



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY



FACULTAD DE  
INGENIERÍA  
UDELAR

# Planificación del transporte e inventario en cadenas de suministro en serie: Aplicación a distribuidora de productos lácteos

Agustina Russo Cappi  
Alejandro Gracia Álvarez  
Lucía Gilles Galeano

Proyecto de grado presentado a la Facultad de Ingeniería de la  
Universidad de la República en cumplimiento parcial de los  
requerimientos para la obtención del título de Ingeniero/a de Producción.

Tutor  
Víctor Viana

Tribunal  
Mariana Corengia  
Javier Alsó  
Víctor Viana

Montevideo, Uruguay  
Marzo 2025



## Resumen ejecutivo

El presente informe aborda la optimización del transporte e inventario en una cadena de suministro en serie. Se estudia el caso de una empresa distribuidora de productos lácteos ubicada en la ciudad de Montevideo, Uruguay. Esta empresa cuenta con 20 años de experiencia en el mercado y atiende a más de 80 clientes en diferentes puntos del país. Actualmente, la empresa posee un sistema de planificación basado principalmente en la experiencia del personal que ha mostrado limitaciones para manejar la creciente complejidad de la operación.

El objetivo principal del proyecto es desarrollar e implementar un modelo matemático que permita obtener una planificación semestral que integre decisiones de transporte e inventario optimizando los costos operativos. Se trata de un modelo de programación lineal entera, multiperíodo, multiproducto, con transporte propio o tercerizado, con diferentes restricciones operativas: capacidad limitada de los modos de transporte y del depósito, y ventanas de tiempo para la atención de los clientes. El alcance del proyecto abarca parte de la red de distribución de la empresa, incluyendo su centro de distribución y los principales clientes situados en la región este del país.

Previo al desarrollo se realiza una revisión de la literatura sobre la planificación y gestión de cadenas de suministro en serie. Este análisis permite identificar los modelos y herramientas matemáticas empleadas en la gestión de cadenas de suministro con el fin de adaptar y aplicar estos conocimientos al contexto del caso de estudio.

La metodología empleada se basa en un desarrollo incremental del modelo, estructurado en cuatro etapas, que aumentan la complejidad progresivamente hasta obtener el modelo final que representa la realidad de la empresa. Se parte de un modelo básico que aborda únicamente la decisión del modo de envío para un único producto. Posteriormente, se expande el alcance para incorporar la gestión multiproducto, considerando las diferentes características y requisitos de cada artículo. En la tercera etapa, se integra la optimización del ruteo para la flota propia, determinando las secuencias de entrega. Finalmente, se incorporan las ventanas temporales de atención a clientes, añadiendo las restricciones horarias específicas de cada punto de entrega. Este enfoque incremental permite validar cada componente del modelo por separado, asegurando su correcta integración en la solución final y facilitando la identificación y resolución de posibles fallas en cada fase del desarrollo.

Con el modelo desarrollado se logra obtener un Plan de Compras y un Plan de Distribución que indica a qué clientes abastecer, con qué modo de transporte y muestra una ruta sugerida para los abastecidos por flota propia. A su vez, se obtiene una proyección de costos e inventario en el horizonte de planificación definido.

**Palabras clave:** planificación, inventario, transporte, distribución, optimización, modelo matemático.



## Agradecimientos

En primer lugar, queremos agradecerle a nuestro tutor, Víctor Viana, quien nos guió a lo largo del Proyecto transmitiéndonos su conocimiento y experiencia. Sin duda que su apoyo y sugerencias fueron fundamentales para lograr desarrollar la investigación con éxito.

También agradecerle a Veritatis S.A. por permitirnos realizar nuestro Proyecto de grado en su empresa. En particular a Néstor Russo y Mirta Cappi por su gran disposición y constante interés por nuestra investigación. Su apoyo y su confianza fueron de gran ayuda para lograr entender la situación del caso de estudio y facilitar el acceso a los datos requeridos.

Agradecemos profundamente a nuestras familias y compañeros de carrera, quienes han sido un pilar fundamental durante nuestra trayectoria académica. Su comprensión y apoyo han sido nuestra motivación para seguir adelante y superar los momentos más difíciles de la carrera.

Finalmente, queremos agradecer a la Universidad de la República por brindarnos las herramientas, recursos y la formación necesaria para llevar a cabo este trabajo.

A todos, muchas gracias.

## **Volumen I**

Caso de estudio: Distribuidora de productos lácteos

## Índice

|                                              |           |
|----------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Introducción</b>                       | <b>11</b> |
| <b>2. Descripción de la empresa</b>          | <b>13</b> |
| <b>3. Motivación</b>                         | <b>15</b> |
| <b>4. Definición del problema planteado</b>  | <b>17</b> |
| 4.1 Descripción del caso                     | 17        |
| 4.2 Modelado de la realidad                  | 18        |
| 4.3 Simplificaciones y suposiciones          | 20        |
| <b>5. Modelo matemático</b>                  | <b>21</b> |
| 5.1 Formulación Etapa 1                      | 21        |
| 5.1.1 Conjuntos                              | 21        |
| 5.1.2 Parámetros                             | 21        |
| 5.1.3 Variables de decisión                  | 21        |
| 5.1.4 Función objetivo                       | 22        |
| 5.1.5 Restricciones                          | 22        |
| 5.2 Validación del modelo Etapa 1            | 24        |
| 5.3 Formulación Etapa 2                      | 25        |
| 5.3.1 Conjuntos                              | 25        |
| 5.3.2 Parámetros                             | 25        |
| 5.3.3 Variables de decisión                  | 25        |
| 5.3.4 Función objetivo                       | 26        |
| 5.3.5 Restricciones                          | 26        |
| 5.4 Validación del modelo Etapa 2            | 28        |
| 5.5 Formulación Etapa 3                      | 29        |
| 5.5.1 Conjuntos                              | 29        |
| 5.5.2 Parámetros                             | 29        |
| 5.5.3 Variables de decisión                  | 29        |
| 5.5.4 Función objetivo                       | 29        |
| 5.5.5 Restricciones                          | 29        |
| 5.6 Validación del modelo Etapa 3            | 31        |
| 5.7 Formulación Etapa 4                      | 31        |
| 5.7.1 Conjuntos                              | 31        |
| 5.7.2 Parámetros                             | 31        |
| 5.7.3 Variables de decisión                  | 32        |
| 5.7.4 Función objetivo                       | 32        |
| 5.7.5 Restricciones                          | 32        |
| 5.8 Validación del modelo Etapa 4            | 32        |
| 5.9 Instancias de prueba del modelo final    | 33        |
| <b>6. Relevamiento y generación de datos</b> | <b>35</b> |

|                                         |           |
|-----------------------------------------|-----------|
| 6.1 Metodología                         | 35        |
| 6.2 Datos obtenidos                     | 35        |
| <b>7. Análisis de resultados</b>        | <b>43</b> |
| 7.1 Análisis resultado inicial          | 43        |
| 7.2 Análisis de sensibilidad            | 52        |
| 7.2.1 Costo de colocar una orden        | 52        |
| 7.2.2 Aumento de demanda                | 54        |
| <b>8. Conclusiones y trabajo futuro</b> | <b>57</b> |
| <b>9. Bibliografía</b>                  | <b>59</b> |
| <b>10. Anexos</b>                       | <b>61</b> |
| 10.1 Anexo 1                            | 61        |
| 10.2 Anexo 2                            | 62        |
| 10.3 Anexo 3                            | 66        |
| 10.4 Anexo 4                            | 68        |
| 10.5 Anexo 5                            | 71        |
| 10.6 Anexo 6                            | 73        |
| 10.7 Anexo 7                            | 75        |
| 10.8 Anexo 8                            | 77        |
| 10.9 Anexo 9                            | 78        |
| 10.10 Anexo 10                          | 81        |



## Índice Tablas

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1: Características de ejecución de las instancias del modelo final                | 33 |
| Tabla 2: Pronóstico demanda producto A, cliente 3                                       | 36 |
| Tabla 3: Costos de almacenar cada producto durante 15 días                              | 37 |
| Tabla 4: Costo unitario de cada producto                                                | 38 |
| Tabla 5: Distancias en km entre clientes                                                | 39 |
| Tabla 6: Costo de recorrer con camión propio la distancia entre clientes                | 39 |
| Tabla 7: Cantidad de artículos por cajón                                                | 40 |
| Tabla 8: Precio de venta de cada artículo                                               | 40 |
| Tabla 9: Ventanas de tiempo de clientes y tiempo de servicio                            | 41 |
| Tabla 10: Tiempo de viaje entre clientes                                                | 41 |
| Tabla 11: Datos de ejecución del caso de estudio                                        | 43 |
| Tabla 12: Plan de compra (cantidad de productos)                                        | 43 |
| Tabla 13: Plan de venta (cantidad de productos)                                         | 44 |
| Tabla 14: Costos incurridos por período                                                 | 47 |
| Tabla 15: Cantidad de clientes atendidos por modo de transporte                         | 48 |
| Tabla 16: Km incurridos en el plan de distribución obtenido vs. ruta ordenada           | 49 |
| Tabla 17: Comparación de costos entre la operativa actual y la propuesta, período 3     | 50 |
| Tabla 18: Costos del horizonte de planificación caso original                           | 52 |
| Tabla 19: Costos del horizonte de planificación con $O=\$3.150$                         | 52 |
| Tabla 20: Costos del horizonte de planificación con $O=\$5.250$                         | 52 |
| Tabla 21: Costos del horizonte de planificación con variaciones en demanda              | 54 |
| Tabla 22: Datos considerados, validación 1, Etapa 1                                     | 62 |
| Tabla 23: Datos considerados, validación 1, Etapa 2                                     | 68 |
| Tabla 24: Demanda cliente 3 en el período 1, validación 2, Etapa 2                      | 68 |
| Tabla 25: Costo de recorrer con camión propio la distancia $ij$ , validación 1, Etapa 3 | 73 |
| Tabla 26: Ventanas de tiempo y tiempo de servicio de cada cliente, validación, Etapa 4  | 77 |
| Tabla 27: Tiempo de recorrido, validación, Etapa 4                                      | 77 |

## Índice Figuras

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: Diagrama de flujo del proceso general de la empresa                                   | 13 |
| Figura 2: Diagrama de flujo proceso de envío por flete                                          | 16 |
| Figura 3: Diagrama de flujo del proceso de distribución con flota propia                        | 16 |
| Figura 4: Representación gráfica Etapa 1                                                        | 18 |
| Figura 5: Representación gráfica Etapa 2                                                        | 18 |
| Figura 6: Representación gráfica Etapa 3                                                        | 19 |
| Figura 7: Representación gráfica Etapa 4                                                        | 19 |
| Figura 8: Tiempos de ejecución de las instancias, Gap 5%                                        | 34 |
| Figura 9: Gráfico cantidad comprada y cantidad vendida, período 2                               | 45 |
| Figura 10: Gráfico cantidad comprada y cantidad vendida, período 3                              | 45 |
| Figura 11: Distribución período 3                                                               | 46 |
| Figura 12: Análisis costos, período 3                                                           | 47 |
| Figura 13: Análisis costos totales, horizonte de planificación                                  | 48 |
| Figura 14: Distribución situación actual vs modelo, período 3                                   | 51 |
| Figura 15: Distribución de costos del horizonte de planificación para $O=\$3.150$ y $O=\$5.250$ | 53 |
| Figura 16: Distribución de costos del horizonte de planificación vs. aumento demanda            | 55 |
| Figura 17: Representación de la solución, validación 1, Etapa 1                                 | 62 |
| Figura 18: Representación de la solución obtenida, validación 2, Etapa 1                        | 64 |
| Figura 19: Representación solución, validación 2, Etapa 2                                       | 69 |
| Figura 20: Representación del ruteo de la solución obtenida, validación 1, Etapa 3              | 73 |
| Figura 21: Representación del ruteo, validación 3, Etapa 3                                      | 74 |
| Figura 22: Solución obtenida en la validación de la Etapa 4                                     | 77 |
| Figura 23: Plan de Distribución períodos 1, 2, 3 y 4                                            | 78 |
| Figura 24: Plan de Distribución períodos 5, 6, 7 y 8                                            | 79 |
| Figura 25: Plan de Distribución períodos 9, 10, 11 y 12                                         | 80 |
| Figura 26: Cálculo de costos incurridos período 3                                               | 81 |

## 1. Introducción

En el presente informe se trata la planificación del transporte e inventario en cadenas de suministro en serie aplicado a un caso particular de una empresa familiar distribuidora de productos lácteos. El sector lácteo en nuestro país es uno de los de mayor importancia y trayectoria. En Uruguay, si bien el sector tiene un perfil más que nada exportador, no toda la producción se vuelca a la exportación, también se abastece al mercado interno [1].

Las PYMES distribuidoras de lácteos enfrentan grandes desafíos. En primer lugar, contar con la infraestructura necesaria para mantener la calidad de los productos perecederos tanto en el almacenamiento como en el transporte. Por otro lado, enfrentarse y competir frente a grandes marcas líderes del mercado. Para poder destacarse dentro de las pequeñas empresas del rubro es necesario ofrecer a los clientes un servicio de calidad a precios competitivos y que brinde respuesta frente a los posibles contratiempos que puedan ocurrir. Para eso es necesario que las empresas estén constantemente en alerta a los cambios en el mercado, a las variaciones de precios y a cómo poder optimizar sus procesos de forma de minimizar costos y mantenerse competitivos.

En este trabajo, se analiza el caso de una empresa familiar donde se estudia su abastecimiento, almacenamiento y entrega. A partir de una demanda conocida, se busca establecer cuándo y qué cantidad de productos comprar a las fábricas, cuánto producto almacenar y a qué clientes abastecer utilizando una flota propia o utilizando un servicio de transporte tercerizado (flete) de forma de reducir costos de inventario y transporte, adaptándose a las exigencias de sus clientes sin dejar de cumplir con sus demandas. A su vez, en caso de abastecer por flota propia, se busca determinar el recorrido óptimo cumpliendo con el horario de atención de cada cliente. Para esto se desarrolla un modelo matemático aplicable al caso de estudio que sirva como herramienta para la toma de decisiones respecto a la gestión de inventario y transporte. El modelo matemático trata de un problema de programación lineal entera, multiperíodo, multiproducto y con capacidades de almacenamiento y transporte finitas. Se implementa el modelo final en AMPL y se utiliza el software comercial IBM ILOG CPLEX versión 22.1.1. para resolverlo.

El informe se divide en diferentes secciones. En la Sección 2 se describe la empresa en la cual se centra el proyecto. En la Sección 3 se explica la motivación de desarrollar el proyecto en dicha empresa y la importancia que tiene para la misma. En la Sección 4 se comienza a describir la problemática en estudio. Esta se divide en tres subsecciones donde, en primer lugar, se describe el problema, luego se presenta el modelado de la realidad y finalmente se detallan suposiciones y simplificaciones necesarias para el mismo. Luego, en la Sección 5, se plantea el modelo matemático con sus conjuntos, parámetros, función objetivo y restricciones para cada una de las etapas, junto con la validación de cada modelo antes de avanzar a la etapa siguiente. El detalle de las validaciones se presenta en los anexos. Una vez validado el modelo de la cuarta etapa se realizan diferentes instancias de prueba hasta obtener la instancia que representa la realidad planteada. En la Sección 6 se procede al relevamiento y generación de datos de la situación actual de la empresa para su implementación. Al implementar el modelo obtenido con los datos reales de la empresa, en la Sección 7, se analizan los resultados y se realiza un análisis de sensibilidad para evaluar de qué manera algunos cambios en los parámetros repercuten en la solución obtenida. Por último, en la Sección 8 se presentan conclusiones sobre el caso estudiado y se sugieren diferentes aspectos que pueden estudiarse en trabajos futuros para continuar mejorando el modelo.



## 2. Descripción de la empresa

La empresa Veritatis S.A. es una empresa familiar situada en el barrio Aires Puros, Montevideo, dedicada a la comercialización de productos lácteos a nivel nacional, cuyo giro “distribución de productos lácteos” tuvo su origen en el año 2005. La empresa no posee exclusividad, por lo que trabaja con múltiples marcas presentes en el mercado. Dentro de los productos que ofrece se destacan: manteca, dulce de leche, dulce de membrillo, crema doble, yogures (comunes y dietéticos), muzzarella y variedad de quesos.

Los procesos principales de esta organización son la compra, almacenamiento, venta y la posterior distribución de productos para la elaboración y consumo final en Montevideo, Canelones, San José, Soriano, Durazno y Maldonado. En la Figura 1 se presenta el diagrama de flujo del funcionamiento general de la empresa. En primer lugar se realiza la compra a los proveedores (dependiendo del stock de cada producto y la demanda estimada) quienes envían la mercadería al depósito de la empresa. Una vez recibido el pedido, se inspecciona que el mismo corresponda a la orden de compra ejecutada y que los productos recibidos estén en óptimas condiciones. De encontrar productos en malas condiciones o con fecha próxima de vencimiento se avisa al proveedor y se espera la sustitución de los mismos. Los productos que cumplen con la calidad y se encuentran dentro del pedido son almacenados. Luego se procede con la venta donde se reciben y facturan los pedidos de los clientes para finalmente distribuirlos.

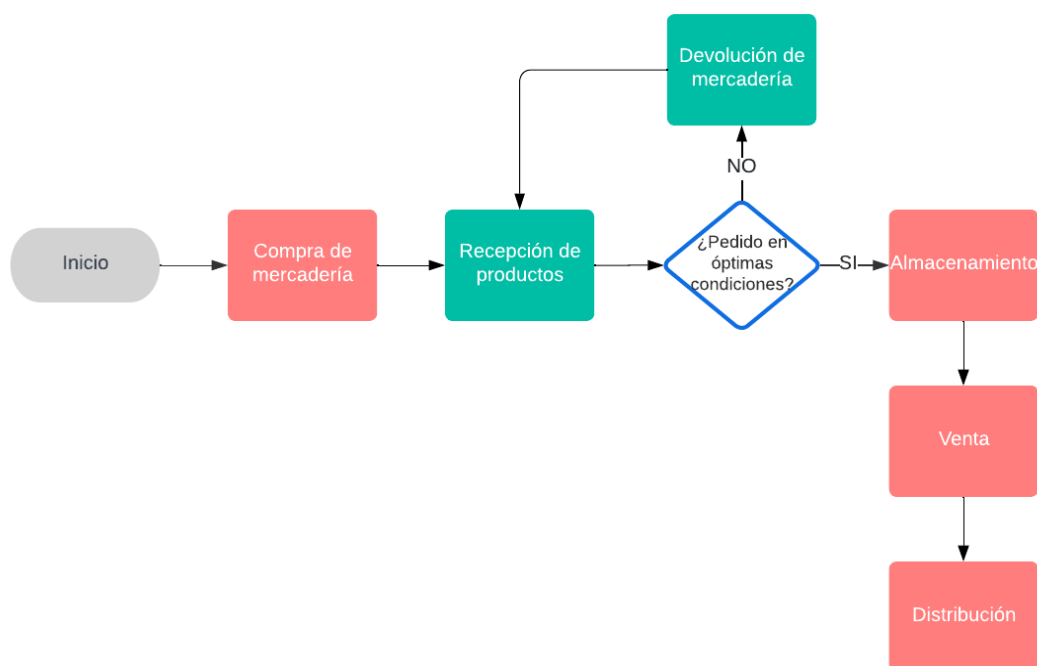


Figura 1: Diagrama de flujo del proceso general de la empresa. Elaboración propia.

La empresa cuenta con seis empleados y una directora. Se trata de una PYME que no posee personal capacitado en logística y distribución, sino que se desarrolla en base a la experiencia. Su principal interés es la satisfacción de sus clientes, cumpliendo en tiempo y forma con la entrega y reposición de los productos, brindando un servicio de calidad a precios competitivos. Tiene la visión de ser reconocida por sus clientes como un proveedor

responsable y comprometido, destacándose por el cumplimiento de las demandas sin desatender la buena manipulación de los productos.

De aquí en adelante, se hará referencia a Veritatis S.A. como la empresa, compañía u organización, de forma de no perder generalidad, ya que el caso de estudio puede ser de utilidad para otras empresas e incluso trasladarse a otras ramas de negocio.

### 3. Motivación

La empresa cuenta con una cartera de más de 80 clientes, entre los que se destaca un grupo de supermercados situados en los departamentos de Montevideo, Canelones, San José, Soriano, Durazno y Maldonado. Para atender a sus clientes, la empresa dispone de una flota propia de tres vehículos adecuados para la distribución de sus productos. Dos de ellos utilizados para la distribución dentro de Montevideo y el restante para la distribución fuera de la capital. Adicionalmente, para llegar a los clientes ubicados en los departamentos de San José, Soriano, Durazno y Maldonado, la empresa contrata servicio de flete que se encarga del traslado de la mercadería a dichas zonas.

Actualmente, se abastece a algunos de los clientes del grupo situados en la Costa de Oro (hasta San Luis) con vehículo propio y a Piriápolis y ciudad de Maldonado por flete. Esto es así por decisión de la Dirección de la empresa basándose en la intuición sin tener un análisis cuantitativo que la respalde. Por este motivo, es de gran interés para la empresa que se realice un análisis del caso desde un perfil más técnico, de forma de llegar a una solución que ayude y sustente la toma de decisión de a cuáles de estos clientes abastecer por flete y cuáles con flota propia de forma de minimizar los costos incurridos.

Esta situación, sumado a que el caso puede ser representado como un modelo de cadena de suministro en serie, motiva al estudio y análisis detallado del mismo. El objetivo es desarrollar un modelo que permita encontrar la solución óptima para el abastecimiento, almacenamiento y entrega de productos a los clientes del grupo de supermercados ubicados en Costa de Oro, Piriápolis y ciudad de Maldonado. Se enfoca en este grupo, ya que es en ellos donde la empresa presenta la mayor incertidumbre respecto al modo de envío y distribución. A su vez, es importante considerar el inventario de forma de poder cumplir con la demanda minimizando costos. Estos clientes forman parte del grupo que abarca la mayor cantidad de supermercados abastecidos por la compañía, por lo que mantener el compromiso, calidad y confianza es esencial.

En resumen, el proyecto se centra en dos de los procesos principales de la empresa. En el almacenamiento, colaborando con la toma de decisión de cuánto producto comprar a los proveedores de forma de optimizar la gestión del inventario, y en el proceso de distribución, analizando qué modo de envío utilizar para abastecer a los supermercados seleccionados del grupo principal. En el caso de distribuirles con camión propio, conocer qué ruta es la que optimiza los costos incurridos cumpliendo con el horario de atención.

Para comprender mejor el proceso de distribución, en la Figura 2 se presenta el proceso de envío por flete y en la Figura 3 el proceso de distribución con camión propio. El proceso de envío por flete consiste en preparar el pedido recibido por parte de los clientes a los cuales ya está estipulado que se les distribuye por este modo de envío. Una vez armados todos los pedidos, se contacta con el servicio de distribución para programar la recogida de los mismos. Antes de cargarlos en el flete se verifica que el pedido coincida con la factura. Si al realizar dicha inspección no hay ninguna discrepancia entonces se carga el pedido en el camión, en caso contrario, se realizan las correcciones necesarias. Una vez verificados y cargados los pedidos correspondientes, el flete se retira para comenzar con la distribución de los productos.

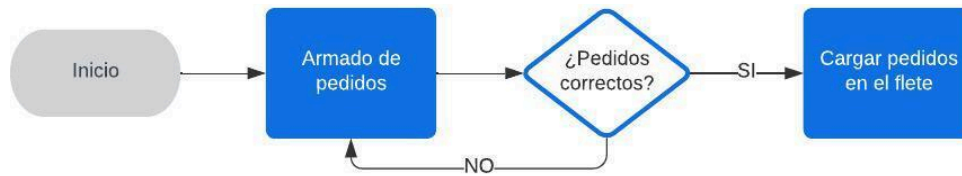


Figura 2: Diagrama de flujo proceso de envío por flete. Elaboración propia.

Para el proceso de distribución por camión propio, los primeros pasos coinciden con los de distribución por flete. Se preparan los pedidos para el día siguiente de los clientes a los cuales se distribuye por flota propia. A la mañana siguiente, se verifica que cada pedido coincida con la factura correspondiente. Si al realizar dicha inspección se encuentra todo correcto, se carga el pedido en el camión, de existir alguna discrepancia se realizan las correcciones necesarias. Una vez finalizada la carga del camión, se comienza con el transporte de los productos a los diferentes clientes retornando al depósito una vez finalizadas todas las entregas programadas.

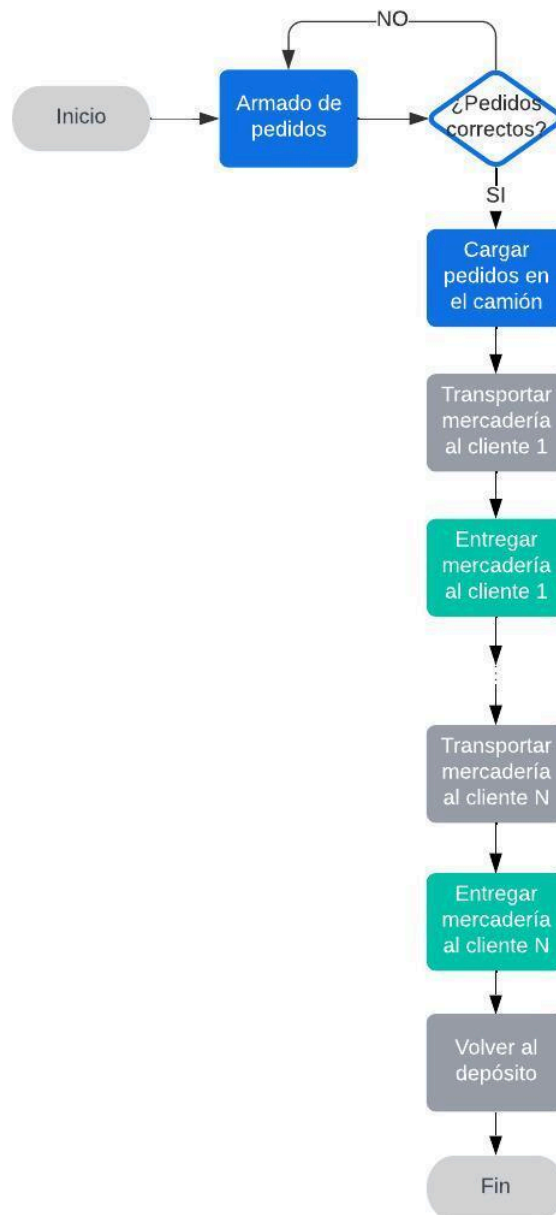


Figura 3: Diagrama de flujo del proceso de distribución con flota propia. Elaboración propia.



## 4. Definición del problema planteado

### 4.1 Descripción del caso

El objetivo del proyecto es determinar a qué clientes situados en la Costa de Oro, Piriápolis y ciudad de Maldonado abastecer por flete o flota propia de forma de satisfacer la demanda sin retrasos, minimizando los costos de transporte e inventario. En caso de abastecer con flota propia determinar qué recorrido se debe realizar, llegando a cada cliente dentro del horario de atención y minimizando costos. Se considera el horizonte de planificación de un semestre con períodos quincenales.

Basándose en la revisión sistemática de la literatura realizada en el Volumen II, puede representarse como una cadena de suministro en serie de tres capas. En primer lugar, se considera a los proveedores (fábricas) a los que la empresa compra los productos para abastecerse. Estos productos son transportados hacia la empresa (transporte de entrada), donde son almacenados temporalmente. Finalmente, los productos son distribuidos a los minoristas (transporte de salida), que son los diferentes supermercados a abastecer.

Se trata de un problema multiproducto con capacidades de almacenamiento en el depósito y capacidades de transporte. A su vez, los clientes presentan ventanas de tiempo que restringen el horario en el que la empresa puede entregarles sus pedidos. La demanda se puede pronosticar en el horizonte de planificación considerando datos históricos del último año. En cuanto a la distribución, se considera que a los clientes se les entrega su pedido por un único modo de transporte, sea flete o flota propia. En este caso, tanto el flete como la flota propia constan de un solo camión.

Los costos asociados al problema son: costo de abastecer a los clientes por flete, costo de abastecer a los clientes con camión propio, costo de almacenamiento y costo de compra.

A continuación se detallan las principales restricciones del problema.

Capacidad del depósito: el depósito cuenta con un espacio determinado para el almacenamiento de cajones con la mercadería. Posee dos cámaras de frío que operan a diferentes temperaturas y tienen un volumen útil a ocupar limitado.

Capacidad del camión: la mercadería en el camión se transporta en cajones y el volumen a ocupar está limitado.

Capacidad del flete: al igual que para el caso anterior, la mercadería se transporta en cajones, pero el volumen útil se reduce debido a que el flete transporta también mercadería de otras empresas.

Ventanas de tiempo: cada cliente puede recibir la mercadería dentro de cierto intervalo de tiempo.

## 4.2 Modelado de la realidad

El modelo se desarrolla de manera incremental. Se comienza simplificando el problema y a medida que se avanza en el modelado, se agrega complejidad hasta alcanzar el modelo final que representa la situación estudiada. Este desarrollo permite comprender el comportamiento de las distintas variables y restricciones y su incidencia en el modelo, facilita la detección de errores y hace posible validar el funcionamiento de cada componente antes de agregar más complejidad. A continuación, se definen las diferentes etapas:

1. Etapa 1: Modo de envío, único producto. ¿A qué clientes abastecer con flete y a cuáles con flota propia?

En la Figura 4 se modela gráficamente la cadena de suministro considerada en esta etapa. Se nota que para abastecer a los diferentes clientes puede tenerse dos modos de envío, ya sea por flete (representado con el camión rojo) o por camión propio (representado con el camión blanco). A su vez, se nota que la distribución parte siempre desde el depósito.

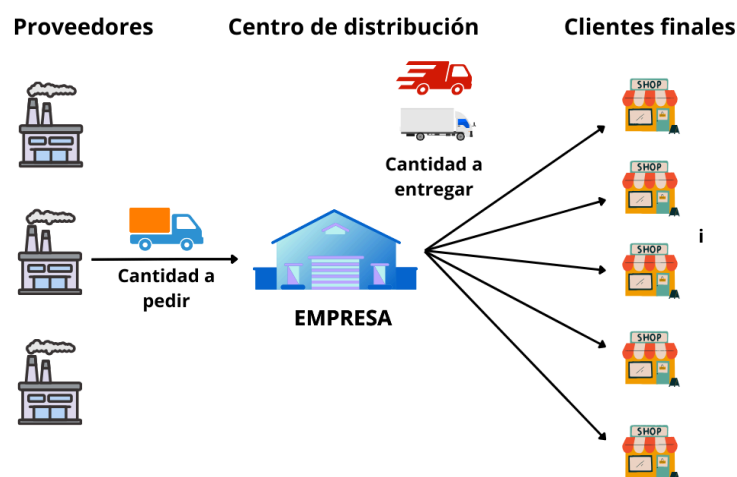


Figura 4: Representación gráfica Etapa 1. Elaboración propia.

2. Etapa 2: Multiproducto. Se incorpora la distribución de más de un tipo de producto.

En la Figura 5 se representa el modelado de esta etapa. En este caso hay más de un artículo, por lo que la cantidad a comprar a los proveedores y la cantidad a entregar a cada cliente depende de cada artículo.

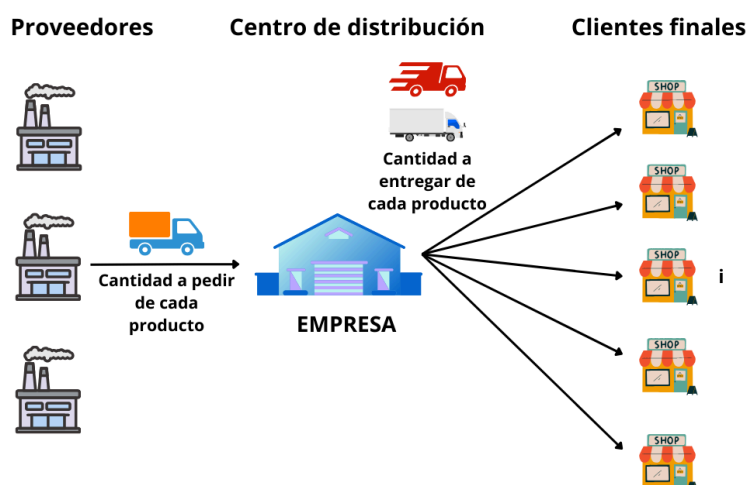


Figura 5: Representación gráfica Etapa 2. Elaboración propia.

3. Etapa 3: Ruteo de la flota propia. Se incorpora el orden de atención de los clientes abastecidos por flota propia.

En este caso, además de decidir a qué clientes abastecer por flete y a cuáles con camión propio, se incorpora el ruteo para el caso de los clientes abastecidos por flota propia. Se representa dicho caso en la Figura 6.

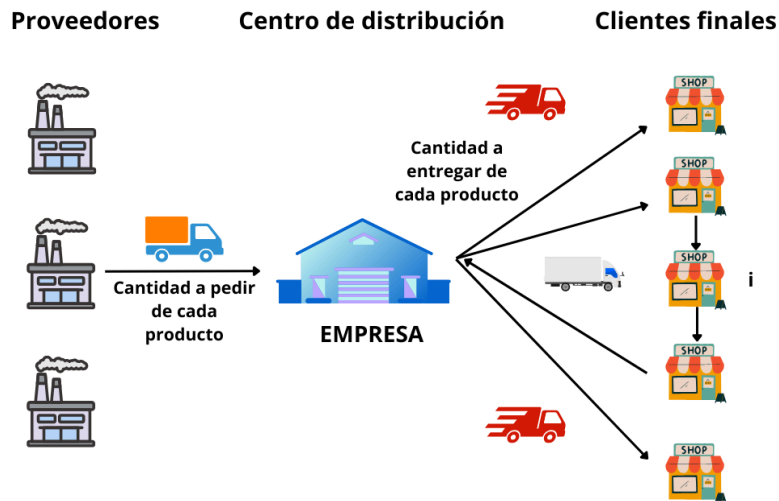


Figura 6: Representación gráfica Etapa 3. Elaboración propia.

4. Etapa 4: Ventanas de tiempo. Se incorpora el horario de atención de cada cliente.

En esta última etapa al ruteo de la flota propia se le agrega la condición de cumplir con el horario de atención de cada cliente. En la Figura 7 se representa esta etapa.

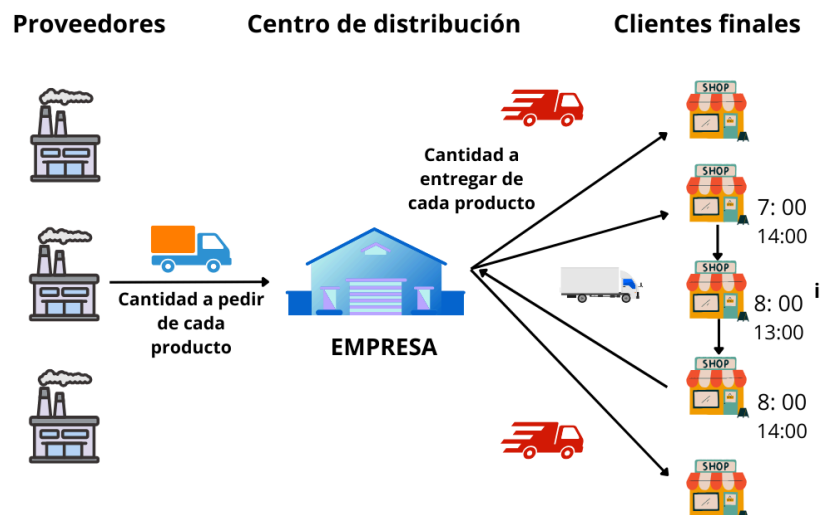


Figura 7: Representación gráfica Etapa 4. Elaboración propia.

### 4.3 Simplificaciones y suposiciones

Se considera un horizonte de planificación de un semestre (12 períodos quincenales) donde la demanda es conocida. En cada etapa se realizan diferentes suposiciones para poder modelar la realidad.

#### Etapa 1:

- Un único producto.
- Solo un modo de envío para cada cliente. A un mismo cliente se lo abastece de una única forma, con flete o con flota propia.
- A los clientes que se les entrega con flota propia se los abastece partiendo siempre desde el depósito.

#### Etapa 2:

- Multiproducto.
- Para el transporte, en un cajón se puede colocar más de un tipo de artículo.
- No se mezclan cajones entre pedidos de clientes.
- En el depósito los artículos se almacenan en cajones por tipo de producto, no se mezclan.
- Solo un modo de envío para cada cliente. A un mismo cliente se lo abastece de una única forma, con flete o con flota propia.
- A los clientes que se les entrega con flota propia se los abastece partiendo siempre desde el depósito.

#### Etapa 3:

- Multiproducto.
- Para el transporte, en un cajón se puede colocar más de un tipo de artículo.
- No se mezclan cajones entre pedidos de clientes.
- En el depósito los artículos se almacenan en cajones por tipo de producto, no se mezclan.
- Solo un modo de envío para cada cliente. A un mismo cliente se lo abastece de una única forma, con flete o con flota propia.
- Para la distribución de flota propia se parte desde el depósito y se vuelve al depósito, pero en un mismo recorrido se puede abastecer a más de un cliente.

#### Etapa 4:

- Multiproducto.
- Para el transporte, en un cajón se puede colocar más de un tipo de artículo.
- No se mezclan cajones entre pedidos de clientes.
- En el depósito los artículos se almacenan en cajones por tipo de producto, no se mezclan.
- Solo un modo de envío para cada cliente. A un mismo cliente se lo abastece de una única forma, con flete o con flota propia.
- Para la distribución de flota propia se parte desde el depósito y se vuelve al depósito, pero en un mismo recorrido se puede abastecer a más de un cliente.
- La flota propia abastece a los clientes correspondientes durante el mismo día cumpliendo con el horario de atención de cada cliente.

## 5. Modelo matemático

En esta sección se presenta la formulación matemática del problema a resolver planteado en la Sección 4.

### 5.1 Formulación Etapa 1

¿A qué clientes abastecer con flete y a cuáles con flota propia?

#### 5.1.1 Conjuntos

$T$ : *Períodos* =  $\{1, 2, 3, \dots, T\}$ . Este conjunto representa el horizonte de planificación.

$N$ : *Clientes* =  $\{0, 1, 2, 3, \dots, N\}$ , 0 es el depósito.

#### 5.1.2 Parámetros

$d_{i,t}$ : demanda del cliente  $i$ , en el período  $t$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ . Medida en cantidad de unidades del producto.

$h$ : costo unitario (\$) de almacenar el artículo en el depósito.

$k$ : costo unitario (\$) de comprar el artículo al proveedor.

$C_i$ : costo de abastecer con camión propio al cliente  $i$ ,  $i \in N$ . Constante para todos los períodos.

$Q_{camión}$ : capacidad de transporte de la flota propia, medida en cantidad de cajones.

$Q_{flete}$ : capacidad de transporte del flete, medida en cantidad de cajones.

$q$ : cantidad de producto que entra en un cajón.

$Q_{depósito}$ : capacidad del depósito, medida en cantidad de cajones.

$v$ : precio de venta del artículo, uniforme para todos los clientes.

$M$ : número entero suficientemente grande. Utilizado para la activación de ciertas restricciones.

$\alpha$ : porcentaje de venta que cobra el flete.

#### 5.1.3 Variables de decisión

$x_{i,t}$ : cantidad de unidades del producto entregadas al cliente  $i$  en el período  $t$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$y_t$ : cantidad de unidades del producto a comprar en el período  $t$ ,  $t \in T$ .

$f_{i,t}$ : variable binaria que vale 1 si se abastece por flete al cliente  $i$  en el período  $t$  y 0 en otro caso,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$c_{i,t}$ : variable binaria que vale 1 si se abastece por flota propia al cliente  $i$  en el período  $t$  y 0 en otro caso,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$I_t$ : cantidad de unidades del producto en stock al finalizar el período  $t$ ,  $t \in T \cup \{0\}$ .

$z1_{i,t}$ : variable auxiliar que se utiliza para linealizar el problema. Siendo  $z1_{i,t} = x_{i,t} f_{i,t}$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$z2_{i,t}$ : variable auxiliar que se utiliza para linealizar el problema. Siendo  $z2_{i,t} = x_{i,t} c_{i,t}$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

#### 5.1.4 Función objetivo

Minimizar los costos asociados al inventario y transporte en el horizonte de planificación establecido. Se consideran los siguientes costos: costo de almacenar, costo de abastecer por flete, costo de abastecer con camión propio y costo de compra. En la expresión (1) se presenta la función objetivo.

$$\min \sum_{t=1}^T hI_t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N x_{i,t} v\alpha f_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N C_i c_{i,t} + \sum_{t=1}^T ky_t \quad (1)$$

El costo de abastecer por flete al cliente  $i$  en el período  $t$  consiste en cierto porcentaje  $\alpha$  de la venta, es decir:  $x_{i,t} v\alpha$ .

Puede notarse que la expresión del costo por abastecer por flete en la función objetivo resulta en una expresión no lineal, ya que depende de la cantidad entregada al cliente ( $x_{i,t}$ ) y se incurre en dicho costo siempre y cuando se abastezca al cliente por flete, por lo que se debe multiplicar por la variable binaria que indica si se abastece o no al cliente por flete ( $f_{i,t}$ ). Una forma de linealizar dicha expresión es considerar una nueva variable  $z1_{i,t}$  tal que  $z1_{i,t} = x_{i,t} f_{i,t}$ . Sus condiciones serán vistas más adelante en las restricciones.

La función objetivo resulta en la expresión presentada en (2):

$$\min \sum_{t=1}^T hI_t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N v\alpha z1_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N C_i c_{i,t} + \sum_{t=1}^T ky_t \quad (2)$$

#### 5.1.5 Restricciones

##### Balance de inventario

La cantidad de producto que se tiene en stock, es decir la cantidad de producto que quedó en inventario al finalizar el período anterior, junto con la cantidad de insumo pedido en el período, debe ser igual a la cantidad de producto entregada más la cantidad restante en stock.

$$y_t + I_{t-1} = \sum_{i=1}^N x_{i,t} + I_t, \forall t \in T \quad (3)$$

##### Satisfacción de la demanda

En cada período debe cumplirse con la demanda de todos los clientes.

$$x_{i,t} \geq d_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (4)$$

##### Inventario inicial nulo

Se considera que en el horizonte de planificación se parte de un inventario inicial nulo.

$$I_0 = 0 \quad (5)$$

### Capacidad del camión

Lo que se entrega a los clientes por flota propia no puede superar la capacidad del camión.

$$\frac{x_{i,t} c_{i,t}}{q} \leq Q_{\text{camión}}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (6)$$

Esta restricción cumple ser no lineal al tener la multiplicación de dos variables, por lo que teniendo en cuenta la linealización detallada por Madrid Naz (2018) [2] se considera una nueva variable auxiliar  $z2_{i,t}$  entera positiva que cumple ciertas restricciones tal que  $z2_{i,t} = x_{i,t} c_{i,t}$ .

En conclusión, la restricción de la capacidad del camión se resume en el siguiente conjunto de restricciones:

$$\frac{z2_{i,t}}{q} \leq Q_{\text{camión}}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (7)$$

$$z2_{i,t} \leq M c_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (8)$$

$$z2_{i,t} \leq x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (9)$$

$$z2_{i,t} \geq x_{i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T \quad (10)$$

### Capacidad del flete

Lo que se entrega a los clientes por flete no puede superar la capacidad del flete.

$$\frac{x_{i,t} f_{i,t}}{q} \leq Q_{\text{flete}}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (11)$$

Al igual que la restricción anterior cumple ser no lineal. Considerando la misma forma de linealización pero con la variable  $z1_{i,t} = x_{i,t} f_{i,t}$  entera positiva, se obtienen las siguientes restricciones:

$$\frac{z1_{i,t}}{q} \leq Q_{\text{flete}}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (12)$$

$$z1_{i,t} \leq M f_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (13)$$

$$z1_{i,t} \leq x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (14)$$

$$z1_{i,t} \geq x_{i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T \quad (15)$$

### Capacidad del depósito al finalizar el período

Lo que queda en inventario al finalizar el período no puede superar la capacidad del depósito.

$$\frac{I_t}{q} \leq Q_{\text{depósito}}, \forall t \in T \quad (16)$$

### Capacidad del depósito al iniciar el período

No se puede comprar más que el espacio disponible para almacenar.

$$\frac{y_t + I_{t-1}}{q} \leq Q_{\text{depósito}}, \forall t \in T \quad (17)$$

### Único modo de transporte

Para cada cliente, se puede elegir máximo un modo de transporte. Se le abastece por flete o por camión propio pero no de las dos formas durante el mismo período.

$$f_{i,t} + c_{i,t} \leq 1, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (18)$$

### No activación de costos de transporte

Si no se le entrega al cliente  $i$  ( $x_{i,t} = 0$ ) entonces las variables binarias  $f_{i,t}$ ,  $c_{i,t}$  también deben ser cero, es decir, no se activa ningún costo de envío para ese cliente.

$$f_{i,t} \leq M x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (19)$$

$$c_{i,t} \leq M x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (20)$$

### Activación costo de transporte

Si se le entrega al cliente  $i$  ( $x_{i,t} \neq 0$ ) entonces debe activarse algún modo de envío.

$$x_{i,t} \leq M(f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T \quad (21)$$

### Dominio de variables

$$x_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (22)$$

$$y_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T \quad (23)$$

$$I_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T \cup \{0\} \quad (24)$$

$$z1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (25)$$

$$z2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (26)$$

$$f_{i,t} \in \{0, 1\}, \text{ variable binaria} \quad (27)$$

$$c_{i,t} \in \{0, 1\}, \text{ variable binaria} \quad (28)$$

En el [Anexo 1](#) se presenta la formulación matemática completa del modelo.

## 5.2 Validación del modelo Etapa 1

En esta sección se comprueba que el modelo planteado funciona acorde a lo esperado. Al tratarse de un problema de programación lineal entera se utiliza para su implementación el software GLPK versión 4.65. Tanto en esta validación como en las validaciones de las etapas restantes todos los resultados numéricos se obtienen implementando el modelo en GLPK en una laptop con procesador Intel CORE i7 7ma generación, memoria RAM de 16GB y sistema operativo de 64 bits. Para todas las validaciones se considera un conjunto acotado de datos y se suponen valores para los parámetros de forma de simplificar el análisis.

En los casos en que al ejecutar el modelo resulta en una falla para alcanzar el valor óptimo o en su comportamiento, se realizan modificaciones y se lo ejecuta nuevamente. Una vez funcionando correctamente, se verifica que el modelo cumple con lo esperado. Para esto



se analiza la solución obtenida observando si se cumple con las restricciones correspondientes a cada etapa.

En este caso, en la Etapa 1, se busca validar las siguientes restricciones:

- Balance de inventario.
- Satisfacción de la demanda.
- No superar la capacidad del camión.
- No superar la capacidad del flete.
- No superar la capacidad del depósito.
- Único modo de transporte para cada cliente.
- No activación de costos de transporte.
- Activación de costos de transporte.
- Dominio de variables.

Los resultados numéricos que validan el modelo se detallan en el [Anexo 2](#).

### 5.3 Formulación Etapa 2

Se incorpora la condición de multiproducto al modelo de la Etapa 1 formulado y validado anteriormente.

#### 5.3.1 Conjuntos

Al modelo anterior se le incorpora el conjunto de productos,  $P$ : *Productos* = {1, 2, 3,...,  $P$ }.

#### 5.3.2 Parámetros

Algunos de los parámetros pasan a depender del tipo de producto, ellos son:

$d_{p,i,t}$ : demanda del producto  $p$  del cliente  $i$  en el período  $t$ ,  $p \in P$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ . Medida en cantidad de unidades de producto.

$h_p$ : costo unitario (\$) de almacenar el producto  $p$  en el depósito,  $p \in P$ .

$k_p$ : costo unitario (\$) de comprar el artículo  $p$  al proveedor,  $p \in P$ .

$q_p$ : cantidad de unidades del producto  $p$  que entra en un cajón,  $p \in P$ .

$v_p$ : precio de venta del artículo  $p$ ,  $p \in P$ . Uniforme para todos los clientes.

#### 5.3.3 Variables de decisión

Sin ser las variables binarias el resto depende del tipo de producto.

$x_{p,i,t}$ : cantidad de unidades del producto  $p$  entregada al cliente  $i$  en el período  $t$ ,  $p \in P$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$y_{p,t}$ : cantidad de unidades a comprar del producto  $p$  en el período  $t$ ,  $p \in P$ ,  $t \in T$ .

$I_{p,t}$ : cantidad de unidades en stock del producto  $p$  al finalizar el período  $t$ ,  $p \in P$ ,  $t \in T \cup \{0\}$ .

$z1_{p,i,t}$ : variable auxiliar que se utiliza para linealizar el problema.  $z1_{p,i,t} = x_{p,i,t} f_{i,t}$ ,  $p \in P$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$z2_{p,i,t}$ : variable auxiliar que se utiliza para linealizar el problema.  $z2_{p,i,t} = x_{p,i,t} c_{i,t}$ ,  $p \in P$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

Se agregan las siguientes variables auxiliares para modelar en el lenguaje Math Prog la función de aproximación al entero superior en ciertas restricciones que se detallan más adelante:

$aux1_{i,t}$ : variable auxiliar,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$aux2_{i,t}$ : variable auxiliar,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

$aux3_{p,t}$ : variable auxiliar,  $p \in P$ ,  $t \in T$ .

$aux4_{p,t}$ : variable auxiliar,  $p \in P$ ,  $t \in T$ .

### 5.3.4 Función objetivo

En la expresión (29) se presenta la función objetivo de esta etapa.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P v_p \alpha z1_{p,i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N C_i c_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t} \quad (29)$$

### 5.3.5 Restricciones

Se detallan las restricciones que varían y/o se agregan.

#### Balance de inventario

$$y_{p,t} + I_{p,t-1} = \sum_{i=1}^N x_{p,i,t} + I_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (30)$$

#### Satisfacción de la demanda

$$x_{p,i,t} \geq d_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (31)$$

#### Inventario inicial nulo

$$I_{p,0} = 0, \forall p \in P \quad (32)$$

#### Capacidad del camión

$$\left\lceil \sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} \right\rceil \leq Q_{camión}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (33)$$

$$z2_{p,i,t} \leq M c_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (34)$$

$$z2_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (35)$$

$$z2_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (36)$$

Para implementar la primera restricción de capacidad del camión se debe considerar una variable auxiliar, ya que la función de aproximar al entero superior solo funciona con variables unidimensionales y  $(\sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p})$  es tridimensional. Para implementar la suma del entero superior se considera la variable  $aux2_{i,t}$  entera positiva que cumple las siguientes restricciones:

$$\sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} \leq aux2_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (37)$$

$$aux2_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (38)$$

$$aux2_{i,t} \leq Q_{camión}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (39)$$

### Capacidad del flete

$$\left\lceil \sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} \right\rceil \leq Q_{flete}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (40)$$

$$z1_{p,i,t} \leq Mf_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (41)$$

$$z1_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (42)$$

$$z1_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (43)$$

Por el mismo motivo que en la restricción de capacidad del camión se considera una nueva variable  $aux1_{i,t}$  entera positiva que cumple las siguientes restricciones:

$$\sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} \leq aux1_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (44)$$

$$aux1_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (45)$$

$$aux1_{i,t} \leq Q_{flete}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (46)$$

### Capacidad del depósito al finalizar el período

$$\sum_{p=1}^P \left\lceil \frac{I_{p,t}}{q_p} \right\rceil \leq Q_{depósito}, \forall t \in T \quad (47)$$

En este caso, para el almacenamiento, no se mezclan tipos de producto en un mismo cajón por lo que se debe de redondear el número de cajones por cada tipo de producto. Se considera una nueva variable  $aux3_{p,t}$  entera positiva que cumple las siguientes restricciones:

$$\frac{I_{p,t}}{q_p} \leq aux3_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (48)$$

$$aux3_{p,t} \leq \frac{I_{p,t}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (49)$$

$$\sum_{p=1}^P aux3_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T \quad (50)$$

### Capacidad del depósito al iniciar el período

$$\sum_{p=1}^P \left\lceil \frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} \right\rceil \leq Q_{depósito}, \forall t \in T \quad (51)$$

Para su implementación se considera una nueva variable auxiliar  $aux4_{p,t}$  entera positiva y las siguientes restricciones:

$$\frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} \leq aux4_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (52)$$

$$aux4_{p,t} \leq \frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (53)$$

$$\sum_{p=1}^P aux4_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T \quad (54)$$

### No activación de costos de transporte

Si no se le entrega ningún producto al cliente  $i$   $\left( \sum_{p=1}^P x_{p,i,t} = 0 \right)$  entonces las variables binarias  $f_{i,t}$ ,  $c_{i,t}$  también deben ser cero.

$$f_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (55)$$

$$c_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (56)$$

### Activación costo de transporte

Si se le entrega de algún tipo de producto al cliente  $i$   $\left( \sum_{p=1}^P x_{p,i,t} \neq 0 \right)$  entonces debe activarse algún modo de envío.

$$\sum_{p=1}^P x_{p,i,t} \leq M(f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T \quad (57)$$

### Dominio de variables

$$x_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (58)$$

$$y_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (59)$$

$$I_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \cup \{0\} \quad (60)$$

$$z1_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (61)$$

$$z2_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (62)$$

$$aux1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (63)$$

$$aux2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (64)$$

$$aux3_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (65)$$

$$aux4_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (66)$$

En el [Anexo 3](#) se presenta la formulación matemática completa del modelo.

## 5.4 Validación del modelo Etapa 2

Se implementa el modelo y se ejecuta considerando diferentes valores de parámetros. Se busca validar que el modelo continúe funcionando considerando las mismas restricciones pero para más de un producto.

Los resultados numéricos que validan el modelo se detallan en el [Anexo 4](#).

## 5.5 Formulación Etapa 3

Se incorpora el ruteo de la flota propia. ¿En qué orden se debe visitar a los clientes abastecidos por flota propia?

### 5.5.1 Conjuntos

Mismos conjuntos que la Etapa 2.

### 5.5.2 Parámetros

Se consideran los mismos parámetros que en la Etapa 2 modificando únicamente el costo de abastecer con camión propio, ya que ahora partiendo del depósito se puede abastecer a más de un cliente en un único recorrido:

$C_{ij}$ : costo de recorrer con camión propio la distancia entre el cliente  $i$  y el cliente  $j$ ,  $i, j \in N$ . Constante para todos los períodos.

### 5.5.3 Variables de decisión

Considerando la formulación de Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) [3] aplicada a la resolución del típico Problema del Viajante de Comercio (Traveling Salesman Problem, TSP) se incorporan las siguientes variables:

$\varphi_{i,j,t}$ : variable binaria que vale 1 si se recorre la distancia del cliente  $i$  al cliente  $j$  y 0 en otro caso,  $i, j \in N$ ,  $t \in T$ .  
 $\Omega_{i,t}$ : variable extra que indica el orden de visita al cliente  $i$  en el período  $t$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .  
 $aux5_t$ : variable auxiliar que indica la cantidad de clientes visitados por camión propio en el período  $t$  más el depósito,  $t \in T$ .

### 5.5.4 Función objetivo

En la expresión (67) se presenta la función objetivo de esta etapa.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P v_p \alpha z1_{p,i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{ij} \varphi_{i,j,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t} \quad (67)$$

### 5.5.5 Restricciones

Se modifican las siguientes restricciones:

#### Capacidad del camión

Al suponer que ya no se parte siempre desde el depósito, sino que en un único recorrido se abastece a más de un cliente, se debe considerar la suma de cajones para todos los clientes abastecidos.

$$\sum_{i=1}^N \left[ \sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} \right] \leq Q_{camión}, \forall t \in T \quad (68)$$

Reduciéndose la restricción de capacidad del camión detallada a la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^N aux2_{i,t} \leq Q_{camión}, \forall t \in T \quad (69)$$

### Capacidad del flete

Por abastecer a más de un cliente en un mismo trayecto se debe considerar la suma de cajones para todos los clientes involucrados reduciéndose esta restricción a la expresión (70).

$$\sum_{i=1}^N aux1_{i,t} \leq Q_{flete}, \forall t \in T \quad (70)$$

### Dominio de variables

Se agrega:

$$\varphi_{i,j,t} \in \{0, 1\}, \text{ variable binaria} \quad (71)$$

$$\Omega_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (72)$$

$$aux5_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T \quad (73)$$

Se incorporan las siguientes restricciones de ruteo:

### Único arco de entrada

El camión llega una única vez a cada cliente  $j$  visitado con vehículo propio.

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N \varphi_{i,j,t} = c_{j,t}, \forall j \in N, j \neq 0, \forall t \in T \quad (74)$$

### Único arco de salida

El camión sale una única vez de cada cliente  $i$  visitado con vehículo propio.

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N \varphi_{i,j,t} = c_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T \quad (75)$$

### Único arco de salida del depósito

$$\sum_{j=1, j \neq 0}^N \varphi_{0,j,t} \leq 1, \forall t \in T \quad (76)$$

### Único arco de entrada al depósito

$$\sum_{i=1, i \neq 0}^N \varphi_{i,0,t} \leq 1, \forall t \in T \quad (77)$$

### Eliminación de subtours

El siguiente conjunto de restricciones evitan la existencia de subcircuitos sin tener una cantidad exponencial de restricciones.

Se inicia el recorrido desde el depósito:

$$\Omega_{0,t} = 1, \forall t \in T \quad (78)$$

Cantidad de clientes atendidos por camión propio más el depósito:

$$aux5_t = \sum_{i \neq 0}^N c_{i,t} + 1, \forall t \in T \quad (79)$$

Si el cliente no es visitado por el camión, entonces se le asigna orden de recorrido nulo, mientras que si está incluido en el recorrido su orden de visita estará entre 2 y  $N$ .

$$2c_{i,t} \leq \Omega_{i,t} \leq Nc_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T \quad (80)$$

Se limita el valor máximo de omega ( $\Omega_{i,t}$ ) a la cantidad de clientes visitados por camión. Notar que siempre  $aux5_t \leq N$ .

$$\Omega_{i,t} \leq aux5_t, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T \quad (81)$$

Se adapta la restricción de eliminación de subcircuitos del modelo MTZ [3] para que considere únicamente a los clientes abastecidos por camión propio.

$$\Omega_{i,t} - \Omega_{j,t} + N\phi_{i,j,t} \leq N - 1 + (N - 1)(2 - c_{i,t} - c_{j,t}), \forall i, j \in N, i \neq 0, j \neq 0, i \neq j, \forall t \in T \quad (82)$$

En el [Anexo 5](#) se presenta la formulación matemática completa del modelo.

## 5.6 Validación del modelo Etapa 3

En esta etapa se busca validar que el modelo planteado para el ruteo de los clientes abastecidos por flota propia se comporte según lo esperado. Para esto se analizan las siguientes restricciones:

- Único arco de entrada y salida para todo cliente abastecido por flota propia.
- Único arco de entrada y salida del depósito.
- Eliminación de subtours.

Los resultados numéricos que validan el modelo se detallan en el [Anexo 6](#).

## 5.7 Formulación Etapa 4

Se incorporan las ventanas de tiempo de cada cliente abastecido por flota propia. ¿En qué orden se debe visitar a los clientes cumpliendo con su horario de atención?

### 5.7.1 Conjuntos

Se mantienen los conjuntos de la etapa anterior.

### 5.7.2 Parámetros

Se incorporan los siguientes parámetros.

$a_i$ : hora de inicio de la ventana de tiempo del cliente  $i$ ,  $i \in N$ .

$b_i$ : hora de finalización de la ventana de tiempo del cliente  $i$ ,  $i \in N$ .

$s_i$ : tiempo de servicio en el cliente  $i$ ,  $i \in N$ , medido en horas.

$r_{ij}$ : tiempo de viaje entre el cliente  $i$  y el cliente  $j$ ,  $i, j \in N$ , medido en horas.

### 5.7.3 Variables de decisión

Se agrega la siguiente variable:

$u_{i,t}$ : hora de llegada al cliente  $i$  en el período  $t$ ,  $i \in N$ ,  $t \in T$ .

### 5.7.4 Función objetivo

Se mantiene la misma función objetivo que en la etapa anterior. Las ventanas de tiempo solo interfieren en el ruteo.

### 5.7.5 Restricciones

Se agregan las siguientes restricciones

#### Dominio de variable

$$u_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T \quad (83)$$

#### Ventanas de tiempo

El horario de entrega de los pedidos está acotado dentro de la ventana de tiempo de atención del cliente. Se consideran solo los clientes atendidos por camión propio, ya que son los que se incluyen en el ruteo.

$$a_i c_{i,t} \leq u_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T \quad (84)$$

$$u_{i,t} \leq b_i c_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T \quad (85)$$

A su vez, se debe considerar que si se recorre la distancia del cliente  $i$  al cliente  $j$ , sus horarios de atención deben de ser consecutivos. Para esto se agrega la siguiente restricción:

$$u_{i,t} + s_i + r_{ij} - M(1 - \varphi_{ij,t}) \leq u_{j,t}, \forall i, j \in N, i \neq 0, j \neq 0, i \neq j, \forall t \in T \quad (86)$$

Observación: si no se recorre el arco del cliente  $i$  al cliente  $j$  ( $\varphi_{ij,t} = 0$ ), la hora de llegada al cliente  $j$  es independiente del cliente  $i$ .

En el [Anexo 7](#) se presenta la formulación matemática completa del modelo.

## 5.8 Validación del modelo Etapa 4

En esta etapa se validan las restricciones correspondientes a las ventanas de tiempo de cada cliente:

- Cota inferior y superior de hora de atención, para clientes abastecidos con flota propia.
- Secuencia de hora de llegada.



Se analizan los horarios de atención asignados en relación con el comportamiento del ruteo validado anteriormente.

Los resultados numéricos que validan el modelo se detallan en el [Anexo 8](#).

Este modelo cumple con las condiciones de multiperíodo, modo de transporte, multiproducto, ruteo para flota propia y ventanas de tiempo de atención de cada cliente, minimizando costos de inventario, costo de transporte y costo de compra. De este modo se obtiene el modelo matemático final para la resolución del problema de interés.

## 5.9 Instancias de prueba del modelo final

Una vez obtenido el modelo final, se generan distintas instancias de prueba, aumentando la cantidad de elementos de los distintos conjuntos, para comprobar que el modelo continúa funcionando correctamente. Previendo que con GLPK el tiempo de ejecución de las distintas instancias del modelo puede ser elevado, a partir de este momento se implementa en AMPL y se resuelve con el solver CPLEX versión 22.1.1.

Para tener un aumento controlado de la complejidad del modelo se decide incrementar gradualmente la cantidad de datos de cada conjunto logrando tener puntos intermedios, por lo que se generan 9 instancias hasta obtener 12 períodos, 10 clientes y 15 productos que es la cantidad de elementos del caso de estudio. Para los parámetros se consideran valores ficticios que se mantienen constantes en todas las instancias. Se comienza aumentando la cantidad de clientes, para esto en la instancia 1 se pasa de 3 a 5 clientes y en la instancia 2 se consideran 7 clientes como una instancia intermedia antes de llegar a los 10 clientes finales. Se continúa aumentando la cantidad de productos, por lo que en las siguientes instancias se incrementa de 3 productos hasta llegar al objetivo final de 15. Una vez validada la instancia 7 (10 clientes y 15 productos) se incrementa la cantidad de períodos. Para esto, se tiene en consideración que el horizonte de planificación del caso de estudio es de un semestre, es decir 12 períodos, ya que se planifica quincenalmente. Se decide considerar una nueva instancia que represente la mitad del horizonte de planificación objetivo, por lo que se aumenta de 2 a 6 períodos. Finalmente, se genera una última instancia de prueba que representa la cantidad de elementos del caso real, 12 períodos, 10 clientes y 15 productos.

En la Tabla 1 se presentan las características de ejecución obtenidas en las distintas instancias. Se analiza la solución de cada una y se corrobora que es acorde a lo esperado, quedando así validado el modelo final con la cantidad de elementos requeridos.

*Tabla 1: Características de ejecución de las instancias del modelo final.*

|             | Cantidad de períodos | Cantidad de clientes | Cantidad de productos | Cantidad de variables | Cantidad de restricciones | Costo óptimo (\$) | Tiempo de ejecución (s) | Gap (%) |
|-------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------|-------------------------|---------|
| INSTANCIA 1 | 2                    | 5                    | 3                     | 281                   | 547                       | 30.385            | 0,344                   | -       |
| INSTANCIA 1 | 2                    | 5                    | 3                     | 281                   | 547                       | 30.715            | 0,234                   | 5       |
| INSTANCIA 2 | 2                    | 7                    | 3                     | 397                   | 779                       | 40.257            | 2,437                   | -       |
| INSTANCIA 2 | 2                    | 7                    | 3                     | 397                   | 779                       | 41.034            | 0,250                   | 5       |
| INSTANCIA 3 | 2                    | 10                   | 3                     | 601                   | 1.187                     | 59.155            | 0,328                   | 5       |
| INSTANCIA 4 | 2                    | 10                   | 6                     | 826                   | 1.682                     | 118.375           | 0,953                   | 5       |
| INSTANCIA 5 | 2                    | 10                   | 9                     | 1.051                 | 2.177                     | 208.981           | 1,375                   | 5       |
| INSTANCIA 6 | 2                    | 10                   | 12                    | 1.276                 | 2.672                     | 278.080           | 1,109                   | 5       |
| INSTANCIA 7 | 2                    | 10                   | 15                    | 1.501                 | 3.167                     | 333.673           | 2,125                   | 5       |
| INSTANCIA 8 | 6                    | 10                   | 15                    | 4.473                 | 9.471                     | 879.975           | 10,875                  | 5       |
| INSTANCIA 9 | 12                   | 10                   | 15                    | 8.931                 | 18.927                    | 1.546.736         | 21,969                  | 5       |

Para las dos primeras instancias en las que únicamente se incrementó la cantidad de clientes de 5 a 7, el modelo corrió en un tiempo razonable de ejecución, alcanzando una solución óptima. A partir de la instancia 3, con el objetivo de reducir el tiempo de procesamiento, fue necesario considerar un Gap de optimalidad de 5%. De esta forma el modelo no garantiza encontrar la solución óptima sino que se detendrá una vez encuentre una solución que no esté alejada más de un 5% del valor óptimo. Considerar un Gap del 5% permite lograr un equilibrio entre el tiempo de ejecución y la calidad de la solución. Con el objetivo de realizar una comparación del tiempo de ejecución en las distintas instancias, se decide considerar el Gap mencionado también para las dos primeras.

A continuación, en la Figura 8 se grafican los tiempos de ejecución en función de las instancias generadas para un Gap de optimalidad de 5%.



*Figura 8: Tiempos de ejecución de las instancias, Gap 5%. Elaboración propia.*

El gráfico muestra que existe una tendencia creciente del tiempo de ejecución a medida que crecen las instancias. En las primeras tres instancias donde lo que se incrementa es la cantidad de clientes se observa que el gráfico es casi constante pero con un leve crecimiento. De la instancia 3 a la 7 donde lo que aumenta es la cantidad de productos se distingue un comportamiento no constante que en general tiende a aumentar el tiempo de ejecución, mientras que en las instancias restantes donde se incrementa la cantidad de períodos se mantiene un comportamiento de crecimiento y la pendiente aumenta significativamente.

En resumen, se puede concluir que al generar más instancias, es decir incrementar la cantidad de datos en los conjuntos del problema, el tiempo de ejecución aumenta. Esto tiene sentido, ya que como se observa en la Tabla 1 se incrementa el número de variables y restricciones teniendo más datos y casos para procesar. El gráfico muestra que para el modelo es más costoso incrementar la cantidad de períodos a planificar que incrementar la cantidad de clientes o productos. Esto está directamente relacionado con la forma en que aumenta la cantidad de variables y restricciones.

Una vez probado el correcto funcionamiento del modelo con la cantidad de elementos requeridos para el caso real, como lo representa la instancia 9, en la siguiente sección se relevan y generan datos de la realidad de la empresa para luego aplicar el modelo al caso de estudio.

## 6. Relevamiento y generación de datos

### 6.1 Metodología

Para poder resolver el modelo es necesario conocer el valor de los distintos parámetros del problema. Para ello se utilizaron diferentes técnicas:

- Entrevista a la Dirección de la empresa.
- Visita a la empresa.
- Búsqueda en el software de gestión empresarial.
- Pronóstico.
- Búsqueda web.

Algunos datos, como la capacidad del depósito y de los modos de transporte, el costo de almacenamiento, el costo unitario de cada producto y su precio de venta fueron proporcionados directamente por la empresa.

Otros datos fueron analizados e interpretados a partir de la información extraída del software de gestión empresarial al cual la empresa brindó acceso. De dicho programa se extrajeron los datos históricos de la demanda de los distintos períodos del último año para así poder pronosticar la demanda de los períodos del horizonte de planificación.

Para calcular el costo de abastecer por flete, como se mencionó en las secciones anteriores, se utilizó el dato del precio de venta unitario de los productos. Para el cálculo del costo de transporte con flota propia fue necesario conocer el costo de combustible y el desgaste del vehículo (información suministrada por la empresa).

A continuación se detallan los datos y el análisis de cada uno de los parámetros.

### 6.2 Datos obtenidos

#### **Conjuntos:**

##### **Períodos**

Los períodos tienen una duración de 15 días, ya que las entregas a los clientes de interés se realizan con dicha frecuencia. Se considera un horizonte de planificación de un semestre, es decir, 12 períodos.

##### **Clientes**

Para mantener la confidencialidad de la empresa no se menciona el nombre real de los clientes analizados. Se los identifica con un número.

$$N = \{\text{Depósito}, \text{Cliente1}, \text{Cliente2}, \text{Cliente3}, \text{Cliente4}, \text{Cliente5}, \text{Cliente6}, \text{Cliente7}, \text{Cliente8}, \text{Cliente9}, \text{Cliente10}\}$$

##### **Productos**

Se consideran únicamente los productos que se venden actualmente a la cadena de clientes considerada. Cada uno se identifica a través de un código interno y mediante el sistema de gestión de la empresa se obtiene un listado de 15 productos.

$P = \{\text{Magro, Rallado 160gs, Rallado 80gs, Rallado 1kg, Parmesano, Semiduro, Colonia La Mag, Colonia extra, Colonia Veritatis, Muzarella, Ricota, Cuartirolo, Provolone entero, Sandwiche, Untable}\}$

De forma de simplificar, a partir de este momento se identifica a los productos detallados con una letra, resultando en el siguiente conjunto:

$P = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O\}$

## Parámetros:

### Demanda

El modelo considera la demanda conocida para cada producto en todos los períodos. Para el cálculo de dicho parámetro, como se ve en la revisión sistemática de la literatura presentada en el Volumen II, se pronostica la demanda utilizando datos históricos obtenidos del sistema de gestión de la empresa. En base a estos, para el pronóstico se consideran dos aspectos importantes [4]:

1. índice estacional: considera el comportamiento que tiene cada período del año, contemplando períodos de alta demanda (como las fiestas) como de baja demanda. Para su cálculo, primero se determina el promedio de unidades demandadas de cada producto en el semestre de interés. Luego, se calcula el índice estacional de cada quincena del horizonte de planificación como el cociente entre la demanda real y el promedio calculado.
2. tendencia: por "juicio de experto" la empresa brinda la tendencia general que espera tener de un año a otro con respecto a las ventas de cada producto considerado, medida en porcentaje.

El pronóstico final para cada combinación producto-cliente se obtiene multiplicando el promedio ajustado por tendencia con los índices estacionales correspondientes.

En la Tabla 2 se presenta un ejemplo para el producto A del cliente 3.

Tabla 2: Pronóstico demanda producto A, cliente 3.

| Producto        | A          | Método estacional simple |                                 |
|-----------------|------------|--------------------------|---------------------------------|
| Períodos        | Demanda    | Índices estacionales     | Pronóstico próximos 12 períodos |
| T1              | 4          | 0,40                     | <b>5</b>                        |
| T2              | 10         | 0,99                     | <b>12</b>                       |
| T3              | 6          | 0,60                     | <b>7</b>                        |
| T4              | 10         | 0,99                     | <b>12</b>                       |
| T5              | 16         | 1,59                     | <b>19</b>                       |
| T6              | 12         | 1,19                     | <b>14</b>                       |
| T7              | 9          | 0,89                     | <b>11</b>                       |
| T8              | 16         | 1,59                     | <b>19</b>                       |
| T9              | 8          | 0,79                     | <b>10</b>                       |
| T10             | 12         | 1,19                     | <b>14</b>                       |
| T11             | 12         | 1,19                     | <b>14</b>                       |
| T12             | 6          | 0,60                     | <b>7</b>                        |
| Promedio        | 10,08      |                          |                                 |
| Tendencia:      | <b>15%</b> | suba anual               |                                 |
| Nuevo promedio: | 11,60      |                          |                                 |

En la columna de demanda se indican los datos históricos correspondientes al horizonte de planificación. Se observa que para el caso del producto A la empresa espera tener un incremento del 15% en la demanda respecto al año anterior. Luego se procede al cálculo de pronóstico detallado anteriormente. Dicho procedimiento se repite para cada producto y cada cliente, obteniendo así todos los pronósticos de demanda requeridos.

### Costo de almacenamiento

A partir del costo total de almacenamiento mensual brindado por la empresa (el cual incluye consumo de energía, agua, mano de obra, impuestos, habilitaciones, seguros, mantenimiento de cámaras de frío y merma de productos), junto con la capacidad de almacenamiento del depósito y el espacio que ocupa cada producto, se calcula el costo de almacenar cada artículo durante 15 días. En la Tabla 3 se presentan dichos costos.

*Tabla 3: Costos de almacenar cada producto durante 15 días.*

| Producto | Costo h (\$) |
|----------|--------------|
| A        | 0,92         |
| B        | 0,92         |
| C        | 0,55         |
| D        | 2,75         |
| E        | 10,10        |
| F        | 9,73         |
| G        | 14,32        |
| H        | 14,32        |
| I        | 14,32        |
| J        | 3,93         |
| K        | 1,38         |
| L        | 3,44         |
| M        | 3,44         |
| N        | 3,44         |
| O        | 9,18         |

### Costo unitario de los productos

Del sistema de gestión se obtiene el costo unitario de cada producto, es decir el precio al que se le compra el artículo al proveedor. Dicho parámetro se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4: Costo unitario de cada producto.

| Producto | Costo k (\$) |
|----------|--------------|
| A        | 207,12       |
| B        | 71,04        |
| C        | 38,93        |
| D        | 315,57       |
| E        | 265,00       |
| F        | 230,00       |
| G        | 236,72       |
| H        | 260,00       |
| I        | 241,18       |
| J        | 200,82       |
| K        | 69,67        |
| L        | 221,93       |
| M        | 268,65       |
| N        | 163,93       |
| O        | 108,80       |

#### Costo de recorrer con camión propio la distancia entre clientes

Para este costo se considera el gasto en combustible y el desgaste del vehículo. Se debe tener en cuenta que según el recorrido se puede incurrir en otros costos como peajes y tasa bromatológica de Maldonado. De forma de simplificar el modelo, se decide no considerarlos en la expresión de este costo. Luego de obtener la planificación óptima, la empresa debe sumar dichos gastos según el recorrido indicado si corresponde.

En resumen, el costo de recorrido con camión propio consiste en la siguiente expresión:

$$C_{i,j} = \text{costo de combustible} + \text{desgaste del vehículo}$$

A continuación se detalla el cálculo de cada uno de los términos.

- Costo de combustible

$$\text{Costo de combustible} = \text{consumo del vehículo} \left( \frac{l}{km} \right) \text{ distancia}(km) \text{ precio combustible} \left( \frac{\$}{l} \right)$$

El consumo del vehículo es indicado por la Dirección de la empresa:  $8 \frac{km}{l}$ ,  $0,125 \frac{l}{km}$ .

La distancia (en km) que existe entre los diferentes clientes se obtiene a través de Google Maps con las direcciones brindadas por la empresa. Se presentan las distancias en la Tabla 5. Se considera el precio de combustible (gasoil) al mes de noviembre de 2024 obtenido de la página de ANCAP [5]:  $49,92 \frac{\$}{l}$ .

Tabla 5: Distancias en km entre clientes.

| Distancia_ij (km) | Depósito | Cliente1 | Cliente2 | Cliente3 | Cliente4 | Cliente5 | Cliente6 | Cliente7 | Cliente8 | Cliente9 | Cliente10 |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Depósito          | 0,0      | 25,6     | 38,5     | 52,1     | 55,2     | 56,6     | 59,7     | 64,4     | 106,0    | 131,0    | 132,0     |
| Cliente1          | 25,6     | 0,0      | 14,2     | 27,9     | 29,8     | 32,4     | 35,4     | 40,3     | 81,8     | 108,0    | 109,0     |
| Cliente2          | 38,5     | 14,2     | 0,0      | 13,6     | 15,6     | 18,2     | 21,2     | 26,1     | 67,6     | 93,3     | 94,6      |
| Cliente3          | 52,1     | 27,9     | 13,6     | 0,0      | 2,6      | 7,0      | 10,0     | 15,0     | 56,4     | 82,1     | 83,4      |
| Cliente4          | 55,2     | 29,8     | 15,6     | 2,6      | 0,0      | 4,5      | 7,5      | 12,5     | 54,0     | 79,7     | 80,9      |
| Cliente5          | 56,6     | 32,4     | 18,2     | 7,0      | 4,5      | 0,0      | 3,0      | 9,8      | 51,3     | 77,0     | 78,3      |
| Cliente6          | 59,7     | 35,4     | 21,2     | 10,0     | 7,5      | 3,0      | 0,0      | 8,9      | 50,4     | 76,0     | 77,3      |
| Cliente7          | 64,4     | 40,3     | 26,1     | 15,0     | 12,5     | 9,8      | 8,9      | 0,0      | 42,2     | 67,9     | 69,2      |
| Cliente8          | 106,0    | 81,8     | 67,6     | 56,4     | 54,0     | 51,3     | 50,4     | 42,2     | 0,0      | 40,8     | 42,1      |
| Cliente9          | 131,0    | 108,0    | 93,3     | 82,1     | 79,7     | 77,0     | 76,0     | 67,9     | 40,8     | 0,0      | 1,7       |
| Cliente10         | 132,0    | 109,0    | 94,6     | 83,4     | 80,9     | 78,3     | 77,3     | 69,2     | 42,1     | 1,7      | 0,0       |

- Desgaste del vehículo

$$\text{Desgaste del vehículo} = \text{costo mantenimiento} \left( \frac{\$}{\text{km}} \right) \text{ distancia (km)}$$

Como costo de mantenimiento se considera el costo del service que se le debe de hacer al vehículo. Hoy en día se debe realizar el service cada 7.500 km con un costo de \$3.000, dato brindado por la empresa, lo que significa que se tiene un costo de mantenimiento de  $0,4 \frac{\$}{\text{km}}$ . Considerando los costos detallados, en la Tabla 6 se presenta el costo de recorrer con camión propio la distancia entre clientes:

Tabla 6: Costo de recorrer con camión propio la distancia entre clientes.

| C_ij (\$) | Depósito | Cliente1 | Cliente2 | Cliente3 | Cliente4 | Cliente5 | Cliente6 | Cliente7 | Cliente8 | Cliente9 | Cliente10 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Depósito  | 0,0      | 170,0    | 255,6    | 345,9    | 366,5    | 375,8    | 396,4    | 427,6    | 703,8    | 869,8    | 876,5     |
| Cliente1  | 170,0    | 0,0      | 94,3     | 185,3    | 197,9    | 215,1    | 235,1    | 267,6    | 543,2    | 717,1    | 723,8     |
| Cliente2  | 255,6    | 94,3     | 0,0      | 90,3     | 103,6    | 120,8    | 140,8    | 173,3    | 448,9    | 619,5    | 628,1     |
| Cliente3  | 345,9    | 185,3    | 90,3     | 0,0      | 17,3     | 46,5     | 66,4     | 99,6     | 374,5    | 545,1    | 553,8     |
| Cliente4  | 366,5    | 197,9    | 103,6    | 17,3     | 0,0      | 29,9     | 49,8     | 83,0     | 358,6    | 529,2    | 537,2     |
| Cliente5  | 375,8    | 215,1    | 120,8    | 46,5     | 29,9     | 0,0      | 19,9     | 65,1     | 340,6    | 511,3    | 519,9     |
| Cliente6  | 396,4    | 235,1    | 140,8    | 66,4     | 49,8     | 19,9     | 0,0      | 59,1     | 334,7    | 504,6    | 513,3     |
| Cliente7  | 427,6    | 267,6    | 173,3    | 99,6     | 83,0     | 65,1     | 59,1     | 0,0      | 280,2    | 450,9    | 459,5     |
| Cliente8  | 703,8    | 543,2    | 448,9    | 374,5    | 358,6    | 340,6    | 334,7    | 280,2    | 0,0      | 270,9    | 279,5     |
| Cliente9  | 869,8    | 717,1    | 619,5    | 545,1    | 529,2    | 511,3    | 504,6    | 450,9    | 270,9    | 0,0      | 11,3      |
| Cliente10 | 876,5    | 723,8    | 628,1    | 553,8    | 537,2    | 519,9    | 513,3    | 459,5    | 279,5    | 11,3     | 0,0       |

## Capacidad del camión

Consiste en la cantidad máxima de cajones que es posible transportar en el camión. Dicho dato es brindado por la empresa:  $Q_{\text{camión}} = 60 \text{ cajones}$ .

## Capacidad del flete

Es la cantidad máxima de cajones que puede transportar el flete contratado. Dicho dato es brindado por la empresa:  $Q_{\text{flete}} = 40 \text{ cajones}$ .

## Cantidad de producto que entra en un cajón

Se consulta a la Dirección de la empresa y se detalla en la Tabla 7 el número máximo de artículos permitidos por cajón.

Tabla 7: Cantidad de artículos por cajón.

| Producto | # | Producto por cajón (q) |
|----------|---|------------------------|
| A        |   | 30                     |
| B        |   | 30                     |
| C        |   | 50                     |
| D        |   | 10                     |
| E        |   | 3                      |
| F        |   | 3                      |
| G        |   | 2                      |
| H        |   | 2                      |
| I        |   | 2                      |
| J        |   | 7                      |
| K        |   | 20                     |
| L        |   | 8                      |
| M        |   | 8                      |
| N        |   | 8                      |
| O        |   | 3                      |

### Capacidad del depósito

Consiste en la cantidad máxima de cajones que es posible almacenar en las cámaras de frío del depósito. Dicho dato es brindado por la empresa:  $Q_{\text{depósito}} = 630 \text{ cajones}$ .

### Precio de venta del artículo

En la Tabla 8 se presenta el precio de venta de cada artículo extraído del sistema de gestión.

Tabla 8: Precio de venta de cada artículo.

| Producto | Precio v (\$) |
|----------|---------------|
| A        | 315,00        |
| B        | 94,00         |
| C        | 50,00         |
| D        | 417,00        |
| E        | 388,00        |
| F        | 365,00        |
| G        | 363,00        |
| H        | 363,00        |
| I        | 335,00        |
| J        | 266,00        |
| K        | 96,00         |
| L        | 305,00        |
| M        | 362,00        |
| N        | 220,00        |
| O        | 279,00        |



## Número entero suficientemente grande

Se considera  $M = 10.000$ .

## Porcentaje de venta que cobra el flete

Por información brindada por la empresa, actualmente el servicio de flete cobra un 6% del precio de venta,  $\alpha = 0,06$ .

## Tiempo de inicio y de finalización de la ventana de tiempo de cada cliente y tiempo de servicio

Se le consulta a la Dirección de la empresa quien brinda los datos presentados en la Tabla 9. El horario de atención de todos los clientes es de 7:30 h. a 14:00 h.

Tabla 9: Ventanas de tiempo de clientes y tiempo de servicio.

| Cliente   | a <sub>i</sub> (h) | b <sub>i</sub> (h) | s <sub>i</sub> (h) |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Cliente1  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente2  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente3  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente4  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente5  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente6  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente7  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente8  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente9  | 7,5                | 14,0               | 0,6                |
| Cliente10 | 7,5                | 14,0               | 0,6                |

## Tiempo de viaje entre clientes

Considerando que el camión debe circular a una velocidad de  $60 \frac{km}{h}$  y que salir de Montevideo le lleva 40 minutos aproximadamente junto con la distancia existente entre clientes, se calcula el tiempo de viaje presentado en la Tabla 10.

Tabla 10: Tiempo de viaje entre clientes.

| r <sub>ij</sub> (h) | Depósito | Cliente1 | Cliente2 | Cliente3 | Cliente4 | Cliente5 | Cliente6 | Cliente7 | Cliente8 | Cliente9 | Cliente10 |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Depósito            | 0,00     | 1,09     | 1,31     | 1,54     | 1,59     | 1,61     | 1,66     | 1,74     | 2,43     | 2,85     | 2,87      |
| Cliente1            | 1,09     | 0,00     | 0,24     | 0,47     | 0,50     | 0,54     | 0,59     | 0,67     | 1,36     | 1,80     | 1,82      |
| Cliente2            | 1,31     | 0,24     | 0,00     | 0,23     | 0,26     | 0,30     | 0,35     | 0,44     | 1,13     | 1,56     | 1,58      |
| Cliente3            | 1,54     | 0,47     | 0,23     | 0,00     | 0,04     | 0,12     | 0,17     | 0,25     | 0,94     | 1,37     | 1,39      |
| Cliente4            | 1,59     | 0,50     | 0,26     | 0,04     | 0,00     | 0,08     | 0,13     | 0,21     | 0,90     | 1,33     | 1,35      |
| Cliente5            | 1,61     | 0,54     | 0,30     | 0,12     | 0,08     | 0,00     | 0,05     | 0,16     | 0,86     | 1,28     | 1,31      |
| Cliente6            | 1,66     | 0,59     | 0,35     | 0,17     | 0,13     | 0,05     | 0,00     | 0,15     | 0,84     | 1,27     | 1,29      |
| Cliente7            | 1,74     | 0,67     | 0,44     | 0,25     | 0,21     | 0,16     | 0,15     | 0,00     | 0,70     | 1,13     | 1,15      |
| Cliente8            | 2,43     | 1,36     | 1,13     | 0,94     | 0,90     | 0,86     | 0,84     | 0,70     | 0,00     | 0,68     | 0,70      |
| Cliente9            | 2,85     | 1,80     | 1,56     | 1,37     | 1,33     | 1,28     | 1,27     | 1,13     | 0,68     | 0,00     | 0,03      |
| Cliente10           | 2,87     | 1,82     | 1,58     | 1,39     | 1,35     | 1,31     | 1,29     | 1,15     | 0,70     | 0,03     | 0,00      |



## 7. Análisis de resultados

### 7.1 Análisis resultado inicial

En esta sección se analiza la solución obtenida al implementar el modelo con los datos reales del caso de estudio detallados en la sección anterior. En la Tabla 11 se presentan los resultados de ejecución obtenidos.

*Tabla 11: Datos de ejecución del caso de estudio.*

| Cantidad de períodos | Cantidad de clientes | Cantidad de productos | Cantidad de variables | Cantidad de restricciones | Costo óptimo (\$) | Tiempo de ejecución (s) | Gap (%) |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------|-------------------------|---------|
| 12                   | 10                   | 15                    | 8.931                 | 18.927                    | 966.458           | 4,359                   | 5       |

Como se observa en la Tabla 11 a los 4,359 segundos se alcanzó una solución factible con un costo total de \$966.458.

### Plan de Compra

A partir del Plan de Compra obtenido en la solución se distingue que se realizan adquisiciones en todos los períodos presentándose el máximo de compra en el período 4 y el mínimo en el período 2. El producto B es el que más se pide mientras que los productos L, M y N son los que se consumen menos e incluso del producto N no se adquiere en ninguno de los períodos.

En la Tabla 12 se presenta el Plan de Compra de cada artículo para todos los períodos de planificación.

*Tabla 12: Plan de Compra (cantidad de productos).*

| PRODUCTOS | PERÍODOS |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     | TOTAL |
|-----------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
|           | 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  |       |
| A         | 36       | 32  | 43  | 36  | 55  | 55  | 58  | 30  | 34  | 29  | 35  | 29  | 472   |
| B         | 103      | 33  | 109 | 187 | 155 | 90  | 103 | 224 | 250 | 185 | 159 | 115 | 1.713 |
| C         | 138      | 32  | 85  | 105 | 148 | 95  | 54  | 191 | 54  | 98  | 179 | 95  | 1.274 |
| D         | 117      | 68  | 63  | 99  | 98  | 76  | 124 | 97  | 122 | 111 | 60  | 104 | 1.139 |
| E         | 10       | 3   | 6   | 8   | 10  | 14  | 14  | 3   | 7   | 8   | 5   | 4   | 92    |
| F         | 10       | 16  | 0   | 4   | 8   | 3   | 8   | 5   | 14  | 7   | 3   | 5   | 83    |
| G         | 12       | 21  | 31  | 11  | 9   | 9   | 9   | 7   | 9   | 9   | 8   | 6   | 141   |
| H         | 22       | 16  | 31  | 16  | 21  | 17  | 17  | 15  | 20  | 18  | 15  | 15  | 223   |
| I         | 32       | 33  | 37  | 33  | 30  | 24  | 25  | 16  | 16  | 31  | 15  | 11  | 303   |
| J         | 4        | 8   | 0   | 101 | 21  | 13  | 13  | 2   | 10  | 7   | 7   | 2   | 188   |
| K         | 29       | 38  | 23  | 30  | 18  | 18  | 27  | 31  | 17  | 40  | 20  | 23  | 314   |
| L         | 0        | 2   | 0   | 0   | 0   | 0   | 2   | 0   | 0   | 2   | 0   | 0   | 6     |
| M         | 0        | 0   | 3   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 2   | 5     |
| N         | 0        | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0     |
| O         | 3        | 2   | 0   | 7   | 5   | 3   | 6   | 3   | 7   | 4   | 5   | 3   | 48    |
| TOTAL     | 516      | 304 | 431 | 637 | 578 | 417 | 460 | 624 | 560 | 549 | 511 | 414 |       |

## Plan de Venta

A partir del Plan de Venta obtenido en la solución se distingue que la cantidad total entregada de cada producto en el horizonte de planificación coincide con su cantidad adquirida en el Plan de Compras. Algunos productos, como B, C y D, tienen cantidades relativamente altas a lo largo de los 12 períodos, lo cual sugiere que son productos clave en este plan, por lo que podrían considerarse productos estrella para la empresa. Otros productos, como L, M y N, tienen cantidades muy bajas o incluso 0 durante la mayoría de los períodos, lo que indica que podrían ser productos menos prioritarios.

Al analizar el plan por período, se observa que la cantidad total entregada de artículos coincide con la cantidad adquirida para todos excepto para los períodos 2 y 3. En el período 2 se entrega menos de lo que se adquiere, lo que implica que de algún producto se compró más de lo que se entregó, quedando en stock. En el período 3 se entrega más de la cantidad adquirida, lo cual tiene sentido ya que se tenía productos en inventario del período anterior. En la Tabla 13 se presenta el Plan de Venta de cada artículo para todos los períodos de planificación. Se resalta en amarillo las cantidades entregadas que difieren con las cantidades adquiridas.

Tabla 13: Plan de Venta (cantidad de productos).

| PRODUCTOS | PERÍODOS |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     | TOTAL |
|-----------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
|           | 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  |       |
| A         | 36       | 32  | 43  | 36  | 55  | 55  | 58  | 30  | 34  | 29  | 35  | 29  | 472   |
| B         | 103      | 33  | 109 | 187 | 155 | 90  | 103 | 224 | 250 | 185 | 159 | 115 | 1.713 |
| C         | 138      | 32  | 85  | 105 | 148 | 95  | 54  | 191 | 54  | 98  | 179 | 95  | 1.274 |
| D         | 117      | 68  | 63  | 99  | 98  | 76  | 124 | 97  | 122 | 111 | 60  | 104 | 1.139 |
| E         | 10       | 3   | 6   | 8   | 10  | 14  | 14  | 3   | 7   | 8   | 5   | 4   | 92    |
| F         | 10       | 11  | 5   | 4   | 8   | 3   | 8   | 5   | 14  | 7   | 3   | 5   | 83    |
| G         | 12       | 21  | 31  | 11  | 9   | 9   | 9   | 7   | 9   | 9   | 8   | 6   | 141   |
| H         | 22       | 16  | 31  | 16  | 21  | 17  | 17  | 15  | 20  | 18  | 15  | 15  | 223   |
| I         | 32       | 33  | 37  | 33  | 30  | 24  | 25  | 16  | 16  | 31  | 15  | 11  | 303   |
| J         | 4        | 4   | 4   | 101 | 21  | 13  | 13  | 2   | 10  | 7   | 7   | 2   | 188   |
| K         | 29       | 38  | 23  | 30  | 18  | 18  | 27  | 31  | 17  | 40  | 20  | 23  | 314   |
| L         | 0        | 0   | 2   | 0   | 0   | 0   | 2   | 0   | 0   | 2   | 0   | 0   | 6     |
| M         | 0        | 0   | 3   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 2   | 5     |
| N         | 0        | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0     |
| O         | 3        | 0   | 2   | 7   | 5   | 3   | 6   | 3   | 7   | 4   | 5   | 3   | 48    |
| TOTAL     | 516      | 291 | 444 | 637 | 578 | 417 | 460 | 624 | 560 | 549 | 511 | 414 |       |

Para una mejor visualización del comportamiento de las entregas en relación a lo adquirido para los períodos 2 y 3, en la Figura 9 y Figura 10 se grafica la cantidad comprada y vendida por artículo en cada uno de ellos.

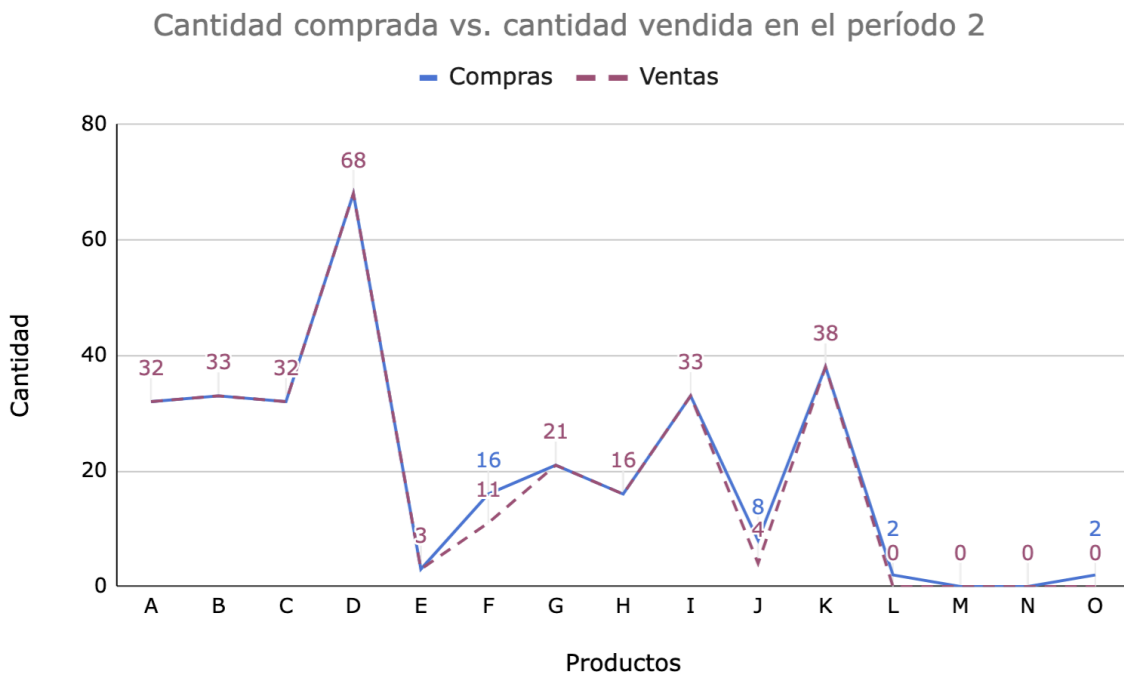


Figura 9: Gráfico cantidad comprada y cantidad vendida, período 2. Elaboración propia.

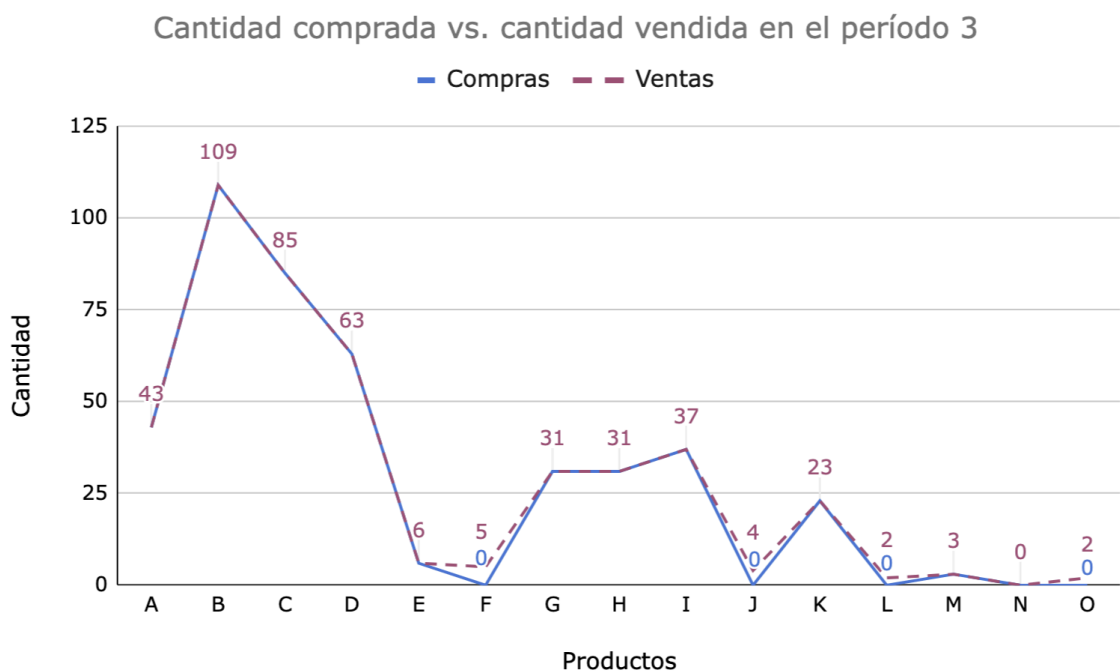


Figura 10: Gráfico cantidad comprada y cantidad vendida, período 3. Elaboración propia.

La Figura 9 permite identificar que en el período 2 los artículos F, J, L, O son de los que se adquiere más de lo entregado, quedando unidades de estos en inventario. Observando la Figura 10 se tiene que para estos mismos artículos en el período 3 no se compra pero sí se entrega, coincidiendo la cantidad entregada con la cantidad de unidades que se tiene en el inventario debido al período anterior.

Con respecto a la demanda, al analizar la solución obtenida se observa que la cantidad entregada de cada producto a cada cliente por período coincide con la cantidad demandada, logrando así satisfacer a todos los clientes.

## Plan de Distribución

A partir de la solución se obtiene el Plan de Distribución para cada período de planificación obteniendo el modo de transporte a utilizar para cada cliente y la ruta asignada para el caso del transporte con camión propio. En el [Anexo 9](#) se presenta esquemáticamente el Plan de Distribución para cada período de forma de visualizar el plan a seguir. Como ejemplo en la Figura 11 se tiene el caso para el período 3, puesto que es el primer período dentro de los considerados que tiene entrega con los dos modos de transporte y hay clientes que no tienen demanda.

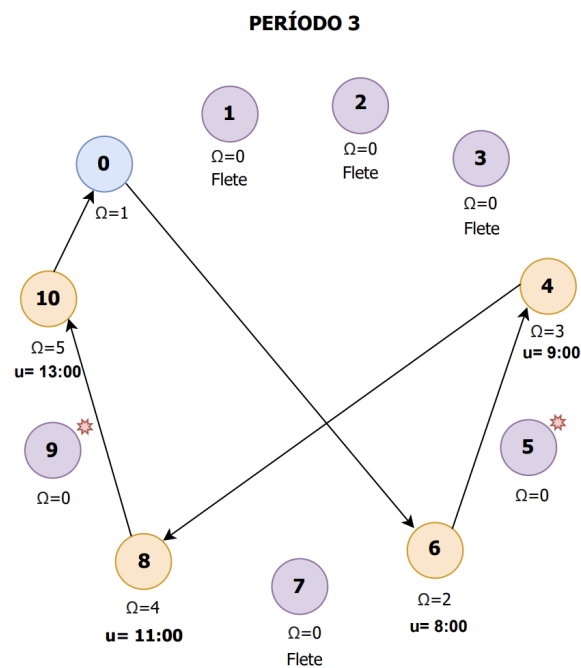


Figura 11: Distribución período 3. Elaboración propia.

Observando la Figura 11 se distingue que en la ruta obtenida, el orden asignado de visita respeta las ventanas de tiempo de cada cliente. Esto se cumple para todos los períodos. Los clientes identificados con una estrella roja son los que no tienen demanda en el período por lo que no se activa ningún modo de transporte para ellos.

Considerando que los clientes se encuentran ordenados según la distancia al depósito, se observa que la ruta obtenida, si bien cumple con las restricciones del modelo, no es la que minimiza las distancias recorridas. En el análisis de costos se detalla con mayor profundidad esta situación y se presenta una ruta alternativa que optimiza el recorrido.

## Análisis de costos

Se tiene que el costo óptimo para el horizonte de planificación establecido es de \$966.458. A partir del Plan de Compra, el Plan de Venta y el Plan de Distribución de la solución obtenida, se calculan los costos correspondientes a cada período para un mejor análisis. En el [Anexo 10](#) se presenta como ejemplo el análisis realizado para el período 3 y a continuación en la Figura 12 se presenta un resumen de los resultados obtenidos.

### Distribución de costos del período 3

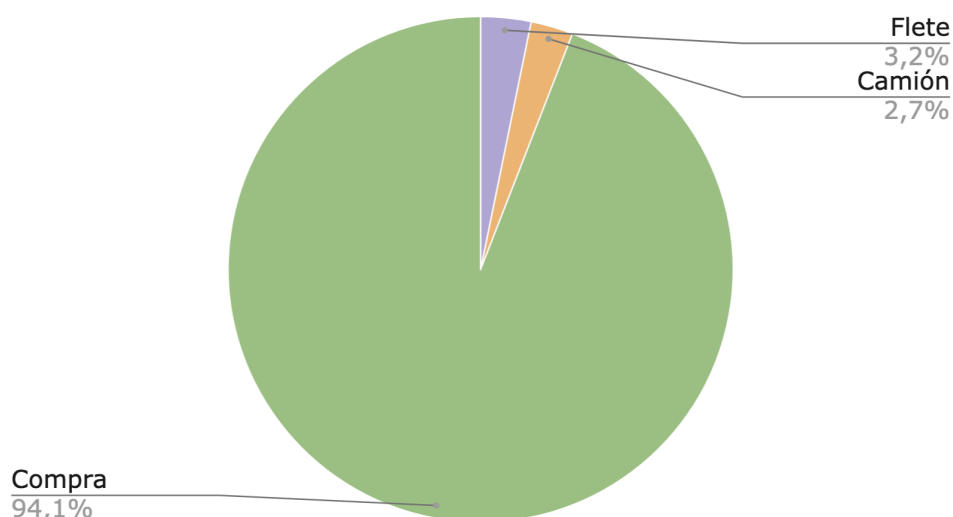


Figura 12: Análisis costos, período 3. Elaboración propia.

Para el caso del período 3 se tiene que el costo de atender a los clientes con camión propio es menor al costo de enviar por flete. Al finalizar el período no quedan productos en stock por lo que el costo de inventario es nulo. El costo de compra es el que tiene más peso, siendo el 94,1% del costo total del período.

Luego de realizar este análisis para todos los períodos del horizonte de planificación establecido, se tiene el detalle de cómo se compone el costo total. En la Tabla 14 se presenta un resumen del análisis de costo por período y en la Figura 13 se detalla la composición del costo óptimo total del horizonte de planificación establecido.

Tabla 14: Costos incurridos por período.

| COSTO (\$)     | PERÍODOS |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | TOTAL   |
|----------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
|                | 1        | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |         |
| ALMACENAMIENTO | 0        | 90     | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 90      |
| FLETE          | 2.976    | 3.277  | 2.327  | 3.569  | 3.858  | 3.970  | 4.067  | 1.956  | 4.759  | 3.671  | 4.196  | 3.632  | 42.257  |
| CAMIÓN         | 1.842    | 821    | 1.961  | 2.154  | 921    | 1.441  | 2.662  | 2.310  | 1.782  | 1.554  | 1.757  | 990    | 20.195  |
| COMPRA         | 81.446   | 58.157 | 68.160 | 96.967 | 84.421 | 66.397 | 84.281 | 74.421 | 85.622 | 81.081 | 59.217 | 63.745 | 903.916 |
|                |          |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 966.458 |

Distribución de costos del horizonte de planificación

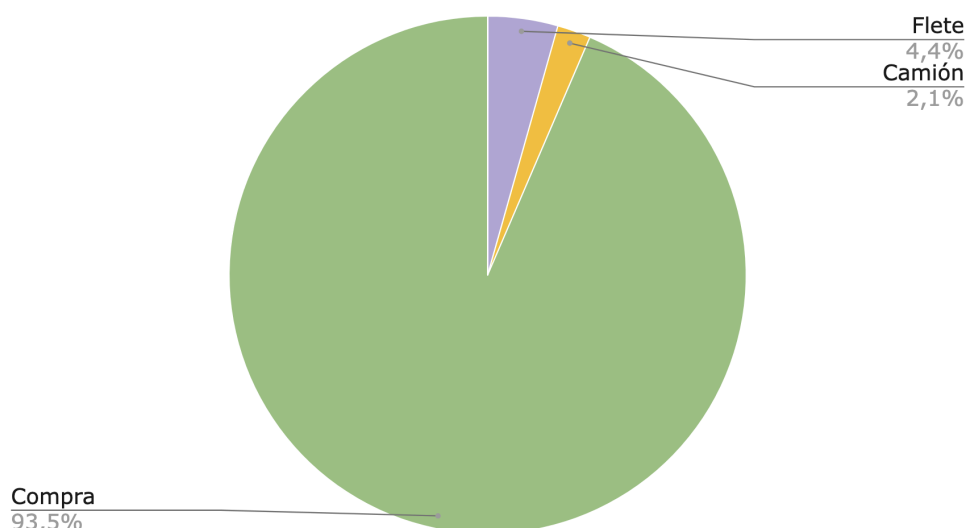


Figura 13: Análisis costos totales, horizonte de planificación. Elaboración propia.

Al analizar la composición del costo obtenido en el horizonte de planificación, en la Figura 13 se observa el mismo comportamiento que se vio en el Período 3. El costo de mayor peso es el costo de compra, seguido por el costo del flete, luego el costo de entregar con camión propio y el menos significativo es el costo de almacenamiento (0,01%).

Por lo que se ha observado en las validaciones sobre la forma en que se comporta el modelo, resulta coherente que el costo de almacenamiento sea el menor, tendiendo a ser nulo. Esto se debe a que el modelo tiende a comprar lo que se vende, evitando almacenar. No se considera un costo por colocar una orden, de ser así el modelo evaluaría la opción de mantener más productos en inventario.

Comparando los costos de los dos modos de transporte se observa que se incurre en un mayor costo de flete que de camión propio. En la Tabla 15 se presenta la cantidad de clientes atendidos por cada modo de transporte en cada período.

Tabla 15: Cantidad de clientes atendidos por modo de transporte.

| CANTIDAD CLIENTES POR MODO DE TRANSPORTE | PERÍODOS |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|------------------------------------------|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
|                                          | 1        | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Flete                                    | 6        | 7 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 4 | 6 | 5  | 8  | 6  |
| Camión                                   | 4        | 3 | 4 | 5 | 5 | 3 | 4 | 5 | 3 | 5  | 2  | 3  |

De la Tabla 15 se tiene que en la mayoría de los períodos se atiende a más cantidad de clientes por flete que por camión. Solo en dos períodos (período 4 y 8) se atiende a más clientes por camión propio que por flete.

Comparando con los costos de cada modo de transporte incurrido por período presentados en la Tabla 14, se observa que el período 4 es en el único caso que se atiende a más clientes por camión propio que por flete pero el costo del flete es mayor. Esto muestra que el costo del flete no depende de la cantidad de clientes que abastece sino de la venta correspondiente a la cantidad de artículos que entrega.

Con respecto a los costos de distribución por camión propio, se analiza detalladamente el ruteo asignado. Observando el Plan de Distribución obtenido y considerando que los clientes se encuentran ordenados según la distancia que tienen al depósito, se observa que el orden de recorrido asignado en la mayoría de los períodos no



está ordenado según las distancias, sino que avanza y retrocede incurriendo en más cantidad de kilómetros recorridos.

A continuación en la Tabla 16, se comparan los kilómetros incurridos en la ruta de la solución del modelo con los kilómetros incurridos al visitar a los mismos clientes pero ordenados según la distancia.

*Tabla 16: Km incurridos en el plan de distribución obtenido vs. ruta ordenada.*

| PERÍODO | MODELO         |       | RUTA ORDENADA  |       | Diferencia km |
|---------|----------------|-------|----------------|-------|---------------|
|         | Ruta           | Km    | Ruta           | Km    |               |
| 1       | 0-7-8-1-5-0    | 277,4 | 0-1-5-7-8-0    | 216,0 | 61,4          |
| 2       | 0-1-6-4-0      | 123,7 | 0-1-4-6-0      | 122,6 | 1,1           |
| 3       | 0-6-4-8-10-0   | 295,3 | 0-4-6-8-10-0   | 287,2 | 8,1           |
| 4       | 0-4-7-6-2-10-0 | 324,4 | 0-2-4-6-7-10-0 | 271,7 | 52,7          |
| 5       | 0-1-7-3-4-0    | 138,7 | 0-1-3-4-7-0    | 133,0 | 5,7           |
| 6       | 0-8-5-4-0      | 217,0 | 0-4-5-8-0      | 217,0 | 0,0           |
| 7       | 0-8-2-7-10-0   | 400,9 | 0-2-7-8-10-0   | 280,9 | 120,0         |
| 8       | 0-10-3-2-1-7-0 | 347,9 | 0-1-2-3-7-10-0 | 269,6 | 78,3          |
| 9       | 0-3-7-10-0     | 268,3 | 0-3-7-10-0     | 268,3 | 0,0           |
| 10      | 0-6-3-4-5-8-0  | 234,1 | 0-3-4-5-6-8-0  | 218,6 | 15,5          |
| 11      | 0-1-9-0        | 264,6 | 0-1-9-0        | 264,6 | 0,0           |
| 12      | 0-6-3-7-0      | 149,1 | 0-3-6-7-0      | 135,4 | 13,7          |

De la Tabla 16 se observa que la ruta obtenida a partir de la solución del modelo no es la más eficiente, para la mayoría de los períodos existe por lo menos una ruta que disminuye la distancia recorrida cumpliendo con las restricciones del modelo. Analizando el funcionamiento del mismo, se puede concluir que la causa de esta ineficiencia, es el bajo peso de los costos de transporte en comparación con el costo total (aproximadamente un 6%) y que el modelo se ejecuta con un Gap de 5% para poder obtener una solución en un tiempo de cómputo razonable. Considerando todo el horizonte de planificación, si el modelo eligiera las rutas ordenadas para las entregas por camión en todos los períodos, habría una reducción de 356,5 km, lo que significa un ahorro de \$2.367. En principio, puede considerarse significativo, pero el costo total incurrido en el horizonte de planificación es de \$966.458, por lo que el ahorro que se puede generar es de un 0,2% siendo significativamente menor al Gap utilizado (5%). Por esta razón, el modelo elige otra ruta que, aunque es menos eficiente, no tiene un impacto significativo en los costos globales.

Igualmente, para optimizar la distribución y tener ahorros en los costos de transporte, como mejora a este aspecto del modelo, se recomienda a la empresa realizar un análisis de la ruta dada y, cuando sea necesario, proponer una ruta diferente, respetando los clientes elegidos para la entrega por camión.

## Comparación de costos entre la operativa actual y la propuesta

Actualmente el criterio de distribución que tiene la empresa es entregar a los clientes más lejanos por flete y a los más cercanos con camión propio. Debido a esto se decide considerar un único período y comparar el resultado del modelo con el escenario en donde no se planifica la distribución y se lleva a cabo el criterio establecido por la empresa.

Para este análisis se elige el período 3, ya que fue el período considerado de ejemplo para el análisis de costos presentado anteriormente. Se considera que del cliente 1 al 6 se abastece por camión propio y del cliente 7 al 10 se los abastece por flete. En dicho período los clientes 5 y 9 no tienen demanda, por lo que no se incluyen en la entrega. Al enfocarse en un único período se considera que se compra todo lo demandado y no se incurren en costos de almacenamiento.

Con este plan de entrega, en base al modelo, se calculan manualmente los costos incurridos en el período y se ejecuta el modelo solo con los datos del período 3 para poder comparar su comportamiento. En la Tabla 17 se presenta el detalle de costos obtenidos para cada caso. Cabe aclarar que al tener solo un período, para este análisis no se considera ningún Gap de optimalidad en la ejecución del modelo con el fin de comparar con la solución óptima para el período.

*Tabla 17: Comparación de costos entre la operativa actual y la propuesta, período 3.*

| Costo (\$)    | Criterio actual | Modelo        |
|---------------|-----------------|---------------|
| <b>Compra</b> | 71.603          | 71.603        |
| <b>Flete</b>  | 1.990           | 1.295         |
| <b>Camión</b> | 818             | 908           |
| <b>Total</b>  | <b>74.411</b>   | <b>73.806</b> |

A partir de los resultados se tiene que el modelo optimiza los costos obteniendo un costo total menor al de la situación impuesta descrita anteriormente. Como en ambos casos se compra lo demandado en el período, el costo de compra coincide. Observando los costos de transporte, se tiene que para el caso del modelo se incurre en un costo de \$2.203 y para la situación impuesta un costo de \$2.808, por lo que el modelo reduce un 21,5% este costo. Se observa que en la situación impuesta el costo del flete es mayor y el costo del camión propio es menor respecto a la solución óptima, esto se debe a las rutas de distribución elegidas donde el modelo incorpora a un cliente más en el trayecto. En la Figura 14 se presentan las rutas de distribución de ambas situaciones.

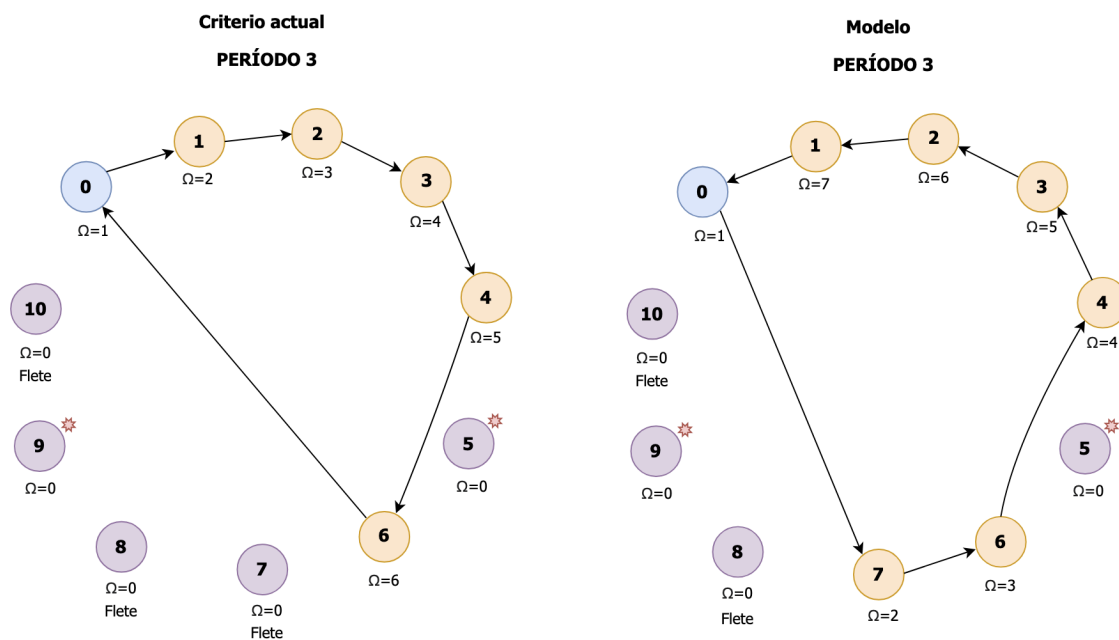


Figura 14: Distribución situación actual vs modelo, período 3. Elaboración propia.

En este caso se observa que al ejecutar el modelo para un único período y sin Gap, se obtiene la ruta óptima de distribución por camión propio la cual se encuentra ordenada según la distancia. Según lo mencionado anteriormente en el análisis de costos por distribución con camión propio, este es el comportamiento esperado del modelo.

## 7.2 Análisis de sensibilidad

En esta sección se realiza el análisis de sensibilidad de forma de poder conocer el comportamiento del modelo al variar algunos de los parámetros permitiendo entender cómo influyen en la solución obtenida y así tomar decisiones acertadas.

### 7.2.1 Costo de colocar una orden

En el modelado de la realidad del caso de estudio no fue considerado el costo de colocar una orden, ya que actualmente la empresa no lo discrimina como tal. Este costo abarca gastos administrativos, de recepción y de inspección asociados a la realización de un pedido.

En este caso se analiza el posible escenario de que la empresa considere el costo fijo por ordenar. Para considerar dicho costo se debe modificar el modelo incorporándose a la función objetivo y agregando una restricción que active el costo solo si se compra algún producto en el período. Esto implica incorporar un nuevo parámetro ( $O$ : costo por colocar una orden) y una nueva variable auxiliar para la activación ( $aux(t), \forall t \in T$ ).

En conjunto con la empresa se estima que el costo de colocar una orden ronda entre los \$3.150 y \$5.250, considerando el costo de la hora hombre y el tiempo promedio incurrido en generar y recepcionar una compra para un período. En la Tabla 18 se presentan los costos incurridos en el horizonte de planificación en el caso original donde el costo de ordenar no se considera, luego en la Tabla 19 se detallan los costos considerando un costo de ordenar de \$3.150 y en la Tabla 20 para el caso de un costo de orden de \$5.250.

Tabla 18: Costos del horizonte de planificación caso original.

| COSTO (\$)     | PERÍODOS |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | TOTAL   |
|----------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
|                | 1        | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |         |
| ALMACENAMIENTO | 0        | 90     | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      | 90      |
| FLETE          | 2.976    | 3.277  | 2.327  | 3.569  | 3.858  | 3.970  | 4.067  | 1.956  | 4.759  | 3.671  | 4.196  | 3.632  | 42.257  |
| CAMIÓN         | 1.842    | 821    | 1.961  | 2.154  | 921    | 1.441  | 2.662  | 2.310  | 1.782  | 1.554  | 1.757  | 990    | 20.195  |
| COMPRA         | 81.446   | 58.157 | 68.160 | 96.967 | 84.421 | 66.397 | 84.281 | 74.421 | 85.622 | 81.081 | 59.217 | 63.745 | 903.916 |
|                |          |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 966.458 |

Tabla 19: Costos del horizonte de planificación con  $O=\$3.150$ .

| COSTO (\$)     | PERÍODOS |       |         |       |         |       |         |        |         |        |         |        | TOTAL   |
|----------------|----------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|
|                | 1        | 2     | 3       | 4     | 5       | 6     | 7       | 8      | 9       | 10     | 11      | 12     |         |
| ALMACENAMIENTO | 1.472    | 0     | 2.017   | 0     | 1.385   | 0     | 332     | 0      | 306     | 0      | 483     | 0      | 5.994   |
| FLETE          | 2.306    | 1.460 | 1.443   | 4.625 | 2.941   | 2.886 | 3.593   | 3.024  | 4.538   | 3.667  | 4.051   | 2.889  | 37.423  |
| CAMIÓN         | 1.482    | 2.147 | 1.155   | 2.212 | 817     | 1.814 | 929     | 1.838  | 2.477   | 921    | 792     | 1.977  | 18.561  |
| COMPRA         | 136.988  | 0     | 167.742 | 0     | 150.818 | 0     | 112.892 | 45.810 | 111.373 | 55.330 | 109.406 | 13.556 | 903.916 |
| COLOCAR ORDEN  | 3.150    | 0     | 3.150   | 0     | 3.150   | 0     | 3.150   | 3.150  | 3.150   | 3.150  | 3.150   | 3.150  | 28.350  |
|                |          |       |         |       |         |       |         |        |         |        |         |        | 994.244 |

Tabla 20: Costos del horizonte de planificación con  $O=\$5.250$ .

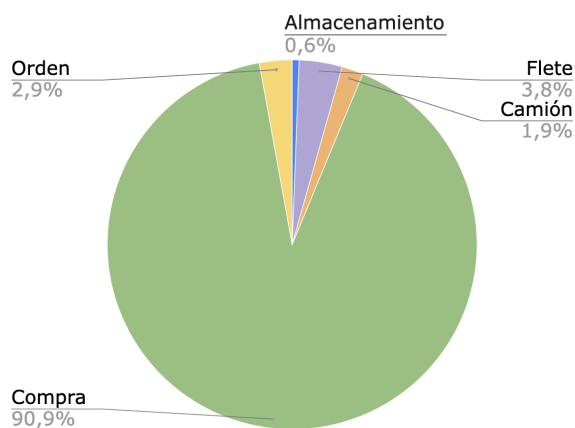
| COSTO (\$)     | PERÍODOS |       |       |        |        |         |       |        |         |       |        |        | TOTAL     |
|----------------|----------|-------|-------|--------|--------|---------|-------|--------|---------|-------|--------|--------|-----------|
|                | 1        | 2     | 3     | 4      | 5      | 6       | 7     | 8      | 9       | 10    | 11     | 12     |           |
| ALMACENAMIENTO | 3.442    | 1.970 | 0     | 0      | 0      | 1.626   | 7     | 34     | 1.662   | 0     | 0      | 0      | 8.741     |
| FLETE          | 4.406    | 1.856 | 1.297 | 3.655  | 2.763  | 2.886   | 1.880 | 700    | 3.899   | 4.195 | 3.304  | 2.419  | 33.261    |
| CAMIÓN         | 2.864    | 1.788 | 1.813 | 778    | 837    | 1.795   | 1.646 | 908    | 2.674   | 1.787 | 1.852  | 2.161  | 20.903    |
| COMPRA         | 207.763  | 0     | 0     | 96.967 | 84.421 | 151.122 | 0     | 75.827 | 164.854 | 0     | 59.217 | 63.745 | 903.916   |
| COLOCAR ORDEN  | 5.250    | 0     | 0     | 5.250  | 5.250  | 5.250   | 0     | 5.250  | 5.250   | 0     | 5.250  | 5.250  | 42.000    |
|                |          |       |       |        |        |         |       |        |         |       |        |        | 1.008.821 |

Al analizar las tablas presentadas, se observan algunos cambios en el comportamiento del modelo cuando se consideran diferentes costos de colocar una orden. Con un costo de \$3.150, el modelo decide no realizar compras en tres períodos (períodos 2, 4 y 6) y satisface la demanda de dichos períodos con productos del inventario acumulados por compras anticipadas de mayor volumen. Este comportamiento se acentúa cuando el costo aumenta a \$5.250, donde el modelo elige no comprar en cuatro períodos (períodos 2, 3, 7 y 10). Este patrón muestra una diferencia significativa con el modelo original, donde el costo de colocar una orden no se incluía en la función objetivo. En aquel caso, las compras se realizaban en todos los períodos para satisfacer la demanda inmediata, prácticamente sin mantener inventario.

Se observa que el costo total del horizonte de planificación en ambos escenarios es mayor al caso original (Tabla 18) y a su vez aumenta cuando el costo de ordenar es mayor. Se puede ver que se generan mayores costos de almacenamiento ya que se requiere mantener niveles más altos de inventario para cubrir la demanda durante los períodos sin compras.

A continuación, en la Figura 15 se presenta la distribución de costos del horizonte de planificación para ambos costos de colocar una orden.

Distribución de costos,  $O = \$3.150$



Distribución de costos,  $O = \$5.250$

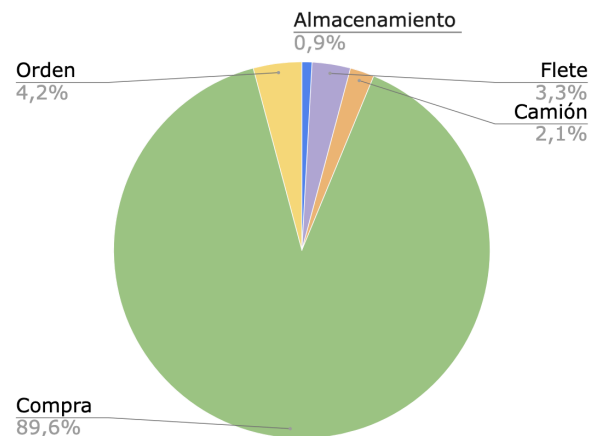


Figura 15: Distribución de costos del horizonte de planificación para  $O = \$3.150$  y  $O = \$5.250$ .  
Elaboración propia.

A partir de la Figura 15, se observa que la distribución de los costos es similar en ambos escenarios. El costo de mayor proporción es el costo de compra, seguido por los costos de transporte, luego el costo de colocar una orden y finalmente el costo de almacenamiento, que si bien tiene más peso que en el modelo original, sigue siendo relativamente bajo en comparación con el resto.

En definitiva, se puede ver que con costos de orden más altos, el modelo prefiere realizar menos pedidos pero de mayor volumen y mantener más productos en inventario.

### 7.2.2 Aumento de demanda

El modelo considera la demanda de cada producto conocida para todos los períodos por lo que se pronosticó la demanda en base a datos históricos de la empresa considerando el índice estacional y la tendencia esperada. Debido a la incertidumbre en este parámetro, se considera de interés evaluar cómo sus variaciones impactan en los costos incurridos. Para esto se supone un aumento en la demanda de los productos identificados como estrella, productos B, C y D.

A continuación, en la Tabla 21 se detallan los costos incurridos al aumentar en diferentes porcentajes la demanda pronosticada para estos productos.

*Tabla 21: Costos del horizonte de planificación con variaciones en demanda.*

| COSTO (\$)            | AUMENTO DEMANDA |                  |                  |                  |                  |
|-----------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|                       | Original        | 5%               | 10%              | 30%              | 50%              |
| <b>ALMACENAMIENTO</b> | 90              | 92               | 404              | 411              | 673              |
| <b>FLETE</b>          | 42.257          | 42.524           | 42.865           | 45.735           | 51.738           |
| <b>CAMIÓN</b>         | 20.195          | 21.648           | 21.508           | 20.614           | 22.337           |
| <b>COMPRA</b>         | 903.916         | 946.582          | 975.446          | 1.081.839        | 1.180.144        |
| <b>TOTAL</b>          | <b>966.458</b>  | <b>1.010.846</b> | <b>1.040.223</b> | <b>1.148.599</b> | <b>1.254.892</b> |

De los resultados obtenidos se observa que al aumentar la demanda de los productos estrella, el costo total del horizonte de planificación aumenta de forma no proporcional. Específicamente, ante un incremento del 50% en la demanda, los costos totales aumentan cerca de un 30%, pasando de \$966.458 a \$1.254.892.

Como era de esperar, al aumentar la demanda el costo de compra aumenta. Respecto a los costos de transporte, se observa que el costo del flete aumenta mientras que el costo del camión muestra variaciones irregulares. La variación en dichos costos se debe a una reasignación de los modos de transporte a los clientes. El aumento de demanda implica un aumento en las ventas lo cual está estrictamente ligado al aumento del costo del flete ya que depende del precio de venta y de la cantidad de productos entregados. Respecto al costo de almacenamiento se distingue un aumento significativo pero su impacto en el costo total continúa siendo mínimo.

Para observar la distribución porcentual de los diferentes componentes del costo ante incrementos en la demanda, en la Figura 16 se grafican los porcentajes de cada costo respecto al costo total.

## Costos vs. demanda

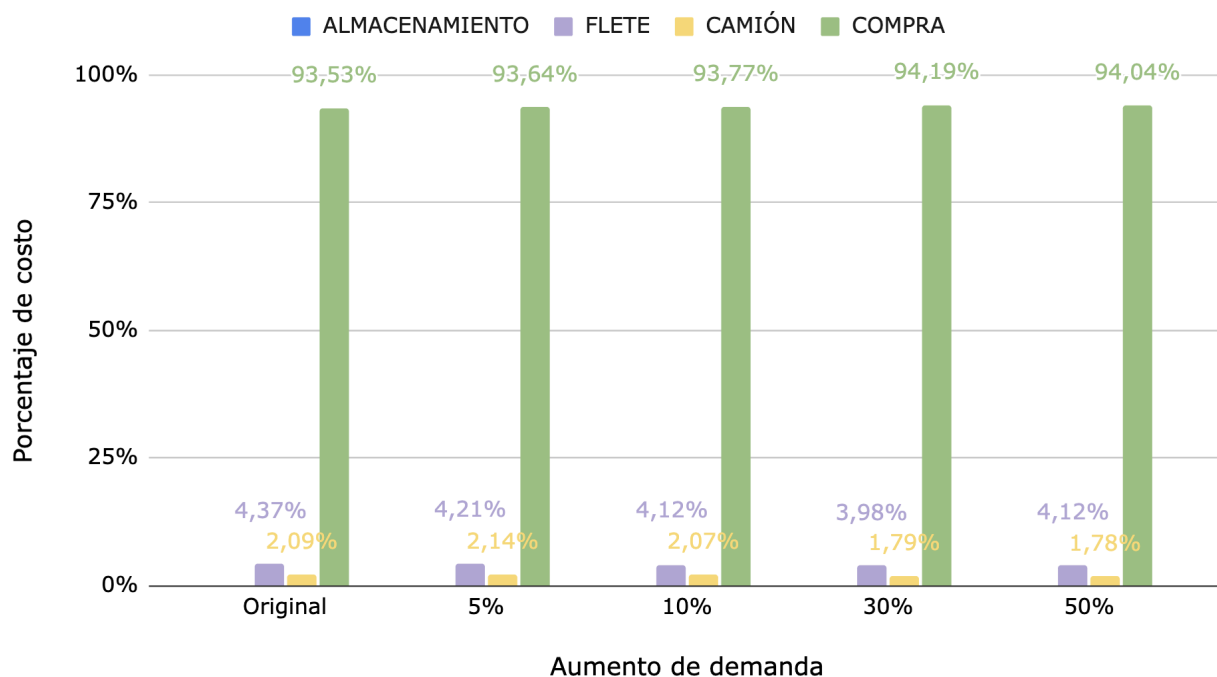


Figura 16: Distribución de costos del horizonte de planificación vs. aumento demanda. Elaboración propia.

A partir de la Figura 16 se observa que la distribución de costos se mantiene estable a pesar de las variaciones en la demanda (desde el caso original hasta un aumento del 50%). El costo de mayor peso es el costo de compra (más del 90%), seguido por los costos de transporte, que suman aproximadamente un 6%, y finalmente, con un porcentaje prácticamente imperceptible, el costo de almacenamiento.

Se concluye que ante incrementos de la demanda los costos aumentan pero la proporción relativa de los mismos se mantiene prácticamente invariable, lo cual demuestra robustez en la estructura de costos del modelo.





## 8. Conclusiones y trabajo futuro

Se realizó una búsqueda bibliográfica sobre cadenas de suministro en serie que permitió contextualizar el tema tratado y conocer diferentes aspectos que se deben considerar a la hora de representarlas a través de un modelo matemático.

En este proyecto se estudió la planificación del transporte e inventario en una empresa familiar distribuidora de productos lácteos. Se logró modelar la cadena de suministro estudiada como un problema de programación lineal entera, multiproducto y con capacidades de almacenamiento y transporte finitas, que optimiza los costos asociados al transporte e inventario. A partir de dicho modelo se obtuvo una planificación integrada para un horizonte de seis meses con períodos quincenales que consideran simultáneamente las decisiones de compra, almacenamiento y distribución de los distintos productos. Se cumplió con el principal objetivo planteado, determinar el modo de envío a los clientes y el recorrido de visita en caso de abastecer con camión propio, satisfaciendo la demanda sin retrasos.

A partir de la solución obtenida, se analizaron los costos y se concluye que el componente más significativo corresponde a las compras, representando la mayor parte del costo total, seguido por los costos de transporte (flete y flota propia), mientras que los costos de almacenamiento resultaron ser los menos significativos. Esto muestra la tendencia del modelo de minimizar la cantidad de productos en inventario, priorizando la compra de las cantidades demandadas. Este comportamiento se considera adecuado para el caso en estudio, ya que la empresa vende productos perecederos.

En cuanto a la distribución, el modelo logró definir con qué modo de envío abastecer a cada cliente combinando el uso de flota propia y el servicio de flete, superando el criterio único de distancia utilizado actualmente por la empresa. La comparación realizada para un período de prueba mostró una reducción del 21,5% en los costos de transporte respecto al método actual que utiliza la empresa. Sin embargo, el Plan de Distribución obtenido para todo el horizonte de planificación no resultó ser el más eficiente ya que se identificaron oportunidades de mejora en el ruteo de la flota propia. El gran peso del costo de compra junto al Gap de optimalidad del 5% utilizado en el modelo resultaron en rutas que, si bien son factibles, no minimizan distancias. Se demostró que una posible mejora al ruteo obtenido es considerar los clientes seleccionados por el modelo para ser abastecidos por flota propia y realizar el recorrido de forma ordenada, minimizando las distancias.

A partir de los análisis de sensibilidad realizados se concluye que tanto al incorporar el costo de colocar una orden como al aumentar la demanda de ciertos productos, el costo total aumenta, pero la distribución de los costos en todo el horizonte de planificación se mantiene estable. La incorporación del costo de colocar una orden genera un aumento de los productos en el inventario y con costos de orden más altos, el modelo opta por realizar menos pedidos pero de mayor volumen y almacenar más productos.

Como trabajo futuro se sugiere incorporar niveles de stock de seguridad considerando la perecibilidad de los productos lácteos y mejorar la eficiencia del ruteo de la flota propia. Una estrategia que podría mejorar la resolución del problema es considerar diferentes factores en la función objetivo que ponderen la importancia de cada costo priorizando los de transporte. A su vez, reducir el horizonte de planificación podría ser otra estrategia para mejorar la solución obtenida, ya que como se vio, la cantidad de períodos considerados repercute en el tiempo de ejecución. Disminuir el horizonte reduciría el tiempo brindando la posibilidad de considerar un Gap de optimalidad menor acortando la brecha con la solución óptima. En base a la revisión bibliográfica presentada en el Volumen II, se tiene que otra

opción para mejorar la resolución del problema podría ser considerar otras herramientas como heurísticas.

En conclusión, el modelo desarrollado contribuye a la optimización de la cadena de suministro de la empresa ya que brinda una mejora significativa en la operativa actual, proporcionando una herramienta para la toma de decisiones. Es importante destacar que el modelo implementado es adaptable a otros rubros que enfrenten desafíos similares en la gestión de inventario y transporte.

## 9. Bibliografía

- [1] CERES (Centro de Estudios de la Realidad Económica y Social). 2021. "El sector lácteo como motor del desarrollo económico y social del Uruguay". [https://ceres.uy/admin/uploads/slides/archivo\\_1669002285.pdf](https://ceres.uy/admin/uploads/slides/archivo_1669002285.pdf)
- [2] Madrid Naz, Marta Elvira. 2018. "Asignación de pasajeros y determinación de frecuencias en redes ferroviarias de tránsito rápido". Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla. <https://biblus.us.es/bibing/proyectos/abreproy/91923/fichero/TFG-1923-MADRID.pdf>
- [3] Bektaş, T., Gouveia, L. 2014. European Journal of Operational Research, 236 (3): 820-832. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.07.038>.
- [4] F. Siegel, Andrew. 2017. "Time Series: Understanding Changes Over Time". En Practical Business Statistics, editado por Elsevier Science Publishing Co Inc, 431-466. UK: Academic Press.
- [5] Ancap. n.d. "Ancap: Precios combustibles".  
Noviembre, 2024. <https://www.ancap.com.uy/2093/1/precios-combustibles.html>



## 10. Anexos

### 10.1 Anexo 1

Se presenta la formulación matemática del modelo de la Etapa 1.

$$\min \sum_{t=1}^T hI_t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N v\alpha z1_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N C_i c_{i,t} + \sum_{t=1}^T ky_t$$

s.a

$$y_t + I_{t-1} = \sum_{i=1}^N x_{i,t} + I_t, \forall t \in T$$

$$x_{i,t} \geq d_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$I_0 = 0$$

$$\frac{z2_{i,t}}{q} \leq Q_{camión}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{i,t} \leq M c_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{i,t} \leq x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{i,t} \geq x_{i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\frac{z1_{i,t}}{q} \leq Q_{flete}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{i,t} \leq M f_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{i,t} \leq x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{i,t} \geq x_{i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\frac{I_t}{q} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$\frac{y_t + I_{t-1}}{q} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} + c_{i,t} \leq 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \leq M x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$c_{i,t} \leq M x_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$x_{i,t} \leq M (f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$x_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$y_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T$$

$$I_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T \cup \{0\}$$

$$z1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$c_{i,t} \in \{0, 1\}$$

## 10.2 Anexo 2

En esta sección se detalla la validación del modelado de la Etapa 1.

**Validación 1:** se valida el funcionamiento de todas las restricciones.

En la Tabla 22 se presentan los valores de conjuntos y parámetros considerados para la validación.

Tabla 22: Datos considerados, validación 1, Etapa 1.

| N        | Demanda ( $d_{it}$ ) |     | $C_i$ |
|----------|----------------------|-----|-------|
|          | T=1                  | T=2 |       |
| Depósito | 0                    | 0   | 0     |
| Cliente1 | 15                   | 8   | 5     |
| Cliente2 | 0                    | 4   | 6     |
| Cliente3 | 10                   | 5   | 10    |

| h | k | Q_camion | Q_flete | q | Q_deposito | v   | M      | alpha |
|---|---|----------|---------|---|------------|-----|--------|-------|
| 2 | 4 | 20       | 25      | 1 | 40         | 100 | 10.000 | 0,06  |

En la Figura 17 se resume la solución obtenida.

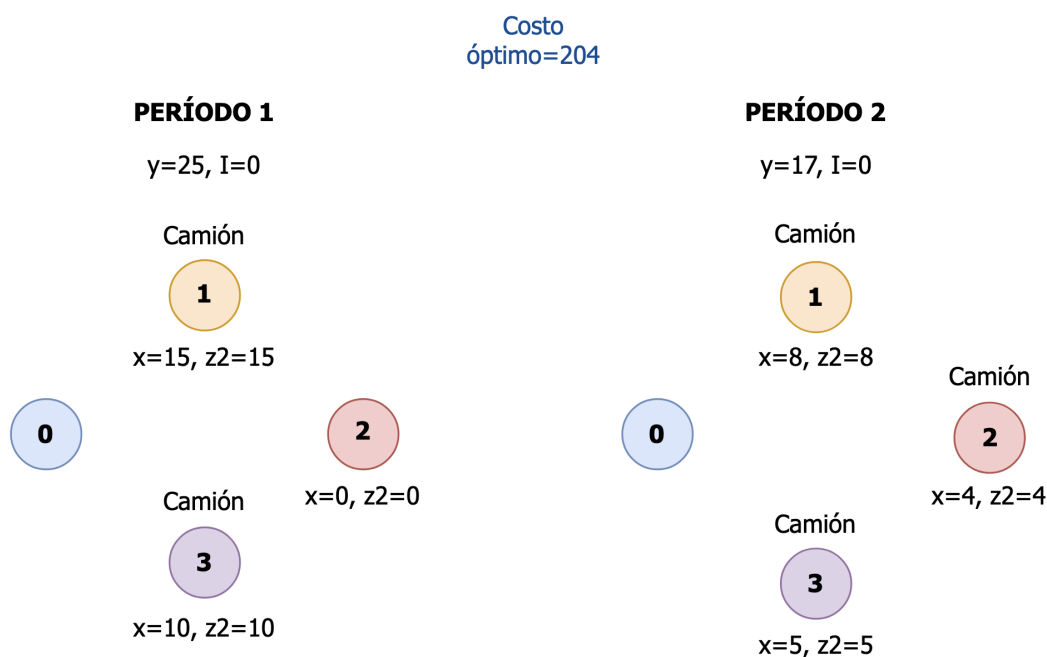


Figura 17: Representación de la solución, validación 1, Etapa 1. Elaboración propia.

Se analiza la solución obtenida considerando las restricciones fundamentales que debe cumplir el modelo para representar correctamente la realidad planteada. A continuación se analiza cada funcionalidad:

- Balance de inventario.

En ningún período queda producto en inventario. Se corrobora que la cantidad a comprar en cada período coincide con la suma total a entregar, cumpliendo con la restricción.

- Satisfacción de la demanda.

La cantidad a entregar a cada cliente coincide con su demanda, por lo que el modelo cumple con la restricción en cada período.

- No superar la capacidad del camión.

Se observa que el envío por camión propio en el período 1 se activa para cliente 1 y cliente 3. En dichos casos la cantidad a entregar a cada uno (medida en cantidad de cajones) es menor a la capacidad del camión, teniendo en cuenta que siempre se parte desde el depósito. En el período 2 se activa para los tres clientes cumpliendo también con la capacidad del camión.

- No superar la capacidad del flete.

No se puede validar esta restricción debido a que el envío por flete no se activa para ningún cliente.

- No superar la capacidad del depósito.

En ninguno de los períodos queda producto en inventario ni se compra más que el espacio disponible para almacenar, cumpliendo la restricción.

- Único modo de transporte para cada cliente.

En ningún caso se activan los dos modos de transporte para un mismo cliente.

- No activación de costos de transporte.

En el caso del cliente 2 en el período 1 que la cantidad a entregar es nula se comprueba que no se activa ninguno de los dos modos de transporte.

- Activación de costos de transporte.

Para los casos en que la cantidad a entregar al cliente no es nula se activa algún modo de transporte.

- Dominio de variables.

Todas las variables toman valores dentro de su dominio.

En conclusión, con los valores de parámetros considerados se puede decir que el modelo tiene el comportamiento deseado. Falta validar la restricción de capacidad del flete, ya que en el caso considerado no se activó este modo de transporte.

**Validación 2:** se valida que se activen los dos tipos de modo de transporte.

Una forma de corroborar que el modo de envío por flete se active es haciendo que la capacidad del camión no sea suficiente para abastecer a algún cliente. Para esto se disminuye la capacidad del camión considerando un número menor a alguna de las demandas medida en cajones. Se considera  $Q_{camion}=10$  de manera que no alcance para cumplir con la demanda del cliente 1 en el período 1. En el resto de los parámetros se toman los mismos valores considerados anteriormente.

En la Figura 18 se presenta la solución obtenida y se resaltan las variables que cambiaron su valor.

Costo  
óptimo=289

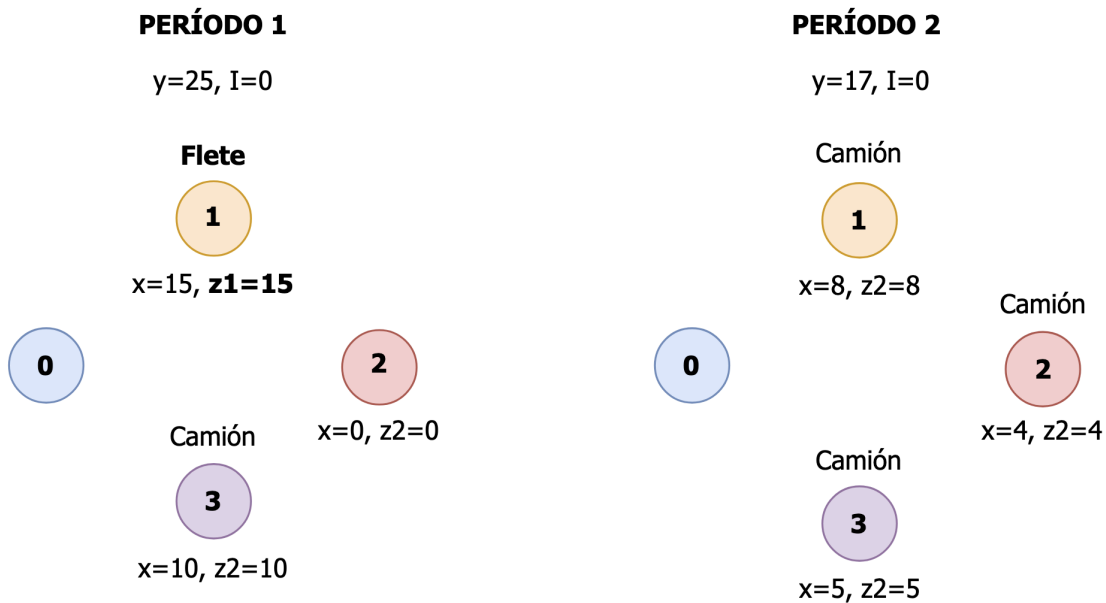


Figura 18: Representación de la solución obtenida, validación 2, Etapa 1. Elaboración propia.

En este caso el costo óptimo es mayor al obtenido anteriormente, lo cual es coherente ya que se modifica el modo de envío al cliente 1 en el período 1. Al analizar los costos, se observa que abastecerlo por flete representa un costo mayor que entregarle con camión propio. Se puede ver que en todos los casos se elige el modo de transporte de menor costo excepto en el caso donde la capacidad del más económico no es suficiente como sucede para el cliente 1 en el período 1.

A continuación, en base a la solución obtenida se analizan las restricciones que involucran a las variables que modificaron su valor:

- No superar la capacidad del camión.

Se observa que el envío por camión propio en el período 1 se activa solo para el cliente 3 y la cantidad a entregar es igual a la capacidad del camión.

En el período 2 se activa para los tres clientes cumpliendo ser la cantidad a entregar menor a la capacidad del camión, teniendo en cuenta que se parte siempre desde el depósito.

- No superar la capacidad del flete.

Como se esperaba, el envío por flete se activa solo para el cliente 1 en el primer período y la cantidad a entregar es menor a la capacidad del flete, cumpliendo con la restricción.

- Único modo de transporte para cada cliente.

Se corrobora que en ningún caso se activan los dos modos de transporte al mismo tiempo.

Se logra validar la activación de los dos modos de transporte y la restricción de capacidad del flete.



**Validación 3:** se intenta validar que no se alcanza una solución factible cuando ningún modo de transporte tiene capacidad suficiente para abastecer la demanda de algún cliente.

Se utilizan los mismos datos que la validación 2 pero se considera  $Q_{camion} = 8$  y  $Q_{flete} = 9$ .

Se observa que no se obtiene una solución factible ya que las demandas en el primer período superan la capacidad de los dos modos de transporte. Se cumple la restricción de abastecer a cada cliente con un único modo de transporte.

### 10.3 Anexo 3

Se presenta la formulación matemática del modelo de la Etapa 2.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P v_p \alpha z_{p,i,t}^1 + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N C_i c_{i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t}$$

s.a.

$$y_{p,t} + I_{p,t-1} = \sum_{i=1}^N x_{p,i,t} + I_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \geq d_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$I_{p,0} = 0, \forall p \in P$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z_{p,i,t}^2}{q_p} \leq aux2_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z_{p,i,t}^2}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \leq Q_{camión}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^2 \leq M c_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^2 \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^2 \geq x_{p,i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z_{p,i,t}^1}{q_p} \leq aux1_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z_{p,i,t}^1}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \leq Q_{flete}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^1 \leq M f_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^1 \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z_{p,i,t}^1 \geq x_{p,i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\frac{I_{p,t}}{q_p} \leq aux3_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \leq \frac{I_{p,t}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux3_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$\frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} \leq aux4_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \leq \frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux4_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} + c_{i,t} \leq 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$c_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P x_{p,i,t} \leq M(f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$y_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$I_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \cup \{0\}$$

$$z1_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$c_{i,t} \in \{0, 1\}$$

## 10.4 Anexo 4

En esta sección se detalla la validación del modelado de la Etapa 2.

**Validación 1:** se valida el funcionamiento de las restricciones con más de un tipo de producto.

Se consideran los mismos conjuntos que en las validaciones de la etapa anterior, agregando el conjunto de productos:  $P = \{A, B, C\}$ . En la Tabla 23 se presenta el valor de los parámetros considerados.

Tabla 23: Datos considerados, validación 1, Etapa 2.

| Clientes | Demanda producto A |     | Demanda producto B |     | Demanda producto C |     | C <sub>i</sub> |
|----------|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|----------------|
|          | T=1                | T=2 | T=1                | T=2 | T=1                | T=2 |                |
| Depósito | 0                  | 0   | 0                  | 0   | 0                  | 0   | 0              |
| Cliente1 | 5                  | 2   | 10                 | 5   | 0                  | 5   | 5              |
| Cliente2 | 0                  | 6   | 0                  | 8   | 0                  | 25  | 6              |
| Cliente3 | 17                 | 10  | 15                 | 10  | 30                 | 25  | 10             |

| Producto | h <sub>p</sub> | k <sub>p</sub> | q <sub>p</sub> | v <sub>p</sub> |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A        | 5              | 180            | 5              | 200            |
| B        | 10             | 100            | 10             | 120            |
| C        | 2              | 50             | 15             | 60             |

| Q <sub>camion</sub> | Q <sub>flete</sub> | Q <sub>deposito</sub> | M      | alpha |
|---------------------|--------------------|-----------------------|--------|-------|
| 6                   | 6                  | 40                    | 10.000 | 0,06  |

Considerando los valores de parámetros detallados no se obtiene una solución factible. Esto es correcto, ya que al analizar la restricción de capacidad del camión para la demanda del cliente 3 en el período 1 se observa que no se puede abastecer con camión propio por superar su capacidad. El flete tampoco tiene capacidad suficiente por lo que no se lo puede abastecer con ninguno de los modos de transporte. Por definición del problema, se debe de atender la demanda de todos los clientes con algún modo de transporte por lo que en este caso no existe solución factible.

**Validación 2:** se valida la obtención de solución factible y sus restricciones.

Considerando distintos valores de demanda para el cliente 3 en el período 1 de forma de que no supere la capacidad de alguno de los modos de transporte, se busca validar que el modelo encuentra una solución óptima que cumple con las restricciones del problema.

Se consideran los mismos parámetros que en la validación anterior variando solamente la demanda de los productos para el cliente 3 en el período 1 presentada en la Tabla 24.

Tabla 24: Demanda cliente 3 en el período 1, validación 2, Etapa 2.

|           | Demanda A | Demanda B | Demanda C |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Cliente 3 | 15        | 10        | 30        |

En la Figura 19 se representa la solución obtenida.

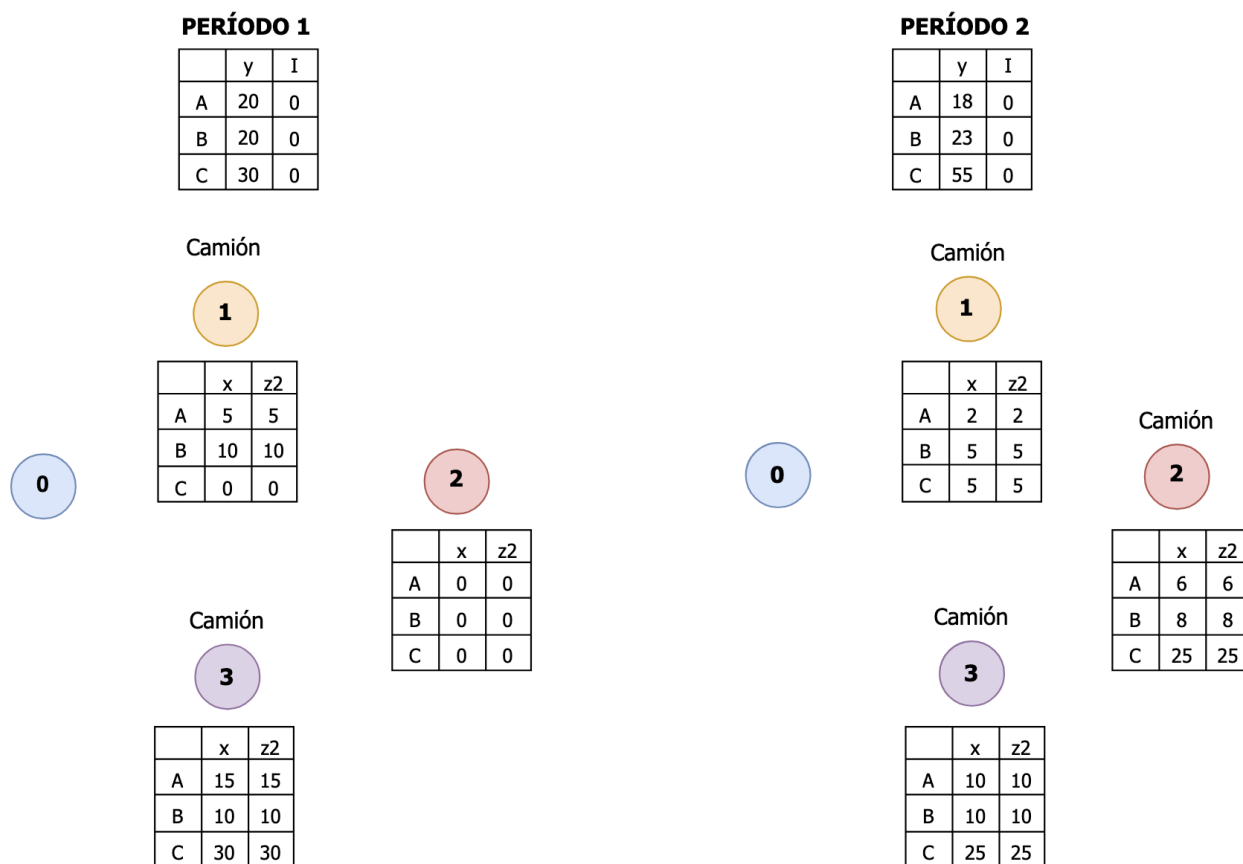


Figura 19: Representación solución, validación 2, Etapa 2. Elaboración propia.

Se consideran las restricciones fundamentales que debe cumplir el modelo para representar correctamente la realidad planteada:

- Balance de inventario.

En ningún período queda ningún tipo de producto en inventario. Se corrobora que la cantidad a comprar de cada producto en cada período coincide con la suma total a entregar, cumpliendo con la restricción.

- Satisfacción de la demanda.

La cantidad a entregar de cada producto a cada cliente por período coincide con la demanda, cumpliendo con la restricción.

- No superar la capacidad del camión.

Se observa que el envío por camión propio en el período 1 se activa para el cliente 1 y el cliente 3, mientras que en el período 2 se activa para todos los clientes. Analizando los datos obtenidos se corrobora que se cumple con las restricciones para ambos períodos.

- No superar la capacidad del flete.

El envío por flete no se activa para ningún cliente en ningún período.

- No superar la capacidad del depósito.

No queda producto en inventario en ninguno de los períodos, cumpliendo las restricciones correspondientes.

- Único modo de transporte para cada cliente.

Se corrobora que en ningún caso se activan los dos modos de transporte al mismo tiempo.

- No activación de costos de transporte.

En el caso del cliente 2 en el período 1 que no tiene demanda de ningún tipo de artículo se comprueba que no se activa ninguno de los dos modos de transporte.

- Activación de costos de transporte.

Para los casos en que la cantidad a entregar al cliente no es nula se activa algún modo de transporte.

- Dominio de variables.

Todas las variables toman valores dentro de su dominio.

En conclusión, con los valores de parámetros considerados se puede decir que el modelo tiene el comportamiento deseado.

## 10.5 Anexo 5

Se presenta la formulación matemática del modelo de la Etapa 3.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P v_p \alpha z1_{p,i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{i,j} \phi_{i,j,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t}$$

s.a.

$$y_{p,t} + I_{p,t-1} = \sum_{i=1}^N x_{p,i,t} + I_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \geq d_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$I_{p,0} = 0, \forall p \in P$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} \leq aux2_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1}^N aux2_{i,t} \leq Q_{camión}, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \leq M c_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} \leq aux1_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1}^N aux1_{i,t} \leq Q_{flete}, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \leq M f_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\frac{I_{p,t}}{q_p} \leq aux3_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \leq \frac{I_{p,t}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux3_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$\frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} \leq aux4_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \leq \frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux4_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} + c_{i,t} \leq 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$c_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P x_{p,i,t} \leq M (f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N \varphi_{i,j,t} = c_{j,t}, \forall j \in N, j \neq 0, \forall t \in T$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N \varphi_{i,j,t} = c_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\sum_{j=1, j \neq 0}^N \varphi_{0,j,t} \leq 1, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1, i \neq 0}^N \varphi_{i,0,t} \leq 1, \forall t \in T$$

$$\Omega_{0,t} = 1, \forall t \in T$$

$$aux5_t = \sum_{i \neq 0}^N c_{i,t} + 1, \forall t \in T$$

$$2c_{i,t} \leq \Omega_{i,t}, \forall i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \leq Nc_{i,t}, \forall i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \leq aux5_t, \forall i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} - \Omega_{j,t} + N\varphi_{i,j,t} \leq N - 1 + (N - 1)(2 - c_{i,t} - c_{j,t}), \forall i, j \in N, i \neq 0, j \neq 0, i \neq j, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$y_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$I_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \cup \{0\}$$

$$z1_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux5_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$c_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$\varphi_{i,j,t} \in \{0, 1\}$$



# 10.6 Anexo 6

En esta sección se detalla la validación del modelado de la Etapa 3. Se intenta validar el funcionamiento de las nuevas variables de decisión y restricciones incluidas para el ruteo.

**Validación 1:** se valida el comportamiento del ruteo cuando se abastece por camión propio.

Se consideran los mismos conjuntos y parámetros que en la última validación de la Etapa 2, modificando el parámetro de costo de abastecer por camión propio (en la Tabla 25 se presentan los nuevos valores considerados) y las capacidades de los dos modos de transporte ( $Q_{camión} = 15$  y  $Q_{flete} = 1$ ). De esta forma se obliga a abastecer a todos los clientes por camión propio, pudiendo analizar el comportamiento de las nuevas variables  $\varphi_{i,j,t}$  y  $\Omega_{i,t}$ .

Tabla 25: Costo de recorrer con camión propio la distancia  $ij$ , validación 1, Etapa 3.

| C_ij     | Depósito | Cliente1 | Cliente2 | Cliente3 |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| Depósito | 0        | 5        | 6        | 10       |
| Cliente1 | 5        | 0        | 4        | 5        |
| Cliente2 | 6        | 4        | 0        | 3        |
| Cliente3 | 10       | 5        | 3        | 0        |

Se obtiene una solución factible. En la Figura 20 se muestra el comportamiento de las variables de ruteo donde las flechas representan la activación de  $\varphi_{i,j,t}$ .

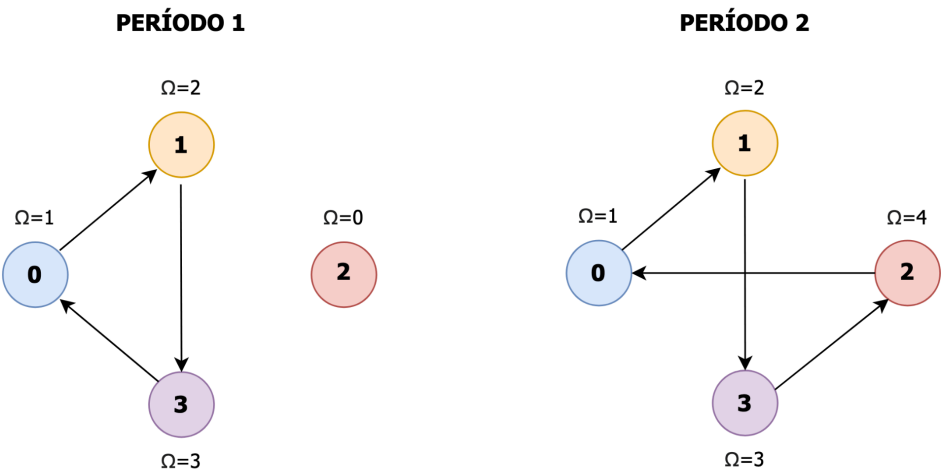


Figura 20: Representación del ruteo de la solución obtenida, validación 1, Etapa 3. Elaboración propia.

Analizando la solución se observa que en ambos períodos se cumple con la restricción de asignación de orden de recorrido 1 al depósito y a su vez la ruta finaliza en él. En el período 1 se excluye correctamente al cliente 2 asignándole orden de recorrido nulo y no se activa ninguna trayectoria desde ni hacia él. Esto es un comportamiento acertado ya que en este período el cliente 2 no tiene demanda de ningún tipo de producto. Con los otros clientes se generan los arcos de la trayectoria de recorrido coherentemente según el orden asignado y cumpliendo la restricción de único arco de entrada y salida para cada nodo.

En el período 2 no se excluye a ningún cliente ya que todos tienen demanda. En todos los nodos existe un único arco de entrada y un único arco de salida. Se activan las trayectorias según el orden de recorrido, saliendo y retornando al depósito.

**Validación 2:** se valida que no existe ruteo cuando se abastece solo por flete.

Se consideran los mismos datos de la validación anterior intercambiando las capacidades de los modos de transporte  $Q_{camión} = 1$  y  $Q_{flete} = 15$ . De este modo se obliga a abastecer a todos los clientes por flete.

Se implementa y se verifica que cumple con el comportamiento esperado, no existen arcos de ruteo entre clientes ni se le asigna una posición de recorrido.

**Validación 3:** se valida el comportamiento del ruteo cuando se utilizan los dos modos de transporte a la vez.

Para concluir con la validación del modelo, se considera la situación donde se abastece con ambos modos de transporte en un mismo período. Para esto se utilizan los mismos datos que la validación anterior, modificando únicamente los valores de capacidades:  $Q_{camión} = 10$  y  $Q_{flete} = 15$ .

En la Figura 21 se presenta un esquema de la solución obtenida.

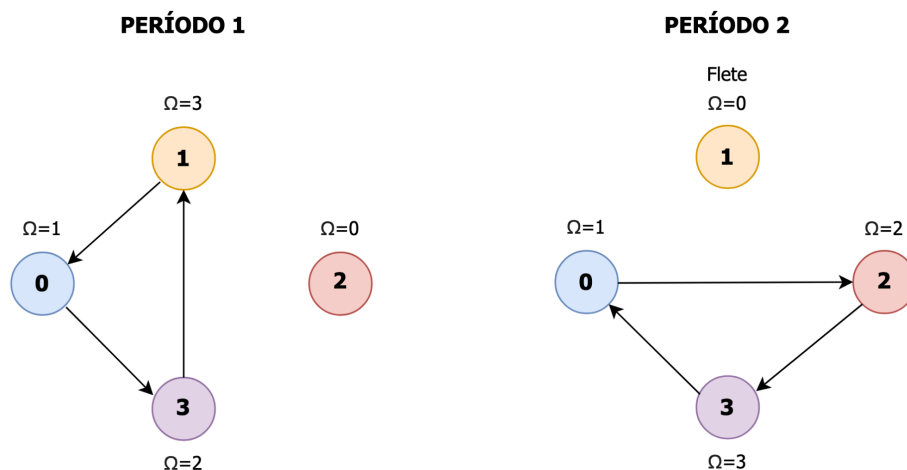


Figura 21: Representación del ruteo, validación 3, Etapa 3. Elaboración propia.

Analizando la solución representada en la Figura 21 se observa que en ambos períodos se tiene un único arco de entrada y salida para los clientes involucrados en el recorrido. Los órdenes de recorrido asignados son coherentes con la ruta descrita.

En el período 1 se abastece a todos los clientes que tienen demanda por flota propia ya que es el modo de transporte más económico y le alcanza la capacidad.

En el período 2 todos los clientes tienen demanda pero la capacidad del camión no es suficiente para abastecerlos a todos en el mismo recorrido. Se observa que el modelo intenta abastecer la mayor cantidad de clientes por camión, cumpliendo con su capacidad, y al cliente restante lo abastece por flete.

A partir de las tres validaciones, se concluye que el modelado implementado en esta etapa se comporta correctamente.

## 10.7 Anexo 7

Se presenta la formulación matemática del modelo de la Etapa 4, modelo final.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P v_p \alpha z1_{p,i,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{i,j} \phi_{i,j,t} + \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t}$$

s.a.

$$y_{p,t} + I_{p,t-1} = \sum_{i=1}^N x_{p,i,t} + I_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \geq d_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$I_{p,0} = 0, \forall p \in P$$

$$z2_{p,i,t} \leq M c_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - c_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} \leq aux2_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z2_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1}^N aux2_{i,t} \leq Q_{camión}, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \leq M f_{i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \leq x_{p,i,t}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z1_{p,i,t} \geq x_{p,i,t} - M(1 - f_{i,t}), \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} \leq aux1_{i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \leq \sum_{p=1}^P \frac{z1_{p,i,t}}{q_p} + 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1}^N aux1_{i,t} \leq Q_{flete}, \forall t \in T$$

$$\frac{I_{p,t}}{q_p} \leq aux3_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \leq \frac{I_{p,t}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux3_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$\frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} \leq aux4_{p,t}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \leq \frac{y_{p,t} + I_{p,t-1}}{q_p} + 1, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P aux4_{p,t} \leq Q_{depósito}, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} + c_{i,t} \leq 1, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$c_{i,t} \leq M \sum_{p=1}^P x_{p,i,t}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{p=1}^P x_{p,i,t} \leq M (f_{i,t} + c_{i,t}), \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N \varphi_{i,j,t} = c_{j,t}, \forall j \in N, j \neq 0, \forall t \in T$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N \varphi_{i,j,t} = c_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\sum_{j=1, j \neq 0}^N \varphi_{0,j,t} \leq 1, \forall t \in T$$

$$\sum_{i=1, i \neq 0}^N \varphi_{i,0,t} \leq 1, \forall t \in T$$

$$\Omega_{0,t} = 1, \forall t \in T$$

$$aux5_t = \sum_{i=1, i \neq 0}^N c_{i,t} + 1, \forall t \in T$$

$$2c_{i,t} \leq \Omega_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \leq Nc_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \leq aux5_t, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} - \Omega_{j,t} + N\varphi_{i,j,t} \leq N - 1 + (N - 1)(2 - c_{i,t} - c_{j,t}), \forall i, j \in N, i \neq 0, j \neq 0, i \neq j, \forall t \in T$$

$$a_i c_{i,t} \leq u_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$u_{i,t} \leq b_i c_{i,t}, \forall i \in N, i \neq 0, \forall t \in T$$

$$u_{i,t} + s_i + r_{i,j} - M(1 - \varphi_{i,j,t}) \leq u_{j,t}, \forall i, j \in N, i \neq 0, j \neq 0, i \neq j, \forall t \in T$$

$$x_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$y_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$I_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T \cup \{0\}$$

$$z1_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$z2_{p,i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux1_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux2_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$aux3_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux4_{p,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$aux5_t \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall t \in T$$

$$\Omega_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$u_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}, \forall i \in N, \forall t \in T$$

$$f_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$c_{i,t} \in \{0, 1\}$$

$$\varphi_{i,j,t} \in \{0, 1\}$$

# 10.8 Anexo 8

En esta sección se detalla la validación del modelado de la Etapa 4.

**Validación:** se validan las restricciones de ventana de tiempo.

Se consideran los mismos datos utilizados en la validación 3 de la Etapa 3 donde se impone que se abastezca con ambos modos de transporte. Se agrega la ventana de tiempo de atención de cada cliente asignando cota inferior y superior correspondiente, el tiempo de servicio y de recorrido, ver Tabla 26 y Tabla 27. Se busca validar que el recorrido seleccionado sea consistente con el horario de llegada asignado a cada cliente y que cuando se abastece por flete se le asigne tiempo de llegada nulo.

Tabla 26: Ventanas de tiempo y tiempo de servicio de cada cliente, validación, Etapa 4.

| Clientes | Ventana de tiempo |       | Tiempo de servicio |
|----------|-------------------|-------|--------------------|
|          | a (h)             | b (h) | s (h)              |
| Depósito | 0                 | 0     | 0,0                |
| Cliente1 | 7                 | 14    | 1,0                |
| Cliente2 | 7,5               | 16    | 0,5                |
| Cliente3 | 8                 | 18    | 2,0                |

Tabla 27: Tiempo de recorrido, validación, Etapa 4.

| r <sub>ij</sub> (h) | Depósito | Cliente1 | Cliente2 | Cliente3 |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|
| Depósito            | 0,0      | 0,5      | 1,0      | 1,5      |
| Cliente1            | 0,5      | 0,0      | 0,5      | 1,0      |
| Cliente2            | 1,0      | 0,5      | 0,0      | 0,5      |
| Cliente3            | 1,5      | 1,0      | 0,5      | 0,0      |

En la Figura 22 se presenta un esquema de la solución obtenida.

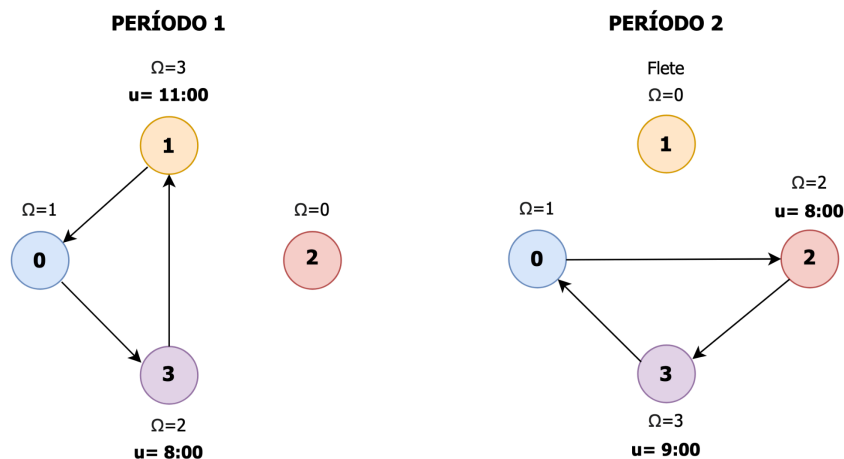


Figura 22: Solución obtenida en la validación de la Etapa 4. Elaboración propia.

Analizando la Figura 22 se observa que en ambos períodos se le asigna a cada cliente abastecido por camión propio hora de llegada dentro de su ventana de atención, y a aquellos que no son abastecidos por flota propia no se le asigna hora de llegada. El orden de recorrido es coherente con el horario de atención y con el trayecto descrito.

Se concluye que el modelo cumple con las nuevas restricciones incluidas de ventana de tiempo manteniendo el correcto comportamiento validado anteriormente.

## 10.9 Anexo 9

A continuación, en la Figura 23, Figura 24 y Figura 25 se presenta el Plan de Distribución obtenido para cada período del horizonte de planificación.

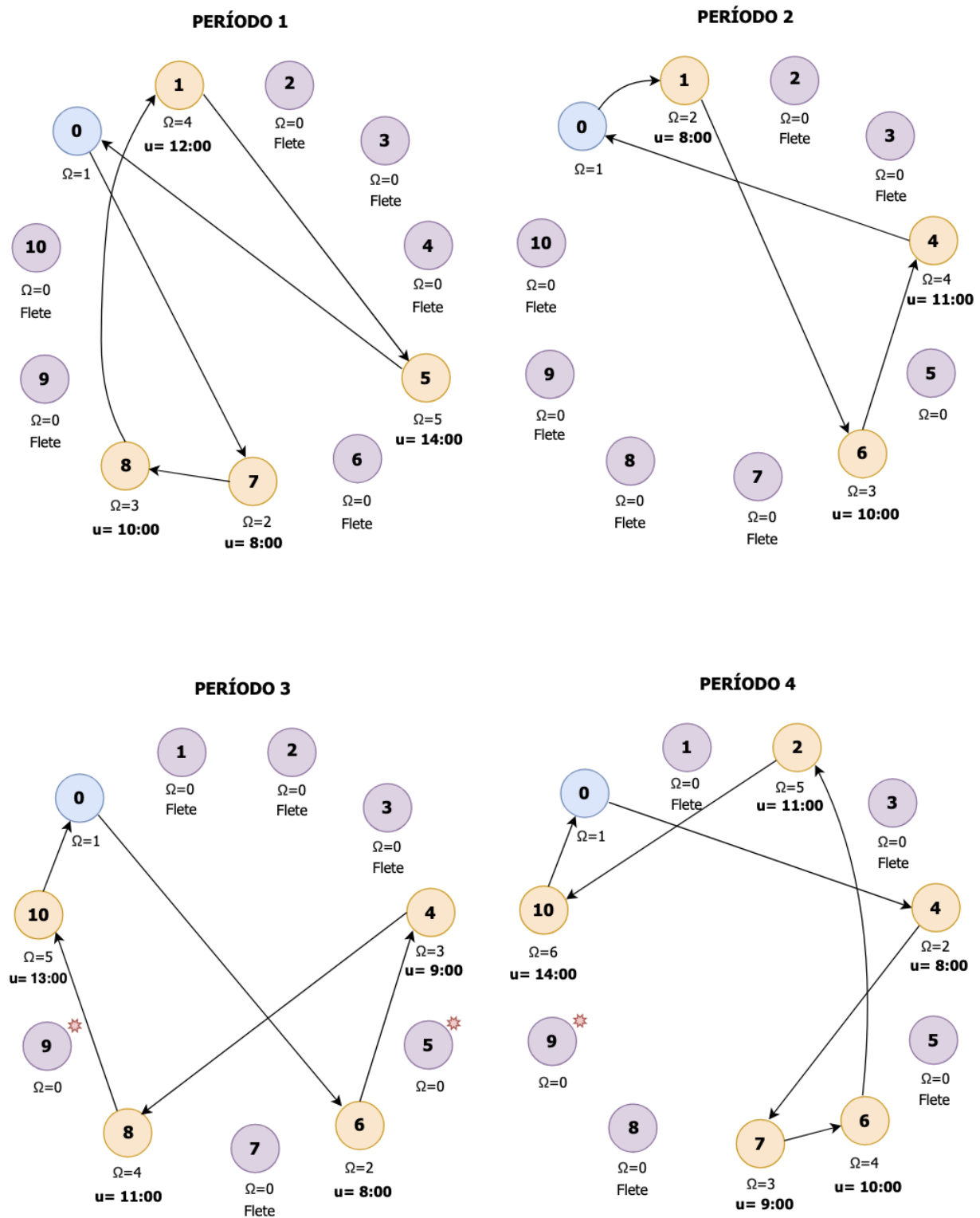


Figura 23: Plan de Distribución períodos 1, 2, 3 y 4. Elaboración propia.

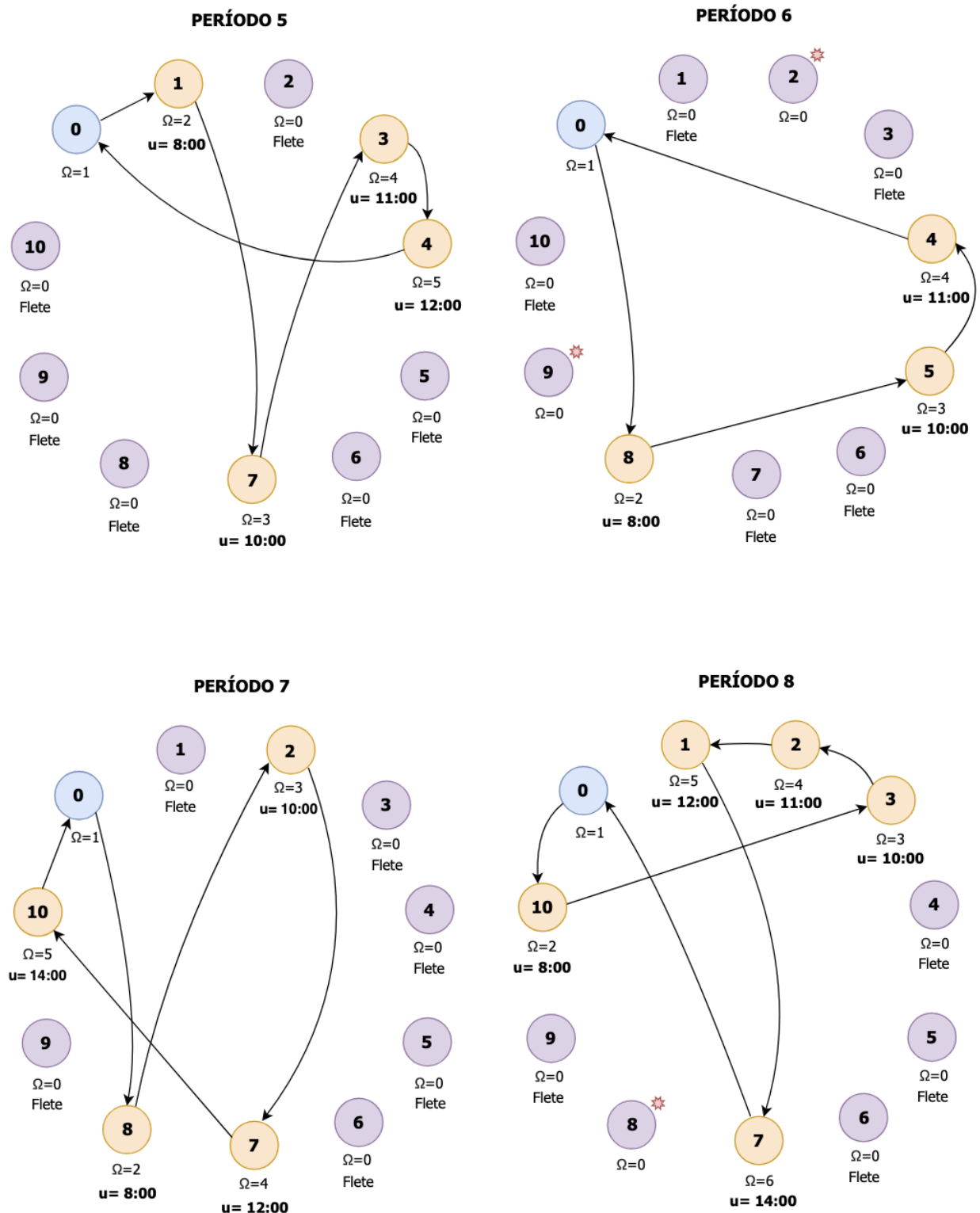


Figura 24: Plan de Distribución períodos 5, 6, 7 y 8. Elaboración propia.

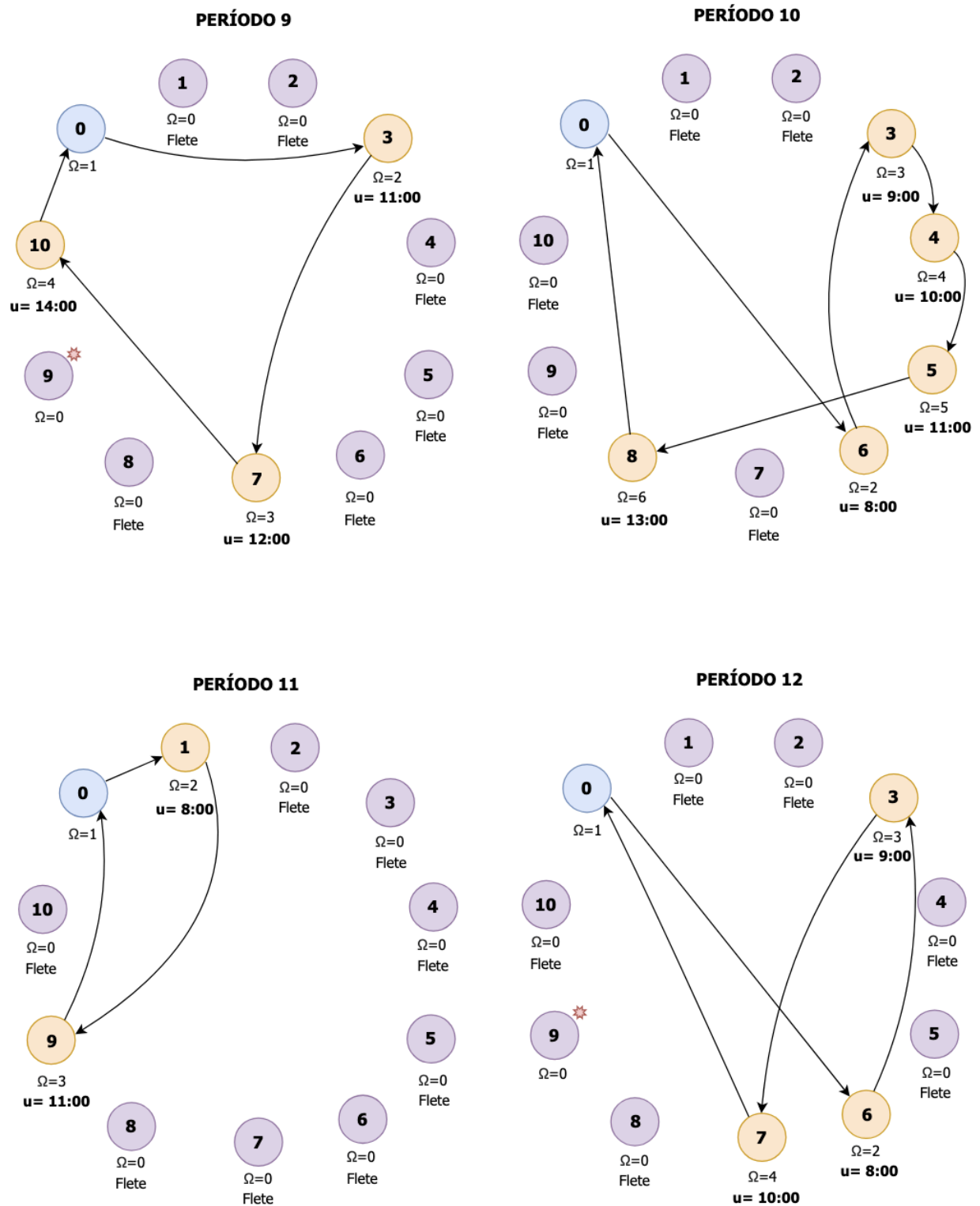


Figura 25: Plan de Distribución períodos 9, 10, 11 y 12. Elaboración propia.



## 10.10 Anexo 10

A partir de la solución obtenida se calculan los diferentes costos en los que se incurre en cada período de forma de observar el peso que tienen en el costo óptimo obtenido.

Plan de distribución

| Período 3                  |       |       |                         | 1,2,3,7 flete |       |               |                          |               |                          |               |                          |               |                          |        |       |                           |        |
|----------------------------|-------|-------|-------------------------|---------------|-------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|--------|-------|---------------------------|--------|
|                            | hp    | l_p,3 | Costo de almacenamiento | vp            | alpha | z1, Cliente 1 | Costo de flete cliente 1 | z1, Cliente 2 | Costo de flete cliente 2 | z1, Cliente 3 | Costo de flete cliente 3 | z1, Cliente 7 | Costo de flete cliente 7 | kp     | y_p,3 | Costo de pedir            |        |
| A                          | 0,92  | 0     | 0,00                    | 315,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 5             | 94,50                    | 7             | 132,30                   | 0             | 0,00                     | 207,12 | 43    | 8.906,16                  |        |
| B                          | 0,92  | 0     | 0,00                    | 94,00         | 0,06  | 0             | 0,00                     | 26            | 146,64                   | 0             | 0,00                     | 19            | 107,16                   | 71,04  | 109   | 7.743,36                  |        |
| C                          | 0,55  | 0     | 0,00                    | 50,00         | 0,06  | 0             | 0,00                     | 21            | 63,00                    | 0             | 0,00                     | 11            | 33,00                    | 38,93  | 85    | 3.309,05                  |        |
| D                          | 2,75  | 0     | 0,00                    | 417,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 8             | 200,16                   | 0             | 0,00                     | 11            | 275,22                   | 315,57 | 63    | 19.880,91                 |        |
| E                          | 10,10 | 0     | 0,00                    | 388,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 2             | 46,56                    | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 265,00 | 6     | 1.590,00                  |        |
| F                          | 9,73  | 0     | 0,00                    | 365,00        | 0,06  | 2             | 43,80                    | 0             | 0,00                     | 3             | 65,70                    | 0             | 0,00                     | 230,00 | 0     | 0,00                      |        |
| G                          | 14,32 | 0     | 0,00                    | 363,00        | 0,06  | 2             | 43,56                    | 3             | 65,34                    | 5             | 108,90                   | 2             | 43,56                    | 236,72 | 31    | 7.338,32                  |        |
| H                          | 14,32 | 0     | 0,00                    | 363,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 5             | 108,90                   | 3             | 65,34                    | 4             | 87,12                    | 260,00 | 31    | 8.060,00                  |        |
| I                          | 14,32 | 0     | 0,00                    | 335,00        | 0,06  | 3             | 60,30                    | 8             | 160,80                   | 3             | 60,30                    | 4             | 80,40                    | 241,18 | 37    | 8.923,66                  |        |
| J                          | 3,93  | 0     | 0,00                    | 266,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 2             | 31,92                    | 0             | 0,00                     | 2             | 31,92                    | 200,82 | 0     | 0,00                      |        |
| K                          | 1,38  | 0     | 0,00                    | 96,00         | 0,06  | 0             | 0,00                     | 5             | 28,80                    | 7             | 40,32                    | 0             | 0,00                     | 69,67  | 23    | 1.602,41                  |        |
| L                          | 3,44  | 0     | 0,00                    | 305,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 2             | 36,60                    | 221,93 | 0     | 0,00                      |        |
| M                          | 3,44  | 0     | 0,00                    | 362,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 3             | 65,16                    | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 268,65 | 3     | 805,95                    |        |
| N                          | 3,44  | 0     | 0,00                    | 220,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 163,93 | 0     | 0,00                      |        |
| O                          | 9,18  | 0     | 0,00                    | 279,00        | 0,06  | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 0             | 0,00                     | 108,80 | 0     | 0,00                      |        |
| Costo almacenamiento: 0,00 |       |       |                         |               |       |               |                          | 147,66        |                          |               | 1.011,78                 |               |                          | 472,86 |       |                           | 694,98 |
|                            |       |       |                         | Costo flete:  |       |               |                          | 2.327,28      |                          |               |                          |               |                          |        |       | Costo de pedir: 68.159,82 |        |

4,6,8,10 camion

| Cij           | Costo camión    |
|---------------|-----------------|
| 0-6           | 396,40          |
| 6-4           | 49,80           |
| 4-8           | 358,60          |
| 8-10          | 279,50          |
| 10-0          | 876,50          |
| Costo camión: | <b>1.960,80</b> |

**COSTO TOTAL PERÍODO 3: 72.447,90**

$$\min \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{p=1}^P h_p I_{p,t} + \sum_{i=1}^N \sum_{p=1}^P (v_p \alpha z1_{p,i,t}) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (C_{i,j} \varphi_{i,j,t}) + \sum_{p=1}^P k_p y_{p,t} \right]$$

Figura 26: Cálculo de costos incurridos período 3. Elaboración propia.

## **Volumen II**

Revisión sistemática de la literatura

## Índice

|                                                                                                                                 |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>1. Introducción</b>                                                                                                          | <b>87</b>  |
| <b>2. Metodología aplicada</b>                                                                                                  | <b>89</b>  |
| 2.1. Explicación detallada de cada uno de los pasos                                                                             | 91         |
| <b>3. Marco teórico</b>                                                                                                         | <b>99</b>  |
| 3.1 ¿En qué consiste una cadena de suministro en serie?                                                                         | 99         |
| 3.2 ¿Qué aspectos se deben considerar para optimizar y reducir costos en una cadena de suministro en serie?                     | 101        |
| 3.3 ¿Qué métodos de resolución se han utilizado para optimizar el transporte e inventario de una cadena de suministro en serie? | 105        |
| <b>4. Conclusiones</b>                                                                                                          | <b>109</b> |
| <b>5. Bibliografía</b>                                                                                                          | <b>111</b> |

## Índice de tablas

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1: Cadenas de búsqueda utilizadas en los repositorios                  | 92 |
| Tabla 2: Criterios de inclusión y filtros de las primeras tres búsquedas     | 93 |
| Tabla 3: Criterios de inclusión y filtros de las siguientes cuatro búsquedas | 94 |
| Tabla 4: Total de documentos por colección                                   | 95 |
| Tabla 5: Resultados obtenidos por colección después del filtrado por títulos | 96 |
| Tabla 6: Cantidad final de publicaciones                                     | 97 |

## Índice de figuras

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1: Flujo de proceso aplicado para la revisión sistemática de la literatura     | 90  |
| Figura 2: Red logística directa-inversa                                               | 100 |
| Figura 3: Representación gráfica de un SCS general con integración de la información  | 102 |
| Figura 4: Diagrama de control predictivo con estrategia de intercambio de información | 106 |



## 1. Introducción

En un mundo globalizado, donde la oferta y la demanda varían constantemente, las empresas se enfrentan a grandes desafíos en la gestión de sus cadenas de suministro. Hoy en día, el uso eficaz del inventario, tanto estratégica como tácticamente, constituye un pilar fundamental para garantizar la eficiencia en las operaciones de las organizaciones, así como también su competitividad [1]. A su vez, la planificación del transporte es otro pilar clave para brindar un buen nivel de servicio al cliente y asegurar el éxito de las empresas.

El presente Volumen tiene como objetivo realizar una revisión sistemática de la literatura siguiendo una metodología que permita analizar y sintetizar de manera objetiva, rigurosa y fiable el campo de conocimiento acumulado relacionado a la planificación y gestión de cadenas de suministro en serie [2]. En particular, se pretende conocer cómo se modela una cadena de suministro, qué aspectos deben considerarse para optimizar y reducir sus costos y qué modelos matemáticos se han utilizado, de forma de comprender las tendencias actuales y las mejores prácticas en la gestión de cadenas de suministro en serie, con el fin de adaptar y aplicar estos conocimientos al contexto de la distribución de productos lácteos.

A lo largo de este documento, se detalla el procedimiento llevado a cabo para la elaboración de la revisión sistemática de la literatura, y se presentan los principales conceptos y metodologías aplicadas en la resolución de casos prácticos relacionados con la temática descrita.





## 2. Metodología aplicada

A continuación se detalla la metodología aplicada para la elaboración de la revisión sistemática de la literatura basada en el procedimiento presentado por Ierardi et al. (2013) [2].

En primer lugar, se definen las preguntas de investigación:

1. ¿En qué consiste una cadena de suministro en serie?
2. ¿Qué aspectos se deben considerar para optimizar y reducir costos en una cadena de suministro en serie?
3. ¿Qué métodos de resolución se han utilizado para optimizar el transporte e inventario de una cadena de suministro en serie?

Para responder las preguntas planteadas, se siguen los pasos que se presentan a continuación:

1. Seleccionar los repositorios académicos a utilizar.
2. Realizar búsquedas en las bases de datos definidas mediante palabras clave.
3. Definir criterios de inclusión y exclusión.
4. Filtrar la búsqueda según tópicos o áreas relacionadas con la temática, tipo de archivo y/o ubicación.
5. Descargar los resultados de las búsquedas de los distintos repositorios en hojas de cálculo diferentes.
6. Consolidar las búsquedas de las distintas bases en una única hoja de cálculo y eliminar duplicados.
7. Leer los títulos y las palabras claves para una depuración inicial de las búsquedas, eliminando las publicaciones no relacionadas con el tema de interés.
8. Leer los resúmenes para refinar aún más las búsquedas y elegir los seleccionados.

En la Figura 1 se presenta el flujo del proceso aplicado para la búsqueda sistemática de la literatura.

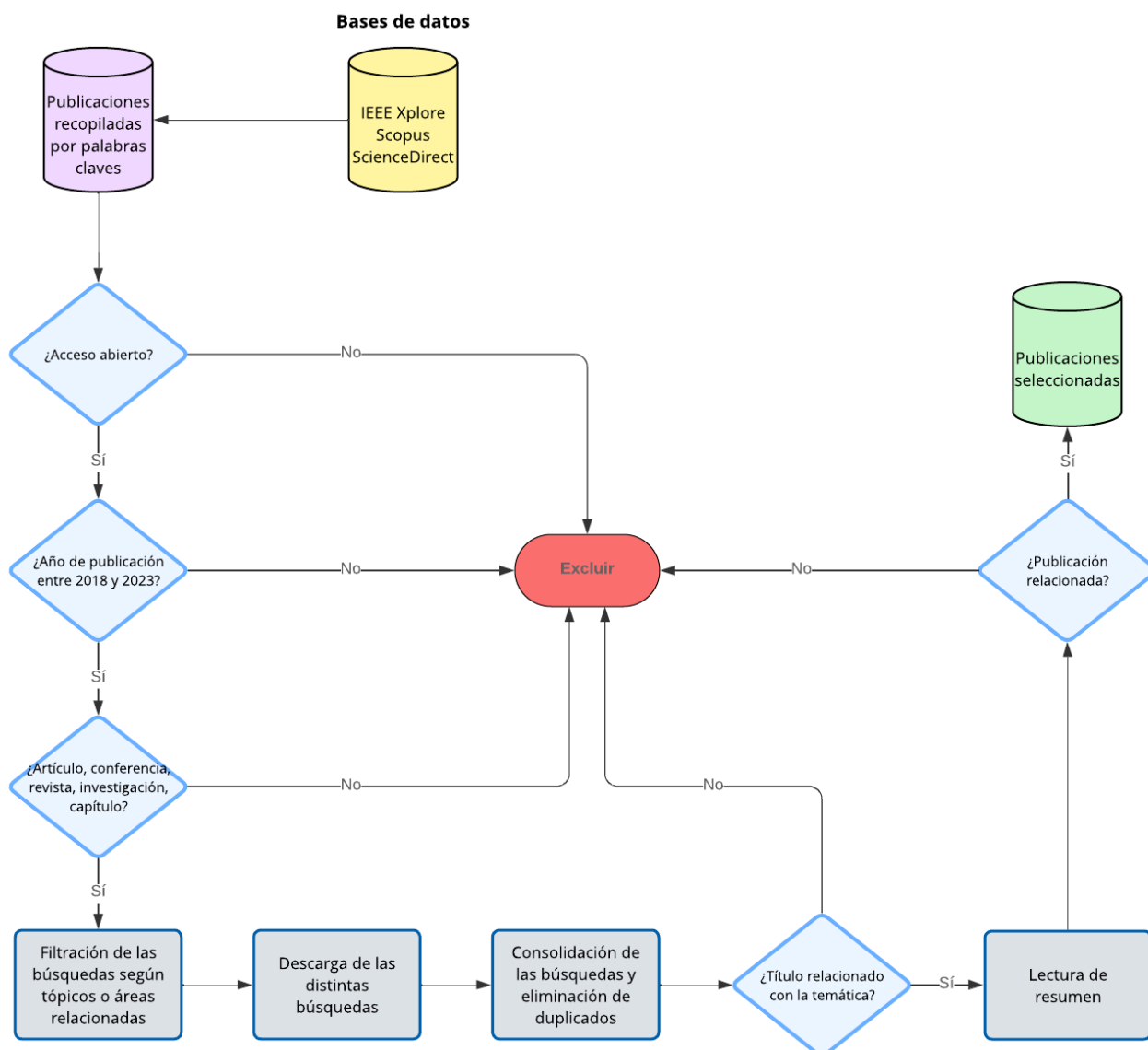


Figura 1: Flujo de proceso aplicado para la revisión sistemática de la literatura, elaboración propia.

Las búsquedas realizadas en las diferentes bases de datos se llevaron a cabo entre el 3 y 12 de agosto de 2023.

Es importante mencionar que previo al paso (6) del procedimiento descrito anteriormente, se decide realizar una nueva búsqueda en cada una de las bases de datos seleccionadas utilizando otras combinaciones de palabras claves similares. De esta forma se obtienen publicaciones más relacionadas con la temática, incorporando a la búsqueda documentos que pueden ser de relevancia. A su vez, se agrega una búsqueda genérica en el portal Timbó<sup>1</sup>, que incluye dentro de sus colecciones las bases de datos utilizadas, así como también muchas otras.

<sup>1</sup> <https://foco.timbo.org.uy/home>

## 2.1. Explicación detallada de cada uno de los pasos

### 1. Seleccionar los repositorios académicos a utilizar

Para la selección de las bases de datos se tienen en cuenta tres criterios. En primer lugar, que las bases se encuentren dentro de las colecciones que brinda el Portal Timbó Foco. Dicho portal es un buscador gestionado por la ANII (Agencia Nacional de Investigación e Innovación) destinado a estudiantes y docentes que busca brindar acceso a información y recursos digitales de distintas bases de datos. En segundo lugar, se considera que los resultados de las búsquedas de las distintas bases se puedan descargar en formato CSV o bib para luego poder abrirlo en una planilla de cálculo y que contengan citación con resumen. Teniendo en cuenta los criterios mencionados se opta por elegir las tres bases de datos más conocidas.

Las bases de datos seleccionadas fueron las siguientes:

- IEEE Xplore
- Scopus
- ScienceDirect

### 2. Realizar búsquedas en las bases de datos definidas mediante palabras claves

Con base en las preguntas de investigación, se extraen las palabras consideradas claves para realizar las diferentes cadenas de búsquedas. Se detallan a continuación traducidas al inglés:

- *Serial supply chain*
- *Supply chain*
- *Optimization*
- *Inventory*
- *Transport*
- *Cost reduction*
- *Production*
- *Mathematical model*
- *Logistics*

Para cada repositorio seleccionado anteriormente se crean diferentes combinaciones de cadenas de búsqueda utilizando las palabras claves descritas. Finalmente, por ensayo y error, se obtienen las cadenas de búsquedas definitivas para cada repositorio, considerando obtener una cantidad considerable de documentos.

En la Tabla 1, se detallan las cadenas de búsqueda utilizadas en cada uno de los tres repositorios y en el Portal Timbó.

Tabla 1: Cadenas de búsqueda utilizadas en los repositorios.

|                            | IEEE                                                                                  |                                                                                            | SCOPUS                                                                                      |                                                                                             | SCIENCE DIRECT                                                                        |                                                                                             | PORTAL TIMBÓ                                                      |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
|                            | Búsqueda 1                                                                            | Búsqueda 2                                                                                 | Búsqueda 1                                                                                  | Búsqueda 2                                                                                  | Búsqueda 1                                                                            | Búsqueda 2                                                                                  |                                                                   |
| <b>Cadenas de búsqueda</b> | "serial supply chain optimization" OR "inventory" OR "transport" AND "cost reduction" | "supply chain" AND "optimization" AND "production" OR "mathematical model" AND "logistics" | "serial supply chain" AND "optimization" OR "inventory" OR "transport" AND "cost reduction" | "supply chain" AND "optimization" AND "production" AND "mathematical model" AND "logistics" | "supply chain" AND "inventory" AND "transport" AND "optimization" OR "cost reduction" | "supply chain" AND "optimization" AND "production" AND "mathematical model" AND "logistics" | "serial supply chain" AND "optimization" AND "mathematical model" |

### 3. Definir criterios de inclusión y exclusión

Dentro de los criterios principales para las búsquedas en las distintas bases, se considera que las publicaciones abarquen un horizonte de tiempo entre tres y cinco años (2018-2023) y que a su vez tengan acceso abierto para poder descargarlas. Se decide centrar la revisión en el horizonte de tiempo mencionado ya que la gestión de la cadena de suministro, el transporte e inventario son temas muy tratados en la literatura y a lo largo de los años han sufrido muchos cambios en cuanto al enfoque de estudio. En la actualidad, se busca no solo minimizar los costos operativos y maximizar la satisfacción de los clientes, sino también reducir los impactos ambientales en las cadenas de suministro.

### 4. Filtrar la búsqueda según tópicos o áreas relacionadas con la temática, tipo de archivo y ubicación

La Tabla 2 contiene los criterios de inclusión y los distintos filtros utilizados en las primeras tres búsquedas de las colecciones IEEE, Scopus y ScienceDirect, junto con el total de resultados obtenidos.

En la Tabla 3, se detallan los criterios de inclusión y los filtros de la segunda búsqueda en cada una de las bases y en la búsqueda genérica en el Portal Timbó, junto con la cantidad de publicaciones obtenidas.

Tabla 2: Criterios de inclusión y filtros de las primeras tres búsquedas.

|                                    | IEEE                                                                                                                                                                                                                                                     | SCOPUS                                                                                                                       | SCIENCE DIRECT                   |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| <b>Años</b>                        | 2020 a 2023                                                                                                                                                                                                                                              | 2018 a 2023                                                                                                                  | 2020 a 2023                      |
| <b>Tipos de archivos</b>           | Conferencias<br>Libros                                                                                                                                                                                                                                   | Artículo<br>Conferencia                                                                                                      | <i>Review</i><br><i>Research</i> |
| <b>Tópicos / áreas</b>             | <i>Inventory management</i><br><i>Supply chain management</i><br><i>Optimization</i><br><i>Cost reduction</i><br><i>Transportation</i><br><i>Stock control</i><br><i>Supply chains</i><br><i>Logistics</i><br><i>Profitability</i><br><i>Warehousing</i> | <i>Decision Sciences</i><br><i>Engineering</i><br><i>Business, Management and</i><br><i>Accounting</i><br><i>Mathematics</i> | <i>Decision Sciences</i>         |
| <b>Ubicación de la conferencia</b> | China<br>Estados Unidos<br>Reino Unido<br>Francia<br>España                                                                                                                                                                                              | Estados Unidos<br>Reino Unido<br>Suiza<br>Canadá<br>China                                                                    |                                  |
| <b>Total de resultados</b>         | <b>112</b>                                                                                                                                                                                                                                               | <b>14</b>                                                                                                                    | <b>48</b>                        |

Tabla 3: Criterios de inclusión y filtros de las siguientes cuatro búsquedas.

|                            | IEEE                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | SCOPUS                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | SCIENCE DIRECT                                                      | PORTAL TIMBÓ          |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| <b>Años</b>                | 2018 a 2023                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 2018 a 2023                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 2020 a 2023                                                         | 2018 a 2023           |
| <b>Tipos de archivos</b>   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Artículo<br>Conferencia<br>Review                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Review<br>Research<br>Book chapters                                 | Texto completo en PDF |
| <b>Tópicos/ áreas</b>      | Logistics<br>Supply chain<br>Management<br>Optimization<br>Integer programming<br>Goods distribution<br>Decision making<br>Genetic algorithms<br>Production engineering<br>computing<br>Scheduling<br>Supply chains<br>Vehicle routing<br>Transportation<br>Linear programming<br>Fuzzy set theory<br>Cost reduction<br>Facility location | Environmental<br>Science<br>Engineering<br>Decision Sciences<br>Computer Science<br>Mathematics<br>Economics,<br>Econometrics and<br>Finance<br>Business,<br>Management and<br>Accounting<br>Agricultural and<br>Biological Sciences<br>Optimization<br>Supply Chain<br>Supply Chain<br>Management<br>Agricultural Supply<br>Chain<br>Efficiency<br>Modeling | Engineering<br>Decision Sciences<br>Computer Science<br>Mathematics |                       |
| <b>Total de resultados</b> | <b>70</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>13</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>276</b>                                                          | <b>18</b>             |

Como se observa en la Tabla 2 y en la Tabla 3, se utilizan diferentes criterios de inclusión para cada búsqueda que se resumen a continuación.

Años considerados: entre 2018 - 2023. En algunos casos se opta por reducir el horizonte de tiempo considerado a 2020 - 2023 debido a la gran cantidad de publicaciones encontradas.

Tipos de archivos: artículo, conferencia, revista, investigación, libro/capítulo de libro. Los tipos de archivos no coinciden porque cada repositorio, según la cadena de búsqueda utilizada, brinda diferentes opciones.

Tópicos/áreas: opciones relacionadas con cadena de suministro, inventario, transporte, gestión, costos, optimización, ingeniería, programación, matemática, modelado, eficiencia, entre otras similares.

Ubicación: para las primeras búsquedas en los repositorios que era posible seleccionar la locación, se consideran los países con mayor cantidad de publicaciones. Cabe destacar que de haber aparecido Uruguay o países cercanos, se hubiesen incluido ya que es fundamental estudiar la realidad de la región donde se aplicará la temática.

5. Descargar los resultados de las búsquedas de los distintos repositorios en hojas de cálculo diferentes

Como se mencionó previamente, al momento de seleccionar las bases de datos, uno de los criterios considerados fue que permita descargar las búsquedas en formato CSV o bib. Para las bases que permiten el formato CSV (IEEE, Scopus) las búsquedas se exportan y se cargan directamente en la plataforma de Google Drive como hojas de cálculo de Google Sheets. Para la colección ScienceDirect que no permite descargar en formato CSV, se realiza la descarga en formato bib y se utiliza un convertidor online para pasarlo a un formato compatible con Google Sheets para posteriormente importarlas a dicha aplicación.

6. Consolidar las búsquedas de las distintas bases en una única hoja de cálculo y eliminar duplicados

Luego de tener cada búsqueda descargada, se unen las mismas en una única planilla, obteniéndose un total de 551 documentos. En la Tabla 4 se detalla la distribución por colección. Posteriormente, mediante el uso de la herramienta de limpieza de datos de Google Sheets se eliminan aquellas publicaciones cuyo título está duplicado.

*Tabla 4: Total de documentos por colección.*

| Búsquedas por colección    | Resultados obtenidos |
|----------------------------|----------------------|
| IEEE, búsqueda 1           | 112                  |
| IEEE, búsqueda 2           | 70                   |
| SCOPUS, búsqueda 1         | 14                   |
| SCOPUS, búsqueda 2         | 13                   |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 1 | 48                   |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 2 | 276                  |
| PORTAL TIMBÓ               | 18                   |
| <b>TOTAL</b>               | <b>551</b>           |

7. Leer los títulos y las palabras claves para una depuración inicial de las búsquedas, eliminando las publicaciones no relacionadas con el tema de interés

Luego de consolidar las búsquedas y eliminar duplicados, se comienza con una lectura de los títulos de las publicaciones de forma de realizar una depuración de las mismas. En esta eliminación de documentos se descartan aquellos cuyos títulos poseen algunas de las palabras claves establecidas pero no con el enfoque esperado de la planificación del transporte o inventario en cadenas de suministro.

En la Tabla 5 se muestra la cantidad de resultados obtenidos después de la filtración por título.

*Tabla 5: Resultados obtenidos por colección después del filtrado por títulos.*

| Búsquedas por colección    | Resultados obtenidos luego de filtrar por título |
|----------------------------|--------------------------------------------------|
| IEEE, búsqueda 1           | 41                                               |
| IEEE, búsqueda 2           | 27                                               |
| SCOPUS, búsqueda 1         | 13                                               |
| SCOPUS, búsqueda 2         | 7                                                |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 1 | 10                                               |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 2 | 56                                               |
| PORTAL TIMBÓ               | 6                                                |
| <b>TOTAL</b>               | <b>160</b>                                       |

**8. Leer los resúmenes para refinar aún más las búsquedas y elegir los seleccionados**

El paso siguiente a la filtración por títulos es comenzar a leer los resúmenes de cada una de las publicaciones de forma de refinar la búsqueda y seleccionar aquellos documentos que realmente están relacionados con el tema de interés.

Se lleva a cabo una primera lectura donde se utiliza un código de colores para la selección:

- Verde: publicación relacionada, se incluye.
- Amarillo: no se posee certeza sobre su inclusión.
- Rojo: muy poco relacionado, se elimina.

Luego se realiza una segunda lectura de los resúmenes de aquellas publicaciones marcadas en color amarillo para definir su inclusión.

Finalmente, se obtiene una lista final de las publicaciones y se agregan algunos documentos extras de utilidad brindados por el tutor y en otras materias de la carrera. A continuación se muestra en la Tabla 6 la cantidad de resultados obtenidos luego de todo el proceso de revisión.



*Tabla 6: Cantidad final de publicaciones.*

| Búsquedas por colección    | Resultados finales |
|----------------------------|--------------------|
| IEEE, búsqueda 1           | 13                 |
| IEEE, búsqueda 2           | 6                  |
| SCOPUS, búsqueda 1         | 7                  |
| SCOPUS, búsqueda 2         | 2                  |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 1 | 3                  |
| SCIENCE DIRECT, búsqueda 2 | 18                 |
| PORTAL TIMBÓ               | 6                  |
| Extras                     | 5                  |
| <b>TOTAL</b>               | <b>60</b>          |



### 3. Marco teórico

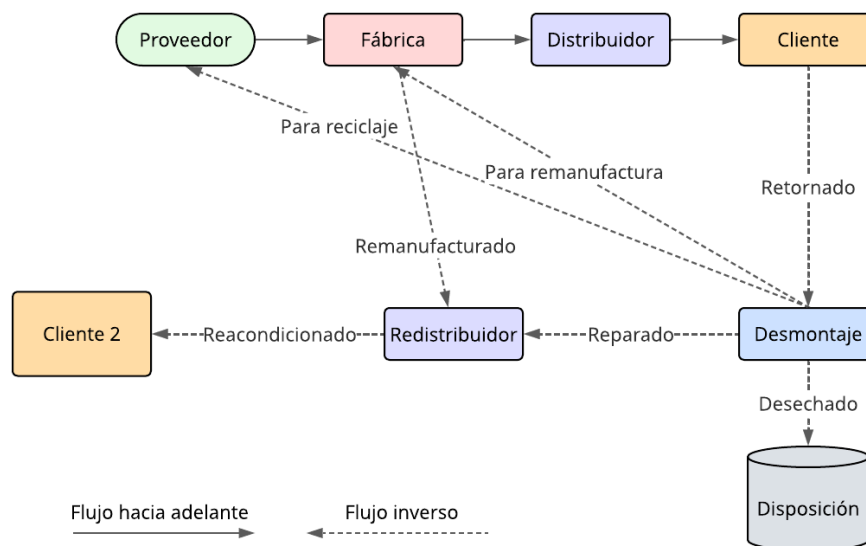
Luego de realizar la búsqueda bibliográfica con el fin de responder las preguntas de investigación planteadas, se comienza con el análisis de la bibliografía seleccionada. Dicho análisis se centra en el método de lectura de artículos científicos, donde se lee en primer lugar el título del documento, el resumen y la introducción, seguido de la lectura de los encabezados de las secciones y subsecciones, y por último las conclusiones [3]. Esto permite recabar la idea principal, conceptos claves, hipótesis de los modelos y métodos de resolución aplicados en cada documento.

#### 3.1 ¿En qué consiste una cadena de suministro en serie?

Una cadena de suministro (SC, por sus siglas en inglés) es una red compleja compuesta por distintas entidades: proveedores, fabricantes, transportistas, almacenes y minoristas, que participan en la adquisición, producción, almacenamiento y distribución de productos al cliente final [4], [5]. Según la literatura, la cadena de suministro en serie puede considerarse de diferentes niveles. Algunos investigadores desarrollaron modelos de SC de dos niveles donde consideran al fabricante y al minorista. Otros investigadores desarrollaron modelos de SC de tres niveles donde consideran al proveedor además del fabricante y minorista. El proveedor se encarga de suministrar las materias primas o productos semimanufacturados al fabricante [6]. En otros casos se suele representar como una red de cuatro niveles, la cual implica el flujo de materias primas desde los proveedores a las fábricas, la producción de bienes en las fábricas, la distribución de productos a los centros de distribución y, en última instancia, la entrega de estos productos a los clientes finales [7]. Cada etapa utiliza la producción de la etapa anterior como entrada y la transforma en salida, que a su vez se convierte en entrada para la etapa siguiente [8]. A este concepto, los autores Adeinat y Ventura (2018) agregan la noción de conjunto coordinado de actividades para satisfacer a clientes dentro y fuera de la cadena [9].

A su vez, la cadena de suministro puede considerarse como un sistema de red no lineal compleja que consta de proveedores de materias primas, fabricantes, distribuidores y minoristas donde sus decisiones junto a otros factores, como la incertidumbre de la demanda y oferta del mercado, afectan dramáticamente el desempeño de la cadena [10].

Además de los diferentes niveles mencionados anteriormente, puede considerarse una cadena de suministro de circuito cerrado la cual refiere a un sistema logístico en el que se integran tanto el flujo de materiales hacia adelante como el flujo de materiales hacia atrás. Es decir, tanto los productos nuevos (flujo hacia adelante) como los productos usados o reciclados (flujo hacia atrás), como se representa en la Figura 2. En este caso, el concepto de robustez de una cadena se refiere a la capacidad del sistema para resistir y adaptarse a interrupciones en el suministro de materias primas y productos devueltos, especialmente en situaciones de crisis globales como pandemias o conflictos, manteniendo la eficiencia y la rentabilidad de la cadena de suministro [11].



*Figura 2: Red logística directa-inversa, adaptada de [11].*

La gestión de la cadena de suministro juega un papel clave para el éxito de cualquier empresa. Debido al gran dinamismo del mercado actual, dicha gestión se torna muy compleja para los encargados de la toma de decisiones por los grandes desafíos a los que se enfrentan en los distintos niveles de la cadena [4]. La globalización, si bien brinda grandes oportunidades, también aumenta los riesgos en el desarrollo de la cadena de suministro. Por lo tanto, es muy importante mejorar la capacidad de la SC para hacer frente a los riesgos. Una gestión eficiente permitirá a las empresas reducir significativamente sus costos y mejorar su eficiencia, aumentando así el nivel de servicio al cliente [12]. El desempeño comercial de una empresa se mide de acuerdo al nivel de servicio para satisfacer la demanda de sus clientes [13].

Los modelos de planificación de la cadena de suministro pueden ser de dos tipos: SC descentralizada o SC centralizada. En una cadena de suministro descentralizada, todas las entidades que forman parte de la cadena comparten información parcial sobre su dominio con otros, es decir, cada miembro toma sus propias decisiones y se coordinan para llegar a la decisión final óptima. En cambio, en una cadena de suministro centralizada todas las entidades que forman parte de la cadena (proveedores, fabricantes, transportistas, almacenes y minoristas) comparten información completa sobre su dominio con otros [5]. Si bien las cadenas de suministro centralizadas son más fáciles en cuanto a planificación que las descentralizadas, en la mayoría de los casos es raro tener una estructura totalmente centralizada, ya que requiere de una gran integración entre las etapas de la cadena y sus entidades que por lo general es difícil de lograr. A su vez, no es realista realizar una toma de decisiones totalmente centralizada si los miembros de la cadena son entidades económicas independientes que velan por sus propios intereses y en algunos casos son competidores [14]. Igualmente, si bien cada miembro de la cadena actúa independientemente en busca de maximizar sus propios beneficios, los gerentes de la SC creen que la cooperación y coordinación entre todas las entidades siempre es más efectiva que sus negocios individuales en términos económicos [6].

### 3.2 ¿Qué aspectos se deben considerar para optimizar y reducir costos en una cadena de suministro en serie?

Como se mencionó previamente, debido al gran dinamismo del mercado actual, gestionar una cadena de suministro es una tarea muy compleja. Dentro de los principales desafíos se encuentran: la ubicación de las instalaciones, la gestión del inventario, la selección de proveedores, la producción, la planificación de la distribución y el transporte [4].

Para enfrentar dicha complejidad existe en la literatura una creciente necesidad de aplicar enfoques de modelado. La optimización es ampliamente utilizada para modelar el sistema de la SC como un conjunto de supuestos representados como relaciones matemáticas y lógicas, pero la limitación es que estos modelos pueden resolverse mediante técnicas de optimización siempre que sean lo suficientemente simples. Por lo general, los sistemas del mundo real son muy complejos y hay problemas que no son posibles de resolver mediante la optimización. Existen otras herramientas valiosas, como la simulación, que pueden utilizarse para enfrentar el dinamismo en la cadena de suministro. El problema es que esta herramienta no es adecuada para la optimización. Es por eso que algunos autores estudian cómo acoplar la simulación y la optimización de forma de obtener ventajas de ambas técnicas, que son los denominados enfoques simulación-optimización (SO) [4].

Uno de los objetivos principales para optimizar la cadena de suministro es la reducción de los costos en todas sus etapas. Algunos autores estudian el valor de la planificación integrada para las decisiones de producción, inventario y rutas, y lo comparan con la planificación secuencial. Se puede ver que se alcanza una reducción de costos cuando se utiliza la planificación integrada. A su vez, se observa que el valor de la integración es mayor cuando en la cadena hay más productos, más clientes, un horizonte de planificación más largo, mayores costos de distribución o mayor capacidad de producción. Mientras que el valor de la integración disminuye cuando los costos de mantenimiento de inventario son mayores [15]. También se muestra que el enfoque integrado encuentra el costo mínimo mientras que el enfoque secuencial genera una solución casi óptima con menor tiempo de implementación y esfuerzo computacional, el cual puede ser adecuado para resolver instancias del problema a gran escala, ya que requiere menos intercambio de información [16].

En la Figura 3 se muestra una representación gráfica de un sistema de cadena de suministro (SCS) en serie con integración de la información. Un SCS de múltiples escalones puede representarse como una red de nodos, donde cada nodo corresponde a agentes que deben almacenar bienes y servicios (unidades de fabricación: MU, unidades de distribución: DU y unidades de venta: SU), los arcos reflejan el flujo de mercancías desde los nodos aguas arriba a los nodos aguas abajo y se considera una estrategia de intercambio de información integrada en la cual los nodos conectados por arcos pueden compartir su información entre sí, como el nivel de existencias y el nivel de pedidos pendientes [10].

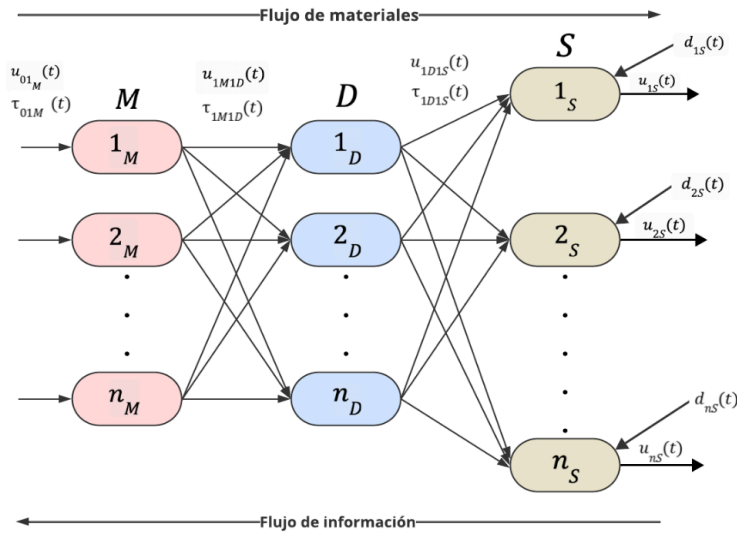


Figura 3: Representación gráfica de un SCS general con integración de la información, adaptada de [10].

A continuación se enumeran otros aspectos importantes encontrados en la literatura que deben de ser considerados a la hora de optimizar una cadena de suministro.

### **INVENTARIO:**

La gestión eficiente del inventario es crucial en la cadena de suministro, ya que los niveles de stock afectan directamente el precio de los bienes y la satisfacción de la demanda de los clientes. Un inventario insuficiente impide cumplir con los pedidos, mientras que un exceso innecesario incrementa los costos de almacenamiento y manejo. Por ello, es necesario lograr un equilibrio adecuado entre los costos de inventario y la satisfacción del cliente, manteniendo una acumulación cercana a cero [10].

Con respecto al tamaño del lote de producción, por lo general se consideran períodos de tiempo discretos y los límites de inventario se modelan con producción y satisfacción de la demanda sólo al final del período. Sin embargo, no considerar una tasa de producción durante el período puede llevar a subestimar el límite de inventario. Para considerar los niveles de inventario mínimos se debe tener en cuenta la pendiente de aproximación de demanda más temprana considerando tres casos posibles: 1. La producción comienza antes de la demanda. 2. La producción comienza después de la demanda, pero antes de que se suministre. 3. La producción comienza después de que se consume totalmente la demanda. Para los niveles de inventario máximo debe considerarse la pendiente para aproximación de la última demanda [17]. Políticas como la de pedidos de inventario anidado cero, donde los pedidos se realizan únicamente cuando el nivel llega a cero y las cantidades son múltiplos enteros entre etapas, han mostrado ser soluciones casi óptimas para sistemas de múltiples minoristas [9].

La incertidumbre del tiempo de entrega contribuye a mayores costos de inventario al aumentar el nivel promedio de inventario. Ante una mayor incertidumbre, los minoristas deben pedir más de lo necesario para evitar posibles desabastecimientos y esto puede ser malinterpretado como un aumento de la demanda y repercutir en un aumento de la producción [18]. A su vez, para evitar el desabastecimiento y las pérdidas asociadas, se recomienda considerar un inventario de seguridad [12]. El abastecimiento múltiple y la selección óptima de proveedores pueden mejorar el servicio y reducir los stocks de seguridad [16].

En la gestión de inventarios, el deterioro de los productos es un factor muy relevante que no puede ser ignorado, ya que impacta negativamente en los beneficios obtenidos. Los artículos perecederos, que pierden valor por daños, descomposición, evaporación, obsolescencia o hurtos, requieren un manejo especial [19].

En resumen, un manejo adecuado de los niveles de inventario es esencial para garantizar el óptimo funcionamiento de la cadena de suministro, satisfaciendo eficientemente la demanda y minimizando los costos asociados en entornos complejos e inciertos.

### **DEMANDA:**

La demanda es uno de los aspectos clave a la hora de gestionar una cadena de suministro. Por lo general se considera un parámetro incierto, por lo que pronosticar con precisión su comportamiento es crucial para una planificación efectiva. Se puede predecir la demanda futura de un producto o servicio utilizando información de datos históricos u otros factores tanto internos como externos. Pronosticar la demanda permite planificar de manera más eficiente la producción, el inventario y la logística, determinando por ejemplo los niveles adecuados de stock. Una gestión conjunta de la previsión de la demanda y el inventario mediante estrategias efectivas permite reducir costos, mejorar el servicio al cliente y optimizar los niveles de inventario [20].

No obstante, resolver problemas de gestión de cadenas de múltiples niveles, períodos y objetivos con demanda incierta no es tarea sencilla. Estos modelos suelen ser problemas no lineales muy complejos, difíciles de optimizar mediante métodos exactos. Para abordarlos, se recurre a técnicas aproximadas que brindan soluciones válidas y de buena calidad en tiempos razonables de cómputo [21].

Una acertada estimación de la demanda real es vital, ya que su distorsión puede desencadenar el denominado "efecto látigo", una propagación amplificada de la variabilidad aguas arriba en la cadena. Cuanto más se aleja del consumidor final, mayor es la variación en los pedidos, lo que conlleva consecuencias como alteraciones en la producción, aumento de costos, inventarios excesivos, planificación incierta y servicios insatisfactorios [22].

En definitiva, una gestión eficaz de la cadena de suministro requiere afrontar el desafío de la demanda incierta mediante técnicas de pronósticos, modelos matemáticos avanzados, algoritmos y una visión integral, desde el aprovisionamiento hasta la distribución final al cliente.

### **TRANSPORTE:**

El transporte es un componente crítico en cualquier cadena de suministro. Un desafío ampliamente estudiado en la literatura es determinar la ruta óptima para los vehículos de reparto (conocido como el problema de enrutamiento vehicular o VRP), lo cual contribuye a reducir los tiempos de entrega y los costos logísticos. Una variante de este problema es el enrutamiento de vehículos con múltiples depósitos (MDVRP), donde a diferencia del VRP tradicional, los vehículos pueden iniciar sus rutas desde distintos almacenes o centros de distribución. Cuando se cuenta con múltiples depósitos, una estrategia valiosa es la transferencia de inventario entre las instalaciones. Esta práctica ha demostrado ser beneficiosa, ya que permite acortar los ciclos de respuesta al mercado y disminuir los costos logísticos derivados del transporte de ida y vuelta [23].

En el ámbito de la producción personalizada o bajo pedido, las empresas deben integrar la programación de la producción con la planificación del transporte. El objetivo es responder rápidamente a la demanda de los clientes sin incurrir en altos niveles de

inventario, considerando que sus plantas de fabricación suelen estar distribuidas geográficamente. Para poder responder a pedidos personalizados, muchas empresas optan por la fabricación en red, donde el producto es dividido en distintos subproductos que se fabrican en distintas plantas. Una vez recibido el pedido, el objetivo es determinar qué fabricar en cada planta y qué traslados realizar para entregar el producto lo antes posible y al menor costo. Respecto al transporte, es necesario decidir qué transportar, cuándo y con qué vehículo [24].

Otro aspecto relevante es el dimensionamiento óptimo de la flota vehicular, donde se busca definir la cantidad de vehículos necesarios para operar eficientemente y movilizar los flujos de materiales e inventario en las diferentes etapas de la cadena. Algunas empresas optan por subcontratar los servicios de operadores logísticos, por lo que seleccionar el operador adecuado, con un tamaño y tipo de flota que se ajuste a las necesidades de la cadena, es un reto para minimizar los costos de transporte. En este análisis se debe considerar si la flota será homogénea (un solo tipo de vehículo) o heterogénea (distintos tipos de vehículos) [25]. Asimismo, se debe evaluar la conveniencia de utilizar modalidades de carga completa (TL) o parcial (LTL) según las necesidades [26].

### **SUSTENTABILIDAD:**

En la actualidad, la conciencia ambiental ha cobrado un rol protagónico en la gestión de las cadenas de suministro y las redes logísticas. Ya no basta con minimizar costos y satisfacer al cliente, sino que es necesario alcanzar objetivos de desarrollo sostenible que velen por la preservación del medio ambiente. Esta nueva visión ha derivado en el estudio de distintos aspectos. Uno de estos es la flexibilidad empresarial para las cuestiones ambientales, por ejemplo, que una empresa sea flexible en las piezas que utiliza en la producción y pueden dañar el entorno para evitar tener sanciones económicas [27]. Otro aspecto a considerar es la minimización de las emisiones de carbono generadas en las actividades de producción, distribución, transporte y disposición final [28].

En industrias como la alimentaria, donde múltiples actores y productos precisan del uso de distintos modos de transporte, los costos logísticos y las emisiones de carbono pueden alcanzar niveles elevados. Ante esto, algunos autores han formulado modelos de programación lineal entera mixta que buscan minimizar costos de transporte considerando restricciones de emisiones de carbono, a fin de satisfacer la demanda variable de los minoristas, adaptándose a diferentes tipos de productos [29].

Es importante que las empresas se comprometan con el ambiente y tomen conciencia de las consecuencias ecológicas que su accionar y el de toda la cadena de suministro puede generar. En esta línea, enfoques que buscan compensaciones entre lo económico y lo ambiental han demostrado que relajaciones relativamente menores en las ganancias y la reducción de distancias de transporte pueden contribuir significativamente a disminuir las emisiones de CO<sub>2</sub> [30].

En definitiva, la sustentabilidad ambiental se ha convertido en un pilar fundamental de la gestión de las cadenas de suministro modernas. Abordarla requiere un delicado equilibrio entre los objetivos económicos, ecológicos y sociales, y un gran compromiso con la preservación del planeta.



### 3.3 ¿Qué métodos de resolución se han utilizado para optimizar el transporte e inventario de una cadena de suministro en serie?

Diversos estudios en la literatura se han enfocado en modelar y resolver problemas de optimización para cadenas de suministro en serie, contemplando múltiples variables y restricciones. Para abordar estas complejas situaciones, se han propuesto distintas técnicas, algoritmos y softwares especializados.

Para las cadenas descentralizadas, se han implementado metodologías basadas en agentes de distribución y producción, donde se modelan dos problemas lineales con objetivos diferentes que corresponden a minimizar los costos específicos de cada uno de los agentes. Luego se comunican entre sí para desarrollar el plan final aceptable para ambos. En contraste, las cadenas centralizadas se modelan como un único problema de programación lineal con un solo tomador de decisiones [5].

Para cadenas de múltiples niveles y períodos, se han desarrollado modelos de dos fases que combinan la planificación coordinada mediante programación lineal y la planificación individual no lineal. Los resultados muestran que este enfoque combinado de dos fases es más realista y eficaz que los métodos tradicionales monofásicos. Una de las técnicas empleadas para la resolución de este tipo de modelos es la denominada técnica de programación por objetivos (GP, por sus siglas en inglés) [14].

Para problemas más complejos que involucran múltiples objetivos y períodos bajo incertidumbre de demanda, se utilizan algoritmos genéticos mejorados y metaheurísticas como el algoritmo evolutivo del buscador [31][21]. En casos de problemas que incluyen la producción capacitada y la subcontratación, se han implementado algoritmos de tiempo polinomial que buscan minimizar los costos totales del sistema (producción, inventario, transporte, atrasos y subcontratación) [32].

La gestión del inventario se ha abordado desde diferentes ángulos. Por un lado, se estudia el problema de gestionar el inventario teniendo en cuenta la posibilidad de ocurrencia de interrupciones. Para su resolución se utiliza la simulación estocástica, modelos de proveedores de noticias y pedidos, y modelos de catástrofes que permiten evaluar las decisiones de almacenamiento, los niveles óptimos de inventario y los costos totales esperados bajo riesgo de interrupción [33]. Por otro lado, la predicción del inventario de seguridad es uno de los problemas más estudiados en la literatura. Para resolverlo, algunos autores utilizan redes neuronales de propagación inversa mejoradas con algoritmos genéticos que permiten predecir los futuros cambios de inventario. A través del pronóstico de inventario, se puede entender la demanda del mercado de una etapa de tiempo futura y así evitar la escasez o acumulación de existencias y aliviar el efecto látigo causado por demandas inciertas [12].

Otra de las herramientas utilizadas que ha demostrado ser particularmente efectiva para gestionar demandas inciertas y retrasos temporales, es el control predictivo. Esta herramienta, en conjunto con el intercambio de información, permite predecir demandas futuras y atenuar el efecto látigo. En la Figura 4 se detalla el diagrama del modelo de control predictivo [10].

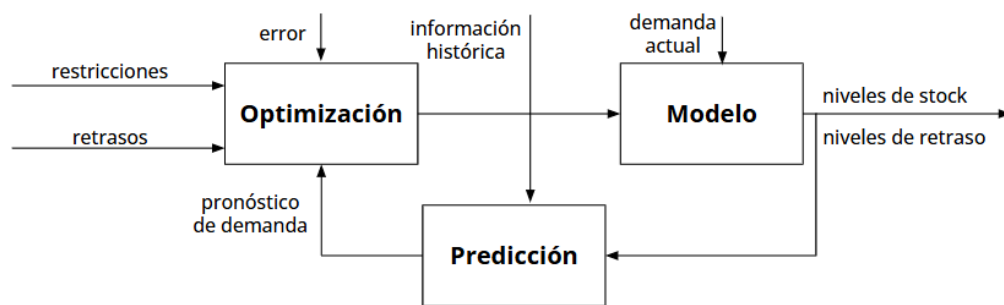


Figura 4: Diagrama de control predictivo con estrategia de intercambio de información, adaptada de [10].

Para la optimización de ubicaciones de almacenes e inventario, se han desarrollado modelos de programación entera mixta y diversos algoritmos como el recocido simulado, algoritmos codiciosos y optimización de enjambre de partículas. En estos problemas se busca determinar las ubicaciones óptimas para los almacenes con el fin de minimizar los costos asociados con el inventario y la escasez [34][7].

En cuanto a la optimización del transporte y la logística en las cadenas de suministro, en la literatura se han abordado diferentes variantes y soluciones. El problema de enrutamiento de inventario (IRP, por sus siglas en inglés) que busca optimizar el reabastecimiento de clientes considerando costos de inventario y transporte, se ha resuelto utilizando métricas de estabilidad y algoritmos de ramificación y corte [35]. Para el modelo MDVRP (*multi-Depot vehicle routing problem*), que permite que los vehículos inicien rutas desde diferentes almacenes, a diferencia del VRP (*vehicle routing problem*) donde todos los vehículos comienzan desde un único depósito, se ha empleado programación entera mixta multiobjetivo para resolverlo [23]. Para la optimización de rutas de vehículos complejas, considerando un modelo matemático VRP, se propone un enfoque en dos etapas que combina el algoritmo de partición de regiones basado en recocido simulado heurístico y algoritmos híbridos de búsqueda de haz genético [36].

En la literatura, también se abordan problemas de planificación de rutas para casos específicos como el manejo de productos perecederos, donde se consideran ventanas de tiempo y requisitos de calidad. Para la resolución del problema de ruteo de vehículos de flotas heterogéneas con ventana de tiempo (HVRPTW, por sus siglas en inglés), que es una variante del VRP, se propone un modelo de programación no lineal entera mixta sujeto a que el producto entregado cumpla con un nivel mínimo de calidad especificado [37]. También se utilizan algoritmos metaheurísticos como la búsqueda tabú para problemas de enrutamiento con ventanas de tiempo y productos perecederos [38].

Se incluyen también problemas de ubicación-inventario y ubicación-inventario-enrutamiento, resueltos mediante programación entera y algoritmos heurísticos [39]. Para casos con múltiples objetivos, como minimizar costos y maximizar la satisfacción del cliente, se emplean algoritmos como NSGA-II, recocido simulado y algoritmos genéticos para encontrar soluciones cercanas a óptimas en un tiempo computacional razonable [40].

Finalmente, se trata el dimensionamiento de flotas de camiones mediante redes de colas cerradas, utilizando programación cuadrática secuencial y un algoritmo de análisis del valor medio para determinar el tamaño óptimo de la flota [25].

Como se mencionó previamente, la sostenibilidad también se ha incorporado en los modelos de optimización, considerando aspectos ambientales y las emisiones de carbono. En algunos modelos, donde el objetivo es equilibrar los costos totales con la contaminación ambiental en cadenas de suministro flexibles (modelo lineal biobjetivo) se utiliza para resolverlo el método mejorado de restricción  $\epsilon$  aumentada [27]. En los modelos centrados en cadenas de suministro sostenibles de circuito cerrado, se busca optimizar el costo total y las emisiones de carbono generadas por las actividades de producción, distribución, transporte y eliminación. Para su resolución, se emplean algoritmos de dos etapas que combinan NSGA-II y Co-Kriging, que han mostrado ser soluciones sólidas y eficientes computacionalmente [28]. También, se estudia el potencial de las metaheurísticas para mejorar simultáneamente la sostenibilidad y la eficiencia de la cadena de suministro, destacando su capacidad para manejar funciones complejas y no lineales [41].

En resumen, los métodos de resolución empleados para la optimización de cadenas de suministro en serie han evolucionado para abordar diversos desafíos. Las soluciones incluyen programación lineal y no lineal, algoritmos genéticos, metaheurísticas, control predictivo y redes neuronales, y se adaptan a diferentes necesidades como el manejo de productos perecederos, la optimización de rutas e inventarios, y la sostenibilidad ambiental.



## 4. Conclusiones

Se relevó parte de la literatura publicada entre los años 2018 y 2023 sobre la optimización del transporte e inventario en cadenas de suministro en serie. A partir del análisis sistemático de la misma se lograron responder las preguntas de investigación planteadas.

Una cadena de suministro en serie constituye una compleja red que incluye a diferentes actores: proveedores, fabricantes, transportistas, almacenes y minoristas que participan coordinadamente. Puede modelarse de diferentes niveles según la cantidad de actores considerados. Si bien cada miembro de la cadena actúa inicialmente buscando maximizar sus propios beneficios, la cooperación y coordinación entre todas las entidades involucradas resulta más efectiva para el sistema en su conjunto.

Según el análisis realizado, los principales aspectos que deben de ser considerados para optimizar y reducir costos en las cadenas de suministro en serie son: inventario, demanda, transporte y sustentabilidad. En primer lugar, una gestión eficiente de los inventarios a lo largo de toda la cadena resulta crucial para satisfacer adecuadamente la demanda, evitando faltantes que impacten la operación, pero también excesos innecesarios que incrementen los costos de almacenamiento y manejo. Aspectos específicos como determinar el tamaño óptimo de los lotes de fabricación y distribución, manejar la incertidumbre en los tiempos de entrega mediante inventarios de seguridad, y preservar la calidad de productos perecederos deben ser considerados.

Pronosticar con precisión la demanda futura mediante técnicas basadas en datos históricos y otros factores relevantes es fundamental para una planificación efectiva de la producción, los niveles de stock y la logística de entregas, evitando el "efecto látigo" derivado de distorsiones en la demanda real.

La optimización del transporte, determinando rutas óptimas para los vehículos de distribución, gestionando eficientemente las transferencias de inventario entre instalaciones, integrando la programación de producción con la planificación logística, y dimensionando correctamente el tamaño y tipo de flota vehicular requerida, también constituye un componente crítico para reducir tiempos y costos asociados a la distribución.

En la actualidad, la sustentabilidad ambiental ha cobrado un rol protagónico, por lo que minimizar el impacto ecológico de las actividades a lo largo de la cadena se ha vuelto un factor clave. La flexibilidad operativa de las empresas, las emisiones de gases contaminantes y la adecuada compensación entre objetivos económicos y ambientales son algunos de los aspectos a considerar.

Se observó que se logran mayores reducciones de costos cuando las decisiones de producción, gestión de inventarios, ruteo y distribución se consideran de manera integrada y conjunta, en lugar de planificaciones secuenciales y aisladas por áreas.

A través de la revisión de los estudios publicados se detectó que la gran mayoría de los problemas relacionados con la gestión de cadenas de suministro en serie han sido abordados mediante la aplicación de metodologías de programación matemática, incluyendo programación lineal, no lineal, entera mixta, estocástica, técnicas heurísticas, metaheurísticas (algoritmos genético, recocido simulado, búsqueda tabú, entre otros). Sin embargo, cabe destacar que la aplicación exitosa de estas metodologías requiere un profundo conocimiento y formación en técnicas específicas de optimización matemática, programación y algoritmos especializados.



## 5. Bibliografía

- [1] Humair, S., Ruark, J., Tomlin, B., Willems, S. 2013. "Incorporating Stochastic Lead Times Into the Guaranteed Service Model of Safety Stock Optimization". *Revista INFORMS*, 43 (5): 421–434. DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/inte.2013.0699>.
- [2] Ierardi, C., Orihuela Espina, L., Jurado Flores, I., Rodríguez del Nozal, A., Tapia Córdoba, A. 2017. "Revisión sistemática de la literatura en ingeniería de sistemas. Caso práctico: técnicas de estimación distribuida de sistemas ciberfísicos". En *Actas de las XXXVIII Jornadas de Automática*, 84-91. DOI: <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497497749.0084>.
- [3] Keshav, S. 2007. "How to read a paper". *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 37(3), 83-84.
- [4] El Raoui, H., Oudani, M., El Hilali Alaoui, A. 2020. "Coupling Soft Computing, Simulation and Optimization in Supply Chain Applications: Review and Taxonomy". *IEEE Access*, 8: 31710-31732. DOI: [10.1109/ACCESS.2020.2973329](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2973329).
- [5] Prasad T.V.S.R.K., Srinivas K., Srinivas C. 2020. "Investigations into control strategies of supply chain planning models: a case study". *Springer*, 57 (3): 874-907. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12597-020-00460-x>.
- [6] Khanra, S., Ghosh, S.K., Pathak, C. 2022. "A three-layer supply chain integrated production-inventory model with idle cost and batch shipment policy". *ScienceDirect*, 2. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.samod.2022.100011>.
- [7] H. L. Yin and Y. Ming Wang. 2020. "The Joint Optimization Model of Location-inventory in Four-level Supply Chain". *Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, Hefei, China, Agosto 2020. DOI: [10.1109/CCDC49329.2020.9164485](https://doi.org/10.1109/CCDC49329.2020.9164485)
- [8] Lucker, F., Chopra, S., Seifert, R. W. 2021. "Mitigating product shortages due to disruptions in multi-stage supply chains". *Production and Operations Management*, 30(4), pp. 941-964. DOI: [10.1111/poms.13286](https://doi.org/10.1111/poms.13286).
- [9] Hamza Adeinat, José A. Ventura. 2018. "Integrated pricing and lot-sizing decisions in a serial supply chain". *ScienceDirect*, 54: 429-445. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.09.044>.
- [10] Yi Yang, Chen Peng and Qingkui Li. 2021. "Predictive Control of Inventory Management in Supply Chain Systems with Uncertain Demands and Time Delays". *40th Chinese Control Conference*, Shanghai, China, Julio 2021. DOI: [10.23919/CCC52363.2021.9550484](https://doi.org/10.23919/CCC52363.2021.9550484).
- [11] Al-Ashhab, M. S. 2023. "A multi-objective optimization modelling for design and planning a robust closed-loop supply chain network under supplying disruption due to crises". *Ain Shams Engineering Journal*, 14 (3), 101909. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asej.2022.101909>.

- [12] W. Bing and P. Chen. 2021. "Research on Supply Chain safety Inventory forecast based on GA-BP Neural Network". IEEE International Conference on Recent Advances in Systems Science and Engineering (RASSE), Shanghai, China, Diciembre 2021. DOI: 10.1109/RASSE53195.2021.9686846.
- [13] A. Villacrez-Zelada, J. Liñer-Hernandez and G. Viacava-Campos. 2022. "Service Level Optimization Using ABC Distribution, Forecasts and the Packaging and Stowage Model through Lean Warehousing at a SME Marketing Company". IEEE, 8th International Conference on Information Management (ICIM), Cambridge, United Kingdom, Marzo 2022. DOI: 10.1109/ICIM56520.2022.00038.
- [14] Haque, M., Kumar Paul, S., Sarker, R., Essam, D. 2021. "A combined approach for modeling multi-echelon multi-period decentralized supply chain". Springer Link, 315: 1665-1702. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04121-0>.
- [15] Hrabec, D., Hvattum, L.M., Hoff, A. 2022. "The value of integrated planning for production, inventory, and routing decisions: A systematic review and meta-analysis". ScienceDirect, 248. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2022.108468>.
- [16] Ventura, J.A., Golany, B., Mendoza, A. 2022. "A multi-product dynamic supply chain inventory model with supplier selection, joint replenishment, and transportation cost". Ann Oper Res, 316: 729–762. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04508-z>.
- [17] M. Charles, S. Dauzère-Pérès, S. Kedad-Sidhoum and I. Mazhoud. 2021. "Capacitated lot-sizing problem with inventory constraints within periods". IEEE, 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Lyon, France, Agosto 2021. DOI: 10.1109/CASE49439.2021.9551266.
- [18] Lee, S., Kim, Y. J., Cheong, T., Yoo, S. H. 2019. "Effects of Yield and Lead-Time Uncertainty on Retailer-Managed and Vendor-Managed Inventory Management". IEEE Access, 7: 176051-176064. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2957595.
- [19] Das, D., Samanta, G. C., Barman, A., Kanti De, P., Mohanta, K. K. 2022. "A recovery mathematical model for the impact of supply chain interruptions during the lockdown in COVID-19 using two warehouse perishable inventory policies". Results in Control and Optimization, 9, 100184. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rico.2022.100184>.
- [20] Tadayonrad, Y., Ndiaye, A.B. 2023. "A new key performance indicator model for demand forecasting in inventory management considering supply chain reliability and seasonality". ScienceDirect, 3. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sca.2023.100026>.
- [21] Döngül, E.S., Artantaş, E., Öztürk, M.B. 2022. "Multi-echelon and multi-period supply chain management network design considering different importance for customers management using a novel meta-heuristic algorithm". ScienceDirect, 2 (2). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jjime.2022.100132>.



- [22] Keshari, A., Mishra, N., Shukla, N., McGuire, S., Khorana, S. 2018. "Multiple order-up-to policy for mitigating bullwhip effect in supply chain network". Springer Link, 269: 361-386. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2527-y>.
- [23] L. Chen, C. Du and S. Han. 2020. "Multiple depots vehicle routing and scheduling optimization with inventory transfer". Chinese Control And Decision Conference (CCDC), Hefei, China, Agosto 2020. DOI: 10.1109/CCDC49329.2020.9164325.
- [24] K. Liu, L. Zhou and Z. Jiang. 2021. "Integrated Production and Transportation Scheduling in a Make-to-Order Manufacturing Network with Heterogeneous Vehicles". IEEE 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Lyon, France, Agosto 2021. DOI: 10.1109/CASE49439.2021.9551651.
- [25] Mohamed, A., Kerbache, L., Smith, J.M., Elomri, A. 2022. "Fleet sizing of trucks for an inter-facility material handling system using closed queueing networks". Operations Research Perspectives, 9, 100245. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.orp.2022.100245>.
- [26] Ventura, J. A., Golany, B., Mendoza, A. 2022. "A multi-product dynamic supply chain inventory model with supplier selection, joint replenishment, and transportation cost". Ann Oper Res, 316: 729–762. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04508-z>.
- [27] Karimi, S.K., Naini, S.G.J., Sadjadi, S.J. 2021. "An integration of environmental awareness into flexible supply chains: a trade-off between costs and environmental pollution". Springer Science and Business Media Deutschland GmbH. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11356-021-13454-z>.
- [28] Mogale, D.G., De, A., Ghadge, A., Aktas, E. 2022. "Multi-objective modelling of sustainable closed-loop supply chain network with price-sensitive demand and consumer's incentives". ScienceDirect, 168, 108105. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108105>.
- [29] De, A., Gorton, M., Hubbard, C., Aditjandra, P. 2022. "Optimization model for sustainable food supply chains: An application to Norwegian salmon". ScienceDirect, 161. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2022.102723>.
- [30] Monostori, J. 2020. "Beyond the profit motive: Environmentally conscious (re)design of supply chain structures". ScienceDirect, 93: 808-813. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2020.03.033>.
- [31] Cao, W., Wang, X. 2022. "A Multiobjective Multiperiod Mixed-Integer Programming Optimization Model for Integrated Scheduling of Supply Chain Under Demand Uncertainty". IEEE, 10: 63958 - 63970. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3183281>.
- [32] Sargut, F.Z., Romeijn, H.E. 2007. "Capacitated production and subcontracting in a serial supply chain". IIE Transactions, 39 (11): 1031-1043. DOI: <https://doi.org/10.1080/07408170601091899>.

- [33] C. Gunes Corlu, B. Biller, E. Wolf and E. Yücesan. 2020. "Inventory Management with Disruption Risk". Winter Simulation Conference (WSC), Orlando, FL, USA, Dicembre 2020. DOI: 10.1109/WSC48552.2020.9383979.
- [34] R. Sharma, P. Ghosh and K. Lai. 2021. "Multi Period, Single Commodity and Single Stage Warehouse Location Problem with Location, Distribution Inventory and Shortage Costs". IEEE 8th International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA), Chengdu, China, Abril 2021. DOI: 10.1109/ICIEA52957.2021.9436789.
- [35] Touzout, F. A., Ladier, A. L., Hadj-Hamou, K. 2021. "Modelling and comparison of stability metrics for a re-optimisation approach of the Inventory Routing Problem under demand uncertainty". ScienceDirect, 10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejtl.2021.100050>.
- [36] Sun, Q., Zhang, H., Dang, J. 2022. "Two-Stage Vehicle Routing Optimization for Logistics Distribution Based on HSA-HGBS Algorithm". IEEE Access, 10: 99646-99660. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3206947.
- [37] Agrawal, A. K., Yadav, S., Gupta, A. A. Pandey, S. 2022. "A genetic algorithm model for optimizing vehicle routing problems with perishable products under time-window and quality requirements". Decision Analytics Journal, 5, 100139. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dajour.2022.100139>.
- [38] Wu, Y., Zheng, B., Zhou, X. 2020. "A Disruption Recovery Model for Time-Dependent Vehicle Routing Problem With Time Windows in Delivering Perishable Goods". IEEE Access, 8: 189614-189631. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3032018.
- [39] Song, L., Wu, Z. 2023. "An integrated approach for optimizing location-inventory and location-inventory-routing problem for perishable products". International Journal of Transportation Science and Technology, 12 (1): 148-172. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2022.02.002>.
- [40] Eydi, A., Ghasemi-Nezhad, S. A. 2021. "A bi-objective vehicle routing problem with time windows and multiple demands". Ain Shams Engineering Journal, 12 (3): 2617-2630. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.02.028>.
- [41] Abualigah, L., Hanandeh, E.S., Zitar, R.A, Thanh, C.L., Khatir, S., Gandomi, A.H. 2023. "Revolutionizing sustainable supply chain management: A review of metaheuristics". ScienceDirect, 126 (A). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106839>.