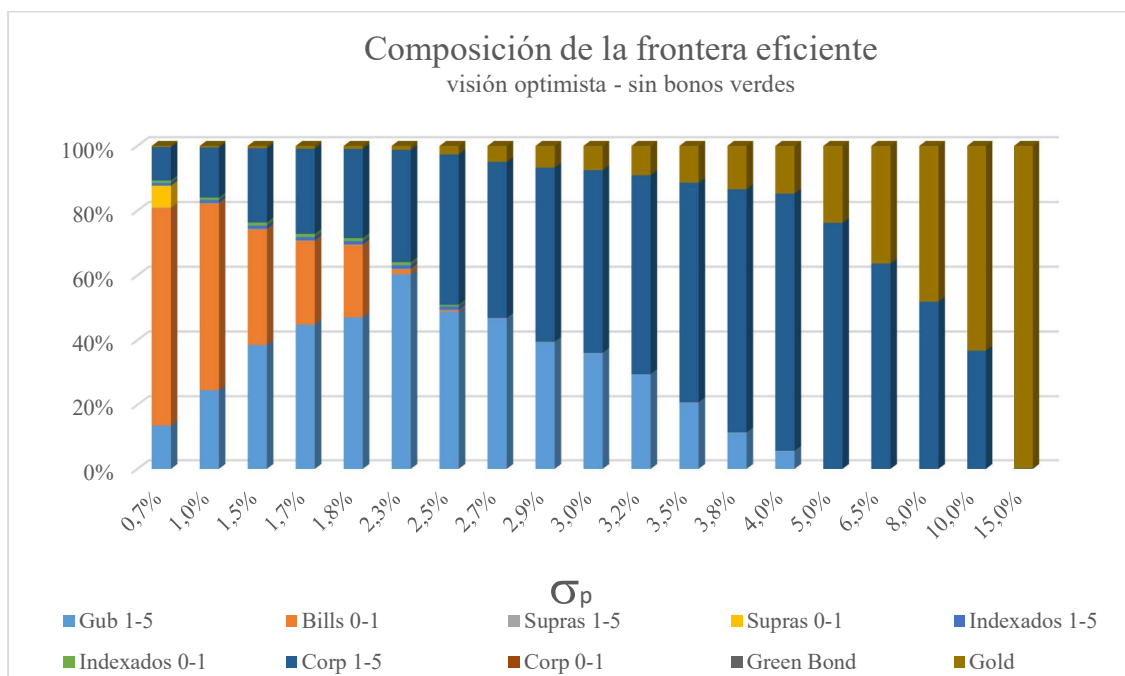


Gráfico 14 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario optimista sin bonos verdes.

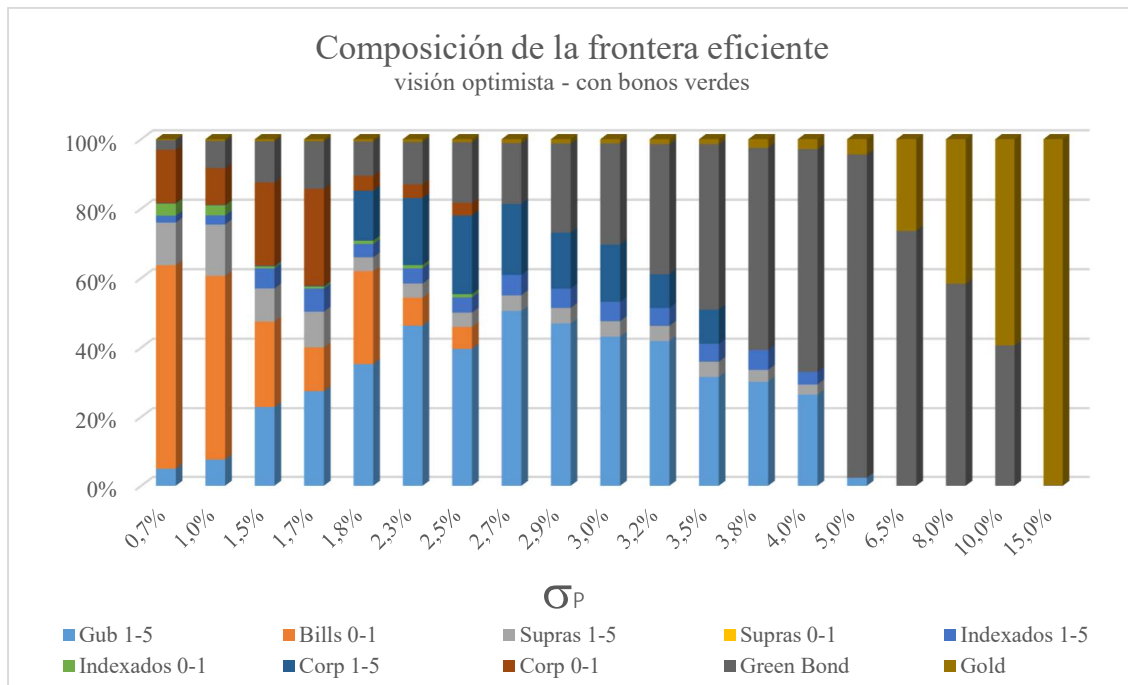


Gráfico 15 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario optimista con bonos verdes.

7.2.2. Gráficos modelo versión completa – visión pesimista

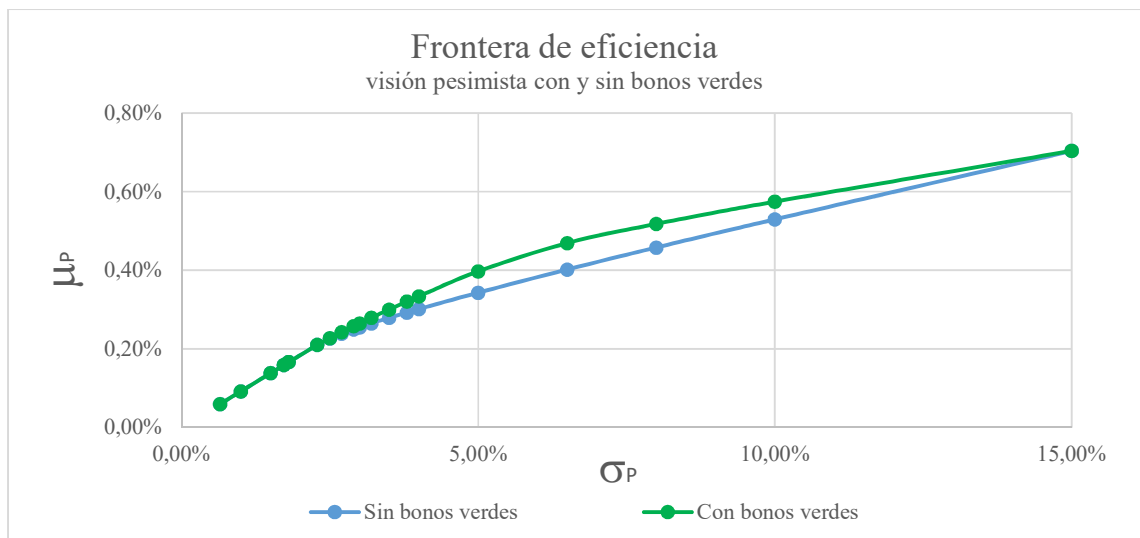


Gráfico 16 – Fuente: elaboración propia Frontera de Eficiencia modelo con visiones – escenario pesimista.

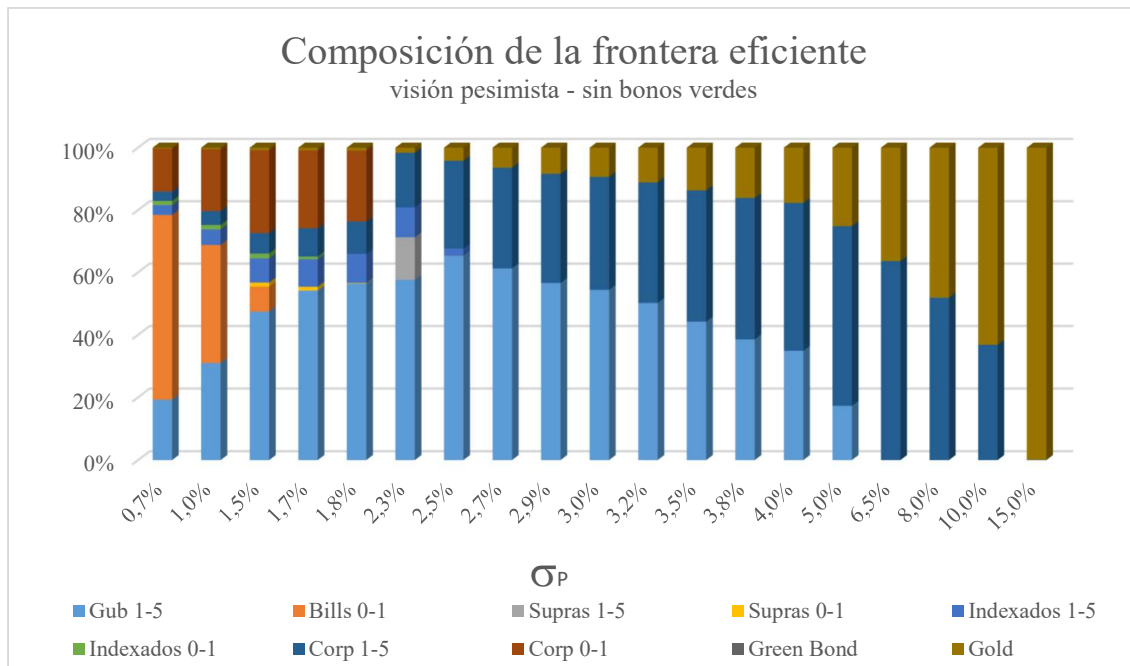


Gráfico 17 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario pesimista sin bonos verdes.

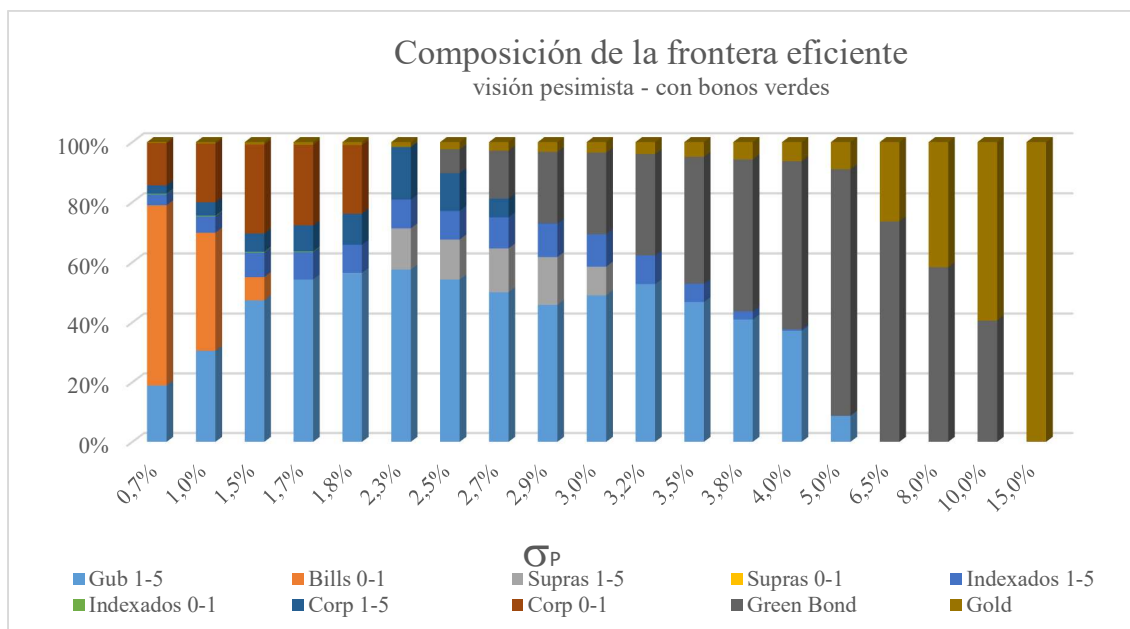


Gráfico 18 – Fuente: elaboración propia composición de portafolios modelo con visiones – escenario pesimista con bonos verdes.

7.3. ANEXO 3: SIMULACIONES MODELO CON VISIONES INCORPORADAS PARA AMBOS ESCENARIOS

7.3.1. Modelo versión completa simulación visión optimista - sin bonos verdes:

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	13,52%	24,59%	38,55%	44,81%	47,06%	60,35%	48,77%	46,66%	39,33%	35,91%
Bills 0-1	67,30%	57,61%	35,66%	25,86%	22,32%	1,52%	0,43%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,14%	0,14%
Supras 0-1	6,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	0,86%	0,95%	1,03%	1,06%	1,09%	1,13%	1,05%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,75%	0,74%	0,95%	0,95%	0,95%	0,92%	0,51%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	10,30%	15,48%	22,92%	26,31%	27,53%	34,76%	46,47%	48,25%	53,85%	56,45%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,37%	0,47%	0,74%	0,87%	0,91%	1,17%	2,62%	4,94%	6,67%	7,49%

Tabla 10.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - sin bonos verdes – parte 1

Simulación sin Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	29,36%	20,61%	11,22%	5,51%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,13%	0,13%	0,13%	0,13%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	61,46%	67,93%	75,28%	79,64%	76,29%	63,65%	51,89%	36,78%	0,12%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	9,05%	11,33%	13,36%	14,72%	23,71%	36,35%	48,11%	63,22%	99,88%

Tabla 10.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - sin bonos verdes – parte 2

7.3.2. Modelo versión completa simulación visión optimista – con bonos verdes

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	4,97%	7,63%	22,92%	27,49%	35,28%	46,33%	39,67%	50,56%	46,95%	43,15%
Bills 0-1	58,75%	53,02%	24,57%	12,58%	26,75%	8,07%	6,33%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	12,25%	14,78%	9,53%	10,28%	3,90%	3,98%	4,01%	4,46%	4,41%	4,41%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
Indexados 1-5	1,99%	2,63%	5,80%	6,65%	3,85%	4,40%	4,42%	5,89%	5,57%	5,58%
Indexados 0-1	3,50%	2,91%	0,59%	0,60%	0,96%	0,95%	0,92%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	0,12%	0,13%	0,17%	0,17%	14,43%	19,28%	22,66%	20,44%	16,16%	16,50%
Corp 0-1	15,33%	10,59%	23,96%	27,93%	4,29%	3,97%	3,62%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	2,80%	7,80%	11,85%	13,66%	9,83%	12,18%	17,49%	17,52%	25,68%	29,12%
Gold	0,29%	0,51%	0,61%	0,65%	0,68%	0,80%	0,85%	1,10%	1,20%	1,21%

Tabla 11.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - con bonos verdes – parte 1

Simulación con Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	41,92%	31,58%	30,17%	26,47%	2,31%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	4,29%	4,29%	3,39%	2,89%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	5,18%	5,18%	5,73%	3,61%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	9,68%	9,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	37,50%	47,64%	58,20%	64,17%	93,24%	73,62%	58,39%	40,63%	0,13%
Gold	1,40%	1,43%	2,48%	2,84%	4,42%	26,38%	41,61%	59,37%	99,87%

Tabla 11.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario optimista - con bonos verdes – parte 2

7.3.3. Modelo versión completa simulación visión pesimista – sin bonos verdes:

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	19,28%	30,96%	47,45%	54,16%	56,40%	57,61%	65,21%	61,28%	56,59%	54,39%
Bills 0-1	59,14%	37,85%	8,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,02%	13,66%	0,06%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	1,26%	1,20%	0,17%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	3,14%	4,98%	7,75%	8,85%	9,36%	9,59%	2,37%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	1,37%	1,43%	1,58%	0,87%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	2,97%	4,42%	6,56%	9,03%	10,35%	17,50%	28,13%	32,31%	34,99%	36,25%
Corp 0-1	13,74%	19,82%	26,52%	24,92%	22,72%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,35%	0,55%	0,85%	0,95%	0,98%	1,64%	4,23%	6,41%	8,42%	9,36%

Tabla 12.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - sin bonos verdes – parte 1

Simulación sin Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	50,17%	44,20%	38,52%	34,85%	17,32%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	38,67%	42,09%	45,35%	47,46%	57,51%	63,65%	51,89%	36,78%	0,12%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	11,16%	13,71%	16,13%	17,70%	25,17%	36,35%	48,11%	63,22%	99,88%

Tabla 12.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - sin bonos verdes – parte 2

7.3.4. Modelo versión completa simulación visión pesimista – con bonos verdes:

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,72%	1,81%	2,29%	2,50%	2,70%	2,90%	3,00%
Gub 1-5	18,93%	30,53%	47,36%	54,26%	56,42%	57,6%	54,30%	50,04%	45,82%	49,02%
Bills 0-1	60,00%	39,28%	7,70%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	13,7%	13,29%	14,56%	15,92%	9,51%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	3,65	5,43%	8,20%	9,11%	9,39%	9,6%	9,53%	10,36%	11,15%	10,79%
Indexados 0-1	0,21%	0,23%	0,25%	0,26%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	2,80%	4,45%	6,04%	8,64%	10,33%	17,5%	12,54%	6,23%	0,12%	0,00%
Corp 0-1	14,03%	19,49%	29,59%	26,76%	22,85%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	7,95%	15,96%	23,71%	27,17%
Gold	0,35%	0,55%	0,84%	0,94%	0,97%	1,6%	2,40%	2,84%	3,28%	3,50%

Tabla 13.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - con bonos verdes – parte 1

Simulación con Bonos Verdes									
Activos - Riesgo	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}	Ω _{SR}
	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	52,75%	46,77%	40,98%	37,19%	8,75%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	9,57%	6,09%	2,72%	0,51%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	33,68%	42,24%	50,53%	55,95%	82,20%	73,62%	58,39%	40,63%	0,13%
Gold	4,00%	4,90%	5,78%	6,35%	9,05%	26,38%	41,61%	59,37%	99,87%

Tabla 13.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo con visiones escenario pesimista - con bonos verdes – parte 2

7.4. ANEXO 4: SIMULACIONES MODELO SIN VISIONES – ESTUDIO DE LA LIMITACIÓN

7.4.1. Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,75%	2,00%	2,25%	2,50%	2,66%	2,71%	2,90%
Gub 1-5	0,00%	4,44%	10,19%	13,68%	16,78%	20,02%	23,31%	25,27%	25,84%	28,30%
Gub 5-10	4,53%	6,17%	8,43%	9,58%	10,74%	11,86%	12,96%	13,73%	13,89%	14,75%
Bills 0-1	82,86%	72,35%	57,31%	49,73%	42,20%	34,66%	27,10%	22,15%	20,84%	15,07%
Supras 1-5	4,13%	4,86%	7,02%	7,25%	7,95%	8,57%	9,19%	9,72%	9,92%	10,42%
Supras 5-10	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Supras 0-1	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%
Indexados 1-5	0,80%	1,21%	1,90%	2,19%	2,48%	2,78%	3,06%	3,22%	3,26%	3,46%
Indexados 5-10	0,47%	0,75%	1,08%	1,24%	1,41%	1,58%	1,76%	1,89%	1,95%	2,09%
Indexados 0-1	0,52%	0,55%	0,56%	0,56%	0,56%	0,56%	0,57%	0,57%	0,57%	0,57%
Corp 1-5	4,91%	6,43%	8,03%	9,26%	10,32%	11,32%	12,32%	13,02%	13,10%	13,88%
Corp 5-10	1,62%	3,01%	5,12%	6,09%	7,07%	8,10%	9,13%	9,76%	9,97%	10,75%
Corp 0-1	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,11%	0,19%	0,30%	0,37%	0,43%	0,49%	0,56%	0,60%	0,60%	0,65%

Tabla 14.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - sin bonos verdes – parte 1

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,00%	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	29,50%	32,24%	30,27%	20,80%	13,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gub 5-10	15,19%	16,07%	18,72%	23,55%	27,21%	40,19%	28,36%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	12,06%	6,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	10,78%	11,12%	14,57%	19,44%	22,17%	22,51%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 5-10	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,04%	0,04%	0,04%	0,03%	0,03%	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	3,54%	3,72%	4,02%	3,86%	3,88%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 5-10	2,19%	2,36%	2,83%	3,45%	3,87%	7,66%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,58%	0,57%	0,34%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	14,29%	15,17%	15,03%	11,88%	10,54%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	11,13%	11,94%	13,39%	16,12%	17,57%	28,54%	62,58%	71,20%	46,23%	0,51%
Corp 0-1	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,68%	0,73%	0,77%	0,84%	0,89%	1,06%	9,05%	28,80%	53,77%	99,49%

Tabla 14.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - sin bonos verdes – parte 2

7.4.2. Modelo versión básica simulación con bonos verdes:

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,75%	2,00%	2,25%	2,50%	2,66%	2,71%	2,90%
Gub 1-5	0,00%	4,20%	8,39%	13,52%	16,89%	20,3%	23,51%	25,46%	25,95%	28,42%
Gub 5-10	4,60%	6,54%	9,11%	9,70%	10,82%	11,8%	12,99%	13,75%	13,93%	14,80%
Bills 0-1	83,26%	72,68%	57,17%	49,53%	41,97%	34,4%	26,89%	21,93%	20,63%	14,85%
Supras 1-5	3,81%	4,03%	7,30%	7,06%	7,27%	8,0%	8,58%	9,14%	9,39%	9,87%
Supras 5-10	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,0%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,66%	0,65%	0,67%	0,7%	0,68%	0,68%	0,68%	0,68%
Indexados 1-5	1,16%	1,90%	3,12%	3,07%	2,85%	3,2%	3,52%	3,70%	3,75%	3,98%
Indexados 5-10	0,37%	0,51%	0,67%	0,77%	1,28%	1,4%	1,57%	1,69%	1,75%	1,87%
Indexados 0-1	0,15%	0,16%	0,20%	0,20%	0,19%	0,2%	0,19%	0,19%	0,20%	0,20%
Corp 1-5	4,86%	6,90%	8,11%	8,65%	10,47%	11,1%	12,17%	12,87%	12,94%	13,71%
Corp 5-10	1,67%	2,81%	4,85%	6,33%	6,99%	8,2%	9,17%	9,81%	10,01%	10,80%
Corp 0-1	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,0%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Green Bond	0,00%	0,12%	0,13%	0,13%	0,14%	0,1%	0,14%	0,15%	0,15%	0,15%
Gold	0,10%	0,12%	0,27%	0,37%	0,43%	0,5%	0,56%	0,60%	0,60%	0,66%

Tabla 15.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - con bonos verdes – parte 1

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,00%	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	29,52%	32,27%	29,84%	20,78%	14,29%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gub 5-10	15,22%	16,11%	18,46%	23,69%	26,75%	40,09%	28,39%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	11,88%	5,82%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	10,38%	10,69%	15,82%	18,99%	22,76%	22,49%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 5-10	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 0-1	0,69%	0,67%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	4,02%	4,23%	4,07%	4,16%	3,84%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 5-10	2,00%	2,14%	2,75%	3,24%	3,90%	7,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,20%	0,20%	0,13%	0,11%	0,08%	0,03%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	14,05%	14,97%	14,52%	11,90%	9,33%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	11,20%	11,99%	13,45%	16,09%	18,01%	28,43%	62,54%	71,20%	46,23%	0,51%
Corp 0-1	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,15%	0,15%	0,15%	0,14%	0,13%	0,09%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,68%	0,73%	0,81%	0,87%	0,89%	1,12%	9,07%	28,80%	53,77%	99,49%

Tabla 15.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación - con bonos verdes – parte 2

7.5. ANEXO 5: SIMULACIONES MODELO SIN VISIONES – ESTUDIO DE LA LIMITACIÓN SIN CORPORATIVOS

7.5.1. Modelo versión básica simulación sin bonos verdes:

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	0,65%	1,00%	1,50%	1,75%	2,00%	2,25%	2,50%	2,66%	2,71%	2,90%
Gub 1-5	0,00%	0,00%	0,17%	0,10%	0,10%	0,10%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
Gub 5-10	1,71%	3,50%	5,81%	6,92%	8,04%	9,15%	10,20%	10,95%	11,14%	11,99%
Bills 0-1	77,98%	73,16%	60,01%	51,97%	44,80%	37,63%	30,97%	26,17%	24,89%	19,39%
Supras 1-5	15,83%	11,05%	15,65%	19,94%	23,22%	26,52%	29,84%	32,02%	32,60%	35,14%
Supras 5-10	0,06%	7,06%	10,80%	12,09%	13,63%	15,17%	16,67%	17,68%	17,95%	19,12%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	0,00%	3,85%	6,00%	7,78%	8,93%	10,08%	11,28%	11,99%	12,20%	13,08%
Indexados 5-10	2,91%	0,55%	0,64%	0,21%	0,21%	0,21%	0,32%	0,32%	0,32%	0,33%
Indexados 0-1	1,29%	0,59%	0,60%	0,54%	0,53%	0,53%	0,00%	0,12%	0,12%	0,12%
Corp 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,21%	0,24%	0,32%	0,46%	0,54%	0,61%	0,69%	0,74%	0,75%	0,81%

Tabla 16.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - sin bonos verdes – parte 1

Simulación sin Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}	ω_{SR}
	3,00%	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gub 5-10	12,43%	13,32%	14,66%	17,38%	19,54%	27,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	16,53%	10,79%	2,19%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	36,45%	39,08%	43,03%	37,49%	31,39%	8,70%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 5-10	19,74%	20,97%	22,82%	26,94%	30,33%	44,47%	84,73%	63,79%	43,51%	0,50%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	13,54%	14,47%	15,85%	16,59%	17,07%	11,62%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 5-10	0,33%	0,33%	0,33%	0,52%	0,54%	6,18%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,12%	0,12%	0,11%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,84%	0,89%	0,98%	1,05%	1,10%	1,25%	15,27%	36,21%	56,49%	99,50%

Tabla 16.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - sin bonos verdes – parte 2

7.5.2. Modelo versión básica simulación con bonos verdes:

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR
	0,65%	1,00%	1,50%	1,75%	2,00%	2,25%	2,50%	2,66%	2,71%	2,90%
Gub 1-5	0,00%	0,00%	0,07%	0,07%	0,07%	0,1%	0,06%	0,06%	0,06%	0,06%
Gub 5-10	1,59%	2,77%	4,74%	5,50%	6,42%	7,3%	8,04%	8,66%	8,82%	9,52%
Bills 0-1	82,28%	71,15%	56,07%	47,72%	39,86%	32,0%	24,40%	19,21%	17,85%	11,93%
Supras 1-5	6,74%	12,74%	19,61%	24,49%	28,46%	32,5%	36,75%	39,38%	40,06%	43,00%
Supras 5-10	2,00%	1,96%	2,91%	2,70%	2,88%	3,1%	3,28%	3,38%	3,44%	3,69%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	2,98%	4,20%	6,52%	7,45%	8,55%	9,6%	10,06%	10,81%	11,00%	11,82%
Indexados 5-10	0,00%	0,25%	0,27%	0,28%	0,28%	0,3%	0,73%	0,75%	0,75%	0,77%
Indexados 0-1	0,14%	0,15%	0,15%	0,15%	0,15%	0,1%	0,14%	0,14%	0,14%	0,14%
Corp 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	4,14%	6,56%	9,32%	11,21%	12,81%	14,4%	15,88%	16,92%	17,17%	18,30%
Gold	0,13%	0,22%	0,35%	0,44%	0,52%	0,6%	0,66%	0,71%	0,72%	0,78%

Tabla 17.1 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - con bonos verdes – parte 1

Simulación con Bonos Verdes										
Activos - Riesgo	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR	ΩSR
	3,00%	3,20%	3,50%	3,80%	4,00%	5,00%	6,50%	8,00%	10,00%	15,00%
Gub 1-5	0,06%	0,06%	0,06%	0,06%	0,06%	0,06%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gub 5-10	9,88%	10,61%	13,33%	16,00%	17,50%	27,74%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Bills 0-1	8,74%	2,50%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 1-5	44,67%	47,82%	42,55%	35,45%	31,45%	3,99%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Supras 5-10	3,71%	3,89%	7,95%	13,12%	16,20%	34,12%	84,73%	63,79%	43,51%	0,50%
Supras 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 1-5	12,24%	13,09%	13,89%	12,94%	11,41%	11,94%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 5-10	0,78%	0,81%	0,98%	2,23%	3,68%	5,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Indexados 0-1	0,14%	0,14%	0,12%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 1-5	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 5-10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Corp 0-1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Green Bond	18,99%	20,23%	20,19%	19,20%	18,68%	15,63%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Gold	0,80%	0,86%	0,93%	0,99%	1,02%	1,29%	15,27%	36,21%	56,49%	99,50%

Tabla 17.2 – Fuente: elaboración propia - simulación modelo estudio de limitación sin corporativos - con bonos verdes – parte 2

7.6. ANEXO 6: CORRELACIONES BONOS VERDES Y ACTIVOS CON VENCIMIENTO AMPLIADO

Activos	Correlación con Bono Verde
Gub 1-5	78%
Gub 5-10	85%
Bills 0-1	32%
Supras 1-5	88%
Supras 5-10	97%
Supras 0-1	52%
Indexados 1-5	65%
Indexados 5-10	82%
Indexados 0-1	4%
Corp 1-5	88%
Corp 5-10	94%
Corp 0-1	59%
Green Bond	100%
Gold	46%

Tabla 18 – Fuente: elaboración propia a partir de la aplicación del modelo – correlaciones con bono verde

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Astete, C. M. (2016). Construcción y gestión de portafolios mediante el modelo Black&Litterman: Una aplicación a las AFP en Perú durante el período 2007-2015. Pontificia Universidad Católica del Perú (Peru).

Banco Central del Uruguay. (1995). Ley N° 16.696, de 30 de marzo de 1995, Carta Orgánica del Banco Central del Uruguay. Diario Oficial, 19 de abril de 1995.

Banco Central del Uruguay. (2008). Ley N° 18.401, de 24 de octubre de 2008, que modifica la Ley N° 16.696, art. 30. Diario Oficial, 5 de noviembre de 2008.

Bayes, T. (1763). LII. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. By the late Rev. Mr. Bayes, FRS communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, AMFR S. Philosophical transactions of the Royal Society of London, (53), 370-418.

Bedoya, D. D. G. (2009). Gestión de portafolios. Una mirada crítica más allá de Markowitz. AD-minister, (15), 154-162.

Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. Financial analysts journal, 48(5), 28-43.

de Quevedo Ruiz, J. C. G. (2020). Finanzas e inversiones sostenibles. La sostenibilidad en ICO. Boletín económico de ICE, (3120).

Fender, I., Mcmorrow, M., Sahakyan, V., & Zulaica, O. (2020). Reserve management and sustainability: the case for green bonds? www.bis.org

Ferrer, R., Shahzad, S. J. H., & Soriano, P. (2021). Are green bonds a different asset class? Evidence from time-frequency connectedness analysis. Journal of Cleaner Production, 292.

- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (2011). Modelo de Markowitz y modelo de Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión. *Tecnológicas*, (26), 71-88.
- García, R. D. Á., Oliveros, G. A. O., Ospina, A. M. S., & Madrid, M. H. (2004). Evolución de la teoría económica de las finanzas: una breve revisión. *Semestre económico*, 7(14), 105-127.
- Gimeno, R., & Sols, F. (2020). La incorporación de factores de sostenibilidad en la gestión de carteras. *Revista de Estabilidad Financiera*, 39, 181–202.
- Idzorek, T. (2007). A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels. In *Forecasting expected returns in the financial markets* (pp. 17-38). Academic Press.
- Lee PM (1997). *Bayesian Statistics: an introduction*. 2nd ed. London: Arnold.
- Malacrida, F., & Perutti, M. (2008). Administración de Reservas Internacionales - Asignación Estratégica por Monedas. *Quantum*, III(2), 64–85.
- Mankert, C. (2006). *The Black-Litterman Model: mathematical and behavioral finance approaches towards its use in practice* (Doctoral dissertation, KTH).
- Markowitz, H., (1952): Portfolio Selection. *The Journal of Finance.*, 7(1), 77-91.
- Martiradonna, M., Romagnoli, S., & Santini, A. (2023). The beneficial role of green bonds as a new strategic asset class: Dynamic dependencies, allocation and diversification before and during the pandemic era. *Energy Economics*, 120.
- Michaud, R. O. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is ‘optimized’ optimal?. *Financial analysts journal*, 45(1), 31-42.

Páez, L. O. M., Lozano, M. R., & Davila, J. A. R. (2011). Descripción general de la Inferencia Bayesiana y sus aplicaciones en los procesos de gestión. La simulación al Servicio de la Academia, 2, 1-28.

Ruíz Barrezueta, J. C., Altamirano Flores, J. E., & Tonon Ordóñez, L. B. (2021). Aplicación del CAPM en Mercados Emergentes: Una revisión teórica. Podium, (39), 53-70.

Seijas, M.N., Zimet, F (2013). Optimización de Portafolios: Una aplicación del modelo de Black-Litterman.

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. The Journal of Finance, 19(3), 425-442.

Tomczak, K. (2024). Sovereign Green Bond Market: Drivers of Yields and Liquidity. International Journal of Financial Studies, 12(2), 48.

Ulrich, E. (2016). Entendiendo las inversiones según criterios ESG. Revista educación, sostenibilidad, 101.

World Bank. (2023). Reserve Management Survey Report 2023: Insights into Public Asset Management. RAMP Survey; No. 4. Washington, DC: World Bank.

World Gold Council (Setiembre 2024). Historical demand and supply. (<https://www.gold.org/goldhub/data/gold-demand-by-country>).

Zubeldia, A. M., Zabalza, L. M. M., & Zubiaurre, M. Z. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. Cuadernos de gestión, 2(1), 33-46.