

PEDECIBA Informática
Instituto de Computación – Facultad de Ingeniería
Universidad de la República
Montevideo, Uruguay

Tesis de Maestría
en Informática

Asignación de recursos alimenticios
en sistemas pastoriles de
producción de leche

Gastón Notte Kirichenko

2014

Gastón Notte Kirichenko
Asignación de recursos alimenticios
en sistemas pastoriles de producción
de leche.
ISSN 0797-6410
Tesis de Maestría en Informática
Reporte Técnico RT 14-10
PEDECIBA
Instituto de Computación – Facultad de Ingeniería
Universidad de la República.
Montevideo, Uruguay, 2014

PEDECIBA INFORMÁTICA

INSTITUTO DE COMPUTACIÓN - FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

MONTEVIDEO, URUGUAY

TESIS DE MAESTRÍA EN INFORMÁTICA

Asignación de Recursos Alimenticios en Sistemas Pastoriles de Producción de Leche

Ing. Gastón Notte (notteg@cup.edu.uy)

Mayo 2014

Directores de Tesis: Héctor Cancela (cancela@fing.edu.uy),

Pablo Chilibroste (pchili@fagro.edu.uy)

Asesor: Martín Pedemonte (mpedemon@fing.edu.uy)

RESUMEN

La industria láctea tiene una importancia preponderante en la economía uruguaya por lo que representa un campo interesante para el desarrollo de modelos y herramientas de informática e investigación operativa para la resolución de problemas de interés práctico. Quienes operan los sistemas lecheros deben tomar decisiones sobre cómo asignar los recursos alimenticios a una demanda rígida representada por el rodeo lechero. Hasta el momento dicha asignación se realiza en forma intuitiva siguiendo ciertas tradiciones y algunas reglas prácticas de manejo.

En este trabajo se estudia este problema, formulando distintos modelos de programación matemática que representan con grado de fidelidad creciente distintas aproximaciones a la realidad. En particular, se tiene en cuenta un rodeo con un conjunto de cabezas de ganado, que puede ser de características homogéneas o heterogéneas; y un conjunto de potreros en los que hay disponible pasturas, así como la posibilidad de alimentar con ración en establos; se busca maximizar la producción de leche (o alternativamente el beneficio económico), teniendo en cuenta el balance de energía entre requerimientos (mantenimiento y producción) y oferta (aporte energético de los alimentos consumidos). Estos modelos generan las bases para realizar una asignación de recursos sobre una base racional que puede mejorar los resultados obtenidos de forma intuitiva como usualmente realizan los productores. Se estudian también diversas formas de encontrar soluciones numéricas para estos modelos, las cuales se basan en formulaciones individuales (se identifica individualmente cada vaca del rodeo) o grupales (se identifican grupos de animales). Una posibilidad explorada es la aplicación de métodos de solución basados en Programación Matemática, que por su gran consumo de recursos computacionales solamente logran resolver de forma exacta instancias muy pequeñas del problema (pudiendo también suministrar soluciones aproximadas para instancias de mayor tamaño). Como alternativa, se proponen y estudian implementaciones de Algoritmos Genéticos, basadas en diferentes representaciones, que son capaces de encontrar soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo más razonables.

El trabajo incluye también resultados experimentales de las diversas propuestas formuladas. Para esto, se desarrolla un conjunto de casos de prueba, de complejidad creciente, y basados en datos reales. Con estos casos, se estudia el comportamiento y limitaciones de los métodos de resolución exacta, así como la precisión obtenida por las diferentes variantes de algoritmos genéticos implementadas. Los resultados permiten verificar que los métodos exactos no son viables para la formulación individual, mientras que los algoritmos genéticos obtienen buenos resultados en tiempos breves incluso en instancias de hasta 4000 animales. Por otra parte, se pudo verificar que al trabajar en grupos de animales el algoritmo exacto es más apropiado que el algoritmo genético, aunque este último también obtuvo muy buenos resultados para las pruebas realizadas incluso en instancias de hasta 10000 vacas; observándose en particular que la codificación basada en grupos tiene una eficiencia mucho mayor que aquella basada en individuos. Además del estudio de precisión y eficiencia computacional, se realiza un análisis de interpretación de los resultados en sus implicancias a nivel del sistema de producción, lo que permite detectar ciertos patrones en el uso de los recursos alimenticios que abren vías para estudios futuros en la temática.

Palabras Clave: Asignación de Recursos, Sistemas Pastoriles, Producción Lechera, Algoritmos Genéticos, Metaheurísticas.

Índice general

1. Introducción	7
2. Sistemas pastoriles de producción de leche	11
2.1. Introducción	11
2.2. Sector Lácteo en Uruguay	13
3. Técnicas Computacionales	17
3.1. Métodos Exactos	18
3.2. Metaheurísticas	19
3.2.1. Clasificación de Metaheurísticas	20
3.3. Algoritmos Evolutivos	21
3.4. Algoritmos Genéticos	22
3.4.1. Representación genética	23
3.4.2. Función de aptitud o fitness	24
3.4.3. Operadores	24
3.5. Conclusiones	26
4. Problema de Asignación de Recursos Alimenticios al Rodeo Lechero	27
4.1. Introducción	27
4.2. Modelo de Producción de Leche	29
4.3. Formulación del problema de asignación de recursos	30

4.3.1.	Resumen	34
4.4.	Trabajos Relacionados	34
4.4.1.	Problemas de Asignación	35
4.4.2.	Investigación Operativa Aplicada a Problemas Agropecuarios	39
4.5.	Resolución Mediante Algoritmos Evolutivos	42
4.5.1.	Codificación por Individuo	42
4.5.2.	Codificación por Grupo	45
4.6.	Resumen	47
5.	Experimentos Computacionales	49
5.1.	Definición de escenarios	50
5.2.	Plataforma de ejecución	51
5.3.	Análisis experimental de los algoritmos exactos	51
5.3.1.	Formulación Básica Individual (1 ordeño)	51
5.3.2.	Formulación Básica Individual (varios ordeños)	52
5.3.3.	Formulación Básica Grupal (1 ordeño)	53
5.3.4.	Formulación Básica Grupal (varios ordeños)	54
5.3.5.	Comparación entre formulaciones individuales y grupales	56
5.4.	Análisis experimental del algoritmo genético propuesto	57
5.4.1.	Calibración de parámetros	58
5.4.2.	Evaluación del algoritmo genético propuesto	59
5.5.	Métodos exactos vs Algoritmo Genético	72
5.5.1.	Método exacto vs AG en la formulación básica individual (1 ordeño)	72
5.5.2.	Método exacto vs AG en la formulación básica individual (varios ordeños)	73
5.5.3.	Método exacto vs AG en la formulación básica grupal (1 ordeño)	74
5.5.4.	Método exacto vs AG en la formulación básica grupal (varios ordeños)	74

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	5
5.6. Experimento para análisis del modelo agronómico	75
5.6.1. Enfoque energético	76
5.6.2. Enfoque económico	79
5.7. Estudio del problema con rodeo heterogéneo	82
5.7.1. Método Exacto Formulación Heterogénea Grupal (1 ordeño)	83
5.7.2. Método Exacto Formulación Heterogénea Grupal (varios ordeños)	83
5.7.3. AG Codificación Heterogénea Grupal (1 ordeño)	85
5.7.4. AG Codificación Heterogénea Grupal (varios ordeños)	86
5.8. Resumen	90
6. Conclusiones y Trabajo Futuro	91
6.1. Conclusiones	91
6.2. Trabajo futuro	93
A. Ajuste de parámetros del AG	95
A.1. Representación por individuo (1 ordeño)	96
A.2. Representación por individuo (varios ordeños)	100
A.3. Representación por Grupo (1 ordeño)	104
A.4. Representación por Grupo (varios ordeños)	108
B. Programación de formulaciones matemáticas	115
B.1. Formulación básica individual	115
B.2. Formulación básica grupal	117
B.3. formulación heterogénea grupal	119

Capítulo 1

Introducción

La industria ganadera constituye uno de los sectores productivos más importantes de la economía del Uruguay. En particular, la agroindustria láctea representa el 9,3 % del Valor Bruto de Producción (VBP) agropecuario, ubicándose en tercer lugar luego de la producción de carne vacuna y arroz [83].

En el mundo, la producción de lácteos está concentrada en los países desarrollados, principalmente en Estados Unidos y la Unión Europea. En lo que a la región respecta, Argentina, Brasil y Uruguay son los que concentran la mayor producción, registrando un importante crecimiento en los últimos años. Dicho crecimiento se debe particularmente al gran dinamismo que presentó la producción de lácteos en los tres países.

La superficie del territorio uruguayo dedicada a la lechería está estimada en 849 mil hectáreas, aproximadamente un 6 % de la superficie nacional [82]. La productividad lechera supera los 1.800 millones de litros anuales [33, 83], siendo Uruguay el mayor productor de leche per cápita de América Latina con aproximadamente 550 litros por habitante. Tiene también un elevado consumo, uno de los más altos del mundo que supera los 200 lts/hab [82]. Por otra parte, el coeficiente de exportación (exportado/disponible) es aproximadamente 61,2 % de la producción total, mientras que lo restante está destinado al consumo interno [33].

Debido a la importancia de la producción lechera para la economía uruguaya y a un proceso de intensificación creciente [14], resulta de interés estudiar problemas vinculados al proceso de producción de leche siguiendo un enfoque propio de la investigación operativa en lugar de los enfoques tradicionales propios de la agronomía. En particular, en este trabajo se estudia un problema de asignación de recursos alimenticios al ganado (rodeo) lechero.

El problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero consiste en determinar cómo asignar los recursos alimenticios disponibles que pueden ser finitos (pasturas) e infinitos (alimentos externos al sistema) y que están distribuidos espacialmente (potreros – ensilajes – playas de alimentación) a una demanda animal relativamente rígida a lo largo del año. El objetivo de la asignación es maximizar la producción de leche, el beneficio económico o ambos. En los últimos años este proceso de asignación de recursos se ha complejizado como consecuencia de la intensificación de los sistemas lecheros. Hasta el momento, este tipo de asignaciones alimenticias se suelen realizar en base a la experiencia y a la intuición (e incluso en ciertos casos en base a tradiciones), solamente siguiendo algunas reglas de manejo considerando la eco-fisiología animal. En muchos casos el proceso de asignación implica la sub-división del rodeo (demanda) en sub-

grupo homogéneos en términos de categoría (vaquillonas vs vacas adultas) y/o requerimientos (alta vs baja producción).

Algunos trabajos previos se han enfocado en la definición de sistemas de valoración de necesidades y de estimación del aporte energético de los alimentos para el ganado vacuno y su posterior impacto en la producción de leche [23, 60, 78]. Sin embargo, de acuerdo a nuestro conocimiento no existen antecedentes directos que resuelvan en forma cuantitativa la asignación de recursos alimenticios disponibles para el rodeo lechero.

El problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero puede ser modelado como un problema de optimización combinatoria. Al modelar este problema como un problema de optimización combinatoria, puede suceder que la aplicabilidad de métodos exactos como técnicas de resolución tenga limitaciones, particularmente por los tiempos de ejecución elevados y la demanda computacional que generan. Cuando no es posible aplicar métodos exactos o técnicas de búsqueda exhaustiva, una alternativa para resolver los tipos de problemas en cuestión son las técnicas heurísticas. Las técnicas heurísticas son un procedimiento sencillo, generalmente basado en el sentido común, que deberían brindar una buena solución de forma simple y rápida. Estas técnicas, a diferencia de los métodos exactos, no garantizan la obtención de una solución óptima al problema, pero si buscan brindar una solución de buena calidad en tiempos de ejecución razonables, aunque también debemos tener en cuenta que generalmente no se conoce el grado de error con respecto a la solución óptima. En la práctica se han aplicado distintas técnicas heurísticas en diferentes ámbitos y los resultados obtenidos fueron satisfactorios. Con un enfoque más abstracto, las técnicas metaheurísticas tienen como objetivo explorar eficientemente el espacio de búsqueda a partir de estrategias definidas y de la incorporación de mecanismos para evitar problemas conocidos como son los óptimos locales.

Las técnicas de computación evolutiva constituyen un conjunto de metaheurísticas generalmente utilizadas para resolver problemas de optimización combinatoria, búsqueda de información, aprendizaje automático, entre otros. Estas técnicas basan su comportamiento a partir de una emulación de la evolución natural. Las mismas trabajan sobre una población de soluciones representadas o codificadas específicamente según el problema a resolver. Siguiendo los principios darwinianos, dichas soluciones interactúan entre sí para generar mejores soluciones del problema. Siguiendo el proceso biológico que sucede en la naturaleza, donde los seres vivos intentan sobrevivir y de esta forma mantener la especie, las técnicas de computación evolutiva aplican los conceptos de adaptación al entorno a la resolución de problemas en diversas áreas. En particular en este trabajo se utilizan Algoritmos Evolutivos que son una técnica robusta de búsqueda y optimización.

Las principales contribuciones de este trabajo son el estudio del problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero y su modelado como un problema de optimización combinatoria. Para su resolución se utilizan métodos exactos y se diseñan dos algoritmos evolutivos basados en distintas representaciones. La evaluación experimental realizada a partir de escenarios especialmente diseñados para este trabajo permite analizar comparativamente la performance y la calidad de los resultados obtenidos por ambas representaciones. A su vez, plantea un experimento sencillo con el objetivo de analizar e interpretar, desde un perfil agronómico, los resultados obtenidos.

El resto del presente documento se organiza en 5 capítulos:

El capítulo 2 presenta conceptos generales sobre sistemas pastoriles de producción de leche. Se brinda una explicación sobre el manejo de las pasturas en los tambos y se introduce el

concepto de suplementación y una justificación de su posible utilización. Se incluye una breve reseña histórica del desarrollo de la lechería en Uruguay, presentando algunos datos que facilitan la comprensión de la evolución de la lechería, y se desarrolla el estado de situación actual.

El capítulo 3 introduce el concepto de técnicas computacionales y se presentan globalmente los modelos más populares de la comunidad científica. Se hace una introducción de los métodos exactos y se explican y evidencian sus limitaciones. Posteriormente se describen los algoritmos evolutivos y su correspondiente marco teórico. Por último, se profundiza en las técnicas evolutivas. Particularmente, se desarrollan los algoritmos genéticos haciendo énfasis en la representación de soluciones y el manejo de operadores.

El capítulo 4 presenta formalmente la descripción del problema que se quiere abordar. Inicialmente se introduce el modelo de producción de leche utilizado y se explica la forma de utilización. Posteriormente se formulan matemáticamente distintas aproximaciones y variantes del problema de asignación de recursos, comentando las características de representación del problema y los detalles de implementación. Por último se presenta la resolución del problema mediante la aplicación de algoritmos genéticos.

El capítulo 5 describe y detalla los experimentos computacionales realizados tanto con los métodos exactos como con los algoritmos genéticos utilizados a partir de datos de prueba reales. Se comienza comparando y analizando los resultados obtenidos para las formulaciones matemáticas. Luego se presentan y comparan los algoritmos genéticos propuestos. Posteriormente se presenta un experimento para el análisis e interpretación del modelo agronómico a partir de los datos obtenidos por los métodos exactos y los algoritmos utilizados.

El Capítulo 6 presenta las conclusiones del trabajo en conjunto con las propuestas que han surgido como posibles líneas de trabajo futuro.

Por último se presentan los apéndices A y B. El apéndice A presenta las soluciones obtenidas mediante la ejecución de los algoritmos genéticos para llevar a cabo la calibración de parámetros, mientras que el apéndice B presenta el código utilizado para programar las formulaciones matemáticas definidas en la sección 4.3.

Capítulo 2

Sistemas pastoriles de producción de leche

En este capítulo se hace una presentación general de los sistemas pastoriles de producción de leche y del sector lácteo en Uruguay. Se describen, entre otras cosas, las condiciones que debe tener una región para poder desarrollar un sistema con base pastoril, su forma de funcionamiento, y las ventajas que tiene el uso de los mismos. Por otra parte se presenta la situación actual del sector lácteo en Uruguay, la cual incluye una breve reseña histórica de la lechería en nuestro país.

2.1. Introducción

Debido a las diferencias climáticas, en el mundo existen dos sistemas de producción de leche bien diferenciados. El primero de dichos sistemas es característico de regiones en las que las temperaturas son extremas, por lo que las vacas deben ser protegidas del frío o calor. Por ejemplo, en países del hemisferio norte, durante el invierno las vacas se encuentran estabuladas en galpones debido a la nieve. Por otro lado, en países con temperaturas muy altas las vacas son estabuladas en corrales para facilitarles sombra y enfriamiento artificial y evitar de esta forma el estrés por el calor. En estos sistemas de producción, la proporción de pasto asignado al ganado es mínimo o nulo. Por otra parte, en el hemisferio sur, los climas son más templados y los sistemas de producción tienen a las pasturas como base de alimentación [51].

La región compuesta por Uruguay, Argentina, Brasil y Chile tiene algunas ventajas en comparación a otras regiones. Entre ellas se puede destacar la posibilidad de conseguir muy buenos rendimientos de forraje y a su vez la de utilizar suplementos energéticos debido a la aptitud agroecológica en la región [12]. Los sistemas de base pastoril con suplementación han mostrado ser muy competitivos en condiciones de alta variabilidad tanto de mercado como de clima [15].

Cuando el principal alimento en un tambo es la pastura, entonces se considera que el sistema de producción es simple. En dicho caso, la producción de leche queda determinada por la producción individual de cada vaca, y dicha producción dependerá directamente de la cantidad de forraje que consuma. A su vez, cuanto mayor es el consumo de *Materia Seca*¹, mayor es la

¹La materia seca es la parte que resta de un material tras extraer toda el agua posible.

producción de leche. De lo anterior se desprende que mientras mayor sea la disponibilidad de forraje, mayor es la cantidad de vacas que el sistema puede abastecer, y por lo tanto mayor será la producción de leche total. El consumo potencial en materia seca de cada animal no queda solamente determinado por las características de la vaca, sino que también depende de las características del forraje y del manejo del pastoreo [73].

En un sistema pastoril, el consumo de pasturas en diferentes potreros es el principal componente nutricional que recibe el ganado cuando se pretende maximizar la producción de leche, condicionado por factores nutricionales y no nutricionales. Particularmente, en los países en los cuales las pasturas son la fuente de alimento más importante, es habitual que a lo largo del año se presenten diferencias notorias en cantidad y calidad de las mismas, y puede suceder que no permitan satisfacer la demanda de nutrientes de los animales. Los factores no nutricionales quedan determinados por la estructura de los pastos, sus características morfológicas (altura, composición, resistencia al corte, entre otros), mientras que de los factores nutricionales el más importante es el de la digestibilidad del forraje, con el cual aumentando su digestibilidad también aumenta el consumo de manera proporcional. Debido a esto, la digestibilidad del forraje queda condicionada por su composición química (contenido de fibra, entiéndase celulosa, hemicelulosa y lignina) y por factores inherentes al animal. La masa bacteriana cumple un rol fundamental para los bovinos porque será responsable de la digestión de la pared celular de los pastos y también por la importante contribución de proteína bacteriana con que contará el rumiante. Luego será absorbida a nivel de duodeno y realizará un aporte directo de proteína, que es una de los grandes limitantes en producción de leche cuando se utiliza los sistemas de pastoreo [28].

En este tipo de sistemas de producción es importante considerar dos aspectos clave: la utilización del forraje producido y la conversión del pasto consumido en leche. En primer lugar, la utilización del forraje producido resulta fundamental para el éxito de estos sistemas debido a que el pasto no utilizado luego de la cosecha se pierde. Por otro lado, el proceso de conversión del pasto consumido en leche se define a partir del contenido de nutrientes consumidos. Mientras mayor es el contenido de nutrientes por unidad de biomasa consumida, mayor será el potencial de transformación del pasto consumido en producto animal. Sin lugar a dudas, la clave para cosechar y obtener más leche a partir del pasto depende de la capacidad del sistema implementado para aprovechar la biomasa acumulada antes de que su calidad disminuya y una proporción de las misma se pierda [73].

La capacidad de producción del rodeo lechero está directamente relacionada con las características del animal (genotipo) y las condiciones ambientales (condiciones físicas del ambiente, topografía, clima, condiciones del suelo, etc). Para diseñar un sistema de producción para un tambo concreto, las personas responsables deben tener en cuenta las características mencionadas anteriormente y tomar distintas decisiones de manejo, como cantidad de animales, cantidad y tipo de actividad alimenticia, época de parto, entre otros. Dichas decisiones determinan la estructura entre oferta y demanda de los sistemas de producción, afectando directamente su capacidad de producción, ambiental y económica. Debido a que los sistemas lecheros exhiben un desbalance estructural entre la oferta y la demandad de nutrientes, es necesario corregirlos con suplementación (reservas forrajeras y concentrados), lo que incrementa la complejidad desde el punto de vista de la operativa, la infraestructura y particularmente en el manejo y control de los recursos alimenticios [17].

Cada vez es más frecuente que los sistemas pastoriles se caractericen por sustentarse en la utilización de las pasturas apoyados de una suplementación energética balanceada. En un contexto de pastoreo intensivo, los principales objetivos de una suplementación para el ganado lechero son obtener mayor producción de leche, aumentar las ganancias y evitar comprometer

la salud de los animales involucrados en el sistema. En esta región se cuenta con pasturas de calidad, los cuales aportan una importante fuente de nutrientes. Sin embargo, es común que se complemente con suplementación basándose en forrajes conservados y concentrados. Esta suplementación permite alcanzar producciones de leche muy por encima de la media normal [59].

Los especialistas en sistemas de pastoreo saben, a partir de la experiencia, que el pastoreo presenta una gran estacionalidad provocando que existan períodos con excedentes de pastos y forrajes, mientras que hay momentos de insuficiencia que imposibilitan mantener el ganado bajo estos sistemas. Por este motivo la suplementación es imprescindible para lograr los objetivos de equilibrar oferta y demanda de nutrientes impactando además positivamente sobre la rentabilidad. La necesidad de utilizar suplementación en otoño-invierno es provocada por una disminución en la tasa de crecimiento de los pastos [13]. La suplementación en esa época del año no tendrá únicamente el objetivo de aumentar los valores energéticos, limitados con el pastoreo exclusivo, sino que también permitirán una carga animal elevada que derive en una alta eficiencia de cosecha de los potreros en el período primavera-verano. Justamente en primavera es cuando la suplementación resulta menos importante, pero no deja de ser recomendable realizar una dieta con suplemento para ajustar las necesidades básicas del rodeo lechero y lograr de esta forma un buen desempeño productivo. Finalmente en verano, la necesidad de utilizar suplementos surge debido a que las pasturas disminuyen su calidad.

Los cambios económicos ocurridos en los últimos años han hecho que los sistemas deban intensificarse para mantener o mejorar la rentabilidad. El forraje proveniente del pastoreo sigue siendo la principal fuente de nutrientes, pero cada vez más este se ha ido complementando con cantidades crecientes de forrajes conservados y alimentos concentrados para aumentar la producción de leche [14]. Los distintos niveles de intensificación que los especialistas aplican para aumentar la producción de leche dependen del precio que perciben por cada litro de leche y de los costos asociados a los componentes para producir ese litro de leche.

Para poder determinar en forma correcta cuánta suplementación se debe introducir en el sistema es importante tener claras las necesidades de las vacas y las condiciones de los potreros. En los sistemas de base pastoril la dieta está constituida por el forraje proveniente de las pasturas, pero para alcanzar una mayor producción de leche será necesario ofrecer una suplementación balanceada y que se corresponda con las necesidades del ganado o según las deficiencias que presenta el pasto. Una suplementación basada en forrajes mejorados y concentrados de altos valores energético permitirá que se cumplan los objetivos tanto nutricionales como los de mayor producción lechera [71].

El manejo de sistemas de base pastoril con suplementación involucra la decisión diaria de cómo combinar los recursos alimenticios disponibles con el potencial animal disponible. En este trabajo se analiza este problema y se lo modela como un problema de optimización combinatoria.

2.2. Sector Lácteo en Uruguay

En Uruguay se destacan dos zonas lecheras, la Cuenca del Sur y el Litoral Oeste. La Cuenca del Sur está integrada por los departamentos de Montevideo, Canelones, San José y Florida, por otra parte el Litoral Oeste está integrado por los departamentos de Colonia, Soriano, Rio Negro y Paysandú. Los departamentos de San José y Colonia juntos suman el 44% de los tambos, mientras que la mayor concentración de producción de leche se concentra en los departamentos

de Colonia, Florida y San José, que suministran el 63,2% del volumen total de leche del país [3].

En los últimos años, la producción de leche uruguaya ha crecido significativamente, pasando de 400 a 2000 millones de litros anuales. Sin embargo, esto no se debe a una mayor cantidad de productores, ya que el número de los mismos descendió notoriamente durante los últimos 20 años, desapareciendo más de 2000 productores en dicho período. Este aumento de la producción lechera está sustentado en una mejora en los índices de productividad. Los tambos nacionales incrementaron enormemente tanto la producción por hectárea como por vaca en ordeño. Es importante mencionar que durante el período en cuestión también se aumentó la utilización de forrajes conservados y concentrados, pero igualmente la base de los sistemas de producción en nuestro país sigue siendo esencialmente pastoril [12].

Entre 1977 y 1999 la producción lechera creció aproximadamente un 3,12% acumulativo anual. Dicho crecimiento se corresponde casi en su totalidad con un incremento en la leche remitida a las plantas procesadoras y con destino a la industrialización para la fabricación de subproductos de leche, siendo muy bajo el crecimiento en el mercado de la leche fluida para consumo doméstico. Entre los años mencionados coexistieron establecimientos que no alcanzaban los 1000 litros por hectárea al año (lt/ht/año), con otros que rondaban los 3000 lt/ht/año en forma sostenida y rentable, basándose en un sistema con base pastoril, y utilizando en forma estratégica pero limitada el uso de reservas forrajeras y concentrados. Uno de los principales motivos que originó el proceso de cambio existente en la lechería uruguaya desde la década del 70 hasta la actualidad, consiste en la mayor utilización de praderas cultivadas. El incremento en cantidad y calidad de alimento impactó notoriamente tanto en la productividad y desempeño productivo como en la recuperación de la fertilidad del suelo [1].

A fines de la década del 90, solamente el 16% de las empresas que industrializan productos lácteos en Uruguay ocupaban a más de 20 personas. Dichas empresas son actualmente las más grandes y concentran las ventas. Hoy en día las empresas que procesan leche son 20, de las cuales solamente 12 tienen participación en el mercado de leche pasteurizada y representan casi la totalidad de la leche recibida en la industria. El mercado uruguayo está dominado mayoritariamente por empresas nacionales, contando con la presencia más baja de empresas internacionales en la región. Particularmente hay una empresa dominante, CONAPROLE, que controla aproximadamente el 70% y 60% del mercado local y las exportaciones respectivamente. No obstante, empresas multinacionales están empezando a actuar en el mercado lácteo debido a que la región resulta en ese sentido muy atractiva. Dicha atracción está vinculada principalmente a la importante tradición de consumo, al gran tamaño de mercado existente (especialmente en Brasil y Argentina) y por la conveniencia económica que presenta la materia prima en comparación con otros países [7].

Por otro lado, con respecto a la ocupación en el sector, se estima que a fines de la década de los 80 trabajaban aproximadamente 5000 empleados, cifra que descendió a poco más de 3600 para fines de la década del 90 [7].

La primera década del Siglo XXI es claramente una década de crecimiento para la producción lechera en Uruguay, a tal punto que ubica a la lechería entre los sectores con mayor participación en el valor agregado industrial y con mayor nivel de exportaciones. La lechería uruguaya, ante cambios en las condiciones de competencia con otras actividades agrícolas y un aumento en el precio de la tierra [32], ha incrementado sostenidamente la productividad. En las últimas décadas, el sector lechero uruguayo ha crecido a tasas del orden del 5% anual [31]. Este ritmo sostenido de crecimiento se ha acelerado en los últimos 6 años con tasas de crecimiento del orden del 7% anual [42]. Este proceso de crecimiento se ha sustentado fundamentalmente en aumentos

en la productividad dado que la superficie lechera se ha reducido un 10 % durante el período [31]. La productividad por vaca es el factor que en forma individual explica una mayor proporción del crecimiento (mayor al 60 %), mientras que el aumento de carga² explica el porcentaje restante del incremento en productividad del sector. Esta estrategia de intensificación de la producción de leche en Uruguay se ha basado en un incremento significativo en el uso de concentrados y reservas de forraje [31] mientras que la cosecha directa de forraje por parte de los animales ha disminuido [16]. Este modelo de intensificación de la lechería uruguaya ha sido exigente en niveles de inversión vinculadas fundamentalmente al proceso de alimentación (incorporación de Mixer, playas de alimentación), capacidad de ordeño, caminería, manejo del ganado, etc. También las exigencias han aumentado sobre los requerimientos de recursos humanos calificados y la organización del trabajo.

Se debe tener en cuenta que Uruguay es un país netamente exportador (más del 60 % de la leche producida) por lo que los aspectos relacionados a cantidad y tipo de sólidos producidos, salud y bienestar animal, gestión de los residuos (en sala de ordeño y playas de alimentación) y control de los costos de producción son centrales en la competitividad de los sistemas de producción y del sector en su conjunto. Los sistemas de producción más intensivos siguen siendo muy competitivos a nivel internacional teniendo Uruguay unos de los costos de producción de leche más bajos a nivel internacional [14]. El bajo costo de producción de los sistemas uruguayos se explica porque la participación del forraje (cosecha directa más reservas) en la dieta de los animales sigue manteniendo un nivel relativamente alto [14].

A partir de lo expuesto a lo largo de este capítulo resulta claro que el problema del uso eficiente de los recursos (alimenticios y animales) es fundamental para los sistemas pastoriles, como el que se utiliza en Uruguay. El uso eficiente de dichos recursos quedará definido en buena medida por un modelo de asignación de los mismos y manejo del equilibrio oferta/demanda a lo largo del año.

²La carga animal es la relación entre la cantidad de animales y la superficie que ocupan en un tiempo determinado

Capítulo 3

Técnicas Computacionales

A lo largo de la historia el ser humano ha intentado superarse, buscando la *optimización* (mejor solución posible) de distintas actividades que pueden describirse como sistemas, desde sistemas físicos como una planta industrial hasta entidades teóricas tales como los modelos económicos. Particularmente, los métodos modernos de optimización tienen sus orígenes en la Segunda Guerra Mundial, cuando surge la necesidad de investigar las operaciones tácticas y estratégicas de la defensa aérea, ante la incorporación de un nuevo radar, en oportunidad de los ataques alemanes a Gran Bretaña [43].

En la actualidad, la optimización es un proceso que tiene grandes aplicaciones en prácticamente cualquier área, con lo cual se logra una mejora de los sistemas y por tanto reducción de costos, tiempos, recursos, etc [50]. Si consideramos que cada sistema está basado en indicadores, y a partir de estos es posible medir el desempeño de dicho sistema, entonces el proceso de optimización consiste en mejorar dichos indicadores. Estos indicadores pueden representarse como variables algebraicas, para las cuales se deben determinar los valores que maximicen ganancias o minimicen las pérdidas [43].

Los problemas de optimización se modelan matemáticamente a partir del uso de Programación Matemática, la cual se divide en varias ramas según las características de las variables y de las ecuaciones o inecuaciones que describen dicho modelo. Si las ecuaciones son lineales, entonces nos encontramos frente a un problema de Programación Lineal, de lo contrario estamos ante un caso de Programación No Lineal. A su vez, se puede hablar de problemas de Programación Entera y Programación Continua, los cuales utilizan variables enteras y continuas respectivamente. También se pueden presentar situaciones en las que interesa trabajar con más de un objetivo a optimizar, para estos casos nos referimos a Programación Multiobjetivo. Por otra parte, cuando los parámetros que determinan el problema tienen valores fijos se está frente a un problema de Programación Determinística, mientras que si los valores son aleatorios abordamos un problema de Programación Estocástica [43].

Otra rama de la Programación Matemática es la Optimización Combinatoria, la cual busca resolver problemas a partir de una exploración del espacio de soluciones de estas instancias. Estos problemas consisten en obtener un elemento de un conjunto finito o infinito contable, que sea óptimo para la maximización o minimización planteada [67]. Los mecanismos o métodos de resolución para estos problemas pueden dividirse en dos categorías, los métodos exactos y los métodos heurísticos (o métodos aproximados). Los métodos exactos son aquellos que proporcionan una solución óptima del problema, mientras que los métodos heurísticos proporcionan una

buena solución del problema pero no necesariamente óptima.

En este capítulo se presentan mecanismos de resolución para problemas de optimización combinatoria, algunos de los cuales se usarán en esta tesis. La estructura del capítulo es la siguiente: En primera instancia se mencionan las principales diferencias entre los métodos exactos y las metaheurísticas, presentando una clasificación para estas últimas. Posteriormente se introducen las nociones elementales de los Algoritmos Evolutivos y de los Algoritmos Genéticos, describiendo para estos últimos su representación, la función de fitness y algunos de los operadores más comúnmente utilizados.

3.1. Métodos Exactos

Los métodos exactos permiten obtener una solución y garantizar que la misma obtiene el valor óptimo global (puede haber varias soluciones con ese mismo valor). En los casos de optimización combinatoria, un método exacto trivial consiste en realizar una búsqueda exhaustiva dentro del conjunto de todas las soluciones del problema.

En algunos casos, el estudio y análisis de la estructura y las características de las instancias de un problema de optimización combinatoria, permiten desarrollar algoritmos que obtienen soluciones óptimas cuya complejidad computacional es de menor orden que la búsqueda exhaustiva. Sin embargo, en otros casos, estos mismos algoritmos no logran reducir el orden de la complejidad computacional de la búsqueda exhaustiva.

Algunos de los métodos más utilizados para la resolución de problemas de programación lineal y programación lineal entera son el método simplex [53], métodos de punto interior [54], y ramificación y poda (branch and bound) [48].

Método Simplex: este método es utilizado para encontrar la solución óptima de un problema de programación lineal. El mismo se basa en el hecho que la solución óptima se encuentra en uno de los vértices del poliedro formado por el conjunto de restricciones. El mecanismo de búsqueda de la solución consiste en el recorrido sobre estos vértices hasta encontrar el óptimo.

Métodos de Punto Interior: la denominación de estos métodos surge porque los puntos generados por estos algoritmos se encuentran en el interior de la región factible, marcando una clara diferencia con el método simplex.

Ramificación y poda (Branch & bound): estas son técnicas para la resolución de problemas enteros, que se basan en ir explorando en forma de árbol distintas alternativas para los valores de las variables enteras para cuya evaluación se utiliza la información de cotas obtenida con la resolución de problemas lineales que son relajaciones del problema original.

A simple vista, hacer una enumeración total o parcial parece una solución lógica y simple, ya que evidentemente garantiza la obtención del óptimo global. Sin embargo, en muchos de los casos, y particularmente en instancias grandes y difíciles de problemas, esta propuesta se vuelve impracticable. En estos escenarios el número posible de soluciones crece de manera exponencial según el tamaño de la instancia, lo que hace crecer en forma similar la complejidad computacional de los métodos de enumeración.

La idea intuitiva de los “problemas difíciles” queda reflejada en la familia de problemas de

optimización combinatoria del tipo NP-Difíciles. Para este tipo de problemas no se conocen algoritmos exactos para su resolución en tiempo polinomial. Dicho de otra manera, estos problemas son aquellos para los cuales no se puede garantizar encontrar una solución óptima en un tiempo razonable [67].

Desde hace unos cuantos años, debido al incremento en el interés en la resolución de problemas del tipo NP-Difíciles y a la utilización de instancias cada vez más grandes, la comunidad científica ha profundizado en el desarrollo de procedimientos eficientes que permitan determinar soluciones de buena calidad, aunque no sean óptimas, en tiempos razonables.

3.2. Metaheurísticas

Como se ha mencionado anteriormente, los métodos exactos garantizan encontrar la solución óptima de un problema de optimización. Cuando dicho problema es del tipo NP-Difícil, los métodos exactos se vuelven impracticables debido a que el tiempo que necesitan para encontrar dicha solución crece exponencialmente según el tamaño del problema. Por este motivo es que la comunidad científica se ha enfocado con mayor profundidad en la resolución de este tipo de problemas a través de métodos heurísticos, sacrificando la garantía de encontrar la solución óptima a cambio de encontrar una buena solución en un tiempo razonable.

Las heurísticas son reglas que permiten decidir entre diferentes cursos de acción, determinando cuál es el más conveniente para alcanzar un objetivo. En otras palabras, una heurística es una técnica basada en procedimientos conceptualmente simples, que encuentran de manera sencilla y eficiente buenas soluciones (no necesariamente la solución óptima) a un costo computacional razonable, aunque en muchos casos no permiten determinar la calidad de la solución alcanzada. “Heurística” deriva del griego *heuriskein*, que significa “encontrar” o “descubrir” [9].

En 1986 surgió en la literatura una nueva clase de algoritmo, cuando Glover utiliza el término “meta-heurística” para hacer referencia a heurísticas con un nivel más alto de abstracción [35]. Entre otras cosas, su aparición surge por la necesidad de definir métodos heurísticos que puedan ser utilizados para la resolución de distintos problemas de optimización. Las metaheurísticas buscan mejorar las técnicas heurísticas, a partir de la integración de diferentes estrategias de búsqueda para explorar el espacio de soluciones de manera más eficiente y efectiva, teniendo que incorporar pequeñas modificaciones para adaptarlas a las particularidades de cada problema [5].

Algunas de las propiedades que caracterizan a las metaheurísticas son:

- aplican estrategias generales que permiten explorar eficientemente el espacio de búsqueda para encontrar soluciones de buena calidad.
- suelen hacer uso del conocimiento del problema aplicando una estrategia de más alto nivel sobre una heurística específica.
- evitan quedar atrapadas en regiones particulares mientras se hace la exploración, especialmente evitando quedar atrapados en óptimos locales.
- tienen una estructura predefinida.
- en general son algoritmos no determinísticos (estocásticos).

En definitiva, las metaheurísticas son estrategias de alto nivel que usan diferentes métodos para explorar el espacio de búsqueda. En estas técnicas resulta fundamental el equilibrio existente entre la diversificación e intensificación. Por un lado, diversificación hace referencia a la exploración del espacio de búsqueda, mientras que la intensificación hace énfasis en explotar la experiencia generada a través del proceso de búsqueda [11, 67].

3.2.1. Clasificación de Metaheurísticas

Existen diferentes formas de clasificar las técnicas metaheurísticas. Por un lado, uno de los criterios de clasificación propuestos consiste en analizar si las mismas están basadas en la naturaleza o no, si están basadas en memoria o sin memoria, si tienen una función objetivo estática o dinámica, etc. Por otro lado, y quizás la clasificación más utilizada, es la que determina si la técnica emplea un único punto del espacio de búsqueda (basadas en trayectoria) o trabaja sobre un conjunto de soluciones (basadas en población).

Metaheurísticas basadas en trayectoria

El mecanismo de funcionamiento de estas técnicas consiste en partir desde un punto inicial e ir actualizando la solución presente mediante la exploración del vecindario de la solución, y de esta forma ir generando una trayectoria en el espacio de las soluciones. La búsqueda finaliza cuando se alcanza un número máximo de iteraciones, se encuentra una solución con una calidad aceptable, o se detecta un estancamiento del proceso [11].

Algunas de las técnicas metaheurísticas basadas en trayectoria son:

- Enfriamiento simulado (Simulated annealing) [46].
- Búsqueda tabú (Tabu search) [36].
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) [29].
- Búsqueda con vecindario variable (Variable neighborhood search) [40].
- Búsqueda local iterada (Iterated local search) [49].

Metaheurísticas basadas en población

Las técnicas metaheurísticas basadas en población trabajan en cada iteración con un conjunto de soluciones (población de soluciones). Debido a esto, los algoritmos basados en población proporcionan de manera natural un camino intrínseco para la exploración del espacio de búsqueda. Su eficiencia y resultado depende fundamentalmente de la forma con la que se manipula la población en cada iteración.

Algunas de las técnicas metaheurísticas basadas en población son:

- Algoritmos evolutivos (Evolutionary algorithms) [4].

- Algoritmos de estimación de la distribución (Estimation of distribution algorithms) [47].
- Búsqueda dispersa (Scatter search) [37].
- Optimización basados en colonias de hormigas (Ant colony optimization) [27].
- Optimización basados en cúmulos de partículas (Particle Swarm Optimization) [45].

3.3. Algoritmos Evolutivos

Los Algoritmos Evolutivos (AE) son métodos que se inspiran en la genética y en los principios darwinianos establecidos en 1859 sobre la evolución de las especies en el mundo biológico [21].

Estos métodos tuvieron su origen en 1960, cuando John Holland planteó la posibilidad de incorporar los mecanismos naturales de selección y supervivencia a la resolución de problemas de Inteligencia Artificial [41]. Dichos planteos derivaron en una investigación fundamentalmente teórica, ya que en aquella época su realización práctica era muy difícil. La simulación de procesos de evolución natural de las especies dio como resultado una técnica de búsqueda y optimización estocástica que posteriormente fue llamada algoritmos evolutivos.

Los algoritmos evolutivos se modelan computacionalmente simulando la selección natural y la recombinación genética por medio de distintos operadores evolutivos. Trabajan sobre una población de individuos (codificados en cromosomas) que representan posibles soluciones, las cuales se mezclan y compiten entre sí, de manera que las más aptas son capaces de prevalecer a lo largo del tiempo, evolucionando hacia mejores soluciones [64].

La operativa del algoritmo evolutivo comienza con una etapa en la que se genera una población inicial compuesta por individuos creados aleatoriamente, aunque también es posible aplicar técnicas de optimización para crear individuos (soluciones) más prometedores que los generados aleatoriamente. Luego de generar la población inicial, los individuos se evalúan de acuerdo a una función de fitness que toma en cuenta la adecuación de cada solución al problema en cuestión. Posteriormente el algoritmo entra en un ciclo, el cual representa la evolución propiamente dicha (se generan nuevos individuos a partir de la aplicación de operadores estocásticos sobre la población inicial). Este ciclo consiste en la creación de una nueva población a partir de la selección de padres de la población inicial, y una posterior aplicación de operadores de evolución. Tras este proceso los individuos generados son evaluados por la función de fitness. A partir de la población creada por el ciclo y la población inicial, se obtendrá la nueva población de individuos de la siguiente generación. Finalmente, el algoritmo devuelve la mejor solución encontrada en toda la ejecución.

Una descripción generalizada sobre el mecanismo de un algoritmo evolutivo que trabaja sobre una población \mathbf{P} se presenta en la Figura 3.1.

Los algoritmos evolutivos son una familia de técnicas, dentro de las que se destacan la Programación Genética, la Programación Evolutiva, las Estrategias de Evolución, y fundamentalmente los Algoritmos Genéticos (AGs), siendo estos últimos los que han tenido mayor impacto y protagonismo en la comunidad científica.

```

Inicializar(P(0))
generación=0;
mientras (no CriterioParada) hacer
    Evaluar(P(generación))
    Padres = Seleccionar(P(generación))
    Hijos = Aplicar Operadores Evolutivos (Padres)
    NuevaPoblacion = Reemplazar(Hijos, P(generación))
    generación ++
    P(generación) = NuevaPoblacion
fin
retornar Mejor Solución Encontrada

```

Figura 3.1: Esquema genérico de un algoritmo evolutivo

3.4. Algoritmos Genéticos

Los AGs son un tipo de algoritmos evolutivo y constituyen una de las técnicas más utilizadas en la actualidad como consecuencia de su adaptabilidad a una amplia gama de problemas.

Al constituir un caso de técnica evolutiva, los algoritmos genéticos se basan en los procesos genéticos de organismos biológicos, emulando la evolución natural de los seres vivos. Estos algoritmos combinan la noción de supervivencia de los individuos más aptos de una especie con el intercambio de información o genes en forma aleatoria entre individuos de una población, buscando de esta forma la mejor solución al problema, que se evalúa mediante la función de fitness (definición de una función de adecuación al problema). Para esto, los individuos de la población son representados mediante cromosomas, que evolucionan según los principios presentados por Charles Darwin (en su libro “Origen de las Especies”) sobre la selección natural y la supervivencia del más apto [19]. El mecanismo definido por los operadores inspirados por la genética natural y la evolución darwiniana, hace que, luego de una cierta cantidad de generaciones, la población converja hacia una solución cercana al óptimo global del problema.

Los Algoritmos Genéticos (Genetic Algorithms) fueron introducidos en 1975 por John Holland, junto a su equipo de investigación en la universidad de Michigan [41], como un algoritmo robusto de búsqueda. Más tarde, en 1989, los mismos fueron formalizados en el trabajo de Goldberg [38], popularizándose su uso debido a la versatilidad para la resolución de problemas de búsqueda, optimización y aprendizaje automático [65].

Los algoritmos genéticos se basan en el esquema genérico de un algoritmo evolutivo, introduciendo como operadores evolutivos el cruzamiento, que permite recombinar la información genética de las soluciones, y la mutación, que permite modificar la información genética de las soluciones. Estos algoritmos fueron pensados originalmente para trabajar con soluciones (cromosomas) representadas mediante cadenas binarias. A pesar de esto, con el transcurso del tiempo se han usado otras representaciones como son las permutaciones, vectores de enteros o reales, e incluso estructuras de datos complejas [11]. Los algoritmos genéticos se caracterizan por poseer una representación lineal de las soluciones, generalmente no incluyen parámetros de autoadaptación en los individuos y utilizan al cruzamiento como operador principal, dejando en segundo plano el uso de la mutación, utilizándolo como mecanismo de generación de mayor diversidad entre las soluciones.

A continuación se presenta en detalle la representación genética de los algoritmos genéticos, la función de aptitud o fitness, y los principales operadores.

3.4.1. Representación genética

Al abordar un problema específico utilizando AGs, se debe definir en primera instancia una representación genética adecuada para las posibles soluciones de dicho problema. El esquema de representación define de qué forma se corresponden los cromosomas con las soluciones al problema. Para su diseño se buscan los parámetros que identifican a las soluciones, y luego se codifican estos parámetros dentro del cromosoma.

Las posibles soluciones del problema (individuos) pueden ser representadas como un conjunto de parámetros (*genes*), los cuales agrupados forman un vector de valores conocido como *cromosoma*. Cada valor del vector se denomina *alelo*. Dicho de otra forma, un *cromosoma* es un vector en el cual se almacena toda la información genética de un individuo.

En la figura 3.2 se presentan las diferencias entre el cromosoma, gen y alelo.

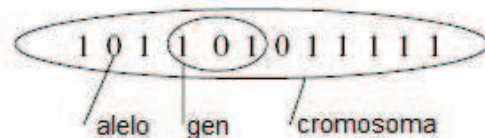


Figura 3.2: Diferencia entre cromosoma, gen y alelo

Para un individuo particular, se define como genotipo al conjunto de cromosomas que definen sus características. En los algoritmos genéticos el genotipo también se constituye por cromosomas, aunque en general se considera un único cromosoma por individuo o solución del problema. Por otra parte, el fenotipo describe el aspecto físico de un individuo, representando en términos de algoritmos genéticos un punto del espacio de soluciones del problema [74]. El proceso de decodificar el genotipo para producir el fenotipo se denomina morfogénesis. En el proceso evolutivo la selección se realiza sobre el fenotipo, mientras que la reproducción recombina genotipos, por lo que la morfogénesis representa un vínculo importante entre la selección y la reproducción. La función de morfogénesis asocia a cada genotipo con su fenotipo. Esto quiere decir simplemente que cada cromosoma debe definir una única solución, pero no significa que cada solución es codificada exactamente por un cromosoma [64].

Cuando se trabaja con representación binaria, las soluciones son codificadas como una cadena de bits de una longitud dada. Debido a que históricamente los algoritmos genéticos han intentado ser universales, la codificación binaria fue vista como una representación estándar que podía ajustarse a un rango amplio de problemas. De hecho, a partir de una cadena de bits se pueden codificar enteros, reales, conjuntos o incluso representaciones más complejas. Por otro lado, los cromosomas binarios son fáciles de implementar y manipular, permitiendo que los operadores de mutación y cruzamiento puedan hacerse de manera muy sencilla. En algunas circunstancias, las cadenas de bits no son del todo apropiadas para algunos tipos de problemas [38], y es por eso que también pueden encontrarse representaciones de enteros para representar enteros, de reales para representar reales, etc., buscando determinar la codificación que mejor se ajuste al problema y le de más sentido y coherencia al algoritmo. También debe tenerse en cuenta, que una representación más compleja requiere un conjunto de operadores específicamente adaptados.

3.4.2. Función de aptitud o fitness

La función de fitness cuantifica la aptitud de cada cromosoma como solución al problema, y determina su probabilidad de ser seleccionado para la fase de reproducción y poder pasar parte de su material genético a la siguiente generación. Esta función es la que ejerce presión sobre la población para que evolucione hacia cromosomas más aptos, por lo que esta función es fundamental para el funcionamiento del algoritmo. Como el proceso de evolución tiende a retener el material genético de los cromosomas con valores altos de aptitud, una elección apropiada de la función de fitness brindará una mayor probabilidad de retener características de soluciones cercanas a la óptima.

3.4.3. Operadores

Los algoritmos genéticos utilizan como principales operadores a la selección, el cruzamiento y la mutación.

Tanto la mutación como el cruzamiento son operadores que se aplican en base a una probabilidad que depende del operador. Generalmente la tasa de aplicación del operador de cruzamiento es elevada en un algoritmo genético (entre 0,5 y 0,9), mientras que la tasa de aplicación del operador de mutación es muy baja (típicamente $1/l$, siendo l el largo del cromosoma) [64].

Selección

A la hora de implementar un algoritmo genético se pueden utilizar distintas técnicas para seleccionar individuos. El proceso de selección debe permitir elegir cromosomas de los mejores adaptados de la población de acuerdo a la función de fitness. La posibilidad que un individuo tiene de ser seleccionado es proporcional a su fitness. La presión selectiva se define como el grado en el cual los mejores individuos son favorecidos. Esta presión selectiva conduce a que el algoritmo genético mejore la aptitud de la población sobre las sucesivas generaciones [57].

A continuación se describen algunos de los mecanismos más comunes de selección.

- Selección proporcional: La selección proporcional escoge a los individuos basada en sus valores de aptitud relativos a la aptitud de los otros individuos en la población.
- Selección basada en el ranking: La selección basada en el ranking elige a los individuos por la posición relativa de los individuos en un ranking de aptitud de la población, de manera tal que la presión selectiva es independiente de la distribución de aptitud de dicha población.
- Selección por ruleta: En la selección por ruleta, a cada individuo se le asigna un segmento de la ruleta cuyo tamaño es proporcional a su valor de fitness. La suma de las longitudes de los segmentos debe ser igual a 1. El proceso de esta selección consiste en generar un número al azar entre 0 y 1, y el individuo cuyo segmento comprende el número generado es seleccionado para la reproducción. El procedimiento se repite hasta que se obtiene el número deseado de individuos.

- Selección por torneo: La selección por torneo, basada en el ranking, constituye un esquema alternativo, en el cual se hace competir a los cromosomas en grupos de k miembros elegidos al azar en un torneo del que resultarán ganadores aquellos que tengan valores de aptitud más altos. Eligiendo a los mejores miembros de un torneo se produce una presión selectiva relativamente fuerte, por lo tanto se elige generalmente al mejor con una probabilidad p . La selección por torneo tal como fue descrita no se ve afectada por los valores absolutos de fitness, y en efecto depende solo del rango (posición) de una solución cualquiera en la población.

Cruzamiento

El cruzamiento es un proceso que consiste en tomar dos soluciones padres y producir un hijo a partir de ellas. Uno de los operadores de cruzamiento más comúnmente usado es el que cruza N -puntos. El mismo toma dos cromosomas y los corta en $N + 1$ segmentos usando N puntos de corte tomados al azar. A partir de este cruzamiento se generan 2 hijos.

En la figura 3.3 se muestra gráficamente un ejemplo de aplicación del cruzamiento de 2 puntos.

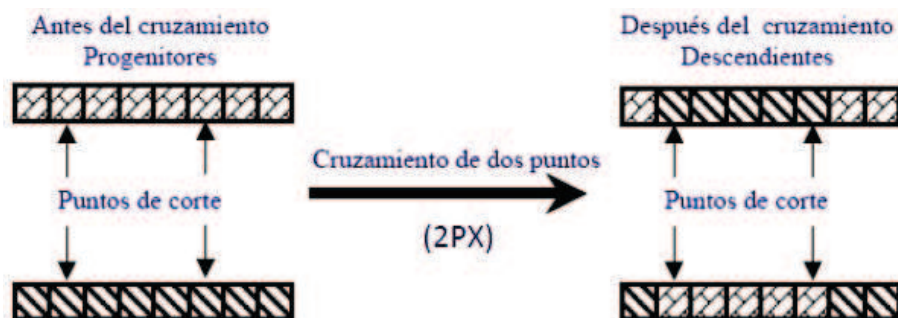


Figura 3.3: Ejemplo de cruzamiento de 2 puntos [10]

Los algoritmos genéticos, originalmente utilizaban el cruzamiento de 1 punto, el cual corta dos cromosomas en un punto tomado al azar y junta los trozos para generar los nuevos individuos [64]. Este operador fue usado por Goldberg [38] en el Algoritmo Genético Simple.

Otro mecanismo de cruzamiento es el uniforme, donde cada gen en la descendencia se crea copiando el gen correspondiente de uno de los padres, elegido de acuerdo a una máscara de cruzamiento generada al azar, la cual tiene la misma longitud de los cromosomas.

En la figura 3.4 se muestra gráficamente un ejemplo de aplicación del cruzamiento uniforme.

Mutación

La mutación es un proceso que consiste en realizar cambios aleatorios en los valores de los genes de un cromosoma. Si se asume que el cruzamiento permite explotar la información presentada en las soluciones actuales para encontrar soluciones mejores, entonces la mutación ayudaría a explorar la totalidad del espacio de búsqueda gracias a que introduce diversidad en el mecanismo evolutivo.



Figura 3.4: Ejemplo de cruceamiento uniforme [10]

Existen distintas formas de mutación para las diferentes clases de representación. Para la representación binaria, el operador de mutación comúnmente utilizado puede consistir en invertir el valor de cada gen con una probabilidad pequeña.

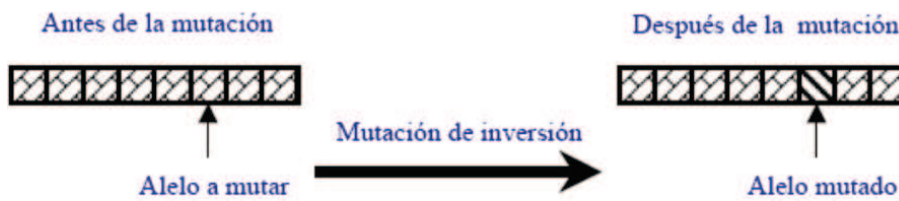


Figura 3.5: Mutación de inversión de bit [10]

3.5. Conclusiones

En el presente capítulo se han introducido los conceptos básicos de las técnicas computacionales que se usarán en esta tesis. En primer lugar, se discutieron las diferencias existentes entre los métodos exactos y las metaheurísticas. Asimismo, se han introducido nociones elementales de los Algoritmos Evolutivos y de los Algoritmos Genéticos, describiendo para estos últimos su representación, la función de fitness y algunos de los operadores más comúnmente utilizados.

Capítulo 4

Problema de Asignación de Recursos Alimenticios al Rodeo Lechero

En este capítulo se presenta la descripción del problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero.

La cantidad de leche que producen las vacas depende, entre otras cosas, de las características de la vaca y del tipo y cantidad de alimento que consumen. A partir de las características de las vacas y los distintos tipos de alimentos con los que cuenta el tambo, es necesario determinar cómo hacer una buena asignación de los alimentos entre todas las vacas para maximizar la producción de leche del rodeo.

En este capítulo se hace una introducción del problema a abordar junto a una descripción del modelo de producción de leche utilizado. A su vez, se presentan formulaciones matemáticas para distintas aproximaciones al problema de asignación de recursos alimenticios. Por otra parte, se presentan trabajos relacionados a problemas de asignación como a la aplicación de la investigación de operaciones en la actividad agropecuaria. Finalmente se describe una posible aproximación al problema planteado mediante algoritmos evolutivos que se estudia en este trabajo.

4.1. Introducción

Como se ha mencionado anteriormente en el capítulo 2, los sistemas de producción de leche en Uruguay son definidos como Sistemas de Base Pastoril con Suplementación [58]. En estos sistemas la estructura de oferta de alimento está constituida por el forraje que es cosechado directamente por las vacas, el forraje conservado y concentrados. La oferta de alimentos es variable, dependiendo directamente de las pasturas y forrajes conservados disponibles en cada momento. Los concentrados, componente restante de la oferta de alimentos, pueden ser adquiridos fácilmente en el mercado, y por lo tanto son los únicos alimentos que serán considerados como un recurso infinito. La única limitante que tienen son los altos costos en comparación a los forrajes, propiedad que será tenida en cuenta.

Otro componente relevante de los sistemas pastoriles de producción de leche es la estructura

de la demanda de alimentos. La demanda de alimentos en un momento dado queda definida por la cantidad de animales en ordeño y sus características, destacándose su potencial de producción de leche (*produccionPotencial*), y por tanto su potencial de consumo de alimentos. Adicionalmente, en Uruguay las vacas son ordeñadas dos veces al día lo que implica el traslado de los animales desde el lugar donde se encuentren al momento de la realización del ordeño hasta la sala de extracción de leche, y el movimiento posterior desde allí hasta su nueva zona de alimentación. Este nuevo destino (o zona de campo) puede ser el mismo potrero pero en un lugar diferente, un potrero diferente y/o a un lugar cercano al tambo donde recibirán alguno de los suplementos descritos.

Diariamente quien opera los sistemas lecheros debe tomar decisiones sobre como asignar recursos alimenticios (finitos e infinitos) a una demanda rígida representada por el rodeo lechero. En otras palabras, los encargados de los sistemas lecheros deben formar grupos de vacas y trasladar cada grupo a una zona de campo para llevar a cabo la alimentación correspondiente. Hasta el momento esta asignación diaria de recursos se realiza en forma intuitiva siguiendo algunas reglas de manejo con base en la eco-fisiología animal y en ciertos casos en base a tradiciones. En los últimos años este proceso de asignación de recursos se ha complejizado como consecuencia de la intensificación de los sistemas lecheros [58]. Las principales características de esta intensificación son el incremento en el número de animales por explotación, la mayor producción de leche por animal, la mayor mecanización del proceso de alimentación y la mayor inversión en infraestructura. El incremento en el número de animales en los tambos conlleva la necesidad de fragmentar el rodeo en grupos pequeños para facilitar, entre otras cosas, su alimentación y ordeño, aunque naturalmente también complejiza el proceso de asignación de recursos alimenticios. Por otra parte, la búsqueda de una mayor producción de leche por animal implica una utilización más intensiva de concentrados y forrajes conservados. Ambas fuentes de alimentos son más costosas que el forraje cosechado directamente, lo que obliga a utilizarlos con muy buena eficiencia para que la relación costo-beneficio sea buena. La posibilidad de contar con una mayor mecanización en el proceso de alimentación provoca que una proporción más amplia de los suplementos se ofrezca fuera de la sala de ordeño en forma mecanizada a través de la utilización de *Mixers* (vagones con capacidad de mezclado) que pueden distribuir mezclas específicas de alimentos a los diferentes grupos de animales. Por último, el aumento de inversión en infraestructura, particularmente en playas de alimentación, permite que en la actualidad una opción sea no enviar los animales a pastorear y mantenerlos en torno al área de ordeño alimentados con forrajes conservados y suplementos, mezclados y distribuidos mecánicamente.

El objetivo principal de este trabajo es aplicar un modelo que permita asignar recursos alimenticios sobre una base racional y no intuitiva como se hace en el presente. A partir de las condiciones anteriormente descritas y las ecuaciones de predicción del NRC 2001 [18], es posible formular el problema de asignación de recursos alimenticios como un problema de optimización combinatoria. Las ecuaciones de predicción del NRC 2001 son un modelo determinístico que permite predecir la producción de leche y las necesidades alimenticias de un animal a partir de sus características particulares. Específicamente, se utilizaron las ecuaciones necesarias para estimar la producción de leche a partir de las características del rodeo y el alimento asignado a cada vaca. El modelo que se elabora en este trabajo permite agrupar y trasladar ganado a un conjunto de zonas conocidas de campo (potreros y/o playas de alimentación ubicadas en el establo). A partir de la actividad de cada potrero o del tipo de alimento ofrecido en las playas, y dependiendo de las diferentes condiciones que presenta cada animal para producir leche, se busca una asignación de recursos que maximice la producción de leche total (minimizando los costos asociados). Resulta fundamental resolver dichos traslados o distribuciones para una cierta cantidad de días, evitando de esta forma tener que hacer consultas diarias. Considerando esto y que las vacas son ordeñadas dos veces por día, la solución debe brindar un esquema que

represente qué distribución de animales hay que realizar para cada día y cada ordeño.

4.2. Modelo de Producción de Leche

El modelo de producción de leche queda definido por la oferta y demanda de alimentos. La oferta de alimentos está compuesta por pasturas, forraje conservado y concentrados. Las pasturas se definen como actividades de los potreros, cuyos atributos principales son la distancia a la sala de ordeño y los tipos de pasturas (diferenciados principalmente por la cantidad de forraje disponible, su densidad energética y costo asociado). Es importante aclarar que en este trabajo se aplicó la versión más simple del modelo de producción de leche, en el que la pastura disponible se considera como un recurso finito, pudiendo ser utilizada una única vez, y que “el uso” de la misma como resultado de la propuesta de asignación de recursos seleccionada no tendrá consecuencias para el crecimiento posterior de la misma (lo que sería un costo asociado a la decisión tomada). En cuanto al forraje conservado, existen distintos tipos que se diferencian por su densidad energética, disponibilidad y costos. Los concentrados, al igual que el forraje conservado, se distingue por la densidad energética y costos, pero en este caso no se tendrá en cuenta la cantidad disponible ya que estos pueden conseguirse prácticamente en forma ilimitada en el mercado alimenticio, y por lo tanto este recurso puede considerarse como infinito.

La demanda de alimentos queda determinada por la descripción de cada vaca i , siendo $i=1..M$ (con M la cantidad de vacas consideradas). Cada i se corresponde con una identificación asignada arbitrariamente para cada vaca del rodeo. La descripción de cada vaca queda definido por su peso vivo pv (500 a 600 kilogramos), potencial genético pg (5500 a 9000 litros leche en 305 días), días (dl) o semanas (sl) de lactancia, número de lactancia (nl) y porcentaje de contenido de sólidos en leche (el porcentaje de grasa en la leche, g , y el porcentaje de proteína en la leche, p). En este trabajo se usa el modelo a partir de distintos valores para el peso vivo y el potencial genético, quedando el resto de los parámetros fijos en $dl = 140$ días, $sl = 20$ semanas, $nl = 1..5$ (algún valor entre 1 y 5), $g = 3,6\%$ y $p = 3,1\%$.

El cálculo de la producción de leche real (*produccion*) de una vaca i en un momento determinado se obtiene a partir de las ecuaciones del modelo NRC 2001 [18]. Para realizar dicho cálculo se debe conocer la cantidad de energía con la que cuenta el animal y su equivalente en litros de leche. La cantidad de energía disponible (ed) es calculada como la cantidad de energía adquirida a través de los alimentos (ea) menos los requerimientos energéticos ($reqEn$), como se muestra en la Ecuación 4.1. La energía adquirida se puede calcular como la cantidad de kilogramos de MS consumidos por el animal (w) multiplicados por el valor energético (cal) que brinda el alimento en cuestión, como se muestra en la Ecuación 4.2.

$$ed = ea - reqEn \quad (4.1)$$

$$ea = w \times cal \quad (4.2)$$

Es importante tener en cuenta que se puede calcular, para cada tipo de animal, el consumo máximo (o consumo potencial) de alimento en kg de Materia Seca (MS) por día (consPot). Si un animal consume más que su consumo potencial, dicho alimento no le brindará más energía y por lo tanto no podrá verse reflejado en una mayor producción de leche. Este consumo potencial es el parámetro que se utiliza para limitar el consumo máximo de cada animal. En este caso, no

se permite una solución en la que una vaca consuma más kg de MS que el *consPot*. El cálculo para dicho consumo se muestra en la Ecuación 4.3.

$$consPot = (0,372 \times produccionPotencial + 0,0968 \times pv^{0,75}) \times (1 - e^{-0,192 \times (sl+3,67)}) \quad (4.3)$$

También es importante considerar que cada zona de campo tiene una actividad alimenticia específica, por lo tanto, el valor energético que adquiere cada vaca es obtenido a partir de la actividad existente en la zona en cuestión.

Por otro lado, los requerimientos energéticos (*reqEn*) son la suma del requerimiento basal (*reqB*) y del que corresponde a los traslados (*reqTras*), como se muestra en la Ecuación 4.4. El requerimiento basal es el “costo” energético que necesita cada animal para mantenerse vivo. Este requerimiento depende directamente del peso vivo de la vaca *pv*, y su formulación se muestra en la Ecuación 4.5. Por otra parte, el requerimiento de traslados es el costo energético que provoca trasladarse desde el potrero a la sala de ordeño y desde dicha sala a su próximo destino, su fórmula se presenta en la Ecuación 4.6. Este requerimiento depende directamente de la distancia que debe recorrer la vaca y de su peso vivo. En caso que el animal se encuentre en una playa de alimentación, se considera que el requerimiento de traslado es nulo.

$$reqEn = reqB + reqTras \quad (4.4)$$

$$reqB = 0,08 \times pv^{0,75} \quad (4.5)$$

$$reqTras = DistanciaenKm \times NroViajes \times 0,00045 \times pv \quad (4.6)$$

Los litros de leche producidos se calculan a partir de dividir la energía disponible entre la energía equivalente por litro (*ENl*), como se muestra en las Ecuaciones 4.7 y 4.8.

$$ENl = 0,0929 \times g + 0,0547 \times p + 0,192 \quad (4.7)$$

$$produccion = \frac{ed}{ENl} \quad (4.8)$$

Algunas restricciones que no fueron consideradas en la formulación planteada para el modelo de producción de leche son el efecto del consumo de la pastura en su posterior crecimiento (lo que sería un costo asociado a la decisión tomada), y el balance de energía en el cuerpo (se considera balance cero, de lo contrario se debería agregar funciones para la ganancia o pérdida de peso vivo). Estas restricciones pueden tenerse en cuenta en un trabajo futuro.

4.3. Formulación del problema de asignación de recursos

Como se mencionó anteriormente en la sección 4.1, el problema que se quiere abordar en este trabajo consiste en maximizar la producción de leche total a partir de la demanda y oferta de alimentos. Para esto es necesario encontrar la mejor asignación de recursos posible teniendo en cuenta la cantidad de vacas con las que se cuenta y las características particulares de los

animales. La asignación de recursos puede verse como la distribución del ganado lechero a las zonas del campo, lo que implica definir a dónde deberá trasladarse cada vaca para alimentarse con la actividad existente en la zona correspondiente (potrero y/o playa de alimentación).

Para conocer la mejor distribución del ganado es necesario conocer la cantidad de leche que se obtiene en cada distribución. La producción de leche total que se obtiene de una distribución es calculada como la suma de la producción de leche que proporciona cada vaca del rodeo. A partir de esto el problema queda definido por dos partes bien diferenciadas, el modelo que se debe elaborar para la distribución de ganado (o modelo de asignación de recursos), y un modelo de producción de leche. Como modelo de producción de leche utilizaremos el definido por las ecuaciones de predicción reportadas en NRC 2001 [18] y presentadas en la sección 4.2.

A continuación se presentan cinco distintas formulaciones que permiten modelar el problema planteado.

Formulación Básica Individual con un ordeño

Una primera aproximación al problema es considerar la distribución y el traslado del ganado para un único ordeño. En esta primera aproximación, cada vaca puede ser asignada independientemente a una zona del campo. Teniendo en cuenta que la aplicación del modelo para una única instancia de ordeño busca maximizar la producción de leche real para todas las vacas sujeto a la disponibilidad de recursos alimenticios, es posible derivar la formulación matemática que se presenta en las Ecuaciones 4.9a a 4.9h. Cada animal tiene asociado un consumo máximo de alimento en kg de materia seca (MS), al que se llama consumo potencial (*consPot*). Este consumo potencial es el parámetro que se utiliza para limitar el consumo máximo de cada animal. Para este problema, no se permite una solución en la que una vaca consuma más kg de MS que el *consPot*. A su vez, la función *producción* (tomada del modelo NRC 2001 y presentada en la sección 4.2, Ecuación 4.8) debe ser instanciada con los parámetros correspondientes a cada animal. En esta primera aproximación, llamada Formulación Básica Individual con un ordeño, presentada en 4.9, se asume que el rodeo considerado tiene características similares.

$$\max \frac{\sum_z (w_z \times cal_z - y_z \times (reqB + reqTras_z))}{ENI} \quad (4.9a)$$

sa :

$$y_z = \sum_i x_{iz} \quad \forall z \in Z \quad (4.9b)$$

$$\sum_z x_{iz} = 1 \quad \forall i \in V \quad (4.9c)$$

$$w_z \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (4.9d)$$

$$w_z \leq y_z \times consPot \quad \forall z \in Z \quad (4.9e)$$

$$x_{iz} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, \forall z \in Z \quad (4.9f)$$

$$y_z \in \mathbb{N} \quad \forall z \in Z \quad (4.9g)$$

$$w_z \in \mathbb{R} \quad \forall z \in Z \quad (4.9h)$$

En este modelo se presenta un conjunto de vacas V , las cuales serán asignadas a las zonas destinadas para el rodeo, que conforman el conjunto Z . Cada vaca del rodeo, perteneciente al

conjunto V , está representada por el índice i , mientras que cada zona perteneciente al conjunto Z queda representada por el índice z . Se utiliza la variable binaria x_{iz} que indica la presencia o ausencia de la vaca i en la zona z , una variable y_z para determinar la cantidad de vacas asignadas a la zona z , y por último la variable w_z que indica el consumo total de MS existente en la zona z . Es importante aclarar que en este modelo se asume que la asignación de recursos alimenticios para las vacas asignadas a una misma zona de campo es uniforme, y es por este motivo que interesa conocer la MS consumida en toda la zona y no la MS consumida por cada vaca.

La función objetivo de esta aproximación (correspondiente a la maximización de *producción* de leche) se deriva del alimento, y por ende energía, resultante en cada zona z (energía adquirida menos requerimientos energéticos). La Ecuación 4.9b se utiliza para determinar la cantidad de vacas existente en cada zona, mientras que la restricción impuesta en la Ecuación 4.9c obliga a que cada vaca se encuentre en una zona. Por último, la restricción correspondiente a las Ecuaciones 4.9d y 4.9e se corresponde con la restricción en la asignación de recursos alimenticios al rodeo. Por un lado, la Ecuación 4.9e limita que el consumo real de las vacas no supere al consumo potencial, mientras que la Ecuación 4.9d asegura que el alimento asignado en cada zona no supere los recursos existentes.

Formulación Básica Individual con varios ordeños

Una aproximación más realista al problema debe considerar dos ordeños diarios durante varios días. Para ello se debe cambiar las variables de decisión de manera de poder representar la asignación de zona y consumo de cada vaca para cada ordeño ($2 \times cantDias$). Para esto se agrega el índice o , perteneciente al conjunto O (con $O=1,2,\dots,2 \times cantDias$), que permite identificar cada ordeño y se modifican las variables del modelo anterior para que se consideren estos ordeños. La formulación matemática resultante, llamada Formulación Básica Individual con varios ordeños, se presenta en las Ecuaciones 4.10a a 4.10h.

$$max \frac{\sum_o \sum_z (w_{oz} \times cal_z - y_{oz} \times (reqB + reqTras_z))}{ENI} \quad (4.10a)$$

sa :

$$\sum_i x_{oiz} = y_{oz} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.10b)$$

$$\sum_z x_{oiz} = 1 \quad \forall o \in O, \forall i \in V \quad (4.10c)$$

$$\sum_o w_{oz} \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (4.10d)$$

$$w_{oz} \leq y_{oz} \times consPot \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.10e)$$

$$x_{iz} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, \forall z \in Z \quad (4.10f)$$

$$y_{oz} \in \mathbb{N} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.10g)$$

$$w_{oz} \in \mathbb{R} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.10h)$$

Se puede apreciar que esta aproximación más realista del problema no altera demasiado la formulación anterior. La función objetivo en este caso es similar a la previamente definida, salvo que se busca maximizar la producción de leche considerando varios ordeños (2 por día). A su vez se puede observar que las restricciones presentadas por las Ecuaciones 4.10b, 4.10c, 4.10d y 4.10e se corresponden con las Ecuaciones 4.9b, 4.9c, 4.9d y 4.9e, respectivamente.

Formulación Básica Grupal

Una aproximación que se supone más eficiente es, para cada ordeño, considerar el agrupamiento de vacas y su posterior distribución en las zonas de campo. De esta forma se dejaría de considerar cada vaca en forma individual. La formulación resultante, llamada Formulación Básica Grupal, se presenta en las Ecuaciones 4.11a a 4.11f.

$$\max \frac{\sum_o \sum_z (w_{oz} \times cal_z - y_{oz} \times (reqB + reqTras_z))}{ENI} \quad (4.11a)$$

sa :

$$\sum_z y_{oz} = M \quad \forall o \in O \quad (4.11b)$$

$$\sum_o w_{oz} \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (4.11c)$$

$$w_{oz} \leq y_{oz} \times consPot \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.11d)$$

$$y_{oz} \in \mathbb{N} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.11e)$$

$$w_{oz} \in \mathbb{R} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.11f)$$

Para este caso, al no considerar cada vaca en forma individual, se deja de usar la variable x_{oiz} . Las restricciones correspondientes al consumo real se mantienen inalteradas (Ecuaciones 4.11c y 4.11d), pero se agrega una nueva restricción para satisfacer que en cada ordeño el total de vacas sea igual a M, cantidad de vacas pertenecientes al conjunto V ($|V|=M$). En el modelo anterior esto no era necesario ya que a cada vaca se le asignaba una zona, y de esta forma se aseguraba trabajar con el total de vacas.

Formulación Económica Grupal

Las formulaciones planteadas hasta el momento no tuvieron en cuenta algunos aspectos como el costo económico de los alimentos y el costo del litro de leche. Considerando que el interés de los productores consiste en aumentar las ganancias económicas, surgió la necesidad de contemplar un nuevo enfoque. Utilizando como base la formulación anterior, y modificando la función objetivo, es posible tener una nueva formulación que permita tomar decisiones en base a resultados económicos, es decir maximizando las ganancias económicas del productor. Para esto, la nueva función objetivo debe considerar las ganancias que se obtienen por cada litro de leche producido (a partir del precio de la leche, cL) y el costo económico que implica cada kilogramo de materia seca de una determinada zona de campo (cMS_z). La formulación resultante, llamada Formulación Económica Grupal, se presenta en las Ecuaciones 4.12a a 4.12f. Notar que en esta formulación se mantienen las mismas restricciones que las consideradas en 4.11.

$$\max \sum_o \sum_z \frac{(w_{oz} \times cal_z - y_{oz} \times (reqB + reqTras_z))}{ENI} \times cL - w_{oz} \times cMS_z \quad (4.12a)$$

sa :

$$\sum_z y_{oz} = M \quad \forall o \in O \quad (4.12b)$$

$$\sum_o w_{oz} \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (4.12c)$$

$$w_{oz} \leq y_{oz} \times consPot \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.12d)$$

$$y_{oz} \in \mathbb{N} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.12e)$$

$$w_{oz} \in \mathbb{R} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z \quad (4.12f)$$

Formulación Heterogénea Grupal

Finalmente, y retomando el enfoque de maximización de producción de leche, se buscó incorporar un modelo más realista que permita considerar un rodeo heterogéneo, para el cual se realice el agrupamiento de vacas de características similares (mismo consumo potencial, peso similar, etc.) y su posterior distribución en las zonas del campo. La formulación resultante para este nuevo enfoque, llamada Formulación Heterogénea Grupal, se presenta en las Ecuaciones 4.13a a 4.13f. Para poder incorporar el manejo de distintos tipos de vacas fue necesario considerar el conjunto de tipo de vacas T y trabajar con un nuevo índice t que los identifique. Esta nueva formulación requirió el cambio de las variables de decisión para que estas consideren los distintos tipos de vacas.

$$\max \frac{\sum_o \sum_z \sum_t (w_{ozt} \times cal_z - y_{ozt} \times (reqB_t + reqTras_{zt}))}{ENI} \quad (4.13a)$$

sa :

$$\sum_z y_{ozt} = M_t \quad \forall o \in O, \forall t \in T \quad (4.13b)$$

$$\sum_o \sum_t w_{ozt} \leq Alimento_z \quad \forall z \in Z \quad (4.13c)$$

$$w_{ozt} \leq y_{ozt} \times consPot_t \quad \forall o \in O, \forall z \in Z, \forall t \in T \quad (4.13d)$$

$$y_{ozt} \in \mathbb{N} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z, \forall t \in T \quad (4.13e)$$

$$w_{ozt} \in \mathbb{R} \quad \forall o \in O, \forall z \in Z, \forall t \in T \quad (4.13f)$$

La función objetivo de este nuevo enfoque debe distinguir la producción de leche obtenida por cada vaca según sus características. Para esto es necesario diferenciar la energía adquirida para cada tipo de vaca según la MS consumida, y también distinguir los requerimientos basales y de traslados. Una vez que se adaptan las variables de decisión y se definen cuántas vacas hay de cada tipo, las restricciones quedan inalteradas con respecto a la formulación anterior.

4.3.1. Resumen

En esta sección se presentaron distintas formulaciones para modelar el problema de asignación de recursos que representan distintas realidades: rodeo de similares características manejado de forma individual, rodeo de similares características manejado de forma grupal, rodeo de similares características manejado de forma grupal (considerando la maximización de las ganancias económicas en vez de la producción de leche), y rodeo de características distintas (heterogéneo) manejado de forma grupal. En dichas formulaciones, tanto la función objetivo como las restricciones son lineales en las variables. A su vez, como puede observarse, algunas de las variables son enteras y otras reales, resultando este un problema lineal mixto. Debido a lo anterior, no se puede garantizar que la solución de este problema se determine en tiempo polinomial.

4.4. Trabajos Relacionados

En esta sección se presentan distintos trabajos que tienen relación con el problema abordado. La estructura de la sección es la siguiente. En primer lugar se presentan los modelos clásicos

de asignación, mostrándose la formulación correspondiente para los casos más relevantes. Posteriormente, se realiza una breve reseña sobre la utilización de técnicas de investigación operativa aplicados a problemas agropecuarios.

4.4.1. Problemas de Asignación

Los problemas de asignación se enfrentan a la pregunta de cómo asignar n elementos a otros n elementos. Matemáticamente existen diferentes maneras de describir una asignación. Una de ellas es a través de la existencia de una función biyectiva entre dos conjuntos finitos U y V de elementos. A partir de la identificación de los conjuntos U y V es posible obtener una representación de la asignación mediante una permutación [6].

A modo de ejemplo, una permutación φ puede escribirse como se muestra en la Figura 4.1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \varphi(1) & \varphi(2) & \dots & \varphi(n) \end{pmatrix}$$

Figura 4.1: Asignación a través de una permutación φ de n elementos

Otra forma de describir asignaciones son los grafos bipartitos. En un grafo $G = (U, V; E)$ de conjuntos U y V de vértices disjuntos, el conjunto de aristas E es llamado bipartito si todas las aristas conectan los vértices de U con los de V y no hay aristas que tengan ambos extremos en U o en V . Además, si las cantidades de elementos en los conjuntos son iguales, y las aristas están conectadas con vértices, se dice que existe una coincidencia perfecta. Las asignaciones pueden representarse como una coincidencia perfecta [6].

En la Figura 4.2 se muestra una representación gráfica de una asignación a través de un grafo bipartito.

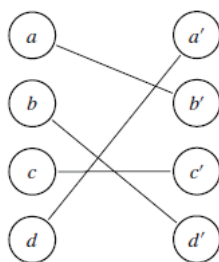


Figura 4.2: Asignación a través de un grafo bipartito

Problema de Asignación Lineal

Además de los problemas que tratan de contestar la pregunta sobre la existencia de una asignación, existen problemas para los cuales pueden existir muchas asignaciones, y en estos casos el problema consiste en encontrar la mejor asignación de todas. Para poder encontrar la mejor asignación, es necesario definir, entre otras cosas, la función objetivo del problema y

las restricciones asociadas. Este tipo de problemas se definen como problemas de optimización combinatoria.

A continuación se presenta, a modo de ejemplo, una formulación genérica y sencilla para ilustrar los distintos conceptos involucrados en estos problemas.

$$\max f(x_1, x_2) \quad (4.14a)$$

sa :

$$h(x_1, x_2) \leq 0 \quad (4.14b)$$

$$x_1 \geq 0 \quad (4.14c)$$

$$x_2 \geq 0 \quad (4.14d)$$

$$x_1 \in \mathbb{R} \quad (4.14e)$$

$$x_2 \in \mathbb{R} \quad (4.14f)$$

En este ejemplo se está realizando la maximización de una función de variables reales sujeta a un número de restricciones, aunque estas últimas no siempre son necesarias. La función f es la *función objetivo*, la cual queda definida a partir de las variables de decisión x_1 y x_2 .

El problema consiste en encontrar los valores para x_1 y x_2 que maximicen la *función objetivo* y que cumplan con las restricciones 4.14b, 4.14c y 4.14d. Si esto se logra, se dice que la solución encontrada es una *solución óptima*.

Particularmente, la formulación del problema de asignación lineal se presenta en las Ecuaciones 4.15a a 4.15d.

$$\max \sum c_{ij}x_{ij} \quad (4.15a)$$

sa :

$$\sum_{j=1} x_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (4.15b)$$

$$\sum_{i=1} x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (4.15c)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (4.15d)$$

Para resolver este y otros problemas de optimización combinatoria pueden aplicarse distintas metodologías, algunas de las más destacadas y utilizadas son la Programación Lineal y el Algoritmo Húngaro.

Programación Lineal: La gran ventaja del modelo de la programación lineal es que se trata de una estructura general que puede servir para representar de manera apropiada aplicaciones de campos muy diversos que pueden ser resueltos mediante métodos relativamente sencillos y fácilmente programables. A su vez, es considerada una de las técnicas más importantes debido a que permite resolver problemas muy grandes en poco tiempo de cálculo y con bajo consumo de recursos computacionales [43].

Los problemas que resuelve la programación lineal tienen una función objetivo lineal y restricciones lineales. A continuación se presenta una posible formulación a partir de las Ecuaciones 4.16a a 4.16d.

$$\min \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4.16a)$$

sa :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = 1, \dots, k \quad (4.16b)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = k + 1, \dots, m \quad (4.16c)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, l \quad (4.16d)$$

El método predominante para la resolución de problemas de programación lineal es el método simplex.

Algoritmo Húngaro: Una de las técnicas más utilizadas para resolver problemas de asignación es el método húngaro. Este es un método de optimización de problemas de asignación, conocido como tal gracias a que los primeros aportes al método clásico fueron de dos matemáticos húngaros, Dénes König y Jenő Egerváry. El algoritmo consiste en modelar un problema de asignación como una matriz de costos $n \times m$, y utiliza la propiedad de reducción de matrices para reducir la matriz original de costo, hasta que los costos asociados con la asignación óptima sean cero y todos los otros costos sean no negativos.

Problema de Asignación Cuadrática (QAP)

El problema de asignación cuadrática, o QAP por su sigla en inglés (Quadratic Assignment Problem), es un problema clásico dentro de la optimización combinatoria. El mismo consiste en determinar la mejor forma de asignar n elementos distintos de un conjunto en otros n elementos distintos de otro conjunto de forma óptima. La diferencia con los problemas de asignación lineal es que la función objetivo es cuadrática.

Un ejemplo concreto de este tipo de problemas es el de ubicar n edificios (fábricas, escuelas, etc.) en n ubicaciones diferentes. Para este problema se consideran tres matrices iniciales de tamaño $n \times n$, $A = (a_{i_1 i_2})$, $B = (b_{j_1 j_2})$ y $C = (c_{i_1 j_1})$, donde $a_{i_1 i_2}$ es el flujo que circula entre el edificio i_1 y el edificio i_2 , $b_{j_1 j_2}$ es la distancia entre la ubicación j_1 y la ubicación j_2 , y $c_{i_1 j_1}$ es el costo de ubicar el edificio i_1 en la ubicación j_1 . Se asume que el costo total está dado por el flujo existente entre los edificios multiplicado por la distancia entre ellos y por el costo de ubicar un edificio en un determinado lugar. El objetivo es asignar cada edificio en una ubicación de modo que el costo total sea minimizado [6]. Este problema se puede modelar con las Ecuaciones 4.17a

a 4.17d.

$$\min \sum_{i_1} \sum_{i_2} \sum_{j_1} \sum_{j_2} a_{i_1 i_2} b_{j_1 j_2} x_{i_1 j_1} x_{i_2 j_2} + \sum_{i_1} \sum_{j_1} c_{i_1 j_1} x_{i_1 j_1} \quad (4.17a)$$

$$\sum_{j_1=1}^n x_{i_1 j_1} = 1 \quad \forall i_1 \quad (4.17b)$$

$$\sum_{i_1=1}^n x_{i_1 j_1} = 1 \quad \forall j_1 \quad (4.17c)$$

$$x_{i_1 j_1} \in \{0, 1\} \quad \forall i_1, j_1 \quad (4.17d)$$

Los problemas de asignación cuadrática son difíciles de resolver. La dificultad inherente para resolver el QAP se refleja en su complejidad computacional. En 1976 se demostró que el problema QAP es NP-difícil y por lo tanto no se puede resolver en tiempo polinomial [75].

Problema de Asignación Generalizado

La toma de decisiones sobre la asignación de recursos suele involucrar la resolución de problemas altamente complejos y que requieren modelos y métodos sofisticados para su solución e implementación. En particular, el problema de asignación generalizada es un modelo muy utilizado para gestionar la asignación de recursos. El mismo consiste en encontrar una adecuada asignación de n tareas a ser procesadas por m máquinas disponibles. Cada máquina tiene una determinada capacidad, y el tiempo de procesamiento de cada tarea depende de la máquina asignada para esa tarea. A su vez, cada tarea debe ser asignada a una única máquina, y el objetivo es minimizar el costo total de procesamiento evitando que las máquinas excedan su capacidad disponible [72]. Este problema puede ser formulado como un problema de programación lineal entera como se presenta en las Ecuaciones 4.18a a 4.18d,

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (4.18a)$$

sa :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \quad (4.18b)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.18c)$$

$$x_{ij} \in 0, 1 \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (4.18d)$$

siendo los coeficientes de costos de cada tarea c_{ij} , los coeficientes de requerimientos de recursos de cada tarea a_{ij} , y la capacidad máxima de cada máquina b_i , todos no negativos.

Problemas de interés práctico

Uno de los problemas más estudiados es el Problema de Ruteo de Vehículos, o VRP por su sigla en inglés (Vehicle Routing Problem). En este problema se busca determinar rutas óptimas para una flota de vehículos establecida en uno o más depósitos, los cuales deben brindar servicio a un conjunto de clientes, de tal manera que cada vehículo empiece y termine su viaje en el

depósito y que cada cliente sea visitado por exactamente un vehículo. Existe una gran variedad de problemas de ruteo que son modelados de acuerdo a las características que estos tomen de la vida real, pero una de las técnicas más utilizadas para resolverlo es la Programación Lineal.

Por otra parte, otro problema de interés práctico y teórico es el Problema del Vendedor Viajero, o TSP por su sigla en inglés (Travelling Salesman Problem). En este problema, a partir de n ciudades, y siendo conocida la distancia entre las distintas ciudades, se busca determinar la forma de recorrer todas las ciudades sin pasar dos veces por el mismo lugar, volviendo a la ciudad de partida, minimizando el camino total recorrido. Para su resolución, este problema puede ser modelado como un problema de asignación cuadrática.

Uno de los primeros problemas de optimización fue el Problema de la Dieta (The Diet Problem). El mismo surge en los años 1930 y 1940 y fue motivado por el ejército que pretendía reducir al mínimo el costo de la alimentación sin dejar de ofrecer una dieta saludable. El objetivo del problema de la dieta consiste en seleccionar un conjunto de alimentos que satisfagan una serie de necesidades diarias de nutrición a un costo mínimo [63]. Este problema puede modelarse como un problema de asignación generalizada. La formulación del mismo consiste en definir la función objetivo de tal forma que se reduzcan al mínimo los costos alimenticios, y definir las restricciones necesarias para poder satisfacer los requerimientos nutricionales específicos. Las restricciones de este problema normalmente regulan el número de calorías y la cantidad de vitaminas, minerales, grasas, sodio, y colesterol en la dieta.

4.4.2. Investigación Operativa Aplicada a Problemas Agropecuarios

La aplicación de la investigación operativa en la agricultura es muy amplia y variada. En la publicación realizada por Weintraub y Romero en el año 2006 [81] pueden encontrarse distintos modelos. En particular, en esta sección, se realiza un pequeño reporte que presenta algunos trabajos de investigación operativa aplicada a problemas de producción animal.

Una de las primeras aplicaciones exitosa de la programación matemática en la agricultura fue realizada por Waugh [80], en la que utilizó modelos de programación lineal para determinar la combinación de menor costo para la elaboración de alimentos para animales, respetando las necesidades nutricionales. Desde ese entonces (principios de la década de 1950), muchos agricultores se han basado en la programación lineal para realizar un diseño óptimo de la dieta del ganado [81].

Posteriormente, a pesar del éxito de los modelos de programación lineal para determinar las dietas óptimas de los animales, surgió la necesidad de estudiar cómo la variación de precios de los ingredientes impactan en la elaboración del alimento (o ración) de mezcla (mix) óptimo, y cuál es la cantidad de volumen necesario de cada ingrediente. Para abordar este problema se formularon distintos modelos de múltiple criterio (por ejemplo, Rehman y Romero en 1984 [69], Neal en 1986 [61], Czyzak y Slowinski en 1990 [20], y Zhang y Roush en 2002 [84]).

Dentro de las posibilidades de alimentación que pueden ser consideradas para alimentar a las vacas, algunas especies pueden ser pastoreadas directamente, mientras que otras deben ser cosechadas mecánicamente, lo que agrega un costo adicional. En 2007, Neal, Neal y Fulkerson [62] abordaron el problema de determinar la combinación más rentable de especies forrajeras a partir de la elaboración de un modelo basado en programación lineal. En dicho trabajo también se estudia, entre otras cosas, el impacto de la utilización de criterios alternativos (como por

ejemplo maximizar el rendimiento de MS o la eficiencia del uso del agua) para beneficiarse de la elección de los forrajes y el efecto de la eliminación progresiva de las especies forrajeras más rentables entre las opciones disponibles.

Por otra parte, la programación matemática es una técnica de optimización que se ha utilizado para analizar los múltiples componentes dentro de los sistemas pastoriles. En 2008, Cartwright, Pittroff, y Oltjen [8] presentaron un libro con el objetivo de mejorar la eficiencia de las operaciones de producción de ganado. Los autores examinan los efectos de un cambio en la cría o la nutrición de la población total del rodeo y determinan el método más eficiente para la incorporación de un cambio en la cría o las prácticas nutricionales. En este trabajo se brindan modelos de simulación e incluye un análisis detallado de la producción ganadera en el contexto de la sostenibilidad ambiental.

Así mismo, en 2010, Anderson y Ridler [2] presentaron un modelo que incorpora las relaciones económicas existentes entre factores de producción para un sistema de base pastoril de 100 hectáreas. En el trabajo en cuestión, se utilizó programación lineal para optimizar el superávit de dinero, considerando algunas limitaciones como son la producción media de leche por vaca, la tasa de reposición del rebaño, la tasa de muerte de la vaca y el número máximo de lactancias por vaca.

La producción láctea también es un área donde la aplicación de técnicas de investigación operativa ha sido aprovechada. Particularmente, un análisis de las posibilidades de aumento de la eficiencia y rentabilidad de la producción lechera fue abordado en 1972 por Dean et al. [23]. En dicho trabajo, funciones de producción y modelos de programación lineal se combinaron para desarrollar un sistema informático capaz de proporcionar programas de alimentación que optimizan la alimentación de ganado lechero.

En 2001, Ridler, Rendel y Baker [70] estudiaron el problema de integrar distintos componentes individuales de un sistema de base pastoril, con el objetivo de conformar, en un marco económico, un único modelo que maximice la rentabilidad agrícola. Para resolver esto, se plantea el problema como un problema de programación lineal teniendo en cuenta algunas restricciones (como por ejemplo el crecimiento del pasto o la igualdad de condiciones para la apertura y cierre de los pastos) que presentan dichos sistemas.

A su vez, un estudio basado en sistemas pastoriles sobre el efecto de la carga animal en la producción de pastos, la producción de leche y la reproducción de las vacas lecheras fue presentado en 2008 por Macdonald et al. [55]. Con el objetivo de optimizar la carga animal para maximizar la producción de leche y la utilización de las pasturas, en dicho estudio se realizaron comparaciones lineales y cuadráticas a partir de datos de producción y calidad de las pasturas, producción leche y datos de los componentes de la leche, y datos de reproducción. Además, se utilizó una función exponencial para ajustar la producción de leche durante el período de lactancia.

Otro tipo de problema diferente a los planteados, consiste en estudiar el problema del reemplazo óptimo para las vacas lecheras. Teniendo en cuenta que la producción lechera de las vacas depende de varios factores que varían en el tiempo, este problema consiste en determinar cuál es el momento óptimo para reemplazar un animal manteniendo un cierto nivel de producción total. En el artículo de Kalantari de 2010 [44], se resuelve el problema utilizando programación dinámica. En este caso las vacas se describen usando variables de estado que representan la producción de leche, el estado reproductivo, etapa de lactancia, etc. Posteriormente, y con el objetivo de analizar los resultados obtenidos, se utilizó cadenas de Markov para estimar el rodeo lechero en un determinado período de tiempo a partir de la solución encontrada por la

programación dinámica.

Por otra parte, otros trabajos que incorporan varios procesos importantes en los sistemas pastoriles de producción de leche fueron presentados por Doole, Romera y Adler en 2012 [25] y 2013 [26]. Estos trabajos describen modelos de programación no lineal que considera, entre otras cosas, la masa residual posterior al pastoreo como variable de decisión para el productor, el crecimiento del pasto, la utilización de los pastos que varía en función del grado de concentración, y diferentes niveles de regulación de la ingesta.

De la misma forma, un estudio que busca proporcionar una descripción accesible de un modelo basado en un sistema pastoril que incorpora muchos de los procesos importantes que son fundamentales para su gestión, también fue presentado en 2013 por Doole y Romera [24]. Descripciones completas de los principales procesos biofísicos tenidos en cuenta mediante el desarrollo de detallados modelos de simulación sobre la dinámica de pastos y animales, que generan insumos que se integran dentro de un modelo de optimización no lineal. Se demuestra, a través de una aplicación empírica, las ventajas y desventajas que se obtiene de la utilización de una alta carga animal.

Investigación Operativa en la Región

A continuación se presentan trabajos regionales, que utilizan la investigación operativa para abordar problemas del área de producción animal, y que difieren de los presentados anteriormente.

Si bien es posible encontrar distintos modelos capaces de determinar las raciones de costo mínimo para el ganado, es importante diferenciar las formulaciones correspondientes a animales en condiciones de estabulación de aquellos en condiciones de pastoreo. En el trabajo presentado por Fernández y Guaita en el año 2007 [30], se desarrolló un programa de computación interactivo para formular raciones de mínimo costo para vacas lecheras, que contemplan las condiciones mencionadas, por medio de programación lineal. Si bien este trabajo contempla formulaciones para animales en estabulación o pastoreo, no lo hace en forma conjunta. A su vez, este problema está orientado a la generación de dietas de costo mínimo (considerando particularmente una amplia variedad de proteínas), y los animales no son considerados en forma grupal.

Por otro lado, uno de los problemas que enfrentan los productores de ganado bovino consiste en buscar la forma de asegurar un engorde adecuado desde las primeras etapas de crecimiento del animal, aprovechando que la eficiencia de conversión de los animales jóvenes es superior a la presentada por los adultos. En el artículo presentado por García, Rodríguez y Ruiz en 1998 [34], se presenta una metodología, basada en programación lineal, que permite establecer la ración a coste mínimo, así como el nivel de producción de máximo beneficio en el engorde o cebo del bovino de la región pampeana argentina, bajo un sistema productivo básicamente pastoril.

Otro problema muy abordado en el mundo agropecuario consiste en poder predecir la cantidad de forraje que estará a disposición para alimentar al ganado. En el año 2002, López et al. presentaron un artículo [52] en el que se aplicaron técnicas de regresión múltiple (método clásico) y redes neuronales en el marco de la predicción del rendimiento de materia seca de pastizales por medio de variables climáticas.

Conclusiones

A partir de los problemas mencionados para el sector agropecuario, se puede observar que en su mayoría se corresponden con animales en estabulación o pastoreo, pero no combinan estas situaciones. A su vez, se encontraron propuestas que tienen en cuenta la producción media de leche por vaca o aspectos biofísicos de la interacción entre los pastos y animales, pero no se encontraron trabajos que definan diferencias en el patrón de alimentación para distintos tipos de animales, o que definan soluciones a partir de la conformación de grupos de animales. También cabe destacar que, si bien hay problemas que consideran cotas de disponibilidad de alimento para el rodeo, en general se tienen en cuenta definiciones a largo plazo, a diferencia de este trabajo de Tesis donde se realiza una planificación específica. De los trabajos relevados surge que para estimar la producción de leche de cada vaca generalmente se utilizan formulaciones sencillas que suelen considerar una tasa media de producción de leche y que en algún caso permite considerar el efecto de la etapa de lactancia. En este trabajo se utiliza una formulación más compleja pero más realista desde el punto de vista agronómico que se caracteriza por considerar la “fisiología” de cada animal considerado. Dicha formulación se presentará en la sección 5.6.

Por otra parte, a partir de los problemas clásicos de asignación presentados, se puede apreciar que los mismos son en general problemas lineales. Si bien el problema que se está abordando en este trabajo también es lineal, la formulación es más amplia, ya que presenta componentes discretos (traslados de los animales a las distintas zonas de campo) y continuos (costo del producto). A su vez, en relación a los modelos clásicos previamente estudiados en la literatura, el modelo de conformación de grupos de animales presentado es distinto, y por tanto novedoso.

4.5. Resolución Mediante Algoritmos Evolutivos

La resolución de problemas de optimización al considerar instancias de gran tamaño suele imponer desafíos que no pueden ser abordados con los enfoques exactos tradicionales. En este contexto, varias metaheurísticas se han aplicado para obtener soluciones aproximadas de buena calidad en tiempos razonables. Entre ellas, los algoritmos genéticos (AG) [38] se han mostrado como métodos flexibles y robustos para la solución de los complejos problemas de optimización en forma eficiente. Por estos motivos, se tomó la decisión de incluir en el estudio experimental este tipo de algoritmos.

Para implementar un AG para la resolución del problema se requiere definir una codificación (representación) adecuada. Teniendo en cuenta la necesidad de que la codificación permita representar una distribución de animales para cada ordeño en varios días, se trabajó con una codificación basada en asignarle a cada animal una zona de campo para cada ordeño durante los días que sean necesarios (*codificación por individuo*, basada en la Formulación Básica Individual) y con otra codificación que asigna grupos de animales a cada zona del campo para cada ordeño (*codificación por grupo*, basada en la Formulación Básica Grupal).

4.5.1. Codificación por Individuo

La codificación por individuo consiste en una matriz de enteros, con “días \times 2” filas (recordar que se realizan 2 ordeños por día) y tantas columnas como animales se consideran. Cada fila de la matriz corresponde a un ordeño, y considerando que hay dos ordeños por día podemos inferir

que las dos primeras filas corresponden a los ordeños del primer día, las dos filas siguientes a los ordeños del segundo día, y así sucesivamente hasta completar la cantidad de días considerados. Cada columna identifica una vaca del rodeo, por lo tanto dicha columna en cada fila se corresponde con la vaca en cuestión asociada al ordeño correspondiente. El valor de cada celda es un entero que representará la zona (potrero o playa de alimentación) a la que irá cada animal.

Un ejemplo de dicha codificación se muestra en la Figura 4.3. En el primer ordeño, la primera vaca irá a la zona 2, mientras que la segunda y tercera vaca irán a la zona 0. Debido a que el valor de cada celda representa la zona a la que irá cada vaca, no puede haber una celda con un valor que no esté asociado a ninguna zona.

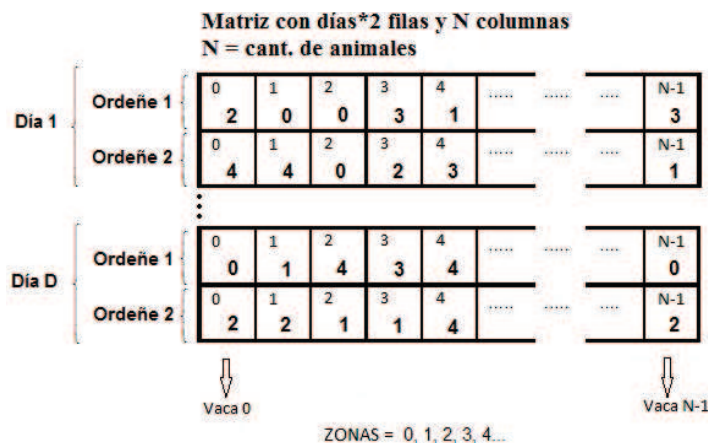


Figura 4.3: Ejemplo de codificación por individuo para N vacas y D días

Una de las principales ventajas de esta codificación es la sencillez que presenta. Por otra parte, y teniendo en cuenta que no hay evidencia que garantice que un operador de cruzamiento o mutación obtiene mejores resultados que otro para todo problema, se tomó la decisión de utilizar operadores genéticos sencillos que no utilicen información del problema a resolver [68]. Específicamente, para la recombinación se aplicó el cruzamiento de un punto (one-point crossover) y para la mutación el intercambio de dos posiciones (swap mutator).

El cruzamiento de un punto (1PX) consiste en generar dos hijos a partir de dos padres y un punto de corte seleccionado al azar. Dicho punto de corte separa a cada padre en dos partes. La primera parte de un padre se combina con la segunda parte del otro parte, formando de esta manera uno de los hijos. El segundo hijo se forma con las partes restantes de los padres. Un ejemplo de este cruzamiento se presenta en la Figura 4.4. Es importante aclarar que, debido a que se utiliza el operador de cruzamiento 1PX, la matriz es interpretada como el arreglo que surge de concatenar las filas de la matriz.

Por otra parte, la mutación de un individuo a partir de la *mutacion por intercambio* consiste en generar un nuevo individuo a partir de la modificación de sus alelos. Particularmente en este caso, se seleccionan 2 posiciones al azar, y posteriormente se intercambian los valores correspondientes a dichas posiciones. Un ejemplo de esta mutación se presenta en la Figura 4.5.

Más información sobre estos operadores puede encontrarse en múltiples referencias bibliográficas, entre ellas Goldberg [38].

La población inicial se determina al azar, debiéndose tener en cuenta que cada individuo sea

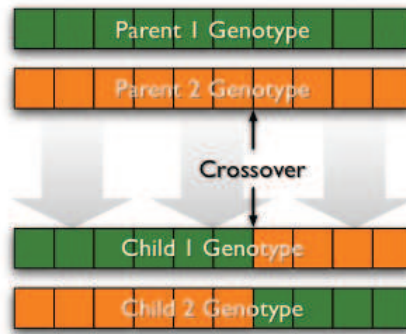


Figura 4.4: Ejemplo de cruzamiento de un punto (1PX)

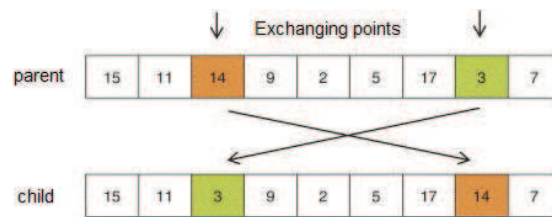


Figura 4.5: Ejemplo de mutación por intercambio de dos posiciones

factible (cada celda de la matriz).

La función de fitness asociada a esta codificación evalúa la suma de las producciones de leche de cada vaca para cada ordeño. La misma es calculada a partir de la energía que se adquiere por consumir alimentos de la zona asignada en cada ordeño, restándole los costos asociados a los requerimientos basales y de traslados. El pseudocódigo para dicha función se presenta en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Codificación por Individuo - Función de fitness

```

e = 0
c = 0
for all v ∈ Vacas do      % para cada vaca
  for all o ∈ Ordene do   % para cada ordeño
    z = obtenerZona(v,o)  % obtener la zona asignada
    a = calcularAlimento(z) % calcular alimento asignado
    e = e + calcularEnergia(a) % calcular energia y acumular
    c = c + calcularCosto(z) % calcular costo y acumular
  end for
end for
fitness = e - c
return fitness

```

4.5.2. Codificación por Grupo

La codificación por grupo se hizo en dos partes. Inicialmente se diseñó una codificación que contempla el manejo de grupos de vacas de similares características, o Codificación Básica Grupal, y posteriormente se extendió dicha codificación para contemplar grupos de vacas de características distintas (grupos heterogéneos), o Codificación Heterogénea Grupal.

La Codificación Básica Grupal permite representar la misma realidad que se presenta en la codificación por individuo. Esta realidad permite calcular la producción de leche de varias vacas de características similares durante varios ordeñes. Esta codificación se representa como una matriz con “días \times 2” filas, pero en vez de tener tantas columnas como vacas consideradas, tiene una columna por zonas de campo, como se muestra en la Figura 4.6.

Matriz con días*2 filas y N columnas
N = cant. zonas de campo
M = cant. vacas

		zonas de campo						
		A	B					
Día 1	Ordeño 1	30	85	103	suma = M
	Ordeño 2	0	12	231	suma = M
Día D	Ordeño 1	117	23	27	suma = M
	Ordeño 2	158	3	46	suma = M

Figura 4.6: Ejemplo de codificación por grupo para M vacas, N zonas y D días

Cada celda se corresponde con una zona y un ordeño, y su valor representa la cantidad de animales que se debe trasladar a esa zona en dicho ordeño. La gran diferencia con la codificación anterior es que en este caso se pierde información de la ubicación de cada vaca. En la codificación por individuo se brinda una solución que permite conocer claramente la ubicación que deberá tener cada vaca en cada ordeño, mientras que en esta codificación esa información se pierde, ya que la solución brinda únicamente la cantidad de vacas que deberá haber en cada zona de campo para cada ordeño. La gran ventaja que presentaría la codificación por grupo ante la codificación por individuo estaría reflejada en los costos operacionales. Para esta codificación es importante considerar que la suma de los valores de las celdas de cada fila debe ser igual a la cantidad de animales con la que se está trabajando.

En esta codificación se vuelven a utilizar los operadores de recombinación y mutación usados en la codificación por individuo, para la recombinación se aplicó el cruzamiento de un punto y para la mutación el intercambio de dos posiciones. A diferencia de la codificación por individuo, en este caso es posible que los individuos generados a partir de estos operadores no sean factibles, ya que podría existir una solución que proponga una o varias instancias de ordeño donde la cantidad de vacas consideradas no sea el correcto. Para asegurar la factibilidad de los individuos se implementó un procedimiento que corrige la matriz de manera tal que la suma de todas las celdas de cada fila sea igual al total de vacas consideradas, garantizando que todas las vacas en cuestión sean asignadas a una de las zonas de campo. Este procedimiento identifica las filas que deben ser corregidas (tienen más o menos vacas de las que debería), y posteriormente hace

la redistribución de vacas necesarias a partir de decisiones tomadas al azar. Esta redistribución consiste en determinar cuántas vacas de más o menos hay en cada fila, seleccionar una zona de campo al azar, y quitar o agregar (según el caso) una vaca a dicha zona. La selección de la zona y la posterior quita o agregado de vacas se repite hasta que el número total de vacas de esa fila es correcto. El pseudocódigo para dicha función se presenta en el Algoritmo 2.

Algoritmo 2 Codificación Básica Grupal - Procedimiento de corrección

```

for all  $o \in \text{Ordene}$  do      % para cada ordeño (fila)
  if obtenerCantVacas( $o$ ) > cantVacas then  % hay vacas de más
    dif = obtenerCantVacas( $o$ ) - cantVacas  % calculo cant. vacas a quitar
    while dif > 0 do
      z = Random(CantZonas)  % obtengo zona al azar
      if gene( $o,z$ ) > 0 then  % si zona tiene vacas asignadas
        gene( $o,z$ ) = gene( $o,z$ ) - 1  % quito vaca a zona
        dif = dif - 1
      end if
    end while
  end if
  if obtenerCantVacas( $o$ ) < cantVacas then  % hay vacas de menos
    dif = cantVacas - obtenerCantVacas( $o$ )  % calculo cant. vacas a sumar
    while dif > 0 do
      z = Random(CantZonas)  % obtengo zona al azar
      gene( $o,z$ ) = gene( $o,z$ ) + 1  % sumo vaca a zona
      dif = dif - 1
    end while
  end if
end for

```

La función de fitness usada para esta codificación varía con respecto a la utilizada en la codificación por individuo. Si bien el objetivo es el mismo (obtener la suma de producción de leche de todas las vacas), la implementación es diferente, ya que en este caso se tendrá en cuenta la cantidad de animales en una misma zona de campo. Para cada ordeño se considerará la suma de energía total obtenida (energía adquirida – costos de requerimientos) de cada zona de campo. El pseudocódigo para dicha función se presenta en el Algoritmo 3.

Algoritmo 3 Codificación Básica Grupal - Función de fitness

```

e = 0
c = 0
for all  $z \in \text{Zonas}$  do      % para cada zona
  for all  $o \in \text{Ordene}$  do      % para cada ordeño
    v = obtenerCantVacas( $z,o$ )  % obtener cantidad de vacas asignadas
    a = calcularAlimentoTotal( $v,z$ )  % calcular alimento total asignado
    e = e + calcularEnergiaTotal( $a$ )  % calcular energia total y acumular
    c = c + calcularCostoTotal( $v,z$ )  % calcular costo total y acumular
  end for
end for
fitness = e - c
return fitness

```

Como se mencionó al comienzo de esta sección, la Codificación Heterogénea Grupal es una extensión de la Codificación Básica Grupal, permitiendo calcular la producción de leche de un rodeo heterogéneo (distintos tipos de vacas) durante varios ordeños. Para lograr esto, la matriz

utilizada en la Codificación Básica Grupal se transforma en un cubo, donde cada celda de la matriz pasa a ser una fila de tantas columnas como tipos de vacas se hayan definido.

En esta codificación se mantienen los operadores de recombinación y mutación usados en la codificación anterior, y también es posible que se generen individuos no factibles, por lo cual se realizó otro procedimiento de corrección que extiende la lógica previamente mencionada. Para la Codificación Básica Grupal era necesario asegurarse que en cada fila (ordeño) de la matriz, la suma de las celdas sea igual a la cantidad de vacas consideradas. En esta codificación se debe controlar que en cada fila, y para cada tipo de vaca, la suma de las celdas sea igual a la cantidad de vacas consideradas de ese tipo. El mecanismo de corrección diseñado tiene la misma lógica que el procedimiento de corrección utilizado en la Codificación Básica Grupal.

La función objetivo de esta codificación es similar a la definida anteriormente, pero se incorpora el manejo de distintos tipos de vacas. El pseudocódigo para dicha función se presenta en el Algoritmo 4

Algoritmo 4 Codificación Heterogénea Grupal - Función de fitness

```

e = 0
c = 0
for all  $z \in Zonas$  do      % para cada zona
  for all  $o \in Ordene$  do    % para cada ordeño
    for all  $t \in Tipo$  do    % para cada tipo de vaca
      v = obtenerCantVacas( $z, o, t$ )    % obtener cantidad de vacas asignadas
      a = calcularAlimentoTot( $v, z$ )    % calcular alimento total asignado
      e = e + calcularEnergiaTot( $a, t$ )  % calcular energia total y acumular
      c = c + calcularCostoTot( $v, z, t$ ) % calcular costo total y acumular
    end for
  end for
end for
fitness = e - c
return fitness

```

4.6. Resumen

En este capítulo se presentaron los distintos modelos propuestos en esta tesis y usados para resolver el problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero. En primera instancia se describió y presentó el modelo de producción de leche, en el cual se basan los modelos definidos. A su vez, se definieron formulaciones matemáticas para distintas aproximaciones al problema de asignación de recursos alimenticios, y se presentaron trabajos relacionados tanto a problemas de asignación como a la aplicación de la investigación de operaciones en la actividad agropecuaria. Finalmente, se realizó una definición o codificación del problema mediante algoritmos genéticos, el cual, a partir del relevamiento de trabajo relacionado, resulta novedoso.

Capítulo 5

Experimentos Computacionales

En este capítulo se presentan los experimentos computacionales realizados utilizando métodos exactos y algoritmos genéticos a partir de datos de prueba reales.

Las secciones que contiene este capítulo son las siguientes:

En la sección 5.1 se presentan los escenarios utilizados en los experimentos, indicando en cada caso la actividad alimenticia existente en cada zona del campo y la cantidad de Materia Seca (MS) disponible en dicha zona.

En la sección 5.2 se presentan las características de la plataforma de ejecución utilizada para todos los experimentos realizados.

En la sección 5.3 se presentan y comparan los resultados obtenidos por los métodos exactos programados en base a las formulaciones definidas en 4.3.

En la sección 5.4 se presentan y comparan los resultados obtenidos por las codificaciones (representaciones) implementadas para cada una de las formulaciones matemáticas previamente definidas en 4.3.

En la sección 5.5 se comparan y analizan los resultados obtenidos por los métodos exactos y los algoritmos genéticos presentados en las secciones 5.3 y 5.4.2 respectivamente.

En la sección 5.6 se plantea un experimento sencillo para interpretar, desde el punto de vista agronómico, los resultados obtenidos.

Finalmente, para incorporar un enfoque más realista a los presentados anteriormente, se definió un modelo que contemplara un rodeo con distintos tipos de vacas. En la sección 5.7 se presentan y comparan los resultados obtenidos luego de realizar ejecuciones para el método exacto y el algoritmo genético correspondiente.

5.1. Definición de escenarios

En esta sección se presentan los distintos escenarios utilizados en los experimentos, los cuales quedan determinados por la actividad alimenticia existente en cada zona del campo asociada a una cierta cantidad de Materia Seca (MS).

Los datos de pruebas reales utilizados para definir la descripción del rodeo y la actividad alimenticia a considerar en cada zona de campo o potrero fueron consultados al Ing. Agr. (PhD) Pablo Chilibroste, experto en el área.

La descripción del rodeo queda definida por el peso vivo (PV) y el potencial genético de las vacas (PotG)¹. Los valores utilizados fueron 600 kg y 9000 l para el PV y PotG respectivamente.

En cuanto a las zonas de campo, se decidió trabajar con cinco actividades. Tres de éstas corresponden a actividades ubicadas en potreros. La primera con una densidad energética de 1.4 Mcal ENL/kg MS, mientras que a las dos pasturas restantes se le asignó el mismo valor energético: 1.5 Mcal ENL/kg MS. Las pasturas difieren en las distancias al tambo y en la disponibilidad inicial de MS. Adicionalmente se seleccionaron dos actividades que se corresponden con combinaciones de alimentos disponibles en la playa de alimentación con densidades energéticas baja (1.44 Mcal ENL/kg MS) y alta (1.65 Mcal ENL/kg MS).

Zona	Recursos(Kg MS)
1	1100
2	1800
3	1800
4	4500
5	4500

Tabla 5.1: Recursos Alimenticios por zona Escenario A

Zona	Recursos(Kg MS)
1	11000
2	18000
3	18000
4	45000
5	45000

Tabla 5.2: Recursos Alimenticios por zona Escenario B

Zona	Recursos(Kg MS)
1	110000
2	180000
3	180000
4	450000
5	450000

Tabla 5.3: Recursos Alimenticios por zona Escenario C

Zona	Recursos(Kg MS)
1	110000
2	180000
3	180000
4	450000
5	4500000

Tabla 5.4: Recursos Alimenticios por zona Escenario D

Zona	Recursos(Kg MS)
1	1100000
2	1800000
3	1800000
4	4500000
5	4500000

Tabla 5.5: Recursos Alimenticios por zona Escenario E

El escenario A solamente es utilizado en los experimentos correspondientes a modelos que consideran un único ordeño. El escenario B es usado en los experimentos de modelos para uno y varios ordeños. Finalmente, los restantes escenarios se usan únicamente en los experimentos de modelos correspondientes a varios ordeños.

Por otra parte, se puede observar que el aumento de recursos en los escenarios es proporcional, salvo en el escenario D, en el cual se muestra una diferencia importante en la cantidad de recursos

¹El potencial genético de una vaca es la cantidad de litros de leche que puede generar por lactación (305 días).

de la última zona en comparación con las zonas restantes.

5.2. Plataforma de ejecución

La plataforma de ejecución utilizada para todos los experimentos fue la misma. Particularmente se utilizó una máquina virtual que corre sobre una PC con un procesador Intel Core i5-2400 (CPU de 3.10 GHz, con 4 cores y 6 MB de cache) y con 4 GB de memoria RAM. El sistema operativo de la máquina virtual es Windows XP, que utiliza el 50% del procesador de la máquina física y tiene asignada 1.5 GB de su memoria RAM.

5.3. Análisis experimental de los algoritmos exactos

Las formulaciones matemáticas presentadas en la sección 4.3 fueron programadas con el objetivo de realizar ejecuciones a partir de los escenarios definidos en la sección 5.1 y obtener de esta forma la solución óptima para cada caso. En esta sección se presentan los resultados obtenidos para las distintas formulaciones y se hace una comparación de los mismos.

Las formulaciones en cuestión se programaron con el paquete de programación lineal GLPK (por sus siglas en inglés, GNU Linear Programming Kit). El código correspondiente a dicha programación se presenta en el Apéndice B. Este paquete GLPK [56] de programación lineal del sistema operativo GNU [77] fue diseñado para resolver problemas de gran escala de programación lineal, problemas de programación lineal entera mixta, entre otros. Para resolver dichos problemas utiliza algoritmos de investigación operativa, entre ellos método simplex, ramificación y poda (branch and bound), y métodos de punto interior.

En primera instancia se intentó encontrar, para cada caso presentado, una solución óptima del problema en un tiempo razonable pero esto no siempre fue posible. Para poder diferenciar los valores no óptimos de los valores óptimos estos últimos se presentan en **negrita**. Como segunda opción se buscaron soluciones factibles (cotas inferiores) que, si bien no son óptimas, se acercan mucho a una cota superior. Cada vez que se encuentre una solución o distribución de vacas que cumple con las restricciones del problema planteado, la cantidad de litros de leche devueltos por dicha solución es considerada como una cota inferior. Debido a la exigencia de algunos escenarios, se presentaron casos en los que no fue posible determinar una solución no óptima, obteniendo únicamente una cota superior del problema. Incluso se presentan casos en los que no fue posible siquiera obtener una cota superior en un tiempo razonable. Se adoptó como criterio considerar un tiempo máximo de ejecución de una hora (3600 segundos).

5.3.1. Formulación Básica Individual (1 ordeño)

Esta formulación presentada en la sección 4.9 modela el problema de asignar cada una de las vacas a una zona del campo en forma independiente. A su vez, en este modelo se considera una única instancia de ordeño y se asume que todas las vacas tienen similares características.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para los experimentos realizados indicando en cada caso el escenario utilizado. Las tablas tienen 3 columnas, una para indicar la

cantidad de vacas consideradas, otra para indicar la cantidad de litros de leche obtenidos de la solución óptima y por último una que muestra el tiempo de ejecución en segundos.

En la Tabla 5.6 se presentan los resultados obtenidos para el escenario A. En el mismo se puede observar que para la cantidad de vacas y recursos alimenticios considerados es posible obtener una solución óptima al problema en forma inmediata, ya que los tiempos de ejecución son casi nulos.

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo (s)
50	2075	<1
100	4150	<1
150	6225	<1
200	8250	<1
250	10015	<1
500	18647	<1
750	19241	<1
1000	15757	<1

Tabla 5.6: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
2000	82528	1
4000	152066	4
6000	213317	8
8000	185448	12
10000	157578	15

Tabla 5.7: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

Por otra parte, para analizar el comportamiento del método exacto con esta formulación ante instancias de mayor tamaño se aumentó la cantidad de vacas y se utilizó el escenario B. Los resultados obtenidos para dichas modificaciones se presentan en la Tabla 5.7. A partir de dichos resultados puede apreciarse que, al igual que para los casos de la Tabla 5.6, también es posible obtener una solución óptima del problema para los distintos casos considerados. La principal diferencia que se puede apreciar entre la Tabla 5.6 y la Tabla 5.7 se encuentra en los tiempos de ejecución. Dicha diferencia es esperable debido al aumento significativo en la cantidad de vacas consideradas, aunque es importante señalar que los tiempos de ejecución obtenidos siguen siendo muy bajos.

5.3.2. Formulación Básica Individual (varios ordeños)

Esta formulación presentada en la sección 4.10, modela el problema de asignar cada una de las vacas a una zona del campo en forma independiente y se asume que todas las vacas tienen similares características. En este modelo se consideran 30 instancias de ordeño (2 ordeños diarios durante 15 días).

En los experimentos realizados para esta formulación no se encontraron soluciones óptimas en tiempos razonables, pero en algunos casos si fue posible determinar una cota superior y/o cota inferior. Es importante aclarar que cada vez que se presenta una cota inferior, la misma tiene asociada una solución al problema. A partir de los casos en que fue posible determinar ambas cotas podemos determinar la calidad de la solución encontrada.

La estructura de las tablas en las que se presentan los resultados tiene 5 columnas, una para indicar la cantidad de vacas, otras dos para indicar las cotas, y las dos restantes corresponden a los tiempos de ejecución de cada cota.

En la Tabla 5.8, correspondiente al escenario B, se puede observar que a partir de la cantidad de vacas y recursos alimenticios tenidos en cuenta, para algunos casos fue posible encontrar

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
100	N/A	117590	>3600	1
200	213317	213318	150	3
300	171513	171514	120	9
400	N/A	129710	>3600	10

Tabla 5.8: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

una solución, mientras que para otros casos solamente se pudo obtener una cota superior del problema.

Para los experimentos de 100 y 400 vacas no se pudo encontrar una solución o distribución de las vacas en menos de una hora, pero sí se encontró una cota superior en tiempos de ejecución de 1 segundo y 10 segundos, respectivamente. Para los casos restantes (200 y 300 vacas) se obtuvo una solución no óptima (cota inferior) pero que retorna un valor muy cercano a la cota superior en tiempos satisfactorios.

Para analizar el comportamiento de la formulación ante una mayor exigencia, se realizaron ejecuciones para las cuales se aumentó proporcionalmente la cantidad de vacas y recursos (escenario C). Los resultados correspondientes a dichas ejecuciones se presentan en la Tabla 5.9.

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
1000	N/A	1175904	>3600	57
2000	N/A	2133181	>3600	1120
3000	N/A	1715143	>3600	1960
4000	N/A	1297105	>3600	2760

Tabla 5.9: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario C

En estos casos se puede apreciar que no fue posible encontrar una distribución de las vacas en un tiempo razonable (3600 segundos o menos), pudiéndose determinar únicamente una cota superior del problema en tiempos de ejecución relativamente altos para los casos con más de 1000 vacas.

Por otra parte se hicieron ejecuciones con cantidades de vacas mayores a las presentadas en la Tabla 5.9 y considerando los escenarios D y E, pero en ningún caso se obtuvo ni la solución óptima, ni cotas inferiores o superiores.

5.3.3. Formulación Básica Grupal (1 ordeño)

En la formulación presentada en la sección 4.11 se modela el problema de considerar el agrupamiento de vacas y su posterior distribución en las zonas de campo. Particularmente, en esta sección se considera una única instancia de ordeño y se asume que todas las vacas tienen similares características.

La Tabla 5.10 muestra los resultados obtenidos para el escenario A. A partir de dicha infor-

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
50	2075	<1
100	4150	<1
150	6225	<1
200	8250	<1
250	10015	<1
500	18647	<1
750	19241	<1
1000	15757	<1

Tabla 5.10: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
2000	82528	<1
4000	152066	<1
6000	213317	<1
8000	185448	<1
10000	157578	<1

Tabla 5.11: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

mación se puede apreciar que para todos los casos es posible obtener una solución óptima del problema de forma inmediata, siendo los tiempos de ejecución menores a 1 segundo.

A su vez, y pese al importante incremento en la cantidad de vacas y recursos (escenario B) que presenta la Tabla 5.10, se puede observar que también se logró obtener una solución óptima para cada caso en tiempos de ejecución inferiores a 1 segundo.

5.3.4. Formulación Básica Grupal (varios ordeños)

Los experimentos que se presentan en esta sección se basan en la misma formulación que la presentada en la sección 5.3.3, pero en estos casos se consideran 30 instancias de ordeño (2 ordeños diarios durante 15 días).

En la mayoría de las ejecuciones realizadas para esta formulación no se encontraron soluciones óptimas en tiempos razonables, pero si fue posible determinar una cota superior y una cota inferior. Cada vez que se encuentra una cota inferior, la misma tiene asociada una solución al problema. Por lo tanto, para aquellos casos en los que no fue posible alcanzar una solución óptima, igualmente se pudo determinar la calidad de la solución encontrada. Algunos casos ejecutados con esta formulación determinaron una solución óptima. Los valores correspondientes a soluciones óptimas se indican en la columna de cotas inferiores y son expresados con el formato de letra en **negrita**.

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
100	117576	117590	1	1
200	213295	213318	1	1
300	171491	171514	1	1
400	129709	129710	1	1

Tabla 5.12: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

Para los casos correspondientes a la Tabla 5.12 se realizaron ejecuciones de 3600 segundos y no se encontraron soluciones óptimas, pero si se encontraron soluciones muy cercanas al óptimo de forma casi inmediata. Los valores de producción de leche se encuentran muy cercanos a la cota superior, existiendo una diferencia relativa máxima del 0.013%. A su vez, los tiempos de ejecución son aproximadamente de 1 segundo para todos los casos.

Por otra parte, se hicieron ejecuciones donde se aumentó proporcionalmente la cantidad de vacas y recursos alimenticios, pero al igual que para los casos de la Tabla 5.12, tampoco fue posible encontrar una distribución óptima de las vacas en un tiempo razonable. De todas formas, se determinaron soluciones muy cercanas a la óptima en tiempos muy bajos. Los resultados correspondientes a dichas ejecuciones se presentan en la Tabla 5.13.

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
1000	1175891	1175904	1	1
2000	2133154	2133188	3	1
3000	1715116	1715143	3	1
4000	1297105	1297106	3	1

Tabla 5.13: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario C

A partir de los resultados mostrados en la Tabla 5.13, se puede observar que los valores obtenidos son de excelente calidad, pero se empiezan a notar diferencias en los tiempos de ejecución debido al incremento en las cantidades de vacas. La diferencia relativa máxima para la producción de leche total es del 0.0016 %, mientras que la diferencia máxima para los tiempos de ejecución es de 2 segundos.

Por otro lado, se realizaron experimentos a partir de la modificación del escenario y las cantidades de vacas. Se utilizó el escenario D, que en comparación con el escenario C, aumenta por un factor de 10 la cantidad de recursos alimenticios disponibles en la última zona. Esto permite evaluar el comportamiento de la formulación en cuestión cuando una de las zonas tiene una cantidad de recursos muy superior a las zonas restantes. Los resultados para estas ejecuciones pueden observarse en la Tabla 5.14

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
4000	4276246	4276268	2	1
6000	6342920	6342943	15	1
8000	8004247	8004265	8	1
10000	7168189	7168190	1	1

Tabla 5.14: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario D

Para estos casos se puede apreciar que, en comparación con los casos presentados en la Tabla 5.13, el comportamiento se mantiene inalterado, no se logra determinar una distribución óptima en tiempos razonables pero se obtienen soluciones muy buenas en tiempos de ejecución más que satisfactorios. Para los valores de producción de leche, la diferencia relativa máxima es del 0.0005 %, mientras que la diferencia máxima en tiempos de ejecución es de 14 segundos. Lo más llamativo está en los tiempos de ejecución, donde se puede observar que para los casos con 4000 y 10000 vacas los mismos no superan los 2 segundos, mientras que para los casos de 6000 y 8000 vacas aumentan a 15 y 8 segundos respectivamente.

Por último se realizaron ejecuciones utilizando el escenario E y manteniendo las cantidades de vacas que en el escenario D. Los resultados para las ejecuciones en cuestión se muestran en la Tabla 5.15.

Los resultados presentados en esta tabla sorprendieron positivamente, sobre todo porque

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
4000	4979983		1	<1
6000	7469975		1	<1
8000	9664970	9664972	1	1
10000	11758998	11759043	40	1

Tabla 5.15: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario E

no se esperaba obtener soluciones óptimas. Para los casos de 4000 y 6000 vacas no sólo se encontraron soluciones óptimas, sino que se alcanzaron en tiempos menores a 1 segundo. Por otra parte, si bien para los casos restantes no se pudo encontrar una solución óptima en tiempos inferiores a los 3600 segundos, se determinaron distribuciones que se aproximan a una cota superior en tiempos de ejecución muy bajos. Igualmente es importante destacar que el caso de 10000 vacas tiene diferencias notorias en tiempos de ejecución en comparación con los casos restantes.

5.3.5. Comparación entre formulaciones individuales y grupales

En esta sección se realizan las comparaciones entre las formulaciones individuales y grupales. Para realizar dichas comparaciones se utilizarán los resultados presentados anteriormente y se analizarán en forma comparativa la cantidad de litros de leche y tiempos de ejecución.

A continuación se presenta la comparación entre las formulaciones individuales y grupales según la cantidad de ordeños considerados.

Formulación Básica Individual (FBI) vs Formulación Básica Grupal (FBG) (1 ordeño)

Para estas formulaciones, al considerar cantidades de vacas menores o iguales a 1000, se obtuvieron soluciones óptimas en tiempos de ejecución menores a 1 segundo en todas las ejecuciones realizadas, por lo tanto carece de sentido hacer una comparación ya que los resultados fueron los mismos. La ventaja que se destaca de la formulación individual ante la grupal es que se cuenta con mayor información en la distribución. Recordar que por naturaleza la formulación individual determina la zona de campo a la que se debe derivar cada una de las vacas.

Por otro lado, se compararon los resultados obtenidos en las Tablas 5.7 y 5.11. En estos casos se consideraron cantidades de vacas superiores a 1000 y se lograron determinar soluciones óptimas en ambas formulaciones, pero se empiezan a notar diferencias en los tiempos de ejecución. Mientras que usando la Formulación Básica Grupal se obtienen soluciones en menos de 1 segundo, en la Formulación Básica Individual el tiempo aumenta al considerar un número creciente de vacas.

Formulación Básica Individual (FBI) vs Formulación Básica Grupal (FBG) (varios ordeños)

Al considerar varios ordeños la exigencia sobre los algoritmos de resolución aumenta, a tal punto que para la mayoría de los casos considerados no se logró obtener ninguna solución óptima en un tiempo razonable. En algunos casos tampoco fue posible determinar cotas (inferiores o superiores) del problema.

El análisis comienza con la comparación de los resultados presentados en las Tablas 5.8 y 5.12, los cuales presentan resultados de ejecuciones para el escenario B en la formulación individual y grupal respectivamente. En dos de los casos correspondientes a la formulación individual fue posible determinar una solución al problema, mientras que para los dos casos restantes solamente se pudo obtener una cota superior. Por otro lado, para todos los casos correspondientes a la formulación grupal fue posible determinar una solución al problema de forma inmediata (tiempo de ejecución: 1 segundo). Con respecto a la producción de leche total, la formulación individual obtuvo mejores resultados en las cotas inferiores que la formulación grupal, pero las diferencias son muy bajas. La diferencia máxima entre cotas inferiores es del 0.013%, y se corresponde con el caso en que se consideran 300 vacas. En cuanto a los tiempos de ejecución, la mayor diferencia se presenta en el caso que se consideran 200 vacas, ya que la formulación individual necesitó 150 segundos de ejecución, mientras que la formulación grupal pudo resolverlo en 1 segundo.

Para las restantes ejecuciones, en los que se aumenta considerablemente la cantidad de vacas, carece de sentido hacer una comparación entre las formulaciones, ya que solamente la formulación grupal resultó efectiva y permitió encontrar soluciones, mientras que para la formulación individual no fue posible determinar soluciones en tiempos razonables. Los tiempos necesarios para determinar una cota superior en dichos casos son superiores a los 3600 segundos.

5.4. Análisis experimental del algoritmo genético propuesto

Debido a que se están considerando instancias de gran tamaño no siempre es posible abordar el problema con enfoques exactos tradicionales. Esto se puede apreciar claramente a partir de los experimentos realizados en la sección 5.3. Por este motivo se buscó aplicar metaheurísticas con el objetivo de obtener buenos resultados en tiempos razonables. Particularmente, se trabajó con algoritmos evolutivos ya que se han mostrado como métodos flexibles y robustos para resolver eficientemente problemas complejos de optimización.

Para cada una de las formulaciones se implementó una codificación (representación) adecuada y se realizaron ejecuciones utilizando los mismos datos de prueba reales aplicados en las ejecuciones anteriores. Dichas codificaciones consisten en la implementación de dos algoritmos genéticos, uno que considera las vacas en forma individual y otro que las maneja en forma grupal. En ambos casos se puede trabajar con 1 o varios ordeños.

Los algoritmos genéticos fueron implementados en el lenguaje de programación C++ y utilizando como base la librería Galib [79]. Galib es una biblioteca de funciones en C++ que proporciona un conjunto de objetos para el desarrollo de algoritmos genéticos, contando con una amplia gama de representaciones y operadores provistos. Usando esta librería es posible resolver problemas de optimización (como el abordado en este trabajo) mediante la construcción

de un algoritmo genético usando estructuras de datos y operadores estándar o específicos de selección, cruce y mutación, escalado y criterios de finalización. Esta biblioteca también permite personalizar los algoritmos mediante la extensión de sus clases, de forma de poder incorporar nuevas representaciones y nuevos operadores genéticos.

5.4.1. Calibración de parámetros

A la hora de utilizar metaheurísticas para resolver problemas de optimización, es muy importante determinar la mejor configuración posible de los valores de parámetros que controlan los algoritmos. De esto dependerá la obtención de un buen desempeño numérico de la metaheurística.

Si bien existen guías que pretenden ayudar al investigador en la toma de decisiones para determinar los mejores valores, la calibración de parámetros muchas veces está basado en la experiencia e intuición del investigador, y particularmente por medio de la observación y aplicación de una metodología de ensayo y error.

En los Algoritmos Evolutivos, el ajuste de parámetros es una de las principales debilidades de este tipo de algoritmos, y por lo tanto puede ser crítico para el éxito del mismo. Dicha importancia depende del problema que se presente. En algunos casos se requiere una calibración muy fina, a tal punto que un ajuste mal realizado puede derivar en un comportamiento inadecuado de la técnica empleada. Los AEs están basados en la representación de soluciones al problema, la utilización de operadores de mutación y cruzamiento, mecanismos para determinar una población inicial, hacer una selección de individuos, entre otros, y la incidencia de cada uno de estos aspectos podría ser estudiada en forma independiente.

En este caso, y para las 4 representaciones consideradas (por individuo - 1 ordeño, por individuo - 30 ordeños, por grupo - 1 ordeño, por grupo - 30 ordeños), los parámetros calibrados fueron la probabilidad de cruzamiento, probabilidad de mutación y el tamaño de la población. A partir de la observación de los resultados de algunas ejecuciones y apoyándonos en la bibliografía existente [22, 39, 76], decidimos hacer el ajuste correspondiente considerando los siguientes valores:

- Probabilidad de cruzamiento (PC): 0.5; 0.65; 0.8; 0.95;
- Probabilidad de mutación (PM): 0.01; 0.1; 0.2; 0.3;
- Tamaño de población (#Pob): 25; 50; 75; 100;

Con respecto a los parámetros de entrada, para todas las ejecuciones se usaron las mismas cantidades de vacas (100, 300 y 500), y debido a un motivo de proporción alimenticia fue necesario utilizar distintos escenarios para los casos de 1 ordeño y los de 30 ordeños. Para los casos de 1 ordeño se utilizó el escenario A, mientras que para los casos de 30 ordeños se utilizó el escenario B.

La calibración realizada para cada una de las 4 representaciones consistieron en 20 ejecuciones para cada combinación de parámetros, realizándose un total de 3840 ejecuciones por representación. De las 20 ejecuciones que se hicieron por combinación de parámetros se obtuvieron distintos valores que luego fueron analizados para determinar la mejor combinación de parámetros a utilizar. Dichos valores se presentan para cada representación y combinación de

parámetros, y pueden encontrarse en el Apéndice A.

Para tomar una determinación de los parámetros a utilizar se estudiaron los valores obtenidos tomando como criterio el menor gap^2 , pero como algunos valores de gap se repetían para distintas combinaciones, y considerando que para cada combinación se obtuvieron valores para 3 cantidades de vacas (100, 300 y 500), se optó por adoptar como criterio de selección la minimización del gap promedio.

A partir del gap promedio, se determinó la mejor combinación de parámetros para cada representación. Se presenta la información correspondiente en la Tabla 5.16.

Representación	PC	PM	#Pob
Por individuo - 1 ordeño	0.95	0.1	25
Por individuo - 30 ordeños	0.95	0.2	25
Por grupo - 1 ordeño	0.80	0.2	25
Por grupo - 30 ordeños	0.50	0.3	25

Tabla 5.16: Mejor configuración para cada representación

5.4.2. Evaluación del algoritmo genético propuesto

Las ejecuciones realizadas para cada una de las 4 representaciones consistió en 30 ejecuciones para cada escenario y combinación de parámetros (cantidad de vacas y generaciones). A continuación se presentan, para cada codificación con su respectiva cantidad de ordeños, los resultados obtenidos mediante una tabla. Dicha tabla muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) y generaciones (CantG) consideradas en el algoritmo genético, el valor máximo en litros de leche (VMax(l)), el valor promedio en litros de leche (VProm(l)), la desviación estándar (DEst), el gap con el valor promedio, y el promedio del tiempo de ejecución en segundos (TProm(s)).

Es importante aclarar que para tener valores de referencia y para hacer el cálculo del gap se utilizaron los valores obtenidos a partir de los métodos exactos, considerando el valor óptimo cuando fue posible y una cota superior en caso contrario.

Codificación Básica Individual (1 ordeño)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los distintos experimentos realizados sobre la codificación básica individual. Esta codificación está basada en la formulación básica individual de la sección 5.3.1, la cual busca asignar cada una de las vacas a una zona del campo en forma independiente. A su vez, se considera una única instancia de ordeño y se asume que todas las vacas tienen similares características.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
50	50	2059	2005.50	25.396	3.34940	0.0290
	100	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.0587
	150	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.0890
Continúa en la próxima página						

²El gap es la diferencia relativa entre la solución óptima y la solución factible encontrada. Si no se encuentra la solución óptima, la cota superior al gap está dada por la diferencia entre la cota superior y la solución encontrada.

Tabla 5.17 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
100	200	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.1233
	50	4001	3895.40	38.742	6.13494	0.0593
	100	4141	4106.67	32.307	1.04418	0.1173
	150	4149	4149.00	0.000	0.02410	0.1687
150	200	4149	4149.00	0.000	0.02410	0.2373
	50	5888	5781.73	49.681	7.12075	0.0913
	100	6130	6041.43	52.767	2.94886	0.1723
	150	6224	6209.87	15.846	0.24311	0.2520
200	200	6224	6224.00	0.000	0.01606	0.3387
	50	7741	7601.00	54.761	7.86667	0.1187
	100	8067	7977.80	59.442	3.29939	0.2260
	150	8248	8215.40	32.726	0.41939	0.3410
250	200	8250	8249.40	1.003	0.00727	0.4463
	100	9984	9857.73	74.784	1.57031	0.2767
	200	10011	9999.27	6.389	0.15710	0.5600
	300	10015	10010.63	5.404	0.04360	0.8533
500	400	10015	10014.83	0.913	0.00166	1.0990
	100	18603	18589.30	9.285	0.30943	0.5590
	200	18641	18627.67	8.984	0.10368	1.1090
	300	18647	18641.57	4.797	0.02914	1.6957
750	400	18647	18645.63	0.718	0.00733	2.2723
	100	19231	19214.40	7.518	0.13825	0.8443
	200	19237	19230.17	5.465	0.05630	1.6980
	300	19241	19236.70	4.466	0.02235	2.5177
1000	400	19241	19239.37	1.377	0.00849	3.3463
	100	15698	15656.50	22.416	0.63781	1.1303
	200	15726	15710.67	9.817	0.29405	2.3043
	300	15755	15730.37	10.896	0.16903	3.3827
	400	15756	15741.67	8.903	0.09731	4.4320

Tabla 5.17: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

Considerando los resultados obtenidos en la Tabla 5.6, se puede apreciar que los resultados conseguidos por el algoritmo genético para el mismo escenario y misma cantidad de vacas son muy buenos. En tiempos muy bajos se alcanzaron muy buenos resultados. En varios casos se obtuvo el óptimo, y cuando este no se alcanzó, el gap es menor que 0.1%. Estos resultados pueden observarse en la Tabla 5.17.

Por otra parte, la Tabla 5.18 presenta resultados a partir de la utilización del escenario B.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
2000	200	77070	76376.40	312.679	7.45396	4.4560
	400	81428	80901.60	357.298	1.97073	9.0443
	600	82525	82510.30	9.802	0.02145	13.1880
	800	82528	82527.33	1.788	0.00081	17.3373
4000	200	150099	148222.27	603.186	2.52767	8.9077
	400	151849	151692.33	86.231	0.24573	17.7827
	600	151983	151919.27	40.777	0.09649	26.3327

Continúa en la próxima página

Tabla 5.18 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
6000	800	152045	151990.83	31.257	0.04943	35.9440
	200	205842	201724.70	2679.324	5.43431	13.9430
	400	213316	213309.70	4.572	0.00342	31.1937
	600	213317	213313.60	1.958	0.00159	39.6397
8000	800	213317	213314.40	1.567	0.00122	52.6620
	200	184716	184319.20	156.274	0.60869	17.7720
	400	185193	185120.27	44.222	0.17673	36.4843
	600	185317	185231.77	48.257	0.11660	53.9293
10000	800	185410	185299.57	51.742	0.08004	70.4107
	200	155958	155541.07	150.883	1.29265	22.0083
	400	156917	156713.77	130.051	0.54845	44.4877
	600	157159	157070.90	54.137	0.32181	65.5707
	800	157332	157209.23	47.837	0.23402	87.4593

Tabla 5.18: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

De la misma forma que en el caso anterior, comparando con los resultados obtenidos en la Tabla 5.7 se puede observar que los resultados que obtiene el algoritmo genético cuando trabaja con menos de 8000 vacas son de muy buena calidad y se logran en tiempos satisfactorios. Cuando se consideran 8000 o 10000 vacas, el gap crece con respecto a los casos anteriores, pero igualmente es chico.

Codificación Básica Individual (varios ordeños)

En esta sección se presentan los experimentos correspondientes a la codificación básica individual para varios ordeños. La codificación utilizada para ejecutar los siguientes casos es la misma que la utilizada en la sección anterior, con la diferencia que en este modelo se consideran 30 instancias de ordeño (2 ordeños diarios durante 15 días).

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
100	100	110843	110031.77	350.677	6.42762	3.2210
	200	114168	113115.53	614.373	3.80514	6.4013
	300	117039	116368.77	461.138	1.03855	9.5640
	400	117270	117169.57	69.632	0.35754	12.8153
	500	117418	117306.77	51.441	0.24087	15.9920
200	100	180453	174907.80	3057.496	18.00608	6.5117
	200	210089	204953.40	3120.198	3.92119	12.9097
	300	213311	213293.67	12.694	0.01141	19.2900
	400	213316	213308.87	3.381	0.00428	25.6863
	500	213314	213311.13	1.943	0.00322	31.9240
300	100	169296	169060.63	124.073	1.43042	9.6510
	200	170440	170207.83	116.756	0.76155	19.2800
	300	170875	170725.33	81.455	0.45983	28.6950
	400	171158	171055.47	62.330	0.26734	38.2173
	500	171251	171114.53	61.323	0.23291	47.8117
400	100	125662	125428.20	125.573	3.30106	12.9477

Continúa en la próxima página

Tabla 5.19 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
	200	127194	126669.63	215.136	2.34397	25.5160
	300	128104	127810.20	149.711	1.46465	38.1493
	400	128599	128387.67	120.190	1.01945	50.7373
	500	129049	128831.97	112.922	0.67692	63.3810

Tabla 5.19: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

A partir de los resultados presentados en la Tabla 5.19 se pueden hacer diversas observaciones, particularmente con respecto a los valores de gap. En primera instancia se observa que para las ejecuciones donde el algoritmo evoluciona hasta 100 generaciones, el gap varía significativamente según la cantidad de vacas consideradas. Al trabajar con 300 vacas el gap no llega al 1.5 %, pero si trabajamos con 200 vacas el gap alcanza el 18 %. En cuanto a los tiempos de ejecución se puede apreciar que los mismos son relativamente bajos, sobre todo si tenemos en cuenta que el método exacto para algunos casos no pudo encontrar una solución en menos de 3600 segundos.

En la Tabla 5.20 se muestran los resultados obtenidos para el escenario C con criterio de parada de hasta 500 generaciones. Las condiciones de evaluación del algoritmo genético son las mismas del método exacto presentado en la Tabla 5.9.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
1000	100	1079254	1072286.20	4764.511	8.81176	32.0093
	200	1088692	1085960.30	1333.438	7.64890	63.4790
	300	1100790	1095471.00	2174.632	6.84010	94.7793
	400	1109183	1105889.87	1709.159	5.95407	128.2933
	500	1119705	1115060.50	1898.875	5.17419	157.5253
2000	100	1496947	1484692.43	8311.079	30.40007	64.4463
	200	1627564	1597236.20	15789.395	25.12421	129.0160
	300	1751851	1714463.43	19307.054	19.62879	191.6147
	400	1875905	1819970.60	20546.494	14.68279	257.4217
	500	1977040	1931364.10	25607.959	9.46084	318.5783
3000	100	1682663	1680822.87	2034.835	2.00101	96.8487
	200	1686119	1685083.93	576.834	1.75257	193.1080
	300	1690089	1688921.90	564.380	1.52880	285.0870
	400	1693947	1692454.17	689.868	1.32285	379.2480
	500	1697524	1695842.63	733.934	1.12529	475.6413
4000	100	1244567	1243976.10	422.895	4.09596	127.4577
	200	1248967	1248186.53	363.988	3.77136	253.2207
	300	1253848	1252708.03	789.918	3.42277	380.8733
	400	1258229	1256793.33	754.413	3.10782	506.3227
	500	1262461	1260583.23	993.634	2.81564	632.1640

Tabla 5.20: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario C

En este experimento se aumentó la cantidad de vacas y recursos, pero debido a que se mantuvo el criterio de parada del experimento anterior, era de esperar que los resultados obtenidos no sean tan buenos como los presentados en la Tabla 5.19.

Por otro lado, se observa una disminución gradual del gap a medida que se aumenta la canti-

dad de generaciones, lo que sugiere que si se dejara al AG evolucionar durante más generaciones, los resultados serían mejores.

Es conveniente destacar que el algoritmo genético permite determinar una solución al problema, algo que a través de los métodos exactos no se pudo lograr con tiempos menores a 3600 segundos. En tres de los casos, el gap es igual o menor a un 5 %, mientras que en el caso restante el gap es de 10 %. A su vez, los tiempos necesarios para encontrar una solución son inferiores que los requeridos por el método exacto para encontrar una cota superior (sin solución asociada).

En el siguiente experimento se exige más al algoritmo, aumentando considerablemente la cantidad de generaciones con la que se trabaja. También se aumenta la cantidad de vacas y recursos (utilizando el escenario D), pero en este último caso se hace de manera desproporcionada, incrementando únicamente la cantidad de alimento en la última zona. Los resultados correspondientes se presentan en la Tabla 5.21

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	2168609	2110476.53	28988.395	50.64677	647.1977
	750	2528434	2449220.87	33313.509	42.72527	968.1107
	1000	2862926	2768659.47	45754.289	35.25524	1286.3363
	1250	3213744	3086914.47	53046.545	27.81289	1614.3700
	1500	3546440	3404400.83	50633.070	20.38851	1934.5053
6000	500	1993245	1944075.60	25905.314	69.35057	976.9457
	750	2436113	2344821.90	46301.353	63.03259	1467.0023
	1000	2866348	2775357.27	44260.121	56.24496	1953.0623
	1250	3376053	3202072.93	64425.380	49.51755	2436.7877
	1500	3760828	3638129.20	78869.185	42.64288	2922.0070
8000	500	1842289	1768718.23	36102.553	77.90280	1312.2490
	750	2312671	2222775.23	50572.528	72.23011	1950.7333
	1000	2820619	2702717.63	63726.559	66.23403	2606.4697
	1250	3347422	3230997.93	60853.220	59.63405	3248.8613
	1500	3818955	3720840.83	58301.941	53.51427	3898.4423
10000	500	1633126	1556064.30	40089.362	78.29209	1647.2400
	750	2189283	2081137.10	53512.503	70.96705	2447.5713
	1000	2726017	2597524.97	53508.915	63.76317	3259.0390
	1250	3276913	3158553.53	77278.996	55.93653	4081.2707
	1500	3919449	3694551.20	88340.061	48.45908	4890.5647

Tabla 5.21: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario D

Las modificaciones realizadas a este experimento hicieron evidenciar por completo las limitaciones de este algoritmo. En comparación con los experimentos anteriores, los incrementos en cantidades de vacas y recursos, y en particular la desproporción de alimentos entre las distintas zonas, provocaron que las soluciones obtenidas no sean tan buenas y los tiempos de ejecución sean elevados. Para poder obtener mejores resultados se debería aumentar considerablemente la cantidad de generaciones, lo que implicaría mayores costos computacionales y por lo tanto mayores tiempos de ejecución.

También debemos tener en cuenta que el método exacto no pudo obtener una cota superior en menos de 3600 segundos para ninguno de los casos de este escenario, lo que hace pensar que los tiempos de ejecución para encontrar una solución no óptima pueden llegar a ser muy superiores a dicho número.

Por último se presenta un experimento similar al anterior, pero utilizando el escenario E, el cual incrementa (con respecto al escenario D) las cantidades de recursos en las primeras zonas de modo que todas mantengan una cierta proporción alimenticia.

Los resultados para este experimento se pueden observar en la Tabla 5.22. A partir de estos resultados, y comparándolos con los resultados presentados en 5.19, podemos apreciar que las soluciones obtenidas no son tan buenas y los tiempos de ejecución son bastante más elevados. Para poder obtener mejores resultados se debería exigir al algoritmo incrementando la cantidad de generaciones, pero los tiempos de ejecución se dispararían aún más. Igualmente cabe destacar que menos de 3600 segundos se obtuvieron soluciones a menos del 10 % del óptimo.

También se debe recordar que el método exacto para este escenario tampoco pudo obtener una cota superior en menos de 3600 segundos para ninguno de los casos presentados.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	4390946	4380364.80	3471.505	12.04057	650.3333
	750	4439148	4429692.30	4217.833	11.05005	975.7327
	1000	4494806	4483804.77	6028.134	9.96345	1303.6693
	1250	4552175	4533548.50	8154.631	8.96458	1633.1483
	1500	4600722	4588074.03	7772.694	7.86968	1948.4783
6000	500	6551987	6542980.83	4407.285	12.40960	984.4743
	750	6618425	6603494.53	7490.887	11.59951	1474.2953
	1000	6681890	6667492.13	5896.578	10.74278	1964.5457
	1250	6741548	6728575.47	7616.318	9.92506	2455.4343
	1500	6819853	6796215.03	10203.571	9.01957	2948.1020
8000	500	8711983	8700682.30	5504.824	9.97716	1325.7483
	750	8783438	8766208.63	6598.396	9.29918	1969.5233
	1000	8855504	8840039.60	7510.521	8.53528	2618.5390
	1250	8932834	8912769.87	7830.901	7.78277	3272.2280
	1500	9020198	8986032.63	13832.998	7.02474	3923.3740
10000	500	10824622	10808932.17	9466.615	8.07983	1668.0790
	750	10898737	10885026.53	8000.467	7.43272	2473.9240
	1000	10980793	10960051.27	9431.325	6.79470	3290.4843
	1250	11058709	11040237.30	10610.823	6.11279	4107.9467
	1500	11148712	11118080.43	15579.637	5.45081	4933.9057

Tabla 5.22: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario E

Esta codificación muestra limitaciones para algunos escenarios. Si bien fue posible determinar soluciones para todos los casos ejecutados, en algunos de ellos las mismas no estuvieron tan cercanas al óptimo (con gaps que alcanzan el 8 %). En los primeros experimentos, donde las cantidades de vacas son inferiores a 500, se obtuvieron soluciones buenas en tiempos razonables. En otros experimentos, donde las cantidades de vacas son iguales o superiores a 1000, se obtuvieron resultados de peor calidad, tanto en lo que respecta a los valores de gap como a los tiempos de ejecución. Particularmente en el escenario D, donde la distribución de recursos alimenticios entre las distintas zonas de campo es desproporcional, este algoritmo genético presenta mayores dificultades que en el resto de los escenarios.

Con respecto a los tiempos de ejecución, los valores aumentan proporcionalmente a medida que se incrementan las cantidades de vacas, generaciones y recursos alimenticios, lo cual es coherente porque aumenta proporcionalmente el costo computacional. Por otra parte, los valores

de gap no mantienen un incremento proporcional, ya que los mismos no dependen solamente de los parámetros mencionados anteriormente, sino que también dependen del tipo de distribución de recursos elegida.

Codificación Básica Grupal (1 ordeño)

La codificación básica grupal está basada en la formulación básica grupal presentada en la sección 5.3.3, la cual busca armar grupos de vacas y asignarlos a una determinada zona de campo para que se alimenten. En esta representación no interesa tener conocimiento de cada vaca en forma individual, sino que las vacas son manejadas por grupo. Se considera una única instancia de ordeño y se asume que todas las vacas tienen similares características. Los resultados obtenidos para el escenario A se presentan en la Tabla 5.23.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
50	50	2074	2044.67	35.817	1.46185	0.0040
	100	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.0057
	150	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.0087
	200	2074	2074.00	0.000	0.04819	0.0123
100	50	4149	4077.87	94.754	1.73815	0.0043
	100	4149	4149.00	0.000	0.02410	0.0067
	150	4149	4149.00	0.000	0.02410	0.0087
	200	4149	4149.00	0.000	0.02410	0.0123
150	50	6224	6147.80	82.683	1.24016	0.0033
	100	6224	6224.00	0.000	0.01606	0.0057
	150	6224	6224.00	0.000	0.01606	0.0103
	200	6224	6224.00	0.000	0.01606	0.0180
200	50	8250	8128.00	145.779	1.47879	0.0037
	100	8250	8237.77	20.698	0.14828	0.0067
	150	8250	8249.93	0.254	0.00081	0.0103
	200	8250	8249.97	0.183	0.00040	0.0183
250	100	10015	9997.27	18.400	0.17707	0.0097
	200	10015	10013.53	2.801	0.01464	0.0180
	300	10015	10014.97	0.183	0.00033	0.0340
	400	10015	10015.00	0.000	0.00000	0.0453
500	100	18646	18628.20	16.357	0.10082	0.0103
	200	18647	18645.80	0.997	0.00644	0.0220
	300	18647	18646.50	0.509	0.00268	0.0377
	400	18647	18646.53	0.681	0.00250	0.0590
750	100	19239	19220.77	12.224	0.10516	0.0113
	200	19240	19233.93	4.660	0.03673	0.0267
	300	19241	19237.60	3.892	0.01767	0.0447
	400	19241	19240.07	1.437	0.00485	0.0553
1000	100	15744	15723.00	16.659	0.21578	0.0147
	200	15757	15744.97	8.992	0.07637	0.0320
	300	15757	15749.63	4.958	0.04675	0.0480
	400	15757	15753.77	2.473	0.02052	0.0573

Tabla 5.23: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

A partir de los resultados presentados en la Tabla 5.10, se puede apreciar que los resultados obtenidos por el algoritmo genético son de excelente calidad. De manera inmediata, con tiempos menores a 1 segundo, se obtuvieron soluciones óptimas. Para 5 de las 8 cantidades de vacas consideradas en este escenario, se alcanzó el valor óptimo. Los resultados correspondientes al escenario B se pueden observar en la Tabla 5.24.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
2000	200	82528	82524.00	5.173	0.00485	0.0447
	400	82528	82527.93	0.254	0.00008	0.0737
	600	82528	82528.00	0.000	0.00000	0.1073
	800	82528	82528.00	0.000	0.00000	0.1213
4000	200	152051	152003.90	33.235	0.04084	0.0590
	400	152065	152039.70	17.003	0.01730	0.0973
	600	152064	152048.00	10.527	0.01184	0.2337
	800	152066	152050.20	10.604	0.01039	0.1990
6000	200	213317	213307.00	6.933	0.00469	0.0703
	400	213317	213314.50	3.627	0.00117	0.1047
	600	213317	213316.53	1.074	0.00022	0.1530
	800	213317	213316.93	0.254	0.00003	0.3137
8000	200	185439	185362.53	53.472	0.04609	0.1000
	400	185446	185415.80	21.938	0.01736	0.1517
	600	185445	185427.17	14.295	0.01123	0.2000
	800	185446	185433.53	11.422	0.00780	0.2387
10000	200	157565	157426.13	78.313	0.09638	0.1177
	400	157574	157520.73	34.210	0.03634	0.1713
	600	157574	157538.53	26.144	0.02505	0.2383
	800	157573	157546.17	31.705	0.02020	0.3317

Tabla 5.24: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

En esta instancia también se puede comprobar que el comportamiento del algoritmo genético es muy bueno. En tiempos menores a 1 segundo se lograron resultados de excelente calidad, en algunos casos promediando el valor óptimo. Puntualmente, en 3 de las 5 cantidades de vacas consideradas en este escenario se obtiene el óptimo.

Codificación Básica Grupal (varios ordeños)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los distintos experimentos realizados sobre la codificación básica grupal, los cuales respetan los escenarios y parámetros utilizados por los algoritmos genéticos en la sección 5.3.4.

Los resultados correspondientes al primer experimento con esta codificación se pueden observar en la Tabla 5.25. A partir de los mismos se puede apreciar que el algoritmo obtiene muy buenos resultados. Para la mayoría de los casos presentados, el gap es muy chico, incluso se obtienen valores que están entre las cotas encontradas. A su vez, el tiempo de ejecución es menor a 1 segundo.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
100	100	111731	111143.90	377.908	5.48184	0.2163
	200	114248	113495.63	386.330	3.48190	0.4143
	300	115939	115135.60	433.239	2.08725	0.6080
	400	117001	116232.37	414.181	1.15455	0.8087
	500	117046	116882.97	117.587	0.60127	0.9963
200	100	202552	193977.17	4608.288	9.06667	0.2413
	200	213257	210536.17	2730.668	1.30408	0.4583
	300	213302	213245.57	69.621	0.03396	0.6767
	400	213312	213288.20	13.855	0.01397	0.8870
	500	213313	213296.33	11.763	0.01016	1.1020
300	100	170567	170238.33	143.083	0.74377	0.2677
	200	171044	170776.97	113.794	0.42972	0.5027
	300	171039	170919.30	87.339	0.34674	0.7293
	400	171103	170973.40	62.334	0.31519	0.9673
	500	171195	171019.07	77.790	0.28857	1.1993
400	100	127619	127075.43	287.665	2.03112	0.2990
	200	128479	128235.10	122.158	1.13708	0.5423
	300	128752	128553.10	152.058	0.89191	0.7923
	400	128975	128763.37	116.173	0.72981	1.0393
	500	129010	128830.57	104.652	0.67800	1.2833

Tabla 5.25: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

En el experimento cuyos resultados se presentan en la Tabla 5.26 se aumenta proporcionalmente por un factor de 10 las cantidades de vacas y recursos (escenario B) con respecto al escenario utilizado en el experimento anterior (escenario A), pero no se aumenta la cantidad de generaciones.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
1000	100	1117129	1106903.03	4808.152	5.86791	0.4570
	200	1139608	1130368.03	4880.931	3.87242	0.8017
	300	1165502	1148808.37	4983.684	2.30424	1.1467
	400	1168258	1160364.47	4560.100	1.32150	1.5433
	500	1170551	1168363.77	2006.871	0.64123	1.9040
2000	100	2006853	1943165.03	38903.827	8.90793	0.7307
	200	2132765	2088992.43	33939.509	2.07181	1.2303
	300	2133095	2131697.43	2334.143	0.06988	1.7233
	400	2133082	2132848.07	123.208	0.01594	2.1557
	500	2133147	2132946.90	132.620	0.01130	2.5677
3000	100	1705260	1701323.53	1633.284	0.80573	1.0063
	200	1710155	1707375.30	1472.429	0.45289	1.6530
	300	1710126	1708853.63	938.259	0.36670	2.3220
	400	1711070	1709471.90	719.055	0.33065	2.9663
	500	1711172	1709890.40	667.940	0.30625	3.6393
4000	100	1275954	1272125.47	2257.417	1.92587	1.2890
	200	1285865	1281776.50	1933.224	1.18182	2.1023
	300	1287764	1285692.23	1392.203	0.87994	2.8983
	400	1289738	1287278.77	1615.645	0.75763	3.7203
	500	1290460	1288398.03	1054.827	0.67134	4.5053

Tabla 5.26: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario C

Al aumentar la cantidad de vacas y recursos pero no la cantidad de generaciones, se esperaba que los resultados obtenidos no sean de buena calidad, sin embargo se puede apreciar que para varios casos los valores de gap son satisfactorios. A su vez, los tiempos de ejecución son muy bajos, teniendo margen para exigir aún más al AG para alcanzar mejores resultados sin que los tiempos de ejecución sean una limitante.

Por otro lado se realizó un experimento en cual se aumenta considerablemente la cantidad de generaciones, vacas y recursos (escenario D), pero en este último caso se hace de manera desproporcionada, incrementando únicamente la cantidad de alimento en la última zona. Los resultados para dicho experimento se presentan en la Tabla 5.27.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	3938959	3697988.83	96161.943	13.52299	4.5157
	750	4096685	3964761.13	62652.818	7.28455	6.4930
	1000	4210243	4074116.23	73777.314	4.72729	8.4163
	1250	4237376	4152132.20	40203.296	2.90290	10.4260
	1500	4267751	4202497.00	38414.690	1.72513	12.5687
6000	500	5195559	4843719.03	150894.075	23.63609	6.3403
	750	5585008	5319469.70	124623.243	16.13562	9.0453
	1000	5800216	5616614.10	118019.933	11.45098	11.9067
	1250	6010962	5787037.40	100071.048	8.76416	14.7673
	1500	6212547	5937095.70	118565.206	6.39841	17.4923
8000	500	6425763	5947969.23	231962.894	25.69000	8.1780
	750	7079614	6620537.97	222930.186	17.28737	11.8257
	1000	7447915	7049891.87	174284.855	11.92331	15.3260
	1250	7686248	7312357.70	228658.355	8.64423	18.8010
	1500	7795689	7521386.07	130914.484	6.03277	22.5323
10000	500	7111294	6840333.60	256772.051	4.57377	9.9220
	750	7143935	7132854.30	7864.330	0.49295	13.7460
	1000	7153985	7145919.63	4010.784	0.31068	17.6203
	1250	7155209	7151125.53	2289.067	0.23806	20.9787
	1500	7157306	7153193.37	1709.858	0.20921	25.4133

Tabla 5.27: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario D

La desproporción en la distribución de alimento en este experimento deja en evidencia alguna de las limitaciones del AG propuesto. Los incrementos en cantidades de vacas y recursos, y en particular la desproporción de alimentos entre las distintas zonas, provocaron que las soluciones obtenidas no mantengan la calidad encontrada en casos anteriores. Particularmente los peores resultados se obtienen en los casos que se trabaja con 6000 y 8000 vacas, donde los valores de gap se encuentran cercanos al 6%. A su vez, en este experimento, el AG no consigue obtener resultados entre las cotas. Para obtener mejores resultados se podría exigir el algoritmo aumentando la cantidad de generaciones, lo que haría aumentar los tiempos de ejecución. Esto no parece razonable, ya que las cotas inferiores se obtuvieron en menos de 15 segundos.

Por último se presenta otro experimento en el que las cantidades de recursos en las distintas zonas es más pareja. Los resultados correspondientes se presentan en la Tabla 5.28.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	4714674	4683049.37	17742.957	5.96254	4.3710

Continúa en la próxima página

Tabla 5.28 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
6000	750	4780491	4742741.23	15967.494	4.76391	6.3323
	1000	4815566	4789034.97	19682.456	3.83431	8.1943
	1250	4834673	4810564.03	11949.801	3.40200	10.1863
	1500	4860093	4832385.00	11812.238	2.96383	12.2037
	500	7084975	7030715.00	30676.202	5.88034	6.1117
	750	7175474	7118617.23	22779.145	4.70360	8.7723
	1000	7231771	7183754.10	29401.272	3.83162	11.4680
8000	1250	7270716	7214036.63	23963.979	3.42623	14.1270
	1500	7276581	7241454.63	21835.658	3.05919	16.7877
	500	9448162	9367611.17	32982.911	3.07669	7.8897
	750	9564816	9498300.00	32352.939	1.72450	11.2597
	1000	9632433	9570894.37	33207.569	0.97339	14.5863
	1250	9629929	9613037.40	14857.141	0.53735	18.0903
	1500	9632513	9624092.03	6810.259	0.42297	21.3763
10000	500	11701164	11667490.33	27048.349	0.77857	9.5573
	750	11712099	11703475.53	5226.438	0.47255	13.4430
	1000	11720710	11712725.17	4556.991	0.39389	17.6767
	1250	11726300	11716474.13	4379.792	0.36201	21.2413
	1500	11728551	11718844.47	4987.177	0.34185	24.9933

Tabla 5.28: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario E

En este experimento, y debido a que se puso a disposición más recursos distribuidos de forma más pareja entre las distintas zonas, se logró mejorar los valores de gap en comparación a los encontrados en el experimento anterior, manteniendo tiempos de ejecución similares. Igualmente, el AG no consigue obtener una solución entre las cotas encontradas.

En términos generales, esta codificación muestra muy buenos resultados para la mayoría de los experimentos evaluados. Con la salvedad de algunas excepciones, se puede observar que la calidad de los resultados es muy buena, y los tiempos de ejecución son realmente bajos. En los primeros experimentos, donde las cantidades de vacas son inferiores a 4000, se encontraron soluciones de excelente calidad en tiempos menores a los 5 segundos. En los restantes experimentos, donde las cantidades de vacas son iguales o superiores a 4000, los resultados obtenidos no mantienen la calidad de los casos anteriores (algo que se ve reflejado en los valores de gap) y los tiempos de ejecución no superan los 25 segundos.

Al igual que en la codificación básica individual, los valores de los tiempos aumentan proporcionalmente a medida que se incrementan las cantidades de vacas, generaciones y recursos alimenticios, sin embargo los valores de gap aumentan desproporcionalmente porque estos no dependen solamente de los parámetros mencionados, sino que también dependen del escenario utilizado. Particularmente, los valores de gap dejan en claro que esta codificación se ve limitada cuando los escenarios presentan desproporción en la distribución del alimento.

Comparación entre el AG con codificaciones individuales y grupales

En esta sección se realizan las comparaciones entre las codificaciones individuales y grupales.

Codificación Básica Individual (CBI) vs Codificación Básica Grupal (CBG) (1 ordeño)

Las distintas codificaciones programadas para un único ordeño se comparan a partir de los resultados mostrados en la sección 5.4.2.

En términos generales, los valores de producción de leche obtenidos son similares para ambas codificaciones. La mayor diferencia se encuentra en el experimento que considera 10000 vacas utilizando el escenario B. Para este caso, la diferencia máxima relativa es de 0.2%.

En cuanto a los tiempos de ejecución, la diferencia es mayor. Claramente se observa que la codificación grupal ejecuta mucho más rápido que la individual. La mayor diferencia también se encuentra en el experimento mencionado, mientras que la codificación grupal tarda menos de 1 segundo, la codificación individual demora 87 segundos. Esta comparación se presenta en la Figura 5.1 mediante una gráfica.

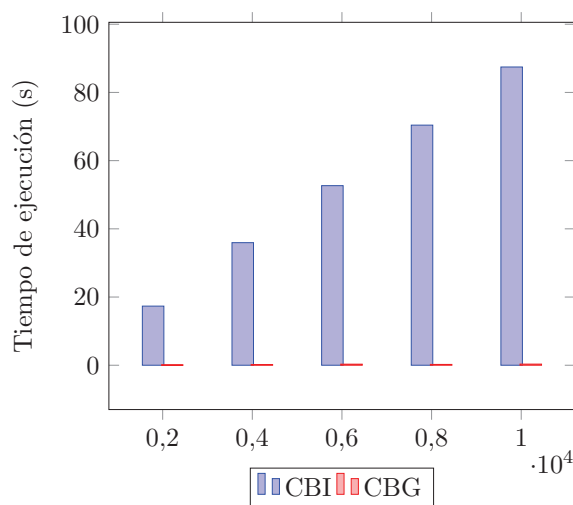


Figura 5.1: Comparación Tiempos Ejecución para Escenario B (Valores tomados de las Tablas 5.18 y 5.24).

Codificación Básica Individual (CBI) vs Codificación Básica Grupal (CBG) (varios ordeños)

En este punto se comparan las distintas codificaciones programadas para 30 ordeños (2 ordeños diarios durante 15 días) a partir de los resultados mostrados en la sección 5.4.2. Al considerar varios ordeños la exigencia sobre el AG aumenta, particularmente en el caso de la codificación individual.

Los valores de producción de leche obtenidos en el experimento asociado al escenario B son similares entre ambas codificaciones, sin embargo, en el experimento asociado al escenario C se encuentran algunas diferencias, dado que la CBG obtiene mejores resultados. La máxima diferencia relativa para dicho escenario es de 9.5%, correspondiente al caso de 2000 vacas. Por otra parte, las diferencias presentadas en el escenario D son mayores, donde la diferencia máxima relativa es de 50.5%, correspondiente al caso de 8000 vacas.

Las diferencias mencionadas anteriormente para los escenarios C y D pueden observarse mediante una gráfica en las Figuras 5.2 y 5.3 respectivamente.

En el experimento asociado al escenario E también se encuentran algunas diferencias a favor de la CBG, aunque las mismas no son tan importantes como las presentadas en el escenario D.

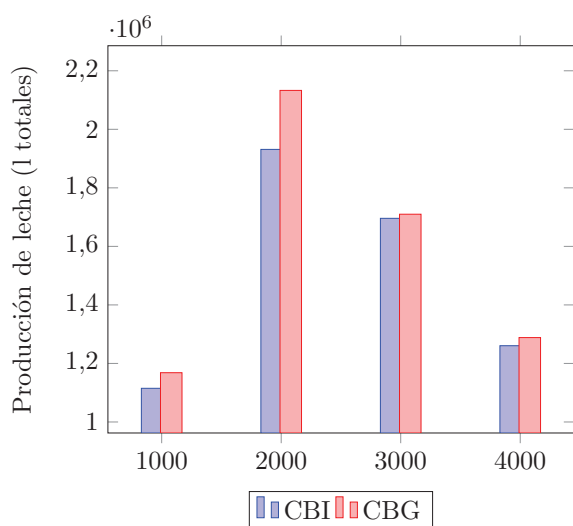


Figura 5.2: Comparación
Producción Leche para Escenario C
(Valores tomados de las Tablas 5.20 y 5.26).

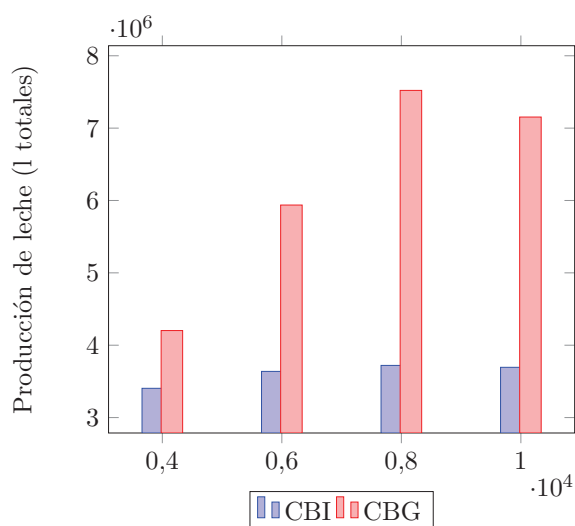


Figura 5.3: Comparación
Producción Leche para Escenario D
(Valores tomados de las Tablas 5.21 y 5.27).

La máxima diferencia relativa es de 6.6 %, correspondiente al caso de 8000 vacas. En la Figura 5.4 se presenta una gráfica que muestra estas diferencias.

Con respecto a los tiempos de ejecución, la diferencia entre ambas codificaciones es muy importante. Claramente se observa que la codificación grupal ejecuta mucho más rápido que la individual. La mayor diferencia se encuentra en el experimento asociado al escenario E, mientras que la codificación grupal tarda 25 segundos, la codificación individual demora 4934 segundos. Esta comparación se presenta en la Figura 5.5 mediante una gráfica.

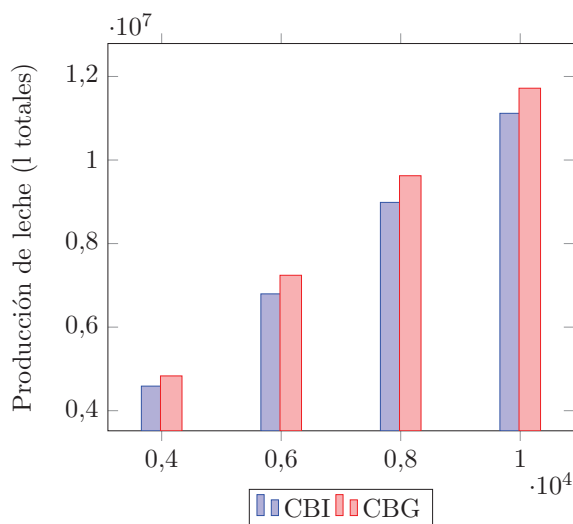


Figura 5.4: Comparación
Producción Leche para Escenario E
(Valores tomados de las Tablas 5.22 y 5.28).

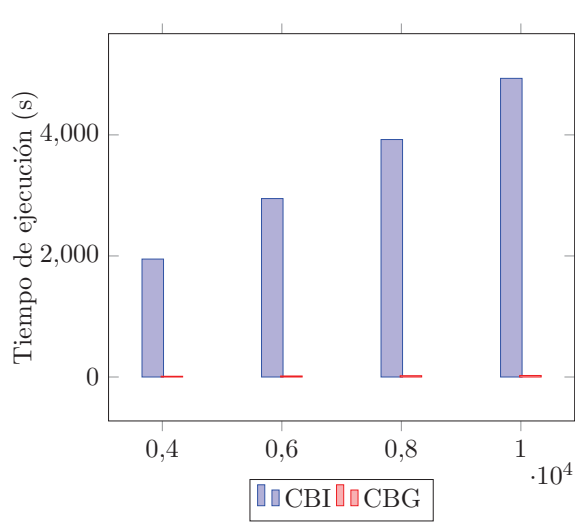


Figura 5.5: Comparación
Tiempos Ejecución para Escenario E
(Valores tomados de las Tablas 5.22 y 5.28).

A partir de las gráficas presentadas en las figuras mencionadas se puede apreciar con claridad las ventajas de la codificación grupal frente a la individual. En dichas gráficas se aprecia en mayor magnitud las diferencias en calidad de solución y en costos computacionales entre ambos mecanismos. Particularmente, la gráfica de producción de leche presentada en la Figura 5.3

deja en claro las dificultades que presenta la codificación individual para conseguir soluciones similares a las encontradas por la codificación grupal.

5.5. Comparación entre métodos exactos y el algoritmo genético propuesto

En esta sección se comparan y analizan los resultados obtenidos por los métodos exactos y algoritmos genéticos, presentados en las secciones 5.3 y 5.4.2 respectivamente. Dicha comparación se realiza por modelos (individuales o grupales) y el análisis se efectúa, en algunos casos, mediante gráficas que permitan evaluar las diferencias existentes entre litros de leche producidos y tiempos de ejecución. Para el algoritmo genético se utilizan los promedios obtenidos a raíz de las 30 ejecuciones realizadas, considerando para cada cantidad de vacas el mejor resultado entre las distintas generaciones contempladas.

Para este estudio se utilizan los mismos experimentos que se desarrollaron a lo largo del capítulo, aprovechando de esta forma los resultados presentados para las distintas formulaciones y codificaciones.

5.5.1. Método exacto vs AG en la formulación básica individual (1 ordeño)

En esta primera instancia se comparan los resultados obtenidos para las ejecuciones correspondientes a un único ordeño. Para estos casos debemos recordar que los resultados obtenidos por la formulación matemática fueron óptimos.

Inicialmente se compararon los valores mostrados en las Tablas 5.6 y 5.17, correspondientes al escenario A, para la formulación matemática y el algoritmo genético respectivamente. En los experimentos asociados a este escenario, los valores de producción de leche son similares, encontrando una diferencia máxima relativa de 0.1%. A su vez, los tiempos de ejecución correspondientes al método exacto son inferiores a 1 segundo, mientras que el AG tarda como máximo 4 segundos.

Por otra parte, se compararon los valores presentados en las Tablas 5.7 y 5.18, correspondientes al escenario B. A partir de dichas tablas, se puede observar que los valores obtenidos por el algoritmo genético son muy buenos, obteniendo en varios casos valores cercanos a los óptimos. La excelente calidad de los mismos también puede verse reflejada en los valores de gap de las Tablas presentados en 5.4.2. La máxima diferencia relativa ocurre para el caso de 10000 vacas y es de 0.2%.

Con respecto a los tiempos de ejecución, es posible observar la diferencia existente computacionalmente entre el método exacto y el algoritmo genético. En ambos casos los tiempos de ejecución empiezan a aumentar considerablemente cuando se trabaja con más de 1000 vacas, pero los valores obtenidos por el algoritmo genético son mayores a los del método exacto. La máxima diferencia se alcanza en el caso de 10000 vacas, donde el método exacto tarda 15 segundos y el AG tarda 87 segundos.

5.5.2. Método exacto vs AG en la formulación básica individual (varios ordeños)

En esta sección se comparan los resultados obtenidos para las ejecuciones correspondientes a 30 ordeños (2 ordeños diarios durante 15 días), presentados en las secciones 5.3.2 y 5.4.2 para el método exacto y el AG respectivamente. Para estos modelos debemos tener en cuenta que, en términos generales, los resultados obtenidos no fueron buenos.

A través del método exacto no se encontraron soluciones óptimas en tiempos razonables, y solamente en dos casos del escenario B (para 200 y 300 vacas) se determinaron soluciones no óptimas (cotas inferiores). Para los casos restantes de dicho escenario no se obtuvieron soluciones pero sí cotas superiores en tiempos razonables. A su vez, para el escenario C solamente se obtuvieron cotas superiores, mientras que para los escenarios D y E esto no fue posible.

Con respecto al algoritmo genético, se encontraron soluciones para todas las ejecuciones, incluso en los escenarios que el método exacto no alcanzó ninguna solución. Igualmente, en algunos casos se obtienen valores insatisfactorios. Particularmente dichos valores insatisfactorios ocurren en el escenario D y esto puede corroborarse a partir de los valores de gap y los tiempos de ejecución presentados en la sección 5.4.2.

Debido a que la formulación básica solamente pudo obtener una solución para algunos casos del experimento asociado al escenario B (presentado en 5.3.2), se presenta una comparación gráfica para ese único experimento, indicando valores 0 (en producción y tiempo) para los casos donde no se obtuvieron soluciones. Dichas gráficas comparativas de producción de leche y tiempo de ejecución se presentan en las Figuras 5.6 y 5.7 respectivamente.

Particularmente en este experimento, los valores encontrados por el algoritmo genético muy buenos. Los valores de gap siempre son menores al 1% y los tiempos de ejecución son relativamente bajos.

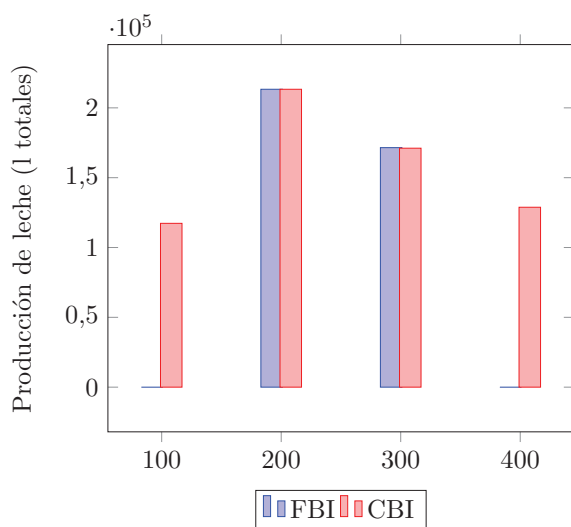


Figura 5.6: Comparación Producción Leche para Escenario B (Valores tomados de las Tablas 5.8 y 5.19).

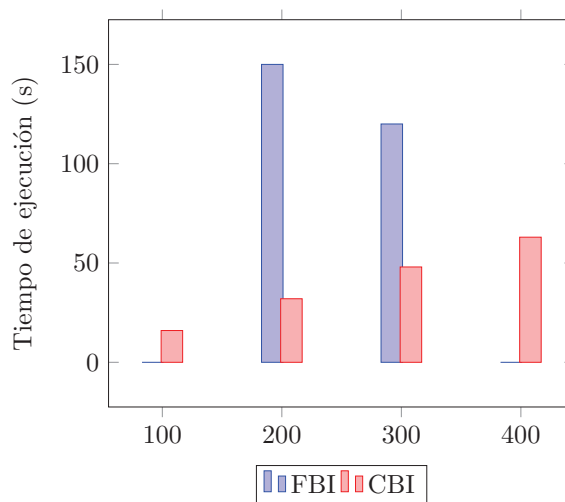


Figura 5.7: Comparación Tiempos Ejecución para Escenario B (Valores tomados de las Tablas 5.8 y 5.19).

5.5.3. Método exacto vs AG en la formulación básica grupal (1 ordeño)

En esta sección se comparan los resultados obtenidos para las ejecuciones de los modelos grupales para un único ordeño, presentados en las secciones 5.3.3 y 5.4.2 para el método exacto y el AG respectivamente.

Es importante recordar que el método exacto obtuvo valores óptimos en tiempos menores a 1 segundo en todos los experimentos realizados. A su vez, el algoritmo genético también encontró las soluciones en tiempos menores o iguales a 1 segundo.

Con respecto a los valores de producción de leche, en el escenario A, el AG obtuvo soluciones de excelente calidad, donde la diferencia máxima relativa es menor a 0.03%. Lo mismo sucede con el experimento asociado al escenario B, donde la diferencia máxima relativa es de 0.02%.

5.5.4. Método exacto vs AG en la formulación básica grupal (varios ordeños)

En esta sección se comparan los resultados obtenidos para los experimentos correspondientes a 30 ordeños (2 ordeños diarios durante 15 días), los cuales fueron presentados en las secciones 5.3.4 y 5.4.2.

En términos generales, los resultados obtenidos tanto por el método exacto como por el algoritmo genético fueron muy buenos, pero también es importante destacar que en todos los casos el método exacto obtuvo mejores soluciones que el AG.

A través del método exacto se encontraron soluciones óptimas únicamente en 2 de los casos del experimento asociado al escenario E, pero en los restantes casos las soluciones encontradas se acercaron mucho a la cota superior. También cabe destacar que los tiempos de ejecución son realmente bajos. Con respecto al AG, en la mayoría de los experimentos también se obtuvieron resultados muy buenos, y los tiempos de ejecución oscilan entre 1 y 25 segundos.

En el experimento asociado al escenario B, los valores obtenidos por ambos métodos son similares, habiendo una diferencia máxima relativa menor a 0.7%. Con respecto a los tiempos de ejecución, todos los casos tardaron 1 segundo.

En el experimento asociado al escenario C, los valores obtenidos por ambos métodos también son parecidos, y la diferencia máxima relativa tampoco alcanza el 0.7%. En cuanto a los tiempos de ejecución, los mismos fueron iguales o menores a los 5 segundos, pero el AG nunca fue más rápido que el método exacto.

Por otra parte, en el experimento asociado al escenario D se encuentran las mayores diferencias en producción de leche, con mejores resultados para la formulación exacta. Para estos casos, la diferencia máxima relativa es de 6.4%. En los tiempos de ejecución se encontraron diferencias importantes, particularmente en el caso de 10000 vacas, el método exacto tardó apenas 1 segundo, mientras que el AG demoró 25 segundos. Una comparación gráfica de los valores obtenidos en este escenario se presenta en las Figuras 5.8 y 5.9 correspondientes a producción de leche y tiempo de ejecución respectivamente.

Por último, en el experimento asociado al escenario E los valores obtenidos por ambos métodos vuelven a ser similares, excepto para el caso de 6000 vacas, donde se observa la máxima

diferencia relativa de 3%. Con respecto los tiempos de ejecución se da una situación peculiar. Hasta el momento el método exacto lograba mejores tiempos que el genético, pero en el último caso del escenario E (10000 vacas) el método exacto alcanza una solución en 40 segundos, mientras que el algoritmo genético lo hace en 25 segundos. Esto puede apreciarse en la gráfica correspondiente a la Figura 5.10.

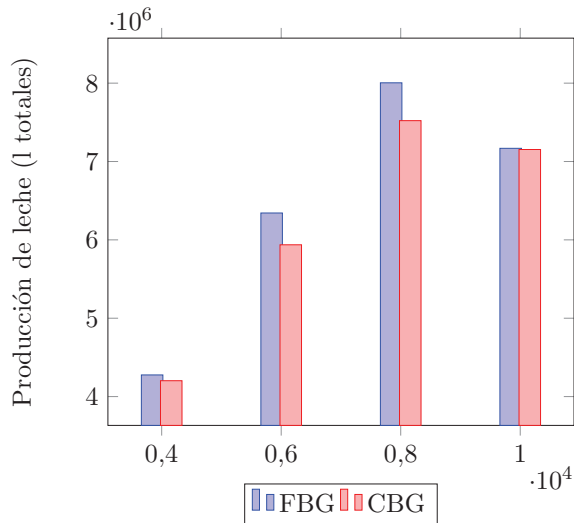


Figura 5.8: Comparación Producción Leche para Escenario D (Valores tomados de las Tablas 5.14 y 5.27).

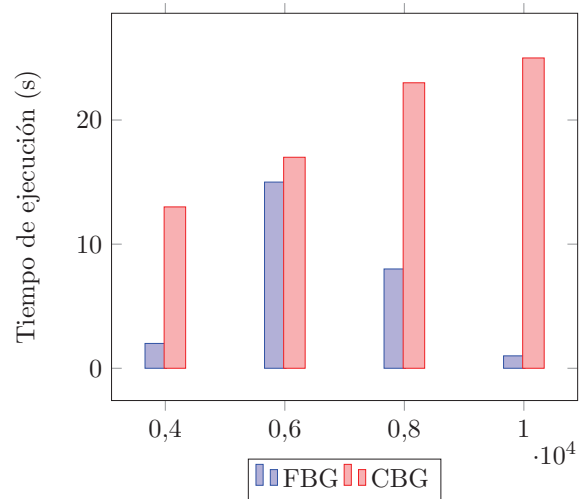


Figura 5.9: Comparación Tiempos Ejecución para Escenario D (Valores tomados de las Tablas 5.14 y 5.27).

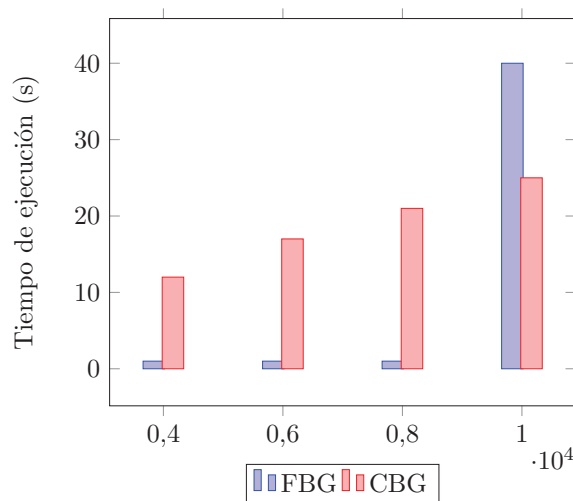


Figura 5.10: Comparación Tiempos Ejecución para Escenario E (Valores tomados de las Tablas 5.15 y 5.28).

5.6. Experimento para análisis e interpretación del modelo agronómico

En esta sección se plantea un experimento sencillo con el objetivo de analizar e interpretar, desde un perfil agronómico, los resultados obtenidos.

A partir del experimento que se presenta a continuación se busca hacer un análisis de so-

luciones óptimas que brinda la codificación básica grupal del AG (corroborado con el método exacto) para un único ordeño. Particularmente interesa interpretar qué distribuciones propone la solución óptima, determinada a través de las formulaciones y algoritmos presentados, a medida que se aumenta la cantidad de ganado y porqué se eligen dichas distribuciones.

A su vez, este experimento se divide en dos partes, una con un enfoque energético y otra con un enfoque económico. El energético tiene como objetivo maximizar la energía adquirida por las vacas, y así maximizar la producción de leche total. El enfoque económico busca maximizar las ganancias económicas asignando un costo económico a la leche y a los recursos alimenticios. La formulación correspondiente a este enfoque se presentó en la sección 4.12.

Para este análisis se considera un mismo escenario (el escenario A) y vacas con las mismas características. Por otro lado, en este experimento es importante tener en cuenta el consumo máximo de alimento en kg de Materia Seca (MS) por día para cada animal (consumo potencial). Según el modelo de producción de leche presentado en la sección 4.2, para vacas de estas características el mismo es aproximadamente 23.383 KgMS/día. Dicho valor tendrá un rol importante en el análisis de este experimento.

La única diferencia entre ambos enfoques está en las cantidades de vacas consideradas. Dicha diferenciación se hace con el objetivo de hacer un análisis más detallado para cada caso.

5.6.1. Enfoque energético

En la Tabla 5.29 se presentan los resultados obtenidos para las distintas cantidades de vacas consideradas. Esta tabla muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) la producción de leche total (PLT(l)), el valor promedio de la producción individual de cada vaca (PI(l)), la cantidad de recursos asignados a cada vaca en kilogramos de materia seca (RA(KgMS)), y la cantidad de vacas distribuidas en cada una de las 5 zonas (Z1, Z2, Z3, Z4 y Z5).

CantV	PLT(l)	PI(l)	RA(KgMS)	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
1	41.50	41.500	23.383	0	0	0	1	0
10	415.00	41.500	23.383	0	0	0	10	0
50	2075.00	41.500	23.383	0	0	0	50	0
100	4150.00	41.500	23.383	0	0	0	100	0
150	6225.00	41.500	23.383	0	0	0	150	0
192	7967.97	41.500	23.383	0	0	0	192	0
193	8003.27	41.468	23.383	0	1	0	192	0
200	8250.30	41.251	23.383	0	8	0	192	0
220	8956.11	40.710	23.383	0	28	0	192	0
250	10014.83	40.059	23.383	0	58	0	192	0
268	10650.06	39.739	23.383	0	76	0	192	0
269	10685.00	39.721	23.383	0	76	1	192	0
285	11236.92	39.428	23.383	0	76	17	192	0
300	11754.74	39.182	23.383	0	76	32	192	0
320	12445.17	38.891	23.383	0	76	52	192	0
344	13274.10	38.588	23.383	0	76	76	192	0
345	13308.50	38.575	23.383	0	76	76	192	1
346	13342.99	38.564	23.383	0	76	76	192	2
370	14169.66	38.296	23.383	0	76	76	192	26

Continúa en la próxima página

Tabla 5.29 – Continuación de la página anterior

CantV	PLT(l)	PI(l)	RA(KgMS)	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
400	15202.99	38.007	23.383	0	76	76	192	56
450	16925.22	37.612	23.383	0	76	76	192	106
500	18647.44	37.295	23.383	0	76	76	192	156
536	19887.40	37.103	23.383	0	76	76	192	192
537	19921.60	37.098	23.383	0	77	76	192	192
538	19955.10	37.091	23.383	0	77	77	192	192
539	19987.80	37.083	23.383	1	77	77	192	192
550	20347.60	36.996	23.383	12	77	77	192	192
560	20674.70	36.919	23.383	22	77	77	192	192
570	21001.90	36.845	23.383	32	77	77	192	192
580	21329.00	36.774	23.383	42	77	77	192	192
583	21427.10	36.753	23.383	45	77	77	192	192
585	21492.60	36.739	23.383	47	77	77	192	192
586	21500.20	36.690	23.379	47	77	77	192	193
587	21510.90	36.645	23.339	47	77	77	193	193
588	21497.00	36.560	23.299	47	77	77	194	193
589	21483.10	36.474	23.260	47	77	77	195	193
590	21470.70	36.391	23.220	48	77	77	194	194
591	21456.80	36.306	23.181	48	77	77	195	194
592	21442.80	36.221	23.142	48	77	77	193	197
600	21331.40	35.552	22.833	48	77	77	199	199
650	20643.60	31.759	21.077	48	77	77	227	221
700	19937.90	28.483	19.571	48	77	77	257	241
800	18544.50	23.181	17.125	48	77	77	233	365
1000	15757.50	15.758	13.700	48	77	77	281	517
1200	12970.60	10.809	11.417	48	77	77	319	679
1500	8790.24	5.860	9.133	48	77	77	866	432

Tabla 5.29: Resultados Distribución ganado para Escenario A - Enfoque energético

A partir de esta información resulta muy interesante analizar el comportamiento de la producción total de leche y cómo disminuye la producción individual promedio una vez que los recursos no son suficientes para que el consumo real de cada vaca sea igual a su consumo potencial. Cuando los recursos son escasos es necesario empezar a repartir el alimento entre todas las vacas y por lo tanto el consumo real es menor al consumo potencial.

Por otra parte, de estos valores se puede apreciar que las soluciones óptimas se construyen siguiendo una clara estrategia, distribuir la mayor cantidad de vacas a las zonas que brindan mayor densidad energética. Esto puede derivarse a partir la distribución de vacas que realiza el algoritmo. Si observamos detenidamente, las primeras 192 vacas son enviadas a la zona 4, las 76 siguientes a la zona 2, y así sucesivamente hasta contar con una cierta cantidad de animales, a partir de la cual es necesario empezar a repartir recursos.

Se analizan los casos mencionados anteriormente a través de dos gráficas. La gráfica que se presenta en la Figura 5.11 muestra la producción total de leche por cantidad de vacas, mientras que la gráfica que se presenta en la Figura 5.12 muestra la producción individual y cantidad de recursos promedio asignados para las distintas cantidades de vacas.

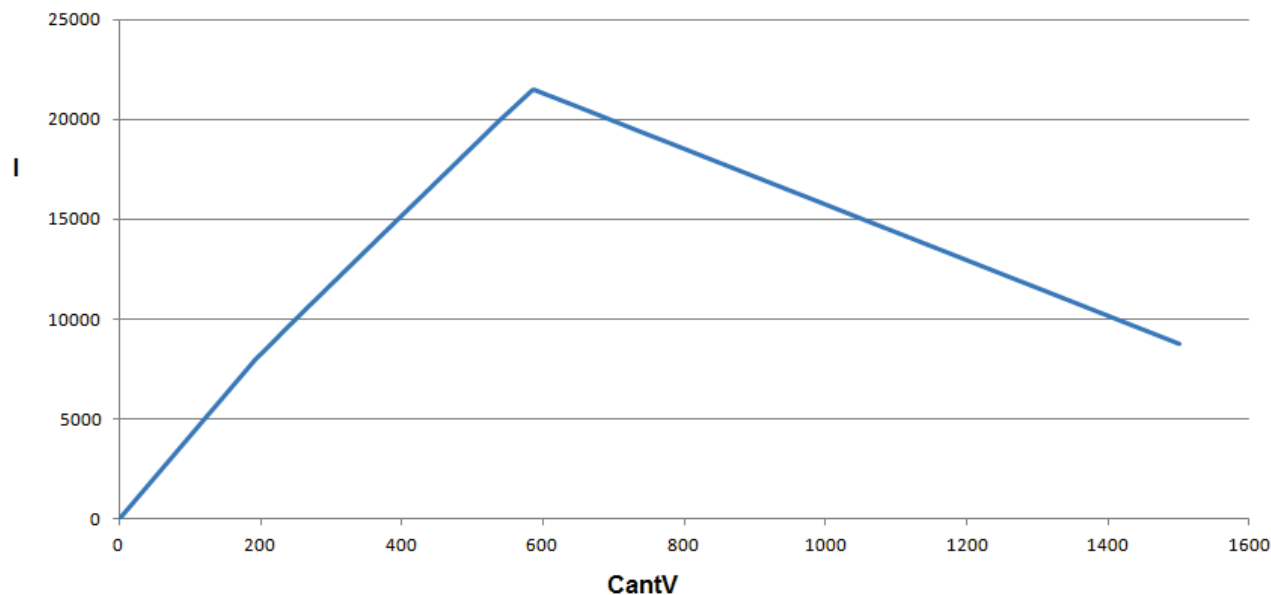


Figura 5.11: Producción total de leche por cantidad de vacas (Valores obtenidos de la Tabla 5.29) - Enfoque energético.

En la gráfica presentada en la Figura 5.11 puede observarse que a partir de un determinado momento la producción de leche total deja de aumentar y comienza a disminuir repentinamente. Esto ocurre debido a que los recursos dejan de abundar y el consumo real de cada vaca es menor al consumo potencial. En primera instancia, y considerando hasta 585 vacas, la cantidad de alimento es suficiente para que cada vaca cubra su consumo potencial. A medida que se incrementa el tamaño del rodeo lechero es necesario empezar a repartir el alimento. Si se observa detenidamente los resultados encontramos que hasta 587 vacas la producción total sigue en aumento, pero si se aumenta el tamaño del rodeo dicha producción empieza a disminuir.

En la gráfica presentada en la Figura 5.12 se compara la producción individual promedio y la cantidad de recursos promedio asignados a cada vaca. En la curva de asignación de recursos se ve claramente que la misma comienza a disminuir cuando el rodeo cuenta con aproximadamente 585 vacas. Como se mencionó anteriormente, esto sucede debido a que los recursos no son suficientes para que todo el rodeo alcance su consumo potencial. Por otra parte, se puede apreciar que la curva de producción individual tiene 3 regiones bien diferenciadas. La primera región ocurre cuando el rodeo cuenta con hasta 192 vacas, siendo cuando el rodeo en su conjunto adquiere la mayor densidad energética promedio posible. Si se analiza la tabla de resultados se observa que hasta ese entonces todos los animales son enviados a la zona 4 (la que brinda mayor densidad energética). Al aumentar la cantidad de vacas el algoritmo distribuye vacas en otra zona y eso provoca que la energía promedio adquirida en todo el rodeo disminuya, lo que constituye la segunda región. La tercera región ocurre cuando el rodeo cuenta con más de 585 vacas, lo que es coherente con lo mencionado para la gráfica anterior.

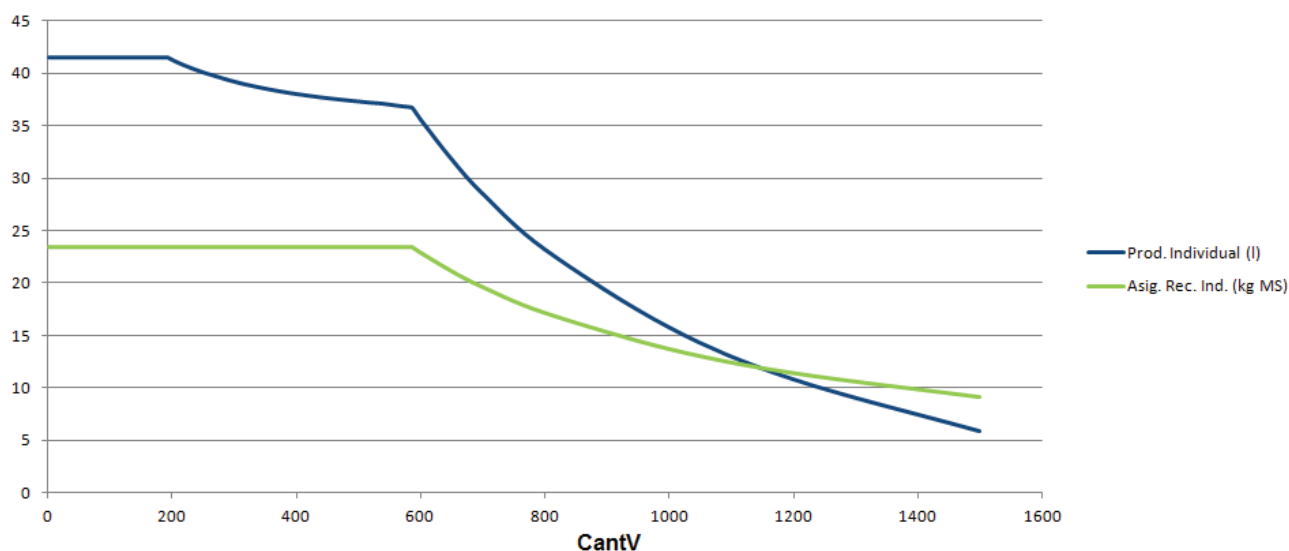


Figura 5.12: Producción individual de leche y recursos promedio asignados por cantidad de vacas (Valores obtenidos de la Tabla 5.29) - Enfoque energético.

5.6.2. Enfoque económico

Para este experimento se asume que el costo de la leche es U\$S 0.35 dólares americanos, mientras que el costo de los recursos correspondientes a las zonas 4 y 5 son U\$S 260 dólares americanos y U\$S 160 dólares americanos respectivamente. Las actividades de las zonas restantes son pasturas, por lo tanto se asume que en dichos casos el costo es 0. Los valores para los costos mencionados fueron propuestos por el Ing. Agr. (PhD) Pablo Chilibroste en base a valores estándar.

La Tabla 5.30 presenta los resultados obtenidos para las distintas cantidades de vacas consideradas. Esta tabla muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) la producción de leche total (PLT(l)), la ganancia total en dólares (GT(U\$S)), el valor promedio de la producción individual de cada vaca (PI(l)), la ganancia por vaca en dólares (GI(U\$S)), la cantidad de recursos asignados a cada vaca en kilogramos de materia seca (RA(KgMS)), y la cantidad de vacas distribuidas en cada una de las 5 zonas (Z1, Z2, Z3, Z4 y Z5).

CantV	PLT(l)	GT(U\$S)	PI(l)	GI(U\$S)	RA(KgMS)	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
1	35.30	12.35	35.297	12.35	23.383	0	1	0	0	0
50	1764.83	617.69	35.297	12.35	23.383	0	50	0	0	0
76	2682.54	938.89	35.297	12.35	23.383	0	76	0	0	0
77	2717.06	950.97	35.286	12.35	23.383	0	76	1	0	0
120	4201.45	1470.51	35.012	12.25	23.383	0	76	44	0	0
152	5306.11	1857.14	34.909	12.22	23.383	0	76	76	0	0
153	5340.31	1869.11	34.904	12.22	23.383	0	77	76	0	0
154	5373.73	1880.80	34.894	12.21	23.383	0	77	77	0	0
155	5406.44	1892.25	34.880	12.21	23.383	1	77	77	0	0
175	6060.70	2121.24	34.633	12.12	23.383	21	77	77	0	0
201	6911.23	2418.93	34.384	12.03	23.383	47	77	77	0	0
202	6952.73	2428.08	34.419	12.02	23.383	47	77	77	1	0
393	14879.20	4175.12	37.861	10.62	23.383	47	77	77	192	0
394	14913.60	4183.43	37.852	10.62	23.383	47	77	77	192	1

Continúa en la próxima página

Tabla 5.30 – Continuación de la página anterior

CantV	PLT(l)	GT(U\$S)	PI(l)	GI(U\$S)	RA(KgMS)	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
450	16842.50	4649.03	37.428	10.33	23.383	47	77	77	192	57
500	18564.80	5064.74	37.130	10.13	23.383	47	77	77	192	107
585	21492.60	5771.46	36.739	9.87	23.383	47	77	77	192	192
586	21500.20	5772.46	36.690	9.85	23.379	47	77	77	192	193
587	21510.90	5773.82	36.645	9.84	23.339	47	77	77	193	193
588	21496.00	5768.95	36.558	9.81	23.299	47	77	77	194	193
589	21484.70	5764.63	36.477	9.79	23.260	48	77	77	194	193
590	21470.70	5759.75	36.391	9.76	23.220	48	77	77	194	194
600	21331.40	5710.98	35.552	9.52	22.833	48	77	77	197	201
650	20634.60	5467.12	31.746	8.41	21.077	48	77	77	246	202
700	19937.90	5223.27	28.483	7.46	19.571	48	77	77	201	297
800	18544.50	4735.56	23.181	5.92	17.125	48	77	77	226	372
900	17151.00	4247.85	19.057	4.72	15.222	48	77	77	400	298
1000	15757.50	3760.14	15.758	3.76	13.700	48	77	77	543	255

Tabla 5.30: Resultados Distribución ganado para Escenario A - Enfoque económico

A partir de la información presentada en esta tabla es posible analizar el comportamiento de las ganancias totales y cómo influye la cantidad de recursos promedio en la producción y ganancias a nivel individual. De la misma forma que en el caso anterior, cuando los recursos son escasos es necesario empezar a repartir el alimento entre todas las vacas y por lo tanto el consumo real es menor al consumo potencial.

La estrategia a partir de la cual se construyen las soluciones es similar a la utilizada en el caso anterior, distribuir la mayor cantidad de vacas a las zonas donde la relación costo-alimento/ganancia sea mayor. Esto puede derivarse a partir la distribución de vacas que realiza el algoritmo. Las primeras 76 vacas son enviadas a la zona 2 porque la relación costo-alimento/ganancia (o ganancia individual) es mayor que en las zonas restantes. Las 76 vacas siguientes se envían a la zona 3, y así sucesivamente hasta que se alcanza una cierta cantidad de animales, a partir de la cual es necesario empezar a repartir recursos.

Se presentan 2 gráficas para analizar los distintos casos. La gráfica que se presenta en la Figura 5.13 muestra las ganancias totales, mientras que la gráfica presentada en la Figura 5.14 muestra la producción individual, las ganancias a nivel individual y cantidad de recursos promedio asignados para las distintas cantidades de vacas.

La gráfica presentada en la Figura 5.13 permite apreciar que a partir de un determinado momento las ganancias totales dejan de aumentar y comienzan a disminuir. Por el mismo motivo que en el caso anterior, esto ocurre debido a que los recursos dejan de abundar y el consumo real de cada vaca es menor al consumo potencial. En primera instancia, y considerando hasta 585 vacas, la cantidad de alimento es suficiente para que cada vaca cubra su consumo potencial. Si observamos detenidamente los resultados podemos ver que la ganancia máxima se alcanza con 587 vacas, pero si aumentamos el tamaño del rodeo las ganancias empiezan a disminuir.

La curva de asignación de la Figura 5.14 comienza a disminuir cuando el rodeo cuenta con aproximadamente 585 vacas, y ese es el punto a partir del cual la producción individual promedio y las ganancias individuales empiezan a bajar de forma pronunciada y definitiva. Como se mencionó anteriormente, esto sucede debido a que los recursos son insuficiente para

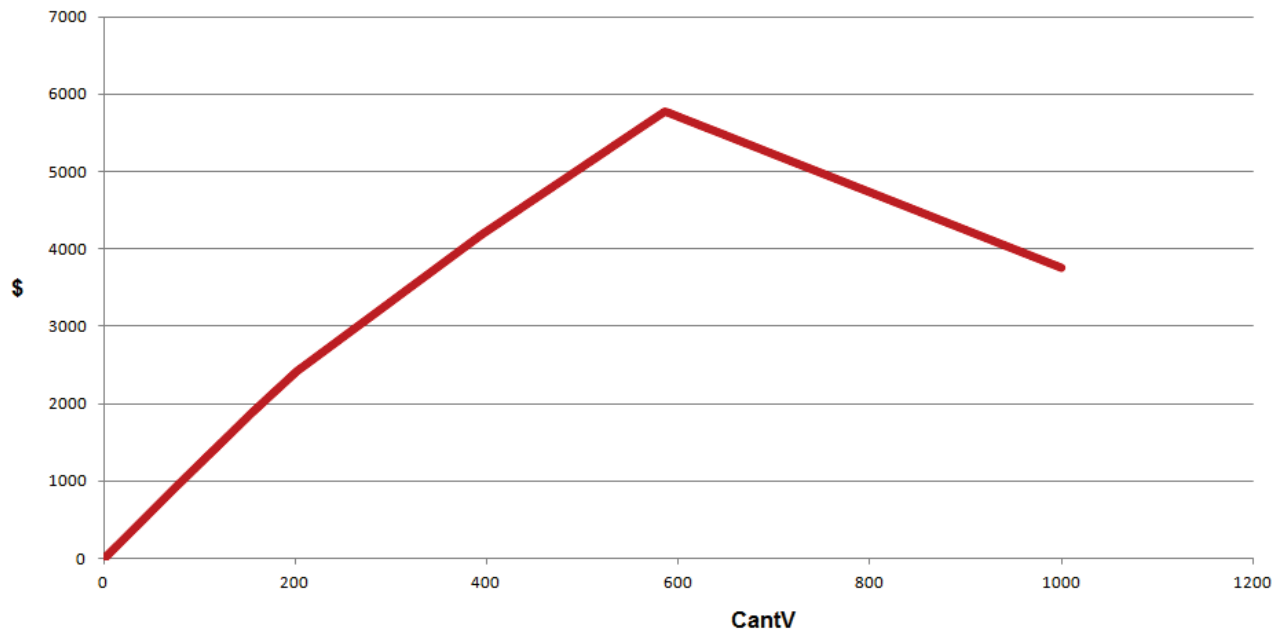


Figura 5.13: Ganancias totales por cantidad de vacas (Valores obtenidos de la Tabla 5.30) - Enfoque económico

que todo el rodeo alcance su consumo potencial.

Por otra parte, se puede apreciar que la curva de producción individual tiene 5 partes bien marcadas. Estas partes quedan determinadas por la distribución de animales que realiza la solución para enviar la mayor cantidad de vacas posible a la misma zona mientras la relación costo/beneficio sea la mejor. Esas 5 partes quedan identificadas a partir que el rodeo cuenta 76, 152, 201, 393 y 585 vacas. Notar que a diferencia del enfoque energético, en este caso la curva en cuestión tiene altibajos porque la función objetivo no es maximizar la producción de leche, sino las ganancias.

Con respecto a la curva de ganancias individuales promedio, se puede observar que la misma tiene una caída gradual. En una primera instancia, y mientras se trabaja con menos de 77 vacas, el algoritmo ubica todas las vacas en la zona 2, logrando las mayores ganancias individuales promedio. Al aumentar la cantidad de vacas del rodeo, el algoritmo distribuye vacas en otra zona y eso provoca que las ganancias promedio de todo el rodeo disminuyan.

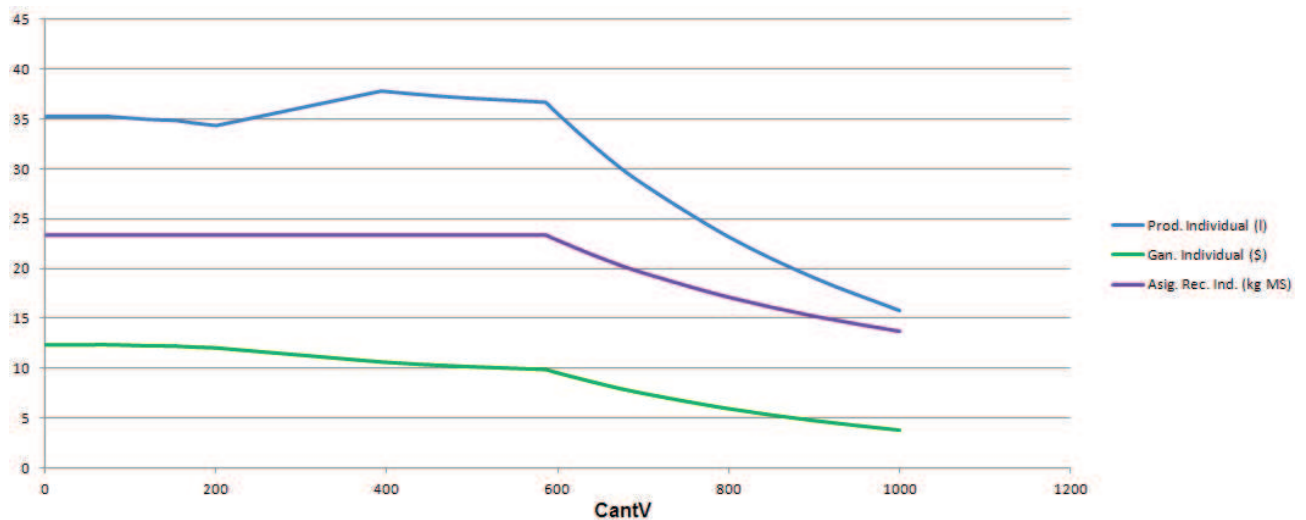


Figura 5.14: Producción individual, ganancias individuales y asignación de recursos promedio (Valores obtenidos de la Tabla 5.30) - Enfoque económico

5.7. Estudio del problema con rodeo heterogéneo

La formulación presentada en la sección 4.13 buscar incorporar un enfoque más realista, donde el rodeo cuente con distintos tipos de vacas. Dichos tipos de vacas quedan determinados por el peso vivo del animal y su potencial genético, los cuales influyen directamente en el consumo potencial y la producción láctea del animal. En esta sección se presentan y comparan los resultados obtenidos por el método exacto y el algoritmo genético para dicho problema.

Este problema se modela de forma similar que la formulación o codificación básica grupal, considerando el agrupamiento de vacas y su posterior envío a una zona de campo. Uno de los puntos a tener en cuenta es que los distintos grupos siempre serán formados por vacas de similares características (mismo tipo de vacas). Para cada tipo de vaca y para cada instancia de ordeño se armarán grupos y posteriormente se distribuirán en las distintas zonas.

Los datos de prueba utilizados son los mismos que los mencionados al principio de este capítulo, con la salvedad que en este caso la descripción del rodeo queda determinada por 3 tipos de vacas. Los valores utilizados para determinar dichos tipos de vaca son 500 kg, 550 kg y 600 kg de peso vivo y 5500 l, 7000 l y 9000 l de potencial genético respectivamente. Por otra parte, se considera que del total de vacas consideradas, el 50 % corresponde al primer tipo, el 30 % al segundo y el 20 % restante al tercero.

La estructura de las tablas de presentación de resultados utilizados para las formulaciones y codificaciones del rodeo heterogéneo son iguales a los presentados para las formulaciones y codificaciones del rodeo básico. Con respecto a las codificaciones, es importante aclarar que para tener valores de referencia y para hacer el cálculo del gap se utilizaron los valores obtenidos a partir de los métodos exactos, considerando el valor óptimo cuando fue posible y una cota superior en caso contrario.

5.7.1. Método Exacto Formulación Heterogénea Grupal (1 ordeño)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los experimentos utilizados en la formulación heterogénea grupal, considerando 1 ordeño. Los parámetros utilizados en estos experimentos coinciden con los utilizados para la formulación grupal presentada en la sección 5.3.3.

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
50	1815	<1
100	3631	<1
150	5446	<1
200	7262	<1
250	8886	<1
500	16432	1.5
750	19774	<1
1000	16468	<1

Tabla 5.31: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
2000	72621	<1
4000	134316	<1
6000	194328	<1
8000	191131	<1
10000	164682	<1

Tabla 5.32: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

La Tabla 5.31 muestra los resultados obtenidos al trabajar sobre los datos del escenario A. En el mismo se puede apreciar que para todos los casos es posible obtener una solución óptima del problema con tiempos de ejecución menores a 1.5 segundos (salvo para el caso de 500 vacas que se demora 1.5 segundos).

Los resultados correspondientes al escenario B se muestran en la Tabla 5.32. En dicho escenario también se alcanzaron soluciones óptimas en tiempos de ejecución inferiores a 1 segundo.

5.7.2. Método Exacto Formulación Heterogénea Grupal (varios ordeños)

Los experimentos que se presentan en esta sección se basan en la misma formulación que la presentada anteriormente, pero en estos casos se consideran 30 instancias de ordeño (2 ordeños diarios durante 15 días). Manteniendo el mismo criterio que en la sección anterior, los parámetros utilizados en estos experimentos coinciden con los utilizados para la formulación presentada en la sección 5.3.4.

De los experimentos realizados en esta sección, solamente en el último fue posible determinar soluciones óptimas, pero en todos los casos se encontró una cota superior y una cota inferior. De la misma forma que en la formulación de la sección 5.3.4, cada vez que se encuentra una solución al problema se toma el valor de producción de leche obtenido como cota inferior.

La estructura de las tablas utilizadas en este punto son los mismos que en la sección 5.3.4, para los cuales se incluyeron columnas que permitan diferenciar los resultados obtenidos para cada cota y los tiempos de ejecución correspondientes. Las soluciones óptimas encontradas se indican en la columna correspondiente a las cotas inferiores y son expresados con el formato de letra en **negrita**

En el primer experimento, cuyos resultados se presentan en la Tabla 5.33, se realizaron ejecuciones de 3600 segundos y no se encontraron soluciones óptimas, pero se obtuvieron soluciones muy cercanas al óptimo en tiempos de 1 segundo.

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
100	104238	104240	1	1
200	194310	194328	1	1
300	177906	177907	1	1
400	138233	138234	1	1

Tabla 5.33: Resultados para Escenario B

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
1000	1042401	1042403	5	1
2000	1943264	1943288	2	1
3000	1779072	1779073	6	1
4000	1382345	1382436	1	1

Tabla 5.34: Resultados para Escenario C

En un segundo experimento, se aumentó proporcionalmente la cantidad de vacas y recursos (utilizando escenario C), y tampoco fue posible encontrar una solución óptima de las vacas en un tiempo razonable. Para estos casos también se obtuvieron soluciones muy cercanas a la óptima en tiempos por debajo de los 100 segundos. Los resultados correspondientes se muestran en la Tabla 5.34.

Cant. Vacas	Cota Inf.(l)	Cota Sup.(l)	Tiempo Cota Inf.(s)	Tiempo Cota Sup.(s)
4000	3743644	3743655	7	4
6000	5544005	5544022	11	6
8000	7344373	7344390	25	5
10000	7381290	7381291	94	6

Tabla 5.35: Resultados para Escenario D

Por otra parte, se buscó experimentar con mayores cantidades de vacas y recursos distribuidos de manera desproporcionada entre las distintas zonas (escenario D). Estas modificaciones permiten evaluar el comportamiento del modelo cuando una de las zonas tiene una cantidad de recursos muy superior a las zonas restantes.

Los resultados correspondientes a dicho experimento se presentan en la Tabla 5.35, y a partir de los mismos se puede observar no se logra determinar una distribución óptima en tiempos razonables, pero se obtienen soluciones muy buenas en tiempos de ejecución satisfactorios. A diferencia de los experimentos anteriores, notamos que en estos casos los tiempos de ejecución para obtener cotas inferiores y superiores son mayores a los obtenidos en experimentos anteriores.

El último experimento de esta sección mantiene las cantidades de vacas consideradas anteriormente pero se emparejó la cantidad de recursos existente en cada zona (se utilizó el escenario E). A diferencia de los restantes experimentos, en este se encontraron soluciones óptimas en todos los casos en tiempos de ejecución muy bajos. Igualmente se puede apreciar claramente una diferencia de tiempos entre los primeros casos y el último. Los valores correspondientes se muestran

Cant. Vacas	Óptimo (l)	Tiempo(s)
4000	4357266	1
6000	6535899	1
8000	8577982	1
10000	10424030	17

Tabla 5.36: Resultados para Escenario E

en la Tabla 5.36.

5.7.3. AG Codificación Heterogénea Grupal (1 ordeño)

En esta sección se presentan los experimentos realizados para el algoritmo genético, considerando una única instancia de ordeño.

A partir de los resultados obtenidos con el método exacto, para el primer experimento realizado se puede apreciar que los resultados conseguidos por este algoritmo son en general de buena calidad, siendo el gap máximo 3.5% y obteniendo el óptimo al trabajar con hasta 150 vacas. De manera inmediata, con tiempos menores a 1 segundo, se alcanzaron resultados brindados por soluciones óptimas. Los resultados correspondientes se presentan en la Tabla 5.37.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
50	50	1809	1769.07	21.776	2.53076	0.0067
	100	1815	1801.80	11.056	0.72727	0.0113
	150	1815	1811.20	5.436	0.20937	0.0147
	200	1815	1813.23	4.869	0.09734	0.0220
100	50	3601	3512.90	46.258	3.25255	0.0060
	100	3623	3583.40	23.447	1.31093	0.0117
	150	3631	3618.87	17.706	0.33416	0.0200
	200	3631	3627.00	8.765	0.11016	0.0250
150	50	5414	5251.13	86.557	3.57816	0.0077
	100	5446	5380.50	41.170	1.20272	0.0167
	150	5446	5423.30	31.025	0.41682	0.0183
	200	5446	5438.00	13.419	0.14690	0.0283
200	50	7182	7029.97	80.669	3.19517	0.0053
	100	7220	7166.13	55.506	1.32011	0.0127
	150	7223	7201.07	32.954	0.83907	0.0270
	200	7223	7218.83	5.402	0.59442	0.0313
250	100	8785	8750.70	31.400	1.52262	0.0147
	200	8794	8769.70	17.074	1.30880	0.0323
	300	8796	8776.30	13.494	1.23453	0.0527
	400	8799	8775.50	16.444	1.24353	0.0637
500	100	16367	16257.20	60.752	1.06378	0.0197
	200	16400	16301.07	66.794	0.79682	0.0387
	300	16395	16321.10	53.365	0.67490	0.0583
	400	16410	16335.17	51.695	0.58930	0.0943
750	100	19741	19646.27	74.143	0.64597	0.0190
	200	19743	19680.73	71.472	0.47166	0.0467
	300	19768	19693.73	59.311	0.40592	0.0623

Continúa en la próxima página

Tabla 5.37 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
1000	400	19751	19712.77	32.436	0.30967	0.0827
	100	16436	16399.47	18.857	0.41616	0.0180
	200	16452	16422.87	12.437	0.27407	0.0510
	300	16462	16424.50	18.358	0.26415	0.0633
	400	16461	16428.43	16.996	0.24026	0.0847

Tabla 5.37: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario A

En un segundo experimento, se aumenta la cantidad de vacas y se incrementa la cantidad de recursos alimenticios (escenario B).

Para este experimento también se puede observar los valores de gap son muy bajos, pero en ningún caso se pudo alcanzar el óptimo. Los tiempos de ejecución son menores a 1 segundo. Dichos resultados pueden apreciarse en la Tabla 5.38.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
2000	200	72238	72148.47	136.836	0.65068	0.0477
	400	72251	72218.50	23.519	0.55425	0.0837
	600	72263	72234.67	25.247	0.53199	0.1100
	800	72263	72231.87	25.058	0.53584	0.1400
4000	200	133918	133285.17	446.311	0.76747	0.0620
	400	133928	133309.30	527.792	0.74950	0.0993
	600	134119	133546.47	354.297	0.57293	0.1473
	800	134038	133376.23	505.153	0.69967	0.1900
6000	200	192898	191560.33	1015.994	1.42422	0.0693
	400	193294	191511.27	1107.178	1.44947	0.1100
	600	193362	191442.47	1335.569	1.48488	0.1593
	800	193466	191804.73	1300.000	1.29846	0.2027
8000	200	190909	190646.20	136.701	0.25365	0.0777
	400	191006	190745.80	171.168	0.20154	0.1267
	600	191054	190698.27	141.362	0.22641	0.1670
	800	191087	190689.67	168.687	0.23091	0.2133
10000	200	164458	164188.40	131.152	0.29973	0.0920
	400	164510	164257.70	155.368	0.25765	0.1543
	600	164625	164346.70	132.416	0.20360	0.2313
	800	164626	164323.50	154.351	0.21769	0.2707

Tabla 5.38: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

5.7.4. AG Codificación Heterogénea Grupal (varios ordeños)

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los distintos experimentos realizados para la codificación heterogénea grupal. Esta codificación o representación utiliza la misma estructura que la presentada anteriormente, pero en este caso se consideran 30 instancias de ordeño.

En términos generales, en los experimentos realizados no se obtuvieron buenos resultados.

Con la salvedad de algunas excepciones, se podrá observar que la calidad de los mismos no son satisfactorios.

En los primeros experimentos, donde las cantidades de vacas son inferiores a 4000, se encontraron buenos resultados (gap menor a 1%) en la mitad de los casos, con tiempos menores a 5 segundos. En los restantes experimentos, donde las cantidades de vacas son iguales o superiores a 4000, los resultados son de peor calidad, alcanzando valores gap del 22%.

Con respecto a los tiempos de ejecución, los valores aumentan proporcionalmente a medida que se incrementan las cantidades de vacas, generaciones y recursos alimenticios.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
100	100	97327	96594.07	358.992	7.33493	0.2737
	200	99172	97900.87	390.581	6.08129	0.5540
	300	99890	98940.47	415.967	5.08397	0.8193
	400	100387	99579.57	413.581	4.47087	1.0937
	500	101215	100143.80	521.292	3.92959	1.3627
200	100	182397	172719.93	4793.529	11.11938	0.3030
	200	189150	182801.70	3113.785	5.93136	0.6010
	300	189748	187038.70	1888.170	3.75103	0.8937
	400	190226	189468.97	742.810	2.50043	1.1853
	500	190307	189659.30	312.353	2.40248	1.4863
300	100	176545	174799.13	1590.661	1.74691	0.3200
	200	177069	176815.17	154.197	0.61371	0.6307
	300	177119	177004.83	65.181	0.50710	0.9240
	400	177099	177021.10	47.233	0.49796	1.2257
	500	177162	177068.83	41.497	0.47113	1.5373
400	100	136253	135664.97	285.752	1.85847	0.3403
	200	136679	136295.63	208.298	1.40224	0.6477
	300	136980	136666.23	168.920	1.13414	0.9623
	400	137095	136811.93	128.484	1.02874	1.2710
	500	137144	136924.17	134.980	0.94755	1.5917

Tabla 5.39: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario B

En la Tabla 5.39 se presentan los resultados obtenidos para el escenario B. En dicha tabla se puede apreciar que se obtuvieron buenos resultados, con valores de gap menores a 2% para los casos de 300 y 400 vacas, A su vez, los tiempos de ejecución son, en todos los casos, inferiores a 2 segundos.

Por otra parte se hace un experimento en el que se aumenta proporcionalmente por un factor de 10 las cantidades de vacas y recursos (escenario C) con respecto al experimento anterior, pero no se aumenta la cantidad de generaciones. Estos resultados se presentan en la Tabla 5.40.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
1000	100	971670	965429.23	3514.826	7.38426	0.4247
	200	987934	978918.37	3593.302	6.09022	0.7833
	300	993961	986293.23	3743.848	5.38273	1.1440
	400	1009318	994569.77	5051.428	4.58875	1.4873
	500	1007814	1001561.33	4028.926	3.91803	1.8493

Continúa en la próxima página

Tabla 5.40 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
2000	100	1816533	1725387.57	37148.587	11.21298	0.5583
	200	1900404	1830586.90	36419.602	5.79951	1.0133
	300	1900965	1880369.87	15763.319	3.23772	1.4360
	400	1903817	1892712.43	8335.416	2.60258	1.8463
	500	1902045	1896752.83	3968.898	2.39466	2.2633
3000	100	1768240	1745871.30	16052.186	1.86624	0.6790
	200	1770232	1768255.30	1458.241	0.60805	1.1963
	300	1770606	1769836.40	576.582	0.51918	1.6783
	400	1771193	1770351.87	384.804	0.49021	2.1933
	500	1771464	1770611.30	378.784	0.47562	2.6457
4000	100	1364073	1357408.90	2627.684	1.81036	0.8133
	200	1368010	1362711.37	1769.222	1.42680	1.4573
	300	1368998	1365595.57	1859.761	1.21817	2.0087
	400	1369759	1367732.37	1408.711	1.06360	2.5857
	500	1371181	1369483.60	768.266	0.93693	3.1287

Tabla 5.40: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario C

Ante el aumento en la cantidad de vacas y recursos pero no la cantidad de generaciones, se esperaba que los resultados obtenidos no sean de buena calidad, sin embargo se puede apreciar que para los casos de 3000 y 4000 vacas (con 500 generaciones de evolución) los valores de gap son inferiores al 4%. A su vez, los tiempos de ejecución son muy bajos, teniendo margen para exigir aún más al algoritmo para alcanzar mejores resultados sin que los tiempos de ejecución sean una limitante.

Por otro lado, se hace otro experimento en el que se aumenta la cantidad de vacas (hasta 10000), generaciones (hasta 1500) y se utiliza el escenario D (el cual incrementa desproporcionalmente la cantidad de recursos en la última zona). Los resultados correspondientes se presentan en la Tabla 5.41.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	3127241	2921962.03	86377.463	21.94895	3.1583
	750	3349531	3176338.33	77996.905	15.15409	4.6277
	1000	3500829	3347279.67	69840.829	10.58792	5.9840
	1250	3544460	3419855.17	60938.242	8.64930	7.4217
	1500	3595951	3515218.67	38100.519	6.10196	8.8297
6000	500	3910876	3601981.57	144122.785	35.02945	4.0613
	750	4212791	4002249.67	131445.100	27.80964	5.8243
	1000	4640320	4314382.53	111106.843	22.17956	7.5683
	1250	4744722	4500570.60	134262.084	18.82120	9.3523
	1500	4872479	4696906.20	112972.172	15.27981	11.0993
8000	500	4901904	4283050.60	223457.683	41.68269	4.8677
	750	5059728	4731368.33	210988.931	35.57847	7.0587
	1000	5503611	5176400.30	196487.563	29.51899	9.1763
	1250	5860576	5493258.47	150839.590	25.20470	11.2650
	1500	5954850	5682311.90	180736.337	22.63058	13.4527
10000	500	5338040	4862177.43	266199.068	34.12836	5.8450
	750	5935270	5489253.53	226311.812	25.63288	8.2313

Continúa en la próxima página

Tabla 5.41 – Continuación de la página anterior

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
	1000	6549957	6034461.60	215435.768	18.24653	10.7247
	1250	6652250	6350461.37	177293.821	13.96544	13.2507
	1500	6792467	6598829.60	128800.617	10.60060	15.8113

Tabla 5.41: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario D

Para este experimento, la codificación en cuestión se comportó de manera similar a la codificación básica grupal. La desproporción en la distribución de alimento hace notar aún más las limitaciones de este algoritmo. Los incrementos en cantidades de vacas y recursos, y en particular la desproporción de alimentos entre las distintas zonas, provocaron que las soluciones obtenidas sean de mala calidad. Para las ejecuciones realizadas, los valores de gap nunca son menores al 6 %, y si la cantidad de generaciones no es muy alta se encuentran valores de gap que superan el 35 %. Considerando que los tiempos de ejecución son bajos, se podrían obtener mejores resultados aumentando la cantidad de generaciones.

Por último, en la Tabla 5.42 se presentan los resultados de un nuevo experimento, en el que las cantidades de recursos en las distintas zonas es más equilibrado.

CantV	CantG	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
4000	500	4034470	4006992.70	14120.451	8.03883	3.0013
	750	4072544	4046057.73	14571.639	7.14228	4.3903
	1000	4122861	4082889.53	15945.932	6.29699	5.6590
	1250	4127671	4104478.00	15299.991	5.80153	6.9803
	1500	4143733	4126067.33	14183.353	5.30605	8.3190
6000	500	6046690	6001684.97	17233.819	8.17354	3.8260
	750	6109417	6071058.20	23038.710	7.11212	5.5027
	1000	6175312	6127705.43	21588.381	6.24541	7.1140
	1250	6207555	6157047.83	20252.255	5.79647	8.8280
	1500	6219850	6184745.27	22216.719	5.37269	10.4177
8000	500	8087591	8013605.40	41131.247	6.57936	4.6110
	750	8201165	8103050.00	35836.015	5.53664	6.5643
	1000	8211071	8162212.20	27706.738	4.84694	8.6173
	1250	8249394	8209973.20	21462.087	4.29016	10.5450
	1500	8295310	8235900.00	24473.897	3.98791	12.4003
10000	500	10079783	10010043.63	34139.568	3.97146	5.4273
	750	10203506	10122183.90	30986.933	2.89568	7.7613
	1000	10248927	10199370.17	35658.206	2.15521	9.9980
	1250	10256703	10239128.97	9653.189	1.77380	12.2647
	1500	10261580	10246529.13	7732.425	1.70280	14.4693

Tabla 5.42: Resultados Producción Leche y Tiempo para Escenario E

En este experimento, y debido a una distribución más pareja de los recursos en las distintas zonas, se logró mejorar los valores de gap en comparación a los encontrados en el experimento anterior, pero de todas formas los mismos siguen siendo altos.

5.8. Resumen

En este capítulo se mostraron los experimentos computacionales realizados tanto con los métodos exactos como con los algoritmos genéticos utilizados a partir de datos de prueba reales. Se presentaron las comparaciones realizadas entre las distintas formulaciones matemáticas, los distintos algoritmos genéticos, así como también la comparación entre las formulaciones matemáticas y los algoritmos genéticos. Por último se mostraron los experimentos realizados para el análisis e interpretación del modelo agronómico y aquellos correspondientes al modelo que considera el rodeo heterogéneo.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro

En este capítulo se resumen las conclusiones de este trabajo presentado en los capítulos anteriores. A su vez, se indican las principales líneas de investigación y trabajo futuro. Este capítulo está compuesto por dos secciones. La sección 6.1 presenta las conclusiones de este trabajo de maestría, mientras que en la sección 6.2 se indican las líneas de investigación y trabajo futuro que se identificaron a lo largo del desarrollo de este trabajo.

6.1. Conclusiones

Teniendo en cuenta los objetivos planteados en el trabajo de Tesis de Maestría, una evaluación en términos generales nos permite concluir que se cumplieron de manera exitosa las metas inicialmente definidas.

En primera instancia debemos destacar que este trabajo se realizó en el marco de la conformación del Polo Agroalimentario y Agroindustrial de Paysandú, Polo de Desarrollo Universitario implementado en el Centro Universitario de Paysandú. Una de las líneas de acción planteadas en este proyecto consistió en llevar adelante investigaciones para aplicar modelos, herramientas e implementaciones del área de ingeniería para resolver problemas prácticos de la agronomía, partiendo de las fortalezas existente en la Estación Experimental Dr. Mario A. Cassinoni (EEMAC)¹ de la Facultad de Agronomía y el apoyo de Facultad de Ingeniería. En particular, en este trabajo se estudió el problema de asignación de recursos alimenticios al rodeo lechero siguiendo un enfoque propio de la investigación operativa.

Para poder cumplir con los objetivos planteados, a lo largo de este proyecto se adquirieron y ampliaron conocimientos sobre las técnicas de computación evolutiva desde un punto de vista general, y en particular la metodología de trabajo de los algoritmos genéticos. Por otro lado, también fue necesario familiarizarse con el funcionamiento de los sistemas pastoriles de producción de leche, conocer las variantes de los mismos y analizar cómo distintos parámetros pueden afectar su comportamiento.

Con respecto al área de aplicación, se estudió el problema de asignación de recursos al rodeo lechero, y posteriormente se formuló como un problema de optimización combinatoria. Si bien se

¹EEMAC <http://www.eemac.edu.uy/>

conocen problemas varios de asignación de recursos, no se han detectado trabajos que estudien puntualmente el problema planteado, por lo que su formulación mediante expresiones algebraicas constituyen un aporte en el área. En las formulaciones presentadas para modelar el problema abordado, tanto la función objetivo como las restricciones son lineales en las variables. A su vez, algunas de las variables son enteras y otras reales, resultando este un problema lineal mixto, por lo que no se puede garantizar que la solución de este problema se determine en tiempo polinomial.

En una primera aproximación al problema se presentó un modelo que permite identificar de forma individual el destino de cada vaca ante cada solución encontrada. Se definió un método exacto y un algoritmo evolutivo que, a partir de la ejecución de experimentos basados en datos reales, permitieron realizar una evaluación del modelo. A partir de los casos de prueba realizados podemos concluir que, mientras el método exacto correspondiente solamente es viable para instancias muy pequeñas de este problema, el algoritmo evolutivo encuentra buenas soluciones para instancias de mediano y gran porte en tiempos razonables. También se debe aclarar que en algunos escenarios, y particularmente en aquellos donde hay una importante desproporción de alimento entre las distintas zonas de campo, los resultados obtenidos por este algoritmo no mantuvieron la calidad de los resultados.

En una segunda aproximación se presentó un modelo que, a diferencia del anterior, determina la distribución de grupos de vacas en las distintas zonas del campo. De la misma forma que para el modelo mencionado anteriormente, para este caso también se utilizó un método exacto y un algoritmo evolutivo para su evaluación. De los experimentos realizados podemos verificar que si bien el método exacto no pudo encontrar soluciones óptimas (salvo en algunas excepciones) en tiempos razonables para instancias grandes del problema, si pudo encontrar soluciones de muy buena calidad en tiempos muy bajos, incluso en instancias de hasta 10000 animales. Para este modelo se presentó el diseño de otro algoritmo evolutivo, que en general obtiene resultados de muy buena calidad en tiempos breves (nunca superaron los 25 segundos), incluso para la instancia mencionada anteriormente de 10000 vacas. Igualmente, para esta aproximación, los valores obtenidos por el método exacto son mejores que los alcanzados por el algoritmo evolutivo.

En las aproximaciones anteriores siempre se consideraron vacas de similares características. Para dar un nuevo paso en la aproximación al problema real, se diseñó un modelo que permitió contemplar un rodeo heterogéneo. Para este caso, el método exacto definido obtuvo muy buenas soluciones en instancias grandes del problema, incluso en algunos experimento obtuvo soluciones óptimas. El algoritmo evolutivo diseñado para este modelo obtuvo resultados que, para instancias grandes del problema, no alcanzan los niveles de calidad encontrados en los anteriores algoritmos.

Un aspecto a destacar es el muy buen desempeño que tuvieron los métodos exactos en los distintos casos de prueba. En muchos casos se alcanzaron soluciones óptimas en tiempos muy pequeños, y en otros se obtuvieron cotas inferiores y superiores con muy poca diferencia entre ellas. A partir de los experimentos realizados, también se pudo corroborar que los algoritmos evolutivos son una metaheurística que se adaptan al problema planteado, alcanzando muy buenos resultados en varios experimentos realizados. Para los algoritmos evolutivos diseñados se realizaron estudios de validación y configuración, comparando los resultados con resultados obtenidos por otras metodologías de solución. Los resultados nos permiten verificar que en general los algoritmos evolutivos alcanzan soluciones con alta eficiencia numérica y computacional, logrando en algunos casos soluciones similares a las encontradas por métodos exactos. Por otro lado, y particularmente en la representación individual, estos algoritmos permitieron resolver el problema planteado cuando los métodos exactos no pudieron.

Resultados preliminares de esta tesis fueron presentados y publicados en el CLAIO 2012 (Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa) [66]. Adicionalmente, el análisis de las soluciones obtenidas a partir de los modelos propuestos, y sobre datos reales de un tambo estándar de Uruguay, fue presentado en el Congreso AAPA 2012 (Asociación Argentina de Producción Animal).

En cuanto al análisis de interpretación de los resultados respecto al estudio con datos reales sobre el sistema productivo, resultó interesante estudiar la estrategia a partir de la cual se construyen las soluciones. Dicha estrategia consiste en distribuir la mayor cantidad de vacas posible a las zonas que brindan mayor densidad energética o que generan mayor ganancia económica. Si bien la estrategia de asignación de recursos (a partir del agrupamiento de vacas y su posterior distribución en las distintas zonas de campo) parece razonable, los resultados de distribución no son necesariamente intuitivos. Los resultados obtenidos sugieren alimentar al ganado con suficientes recursos para que cada vaca consuma tanto como su consumo potencial, de lo contrario lo que se deja de ganar (en producción de leche o ganancias económicas) representan cifras importantes. En los casos que los recursos alimenticios disponibles totales no igualan la suma de los consumos potenciales de todas las vacas, es necesario repartir dichos recursos entre todo el rodeo. Si mantener a todo el rodeo con vida no fuera un requerimiento, se puede concluir que es preferible alimentar muy bien a un conjunto de vacas y dejar de alimentar al resto. A su vez, es importante mencionar que el modelo solamente considera relevante el factor distancia a la zona de campo cuando se debe decidir entre actividades alimenticias que brindan la misma densidad energética. En otras palabras, el costo correspondiente a los requerimientos de traslado no tiene mayor influencia sobre las decisiones tomadas. Estas conclusiones son válidas únicamente para los casos específicos estudiados. Las mismas pueden cambiar para otra instancia de datos.

Por otro lado, resultó interesante hacer un análisis de los resultados obtenidos cuando se modifica la función objetivo. Particularmente se analizó como varía la producción de leche de un mismo rodeo cuando se busca maximizar la producción de leche total y cuando se quiere maximizar las ganancias económicas. Cuando la función objetivo está orientada a la maximización de ganancias, se puede apreciar que el algoritmo descarta las zonas cuyos recursos son costosos, utilizándolas únicamente si la cantidad de recursos de las zonas restantes no cubre el consumo potencial de todo el rodeo lechero. Estos resultados permiten verificar que los costos asociados a los concentrados son una limitante para los sistemas de producción de leche, y permiten justificar las decisiones de los tamberos por inclinarse a sistemas con fuerte base pastoril.

6.2. Trabajo futuro

En esta sección se describen las líneas de trabajo que se fueron identificando a lo largo del trabajo y que se pretenden abordar en un futuro.

En primer lugar se plantea continuar ampliando el modelo lechero presentado, incorporando otros factores que influyan en la toma de decisiones. Entre esos factores se pueden destacar: el efecto del uso de las pasturas (a partir del resultado de la propuesta de asignación de recursos seleccionada) sobre el crecimiento posterior de las mismas, la incidencia de los factores climáticos en los recursos disponibles, la influencia del consumo real en el balance de energía del cuerpo animal (se debería considerar ganancia o pérdida de peso vivo) y en la función de producción de leche (con mayor nivel de detalle que el utilizado en el modelo propuesto), la incidencia de distintos tipos de caminería, entre otros.

Por otra parte, se considera importante comparar los modelos diseñados con las prácticas actuales (sobre instancias reales), con el fin de verificar los beneficios y limitaciones de dicho modelo.

A su vez, si la incorporación de otros factores complejiza los modelos propuestos, puede resultar interesante experimentar con otras técnicas metaheurísticas, como las búsquedas locales, la búsqueda Tabú, etc, permitiendo hacer comparaciones que permitan determinar la técnica que mejor se adapte al problema planteado.

Otro aspecto que se pretende abordar en un futuro es la incorporación de un modelo “inter-medio”. Este modelo conformaría grupos de animales de modo que cada grupo se mantenga en el tiempo para una cierta cantidad de ordeñes. Este modelo facilitaría el trabajo de la persona encargada del rodeo, ya que se evitaría el armado de nuevos grupos de vacas para cada ordeño.

Finalmente, otra línea de trabajo futuro consiste en determinar una metodología para estimar el forraje disponible en los distintos potreros del campo y de esta forma poder automatizar el proceso de toma de decisiones. Recordemos que en este trabajo se considera conocida la cantidad de materia seca disponible en cada zona del campo.

Apéndice A

Ajuste de parámetros del AG

En este apéndice se presentan las soluciones obtenidas mediante la ejecución de los algoritmos evolutivos para llevar a cabo la calibración de parámetros.

Para las 4 representaciones consideradas (por individuo - 1 ordeño, por individuo - 30 ordeños, por grupo - 1 ordeño, por grupo - 30 ordeños), los parámetros calibrados fueron la probabilidad de cruzamiento, probabilidad de mutación y el tamaño de la población.

Los valores utilizados para cada parámetro fueron los siguientes:

- Probabilidad de cruzamiento (PC): 0,5; 0,65; 0,8; 0,95;
- Probabilidad de mutación (PM): 0,01; 0,1; 0,2; 0,3;
- Tamaño de población (#Pob): 25; 50; 75; 100;

La calibración realizada para cada una de las 4 representaciones consistió en 20 ejecuciones para cada combinación de parámetros. Teniendo en cuenta que se consideraron 4 valores distintos para la probabilidad de cruzamiento, 4 valores para la probabilidad de mutación, 4 valores para el tamaño de población y 3 valores para las cantidades de vacas, se realizaron un total de 3840 ejecuciones por representación.

De las 20 ejecuciones que se hicieron por combinación de parámetros se obtuvieron distintos valores que luego fueron analizados para determinar la mejor combinación de parámetros a utilizar. Dichos valores se presentan para cada representación y combinación de parámetros. La primera tabla indica la combinación utilizada (Comb) para la probabilidad de cruzamiento (PC), probabilidad de mutación (PM) y el tamaño de la población (#Pob). La segunda tabla muestra para una cierta cantidad de vacas (CantV) el valor máximo en litros de leche (VMax(l)), el valor promedio en litros de leche (VProm(l)), la desviación estándar (DEst), el gap, y el promedio del tiempo de ejecución en segundos (TProm(s)).

Para tomar una determinación de los parámetros a utilizar se estudiaron los valores obtenidos tomando como criterio inicial el menor valor gap, pero como algunos valores gap se repetían para distintas combinaciones, y considerando que para cada combinación se obtuvieron valores para 3 cantidades de vacas (100, 300 y 500), se optó por calcular el gap promedio y tomar el menor gap promedio como criterio final. Las celdas de las tablas que indican los valores que dan el menor gap promedio son pintadas de color amarillo.

A.1. Representación por individuo (1 ordeño)

A continuación se presentan los valores obtenidos para cada combinación de parámetros utilizada en la representación por individuo (1 ordeño).

Tabla A.1: Calibración para representación por individuo (1 ordeño)

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
PC: 0.5	100	4143	4117.40	22.986	0.78506	0.1415
PM: 0.01	300	11721	11663.75	55.610	0.77627	0.3740
#Pob: 25	500	18615	18593.60	10.117	0.28637	0.5820
PC: 0.65	100	4149	4134.85	10.158	0.36458	0.1715
PM: 0.01	300	11730	11703.75	23.677	0.43598	0.4780
#Pob: 25	500	18613	18601.95	7.850	0.24159	0.7490
PC: 0.8	100	4149	4140.00	10.887	0.24048	0.2000
PM: 0.01	300	11738	11712.40	15.713	0.36240	0.5630
#Pob: 25	500	18618	18602.65	7.548	0.23784	0.9210
PC: 0.95	100	4149	4147.10	2.989	0.06940	0.2340
PM: 0.01	300	11742	11718.05	12.344	0.31433	0.6725
#Pob: 25	500	18621	18607.70	7.027	0.21076	1.0845
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1400
PM: 0.1	300	11742	11727.30	9.985	0.23564	0.3810
#Pob: 25	500	18640	18613.15	13.770	0.18153	0.5990
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1700
PM: 0.1	300	11742	11730.50	10.995	0.20842	0.4730
#Pob: 25	500	18633	18618.20	8.649	0.15445	0.7580
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2085
PM: 0.1	300	11753	11739.45	8.556	0.13228	0.5900
#Pob: 25	500	18639	18622.50	7.023	0.13139	0.9410
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2490
PM: 0.1	300	11753	11745.65	8.368	0.07954	0.6725
#Pob: 25	500	18641	18625.00	7.476	0.11798	1.0945
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1420
PM: 0.2	300	11750	11725.20	13.575	0.25351	0.3820
#Pob: 25	500	18635	18617.05	9.327	0.16062	0.6215
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1750
PM: 0.2	300	11753	11737.65	10.117	0.14760	0.5045
#Pob: 25	500	18641	18621.30	9.532	0.13782	0.7775
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2105
PM: 0.2	300	11753	11737.70	9.177	0.14717	0.5885
#Pob: 25	500	18642	18626.85	10.703	0.10806	0.9505
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2500
PM: 0.2	300	11752	11741.45	8.660	0.11527	0.7075
#Pob: 25	500	18641	18627.10	8.296	0.10672	1.1105
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1495
PM: 0.3	300	11751	11734.45	12.547	0.17482	0.3945
#Pob: 25	500	18630	18613.90	9.497	0.17751	0.6275
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1740
PM: 0.3	300	11748	11736.05	6.030	0.16121	0.5035

Continúa en la próxima página

Tabla A.1 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 25	500	18635	18622.00	8.736	0.13407	0.7970
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2060
PM: 0.3	300	11754	11739.90	9.403	0.12846	0.5915
#Pob: 25	500	18639	18623.75	7.725	0.12468	0.9560
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2385
PM: 0.3	300	11754	11741.90	9.363	0.11144	0.6975
#Pob: 25	500	18642	18627.55	7.803	0.10431	1.1285
PC: 0.5	100	4149	4121.30	19.663	0.69109	0.2500
PM: 0.01	300	11724	11688.30	37.446	0.56742	0.7250
#Pob: 50	500	18613	18598.80	8.758	0.25849	1.1550
PC: 0.65	100	4149	4133.45	14.602	0.39832	0.3180
PM: 0.01	300	11723	11706.50	14.140	0.41259	0.9360
#Pob: 50	500	18617	18602.25	7.601	0.23998	1.4870
PC: 0.8	100	4149	4145.80	6.756	0.10072	0.3930
PM: 0.01	300	11729	11713.25	8.528	0.35517	1.1275
#Pob: 50	500	18618	18603.55	8.562	0.23301	1.8205
PC: 0.95	100	4149	4148.40	1.847	0.03807	0.4670
PM: 0.01	300	11737	11717.90	12.341	0.31561	1.3310
#Pob: 50	500	18624	18609.35	9.109	0.20191	2.1570
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2560
PM: 0.1	300	11736	11720.90	8.614	0.29009	0.7260
#Pob: 50	500	18623	18611.15	7.896	0.19226	1.1860
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.3325
PM: 0.1	300	11738	11722.70	10.271	0.27478	0.9260
#Pob: 50	500	18631	18616.60	9.992	0.16303	1.5135
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.3940
PM: 0.1	300	11751	11733.50	9.134	0.18290	1.1615
#Pob: 50	500	18638	18618.65	9.416	0.15204	1.8425
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4715
PM: 0.1	300	11749	11735.10	6.480	0.16929	1.3620
#Pob: 50	500	18638	18623.85	7.257	0.12415	2.1800
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2590
PM: 0.2	300	11745	11725.50	9.627	0.25096	0.7535
#Pob: 50	500	18628	18612.05	7.141	0.18743	1.2220
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.3350
PM: 0.2	300	11741	11726.65	6.769	0.24117	0.9575
#Pob: 50	500	18634	18616.95	8.108	0.16115	1.5405
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4130
PM: 0.2	300	11751	11735.00	8.921	0.17014	1.1885
#Pob: 50	500	18630	18618.65	6.029	0.15204	1.8750
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4700
PM: 0.2	300	11750	11735.85	9.416	0.16291	1.3715
#Pob: 50	500	18632	18621.15	9.086	0.13863	2.2050
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.2825
PM: 0.3	300	11745	11727.20	10.061	0.23650	0.7980
#Pob: 50	500	18631	18613.00	9.771	0.18233	1.2460
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.3425
PM: 0.3	300	11749	11724.65	9.740	0.25819	0.9900

Continúa en la próxima página

Tabla A.1 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 50	500	18632	18615.75	8.078	0.16759	1.5835
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4105
PM: 0.3	300	11753	11729.40	10.384	0.21778	1.1920
#Pob: 50	500	18630	18620.05	7.515	0.14453	1.9030
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4765
PM: 0.3	300	11753	11734.15	6.808	0.17737	1.3935
#Pob: 50	500	18635	18624.85	5.797	0.11879	2.2350
PC: 0.5	100	4149	4126.70	21.694	0.56097	0.3835
PM: 0.01	300	11726	11699.30	25.518	0.47384	1.0350
#Pob: 75	500	18612	18597.85	6.976	0.26358	1.7290
PC: 0.65	100	4149	4130.15	19.832	0.47783	0.4730
PM: 0.01	300	11730	11712.20	7.431	0.36410	1.3410
#Pob: 75	500	18613	18603.60	6.435	0.23275	2.2325
PC: 0.8	100	4149	4142.65	11.749	0.17663	0.5825
PM: 0.01	300	11728	11714.35	9.343	0.34581	1.6205
#Pob: 75	500	18617	18603.75	8.058	0.23194	2.7355
PC: 0.95	100	4149	4145.95	5.063	0.09711	0.6755
PM: 0.01	300	11734	11719.95	7.236	0.29817	1.9170
#Pob: 75	500	18620	18609.75	6.851	0.19976	3.2080
PC: 0.5	100	4149	4147.15	6.991	0.06819	0.3900
PM: 0.1	300	11728	11720.10	6.456	0.29689	1.0660
#Pob: 75	500	18626	18609.80	9.012	0.19950	1.7485
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4900
PM: 0.1	300	11740	11724.20	8.930	0.26202	1.3555
#Pob: 75	500	18621	18608.30	7.356	0.20754	2.2600
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.5830
PM: 0.1	300	11741	11728.10	8.136	0.22884	1.6570
#Pob: 75	500	18637	18613.00	9.915	0.18233	2.7490
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.6975
PM: 0.1	300	11744	11729.55	7.591	0.21650	1.9450
#Pob: 75	500	18632	18617.60	6.969	0.15767	3.2545
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.3950
PM: 0.2	300	11736	11721.75	6.512	0.28286	1.0920
#Pob: 75	500	18628	18609.90	7.398	0.19896	1.8035
PC: 0.65	100	4149	4148.70	1.342	0.03084	0.4990
PM: 0.2	300	11734	11719.30	8.670	0.30370	1.3865
#Pob: 75	500	18631	18614.55	7.577	0.17402	2.3035
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.5845
PM: 0.2	300	11742	11727.10	9.926	0.23735	1.6750
#Pob: 75	500	18630	18617.15	7.315	0.16008	2.7945
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.6990
PM: 0.2	300	11744	11732.00	7.305	0.19566	1.9860
#Pob: 75	500	18636	18618.00	7.726	0.15552	3.3120
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.4115
PM: 0.3	300	11737	11722.75	7.880	0.27435	1.1210
#Pob: 75	500	18625	18609.95	7.423	0.19869	1.8545
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.5085
PM: 0.3	300	11740	11725.30	8.053	0.25266	1.4230

Continúa en la próxima página

Tabla A.1 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 75	500	18626	18613.60	7.465	0.17912	2.3570
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.6100
PM: 0.3	300	11741	11724.85	8.235	0.25649	1.7150
#Pob: 75	500	18626	18614.75	8.258	0.17295	2.8570
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.7035
PM: 0.3	300	11747	11731.70	7.672	0.19821	2.0125
#Pob: 75	500	18631	18620.30	7.306	0.14319	3.3470
PC: 0.5	100	4149	4121.20	14.281	0.69350	0.4845
PM: 0.01	300	11729	11706.45	9.110	0.41302	1.3805
#Pob: 100	500	18613	18601.10	6.696	0.24615	2.2965
PC: 0.65	100	200	194.55	4.224	95.31203	0.6400
PM: 0.01	300	11724	11709.30	8.898	0.38877	1.7765
#Pob: 100	500	18626	18605.15	7.242	0.22443	2.9550
PC: 0.8	100	4149	4142.60	7.535	0.17783	0.7945
PM: 0.01	300	11725	11712.95	7.030	0.35772	2.1710
#Pob: 100	500	18621	18607.70	5.602	0.21076	3.6220
PC: 0.95	100	4149	4145.60	5.557	0.10554	0.9175
PM: 0.01	300	11733	11719.05	8.082	0.30583	2.5645
#Pob: 100	500	18622	18610.10	6.488	0.19789	4.2890
PC: 0.5	100	4149	4146.75	5.200	0.07783	0.5105
PM: 0.1	300	11732	11718.55	7.323	0.31008	1.4090
#Pob: 100	500	18618	18606.95	6.022	0.21478	2.3710
PC: 0.65	100	4149	4147.65	4.815	0.05614	0.6500
PM: 0.1	300	11741	11722.50	7.857	0.27648	1.8085
#Pob: 100	500	18625	18611.05	5.969	0.19279	3.0405
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.7980
PM: 0.1	300	11742	11724.20	7.237	0.26202	2.1945
#Pob: 100	500	18625	18612.15	5.566	0.18689	3.7020
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.9365
PM: 0.1	300	11734	11724.75	7.107	0.25734	2.5890
#Pob: 100	500	18630	18618.10	5.108	0.15498	4.3620
PC: 0.5	100	4149	4146.95	6.312	0.07301	0.5255
PM: 0.2	300	11735	11719.25	9.552	0.30413	1.4490
#Pob: 100	500	18622	18609.90	7.225	0.19896	2.4370
PC: 0.65	100	4149	4146.75	6.051	0.07783	0.6665
PM: 0.2	300	11729	11719.85	5.985	0.29902	1.8460
#Pob: 100	500	18627	18611.20	8.108	0.19199	3.1065
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.8035
PM: 0.2	300	11735	11721.70	9.325	0.28328	2.2450
#Pob: 100	500	18626	18614.50	6.320	0.17429	3.7685
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.9475
PM: 0.2	300	11748	11727.60	7.749	0.23309	2.6510
#Pob: 100	500	18630	18615.30	7.049	0.17000	4.4195
PC: 0.5	100	4149	4147.25	6.552	0.06578	0.5465
PM: 0.3	300	11737	11719.35	8.015	0.30328	1.4925
#Pob: 100	500	18626	18608.90	6.215	0.20432	2.5040
PC: 0.65	100	4149	4148.40	1.847	0.03807	0.6895
PM: 0.3	300	11734	11720.60	10.007	0.29264	1.8860

Continúa en la próxima página

Tabla A.1 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 100	500	18623	18611.75	6.851	0.18904	3.1570
PC: 0.8	100	4149	4148.70	1.342	0.03084	0.8345
PM: 0.3	300	11734	11723.55	7.345	0.26755	2.3020
#Pob: 100	500	18625	18613.75	4.833	0.17831	3.8290
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.9480
PM: 0.3	300	11740	11726.45	6.541	0.24288	2.6785
#Pob: 100	500	18631	18615.35	6.507	0.16973	4.4955

A.2. Representación por individuo (varios ordeños)

A continuación se presentan los valores obtenidos para cada combinación de parámetros utilizada en la representación por individuo (varios ordeños).

Tabla A.2: Calibración para representación por individuo (varios ordeños)

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
PC: 0.5	100	110789	110211.25	386.000	6.27498	3.3945
PM: 0.01	300	169304	169127.55	103.437	1.39140	9.7740
#Pob: 25	500	82140	81848.55	126.110	6.89083	16.8375
PC: 0.65	100	111170	110473.60	284.933	6.05188	4.3725
PM: 0.01	300	169496	169218.90	113.037	1.33814	12.8855
#Pob: 25	500	82194	81993.30	106.009	6.72616	21.5425
PC: 0.8	100	111554	110821.15	429.236	5.75631	5.2815
PM: 0.01	300	169531	169342.90	106.762	1.26584	15.7640
#Pob: 25	500	82422	82156.65	130.521	6.54034	26.5525
PC: 0.95	100	111893	111287.30	347.370	5.35989	6.2205
PM: 0.01	300	169659	169462.75	103.788	1.19597	18.9225
#Pob: 25	500	82514	82252.55	144.495	6.43124	31.4425
PC: 0.5	100	112825	112162.75	431.709	4.61540	3.4390
PM: 0.1	300	169989	169703.20	188.756	1.05577	10.3290
#Pob: 25	500	82851	82517.20	204.754	6.13018	17.3635
PC: 0.65	100	113352	112221.15	550.606	4.56574	4.3905
PM: 0.1	300	170100	169856.00	146.447	0.96668	13.4485
#Pob: 25	500	82961	82693.05	137.865	5.93014	22.2710
PC: 0.8	100	113656	112707.20	501.329	4.15239	5.3620
PM: 0.1	300	170172	169976.15	149.386	0.89663	16.3825
#Pob: 25	500	83279	82883.90	179.466	5.71303	26.2625
PC: 0.95	100	113735	113053.40	347.492	3.85798	6.3140
PM: 0.1	300	170220	170035.05	142.082	0.86229	19.2200
#Pob: 25	500	83566	83165.35	179.832	5.39286	31.4170
PC: 0.5	100	112486	111915.60	503.193	4.82558	3.5690
PM: 0.2	300	170007	169720.40	150.254	1.04575	64.8410

Continúa en la próxima página

Tabla A.2 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 25	500	82875	82536.85	165.777	6.10783	17.7545
PC: 0.65	100	113184	112345.00	407.156	4.46041	4.4965
PM: 0.2	300	170125	169852.45	149.563	0.96875	13.4825
#Pob: 25	500	83062	82763.90	152.973	5.84954	22.2300
PC: 0.8	100	113980	112881.95	573.250	4.00378	5.4545
PM: 0.2	300	170222	170003.00	127.342	0.88098	16.9120
#Pob: 25	500	83284	82956.95	185.375	5.62993	26.9085
PC: 0.95	100	114089	113296.00	389.204	3.65167	6.4160
PM: 0.2	300	170295	170151.65	99.895	0.79431	19.3525
#Pob: 25	500	83487	83120.75	249.043	5.44360	32.1880
PC: 0.5	100	113193	111841.90	464.273	4.88826	3.6320
PM: 0.3	300	169954	169707.00	164.772	1.05356	10.8845
#Pob: 25	500	82843	82480.75	169.656	6.17165	17.7425
PC: 0.65	100	113412	112461.15	584.218	4.36164	4.5825
PM: 0.3	300	170109	169862.65	185.686	0.96281	13.8000
#Pob: 25	500	83077	82797.90	203.969	5.81087	22.4930
PC: 0.8	100	113279	112711.15	435.871	4.14903	5.5830
PM: 0.3	300	170163	169891.85	161.260	0.94578	16.5290
#Pob: 25	500	83440	82964.10	226.059	5.62180	27.4625
PC: 0.95	100	114147	113190.90	395.939	3.74105	6.5030
PM: 0.3	300	170382	170143.75	131.412	0.79891	19.7430
#Pob: 25	500	83586	83163.95	202.902	5.39446	32.2800
PC: 0.5	100	111043	110392.65	316.573	6.12072	6.8025
PM: 0.01	300	169384	169148.90	93.048	1.37895	19.8515
#Pob: 50	500	82052	81864.90	118.633	6.87223	33.8995
PC: 0.65	100	110914	110526.85	303.058	6.00659	8.6650
PM: 0.01	300	169396	169199.70	118.136	1.34934	25.7725
#Pob: 50	500	82172	81913.20	103.133	6.81728	44.0640
PC: 0.8	100	111201	110711.00	285.384	5.84999	10.5225
PM: 0.01	300	169436	169255.15	87.437	1.31701	31.6015
#Pob: 50	500	82292	82095.20	142.585	6.61024	53.2845
PC: 0.95	100	111617	110994.00	329.413	5.60932	12.4550
PM: 0.01	300	169604	169444.65	89.769	1.20652	37.5480
#Pob: 50	500	82376	82148.80	125.920	6.54927	63.1145
PC: 0.5	100	112073	111130.90	457.176	5.49290	6.9670
PM: 0.1	300	169697	169441.10	136.505	1.20859	20.7185
#Pob: 50	500	82506	82193.80	154.961	6.49808	35.0335
PC: 0.65	100	112215	111303.70	372.524	5.34595	8.9240
PM: 0.1	300	169775	169516.70	106.823	1.16451	26.2665
#Pob: 50	500	82718	82282.85	171.125	6.39678	43.8970
PC: 0.8	100	112241	111571.25	411.958	5.11842	10.8925
PM: 0.1	300	169803	169615.80	97.006	1.10673	32.5935
#Pob: 50	500	82626	82378.30	158.906	6.28819	53.7825
PC: 0.95	100	112471	111989.50	277.147	4.76273	12.8410
PM: 0.1	300	169886	169686.85	84.977	1.06531	37.8865
#Pob: 50	500	82846	82556.90	197.923	6.08502	64.1895
PC: 0.5	100	111706	111180.25	267.006	5.45093	7.2050
PM: 0.2	300	169646	169455.90	118.047	1.19996	21.1695

Continúa en la próxima página

Tabla A.2 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 50	500	82452	82202.75	153.001	6.48790	34.9125
PC: 0.65	100	111976	111505.80	234.657	5.17408	9.1975
PM: 0.2	300	169709	169499.45	111.279	1.17457	27.1115
#Pob: 50	500	82697	82349.05	174.516	6.32147	46.6655
PC: 0.8	100	112678	111746.25	378.023	4.96960	11.2430
PM: 0.2	300	169830	169636.30	136.829	1.09478	32.7575
#Pob: 50	500	82783	82492.55	156.132	6.15823	56.3710
PC: 0.95	100	112637	112028.15	396.367	4.72987	13.1735
PM: 0.2	300	170049	169777.70	131.793	1.01234	38.7245
#Pob: 50	500	82898	82588.85	130.980	6.04868	64.6735
PC: 0.5	100	111661	111067.35	388.780	5.54694	7.4855
PM: 0.3	300	169760	169407.25	171.689	1.22833	21.5380
#Pob: 50	500	82835	82323.60	217.542	6.35042	36.1370
PC: 0.65	100	111774	111377.00	335.986	5.28361	9.4265
PM: 0.3	300	169739	169536.00	102.740	1.15326	27.6745
#Pob: 50	500	82622	82317.05	152.049	6.35787	46.3830
PC: 0.8	100	112664	111965.20	413.891	4.78340	11.4340
PM: 0.3	300	169771	169575.05	84.461	1.13049	33.5520
#Pob: 50	500	82814	82444.70	185.138	6.21266	56.2145
PC: 0.95	100	112319	111899.50	254.198	4.83927	13.4375
PM: 0.3	300	169984	169767.75	110.071	1.01814	39.1890
#Pob: 50	500	82871	82563.35	178.848	6.07769	65.6325
PC: 0.5	100	110558	110170.10	232.855	6.30998	10.3200
PM: 0.01	300	169271	169102.00	91.043	1.40630	30.0390
#Pob: 75	500	82057	81802.00	126.020	6.94378	50.9120
PC: 0.65	100	110791	110370.85	311.779	6.13926	13.2460
PM: 0.01	300	169387	169178.25	116.605	1.36184	38.8875
#Pob: 75	500	82080	81842.20	130.036	6.89805	65.8920
PC: 0.8	100	110855	110552.55	218.476	5.98474	16.2245
PM: 0.01	300	169393	169265.75	72.282	1.31083	47.5340
#Pob: 75	500	82094	81956.05	101.342	6.76854	80.7850
PC: 0.95	100	111212	110729.90	274.956	5.83391	19.2885
PM: 0.01	300	169462	169307.20	89.577	1.28666	56.0275
#Pob: 75	500	82191	82000.45	97.395	6.71803	95.2840
PC: 0.5	100	110913	110658.70	169.876	5.89446	10.5660
PM: 0.1	300	169539	169361.60	112.609	1.25494	30.7890
#Pob: 75	500	82337	82057.50	172.258	6.65313	52.6890
PC: 0.65	100	111455	110917.60	333.228	5.67429	12.9640
PM: 0.1	300	169574	169396.05	119.763	1.23486	38.9740
#Pob: 75	500	82438	82093.35	172.233	6.61235	67.2235
PC: 0.8	100	111583	111075.30	312.818	5.54018	15.9025
PM: 0.1	300	169579	169491.20	70.223	1.17938	289.8040
#Pob: 75	500	82432	82225.30	121.932	6.46224	81.7920
PC: 0.95	100	111891	111375.70	308.710	5.28472	18.8040
PM: 0.1	300	169738	169559.60	87.316	1.13950	56.7030
#Pob: 75	500	82563	82287.50	170.190	6.39149	95.9970
PC: 0.5	100	111581	110870.60	342.278	5.71426	10.4505
PM: 0.2	300	169584	169329.05	107.935	1.27392	31.6790

Continúa en la próxima página

Tabla A.2 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 75	500	82331	82078.35	142.080	6.62941	52.8150
PC: 0.65	100	111648	110997.80	287.683	5.60609	13.3740
PM: 0.2	300	169577	169388.80	90.194	1.23908	40.2490
#Pob: 75	500	82325	82095.05	129.086	6.61041	68.1815
PC: 0.8	100	112086	111156.95	415.031	5.47075	16.5275
PM: 0.2	300	169657	169450.60	99.475	1.20305	48.9810
#Pob: 75	500	82471	82203.25	167.938	6.48733	81.6280
PC: 0.95	100	112013	111322.80	376.205	5.32970	19.3735
PM: 0.2	300	169855	169568.40	102.007	1.13437	57.9165
#Pob: 75	500	82521	82288.40	147.398	6.39046	97.0330
PC: 0.5	100	111220	110666.10	294.321	5.88817	11.1505
PM: 0.3	300	169503	169341.65	108.914	1.26657	33.1730
#Pob: 75	500	82230	82023.55	90.994	6.69175	54.1185
PC: 0.65	100	111673	110936.65	344.438	5.65809	13.7380
PM: 0.3	300	169644	169389.50	137.356	1.23867	41.4920
#Pob: 75	500	82423	82123.40	148.235	6.57816	69.3135
PC: 0.8	100	111659	111120.65	341.044	5.50162	16.7070
PM: 0.3	300	169682	169518.90	113.423	1.16323	50.0630
#Pob: 75	500	82456	82199.85	145.223	6.49120	83.4795
PC: 0.95	100	111797	111390.20	260.402	5.27239	19.4865
PM: 0.3	300	169779	169597.95	85.684	1.11714	58.6310
#Pob: 75	500	82582	82315.40	166.663	6.35975	98.3725
PC: 0.5	100	110373	110081.20	167.025	6.38558	13.4940
PM: 0.01	300	169230	169075.75	99.297	1.42160	39.8800
#Pob: 100	500	81941	81743.05	110.382	7.01084	66.5580
PC: 0.65	100	110577	110194.55	286.788	6.28918	17.4360
PM: 0.01	300	169316	169181.10	68.315	1.36018	51.4470
#Pob: 100	500	81985	81771.05	130.636	6.97899	87.2190
PC: 0.8	100	110764	110335.45	230.395	6.16936	20.9930
PM: 0.01	300	169351	169191.70	110.135	1.35400	63.5170
#Pob: 100	500	82048	81844.70	111.263	6.89521	106.8275
PC: 0.95	100	110879	110530.40	239.551	6.00357	24.7725
PM: 0.01	300	169426	169258.20	73.504	1.31523	75.5225
#Pob: 100	500	82174	81951.85	123.612	6.77331	126.1655
PC: 0.5	100	110986	110490.80	297.538	6.03725	13.6365
PM: 0.1	300	169410	169232.55	86.260	1.33018	40.4375
#Pob: 100	500	82123	81928.85	124.161	6.79948	68.5875
PC: 0.65	100	111179	110627.30	312.524	5.92117	17.4210
PM: 0.1	300	169475	169289.60	79.215	1.29692	52.5475
#Pob: 100	500	82247	81988.50	118.102	6.73162	88.2635
PC: 0.8	100	111422	110821.10	322.585	5.75636	21.3760
PM: 0.1	300	169592	169375.15	97.773	1.24704	65.3370
#Pob: 100	500	82239	82027.80	115.767	6.68692	107.5735
PC: 0.95	100	111742	110989.35	370.267	5.61327	25.4525
PM: 0.1	300	169661	169415.85	124.707	1.22331	76.2995
#Pob: 100	500	82402	82124.55	127.391	6.57685	127.1750
PC: 0.5	100	111106	110556.20	315.689	5.98163	14.1440
PM: 0.2	300	169412	169217.50	100.394	1.33896	41.8265

Continúa en la próxima página

Tabla A.2 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 100	500	82173	81913.45	111.853	6.81700	71.2965
PC: 0.65	100	111247	110641.80	301.403	5.90884	17.7695
PM: 0.2	300	169464	169335.35	81.497	1.27025	53.4715
#Pob: 100	500	82195	81977.80	95.366	6.74379	90.5070
PC: 0.8	100	111546	110754.15	257.912	5.81329	21.8775
PM: 0.2	300	169539	169371.20	80.869	1.24934	65.3240
#Pob: 100	500	82379	82126.85	122.258	6.57424	109.7525
PC: 0.95	100	111888	110998.30	320.001	5.60566	25.6170
PM: 0.2	300	169546	169432.80	70.639	1.21343	76.8585
#Pob: 100	500	82392	82134.10	130.116	6.56599	129.3605
PC: 0.5	100	111058	110562.45	269.638	5.97632	14.5235
PM: 0.3	300	169367	169247.70	52.205	1.32135	42.5965
#Pob: 100	500	82184	81958.80	130.779	6.76541	73.2455
PC: 0.65	100	111515	110833.45	367.417	5.74585	18.3470
PM: 0.3	300	169534	169299.65	105.182	1.29106	54.6435
#Pob: 100	500	82178	81990.05	125.080	6.72986	92.0275
PC: 0.8	100	111452	110939.35	298.122	5.65580	22.0725
PM: 0.3	300	169507	169364.25	92.153	1.25340	67.7930
#Pob: 100	500	82280	82123.30	116.061	6.57828	111.9890
PC: 0.95	100	111377	110975.10	241.927	5.62539	25.9215
PM: 0.3	300	169619	169437.60	99.423	1.21063	79.2810
#Pob: 100	500	82250	82110.00	99.741	6.59341	131.5535

A.3. Representación por Grupo (1 ordeño)

A continuación se presentan los valores obtenidos para cada combinación de parámetros utilizada en la representación por grupo (1 ordeño).

Tabla A.3: Calibración para representación por grupo (1 ordeño)

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
PC: 0.5	100	4149	4094.30	65.234	1.34169	0.0285
PM: 0.01	300	11754	11723.00	40.117	0.27222	0.0310
#Pob: 25	500	18643	18591.50	90.815	0.29764	0.0290
PC: 0.65	100	4149	4115.10	54.764	0.84049	0.0250
PM: 0.01	300	11753	11710.90	69.576	0.37516	0.0330
#Pob: 25	500	18641	18607.80	23.574	0.21022	0.0295
PC: 0.8	100	4149	4100.50	68.039	1.19229	0.0245
PM: 0.01	300	11754	11729.85	29.664	0.21395	0.0330
#Pob: 25	500	18646	18608.55	28.408	0.20620	0.0350
PC: 0.95	100	4149	4116.45	36.643	0.80796	0.0285
PM: 0.01	300	11755	11742.95	13.241	0.10251	0.0320

Continúa en la próxima página

Tabla A.3 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 25	500	18636	18595.80	38.619	0.27457	0.0300
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0250
PM: 0.1	300	11755	11752.15	3.438	0.02425	0.0320
#Pob: 25	500	18647	18643.50	6.152	0.01877	0.0330
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0235
PM: 0.1	300	11755	11751.00	3.713	0.03403	0.0315
#Pob: 25	500	18647	18643.90	3.782	0.01662	0.0330
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0245
PM: 0.1	300	11755	11751.60	6.030	0.02892	0.0295
#Pob: 25	500	18647	18642.85	7.286	0.02226	0.0385
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0235
PM: 0.1	300	11755	11752.75	2.425	0.01914	0.0325
#Pob: 25	500	18647	18643.55	7.924	0.01850	0.0315
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0225
PM: 0.2	300	11755	11753.20	1.765	0.01531	0.0310
#Pob: 25	500	18647	18645.25	2.337	0.00938	0.0340
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0240
PM: 0.2	300	11755	11752.30	3.614	0.02297	0.0355
#Pob: 25	500	18647	18645.85	1.040	0.00617	0.0350
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0225
PM: 0.2	300	11755	11753.55	0.945	0.01234	0.0320
#Pob: 25	500	18647	18645.75	0.967	0.00670	0.0405
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0290
PM: 0.2	300	11755	11752.20	2.840	0.02382	0.0360
#Pob: 25	500	18647	18645.15	2.390	0.00992	0.0330
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0235
PM: 0.3	300	11755	11753.00	1.522	0.01701	0.0360
#Pob: 25	500	18647	18645.35	0.933	0.00885	0.0365
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0255
PM: 0.3	300	11755	11752.25	3.354	0.02339	0.0345
#Pob: 25	500	18647	18645.15	0.988	0.00992	0.0335
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0255
PM: 0.3	300	11755	11753.10	1.832	0.01616	0.0300
#Pob: 25	500	18647	18645.95	0.887	0.00563	0.0390
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0270
PM: 0.3	300	11755	11753.10	2.150	0.01616	0.0340
#Pob: 25	500	18647	18645.75	1.410	0.00670	0.0370
PC: 0.5	100	4149	4143.20	10.636	0.16337	0.0530
PM: 0.01	300	11754	11736.40	30.514	0.15823	0.0575
#Pob: 50	500	18646	18616.00	21.492	0.16625	0.0605
PC: 0.65	100	4149	4128.85	42.807	0.50916	0.0525
PM: 0.01	300	11755	11745.80	6.229	0.07826	0.0620
#Pob: 50	500	18642	18611.75	19.886	0.18904	0.0550
PC: 0.8	100	4149	4126.75	37.586	0.55976	0.0540
PM: 0.01	300	11753	11743.60	10.684	0.09698	0.0565
#Pob: 50	500	18647	18610.25	21.689	0.19708	0.0595
PC: 0.95	100	4149	4139.65	24.217	0.24892	0.0515
PM: 0.01	300	11754	11744.15	11.394	0.09230	0.0590

Continúa en la próxima página

Tabla A.3 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 50	500	18645	18614.05	19.672	0.17670	0.0605
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0515
PM: 0.1	300	11755	11751.90	3.712	0.02637	0.0600
#Pob: 50	500	18647	18643.75	3.823	0.01743	0.0605
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0490
PM: 0.1	300	11755	11750.75	4.552	0.03615	0.0615
#Pob: 50	500	18647	18643.10	5.340	0.02091	0.0650
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0475
PM: 0.1	300	11754	11752.50	1.504	0.02127	0.0600
#Pob: 50	500	18647	18642.15	4.793	0.02601	0.0670
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0485
PM: 0.1	300	200	180.85	13.624	98.46151	0.0630
#Pob: 50	500	18647	18643.95	3.762	0.01636	0.0630
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0490
PM: 0.2	300	11755	11751.95	3.103	0.02595	0.0615
#Pob: 50	500	18647	18644.85	1.424	0.01153	0.0610
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0505
PM: 0.2	300	11755	11751.35	3.376	0.03105	0.0605
#Pob: 50	500	18647	18645.35	1.461	0.00885	0.0595
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0500
PM: 0.2	300	11754	11751.65	2.870	0.02850	0.0590
#Pob: 50	500	18647	18644.45	3.395	0.01368	0.0660
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0515
PM: 0.2	300	11754	11752.30	1.949	0.02297	0.0615
#Pob: 50	500	18647	18644.95	1.572	0.01099	0.0620
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0495
PM: 0.3	300	11755	11753.10	1.832	0.01616	0.0620
#Pob: 50	500	18646	18644.50	1.850	0.01341	0.0655
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0505
PM: 0.3	300	11754	11752.30	1.895	0.02297	0.0620
#Pob: 50	500	18647	18644.25	2.314	0.01475	0.0650
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0485
PM: 0.3	300	11755	11751.75	3.640	0.02765	0.0610
#Pob: 50	500	18647	18644.35	2.084	0.01421	0.0635
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0525
PM: 0.3	300	11755	11752.70	2.105	0.01957	0.0630
#Pob: 50	500	18647	18644.30	1.838	0.01448	0.0635
PC: 0.5	100	4149	4133.45	38.367	0.39832	0.0780
PM: 0.01	300	11755	11747.15	6.063	0.06678	0.0840
#Pob: 75	500	18645	18618.15	14.441	0.15472	0.0885
PC: 0.65	100	4149	4144.50	12.959	0.13205	0.0770
PM: 0.01	300	11755	11747.25	7.033	0.06593	0.0825
#Pob: 75	500	18642	18616.05	16.650	0.16598	0.0840
PC: 0.8	100	4149	4148.40	1.847	0.03807	0.0750
PM: 0.01	300	11754	11745.50	9.501	0.08082	0.0870
#Pob: 75	500	18646	18613.80	20.444	0.17804	0.0850
PC: 0.95	100	4149	4145.55	11.171	0.10675	0.0765
PM: 0.01	300	11755	11744.70	6.937	0.08762	0.0825

Continúa en la próxima página

Tabla A.3 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 75	500	18638	18615.65	18.317	0.16812	0.0855
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0765
PM: 0.1	300	11754	11751.90	3.161	0.02637	0.0835
#Pob: 75	500	18647	18642.20	5.454	0.02574	0.0870
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0730
PM: 0.1	300	11754	11751.55	2.929	0.02935	0.0865
#Pob: 75	500	18647	18642.80	5.167	0.02252	0.0860
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0770
PM: 0.1	300	11754	11751.25	3.640	0.03190	0.0870
#Pob: 75	500	18647	18640.50	7.119	0.03486	0.0875
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0805
PM: 0.1	300	11755	11751.85	2.870	0.02680	0.0840
#Pob: 75	500	18647	18641.40	5.443	0.03003	0.0905
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0750
PM: 0.2	300	11755	11751.90	3.655	0.02637	0.0885
#Pob: 75	500	18647	18644.00	3.112	0.01609	0.0940
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0785
PM: 0.2	300	11754	11751.90	2.532	0.02637	0.0885
#Pob: 75	500	18647	18644.50	1.792	0.01341	0.0910
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0735
PM: 0.2	300	11755	11752.45	2.605	0.02169	0.0875
#Pob: 75	500	18646	18644.15	2.033	0.01528	0.0930
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0740
PM: 0.2	300	11755	11752.20	2.707	0.02382	0.0985
#Pob: 75	500	18646	18644.45	1.791	0.01368	0.0910
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0755
PM: 0.3	300	11754	11752.35	1.182	0.02254	0.0895
#Pob: 75	500	18647	18644.60	1.635	0.01287	0.0970
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0750
PM: 0.3	300	11755	11751.45	3.953	0.03020	0.0900
#Pob: 75	500	18646	18644.55	1.317	0.01314	0.0960
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0770
PM: 0.3	300	11754	11750.60	3.589	0.03743	0.0915
#Pob: 75	500	18647	18643.95	2.502	0.01636	0.0905
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0730
PM: 0.3	300	11755	11752.65	2.033	0.01999	0.0920
#Pob: 75	500	18647	18645.00	1.556	0.01073	0.1010
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1020
PM: 0.01	300	11753	11746.60	5.942	0.07146	0.1245
#Pob: 100	500	18641	18614.45	19.824	0.17456	0.1200
PC: 0.65	100	4149	4148.35	2.907	0.03928	0.1060
PM: 0.01	300	11754	11746.05	6.057	0.07614	0.1190
#Pob: 100	500	18634	18611.15	17.646	0.19226	0.1170
PC: 0.8	100	4149	4146.45	8.049	0.08506	0.1080
PM: 0.01	300	11754	11747.75	5.552	0.06168	0.1130
#Pob: 100	500	18634	18613.60	17.659	0.17912	0.1195
PC: 0.95	100	4149	4144.05	12.488	0.14289	0.1015
PM: 0.01	300	11754	11747.20	5.156	0.06635	0.1100

Continúa en la próxima página

Tabla A.3 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 100	500	18644	18616.45	16.935	0.16383	0.1235
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0970
PM: 0.1	300	11754	11751.50	2.306	0.02977	0.1245
#Pob: 100	500	18647	18641.25	4.700	0.03084	0.1200
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0940
PM: 0.1	300	11754	11752.10	1.889	0.02467	0.1335
#Pob: 100	500	18646	18639.20	5.952	0.04183	0.1210
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0975
PM: 0.1	300	11755	11751.35	2.815	0.03105	0.1185
#Pob: 100	500	18646	18640.20	4.948	0.03647	0.1290
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0985
PM: 0.1	300	11754	11752.45	1.638	0.02169	0.1190
#Pob: 100	500	18645	18640.10	3.307	0.03700	0.1255
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0955
PM: 0.2	300	11754	11750.65	3.200	0.03701	0.1225
#Pob: 100	500	18646	18644.30	1.867	0.01448	0.1310
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0950
PM: 0.2	300	11755	11751.65	2.961	0.02850	0.1295
#Pob: 100	500	18647	18644.70	2.227	0.01233	0.1305
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.0970
PM: 0.2	300	11754	11751.70	2.296	0.02807	0.1205
#Pob: 100	500	18647	18643.80	3.002	0.01716	0.1310
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1010
PM: 0.2	300	11754	11751.40	2.437	0.03063	0.1295
#Pob: 100	500	18647	18644.30	1.658	0.01448	0.1295
PC: 0.5	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1030
PM: 0.3	300	11754	11751.55	1.820	0.02935	0.1285
#Pob: 100	500	18647	18644.75	1.650	0.01207	0.1310
PC: 0.65	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1050
PM: 0.3	300	11754	11751.95	1.669	0.02595	0.1270
#Pob: 100	500	18646	18644.25	2.468	0.01475	0.1285
PC: 0.8	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1050
PM: 0.3	300	11754	11751.10	3.127	0.03318	0.1260
#Pob: 100	500	18647	18643.65	2.519	0.01797	0.1340
PC: 0.95	100	4149	4149.00	0.000	0.02361	0.1070
PM: 0.3	300	11754	11750.90	2.532	0.03488	0.1275
#Pob: 100	500	18647	18644.60	1.501	0.01287	0.1320

A.4. Representación por Grupo (varios ordeños)

A continuación se presentan los valores obtenidos para cada combinación de parámetros utilizada en la representación por grupo (varios ordeños).

Tabla A.4: Calibración para representación por grupo (varios ordeños)

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
PC: 0.5	100	110911	110277.85	285.651	6.21834	0.3905
PM: 0.01	300	170045	169594.25	264.523	1.11930	0.4310
#Pob: 25	500	83725	83074.55	485.459	5.49615	0.4540
PC: 0.65	100	110873	110213.20	408.741	6.27332	0.3935
PM: 0.01	300	170076	169691.20	248.606	1.06277	0.4260
#Pob: 25	500	83748	83152.65	292.481	5.40731	0.4540
PC: 0.8	100	111135	110244.30	361.802	6.24687	0.3905
PM: 0.01	300	170050	169651.35	235.918	1.08600	0.4200
#Pob: 25	500	83987	83093.95	417.753	5.47409	0.4570
PC: 0.95	100	111344	110271.25	424.797	6.22396	0.3905
PM: 0.01	300	170225	169560.05	300.672	1.13924	0.4230
#Pob: 25	500	83870	83288.40	359.227	5.25288	0.4575
PC: 0.5	100	113866	112524.65	504.026	4.30764	0.4030
PM: 0.1	300	170838	170602.60	145.636	0.53139	0.4540
#Pob: 25	500	85701	85141.65	286.296	3.14467	0.5100
PC: 0.65	100	113544	112451.40	443.590	4.36993	0.3950
PM: 0.1	300	170682	170552.75	93.258	0.56045	0.4475
#Pob: 25	500	85567	84982.95	321.327	3.32520	0.5095
PC: 0.8	100	113633	112414.95	573.196	4.40093	0.3935
PM: 0.1	300	170836	170528.95	172.382	0.57433	0.4555
#Pob: 25	500	85497	85091.65	317.258	3.20154	0.5020
PC: 0.95	100	113213	112457.80	363.433	4.36449	0.4025
PM: 0.1	300	170844	170561.25	136.091	0.55549	0.4490
#Pob: 25	500	85450	84952.40	249.590	3.35995	0.5150
PC: 0.5	100	114258	113132.05	435.784	3.79110	0.4155
PM: 0.2	300	170954	170701.00	132.361	0.47401	0.4850
#Pob: 25	500	85983	85496.25	232.804	2.74128	0.5575
PC: 0.65	100	114072	113125.50	594.286	3.79667	0.4070
PM: 0.2	300	170890	170740.75	85.723	0.45084	0.4835
#Pob: 25	500	86051	85533.45	216.780	2.69896	0.5605
PC: 0.8	100	113746	113228.55	243.989	3.70903	0.4185
PM: 0.2	300	170909	170710.15	99.263	0.46868	0.4890
#Pob: 25	500	85954	85475.45	264.413	2.76494	0.5535
PC: 0.95	100	114024	113050.70	472.207	3.86028	0.4110
PM: 0.2	300	170854	170702.20	110.355	0.47331	0.4825
#Pob: 25	500	85942	85418.00	265.798	2.83030	0.5570
PC: 0.5	100	114649	113730.60	480.196	3.28208	0.4175
PM: 0.3	300	170943	170778.75	113.427	0.42868	0.5025
#Pob: 25	500	85974	85563.25	279.156	2.66506	0.5845
PC: 0.65	100	114409	113525.80	599.806	3.45625	0.4160
PM: 0.3	300	170956	170771.65	103.719	0.43282	0.5085
#Pob: 25	500	86145	85567.85	289.590	2.65983	0.5920
PC: 0.8	100	114241	113406.95	422.163	3.55732	0.4235
PM: 0.3	300	170957	170780.80	89.278	0.42749	0.4985
#Pob: 25	500	85903	85509.70	238.495	2.72598	0.5920
PC: 0.95	100	114813	113491.15	557.016	3.48571	0.4200
PM: 0.3	300	170905	170757.05	109.983	0.44133	0.5095

Continúa en la próxima página

Tabla A.4 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 25	500	85934	85559.35	240.743	2.66950	0.5845
PC: 0.5	100	110867	110253.80	305.943	6.23880	0.7755
PM: 0.01	300	170023	169586.10	249.767	1.12405	0.8385
#Pob: 50	500	83366	83124.15	185.862	5.43973	0.9155
PC: 0.65	100	111221	110257.40	409.445	6.23573	0.7645
PM: 0.01	300	170019	169512.60	210.045	1.16690	0.8390
#Pob: 50	500	83604	83141.80	280.690	5.41965	0.9210
PC: 0.8	100	110874	110374.45	331.842	6.13619	0.7685
PM: 0.01	300	170013	169673.15	189.926	1.07329	0.8445
#Pob: 50	500	83483	83109.80	286.329	5.45606	0.9085
PC: 0.95	100	110753	110211.25	361.948	6.27498	0.7730
PM: 0.01	300	169858	169636.60	170.118	1.09460	0.8365
#Pob: 50	500	83793	83138.20	268.329	5.42375	0.9150
PC: 0.5	100	112662	111978.35	377.875	4.77222	0.7935
PM: 0.1	300	170720	170471.45	146.422	0.60785	0.9205
#Pob: 50	500	85049	84727.50	219.078	3.61579	1.0380
PC: 0.65	100	112836	112044.20	334.227	4.71622	0.7975
PM: 0.1	300	170648	170434.85	103.227	0.62919	0.9205
#Pob: 50	500	85094	84697.70	224.326	3.64969	1.0355
PC: 0.8	100	112534	112066.65	350.781	4.69713	0.8035
PM: 0.1	300	170701	170445.35	97.914	0.62307	0.9155
#Pob: 50	500	85198	84849.45	250.345	3.47707	1.0315
PC: 0.95	100	112746	112119.20	286.498	4.65244	0.8005
PM: 0.1	300	170666	170438.55	109.897	0.62703	0.9090
#Pob: 50	500	85103	84716.25	224.062	3.62859	1.0385
PC: 0.5	100	113436	112609.75	410.662	4.23527	0.8165
PM: 0.2	300	170779	170611.30	96.813	0.52631	0.9765
#Pob: 50	500	85713	85023.20	254.139	3.27941	1.1205
PC: 0.65	100	113245	112652.55	358.476	4.19887	0.8200
PM: 0.2	300	170770	170591.05	97.234	0.53812	0.9660
#Pob: 50	500	85380	84965.50	258.798	3.34505	1.1280
PC: 0.8	100	113120	112528.95	405.403	4.30398	0.8130
PM: 0.2	300	170853	170584.40	112.161	0.54200	0.9690
#Pob: 50	500	85750	85103.85	269.885	3.18767	1.1345
PC: 0.95	100	113473	112603.25	421.297	4.24079	0.8115
PM: 0.2	300	170814	170592.95	108.205	0.53701	0.9740
#Pob: 50	500	85602	85093.60	291.933	3.19933	1.1235
PC: 0.5	100	113452	112768.25	413.181	4.10048	0.8385
PM: 0.3	300	170835	170632.65	114.336	0.51386	1.0105
#Pob: 50	500	85641	85049.35	274.138	3.24966	1.2085
PC: 0.65	100	113500	112647.05	429.208	4.20355	0.8290
PM: 0.3	300	170821	170647.65	97.469	0.50512	1.0125
#Pob: 50	500	85503	85142.85	172.874	3.14330	1.2080
PC: 0.8	100	114046	112892.45	538.213	3.99486	0.8350
PM: 0.3	300	170777	170637.45	87.053	0.51107	1.0250
#Pob: 50	500	85728	85124.95	330.225	3.16366	1.2010
PC: 0.95	100	114071	112997.65	628.118	3.90539	0.8410
PM: 0.3	300	170814	170646.20	89.824	0.50596	1.0100

Continúa en la próxima página

Tabla A.4 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 50	500	85567	85148.40	198.115	3.13699	1.2020
PC: 0.5	100	110664	110147.65	283.111	6.32907	1.1555
PM: 0.01	300	169884	169526.80	172.034	1.15862	1.2625
#Pob: 75	500	83862	83082.50	374.125	5.48711	1.3870
PC: 0.65	100	110866	110132.85	347.727	6.34165	1.1505
PM: 0.01	300	170075	169576.10	197.749	1.12988	1.2775
#Pob: 75	500	83496	82974.75	295.774	5.60969	1.3815
PC: 0.8	100	110657	109971.90	342.701	6.47853	1.1635
PM: 0.01	300	169906	169572.15	162.859	1.13218	1.2590
#Pob: 75	500	83484	83001.45	272.250	5.57931	1.3795
PC: 0.95	100	110725	110127.00	380.001	6.34663	1.1580
PM: 0.01	300	169820	169541.85	152.141	1.14985	1.2600
#Pob: 75	500	83372	82922.00	256.246	5.66969	1.3915
PC: 0.5	100	112433	111821.10	349.984	4.90594	1.1925
PM: 0.1	300	170568	170377.40	94.733	0.66269	1.3810
#Pob: 75	500	84892	84484.25	244.025	3.89251	1.5740
PC: 0.65	100	112331	111812.00	298.840	4.91368	1.2055
PM: 0.1	300	170622	170438.75	100.115	0.62692	1.3780
#Pob: 75	500	85151	84500.95	310.734	3.87351	1.5860
PC: 0.8	100	112698	111792.05	369.248	4.93065	1.2090
PM: 0.1	300	170581	170390.75	110.542	0.65490	1.3780
#Pob: 75	500	85043	84545.75	258.332	3.82255	1.5760
PC: 0.95	100	112336	111806.00	302.624	4.91879	1.2020
PM: 0.1	300	170596	170368.10	86.680	0.66811	1.3905
#Pob: 75	500	85125	84541.05	233.399	3.82790	1.5685
PC: 0.5	100	112752	112118.00	387.340	4.65346	1.2405
PM: 0.2	300	170736	170520.70	129.118	0.57914	1.4645
#Pob: 75	500	85323	84864.70	200.518	3.45972	1.7125
PC: 0.65	100	112540	112118.35	336.250	4.65316	1.2315
PM: 0.2	300	170756	170452.00	126.910	0.61919	1.4645
#Pob: 75	500	85083	84812.10	172.589	3.51955	1.7235
PC: 0.8	100	113478	112331.85	512.070	4.47160	1.2330
PM: 0.2	300	170729	170508.80	103.472	0.58607	1.4790
#Pob: 75	500	85496	84749.95	297.583	3.59026	1.7055
PC: 0.95	100	113249	112452.40	445.598	4.36908	1.2430
PM: 0.2	300	170743	170518.15	129.022	0.58062	1.4625
#Pob: 75	500	85242	84850.15	215.957	3.47627	1.7100
PC: 0.5	100	113151	112399.00	422.622	4.41449	1.2580
PM: 0.3	300	170743	170538.95	116.438	0.56850	1.5350
#Pob: 75	500	85528	84952.65	324.694	3.35967	1.8400
PC: 0.65	100	113052	112451.25	401.521	4.37006	1.2670
PM: 0.3	300	170841	170519.15	131.086	0.58004	1.5485
#Pob: 75	500	85432	84825.00	271.727	3.50488	1.8340
PC: 0.8	100	113541	112564.65	474.391	4.27362	1.2705
PM: 0.3	300	170735	170545.85	93.086	0.56447	1.5345
#Pob: 75	500	85146	84791.25	230.258	3.54327	1.8485
PC: 0.95	100	113152	112288.80	343.053	4.50821	1.2710
PM: 0.3	300	170748	170516.40	147.838	0.58164	1.5410

Continúa en la próxima página

Tabla A.4 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 75	500	85420	84875.60	268.675	3.44732	1.8360
PC: 0.5	100	110587	109956.45	244.649	6.49167	1.5385
PM: 0.01	300	169623	169469.30	118.016	1.19215	1.6935
#Pob: 100	500	83195	82777.05	290.406	5.83458	1.8745
PC: 0.65	100	110693	109986.05	343.517	6.46649	1.5445
PM: 0.01	300	169839	169497.25	143.759	1.17585	1.6925
#Pob: 100	500	83166	82860.35	221.648	5.73982	1.8550
PC: 0.8	100	110742	109969.20	385.301	6.48082	1.5425
PM: 0.01	300	169659	169373.05	169.535	1.24827	1.6885
#Pob: 100	500	83239	82907.60	213.573	5.68607	1.8720
PC: 0.95	100	110303	109887.00	233.098	6.55073	1.5455
PM: 0.01	300	169743	169420.60	174.791	1.22054	1.7085
#Pob: 100	500	83064	82729.55	163.741	5.88862	1.8560
PC: 0.5	100	112100	111541.50	328.159	5.14372	1.6100
PM: 0.1	300	170548	170344.45	116.265	0.68190	1.8615
#Pob: 100	500	84902	84376.05	274.527	4.01560	2.1210
PC: 0.65	100	112295	111597.45	321.585	5.09614	1.5985
PM: 0.1	300	170456	170337.40	89.562	0.68601	1.8595
#Pob: 100	500	84618	84255.50	233.578	4.15273	2.1275
PC: 0.8	100	112013	111512.00	324.808	5.16881	1.5990
PM: 0.1	300	170537	170284.20	135.355	0.71703	1.8855
#Pob: 100	500	84951	84378.10	368.351	4.01326	2.1275
PC: 0.95	100	112164	111555.60	339.011	5.13173	1.6150
PM: 0.1	300	170533	170349.25	107.004	0.67910	1.9490
#Pob: 100	500	84686	84292.70	215.705	4.11041	2.1175
PC: 0.5	100	112470	112036.85	302.367	4.72247	1.6580
PM: 0.2	300	170656	170489.60	107.173	0.59727	2.0705
#Pob: 100	500	84982	84652.55	192.460	3.70106	2.3185
PC: 0.65	100	112602	112009.25	352.934	4.74594	1.6450
PM: 0.2	300	170600	170405.50	106.673	0.64630	2.0700
#Pob: 100	500	84860	84495.15	218.640	3.88011	2.3150
PC: 0.8	100	112754	112181.65	312.236	4.59933	1.6610
PM: 0.2	300	170654	170460.30	113.183	0.61435	2.0635
#Pob: 100	500	85001	84564.00	238.634	3.80179	2.3130
PC: 0.95	100	112853	111893.00	394.473	4.84480	195.4500
PM: 0.2	300	170686	170488.55	110.046	0.59788	2.0735
#Pob: 100	500	85240	84598.70	291.852	3.76231	2.3240
PC: 0.5	100	112595	112139.45	264.010	4.63522	1.6845
PM: 0.3	300	170707	170482.65	116.128	0.60132	2.1765
#Pob: 100	500	85158	84600.00	314.738	3.76084	2.4720
PC: 0.65	100	112674	112079.20	278.592	4.68645	1.6975
PM: 0.3	300	170670	170471.90	95.398	0.60759	2.1545
#Pob: 100	500	85043	84660.65	217.198	3.69184	2.4650
PC: 0.8	100	112812	112145.25	334.290	4.63028	1.6835
PM: 0.3	300	170710	170461.00	124.990	0.61394	2.1690
#Pob: 100	500	85219	84755.55	223.351	3.58389	2.4680
PC: 0.95	100	112700	112106.45	312.888	4.66328	1.6865
PM: 0.3	300	170718	170526.05	94.127	0.57602	2.1775

Continúa en la próxima página

Tabla A.4 – Continuación de la página anterior

Comb	CantV	VMax(l)	VProm(l)	DEst	gap	TProm(s)
#Pob: 100	500	84995	84616.55	191.952	3.74201	2.4805

Apéndice B

Programación de formulaciones matemáticas

En este apéndice se presenta el código utilizado para programar las formulaciones matemáticas definidas en la sección 4.3.

Es importante tener en cuenta que para las 3 formulaciones definidas (formulación básica individual, formulación básica grupal y formulación heterogénea grupal) se consideraron las mismas zonas de campo, respetando en todos los casos las actividades alimenticias (con sus respectivas densidades energéticas) para cada zona así como sus respectivas distancias con el establo. A su vez, se utilizó la misma descripción del rodeo (peso vivo y potencial genético), agregando nuevas descripciones para la formulación que considera un rodeo heterogéneo. También es importante recordar que, a partir del peso vivo, el potencial genético y el modelo de producción de leche presentado en 4.2, se pueden calcular los valores correspondientes al consumo potencial (consPot), el requerimiento basal (reqB), y la energía equivalente por litro (ENI).

Los valores usados para los parámetros mencionados anteriormente pueden encontrarse en el capítulo 5, correspondiente a experimentos computacionales.

A continuación se presenta el código correspondiente a cada formulación:

B.1. Formulación básica individual

```
param cantAnimales;  
param cantZonas;  
param Distancias{z in 1..cantZonas};  
param Alimento{z in 1..cantZonas};  
  
param consPot;  
param cal{z in 1..cantZonas};  
param reqB;  
param nroViajes;  
param aux;
```

```

param PV;
param ENl;

param cantOrdenes;

var vacasEnZona{o in 1..cantOrdenes, i in 1..cantAnimales, z in 1..cantZonas} ≥ 0, binary;
/* en que zona se encuentra cada vaca */

var y{o in 1..cantOrdenes, z in 1..cantZonas} ≥ 0, integer;
/* cantidad de vacas en cada zona para cada ordeño */

var w{o in 1..cantOrdenes, z in 1..cantZonas} ≥ 0;
/* consumo real de alimento (MS) en cada zona para cada ordeño */

maximize produccion: sum{o in 1..cantOrdenes, z in 1..cantZonas} (w[o,z]*cal[z] - y[o,z]*(reqB
+ Distancias[z]*nroViajes*aux*PV))/ENl;
/* Función objetivo: Maximizar la producción de leche */

s.t. r1{o in 1..cantOrdenes, z in 1..cantZonas}: y[o,z] = sum{i in 1..cantAnimales} vacasEnZona[o,i,z];
s.t. r2{o in 1..cantOrdenes, i in 1..cantAnimales}: sum{z in 1..cantZonas} vacasEnZona[o,i,z] =
1;
s.t. r4{o in 1..cantOrdenes, z in 1..cantZonas}: w[o,z] ≤ y[o,z]*consPot;
s.t. r5{z in 1..cantZonas}: sum{o in 1..cantOrdenes} w[o,z] ≤ Alimento[z];

data;
/* DATOS DEL MODELO PLANTEADO */

/* Definir cantidad animales */
param cantAnimales := 400;

/* Definir cantidad zonas */
param cantZonas := 5;

/* Definir Distancias del establo a las zonas*/
param Distancias :=
1 0.5
2 1.5
3 2.5
4 0
5 0;

/* Definir Alimento por zona*/
param Alimento :=
1 11000
2 18000
3 18000
4 45000
5 45000;

```

```

/* Definir Calorias por zona */
param cal :=
1 1.4
2 1.5
3 1.5
4 1.65
5 1.44;

param consPot := 23.38326;
param reqB := 9.698474;
param nroViajes := 2;
param aux := 0.00045;
param PV := 600;
param ENl := 0.696;

param cantOrdenes := 30;

end;

```

B.2. Formulación básica grupal

```

set Zonas;
param cantAnimales;
param cantZonas;
param Distancias{z in Zonas};
param Alimento{z in Zonas};

param consPot;
param cal{z in Zonas};
param reqBasal;
param reqEn;
param nroViajes;
param aux;
param PV;
param ENl;

param cantOrdenes;

var vacasPorZona{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas} ≥ 0, integer;
/* cantidad de vacas por zona por ordene */

var consumoReal{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas} ≥ 0;
/* consumo real de alimento (en MS) por zona por ordene */

maximize produccion: sum{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas} ((consumoReal[o,z]*cal[z]) - (vacasPorZona[o,z]*reqBasal + vacasPorZona[o,z]*Distancias[z]*nroViajes*aux*PV))/ENl;
/* Función objetivo: Maximizar la producción de leche */

```

s.t. totalVacas{o in 1..cantOrdenes}: sum{z in Zonas} vacasPorZona[o,z] = cantAnimales;
 s.t. oferta1{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas}: vacasPorZona[o,z]*consPot \geq consumoReal[o,z];
 s.t. oferta2{z in Zonas}: sum{o in 1..cantOrdenes} consumoReal[o,z] \leq Alimento[z];

data;

/* DATOS DEL MODELO PLANTEADO */

/* Definir las zonas */

set Zonas := zona0 zona1 zona2 zona3 zona4;

/* Definir cantidad animales */

param cantAnimales := 100;

/* Definir cantidad animales */

param cantZonas := 5;

/* Definir Distancias del establo a las zonas*/

param Distancias :=

zona0 0.5

zona1 1.5

zona2 2.5

zona3 0

zona4 0;

/* Definir Alimento por zona */

param Alimento :=

zona0 11000

zona1 18000

zona2 18000

zona3 45000

zona4 45000;

/* Definir Calorias por zona */

param cal :=

zona0 1.4

zona1 1.5

zona2 1.5

zona3 1.65

zona4 1.44;

param consPot := 23.38326;

param reqBasal := 9.698474;

param nroViajes := 2;

param aux := 0.00045;

param PV := 600;

param ENI := 0.696;

param cantOrdenes := 30;

end;

B.3. formulación heterogénea grupal

```

set Zonas;
param cantZonas;
param Distancias{z in Zonas};
param Alimento{z in Zonas};

param cal{z in Zonas};
param nroViajes;
param aux;
param ENI;

param cantOrdenes;

param cantTiposVacas;
param PV{t in 1..cantTiposVacas};
param reqBasal{t in 1..cantTiposVacas};
param consPot{t in 1..cantTiposVacas};
param cantAnimales{t in 1..cantTiposVacas};

var vacasPorZona{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas, t in 1..cantTiposVacas} ≥ 0, integer;
/* cantidad de vacas por tipo por zona por ordene */

var consumoReal{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas, t in 1..cantTiposVacas} ≥ 0;
/* consumo real de alimento (en MS) por zona por ordene */

var consTotal ≥ 0;
var consPotTot ≥ 0;

maximize produccion: sum{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas, t in 1..cantTiposVacas} ((consumoReal[o,z,t]*cal[z]) - (vacasPorZona[o,z,t]*reqBasal[t] + vacasPorZona[o,z,t]*Distancias[z]*nroViajes*aux*PV[t]));
/* Función objetivo: Maximizar la producción de leche */

s.t. totalVacas{o in 1..cantOrdenes, t in 1..cantTiposVacas}: sum{z in Zonas} vacasPorZona[o,z,t] = cantAnimales[t];
s.t. oferta1{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas, t in 1..cantTiposVacas}: vacasPorZona[o,z,t]*consPot[t] ≥ consumoReal[o,z,t];
s.t. oferta2{z in Zonas}: sum{o in 1..cantOrdenes, t in 1..cantTiposVacas} consumoReal[o,z,t] ≤ Alimento[z];
s.t. RestriccionAux: consTotal = sum{o in 1..cantOrdenes, z in Zonas, t in 1..cantTiposVacas} consumoReal[o,z,t];
s.t. RestriccionAux2: consPotTot = sum{t in 1..cantTiposVacas} consPot[t]*cantAnimales[t]*cantOrdenes;

data;
/* DATOS DEL MODELO PLANTEADO */

/* Definir las zonas */
set Zonas := zona0 zona1 zona2 zona3 zona4;

/* Definir cantidad zonas */

```

```
param cantZonas := 5;

/* Definir Distancias del establo a las zonas*/
param Distancias :=
zona0 0.5
zona1 1.5
zona2 2.5
zona3 0
zona4 0;

/* Definir Alimento por zona*/
param Alimento :=
zona0 1100000
zona1 1800000
zona2 1800000
zona3 4500000
zona4 4500000;

/* Definir Calorias por zona */
param cal :=
zona0 1.4
zona1 1.5
zona2 1.5
zona3 1.65
zona4 1.44;

param nroViajes := 2;
param aux := 0.00045;
param ENI := 0.696;

param cantOrdenes := 30;

param cantTiposVacas := 3;
param PV := 1 600 2 500 3 550;
param reqBasal := 1 9.69847 2 8.45897 3 9.08577;
param consPot := 1 23.38327 2 17.32109 3 20.03360;
param cantAnimales := 1 200 2 60 3 40;

end;
```

Bibliografía

- [1] Y. Acosta. La Producción Lechera en Uruguay. Technical report, Programa Nacional de Bovinos para Leche, INIA. [En línea]. http://www.inia.org.uy/investigacion/programas/produccion/bovinos.leche_old.html consultada en marzo de 2013.
- [2] W. Anderson and B. Ridler. The effect of increasing per cow production and changing herd structure on economic and environmental outcomes within a farm system using optimal resource allocation. In *Proceedings of the 4th Australasian Dairy Science Symposium*, page 215–220, 2010.
- [3] P. Azar, A. Espino, and S. Salvador. Uruguay: Cambia el comercio, la producción y el trabajo: ¿Cambian las relaciones de género? Technical report, International Gender and Trade Network, 2008. [En línea]. <http://www.generoycomercio.org/areas/investigacion/uruguay/Estudio-de-caso-sector-lacteo-Uruguay.pdf> consultada en julio de 2013.
- [4] T. Bäck. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*. Oxford University Press, 1996.
- [5] C. Blum and A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308, 2003.
- [6] R. Burkard, M. Dell Amico, and S. Martello. *Assignment Problems*. SIAM, 2009.
- [7] Camara de Industrias del Uruguay. El sector de productos lácteos. [En línea]. <http://www.ciu.com.uy/innovaportal/file/28814/1/preliminar.doc> consultada en junio 2013.
- [8] T. Cartwright, W. Pittroff, and J. Oltjen. *Systems Analysis Applied to Livestock Production*. CRC, primera edición, 2008.
- [9] Centro de Cálculo. Algoritmos Evolutivos. [En línea]. http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/geneticos/ae/2013/clase_01_2013.pdf consultada en setiembre 2013, 2013.
- [10] Centro de Cálculo. Algoritmos Evolutivos. [En línea]. http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/geneticos/ae/2013/clase_03_2013.pdf consultada en setiembre 2013, 2013.
- [11] J. Chicano. Metaheurísticas e Ingeniería del Software. Tesis doctoral, Universidad de Málaga, España, 2007.

- [12] P. Chilibroste. Evaluación de modelos detallados de rumen para predecir disponibilidad de nutrientes en sistemas intensivos de producción de leche bajo pastoreo. *ALPA, Asociación Latinoamericana de Producción Animal*, 10(3):232–240, Octubre 2002.
- [13] P. Chilibroste. Integración de patrones de consumo y oferta de nutrientes para vacas lecheras en pastoreo durante el período otoño – invernal. *2da Jornada Abierta de Lechería, Universidad de Buenos Aires*, Octubre 2002.
- [14] P. Chilibroste. IFCN Dairy Report 2011, International Farm Comparison Network. *IFCN Dairy Research Center, Kiel*, 1:210, 2011.
- [15] P. Chilibroste, P. Soca, O. Bentancur, and D. Mattiauda. Estudio de la conducta en pastoreo de vacas holando de alta producción: síntesis de 10 años de investigación sobre la relación planta animal suplemento en la facultad de agronomía – eemac. *Agrociencia*, 3:101–106, 2010.
- [16] P. Chilibroste, P. Soca, and D. Mattiauda. Balance entre oferta y demanda de nutrientes en sistemas pastoriles de producción de leche: potencial de intervención al inicio de la lactancia. Technical report, Junio 2011. XV Congreso Latinoamericano de Buiatría, XXXIX Jornadas Uruguayas de Buiatría. Eds. Centro Médico Veterinario de Paysandú – sociedad Uruguaya de Buiatría. Paysandú, Uruguay. Pp. 91-97. ISSN 1688-6674.
- [17] P. Chilibroste, P. Soca, and D. Mattiauda. Estrategias de alimentación en Sistemas de Producción de Leche de base pastoril: Hacia una ganadería competitiva y sustentable. *INTA*, pages 91–100, 2012.
- [18] H. Correa. El modelo NRC-2001. Reporte técnico, Nutrición Animal, Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de Colombia, Colombia, 2001. [En línea]. http://www.ucv.ve/fileadmin/user_upload/facultad_agronomia/Modelo_NRC_2001.pdf consultada en mayo de 2012.
- [19] S. Costabel. Metaheurísticas aplicadas a un Problema de Asignación de Salones y Horarios a Asignaturas. Tesis de Maestría en Ingeniería en Computación. Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería - Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2005.
- [20] P. Czyzak and R. Slowinski. Solving the multiobjective diet optimization problems under uncertainty. *International Conference of Multiple Criteria Decision Support. Springer Verlag, Berlin*, pages 272–281, 1990.
- [21] C. Darwin. *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*. Murray, London, 1859.
- [22] K. De Jong. *An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*. PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor, MI, USA, 1975.
- [23] G. Dean, H. Carter, H. Wagstaff, S. Olayide, M. Ronning, and D. Bath. Production Functions and Linear Programming Models for Dairy Cattle Feeding. *Giannini Foundation of Agricultural Economics, University of California*, 31:1–54, December 1972. [En línea]. <http://giannini.ucop.edu/Monographs/31-DairyCattleFeedingModels.pdf>.
- [24] G. Doole and A. Romera. Detailed description of grazing systems using nonlinear optimization methods: A model of a pasture-based new zealand dairy farm. *Agricultural Systems*, 122:33–41, November 2013.
- [25] G. Doole, A. Romera, and A. Adler. A mathematical model of a New Zealand dairy farm: The Integrated Dairy Enterprise Analysis (IDEA) framework. Working Paper 1201, Waikato University Department of Economics, Hamilton, New Zealand, 2012. [En línea]. <ftp://mngt.waikato.ac.nz/RePEc/wai/econwp/1201.pdf> consultada en abril 2014.

- [26] G. Doole, A. Romera, and A. Adler. An optimization model of a new zealand dairy farm. *Journal of Dairy Science*, 96(4):2147–2160, April 2013.
- [27] M. Dorigo and T. Stützle. *Ant Colony Optimization*. Bradford Company Scituate, MA, USA, 2004.
- [28] J. Elizalde and F. Santini. Factores nutricionales que limitan las ganancias de peso en bovinos en el período otoño-invierno. Reporte técnico, INTA, CERBAS, EEA Balcarce, Bs. As. Argentina.
- [29] T. Feo and M. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109–133, 1995.
- [30] H. Fernández and M. Guaita. Un programa para formular raciones de mínimo costo en vacas lecheras. Resumen, Asociación Argentina de Producción Animal, Argentina, 2007.
- [31] J. Ferrari and G. Freiría. La producción lechera en el Uruguay. Estadístico Agropecuario 2009. Technical report, Estadísticas Agropecuarias, Ministerio de Ganadería Agricultura y Pesca, Uruguay, 2009.
- [32] J. Ferrari and G. Freiría. Anuario Estadístico Agropecuario 2011. Technical report, Estadísticas Agropecuarias, Ministerio de Ganadería Agricultura y Pesca, Uruguay, 2013. [En línea]. <http://www.mgap.gub.uy/Dieaanterior/Anuario2011/DIEA-Anuario-2011-web.pdf> Consultado en mayo 2013.
- [33] G. Freiría and A. Hernández. Estadísticas del sector lácteo 2010. Reporte técnico, Estadísticas Agropecuarias (DIEA), Serie de Trabajos Especiales, Num304. Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca. [En línea]. <http://www.mgap.gub.uy> consultada en mayo 2012.
- [34] A. García, J. Rodríguez, and D. Ruiz. Optimización del Engorde de Bovinos en Pastoreo en la Pampa Argentina Mediante Programación Lineal. *Investigación agraria. Producción y sanidad animales*, 13(1-3):99–118, 1998. [En línea]. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=112341>.
- [35] F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. Center for Applied Artificial Intelligence, Graduate School of Business, University of Colorado, USA. *Pergamon Journals Ltd*, vol. 13(no. 5):pp. 533–549, 1986.
- [36] F. Glover and M. Laguna. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [37] F. Glover, M. Laguna, and R. Martí. Fundamentals of scatter search and path relinking. *Control and Cybernetics*, 39:653–684, 2000.
- [38] D. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [39] J. Grefenstette. Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 16(1):122–128, January 1986.
- [40] P. Hansen and N. Mladenovic. Variable neighborhood search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, 130:449–467, 2001.
- [41] J. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The University of Michigan Press, 1975. second edition, 1992.
- [42] Instituto Nacional de la Leche. Remisión a plantas industriales. [En línea]. http://www.inale.org/innovaportal/file/144/1/remision_a_planta.xls, 2013.

- [43] Investigación Operativa. Introducción a la investigación de operaciones. [En línea]. <http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/io/archivos/teorico/todo.pdf> consultada en setiembre 2013.
- [44] A. Kalantari, H. Mehrabani-Yeganeh, M. Moradi, A. Sanders, and A. De Vries. Determining the optimum replacement policy for Holstein dairy herds in Iran. *Journal Dairy Science*, 93(5):2262–2270, Mayo 2010. [En línea]. <http://www.journalofdairyscience.org/article/S0022-0302>
- [45] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, pages 1942–1948, 1995.
- [46] S. Kirkpatrick, C. Gelatt, and M. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680, Mayo 1983.
- [47] P. Larrañaga and J. Lozano. *Estimation of Distribution Algorithms. A New Tool for Evolutionary Computation*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [48] E. Lawler and D. Wood. Branch-And-Bound Methods: A Survey. *Operations Research*, 14(4):699–719, Julio/Agosto 1966.
- [49] H. Lourenço, O. Martin, and T. Stützle. Iterated local search. In Fred Glover and Gary Kochenberger, editors, *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*, page 321. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [50] D. Lozano, F. Velázquez, and A. Zepeda. Optimización estructural de forma en el diseño de cavidades en elementos planos mediante algoritmos evolutivos. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, XXIX:1143–1159, Noviembre 2010.
- [51] A. López. Sistemas de Producción de Leche en la Argentina. Technical report, Área de Producción de Bovinos de Leche, Facultad de Ciencias Veterinarias, UBA. [En línea]. <http://www.icaarg.com.ar/index.php?idNavActual=124&idNavPadre=1&time=1347040986>.
- [52] M. López, A. Arias, G. Pace, A. Cobo, and M. Goldfarb. Software de Predicción de la Producción Forrajera. *Revista Argentina de Producción Animal*, 22(1):309–310, 2002.
- [53] D. Luenberger. *Programación Lineal y No Lineal*. Addison-Wesley. 2da Edición, 1989.
- [54] J. Lustig, R. Marsten, and D. Shanno. Interior point methods for linear programming. *Inform Journal on Computing*, 6(1):1–14, 1994.
- [55] K. Macdonald, J. Penno, J. Lancaster, and J. Roche. Effect of stocking rate on pasture production, milk production, and reproduction of dairy cows in pasture-based systems. *Journal of Dairy Science*, 91(5):2151–2163, May 2008.
- [56] A. Makhorin. GLPK (GNU Linear Programming Kit).
- [57] A. Mateos. Algoritmos Evolutivos y Algoritmos Genéticos. Reporte técnico, Ingeniería de Telecomunicación, Universidad de Carlos III, Madrid, España. [En línea]. <http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicas/estudios/aeag.pdf> consultada en setiembre 2013.
- [58] D. Mattiauda, P. Chilibroste, O. Bentancur, and P. Soca. Intensidad de pastoreo y utilización de pasturas perennes en sistemas de producción de leche: ¿que niveles de producción permite y que problemas contribuye a solucionar? Technical report, 2009. XXXVII Jornadas Uruguayas de Buiatría, Paysandú.

- [59] A. Meikle, D. Cavestany, M. Carriquiry, M. Adrien, V. Artegoitia, I. Pereira, G. Rupprechter, P. Pessina, G. Rama, A. Fernández, M. Breijo, D. Laborde, O. Pritsch, J. Ramos, E. de Torres, P. Nicolini, A. Mendoza, J. Dutour, M. Fajardo, A. Astessiano, L. Olazábal, D. Mattiauda, and P. Chilbroste. Avances en el conocimiento de la vaca lechera durante el período de transición en Uruguay: un enfoque multidisciplinario. *Agrociencia Uruguay*, 17(1):141–152, Junio 2013.
- [60] P. Moe and H. Tyrrell. Net energy value of feeds for lactation. *Journal of Dairy Science*, 55(7):945–958, 1972.
- [61] H. Neal, J. France, and T. Treacher. A model to maximize hay intake when formulating rations for pregnant ewes. *Animal Production*, 42(1):97–104, 1986.
- [62] M. Neal, J. Neal, and W. Fulkerson. Optimal choice of dairy forages in eastern australia. *Journal of Dairy Science*, 90:3044–3059, 2007.
- [63] NEOS. The Diet Problem. [En línea]. <http://neos-guide.org/content/diet-problem> Consultado en setiembre 2013.
- [64] S. Neschachnow. Algoritmos Genéticos Paralelos y su Aplicación al diseño de Redes de Comunicaciones Confiables. Tesis de Maestría en Informática. Pedeciba Informática. Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2004.
- [65] S. Neschachnow, H. Cancela, and E. Alba. Técnicas evolutivas aplicadas al diseño de redes de comunicaciones confiables. In *C. Hervás, et al (Eds.). Actas del Tercer Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados. MAEB'04, Córdoba, 4-6 de Febrero*, pages 388–395. Universidad de Córdoba, 2004. [En línea]. <http://www.lcc.uma.es/eat/pdf/maeb04s.pdf> consultada en setiembre 2013.
- [66] G. Notte, M. Pedemonte, H. Cancela, and P. Chilbroste. Algoritmos evolutivos aplicados a sistemas pastoriles de producción de leche. Artículo completo - Exposición oral, Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación Operativa, 2012.
- [67] M. Pedemonte. Ant Colony Optimization para la resolución del Problema de Steiner Generalizado. Tesis de Maestría en Informática. Pedeciba Informática. Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2009.
- [68] M. Pedemonte and S. Neschachnow. Estudio Empírico de Operadores de Cruzamiento en un Algoritmo Genético Aplicado al Problema de Steiner Generalizado. Workshop de Agentes y Sistemas Inteligentes, Congreso Argentino de Ciencias de la Computación, 2003.
- [69] T. Rehman and C Romero. Multiple-criteria decision-making techniques and their role in livestock ration formulation. *Agricultural Systems*, 15(1):23–49, 1984.
- [70] B. Ridler, J. Rendel, and A. Baker. Driving innovation: Application of linear programming to improving farm systems. In *Proceedings of the New Zealand Grassland Association*, pages 295–298, 2001.
- [71] F. Rodriguez, A. Elías, and P. Chilbroste. Suplementación con activadores ruminales en terneras alimentadas con ensilaje de sorgo. *Revista Argentina de Producción Animal*, 32(2):117–123, Octubre 2012.
- [72] H. Romeijn, Romero, and Dolores. A class of greedy algorithms for the generalized assignment problem. *Discrete Applied Mathematics*, 103(1-3):209–235, 2000.

- [73] J. Rossi and S. García. ¿Cual es el “piso” de la producción pastoril? Technical report, Departamento de Producción Animal, Facultad de Agronomía, Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- [74] F. Rothlauf. *Representations for genetic and evolutionary algorithms*. Springer, Heidelberg New York, segunda edición, 2006. Primera publicación en 2002. [En línea]. <http://link.springer.com/book/10.1007%2F3-540-32444-5>.
- [75] S. Sahni and T. Gonzales. P-complete approximation problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 23(3):555–565, Julio 1976.
- [76] J. Schaffer, R. Caruana, L. Eshelman, and R. Das. A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In J. David Schaffer, editor, *ICGA*, pages 51–60. Morgan Kaufmann, 1989.
- [77] R. Stallman. Sistema Operativo GNU. [En línea]. <http://www.gnu.org/> consultada en junio de 2013, 1984.
- [78] Subcommittee on Dairy Cattle Nutrition, Committee on Animal Nutrition. The Nutrient Requirement of Dairy Cattle, Seventh Edition. National Academy Press, Washington, D.C., 2001.
- [79] M. Wall. GALib: A C++ Library of Genetic Algorithm Components. [En línea]. <http://lancet.mit.edu/ga/> consultada en mayo de 2012, 1996.
- [80] F. Waugh. The Minimum-Cost Dairy Feed. *Journal of Farm Economics*, 33(3):299–310, Agosto 1951.
- [81] A. Weintraub and C. Romero. Operations Research Models and the Management of Agricultural and Forestry Resources: A Review and Comparison. *Interfaces*, 36(5):446–457, 2006.
- [82] Uruguay XXI. Sector lácteo. Oportunidades de inversión en Uruguay. Reporte técnico, Instituto de promoción de inversiones y exportaciones de Uruguay, Noviembre 2011. [En línea]. <http://www.uruguayxxi.gub.uy> consultada en mayo de 2012.
- [83] D. Yavuz, M. Pacheco, and M. Silva. Poder de mercado en la industria láctea uruguaya. Tesis de Licenciatura en Economía, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2010.
- [84] F. Zhang and W. Roush. Multiple-Objective (Goal) Programming Model for Feed Formulation: An Example for Reducing Nutrient Variation. *Poultry Science*, 81(2):182–192, Febrero 2002.