



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRACIÓN

Tesis para optar por el Título de Magister en Economía

TÍTULO DE LA TESIS

**ESTUDIO DE LAS TRAYECTORIAS DE PRECIOS EN MERCADOS
FINANCIEROS USANDO MÉTODOS DE SISTEMAS DINÁMICOS NO
LINEALES Y DE CAMBIOS DE REGÍMENES MARKOVIANOS**

AUTOR: Ec. Diego G. Fernández

TUTORES: Dr. Roberto Markarian y Dr. Martín Puchet

Montevideo, Uruguay

2014

PÁGINA DE APROBACIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRACIÓN

El tribunal docente integrado por los abajo firmantes aprueba la Tesis de Investigación:

Título: Estudio de las trayectorias de precios en mercados financieros usando métodos de sistemas dinámicos no lineales y de cambios de regímenes markovianos

Autor: Ec. Diego G. Fernández

Tutores: Dr. Roberto Markarian y Dr. Martín Puchet

Carrera: Maestría en Economía

Puntaje

Tribunal

Profesor: Dr. Andres Rius

Profesor: Dr. Juan Kalemkerian

Profesor: Dr. Jorge Ponce

DEDICATORIA

A Matilda y Rodrigo Fernández los cuales de 3 y 1 añito respectivamente me permitieron entender lo que es el caos de verdad.

AGRADECIMIENTO

En mi lugar, agradezco la ayuda brindada por mis tutores sin los cuales no hubiera podido realizar esta investigación al permitirme no dispersarme en la aplicación de las técnicas y ordenarme las ideas.

En segundo lugar, agradezco los comentarios brindados por el Prof. Andrés Rius y la Prof. Andrea Vigorito en la elaboración del proyecto de tesis en la materia Seminario de Investigación y Tesis durante la Maestría.

Se agradecen también los valiosos comentarios de los miembros del Tribunal que permitieron mejorar el trabajo original realizado.

Por último quiero darle un agradecimiento especial a mi señora que me banco en este tiempo de locura.

CUADRO DE CONTENIDO

CUADRO DE SIGLAS Y SÍMBOLOS QUE APARECEN EN LA TESIS.... Pág. 8

INTRODUCCIÓN..... Pág. 9

PRIMERA PARTE. CONTEXTO GENERAL Y ASPECTOS TEÓRICOS

Primer apartado. Contexto General..... Pág. 12

Segundo apartado. Aspectos teóricos, preguntas e hipótesis..... Pág. 14

Hipótesis Mercados Eficientes..... Pág. 14

 Minsky y Hipótesis Inestabilidad Financiera..... Pág. 14

 Conceptos de crisis Pág. 15

 Hechos estilizados en mercados financieros Pág. 15

Tercer apartado. Conceptos planteados en preguntas e hipótesis Pág. 15

 Pregunta de investigación Pág. 19

 Hipótesis de volatilidad y sincronización Pág. 20

SEGUNDA PARTE. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA GENERAL

Descripción de los datos a analizar..... Pág. 22

TERCERA PARTE. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Camino aleatorioPág. 24

No normalidad y colas pesadas.....Pág. 24

Normalidad agregada.....Pág. 27

Volatilidad no constante y agrupada.....Pág. 28

Asimetría en volatilidad.....Pág. 29

CUARTA PARTE. MODELOS MARKOVIANOS DE CAMBIO RÉGIMEN

Supuestos en el análisis..... Pág. 30

Ejemplo de evento endógeno y exógeno Pág. 32

QUINTA PARTE. ANÁLISIS DINÁMICO

Pregunta 1.1.....	Pág. 42
Pregunta 1.2.....	Pág. 45
Pregunta 1.3	Pág. 47
Pregunta 1.4	Pág. 50
Hipótesis 1.....	Pág. 58
Hipótesis 2.....	Pág. 61

SEXTA PARTE. ANÁLISIS DE RECURRENCIA CONJUNTO

Pregunta 2	Pág. 62
Hipótesis 3	Pág. 66
Hipótesis 4	Pág. 66

SÉPTIMA PARTE. CONCLUSIONES, VALIDACIÓN DE HIPÓTESIS E IMPLICACIONES

Primer apartado. Conclusiones que surgen a partir preguntas planteadas	Pág. 69
Segundo apartado. Validación de hipótesis e implicaciones de resultado.....	Pág. 73
Tercer apartado. Contribuciones de orden metodológico	Pág. 75
Cuarto apartado. Implicaciones de teoría económica	Pág. 76

REFERENCIAS	Pág. 77
ANEXO 1. PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA	Pág. 79
ANEXO 2. PARÁMETROS ANÁLISIS RECURRENCIA	Pág. 82
ANEXO 3. MEDIDAS DE COMPLEJIDAD.....	Pág. 88
ANEXO 4. ÍNDICE COMPLEJO DE INESTABILIDAD (ICI).....	Pág. 90
ANEXO 5. ÍNDICE COMPLEJO DE SINCRONIZACIÓN (ICS)	Pág. 92
ANEXO 6. CONTRASTES DE HIPÓTESIS	Pág. 95

RESUMEN

En esta investigación se analizan trayectorias de índices de precios bursátiles de países desarrollados y emergentes buscando describir patrones subyacentes en su dinámica irregular.

El análisis consiste en la aplicación de técnicas estadísticas y dinámicas no lineales de forma univariadas y bivariadas. Se encuentran resultados que tienen un alcance empírico, metodológico y de teoría económica.

Se plantea la necesidad de realizar más estudios de este tipo con una mayor cantidad de países y periodos de forma de descubrir si es posible encontrar regularidades empíricas a partir de sistemas dinámicos no lineales y el enfoque de complejidad.

CUADRO DE SIGLAS Y SÍMBOLOS QUE APARECEN EN LA TESIS

τ	Parámetro de retardo
m	Dimensión de inmersión
w	Período de tiempo (ventana)
DE:	Desvío estándar
DET:	Determinismo
EUROSTOXX50	Índice bursátil eurozona
FNN:	Método de porcentaje de falsos vecinos
GR:	Gráfico de recurrencia
HIF :	Hipótesis de inestabilidad financiera
HME :	Hipótesis de mercados eficientes
IBEX	Índice bursátil Español
IBOV	Índice bursátil Bolsa Valores San Pablo
ICI:	Índice complejo de inestabilidad
ICS:	Índice complejo de sincronización
IDJ:	Índice dow jones
JR	Joint Recurrence (recurrencia conjunta)
JRP	Gráfico de recurrencia conjunto
KOSPI	Korea Composite Stock Price Index
LAM:	Laminaridad
LOI:	Línea de identidad
MD:	Matriz de distancia
MERVAL	Índice bursátil de Argentina
MEXBOL	Índice bursátil Bolsa Valores México
MR:	Matríz de recurrencia
NIKEI	Índice bursátil Japón
PSS max:	Tamaño máximo de espacio de fase
PSS mean	Tamaño promedio de espacio de fase
RR:	Recurrence Rate (tasa de recurrencia)

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha intentado aplicar los conceptos de la teoría del caos en diferentes disciplinas incluida la economía. Como plantea el profesor Markarian, "...el interés por conocer los enfoques científicos del caos no es artificial, ni inventado. Por el contrario algunos fenómenos de la sociedad actual incentivan el acercamiento a estas ideas. Existen además algunas tendencias del desarrollo científico que empujan en el mismo sentido..." Markarian, R (2003).

El objetivo central de esta tesis es el análisis de la irregularidad observada en las trayectorias de índices de precios bursátiles tanto de países desarrollados como emergentes buscando describir patrones subyacentes en su dinámica.

La irregularidad de las trayectorias está asociada a la existencia de períodos de alzas y bajas sin un patrón uniforme o regular en cuanto a su magnitud y duración y por lo tanto a la imposibilidad de predecir la evolución futura del sistema mediante métodos lineales, aunque esta evolución sea totalmente determinista.

El análisis de la irregularidad comienza mediante el estudio estadístico descriptivo de las series de índices de precios bursátiles ilustrando la presencia de ciertos fenómenos que se conocen bajo el nombre de hechos estilizados (camino aleatorio, no normalidad y colas pesadas, normalidad agregada, volatilidad no constante y agrupada y asimetría en volatilidad) en las trayectorias de índices de precios bursátiles.

Luego se utilizan dos técnicas de análisis no lineal mediante un enfoque estadístico y dinámico respectivamente. Desde el punto de vista estadístico, se aplican modelos de cambio de régimen de Markov, que describe la irregularidad como exógena al sistema. Desde el punto de vista dinámico, se aplica la técnica de análisis de recurrencia, que describe la irregularidad como parte del sistema, es decir, endógena al mismo.

Estas técnicas son aplicadas en cuatro periodos centrados en los crash bursátiles de 1929, 1987, 2001 y 2008. La elección de estos períodos se justifica ante la ocurrencia de una fuerte caída en la cotización de los precios bursátiles debida a diferentes factores cuyo origen puede ser considerado endógeno u exógeno al mercado según el caso y que tuvieron un fuerte impacto en la economía a nivel mundial.

Se muestran patrones similares en las trayectorias de los índices de precios en mercados financieros y un grado alto de sincronización entre los mercados desarrollados y emergentes.

Los **antecedentes** más parecidos al proyecto que se encontraron en la literatura y que constituyen la fuente inspiradora de la investigación son:

El estudio de ABDUL, A. (2003), en donde se realiza la construcción de un Early Warning System mediante la aplicación de modelos de cambio de régimen de Markov para varias economías de Asia. En Fernández, D. (2011) se plantea la aplicación para el caso de Uruguay.

FABRETTI y AUSLOOS (2005), aplican técnicas de análisis de recurrencia para identificar cambios en el estado de un sistema dinámico aplicados a las series del DAX y NASDAQ. GUHATHAKURTA, KOUSIK, BASABI, Y CHOWDHURY (2010), utilizan los gráficos de recurrencia para diferenciar caídas endógenas y exógenas en el Dow Jones. También buscan la identificación de burbujas financieras.

BASTOS, J. A. (2011), aplica las técnicas de recurrencia para investigar la presencia de determinismo en crisis cambiarias de Asia y la crisis de las hipotecas buscando identificar diferentes comportamientos en las series de Dow Jones, S&P 500, NASDAQ y DAX. PISKUN, OLEKSANDR, Y PISKUN, (2011), analizan diferentes tipos de episodios de crisis como ser el de Rusia de 1998, la de Turquía de 2001, la Argentina de 2002. Se utiliza el indicador de recurrencia LAM para estudiar estos episodios.

ADDI, PETER, BILLIO, AND GUEGAN (2013), buscan la identificación de burbujas financieras y estudian mediante técnicas de recurrencia los ciclos financieros de los índices bursátiles S&P y Nasdaq Composite.

Dados los antecedentes encontrados se realizan los siguientes **aportes**:

- Analizar series de otros países en especial de economías emergentes¹ de la región como Argentina, Brasil y México, mediante la utilización de dos metodologías y se

¹ El término se utilizó por primera vez en la década de los 80 para caracterizar a países que se consideran en una fase de transición entre los de en vía de desarrollo y desarrollados.

elabora un nuevo indicador para medir la volatilidad en las series de tiempo de índices de precios bursátiles.

- Analizar la posible sincronización que existe entre las trayectorias de índices de precios bursátiles en mercados desarrollados y emergentes en base a la elaboración de un nuevo indicador.

Este **estudio se justifica** por los siguientes motivos: En primer lugar, debido a la gran importancia de estos mercados en el conjunto de la actividad económica. En segundo lugar, porque es necesaria la búsqueda, a través de la ciencia económica, de nuevas herramientas que permitan representar los mecanismos que están subyacentes en la dinámica de los precios. Por último, el estudio de estos mercados resulta fundamental dado que la disciplina económica no ha podido establecer una caracterización completa de las irregularidades observadas en los mercados bursátiles.

El análisis realizado tiene **implicaciones** de orden empírico, metodológico y de teoría económica que se discuten al final de la investigación.

Esta tesis tiene la siguiente estructura. En la primera parte se realiza una exposición de hechos y explicaciones teóricas que conducen a las preguntas e hipótesis. En la segunda parte se plantea una aproximación metodológica general con la descripción de los datos a analizar. En la tercera parte se presenta el método de análisis estadístico descriptivo, sus aplicaciones y resultados en el análisis de las trayectorias de índices de precios bursátiles. En la cuarta parte se realiza el análisis estadístico de cambio de régimen, especificando el modelo, haciendo las aplicaciones y obteniendo los resultados. En la quinta parte se realiza el análisis dinámico de recurrencia para describir las trayectorias de series de tiempo univariadas. En la sexta parte se presenta el análisis de recurrencia bivariado para estudiar el grado de sincronización entre las trayectorias de índices bursátiles. En la séptima parte se destina a presentar las conclusiones a partir de las preguntas planteadas y detallar que tipo de validación se ha obtenido de las hipótesis, la relación entre ellas y las implicaciones del análisis realizado.

PRIMERA PARTE. CONTEXTO GENERAL Y ASPECTOS TEÓRICOS

La primera parte está formada por tres apartados. En el primero, se introduce el contexto general de esta investigación. En el segundo apartado se plantean algunos conceptos previos. Finalmente en el tercer apartado se definen los conceptos claves que aparecen en las preguntas e hipótesis a investigar.

Primer apartado: Contexto general

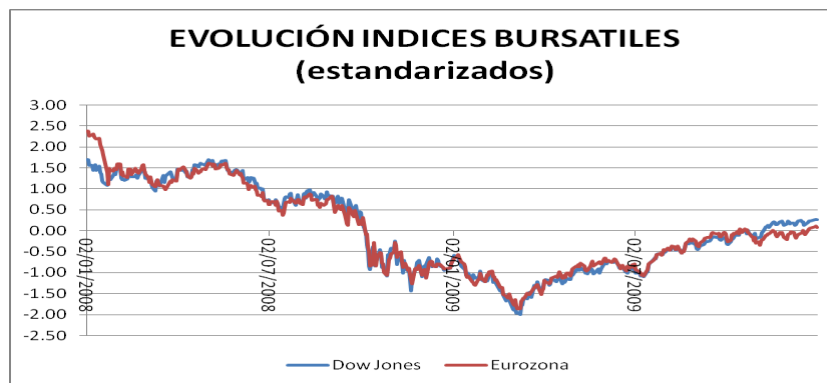
Como se plantea en Huget, M (2012), las crisis financieras se han vuelto más frecuentes en los últimos años. Estos episodios han afectado a economías emergentes, como es el caso de México, las del sudeste asiático, Rusia, Argentina o Brasil. Recientemente han ocurrido en países desarrollados como Estados Unidos y algunos países de Europa que han dejado como legado una gran contracción de la producción, gran desempleo, pérdidas fiscales y financieras.

Se suelen concebir los episodios de crisis financieras como fenómenos que se producen en los mercados financieros debido al alza continua en el precio de los activos en un período corto de tiempo, de manera tal que el precio en dicho mercado se aleja cada vez más del valor determinado por los fundamentos². Se genera un proceso que lleva a nuevos inversores a comprar con el fin de vender a un precio mayor en el futuro llevando al activo a niveles cada vez más altos, dando inicio a la venta masiva del mismo cuando hay pocos compradores dispuestos a adquirirlo. Esto provoca una caída repentina y brusca de los precios, llevándolo a precios muy bajos.

La creciente globalización de los mercados financieros implica, entre otras cosas, que episodios de crisis originados en algunos países, inevitablemente, producen el colapso de muchos otros. La reciente crisis iniciada en 2008 en EEUU y su inmediata propagación a las economías europeas es un claro ejemplo de este tipo de fenómenos. En la GRÁFICA 1 parece observarse un grado importante de sincronización en la evolución de los índices bursátiles entre los mercados de EEUU, medido a través del índice Dow Jones, y el promedio de los mercados europeos, medidos a través del índice bursátil Eurotox50 en el período previo y posterior a la crisis del 2008

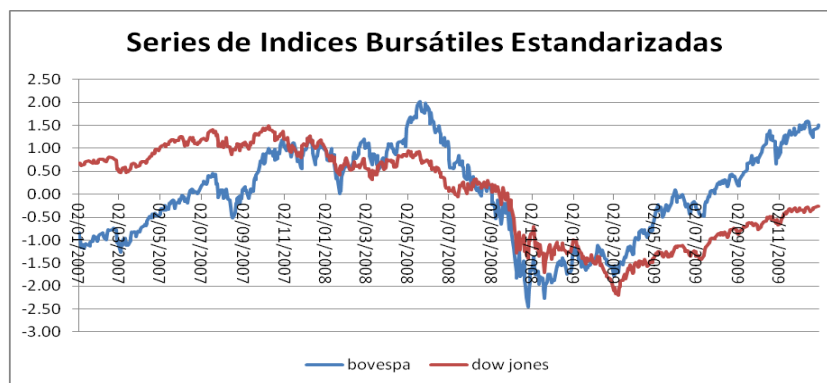
Por otro lado el mismo proceso de globalización puede conducir a que las economías emergentes sufran un efecto contagio sobre su sistema financiero ante la ocurrencia de episodios de crisis en otros países Kalemli - Özcan, S (2014).

² Los fundamentos o *fundamentals* refiere a las razones básicas y sólidas que llevan a un agente a invertir en un activo financiero y que se diferencian de una estrategia meramente especulativa.



GRÁFICA 1. Índice bursátil Dow Jones y Eurotox50 años 2008 - 2009

A manera de ejemplo, en la GRÁFICA 2, se ilustra la evolución de las series estandarizadas de los índices Dow Jones (IDJ) y el BOVESPA.



GRÁFICA 2. Evolución diaria del Dow Jones y el Bovespa años 2007 a 2009

Lo interesante de la GRÁFICA 2 es que el grado de sincronización parece ser menor, que el ilustrado en la GRÁFICA 1, antes y luego de la ocurrencia de la caída del 2008. Sin embargo es posible observar una coincidencia temporal en el momento de la crisis del 2008.

Es claro que no puede probarse el efecto contagio a partir de la simple inspección ocular realizada. Sin embargo la aparente sincronización que se observa en la evolución de los índices bursátiles es un ingrediente importante de un eventual efecto contagio que el proceso de globalización mencionado puede provocar.

Segundo apartado: Aspectos teóricos, preguntas e hipótesis a investigar

Hipótesis de mercados eficientes. Desde el punto de vista teórico para explicar la irregularidad en los mercados financieros se presenta el paradigma de los mercados eficientes (FAMA, 1970) que dio lugar a la Hipótesis de Mercados Eficientes (HME). Un mercado eficiente (FAMA, FISHER, JENSEN Y ROLL, 1969) es un mercado que se ajusta rápidamente a la información nueva. Se puede decir que es un mercado en el que los precios reflejan totalmente la información disponible. Fama (1991), afirma que la HME se basa en que los precios de los títulos del mercado reflejan toda la información disponible sobre ellos. Una precondition para esta versión de la hipótesis es que los costos de información y de negociación son nulos. Una manifestación más débil de esta hipótesis dice que los precios transmiten la información hasta el punto en el que los beneficios marginales de actuar sobre ella no excedan a los costes marginales. Por último, la forma *débil*, que puede testearse empíricamente, plantea que los precios actuales de los títulos siguen un camino aleatorio.

Minsky y la HIF. Como alternativa teórica para explicar el incremento en la aleatoriedad en los mercados financieros y la aparición de crisis financieras en las economías capitalistas cada vez más recurrentes y con un carácter endógeno se presenta la hipótesis de inestabilidad financiera (HIF) de Hyman P. Minsky.

La construcción teórica de Minsky permite explicar la aparición de crisis financieras en las economías capitalistas atendiendo especialmente a su carácter recurrente³ y endógeno. Para Minsky, la existencia de inestabilidad financiera sistémica es la que origina las crisis financieras y ésta no es consecuencia de un comportamiento irracional por parte de las unidades económicas sino del resultado global de acciones de unidades individuales que toman sus decisiones bajo el criterio de obtener la máxima rentabilidad posible en un entorno competitivo; es decir, de posiciones completamente coherentes con el funcionamiento del sistema capitalista. Su proposición básica es que la estabilidad financiera del sistema se erosiona progresivamente por el hecho de que los agentes pasan de tomar posiciones más conservadoras a otras más arriesgadas. Durante periodos de prosperidad económica el sistema financiero de una economía torna desde una situación de estabilidad a otra en la que la inestabilidad impera.

³ El carácter recurrente refiere al aspecto empírico de la HIF y se relaciona a que bajo el sistema capitalista se manifiestan crisis de manera **recurrente** frente a la visión armónica del funcionamiento del sistema que mantiene la escuela neoclásica basándose en los equilibrios simultáneos walrasianos.

Conceptos de crisis. Históricamente, las crisis financieras fueron definidas de dos maneras. La definición restringida, asociada con la escuela monetarista, vinculaba a las crisis financieras con los pánicos bancarios (FRIEDMAN Y JACOBSON, 1963). La segunda, una definición más general de crisis financieras sistémicas delineada por MINSKY (1972) y KINDLEBERGER (1978), involucraba amplias categorías de crisis, incluyendo fuertes disminuciones en los precios de los activos, quiebras de instituciones financieras y no financieras, deflaciones o desinflaciones, perturbaciones en los mercados cambiarios o algunas combinaciones de las anteriores. En este enfoque la causa de la inestabilidad financiera yace en la ruptura de los flujos de información lo que impide el eficiente funcionamiento de los mercados financieros.

Hechos estilizados en mercados financieros. El paradigma de la HME ha sido cuestionado dado que, por un lado, no es capaz de justificar la ocurrencia de ciertos hechos estilizados⁴ y por otro, es incapaz de captar el incremento de la ocurrencia de episodios de crisis y altas volatilidades que se observan en los últimos años en los mercados financieros. En 1963, MANDELBROT (1963) resalta el hecho que el precio del algodón no se comportaba de acuerdo a los supuestos de la HME. Desde ese momento existe una gran cantidad de literatura empírica que ha llevado a reconocer algunos hechos estilizados de los datos financieros. En JORDEAU, ROCKINGER Y POON, (2007) se plantea una sistematización bastante completa de estos trabajos.

Tercer apartado: Conceptos relevantes planteados en las preguntas e hipótesis

Las series económicas muestran con frecuencia un tipo de comportamiento caracterizado por la presencia de ciertas regularidades inmersas en una apariencia general bastante irregular. Estas fluctuaciones económicas han sido principalmente explicadas desde dos puntos de vista.

El primero de ellos supone que la causa de las fluctuaciones radica en la existencia de shocks exógenos. En ausencia de ellos, los procesos económicos son simples, lineales y estables. La aparición aleatoria de shocks exógenos constituye por tanto, el fundamento esencial de esta explicación: estos tienen como efecto el desviar la evolución de las sendas de equilibrio.

De acuerdo con el segundo punto de vista, las fluctuaciones tienen una explicación endógena que considera posible la existencia de fluctuaciones incluso en ausencia de

⁴ El concepto de “hechos estilizados” lo introdujo KALDOR, N. (1957) y son analizados empíricamente en la tercera parte.

shocks externos. Desde este punto de vista, se ha producido un replanteamiento de la supuesta aleatoriedad de ciertas series temporales. Dado que los sistemas caóticos son capaces de generar dinámicas altamente irregulares, casi indistinguibles en muchos casos de procesos puramente estocásticos, cabe plantearse si la serie procede de un sistema dinámico determinista caótico. En caso afirmativo, aunque la predicción a medio y largo plazo está condenada al fracaso, sí es posible extraer información útil del sistema; al fin y al cabo, el sistema es determinista, por lo que existe algún tipo de regularidad estadística (orden dentro del caos), como se plantea en BROCK, W. A., Y DECHERT, W. D. (1991).

El análisis, basado en los dos puntos de vista presentados, trata de determinar cuáles son las características del proceso subyacente en la realización de la serie de tiempo infinita. En este sentido, las preguntas e hipótesis que se buscan sustentar son relativas a características del proceso subyacente. Es fundamental definir en forma clara cada característica que se plantea. Para ello, se definen los siguientes conceptos que hacen posible usar los datos a partir de la secuencia de precios o de su transformación para analizar: un régimen, un cambio de régimen, la volatilidad e inestabilidad, la sincronización (en el caso de dos series), un crash bursátil, un período de burbujas especulativas y un episodio endógeno o uno exógeno.

i) **Régimen.** El concepto de régimen en una serie temporal se refiere a una característica que es posible observar **por un subperíodo** ya sea en relación a su media, a la varianza o a la autocorrelación de la serie. A los efectos de la investigación se restringe el concepto y **se define** un régimen como el comportamiento dinámico, estado – dependiente, de una serie de tiempo de un índice de precio bursátil durante el cual su media es significativamente diferente de un subperíodo a otro.

ii) **Cambio de régimen.** Vinculado a lo anterior, hay diferentes regímenes de comportamiento dinámico de las variables que cambian en cualquier punto del tiempo. Por lo tanto, **se define** un cambio de régimen de la serie de índices de precios bursátiles cuando cambia abruptamente su media.

Mediante el análisis estadístico se parte de la secuencia $\{y_t, t=1, \dots, T\}$ y bajo el supuesto de la existencia de diferentes regímenes se estudian las probabilidades de transición entre regímenes en cada momento del tiempo t . Se observarán las probabilidades de transición de forma de detectar momentos en los cuales la probabilidad ex-ante de cambio de régimen se sitúe próxima a uno.

Mediante el análisis dinámico se parte de la misma secuencia y los cambios de régimen se estudian a través del análisis de recurrencia. Se observarán cambios en la dinámica de ciertas medidas de recurrencia de la serie de tiempo observada que indican transiciones de un régimen a otro.

iii) Volatilidad e inestabilidad. El concepto de **volatilidad** en las trayectorias de índices de precios bursátiles refiere a si las observaciones de las variables de interés están próximas entre sí o muy separadas (dispersas). Cuanto más separadas se encuentren dichas observaciones diremos que existe mayor volatilidad. El concepto de **inestabilidad** se refiere a aquellos subperíodos de la trayectoria de índices de precios bursátiles en los cuales la volatilidad se incrementa. Por lo tanto **se define** un subperíodo como más **inestable** cuanto mayor sea la volatilidad en ese subperíodo.

Para la medición de la volatilidad a partir de las secuencias de precios se recurre a varios indicadores. Desde el **punto de vista estadístico**, se considera la **volatilidad heterocedástica** de tipo histórico expresada mediante la varianza condicional estimada en base a la información disponible en el tiempo t de acuerdo a la siguiente definición:

$$VAR(P_t) = \frac{\sum_{t=1}^T P_t^2 - T * \left(\overline{P_t}\right)^2}{T - 1} \quad (3)$$

A partir de la definición de volatilidad que se emplea se definirán ventanas de diferente duración T .

Desde el **punto de vista dinámico**, se propone la medición de la volatilidad mediante medidas de complejidad que surgen del análisis de recurrencia y se propone un **índice complejo de inestabilidad (ICI)** cuyo desarrollo se plantea en ANEXO 4. Cuando el ICI comienza a ascender se entenderá que inicia el subperíodo de volatilidad y que éste alcanza el máximo de volatilidad cuando el ICI alcanza un máximo.

iv) Sincronización. La sincronización entre las trayectorias de índices de precios se refieren a características que es posible observar en las dinámicas de las secuencias de dos mercados bursátiles en forma simultánea. Por lo tanto, **se define** la sincronización, entre las trayectorias de dos índices de precios bursátiles, cuando se observa la presencia simultánea de alguna característica común entre ambas o, en el extremo, cuando sus trayectorias sean muy cercanas o indiscernibles.

Desde el **punto de vista estadístico** la medición del grado de sincronización entre dos series de índices bursátiles se hará mediante el coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado. El coeficiente de correlación lineal de Pearson se define como:

$$\rho(x, y) = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \quad \text{donde } X \text{ e } Y \text{ representan dos índices bursátiles diferentes. El}$$

numerador representa la covarianza estimada entre X e Y y el denominador el producto de los desvíos estándar de cada serie.

Por otro lado, se realiza una medición del grado de sincronización mediante instrumentos de **análisis dinámico**. Se analizará la sincronización generalizada entre dos sistemas dinámicos. Dos sistemas presentan una sincronización generalizada si se cumple $x = f(y)$. Lo relevante es que esa función sea sencilla o tenga alguna regularidad constatable. Es decir si es posible suponer una función que vincule las trayectorias entre ambos sistemas dinámicos. Es lógico suponer que esa función siempre existe. Sus propiedades van a depender de las características específicas de ambos sistemas. Dado que no conocemos las ecuaciones de ambos sistemas se van a utilizar las técnicas de recurrencia para estudiar la sincronización. Se analiza la existencia de estados o puntos recurrentes (valores que se repiten en forma aproximada). Si dos series de índices de precios no están sincronizadas serán independientes y por el contrario si están sincronizadas existe una dependencia entre ellas.

Se propone la creación de un índice complejo de sincronización (ICS) para medir la sincronización general entre dos sistemas dinámicos cuyo desarrollo se presenta en el ANEXO 5. El ICS analiza la cantidad de puntos recurrentes que se observa en cada serie de los índices de precio por separado y luego en forma bivariada. A partir de la cantidad de puntos recurrentes es posible calcular probabilidades marginales y conjuntas asintóticas de que ocurra un punto o estado recurrente.

A partir de esas probabilidades se construye el ICS de forma que sea comparable con el índice de correlación lineal de Pearson. De esta forma si el ICS da 0 indica que no hay sincronización (es decir que las series son independientes).

v) Crash bursátil. Un crash bursátil es un repentino colapso de las valoraciones de una clase de activos, tales como las acciones en un mercado financiero, que se produce a raíz de órdenes de venta masivas. La caída extrema de los precios de las acciones se produce en un corto período de tiempo, como un día o una semana.

Por lo tanto **se define** un crash bursátil como un cambio de régimen a la baja en la media de los precios que se manifiesta en el descenso prolongado del índice del mercado durante un subperíodo. Desde el punto de vista estadístico se estudia a través de las probabilidades de transición de régimen cuya definición se indica en la cuarta parte. Desde el punto de vista dinámico se identifican significativos al alza o a la baja en la magnitud de las medidas de complejidad, en diferentes subperíodos, previo a la ocurrencia del crash (para describir la volatilidad y/o el grado de sincronización) y cuya definición se indica en la sección quinta parte.

vi) Período de burbujas especulativas. Se **define** por burbuja financiera una secuencia de valores en la serie del índice de precios de un mercado bursátil que muestra una subida rápida y abrupta de los valores seguida de una caída con las mismas características y que ocurre en un subperíodo corto.

En base al **análisis estadístico** se estudia el comportamiento de la probabilidad de cambio de régimen previo a la ocurrencia de un crash bursátil para observar si hay altas probabilidades de transición, ex-ante, varios días antes de la ocurrencia del crash. En base al **análisis dinámico** se utilizará la medida de complejidad ICI.

vii) Episodios de crash bursátiles endógeno o exógeno. Un episodio de crash es endógeno cuando se observa alta volatilidad y una burbuja financiera previa. Un episodio de crash es exógeno cuando no se observa alta volatilidad ni se forma una burbuja financiera.

Pregunta de investigación. ¿Es posible mejorar el entendimiento de la irregularidad en los mercados financieros, en especial en tiempos de alta inestabilidad, mediante la aplicación de técnicas de sistemas dinámicos no lineales y técnicas estadísticas?

Para poder concluir sobre la pregunta planteada se van a analizar diferentes aspectos que se consideran relevantes (planteados en forma de preguntas denominadas operativas) y algunas hipótesis que se busca contrastar. Mediante las preguntas operativas se orienta la descripción de diferentes fenómenos en relación con la irregularidad observada en las trayectorias de índices bursátiles sin suponer a priori una respuesta. Mientras que en las hipótesis se relacionan a priori determinados conceptos y se busca su contrastación empírica.

Las preguntas denominadas operativas se agrupan en dos tipos. El **TIPO 1** busca orientar el análisis de diferentes aspectos en relación a la trayectoria de cada índice

bursátil por separado. Mientras que las de **TIPO 2** buscan orientar el análisis de la sincronización en la trayectoria entre dos series de índices bursátiles. Se tratará de encontrar la mayor congruencia posible entre dichas preguntas e hipótesis y los ejercicios empíricos a realizar.

Preguntas operativas TIPO 1

- 1.1 ¿Cómo es la dinámica antes y después de la ocurrencia de un crash bursátil?
- 1.2 ¿Cuándo comienza el periodo de inestabilidad (mayor volatilidad) previo a un crash y cuánto dura?
- 1.3 ¿Es posible distinguir si el origen de un crash es endógeno o exógeno al mercado?
- 1.4 ¿Cómo ha sido la dinámica de los índices bursátiles de países desarrollados y emergentes ante los episodios de crisis del 2001 y 2008 en EEUU?

Pregunta operativa TIPO 2

2. ¿Cuál es el grado de sincronización entre la dinámica de los índices de precios bursátiles de los demás países con respecto a EEUU ante las crisis del 2001 y 2008 ocurridas en EEUU?

Las preguntas operativas 1.1, 1.2 y 1.3 son analizadas por el método estadístico de cadenas markovianas y dinámico de análisis de recurrencia. La pregunta operativa 1.4 y 2 son estudiados únicamente mediante el método dinámico de análisis de recurrencia.

Hipótesis de volatilidad a contrastar

Hipótesis 1: Una serie cambia de régimen cuando cambia abruptamente la media de los valores que se observan. Ante la presencia de un cambio de régimen los valores de la serie presentan cambios en su volatilidad.

Hipótesis 2: La duración de los periodos de burbujas financieras previas a la crisis del 2008 en EEUU es mayor en los mercados de valores desarrollados respecto a los mercados de valores emergentes.

Hipótesis de sincronización a contrastar

Hipótesis 3: El grado de sincronización entre las series de tiempo de los índices de precios de todos los mercados bursátiles aumentó con respecto a EEUU previo a la ocurrencia del crash bursátil del 2008.

Hipótesis 4: El cambio de régimen observado en la serie del IDJ en la crisis del 2008 está asociado al cambio posterior en el grado de sincronización entre los mercados emergentes y EEUU.

Las hipótesis de volatilidad y sincronización son estudiadas mediante el análisis dinámico de recurrencia únicamente.

SEGUNDA PARTE. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA GENERAL

Descripción de los datos a analizar

Se analiza la trayectoria de índices de precios bursátiles de frecuencia diaria resumida en el CUADRO 1. La información corresponde a la cotización diaria de cierre de las operaciones de las bolsas de valores de cada país⁵. La serie de índice de precios bursátil de mayor duración corresponde al IDJ cuyo primer dato disponible comienza el 03/1/1900.

PAÍS	INDICE	DATOS	INICIO	FINAL
Corea	KOSPI	9162	04/01/1980	11/07/2013
Japón	NIKEI	10737	05/01/1970	11/07/2013
Argentina	MERVAL	6301	04/01/1988	11/07/2013
Brasil	IBOV	5826	05/01/1976	11/07/2013
México	MEXBOL	4860	19/01/1994	11/07/2013
España	IBEX	6667	06/01/1987	11/07/2013
EEUU	IDJ	28513	03/01/1900	11/07/2013

CUADRO 1. Base de datos de índices bursátiles

El objetivo de esta presentación general será comenzar a explicar cómo, desde los puntos de vista estadístico y dinámico se describen las trayectorias de las series de tiempo de índices de precios bursátiles. Se busca por lo tanto guiar la lectura mostrando en las próximas secciones cómo se definen los métodos de análisis y como se aplican a la secuencia de datos.

La información presentada en el CUADRO 1 es el punto de partida de la investigación. Cada serie representa una secuencia univariada $\{P_i, i = 1, \dots, N\}$ del índice de precios que se quiere analizar. A los efectos de la comparabilidad de períodos entre una misma serie, y en particular entre series, se procede a la siguiente transformación de los datos⁶:

$$y_i = \frac{P_i - E(P)}{DE(P)} \quad (1)$$

⁵ Los datos se obtuvieron a través de la Plataforma Bloomberg disponible en el BCU y el rango va desde el primero dato disponible del índice hasta el 11/07/2013.

⁶ En el caso del análisis de recurrencia esta transformación es aplicada en el software desarrollado por Marwan (2007) por lo tanto es fundamental su definición.

donde P_i representa la cotización del índice del día i ; $E(P_i)$ es la esperanza de P_i y $DE(P_i)$ es el desvío estándar.

A partir de la serie completa de IDJ se definen subperíodos de tiempo en los cuales se producen eventos de crash bursátil⁷ que sacudieron al mundo. En el CUADRO 2 se resumen los períodos definidos.

Periodo	Fecha crash	Periodo analizado		Nº Días
1929	28-oct-29	31-oct-27	27-oct-31	1000
1987	19-oct-87	21-oct-85	03-oct-89	1000
2001	11-sep-01	20-set-99	11-set-03	1000
2008	29-set-08	04-oct-06	23-set-10	1000

CUADRO 2 Subperíodos a partir del IDJ

Cada período cuenta con 1000 días y están centrados en el momento de crash de la bolsa. Por ejemplo el periodo 1929 corresponde a 1000 días centrados en la caída del 28 de octubre de 1929.

Se propone estudiar la secuencia P_i , $i=1, \dots, N$ o su transformación $\{y_i, i=1, \dots, N\}$ desde dos puntos de vista: el de análisis estadístico⁸ y el del análisis dinámico. En ambos casos la serie de tiempo es una realización de un proceso inobservable que se rige por medio de un sistema específico. El análisis trata de determinar cuáles son las características del proceso subyacente en la realización de la serie de tiempo.

Se van a utilizar medidores de los conceptos claves presentados en las hipótesis para subperíodos de tiempo w ⁹. Se toma la convención de asignar las mediciones realizadas al comienzo de cada ventana y se denominará observación. La ventana indicada con el número 400, por ejemplo, está tomando el período de días entre $i = 400$ hasta $i = 400 + w$ (i denota cada día) y corresponde a la observación 400 del medidor a utilizar. En el caso del análisis dinámico por ejemplo se toma un tamaño de $w = 100$. Esto determina que la ocurrencia de un crash bursátil correspondiente al día 500 de la serie se encuentra centrada en la ventana 450 (observación 450 del medidor a utilizar).

⁷ Un crash bursátil se visualiza como un cambio de régimen abrupto en la media de la serie temporal analizada como fuera definido en la PRIMERA PARTE.

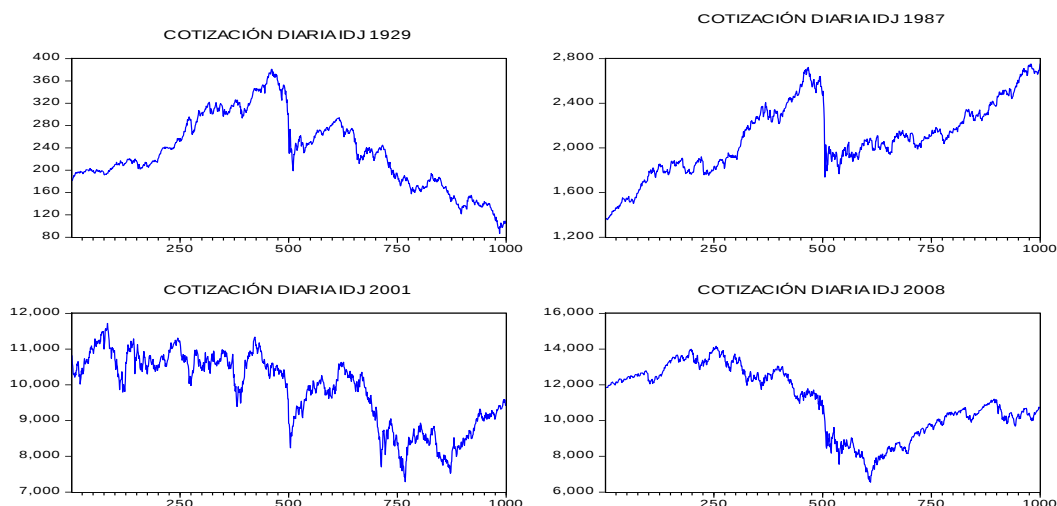
⁸ Como se explica en la próxima parte de la investigación los periodos en el caso del análisis estadístico de Markov consiste en 384 días en lugar de 1000 días.

⁹ El cálculo de las medidas de complejidad aplicadas depende del tamaño de la ventana w . Dicho valor es constante en la metodología aplicada en esta tesis siguiendo a Marwan (2007) y Webber y Zbilut (2005).

TERCERA PARTE. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Se realiza un análisis estadístico de las series de índices de precios bursátiles que permitirá analizar la HME (Hipótesis de Mercados Eficientes) y se muestra los problemas que se presentan según ésta hipótesis para describir la irregularidad observada en las trayectorias de índices de precios bursátiles. Dichos problemas se evidencian a partir de un conjunto de fenómenos que es posible observar en la trayectoria de índices de precios de diferentes mercados de valores y como se ha explicado ha recibido la denominación de hechos estilizados. Desde el análisis estadístico se estudia la realización de la serie buscando identificar:

- i) si es un camino aleatorio, $P_t = c + P_{t-1} + \xi_t$
- ii) si una transformación de ella $R_t = 100 * (\ln P_t - \ln P_{t-1})$ que son los rendimientos muestra una distribución no normal con colas pesadas
- iii) si para observaciones en periodos mayores (meses, años) presenta un distribución normal (normalidad agregada) y
- iv) si la volatilidad de la serie, medida a partir de la ecuación (3) para ventanas de distinta duración T es no constante, agrupada y asimétrica.

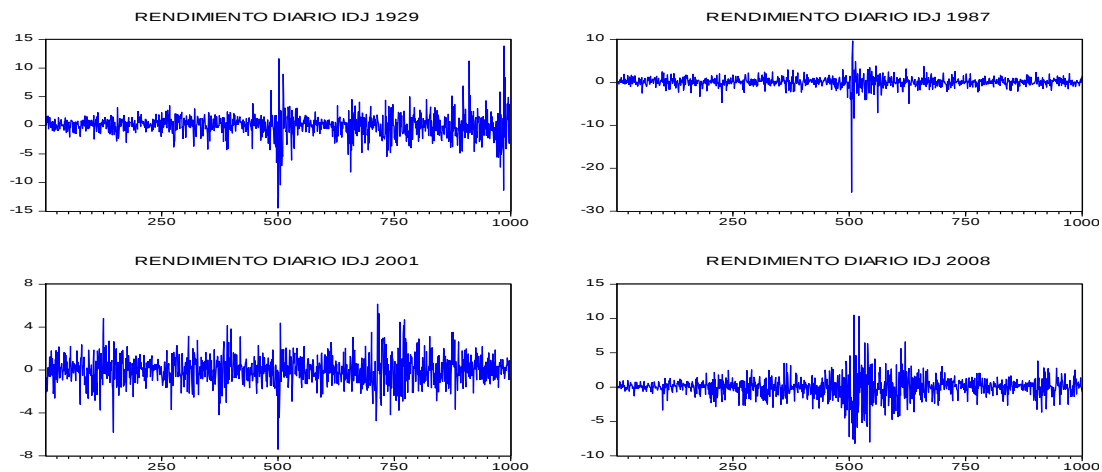


GRÁFICA 3. Cotización diaria Índice Dow Jones

En la GRÁFICA 3 se puede observar la evolución de la serie del IDJ para los subperíodos explicados en el CUADRO 2¹⁰. Es interesante observar que en el caso de todos los períodos se observan evoluciones diferentes de los precios en los índices. Previo a la ocurrencia del crash bursátil, se observa una tendencia creciente en los

¹⁰ El estudio de las regularidades empíricas se realiza sobre las secuencias de índices de precios bursátiles P_t .

precios para los periodos de 1929 y 1987 mientras que para los periodos de 2001 y 2008, la tendencia bastante plana y apenas decreciente para el periodo 2008.

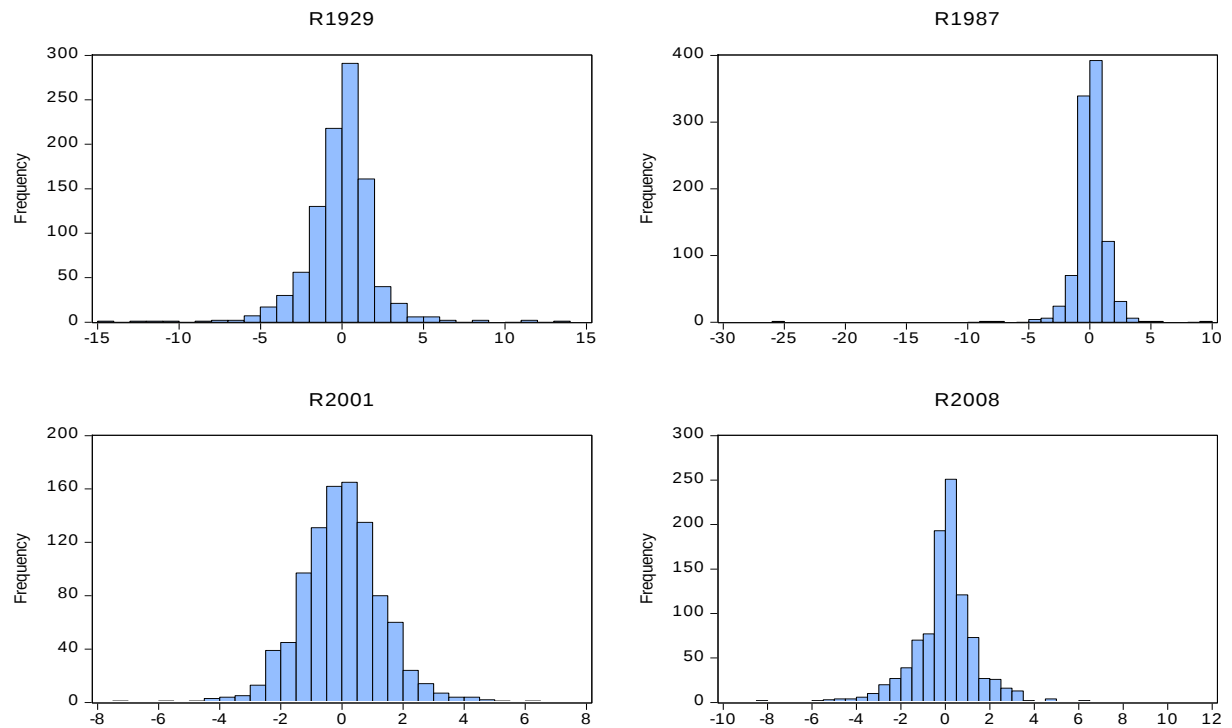


GRÁFICA 4. Rendimientos diarios de Índice Dow Jones

Luego de ocurrido el crash, el comportamiento de los índices también es diferente. Se observa una clara tendencia decreciente en el período 1929 y levemente decreciente para el 2001. Para el periodo 1987 se observa una clara tendencia creciente apenas ocurrido el crash. Finalmente para el 2008, luego de ocurrido el crash, se un corto período de caída del índice hasta el día 600 aproximadamente y a partir de ahí un fuerte crecimiento del índice. Estas dinámicas diferentes son más claras cuando se observa la evolución de los rendimientos diarios en la GRÁFICA 4 para los tres períodos.

- i) **Camino aleatorio.** En la GRÁFICA 3 se observa el comportamiento errático del IDJ en los subperíodos y donde se hace difícil determinar la dirección que tomará la serie en el siguiente período. Formalmente, si denotamos el precio de un activo (o el valor de un portafolio) por p_t , entonces el comportamiento de las realizaciones de p_t parecen ser tal que la mejor forma para predecir el precio del activo en el siguiente período es emplear el valor del período anterior. Esto implica que el proceso generador de los datos de los precios son integrados de orden uno o también procesos con una raíz unitaria. En el ANEXO 1, se realizan pruebas de raíces unitarias a través del Test Dickey – Fuller para los tres períodos considerados y se observa evidencia para determinar que las serie del IDJ en los tres períodos son $I(1)$ dado que no se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria y por lo tanto se está observando el primer hecho estilizado.
- ii) **No normalidad y colas pesadas.** Al observar los histogramas de rendimientos diarios para los cuatro subperíodos (ver GRÁFICA 5) se concluye que los rendimientos estarían altamente concentrados en torno a su valor medio con una kurtosis superior a

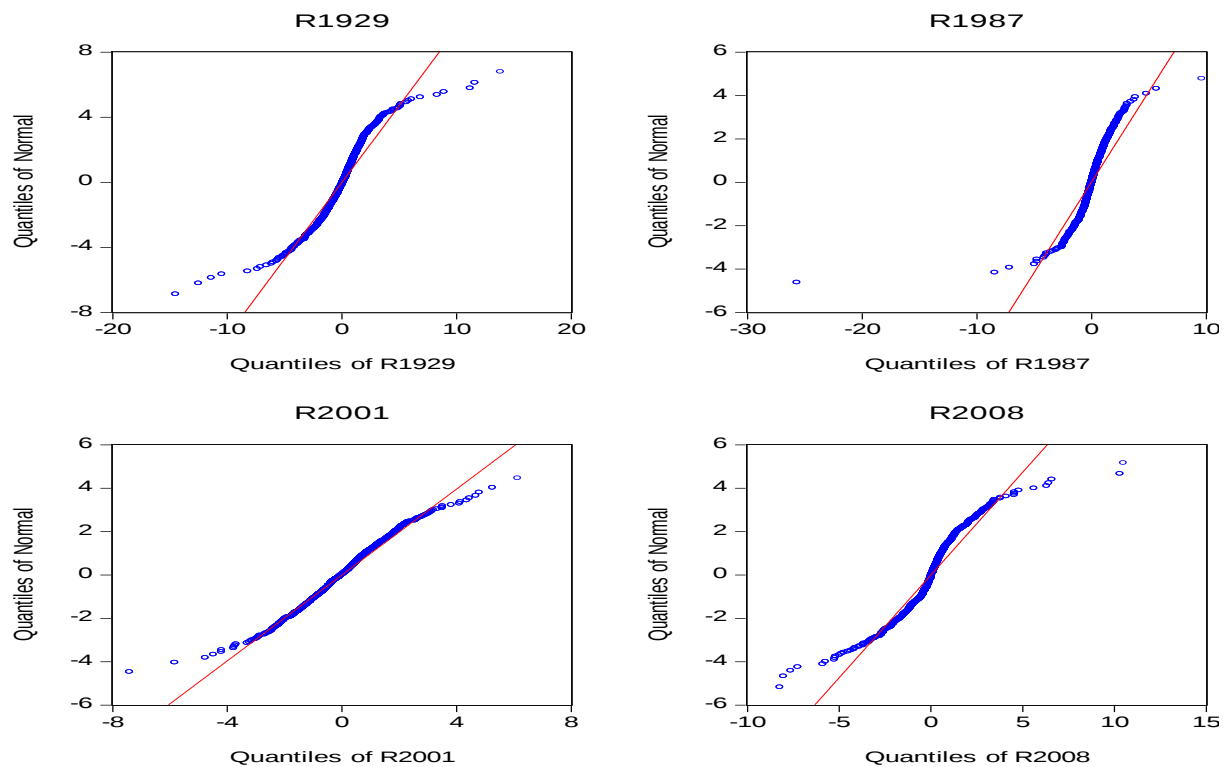
3 en todos los casos lo que estarían indicando una distribución más apuntada que la Normal.



GRÁFICA 5. Histograma de rendimientos diarios del Índice Dow Jones

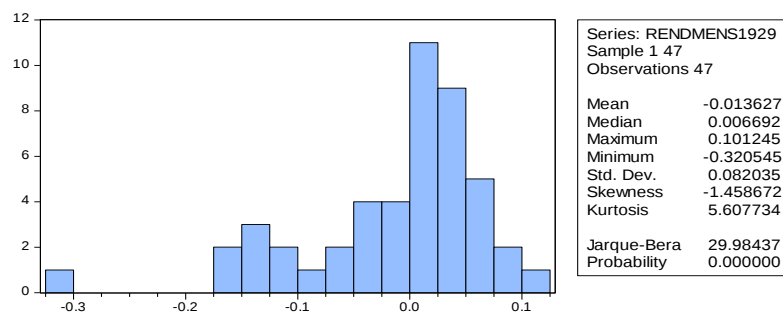
Por otro lado se rechaza la hipótesis nula de distribución normal a través de la prueba Jarque-Bera en todos los casos.

Las colas pesadas (“fat tails”) implican que existe mayor probabilidad de obtener observaciones alejadas de la media (valores extremos) que la que existiría en una distribución normal. A partir de la GRÁFICA 5 no parecen observarse la presencia de colas pesadas sin embargo esto puede analizarse también mediante el denominado gráfico Q – Q que representa la relación entre los cuantiles muestrales y los teóricos de una distribución normal. Como se observa en la GRÁFICA 6 las colas de la distribución son más pesadas que las de la distribución normal. En otras palabras, la probabilidad de obtener valores extremos es mayor en la distribución empírica de los rendimientos que lo que predice una distribución normal.



GRÁFICA 6. Gráfico Q – Q de los rendimientos de las series

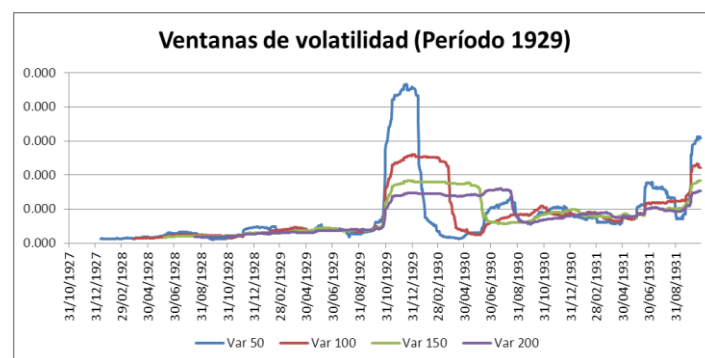
iii) **Normalidad agregada.** Una característica interesante que presentan las series de rendimientos del IDJ es que si bien su distribución no es normal, como se discutió anteriormente; a medida que los rendimientos se calculan para períodos más grandes, la distribución de ellos tiende a parecerse más a una distribución normal. Este fenómeno se conoce con el nombre de normalidad agregada. A manera de ejemplo se presenta en la GRÁFICA 7 el histograma de los rendimientos mensuales del IDJ para el período 1929. Se puede observar que la distribución empírica aún se encuentra alejada de una normal. Sin embargo, se observa que se aproxima más a una normal que en el caso de los rendimientos diarios planteados en la GRÁFICA 5¹¹.



GRÁFICA 7. Histograma de rendimientos mensuales IDJ período 1929

¹¹ Si bien ambas gráficas muestran un alejamiento de la distribución normal, se observa un menor alejamiento en la Gráfica 6 medido a partir de la Kurtosis..

iv) Volatilidad no constante y agrupada. Para mostrar que la volatilidad no es constante se calcula la volatilidad histórica para diferentes ventanas¹² móviles: 50 días, 100 días, 150 días y 200 días para el periodo de 1929 (ver GRÁFICA 8). Como se puede observar, utilizando diferentes ventanas, la volatilidad de la series de rendimientos no es constante. Un fenómeno conocido como agrupamiento de la volatilidad según el cual días en los que la incertidumbre en el mercado es elevada son habitualmente seguidos por otros días de incertidumbre elevada, mientras que en otros momentos la dispersión de los rendimientos alrededor de su media es menor. Este agrupamiento de la volatilidad es consecuencia de una dependencia temporal de la volatilidad diaria. Teniendo en cuenta que los rendimientos diarios tienen una media aproximadamente igual a cero a lo largo del período analizado, la dependencia en la volatilidad se traduce en el hecho de que la desviación de los rendimientos alrededor de su media, es decir, los valores al cuadrado de los rendimientos están autocorrelacionados.



GRÁFICA 8. Volatilidad histórica de los rendimientos diarios para diferentes ventanas

Para ello se estima un modelo AR(3) para las series de los rendimientos del IDJ al cuadrado y se estudia la significación de los coeficientes¹³. A modo de ejemplo se muestran los resultados para el caso del periodo 1929 (ver GRÁFICA 9).

Como se puede observar todos los coeficientes son significativos dando indicios de la presencia de correlación entre diferentes períodos de la volatilidad histórica medida a través de los rendimientos diarios al cuadrado. Es decir, la volatilidad histórica observada en momento t está relacionada con los valores pasados $t-1$, $t-2$ y $t-3$.

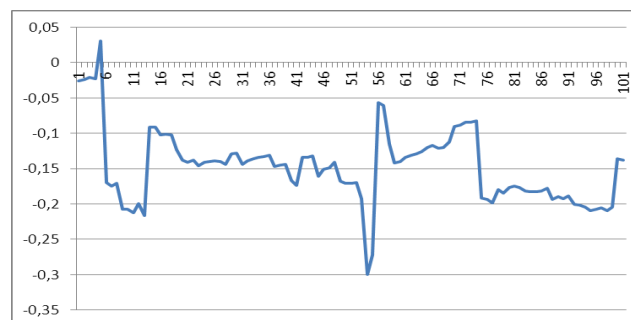
¹² La palabra “móvil” significa que ese periodo de tiempo se va desplazando hacia la derecha en un día. La primera ventana móvil del ejemplo abarca el día 1 al 50, la segunda desde el 2 al 51 y así sucesivamente hasta el día 1000.

¹³ Para rezagos mayores a 3 se encontró que los parámetros no eran significativos.

Dependent Variable: R2_1929				
Method: Least Squares				
Date: 03/02/14 Time: 11:16				
Sample (adjusted): 5 1000				
Included observations: 996 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.838752	0.436768	4.209902	0
R2_1929(-1)	0.35706	0.0315	11.33518	0
R2_1929(-2)	0.093521	0.033346	2.804554	0.0051
R2_1929(-3)	0.12522	0.031505	3.974594	0.0001
R-squared	0.218414	Mean dependent var	4.325208	
Adjusted R-squared	0.216051	S.D. dependent var	14.52169	
S.E. of regression	12.85763	Akaike info criterion	7.949761	
Sum squared resid	163996.2	Schwarz criterion	7.969454	
Log likelihood	-3954.981	Hannan-Quinn criter.	7.957247	
F-statistic	92.40486	Durbin-Watson stat	2.01151	
Prob(F-statistic)	0			

GRÁFICA 9. Estimación modelo AR(3) para serie rendimientos al cuadrado periodo 1929

v) **Asimetría en volatilidad.** La última característica que se detectó en las series de IDJ en los periodos considerados es que se evidencia una dinámica distinta de la volatilidad dependiendo de que los precios en el pasado suban o bajen. Se observa que, un rendimiento negativo (caída de precios), va acompañada de una variación mayor en la volatilidad que un rendimiento positivo (incremento de los precios), de la misma magnitud. Este efecto aparece reflejado en la GRÁFICA 10, donde se representa la correlación cruzada entre los rendimientos y lo rendimientos al cuadrado para una ventana de 100 datos.



GRÁFICA 10. Correlación cruzada entre rendimiento y rendimientos cuadrados

El hecho de tener correlaciones negativas implica que ante una caída de precios se espera, en media, incrementos mayores de los rendimientos al cuadrado, es decir, de la volatilidad, que cuando suben los precios.

Los resultados encontrados si bien no permiten el contraste de las hipótesis de volatilidad y sincronización presentadas tienen consecuencias tanto empíricas como teóricas. Desde el punto de vista empírico, justifican la utilización de técnicas de análisis como las propuestas en esta tesis para descripción y representación de la dinámica en las trayectorias de las series temporales. Desde un punto de vista teórico se requieren otras explicaciones complementarias a la HME.

CUARTA PARTE. MODELOS MARKOVIANOS DE CAMBIO DE RÉGIMEN¹⁴

Mediante el análisis estadístico de cambio de régimen se busca responder las preguntas operativas 1 a 3 en forma conjunta que se reescriben a continuación.

1. ¿Cómo es la dinámica antes y después de la ocurrencia de un crash bursátil?
2. ¿Cuándo comienza el periodo de volatilidad previo a un crash y cuánto dura?
3. ¿Es posible distinguir si el origen de un crash es endógeno o exógeno al mercado?

Los modelos de cambio de régimen de Markov desarrollados por HAMILTON (1989) y ampliados por DIEBOL ET AL. (1994) son apropiados para el análisis empírico de trayectoria de precios como los índices bursátiles ya que permiten identificar múltiples equilibrios o estados y explicar la transición desde uno hacia otro.

El modelo de cambio de régimen desarrollado por HAMILTON (1989), con probabilidad de transición constante, es uno de los más populares para tratar con modelos no lineales de series de tiempo. Sin embargo, diferentes consideraciones económicas sugieren el deseo de permitir que las probabilidades de transición sean variables. DIEBOLD ET AL. (1994) proponen una clase de modelos de cambio de Markov en los cuales la probabilidad de transición de régimen es variable en el tiempo, es decir donde puedan variar con los fundamentos económicos y/o otras variables exógenas.

La aplicación del modelo de cambio de régimen de Markov con probabilidad de transición variable cuenta con las siguientes ventajas. En primer lugar, el modelo no requiere una identificación a priori de episodios de crisis; la identificación y caracterización del período de crisis son parte del resultado del modelo. En segundo lugar, se evitan los problemas asociados a procedimientos de umbral necesario en otras técnicas. En tercer lugar, al explotar la información de la variable independiente en sí misma, el modelo es muy bueno en las señales que brinda.

Supuestos en el análisis. Desde el punto de vista estadístico el sistema es el proceso estocástico que sigue una cadena de Markov definido en un espacio de probabilidad. La variable de estado del proceso y_t es dependiente de S_t de forma

$$\text{que: } y_t / S_t \approx N(\mu_i, \sigma_i^2) \quad f(y_t / s_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{s_t}^2}} \exp\left(-\frac{(y_t - \mu_{s_t})^2}{2\sigma_{s_t}^2}\right) \text{ para } S_t = 1,2$$

¹⁴ En FERNÁNDEZ, D. Y PEYROUS, N. (2005) se presenta un resumen completo de la técnica de modelos de cambio de régimen de Markov a utilizar en esta tesis.

La variable latente S_t cambia de un régimen a otro de acuerdo a la siguiente matriz de probabilidad:

$$\begin{array}{cc}
 & \text{Momento } t \\
 & \begin{array}{cc} \text{Estado 1} & \text{Estado 2} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{Momento } t-1 \\ \text{Estado 1} \\ \text{Estado 2} \end{array} & \begin{bmatrix} p'_{11} = F(x'_{t-1}\beta_1) & p'_{12} = 1 - F(x'_{t-1}\beta_1) \\ p'_{21} = 1 - F(x'_{t-1}\beta_2) & p'_{22} = F(x'_{t-1}\beta_2) \end{bmatrix}
 \end{array}$$

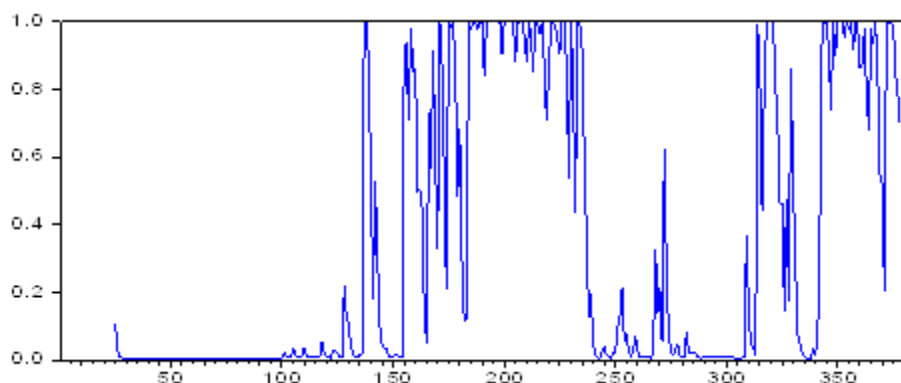
donde p'_{ij} es la probabilidad de pasar del estado i en el período $t-1$ al estado j en el período t , y F es una función de distribución normal. Los elementos del vector $(k \times 1)$ x_{t-1} son las variables que afectan la probabilidad de transición, β son parámetros estado dependientes y que deberán ser estimados.

Existen tres supuestos en la aplicación del modelo de cambio de régimen de Markov utilizado en este trabajo. El primer supuesto es que existen dos estados de las series a estudiar. Dado que los estados son no observables directamente, éstos son representados por una variable binaria (S_t) la cual está latente. El segundo supuesto implica que existen variables directamente observables cuyos cambios de comportamiento está influido por el valor de la variable S_t . El comportamiento de la variable dependiente es diferente durante períodos de presiones especulativas que durante períodos de relativa calma. Finalmente se asume que dado el estado actual de la variable S_t existe una probabilidad cierta de permanecer en el mismo estado, o de moverse hacia él.

Se analiza la evolución de las series de precios del IDJ para la serie completa de 28513 días con ventanas móviles de 384 datos mediante los modelos de cambio de régimen de Markov. Esto implica generar 28129 ventanas mediante programación por lotes en Eviews¹⁵. A partir del análisis gráfico de esas ventanas se encontraron tres períodos importantes en la evolución del IDJ que son: la crisis 1929, la caída de 1987 y la caída de 2008. Fue posible la identificación de los tres períodos denominados como endógenos a partir de esta técnica. La técnica no fue capaz de identificar como un evento significativo la caída del 2001. Esto es totalmente razonable dado el carácter exógeno de la caída. Por lo tanto los modelos de cambio de Markov aplicados en esta etapa son útiles en primer lugar para justificar desde un punto de vista estadístico la elección de los períodos 1929, 1987 y 2008.

¹⁵ Los resultados a partir de los cuales se extraen las conclusiones referidas a los periodos no se muestran dada la enorme cantidad de espacio requerido.

La técnica de modelos con cadenas markovianas es útil para detectar cambios de régimen y han sido utilizados como sistema de alerta temprana estudiando la probabilidad de cambio de régimen (ABIAD, (2003); FERNÁNDEZ (2011)). A partir de dichas probabilidades de transición es posible definir periodos de crisis y estudiar el comportamiento diario antes y después del shock. De forma de responder las preguntas operativas 1 a 3 de forma conjunta, es interesante comparar la aplicación de la técnica en el caso de un evento endógeno y uno exógeno.



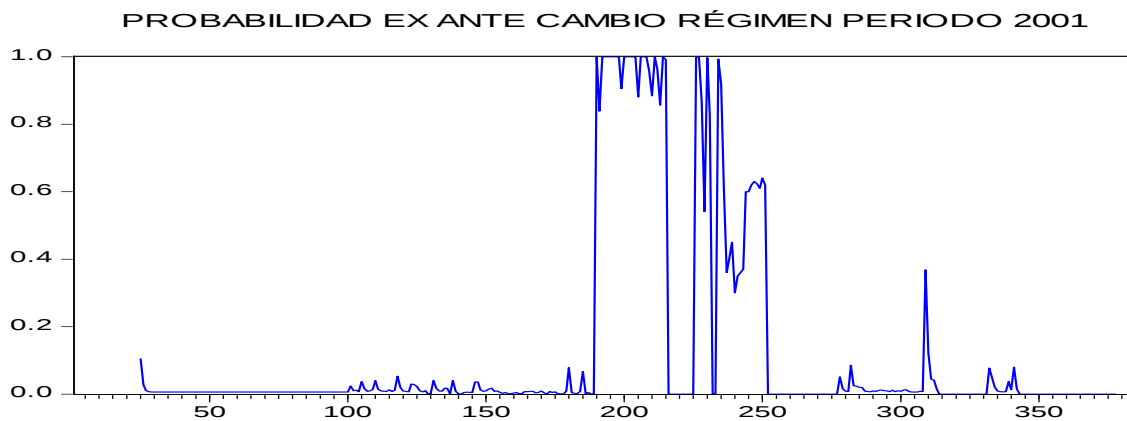
GRÁFICA 11. Análisis de probabilidad de transición de régimen en el caso crisis 2008 endógena

Ejemplo de evento endógeno: crisis de 2008. En el caso de la crisis de 2008 se observa en la GRÁFICA 11 como alrededor de 50 días antes del episodio de la caída ya se observan indicios de alerta a través de las probabilidades ex ante de transición¹⁶. Recordar que se tratan de ventanas de 384 datos centradas en la crisis. Por lo tanto en la observación 192 se produce la caída.

Ejemplo de evento exógeno: crisis de 2001. Como vimos en el caso de la crisis de 2008, el modelo de cambio de régimen es capaz de dar alertas tempranas varias semanas antes del evento cuando se está observando un fenómeno de crisis de tipo endógeno. Un tema sumamente interesante es analizar el evento de crisis del 2001. El carácter exógeno del episodio de caída de las torres del 11 de setiembre tomó al mercado por total sorpresa. Por lo tanto no se debería reflejar en un cambio en las probabilidades de transición previo a la ocurrencia de la caída dado que en caso contrario implicaría que el mercado tenía información ex ante de la ocurrencia del evento de catástrofe o bien que otro fenómeno ocurrió días previos al atentado terrorista.

¹⁶ Como variables explicativas de la probabilidad de transición se tomaron los índices bursátiles de Japón y España.

Los resultados encontrados son sumamente curiosos. En la GRÁFICA 12, como era esperado a priori, no se observa evidencia ex ante de cambios de régimen previo a la caída del 11 setiembre con tanta anticipación como en el caso de la crisis de 2008. Sin embargo lo dicho antes es curioso que en la observación 185, 6 días antes del 11 setiembre, la probabilidad de transición salta del valor 0.07 a 0.84 y continúa aumentando hasta el valor 1 hacia el día 192 (11 setiembre).



GRÁFICA 12. Análisis de probabilidad de transición de régimen crisis 2001 exógena

En resumen se puede concluir:

- Los modelos de cambio de régimen de Markov permiten la distinción de dos tipos de eventos diferentes de crash bursátil a través de las probabilidades ex ante de transición.
- Observamos la capacidad de predecir con varios días antes la ocurrencia de un evento de tipo endógeno.
- En el caso de un evento de tipo exógeno los resultados son curiosos dado que se detectan señales de alerta una semana antes de la caída del 11 de setiembre. Este resultado debe analizarse con mucho cuidado dado que o bien puede ser un error de la técnica dada la proximidad a la gran caída y por lo tanto sea como una especie de efecto arrastre o bien estaría indicando que el mercado tenía información del episodio del 11 de setiembre. Una tercera posibilidad para los resultados encontrados radica en que la aplicación esté captando otra cosa que sea inobservable por el momento al analista y que pudiera estar dependiendo de las variables explicativas en las probabilidades de transición estudiadas.

QUINTA PARTE. ANÁLISIS DINÁMICO DE RECURRENCIA

Desde el punto de vista dinámico la aproximación se basa en un sistema dinámico determinístico sobre un espacio de medida. Un sistema dinámico discreto consiste en un conjunto Y no vacío y en una función $f: Y \rightarrow Y$. Para $n \in \mathbb{N}$, la iteración n -ésima de f es la composición $f^n = f \circ \dots \circ f$; se define como f^0 el mapa identidad y se escribe como Id . Si f es invertible, tenemos $f^{-n} = f^{-1} \circ \dots \circ f^{-1}$ (n veces). El sistema dinámico viene dado por: (1) un espacio de fases $[Y]$ (2) un tiempo $[n]$ y (3) una ley de evolución temporal $[f]$. Los elementos o “puntos” del espacio de fases $[y]$ representan estados posibles del sistema. Sea y un punto de Y . Un punto $y \in Y$ es un punto límite de y si existe una sucesión de números naturales $n_k \rightarrow \infty$ (al $k \rightarrow \infty$) tal que $f^{n_k}(y) \rightarrow y$. El conjunto límite - ω de y es el conjunto $\omega(y) = \omega_f(y)$ de todos los puntos límite - ω de y . Un punto y se denomina recurrente (positivamente) si $y \in \omega(y)$; el conjunto $\mathfrak{R}(f)$ de puntos recurrentes es f -invariante.

Desde un punto de vista teórico se plantea el tipo de recurrencia basada en el teorema de recurrencia de Poincaré: Sea (Y, χ, μ) un espacio de probabilidad, sea A un conjunto medible y sea f una transformación que preserva la medida es decir $\mu(f^{-1}(A)) = \mu(A) \quad \forall A \in \chi \quad \exists A' \subset A \quad \mu(A) = \mu(A') / \forall y \in A' \exists$ una sucesión creciente $n_1 < n_2 < \dots$ tal que $f^{n_i}(y) \in A$ un conjunto medible. Esto significa que si tenemos una transformación que preserva la medida, la trayectoria de casi todo punto de un conjunto medible retornará a ese conjunto¹⁷.

El estado de un sistema en un momento fijo del tiempo i puede especificarse mediante d componentes. Éstos forman un vector $\vec{y}$ en el espacio de fases d dimensional del sistema. Es decir que debemos considerar a d como una dimensión artificial que permite definir un sistema dinámico al que se le va a estudiar la recurrencia.

Dado que el objetivo es el estudio de la recurrencia en los estados de sistemas dinámicos, es necesario comenzar por definir la herramienta mediante la cual poder

¹⁷ Sin embargo en los trabajos empíricos no se realiza un estudio de recurrencia asintótica.

medir las recurrencias en las trayectorias¹⁸ en el espacio de fases: el gráfico de recurrencia.

ECKMANN ET AL (1987) introducen el método gráfico de recurrencia (GR) para visualizar recurrencias en sistemas dinámicos. Esta representación permite observar patrones de recurrencia en sistemas dinámicos y sus trayectorias y ha dado lugar a toda una nueva línea de trabajos numéricos en sistemas dinámicos. Los vectores $\vec{y}$ definen la trayectoria en el espacio de fases. Dado un conjunto de números en una dimensión infinita, es decir, $(y_1, y_2, y_3, \dots) \in R^\infty$ se observa una realización de dimensión d del espacio multidimensional es decir $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_d) \in R^d$.

A partir de la serie de datos formamos un vector de la siguiente manera.

$$\vec{y}_i = \begin{pmatrix} y_i \\ y_{i+\tau} \\ \vdots \\ y_{i+(d-1)\tau} \end{pmatrix}$$

Los GR permiten visualizar de forma eficiente recurrencias y pueden ser expresados de formalmente mediante la siguiente matriz de recurrencia (MR).

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{si } \|\vec{y}_i - \vec{y}_j\| < \varepsilon \\ 0 & \text{si } \|\vec{y}_i - \vec{y}_j\| \geq \varepsilon \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, N \quad \text{donde } N \text{ es el número de}$$

puntos que se va a considerar en la medición realizada, ε es el umbral de distancia y $\|\cdot\|$ es una norma que mide la distancia entre los vectores¹⁹. Se introduce la siguiente notación para los estados que se encuentran en una ε -vecindad - ε :

$\vec{y}_i \approx \vec{y}_j \Leftrightarrow R_{i,j} \equiv 1$. El GR se obtiene al graficar la MR y utilizando diferentes colores

por ejemplo un punto negro en las coordenadas (i,j) si $R_{i,j} \equiv 1$ y un punto blanco si

$R_{i,j} \equiv 0$. Ambos ejes de un GR representan tiempo. Dado que $R_{i,i} \equiv 1 \Big|_{i=1}^N$ por definición el GR tiene siempre una línea negra en la diagonal principal denominada la línea de identidad (LOI). Además, el GR es simétrico por definición respecto a la diagonal principal, es decir que $R_{i,j} \equiv R_{j,i}$.

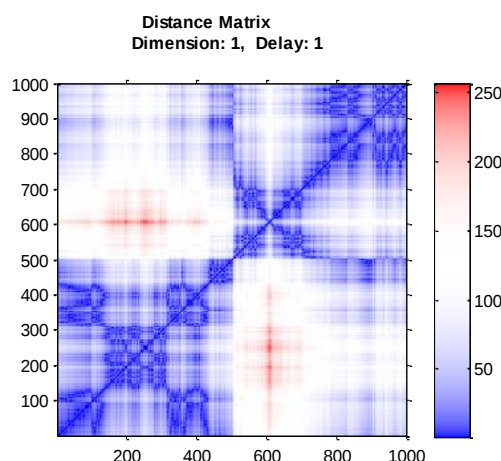
¹⁸ La notación para las series de índices de precios es P y para su transformación normalizada es y.

¹⁹ Ver Marwan et al (2007)

En esta parte de la investigación se realiza la aplicación del análisis de recurrencia a las series de índices bursátiles de todos los países definidos en la base de datos para contestar el grupo de preguntas operativas 1 y contrastar el grupo de hipótesis de volatilidad planteadas. Los autores fundamentales en esta área de análisis dinámico son WEBBER – ZBILUT (2005) Y MARWAN ET AL. (2007). En especial se quiere destacar los aportes de Marwan tanto desde un punto de vista teórico como empírico a partir de su programación en lenguaje Matlab.

El análisis de recurrencia es una técnica de análisis aplicado a sistemas dinámicos deterministas no lineales que busca explotar la propiedad de recurrencia. Éste análisis aplicado a una serie temporal implica trabajar en espacios de estados en lugar de la aproximación más conocida del dominio del tiempo o el dominio de las frecuencias.

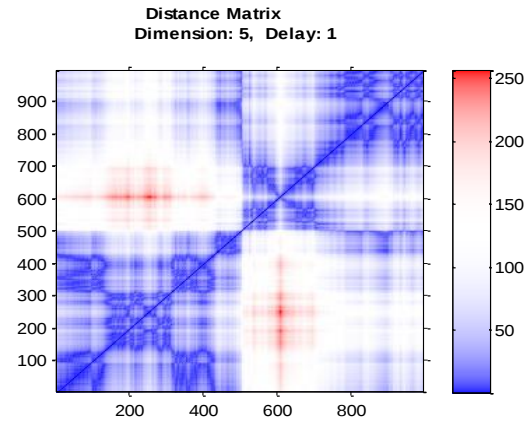
En el ANEXO 2 se describe el procedimiento para aplicar el análisis de recurrencia en un sistema dinámico. Este procedimiento es aplicado a todas las series de índices bursátiles y a manera de ejemplo se toma el periodo de crisis del 2008 en EEUU. Luego de obtenidos los valores para los parámetros de inmersión y el radio se calcula la MD y MR. La MD de la GRÁFICA 13 se calcula con la combinación de parámetros de inmersión siguiente: Retardo $\tau = 1$, Dimensión $m = 1$ y Norma = euclídea.



GRÁFICA 13. MD para el IDJ periodo 2008 con parámetros $\tau = 1$, $m = 1$ y la norma euclídea

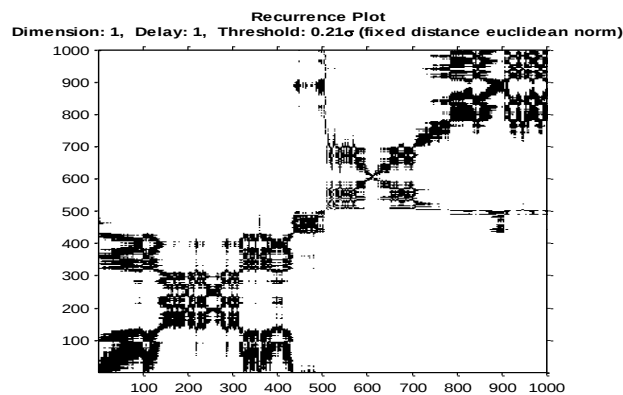
En los ejes verticales y horizontales de una MD como la GRÁFICA 13 tenemos días de la cotización del índice de precio bursátil del IDJ. Los colores de en la MD es una codificación de distancias entre los vectores del espacio de estados reconstruido. A su vez cada vector representa una posible trayectoria. Los colores azules representan las

distancias más próximas mientras que las rojas las más alejadas. A la derecha de una MD siempre se representa la escala en la cual están medidas estas distancias. La MD de la GRÁFICA 14 se calcula con la combinación de parámetros de inmersión siguiente: Retardo $\tau = 1$, Dimensión $m = 5$ y Norma = euclídea.



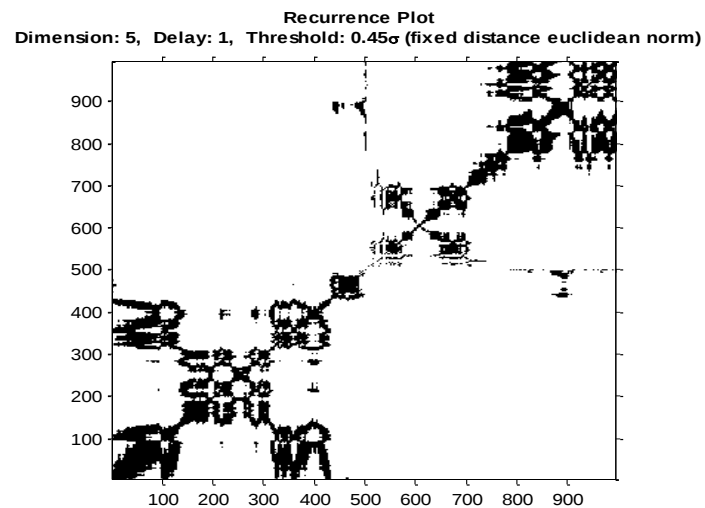
GRÁFICA 14. MD para el IDJ periodo 2008 con parámetros $\tau = 1$, $m = 5$ y la norma euclídea.

Luego de obtenidas las MD se utiliza el radio para la construcción de la MR que está por formada por 1 y 0. El valor 1 representa un estado recurrente obtenido en aquellos casos en los cuales las distancias computadas en la MD sean inferiores al valor de radio constante definido. En el caso de la MD de la GRÁFICA 13 el radio asociado es 0.21DE mientras que la MD de la GRÁFICA 14 tiene asociado un radio de 0.45DE.



GRÁFICA 15. GR obtenido a partir de la MD de la GRÁFICA 12 con radio 0,21DE

Tomando estos radios respectivos se calculan las MR y se representa en un gráfico cada 1 de la matriz con un punto negro y cada 0 con un punto blanco para obtener los denominados GR que se presentan en las GRÁFICA 15 y 16 respectivamente.



GRÁFICA 16. GR obtenido a partir de la MD de la GRÁFICA 13 con radio 0,45DE

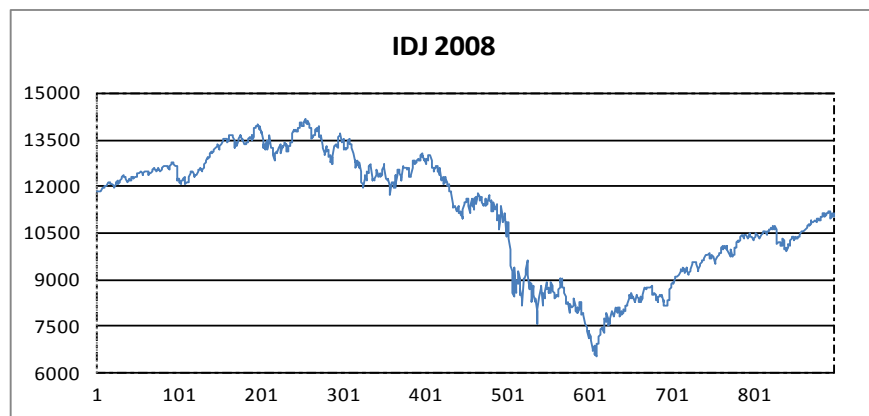
Se recuerda que las MD al igual que los GR son simétricas y por lo tanto deben mirarse por encima o debajo de la diagonal principal. Como se observa en las GRÁFICA 13 o 14 la diagonal principal está en un azul bien fuerte lo que está indicando que la distancia es cero.

Lo primero que se puede observar es que no se aprecian grandes cambios entre los patrones de las GRÁFICA 13 y 14. Por lo tanto vamos a guiarnos con la MD de la GRÁFICA 14 y concentrarnos a la derecha de la diagonal principal para ver qué información se puede extraer a partir de la inspección visual de una MD.

A los efectos de una mejor visualización planteamos nuevamente la serie del IDJ del periodo 2008 únicamente en la GRÁFICA 17.

Una de las primeras conclusiones es que la matriz no es homogénea y por lo tanto está indicando que la serie de IDJ no es estacionaria en los 1000 días considerados. Sin embargo si es posible encontrar periodos de homogeneidad dentro de la MD que está indicando periodos de estacionariedad. Un ejemplo son los primeros 100 días

hasta observar un patrón en forma de mariposa. Este periodo se corresponde a una pequeña caída que se visualiza en la GRÁFICA 17.



GRÁFICA 17. Cotización diaria IDJ 2008

Entre los días 130 hasta el 300 aproximadamente se visualiza una tendencia relativamente plana en el índice que se corresponde con un período nuevamente homogéneo en la MD aunque con colores más claros²⁰ que está indicando que en este período los cambios en los precios en torno a la tendencia son mayores que por ejemplo en los primeros 100 días. Luego entre los días 300 a 400 aproximadamente observamos un periodo de caída hasta el día 350 y luego un pequeño crecimiento hasta el día 400. Este cambio en la dinámica se observa en la MD mediante el cambio en el patrón que aumenta su color azul y forma un pequeño cuadrado. Como se observa en la GRÁFICA 16 la caída se detiene hacia el día 400 y se observa un periodo de relativa calma hasta la observación 500 que es cuando ocurre el crash bursátil. Este último periodo se visualiza en la MD mediante un cambio en la intensidad del color y un nuevo patrón más homogéneo. Luego de ocurrido el crash es notorio el cambio en la dinámica al visualizar un cambio de color hacia el blanco. Esto está indicando que la ocurrencia de este estado se encuentra alejando de otros estados y por lo tanto indicación de un punto extremo. Luego del crash observado en el punto 500 el mercado observa un comportamiento con una tendencia relativamente plana hasta cerca del día 600 donde se presencia una nueva caída en el IDJ. Si bien esta caída es menor que la observada en el día 500 vemos que el nivel de la serie del IDJ estaba ubicado bastante más abajo y por lo tanto es considerada como un punto extremo de mayor dimensión. Esto se visualiza en forma clara con la línea vertical roja en la MD. A partir de la observación 600 se produce un periodo alcista hasta el final de

²⁰ De acuerdo al patrón de color adoptado.

la serie interrumpido por pequeñas caídas en las observaciones 700, 800 y 850 que corresponden a cambios en los patrones como se observa en la GRÁFICA 14.

Esta descripción que se hizo tiene un grave inconveniente al estar basada en la visualización de un gráfico. El inconveniente es el hecho de que dos personas pueden concluir cosas diferentes dado que depende de la capacidad y experiencia del analista para detectar patrones visuales en los gráficos. Para evitar este inconveniente diversos autores (Webber y Zbilut, Marwan) crearon medidas de complejidad para medir estos patrones visuales y poder cuantificarlos resolviendo el problema subjetivo del análisis visual de la MD. Estas medidas de complejidad se obtienen a partir del GR.

Luego de analizadas todas las medidas de complejidad posibles se optó por aquellas que evidencian patrones de transición importantes previo a la ocurrencia de un crash bursátil. Las medidas de complejidad que se utilizan son las denominadas RR, LAM y DET²¹ para todas las series de índices bursátiles considerados en la base de datos. En el caso de la variable DET se utiliza únicamente para la elaboración del índice complejo de inestabilidad (ICI). A continuación se van a explicar conceptualmente estas medidas y se indica en el ANEXO 3 las fórmulas correspondientes.

- **Tasa de recurrencia (RR).** Desde un punto de vista económico RR es muy importante dado que como se plantea en Marwan et al (2007) RR es una buena aproximación para medir la probabilidad de encontrar un estado recurrente. Es una medida cuantitativa de la densidad de puntos recurrentes en el gráfico. RR puede variar entre 0% (no recurrencia) a 100% (recurrencia completa). La medida de complejidad RR mide el porcentaje de estados recurrentes en el total de estados computados en la MR. Es decir que cuando la medida RR aumenta está indicando que en ese periodo de tiempo la probabilidad de encontrar un estado similar en la trayectoria de índices bursátil aumenta.
- **Laminaridad (LAM).** Es el ratio entre los puntos de recurrencia que forman estructuras verticales y el total de puntos de recurrencia. LAM puede ir de 0% (no laminaridad) a 100% (laminaridad completa). Desde un punto de vista económico, se ha planteado la inversa de la medida LAM como una medida adecuada para analizar la volatilidad en mercados financieros. **DET** mide lo mismo que LAM pero para el caso de estructuras diagonales.

²¹ La elección de las medidas de complejidad que se utilizan se justifican en el ANEXO 2.

- A partir de las medidas anteriores se inventó un nuevo índice denominado ICI. El ICI es relevante desde el punto de vista económico al permitir medir la dimensión de la irregularidad denominada volatilidad en las trayectorias de índices de precios bursátiles.

Para contestar la pregunta 1 a 3 se va a utilizar la medida de complejidad RR, LAM y DET aplicadas al IDJ para los periodos 1929, 1987 y 2008 considerados como tres crash de tipo endógeno. En el caso particular de la pregunta 3 se van a comparar los resultados con lo ocurrido con el IDJ en el 2001. La idea es considerar lo ocurrido en el 2001 (evento de tipo exógeno) y el 2008 (evento de tipo endógeno) y analizar si se observan diferencias en la dinámica. Finalmente, para responder la pregunta 4 se comparan los resultados de las medidas de complejidad seleccionadas para ambos tipos de mercados en los eventos del 2001 y 2008. De forma complementaria a las medidas de complejidad aisladas, para responder a las preguntas se utiliza el ICI.

Estudio del IDJ para responder preguntas 1 a 3

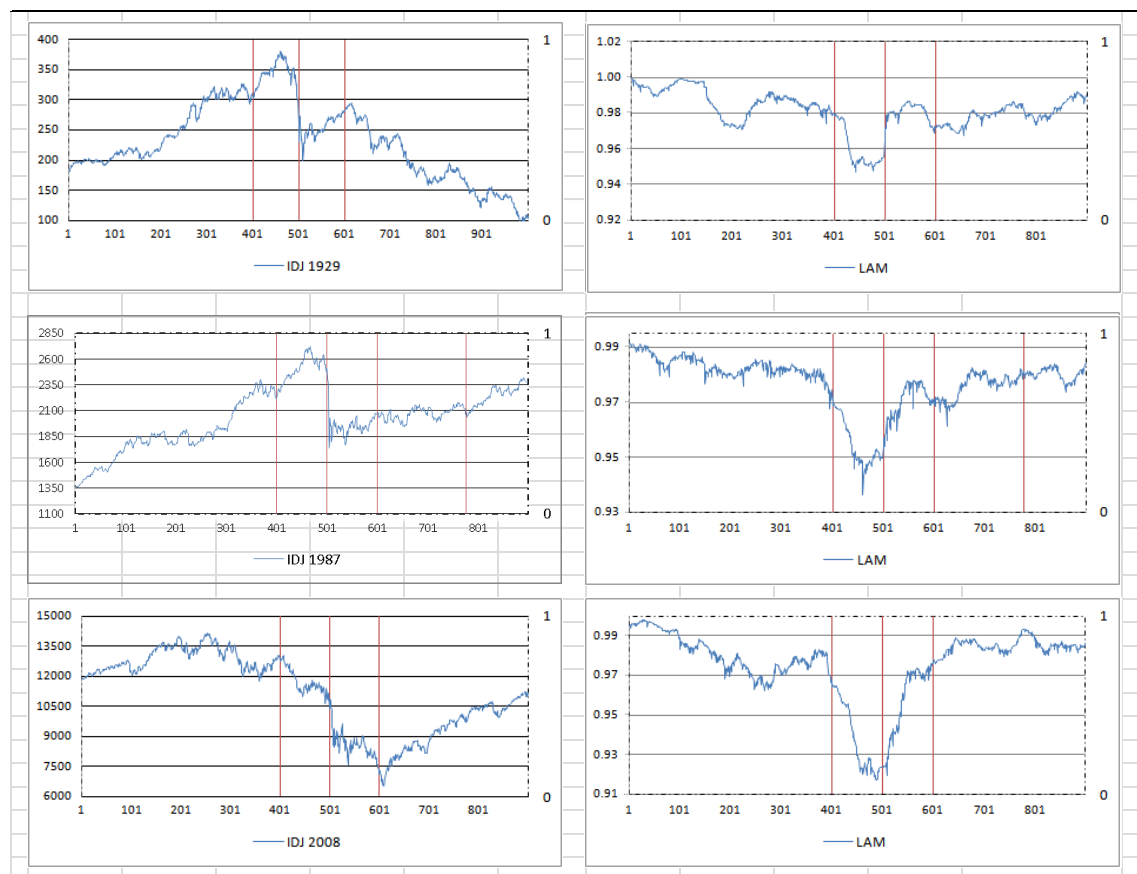
Antes de comenzar se quiere aclarar que el análisis de recurrencia no se utiliza como una técnica predictiva sino como una forma de representar hechos ya pasados. Es decir que vamos a analizar los crash bursátiles dado que ya ocurrieron y no vamos a pretender anticipar la ocurrencia de un crash bursátil.

Comenzaremos analizando en primer lugar los tres episodios de crash bursátil denominados endógenos, que fueron seleccionados, ocurridos en la serie del IDJ para el período 1929, 1987 y 2008 mediante las medidas RR y LAM. En la GRÁFICA 17 se presenta a la izquierda la evolución del IDJ para los periodos 1929, 1987 y 2008 y a la derecha la medida de complejidad LAM calculadas para ventanas móviles de 100 días que se desplazan en un día. Se recuerda que cada punto del gráfico LAM se refiere al cálculo de 100 días. Asociaremos dicho valor al comienzo de la ventana pero en realidad podría ser al final o en el medio dado que lo importante no es un valor aislado sino ver cómo evoluciona la medida LAM por ejemplo y ver si los cambios en LAM permiten reconocer cambios en la transición del IDJ. Se vuelve a enfatizar que dichos cambios no son *ex ante* sino que son *ex post* en el sentido de que teniendo la información de la ocurrencia de un crash se busca ver como describir la dinámica previa y posterior a dicho crash.

En los gráficos aparecen tres líneas verticales en color rojo ubicadas en la observación 400, 500 y 600 del IDJ respectivamente. Dicho periodo abarca las ventanas móviles en

las cuales aparece el crash del día 500. La primera ventana iría del día 400 al 500 y la última ventana del día 500 al 600 de la serie del IDJ y tomando la convención de asignar el valor de las medidas de complejidad al comienzo del periodo implica que a nivel de las medidas de complejidad la información esté resumida entre las observaciones 400 a 500.

Pregunta operativa 1.1 ¿Cómo es la dinámica antes y después de la ocurrencia de un crash bursátil?

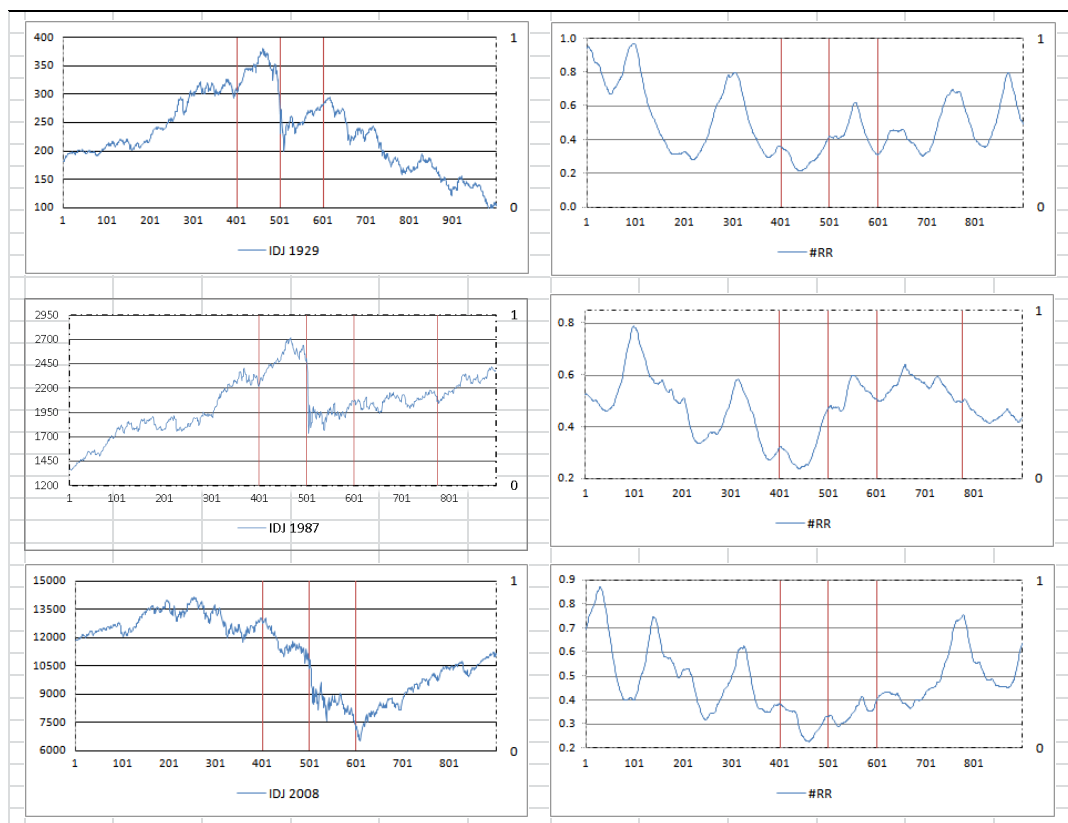


GRÁFICA 18. Evolución IDJ y medida LAM para los periodos 1929, 1987 y 2008

Como se observa en la GRÁFICA 18 la evolución del IDJ previo y luego del crash bursátil es diferente en los tres episodios denominados endógenos. En el caso del periodo de 1929 y 1987 se observa una fuerte etapa alcista en los precios del índice en los 500 días previos al crash mientras que en el período 2008 la tendencia es bastante estable entre los días 1 al 400 y luego decreciente 100 días previos al crash bursátil. Luego de ocurrido el crash bursátil también se observan dinámicas bastante diferentes. En el caso del periodo de 1929 se observa una etapa alcista hasta el día 600 y a partir de ahí un etapa bajista en el precio del índice. En el caso del periodo 1987 luego de ocurrido el crash se observa una etapa alcista de 500 días y finalmente en el caso de 2008 parece observarse un comportamiento contrario al observado en

1929. Luego de ocurrido el crash de 2008 en la observación 500 vemos un periodo de caída de los precios los 100 días siguientes y a partir de ahí un fuerte crecimiento del índice.

Es interesante observar que estas dinámicas totalmente diferentes no son capaces de detectarse mediante la medida de complejidad LAM si tomamos en cuenta por ejemplo hasta la observación 400. Cuando la medida LAM empieza a disminuir está indicando que aumenta la inestabilidad del mercado y como se observa en la GRÁFICA 18 ese fenómeno no se produce dado que si bien en los primeros 400 días observamos caídas en el nivel de LAM esas caídas no son significativas ni permiten explicar las diferentes tendencias de crecimiento en el índice de precios previo a la ocurrencia del crash bursátil. Esto no es sorpresa dado que como afirman Marwan et al (2007) la medida LAM es adecuada para describir cambios de transición en las dinámicas y no para diferenciar tendencias en el nivel de una serie temporal.

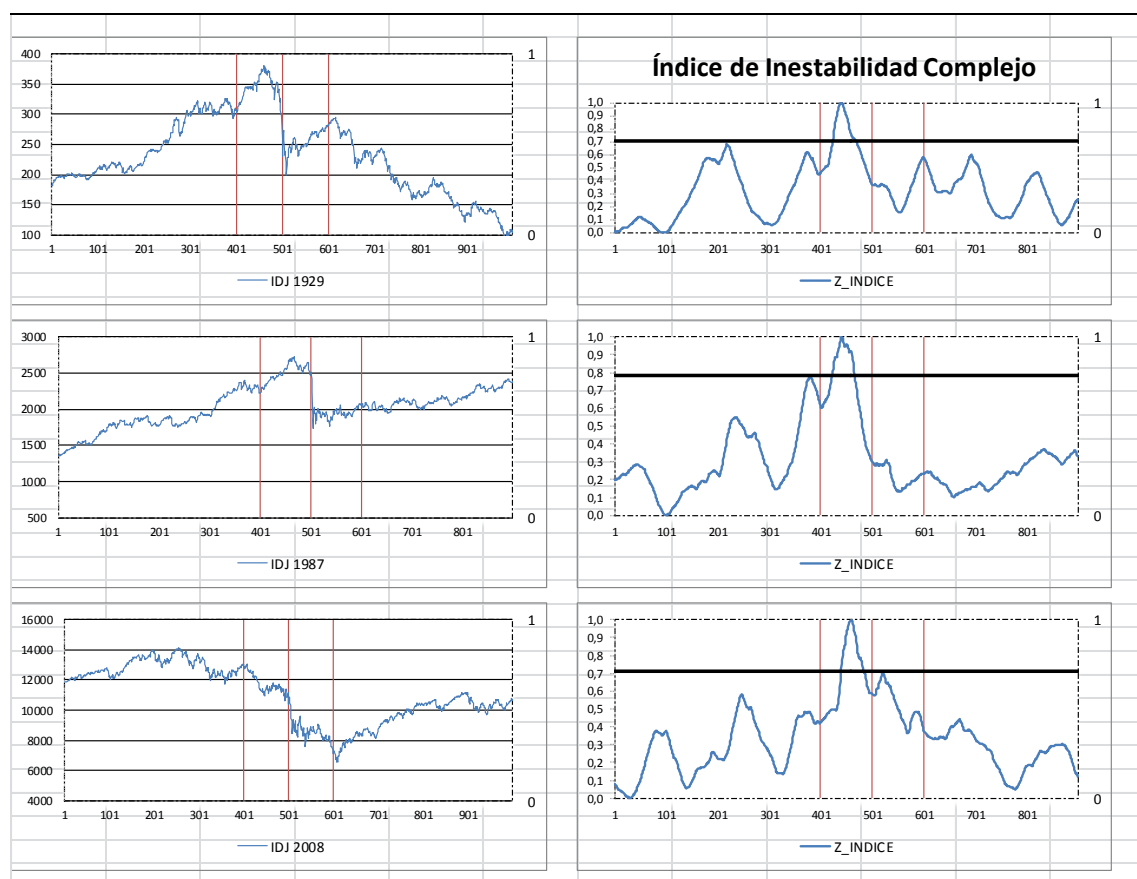


GRÁFICA 19. Evolución IDJ y medida RR para los periodos 1929, 1987 y 2008

En la GRÁFICA 19 se muestra a la izquierda la evolución del IDJ al igual que en la GRÁFICA 17 y a la derecha la medida de complejidad RR correspondiente. Lo que resulta sumamente interesante son los patrones en RR muy similares que se observan entre los días 200 y 600 en los tres periodos. A partir de la observación de RR, en todos los gráficos, vemos que comienza a crecer hasta aproximadamente la

observación 300 en donde alcanza el máximo. Luego desciende RR hasta la observación 370 aproximadamente y vuelve a crecer hasta la observación 400. Entre las observaciones 400 y 500 se observan un patrón de parábola cuyo máximo se alcanza hacia el día de ocurrencia del crash bursátil. Finalmente entre las observaciones 500 y 600 se vuelve a observar el mismo patrón en RR con una forma de parábola nuevamente.

Para terminar de responder la pregunta 1 se utilizará el ICI. En la GRÁFICA 20 se presentan a la izquierda la evolución del IDJ y a la derecha el ICI luego de una transformación de escala para que varíe en el rango de 0 a 1 denominada Z_INDICE (ver ANEXO 4). Cuando el ICI comienza a aumentar está indicando un crecimiento en la volatilidad de ese periodo. Como se observa entre el periodo 400 a 500, es decir 100 días antes a la ocurrencia del crash bursátil el ICI muestra un patrón de comportamiento muy similar alcanzando el máximo de volatilidad cerca de la observación 450. Esto es totalmente lógico dado que en el valor del ICI en la observación 450 se obtiene a partir de las medidas de complejidad calculadas en la ventana móvil que va desde la observación 450 a 550 y por lo tanto se encuentra el crash en la mitad de la ventana.

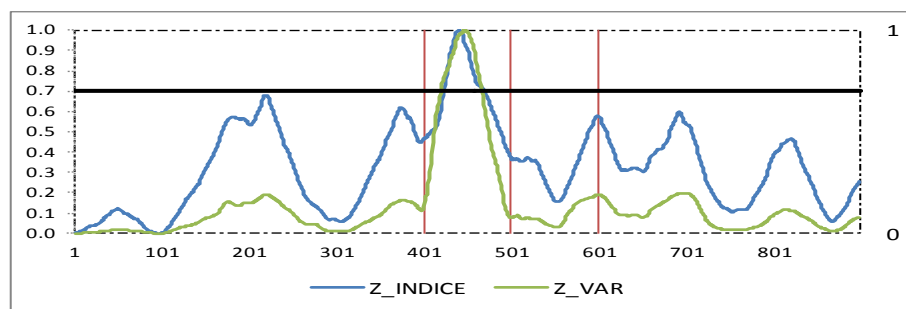


GRÁFICA 20. IDJ para periodos 1929, 1987 y 2008 e Índice complejo de inestabilidad

A los efectos de ilustrar como el ICI puede captar la volatilidad observada en el IDJ se muestra en la GRÁFICA 21 la evolución del ICI en la crisis de 1929 junto a una medida estándar de volatilidad como es la varianza histórica calculada también para ventanas móviles de 100 días. Ambas medidas de volatilidad fueron transformadas como se explica en el ANEXO 4 para que tengan un rango de valor entre 0 y 1 y por lo tanto su gráfico fuera similar en cuanto a la escala.

Como se observa en la GRÁFICA 21, el ICI presenta una evolución similar a la medida estándar de volatilidad de la varianza aunque se observan dos diferencias importantes:

- El ICI parece captar niveles mayores de volatilidad que la varianza.
- El ICI anticipa a la varianza en una semana aproximadamente (5 días).



GRÁFICA 21. Comparación entre el ICI y la varianza del IDJ

Por último se representa en la GRÁFICA 20 y 21 una línea negra horizontal ubicada en el percentil 95 de la serie que será considerado como límite superior a partir del cual el nivel de volatilidad será considerado crítico. En el caso de la GRÁFICA 21 el percentil 95 de Z_INDICE es 0.70375.

Pregunta operativa 1.2. ¿Cuándo comienza el periodo de inestabilidad (mayor volatilidad) previo a un crash y cuánto dura?

Dado el análisis realizado a partir del ICI se utilizará dicho indicador para dar una medición del comienzo de mayor volatilidad (inestabilidad) previo a un crash de tipo endógeno y su duración.

A partir del ICI se tomaran los siguientes criterios objetivos para medir el comienzo del periodo de volatilidad y su duración:

Comienzo: Se considera que el comienzo del período de inestabilidad (previo a que ha ocurrido el crash) estará ubicado en aquella observación en la cual el ICI alcanza un mínimo previo a la observación 400.

Momento de máxima inestabilidad: Se considera que la máxima inestabilidad se alcanzará en la observación en la cual el ICI alcanza el máximo entre las observaciones 400 a 500.

Final: Se considera que el final del período de inestabilidad (luego de ocurrido el crash) se alcanzará en la observación en la cual el ICI alcanza un mínimo entre las observaciones 500 y 600.

Duración previa al crash: Se considera como periodo de duración previa al crash la cantidad de observaciones entre el comienzo y el máximo observado en el ICI.

Duración completa del crash: Se considera como periodo de duración completa del crash la cantidad de observaciones entre el comienzo y el mínimo observado en el ICI.

Siguiendo los criterios definidos se resumen en el CUADRO 3 el inicio y final de periodo de inestabilidad luego de ocurrido cada crash bursátil de tipo endógeno. También se muestra en qué momento se alcanza la máxima inestabilidad medida con el ICI y se recuerda que el momento del crash se ubica en la observación 500 en la última columna.

Crash de	PERIODO INESTABILIDAD			MOMENTO CRASH	DURACIÓN PREVIA	DURACIÓN TOTAL
	INICIO	MÁXIMO	FINAL			
1929	287	437	555	500	150	268
1987	308	446	555	500	138	247
2008	317	455	566	500	138	249

CUADRO 3. Periodos de volatilidad medidos con el ICI

A modo de ejemplo vemos que para el caso de la crisis de 1929 podemos ubicar el inicio del periodo de inestabilidad en la observación 287 del ICI alcanzando el máximo de volatilidad en la observación 437 y llegando al final del periodo de inestabilidad en la observación 555 del ICI. Como se observa en el caso de los crash bursátiles de 1987 y 2008 no se observan demasiadas diferencias lo que estarían mostrando

nuevamente varias regularidades en las dinámicas de estos episodios de tipo endógeno. Dados los valores que se presentan en el CUADRO 3 podemos definir diferentes periodos de duración. Vemos como la duración previa a la ocurrencia de un crash de tipo endógeno se puede ubicar en alrededor de 142 en promedio y la duración total en 255 en promedio. Lo cual está mostrando nuevamente la gran regularidad que es posible describir en este tipo de episodios de crash bursátil de tipo endógeno.

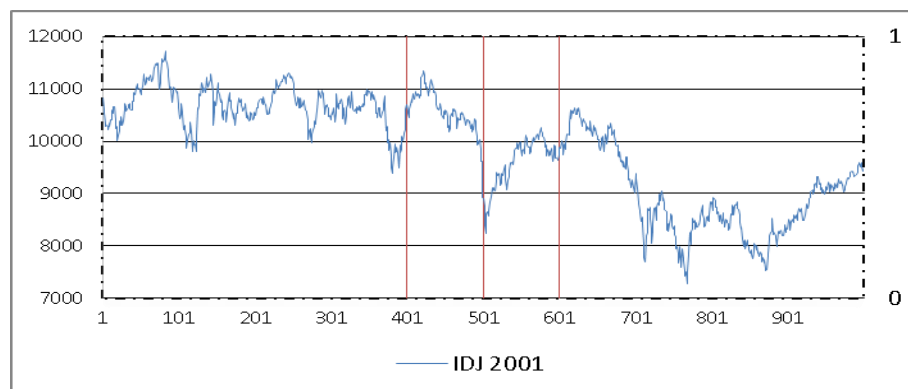
Pregunta operativa 1.3. ¿Es posible distinguir si el origen de un crash es endógeno o exógeno al mercado?

Una de las preguntas más interesantes es investigar si la regularidad en los patrones observados en los tres ejemplos de crash bursátil endógeno analizados se pueden visualizar en un crash de tipo exógeno como el ocurrido en el 2001.

A priori se espera que se encuentren patrones diferentes en las dinámicas y por lo tanto reglas que permitan crear una tipología de eventos de crash bursátiles al observar comportamientos diferentes entre las medidas de complejidad utilizadas.

Para ello se procede a calcular las medidas LAM y RR por un lado y el ICI por otro para el único crash bursátil de tipo exógeno que se considera en el periodo del 2001 en relación a la caída experimentada en el IDJ luego del atentado sobre las Torres Gemelas. El objetivo será comparar los resultados obtenidos para este tipo de crash exógeno con las regularidades ya encontradas antes.

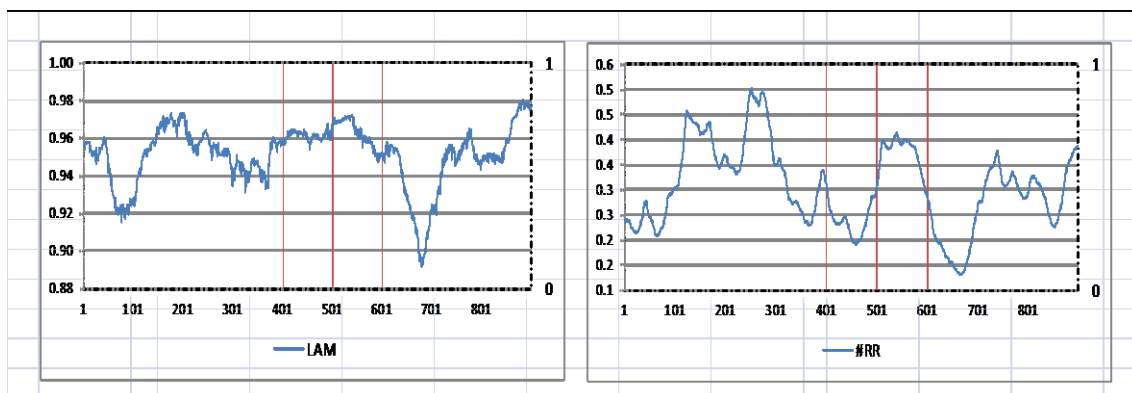
En la GRÁFICA 22 se presenta la evolución del IDJ para el periodo 2001 y en la GRÁFICA 23 se presentan las medidas de complejidad RR y LAM para el periodo 2001.



GRÁFICA 22. Evolución del IDJ en el periodo 2001

Como se observa en la GRÁFICA 22, previo a la ocurrencia del crash se observa una tendencia bastante plana en la evolución del IDJ y de los tres eventos de tipo endógeno muestra mayor similitud con la evolución del IDJ en el 2008 aunque hay algunas diferencias obviamente. Lo que se quiere decir con esto es que no es posible encontrar patrones diferentes en la evolución previa al shock a partir de la simple inspección visual de la serie. Luego de ocurrido el crash vemos que el mercado vuelve a observar una fase alcista hasta alcanzar los niveles de precios previos al atentado. Sin embargo luego se observa un periodo de volatilidad y una etapa bajista a partir de la observación 600 aproximadamente. Este periodo de caída pronunciada del IDJ se asocia a otros fenómenos como la guerra posterior que afectaron los mercados bursátiles.

Se concluye entonces que a partir de la simple inspección de la serie del IDJ no es posible diferenciar el origen del crash bursátil como endógeno o exógeno.



GRÁFICA 23. Medida de complejidad LAM y RR para el IDJ periodo 2001

Como se observa en la GRÁFICA 23 la medida de complejidad no muestra una caída entre las observaciones 400 a 500 como se observa en los periodos de crash endógenos analizados en la sección anterior²². Por lo tanto se concluye que la medida LAM permite diferenciar entre tipos de crash de origen endógeno y exógeno al no mostrar cambios en la transición en el caso de tipo exógeno y mostrar una fuerte caída en los casos de crash de tipo endógeno.

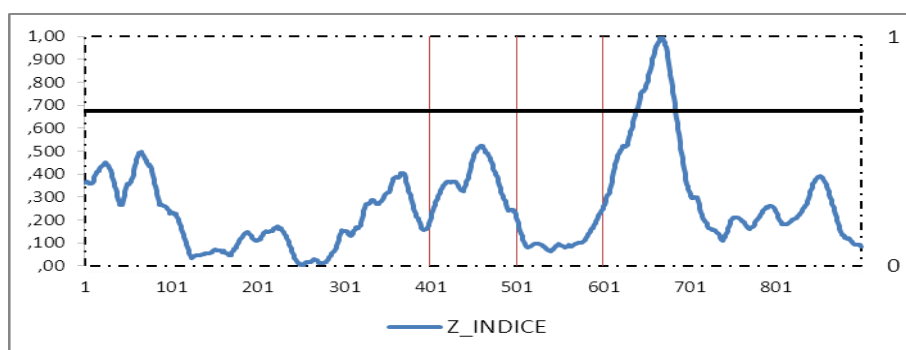
Lo que es curioso y merece una mención especial es el hecho de que la medida de complejidad RR muestra un comportamiento muy similar a los otros episodios de crash bursátil en el periodo 400 a 500 lo cual estaría indicando que luego de la ocurrencia de

²² Se recomienda observar las GRÁFICA 18 y 19.

un crash el comportamiento del mercado presenta patrones similares a los de tipo endógeno.

Estos resultados encontrados entre las medidas de complejidad LAM y RR en el caso del IDJ en el periodo 2001 son curiosos pero para nada contradictorios dado que la medida LAM permite identificar transiciones de fases en un sistema dinámico y la medida RR permite calcular probabilidades de encontrar estados recurrentes. Es decir que miden cosas diferentes en la dinámica.

Otro elemento a destacar en la GRÁFICA 23 es que la medida de complejidad LAM comienza descender a partir de la observación 623, alcanza un mínimo en la observación 674 y vuelve a los niveles normales en la observación 722. Esto lo que nos dice es que en ese período de 100 observaciones de la medida LAM se está ante la ocurrencia de un crash de tipo endógeno cuya explicación proviene de las represalias bélicas que tomó EEUU.



GRÁFICA 24. Evolución del ICI para el IDJ periodo 2001

Para concluir se muestra en la GRÁFICA 24 la evolución del ICI en el periodo del 2001 para el IDJ y se discute si se observan diferencias con los casos de episodios endógenos.

Como se observa en la GRÁFICA 24 el ICI en el caso del crash exógeno del 2001 no tiene el mismo patrón que se detectó en el caso de los episodios endógenos de crash bursátiles del IDJ. En particular se observa que entre las observaciones 400 y 500 el incremento del ICI alcanza un máximo que es apenas superior al máximo observado antes de la observación 400 y que se ubica lejos de la línea horizontal negra del percentil 95 que se utiliza como regla para detectar un nivel alto de volatilidad. Como se vio en el caso de los tres tipos de crash endógenos, el pico que se alcanzaba en el ICI entre las observaciones 400 a 500 superaba en el percentil 95.

Nuevamente se destaca la identificación de un shock de tipo endógeno entre las observaciones 623 a 722 aproximadamente en el cual el ICI alcanza un pico que supera el percentil 95.

Luego de analizadas las primeras tres preguntas del grupo de preguntas operativas 1 en base a la evolución del IDJ es interesante analizar que sucede en otros tipos de mercados bursátiles. Para ello se seleccionó una base de datos formada por algunos países de tipo desarrollado (España y Japón) y algunos países emergentes (Argentina, Brasil, Corea y México).

Es de particular interés estudiar si se observan diferencias con respecto a los países emergentes dado las notorias diferencias que se observan en la estructura y desarrollo de sus mercados bursátiles.

Entre las características que diferencian a los mercados emergentes de los desarrollados se plantean las siguientes:

- Las acciones presentan un retorno promedio mayor y mayor volatilidad
- Existe un pequeño número de compañías en bolsa con menor nivel de capitalización, liquidez y volumen comercializado.
- Por lo general se observa un mayor nivel de riesgo político y restricciones regulatorias

Pregunta operativa 1.4. ¿Cómo ha sido la dinámica de los índices bursátiles de países desarrollados y emergentes ante los episodios de crisis del 2001 y 2008 en EEUU?

Como se ha planteado antes las crisis del 2001 y 2008 pueden ser considerados ejemplos de eventos exógenos y endógenos respectivamente para el caso de EEUU. Resulta interesante analizar si el carácter de exógeno y endógeno de dichos eventos se mantiene en los mercados financieros de los otros seis países analizados.

Dado el efecto contagio que tuvieron las crisis del 2001 y 2008 sobre los mercados financieros de los países desarrollados y emergentes uno esperaría encontrar patrones de tipo exógeno en dichos mercados. Sin embargo y dado el proceso de globalización a nivel financiero pueden existir fenómenos que actúen sobre varios

mercados a la vez y que muestren patrones de dinámica similares. Es decir que puede suceder que se produzca un fenómeno de burbuja financiera en varios países a la vez debido a la sincronización que existe entre los mercados financieros. Dicho proceso de sincronización hace que si bien el crash bursátil del 2008, por ejemplo, se produce de forma endógena en EEUU (y por lo tanto es exógeno al resto de los países) la eventual coexistencia de una burbuja financiera en otro mercado implica que se observen patrones de dinámica de tipo endógeno.

Por otro lado podría suceder que un fenómeno de tipo claramente exógeno para EEUU como la crisis del 2001 y por lo tanto doblemente exógeno para los otros países presenten patrones de tipo endógeno²³.

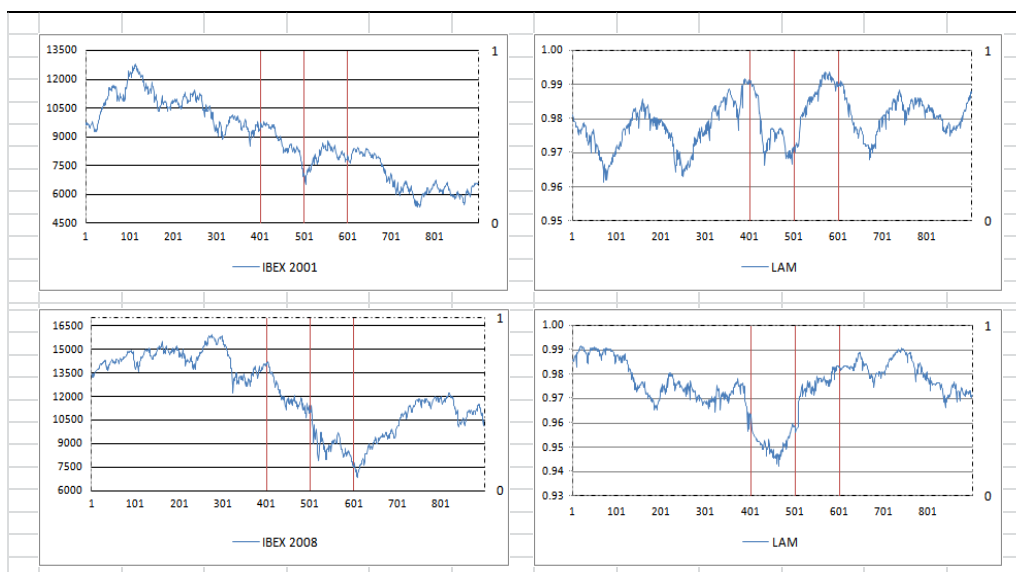
Análisis para mercados desarrollados: casos de España y Japón. Comenzaremos estudiando como respondió el mercado bursátil de España ante la ocurrencia de los episodios del 2001 y 2008. En la GRÁFICA 25 se presentan las gráficas, a la izquierda, de la cotización diaria del índice bursátil IBEX y a la derecha la correspondiente medida de complejidad LAM.

Como se observa en la GRÁFICA 25 el evento del 2008 parece tener un patrón similar, entre las observaciones 400 a 500, que para el caso del IDJ a partir de la evolución de la medida LAM. Lo curioso es el caso del 2001 donde también se observa un comportamiento similar entre el periodo 400 a 500 en cuanto a la caída de LAM. Se recuerda que en el caso del IDJ ante el evento del 2001 la medida LAM no presentó ningún cambio en su transición. Esto lo que nos está indicando es que un tipo de crash que puede ser considerado de tipo exógeno para EEUU presenta un patrón de tipo endógeno en una economía como España. Esta observación es muy relevante dado que a priori uno esperaría encontrar que el evento del 2001 presentará también un patrón de tipo exógeno. Como se indica en la nota al pie 23 una explicación de estos resultados tal vez sea la coincidencia con otro fenómeno que el autor no supo determinar.

Lo interesante de estos resultados radica en que las medidas de complejidad aplicadas parecen mostrar patrones de regularidad similares a los eventos de tipo endógeno ocurridos en EEUU. Esto podría sugerir que más allá del efecto contagio

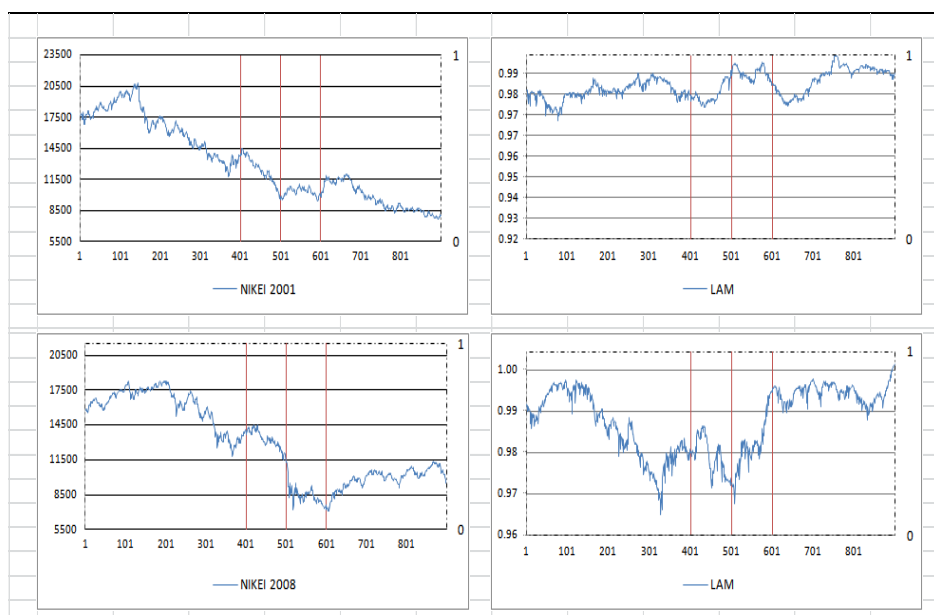
²³ Como correctamente observa un integrante del Tribunal la metodología general utilizada no permite distinguir dos tipos de eventos de crisis si suceden a la vez. Por ejemplo no es posible diferenciar a partir de las medidas de complejidad si los patrones dinámicos observados en el caso de la crisis del 2001 en Argentina se deben a la crisis endógena de caída de la convertibilidad o al efecto contagio de la crisis del 2001 en EEUU.

sobre los mercados financieros europeos y de Japón que tuvo la crisis originada en EEUU parecen existir fenómenos internos en los mercados financieros de Europa y Japón detrás de la dinámica de los índices de precios bursátiles que muestran la gran similitud descrita mediante las medidas de complejidad.



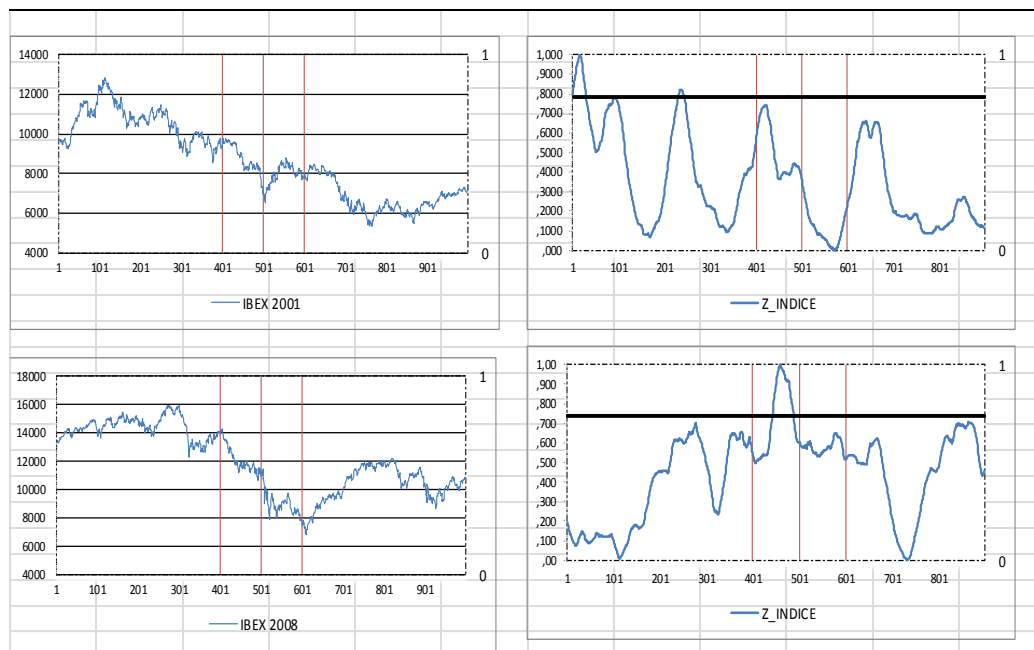
GRÁFICA 25. Índice bursátil de España y medida LAM periodo 2001 y 2008

En la GRÁFICA 26 se presentan las gráficas, a la izquierda, de la cotización diaria del índice bursátil NIKEI y a la derecha la correspondiente medida de complejidad LAM. Como se observa en la GRÁFICA 26, lo primero que sorprende es la diferente evolución de la medida LAM en el periodo 400 y 500 respecto a los casos anteriores de mercados desarrollados. Observamos que en el 2001 LAM no parece registrar un cambio significativo en su evolución a diferencia del caso de España.



GRÁFICA 26. Índice bursátil de Japón y medida LAM periodo 2001 y 2008

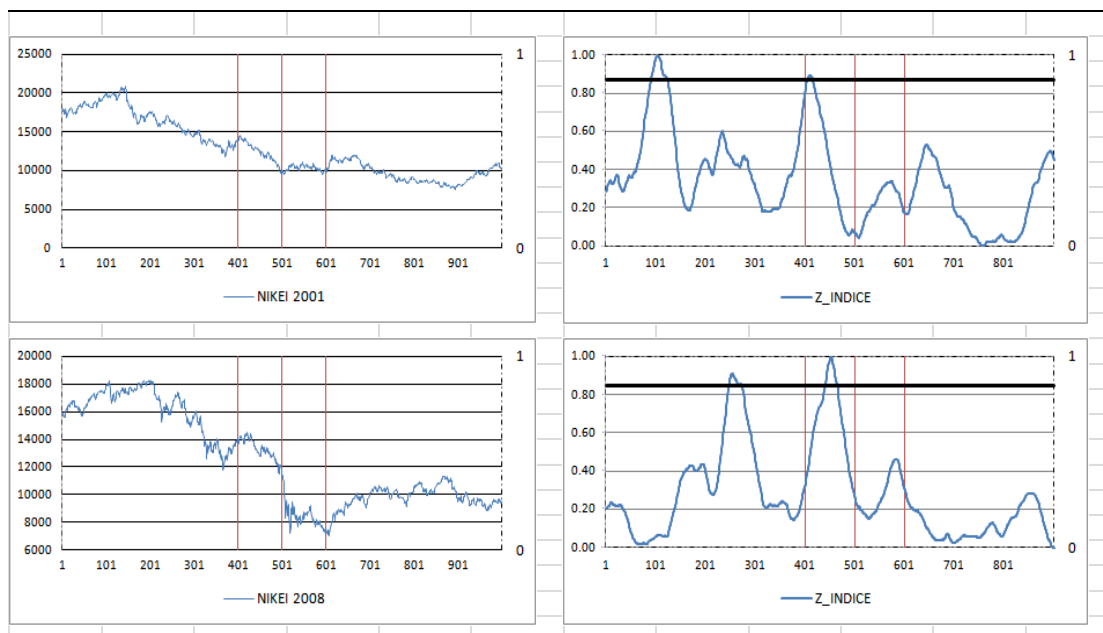
En la GRÁFICA 27 y 28 presentamos la evolución del ICI para España y Japón respectivamente. Como se observa en la GRÁFICA 25 las conclusiones parecen ser similares al análisis realizado en base a la medida LAM únicamente.



GRÁFICA 27. Índice bursátil de España y el ICI periodo 2001 y 2008

En el caso del 2008 se observa el mismo patrón de los crash de tipo endógeno con un pico entre las observaciones 400 y 500 que supera el percentil 95. En el caso del 2001 si bien el pico no supera el percentil 95 está muy próximo. Por lo tanto los resultados encontrados parecen indicar que el patrón es más similar a un crash de tipo exógeno que a uno de tipo endógeno.

Al observar la GRÁFICA 28 se obtienen nuevamente conclusiones similares a las ya presentadas. Por lo tanto concluimos que, aún en el caso de mercados de tipo desarrollado, encontramos diferencias en la respuesta dinámica de cada mercado ante la ocurrencia de un crash de tipo exógeno en otro mercado desarrollado. Sin embargo la respuesta en el caso de un crash de tipo endógeno es más similar.



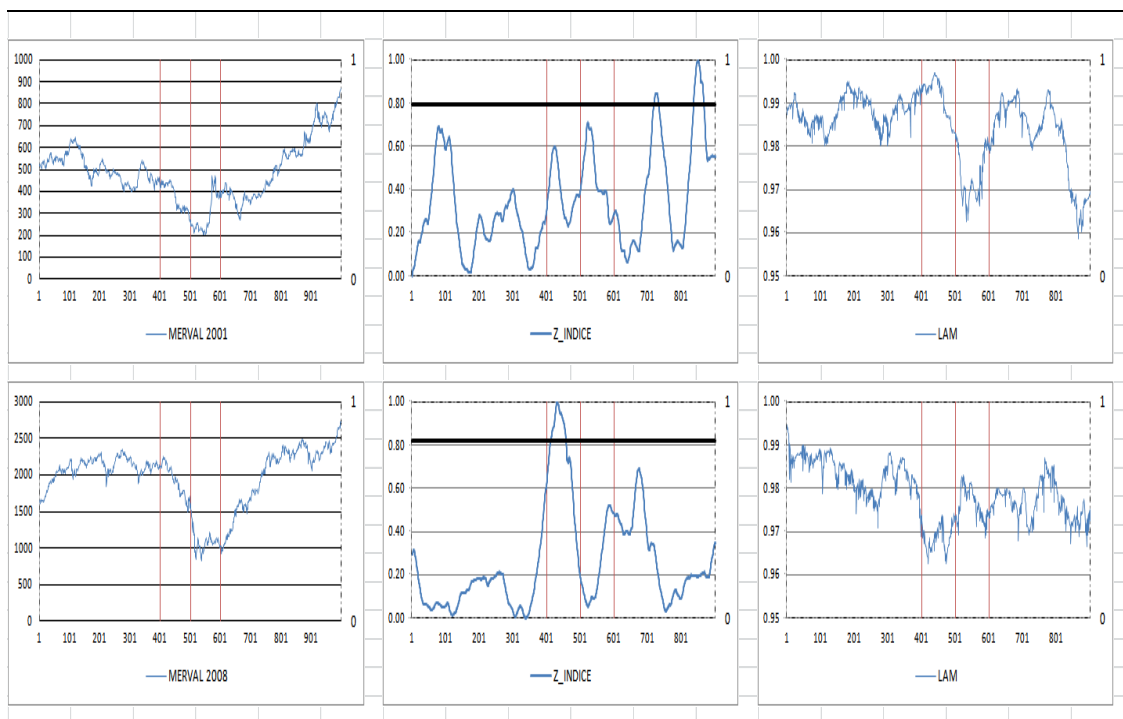
GRÁFICA 28. Índice bursátil de Japón y el ICI periodo 2001 y 2008

Análisis para mercados emergentes: casos de Argentina, Brasil, Corea y México

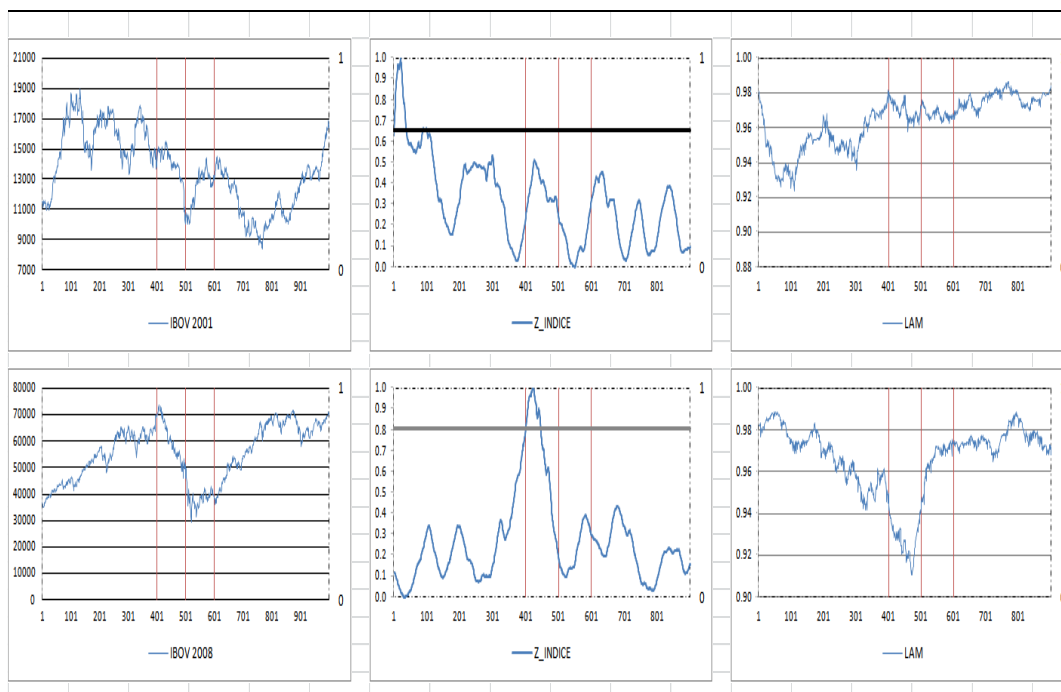
Dadas las características diferentes en el desarrollo del mercado bursátil en los países emergentes es importante estudiar la respuesta que se observa en su dinámica ante la ocurrencia de diferentes tipos de crash en un mercado desarrollado como EEUU.

Vamos a estudiar entonces la dinámica de los mercados bursátiles de las economías emergentes de Argentina, Brasil, Corea y México a través de la medida de complejidad LAM y del ICI.

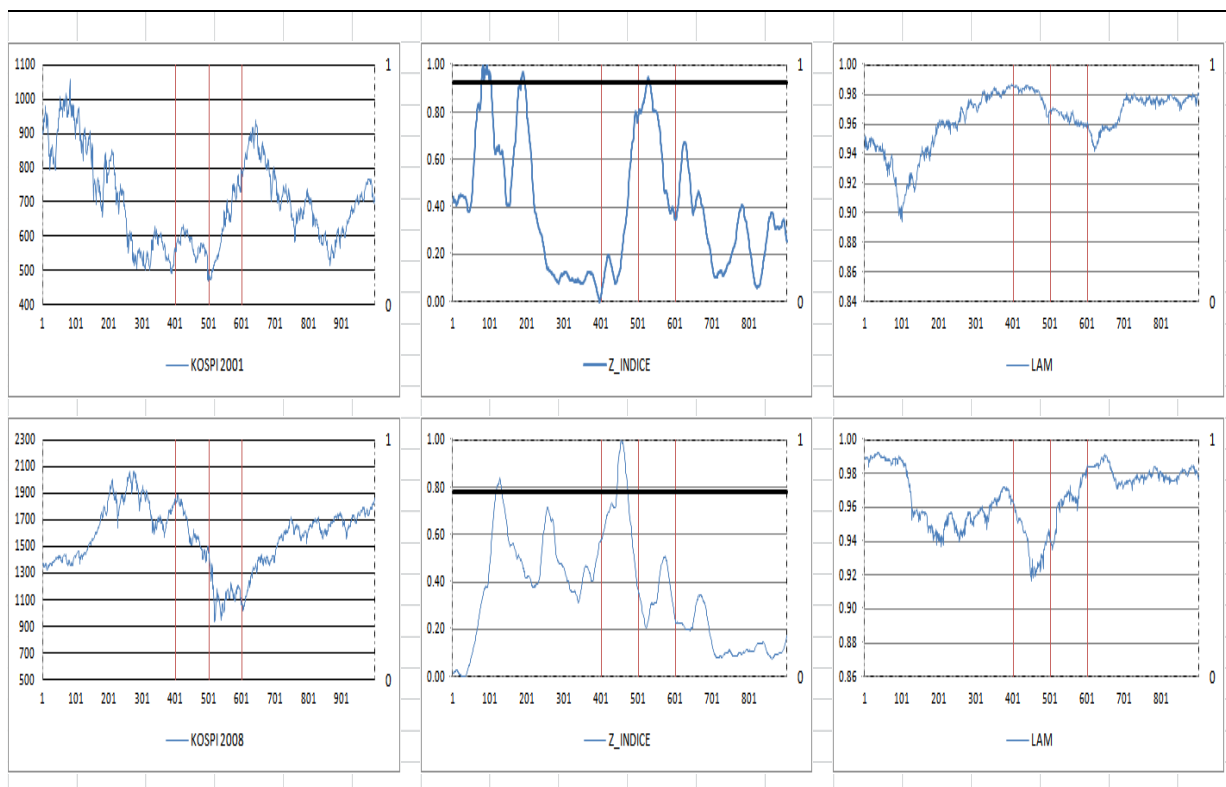
En las GRÁFICA 29 a 32 se presentan la dinámica de los índices bursátiles de cada país y la medida de complejidad LAM junto al ICI de cada mercado para los eventos del 2001 y 2008. Respecto a la medida LAM parecen observarse patrones similares en las cuatro gráficas. En primer lugar vemos que, para el periodo 2001, entre las observaciones 400 a 500 LAM no registra cambios en la transición en ninguno de las economías emergentes lo que podría estar indicando el carácter exógeno de este evento. Por otro lado vemos que para el periodo 2008 LAM identifica un patrón muy similar a los casos descritos de crash endógeno del 2008 en EEUU entre las observaciones 400 a 500. Por lo tanto se destaca nuevamente la gran similitud observada en las dinámicas de los índices bursátiles a pesar de las diferencias de desarrollo y estructura existente entre los mercados bursátiles.



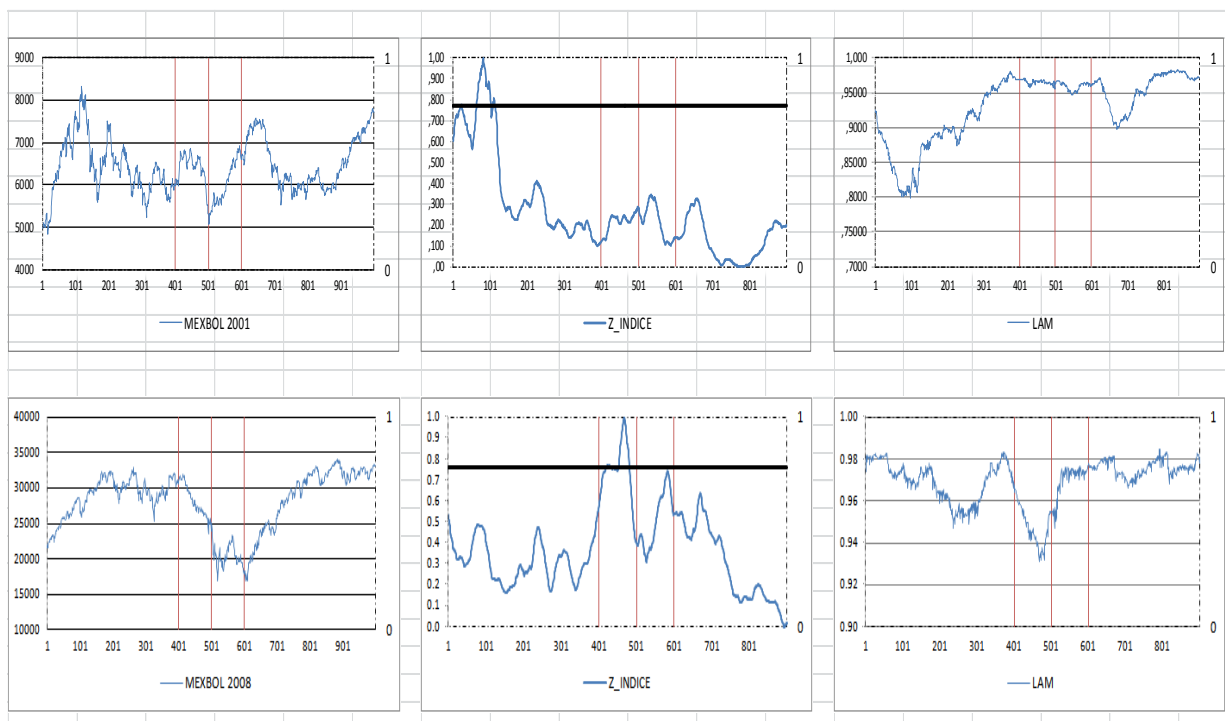
GRÁFICA 29. Índice bursátil de Argentina y medida LAM e ICI periodo 2001 y 2008



GRÁFICA 30. Índice bursátil de Brasil y medida LAM e ICI periodo 2001 y 2008



GRÁFICA 31. Índice bursátil de Corea y medida LAM e ICI periodo 2001 y 2008



GRÁFICA 32. Índice bursátil de México y medida LAM e ICI periodo 2001 y 2008

En la siguiente Tabla se presentan los resultados obtenidos hasta ahora para esta pregunta.

PAIS	Crisis 2001		Crisis 2008	
	Se espera	Resultado	Se espera	Resultado
EEUU	Endógena	Exógena	Exógena	Exógena
España	Exógena	Endógeno	Exógena	Endógeno
Japón	Exógena	Exógeno	Exógena	Endógeno
Argentina	Exógena	Exógeno	Exógena	Endógeno
Brasil	Exógena	Exógeno	Exógena	Endógeno
Corea	Exógena	Exógeno	Exógena	Endógeno
México	Exógena	Exógeno	Exógena	Endógeno

Como se observa en la Tabla anterior ante la ocurrencia del evento exógeno del 2001 en EEUU se espera un comportamiento doblemente exógeno en los otros países. Los resultados encontrados parecen mostrar lo esperado para todos los países menos en el caso de España.

Respecto a la crisis del 2008 dado el carácter endógeno que tuvo en EEUU se espera un fenómeno exógeno en los demás países. Sin embargo los resultados obtenidos a partir de las medidas de complejidad utilizadas parecen mostrar un patrón de tipo endógeno y no uno de tipo exógeno como era esperado para todos los países analizados.

Para concluir se resumen en el CUADRO 4 los resultados del análisis del periodo 2008 en relación al comienzo y final del periodo de volatilidad previa a la ocurrencia del crash²⁴.

PAIS	PERIODO INESTABILIDAD 2008			DURACIÓN	
	INICIO	MÁXIMO	FINAL	PREVIA	TOTAL
Argentina	295	428	576	133	281
Brasil	276	412	572	136	296
Corea	327	449	561	122	234
España	317	454	574	137	257
Japón	316	446	572	130	256
México	332	464	572	132	240

CUADRO 4. Periodos de volatilidad medidos con el ICI

²⁴ La comparación de los resultados del Cuadro 3 y 4 se considera pertinente dados los resultados encontrados para la crisis del 2008 en todos los países.

Si se comparan los resultados con los ilustrados en el CUADRO 3 la primera conclusión que surge es la gran similitud que parece existir entre los valores de ambos cuadros. En el caso del CUADRO 3 teníamos una duración previa de 138 y total de 249 para el IDJ en el 2008 mientras que a partir del CUADRO 4 podemos calcular una duración promedio para todos los países de 132 y 260 respectivamente.

Los resultados encontrados para la crisis del 2008 parecen sugerir que las trayectorias de los índices bursátiles de todos los países muestran patrones de dinámica sumamente similares.

En resumen a partir del análisis realizado respecto a cómo ha sido la dinámica de los índices bursátiles de países desarrollados y emergentes ante los episodios de crisis del 2001 y 2008 en EEUU se concluye:

- Parece observarse el resultado esperado del carácter doblemente exógeno de la crisis del 2001 sobre las trayectorias de los índices bursátiles a excepción del caso de España.
- Se sugiere que en el caso de España pueden estar presentes otros fenómenos que no son captados con la metodología aplicada.
- Para el caso de la crisis del 2008, a diferencia de lo que se esperaba, los resultados parecen mostrar que las trayectorias de los índices bursátiles muestran patrones de tipo endógeno para todos los países analizados.
- Se planteó como pertinente la comparación de las duraciones promedio de los eventos de crisis de tipo endógeno encontrados para EEUU y los eventos del 2008 para todos los países encontrándose evidencia que muestra una similitud en el comienzo y duración de este tipo de fenómenos.

Con todos los resultados encontrados, para culminar, vamos a contrastar las hipótesis de volatilidad planteadas.

Hipótesis 1: Una serie cambia de régimen cuando cambia abruptamente la media de los valores que se observan. Ante la presencia de un cambio de régimen los valores de la serie presentan cambios en su volatilidad.

Para contrastar esta hipótesis vamos a considerar que:

- Los cambios en la media de la serie del índice bursátil se utilizará para determinar la existencia o no de un cambio de régimen.

- El ICI es una medida adecuada para medir la volatilidad, como se explica en el ANEXO 4, y observar si entre las observaciones 400 a 500²⁵ del ICI se observa un cambio en la dinámica para los periodos 2001 y 2008²⁶.

Si bien el análisis se puede hacer en forma visual observando la dinámica del ICI en los períodos claves se va a proceder a la aplicación de un contraste de hipótesis para refutar o no esta hipótesis. Para ello se van a seguir los siguientes pasos:

1. Determinación de cambio en la media del índice bursátil

- Elaborar dos series a partir de las 1000 observaciones de cada índice bursátil. La primera serie contendrá los valores de las cotizaciones de los días 400 a 499 (previo a la crisis) y la segunda los valores de cotizaciones de los días 500 a 599 (luego de la crisis).
- Se realiza un contraste estadístico de medias entre ambas series.
- En caso de rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias se obtendrá evidencia significativa para plantear un cambio de régimen en las series de índices bursátiles.

El contraste de hipótesis a realizar es:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

donde μ_1 y μ_2 representan la media del índice bursátil en el primer y segundo periodo definido respectivamente.

2. Cambios de volatilidad del índice bursátil

- Elaborar dos series a partir de las 900 observaciones del ICI correspondientes a cada índice bursátil. La primera contendrá las observaciones 351 a 449 (previo a la crisis) y la segunda las observaciones 450 a 549 (luego de la crisis) del ICI
- Se realiza un contraste estadístico de medias entre ambas series.

²⁵ Las observaciones 400 a 500 del ICI corresponden a las ventanas de la 400 hasta la 500 como fueran definidas en la SEGUNDA PARTE. La ventana 400, por ejemplo, del ICI corresponde a los días 400 a 500 de cotizaciones de los índices de precios bursátiles.

²⁶ Estos periodos están centrados en los crash bursátiles de 2001 y 2008 respectivamente y por lo tanto muestran la existencia de un cambio de régimen en la media de las series como fuera definido.

- c. En caso de rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias se obtendrá evidencia significativa para plantear un cambio de volatilidad de las series de índices bursátiles medidas a partir del ICI

El contraste de hipótesis a realizar es:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

donde μ_1 y μ_2 representan la media del ICI en el primer y segundo periodo definido respectivamente.

En el ANEXO 6 se pueden observar cada una de las pruebas de hipótesis realizadas y en el CUADRO 5 se presentan los resultados de este análisis para cada mercado bursátil.

PAIS	Cambio Nivel		Cambio volatilidad	
	2001	2008	2001	2008
EEUU	Rech H0	Rech H0	Rech H0	Rech H0
España	Rech H0	Rech H0	Rech H0	Rech H0
Japón	Rech H0	Rech H0	Rech H0	No Rech H0
Argentina	Rech H0	Rech H0	Rech H0	Rech H0
Brasil	Rech H0	Rech H0	Rech H0	Rech H0
Corea	Rech H0	Rech H0	No Rech H0	Rech H0
México	Rech H0	Rech H0	Rech H0	Rech H0

CUADRO 5. Resumen de contrastes de Hipótesis 1

Como se observa en el CUADRO 5 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias en el índice bursátil para todos los países y por lo tanto se identifica un cambio significativo en la media de la serie ante la ocurrencia del crash bursátil.

Por otro lado se rechaza la hipótesis de igualdad de medias del ICI (con la excepción de Japón en 2008 y Corea en 2001). Esto quiere decir que se identifica la presencia de un cambio de volatilidad de las series de índices bursátiles medida a través del ICI.

Por lo tanto se encuentra evidencia estadística para afirmar que se rechaza la Hipótesis 1 para el caso de Japón 2008 y Corea 2001 y no se rechaza la Hipótesis 1 para el resto de los países.

Hipótesis 2: La duración de los períodos de burbujas financieras previas a la crisis del 2008 en EEUU es mayor en los mercados de valores desarrollados respecto a los mercados de valores emergentes.

Recordemos que se entiende (en esta investigación) por período de burbuja a aquel período de tiempo en el cual la volatilidad del sistema aumenta previa a la ocurrencia del crash bursátil. Dada esta aclaración podemos basarnos en los resultados presentados en el CUADRO 4 para analizar las duraciones.

Se agrupan los mercados en desarrollados (EEUU, Japón y España) y emergentes (Argentina, Brasil, Corea y México) y calculamos las duraciones promedio²⁷. Al hacer esto encontramos que en el caso de los desarrollados la duración promedio previa al crash bursátil es 135 mientras que en el caso de los emergentes la duración promedio previa es 131.

Los resultados encontrados parecen sugerir que la duración de los períodos de alta inestabilidad, previos a la crisis del 2008, fue mayor en los países desarrollados que en los emergentes ($135 - 131 = 4$). Sin embargo no se cuenta con evidencia significativa para poder plantear que la Hipótesis 2 no sea rechazada²⁸.

²⁷ La duración previa para el caso de EEUU se saca del CUADRO 3.

²⁸ Dada la poca cantidad de países no es posible la realización de una prueba de hipótesis de comparación de medias.

SEXTA PARTE. ANÁLISIS RECURRENCIA CONJUNTO

La extensión bivariada del GR permite estudiar la relación entre dos sistemas diferentes al examinar las ocurrencias de estados similares. Se considera las recurrencias de las trayectorias en sus espacios de fases respectivos de forma separada y se analizan los momentos en que ambos recurren simultáneamente, es decir, cuando se produce una recurrencia conjunta.

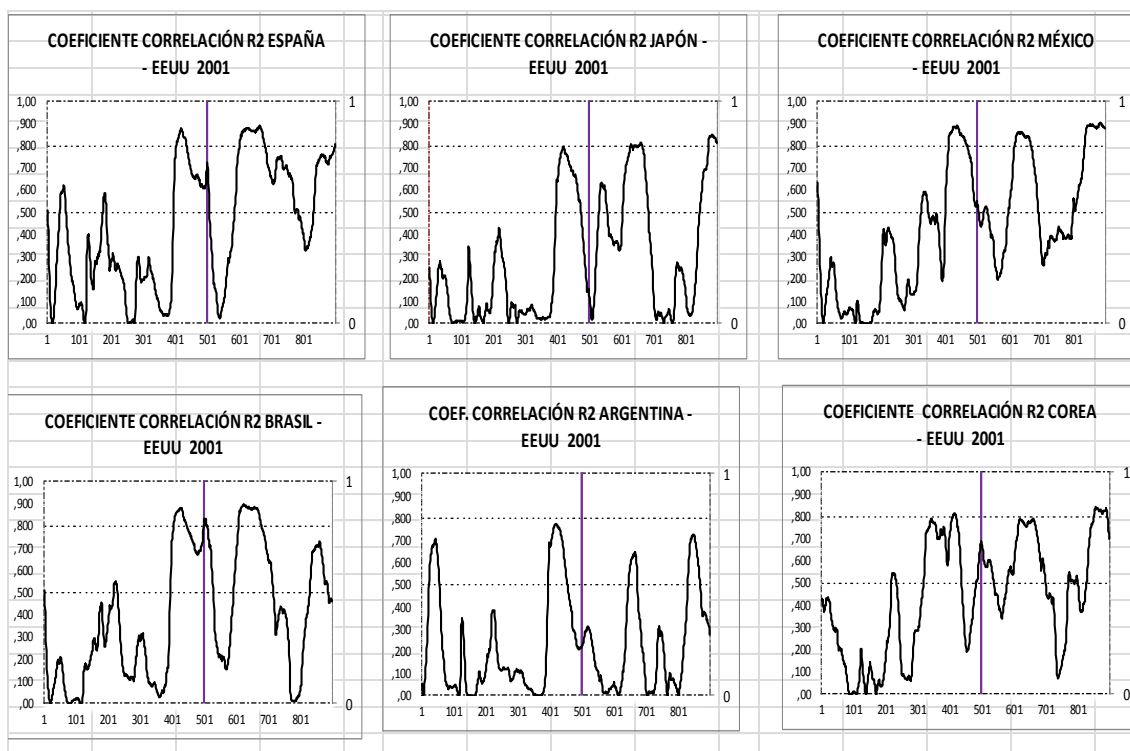
Por medio de esta aproximación se preservan los espacios de fases de ambos sistemas. Formalmente esto implica una extensión del espacio anterior $\vec{y}_i$. Esto significa, que se estudia la probabilidad conjunta de ambas recurrencias (o n recurrencias, en el espacio multidimensional) sucedan de forma simultánea en sus respectivos espacios de fases. La representación gráfica de la matriz de $JR_{i,j}$ se denomina JRP. La definición de la ecuación de GR es un caso especial de la definición de JRP para un solo sistema.

Aplicación de análisis de recurrencia conjunto. En esta sección se realiza la aplicación del análisis de recurrencia conjunto a las series de índices bursátiles de todos los países definidos en la base de datos para contestar la pregunta operativa 2 y contrastar el grupo de hipótesis de sincronización planteadas. Se tomará como referencia el sistema dinámico correspondiente a EEUU (IDJ) y se analiza la sincronización con los sistemas dinámicos correspondiente a los demás países (nos referimos al índice bursátil representativo de cada mercado).

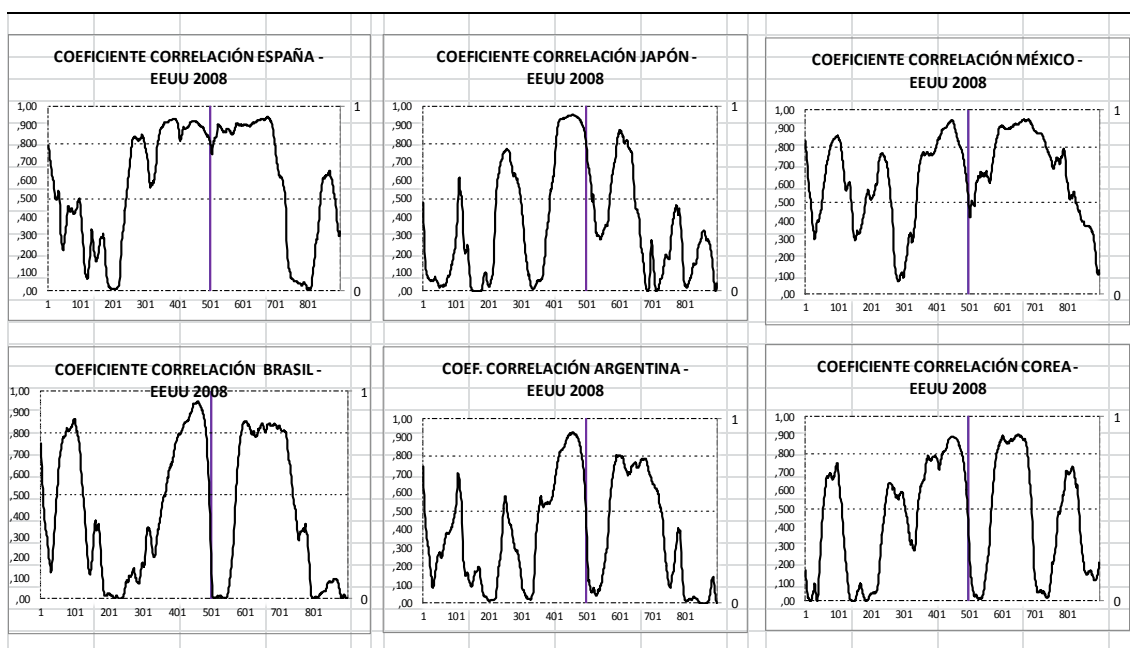
Pregunta 2 ¿Cuál es el grado de sincronización entre la dinámica de los índices de precios de bursátiles de los demás países con respecto a EEUU ante las crisis del 2001 y 2008 ocurridas en EEUU?

Para estudiar esta pregunta es posible realizar una primera aproximación mediante un análisis de correlación lineal entre las trayectorias de los índices bursátiles.

Para ello calcularemos el coeficiente de Pearson elevado al cuadrado para ventanas móviles de 100 días con un desplazamiento de un día tomando siempre como referencia la serie del IDJ. Se estudia la correlación lineal en los eventos del 2001 y 2008 como se muestra en las GRÁFICA 33 y 34 respectivamente.



GRÁFICA 33. Coeficiente de Pearson al cuadrado 2001 entre EEUU y los demás países



GRÁFICA 34. Coeficiente de Pearson al cuadrado 2008 entre EEUU y los demás países

A los efectos ilustrativos se representa mediante una línea vertical la ocurrencia del crash bursátil en la observación 500 de cada gráfico y se calculan algunos valores descriptivos de cada periodo CUADRO 6 y 7 respectivamente.

Medida	ESPAÑA	MEXICO	BRASIL	ARGENTINA	JAPON	COREA
Media	0,45	0,43	0,40	0,23	0,29	0,44
Mediana	0,43	0,41	0,35	0,12	0,20	0,45
Mínimo	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	0,89	0,91	0,90	0,77	0,85	0,84

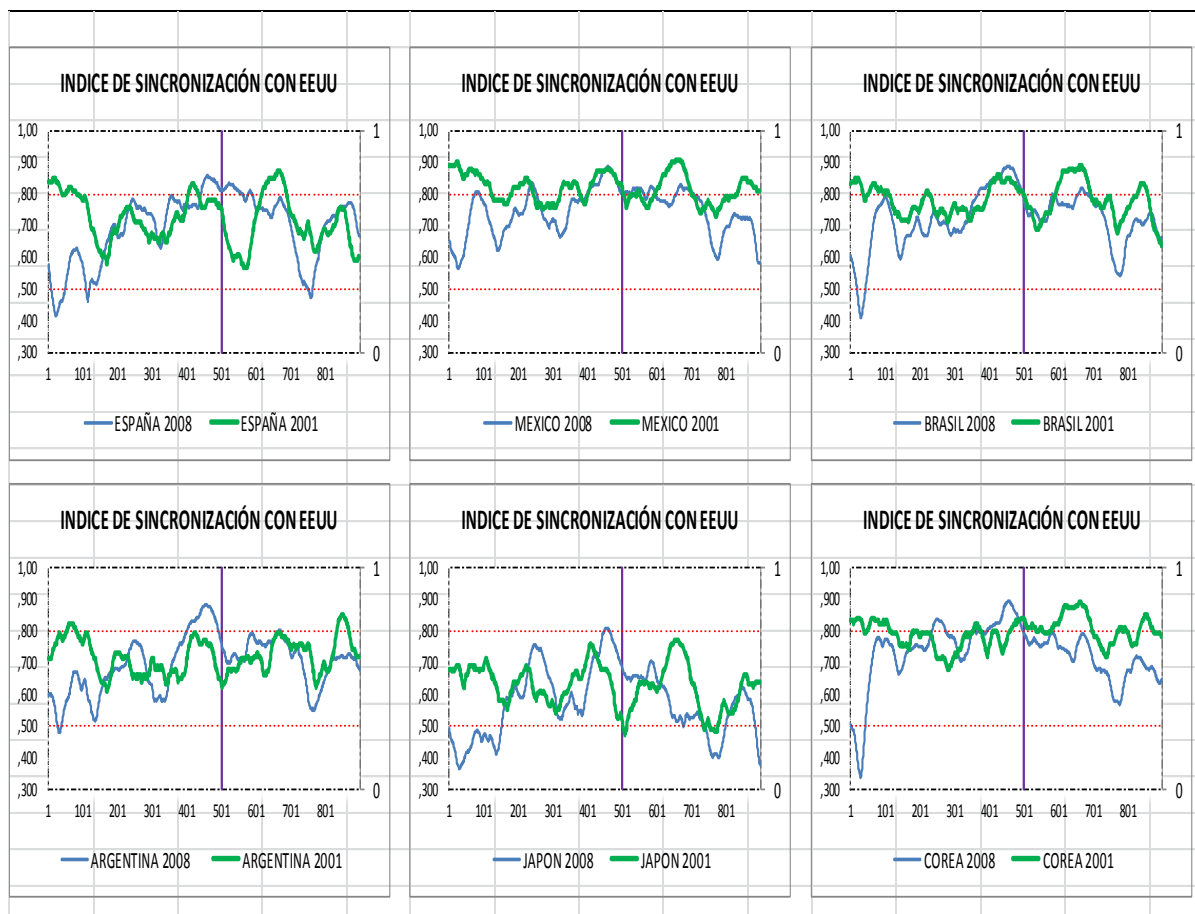
CUADRO 6. Medidas descriptivas del coeficiente de correlación lineal al cuadrado entre EEUU y los demás países periodo 2001

Medida	ESPAÑA	MEXICO	BRASIL	ARGENTINA	JAPON	COREA
Media	0,59	0,64	0,42	0,38	0,37	0,44
Mediana	0,65	0,69	0,35	0,32	0,29	0,50
Mínimo	0,01	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	0,94	0,95	0,95	0,93	0,96	0,90

CUADRO 7. Medidas descriptivas del coeficiente de correlación lineal al cuadrado entre EEUU y los demás países periodo 2008

Como se observa a partir del CUADRO 6 y 7 en el periodo 2008 la correlación lineal es mayor que en el caso del 2001. Otro elemento importante para destacar es que la correlación llega a ser 0 en alguna observación lo que está indicando la ausencia de relación de tipo lineal entre las trayectorias de los índices bursátiles en algún periodo de tiempo.

A continuación veremos que nos dice el ICS en cuanto a la sincronización entre los índices bursátiles para los mismos períodos y en las mismas ventanas móviles de forma de poder comparar los resultados obtenidos antes. Para ello se plantea en la GRÁFICA 35 la evolución del ICS entre los sistemas dinámicos del índice bursátil de EEUU tomado como referencia respecto a los sistemas dinámicos de los demás países para los periodos 2001 y 2008.



GRÁFICA 35. ICS entre EEUU y el resto de países para periodos 2001 y 2008

Lo primero que llama la atención al analizar la GRÁFICA 35 es que muestra una fotografía totalmente diferente a las GRÁFICA 33 y 34. Esto por un lado es totalmente lógico en el sentido que el coeficiente de correlación lineal al cuadrado y el ICS miden cosas diferentes. Sin embargo aparece la duda de cuál medida está representando la realidad de la forma más adecuada.

Un elemento que sugiere la representación a partir del ICS, sin desconocer que pueden haber mejores formas de medir la sincronización, es el hecho de que parece poco razonable que la relación entre índices bursátiles llegue a ser cero o casi cero durante un periodo grande de tiempo como muestra el coeficiente de correlación lineal de Pearson al cuadrado.

En la GRÁFICA 35 aparecen dos líneas horizontales en los valores 0.5 y 0.8 (al igual que en las GRÁFICA 33 y 34). Como se explica en el ANEXO 5 estos valores son tomados en cuenta de forma objetiva para considerar si el nivel de sincronización es bajo, mediano u alto.

A partir de la observación de la GRÁFICA 35 aparecen tres observaciones que merecen ser resaltadas en este momento. En primer lugar la sincronización nunca llega a ser cero ubicándose la mayor parte del tiempo entre 0.5 y 0.8 salvo el caso de algunos países como Japón que al comienzo del periodo de 2008 llega a ser 0.4. La segunda observación es que no parece haber diferencias en el nivel de sincronización entre los periodos 2001 y 2008. En tercer lugar no parecen existir diferencias evidentes en el grado de sincronización de EEUU con relación tanto a los países desarrollados como a los emergentes analizados.

Para concluir vamos a contrastar las hipótesis 3 y 4 de sincronización aplicadas al evento del 2008.

Hipótesis 3: El grado de sincronización entre las series de tiempo de los índices de precios de todos los mercados bursátiles aumentó con respecto a EEUU previo a la ocurrencia del crash bursátil del 2008.

Hipótesis 4: El cambio de régimen observado en la serie del IDJ en la crisis del 2008 está asociado con un cambio posterior en el grado de sincronización entre los mercados emergentes y EEUU.

En la GRÁFICA 36 se representa el ICS para el periodo 2008. Como se observa el ICS alcanza un máximo, en todos los casos, unas observaciones previas a la línea vertical ubicada en la observación 500.

El análisis visual parece sugerir que previo al crash del 2008 la sincronización aumenta en todos los mercados (incluidos los desarrollados) con respecto a EEUU y se observa un cambio en la transición del ICS luego de la ocurrencia del crash bursátil.

Para poder estar seguros de este análisis se procede a diseñar un contraste de hipótesis de medias de la siguiente forma:

- a. **Se elaboran** tres series a partir de las 900 observaciones de cada ICS. La primera serie contendrá los valores del ICS correspondiente a las observaciones 300 a 349, la segunda las observaciones 350 a 399 y la tercera las observaciones 400 a 449.
- b. Se realiza un contraste estadístico de medias para la series de la siguiente forma. Primero se realiza un contraste de medias entre la primer y segunda

serie para analizar si en el período previo a la ocurrencia de la crisis del 2008 se observa un aumento de la sincronización y por lo tanto poder contrastar la Hipótesis 3. En segundo lugar se realiza un contraste de medias entre la segunda y tercera serie para analizar si luego de ocurrida la crisis se observa un cambio en la sincronización para poder contrastar la Hipótesis 4.

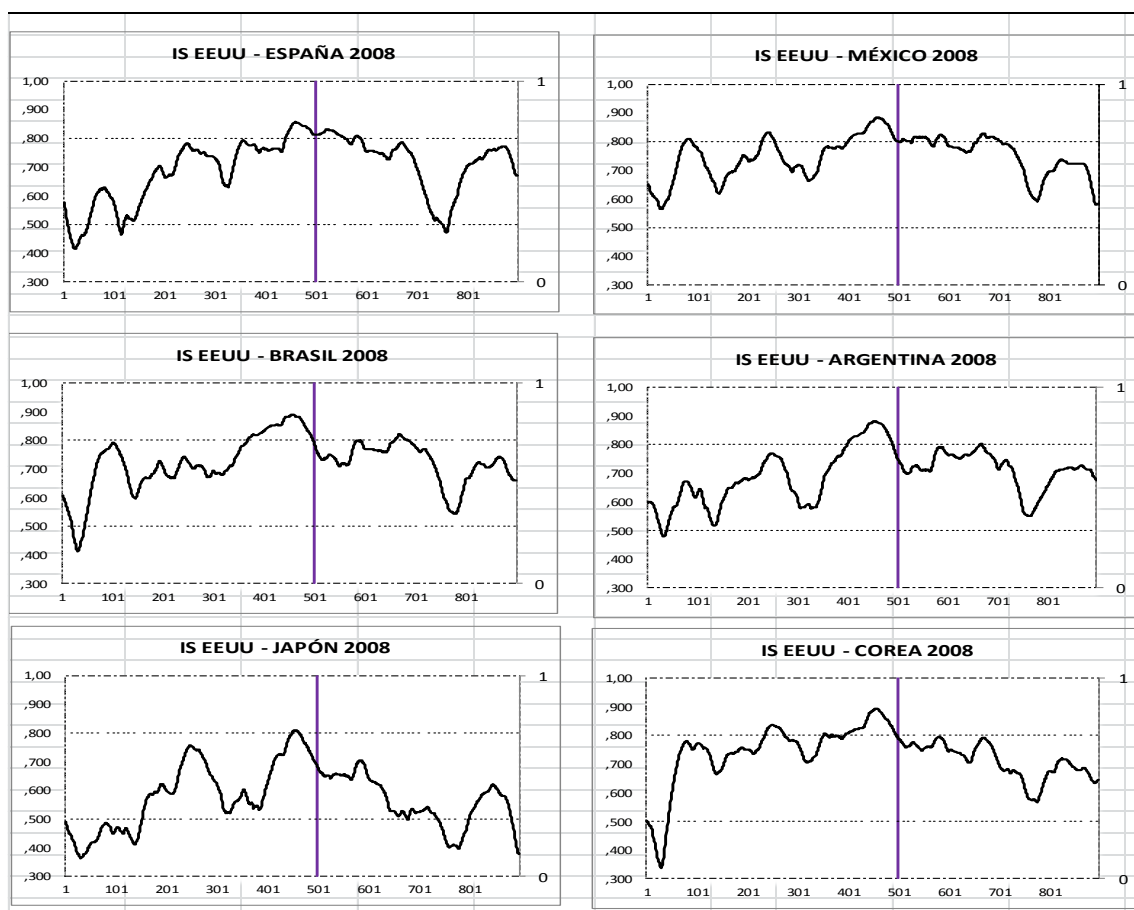
- c. En caso de rechazar la hipótesis nula de igualdad de medias del primer contraste y no rechazar la hipótesis nula del segundo contraste se tendrá evidencia significativa para no rechazar las hipótesis 3 y 4.

En ambos contrastes se somete a prueba la siguiente hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Donde μ_1 y μ_2 representan la media del ICS en el primer y segundo periodo definido respectivamente.



GRÁFICA 36. Índice complejo de sincronización para el periodo 2008

En el ANEXO 6 se pueden observar cada una de las pruebas de hipótesis realizadas y en el CUADRO 8 se presentan los resultados de este análisis para cada mercado bursátil.

PAIS	Hipotesis sincronización			
	antes crisis 2008		luego crisis 2008	
	Rech / No rech H0	Resultado	Rech / No rech H0	Resultado
España	Rech H0	aumenta	Rech H0	disminuye
Japón	Rech H0	aumenta	Rech H0	disminuye
Argentina	No Recha H0	se mantiene	Rech H0	disminuye
Brasil	Rech H0	disminuye	Rech H0	aumenta
Corea	Rech H0	aumenta	Rech H0	disminuye
México	Rech H0	disminuye	Rech H0	disminuye

CUADRO 8. Resumen de contrastes de Hipótesis 3

Los resultados encontrados a partir del contraste propuesto muestran varias regularidades en los resultados. Por un lado previo a la crisis del 2008 se observa un cambio en el grado sincronización de las series de índices bursátiles de todos los países en relación a EEUU con la excepción del caso de Argentina. Otro resultado interesante es que en el caso de los países desarrollados la sincronización aumenta mientras que para los emergentes disminuye previo a la ocurrencia de la crisis del 2008.

Por lo tanto se concluye que la Hipótesis 3 no se rechaza para los países desarrollados y si se rechaza para el caso de los países emergentes. Es decir que previo a la crisis del 2008 el grado de sincronización entre los mercados desarrollados y EEUU se incrementó mientras que con respecto a los emergentes disminuyó o se mantuvo.

Luego de ocurrida la crisis del 2008 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias en el nivel de sincronización entre los mercados emergentes y EEUU. En particular se observa una disminución en la sincronización entre EEUU y los demás países emergentes con la excepción de Brasil donde aumenta luego del cambio de régimen del 2008 observado en la serie del IDJ. Por lo tanto se observa que la Hipótesis 4 se cumple para casi todos los mercados emergentes analizados.

SÉPTIMA PARTE. CONCLUSIONES, VALIDACIÓN DE LAS HIPÓTESIS E IMPLICACIONES

Primer apartado. Conclusiones que surgen a partir de las preguntas planteadas

Antes de concluir se quiere destacar la posible precariedad de todos los resultados encontrados en cuanto que son un simple cálculo numérico de una realidad muy compleja que se busca describir. Como se explica en el ANEXO 2 la aplicación del análisis dinámico de recurrencia depende de varios parámetros y los resultados encontrados podrían ser cualitativamente diferentes para otra configuración de los mismos.

El análisis estadístico, de cambio de régimen, se utilizó para responder las preguntas 1.1 a 1.3 de forma conjunta. El análisis dinámico se utilizó para responder todas las preguntas y contrastar hipótesis de volatilidad y de sincronización.

Pregunta 1.1 ¿Cómo es la dinámica antes y después de la ocurrencia de un crash bursátil?

- Mediante el análisis estadístico se observó la capacidad de predecir varios días antes la ocurrencia del shock de tipo endógeno. En el caso del shock exógeno del 2001 los resultados encontrados fueron curiosos dado que se detectaron señales de alerta una semana antes del 11 de setiembre. Estos resultados nos resultaron sumamente curiosos y merecen una investigación aparte dado que o bien es un error en la aplicación de la técnica que no se pudo detectar o bien estaría indicando que el mercado tenía información del episodio del 11 setiembre. Una tercera posibilidad para los resultados encontrados radica en que la aplicación esté captando otra cosa que sea inobservable por el momento al analista y que pudiera estar dependiendo de las variables explicativas en las probabilidades de transición estudiadas.
- La evolución del IDJ previo y luego de ocurrido el crash bursátil es diferente en los tres episodios denominados endógenos en términos del

estudio de la tendencia. Sin embargo la medida LAM no detecta diferencias en las tendencias. Esto no es sorpresa dado que LAM es adecuada para describir cambios de transición y no para diferenciar grados de estacionariedad.

- Al analizar el IDJ mediante la medida RR se observan patrones muy similares en los tres periodos endógenos.
- Se mostró la utilidad del ICI para analizar la volatilidad. Al comparar el ICI con una medida estándar de volatilidad se observó que el ICI capta niveles mayores de volatilidad que la varianza y que la anticipa en una semana aproximadamente.

Pregunta 1.2 ¿Cuándo comienza el periodo de inestabilidad previo a un crash y cuánto dura?

Se observó una gran regularidad en el comienzo y duración del periodo de inestabilidad previo a un crash de tipo endógeno.

Pregunta 1.3 ¿Es posible distinguir si el origen de un crash es endógeno o exógeno al mercado?

- El análisis estadístico permitió identificar eventos de tipo endógeno pero no el de tipo exógeno a través de las probabilidades ex ante de cambio de régimen.
- A partir del análisis visual del IDJ no es posible diferenciar el tipo de evento.
- La medida LAM permite diferenciar entre tipos de eventos endógenos y exógenos
- También se descubrió que con el ICI es posible la distinción entre eventos de tipo endógeno y exógeno.

Pregunta 1.4 ¿Cómo ha sido la dinámica de los índices bursátiles de países desarrollados y emergentes ante los episodios de crisis del 2001 y 2008 en EEUU?

- Se descubrió que en el caso de España el evento del 2008 presenta un patrón de tipo endógeno cuando era esperable un patrón exógeno dado el efecto contagio luego de ocurrida la crisis del 2008 en EEUU. Lo curioso fue encontrar que en el 2001 también presentó un patrón del mismo tipo. Esta observación es relevante dado que nos está mostrando que un evento de tipo exógeno en una economía como EEUU presenta un patrón de tipo endógeno en otra como España cuando uno podría esperar el carácter doblemente exógeno de la crisis del 2001.
- Ante la ocurrencia del evento exógeno del 2001 en EEUU se encontró un comportamiento doblemente exógeno, de acuerdo a lo esperado, en los otros países.
- Respecto a la crisis del 2008 dado el carácter endógeno en EEUU se esperaba un fenómeno exógeno en los demás países. Sin embargo los resultados obtenidos a partir de las medidas de complejidad utilizadas parecen mostrar un patrón de tipo endógeno.
- Se planteó como pertinente la comparación de las duraciones promedio de los eventos de crisis de tipo endógeno encontrados para EEUU y los eventos del 2008 para todos los países encontrándose evidencia que muestra una similitud en el comienzo y duración de este tipo de fenómenos.
- Los resultados encontrados para la crisis del 2008 parecen sugerir que las trayectorias de los índices bursátiles de todos los países muestran patrones de dinámica sumamente similares.

Pregunta 2 ¿Cuál es el grado de sincronización entre la dinámica de los índices de precios de bursátiles de los demás países con respecto a EEUU ante las crisis del 2001 y 2008 ocurridas en EEUU?

- La sincronización medida a través del ICS nunca llega a ser cero ubicándose la mayor parte del tiempo entre 0.5 y 0.8 salvo el caso de algunos países como Japón que al comienzo del periodo de 2008 llega a ser 0.4.
- No parecen observarse diferencias en el nivel de sincronización entre los periodos 2001 y 2008.
- Se plantea la pertinencia del ICS como un indicador para medir la sincronización entre los mercados.

- No parecen existir diferencias evidentes en el grado de sincronización de EEUU con relación a los países desarrollados y a los emergentes analizados.

Segundo apartado. Validación de hipótesis e implicaciones de resultados

En este apartado se realiza un resumen de qué tipo de validación se ha obtenido de las hipótesis planteadas y algunas implicaciones en términos de resultados que avalan, cuestionan o rechazan las hipótesis. En la quinta parte de la tesis se realizó el estudio de las hipótesis denominadas de volatilidad mediante el análisis dinámico de recurrencia que se presentan nuevamente a continuación.

Hipótesis 1: Una serie cambia de régimen cuando cambia abruptamente la media de los valores que se observan. Ante la presencia de un cambio de régimen los valores de la serie presentan cambios en su volatilidad.

- Se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias en el índice bursátil para todos los países y, por lo tanto, se identifica un cambio significativo en la media de la serie ante la ocurrencia del crash bursátil.
- Por otro lado se rechaza la hipótesis de igualdad de medias del ICI (con la excepción de Japón en 2008 y Corea en 2001). Esto quiere decir que se identifica la presencia de un cambio de volatilidad de las series de índices bursátiles medida a través del ICI.
- Por lo tanto se encuentra evidencia estadística para afirmar que se rechaza la hipótesis 1 para el caso de Japón 2008 y Corea 2001 y no se rechaza la Hipótesis 1 para el resto de los países.

Hipótesis 2: La duración de los períodos de burbujas financieras previas a la crisis del 2008 en EEUU es mayor en los mercados de valores desarrollados respecto a los mercados de valores emergentes.

Los resultados encontrados parecen sugerir que la duración de los períodos de alta inestabilidad, previos a la crisis del 2008, fue mayor en los países desarrollados que

en los emergentes ($135 - 131 = 4$). Sin embargo no se cuenta con evidencia significativa para poder plantear que la hipótesis 2 no sea rechazada²⁹.

En la sexta parte de la tesis se realizó el estudio de las hipótesis denominadas de sincronización mediante el análisis dinámico que se presentan nuevamente a continuación.

Hipótesis 3: El grado de sincronización entre las series de tiempo de los índices de precios de todos los mercados bursátiles aumentó con respecto a EEUU previo a la ocurrencia del crash bursátil del 2008.

- El análisis visual parece sugerir que previo al crash del 2008 la sincronización aumenta en todos los mercados (incluidos los desarrollados) con respecto a EEUU y se observa un cambio en la transición del ICS luego de la ocurrencia del crash bursátil.
- Previo a la crisis del 2008 se observa un cambio en el grado de sincronización de la serie de índices bursátiles de todos los países en relación a EEUU con la excepción del caso de Argentina. En el caso de los países desarrollados la sincronización aumenta mientras que para los emergentes disminuye previo a la ocurrencia de la crisis del 2008.
- Se concluye que la hipótesis 3 no se rechaza para los países desarrollados y si se rechaza para el caso de los países emergentes. Es decir que previo a la crisis del 2008 el grado de sincronización entre los mercados desarrollados y EEUU se incrementó mientras que con respecto a los emergentes disminuyó o se mantuvo.

Hipótesis 4: El cambio de régimen observado en la serie del IDJ en la crisis del 2008 está asociado con un cambio posterior en el grado de sincronización entre los mercados emergentes y EEUU.

- Luego de ocurrida la crisis del 2008 se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias en el nivel de sincronización entre los mercados emergentes y EEUU. En particular se observa una disminución en la sincronización entre EEUU y los demás países emergentes con la excepción de Brasil donde aumenta luego del cambio de régimen del

²⁹ Dada la poca cantidad de países no es posible la realización de una prueba de hipótesis de comparación de medias.

2008 observado en la serie del IDJ. Por lo tanto se observa que la Hipótesis 4 se cumple para casi todos los mercados emergentes analizados.

Implicación de los resultados.

- Se observó una gran regularidad en los eventos de tipo endógeno ocurridos en EEUU previo a la ocurrencia de un crash bursátil.
- Se descubrió que con el ICI es posible la distinción entre eventos de tipo endógeno y exógeno.
- Se la pertinencia para analizar la sincronización entre los mercados mediante el ICS.
- A partir del ICS se destacan un par de descubrimientos importantes. En primer lugar, que no se observan diferencias significativas en el nivel de sincronización en los periodos 2001 (episodio exógeno) y 2008 (episodio endógeno). En segundo lugar, no parecen existir diferencias evidentes entre el grado de sincronización de EEUU en relación a los países desarrollados y a los emergentes analizados.
- Estas observaciones conducen a una importante reflexión en relación a la forma de analizar una serie temporal. Cuando uno analiza la serie tiempo de índice de precio bursátil en el dominio del tiempo en base a una simple inspección visual es posible reconocer cambios en la tendencia de la serie y por lo tanto proceder a un algún método para hacerla estacionaria si es que uno busca aplicar alguna técnica lineal de análisis de series temporales. Sin embargo cuando uno estudia la misma serie temporal considerándola con los métodos de sistemas dinámicos se observa que las medidas de complejidad tienen patrones de regularidad sorprendentes entre los episodios de crash bursátil. Estos resultados son complementarios. La ventaja de trabajar con el concepto de recurrencia es que no es necesario tener en cuenta la tendencia y por lo tanto la falta de estacionariedad para sacar conclusiones importantes sobre la dinámica del IDJ.

Las implicaciones planteadas y varios de los resultados presentados en las partes 4 a 6 de la tesis están mostrando que todas las trayectorias de precios

en los mercados financieros parecen moverse iguales más allá del grado de desarrollo que presenten.

Tercer apartado. Contribuciones de orden metodológico

En este apartado se realiza un balance de las contribuciones de orden metodológico para el análisis de series de alta periodicidad que hayan surgido y las sugerencias para posteriores aplicaciones.

Desde el punto de vista metodológico se destaca como contribución la utilización de dos técnicas de análisis en el tratamiento de la irregularidad observada en los mercados de forma complementaria. Por un lado, modelos de cambio de régimen de Markov, que considera la irregularidad como exógena al sistema y que la expresa en términos de funciones de distribución de probabilidad. Por otro lado, herramientas de dinámica caótica, que permiten considerar la irregularidad como parte del sistema, es decir, como endógena al mismo.

Dentro del análisis dinámico se realizó el análisis de recurrencia a series de tiempo de alta frecuencia de forma univariada y bivariada. En ambos tipos de análisis se intentó realizar una contribución de orden metodológico en la elaboración de medidas que permitan estudiar la volatilidad en una serie de tiempo univariada y el grado de sincronización entre pares de series temporales.

Para el estudio de la volatilidad se propuso un indicador basado en una combinación de medidas de complejidad cuya elaboración se explica en el ANEXO 4. Para el estudio del grado de sincronización se propone un indicador de sincronización que se basa en probabilidades conjuntas y marginales de recurrencias cuya elaboración se explica en el ANEXO 5.

Como sugerencias para futuras investigaciones planteamos la necesidad de realizar más estudios de este tipo con una mayor cantidad de países y periodos de forma de descubrir si es posible encontrar regularidades empíricas a partir de sistemas dinámicos no lineales y el enfoque de complejidad.

Cuarto apartado. Implicaciones de teoría económica

Esta investigación y los métodos de análisis empleados tienen implicaciones referentes a las hipótesis teóricas de HME e HIF y a ciertas teorías introducidas. Sin acotar los posibles alcances teóricos de la investigación se destacan las siguientes:

- a) La presencia de ciertos fenómenos que se conocen bajo el nombre de hechos estilizados (camino aleatorio, no normalidad y colas pesadas, normalidad agregada, volatilidad no constante y agrupada y asimetría en volatilidad) en las trayectorias de índices de precios bursátiles tiene como consecuencia el incumplimiento de la HME y por lo tanto se requieren otras explicaciones complementarias a la HME como por ejemplo la HIF.
- b) El análisis no lineal es complejo pero es necesario en economía y por tanto es indispensable que se introduzcan conceptos e instrumentos nuevos relacionados con análisis no lineal. En este sentido, la existencia de hechos estilizados en las trayectorias de índices de precios bursátiles justifican la utilización de técnicas de análisis no lineales en esta investigación (análisis estadístico de cambio de régimen y análisis dinámico de recurrencia) para la descripción y representación de la irregularidad observada en dichas trayectorias.
- c) La utilización de sistemas dinámicos no lineales permite explicar de manera endógena la evolución de algunas variables económicas de comportamiento muy irregular. Esto tiene grandes consecuencias para la teoría económica en general que suele realizar análisis mediante modelizaciones lineales y recurriendo a la existencia de shocks exógenos para representar la irregularidad observada en las series económicas.

REFERENCIAS

- ABIAD, A (2003) Early Warning Systems: A Survey and a Regime-Switching Approach International Monetary Fund.
- ADDO, M. y GUEGAN, D. (2013) Nonlinear dynamics and recurrence plots for detecting financial crisis. The North American Journal of Economics and Finance.
- ROSSER, B. (1999) On the Complexities of Complex Economic Dynamics The Journal of Economic Perspectives, Vol. 13, No. 4
- BASTOS, J. A., y CRIADO J. (2011) Recurrence quantification analysis of global stock markets" Physica A: Statistical Mechanics and its Applications
- BAUMOL, J. W y BENHABID, J. (1989) Significance, Mechanism, and Economic Applications The Journal of Economic Perspectives, Vol. 3, No. 1
- BRIN, M. y STRUCK, G. (2003) Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press
- BROCK, W. A., y DECHERT, W. D. (1991). Non-linear dynamical systems: instability and chaos in economics. Handbook of mathematical economics, 4, 2209-2235.
- DIEBOLD, F. X., LEE, J. H., y WEINBACH, G. C. (1994). Regime switching with time-varying transition probabilities.
- ECKMANN, KAMPHORST y RUELLE, Recurrence plots of dynamical systems, Europhys. Lett. 5 (1987) 973–977.†
- FABRETTI, A. y AUSLOOS, M. (2005) Recurrence plot and recurrence quantification analysis techniques for detecting a critical regime. Examples from financial market indices. International Journal of Modern Physics C 16.05
- FAMA, E.F. (1970) Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work. The Journal of Finance, 25, Nº 2, mayo, pág. 383.
- FAMA, E. F. (1991). Efficient capital markets: II. The journal of finance, 46(5), 1575-1617.
- FAMA, E.F., FISHER, L., JANSEN , M. y ROLL, R. (1969) The Adjustment of Stock Prices to New Information , International Economic Review, 10,
- FERNÁNDEZ, D. (2011) Sistema de Alerta Temprana para Uruguay trabajo presentado en las Jornadas Académicas de FCEA. Montevideo Uruguay
- FERNÁNDEZ, D. y PEYROUS, N. (2005). Política Cambiaria Endógena en Uruguay. Aplicación de Modelos de Cambio de Régimen de Markov. Tesis de grado para obtener título Licenciado Economía. UDELAR.
- FRASER, ANDREW M., y SWINNEY. (1986) Independent coordinates for strange attractors from mutual information. Physical review A 33.2

- FRIEDMAN, M., y JACOBSON, A. (1963). A Monetary History of the United States, 1867-1960. Princeton: Princeton University Press.
- HAMILTON, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 357-384.
- GOSWAMI, B., AMBIKA, G., MARWAN, N., y KURTHS, J. (2012). On interrelations of recurrences and connectivity trends between stock indices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(18), 4364-4376.
- GUHATHAKURT, K., BASABI BHATTACHARYA, y CHOWDHURY A. (2010). Using recurrence plot analysis to distinguish between endogenous and exogenous stock market crashes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 389.9 1874-1882.
- HUGET, M. (2012). Las crisis financieras internacionales 1929 – 2008. Historia y memoria contemporánea. Universidad Carlos III Madrid Libro titulado: Los procesos de integración regional frente a la crisis financiera internacional.
- JONDEAU, E., ROCKINGER, M. y POON, S.-H. (2007) *Financial Modeling ,Under Non-Gaussian Distribution*, London: Springer-Verlag.
- KALDOR, N. (1957). A model of Economic Growth, *Economic Journal*. Vol.68, December 591-624
- KALEMLI-ÖZCAN, S (2014). La crisis financiera global y su contagio a mercados emergentes. Banco Central Chile Notas de investigación 26.
- KANTZ, H. y SCHREIBER, T. (2003) *Non Linear Time Series Analysis*, 2nd ed., Cambridge: Cambridge University Press.
- KENNEL, M. B., BROWN, R., y ABARBANEL, H. D. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical review A*, 45(6), 3403.
- KINDLEBERGER (1978). *Manias, Panics and Crashes*. New York, Basic Books
- MANDELBROT, B. (1963) The Variation of Certain Speculative Prices, *The Journal of business*, 36(4), 394-419.
- MARKARIAN, R. (2003). La dimensión humana de la Matemática. Editorial: Correo del Maestro - La Vasija , México.
- MARWAN, N., ROMANO, D., THIEL, M., & KURTHS, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, 438(5), 237-329.
- MINSKY, M. L. (1972). *Artificial Intelligence*. McGraw-Hill, New York.
- PISKUM, OLEKSANDR, y PISKUN. (2011) *Recurrence Quantification Analysis of Financial Market Crashes and Crises"* arXiv preprint arXiv:1107.5420.

- ROMANO, M. C., THIEL, M., KURTHS, J., KISS, I. Z., y HUDSON, J. L. (2005). Detection of synchronization for non-phase-coherent and non-stationary data. EPL (Europhysics Letters), 71(3), 466.
- SHANNON, CE. 1948 «A Mathematical Theory of Communication», Bell System Tech. Journal Vol. 27, pp. 379-423, 623-656.
- TAKENS, F., Detecting strange attractors in turbulence, Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics, vol. 898, Springer, Berlin, 1981, pp. 366–381.
- WEBBER Jr, C. L., y ZBILUT, J. P. (2005). Recurrence quantification analysis of nonlinear dynamical systems. Tutorials in contemporary nonlinear methods for the behavioral sciences, 26-94.
- ZBILUT, J. P. (2005). Use of recurrence quantification analysis in economic time series. In Economics: Complex Windows (pp. 91-104). Springer Milan.
- ZBILUT, J. P., y WEBBER Jr, C. L. (2007). Recurrence quantification analysis: Introduction and historical context. International Journal of Bifurcation and Chaos, 17(10), 3477-3481.

ANEXO 1. PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA

1. TEST DICKEY FULLER DE RAÍZ UNITARIA PARA EL PERIODO 1929

Null Hypothesis: IDJ has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.353885	0.9142
Test critical values:		
1% level	-3.436676	
5% level	-2.864222	
10% level	-2.568250	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(IDJ)

Method: Least Squares

Date: 01/20/14 Time: 10:19

Sample (adjusted): 2 1000

Included observations: 999 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IDJ(-1)	-0.000784	0.002215	-0.353885	0.7235
C	0.104897	0.535134	0.196020	0.8446
R-squared	0.000126	Mean dependent var		-0.077558
Adjusted R-squared	-0.000877	S.D. dependent var		4.528871

S.E. of regression	4.530858	Akaike info criterion	5.861700
Sum squared resid	20467.08	Schwarz criterion	5.871523
Log likelihood	-2925.919	Hannan-Quinn criter.	5.865433
F-statistic	0.125235	Durbin-Watson stat	2.018707
Prob(F-statistic)	0.723500		

2. TEST DICKEY FULLER DE RAÍZ UNITARIA PARA EL PERIODO 2001

Null Hypothesis: IDJ2001 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.115922	0.2385
Test critical values: 1% level	-3.436676	
5% level	-2.864222	
10% level	-2.568250	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(IDJ2001)
Method: Least Squares
Date: 01/20/14 Time: 10:31
Sample (adjusted): 2 1000
Included observations: 999 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IDJ2001(-1)	-0.008547	0.004039	-2.115922	0.0346
C	82.90742	40.03702	2.070769	0.0386
R-squared	0.004471	Mean dependent var	-1.365506	
Adjusted R-squared	0.003472	S.D. dependent var	129.3669	
S.E. of regression	129.1421	Akaike info criterion	12.56170	
Sum squared resid	16627654	Schwarz criterion	12.57153	
Log likelihood	-6272.571	Hannan-Quinn criter.	12.56544	
F-statistic	4.477126	Durbin-Watson stat	2.024067	
Prob(F-statistic)	0.034599			

3. TEST DICKEY FULLER DE RAÍZ UNITARIA PARA EL PERIODO 2008

Null Hypothesis: IDJ2008 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.090768	0.7213
Test critical values: 1% level	-3.436689	
5% level	-2.864227	
10% level	-2.568253	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(IDJ2008)
Method: Least Squares
Date: 01/20/14 Time: 10:33
Sample (adjusted): 4 1000
Included observations: 997 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
IDJ2008(-1)	-0.002861	0.002622	-1.090768	0.2756
D(IDJ2008(-1))	-0.137578	0.031605	-4.353038	0.0000
D(IDJ2008(-2))	-0.094613	0.031593	-2.994703	0.0028
C	30.15473	29.38095	1.026336	0.3050
R-squared	0.026316	Mean dependent var	-1.191364	
Adjusted R-squared	0.023375	S.D. dependent var	154.9483	
S.E. of regression	153.1267	Akaike info criterion	12.90441	
Sum squared resid	23283650	Schwarz criterion	12.92409	
Log likelihood	-6428.850	Hannan-Quinn criter.	12.91189	
F-statistic	8.946106	Durbin-Watson stat	1.987521	
Prob(F-statistic)	0.000008			

ANEXO 2. DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS NECESARIOS EN EL ANÁLISIS DE RECURRENCIA

Siguiendo a WEBBER Y ZBILUT (2005) se explican las etapas previas necesarias para la aplicación del análisis de recurrencia tomando como ejemplo a la serie del IDJ para el período denominado 2008 (04-oct-06 al 23-set-10). Dado la definición de sistemas dinámico y dado que nosotros sólo observamos la realización de una única serie temporal se presenta un problema que requiere la reconstrucción del espacio de estados.

1. Retardo τ . Cuando se están analizando flujos, es decir que el sistema dinámico está medido en tiempo continuo, la determinación del parámetro de inmersión τ se puede obtener a partir del método propuesto por FRASER Y SWINNEY (1986). Sin embargo cuando se están analizando sistemas dinámicos medidos en tiempo discreto lo correcto es tomar un $\tau = 1$ dadas las recomendaciones de WEBBER Y ZBILUT (2005). En el caso de las series de índices bursátiles lo correcto no es analizarlas como flujos dado que son series medidas en intervalos diarios. En el caso de esta investigación consideramos un retardo $\tau = 1$ para todas las series a estudiar. Finalmente otro argumento importante de trabajar con un valor de $\tau = 1$ es que se toma en cuenta toda la información disponible en la serie temporal.

2. Dimensión de inmersión m. Para la determinación del parámetro de inmersión m existen diferentes criterios en la literatura especializada y en los antecedentes presentados. Algunos autores trabajan con un valor de $m = 1$ dado que un índice de precio es un promedio ponderado de varias series y por lo tanto de dimensión 1 mientras que otros se basan en el método de porcentaje de falsos vecinos (FNN) desarrollado por KENNEL ET AL (1992).

Un falso vecino es un punto en los datos que aparenta ser vecino a otro punto debido a que la órbita se ve en un espacio de dimensión pequeño. Por ejemplo dos puntos en un círculo pueden aparecer cercanos entre sí a pesar de no estarlo si por ejemplo, el círculo se ve de costado y al aumentar la dimensión m por 1 del espacio de fases reconstruido es posible diferenciar los puntos de la órbita. Es decir diferenciar entre aquellos puntos que son vecinos reales de los que no.

Sea $y(i)$ un punto del espacio reconstruido a partir de la serie de índice bursátil normalizada. Llamemos como $y(i)^r$ al vecino cercano r ésimo y calculemos la distancia euclídeana L_2

$$R_m^2(y(i), y(i)^r) = \sum_{k=1}^{m-1} [y(i + k\tau) - y^r(i + k\tau)]^2$$

Luengo aumentamos de m a $m + 1$ y calculamos la nueva distancia, es decir

$$R_{m+1}^2(y(i), y(i)^r)$$

$$R_{m+1}^2(y(i), y(i)^r) = R_m^2(y(i), y(i)^r) + [y(i + m\tau) - y^r(i + m\tau)]^2$$

El punto $y^r(i)$ se dice falso vecino cercano si

$$\left[\frac{R_{m+1}^2(y(i), y(i)^r) - R_m^2(y(i), y(i)^r)}{R_m^2(y(i), y(i)^r)} \right] > R_{tol}$$

Donde R_{tol} es un umbral predefinido. Hay que tener en cuenta el número de falsos vecinos cercanos depende de R_{tol} . Kennel et al. encontraron que para un $R_{tol} \geq 10$ se identifican claramente los falsos vecinos cercanos. Según el método de Kennel et al (1992), la dimensión de inmersión se encuentra en el primer valor que cae hacia cero de la FNN.

Dada la discrepancia encontrada en los criterios seguidos en la literatura, se tomó la decisión de aplicar ambas recomendaciones. Por lo tanto se resuelve trabajar con $m =$

1 y con el m que surge de aplicar el método propuesto en KENNEL ET AL (1992) que para el caso de IDJ del periodo 2008 da un $m = 5$.

3. Parámetro radio. Luego de reconstruido el espacio de fases del sistema dinámico se procede al cálculo de los puntos recurrentes. Dado que cada par de coordenadas representan un punto en el tiempo, cuando decimos que un punto i y j son recurrentes queremos decir que el estado del sistema en el momento i tiene alguna similitud con el estado del sistema en el momento j . En otras palabras queremos decir que el sistema se ubica en órbitas próximas. Para la determinación de la similitud entre dos estados, representados por vectores retardados, se calcula la distancia entre ambos.

Respecto al radio, dado que no existe consenso sobre este punto, se analizan diferentes configuraciones de umbrales tomando las recomendaciones anteriores y se propone un criterio que sintetiza estas alternativas en un único valor de umbral que en el CUADRO 8³⁰ se denomina promedio final.

					Umbral en relación Desvío Estandar				UMBRALES PROMEDIOS SOBRE DE		PROMEDIO
					A	B	C	D	AB	CD	ABCD
D	M	PSS MAX	PSS MEAN	DE	5% MAX	5% MEAN	10% MAX	10% MEAN	5%	10%	FINAL
1	1	7617.50	2615.70	1850.48	0.21	0.07	0.41	0.14	0.14	0.28	0.21
1	5	16559.00	5859.20	1850.48	0.45	0.16	0.89	0.32	0.30	0.61	0.45

CUADRO 8. Cálculo de umbral para el caso IDJ 2008

Procedimiento de umbral propuesto:

1. Se calcula el tamaño máximo (PSS MAX) y medio (PSS MEAN) del espacio de fases reconstruido para la combinación de parámetros de inmersión $\tau = 1$, $m = 1$ y $\tau = 1$, $m = 5$.
2. Se aplican los criterios del 5% y 10% sobre ambas medidas.
3. El programa de Marwan³¹ que se utiliza para realizar todos los cálculos en esta investigación requiere introducir el valor del radio como porcentaje del desvío estándar de la serie. Por lo tanto se calcula el desvío estándar (DE) de la serie y se calcula el ratio de umbral/DE (columnas A, B, C y D)³².

³⁰ La primera columna denominada D contiene los valores de parámetros de retardo τ .

³¹ Para todos los análisis de recurrencia se utilizó el programa Cross Recurrence Plot Toolbox 5.17 (R28.20) cedido por Norbert Marwan bajo pedido y disponible en <http://tocsy.pik-potsdam.de/CRPtoolbox/index.html>

³² La desviación estándar se calcula a la serie de índices de precios bursátiles sin transformar.

4. Se promedian los valores de los ratios al 5% y al 10% por un lado (columnas AB y CD respectivamente)
5. Finalmente se promedian los valores obtenidos en el punto anterior (columna ABCD de promedio final)

De estas etapas se obtiene el promedio final que en el caso de $\tau = 1$ y $m = 1$ es 0.21 del desvío estándar y en el caso de $\tau = 1$ y $m = 5$ es 0.45DE. A partir de este criterio aplicado para determinar el radio se calculan dos matrices de recurrencia para la serie del IDJ del periodo 2008 y se calculan las medidas de complejidad a partir de cada MR. Este doble juego de medidas de complejidad para un único sistema dinámico luego son resumidas en un solo grupo de medidas como será explicado más adelante. Este único grupo de medidas de complejidad serán utilizadas para responder las preguntas operativas 1 y contrastar las hipótesis de volatilidad planteadas³³.

A manera de ejemplo se muestra en las siguientes tablas el análisis de parámetros de inmersión realizado para los periodos 2001 y 2008.

						Umbral sobre PSS					Umbral en relación Desvío Estandar				PROMEDIO		PROMEDIO	
											A	B	C	D	AB	CD	ABCD	
SERIE	PERIODO	DIAS	D	M	PSS MAX	PSS MEAN	5% MAX	5% MEAN	10%MAX	10%MEAN	DE	5% MAX	5% MEAN	10%MAX	10%MEAN	5%	10%	FINAL
EEUU	2001	1000	1	1	4436,70	1429,90	221,84	71,50	443,67	142,99	1011,61	0,22	0,07	0,44	0,14	0,14	0,29	0,22
			1	5	9245,00	3201,30	462,25	160,07	924,50	320,13	1011,61	0,46	0,16	0,91	0,32	0,31	0,62	0,46
ESPAÑA	2001	1000	1	1	7452,30	2701,90	372,62	135,10	745,23	270,19	1911,49	0,19	0,07	0,39	0,14	0,13	0,27	0,20
			1	5	16269,00	6048,30	813,45	302,42	1626,90	604,83	1911,49	0,43	0,16	0,85	0,32	0,29	0,58	0,44
MEXICO	2001	1000	1	1	3494,60	901,76	174,73	45,09	349,46	90,18	637,96	0,27	0,07	0,55	0,14	0,17	0,34	0,26
			1	5	7132,20	2001,80	356,61	100,09	713,22	200,18	637,96	0,56	0,16	1,12	0,31	0,36	0,72	0,54
BRASIL	2001	1000	1	1	10581,00	3437,30	529,05	171,87	1058,10	343,73	2431,75	0,22	0,07	0,44	0,14	0,14	0,29	0,22
			1	5	22186,00	7683,40	1109,30	384,17	2218,60	768,34	2431,75	0,46	0,16	0,91	0,32	0,31	0,61	0,46
ARGENTINA	2001	1000	1	1	668,74	191,04	33,44	9,55	66,87	19,10	135,15	0,25	0,07	0,49	0,14	0,16	0,32	0,24
			1	5	1469,40	424,49	73,47	21,22	146,94	42,45	135,15	0,54	0,16	1,09	0,31	0,35	0,70	0,53
JAPÓN	2001	1000	1	1	13225,00	5147,70	661,25	257,39	1322,50	514,77	3641,83	0,18	0,07	0,36	0,14	0,13	0,25	0,19
			1	5	28707,00	11507,00	1435,35	575,35	2870,70	1150,70	3641,83	0,39	0,16	0,79	0,32	0,28	0,55	0,41
COREA	2001	1000	1	1	590,28	189,54	29,51	9,48	59,03	18,95	134,09	0,22	0,07	0,44	0,14	0,15	0,29	0,22
			1	5	1208,60	423,63	60,43	21,18	120,86	42,36	134,09	0,45	0,16	0,90	0,32	0,30	0,61	0,46

³³ En el ANEXO 5 se presentan los parámetros de inmersión para todos los países en el periodo 2001 y 2008.

						Umbral sobre PSS				Umbral en relación Desvío Estandar				PROMEDIO		PROMEDIO		
																ABCD		
SERIE	PERIODO	DIAS	D	M	PSS MAX	PSS MEAN	5% MAX	5% MEAN	10%MAX	10%MEAN	DE	5% MAX	5% MEAN	10%MAX	10%MEAN	5%	10%	FINAL
EEUU	2008	1000	1	1	7617,50	2615,70	380,88	130,79	761,75	261,57	1850,48	0,21	0,07	0,41	0,14	0,14	0,28	0,21
			1	5	16559,00	5859,20	827,95	292,96	1655,90	585,92	1850,48	0,45	0,16	0,89	0,32	0,30	0,61	0,45
ESPAÑA	2008	1000	1	1	9128,30	3255,90	456,42	162,80	912,83	325,59	2303,39	0,20	0,07	0,40	0,14	0,13	0,27	0,201619
			1	5	19767,00	7289,90	988,35	364,50	1976,70	728,99	2303,39	0,43	0,16	0,86	0,32	0,29	0,59	0,440495
MEXICO	2008	1000	1	1	17266,00	5895,70	863,30	294,79	1726,60	589,57	4170,95	0,21	0,07	0,41	0,14	0,14	0,28	0,21
			1	5	37354,00	13160,00	1867,70	658,00	3735,40	1316,00	4170,95	0,45	0,16	0,90	0,32	0,30	0,61	0,45
BRASIL	2008	1000	1	1	44082,00	15177,00	2204,10	758,85	4408,20	1517,70	#####	0,21	0,07	0,41	0,14	0,14	0,28	0,21
			1	5	89858,00	33824,00	4492,90	1691,20	8985,80	3382,40	#####	0,42	0,16	0,84	0,32	0,29	0,58	0,43
ARGENTINA	2008	1000	1	1	1901,60	593,50	95,08	29,67	190,16	59,35	419,88	0,23	0,07	0,45	0,14	0,15	0,30	0,22
			1	5	4068,80	1324,50	203,44	66,23	406,88	132,45	419,88	0,48	0,16	0,97	0,32	0,32	0,64	0,48
JAPÓN	2008	1000	1	1	11207,00	4748,90	560,35	237,45	1120,70	474,89	3359,67	0,17	0,07	0,33	0,14	0,12	0,24	0,18
			1	5	24668,00	10621,00	1233,40	531,05	2466,80	1062,10	3359,67	0,37	0,16	0,73	0,32	0,26	0,53	0,39
COREA	2008	1000	1	1	1126,10	333,76	56,31	16,69	112,61	33,38	236,12	0,24	0,07	0,48	0,14	0,15	0,31	0,23
			1	5	2403,50	746,24	120,18	37,31	240,35	74,62	236,12	0,51	0,16	1,02	0,32	0,33	0,67	0,50

4. Obtención de matriz distancia y recurrencia. La MD computa las distancias entre cada estado del espacio de fases reconstruido. Como se muestra, a modo de ejemplo, en las GRÁFICA 13 y 14 es posible codificar las distancias en colores. Cada color está indicando entonces una distancia donde el color rojo está mostrando los estados más alejados y el azul los más próximos.

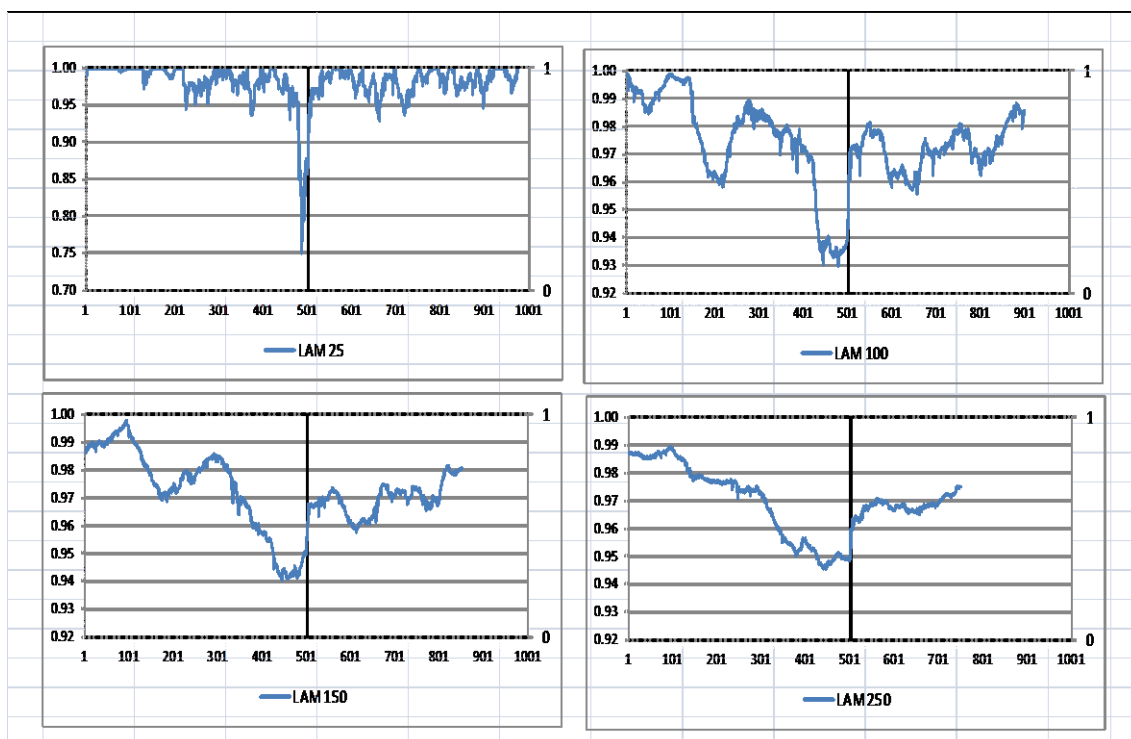
Lo explicado anteriormente requiere la elección de una norma para medir la distancia y de un radio. En esta investigación se utilizará la norma euclídeana para computar la distancia. Sean $\vec{x}(i)$ y $\vec{x}(j)$ dos vectores retardados del espacio reconstruido. Se calcula la distancia mediante la norma euclídea entre ambos vectores. El cálculo de las distancias entre todos los vectores retardados da lugar a la matriz de distancia (MD) que se formaliza a continuación:

$$MD_{i,j} = \left\| \vec{x}(i) - \vec{x}(j) \right\|$$

Se considera que dos estados son recurrentes si la distancia entre ambos es menor que un cierto umbral o radio constante dado. Existen varios métodos recomendados en la literatura y no hay acuerdo sobre cual aplicar. Entre las principales

recomendaciones (ZBILUT Y WEBBER 2007) está la utilización de un 5% o 10% del tamaño máximo o promedio del espacio de fases³⁴.

5. Cálculo de medidas de complejidad. El cálculo de las medidas de complejidad se realiza para ventanas móviles. Uno de los temas clave es determinar el tamaño de la ventana w adecuado. En la literatura se han utilizado diferentes tamaños de ventanas con diferentes desplazamientos. En esta investigación se procedió a calcular, con $\tau = 1$ y $m = 1$ y ventanas de tamaño 25, 100, 150 y 250 (tamaños utilizados en los trabajos presentados como antecedentes) con desplazamiento de un día, las medidas de complejidad para la serie del IDJ. Luego se analizaron cada una de las medidas de complejidad y se compararon de forma de ver qué tamaño de ventana captaba mejor la dinámica del índice bursátil. De todas las medidas de complejidad se observó que las medidas LAM y DET son las más sensibles para la identificación de los episodios de crash bursátil. Dado lo anterior y las investigaciones de otros autores en la materia presentados en los antecedentes se optó por tomar la medida LAM como criterio para elegir el tamaño de ventana.



GRÁFICA 37. Medida LAM calculada con diferentes ventanas

³⁴ El tamaño máximo de un espacio de fases refiere al diámetro máximo que separa a dos puntos del espacio de estados reconstruido. El tamaño promedio refiere al promedio de los diámetros entre todos los puntos del espacio de estados reconstruido.

En la GRÁFICA 37 se presenta el gráfico de la medida de complejidad LAM para cada uno de los tamaños de ventanas explicados. La línea vertical que se observa en la observación 500 corresponde a la caída IDJ experimentada en el 2008. Como se observa en los gráficos al trabajar por ejemplo con una ventana de tamaño $w = 25$ que se desplazan cada 1 día sobre un periodo de 1000 días se pueden calcular 975 medidas de complejidad. Cada punto del gráfico corresponde al cálculo de la medida LAM en una ventana de tamaño w . Por convención el primer valor de LAM corresponde a la primera ventana y se asigna al comienzo del periodo w .

La decisión del tamaño adecuado para w se realizó observando el comportamiento de la medida LAM previo a la observación 500. Con una ventana de tamaño 25 se observa un cambio en la dinámica muy pequeño, en cuanto a su duración, mientras que con un tamaño de 250 es demasiado amplio. Dadas estas observaciones se considera tomar un valor de ventana de tamaño 100. Este valor de aproximadamente 3 meses consiste en un intervalo de tiempo adecuado para mostrar la dinámica de los índices bursátiles a lo largo de la ocurrencia de un crash bursátil.

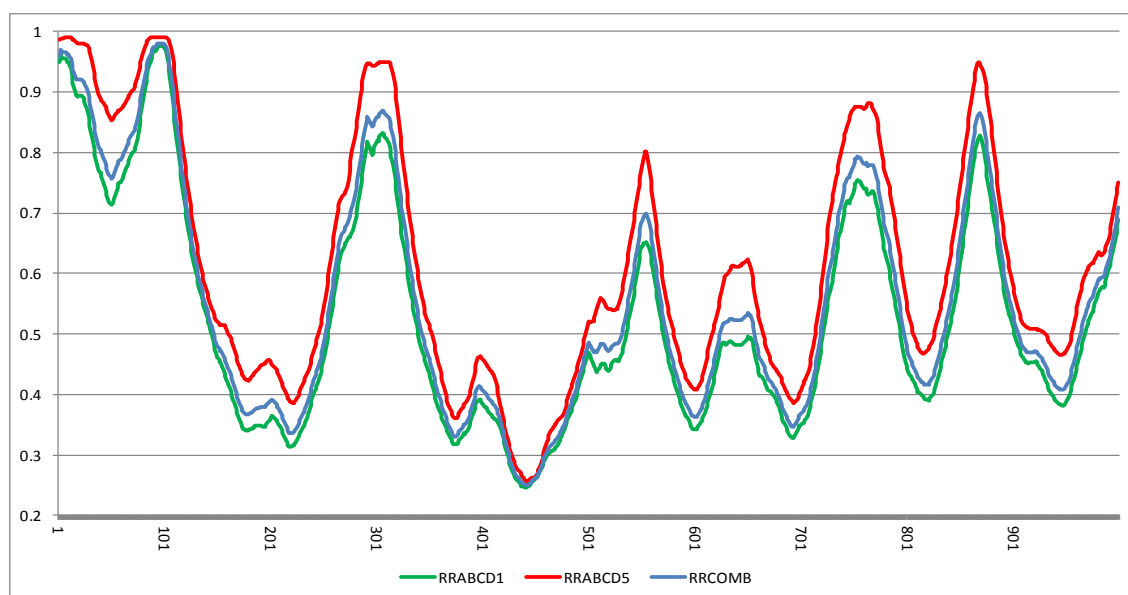
Luego de decidido el tamaño de la ventanas móviles w y su desplazamiento se calcularon las medidas de complejidad a partir de los dos gráficos de recurrencia para la series de índices bursátiles y por lo tanto se calcularon dos juegos de medidas de complejidad para cada índice.

Ponderación de medidas de complejidad. Resuelto el problema del tamaño de ventana a utilizar, surgió el problema de cómo trabajar con dos conjuntos de medidas de complejidad (RR, LAM y DET) para cada índice bursátil obtenidas a partir de dos espacios dinámicos reconstruidos de diferente tamaño

El objetivo es entonces ponderar las medidas de recurrencia RR, LAM y DET que se obtuvieron a partir de los parámetros $\tau = 1$, $m = 1$ y $\tau = 1$, $m = 5$ de forma de obtener un único grupo de indicadores para cada sistema dinámico. Se decidió utilizar como ponderadores el tamaño relativo del espacio de fases de cada especificación. Es decir que se sumaron los tamaños máximos de los espacios de fases reconstruidos de cada combinación de parámetros y se calculó su tamaño relativo. Luego se ponderó cada medida de complejidad en base a esos ponderadores. Finalmente se utilizó la medida RR para evaluar la performance de la ponderación aplicada.

La decisión de aplicar esta forma de ponderar es totalmente arbitraria y es posible que existan otros métodos de ponderar las medidas de complejidad que den mejores resultados. Sin embargo lo que se intentó realizar es una combinación de medidas de complejidad que no perdieran de vista la capacidad de captar los puntos de recurrencia. En la GRÁFICA 38 se muestra un gráfico donde se muestra la medida de complejidad RR obtenida a partir de los dos gráficos de recurrencia explicados y de la ponderación realizada.

GRÁFICA 38. Medida de complejidad RR



Como se observa en la GRÁFICA 38 la ponderación adoptada si bien puede ser considerada arbitraria permite resumir la dinámica de los dos grupos de medidas de complejidad. Este procedimiento fue aplicado a todas las series de índices bursátiles.

ANEXO 3. MEDIDAS DE COMPLEJIDAD³⁵

Estas medidas se basan en la densidad de los puntos de recurrencia y en las estructuras de las líneas verticales y diagonales en los gráficos de recurrencia.

1. Medida basada en densidad de recurrencia. La primer medida de RQA es la tasa de recurrencia (Recurrence rate, RR) o porcentaje de recurrencia.

³⁵ Se presentan únicamente las medidas de complejidad que se utilizan en la investigación. Para un abordaje completo de las demás medidas se recomienda consultar MARWAN (2007).

$$RR(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{i,j}(\varepsilon)$$

2. Medidas basadas en líneas diagonales. Las medidas siguientes se basan en el histograma $P(\varepsilon, l)$ de líneas diagonales de largo l tal que

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon)) (1 - R_{i+l,j+l}(\varepsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon)$$

En adelante se omite el símbolo ε de las medidas de RQA de forma de buscar la simplicidad por ejemplo $P(l) = P(\varepsilon, l)$.

DET. El ratio de puntos de recurrencia que forman líneas diagonales con todos los puntos de recurrencia es

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(l)}{\sum_{l=1}^N lP(l)}$$

El umbral $l_{\min}$ excluye las líneas diagonales que se forman con el movimiento tangencial del espacio de fases. .

3. Medidas basadas en líneas verticales. Una línea vertical de largo l que comienza en las coordenadas (i,j) de un gráfico de recurrencia viene dada por la condición

$$(1 - R_{i,j-1}) (1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k} \equiv 1$$

El número total de líneas verticales de largo v en un gráfico de recurrencia viene dado por el histograma:

$$P(v) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i,j}) (1 - R_{i,j+v}) \prod_{k=0}^{v-1} R_{i,j+k}$$

LAM. De forma análoga a la definición de determinismo, se puede calcular el ratio entre los puntos de recurrencia que forman estructuras verticales y el total de puntos de recurrencia

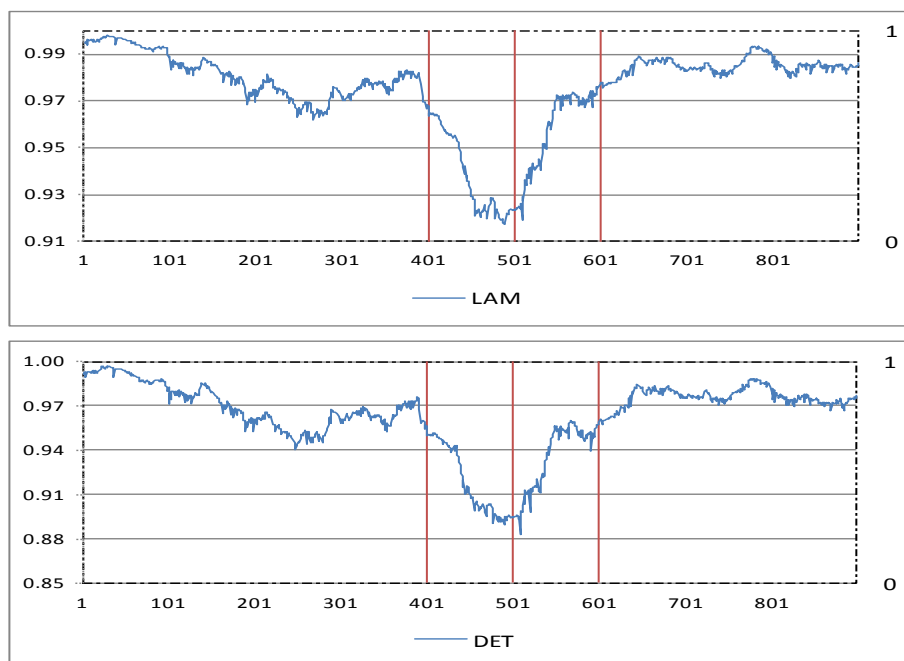
$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP(v)}{\sum_{v=1}^N vP(v)}$$

El cálculo de LAM se realiza para aquellos v que superan un largo mínimo $v_{\min}$. Para mapas, $v_{\min} = 2$ es un valor apropiado. Lam decrecerá si en gráfico de recurrencia contiene más puntos de recurrencia simples que estructuras verticales.

ANEXO 4. ÍNDICE COMPLEJO DE INESTABILIDAD (ICI)

- En este anexo se explica el razonamiento seguido para la elaboración del ICI. El disparador fue el artículo de MARWAN ET AL (2007) donde se plantea que la inversa de la medida LAM es un buen indicador para medir la volatilidad del sistema. LAM mide el porcentaje de puntos recurrentes que forman líneas verticales. Por otro lado, al calcular las medidas de complejidad se descubrió que la medida LAM y DET no presentan demasiadas diferencias en su dinámica a pesar de estar en escalas diferentes. DET mide el porcentaje de puntos recurrentes que forman estructuras diagonales. Procesos incorrelacionados o con poca correlación, ya sean estocásticos o caóticos presentan diagonales muy cortas en un GR mientras que procesos deterministas presentan grandes. DET puede variar desde 0% (no hay líneas para sistemas aleatorios) pasando por valores $>0\%$ (líneas cortas para sistemas caóticos) hasta 100% (líneas largas para sistemas periódicos).

A manera de ejemplo a continuación se muestran los gráficos de LAM y DET para IDJ en el periodo 1929.



Por lo tanto si las dinámicas no son exactamente iguales lo primero que se pensó fue una forma de combinarlas. Dicha combinación sin embargo no se realizó en base a las medidas LAM y DET únicamente sino que se multiplicaron por la medida de complejidad RR. RR mide el porcentaje de puntos recurrentes sobre el total de puntos posibles. Por lo tanto LAM.RR (DET.RR) representa el % de puntos recurrentes en estructuras verticales (diagonales) sobre el total de puntos posibles (estados posibles). El motivo de utilizar las medidas LAM.RR y DET.RR por lo tanto consiste en trabajar sobre todos los estados posibles y no sólo sobre los puntos recurrentes. Luego se ponderaron las inversas de estas medidas en base a un ponderador variable que toma en cuenta el tamaño relativo de las medidas LAM y DET.

Por lo tanto se propone la creación de un indicador de complejidad para medir la volatilidad a partir de algunas de las medidas de complejidad DET, LAM y RR ponderadas. El índice de complejidad se define como:

$$ICI = \lambda_1 \frac{1}{LAM.RR} + \lambda_2 \frac{1}{DET.RR}$$

Donde los ponderadores se definen como:

$$\lambda_1 = \frac{DET}{DET + LAM} \quad \lambda_2 = \frac{LAM}{DET + LAM}$$

A continuación se propone la comparación con una medida de volatilidad estándar como la varianza del índice de precio bursátil (P_t) calculada en las mismas ventanas móviles de 100 días desplazadas en un día. La varianza se estima a través de la siguiente fórmula en cada ventana móvil:

$$VAR(P_t) = \frac{1}{99} \sum_{i=1}^{100} (P_i - \bar{P})^2$$

Para su comparación se transforman las series de varianza del índice bursátil (Z_VAR) y del ICI (Z_INDICE) llevándolas a una escala entre 0 y 1 mediante las siguientes operaciones:

$$Z_INDICE = \frac{ICI - \min(ICI)}{\max(ICI) - \min(ICI)} \quad Z_VAR = \frac{VIC - \min(VI)}{\max(VI) - \min(VI)}$$

Por último se calcula el percentil 95 para cada serie. Este valor es diferente para cada serie temporal y representa el valor de la serie que deja a la derecha el 5% de los valores y a la izquierda el 95% restante (ordenando los valores de menor a mayor). Este valor será utilizado como criterio objetivo en la evaluación del nivel de volatilidad del sistema.

ANEXO 5. ÍNDICE COMPLEJO DE SINCRONIZACIÓN (ICS)

El objetivo de este anexo es presentar las características de un indicador que denominaremos Índice Complejo de Sincronización (ICS) que se creó en esta investigación para la medición de la sincronización de sistemas dinámicos por medio de espacios de fases que es utilizado para estudiar las trayectorias de índices bursátiles.

En ROMANO ET AL (2005) se propone un indicador para medir la sincronización general entre dos sistemas dinámicos x y y por medio del cálculo de las probabilidades de recurrencia. Las probabilidades de recurrencia se miden a través de la medida de complejidad RR. En dicho trabajo utilizan un radio variable para cada columna de la matriz de recurrencias.

En GOSWAMI et al (2012) se propone realizar una medición de la “similaridad” entre dos sistemas dinámicos por medio de la construcción de un indicador que mide la correlación lineal entre las probabilidades de recurrencia entre ambos sistemas. Luego comparan este indicador con el coeficiente de correlación lineal de Pearson aplicado sobre las series originales.

Dados los antecedentes, se propone el ICS similar al de ROMANO ET AL (2005) Y GOSWAMI ET AL (2012) pero con las siguientes diferencias importantes:

- A diferencia de Romano et al (2005) que utilizan un radio variable nosotros vamos trabajar como un radio fijo.
- A diferencia de Goswami et al (2012) no se trabaja con las probabilidades marginales únicamente sino que también se toman en cuenta las probabilidades conjuntas.

Dadas las trayectorias de los sistemas x e y se analiza la sincronización entre ambos sistemas mediante la medición de las probabilidades de encontrar estados recurrentes en cada sistema (probabilidad marginal) y la probabilidad conjunta de recurrencia.

Probabilidad marginal de recurrencia. Se obtiene del análisis de cuantificación de recurrencias a partir de la medida de complejidad RR que mide el porcentaje de puntos recurrentes realizado a cada sistema de forma separada. Siguiendo a Romano et al (2005) las probabilidades marginales de estados recurrentes son: $p(x) = RR^x$ y $p(y) = RR^y$.

Probabilidad de recurrencia conjunta. Se obtiene del análisis de cuantificación conjunto de recurrencia en su versión bivariada denominado joint recurrence quantification analysis a partir de la medida de complejidad RR. Siguiendo a ROMANO ET AL (2005) la probabilidad conjunta de estados recurrentes es: $p(xy) = RR^{xy}$.

Sincronización o dependencia. Los sistemas dinámicos no estarán sincronizados o serán independientes si se cumple: $p(xy) = p(x)p(y)$. En caso de sincronización general entre sistemas x e y se espera que $p(x) \approx p(y)$.

Índice complejo de sincronización (ICS)

A partir de los conceptos anteriores se define un indicador que permite medir la sincronización entre dos sistemas dinámicos que denominaremos β de la siguiente forma:

$$\beta = 1 - \frac{p(x)p(y)}{p(xy)}$$

Interpretación:

- Como se plantea en Marwan (2007), si x e y no están sincronizados (es decir son independientes) $p(x)p(y) \approx p(xy)$ y por lo tanto $\frac{p(x)p(y)}{p(xy)} \approx 1$ siendo ICS aproximadamente cero.³⁶
- Cuanto más sincronizados estén los sistemas mayor será el valor del ICS β y asumiendo que las probabilidades marginales sean diferentes de 0, se observa que el ICS es menor a 1.
- En resumen cuanto más cercano a 1 más sincronizados se encuentran los sistemas y cuanto más cercano a 0 menos sincronizados están.

Se propone a continuación un rango objetivo de valores a los efectos de poder comparar los diferentes mercados en función del grado de sincronización.

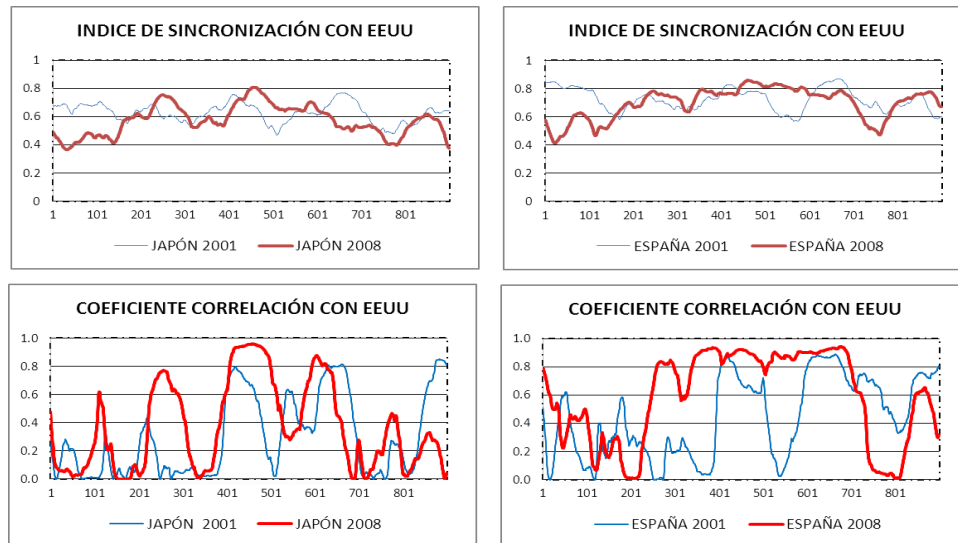
$\beta < 0.5$ => baja sincronización

$0.5 \leq \beta < 0.8$ => moderada sincronización

$0.8 \leq \beta \leq 1$ => alta sincronización

³⁶ El ICS tal como está definido podría tomar valores negativos para cierta configuración de patrones. Sin embargo el tipo de series analizadas arrojaron valores mayores a 0.4.

Como ejemplo se presenta el análisis de sincronización realizado con la metodología propuesta entre todos los mercados bursátiles de España y Japón tomando como referencia EEUU para los años 2001 y 2008. Siguiendo la propuesta de Goswami et al (2012) se compara el ICS con el coeficiente de correlación lineal de Pearson al cuadrado entre las series de índices bursátiles.



Es notoria la diferencia en las sincronización que se observa utilizando ambos indicadores. Como se plantea en GOSWAMI ET AL (2012) ¿Cuál es la fotografía correcta?

Observación importante: El coeficiente de Pearson al tomar en cuenta relaciones lineales en la evolución conjunta de las series de índices bursátiles no es capaz de captar de forma adecuada la evolución conjunta. Por ejemplo valores de correlación de casi cero que se observan por varios periodos mediante Pearson estarían indicando que mercados como el de EEUU y Japón no estarían relacionados. Se observa que el ICS representa de forma más adecuada la sincronización entre las trayectorias de los índices bursátiles al tomar en cuenta la no linealidad observada en las trayectorias.

ANEXO 6. CONTRASTES DE HIPÓTESIS

CONTRASTE DE HIPOTESIS 1

A) Análisis de cambios de nivel de las series de índices bursátiles

A.1 EEUU periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 10590, d.t. = 356,431
desviación típica de la media = 35,6431
Intervalo de confianza 95% para la media: 10519,3 a 10660,7

Muestra 2:

n = 100, media = 9593,47, d.t. = 457,108
desviación típica de la media = 45,7108
Intervalo de confianza 95% para la media: 9502,77 a 9684,17

Estadístico de contraste: $t(198) = (10590 - 9593,47)/57,9648 = 17,1917$
valor p a dos colas = 3,915e-041
(a una cola = 1,957e-041)

A.2 EEUU periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 11736,1, d.t. = 605,641
desviación típica de la media = 60,5641
Intervalo de confianza 95% para la media: 11615,9 a 11856,3

Muestra 2:

n = 100, media = 8631,21, d.t. = 656,253
desviación típica de la media = 65,6253
Intervalo de confianza 95% para la media: 8501 a 8761,43

Estadístico de contraste: $t(198) = (11736,1 - 8631,21)/89,3011 = 34,7689$
valor p a dos colas = 3,008e-086
(a una cola = 1,504e-086)

A.3 ESPAÑA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 8812,97, d.t. = 674,601
desviación típica de la media = 67,4601
Intervalo de confianza 95% para la media: 8679,11 a 8946,82

Muestra 2:

n = 100, media = 7963,14, d.t. = 500,22
desviación típica de la media = 50,022
Intervalo de confianza 95% para la media: 7863,88 a 8062,39

Estadístico de contraste: $t(198) = (8812,97 - 7963,14)/83,9825 = 10,1191$
valor p a dos colas = 1,15e-019
(a una cola = 5,75e-020)

A.4 ESPAÑA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 12133,7, d.t. = 923,692
desviación típica de la media = 92,3692
Intervalo de confianza 95% para la media: 11950,5 a 12317

Muestra 2:

n = 100, media = 8996,58, d.t. = 792,83
desviación típica de la media = 79,283
Intervalo de confianza 95% para la media: 8839,27 a 9153,9

Estadístico de contraste: $t(198) = (12133,7 - 8996,58) / 121,729 = 25,7718$
valor p a dos colas = 3,585e-065
(a una cola = 1,793e-065)

A.5 MEXICO periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 6424,51, d.t. = 312,345
desviación típica de la media = 31,2345
Intervalo de confianza 95% para la media: 6362,54 a 6486,49

Muestra 2:

n = 100, media = 5986,29, d.t. = 511,042
desviación típica de la media = 51,1042
Intervalo de confianza 95% para la media: 5884,88 a 6087,69

Estadístico de contraste: $t(198) = (6424,51 - 5986,29) / 59,8935 = 7,31677$
valor p a dos colas = 6,193e-012
(a una cola = 3,097e-012)

A.6 MEXICO periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 28252, d.t. = 2182,12
desviación típica de la media = 218,212
Intervalo de confianza 95% para la media: 27819 a 28685

Muestra 2:

n = 100, media = 20527,5, d.t. = 1582,05
desviación típica de la media = 158,205
Intervalo de confianza 95% para la media: 20213,6 a 20841,4

Estadístico de contraste: $t(198) = (28252 - 20527,5) / 269,528 = 28,6595$
valor p a dos colas = 2,211e-072
(a una cola = 1,106e-072)

A.7 BRASIL periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 13992,9, d.t. = 1037,18
desviación típica de la media = 103,718
Intervalo de confianza 95% para la media: 13787,1 a 14198,7

Muestra 2:

n = 100, media = 12383,6, d.t. = 1208,69
desviación típica de la media = 120,869
Intervalo de confianza 95% para la media: 12143,7 a 12623,4

Estadístico de contraste: $t(198) = (13992,9 - 12383,6) / 159,269 = 10,1044$
valor p a dos colas = 1,27e-019
(a una cola = 6,351e-020)

A.8 BRASIL periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 60543,9, d.t. = 7540,08
desviación típica de la media = 754,008
Intervalo de confianza 95% para la media: 59047,8 a 62040

Muestra 2:

n = 100, media = 38457,5, d.t. = 3308,71
desviación típica de la media = 330,871
Intervalo de confianza 95% para la media: 37800,9 a 39114

Estadístico de contraste: $t(198) = (60543,9 - 38457,5)/823,41 = 26,8231$
valor p a dos colas = 7,552e-068
(a una cola = 3,776e-068)

A.9 ARGENTINA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 375,292, d.t. = 57,8823
desviación típica de la media = 5,78823
Intervalo de confianza 95% para la media: 363,807 a 386,777

Muestra 2:

n = 100, media = 289,342, d.t. = 83,3162
desviación típica de la media = 8,33162
Intervalo de confianza 95% para la media: 272,81 a 305,873

Estadístico de contraste: $t(198) = (375,292 - 289,342)/10,1449 = 8,47227$
valor p a dos colas = 5,429e-015
(a una cola = 2,715e-015)

A.10 ARGENTINA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 1923,94, d.t. = 203,26
desviación típica de la media = 20,326
Intervalo de confianza 95% para la media: 1883,6 a 1964,27

Muestra 2:

n = 100, media = 1097,81, d.t. = 150,25
desviación típica de la media = 15,025
Intervalo de confianza 95% para la media: 1067,99 a 1127,62

Estadístico de contraste: $t(198) = (1923,94 - 1097,81)/25,2764 = 32,6838$
valor p a dos colas = 1,025e-081
(a una cola = 5,125e-082)

A.11 JAPON periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 12455,3, d.t. = 1198,75
desviación típica de la media = 119,875
Intervalo de confianza 95% para la media: 12217,5 a 12693,2

Muestra 2:

n = 100, media = 10303,7, d.t. = 385,436
desviación típica de la media = 38,5436
Intervalo de confianza 95% para la media: 10227,2 a 10380,2

Estadístico de contraste: $t(198) = (12455,3 - 10303,7)/125,919 = 17,0873$
valor p a dos colas = $8,063e-041$
(a una cola = $4,031e-041$)

A.12 JAPON periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 13298,3, d.t. = 733,85
desviación típica de la media = 73,385
Intervalo de confianza 95% para la media: 13152,7 a 13443,9

Muestra 2:

n = 100, media = 8518,11, d.t. = 874,761
desviación típica de la media = 87,4761
Intervalo de confianza 95% para la media: 8344,54 a 8691,68

Estadístico de contraste: $t(198) = (13298,3 - 8518,11)/114,182 = 41,8645$
valor p a dos colas = $2,621e-100$
(a una cola = $1,31e-100$)

A.13 COREA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 575,256, d.t. = 30,8183
desviación típica de la media = 3,08183
Intervalo de confianza 95% para la media: 569,141 a 581,371

Muestra 2:

n = 100, media = 626,745, d.t. = 95,6545
desviación típica de la media = 9,56545
Intervalo de confianza 95% para la media: 607,765 a 645,725

Estadístico de contraste: $t(198) = (575,256 - 626,745)/10,0496 = -5,12345$
valor p a dos colas = $7,099e-007$
(a una cola = $3,549e-007$)

A.14 COREA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 1627,29, d.t. = 149,64
desviación típica de la media = 14,964
Intervalo de confianza 95% para la media: 1597,59 a 1656,98

Muestra 2:

n = 100, media = 1147,51, d.t. = 104,874
desviación típica de la media = 10,4874
Intervalo de confianza 95% para la media: 1126,7 a 1168,32

Estadístico de contraste: $t(198) = (1627,29 - 1147,51)/18,2731 = 26,2559$
valor p a dos colas = $2,063e-066$
(a una cola = $1,032e-066$)

B) Análisis de cambios volatilidad de las series de índices bursátiles

B.1 EEUU periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,91007, d.t. = 0,746168
desviación típica de la media = 0,0746168
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,76202 a 3,05813

Muestra 2:

n = 100, media = 4,14439, d.t. = 0,5028
desviación típica de la media = 0,05028
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,04462 a 4,24416

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,91007 - 4,14439)/0,0899764 = -13,7182$
valor p a dos colas = 1,526e-030
(a una cola = 7,628e-031)

B.2 EEUU periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,28603, d.t. = 0,484811
desviación típica de la media = 0,0484811
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,18983 a 2,38222

Muestra 2:

n = 100, media = 3,01473, d.t. = 0,429278
desviación típica de la media = 0,0429278
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,92956 a 3,09991

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,28603 - 3,01473)/0,064755 = -11,2533$
valor p a dos colas = 4,962e-023
(a una cola = 2,481e-023)

B.3 ESPAÑA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 1,99327, d.t. = 0,478279
desviación típica de la media = 0,0478279
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,89837 a 2,08817

Muestra 2:

n = 100, media = 2,7026, d.t. = 0,554983
desviación típica de la media = 0,0554983
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,59248 a 2,81272

Estadístico de contraste: $t(198) = (1,99327 - 2,7026)/0,0732637 = -9,68187$
valor p a dos colas = 2,141e-018
(a una cola = 1,07e-018)

B.4 ESPAÑA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,79263, d.t. = 0,486216
desviación típica de la media = 0,0486216
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,69615 a 2,8891

Muestra 2:

n = 100, media = 3,14465, d.t. = 0,263741
desviación típica de la media = 0,0263741
Intervalo de confianza 95% para la media: 3,09232 a 3,19699

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,79263 - 3,14465)/0,0553142 = -6,36411$
valor p a dos colas = 1,337e-009
(a una cola = 6,686e-010)

B.5 MEXICO periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 5,40872, d.t. = 0,382599
desviación típica de la media = 0,0382599
Intervalo de confianza 95% para la media: 5,3328 a 5,48464

Muestra 2:

n = 100, media = 5,12999, d.t. = 0,741817
desviación típica de la media = 0,0741817
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,9828 a 5,27718

Estadístico de contraste: $t(198) = (5,40872 - 5,12999)/0,083467 = 3,33938$
valor p a dos colas = 0,001003
(a una cola = 0,0005016)

B.6 MEXICO periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 3,09911, d.t. = 0,365097
desviación típica de la media = 0,0365097
Intervalo de confianza 95% para la media: 3,02667 a 3,17156

Muestra 2:

n = 100, media = 4,56912, d.t. = 1,05445
desviación típica de la media = 0,105445
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,35989 a 4,77834

Estadístico de contraste: $t(198) = (3,09911 - 4,56912)/0,111587 = -13,1736$
valor p a dos colas = 7,156e-029
(a una cola = 3,578e-029)

B.7 BRASIL periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 4,51162, d.t. = 0,677164
desviación típica de la media = 0,0677164
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,37726 a 4,64599

Muestra 2:

n = 100, media = 3,55359, d.t. = 1,09416
desviación típica de la media = 0,109416
Intervalo de confianza 95% para la media: 3,33648 a 3,77069

Estadístico de contraste: $t(198) = (4,51162 - 3,55359)/0,128675 = 7,44537$
valor p a dos colas = 2,904e-012
(a una cola = 1,452e-012)

B.8 BRASIL periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,93852, d.t. = 0,768289
desviación típica de la media = 0,0768289
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,78608 a 3,09097

Muestra 2:

n = 100, media = 6,92633, d.t. = 1,52392
desviación típica de la media = 0,152392
Intervalo de confianza 95% para la media: 6,62396 a 7,22871

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,93852 - 6,92633)/0,170663 = -23,3665$
valor p a dos colas = $8,016e-059$
(a una cola = $4,008e-059$)

B.9 ARGENTINA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,46606, d.t. = 0,346984
desviación típica de la media = 0,0346984
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,39721 a 2,53491

Muestra 2:

n = 100, media = 2,64021, d.t. = 0,634563
desviación típica de la media = 0,0634563
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,5143 a 2,76613

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,46606 - 2,64021)/0,0723234 = -2,40801$
valor p a dos colas = 0,01696
(a una cola = 0,008478)

B.10 ARGENTINA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 1,90881, d.t. = 0,417511
desviación típica de la media = 0,0417511
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,82597 a 1,99166

Muestra 2:

n = 100, media = 4,65026, d.t. = 1,81301
desviación típica de la media = 0,181301
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,29052 a 5,01

Estadístico de contraste: $t(198) = (1,90881 - 4,65026)/0,186046 = -14,7353$
valor p a dos colas = $1,152e-033$
(a una cola = $5,762e-034$)

B.11 JAPON periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 1,53891, d.t. = 0,191353
desviación típica de la media = 0,0191353
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,50094 a 1,57688

Muestra 2:

n = 100, media = 1,99726, d.t. = 0,352552
desviación típica de la media = 0,0352552
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,92731 a 2,06722

Estadístico de contraste: $t(198) = (1,53891 - 1,99726)/0,0401134 = -11,4265$
valor p a dos colas = $1,495e-023$
(a una cola = $7,473e-024$)

B.12 JAPON periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,10815, d.t. = 0,558158
desviación típica de la media = 0,0558158
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,9974 a 2,2189

Muestra 2:

n = 100, media = 1,97833, d.t. = 0,556666
desviación típica de la media = 0,0556666
Intervalo de confianza 95% para la media: 1,86787 a 2,08878

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,10815 - 1,97833) / 0,0788301 = 1,64691$
valor p a dos colas = 0,1012
(a una cola = 0,05058)

B.13 COREA periodo 2001

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 2,55207, d.t. = 0,120533
desviación típica de la media = 0,0120533
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,52815 a 2,57598

Muestra 2:

n = 100, media = 2,54384, d.t. = 0,268659
desviación típica de la media = 0,0268659
Intervalo de confianza 95% para la media: 2,49053 a 2,59715

Estadístico de contraste: $t(198) = (2,55207 - 2,54384) / 0,0294459 = 0,279316$
valor p a dos colas = 0,7803
(a una cola = 0,3901)

B.14 COREA periodo 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 100, media = 4,57092, d.t. = 0,869498
desviación típica de la media = 0,0869498
Intervalo de confianza 95% para la media: 4,39839 a 4,74345

Muestra 2:

n = 100, media = 5,35563, d.t. = 0,982717
desviación típica de la media = 0,0982717
Intervalo de confianza 95% para la media: 5,16064 a 5,55062

Estadístico de contraste: $t(198) = (4,57092 - 5,35563) / 0,131216 = -5,98029$
valor p a dos colas = 1,024e-008
(a una cola = 5,12e-009)

CONTRASTE DE HIPOTESIS 3

A. Contrastes de hipótesis de sincronización previo al crash bursátil de 2008

A.1 España vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,718272, d.t. = 0,0458797
desviación típica de la media = 0,00655425
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,705094 a 0,73145

Muestra 2:

n = 49, media = 0,750923, d.t. = 0,0108113
desviación típica de la media = 0,00154448
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,747817 a 0,754028

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,718272 - 0,750923) / 0,00673376 = -4,84878$
valor p a dos colas = 4,783e-006
(a una cola = 2,392e-006)

A.2 México vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,779506, d.t. = 0,0399019
desviación típica de la media = 0,00570027
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,768045 a 0,790968

Muestra 2:

n = 49, media = 0,741153, d.t. = 0,0365458
desviación típica de la media = 0,00522083
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,730656 a 0,75165

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,779506 - 0,741153)/0,00772982 = 4,96176$
valor p a dos colas = 3,02e-006
(a una cola = 1,51e-006)

A.3 Brasil vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,698521, d.t. = 0,0275812
desviación típica de la media = 0,00394017
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,690598 a 0,706443

Muestra 2:

n = 49, media = 0,686995, d.t. = 0,0120763
desviación típica de la media = 0,00172519
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,683526 a 0,690463

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,698521 - 0,686995)/0,0043013 = 2,67966$
valor p a dos colas = 0,008673
(a una cola = 0,004336)

A.4 Argentina vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,710759, d.t. = 0,0318338
desviación típica de la media = 0,00454769
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,701616 a 0,719903

Muestra 2:

n = 49, media = 0,71034, d.t. = 0,0516708
desviación típica de la media = 0,00738154
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,695499 a 0,725182

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,710759 - 0,71034)/0,00866998 = 0,0483608$
valor p a dos colas = 0,9615
(a una cola = 0,4808)

A.5 Japón vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,655427, d.t. = 0,0627624
desviación típica de la media = 0,00896606
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,637399 a 0,673454

Muestra 2:

n = 49, media = 0,703958, d.t. = 0,0413512
desviación típica de la media = 0,00590731
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,692081 a 0,715835

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,655427 - 0,703958)/0,0107372 = -4,51995$
valor p a dos colas = $1,765e-005$
(a una cola = $8,824e-006$)

A.6 Corea vs EEUU antes crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,770474, d.t. = 0,0322954
desviación típica de la media = 0,00461362
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,761198 a 0,779751

Muestra 2:

n = 49, media = 0,806487, d.t. = 0,0219417
desviación típica de la media = 0,00313453
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,800184 a 0,812789

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,770474 - 0,806487)/0,00557771 = -6,45645$
valor p a dos colas = $4,383e-009$
(a una cola = $2,192e-009$)

CONTRASTE DE HIPOTESIS 4

B. Contrastes de hipótesis de sincronización luego al crash bursátil de 2008

B.1 México vs EEUU luego crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,741153, d.t. = 0,0365458
desviación típica de la media = 0,00522083
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,730656 a 0,75165

Muestra 2:

n = 49, media = 0,695704, d.t. = 0,0238604
desviación típica de la media = 0,00340863
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,68885 a 0,702557

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,741153 - 0,695704)/0,00623505 = 7,28932$
valor p a dos colas = $8,778e-011$
(a una cola = $4,389e-011$)

B.2 Brasil vs EEUU luego crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,686995, d.t. = 0,0120763
desviación típica de la media = 0,00172519
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,683526 a 0,690463

Muestra 2:

n = 49, media = 0,743788, d.t. = 0,0379956
desviación típica de la media = 0,00542795
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,732874 a 0,754702

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,686995 - 0,743788)/0,00569552 = -9,97161$
valor p a dos colas = $1,711e-016$
(a una cola = $8,557e-017$)

B.3 Argentina vs EEUU luego crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,71034, d.t. = 0,0516708
desviación típica de la media = 0,00738154
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,695499 a 0,725182

Muestra 2:

n = 49, media = 0,590194, d.t. = 0,0142005
desviación típica de la media = 0,00202864
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,586115 a 0,594273

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,71034 - 0,590194) / 0,00765523 = 15,6947$
valor p a dos colas = 2,989e-028
(a una cola = 1,495e-028)

B.4 Corea vs EEUU luego crisis 2008

Hipótesis nula: Diferencia de medias = 0

Muestra 1:

n = 49, media = 0,806487, d.t. = 0,0219417
desviación típica de la media = 0,00313453
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,800184 a 0,812789

Muestra 2:

n = 49, media = 0,733626, d.t. = 0,0239554
desviación típica de la media = 0,0034222
Intervalo de confianza 95% para la media: 0,726745 a 0,740507

Estadístico de contraste: $t(96) = (0,806487 - 0,733626) / 0,00464077 = 15,7001$
valor p a dos colas = 2,918e-028
(a una cola = 1,459e-028)