

ANÁLISIS Y ESTUDIO DE FACTIBILIDAD TÉCNICA PARA EL CÁLCULO DE UN MODELO DE TRANSFORMACIÓN DE ALTURAS PARA URUGUAY

Federico Gonzalez Dolz
Silvina Vidal Lucero

Proyecto de grado presentado a la Facultad de Ingeniería de la
Universidad de la República

En cumplimiento parcial de los requerimientos para la obtención del
título de Ingeniero Agrimensor.

TUTORES:

MSc. Ing. Agrim. Jorge Faure
MSc. Ing. Agrim. Fabián Barbato

TRIBUNAL:

Maria Fernanda Camisay
Roberto Perez Rodino
Esteban Striewe Dieste

Montevideo, Uruguay.
Octubre, 2024.

PÁGINA DE APROBACIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA

El tribunal docente integrado por los abajo firmantes aprueba el Proyecto de Grado:

Título

.....

Autores

.....

Tutor

.....

Carrera

.....

Puntaje

.....

Tribunal

Profesor(Nombre y firma)

Profesor(Nombre y firma)

Profesor(Nombre y firma)

Fecha

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	6
2. OBJETIVOS	7
3. FUNDAMENTO TEÓRICO	8
3.1 Superficies Altimétricas en Geodesia	8
3.2 Alturas de un Punto sobre la Tierra	11
3.1.2- Altura ortométrica (H)	12
3.1.3- Altura Elipsoidal (h)	13
3.1.4- Ondulación Geoidal (N)	14
3.3 Marcos y Sistemas de Referencia	15
3.3.1 SIRGAS	16
3.3.1.a Sistema de Referencia SIRGAS ROU98	17
3.3.1.b Marco de Referencia Geodésico Uruguay (REGNA-ROU)	17
3.3.1.c Sistema Altimétrico del Uruguay	18
3.4 Modelos Geopotenciales	20
3.4.1 Modelo Geoidal EGM08	21
3.5 GNSS	22
3.5.1 Posicionamiento Puntual o Absoluto	24
3.5.2 Método Diferencial	25
3.5.2.a Post Proceso	26
3.5.2.b Tiempo Real	26
3.5.2.b.i RADIO-RTK	27
3.5.2.b.ii NTRIP-RTK	28
3.6. Modelo de Transformación de Alturas	29
4. METODOLOGÍA	31
4.1. Análisis de la Ondulación Geoidal	31
4.2. Análisis de los datos disponibles	34
4.2.1. REGNA - ROU	46
4.2.1.1. Análisis de los datos a partir de post-proceso.	52
4.2.1.2. Resultado del análisis de confiabilidad de REGNA	53
4.2.2. REGNAP - ROU	63
4.2.2.1. Resultado del análisis de confiabilidad de REGNAP	68
4.2.3. ANP	83
4.2.3.1. Resultado del análisis de confiabilidad de ANP	84
4.3. "Errores groseros"	86
4.4. Trabajo de campo de verificación	105
4.5. Análisis Estadístico de los Datos	106
5. RESUMEN EJECUTIVO	111
6. CONCLUSIÓN	113
7. BIBLIOGRAFÍA	116

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Geoide y Elipsoide. (Fuente : NASA)	9
Figura 2. Elipse generatriz. ((Gallo, Mauricio - Mainé, Gisselle. "Modelo de Transformación de Alturas Localizado en la Ciudad de Dolores". (2018))	11
Figura 3. Relación entre Elipsoide y Geoide. (https://efemeridesastronomicas.dyndns.org/wgs84.htm)	11
Figura 4. Alturas elipsoidales. (https://www.researchgate.net.)	14
Figura 5. Esquema de alturas. (Gallo, Mauricio - Mainé, Gisselle. "Modelo de Transformación de Alturas Localizado en la Ciudad de Dolores". (2018))	15
Figura 6. Estaciones Permanentes. (Elaboración propia)	18
Figura 7. Sistema Altimétrico del Uruguay. (Elaboración propia)	19
Figura 8. Principio de posicionamiento. Elaboración propia.	24
Figura 9. Posicionamiento diferencial. (GNSS. GPS: fundamentos y aplicaciones en Geomática. José Luis Berné Valero Ana Belén Anquela Julián Natalia Garrido Villén)	25
Figura 10. Esquema transmisión de datos GNSS a tiempo real. (Modelo geoidal en México y sus aplicaciones , 2006)	28
Figura 11. Ejemplo: Monografía REGNA. Vértice UYTT.	37
Figura 12. Curvas de isovalor de N de los vértices de la REGNA, cada 70 cm. (Elaboración propia)	40
Figura 13. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNA, cada 5 cm. (Elaboración propia)	42
Figura 14. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNA, cada 5 cm.	45
Figura 15. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNA. (Elaboración propia)	46
Figura 16. Ajuste de red REGNA. (Elaboración propia)	49
Figura 17. Procesamiento por triángulos. (Elaboración propia)	52
Figura 18. Ejemplo: Monografía REGNAP. Vértice ABLL.	55
Figura 19. Curvas de isovalor de N de los vértices de la REGNAP, cada 50 cm. (Elaboración propia)	58
Figura 20. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNAP, cada 15 cm. (Elaboración propia)	60
Figura 21. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNAP, cada 15 cm. (Elaboración propia)	63
Figura 22. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNAP. (Elaboración propia)	64
Figura 23. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNAP, cada 5 cm. (Elaboración propia)	66

Figura 24. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNAP. (Elaboración propia)	67
Figura 25. Ejemplo: Monografía ANP. Vértice IGM-STO 05. Departamento de Salto.	71
Figura 26. Curvas de isovalor de ΔN cada 2 cm y Mapa de calor. Ciudad de Rivera. (Elaboración propia)	75
Figura 27. Curvas de isovalor de ΔN cada 2 cm y Mapa de calor. Ciudad de Salto. (Elaboración propia)	76
Figura 28. Curvas de isovalor de ΔN cada 5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Paysandú. (Elaboración propia)	77
Figura 29. Curvas de isovalor de ΔN cada 2 cm y Mapa de calor. Ciudad de Fray Bentos. (Elaboración propia)	78
Figura 30. Curvas de isovalor de ΔN cada 15 cm y Mapa de calor. Ciudad de Nueva Palmira. (Elaboración propia)	79
Figura 31. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad Colonia del Sacramento. (Elaboración propia)	80
Figura 32. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Juan Lacaze. (Elaboración propia)	81
Figura 33. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Montevideo. (Elaboración propia)	82
Figura 34. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.1 cm y Mapa de calor. La Paloma. (Elaboración propia)	90
Figura 35. Ubicación de los vértices a ocupar. (Elaboración propia)	90
Figura 36. Dato de Punto de nivelación en Monografía de vértice de REGNAP.	94
Figura 37. Monografía de Punto de nivelación 1.21.008.	95
Figura 38. Receptor GNSS CHCNAV i73.	97
Figura 39. Nivel óptico South NL32.	97
Figura 40. Adaptador para pilar (2.70cm). (Elaboración propia)	97
Figura 41-44. Nivelación Geométrica.	100
Figura 45. Vértice ASDM.	101
Figura 46. Vértice AAIG.	101
Figura 47. Vértice AEDE.	102
Figura 48. Vértice ALIB.	102
Figura 49. Procesamiento de vértices ocupados. (Elaboración propia)	103
Figura 50. Construcción y medidas estándar de pilares REGNAP y ANP. (Arq. D. Minteguiaga, 2011)	105

1. INTRODUCCIÓN

En el presente documento se detallarán las tareas realizadas y las conclusiones alcanzadas por un grupo de estudiantes de la carrera de Ingeniería en Agrimensura de la Facultad de Ingeniería de la UdelaR, de acuerdo con el plan de estudios de 1997. Este trabajo se enmarca dentro del Proyecto Final de Carrera, cuyo objetivo es “que el estudiante, mediante la realización de un trabajo específico referido a alguna de las áreas de la Agrimensura, efectúe una labor de síntesis e integración de conocimientos, la cual consista en una aplicación no rutinaria de los mismos”.

La principal motivación para este proyecto radica en el avance continuo de las tecnologías GNSS (Sistemas Globales de Navegación por Satélite). Aunque estas tecnologías no se emplean comúnmente para obtener altitudes referidas al Datum Vertical (Cero Oficial), el objetivo es adaptarlas para este propósito, logrando así una mayor precisión y eficiencia. Esto es especialmente relevante en comparación con métodos tradicionales como la Nivelación Geométrica, que suele ser costosa y requiere mucho tiempo, particularmente en áreas extensas.

Las diversas tareas que forman parte del trabajo, fueron llevadas a cabo por los estudiantes Silvina Vidal y Federico Gonzalez, acompañados por los tutores Jorge Faure y Fabian Barbato, iniciando en Abril de 2023 y finalizando en Octubre del 2024.

2. OBJETIVOS

El objetivo principal del presente trabajo es realizar el análisis y estudio de factibilidad técnica para el cálculo de un Modelo de Transformación de Alturas para todo Uruguay, con el propósito de determinar alturas referidas al Cero Oficial a partir de observaciones GNSS, en base a un conjunto de datos conformado por la red activa y pasiva del IGM (REGNA Y REGNAP) y la red de altimetría de ANP.

3. FUNDAMENTO TEÓRICO

En esta sección se describen algunos conceptos y definiciones relacionadas a la temática del presente trabajo, que son fundamentales para una mejor comprensión del mismo.

3.1 Superficies Altimétricas en Geodesia

Las superficies altimétricas juegan un papel importante en geodesia ya que son esenciales para que los resultados de las mediciones sean compatibles con el modelo matemático empleado.

La altura de los puntos de la Tierra se refiere a dos superficies principales: El Geoide y el Elipsoide.

Según la definición de Benavidez (2004) "El geoide es la superficie matemática de la Tierra, que se define como la isosuperficie gravitacional de un valor constante especial W_0 ". La superficie incluye todos los puntos en los que el potencial de la gravedad, o la cantidad de trabajo necesario para superar la aceleración de la gravedad, es constante.

En consecuencia, podemos describir el geoide como la superficie equipotencial de la gravedad que representa el nivel promedio de los océanos y se extiende por debajo de los continentes. Debido a las disparidades en la distribución de las masas continentales y las variaciones en la densidad de los materiales que forman nuestro planeta, el gradiente y por lo tanto el geoide no es una superficie uniforme.

En cambio, muestra elevaciones y depresiones que lo apartan de una superficie promedio en diferencias que pueden llegar a ser de hasta ± 100 metros.

La superficie matemática que se asemeja más a la forma del geoide es el "Elipsoide de Revolución". Se trata de una elipse que se hace girar alrededor de su eje menor para formar un cuerpo con superficie. Gracias a esta representación, es posible realizar cálculos angulares de posicionamiento y calcular distancias sobre la superficie del elipsoide.

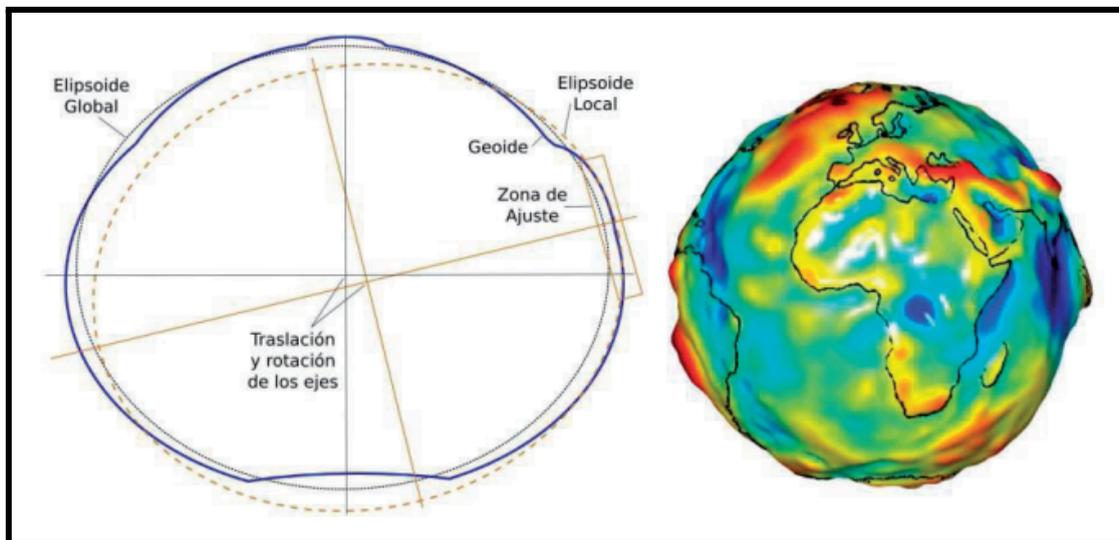


Figura 1. Geoide y Elipsoide. (Fuente : NASA)

Existen varios modelos de elipsoides en geodesia, conocidos como elipsoides de referencia. El origen de los sistemas de referencia globales se encuentra en el geocentro, es decir, en el centro de la Tierra. Los sistemas de referencia geodésicos utilizan un elipsoide de revolución que está centrado en este origen.

Sus parámetros más importantes, son:

- Semieje mayor (a): Este valor representa la longitud del semieje que se extiende desde el centro de masas de la Tierra hasta la superficie terrestre en el ecuador. En otras palabras, es la mitad del eje más largo de la elipse de revolución centrado en el origen que mejor se adapta a la forma de la Tierra.
- Semieje menor (b): El semieje menor es la longitud desde el centro de masas de la Tierra hasta uno de los polos. Alrededor de este eje se realiza la rotación de la elipse base que se utiliza para modelar la Tierra.

Otro elemento fundamental a definir, es el Triedro Ortogonal Directo. Es un sistema tridimensional compuesto por tres vectores mutuamente perpendiculares que cumplen la regla de la mano derecha. Es una herramienta fundamental en geodesia y geometría para definir y describir la orientación y posición en un espacio tridimensional, incluyendo aplicaciones en la superficie terrestre.

La fórmula general que representa un elipsoide de revolución geocéntrico se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

Donde a y b , corresponden a los semiejes mayor y menor respectivamente, de la elipse generatriz.

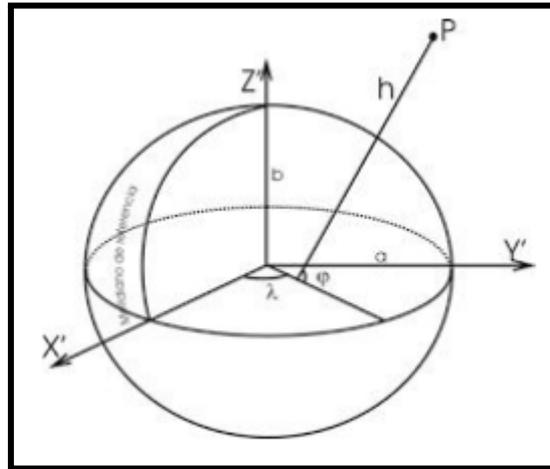


Figura 2. Elipse generatriz. ((Gallo, Mauricio - Mainé, Gisselle. "Modelo de Transformación de Alturas Localizado en la Ciudad de Dolores". (2018))

3.2 Alturas de un Punto sobre la Tierra

La altitud de un punto en la Tierra puede calcularse de tres maneras: mediante la altura ortométrica (H), la altura elipsoidal (h) y la ondulación geoidal (N), siendo esta última la que relaciona las dos anteriores.

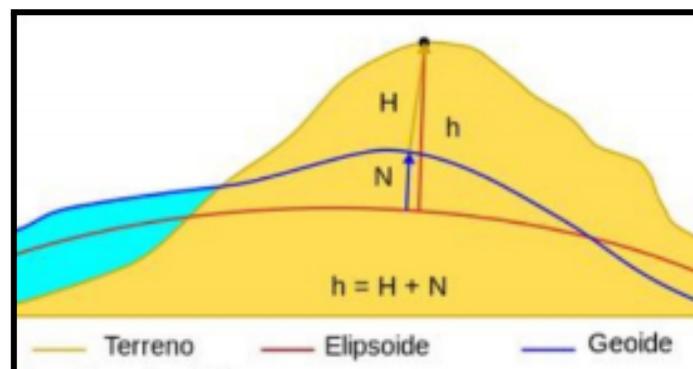


Figura 3. Relación entre Elipsoide y Geoide. (<https://efemeridesastronomicas.dyndns.org/wgs84.htm>)

3.1.2- Altura ortométrica (H)

La altura ortométrica (H) se refiere a la medida de distancia sobre la vertical entre la superficie física de la Tierra y el Geoide. La vertical es la curva perpendicular a las infinitas superficies equipotenciales de la gravedad, para todo punto.

Esta medida no sigue una línea recta, ya que presenta una ligera curvatura y desviación debido a las variaciones locales en la dirección de la gravedad, que están relacionadas con las diferencias en la densidad de masa de la Tierra.

Para calcular con precisión la altura ortométrica, es necesario conocer el valor promedio de la gravedad a lo largo de la línea de plomada entre la superficie terrestre y el geoide. Sin embargo, debido a que este valor exacto no se puede medir directamente, se utiliza una estimación. Esta estimación se basa en mediciones de la gravedad en la superficie terrestre, junto con ciertas hipótesis sobre la distribución de la densidad de masa en la vertical entre la superficie terrestre y el geoide.

3.1.3- Altura Elipsoidal (h)

Las alturas elipsoidales (h) representan la separación entre la superficie terrestre y el elipsoide. Dicha separación se calcula sobre la línea perpendicular a este último, llamada normal.

Esta altura es de naturaleza puramente matemática y geométrica, y no tiene un vínculo con la física gravitacional.

Las alturas elipsoidales son obtenidas a partir de las coordenadas geocéntricas cartesianas (X,Y,Z) definidas sobre un elipsoide de referencia, y determinadas a partir del posicionamiento satelital de los puntos de interés.

Debido a la utilización masiva de técnicas GNSS, es indispensable considerar este tipo de alturas. Sin embargo, como estas no consideran el campo de la gravedad terrestre en su determinación, pueden presentar valores iguales en puntos con alturas ortométricas diferentes, o viceversa, haciendo que su aplicación en la práctica sea mínima, siendo un inconveniente para su aplicación en obras de ingeniería civil e hidráulica.

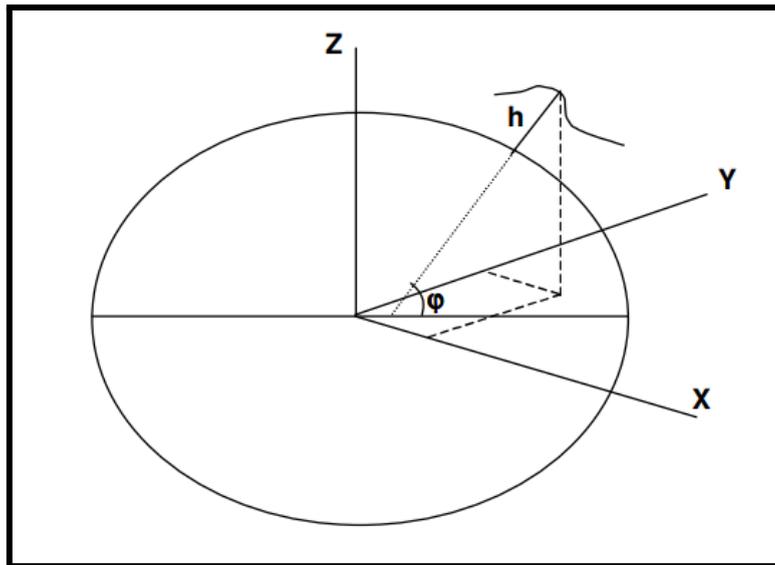


Figura 4. Alturas elipsoidales. (<https://www.researchgate.net.>)

Mediante la implementación de equipos GNSS en sus diversas técnicas, se obtiene la posición tridimensional de un vértice, que puede expresarse en coordenadas cartesianas o geodésicas. La altura elipsoidal es parte de las coordenadas geodésicas, que como se verá a lo largo del documento, es la que se “introduce” en un Modelo de Transformación de Alturas para posteriormente obtener el valor de alturas oficiales.

3.1.4- Ondulación Geoidal (N)

La ondulación geoidal, también conocida como anomalía geoidal (N), representa la distancia entre el elipsoide y el geoide, medida a lo largo de la línea normal al elipsoide desde un punto dado.

Cuando esta distancia es positiva, indica que el geoide se encuentra por encima del elipsoide, mientras que una distancia negativa significa que el geoide está por debajo del elipsoide.

Debido a la discrepancia entre la línea normal al elipsoide y la vertical del lugar, se introduce un ángulo conocido como “desviación relativa de la vertical” (Φ) que se muestra en la figura a continuación.

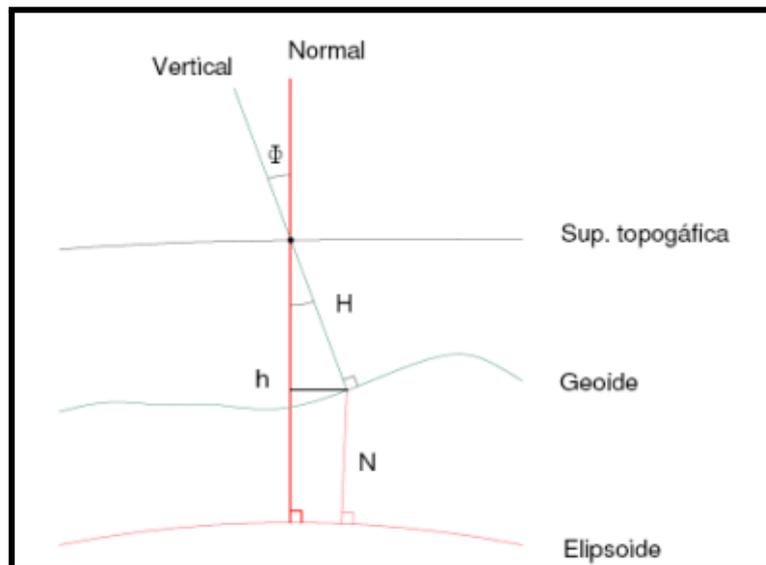


Figura 5. Esquema de alturas. (Gallo, Mauricio - Mainé, Gisselle. "Modelo de Transformación de Alturas Localizado en la Ciudad de Dolores". (2018))

3.3 Marcos y Sistemas de Referencia

El Sistema de Referencia se define como un conjunto de parámetros, constantes, etc. que sirven como base para la descripción de los elementos a representar.

El Marco de Referencia es la materialización del Sistema de Referencia Geodésico, mediante la instalación de monumentos o señales (mojones, estaciones o vértices geodésicos) en la superficie terrestre, con la correspondiente asignación de coordenadas, mediante técnicas de observación y métodos de cálculo aplicados para su determinación.

3.3.1 SIRGAS

SIRGAS es el Sistema de Referencia Geodésico para las Américas. Su definición es idéntica a la del Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS) y su realización es una densificación regional del Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF) en las Américas y el Caribe. Además del sistema de referencia geométrico, SIRGAS se ocupa de la definición y realización de un sistema vertical de referencia basado en alturas elipsoidales como componente geométrica y en números geopotenciales (referidos a un valor W_0 global convencional) como componente física.

Los vértices que pertenecen al Marco SIRGAS en Uruguay son todos los vértices geodésicos que conforman la Red Activa de la REGNA del IGM, incluyendo además la estación permanente que se encuentra en la Embajada de Estados Unidos y que se denomina MTV1.

3.3.1.a Sistema de Referencia SIRGAS ROU98

El sistema de referencia SIRGAS ROU 98 es el oficial utilizado en Uruguay y fue adoptado por el Servicio Geográfico Militar. Este sistema se define para la época 1995.4. La creación de este sistema se fundamentó en una serie de ajustes que se realizaron a partir de observaciones precisas en varios puntos geodésicos.

En particular, se observaron tres vértices de Laplace durante un período de diez días, otros cinco vértices durante tres días durante la campaña SIRGAS 1995, y tres vértices adicionales se observaron durante dos días en 1997 como parte de otra campaña de densificación GPS. Estos ajustes permitieron establecer una conexión entre estos últimos vértices y los vértices SIRGAS calculados en 1995. De esta manera, se creó el sistema de referencia SIRGAS ROU98, que se utiliza como base para las mediciones geodésicas en Uruguay.

3.3.1.b Marco de Referencia Geodésico Uruguay (REGNA-ROU)

La Red Geodésica Nacional Activa (REGNA-ROU) representa la materialización del Sistema de Referencia Geocéntrico SIRGAS-ROU 98.

En el contexto actual de la Geodesia Espacial o Geodesia Satelital, estas infraestructuras están siendo complementadas por Estaciones de Referencia de observación continua, que emplean los Sistemas de Posicionamiento Global para llevar a cabo un seguimiento constante de la posición.

En este enfoque, además de las coordenadas geodésicas geocéntricas que se refieren al centro de masas de la Tierra, se incorpora un elemento adicional que se denomina como una "cuarta coordenada": el tiempo (t).

Los estudios técnicos que respaldan esta determinación fueron realizados por el Observatorio Nacional, recopilando datos del período 1906-1924. A partir de estos datos, se concluyó que el Nivel Medio de las Aguas del Puerto de Montevideo se encontraba 0.91 metros por encima del Cerro Wharton, un valor que fue establecido por la Dirección de Hidrografía.

Antes de la promulgación de este decreto, Uruguay utilizaba varios datums verticales o ceros históricos, entre ellos el Cerro Wharton (utilizado en relevamientos hidrográficos y en cartas náuticas inglesas).

En relación con los ceros históricos más utilizados, como el Cerro Wharton, la Figura 7 detalla la conexión entre este, el repere del Cabildo y el cero oficial establecido por el decreto de 1949.

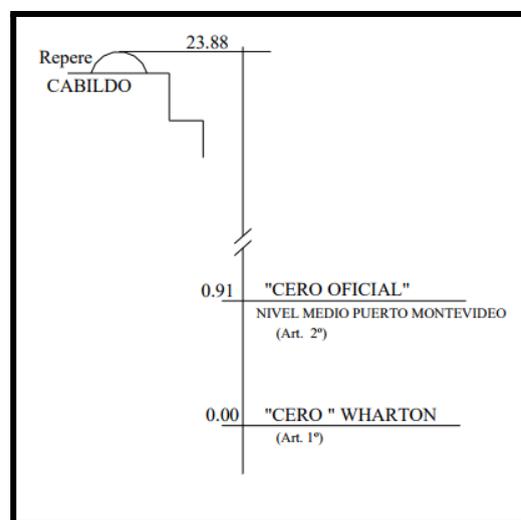


Figura 7. Sistema Altimétrico del Uruguay. (Elaboración propia)

3.4 Modelos Geopotenciales

Con la llegada del Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS), ha aumentado significativamente la necesidad de desarrollar modelos altamente precisos del geoide, tanto a nivel regional como global. Como es ampliamente conocido, el GNSS nos brinda de manera eficiente y altamente precisa altitudes elipsoidales, con precisiones que llegan a ser del orden de centímetros. Por lo tanto, si contamos con modelos que nos proporcionen con la misma precisión los valores de la ondulación del geoide, seremos capaces de calcular altitudes ortométricas precisas. Estas altitudes son fundamentales en la mayoría de los proyectos llevados a cabo por instituciones cartográficas y en la ingeniería civil.

Los modelos geopotenciales son herramientas que nos permiten calcular los valores de la ondulación geoidal (N), que establecen la relación entre la altura elipsoidal (h) y la altura ortométrica (H). Estos modelos se basan en un conjunto de constantes que incluyen la fuerza gravitatoria terrestre, el semieje mayor y el achatamiento del elipsoide terrestre, la velocidad de rotación de la Tierra y los coeficientes del desarrollo armónico.

Para realizar estos cálculos, se utilizan diversos softwares que toman como entrada los coeficientes y calcula diversos valores relacionados con el potencial gravitatorio, incluyendo la ondulación geoidal (N).

3.4.1 Modelo Geoidal EGM08

El Modelo Geoidal EGM2008, fue desarrollado por la Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial, o por sus siglas en inglés NGA, ha sido publicado y es altamente reconocido en la comunidad geoespacial. Para calcular el geoide local, este modelo se basa en la filosofía de Helmert, que implica considerar la topografía como una capa delgada que se sitúa sobre el geoide, mientras que el efecto directo de la anomalía de la gravedad actúa hacia abajo desde el geoide. En términos numéricos, esto se logra al reemplazar la anomalía de la gravedad por la anomalía de Faye. Gracias a esta metodología, el Modelo Geoidal EGM2008 proporciona una resolución y precisión superiores en comparación con otros modelos disponibles.

Este modelo ha mostrado una notable mejoría en la calidad de sus tres fuentes de datos; las observaciones del movimiento perturbado de los satélites artificiales, la altimetría por satélite y la gravimetría terrestre, por lo que se ha conseguido mejorar su precisión.

3.5 GNSS

Es un sistema de posicionamiento basado en la medición de la distancia a un mínimo de cuatro satélites simultáneos, que además, transmiten sus posiciones estimadas. Las distancias son medidas comparando (correlacionando) la señal recibida por el satélite con una réplica generada en el receptor. La diferencia de fase entre la señal recibida y la generada localmente es proporcional al tiempo de propagación (distancia satélite receptor).

Esta distancia se mide a partir del tiempo de propagación de la señal emitida desde el satélite. Los satélites y los receptores cuentan con relojes que controlan el tiempo de emisión y recepción de la señal respectivamente. De esta manera, la simple diferencia entre el instante de recepción y el de emisión proporciona el tiempo de propagación, o sea, el tiempo que la señal empleó para viajar desde el satélite hasta el receptor. Multiplicando por la velocidad de propagación de la luz en el vacío de la señal, dicho tiempo se convierte luego en la distancia satélite – receptor.

Como los receptores generan la señal local usando relojes de cuarzo, la diferencia de fase absorbe también sus inestabilidades.

Observando un mínimo de cuatro satélites bien distribuidos en el cielo, se pueden calcular cuatro incógnitas: tres para la posición del receptor y una para la corrección al reloj local.

El principio del posicionamiento satelital es simple y se basa en relacionar tres componentes:

Una cantidad conocida, que es la posición del satélite (X_S , Y_S , Z_S).

Una cantidad mensurable, que es la distancia satélite receptor ρ .

Una cantidad desconocida, que es la posición del receptor (X_R , Y_R , Z_R).

$$\rho = \sqrt{(X_S - X_R)^2 + (Y_S - Y_R)^2 + (Z_S - Z_R)^2}$$

El objetivo de la medición es obtener la posición de nuestro receptor en el mismo sistema de referencia en el que se dan las coordenadas de los satélites.

3.5.1 Posicionamiento Puntual o Absoluto

Este consiste en determinar la posición de un punto utilizando un solo receptor y la medición de la pseudodistancia usando el código que traen las ondas portadoras de la señal GPS. Es necesario hacer mención que se requieren por lo menos las pseudodistancias de 4 satélites para poder así determinar la posición del receptor.

Con este tipo de posicionamiento lo que se mide es la distancia o el tiempo de propagación de la señal, desde que sale del satélite hasta que llega al receptor. Por lo tanto es imprescindible conocer las coordenadas del satélite que las obtenemos a través de las efemérides.

Estas últimas pueden ser de dos tipos:

- Transmitidas: son las coordenadas emitidas por el satélite junto con la señal.
- Precisas: son las calculadas con posterioridad.

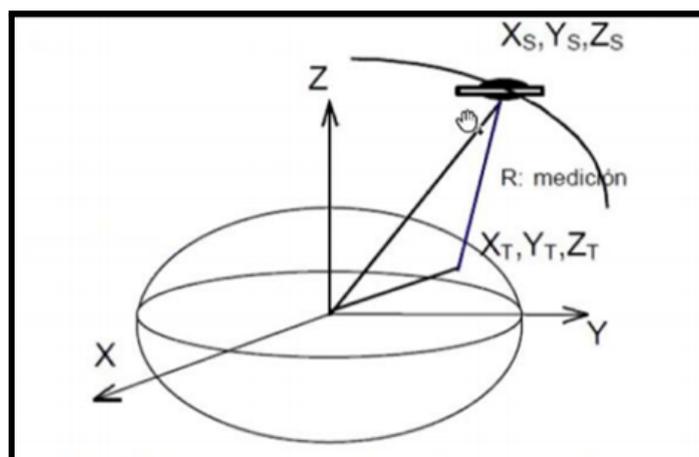


Figura 8. Principio de posicionamiento. Elaboración propia.

3.5.2 Método Diferencial

Este método consiste en el procesamiento de ya no las observaciones de un solo receptor, sino de diferencias de observaciones simultáneas, realizadas por al menos dos estaciones o receptores GNSS a los mismos satélites.

En este tipo de posicionamiento, se calculan las coordenadas de un punto en relación con al menos una estación de referencia cuyas coordenadas deben ser conocidas de antemano. La exactitud de las coordenadas obtenidas dependerán de la exactitud de las coordenadas previamente establecidas para la estación de referencia. En esencia, se está calculando un vector de "posición diferencial", que determina la posición relativa de un equipo móvil con respecto a la estación base.

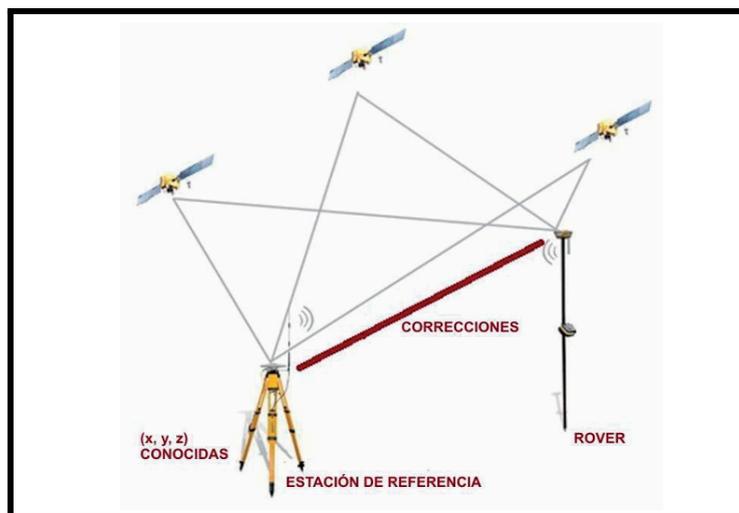


Figura 9. Posicionamiento diferencial. (GNSS. GPS: fundamentos y aplicaciones en Geomática. José Luis Berné Valero Ana Belén Anquela Julián Natalia Garrido Villén)

3.5.2.a Post Proceso

En el contexto de GNSS (Sistema Global de Navegación por Satélite), el post-proceso se refiere al análisis y procesamiento de datos GNSS después de que se han recopilado, en lugar de hacerlo en tiempo real. Este proceso permite mejorar la precisión y la fiabilidad de las posiciones obtenidas mediante el ajuste y la corrección de los datos crudos registrados por los receptores GNSS.

3.5.2.b Tiempo Real

Cinemático en Tiempo Real (por sus siglas en inglés Real Time Kinematic) es un tipo de relevamiento cinemático al vuelo efectuado en tiempo real donde la estación de referencia tiene un radio enlace conectado y retransmite los datos que recibe de los satélites.

El móvil también tiene un radio enlace y recibe la señal transmitida por la referencia. Este receptor también recibe los datos de los satélites directamente desde su propia antena. Estos dos conjuntos de datos pueden ser procesados juntos en el móvil para resolver las ambigüedades y obtener una posición muy precisa en relación con el receptor de referencia. Esto permite calcular las coordenadas y mostrarlas en tiempo real, mientras se lleva a cabo el levantamiento.

Cuando está rastreando satélites y recibiendo datos de referencia, puede empezar el proceso de inicio.

Una vez que se ha completado el inicio, las ambigüedades son resueltas y el móvil puede registrar puntos y sus coordenadas.

Es importante mantener contacto con el receptor de referencia, de otra manera el móvil puede perder la ambigüedad. Si esto sucede la posición calculada es mucho menos precisa.

Además, se pueden presentar problemas cuando se mide cerca de obstrucciones tales como edificios altos o árboles, ya que la señal de los satélites puede ser bloqueada. Por otro lado, se puede presentar el error de multicamino, que ocurre cuando las señales satelitales rebotan en superficies antes de llegar al receptor.

Otro inconveniente se da cuando no se cuenta con suficientes satélites que permitan resolver la solución de ambigüedades, siendo necesario un mínimo de 4 satélites para que esto sea posible.

3.5.2.b.i RADIO-RTK

El receptor base tiene un radio-módem el cual transmite los datos recibidos de la unidad de control. El alcance de la transmisión depende de la potencia de la radio, cuan mayor sea ésta, más alcance tiene. El receptor móvil también tiene un radio-módem que recibe los datos que transmite la base y calcula los datos por cada época que recibe. El alcance o distancia entre base y móvil varía de 3 a 15 km dependiendo del tipo de radio y potencia de la misma.

3.5.2.b.ii NTRIP-RTK

Es un protocolo de internet diseñado para la transmisión de datos GNSS a tiempo real. Desarrollado para distribuir flujos de datos GNSS a receptores móviles o estáticos a través de Internet (tener acceso y mejorar el flujo de datos GNSS de estaciones de referencia o bases de datos a una variedad de Clientes / Usuarios a través de una técnica de comunicación definida).

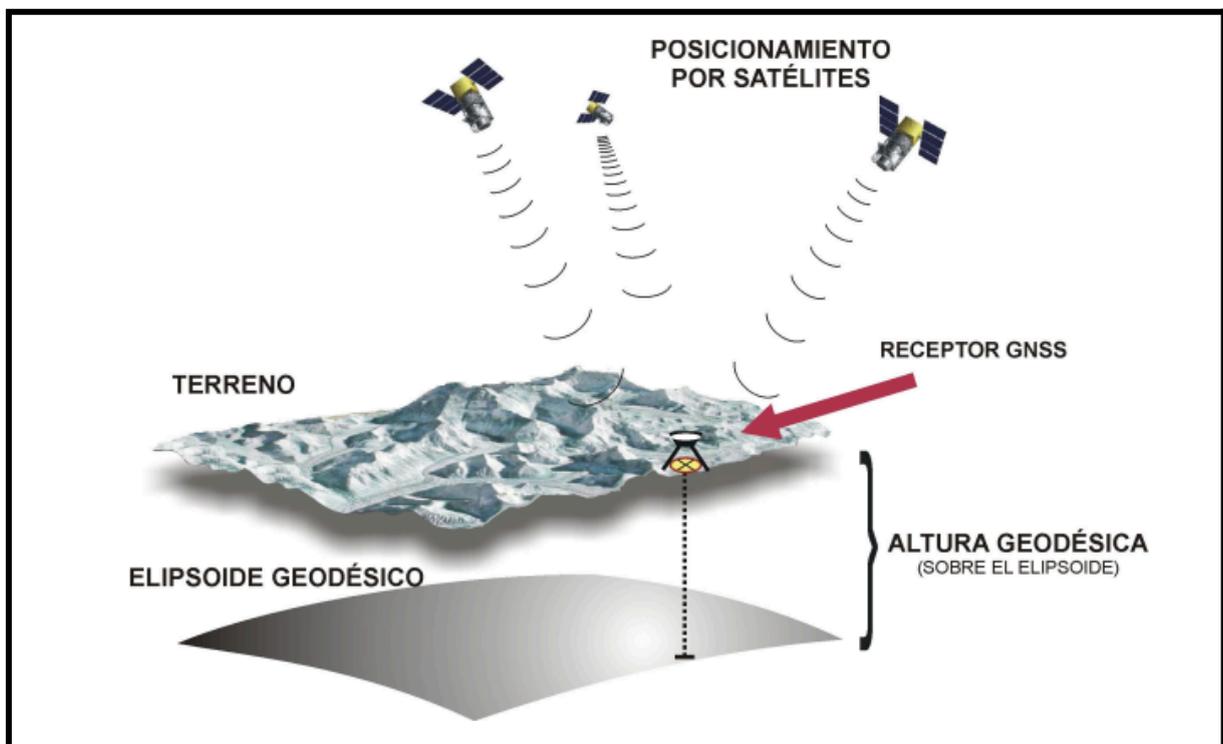


Figura 10. Esquema transmisión de datos GNSS a tiempo real. (Modelo geoidal en México y sus aplicaciones, 2006)

3.6. Modelo de Transformación de Alturas

Un Modelo de Transformación de Alturas (MTA) se define como una superficie paramétrica que posibilita la obtención de la altura (o nivel) oficial de un punto determinado a partir de sus coordenadas geodésicas (φ, λ, h).

El parámetro que se va a representar de forma matemática es la diferencia de Ondulación Geoidal, conocida como ΔN (que se detalla en el capítulo siguiente). A partir de estos valores, se realiza un proceso de modelado matemático para la creación de una función que permita estimar este valor para todos los puntos distribuidos en la zona de estudio, en nuestro caso a lo largo y ancho del territorio de nuestro país. Utilizando las coordenadas geodésicas (φ, λ, h) de cada punto como base, esta función proporcionará la Altura Oficial modelada para cada uno.

Las funciones matemáticas empleadas en este proceso se basan en los estudios de Fotoplus, titulado: *"An Analysis on the Optimal Combination of Geoid, Orthometric, and Ellipsoidal Height Data,"* y de Vella, llamado *"Use Of Similarity Transformations To Improve GPS Heighting."*

1. Trigonometría clásica para 4 parámetros, planteada para un punto i:

$$\Delta N_i = X_1 + X_2(\cos\varphi_i \times \cos\lambda_i) + X_3(\cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i) + X_4\operatorname{sen}\varphi_i + v_i$$

2. Trigonometría clásica para 5 parámetros, planteada para un punto i:

$$\Delta N_i = X_1 + X_2(\cos\varphi_i \times \cos\lambda_i) + X_3(\cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i) + X_4\operatorname{sen}\varphi_i + X_5\operatorname{sen}^2\varphi_i + v_i$$

3. Modelo de transformación de similitud diferencial, 6 parámetros, planteada para un punto i:

$$\Delta N_i = X_1(\cos\varphi_i \times \cos\lambda_i) + X_2(\cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i) + X_3\operatorname{sen}\varphi_i + X_4 \frac{\operatorname{sen}\varphi_i \times \cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i}{W_i} + X_5 \frac{\operatorname{sen}\varphi_i \times \cos\varphi_i \times \cos\lambda_i}{W_i} + X_6(a \times W_i + h_i) + v_i$$

4. Modelo de transformación de similitud diferencial, 7 parámetros, planteada para un punto i:

$$\Delta N_i = X_1(\cos\varphi_i \times \cos\lambda_i) + X_2(\cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i) + X_3\operatorname{sen}\varphi_i + X_4 \frac{\operatorname{sen}\varphi_i \times \cos\varphi_i \times \operatorname{sen}\lambda_i}{W_i} + X_5 \frac{\operatorname{sen}\varphi_i \times \cos\varphi_i \times \cos\lambda_i}{W_i} + X_6(a \times W_i + h_i) + X_7 \frac{1-f^2 \times \operatorname{sen}^2\varphi_i}{W_i} + v_i$$

Los siguientes parámetros corresponden a:

$a \Rightarrow$ semieje mayor del elipsoide WGS84

$e \Rightarrow$ la excentricidad del elipsoide WGS84

$f \Rightarrow$ el achatamiento del elipsoide WGS84

$$W = \sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2\varphi_i}$$

$v_i \Rightarrow$ residuales

4. METODOLOGÍA

4.1. Análisis de la Ondulación Geoidal

Como se mencionó anteriormente, el parámetro de estudio a la hora de implementar un Modelo de Transformación de Alturas es la diferencia de Ondulación Geoidal: ΔN .

Para conocer qué es el ΔN , es necesario saber el origen de la ondulación geoidal N . La Ondulación Geoidal (N), representa la distancia entre el elipsoide y el geoide, medida a lo largo de la línea normal al elipsoide desde un punto dado.

Se calcula como:

$$h = H + N$$

Entonces, la Ondulación Geoidal (N) se presenta como una herramienta que facilita la conexión entre las alturas de naturaleza física " h " (Altura elipsoidal) junto con las de índole matemática " H " (Altura nivelada).

La Altura Nivelada que conocemos a través de las monografías oficiales publicadas por el IGM (Instituto Geográfico Militar), es la que a lo largo del documento denominamos como "**H oficial**".

De la ecuación anterior, se obtiene la Ondulación Geoidal ($N_{oficial}$) en función de H oficial.

Por otro lado, para obtener la Ondulación Geoidal referida al modelo EGM08 (N_{EGM08}), se utilizó una calculadora disponible en la web¹, que nos permitió obtener el valor de la **Altura Ortométrica referida al modelo EGM08** (H_{EGM08}), a partir de los datos de la latitud, longitud y altura elipsoidal del vértice.

Teniendo en cuenta la siguiente ecuación, se puede conocer la Ondulación Geoidal (N) referida al EGM08 para cada punto.

Entonces, para un punto determinado, se tiene en cuenta que:

$$h = H_{oficial} + N_{oficial}$$

$$h = H_{EGM08} + N_{EGM08}$$

A partir de las ecuaciones anteriores e igualando, se obtiene:

$$H_{oficial} + N_{oficial} = H_{EGM08} + N_{EGM08}$$

Despejando $H_{oficial}$ obtenemos la siguiente ecuación:

$$H_{oficial} = H_{EGM08} + (N_{EGM08} - N_{oficial})$$

Resulta entonces:

$$H_{oficial} = H_{EGM08} + \Delta N$$

Despejando:

$$\Delta N = H_{oficial} - H_{EGM08}$$

¹ <https://www.unavco.org/software/geodetic-utilities/geoid-height-calculator/geoid-height-calculator.html>

La magnitud ΔN , en la que se centró el desarrollo del trabajo fue asociada con errores y desviaciones, además de ser la variable que se estudió y modeló a través de diferentes análisis.

4.2. Análisis de los datos disponibles

Considerando lo descrito anteriormente en relación con la ondulación geoidal (N) y su diferencia ($\Delta N = H_{oficial} - H_{EGM08}$), se estudiaron los elementos involucrados en dicho cálculo. Por esta razón, a lo largo de la investigación, se analizó de manera metódica y exhaustiva la calidad y confiabilidad de la información utilizada, incluyendo tanto las alturas elipsoidales como las oficiales, obtenidas de cada una de las monografías correspondientes a los distintos conjuntos de datos.

El primer paso para llevar a cabo la conformación del MTA, fue la compilación de los datos y posterior digitalización en planillas de cálculo, de las monografías oficiales de todos los vértices geodésicos disponibles que se distribuyen a lo largo y ancho del país, de determinadas redes geodésicas que hemos seleccionado.

A la hora de la digitalización de la información, se descargaron las Monografías Oficiales de los vértices de la Red Geodésica Nacional Activa (REGNA-ROU) y pasiva (REGNAP-ROU) del Instituto Geográfico Militar (IGM de aquí en adelante).

En esta etapa también se nos brindaron monografías de vértices de la Red Geodésica de la Administración Nacional de Puertos (ANP de aquí en adelante).

Sobre éstos 3 conjuntos, se tiene el doble dato requerido para poder obtener un Modelo de Transformación de Alturas, esto supone conocer la Altura Elipsoidal (h) y la cota referida a un sistema altimétrico, en nuestro caso la Altura Oficial (H).

Posteriormente, se hallaron los valores de ΔN para cada uno de los vértices, siendo éste el parámetro a modelar.

En una primera instancia se realizó un análisis gráfico para visualizar el comportamiento de este valor y posteriormente un estudio estadístico aplicado al conjunto de datos que pretendemos implementar en el modelo de alturas.

Dicho análisis, se realizó para los 3 conjuntos de datos: REGNA, REGNAP y ANP.

4.2.1. REGNA - ROU

La Red Geodésica Nacional Activa de la República Oriental del Uruguay (REGNA-ROU), desarrollada y administrada por el Instituto Geográfico Militar (IGM), cuenta actualmente con 27 Estaciones de Referencia de Observación Continua distribuidas en todo el país. Estas estaciones forman parte del Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS-CON) y, a través de él, contribuyen al Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF).

En 1994, la división de Geodesia del Instituto Geográfico Militar, en ese entonces Servicio Geográfico Militar (SGM), instaló una estación permanente en la azotea de la fortaleza del Cerro de Montevideo para apoyar los trabajos de la institución. En 1995, esta estación participó en la primera campaña SIRGAS, llamada SIRGAS95, junto con otras 57 estaciones distribuidas en América del Sur. Las posiciones obtenidas quedaron referidas al marco ITRF94, época 1995.4.

En 2006, se instaló oficialmente la primera estación permanente cerca de la ciudad de Tacuarembó (UYTA). A principios de 2007, se incorporaron dos estaciones más: UYRO, en Santa Teresa, departamento de Rocha, y UYMO, en la fortaleza del Cerro de Montevideo, continuando así con la estación original instalada en 1994.

Actualmente, el servicio de post-proceso y la difusión de correcciones en tiempo real vía internet se han consolidado como los más consultados en todo el país.

En lo que refiere al estudio y análisis de la red REGNA-ROU, se comenzó obteniendo el valor de la Ondulación Geoidal para los vértices que la conforman.

Al momento de realizar el estudio, no se contaba con el dato de la altura oficial de la estación de Santa Clara (UYSC), motivo por el cual se llevó a cabo para 26 de las 27 estaciones totales.

COORDENADAS					ALTURA	
LATITUD	33°14'28"6828 S				ELIPSOIDAL	68,973 m
LONGITUD	54°22'49"3032 W				Determinación	GNSS
UTM	ZONA	X	744081,560	m	N.M.M (Cero Oficial)	54,826 m
	21H	Y	6318901,926	m	Determinación	Nivelación de Alta Precisión
Sistema de referencia		SIRGAS ROU-98			Punto de referencia	1.11.001
Determinación		GNSS			FOTOGRAFÍA	
DEPARTAMENTO		LOCALIDAD/PARAJE				
Treinta y Tres		Treinta y Tres				
UBICACIÓN						
Batallón "Treinta y Tres Orientales" de Infantería Mecanizado N° 10.						
UBICACIÓN ESPECÍFICA						
Azotea de edificio al N de la plaza de armas, sobre calle Ortíz.						
REFERENCIA GRÁFICA						
						
GRAVEDAD						
979584,434					mGal	
OBSERVACIÓN						
Gravímetro: L&R G-62. Punto Inicial: FORTALEZA. Punto Final: Emp. R7 y R44.						
Fecha Observación:					14/08/2018	
ÚLTIMA INSPECCIÓN						
set-2020						

Figura 11. Ejemplo: Monografía REGNA. Vértice UYTT.

Una vez establecido el grupo de vértices y tal como se explicó en algunas páginas anteriores, se procedió a calcular el valor de la Variación de la Ondulación Geoidal (ΔN), a partir de los valores de N oficial, obtenido a partir de las monografías publicadas por el IGM, y el valor de N referida el modelo geoidal EGM08, obtenida mediante calculadora online ².

$$N_{oficial} = h - H_{oficial}$$

$$N_{EGM08} = h - H_{EGM08}$$

Se obtuvieron los siguientes resultados, siendo "h" la altura elipsoidal , " $H_{oficial}$ " corresponde a la altura nivelada referida al Cero Oficial y " H_{EGM08} " la altura referida al modelo geoidal EGM08.

² <https://www.unavco.org/software/geodetic-utilities/geoid-height-calculator/geoid-height-calculator.html>

PUNTO	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	ΔN
UYCO	49.373	33.471	15.902	33.337	16.036	-0.134
UYRO	59.008	47.807	11.201	47.672	11.336	-0.135
UYLP	20.159	8.663	11.496	8.517	11.642	-0.146
UYFS	165.577	148.953	16.624	148.797	16.780	-0.156
UYBU	74.455	59.488	14.967	59.303	15.152	-0.185
UYPT	91.152	74.588	16.564	74.386	16.766	-0.202
UYMA	39.075	25.923	13.152	25.694	13.381	-0.229
UYDU	164.944	149.338	15.606	149.093	15.851	-0.245
UYAR	146.487	132.456	14.031	132.208	14.279	-0.248
UYSO	80.791	63.510	17.281	63.259	17.532	-0.251
UYFD	87.964	72.200	15.764	71.946	16.018	-0.254
UYSG	107.444	92.115	15.329	91.849	15.595	-0.266
UYLM	53.843	39.483	14.360	39.200	14.643	-0.283
UYLA	148.386	133.680	14.706	133.383	15.003	-0.297
UYSJ	55.419	39.527	15.892	39.230	16.189	-0.297
UYTT	68.973	55.129	13.844	54.826	14.147	-0.303
UYTA	187.050	171.873	15.177	171.564	15.486	-0.309
UYMO	158.083	143.511	14.572	143.175	14.908	-0.336
UYRI	251.611	237.457	14.154	237.109	14.502	-0.348
UYSA	79.071	62.618	16.453	62.261	16.810	-0.357
UYCL	134.706	121.318	13.388	120.960	13.746	-0.358
UYTD	75.700	60.438	15.262	60.068	15.632	-0.370
UYIF	55.983	42.194	13.789	41.816	14.167	-0.378
UYRV	274.401	260.246	14.155	259.728	14.673	-0.518
UYPA	71.859	54.693	17.166	54.165	17.694	-0.528
UYRB	34.702	22.830	11.870	20.427	14.275	-2.403

Tabla 1. Alturas y ondulaciones geoidales REGNA.

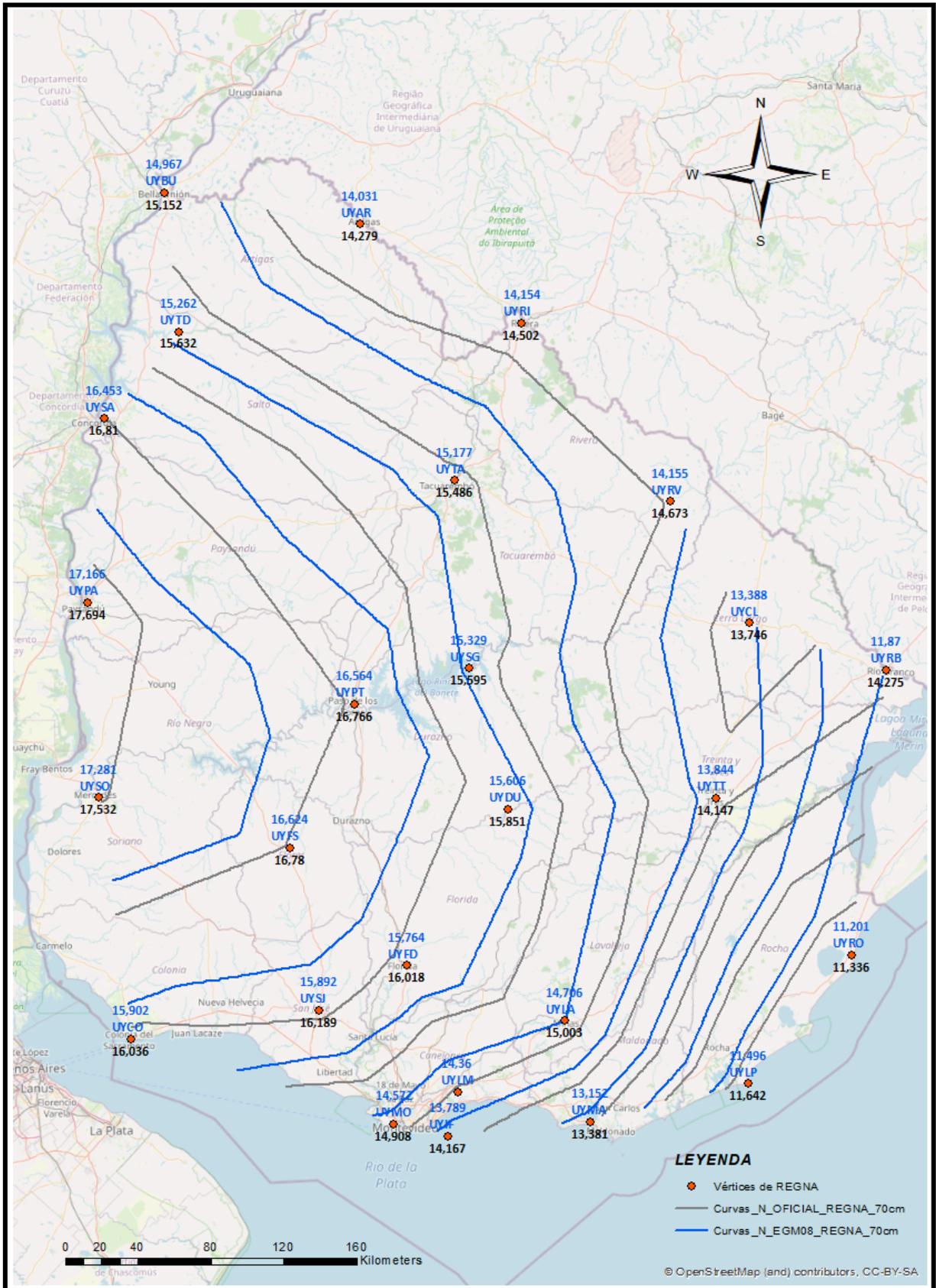


Figura 12. Curvas de isovalor de N de los vértices de la REGNA, cada 70 cm. (Elaboración propia)

Se realizó un análisis gráfico de la ondulación geoidal, para cada vértice de la red. Para llevarlo a cabo, se creó una superficie de interpolación, teniendo especial recaudo en establecer como frontera cada uno de los 26 vértices de la red. A partir de dicha superficie se generaron las líneas de isovalor de la Ondulación Geoidal.

En color negro se pueden ver los valores de N oficial (Ver figura 12), mientras que el azul representa los valores de N obtenidos a partir de la aplicación del modelo geoidal EGM08. El intervalo establecido para las curvas de isovalor es de 0,70 metros.

A partir de éste análisis, se pudo ver el comportamiento del parámetro Ondulación geoidal (N) de forma visual, respaldado por los datos numéricos que se pueden observar en la tabla anterior.

En este caso, ambos valores de N (referido al EGM08 y a la altura oficial), siguen de forma aproximada la misma tendencia, con excepción de UYCL y UYRB.

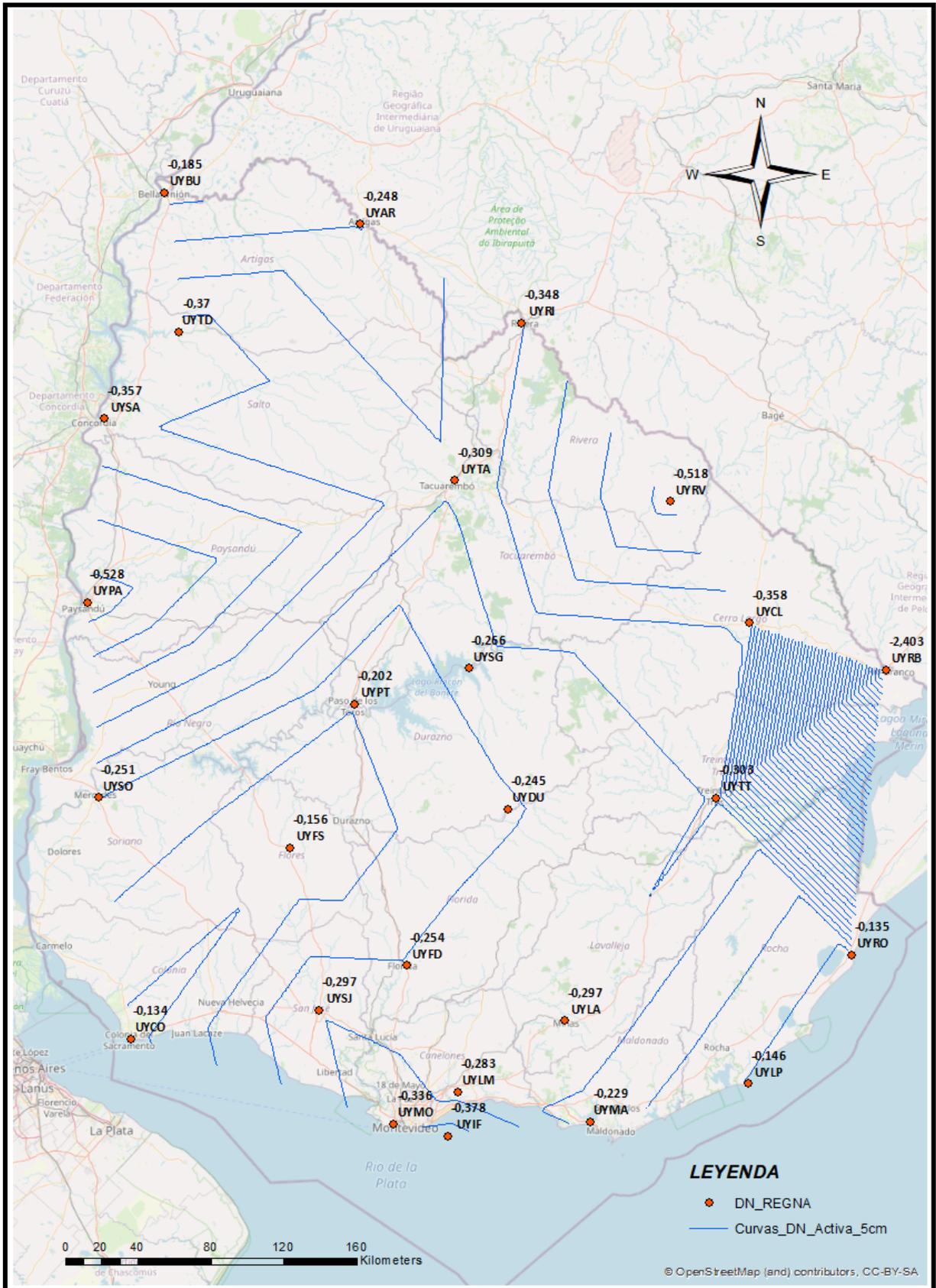


Figura 13. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNA, cada 5 cm. (Elaboración propia)

La figura anterior, representa el comportamiento de la diferencia de la ondulación geoidal mediante la implementación de curvas de isovalor cada 0.050 metros.

En la zona conformada por los vértices UYTT, UYCL, UYRB y UYRO, se pudieron identificar inconsistencias mediante las líneas de isovalor, lo que sugiere la presencia de errores significativos, reflejado gráficamente mediante la presencia de “picos”. En particular, el valor del módulo de la variación de la ondulación geoidal en el vértice UYRB es de -2,40 metros. Este valor no solo se aparta considerablemente de los vértices más cercanos geográficamente, sino que también difiere notablemente del resto de los vértices, los cuales presentan valores más homogéneos entre sí.

Más adelante en el documento, específicamente en el apartado 4.5 (“Análisis Estadístico de los Datos”), fueron analizados de forma cuantitativa este tipo de errores, lo que en esta instancia del trabajo se está aseverando desde el punto de vista gráfico.

En el apartado estadístico se estableció una tolerancia de ± 30 centímetros, considerando a todo valor que se encuentre fuera del intervalo como valor sospechoso.

En el caso de que no se hubieran presentado esas anomalías en las curvas de isovalor, que son notorias a simple vista, éstas deberían ser coincidentes o seguir una tendencia similar.

A partir de dichos resultados, se optó por descartar el vértice UYRB. Se generaron nuevamente las líneas de isovalor y mapa de calor, respectivamente.

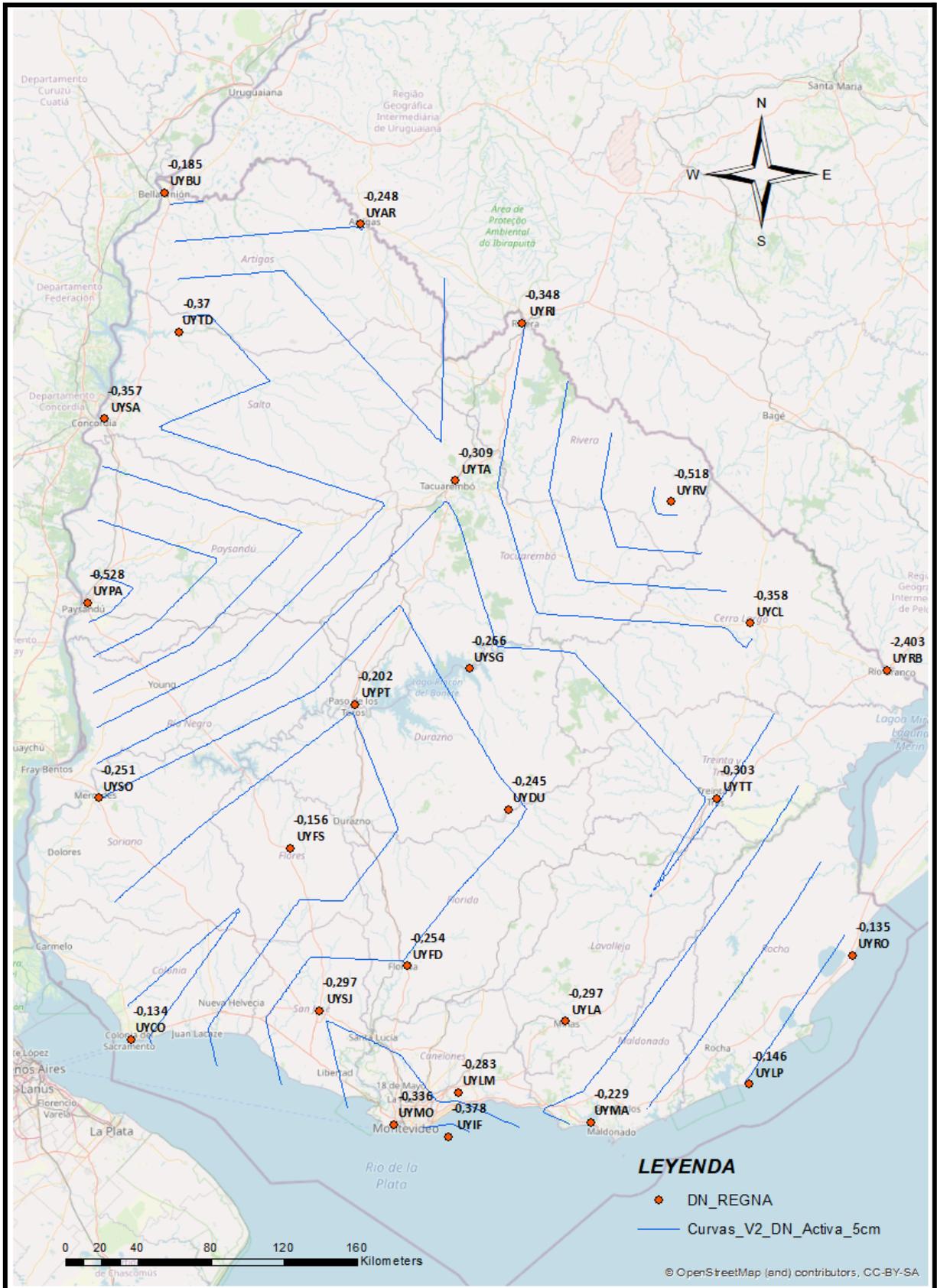


Figura 14. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNA, cada 5 cm. (Elaboración propia)

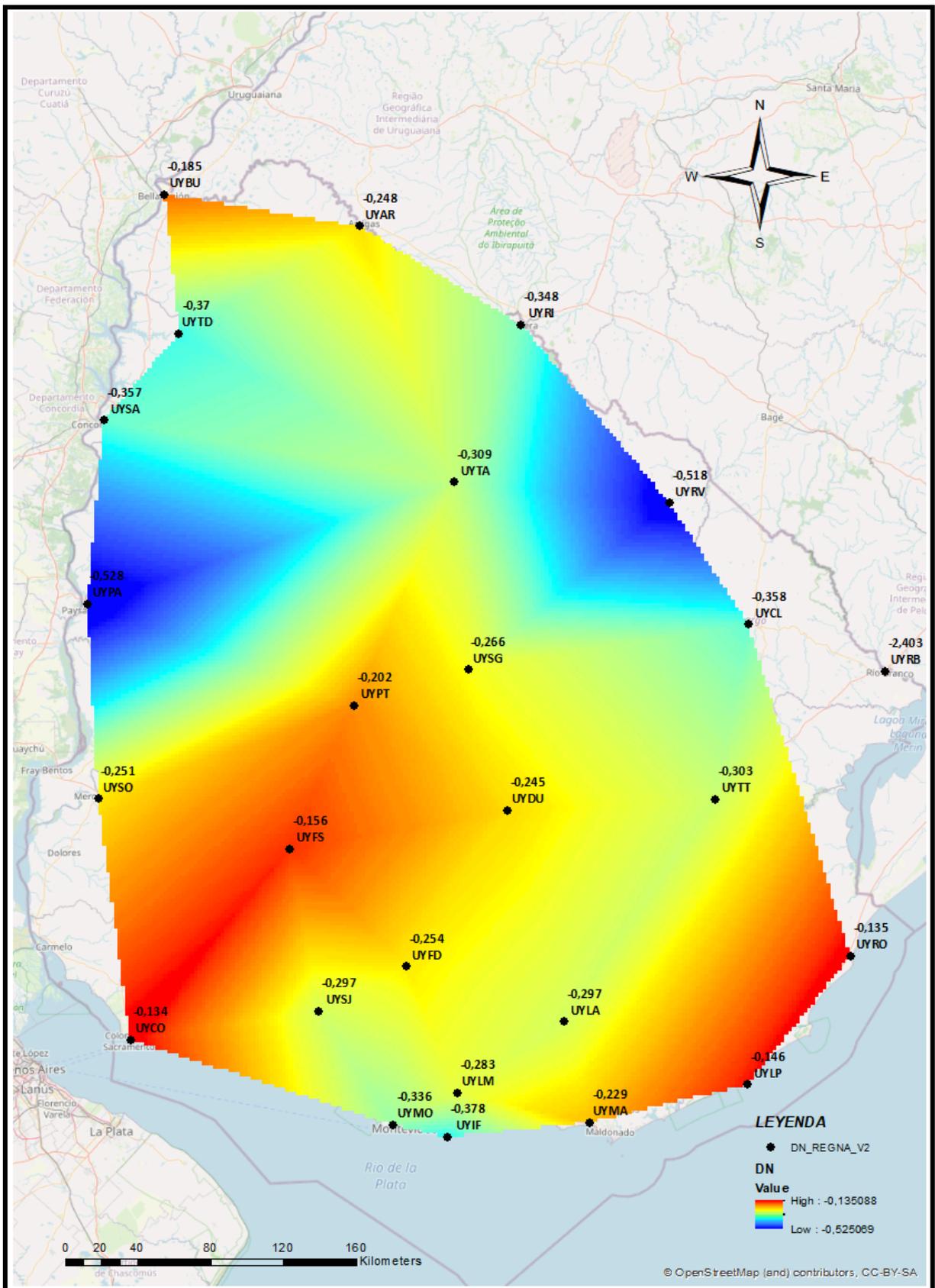


Figura 15. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNA.
(Elaboración propia)

A pesar de haber eliminado un vértice de la red que presentaba un error considerable en la variación de la ondulación geoidal, el modelo no muestra una mejora significativa. La eliminación de este punto no condujo a mejoras notables en la precisión o coherencia del modelo.

4.2.1.1. Análisis de los datos a partir de post-proceso.

Se realizó un análisis de los datos de las estaciones permanentes, corroborando las coordenadas geodésicas de las mismas (ϕ, λ, h). El análisis se llevó a cabo mediante técnicas de procesamiento GNSS, con el software Leica Geo Office (LGO de aquí en adelante), implementando la metodología que se describe a continuación.

Incluir un análisis de post-proceso a los datos, no solo nos permitió seguir estudiando con profundidad la integridad y validez de dicho conjunto de datos, sino que también incorporar en éste proyecto conocimientos relacionados con técnicas de procesamiento GNSS.

Ésta metodología se implementa para todas las estaciones permanentes del país.

Se procesó a partir de datos de observaciones diarias para la fecha 1 de marzo de 2023. La constelación que se utilizó fue únicamente la GPS y se incorporaron efemérides transmitidas.

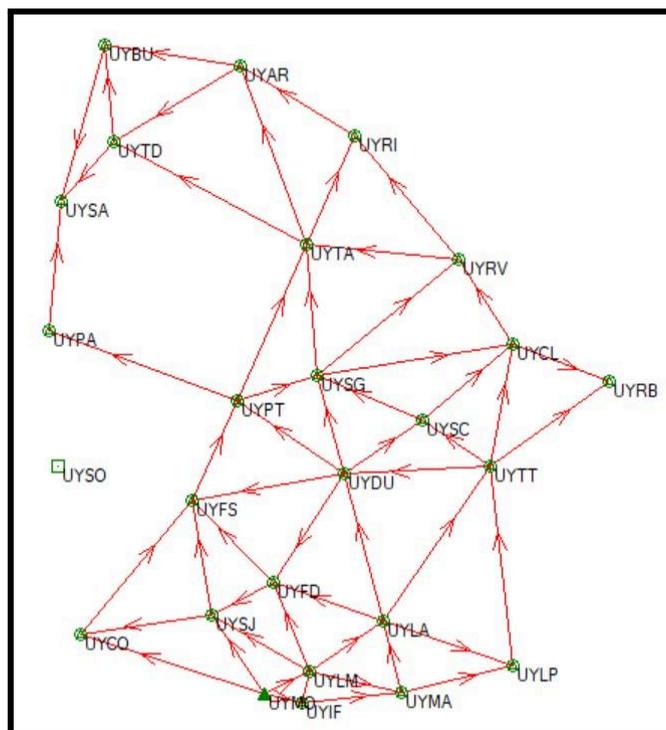


Figura 16. Ajuste de red REGNA.
(Elaboración propia)

En una primera instancia, se calcularon todos los vectores, y posteriormente se hizo el ajuste de compensación de la malla de triángulos eligiendo los vectores previamente calculados, conformada por todas las estaciones de referencia, tomando como punto de partida UYMO.

En el reporte (ver en adjunto) de procesamiento, se constató que la desviación estándar presenta valores por debajo de los 5 milímetros.

Siendo que los resultados obtenidos corresponden a las desviaciones estándar de las coordenadas ajustadas para cada una de las bases de la red REGNA, y los mismos no evidencian grandes diferencias, es que podemos afirmar que la altura elipsoidal publicada de cada una de las bases que conforman la red, es un dato confiable.

Como se puede observar en la figura 16, no se pudo concretar el procesamiento sobre la estación permanente ubicada en Soriano (UYSO), ya que para la fecha 1 de marzo de 2023 sólo se obtuvieron datos para la portadora L1.

La imposibilidad de dicho procesamiento no fue un obstáculo ya que se cuenta con una superabundancia de datos que nos permitió seguir adelante con el análisis que nos compete.

A continuación se ven los resultados de hacer un estudio comparativo para 4 de las estaciones permanentes, de las coordenadas que surgen del reporte de procesamiento luego del ajuste de la red de triángulos, con los datos de las bases que están publicados en las monografías.

BASE	COORDENADA	REPORTE	MONOGRAFÍA
UYAR	Latitud	30° 24' 42"2941	30° 24' 42"2973
	Longitud	56° 29' 26"4509	56° 29' 26"4521
	Altura elipsoidal	146.433	146.487
UYPA	Latitud	32° 17' 28"5025	32° 17' 28"5049
	Longitud	58° 04' 01"8783	58° 04' 01"8792
	Altura elipsoidal	71.775	71.859
UYMA	Latitud	34° 51' 46"8061	34° 51' 46"8071
	Longitud	55° 05' 9"6785	55° 05' 9"6797
	Altura elipsoidal	39.0170	39.075
UYTT	Latitud	33° 14' 28"6805	33° 14' 28"6828
	Longitud	54° 22' 49"3017	54° 22' 49"3032
	Altura elipsoidal	68.968	68.973

Tabla 2. Comparación de coordenadas de estaciones REGNA.

A priori y a falta aún de la realización de un análisis estadístico más riguroso que valide los resultados obtenidos y analizando dicha comparación, entre los datos publicados y los datos obtenidos a partir del procesamiento, se observa que la componente altimétrica (altura elipsoidal), varía entre 1 centímetro y 8 centímetros, según el caso (Ver Tabla 2).

Además, se adoptó otra metodología basada en el procesamiento por triángulos utilizando tres posiciones geodésicas. Consiste en seleccionar una ubicación como referencia inicial y calcular un vector desde esta coordenada hacia otra, usando datos del archivo RINEX como partida. Luego, se desactiva este vector y se determina uno nuevo que va desde la posición previamente calculada hacia una tercera ubicación.

El procedimiento antes descrito, se repite una vez más, regresando finalmente al punto de partida. En este punto inicial, se compararon los resultados obtenidos con los datos del archivo RINEX.

Este procedimiento se hizo para un único ejemplo (ver Tabla 2), a modo de validación final, ya que si hubiera algún dato con errores groseros, los mismos ya hubieran sido detectados en el ajuste de la red, más precisamente en los valores de las desviaciones estándares de las coordenadas ajustadas de las estaciones permanentes. Estos valores se pueden ver en el reporte del procesamiento (ver anexo).

Posteriormente se calculó el vector de cierre. Con el mismo se pudo asegurar que tanto los datos de observación (archivos RINEX), como el procesamiento están correctos.

Para este caso, la metodología se llevó a cabo con las estaciones permanentes UYIF, UYFD y UYMO.

TRIÁNGULO	UYIF - UYFD	UYFD-UYMO	UYMO - UYIF	UYIF RINEX	Diferencia^2	Módulo V. Cierre
X	2942131.534	2909132.943	2931854.727	2931854.709	0.0003	0.0351
Y	-4393139.919	-4355451.164	-4335667.379	-4335667.388	0.0001	
Z	-3555382.715	-3627801.319	-3632989.207	-3632989.236	0.0008	

Tabla 3. Procesamiento por triángulos.

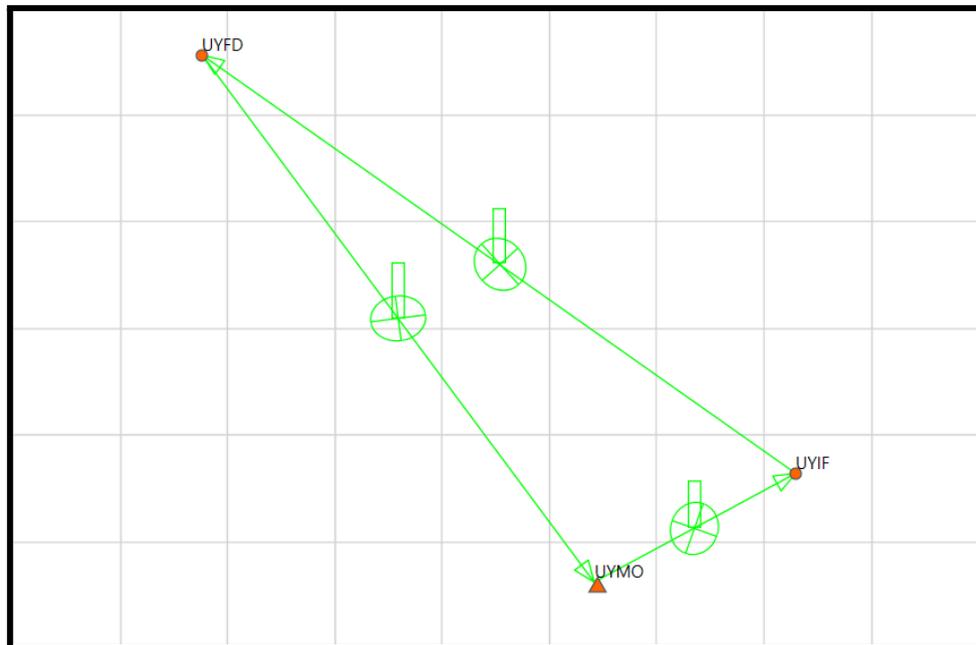


Figura 17. Procesamiento por triángulos.
(Elaboración propia)

4.2.1.2. Resultado del análisis de confiabilidad de REGNA

Luego de haber realizado un estudio de los datos de observaciones de la red REGNA, que nos permitió descartar posibles errores que los mismos podrían llegar a tener, es que podemos afirmar que los errores surgen a la hora de obtener los valores de la ondulación geoidal.

Si recordamos, el valor de la ondulación geoidal surge a partir de la resta de la altura elipsoidal y la altura ortométrica. Teniendo en cuenta que la altura elipsoidal ya fue chequeada mediante el procedimiento antes mencionado, es que resta analizar los valores de las alturas oficiales, es decir aquellas alturas niveladas para cada vértice que se conocen a partir de las monografías oficiales del IGM.

Tal como lo establecen los archivos RINEX de cada una de las estaciones, éstas antenas están indicadas con altura 0, entonces el punto de referencia es la base de la misma (ARP), que debe ser estrictamente el mismo punto desde el cual se llega mediante la nivelación geométrica a la hora de determinar la altura oficial. Como es sabido, mediante los procedimientos desarrollados anteriormente, los datos de los archivos de observación son correctos, y a su vez son datos que se procesan tanto en Uruguay como en SIRGAS, a nivel internacional. A partir de esto, y observando los valores obtenidos a partir del cálculo del Delta N, es lógico suponer que el error surge de los valores de la altura nivelada y no de las coordenadas geodésicas.

4.2.2. REGNAP - ROU

La Red Geodésica Nacional Pasiva de la República Oriental del Uruguay (REGNAP-ROU) es un marco de referencia geodésico que se basa en vértices de control físicos establecidos en el terreno. Estos vértices están monumentados y son utilizados para trabajos de topografía, cartografía y otras aplicaciones geoespaciales que requieren un marco de referencia preciso.

Para la Red REGNAP, se llevó a cabo el mismo procedimiento respecto al cálculo de las Ondulaciones Geoidales que en la red anterior, tanto de los datos de alturas oficiales IGM conocidas a partir de las monografías, como las referidas al modelo geoidal EGM08.



Red Geodésica Nacional Pasiva de la República Oriental del Uruguay (REGNAP - ROU)



ABLL

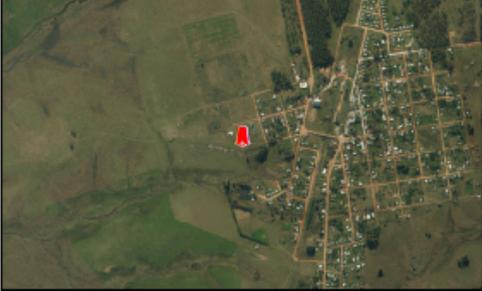
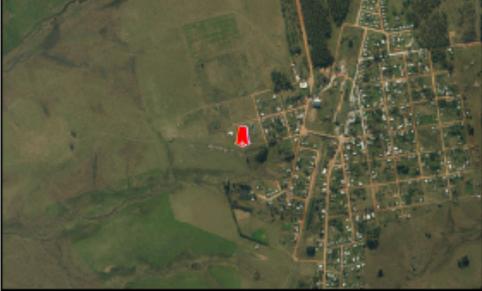
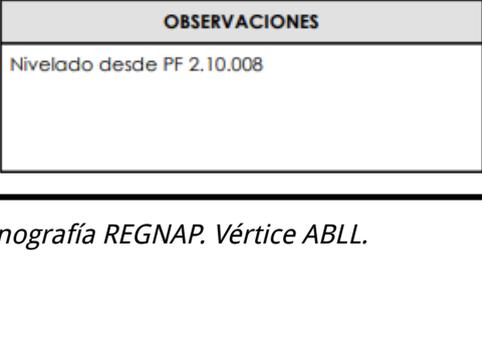
COORDENADAS					ALTURA				
LATITUD		32°53'14"774 S			ELIPSOIDAL		150,63		m
LONGITUD		55°37'19"068 W			Determinación		GNSS de alta precisión		
UTM	ZONA 21H	X	628898,796	m	N.M.M (Cero	Chapa	133,78	m	
		Y	6360349,867	m	Oficial)	Rosca 5/8"	134,974		m
Sistema de referencia		SIRGAS ROU 98			Determinación		Nivelación de alta precisión		
Determinación		GNSS de alta precisión			FOTOGRAFÍA				
DEPARTAMENTO		LOCALIDAD/PARAJE							
Durazno		Blanquillo							
UBICACIÓN									
Plaza de Deportes de Blanquillo, al S de cancha de fútbol, casa y piscina del Complejo I.M. Durazno.									
REFERENCIA GRÁFICA									
									
SEÑALIZACIÓN									
Mojon tronco piramidal.									
ÚLTIMAS INSPECCIONES					OBSERVACIONES				
11/08/2011 SOM Rodríguez 28/06/2012 SOM Rodríguez 21/03/2017					Nivelado desde PF 2.10.008				

Figura 18. Ejemplo: Monografía REGNAP. Vértice ABLL.

Inicialmente, se dispuso de datos correspondientes a 67 vértices. Sin embargo, 7 de ellos no incluían ambos valores en las monografías, ya sea la altura elipsoidal o la altura ortométrica, lo que resultó en un total de 60 vértices de la red pasiva disponibles para el análisis.

A continuación se muestran los resultados obtenidos, siendo “h” la altura elipsoidal y “H” la altura oficial nivelada referida al Cero Oficial.

PUNTO	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	Δ N
A1DJ	44.670	31.935	12.735	31.804	12.866	-0.131
AACH	193.849	177.793	16.056	177.491	16.358	-0.302
AADA	81.810	65.084	16.726	65.012	16.798	-0.072
AAGL	294.908	279.644	15.264	278.713	16.195	-0.931
AAIG	102.630	88.459	14.171	89.430	13.200	0.971
AANA	134.811	119.857	14.954	119.434	15.377	-0.423
AATO	102.570	85.541	17.029	85.283	17.287	-0.258
ABBM	154.360	139.540	14.820	139.547	14.813	0.007
ABEL	99.190	83.884	15.306	83.628	15.562	-0.256
ABLL	150.630	135.172	15.458	134.974	15.656	-0.198
ABUN	98.458	83.563	14.895	83.203	15.255	-0.360
ACCO	275.409	260.227	15.182	259.958	15.451	-0.269
ACEA	23.320	10.023	13.297	9.796	13.524	-0.227
ACEN	95.214	78.654	16.560	78.249	16.965	-0.405
ACLL	23.740	11.712	12.028	11.521	12.219	-0.191
ACLO	21.153	4.783	16.370	4.655	16.498	-0.128
ACPA	104.900	89.864	15.036	89.597	15.303	-0.267
ADOL	38.450	21.335	17.115	21.620	16.830	0.285
AEDE	139.790	125.892	13.898	126.830	12.960	0.938
AFBS	40.466	23.244	17.222	22.920	17.546	-0.324
AFMO	156.110	142.005	14.105	141.652	14.458	-0.353
AGCH	107.700	91.091	16.609	90.810	16.890	-0.281
AICS	205.798	189.340	16.458	189.275	16.523	-0.065
AINA	154.050	140.817	13.233	140.585	13.465	-0.232
AJLL	25.806	9.792	16.014	9.658	16.148	-0.134
AJPV	74.270	60.078	14.192	61.120	13.150	1.042

AJYO	329.060	313.845	15.215	314.490	14.570	0.645
ALCA	54.290	41.918	12.372	42.198	12.092	0.280
ALCH	160.790	146.859	13.931	146.298	14.492	-0.561
ALIB	39.527	24.141	15.386	24.904	14.623	0.763
ALLA	112.390	98.786	13.604	97.400	14.990	-1.386
ALLL	131.570	116.444	15.126	116.180	15.390	-0.264
ALNO	43.210	29.016	14.194	29.810	13.400	0.794
AMLO	110.300	97.243	13.057	96.764	13.536	-0.479
ANBN	70.570	53.279	17.291	52.980	17.590	-0.299
APAL	112.050	94.984	17.066	94.756	17.294	-0.228
APDV	171.380	155.437	15.943	155.023	16.357	-0.414
APDY	146.960	130.853	16.107	133.510	13.450	2.657
APJA	69.230	54.698	14.532	55.721	13.509	1.023
APPA	116.560	101.447	15.113	101.290	15.270	-0.157
AQCH	91.130	74.468	16.662	74.100	17.030	-0.368
AQCO	257.863	241.566	16.297	241.295	16.568	-0.271
AQNA	267.770	252.147	15.623	251.760	16.010	-0.387
ARBO	26.560	14.689	11.871	14.485	12.075	-0.204
ARCH	38.430	25.771	12.659	25.530	12.900	-0.241
ASCS	46.330	33.462	12.868	34.331	11.999	0.869
ASDM	63.580	49.203	14.377	49.020	14.560	-0.183
ASJR	68.905	51.676	17.229	58.510	10.395	6.834
ASOA	70.062	53.647	16.415	53.329	16.733	-0.318
ASRN	60.014	44.834	15.180	44.673	15.341	-0.161
ASTO	72.140	55.731	16.409	55.441	16.699	-0.290
ATDO	86.260	71.638	14.622	71.580	14.680	-0.058
ATRA	205.050	190.365	14.685	190.090	14.960	-0.275
ATRI	143.720	127.095	16.625	125.903	17.817	-1.192
ATUP	319.820	304.893	14.927	304.673	15.147	-0.220
AVAL	304.020	288.828	15.192	288.499	15.521	-0.329
AVDC	174.500	158.473	16.027	158.171	16.329	-0.302
AVRA	40.170	27.043	13.127	28.784	11.386	1.741
AVZZ	73.760	60.321	13.439	61.110	12.650	0.789
BBUN	56.812	41.832	14.980	41.622	15.190	-0.210

Tabla 4. Alturas y ondulaciones geoidales REGNAP.

Análogamente a lo tratado en la red activa, se realizó un análisis gráfico de los vértices de la red REGNAP.

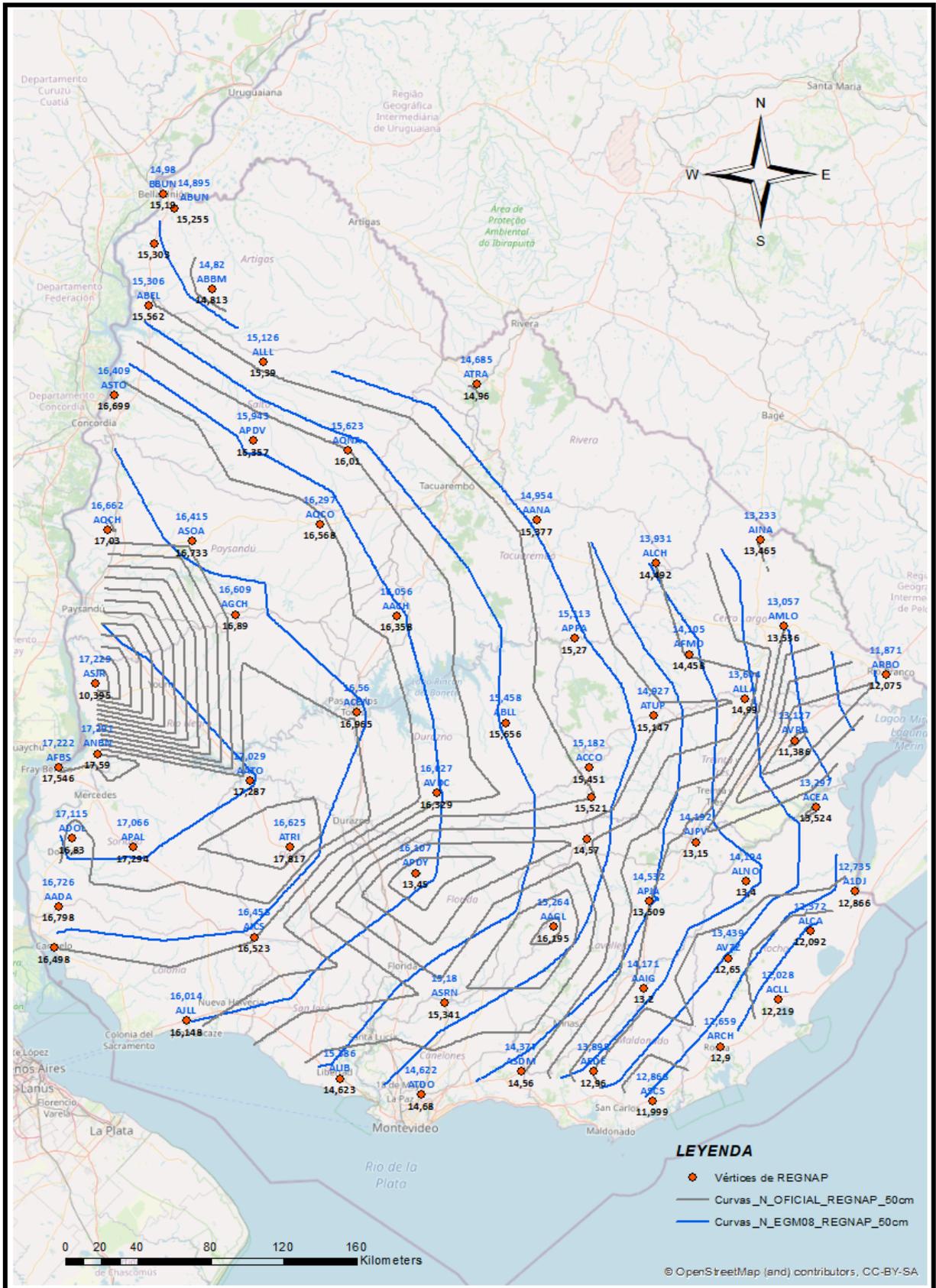


Figura 19. Curvas de isovalor de N de los vértices de la REGNAP, cada 50 cm. (Elaboración propia)

Para llevar a cabo el análisis gráfico de la red REGAP-ROU, se realizó una superficie de interpolación, teniendo especial recaudo en establecer como frontera cada uno de los 60 vértices que componen la red. A partir de dicha superficie se crearon las líneas de isovalor, partiendo de los valores de la Ondulación Geoidal, referida al EGM08 (color azul) como también a la altura oficial (color negro). Para este caso el intervalo de las curvas de isovalor es de 0,50 metros.

Se observa una notable diferencia en el comportamiento de las curvas de isovalor para los valores de N referidos al EGM08 en comparación con los valores de N referidos a la altura oficial. Las líneas de isovalor asociadas al EGM08 muestran una tendencia consistente, coherente y ordenada. (Ver figura 19)

En cambio, las líneas de isovalor referidas a la altura oficial muestran valores atípicos o "outliers", especialmente en las regiones de Paysandú, Cerro Largo y Florida. Esto se manifiesta en las irregularidades de las curvas, que no siguen un trazado homogéneo y forman "picos" que crean zonas más densas con curvas más estrechas, indicando cambios abruptos en los valores. Al examinar los valores de la ondulación geoidal referida al cero oficial, se confirma esta observación, ya que las diferencias entre vértices geográficamente cercanos son notablemente significativas.

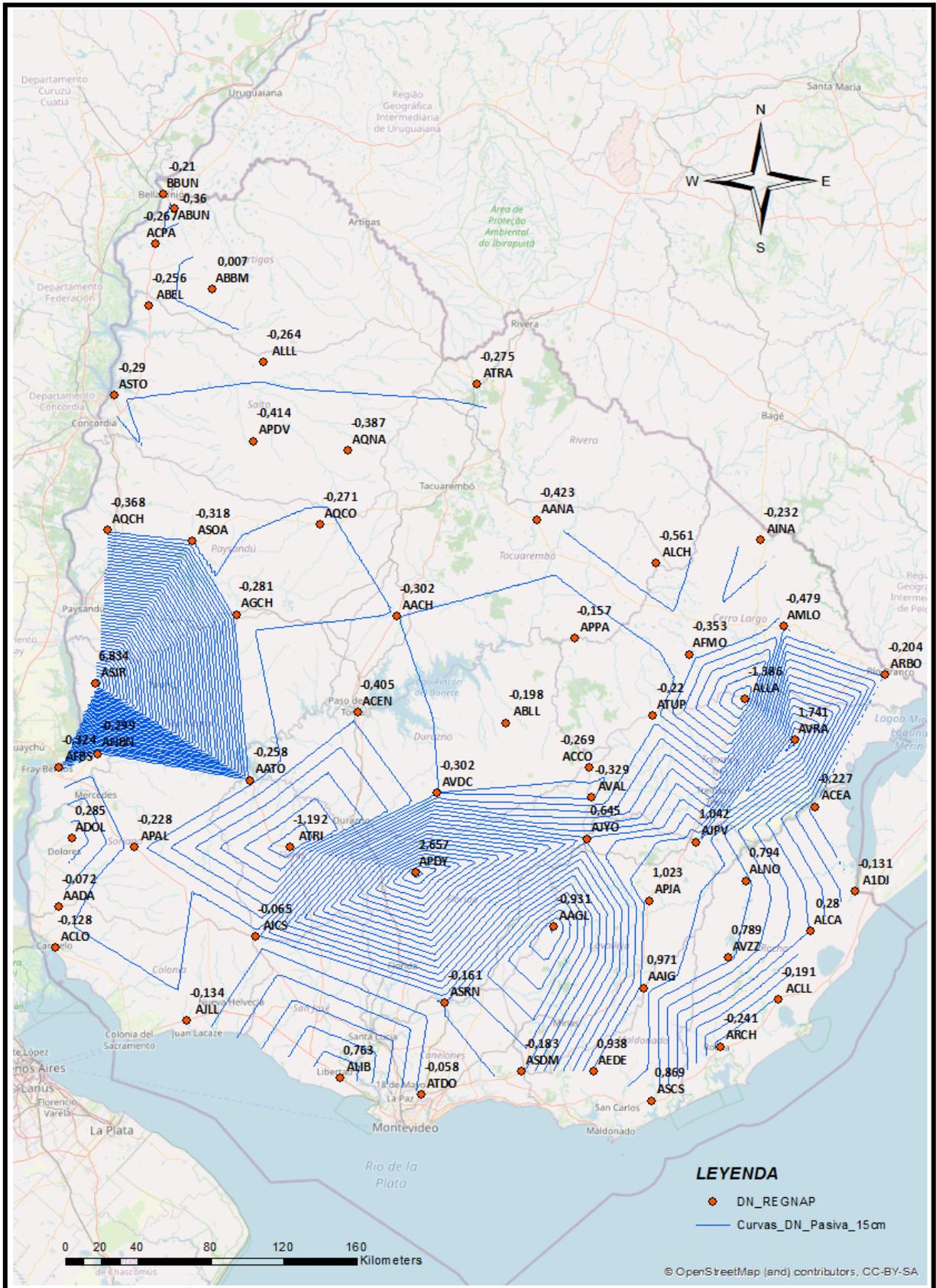


Figura 20. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNAP, cada 15 cm. (Elaboración propia)

Para el caso del análisis visual de la variación de la ondulación geoidal, las líneas de isovalor están generadas cada 0,150 m. (Ver figura 20)

Se vuelven a ver las inconsistencias que surgen del gráfico de la ondulación geoidal referida al cero oficial, en consecuencia de estar estudiando un nuevo parámetro que es definido a partir de los valores analizados anteriormente.

En una primera instancia y con el fin de obtener un gráfico más representativo se optó por eliminar estos valores atípicos, que son los siguientes:

ASJR ($\Delta N=6.83\text{m}$), ALLA ($\Delta N=-1.39\text{m}$), APDY ($\Delta N=2.66\text{m}$), AVRA ($\Delta N=1.74\text{m}$),
AJPV ($\Delta N=1.04\text{m}$) y APJA ($\Delta N=1.02$).

En el apartado 4.5 (“Análisis Estadístico de los Datos”), fue analizado de forma cuantitativa estos tipos de errores, lo que en esta instancia del trabajo se está aseverando desde el punto de vista gráfico. En el apartado estadístico se estableció una tolerancia de ± 30 centímetros, considerando a todo valor que se encuentre fuera del intervalo como valores sospechosos.

Los resultados obtenidos se ilustran a continuación, junto a un mapa de calor para dicho conjunto de vértices. Para obtener el mapa de calor, se generó una superficie de interpolación IDW.

La interpolación IDW (Inverse Distance Weighting, o Ponderación Inversa de la Distancia) es un método de interpolación utilizado para estimar valores en un punto no muestreado basado en los valores conocidos de puntos cercanos.

En términos simples, IDW asume que los puntos más cercanos a la ubicación a estimar tienen una mayor influencia sobre el valor estimado que los puntos más distantes. Esta influencia disminuye con la distancia, de modo que los valores de los puntos cercanos tienen mayor peso en la estimación que los puntos lejanos. El resultado es una superficie continua que puede usarse para crear mapas de calor, entre otros tipos de análisis espaciales.

Cabe aclarar que en las ilustraciones que se muestran a continuación, si bien visualmente se pueden apreciar los vértices mencionados anteriormente, los mismos no fueron tenidos en cuenta a la hora de realizar los análisis correspondientes.

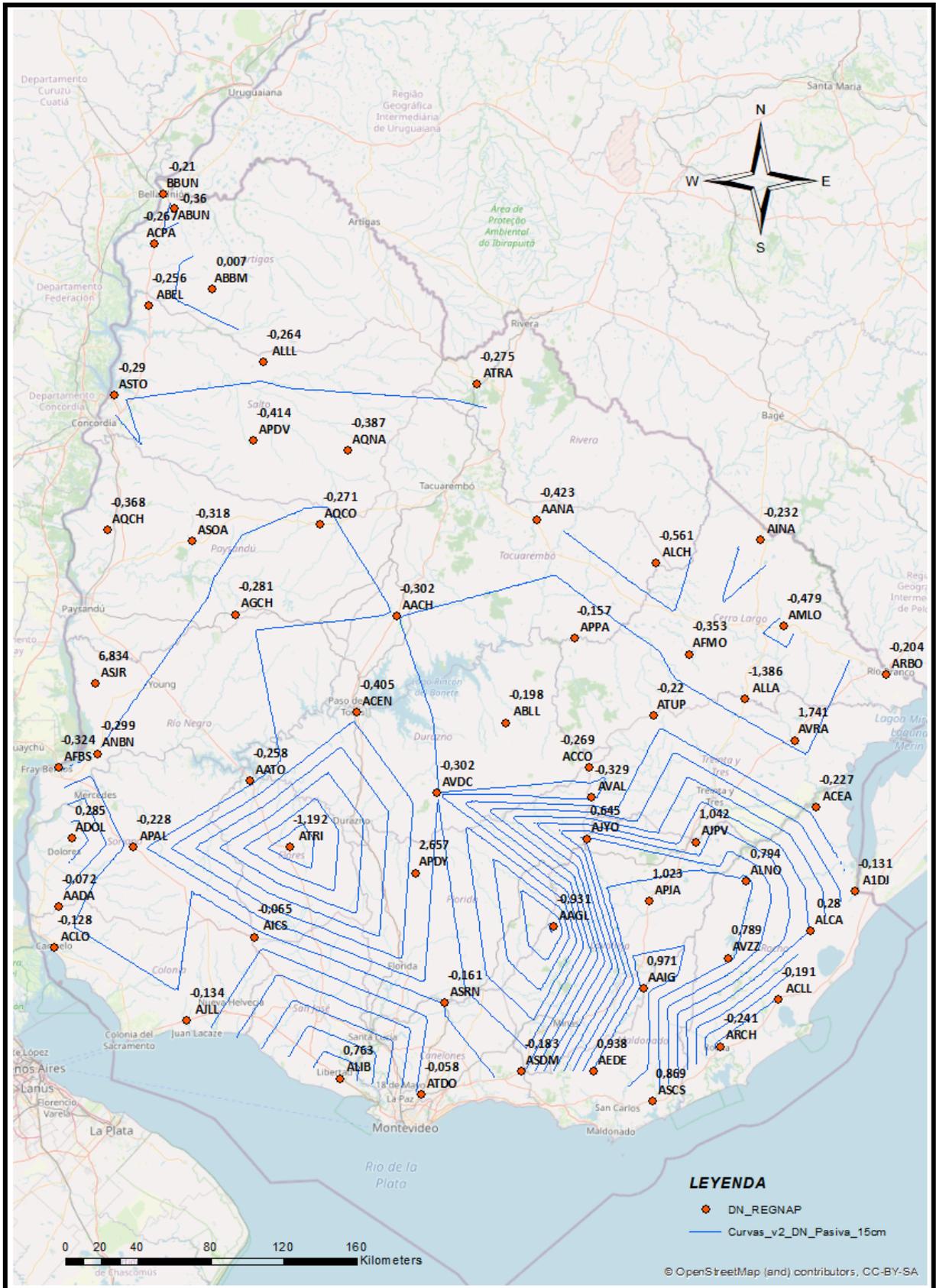


Figura 21. Curvas de isovalor de ΔN de los vértices de la REGNAP, cada 15 cm. (Elaboración propia)

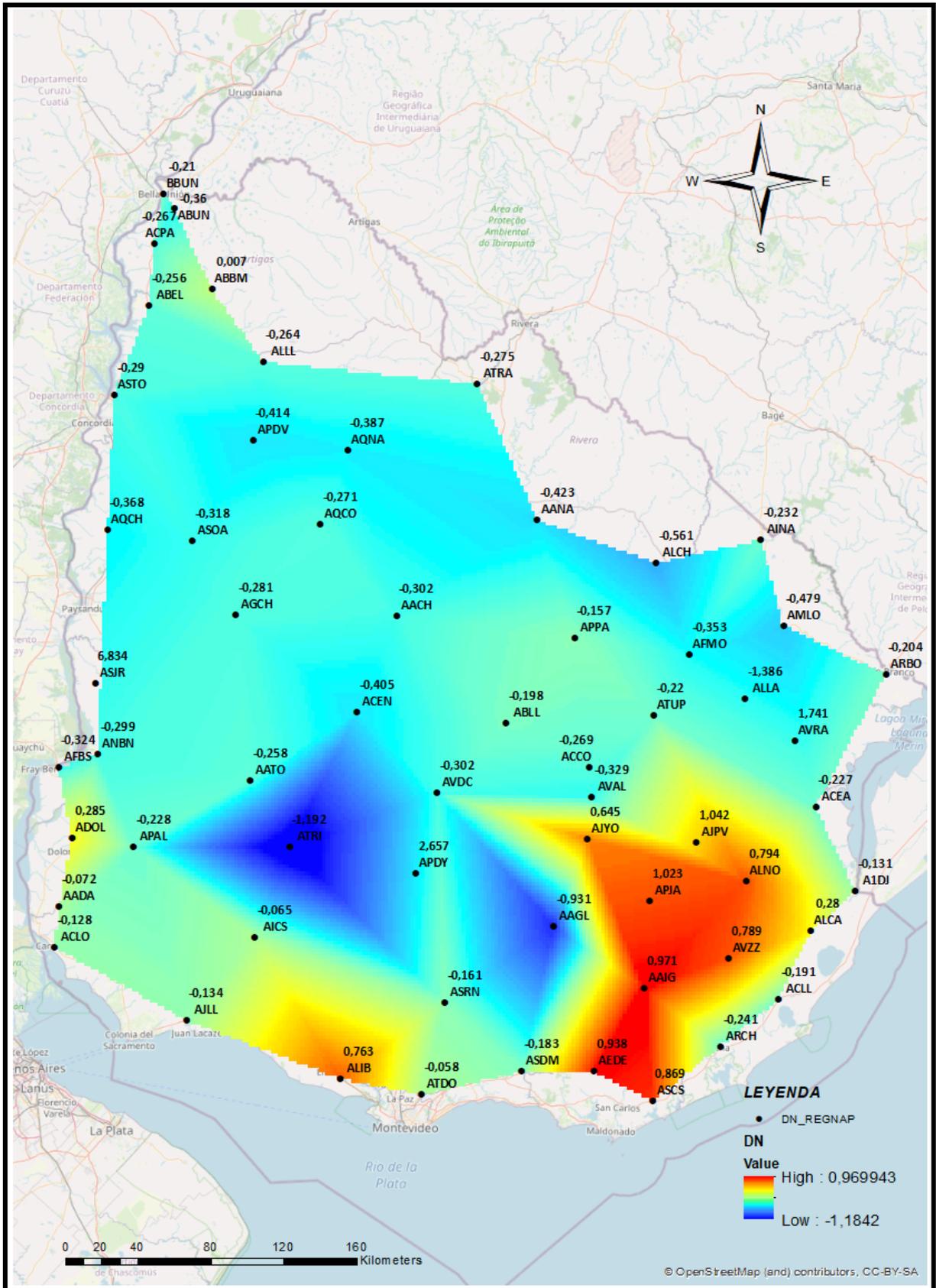


Figura 22. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNAP.
(Elaboración propia)

Luego de realizados los análisis espaciales anteriormente descritos, nuevamente mediante la implementación de un análisis visual se pudieron observar la presencia de valores atípicos u outliers que se describen a continuación.

En las próximas imágenes se ven los resultados de realizar las curvas de isovalor y mapa de calor, sin los siguientes datos:

ALIB ($\Delta N=0.76$), ASCS ($\Delta N=0.87$), AEDE ($\Delta N=0.76$), ATRI ($\Delta N=-1.19$), AAIG ($\Delta N=0.97$), AAGL ($\Delta N=-0.93$), ALNO ($\Delta N=0.79$), AVZZ ($\Delta N=0.79$), AJYO ($\Delta N=0.64$), ADOL ($\Delta N=0.28$), ALCA ($\Delta N=0.28$).

Los datos antes mencionado se descartaron ya que en el análisis anterior (Ver figura 24) se detectaron incoherencias en los valores de la variable analizada (ΔN), entre el vértice en cuestión y los más próximos a este, siendo valores muy dispares entre sí, para vértices muy cercanos geográficamente.

Analizando las nuevas curvas de isovalor (Ver Figura 25), se observó una mejora en el modelo, no solo de curvas si no que también en el mapa de calor.

Aunque se observó una mejora significativa en el modelo, no es posible afirmar con certeza que la muestra resultante esté libre de errores. Esto se debe a que, por la naturaleza de la red con la cual se trabajó, no se dispone de "datos crudos" o datos de observaciones originales. Por lo tanto, no es posible contrastar estos datos con los publicados en las monografías de cada uno de los vértices, como sí se pudo hacer con la red REGNA. Esto limita la posibilidad de verificar posibles errores en las coordenadas geodésicas.

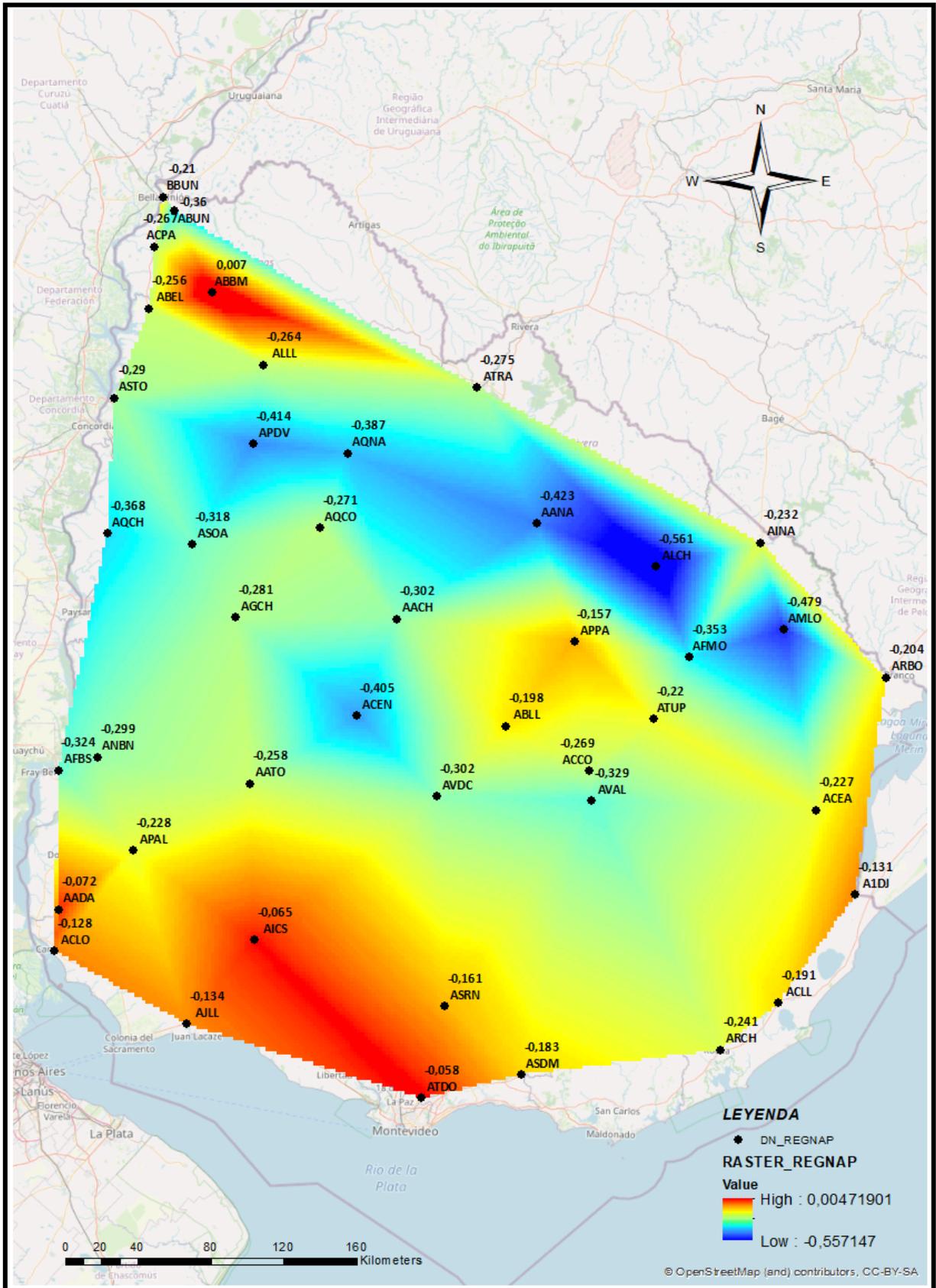


Figura 24. Mapa de calor de ΔN de los vértices de la REGNAP.
(Elaboración propia)

4.2.2.1. Resultado del análisis de confiabilidad de REGNAP

Luego de realizar un estudio visual del comportamiento tanto de la ondulación geoidal como de la variación de la misma, se pudo llegar a ciertas conclusiones.

Como es sabido, el valor de la ondulación geoidal surge a partir de la resta de la altura elipsoidal y la altura oficial. Teniendo en cuenta que se detectan errores groseros al momento de graficar los valores de N referidos a la altura oficial, es que se puede sospechar de las alturas oficiales, es decir aquellas alturas niveladas para cada vértice que se conocen a partir de las monografías oficiales del IGM.

En cuanto a la altura elipsoidal, a diferencia de la Red Activa REGNA, no es posible verificar errores en las coordenadas geodésicas de la red REGNAP. No se pueden aplicar técnicas de procesamiento GNSS a los datos de esta red, a menos que se realicen mediciones in situ, se procesen y luego se comparen con los valores de las coordenadas geodésicas publicados en las monografías.

Lo anterior, se debe a que la red REGNAP no está conformada por estaciones permanentes, sino por mojones monumentados. Debido a la naturaleza de esta red, no se dispone de "datos crudos" o datos de observaciones originales. Por lo tanto, no es posible contrastar estos datos con los publicados en las monografías de cada uno de los vértices, como sí se pudo hacer con la red REGNA. Esta limitación restringe la capacidad de identificar posibles errores en las coordenadas geodésicas.

Por estos motivos, se concluye que en la Red Pasiva REGNAP, no solo la altura nivelada es problemática, sino que también los valores de las coordenadas geodésicas deben ser puestos en duda.

En la sección “Trabajo de campo de verificación”, que en el cuerpo del documento se encuentra a continuación, se abordaron las mediciones realizadas en campo y el posterior procesamiento de las mismas, lo que permitió obtener resultados más rigurosos y precisos en relación con la conclusión previamente establecida.

4.2.3. ANP

Finalmente, se analizó la tercera y última red. El análisis en cuestión es similar al de las redes antes analizadas. En este caso se trata de una red implementada de forma conjunta entre el IGM y la ANP para referencia, posicionamiento y nivelación de cualquier proyecto, obra o intervención en los puertos. Los vértices que conforman dicha red, están ubicados en los puertos de algunas ciudades de diferentes departamentos del país. Estos vértices son puntos fijos monumentados que se encuentran geográficamente concentrados entre sí dentro de una misma ciudad. Las mismas son: Rocha, La Paloma, Montevideo, Juan Lacaze, Colonia del Sacramento, Fray Bentos, Paysandú, Salto y Rivera.

Una vez digitalizadas la totalidad de las monografías disponibles, se obtuvieron los datos de cada uno de los vértices en formato digital, siendo inicialmente 80. Con este insumo se procedió a realizar el cálculo de la ondulación geoidal de 74 de ellos, ya que de los restantes no se contaba con el doble dato, faltando tanto la altura oficial como elipsoidal, dependiendo el caso.

Es importante mencionar que los datos son provenientes de una versión de monografías que corresponde al año 2022, aunque la red de ANP comenzó su proceso de construcción en el año 2013, siendo inspeccionada y actualizada año a año.



RED GEODÉSICA NACIONAL MONOGRAFÍA DE ESTACIÓN

ID: IGM-STO 05

COORDENADAS					ALTITUD				
LATITUD	31°23'04,2461"			S	ELIPSOIDAL	Chapa	29.702	m	
LONGITUD	57°58'2,3273"			W		Rosca 5/8"	-	m	
UTM	ZONA	X	407366,133	m	Determinación	GPS L1 - L2			
	21 J	Y	6527372,947	m	N. M. M.	Cero Oficial	Chapa	12.991	m
Sistema de referencia		SIRGAS-ROU98					Rosca 5/8"	-	m
Determinación		GPS L1 - L2				Determinación	Nivelación de Alta Precisión		
Fecha de construcción		Octubre 2013				Cero Warthon	Chapa	13.901	m
Fecha de medición		Diciembre 2013			Rosca 5/8"		-	m	
Determinación		Nivelación de Alta Precisión			FOTOGRAFÍAS				
UBICACIÓN									
Cámara al SE de intersección de Eduardo Malaquina Ugolini y 19 de Abril.									
Salto, Salto									
REFERENCIA GRÁFICA									
									
SEÑALIZACIÓN									
Chapa de nivelación del IGM ubicada en cámara subterránea de 20x20 cm.									
OBSERVACIONES									
NMM: Nivel Medio del Mar. Cero Oficial Ley del 20/05/1949									

Actualizado: Septiembre 2022

Figura 25. Ejemplo: Monografía ANP. Vértice IGM-STO 05. Departamento de Salto.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos, siendo “h” la altura elipsoidal y “H” la altura oficial nivelada referida al Cero Oficial, para los 74 vértices de la red ANP.

PUNTO	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	Δ N
IGM-JLL 01	19.521	3.560	15.960	3.592	15.929	0.031
IGM-JLL 02	19.519	3.560	15.960	3.574	15.945	0.015
IGM-JLL 03	19.229	3.270	15.960	3.274	15.955	0.005
IGM-JLL 04	19.296	3.330	15.960	3.366	15.930	0.030
IGM-JLL 05	18.454	2.490	15.960	2.525	15.929	0.031
IGM-JLL 06	19.425	3.460	15.960	3.497	15.928	0.032
IGM-LPA 01	13.823	2.320	11.510	2.298	11.525	-0.015
IGM-LPA 02	13.865	2.350	11.520	2.324	11.541	-0.021
IGM-LPA 03	14.216	2.700	11.520	2.679	11.537	-0.017
IGM-LPA 04	13.920	2.390	11.530	2.380	11.540	-0.010
IGM-LPA 05	14.723	3.190	11.540	3.169	11.554	-0.014
IGM-LPA 06	16.613	5.080	11.530	5.066	11.547	-0.017
IGM-LPA 07	15.020	3.510	11.510	3.495	11.525	-0.015
IGM-CDS 01	19.941	4.040	15.900	3.974	15.967	-0.067
IGM-CDS 02	20.012	4.120	15.900	4.059	15.953	-0.053
IGM-CDS 03	20.521	4.620	15.900	4.565	15.956	-0.056
IGM-CDS 04	19.985	4.090	15.900	4.023	15.962	-0.062
IGM-CDS 05	22.215	6.320	15.900	6.236	15.979	-0.079
IGM-NPA 01	20.806	4.240	16.570	4.092	16.714	-0.144
IGM-NPA 02	20.771	4.200	16.570	4.051	16.720	-0.150
IGM-NPA 03	20.080	3.510	16.570	4.066	16.014	0.556
IGM-NPA 04	21.538	4.970	16.570	4.822	16.716	-0.146
IGM-NPA 05	21.543	4.970	16.570	4.846	16.697	-0.127
IGM-NPA 06	20.407	3.830	16.580	3.703	16.704	-0.124
IGM-FBS 01	21.931	4.740	17.190	4.525	17.406	-0.216
IGM-FBS 02	21.930	4.740	17.190	4.553	17.377	-0.187
IGM-FBS 03	21.778	4.590	17.190	4.395	17.383	-0.193
IGM-FBS 04	21.598	4.400	17.190	4.260	17.338	-0.148
IGM-FBS 05	32.810	15.620	17.190	15.471	17.339	-0.149
IGM-FBS 06	22.453	5.260	17.190	5.116	17.337	-0.147
IGM- STO 01	28.439	11.980	16.450	11.729	16.710	-0.260
IGM- STO 02	28.370	11.920	16.450	11.665	16.705	-0.255
IGM- STO 03	28.324	11.950	16.380	11.629	16.695	-0.315
IGM- STO 04	28.024	11.570	16.450	11.314	16.710	-0.260
IGM- STO 05	29.702	13.250	16.460	12.991	16.711	-0.251
IGM- STO 06	28.735	12.280	16.450	12.041	16.694	-0.244

IGM-PSD 01	24.083	6.890	17.200	6.590	17.493	-0.293
IGM-PSD 02	24.213	7.020	17.200	6.724	17.489	-0.289
IGM-PSD 03	24.321	7.130	17.190	6.833	17.488	-0.298
IGM-PSD 04	24.202	7.010	17.190	6.725	17.477	-0.287
IGM-PSD 05	26.683	9.500	17.190	9.189	17.494	-0.304
IGM-PSD 06	24.002	7.010	16.990	6.512	17.490	-0.500
IGM-PSD 07	24.077	6.890	17.190	6.595	17.482	-0.292
IGM- RVR 01	224.841	210.720	14.120	210.374	14.467	-0.347
IGM- RVR 02	271.950	257.830	14.120	257.481	14.469	-0.349
IGM- RVR 03	230.462	216.340	14.120	216.001	14.461	-0.341
IGM- RVR 04	216.707	202.560	14.140	202.195	14.512	-0.372
IGM- RVR 05	204.321	190.140	14.180	189.827	14.494	-0.314
IGM- RVR 06	250.617	236.400	14.210	236.101	14.516	-0.306
IGM- RVR 07	253.003	238.750	14.250	238.446	14.557	-0.307
IGM- RVR 08	234.766	220.520	14.250	220.210	14.556	-0.306
IGM-ANP 02	17.591	3.120	14.470	2.816	14.775	-0.305
IGM-ANP 03	17.769	3.300	14.470	2.988	14.781	-0.311
IGM-ANP 05	17.801	3.340	14.460	3.011	14.790	-0.330
IGM-ANP 06	18.237	3.790	14.450	3.470	14.767	-0.317
IGM-ANP 07	17.769	3.320	14.450	2.996	14.773	-0.323
IGM-ANP 08	17.875	3.430	14.440	3.114	14.761	-0.321
IGM-ANP 09	17.975	3.500	14.480	3.178	14.797	-0.317
IGM-ANP 10	18.115	3.620	14.490	3.303	14.812	-0.322
IGM-ANP 11	18.408	3.900	14.510	3.570	14.838	-0.328
IGM-ANP 12	19.149	4.620	14.530	4.294	14.855	-0.325
IGM-ANP 13	21.834	7.280	14.560	6.955	14.879	-0.319
IGM-ANP 14	20.188	5.620	14.570	5.303	14.885	-0.315
IGM-ANP 15	28.974	14.400	14.570	14.082	14.892	-0.322
IGM-ANP 16	18.991	4.410	14.580	4.090	14.901	-0.321
IGM-ANP 17	18.507	3.920	14.590	3.601	14.906	-0.316
IGM-ANP 18	18.566	3.990	14.580	3.671	14.895	-0.315
IGM-ANP 19	18.067	3.520	14.550	3.203	14.864	-0.314
IGM-ANP 20	30.357	15.810	14.540	15.490	14.867	-0.327
IGM-ANP 21	26.816	12.270	14.540	11.952	14.864	-0.324
IGM-ANP 22	25.751	11.210	14.550	10.891	14.860	-0.310
IGM-ANP 23	107.811	93.240	14.570	92.899	14.912	-0.342
IGM-ANP 24	84.099	69.520	14.580	69.194	14.905	-0.325
IGM-ANP 25	52.730	38.150	14.580	37.810	14.920	-0.340

Tabla 5. Alturas y ondulaciones geoidales red ANP.

Para llevar a cabo el análisis visual de los vértices en cuestión, se realizaron líneas de isovalor además de un mapa de calor asociado al modelo. Se consideró que no es oportuno realizar dicho análisis con la totalidad de los vértices de la red, ya que cada uno de ellos se encuentran localizados en pequeñas zonas, lo cual dificulta a la interpolación de los datos y en dicho caso los resultados no serían para nada representativos de la realidad.

Por lo descrito anteriormente es que se decidió realizar el análisis de forma sectorizada para cada una de las ciudades donde se encuentran los puntos de la red, siendo estas La Paloma, Montevideo, Juan Lacaze, Colonia del Sacramento, Fray Bentos, Paysandú, Salto y Rivera.

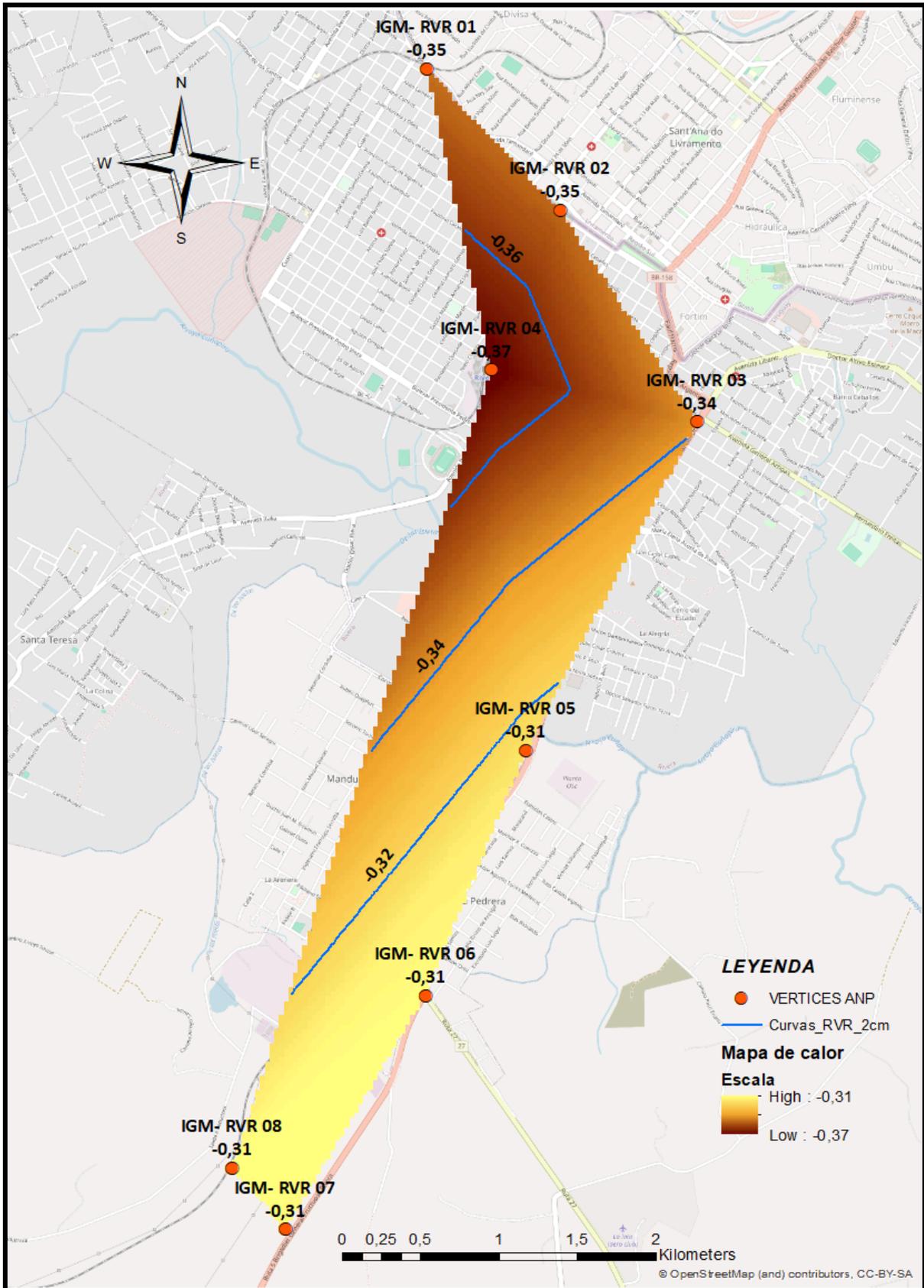


Figura 26. Curvas de isovalor de ΔN cada 2 cm y Mapa de calor. Ciudad de Rivera. (Elaboración propia)

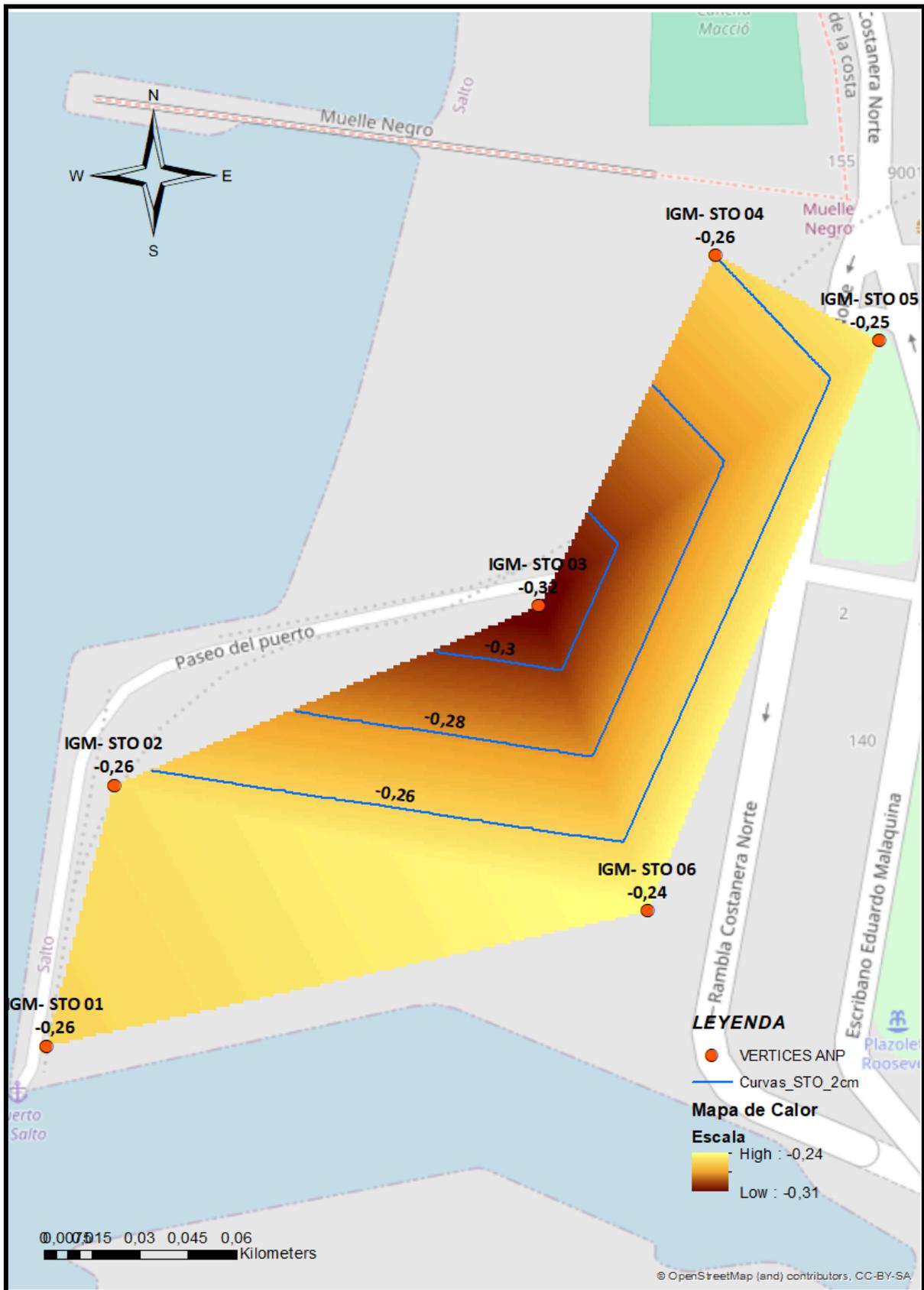


Figura 27. Curvas de isovalor de ΔN cada 2 cm y Mapa de calor. Ciudad de Salto.
(Elaboración propia)

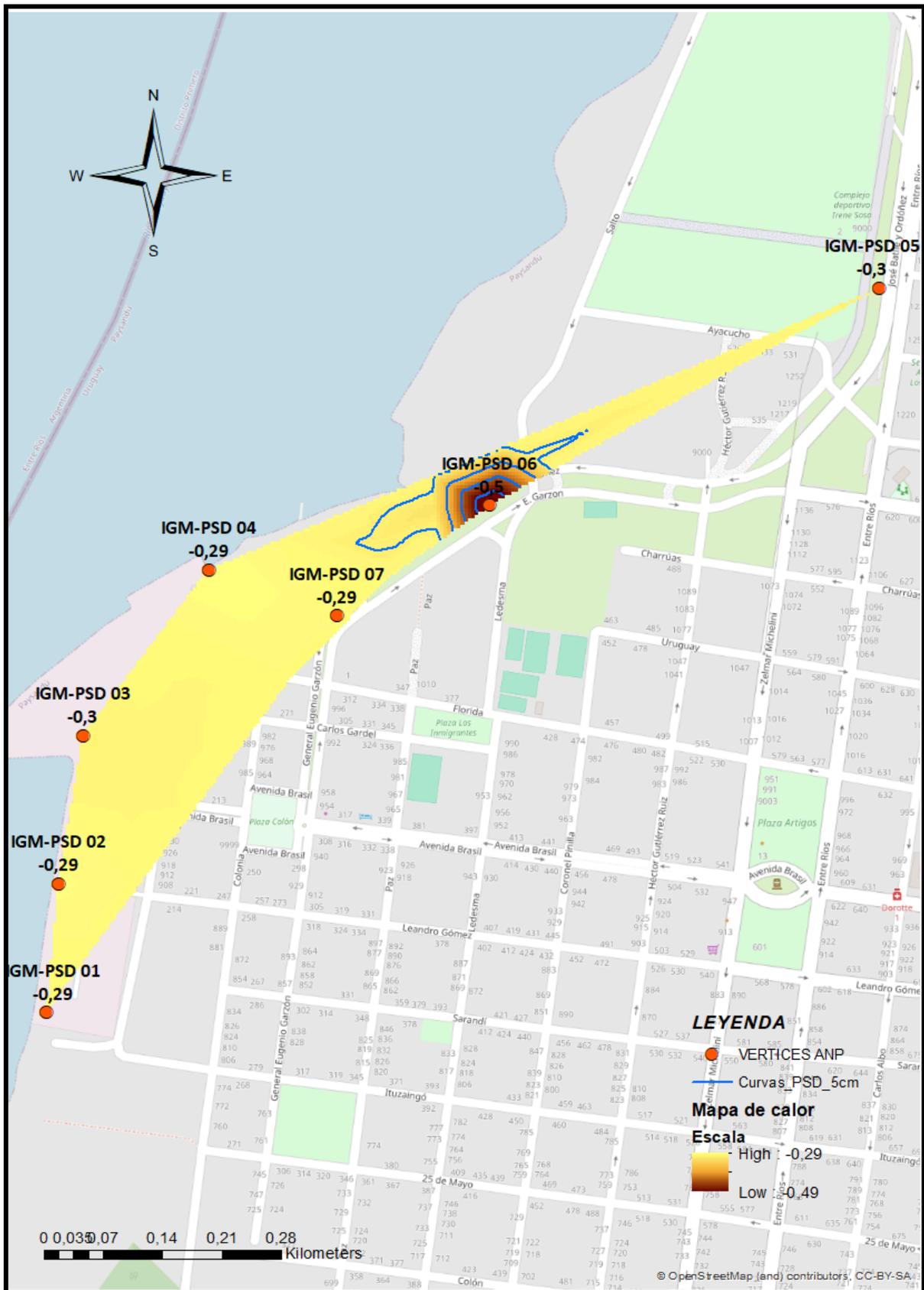


Figura 28. Curvas de isovalor de ΔN cada 5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Paysandú. (Elaboración propia)

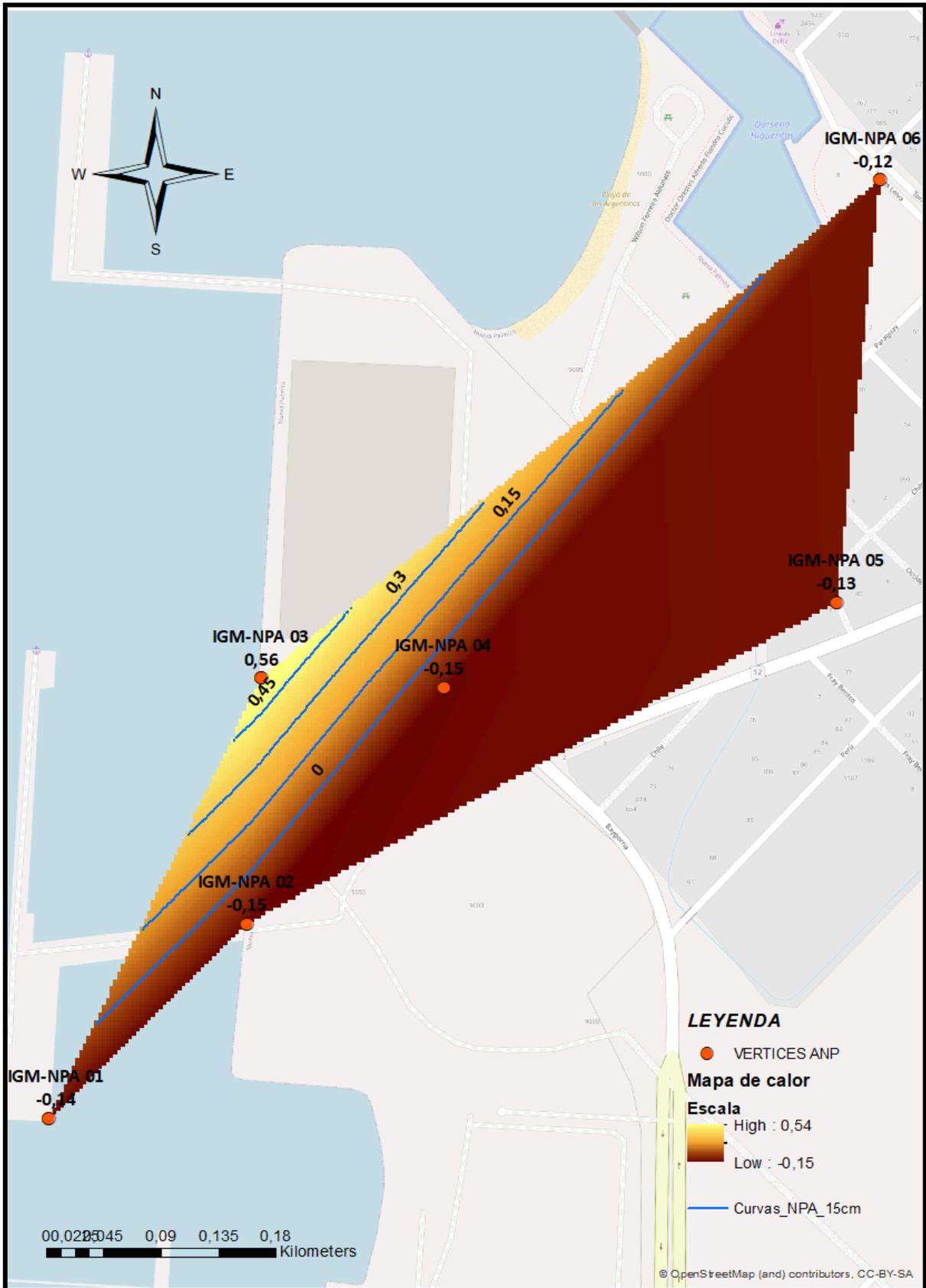


Figura 30. Curvas de isovalor de ΔN cada 15 cm y Mapa de calor. Ciudad de Nueva Palmira. (Elaboración propia)

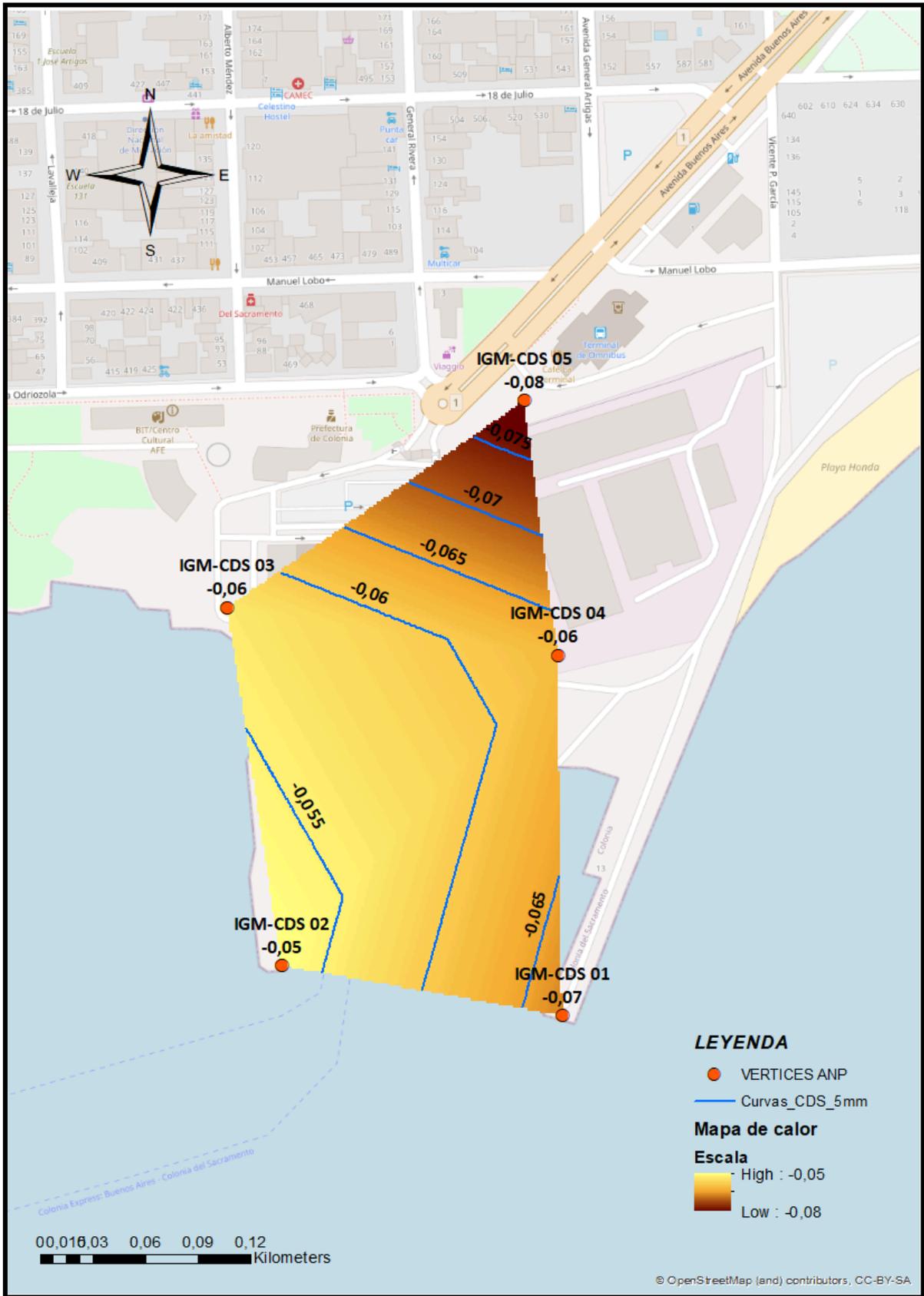


Figura 31. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Colonia del Sacramento. (Elaboración propia)

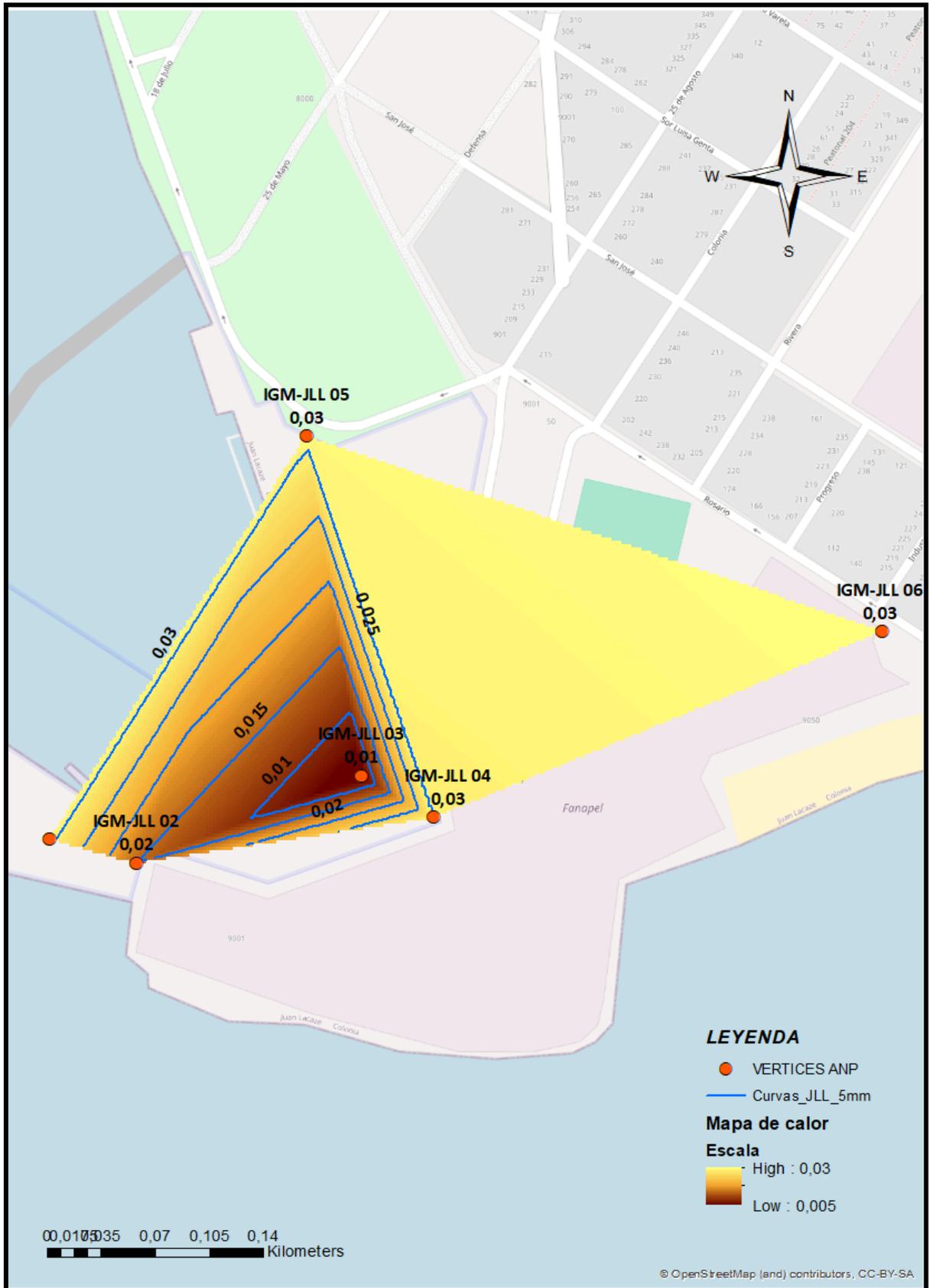


Figura 32. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Juan Lacaze. (Elaboración propia)

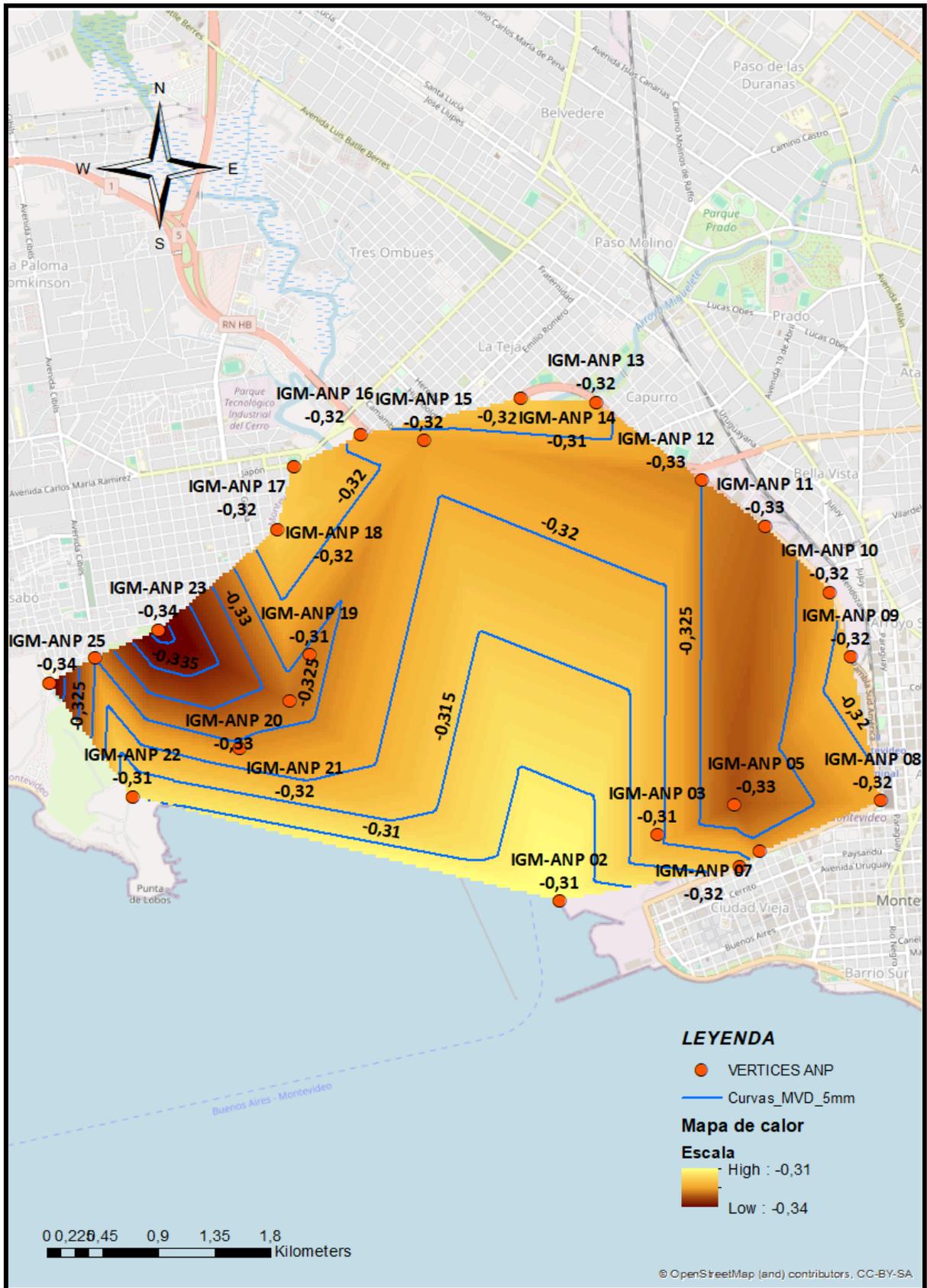


Figura 33. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.5 cm y Mapa de calor. Ciudad de Montevideo. (Elaboración propia)

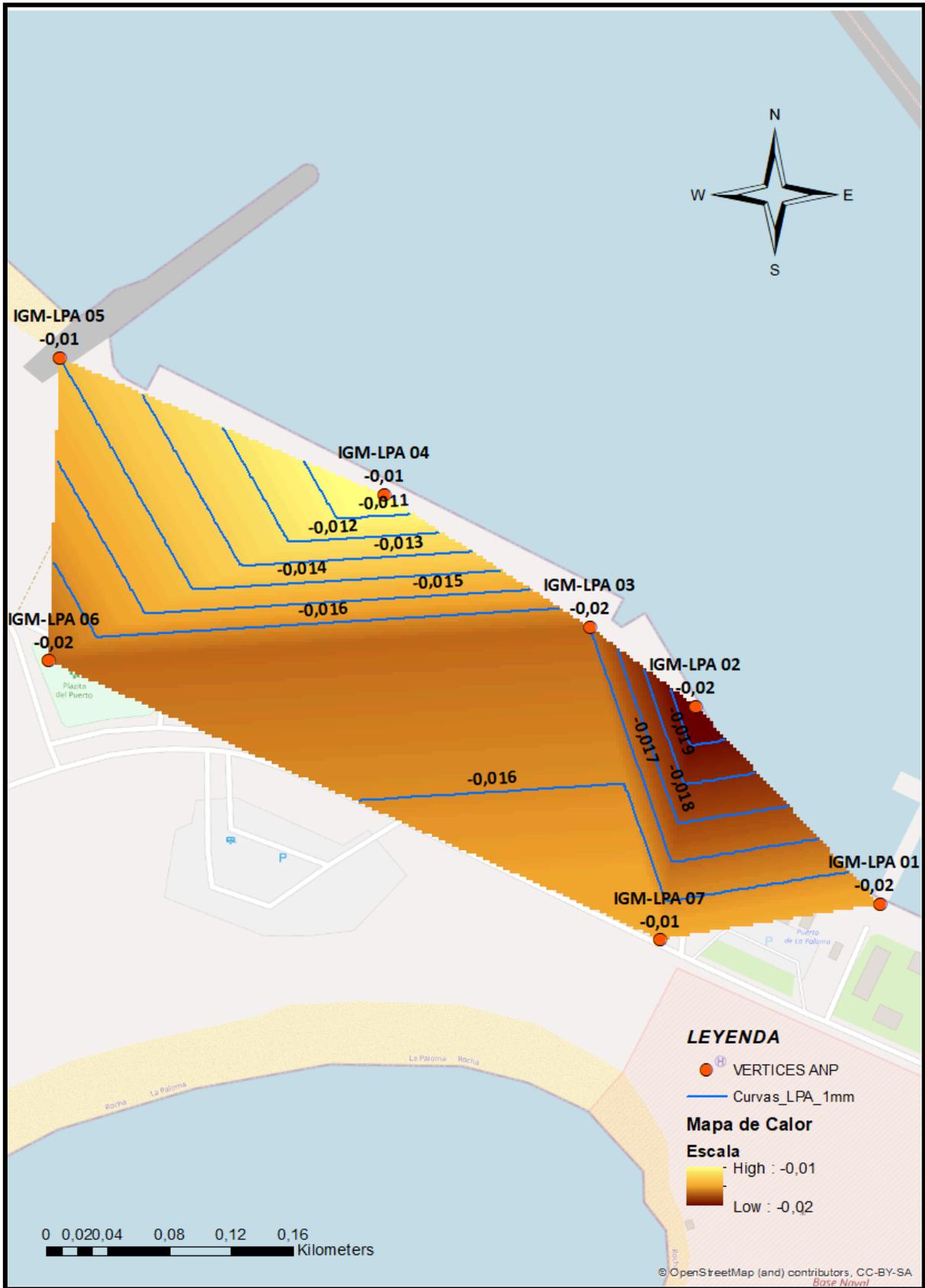


Figura 34. Curvas de isovalor de ΔN cada 0.1 cm y Mapa de calor. La Paloma. (Elaboración propia)

4.2.3.1. Resultado del análisis de confiabilidad de ANP

A partir del análisis visual de las imágenes anteriores, las líneas de isovalor y el mapa de calor de los puntos de cada subred de ANP, se observó la ausencia de irregularidades significativas. Todos los vértices están muy próximos geográficamente, y en general, las diferencias en la ondulación geoidal son del orden de los centímetros. Sin embargo, el vértice número 6 de Paysandú presenta una discrepancia de 20 centímetros en comparación con el resto de los vértices, un caso similar ocurre en Nueva Palmira, donde en vértices cercanos la discrepancia es de 7 centímetros. Aunque no se pretende emitir un juicio negativo sobre estas diferencias, resulta notable, considerando que los vértices se encuentran a escasos metros de distancia (Ver figura 28 y 30 respectivamente).

Al observar las figuras de las curvas de isovalor, estas reflejan de manera representativa las alturas de cada zona de estudio, indicando que los vértices diferenciados por región son altamente confiables para su inclusión en un modelo de transformación de alturas, tanto en las áreas de influencia de cada puerto como en la ciudad de Rivera. En estas zonas, es posible realizar una interpolación válida y precisa.

Es importante analizar las dos alturas involucradas en el valor de la ondulación geoidal, parámetro de interés a la hora de llevar a cabo un Modelo de Transformación de Alturas. Como ya se vio a lo largo del documento, el valor de la ondulación geoidal surge a partir de la resta de la altura elipsoidal y la altura oficial, por lo que ambas son objetos de estudio.

En cuanto a la altura elipsoidal, al contrario de la Red Activa REGNA y al igual que en la Red Pasiva REGNAP, no se puede calcular la incidencia de errores o equivocaciones en las coordenadas geodésicas porque no es posible realizar técnicas de procesamiento GNSS a partir de los datos de dicha red, a menos que se realicen mediciones in situ, se procesen las mismas y posteriormente se comparen los valores de las coordenadas geodésicas; las medidas versus las de la monografías.

Esto ocurre porque la red REGNAP, es una red pasiva por lo cual no se tienen "datos crudos" disponibles o datos de observaciones originales. Como resultado, no es posible comparar estos datos con los publicados en las monografías de cada vértice, a diferencia de la red REGNA. Esta limitación dificulta la detección de posibles errores en las coordenadas geodésicas.

A modo de comentario, y basándonos en el estudio visual del comportamiento de la variación de la ondulación geoidal, se observa que la variable muestra una consistencia en cada uno de los casos analizados. Aunque siempre pueden existir errores, estos no son lo suficientemente grandes como para destacarse en el análisis visual. Aún no es posible llegar a conclusiones definitivas desde el punto de vista estadístico, ya que se requiere un análisis más exhaustivo. Sin embargo, no hay motivos para afirmar que la altura oficial de cada uno de los vértices presenta errores significativos. La coherencia observada entre la altura elipsoidal y la nivelada, reflejada en el valor de la ondulación geoidal para cada caso, respalda esta afirmación.

4.3. “Errores groseros”

Haciendo un estudio analítico de todos los datos involucrados en las distintas redes objeto de análisis, y apoyándonos en el estudio gráfico de los mapas de calor y de curvas de isovalor, se pudo inferir la existencia de ciertos vértices con errores groseros en su valor de ΔN .

Se consideraron como “errores groseros” a aquellos valores de ΔN que poseen una desviación significativa y evidente, que quedarían por fuera de un intervalo de confianza del 95% y que se alejan mucho del valor verdadero o esperado. Estos errores son mucho mayores que los errores normales de observación y suelen ser el resultado de fallos humanos, o instrumentales.

Por otro lado, también fueron incluidos en esta categoría aquellos vértices cuyo módulo de ΔN presenta notorias discrepancias con respecto a sus vecinos geográficamente más próximos, ya que no solo es importante el estudio del valor del módulo de ΔN como un vértice aislado, sino también el valor en relación a su ubicación geográfica.

La obtención de los vértices que se categorizaron como “errores groseros”, por su valor de ΔN , surge de estudiar las tres redes geodésicas oficiales de Uruguay, de forma conjunta: REGNA, REGNAP y ANP, que reúnen una totalidad de 160 puntos fijos, siendo éste el universo de datos.

En primera instancia, y como se puede ver en la siguiente tabla, se detectaron 16 vértices de los 160 totales (Tabla 6), que pueden ser considerados como vértices con **errores groseros** por su valor de ΔN , que representan puntos de quiebres **en los mapas de isovalor y mapas de calor** y que corresponden a las redes REGNAP y REGNA.

La tabla que se muestra a continuación representa los errores groseros que fueron considerados únicamente a partir de los análisis visuales realizados anteriormente.

VÉRTICE	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	ΔN	RED
ASJR	68.905	51.676	17.229	58.510	10.395	6.834	REGNAP
APDY	146.960	130.853	16.107	133.510	13.450	2.657	
AVRA	40.170	27.043	13.127	28.784	11.386	1.741	
AJPV	74.270	60.078	14.192	61.120	13.150	1.042	
APJA	69.230	54.698	14.532	55.721	13.509	1.023	
AAIG	102.630	88.459	14.171	89.430	13.200	0.971	
AEDE	139.790	125.892	13.898	126.830	12.960	0.938	
ASCS	46.330	33.462	12.868	34.331	11.999	0.869	
ALNO	43.210	29.016	14.194	29.810	13.400	0.794	
AVZZ	73.760	60.321	13.439	61.110	12.650	0.789	
ALIB	39.527	24.141	15.386	24.904	14.623	0.763	
AJYO	329.060	313.845	15.215	314.490	14.570	0.645	
AAGL	294.908	279.644	15.264	278.713	16.195	-0.931	
ATRI	143.720	127.095	16.625	125.903	17.817	-1.192	
ALLA	112.390	98.786	13.604	97.400	14.990	-1.386	
UYRB	34.702	22.830	11.870	20.427	14.275	-2.403	REGNA

Tabla 6. "Errores Groseros".

En el apartado 4.5 (“Análisis Estadístico de los Datos”) y una vez eliminados los errores groseros, se tratarán los vértices con errores calificados como sospechosos. Este tipo de errores fueron analizados de forma cuantitativa, a diferencia de lo que en esta instancia del trabajo se está aseverando desde el punto de vista gráfico. En el apartado estadístico se establece una tolerancia de ± 30 centímetros, considerando a todo valor que se encuentre fuera del intervalo como error sospechoso.

Una vez realizado el análisis estadístico, la muestra de vértices sospechosos resultó estar compuesta por 64 vértices de un total de 144.

4.4. Trabajo de campo de verificación

Teniendo en cuenta que el análisis se basa en datos ajenos (que son oficiales), consideramos fundamental tener un conjunto de datos propios, con el cual pudimos hacer un análisis comparativo de los datos obtenidos en campo junto con los datos oficiales.

A partir del listado de vértices identificados con errores groseros, se decidió trabajar con una muestra de datos propia compuesta por 6 vértices, 5 de la red REGNAP y 1 de la ANP. Esta elección se fundamenta en que estos vértices presentan errores muy notorios, definidos como groseros debido a la magnitud de la variación de la ondulación geoidal asociada. (Ver tabla 6).

La segunda razón por la cual se eligieron estos vértices para ocupar es por su ubicación geográfica, que son cercanos entre sí y cercanos a nuestra locación, lo cual facilitó la logística de las tareas de campo.

Los vértices que se ocuparon mediante posicionamiento satelital fueron los siguientes:

- ALIB: Libertad, San José.
- IGM 001: Escollera Sarandí, Montevideo.
- ASDM: Solís de Mataojo, Lavalleja.
- AEDE: Pueblo Edén, Maldonado.
- ASCS: San Carlos, Maldonado.
- AAIG: Aiguá, Maldonado.

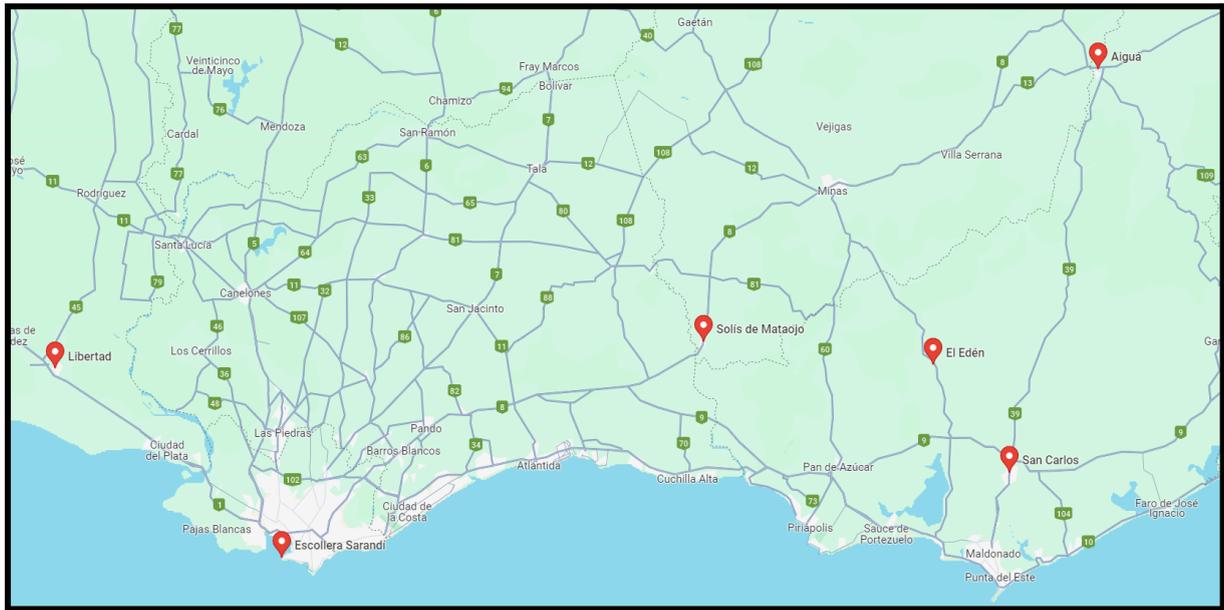


Figura 35. Ubicación de los vértices a ocupar. (Elaboración propia)

A la hora de llevar a cabo el trabajo de campo, se estableció una hoja de ruta. La misma se dividió en dos jornadas de trabajo, donde se harán mediciones de 2 y 4 vértices.

En el primer día de trabajo se visitaron los vértices correspondientes a ASDM, AEDE, ASCS y AAIG, en los departamentos de Maldonado y Lavalleja.

El segundo día, se llevó a cabo el mismo procedimiento del primer día de trabajo, en dicho caso para los vértices ALIB y IGM-001, en San José y Montevideo respectivamente.

Antes de salir a campo se realizó un trabajo de planificación en donde se establecieron diferentes cuestiones importantes previo a la ejecución. Esto constó de diseñar el mejor itinerario que optimice los tiempos y recursos, establecer el instrumental a utilizar, la recopilación de las monografías oficiales de los vértices a ocupar como también de vértices de nivelación, próximos a cada uno de ellos.

El término "ocupar" un vértice geodésico con un receptor GNSS (Global Navigation Satellite System), se refiere a utilizar el receptor para obtener coordenadas precisas de ese punto de referencia geodésico. Esto se hace comúnmente para levantamientos topográficos, cartografía, entre otros fines. Para esta oportunidad, el ocupar la lista de vértices geodésicos presentada anteriormente, nos dará un panorama más claro y resultados concisos y cuantificables de la calidad de la red.

Lo primero fue localizar el vértice geodésico, a partir de los datos de las monografías oficiales, como es la ubicación dada por sus coordenadas geográficas, como también su implantación en el terreno que se brinda a través de las fotografías de las monografías.

A su vez, fue necesario buscar posibles vértices de nivelación que sean cercanos a cada uno de los vértices a ocupar. Con esto se contempló la idea de realizar una nivelación geométrica desde el vértice nivelado hacia el vértice a ocupar, siempre y cuando los mismos se encontraran en una distancia razonable para los fines de este proyecto.

Una vez que se localizó y se logró acceder al vértice que se pretende ocupar, se realizó el montaje del receptor GNSS, en un modo de medición estático por cierto tiempo.

El "modo estático" se refiere a una técnica de posicionamiento que se utiliza cuando el receptor GNSS está fijo en una ubicación durante un período prolongado de tiempo. En este modo, el receptor GNSS recibe señales de múltiples satélites y utiliza la información de tiempo y la geometría de las señales recibidas para calcular con precisión la posición del receptor.

Cuando un receptor GNSS está en modo estático, permite que se obtenga una precisión muy alta en la determinación de la posición.

Luego, se descargan los datos crudos capturados por el receptor GNSS y se comenzó a recopilar los datos de posición. Con estos se llevó a cabo el postproceso con el fin de obtener las coordenadas del vértice ocupado y poder así contrastarlas con los datos oficiales.

El procedimiento concluye al momento de verificar la precisión de las coordenadas obtenidas comparándolas con las coordenadas de referencia conocidas, y así evaluar la calidad de los datos publicados para cada uno de los vértices.

Los vértices ocupados tienen las siguientes coordenadas geodésicas:

VÉRTICE	Latitud	Longitud	Altura Elipsoidal Monografía IGM
ALIB	34°29'50"258	56°34'56"229	39.527
IGM 001	34°54'37"824	56°12'47"599	20.65
ASDM	34°37'16"377	55°29'56"565	63.58
AEDE	34°36'53"499	55°4'5"356	139.79
ASCS	34°45'17"062	54°42'57"544	46.33
AAIG	34°11'41"832	54°46'51"510	102.63

Tabla 7. Coordenadas publicadas de los vértices a ocupar.

Para cada uno de los vértices se investigó desde qué punto fue nivelado. Este dato se encontró fácilmente en cada una de las monografías.

Determinación	GNSS de alta precisión	FOTOGRAFÍA
DEPARTAMENTO	LOCALIDAD/PARAJE	
San José	Libertad	
UBICACIÓN		
Ruta 1 Km 47, en terreno de domicilio particular, visible desde la ruta, A 5m al NE de alambrado y 40m al E de casa.		
REFERENCIA GRÁFICA		
		
SEÑALIZACIÓN		
Mojon tronco piramidal.		
ÚLTIMAS INSPECCIONES		OBSERVACIONES
28/06/2019 Tte. Silveira		Nivelado desde PF 1.21.008

Figura 36. Dato de Punto de nivelación en Monografía de vértice de REGNAP.

Para poder acceder a los datos de estos puntos de nivelación, fue necesario solicitar las monografías en el Instituto Geográfico Militar, que amablemente nos las brindaron.



RED GEODÉSICA NACIONAL
 MONOGRAFÍA DE: PUNTO DE NIVELACIÓN

ID PUNTO	1.21.008					
COORDENADAS	SIRGAS GEO	LAT.				LONG.
	SIRGAS UTM	X:			Y:	ZONA
	USAMS GEO	LAT.				LONG.
	USAMS GAUSS	X:	428303.000		Y:	6164687.000
DETERMINACIÓN	MÉTODO Y PROCEDIMIENTO Leída de carta				TIPO Compensada	
ALTITUD	TIPO Nivel medio del mar				Z: 24,709	
DETERMINACIÓN	MÉTODO Y PROCEDIMIENTO Geométrica Ida y Vuelta				TIPO	
REFERENCIA GRÁFICA	HOJA: K - 28				ESCALA: 1/50.000	
DEPARTAMENTO: San José		LOCALIDAD:			PARAJE:	

Figura 37. Monografía de Punto de nivelación 1.21.008.

A través de las monografías se obtuvieron los datos de localización, el estado y el acceso a cada punto de nivelación. A partir de las coordenadas de los mismos, se pudo conocer la distancia que hay entre el vértice de interés y su punto de nivelación correspondiente, dato que es fundamental a la hora de evaluar si es viable o no, llevar a cabo una nivelación geométrica.

4.4.1. Ejecución

Una vez recopilados los datos y siguiendo la hoja de ruta establecida con anterioridad, se realizó el relevamiento de los 6 vértices, 5 de la Red Pasiva y 1 de la ANP.

El día sábado 15 de junio de 2024, se llevó a cabo la primera campaña de mediciones. Dicho día se ocuparon los vértices ASDM, AEDE, ASCS y AAIG; distribuidos en los departamentos de Lavalleja y Maldonado.

El domingo 16 de junio de 2024, se desarrolló la segunda campaña donde se realizaron las mediciones en los vértices ALIB y IGM-001 en San José y Montevideo, respectivamente.

El instrumental utilizado fue:

- 2 receptores GNSS
- 1 Nivel Óptico
- 1 Mira
- 1 Trípode
- 1 Base Nivelante
- Adaptador para pilar
- 1 Galápago



Figura 38. Receptor GNSS CHCNAV i73.



Figura 39. Nivel óptico South NL32.



Figura 40. Adaptador para pilar (2.70cm)
(Elaboración propia)

La localización de los pilares fue acertada según las indicaciones de sus monografías, y en su gran mayoría de fácil acceso.

Una vez ubicados los pilares, se realizó el montaje del receptor GNSS. La instalación del mismo requiere de un adaptador (ver figura 40), que consta de una tuerca y un tornillo que posibilita la inserción del receptor al pilar.

Cuando ya fue instalado el receptor en cada uno de los pilares, se realizó la medición en modo "estático" por un período de 1 hora, grabando datos crudos de observación cada 5 segundos.

A su vez, mientras el receptor se encontraba grabando datos en cada uno de los pilares, de forma simultánea se desarrollaron las tareas que implica la nivelación geométrica, como es la búsqueda de puntos de nivelación.

Dicha tarea fue posible únicamente para el vértice AAIG, ya que se logró acceder al punto de nivelación sin inconvenientes. Para el resto de los casos, los puntos de nivelación no fueron hallados por los siguientes motivos:

- **PF 1.15.023 - ASCS:** Ruta N° 9 en construcción.
- **PF 2.26.004 - AEDE:** Ubicado sobre puente en obra.
- **Cabildo - IGM-ANP 001:** Acceso restringido al cabildo.
- **PF 1.17.003 - ASDM:** Inaccesible por vegetación.
- **PF 1.21.008 - ALIB:** Ubicado en propiedad privada. El propietario no se encontraba en su domicilio.

Para el caso del vértice de AAIG (Nivelado desde PF1.11.039), se realizó una nivelación geométrica compuesta y doble, para aumentar la precisión y minimizar errores sistemáticos que pueden surgir durante el proceso.

Las lecturas correspondientes a dicha nivelación se presentan a continuación.

PLANILLA DE NIVELACIÓN					
TRABAJO: Proyecto MTA Uruguay			Operador: Silvina Vidal		
TRAMO: Agua			Instrumento: Nivel Optico South NL32		
	PUNTO	LECTURA DE MIRA		DESNIVEL (m)	Observación
		ATRÁS	ADELANTE		
IDA	PF DE NIVELACIÓN	1.560	0.880	0.452	Punto de llegada: AAIG
	PUNTO MEDIO	1.630	1.858		
VUELTA	AAIG	1.585	0.903	0.453	Punto de llegada: PF1.11.039
	PUNTO MEDIO	1.653	1.882		

Tabla 8. Planilla de nivelación.

Con estos resultados, en gabinete se realizó la comparación de la altura nivelada medida en campo y la altura indicada en la monografía del vértice AAIG.

Es importante destacar que la nivelación se realizó ubicando la mira en la parte superior del pilar del vértice AAIG (ver figura 44).



Figura 41-44. Nivelación Geométrica.



Figura 45. Vértice ASDM.



Figura 46. Vértice AAIG.

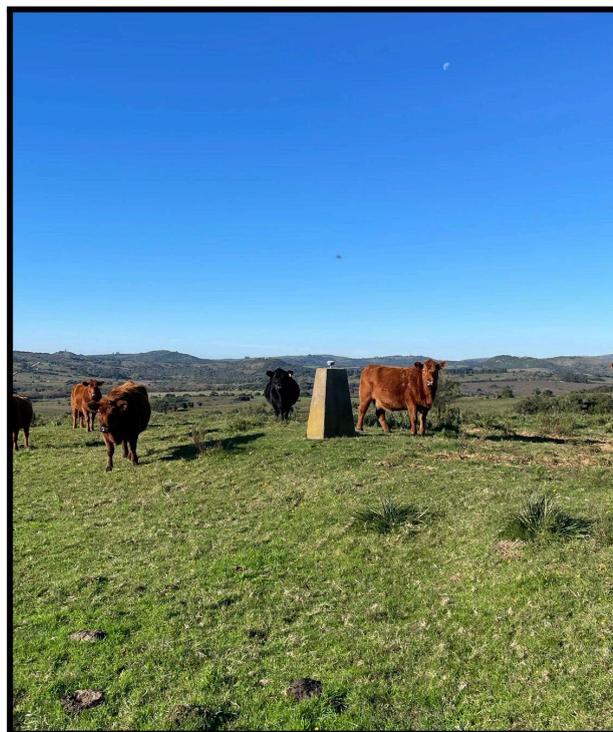


Figura 47. Vértice AEDE.



Figura 48. Vértice ALIB.

4.4.2. Resultados obtenidos

Luego de finalizadas las campañas geodésicas se llevó a cabo el procesamiento GNSS para obtener coordenadas precisas de las estaciones en cuestión. Dicho procesamiento consistió en realizar la descarga de los datos crudos del receptor como también la recopilación de archivos de observación diarios de las estaciones UYLA, UYSJ, UYMA y UYMO, para los días en los que se realizó la campaña.

El procesamiento se hizo resolviendo los vectores entre un vértice y su estación más cercana, operando con el software CGO Geomatics Office 2.

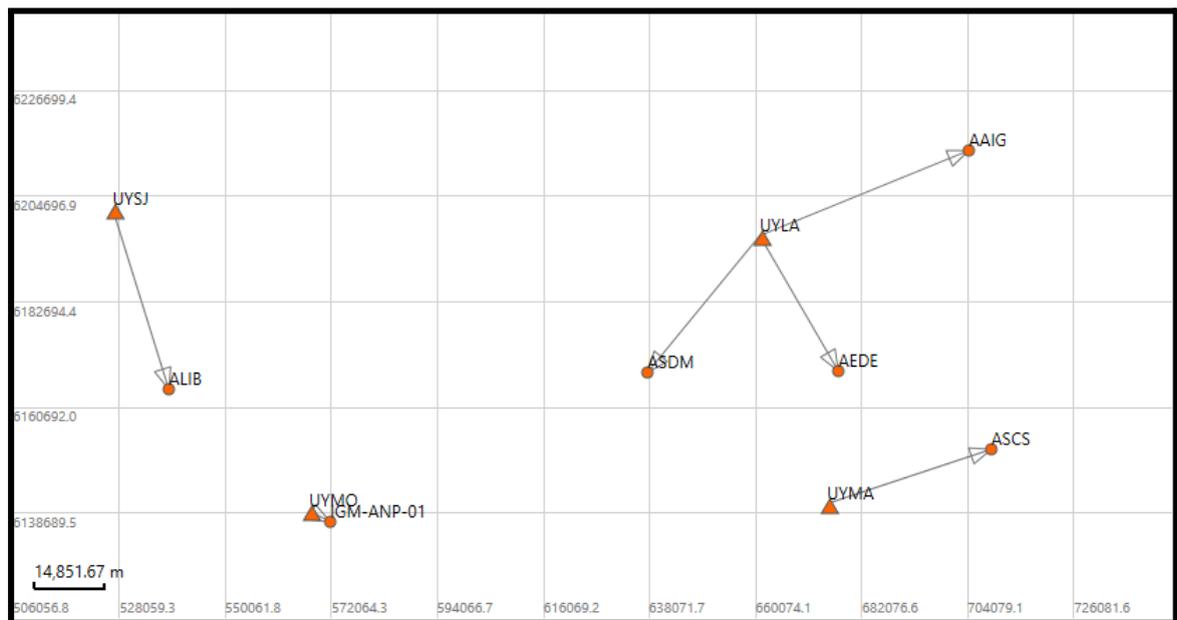


Figura 49. Procesamiento de vértices ocupados.
(Elaboración propia)

Los resultados obtenidos se muestran a continuación, haciendo una comparación entre el valor de la altura elipsoidal y la altura nivelada en el caso que corresponde, entre los datos publicados en las monografías IGM y los procesados.

VECTOR		MONOGRAFÍA		PROCESADO		DIFERENCIA	
		ELIPSOIDAL	NIVELADA	ELIPSOIDAL	NIVELADA	ELIPSOIDAL	NIVELADA
UYLA	ASDM	63.580		64.928		1.348	
UYLA	AEDE	139.790		141.144		1.354	
UYLA	AAIG	102.630	89.430	104.040	89.448	1.410	0.018
UYSJ	ALIB	39.527		41.538		2.011	
UYMO	IGM-001	20.650		20.744		0.094	
UYMA	ASCS	46.330		47.483		1.153	

Tabla 9. Comparación de alturas elipsoidales y niveladas. Monografía vs. Procesado.

COORDENADAS UTM						
PUNTO	MONOGRAFÍA		PROCESADO		DIFERENCIA	
	ESTE	NORTE	ESTE	NORTE	ESTE	NORTE
ASDM	637598.346	6167937.245	637598.366	6167937.326	0.020	0.081
AEDE	677118.098	6167969.476	677118.093	6167969.423	0.005	0.053
AAIG	704471.799	6214001.681	704471.803	6214001.622	0.004	0.059
ALIB	538272.403	6164142.050	538272.408	6164142.012	0.005	0.038
IGM-001	571873.666	6136598.351	571873.670	6136598.349	0.003	0.002
ASCS	709059.703	6151778.682	709059.715	6151778.455	0.012	0.227

Tabla 10. Comparación de coordenadas planimétricas (Sist. Ref UTM 21S).

Como se puede observar de la tabla 9, los valores de la altura elipsoidal procesada difiere en 5 de los 6 casos, por encima de la altura elipsoidal publicada en el entorno de 1.30 metros. Si bien la diferencia no es estrictamente 1.30 metros, se infiere que hay un error que radica en que esa diferencia coincide con la altura del pilar más la profundidad de la cámara, dando la pauta de que la altura elipsoidal publicada fue reducida erróneamente al nivel de la chapa de nivelación.

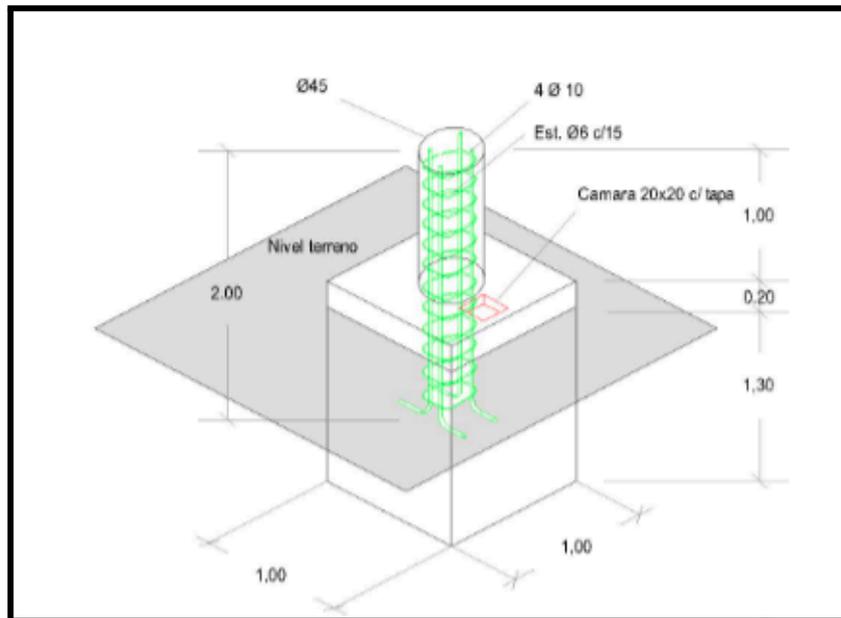


Figura 50. Construcción y medidas estándar de pilares REGNAP y ANP. (Arq. D. Minteguiaga, 2011)

De los 6 vértices ocupados, 5 conforman la lista de vértices con posibles errores groseros según los análisis visuales de las curvas de isovalor. La ocupación en campo y el postprocesamiento para comparar las alturas niveladas oficiales con las medidas, confirmaron que efectivamente se trataba de "errores groseros". Este conjunto de datos cuenta con un total de 16 vértices, de los cuales se midieron cinco. Mediante inferencia estadística, se estima que el resto de los vértices también presenta un comportamiento similar, lo que confirma con respaldo numérico que son vértices groseros, superando así la mera evidencia visual y aportando mayor solidez al estudio. En resumen, la salida a campo ratificó que los indicios visuales eran una señal confiable.

4.5. Análisis Estadístico de los Datos

Una vez analizados los datos obtenidos en campo y habiendo realizado distintos análisis de forma visual mediante mapas de calor y curvas de isovalor, que nos permitió acercarnos a ciertas suposiciones, se introduce al presente trabajo un análisis de carácter estadístico. Con el mismo, logramos fundamentar de forma numérica todas las conclusiones, y por qué no se puede realizar un modelo de transformación de alturas con la muestra de datos que disponemos actualmente.

Dado que la muestra es un conjunto de mediciones lineales y del ámbito de la geociencia, es que suponemos que la misma sigue una distribución normal, con un 95% de confianza, donde sólo un 5% debería quedar por fuera de la muestra.

Tomando como referencia la muestra inicial de 160 datos, de los cuales 26 vértices corresponden a la REGNA, 60 a la REGNAP y 74 a la ANP, es que se determinó una tolerancia arbitraria de ± 30 cm.

¿Por qué tomamos dicha tolerancia? La respuesta se plantea a continuación.

A partir de la muestra total de 160 datos (ver Tabla 11 en anexo), y habiendo descartado los 16 errores considerados como groseros, la muestra resultante se conforma por 144 vértices que se ordenan de forma ascendente, según el valor de los ΔN , parámetro principal de estudio. Allí se observa una gran concentración de datos de los cuales los valores de ΔN están en el siguiente intervalo $[-30, +30]$ cm.

Es notorio que en los valores hay un punto de inflexión, un gran salto en el valor de la variación de la ondulación geoidal, habiendo vértices que sus valores se encuentran por fuera del intervalo anteriormente establecido.

A continuación, se presenta una tabla donde se puede observar que una vez fijada la tolerancia de ± 30 cm; 64 de 144 valores, que corresponde a un 45% de la muestra original, quedan por fuera del intervalo. A estos valores los denominamos como "sospechosos".

LISTA DE VERTICES SOSPECHOSOS							
VÉRTICE	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	ΔN	RED
ANBN	70.570	53.279	17.291	52.980	17.590	-0.299	REGNAP
AACH	193.849	177.793	16.056	177.491	16.358	-0.302	
AVDC	174.500	158.473	16.027	158.171	16.329	-0.302	
ASOA	70.062	53.647	16.415	53.329	16.733	-0.318	
AFBS	40.466	23.244	17.222	22.920	17.546	-0.324	
AVAL	304.020	288.828	15.192	288.499	15.521	-0.329	
AFMO	156.110	142.005	14.105	141.652	14.458	-0.353	
ABUN	98.458	83.563	14.895	83.203	15.255	-0.360	
AQCH	91.130	74.468	16.662	74.100	17.030	-0.368	
AQNA	267.770	252.147	15.623	251.760	16.010	-0.387	
ACEN	95.214	78.654	16.560	78.249	16.965	-0.405	
APDV	171.380	155.437	15.943	155.023	16.357	-0.414	
AANA	134.811	119.857	14.954	119.434	15.377	-0.423	
AMLO	110.300	97.243	13.057	96.764	13.536	-0.479	
ALCH	160.790	146.859	13.931	146.298	14.492	-0.561	
UYTT	68.973	55.129	13.844	54.826	14.147	-0.303	REGNA
UYTA	187.050	171.873	15.177	171.564	15.486	-0.309	
UYMO	158.083	143.511	14.572	143.175	14.908	-0.336	
UYRI	251.611	237.457	14.154	237.109	14.502	-0.348	
UYSA	79.071	62.618	16.453	62.261	16.810	-0.357	
UYCL	134.706	121.318	13.388	120.960	13.746	-0.358	

UYTD	75.700	60.438	15.262	60.068	15.632	-0.370	
UYIF	55.983	42.194	13.789	41.816	14.167	-0.378	
UYRV	274.401	260.246	14.155	259.728	14.673	-0.518	
UYPA	71.859	54.693	17.166	54.165	17.694	-0.528	
IGM-NPA 03	20.080	3.510	16.570	4.066	16.014	0.556	ANP
IGM-JLL 06	19.425	3.460	15.960	3.497	15.928	0.032	
IGM-JLL 01	19.521	3.560	15.960	3.592	15.929	0.031	
IGM-JLL 05	18.454	2.490	15.960	2.525	15.929	0.031	
IGM-JLL 04	19.296	3.330	15.960	3.366	15.930	0.030	
IGM-PSD 05	26.683	9.500	17.190	9.189	17.494	-0.304	
IGM-ANP 02	17.591	3.120	14.470	2.816	14.775	-0.305	
IGM- RVR 08	234.766	220.520	14.250	220.210	14.556	-0.306	
IGM- RVR 06	250.617	236.400	14.210	236.101	14.516	-0.306	
IGM- RVR 07	253.003	238.750	14.250	238.446	14.557	-0.307	
IGM-ANP 22	25.751	11.210	14.550	10.891	14.860	-0.310	
IGM-ANP 03	17.769	3.300	14.470	2.988	14.781	-0.311	
IGM-ANP 19	18.067	3.520	14.550	3.203	14.864	-0.314	
IGM- RVR 05	204.321	190.140	14.180	189.827	14.494	-0.314	
IGM-ANP 14	20.188	5.620	14.570	5.303	14.885	-0.315	
IGM-ANP 18	18.566	3.990	14.580	3.671	14.895	-0.315	
IGM- STO 03	28.324	11.950	16.380	11.629	16.695	-0.315	
IGM-ANP 17	18.507	3.920	14.590	3.601	14.906	-0.316	
IGM-ANP 06	18.237	3.790	14.450	3.470	14.767	-0.317	
IGM-ANP 09	17.975	3.500	14.480	3.178	14.797	-0.317	
IGM-ANP 13	21.834	7.280	14.560	6.955	14.879	-0.319	
IGM-ANP 08	17.875	3.430	14.440	3.114	14.761	-0.321	
IGM-ANP 16	18.991	4.410	14.580	4.090	14.901	-0.321	
IGM-ANP 10	18.115	3.620	14.490	3.303	14.812	-0.322	
IGM-ANP 15	28.974	14.400	14.570	14.082	14.892	-0.322	
IGM-ANP 07	17.769	3.320	14.450	2.996	14.773	-0.323	
IGM-ANP 21	26.816	12.270	14.540	11.952	14.864	-0.324	
IGM-ANP 12	19.149	4.620	14.530	4.294	14.855	-0.325	
IGM-ANP 24	84.099	69.520	14.580	69.194	14.905	-0.325	
IGM-ANP 20	30.357	15.810	14.540	15.490	14.867	-0.327	
IGM-ANP 11	18.408	3.900	14.510	3.570	14.838	-0.328	
IGM-ANP 05	17.801	3.340	14.460	3.011	14.790	-0.330	
IGM-ANP 25	52.730	38.150	14.580	37.810	14.920	-0.340	

IGM- RVR 03	230.462	216.340	14.120	216.001	14.461	-0.341	
IGM-ANP 23	107.811	93.240	14.570	92.899	14.912	-0.342	
IGM- RVR 01	224.841	210.720	14.120	210.374	14.467	-0.347	
IGM- RVR 02	271.950	257.830	14.120	257.481	14.469	-0.349	
IGM- RVR 04	216.707	202.560	14.140	202.195	14.512	-0.372	
IGM-PSD 06	24.002	7.010	16.990	6.512	17.490	-0.500	

Tabla 12. Vértices sospechosos.

Teniendo en cuenta el alto porcentaje de valores que queden por fuera del intervalo de confianza establecido, es que se puede afirmar que dicha muestra **no cumple con las condiciones de normalidad** previstas por la distribución Gaussiana.

Cuando se confecciona un modelo, el mismo debe estar libre de equivocaciones y de errores groseros, siendo esta la única posibilidad de poder aplicar técnicas estadísticas a una distribución gaussiana, ya que el método de mínimos cuadrados, es absolutamente sensible a este tipo de errores. De lo contrario, se estaría obteniendo un modelo que resulta equivocado.

5. RESUMEN EJECUTIVO

El presente trabajo final de grado sugiere ser un insumo importante a utilizar por quienes tengan la intención de realizar un Modelo de Transformación de Alturas a nivel país, como es el estudio en el que se enfoca dicho trabajo, pero también a nivel regional en zonas que sean de interés.

Por dicho motivo, se plantea a continuación un resumen ejecutivo de todo lo realizado, dejando plasmada una metodología concreta a aplicar previa a la ejecución de un Modelo de Transformación de Alturas.

La metodología aplicada para poder llevar a cabo el cálculo de un MTA, presupone un análisis de la calidad de los datos que consta de los siguientes pasos:

1. Recopilación de datos oficiales de Uruguay. Los mismos deben tener el doble dato (altura elipsoidal y altura nivelada).
2. Digitalización de los datos: Pasar los datos de las alturas a una planilla digital.
3. Obtención de la diferencia de ondulación geoidal (ΔN) para cada vértice.
4. Análisis visual del comportamiento de los datos, donde se dan los primeros indicios de la calidad de los mismos.
 - 4.1. Graficar las líneas de isovalor de los valores de N referido a la Altura Oficial y a la Altura Ortométrica (EGM08), por red.
 - 4.2. Graficar las líneas de isovalor de los valores de ΔN por red.

4.3. Analizar el comportamiento de las líneas de isovalor y los valores de los ΔN . Cuando se encuentran valores muy apartados entre sí pero cercanos geográficamente, volver a generar las líneas de isovalor quitando dichos vértices.

4.4. Generar mapas de calor, donde se visualicen fácilmente las anomalías.

5. En el caso de la RED ACTIVA REGNA-ROU, se hacen procesamientos GNSS para estudiar la confiabilidad de los datos en relación a sus coordenadas geodésicas, en particular la altura elipsoidal.
6. Trabajo de campo de verificación sobre vértices de la RED PASIVA REGNAP-ROU. Se obtiene a partir del análisis visual y numérico de los ΔN , un subconjunto de datos que calificamos como “errores groseros”. Para hacer efectivas las sospechas se realiza un trabajo de campo y se realizan mediciones sobre ciertos vértices de la RED PASIVA REGNAP-ROU.
7. Tratamiento de datos basado en Teoría de Errores. El mismo evidencia que si o que por el contrario, no se puede realizar un Modelo de Transformación de Alturas en base a la muestra de vértices que se tiene.

6. CONCLUSIÓN

En esta instancia, y como conclusión, tras analizar la información obtenida de diversos análisis y detectar varios tipos de errores en los datos oficiales de las redes geodésicas consideradas, se ha establecido, en acuerdo con los tutores, que el proyecto ha alcanzado un punto de inflexión. Esto indica que no es posible calcular un MTA utilizando los datos oficiales disponibles hasta la fecha del presente trabajo.

Si bien no se puede calcular un MTA con los datos que disponemos, por los distintos errores y equivocaciones que se han constatado, es que dicho proyecto se basa fundamentalmente en un **CONTROL DE CALIDAD DE UNA RED GEODÉSICA** en su componente **ALTIMÉTRICO**, que surge por la mala calidad de los datos de partida.

El control de calidad de una red geodésica tiene como objetivo fundamental garantizar la calidad y la integridad de los datos geodésicos, permitiendo un uso efectivo en una amplia gama de aplicaciones, en nuestro caso para la obtención de un Modelo de Transformación de Alturas.

En base a lo expuesto anteriormente, es que consideramos que el segundo gran logro de este proyecto fue **establecer una metodología de trabajo que sirva como base, para en un futuro poder lograr la obtención de un MTA**, a partir de redes geodésicas analizadas y testeadas.

Por otro lado, un aspecto a destacar es el haber tratado los datos con rigurosidad, aun siendo oficiales. Las inconsistencias detectadas en las alturas de vértices de redes oficiales que son de suma importancia en nuestro país, es un logro que forma gran parte de este proyecto, ya que de haber validado los datos publicados no se contaría con las bases para la realización de un MTA de calidad.

No podemos pasar por alto las grandes diferencias encontradas en los valores de altimetría de algunos de los vértices de la REGNAP-ROU (Red Geodésica Nacional Pasiva de la República Oriental del Uruguay). Dichas discrepancias entre los datos oficiales de altura elipsoidal y los datos obtenidos a partir de un trabajo de campo de verificación, rondan en los 1.30 metros en todos los casos, lo que nos confirma las hipótesis creadas a partir de los análisis visuales.

De dicha conclusión se desprende por un lado, la importancia de los análisis visuales, ya que es una alerta a las posibles anomalías de los datos, permitiendo ponerlos bajo sospechas, aun siendo oficiales. Por otro lado, queda en evidencia la gravedad del asunto, ya que una diferencia de 1.30 metros en la altura elipsoidal de ciertos pilares de vértices geodésicos, que forman parte de una de las redes más importantes del país es algo que no se puede dejar pasar y que sugiere un estudio particularizado, ya que la calidad de dichos datos, por consecuencia, impacta directamente por ejemplo, en proyectos ingenieriles.

En estas condiciones y con los datos que se encuentran publicados a la fecha de realización del presente trabajo de grado, el único modelo que se podría obtener a nivel país, es aquel que no trate las inconsistencias, o directamente un modelo final

que resulte equivocado, lo cual a nuestro criterio sería un modelo que carece de utilidad, y seguir adelante con esta idea no hubiera sido razonable.

Para finalizar, y a modo de recomendación, luego de concluido el estudio afirmamos que para calcular un MTA es necesario que se mejoren los datos de las redes con las que se trabajó, pues se tiene que disponer de datos confiables para realizar un modelo confiable. Además dadas las inconsistencias encontradas, se sugiere una revisión de todas las redes.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Bermúdez. H. - Cánneva. N. (2009). "Pautas para la presentación de trabajos". Instituto de Agrimensura, Facultad de Ingeniería, UdelaR.
- Lluviera, Ana Paula - Alvez, Pedro. "MRGMVD 2010 y su modelo de transformación de alturas asociado" (2010). Proyecto de Grado. Instituto de Agrimensura - Facultad de Ingeniería, Uruguay.
- Bonilla, Juan Ignacio - Formoso, Juan Pablo - Perdomo, Gonzalo. "Modelo de transformación de alturas en el departamento de Maldonado". (2019). Proyecto de Grado, Instituto de Agrimensura - Facultad de Ingeniería, UDELAR.
- Gallo, Mauricio - Mainé, Gisselle. "Modelo de Transformación de Alturas Localizado en la Ciudad de Dolores". (2018). Proyecto de Grado. Instituto de Agrimensura - Facultad de Ingeniería, Uruguay.
- Faure, Jorge. "Ajuste de la red altimétrica nacional de primer orden en términos de números geopotenciales y derivación de los diferentes tipos de alturas físicas en Uruguay" (2022). Tesis de Maestría.
- Faure, Jorge - Barbato, Fabian." Modelo de Transformación de Alturas para el Departamento de Montevideo" (2021).

- Valenti, María Cecilia. “Análisis de la versión 2011 del modelo de transformación de alturas de la Provincia de Buenos Aires” (2012). Tesis de Licenciatura en Astronomía, Universidad Nacional de La Plata Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas.
- Instituto Geográfico Nacional, República Argentina. Red de Nivelación de la República Argentina (2017).
- Martínez Toro, Eladio E. - Fernández Bethencourt, Abelardo. “Comparación de la precisión de los Modelos Geopotenciales Globales EGM08 y EGM96 en la zona del Caribe” Universidad Politécnica de Madrid, ETSI Topografía (2012).
- Sánchez, Laura. Determinación de alturas físicas en Colombia (2002).
- Fotopoulos, Georgia. An Analysis on the Optimal Combination of Geoid, Orthometric and Ellipsoidal Height Data (2003). University of Calgary.
- Servicio Geográfico Militar.
<https://igm.gub.uy/2016/05/20/servicios-regna-rou/>
- Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas. www.sirgas.org/es/
- Sobre SIRGAS. <https://sirgas.ipgh.org/organizacion/sobre-nosotros/>

ANEXO

1) Reporte del software Leica Geo Office al momento de realizar el ajuste de red para la red REGNA.

Adjustment Results

Coordinates

Station	Coordinate	Corr	Sd	
UYAR	Latitude	30° 24' 42.29410" S	-0.0025 m	0.0020 m
	Longitude	56° 29' 26.45095" W	0.0031 m	0.0018 m
	Height	146.4332 m	-0.0043 m	0.0049 m
UYBU	Latitude	30° 15' 13.11036" S	-0.0027 m	0.0021 m
	Longitude	57° 36' 09.07024" W	0.0037 m	0.0018 m
	Height	74.3987 m	-0.0041 m	0.0050 m
UYCL	Latitude	32° 21' 56.66635" S	-0.0024 m	0.0016 m
	Longitude	54° 12' 50.49610" W	0.0013 m	0.0014 m
	Height	134.6669 m	-0.0019 m	0.0037 m
UYCO	Latitude	34° 27' 46.75832" S	0.0007 m	0.0013 m
	Longitude	57° 50' 07.37332" W	-0.0006 m	0.0011 m
	Height	49.2811 m	-0.0029 m	0.0031 m
UYDU	Latitude	33° 18' 57.19031" S	-0.0016 m	0.0014 m
	Longitude	55° 36' 08.76296" W	0.0012 m	0.0012 m
	Height	164.9155 m	-0.0027 m	0.0034 m
UYFD	Latitude	34° 05' 48.09614" S	-0.0002 m	0.0013 m
	Longitude	56° 11' 21.72367" W	0.0017 m	0.0011 m
	Height	87.9572 m	-0.0033 m	0.0031 m
UYFS	Latitude	33° 30' 57.53344" S	0.0001 m	0.0014 m
	Longitude	56° 53' 12.82742" W	0.0007 m	0.0012 m
	Height	165.5409 m	-0.0025 m	0.0032 m
UYIF	Latitude	34° 56' 45.56846" S	-0.0006 m	0.0014 m
	Longitude	55° 55' 57.89678" W	0.0002 m	0.0012 m
	Height	55.9077 m	0.0001 m	0.0033 m
UYLA	Latitude	34° 21' 45.99315" S	-0.0004 m	0.0014 m
	Longitude	55° 14' 55.64330" W	0.0014 m	0.0011 m
	Height	148.3511 m	-0.0026 m	0.0031 m
UYLM	Latitude	34° 43' 29.41112" S	0.0001 m	0.0010 m
	Longitude	55° 52' 44.80112" W	0.0013 m	0.0009 m
	Height	53.8136 m	-0.0025 m	0.0024 m
UYLP	Latitude	34° 39' 20.53118" S	-0.0012 m	0.0016 m
	Longitude	54° 08' 31.54712" W	0.0013 m	0.0013 m
	Height	20.1361 m	-0.0012 m	0.0037 m
UYMA	Latitude	34° 51' 46.80610" S	-0.0007 m	0.0014 m

UYMO	Latitude	34° 53' 17.95070" S	0.0000 m	-	fixed
	Longitude	56° 15' 35.57580" W	0.0000 m	-	fixed
	Height	158.0830 m	0.0000 m	-	fixed
UYPA	Latitude	32° 17' 28.50249" S	0.0007 m	0.0019 m	
	Longitude	58° 04' 01.87827" W	-0.0009 m	0.0017 m	
	Height	71.7756 m	-0.0032 m	0.0045 m	
UYPT	Latitude	32° 48' 02.02363" S	-0.0005 m	0.0016 m	
	Longitude	56° 30' 35.33797" W	0.0002 m	0.0013 m	
	Height	91.0840 m	-0.0037 m	0.0037 m	
UYRB	Latitude	32° 36' 26.29312" S	-0.0024 m	0.0019 m	
	Longitude	53° 24' 16.91396" W	0.0006 m	0.0016 m	
	Height	32.3042 m	-0.0018 m	0.0044 m	
UYRI	Latitude	30° 53' 44.74750" S	-0.0027 m	0.0021 m	
	Longitude	55° 33' 32.81067" W	0.0028 m	0.0018 m	
	Height	251.5290 m	-0.0033 m	0.0050 m	
UYRV	Latitude	31° 46' 20.60754" S	-0.0022 m	0.0018 m	
	Longitude	54° 41' 17.21211" W	0.0023 m	0.0015 m	
	Height	274.2995 m	-0.0044 m	0.0042 m	
UYSA	Latitude	31° 22' 30.62250" S	-0.0011 m	0.0020 m	
	Longitude	57° 57' 35.20793" W	0.0017 m	0.0018 m	
	Height	78.9501 m	-0.0037 m	0.0048 m	
UYSC	Latitude	32° 55' 08.62504" S	-0.0021 m	0.0016 m	
	Longitude	54° 57' 42.80679" W	0.0018 m	0.0013 m	
	Height	331.2698 m	-0.0014 m	0.0037 m	
UYSG	Latitude	32° 37' 02.74726" S	-0.0015 m	0.0016 m	
	Longitude	55° 50' 36.97466" W	0.0015 m	0.0013 m	
	Height	107.3820 m	-0.0019 m	0.0037 m	
UYSJ	Latitude	34° 19' 25.44775" S	-0.0002 m	0.0011 m	
	Longitude	56° 42' 32.74163" W	0.0013 m	0.0009 m	
	Height	55.3566 m	-0.0018 m	0.0026 m	
UYTA	Latitude	31° 40' 59.04108" S	-0.0006 m	0.0018 m	
	Longitude	55° 56' 15.11848" W	0.0030 m	0.0016 m	
	Height	186.8995 m	-0.0033 m	0.0044 m	
UYTD	Latitude	30° 56' 46.57687" S	-0.0025 m	0.0020 m	
	Longitude	57° 31' 28.20421" W	0.0037 m	0.0017 m	
	Height	75.5920 m	-0.0041 m	0.0048 m	
UYTT	Latitude	33° 14' 28.68053" S	-0.0022 m	0.0015 m	
	Longitude	54° 22' 49.30169" W	0.0023 m	0.0013 m	
	Height	68.9689 m	-0.0009 m	0.0035 m	

2) Tabla conformada por la totalidad de los vértices de las 3 redes analizadas en el presente trabajo donde se analiza la variación de la ondulación geoidal en cada caso.

VÉRTICE	RED	h	H EGM08	N EGM08	H Oficial	N Oficial	ΔN
UYRB	REGNA	34.702	22.830	11.870	20.427	14.275	-2.403
ALLA	REGNAP	112.390	98.786	13.604	97.400	14.990	-1.386
ATRI	REGNAP	143.720	127.095	16.625	125.903	17.817	-1.192
AAGL	REGNAP	294.908	279.644	15.264	278.713	16.195	-0.931
ALCH	REGNAP	160.790	146.859	13.931	146.298	14.492	-0.561
UYPA	REGNA	71.859	54.693	17.166	54.165	17.694	-0.528
UYRV	REGNA	274.401	260.246	14.155	259.728	14.673	-0.518
IGM-PSD 06	ANP	24.002	7.010	16.990	6.512	17.490	-0.500
AMLO	REGNAP	110.300	97.243	13.057	96.764	13.536	-0.479
AANA	REGNAP	134.811	119.857	14.954	119.434	15.377	-0.423
APDV	REGNAP	171.380	155.437	15.943	155.023	16.357	-0.414
ACEN	REGNAP	95.214	78.654	16.560	78.249	16.965	-0.405
AQNA	REGNAP	267.770	252.147	15.623	251.760	16.010	-0.387
UYIF	REGNA	55.983	42.194	13.789	41.816	14.167	-0.378
IGM- RVR 04	ANP	216.707	202.560	14.140	202.195	14.512	-0.372
UYTD	REGNA	75.700	60.438	15.262	60.068	15.632	-0.370
AQCH	REGNAP	91.130	74.468	16.662	74.100	17.030	-0.368
ABUN	REGNAP	98.458	83.563	14.895	83.203	15.255	-0.360
UYCL	REGNA	134.706	121.318	13.388	120.960	13.746	-0.358
UYSA	REGNA	79.071	62.618	16.453	62.261	16.810	-0.357
AFMO	REGNAP	156.110	142.005	14.105	141.652	14.458	-0.353
IGM- RVR 02	ANP	271.950	257.830	14.120	257.481	14.469	-0.349
UYRI	REGNA	251.611	237.457	14.154	237.109	14.502	-0.348
IGM- RVR 01	ANP	224.841	210.720	14.120	210.374	14.467	-0.347
IGM-ANP 23	ANP	107.811	93.240	14.570	92.899	14.912	-0.342
IGM- RVR 03	ANP	230.462	216.340	14.120	216.001	14.461	-0.341
IGM-ANP 25	ANP	52.730	38.150	14.580	37.810	14.920	-0.340
UYMO	REGNA	158.083	143.511	14.572	143.175	14.908	-0.336
IGM-ANP 05	ANP	17.801	3.340	14.460	3.011	14.790	-0.330
AVAL	REGNAP	304.020	288.828	15.192	288.499	15.521	-0.329

IGM-ANP 11	ANP	18.408	3.900	14.510	3.570	14.838	-0.328
IGM-ANP 20	ANP	30.357	15.810	14.540	15.490	14.867	-0.327
IGM-ANP 12	ANP	19.149	4.620	14.530	4.294	14.855	-0.325
IGM-ANP 24	ANP	84.099	69.520	14.580	69.194	14.905	-0.325
IGM-ANP 21	ANP	26.816	12.270	14.540	11.952	14.864	-0.324
AFBS	REGNAP	40.466	23.244	17.222	22.920	17.546	-0.324
IGM-ANP 07	ANP	17.769	3.320	14.450	2.996	14.773	-0.323
IGM-ANP 15	ANP	28.974	14.400	14.570	14.082	14.892	-0.322
IGM-ANP 10	ANP	18.115	3.620	14.490	3.303	14.812	-0.322
IGM-ANP 08	ANP	17.875	3.430	14.440	3.114	14.761	-0.321
IGM-ANP 16	ANP	18.991	4.410	14.580	4.090	14.901	-0.321
IGM-ANP 13	ANP	21.834	7.280	14.560	6.955	14.879	-0.319
ASOA	REGNAP	70.062	53.647	16.415	53.329	16.733	-0.318
IGM-ANP 09	ANP	17.975	3.500	14.480	3.178	14.797	-0.317
IGM-ANP 06	ANP	18.237	3.790	14.450	3.470	14.767	-0.317
IGM-ANP 17	ANP	18.507	3.920	14.590	3.601	14.906	-0.316
IGM- STO 03	ANP	28.324	11.950	16.380	11.629	16.695	-0.315
IGM-ANP 18	ANP	18.566	3.990	14.580	3.671	14.895	-0.315
IGM-ANP 14	ANP	20.188	5.620	14.570	5.303	14.885	-0.315
IGM- RVR 05	ANP	204.321	190.140	14.180	189.827	14.494	-0.314
IGM-ANP 19	ANP	18.067	3.520	14.550	3.203	14.864	-0.314
IGM-ANP 03	ANP	17.769	3.300	14.470	2.988	14.781	-0.311
IGM-ANP 22	ANP	25.751	11.210	14.550	10.891	14.860	-0.310
UYTA	REGNA	187.050	171.873	15.177	171.564	15.486	-0.309
IGM- RVR 07	ANP	253.003	238.750	14.250	238.446	14.557	-0.307
IGM- RVR 06	ANP	250.617	236.400	14.210	236.101	14.516	-0.306
IGM- RVR 08	ANP	234.766	220.520	14.250	220.210	14.556	-0.306
IGM-ANP 02	ANP	17.591	3.120	14.470	2.816	14.775	-0.305
IGM-PSD 05	ANP	26.683	9.500	17.190	9.189	17.494	-0.304
UYTT	REGNA	68.973	55.129	13.844	54.826	14.147	-0.303
AVDC	REGNAP	174.500	158.473	16.027	158.171	16.329	-0.302
AACH	REGNAP	193.849	177.793	16.056	177.491	16.358	-0.302
ANBN	REGNAP	70.570	53.279	17.291	52.980	17.590	-0.299
IGM-PSD 03	ANP	24.321	7.130	17.190	6.833	17.488	-0.298
UYSJ	REGNA	55.419	39.527	15.892	39.230	16.189	-0.297
UYLA	REGNA	148.386	133.680	14.706	133.383	15.003	-0.297
IGM-PSD 01	ANP	24.083	6.890	17.200	6.590	17.493	-0.293

IGM-PSD 07	ANP	24.077	6.890	17.190	6.595	17.482	-0.292
ASTO	REGNAP	72.140	55.731	16.409	55.441	16.699	-0.290
IGM-PSD 02	ANP	24.213	7.020	17.200	6.724	17.489	-0.289
IGM-PSD 04	ANP	24.202	7.010	17.190	6.725	17.477	-0.287
UYLM	REGNA	53.843	39.483	14.360	39.200	14.643	-0.283
AGCH	REGNAP	107.700	91.091	16.609	90.810	16.890	-0.281
ATRA	REGNAP	205.050	190.365	14.685	190.090	14.960	-0.275
AQCO	REGNAP	257.863	241.566	16.297	241.295	16.568	-0.271
ACCO	REGNAP	275.409	260.227	15.182	259.958	15.451	-0.269
ACPA	REGNAP	104.900	89.864	15.036	89.597	15.303	-0.267
UYSG	REGNA	107.444	92.115	15.329	91.849	15.595	-0.266
ALLL	REGNAP	131.570	116.444	15.126	116.180	15.390	-0.264
IGM- STO 01	ANP	28.439	11.980	16.450	11.729	16.710	-0.260
IGM- STO 04	ANP	28.024	11.570	16.450	11.314	16.710	-0.260
AATO	REGNAP	102.570	85.541	17.029	85.283	17.287	-0.258
ABEL	REGNAP	99.190	83.884	15.306	83.628	15.562	-0.256
IGM- STO 02	ANP	28.370	11.920	16.450	11.665	16.705	-0.255
UYFD	REGNA	87.964	72.200	15.764	71.946	16.018	-0.254
IGM- STO 05	ANP	29.702	13.250	16.460	12.991	16.711	-0.251
UYSO	REGNA	80.791	63.510	17.281	63.259	17.532	-0.251
UYAR	REGNA	146.487	132.456	14.031	132.208	14.279	-0.248
UYDU	REGNA	164.944	149.338	15.606	149.093	15.851	-0.245
IGM- STO 06	ANP	28.735	12.280	16.450	12.041	16.694	-0.244
ARCH	REGNAP	38.430	25.771	12.659	25.530	12.900	-0.241
AINA	REGNAP	154.050	140.817	13.233	140.585	13.465	-0.232
UYMA	REGNA	39.075	25.923	13.152	25.694	13.381	-0.229
APAL	REGNAP	112.050	94.984	17.066	94.756	17.294	-0.228
ACEA	REGNAP	23.320	10.023	13.297	9.796	13.524	-0.227
ATUP	REGNAP	319.820	304.893	14.927	304.673	15.147	-0.220
IGM-FBS 01	ANP	21.931	4.740	17.190	4.525	17.406	-0.216
BBUN	REGNAP	56.812	41.832	14.980	41.622	15.190	-0.210
ARBO	REGNAP	26.560	14.689	11.871	14.485	12.075	-0.204
UYPT	REGNA	91.152	74.588	16.564	74.386	16.766	-0.202
ABLL	REGNAP	150.630	135.172	15.458	134.974	15.656	-0.198
IGM-FBS 03	ANP	21.778	4.590	17.190	4.395	17.383	-0.193
ACLL	REGNAP	23.740	11.712	12.028	11.521	12.219	-0.191
IGM-FBS 02	ANP	21.930	4.740	17.190	4.553	17.377	-0.187

UYBU	REGNA	74.455	59.488	14.967	59.303	15.152	-0.185
ASDM	REGNAP	63.580	49.203	14.377	49.020	14.560	-0.183
ASRN	REGNAP	60.014	44.834	15.180	44.673	15.341	-0.161
APPA	REGNAP	116.560	101.447	15.113	101.290	15.270	-0.157
UYFS	REGNA	165.577	148.953	16.624	148.797	16.780	-0.156
IGM-NPA 02	ANP	20.771	4.200	16.570	4.051	16.720	-0.150
IGM-FBS 05	ANP	32.810	15.620	17.190	15.471	17.339	-0.149
IGM-FBS 04	ANP	21.598	4.400	17.190	4.260	17.338	-0.148
IGM-FBS 06	ANP	22.453	5.260	17.190	5.116	17.337	-0.147
UYLP	REGNA	20.159	8.663	11.496	8.517	11.642	-0.146
IGM-NPA 04	ANP	21.538	4.970	16.570	4.822	16.716	-0.146
IGM-NPA 01	ANP	20.806	4.240	16.570	4.092	16.714	-0.144
UYRO	REGNA	59.008	47.807	11.201	47.672	11.336	-0.135
AJLL	REGNAP	25.806	9.792	16.014	9.658	16.148	-0.134
UYCO	REGNA	49.373	33.471	15.902	33.337	16.036	-0.134
A1DJ	REGNAP	44.670	31.935	12.735	31.804	12.866	-0.131
ACLO	REGNAP	21.153	4.783	16.370	4.655	16.498	-0.128
IGM-NPA 05	ANP	21.543	4.970	16.570	4.846	16.697	-0.127
IGM-NPA 06	ANP	20.407	3.830	16.580	3.703	16.704	-0.124
IGM-CDS 05	ANP	22.215	6.320	15.900	6.236	15.979	-0.079
AADA	REGNAP	81.810	65.084	16.726	65.012	16.798	-0.072
IGM-CDS 01	ANP	19.941	4.040	15.900	3.974	15.967	-0.067
AICS	REGNAP	205.798	189.340	16.458	189.275	16.523	-0.065
IGM-CDS 04	ANP	19.985	4.090	15.900	4.023	15.962	-0.062
ATDO	REGNAP	86.260	71.638	14.622	71.580	14.680	-0.058
IGM-CDS 03	ANP	20.521	4.620	15.900	4.565	15.956	-0.056
IGM-CDS 02	ANP	20.012	4.120	15.900	4.059	15.953	-0.053
IGM-LPA 02	ANP	13.865	2.350	11.520	2.324	11.541	-0.021
IGM-LPA 06	ANP	16.613	5.080	11.530	5.066	11.547	-0.017
IGM-LPA 03	ANP	14.216	2.700	11.520	2.679	11.537	-0.017
IGM-LPA 01	ANP	13.823	2.320	11.510	2.298	11.525	-0.015
IGM-LPA 07	ANP	15.020	3.510	11.510	3.495	11.525	-0.015
IGM-LPA 05	ANP	14.723	3.190	11.540	3.169	11.554	-0.014
IGM-LPA 04	ANP	13.920	2.390	11.530	2.380	11.540	-0.010
IGM-JLL 03	ANP	19.229	3.270	15.960	3.274	15.955	0.005
ABBM	REGNAP	154.360	139.540	14.820	139.547	14.813	0.007
IGM-JLL 02	ANP	19.519	3.560	15.960	3.574	15.945	0.015

IGM-JLL 04	ANP	19.296	3.330	15.960	3.366	15.930	0.030
IGM-JLL 01	ANP	19.521	3.560	15.960	3.592	15.929	0.031
IGM-JLL 05	ANP	18.454	2.490	15.960	2.525	15.929	0.031
IGM-JLL 06	ANP	19.425	3.460	15.960	3.497	15.928	0.032
ALCA	REGNAP	54.290	41.918	12.372	42.198	12.092	0.280
ADOL	REGNAP	38.450	21.335	17.115	21.620	16.830	0.285
IGM-NPA 03	ANP	20.080	3.510	16.570	4.066	16.014	0.556
AJYO	REGNAP	329.060	313.845	15.215	314.490	14.570	0.645
ALIB	REGNAP	39.527	24.141	15.386	24.904	14.623	0.763
AVZZ	REGNAP	73.760	60.321	13.439	61.110	12.650	0.789
ALNO	REGNAP	43.210	29.016	14.194	29.810	13.400	0.794
ASCS	REGNAP	46.330	33.462	12.868	34.331	11.999	0.869
AEDE	REGNAP	139.790	125.892	13.898	126.830	12.960	0.938
AAIG	REGNAP	102.630	88.459	14.171	89.430	13.200	0.971
APJA	REGNAP	69.230	54.698	14.532	55.721	13.509	1.023
AJPV	REGNAP	74.270	60.078	14.192	61.120	13.150	1.042
AVRA	REGNAP	40.170	27.043	13.127	28.784	11.386	1.741
APDY	REGNAP	146.960	130.853	16.107	133.510	13.450	2.657
ASJR	REGNAP	68.905	51.676	17.229	58.510	10.395	6.834

Tabla 11. Totalidad de vértices geodésicos, de las redes REGNA REGNAP y ANP.