



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Herramientas de Optimización aplicadas a la industria forestal en procesos con incertidumbre

Víctor Viana Céspedes

Programa de Posgrado en Informática de PEDECIBA

Facultad de Ingeniería

Universidad de la República

Tacuarembó – Uruguay

Setiembre de 2024



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Herramientas de Optimización aplicadas a la industria forestal en procesos con incertidumbre

Víctor Viana Céspedes

Tesis de Doctorado presentada al Programa de Posgrado en Informática de PEDECIBA, Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Doctor en Informática de PEDECIBA.

Directores:

Dr. Héctor Cancela

Dra. Lorena Prádenas

Director académico:

Dr. Héctor Cancela

Tacuarembó – Uruguay

Setiembre de 2024

Viana Céspedes, Víctor

Herramientas de Optimización aplicadas a la industria forestal en procesos con incertidumbre / Víctor Viana Céspedes. - Tacuarembó: Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, 2024.

XVII, 158 p.: il.; 29, 7cm.

Directores:

Héctor Cancela

Lorena Prádenas

Director académico:

Héctor Cancela

Tesis de Doctorado – Universidad de la República,
Programa en Informática de PEDECIBA, 2024.

Referencias bibliográficas: p. 140 – 158.

1. Estocasticidad, 2. Reducción de escenarios,
3. Clustering, 4. Algoritmos, 5. Logística. I. Cancela,
Héctor, Prádenas, Lorena, . II. Universidad de la
República, Programa de Posgrado en Informática de
PEDECIBA. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

D.Sc. Prof. Nombre del 1er Examinador Apellido

Ph.D. Prof. Nombre del 2do Examinador Apellido

D.Sc. Prof. Nombre del 3er Examinador Apellido

Ph.D. Prof. Nombre del 4to Examinador Apellido

Ph.D. Prof. Nombre del 5to Examinador Apellido

Tacuarembó – Uruguay

Setiembre de 2024

Dedico esta tesis a mi esposa
Aldana, a mis hijos Inés, Paula y
Franco. Profundamente
agradecido por el amor, la
paciencia y el apoyo constante
que me han brindado, y por ser
una gran fuente de inspiración.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mis directores de tesis, la Dra. Lorena Pradenas y al Dr. Héctor Cancela, por la guía constante en este trabajo, por sus aportes y consejos, por la paciencia y por la motivación que me dieron en todo momento. Mi relación de tutor-posgraduando comenzó con ellos cuando curse la Maestría en Investigación de Operaciones, y en estos años hemos cultivado una linda amistad, por lo que les estoy también muy agradecido.

También quisiera agradecer a todos mis colegas docentes de la carrera de Ingeniería Forestal (Udelar), por su buena disposición a ser fuente de consulta para este y otros trabajos; a Alejandro Olivera por facilitarme los contactos que posibilitaron obtener datos para esta tesis; a mis compañeros de trabajo y amigos de la Sede Tacuarembó de la Udelar por el animo y apoyo de siempre. Por ultimo agradecer a Daniel Rossit, Diego Broz y Pedro Piñeyro que junto con Alejandro hemos compartido trabajos de investigación, tutorías, eventos y lindos espacios de amistad.

*True optimization is the
revolutionary contribution of
modern research to decision
processes.*

George B. Dantzig (1914-2005)

RESUMEN

Esta tesis propone un conjunto de algoritmos y técnicas de optimización estocástica para mejorar la planificación de operaciones en la cadena de suministro forestal, considerando la incertidumbre climática que afecta fuertemente los costos logísticos y de transporte de la cosecha de madera en Uruguay. Se desarrollan métodos computacionales para asignación y ruteo óptimo de equipos ante múltiples escenarios de disponibilidad de los lugares a cosechar. En primer lugar, se presenta una metodología para optimizar (usando programación lineal mixta entera) esa asignación y el ruteo de los equipos de empresas contratistas forestales (Forest Harvest Tour Problem, FHTP), con el objetivo de mejorar la eficiencia económica y logística en las operaciones. Luego se formula un problema de optimización estocástica para el FHTP, considerando la incertidumbre en la accesibilidad a las zonas de cosecha, proponiendo una función objetivo estocástica y las restricciones para modelar la disponibilidad aleatoria de los sitios de cosecha en los diferentes períodos del horizonte de planificación.

También se plantea un enfoque de reducción de escenarios basado en técnicas de “clustering” para simplificar la dimensionalidad del problema estocástico, manteniendo la calidad de la solución pero con menores requerimientos de tiempo y recursos computacionales. Los experimentos numéricos demostraron la efectividad de este enfoque para preservar la calidad de la solución obtenida en comparación con utilizar el conjunto completo de escenarios. Esto resalta la utilidad de la optimización estocástica y las técnicas de reducción de escenarios para abordar la incertidumbre en la planificación forestal y tomar decisiones más robustas. Adicionalmente, se propuso una extensión al algoritmo de Progressive Hedging que, contemplando la metodología de reducción de escenarios, aceleró los tiempos de resolución del problema estocástico. Se realizaron experimentos utilizando la librería Python mpi-sppy, diseñada para resolver problemas de programación estocástica mediante técnicas de computación paralela.

Esta investigación aporta una novedosa combinación de programación estocástica, reducción de escenarios y estrategias de computación paralela, para mejorar la planificación de operaciones en la cadena de suministro forestal. Se espera que estas herramientas proporcionen soluciones de alta calidad en tiempos razonables, lo que resultará en una reducción significativa de costos operativos y una mejora en la eficiencia de la planificación en un sector económico clave para Uruguay y la región.

Palabras claves:

Estocasticidad, Reducción de escenarios, Clustering, Algoritmos, Logística.

ABSTRACT

This thesis proposes a set of stochastic optimisation algorithms and techniques to improve the planning of operations in the forestry supply chain, considering the climatic uncertainty that strongly affects the logistical and transport costs of timber harvesting in Uruguay. Computational methods are developed for optimal equipment allocation and routing under multiple scenarios of harvesting site availability. First, a methodology is presented to optimise (using mixed integer linear programming) the allocation and routing of equipment of forest contractors (Forest Harvest Tour Problem, FHTP), with the aim of improving the economic and logistical efficiency of operations. A stochastic optimisation problem is then formulated for the FHTP, taking into account the uncertainty in the accessibility of harvesting sites, and a stochastic objective function and constraints are proposed to model the random availability of harvesting sites at different periods of the planning horizon.

A scenario reduction approach based on “clustering” techniques is also proposed to simplify the dimensionality of the stochastic problem while maintaining the quality of the solution, but with lower computational time and resource requirements. Numerical experiments demonstrate the effectiveness of this approach in preserving the quality of the solution obtained compared to using the full set of scenarios. This highlights the usefulness of stochastic optimisation and scenario reduction techniques for dealing with uncertainty in forest planning and making more robust decisions. In addition, an extension to the Progressive Hedging algorithm has been proposed which, taking into account the scenario reduction methodology, accelerates the stochastic problem solving times. Experiments were carried out using the Python library mpi-sppy, which is designed to solve stochastic programming problems using parallel computing techniques.

This research provides a novel combination of stochastic programming, scenario reduction and parallel computing strategies to improve operations planning in the forest supply chain. These tools are expected to provide high quality solutions in a reasonable time, resulting in a significant reduction in operational costs and an improvement in planning efficiency in a key economic sector for Uruguay and the region.

Keywords:

Stochasticity, Scenario reduction, Clustering, Algorithms, Logistics.

Lista de figuras

1.1	Diferentes cadenas de suministro en la industria de productos forestales (D'amours et al. 2008a)	2
3.1	Maquinaria utilizada en la cosecha forestal. (Bredström et al. 2010)	28
3.2	Frente de cosecha instalado (Forestal, s.f.).	28
3.3	Esquema de las operaciones de cosecha y transporte forestal a realizar en un horizonte de planificación determinado.	30
3.4	Para dos lugares de cosecha (i y j) con el mismo volumen de madera (por ej. $30.000\ m^3$) y productividad por <i>harvester</i> ($5.000\ m^3/hv/mes$), el equipo A necesita 3 periodos de tiempo para completar el frente, y el equipo B dos periodos.	32
3.5	A medida que un equipo de cosecha se traslada a otro frente, la distancia a la planta de industrialización de este, debe mantener cierto margen con respecto al frente anterior.	38
3.6	Ejemplo de la planificación resultante para dos equipos de cosecha (naranja y verde). (a) Calendario para cada equipo de cosecha, (b) Traslado de cada equipo entre los distintos frentes.	39
3.7	Zonas de actividad de cada contratista en Uruguay. Las referencias geográficas son limitadas por temas de confidencialidad.	42
4.1	Esquema general de un problema estocástico de dos etapas.	52
4.2	Esquema general de un problema estocástico multi-etapas	54

4.3	En la etapa 2, hay tres realizaciones que generan los nodos ξ^2 , ξ^3 y ξ^4 . En la etapa 3, el número de realizaciones posibles depende de los nodos antecesores, lo que da lugar a un total de siete nodos. Estos siete nodos corresponden a siete escenarios en los que cada uno es un camino desde la raíz a una hoja.	57
4.4	Cluster y reducción de escenarios.	67
5.1	Ejemplo de arquitectura mpi-sppy con un hub y dos spoke. El sistema mostrado contiene 15 filas totales, divididas en tres cilindros y cinco estratos.	89
5.2	Diagrama que describe la arquitectura de un sistema para la resolución de problema estocástico, que integra la reducción de escenarios con el algoritmo de PHDC.	91
6.1	Cuando un contratista planifica la cosecha de zonas sucesivas, es posible que las zonas inaccesibles (los nodos con trazo discontinuo) permanezcan durante varios periodos.	95
6.2	Distribución de las precipitaciones acumuladas (en mm) en el periodo 2014-2024 de la Estación Tacuarembó de INIA (Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria, 2023)	97
6.3	Distribución de probabilidad estimada de las precipitaciones acumuladas en los últimos 10 años, y su ajuste de Weibull	98
6.4	En esta Figura se presentan cuatro casos de ejemplo, donde el eje vertical representa el valor de la función objetivo del problema estocástico. Las curvas muestran cómo, a medida que aumenta el número de escenarios considerados, el valor medio de las soluciones estocásticas converge hacia un valor estable, que se aproxima a la solución del problema determinista.	118
6.5	Para los mismos casos mostrados en la Figura 6.4, podemos ver aquí cómo las soluciones medias de cada conjunto de escenarios reducidos se aproximan a la solución determinista.	119

Lista de tablas

3.1	Matriz de distancias para el ejemplo. El lugar 0 corresponde a la base de operaciones del contratista de cosecha	38
3.2	Para cada lugar de cosecha, se tiene registro del volumen a cosechar en m^3 , el rendimiento la maquinaria en ese lugar y el periodo límite para realizar la cosecha	39
3.3	Descripción de la asignación inicial. A cada contratista con un número determinado de cosechadoras (<i>harvesters</i>) se le asigna un número de frentes de cosecha y un volumen de madera que extraer.	42
3.4	Resultados del modelo matemático ejecutado para instancias con cada contratista y para agrupaciones de contratistas.	43
3.5	Escenario 1 - costos óptimos del recorrido (en km) para contratistas individuales	45
3.6	Escenario 2 - costos óptimos del recorrido (en km) para grupos de dos contratistas	45
3.7	Escenario 3 - costos óptimos del recorrido (en km) para grupos de cuatro contratistas	45
6.1	Resultados para contratista A, con 10 a 1.000 escenarios; y para contratista B, con 10 a 30 escenarios.	102
6.2	Resultados para contratista B, con 40 a 1.000 escenarios; y para contratista D, con 10 a 70 escenarios.	103
6.3	Resultados para contratista D, con 100 a 1.000 escenarios; y para contratista F, con 10 a 200 escenarios.	104
6.4	Resultados para contratista F, con 250 a 1.000 escenarios; y para contratista G, con 10 a 1.000 escenarios.	105

6.5	Resultados para contratista I, con 10 a 1.000 escenarios; y para contratista J, con 10 a 30 escenarios.	106
6.6	Resultados para contratista J, con 40 a 1.000 escenarios; y para contratista L, con 10 a 70 escenarios.	107
6.7	Resultados para contratista L, con 100 a 1.000 escenarios; y para contratista K, con 10 a 200 escenarios.	108
6.8	Resultados para contratista K, con 250 a 1.000 escenarios; y para contratista H, con 10 a 500 escenarios.	109
6.9	Resultados para contratista H con 1.000 escenarios; para contratista E, con 10 a 100 escenarios; y para contratista C, con 10 escenarios.	110
6.10	Resultados para contratista C, con 20 a 1.000 escenarios; y para coalición AB, con 10 a 30 escenarios.	111
6.11	Resultados para la coalición AB, con 40 a 1.000 escenarios; y para coalición BG, con 10 a 50 escenarios.	112
6.12	Resultados para la coalición BG, con 70 a 1.000 escenarios; y para coalición BI, con 10 a 100 escenarios.	113
6.13	Resultados para la coalición BI, con 150 a 1.000 escenarios; y para coalición BL, con 10 a 200 escenarios.	114
6.14	Resultados para la coalición BL, con 250 a 1.000 escenarios; y para coalición DE, con 10 a 500 escenarios.	115
6.15	Resultados para la coalición DE con 1.000 escenarios; y para coalición DF, con 10 a 1.000 escenarios.	116
6.16	Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista A (entre 2 y 19 escenarios) y contratista B (entre 2 y 14 escenarios)	121
6.17	Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista B (entre 17 y 19 escenarios), contratista D (entre 2 y 19 escenarios), y contratista F (entre 2 y 7 escenarios)	122

6.18 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista F (entre 9 y 19 escenarios) y contratista G (entre 4 y 16 escenarios)	123
6.19 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista I (entre 2 y 19 escenarios) y contratista J (entre 2 y 10 escenarios)	124
6.20 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista J (entre 15 y 19 escenarios), el contratista L (entre 3 y 19 escenarios) y contratista K (entre 7 y 12 escenarios)	125
6.21 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista K (entre 13 y 19 escenarios), el contratista H (entre 2 y 17 escenarios) y contratista E (entre 2 y 4 escenarios)	126
6.22 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista E (entre 9 y 19 escenarios), y el contratista C (entre 3 y 19 escenarios)	127
6.23 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición AB (entre 2 y 19 escenarios), la coalición BG (entre 2 y 17 escenarios)	128
6.24 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición BG (de 18 y 19 escenarios), la coalición BI (entre 2 y 19 escenarios) y la coalición BL (entre 2 y 13 escenarios)	129
6.25 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición BL (entre 14 y 17 escenarios), y la coalición DE (entre 5 y 19 escenarios)	130
6.26 Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición DF (entre 2 y 18 escenarios)	131

Tabla de contenidos

Lista de figuras	x
Lista de tablas	xii
1 Introducción	1
1.1 Contexto y Motivación	3
1.2 Alcance y aportes de la investigación	4
1.3 Organización de la tesis	5
2 Revisión bibliográfica sobre la inclusión de la incertidumbre en los modelos de gestión forestal	9
2.1 La planificación forestal	10
2.2 Incorporación de la incertidumbre en los modelos de decisión de la planificación forestal	11
2.2.1 Uso de valores promedio	14
2.2.2 Usando el peor caso	14
2.2.3 Uso de escenarios	14
2.2.4 Análisis de Sensibilidad y Análisis Post-Óptimo	15
2.2.5 Programación Estocástica	15
2.2.6 Programación difusa	17
2.2.7 Programación dinámica	18
2.2.8 Simulación	19
2.3 Robustez en las decisiones en marco de incertidumbre	20
2.4 Comentarios finales	21

3	Problema del Tour de Cosecha Forestal (FHTP)	24
3.1	Antecedentes	25
3.2	Descripción del problema de cosecha forestal	27
3.3	Modelo matemático	33
3.3.1	Conjunto de índices	33
3.3.2	Parámetros del modelo	33
3.3.3	Variables del modelo	34
3.3.4	Objetivo y restricciones	34
3.3.5	Ejemplo ilustrativo	38
3.3.6	Complejidad y discusión del tamaño del modelo	39
3.4	Estudio de caso	41
3.5	Evaluación de escenarios con colaboración de contratistas forestales	44
3.6	Comentarios finales	46
4	Fundamentos teóricos de la Programación Estocástica y Reducción de Escenarios	48
4.1	Formulación de un problema de programación estocástica	49
4.2	Programación estocástica de dos etapas con recurso	51
4.3	Programación estocástica multietapa	53
4.4	Análisis de escenarios	56
4.5	Estabilidad de las soluciones estocásticas	59
4.6	Generación de escenarios	62
4.7	Reducción de escenarios en optimización estocástica	65
4.7.1	Clustering de Escenarios	67
4.7.2	Algoritmos de Clustering de Escenarios	70
4.7.3	Simulación y reducción de escenarios	76
4.8	Comentarios finales	77
5	Propuesta de extensión del Algoritmo Progressive Hedging	79
5.1	Algoritmo de Progressive Hedging	80

5.1.1	Aceleración de la resolución de cada subproblema	81
5.1.2	Paralelización del algoritmo PH	82
5.1.3	Linealizar términos cuadráticos	83
5.1.4	Ajustes del parámetro ρ de penalización	83
5.2	Variantes del algoritmo PH	84
5.3	Algoritmo de PH con descomposición en clusters (PHCD)	85
5.4	Librería mpi-sppy	86
5.4.1	Arquitectura	87
5.4.2	Principales funcionalidades	88
5.5	Implementación del algoritmo de PHCD con mpi-sppy	90
5.6	Comentarios finales	92
6	Formulación Estocástica del FHTP	93
6.1	Factores de incertidumbre y modo de optimización estocástica	94
6.2	Generación de escenarios	97
6.3	Reducción de escenarios	99
6.4	Resultados numéricos	100
6.5	Experimentos con el algoritmo de PHCD	120
6.6	Comentarios finales	133
7	Conclusiones y trabajo futuro	135
7.1	Conclusiones	135
7.2	Limitaciones y trabajo futuro	137
	Referencias bibliográficas	140

Capítulo 1

Introducción

En la industria forestal, la planificación de la cadena de suministro juega un rol crucial en la toma de decisiones a nivel estratégico, táctico y operativo. Los modelos que cubren estos diferentes niveles de decisión se interconectan para abordar los desafíos complejos de la planificación y ejecución de las operaciones de cosecha, permitiendo una gestión más eficaz y eficiente de los recursos y aumentando el rendimiento en las cadenas de valor, como explican Escallón-Barrios et al. (2022).

Específicamente, la planificación táctica está fuertemente asociada a determinar cómo gestionar las operaciones forestales a lo largo de varios periodos, siendo la planificación de la cosecha anual una de las decisiones clave, tal como explican Carlsson et al. (2006). La Investigación Operativa (IO) es una herramienta necesaria que permite a los tomadores de decisiones en empresas forestales optimizar las ganancias y costos en los procesos de cosecha (Mosquera et al. 2013). Decisiones tan relevantes incluyen definir dónde y cuándo cosechar los bosques, lo que tendrá un efecto dominó en la estrategia global y en el desempeño de toda la cadena. Esto debido a que la cosecha constituye uno de los primeros eslabones en la obtención de materia prima, como bien establecen D’amours et al. 2008a (véase también la Figura 1.1).

Las trozas constituyen la materia prima fundamental para la transformación primaria de la madera, tal como establecen Troncoso et al. (2015). A partir de estas, se producen tanto productos finales como intermedios para abastecer a clientes y fábricas de segunda transformación. Por ende, es esencial enfocarse en optimizar el proceso de cosecha. Sin embargo, este proceso enfrenta la incertidumbre inherente en la gestión forestal, dado que hay factores estocásticos

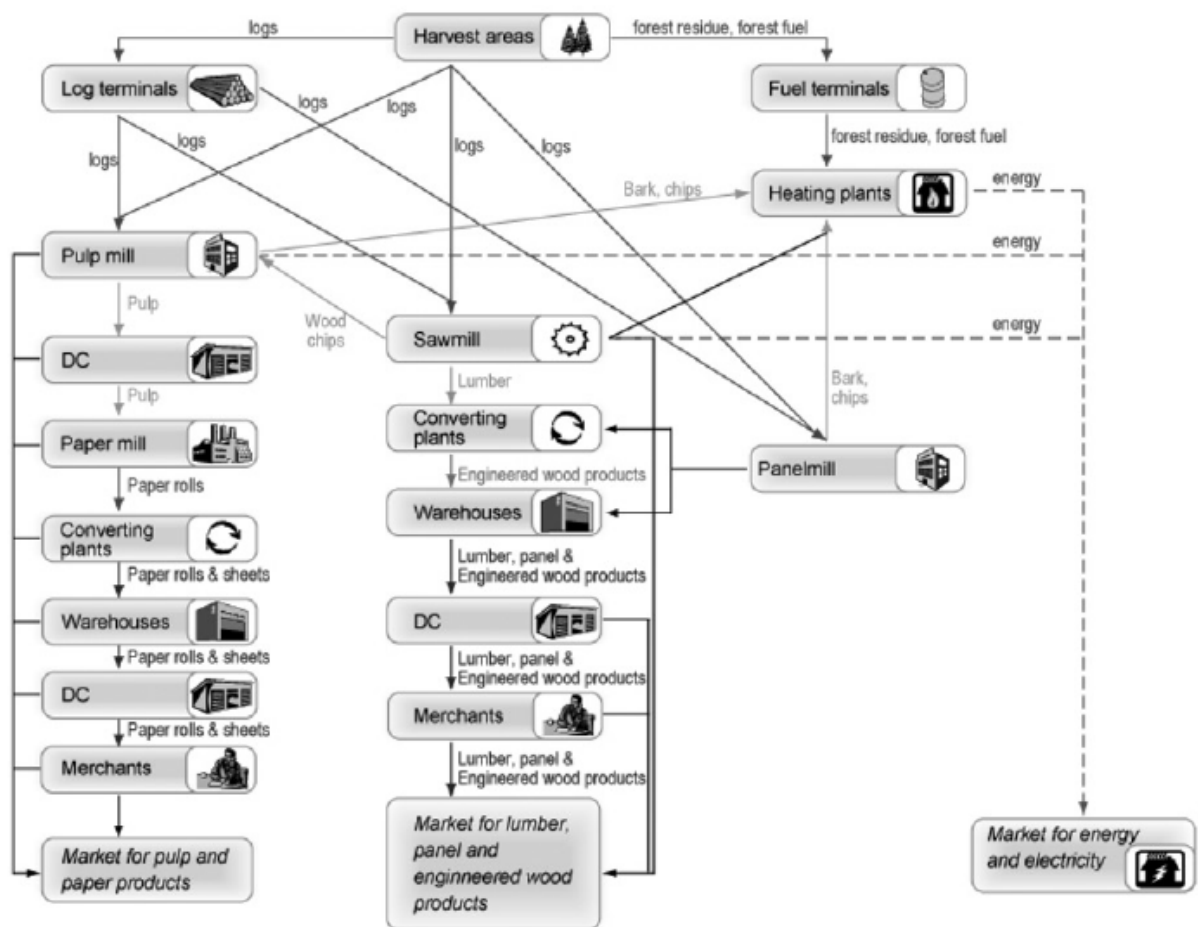


Figura 1.1: Diferentes cadenas de suministro en la industria de productos forestales (D'amours et al. 2008a)

difíciles de predecir que afectan el crecimiento y rendimiento futuro de los árboles. Entre estos factores se cuentan eventos climáticos como lluvias prolongadas, caídas de árboles por viento o daños por insectos y hongos, así como otros de tipo antropogénico como incendios forestales y contaminación, tal como discute en Lohmander (2007). Más aún, como plantea Church (2007), estos parámetros estocásticos suelen obviarse en modelos tácticos para simplificar la complejidad, a pesar de ser crucial incorporar la incertidumbre en la modelación de sistemas forestales.

1.1. Contexto y Motivación

La cosecha forestal es una operación compleja que involucra coordinar varias actividades simultáneamente: cosecha de árboles, carga de trozas y su transporte a los destinos de industrialización. Una buena planificación operativa de la cosecha satisfará la demanda existente minimizando los costos de transporte.

Sin embargo, una mala coordinación puede resultar en:

- Desplazamientos innecesariamente frecuentes de los contratistas forestales.
- Acumulación de grandes pilas de trozas sin despachar en los bosques.
- Altos costos de transporte por entregas de trozas muy lejanas a la zona de cosecha.

Por el contrario, una óptima programación de las operaciones puede derivar en grandes beneficios económicos de corto plazo, a diferencia de la planificación táctica (2-3 años) o estratégica (30+ años) donde las ganancias se aprecian en el largo plazo.

Entre los beneficios directos de mejorar la coordinación de cosechas se cuenta:

- Reducción de costos operativos.
- Aumento en productividad.
- Disminución de costos de transporte.
- Menor necesidad de comprar trozas de terceros.
- Reducción de costos de movilización de contratistas.

Estas sustanciales ganancias han despertado gran interés del sector en optimizar las operaciones, permitiendo a los planificadores anticipar la demanda de recursos (contratistas, camiones, etc.) necesarios para ejecutar la cosecha y abastecer a la industria.

En Uruguay, el acceso a los lugares de cosecha forestal depende en gran medida de las condiciones meteorológicas, y las lluvias torrenciales pueden ser bastante frecuentes en algunos años. Esto puede hacer que los caminos de acceso a las zonas afectadas sean intransitables para la maquinaria y los camiones, lo que afecta directamente a los planes de cosecha (Paseyro y Erramuspe, [2016](#)).

1.2. Alcance y aportes de la investigación

El objetivo general de esta investigación fue establecer un marco metodológico integrando algoritmos y técnicas de optimización estocástica para mejorar sustancialmente la planificación táctica y operativa dentro de la cadena de suministro forestal. En particular, se pretende hacer frente a las incertidumbres en los procesos de cosecha de madera en Uruguay, un ámbito muy susceptible a las variaciones climáticas que influyen ampliamente en los parámetros logísticos y los gastos de cosecha y transporte. Este trabajo fue motivado por la necesidad crítica de inyectar precisión computacional en el método de despliegue óptimo de equipos y enrutamiento dentro de múltiples escenarios proyectados de disponibilidad de sitios de cosecha.

Las cuestiones de investigación que constituyen el núcleo de esta tesis giran en torno a dos incertidumbres fundamentales: la asignación eficiente de los equipos y el trazado de las rutas de cosecha en el contexto de factores externos impredecibles, como las condiciones climáticas que afectan al acceso por carretera. Las cuestiones exploradas se enmarcaron en los desafíos del mundo real a los que se enfrentan los contratistas del sector forestal, un sector que maneja una parte significativa de las operaciones de cosecha forestal de Uruguay. Desde un punto de vista práctico, la investigación se centró en el desarrollo de metodologías capaces de producir soluciones que equilibraran juiciosamente la viabilidad computacional y la robustez de un solucionador de Programación Lineal, en el contexto de modelos a gran escala con múltiples escenarios.

Para resolver las cuestiones de investigación planteadas, se ha empleado una compleja com-

binación de programación estocástica, que es experta en captar los matices de la incertidumbre, técnicas de reducción de escenarios que racionalizan la complejidad de los diversos estados futuros potenciales, y computación paralela para agilizar el rendimiento computacional y mejorar el proceso de descubrimiento de soluciones. A lo largo de este estudio se aplicó un enfoque doble:

- Se diseña un modelo de programación matemática para optimizar la asignación y el encaminiamiento de equipos de cosecha en un horizonte de planificación. La eficacia de este modelo para abordar casos de tamaño realista se verificó mediante experimentos numéricos basados en datos auténticos y resueltos por un software de programación matemática estándar en la industria en plazos razonables. En este caso, se hizo hincapié en la planificación conjunta de varios contratistas como medio para dilucidar las ganancias potenciales yuxtapuestas a los costes inherentes a las iniciativas de planificación separadas.
- Luego se adentra en la programación estocástica mejorada con un método de reducción de escenarios para abordar las vicisitudes de la disponibilidad de los lugares de recolección, en particular, las condiciones meteorológicas que dificultan el acceso por carretera. Este enfoque combina la complejidad de los escenarios con la practicidad de las técnicas de solución. Además, se ha establecido una metodología de simulación para evaluar el rendimiento del modelo estocástico, estableciendo un equilibrio entre la granularidad de la representación del escenario, la calidad de la solución y el tiempo de cálculo.

Los aportes metodológicos de esta investigación son profundos, ya que entrelazan tácticas avanzadas de optimización con evaluaciones prácticas de la incertidumbre previsible que invade la industria forestal, allanando el camino para una planificación eficiente y un ahorro operativo al tiempo que se refuerza la capacidad de adaptación de la industria a las contingencias medioambientales.

1.3. Organización de la tesis

El resto del documento se organiza de la siguiente forma:

En el Capítulo 2 se presenta una revisión bibliográfica exhaustiva sobre la incorporación de la incertidumbre en los modelos de gestión forestal. Se describe el proceso de planificación

forestal y los principales retos que plantea la incertidumbre inherente a la información requerida para la toma de decisiones. Se examinan las metodologías más relevantes propuestas en la literatura para tratar la incertidumbre, incluyendo el uso de valores promedio, escenarios, análisis de sensibilidad, programación estocástica, programación difusa, programación dinámica y simulación. Se discuten sus fundamentos teóricos, ventajas, limitaciones y aplicaciones en el contexto forestal. Además, se aborda el concepto de robustez en las decisiones bajo incertidumbre y se revisan algunos trabajos que aplican la optimización robusta a problemas forestales. Finalmente, se ofrecen comentarios sobre las fortalezas y debilidades de los distintos enfoques y se destaca la relevancia de investigar nuevas metodologías para incorporar efectivamente la incertidumbre en la planificación forestal.

En el Capítulo 3 de la tesis aborda el Problema del Tour de Cosecha Forestal (FHTP), destacando la importancia de la gestión forestal en la sostenibilidad de las empresas del sector. Se presenta una metodología para optimizar la asignación y el ruteo de los equipos de cosecha de empresas contratistas forestales, con el objetivo de mejorar la eficiencia económica y logística en las operaciones forestales. Se menciona que casi el 75 % de las operaciones de cosecha forestal en Uruguay son realizadas por empresas contratistas, lo que las convierte en actores clave en la cadena de suministro. Además, se discute la relevancia de la Investigación Operativa (IO) en las operaciones forestales, destacando el uso de técnicas como la programación lineal y entera para resolver problemas complejos. El capítulo también aborda la importancia de la sostenibilidad en el sector forestal y cómo los modelos de optimización pueden contribuir a equilibrar los aspectos económicos y científicos. Se propone un modelo matemático para optimizar la asignación de frentes de cosecha a contratistas, minimizando los costos asociados al traslado de equipos entre diferentes frentes, lo que puede mejorar la eficiencia económica en la cosecha forestal. Basado en el contenido de este capítulo, fue publicado el artículo Viana et al. (2023) en la revista RAIRO, y fueron publicados diversos trabajos en conferencias, como el de Viana et al. (2018b) replanificación de recorridos de los contratistas de cosecha forestal, cuando se produce la falla de equipos, publicado en el XIX CLAIO; en Viana et al. (2019) la replanificación cuando se produce la inhabilitación de los lugares de cosecha (publicado en BigDSSAgro 2019), y en Viana et al. (2018a) y en Viana et al. (2020) la colaboración entre contratistas de cosecha forestal,

publicados en SBPO 2018 y en el 49 JAIIO respectivamente.

El Capítulo 4 de la tesis se centra en la reducción de escenarios en optimización estocástica, abordando la complejidad creciente de problemas estocásticos y la necesidad de aproximaciones numéricas. Se introduce el concepto de escenarios y su representación matemática, destacando la importancia de simplificar modelos para obtener soluciones aceptables con un costo computacional razonable. Se discute la generación óptima de escenarios mediante algoritmos de agrupación y la formulación de problemas más simples basados en escenarios representativos. Se menciona que la reducción de escenarios sustituye una distribución inicial precisa por una más simple, lo que permite resolver problemas complejos de manera más eficiente. Se presentan diferentes enfoques y métodos utilizados en la literatura para reducir la carga computacional en problemas de optimización estocástica. Este capítulo aborda estrategias claves para simplificar problemas estocásticos complejos mediante la reducción efectiva de escenarios, lo que contribuye a obtener soluciones aproximadas satisfactorias con un menor costo computacional. Además, se realiza la demostración de propiedades relevantes y se proponen algoritmos novedosos para abordar este problema de manera eficiente desde una perspectiva computacional.

En el Capítulo 5 se presenta una propuesta de extensión del algoritmo *Progressive Hedging* (PH) para mejorar su rendimiento y eficiencia en la resolución de problemas de optimización estocástica. La principal contribución es el algoritmo denominado Progressive Hedging con Descomposición en Clusters (PHCD), es que combina el enfoque de reducción de escenarios mediante técnicas de “clustering” con el algoritmo PH convencional. Esto implica agrupar los escenarios originales en “clusters”, seleccionar un escenario representativo de cada grupo y aplicar PH sobre este conjunto reducido de escenarios, lo que simplifica la dimensionalidad del problema y reduce los requerimientos computacionales. Además, se describen otras variantes y mejoras al algoritmo PH, como el PH aleatorio (RPH), el PH paralelo aleatorizado y el PH asíncrono, que buscan reducir la carga computacional y aprovechar la computación paralela para acelerar la convergencia. También se presenta una implementación del PHCD utilizando la librería de Python, **mpi-sppy**. Ésta librería de código abierto es diseñada para la resolución eficiente y escalable de problemas de programación estocástica en entornos de computación paralela, es una herramienta que entre otros, implementa el algoritmo PH y sus variantes, apro-

vechando la comunicación asíncrona y la arquitectura cilíndrica para distribuir eficientemente la carga computacional entre múltiples procesos o nodos.

El Capítulo 6 presenta la formulación de un problema de optimización estocástica para el FHTP, considerando la incertidumbre en la accesibilidad a las zonas de cosecha. Los resultados de este capítulo fueron adelantados en Viana et al. (2022), ponencia del CLAIO XXI. Se introduce la función objetivo estocástica y las restricciones para modelar la disponibilidad aleatoria de los sitios de cosecha en diferentes períodos y escenarios. Se propone un enfoque de reducción de escenarios basado en técnicas de clustering para simplificar la dimensionalidad del problema estocástico y mejorar su tratabilidad computacional. Se realizan experimentos numéricos que demuestran la efectividad del enfoque de reducción de escenarios para preservar la calidad de la solución obtenida en comparación con utilizar el conjunto completo de escenarios, pero con menores requerimientos de tiempo de cómputo y recursos computacionales. Los resultados resaltan la utilidad de la optimización estocástica y las técnicas de reducción de escenarios para abordar la incertidumbre inherente en la planificación forestal y tomar decisiones más robustas.

En el capítulo 7 presentamos las conclusiones de este trabajo junto con la propuesta de posibles líneas de trabajo futuro.

Capítulo 2

Revisión bibliográfica sobre la inclusión de la incertidumbre en los modelos de gestión forestal

La toma de decisiones en la gestión forestal constituye un proceso complejo que involucra múltiples factores y fuentes de incertidumbre. Desde aspectos biológicos como las tasas de crecimiento de las especies y el impacto de plagas o incendios, hasta cuestiones económicas relacionadas con la fluctuación de precios de los productos madereros y la demanda de mercado, pasando por consideraciones sociales y ambientales, la planificación forestal se ve permeada por un sinnúmero de variables cuyo comportamiento futuro es difícil de predecir con precisión.

Esta inherente incertidumbre presente en la información requerida para la toma de decisiones forestales puede provocar que las soluciones óptimas determinadas por los modelos de optimización resulten significativamente afectadas e incluso inviables ante pequeñas variaciones en los valores nominales considerados. Por tanto, es imperativo incorporar explícitamente la incertidumbre en dichos modelos con el fin de obtener decisiones más sólidas y estables.

En este capítulo se presenta una revisión exhaustiva de las principales metodologías y enfoques propuestos en la literatura para tratar la incertidumbre en la optimización aplicada a la gestión forestal. Se describen sus fundamentos, ventajas, limitaciones y aplicaciones, brindando un marco teórico que permita comprender las opciones disponibles y facilite la selección de la

aproximación más adecuada según las características y requerimientos de cada problema de decisión en particular.

2.1. La planificación forestal

El proceso de planificación en la gestión forestal consiste en proporcionar a los tomadores de decisiones la información necesaria para seleccionar una serie de acciones apropiadas. Las decisiones claves que se podrán tomar han sido “clásicamente” la asignación de lugares para diferentes usos: las prácticas silvícolas, la planificación de la cosecha, construcción de caminos forestales y protección del medio ambiente, entre otros. También la gestión forestal ha cumplido con la creciente demanda de la sociedad de una utilización más sostenible y diversa de los sistemas forestales. La compleja estructura de estos sistemas, el efecto a largo plazo de las decisiones, la naturaleza diversa de los objetivos y las limitaciones jurídicas relativas al uso de la tierra y las prácticas de manejo, hacen que éste sea un problema complicado en el que los instrumentos para la adopción de decisiones desempeñan un papel importante (Davis et al. 2001). Debido a esta complejidad, la toma de decisiones forestales se dividen en una estructura jerárquica (Gunn, 1991; Weintraub y Cholak, 1991) en el que cada uno de los tres niveles de esta jerarquía se centra en cuestiones específicas que suelen preocupar a los diferentes responsables de la toma de decisiones. Por lo tanto, las herramientas de la toma de decisiones y los requerimientos de información son diferentes para cada nivel jerárquico (Nelson, 2001). En el nivel más alto de esta jerarquía, la planificación estratégica busca las estrategias generales que se aplicarán y explora qué productos deben producirse en un horizonte de planificación a largo plazo. Por ejemplo, los objetivos de en qué lugar realizar la cosecha teniendo en cuenta la conservación de ciertas áreas suelen fijarse en este nivel. A nivel táctico, los objetivos estratégicos deben traducirse en unidades de gestión específicas, situadas en el espacio, en un plazo más corto. Aunque existe una tendencia creciente a incluir detalles espaciales en las decisiones estratégicas (Nelson, 2003), es en el nivel táctico en el que los detalles espaciales apoyan las metas de conservación y las decisiones de gestión forestal como la cosecha, el raleo, el tratamiento de los desechos de la cosecha (Church, 2007), las decisiones de construcción de caminos forestales y las restricciones de adyacencia (Davis et al. 2001). Por último, el nivel operativo se ocupa

de las acciones operativas del mundo real como una planificación detallada de las cosechas de los rodales, el suministro de madera a instalaciones específicas, las decisiones de transporte o enrutamiento, y planificación de la producción en los aserraderos (D'amours et al. 2008a). Se utilizan diversos instrumentos para ayudar a los responsables de la toma de decisiones. Una buena visión general de los principales modelos utilizados en la planificación forestal, se presentan en la sección forestal de Weintraub et al. (2007). Modelos de programación matemática, incluyendo la programación lineal, mixta-entera y dinámica se encuentran entre las técnicas más utilizadas. Los grandes problemas, especialmente los que se refieren a los problemas espaciales, normalmente se vuelven difíciles de resolver mediante las técnicas de solución tradicionales. En este caso las heurísticas (por ejemplo, el *simulated annealing* y la *tabu search*) pueden utilizarse para encontrar rápidamente soluciones buenas en lugar de óptimas (Bettinger et al. 2002).

2.2. Incorporación de la incertidumbre en los modelos de decisión de la planificación forestal

Las distintas actividades que componen la agricultura han pasado de ser intensivas en mano de obra humana a procesos altamente automatizados, incorporando múltiples avances tecnológicos para recopilar y transmitir información, aumentando la eficiencia de la cosecha y la toma de decisiones más precisas y oportunas. Estos avances han abierto nuevas oportunidades para aplicar modelos de optimización durante la operación de cosecha. En este contexto, como lo explica Montenegro-Dos Santos et al. (2023), para aplicar estos modelos es necesario considerar la incertidumbre subyacente en las operaciones que proviene principalmente de las condiciones meteorológicas y de las características biológicas de los cultivos.

Parte de la complejidad del proceso de toma de decisiones forestales proviene de la incertidumbre inherente de la información necesaria para tomar una decisión. Al desconocerse información en los problemas de optimización, y no poder anticipar esta con certeza, existe la posibilidad de que se produzcan variaciones que afecten significativamente a las soluciones de los modelos. Las soluciones podrían dejar de ser óptimas e incluso podrían volverse inviables debido a pequeñas variaciones o perturbaciones en los valores nominales considerados (Shapiro,

2008). Por ello, es conveniente considerar la incertidumbre en los modelos matemáticos de optimización. En Investigación Operativa, unos de los primeros en tratar la incertidumbre en los problemas de optimización fue Dantzig (1955), utilizando diferentes escenarios, cada uno con una cierta probabilidad de ocurrir. Este estudio es considerado como uno de los primeros pasos en la programación estocástica (*stochastic programming*). En ese trabajo Dantzig analizó modelos en los que las actividades podían dividirse en dos etapas. La primera etapa requeriría que se determinaran las actividades a realizar. En la segunda etapa, las actividades al depender de la primera etapa, no necesariamente tenían que ser determinadas con antelación. La optimización en condiciones inciertas ha evidenciado un amplio desarrollo, tanto desde el punto de vista teórico como algorítmico (Sahinidis, 2004), principalmente para los problemas lineales, pero no así para los problemas no lineales o la programación entera. Hay que destacar que la inclusión de la incertidumbre en aplicaciones reales tiene entre otras dificultades, la determinación de las preferencias de los encargados de adoptar decisiones y el cálculo de las probabilidades asociadas a determinados acontecimientos (Bjørndal et al. 2012). Las decisiones de gestión forestal a menudo se refieren a grandes áreas, horizontes a largo plazo y múltiples interesados, y las fuentes de incertidumbre incluyen factores sociales, económicos, biológicos, tecnológicos y catastróficos (A. S. Kangas y Kangas, 2004; Marshall, 1987; Mowrer, 2000; Regan et al. 2002). En la mayoría de los casos, los modelos de decisión suponen que toda la información debe ser determinista (A. S. Kangas y Kangas, 1999; Lohmander, 2000). Esto significa que cualquier plan o decisión que se realice ahora probablemente no será óptimo en un análisis posterior (Marshall, 1987), ya que no se observarán necesariamente todos los supuestos y parámetros iniciales. Además, las alteraciones de supuestos pueden hacer inviable una solución óptima (Hof et al. 1988; Pickens y Dress, 1988; Thompson y Haynes, 1971). Los modelos matemáticos en un contexto de toma de decisiones son representaciones abstractas de los sistemas reales. La solución de estos modelos sólo debe servir de guía cuando una decisión se considera ser ejecutada o no. Además, la inviabilidad de los modelos no significa necesariamente que los sistemas pueden llegar a ser inviables, pero que las consecuencias de aplicar la soluciones de estos modelos pueden llegar a ser muy costosas. En el marco de la gestión forestal, la secuencia de toma de decisiones, la solución del primer período del modelo es la base de las decisiones que se han de aplicar de ahí

en adelante. Una vez que los resultados de estas decisiones y algunas de las incertidumbres se producen, el modelo se ejecuta de nuevo y las decisiones se vuelven a modificar. Este enfoque de planificación renovable permite a los responsables de la adopción de decisiones hacer frente a la incertidumbre de manera práctica. Sin embargo, cuanto más se modifiquen las decisiones, mayor será el costo que se tendrá de adaptación a esa incertidumbre. Por lo tanto, las soluciones menos sensibles a los aportes del modelo incierto se traducirán en un menor costo de adaptación. Un enfoque tradicional para estudiar la estabilidad de las soluciones óptimas a las perturbaciones de los datos es el enfoque de análisis de sensibilidad, que explora la manera en que los cambios individuales en los datos pueden modificar la solución óptima. Esto puede ser muy útil para abordar los esfuerzos hacia una mejor estimación de parámetros claves, pero su aplicación en los problemas del mundo real es limitada (Pickens y Dress, 1988). Otra forma de considerar la incertidumbre en el proceso de planificación ha sido el uso de los escenarios de análisis o simulación. Las diferentes condiciones que pueden ocurrir, por ejemplo, el cambio de los precios de la madera, o eventos como los incendios o periodos de lluvia prolongada, se presentan como alternativas en los diferentes escenarios de estas condiciones y eventos. Esto permite a los tomadores de decisiones determinar la opción de gestión más razonable (Mowrer, 2000) y para responder a las preguntas “qué pasaría si” se toma un camino particular (von Gadow, 2000). Este enfoque se ha utilizado ampliamente en la industria forestal (Klenner et al. 2000; Peter y Nelson, 2005; Smith y Zollner, 2005; von Gadow, 2000), aunque su aplicación suele requerir un gran número de ejecuciones y su utilidad es limitada a entornos relativamente estables (Courtney et al. 1997). Sin embargo, estos enfoques no son metodologías para tratar explícitamente la incertidumbre, sino formas de explorarla manualmente. En este sentido, no proporcionan directamente a los responsables de la toma de decisiones, decisiones suficientemente buenas para una gama de valores inciertos. Como los nuevos enfoques para considerar la incertidumbre siguen siendo un desafío (Martell et al. 1998; Nelson, 2003), es relevante para que los investigadores conozcan el marco general, las ventajas y los inconvenientes de estas metodologías para llevar a cabo investigaciones sobre este tema. Aunque el término “incertidumbre” es tradicionalmente asociado con la falta de información sobre el futuro y “riesgo” se refiere a una incertidumbre cuantificada (Knight, 1921), podemos decir que la “incertidumbre” simplemente

es una falta de certeza, mensurable o no, y el “riesgo” como un estado de incertidumbre asociado a los resultados que tienen un efecto no deseado. Trabajos como los de de Pellegrin Llorente et al. (2023) y Alonso-Ayuso et al. (2020) subrayan la necesidad de un entendimiento y un marco comunes para abordar la incertidumbre en la planificación forestal. Por otro lado, Petr et al. (2014) y Daniel et al. (2017) profundizan en esta cuestión centrándose en aspectos específicos de la incertidumbre, como la adaptación al cambio climático y el impacto de la variabilidad estocástica en las condiciones futuras de los ecosistemas.

A continuación se describirán brevemente los principales métodos desarrollados para considerar la falta de certeza en los modelos de optimización.

2.2.1. Uso de valores promedio

Los parámetros aleatorios son sustituidos por el valor más probable o el valor medio, y como tal el modelo matemático se transforma en un modelo determinista. Sin embargo, la variabilidad de los valores en relación con el valor esperado no es considerado, y como tal la solución que se obtenga podría ser sustancialmente subóptima y poco representativa de la realidad (Kouvelis y Yu, 2013). Debido a esto, en la toma de decisiones se corre riesgo que la solución encontrada luego no sea factible. Sin embargo, en el caso de problemas en los que el nivel de incertidumbre es bajo, o el impacto de la incertidumbre no es relevante, este método puede ser utilizado (Vladimirou y Zenios, 1997).

2.2.2. Usando el peor caso

Es posible sustituir el valor de los parámetros con incertidumbre por su peor valor y utilizarlo como modelo determinista. Sin embargo, el uso de esta metodología conduce a resultados muy conservadores y de alto costo (Vladimirou y Zenios, 1997) debido a la pérdida de la optimización de las soluciones.

2.2.3. Uso de escenarios

Este método implica utilizar un número finito de escenarios y resolver cada uno de ellos de forma independiente. Sin embargo, esta técnica sólo es útil para comparar las soluciones

obtenidas con distintos escenarios y seleccionar uno de ellos de acuerdo con el criterio de la persona que toma la decisión. En el sector forestal, se aplica esta metodología (Klenner et al. 2000; von Gadow, 2000; Peter y Nelson, 2005). No obstante, se necesita un gran número de escenarios, por lo que la aplicabilidad es reducida. El uso de escenarios también puede combinarse con la programación estocástica, asociando las probabilidades de los distintos escenarios y considerando cada uno de ellos como una manifestación particular de la realidad, como puede observarse en Mulvey y Ruszczyński (1995).

2.2.4. Análisis de Sensibilidad y Análisis Post-Óptimo

El análisis de sensibilidad y el análisis post-óptimo miden el impacto que los cambios en los datos de entrada que se producirán en las soluciones del modelo. Por lo tanto, es un enfoque que no proporciona ningún mecanismo con el que se pueda sensibilizar cuando se está gestionado (Hillier y Lieberman, 2001). Este análisis se centra en la identificación de los parámetros clave en los modelos, que generan un gran impacto en las soluciones cuando estos cambian. Así que, en los problemas reales de incertidumbre, este método no es útil (Pickens y Dress, 1988).

2.2.5. Programación Estocástica

Esta metodología surge como una extensión de los modelos de optimización lineal y no lineal, donde los coeficientes inciertos se representan según una distribución de probabilidad, ya sea con funciones discretas o continuas. Su objetivo es maximizar (minimizar) alguna medida del comportamiento esperado y cada situación es ponderada por su probabilidad de ocurrir (Birge y Louveaux, 2011). Esta metodología puede subdividirse en problemas:

- Programación con recurso: En este caso, las variables de decisión se dividen en dos etapas, la primera de que corresponde a las variables que deben determinarse antes de la aplicación de los parámetros inciertos. La segunda etapa corresponde a las variables de recurso. Estas variables pueden considerarse como medidas correctivas o recursos contra cualquier inviabilidad debida a una aplicación concreta. Por consiguiente, el objetivo es elegir las variables de la primera etapa (*“aquí y ahora”*) de manera que se reduzca al mínimo la suma de los costos de la primera etapa más el valor previsto de los costos de la segunda

etapa (Sahinidis, 2004). El concepto de recurso puede aplicarse en la programación lineal, no lineal y entera.

- Programación probabilística: o “restricción de azar” (*“chance constraint”*) se permiten algunas infactibilidades con penalizaciones determinadas (Shapiro et al. 2021). Sin embargo, esta metodología es difícil de manejar, tanto numéricamente como desde el punto de vista de la modelización (Shapiro, 2008).

Otra formulación estándar en la programación estocástica es el uso de modelos de decisión en múltiples etapas con decisiones adaptativas. En un enfoque típico de programación estocástica en dos etapas, el conjunto de decisiones puede dividirse en dos grupos: las decisiones que deben tomarse *“aquí y ahora”*, antes de que se pongan en práctica los acontecimientos inciertos, y las decisiones que se toman después de los acontecimientos y, por lo tanto, se adaptan y son de carácter secuencial. Este enfoque es poderoso pero, como señalan Chen y Zhang (2009), podría dar lugar a problemas de gran escala que son muy difíciles de resolver en términos de optimización. Además de esto, la programación estocástica requiere un conocimiento detallado de la distribución de probabilidad de los datos inciertos, que normalmente no se conocen o son difíciles de obtener.

La programación estocástica (*stochastic programming*) se ha usado menos que otras técnicas, pero igualmente hay varios ejemplos de aplicación en la industria forestal. Un modelo estocástico de dos etapas aplicado al problema de la planificación de la cosecha forestal con resultados inciertos se presentó en Hoganson y Rose (1987). Se utilizó una formulación vista en Johnson y Scheurman (1977) para representar las decisiones a corto plazo (de primera etapa) y a largo plazo (decisiones de segunda etapa), y se utilizó una técnica de descomposición para resolverlo. El problema de la planificación de la cosecha también se formuló como un modelo estocástico multietapa en H. I. Gassmann (1989). En este caso, el autor utilizó diferentes proporciones de bosque afectado por incendios como escenarios, y formuló una pequeña versión del modelo presentado en Reed y Errico (1986). Para evitar la inviabilidad producida en los peores escenarios, se incluyó un término de penalización que permitía las violaciones de las restricciones de flujo. Un modelo similar fue formulado por Boychuk y Martell (1996). En su modelo, los primeros períodos del horizonte de planificación tuvieron pérdidas estocásticas por

el fuego (dos escenarios con altas y bajas proporción de bosque quemado), y para los períodos restantes se consideró la pérdida de valor esperado por los incendios. La limitación del flujo de volumen también se alentó penalizando las desviaciones del volumen deseado. En ese trabajo se resolvió el modelo usando un *solver* de programación lineal tradicional y formulándolo como Problema Equivalente Determinista (DEP). La incertidumbre en el crecimiento de los bosques fue considerada como un modelo de múltiples etapas en Eriksson (2006). Se consideraron cuatro escenarios y un pequeño problema de ejemplo fue resuelto usando la formulación DEP. Las decisiones de mejora de los caminos forestales también se han examinado utilizando un modelo estocástico de dos etapas (Olsson, 2007). La duración incierta del período con malas condiciones de los caminos estuvo representada por tres escenarios equiprobables y el DEP fue resuelto usando un solucionador(*solver*) de programación lineal comercial. Las primeras aplicaciones de la programación probabilística (*probabilistic programming*) en la industria forestal trataban del crecimiento aleatorio de los bosques. En Weintraub y Vera (1991) y Weintraub y Abramovich (1995) se propuso una formulación de restricciones de oportunidad y se utilizó un algoritmo de planos de corte para resolver el problema no lineal resultante. También se utilizó un enfoque de restricciones de oportunidad en Pickens et al. (1991), y se aplicó un enfoque de simulación para resolver el modelo resultante. En Hof et al. (1992) se formularon modelos individuales y conjuntos probabilísticos restringidos, y se aplicó un algoritmo de gradiente descendiente. En Hof y Pickens (1991) se compara tres enfoques diferentes para maximizar la función objetivo (maximizar la probabilidad mínima de cumplir un objetivo, maximizar la probabilidad conjunta de que se cumplan algunos objetivos, y maximizar el total probabilidad de alcanzar algunos objetivos). Los modelos fueron resueltos usando un algoritmo no lineal así como aproximaciones lineales por trozos.

2.2.6. Programación difusa

Una alternativa a la programación estocástica es la programación difusa (*fuzzy programming*), que distingue entre aleatoriedad e imprecisión, y la principal diferencia con el enfoque estocástico es que en la práctica, en lugar de asumir las funciones de probabilidad, se asumen las funciones de propiedad (Jensen y Maturana, 2002), es decir, los medios para modelar la

incertidumbre difieren entre los dos enfoques (Sahinidis, 2004). La planificación de la cosecha forestal considerando rendimiento de la madera obtenida es una de las primeras aplicaciones *fuzzy programming* en la industria forestal. En Hof et al. (1986) y Pickens y Hof (1991) se planteó una formulación *maxmin* del problema de la planificación de la cosecha para producir un flujo de madera que no disminuyera suponiendo un rendimiento difuso. Análogamente, Bare y Mendoza (1992) compararon una formulación lineal y otra difusa teniendo en cuenta la falta de claridad en las limitaciones del flujo no decreciente. Al relajar estas limitaciones, como se esperaba, se obtuvieron aumentos en los valores objetivos. La teoría difusa también se utilizó en Mendoza y Sprouse (1989) como metodología para generar alternativas de ordenación más sólidas a un problema de planificación forestal de usos múltiples. Además, Boyland et al. (2006) compararon el efecto del uso de definiciones de clases serales lineales y difusas en los modelos de planificación de las cosechas, abordando la ambigüedad de los límites tradicionales en las categorías por edad de los bosques a cortar. En el contexto de los modelos multiobjetivo, se utilizó un enfoque difuso en Ells et al. (1997), donde se abordó el problema de la asignación del uso de la tierra con la vaguedad de la definición de los objetivos y del efecto de las opciones de ordenación en esos objetivos, y en Maness y Farrell (2004), donde no se conocían con certeza los niveles mínimos de los diferentes objetivos o indicadores. De manera análoga, la imprecisión de los umbrales de aceptación de los diferentes criterios para evaluar las alternativas de gestión se abordó en A. Kangas et al. (2006). La incertidumbre y la vaguedad de los coeficientes de la función objetivo también se consideraron en Mendoza et al. (1993) y Stirn (2006).

2.2.7. Programación dinámica

Este término fue propuesto por Bellman (1956) para describir la teoría matemática que desarrolló para hacer frente a los problemas de decisión en varias etapas (Sahinidis, 2004). Con frecuencia, las etapas se consideran como hitos en el tiempo, que es la razón por la que el término “dinámico” es usado. En cualquier momento una decisión tendrá influencia sobre el estado del sistema en una etapa posterior. Por lo tanto, se genera una función de retorno asociado con la decisión (Kall y Wallace, 1982). La metodología de programación dinámica encuentra una solución óptima para un problema con n variables desglosadas en n etapas, y como tal cada

etapa corresponde a un sub-problema compuesto por una sola variable. Ahora, dado que el solución de un sub-problema se utiliza como datos para el siguiente sub-problema, la resolución de los problemas de programación dinámica se lleva a cabo de manera recursiva (Taha, 2004). Concretamente, en el caso de la programación dinámica probabilística, los retornos en cada etapa son probabilísticos.

Los métodos de programación dinámica pueden gestionar eficazmente los sistemas agrarios y de recursos naturales, lo que permite tomar decisiones óptimas y mejorar las prácticas de gestión (Conrad, 1987). El método de Programación Dinámica Multiobjetivo (MODP) propuesto por Gong (1992) aborda eficazmente los objetivos múltiples y la incertidumbre en la gestión de los recursos forestales. En el artículo de Riitters et al. (1982), se utiliza esta técnica para optimizar el raleo y la rotación en los bosques de pino, maximizando tanto el rendimiento maderero como el forrajero, en función de los precios relativos y las tasas de descuento. J. Tan (2000) aplicó la programación dinámica para determinar la ubicación óptima de una red de carreteras forestales, y Anderson y Bare (1994) presentó un algoritmo de programación dinámica para optimizar masas forestales de edad desigual. Mas recientemente trabajos como el de Dietz (2019) afirman que la programación dinámica es un modelo especialmente útil para la gestión de la producción maderera, utilizando políticas de cosecha dinámicamente óptimas se logra robustez frente a la variación de las condiciones iniciales (Heikkinen, 2011).

2.2.8. Simulación

En los casos en que el desarrollo de modelos matemáticos o analíticos es demasiado complejo, existe la posibilidad de utilizar la simulación de sistemas, donde un sistema se define como un conjunto de entidades (personas, máquinas, etc.) que actúan e interactúan para lograr un objetivo (Law y Kelton, 2000). La simulación de sistemas corresponde a una herramienta computacional en el que el sistema que se estudia está diseñado a escala y cada vez que el programa de ordenador se ejecuta representa una implementación del sistema real. De esta manera, cuando el programa de simulación se ejecuta varias veces, podemos obtener el valor más probable de una o más variables de rendimiento (Gazmuri, 1994). Como tal, la simulación es un experimento estadístico y en consecuencia los resultados deben ser interpretadas con las

pruebas estadísticas apropiadas (Taha, 2004). Este método se asocia con cada restricción con información incierta, una función protectora que mejora la robustez de las soluciones. Esta metodología, como se propone en la literatura debería ser una herramienta interesante para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

El uso de la simulación y la optimización estocástica en la industria forestal se ha explorado en varios estudios. Marques et al. (2014) demostró el potencial de combinar técnicas de optimización con modelos de simulación de eventos discretos para planificar operaciones forestales, especialmente en presencia de factores estocásticos. Campbell y Dewhurst (2007) aplicó un enfoque de simulación jerárquica a través de la optimización para modelizar las perturbaciones naturales en los bosques, mejorando la eficiencia de las técnicas de simulación tradicionales.

2.3. Robustez en las decisiones en marco de incertidumbre

Concretamente, Mulvey y Ruszczyński (1995) consideran que la programación robusta es un enfoque de programación estocástica que proporciona soluciones menos sensibles a las variaciones de los datos del modelo, pero que tienen un costo más elevado (Vladimirou y Zenios, 1997). Estos enfoques también cuantifican el riesgo de inviabilidad para distintos niveles de robustez. Por lo tanto, se puede decidir, dentro de un abanico de opciones, cuál es la solución que mejor representa el mejor compromiso entre conservadurismo y aumento de los costos operativos (Diz et al. 2019). Los modelos robustos incorporan explícitamente parámetros aleatorios, lo que reduce al mínimo tanto el valor del costo previsto como ciertas penalizaciones por ineficacia. La incertidumbre es un tema relevante en la modelización de la toma de decisiones. El objetivo de cualquier metodología que incorpore explícitamente la incertidumbre debe proporcionar decisiones más sólidas o estables que las metodologías “deterministas”. Una decisión robusta o estable debe ser una que garantice un nivel de solución deseado, independientemente de los valores de los parámetros que definen el rendimiento del sistema. Dado que las decisiones robustas requieren ser buenas (no óptimas) para múltiples posibles valores futuros de parámetros inciertos, sus valores objetivos se verán ciertamente afectados negativamente. Sin embargo, los

responsables de la toma de decisiones deberían estar dispuestos a asumir este costo a cambio de una reducción del riesgo asociado a sus decisiones. En este enfoque de programación robusta, una solución es robusta si la solución óptima se mantiene “suficientemente óptima” cuando los datos de entrada cambian. Además, el modelo se define como robusto si la solución óptima se mantiene suficientemente viable ante las variaciones de los datos. Las aplicaciones de esta metodología y los métodos de resolución pueden encontrarse en Mulvey y Ruszczyński (1995), Alborno (1998), Bai et al. (1997), Leung et al. (2002), Takriti y Ahmed (2004), Yang y Zenios (1997) y Yu (1996), así como otros. También se ha aplicado esta metodología en la planificación de los recursos forestales. Varas et al. (2014) utilizaron la *optimización robusta* para resolver un problema de programación de la producción en un aserradero. Palma y Nelson (2009) y Palma y Nelson (2014) resuelven problemas forestales (modelos de programación de cosechas y construcción de carreteras), Carlsson et al. (2014) trabajan en la planificación de la distribución y el inventario en un productor de pasta de papel y comparan la *optimización robusta* con un enfoque determinista tradicional utilizando la política de existencias de seguridad. El objetivo de la existencia de seguridad es considerar la incertidumbre en la demanda y la capacidad de transporte. La ventaja de esta metodología es la magnitud del problema, pero es necesario determinar el nivel de las existencias de seguridad. Carlsson et al. (2014) indican que la *optimización robusta* es considerablemente mejor que los mejores enfoques deterministas que incluyen niveles de existencias de seguridad. En Sanei Bajgiran et al. (2017), se propone un modelo robusto de planificación de la cosecha formulado a partir del método de restricción de cardinalidad. Este último proporciona algunas ideas sobre el ajuste del nivel de robustez del plan de cosecha sobre el horizonte de planificación y la protección contra la incertidumbre.

2.4. Comentarios finales

Los enfoques examinados tienen ventajas e inconvenientes, esencialmente basados en su supuestos y el esfuerzo necesario para encontrar soluciones, lo que define la idoneidad de su en diferentes problemas de decisión. La programación estocástica, proporciona una representación muy intuitiva y elegante de un futuro incierto mediante el uso de escenarios, para los cuales se necesita una descripción cuantitativa de su probabilidad de ocurrencia. A diferencia de

otros enfoques, representa la naturaleza dinámica de las decisiones al permitir la posibilidad de recursos. Sin embargo, a medida que aumenta el número de escenarios esta representación produce que el tamaño de los modelos aumente muy rápidamente, forzando el uso de algoritmos de solución especialmente diseñados que requieren esfuerzos adicionales para su implementación. El grado de aversión al riesgo (equilibrio entre un producto más seguro con un valor objetivo más bajo y otro más incierto con un valor objetivo mejor) no se considera explícitamente en la programación estocástica. Aunque los modelos aleatorios con limitaciones son también bastante intuitivos, suelen implicar el uso de técnicas de solución no lineales, salvo en el caso de problemas específicos que pueden resolverse fácilmente. Como en la programación estocástica, la distribución de probabilidad de las incertidumbres debe ser conocida, pero en estos modelos los niveles de aversión al riesgo del enfoque pueden definirse explícitamente. La teoría difusa, por otra parte, está diseñada para lidiar con la imprecisión y la falta de claridad en lugar de incertidumbre. Es más apropiado cuando hay vaguedad, por ejemplo, en el significado de ciertos eventos, fenómenos o declaraciones, pero no cuando representan la falta de información sobre el valor de los parámetros. Cuando se utiliza de forma inadecuada, esta metodología da como resultado una versión relajada de los problemas de decisión tradicionales, en la que se permiten violaciones de las restricciones y en consecuencia, se obtienen una mejor función objetivo. La forma en que se modela la incertidumbre en los problemas de decisión con la teoría difusa no produce realmente soluciones estables. Cabe señalar aquí que también se ha utilizado otros enfoques de modelización probabilística para modelizar la incertidumbre. Por ejemplo, se han utilizado modelos de decisión basados en cadenas de Markov para evaluar las decisiones de cosecha cuando el crecimiento del bosque (Zhou y Buongiorno, 2006), el precio de la madera (Insley y Rollins, 2005; Teeter y Caulfield, 1991), o ambos (Kaya y Buongiorno, 1987; Lembersky y Johnson, 1975) son inciertos. En estos casos, se utilizan las cadenas de Markov para representar la transición entre los estados futuros e inciertos, y se utilizan otras técnicas para resolver los modelos resultantes (Hillier y Lieberman, 2001).

La investigación sobre nuevas metodologías para incluir la incertidumbre en los modelos de planificación es muy pertinente. Con la mayor potencia de las computadoras disponibles hoy en día, las mejores técnicas de pronóstico para hacer estimaciones y nuevas fuentes de incertidum-

bre reconocidas (por ejemplo, el cambio climático, la demanda de nuevos servicios ambientales, tecnología, etc.), el proceso de toma de decisión puede beneficiarse de la investigación sobre esta tema. Estas metodologías deben considerarse el equilibrio entre la reducción del riesgo y el costo de esta reducción (en otras palabras, el nivel de aversión al riesgo), y deben aplicarse diferentes enfoques a diferentes tipos de incertidumbres (es decir, eventos catastróficos y no catastróficos). Como algunos tipos de incertidumbre pueden ser bien descritos por las funciones de distribución, y otros no, los enfoques que puede tratar con ambos temas son importantes.

Capítulo 3

Problema del Tour de Cosecha Forestal (FHTP)

Basado en el contenido de este capítulo, fue publicado el artículo Viana et al. (2023) en la revista RAIRO, y fueron publicados diversos trabajos en conferencias, como el de Viana et al. (2018b) replanificación de recorridos de los contratistas de cosecha forestal, cuando se produce la falla de equipos, publicado en el XIX CLAIO; en Viana et al. (2019) la replanificación cuando se produce la inhabilitación de los lugares de cosecha (publicado en BigDSSAgro 2019), y en Viana et al. (2018a) y en Viana et al. (2020) la colaboración entre contratistas de cosecha forestal, publicados en SBPO 2018 y en el 49 JAIIO respectivamente.

En un mercado globalizado, los planes de gestión forestal desempeñan un papel importante en la sostenibilidad de las empresas forestales. Por ello, se han desarrollado varios procesos de optimización para apoyar la toma de decisiones en las operaciones forestales. Sin embargo, aún quedan importantes cuestiones por abordar, como la planificación de la asignación de zonas de cosecha a los equipos que se contratan para estos fines. La planificación de las cosechas incluyen diferentes escalas temporales y restricciones naturales, de modo que encontrar las óptimas, o incluso las de buena calidad, constituye un problema de optimización combinatoria de gran complejidad. Una planificación eficiente de tales operaciones puede reducir significativamente los costos asociados a la logística y mejorar los resultados económicos de las empresas del sector. En Uruguay, casi el 75 % del total de las operaciones de cosecha forestal para la producción

de celulosa son realizadas por empresas contratistas, por lo que se pueden considerar un actor importante en la cadena de suministro. En este capítulo se presenta una metodología que tiene como objetivo optimizar la asignación y el ruteo de los equipos de cosecha de las empresas contratistas forestales, las cuales deben ubicarse en los sitios a cosechar durante un horizonte de planificación determinado. En la Sección 3.1 se hace una síntesis de algunos trabajos relevantes sobre la aplicación de modelos de optimización para la planificación de la cadena de suministro en la industria forestal. Luego se describe el problema a abordar (Sección 3.2) y se presenta el modelo matemático propuesto (Sección 3.3). En la Sección 3.4, se presentan experimentos numéricos sobre un caso de estudio basado en datos realistas. Los resultados obtenidos demuestran que instancias de tamaño realista pueden resolverse con un solucionador estándar de programación matemática en un tiempo razonable.

El modelo de programación matemática también puede ser útil para evaluar los beneficios potenciales de la planificación conjunta por parte de varios contratistas con respecto a los costos derivados de la planificación por separado, como se ilustra también con ejemplos numéricos sobre el mismo caso de estudio. Este modelo puede utilizarse para apoyar la programación anual de la cosecha forestal y la asignación de equipos para contratistas corporativos, lo que conduce a planes de mejor calidad y oportunidades de mejora.

3.1. Antecedentes

En la industria forestal innovar es importante para el éxito de las empresas del sector, sobre todo en los países en vía de desarrollo (Štěrbová et al. 2019), en especial cuando se quiere hacer un uso rentable de las operaciones de cosecha (Bredström et al. 2010). La cosecha y el transporte representan una gran parte de los costos en la cadena de suministro forestal (Leonello et al. 2012), por lo tanto es necesario que toda esta logística sea bien gestionada (Epstein et al. 2007).

En la industria forestal, la planificación de la cadena de suministro desempeña un papel importante en el proceso de toma de decisiones dentro del marco de planificación, que puede basarse en los siguientes niveles jerárquicos: estratégico, táctico y operacional. La planificación táctica se ocupa principalmente de tomar decisiones sobre cómo gestionar las operaciones de los rodales a lo largo de varios períodos, en particular la planificación de las cosechas anuales en

las cadenas de suministro y las diferentes aplicaciones forestales como se puede ver en Carlsson et al. (2009).

En Church et al. (2000), los autores destacan la importancia de los modelos de planificación a nivel táctico para establecer un puente entre las soluciones alcanzadas a nivel estratégico y la información de planificación operativa. En Bouchard et al. (2017) se propone un modelo de planificación integrada que combinaba las decisiones de planificación estratégica y táctica en la silvicultura, lo que se tradujo en una mejora de los beneficios y la eficiencia. La Investigación Operativa (IO) se utiliza ampliamente en las operaciones forestales para optimizar diversos aspectos como la cosecha, el transporte, la replantación y la asignación de recursos. Las técnicas utilizadas en la IO, como la programación lineal, la programación entera y la simulación, pueden aplicarse para resolver los complejos problemas que surgen en las operaciones forestales. Se han realizado trabajos de IO para apoyar la planificación estratégica de la gestión forestal, la planificación forestal a corto plazo, las operaciones forestales y la gestión de incendios forestales (Martell et al. 1998). Otras aplicaciones incluyen la evaluación de la viabilidad económica de diferentes estrategias de aprovechamiento y gestión y la ayuda a los gestores a tomar decisiones informadas sobre cómo asignar los recursos de forma eficiente (D'amours et al. 2008b).

Los modelos de optimización relacionados con las planificación de operaciones forestales se ha utilizado en los años recientes en varios trabajos académicos, como ser casos de estudio como el de transporte de trozas (Borges et al. 2016, Monti et al. 2020), cosecha y transporte (dos Santos et al. 2019) y problema de planificación estratégica (Ramage et al. 2013, Giménez et al. 2013, Diaz-Balteiro et al. 2009, Diaz-Balteiro y Rodriguez, 2006).

El concepto de sostenibilidad en el sector forestal es cada vez más considerado como importante, principalmente en un enfoque diversificado para la producción sostenible de madera (Santos et al. 2019). Por lo tanto, Los modelos de optimización son capaces de equiparar el escenario de sostenibilidad planteado por (Ananda y Herath, 2009) con el enfoque científico presentado por (Fotakis et al. 2012). Estos modelos utilizan algoritmos avanzados, como algoritmos genéticos y programación por metas, para encontrar soluciones óptimas que equilibren la sostenibilidad a largo plazo con las necesidades científicas y prácticas de la gestión forestal.

La reducción de costos para los contratistas es importante para su viabilidad. Las aporta-

ciones de este estudio están relacionadas con la propuesta de un modelo de optimización del traslado de equipos de cosecha forestal para resolver un problema logístico complejo, en el que se consideran diferentes restricciones técnicas de esta industria. Este problema de planificación integra problemas de asignación y encaminamiento. Como el problema generaliza el *Vehicle Routing Problem* (Toth y Vigo, 2002), se sabe que es difícil de resolver, incluso para instancias pequeñas. Aunque en la actualidad no disponemos de estudios sobre la programación de la cosecha forestal, algunos autores han estudiado cuestiones análogas en el contexto de la cosecha de caña de azúcar, que presenta semejanzas y diferencias. En particular, Santoro et al. (2017) propuso el Problema de Planificación de Rutas para Cosecha Mecanizada (RPPMH), cuyo objetivo es minimizar el tiempo de maniobra de la máquina cosechadora, con el fin de reducir los costos de combustible y mano de obra, entre otros. En otro trabajo, Junqueira y Morabito (2019) analizan la programación del frente de cosecha de caña de azúcar centrándose en el equilibrio de las capacidades de cosecha y transporte. Ese trabajo presenta un problema de Programación Lineal Entero Mixta (MILP) para abordar los problemas de complejidad y escalabilidad. Por último, Aliano Filho et al. (2021) discutieron un modelo de programación no lineal de enteros mixtos bi-objetivo para encontrar variantes de planes que puedan minimizar el costo total incurrido. En particular, la formulación tiene en cuenta tanto el costo total incurrido por las operaciones de cosecha y transporte como el tiempo total de la cosecha.

3.2. Descripción del problema de cosecha forestal

En la planificación de las operaciones de cosecha se debe tener en cuenta una serie de objetivos y restricciones. La planificación dispone de información sobre los lugares que deben ser cosechados durante el año. Estos lugares tienen diferentes propiedades, como su ubicación geográfica, el volumen de madera estimado, las especies de árboles allí existentes, la distancia a cierto destino de industrialización y la accesibilidad del terreno.

Un **frente de cosecha** está definido como el lugar donde se realizan las operaciones con el equipamiento específico para el apeo, descortezado y trozado de árboles, para su posterior carga y transporte a un destino de industrialización de la madera. El equipamiento específico consta de máquinas cosechadoras (*harvesters*) y autocargadores (*forwarders*), como se puede



(a) Harvester (Wikipedia, [s.f.-b](#))



(b) Forwarder (Wikipedia, [s.f.-a](#))

Figura 3.1: Maquinaria utilizada en la cosecha forestal. (Bredström et al. 2010)



Figura 3.2: Frente de cosecha instalado (Forestal, [s.f.](#)).

apreciar en las Figuras [3.1](#) y [3.2](#).

Los **establecimientos forestales** o **montes**, donde se realizan estas operaciones, pueden contar con más de una especie de árbol plantada, en este caso especies de eucalipto: *Eucalyptus grandis*, *E. dunnii*, *E. maidenii*, *E. benthamii* y *E. globulus*. Para cada establecimiento, se tiene un **índice de producción**, que mide el volumen cosechado por un *harvester* en un periodo de tiempo, por ejemplo $m^3/\text{mes}/\text{turno}$. Este índice depende del tipo de *harvesters*. También se cuenta con la información del volumen de madera existente según la especie. Esta información sirve para establecer el tiempo necesario que le insume a cada equipo completar una cosecha en determinado lugar.

En algunos establecimientos existe un periodo (en general, determinado mes del año) límite

para la cosecha forestal, tal que todas las operaciones deben finalizar antes de esa fecha. Cada **contratista forestal** se hará cargo de un frente de cosecha, dependiendo que tenga la maquinaria necesaria para ello y que ese frente se instale dentro de su región de trabajo. Una vez que se comienza la cosecha de un establecimiento, el frente de cosecha no puede retirarse hasta terminarlo.

Los contratistas forestales tienen una base de operaciones, normalmente en una ciudad o localidad donde está instalada la empresa. Para limitar los grandes desplazamientos, cada contratista tiene un radio operativo máximo, medido como la distancia desde la base de operaciones hasta las zona de cosecha.

Aquellos contratistas que tengan un rango de acción determinado, obligatoriamente deben permanecer en esa región. Otros contratistas cuentan con la libertad de movimiento, y pueden ser asignados a otros lugares de cosecha más alejados de los que estuvieron al principio de la temporada. De todas maneras, siempre debe buscarse que los equipos de los contratistas se trasladen lo menos posible.

El **plan anual de cosecha** consiste en determinar que frentes de cosecha en los distintos periodos del año se establecen, por consiguiente, se debe comunicar dicha planificación a los contratistas forestales para que se desplacen a cada lugar para cumplir con la operación. Eventualmente cada contratista puede ocuparse de más de un frente de cosecha, siempre y cuando tenga la maquinaria necesaria para ello. Se deberá considerar que la distancia al destino de industrialización no varíe sustancialmente en cada periodo, para evitar fluctuaciones en la necesidad de camiones para transportar la madera. El esquema que describe como sería la planificación completa se ve en la Figura 3.3.

Se propone un modelo de optimización para la planificación anual de instalación de los frentes de cosecha en los distintos montes disponibles. Se pretende satisfacer la demanda en cada periodo (semana, quincena o mes) del horizonte de planificación de madera con destino a los centros de industrialización, teniendo en cuenta la distancia entre los distintos frentes a recorrer por los equipos. El objetivo es minimizar el costo total del traslado de los equipos entre diferentes frentes a operar. De este modo, se podría encontrar una planificación óptima de los equipos, en términos de dónde asignar cada frente de cosecha en cada periodo del horizonte

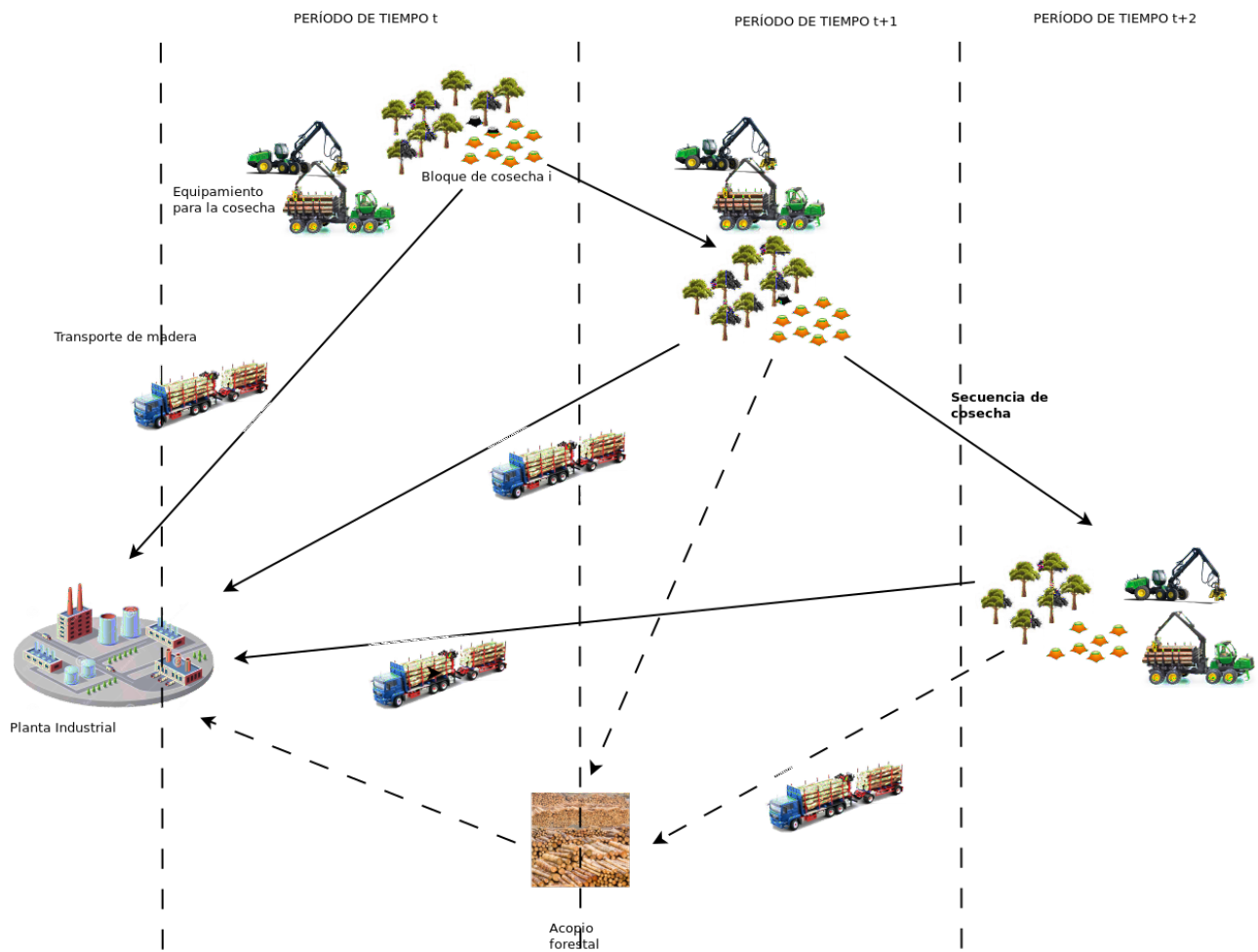


Figura 3.3: Esquema de las operaciones de cosecha y transporte forestal a realizar en un horizonte de planificación determinado.

de planificación, con el fin de aumentar la eficiencia económica, para no incurrir en gastos innecesarios o ahorrar costos, de la cosecha forestal y el transporte de las trozas.

El problema tiene una estructura típica de un grafo, donde se tiene un conjunto no vacío de vértices, y uno de aristas. En esta estructura, los lugares de cosechas (montes) y los de industrialización de la madera se asocian a los vértices y, en consecuencia, las aristas se asignan con las distancias entre ellos (con la menor distancia por carretera que existe entre dos puntos); eventualmente el peso de las aristas podría corresponder a los costos de traslado, que cambia dependiendo del tipo de camino (asfalto, gravilla o tierra). Esta descripción puede asignarse al enfoque clásico de enrutamiento de vehículos. Sin embargo, el sistema logístico forestal aporta un diseño atípico a estos enfoques que suelen encontrarse en la literatura.

Los Problemas de Ruteo de Vehículos (*VRP*) son comúnmente utilizados en las redes de transporte logístico de cargas. Este tipo de problemas es clasificado por Lenstra y Kan, [1981](#) y Pierre y Zakaria, [2017](#) como *NP-hard*, supone una mayor complejidad de resolución y, por lo tanto, no se resuelven por un método exacto en tiempo polinómico. El *VRP* consiste en que varios vehículos ejecuta cada uno, una ruta del mismo tipo, un ciclo que parte y termina en un vértice en particular, (Pierre y Zakaria, [2017](#)).

Los Problemas de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo (*VRPTW*) son una variante del **VRP** donde el enrutamiento o los viajes pueden ser programados y los servicios pueden ser realizados sólo en un intervalo de tiempo específico (en el *time windows*, TW). La TW comprende el tiempo de servicio más temprano (límite inferior) y el tiempo de servicio más tardío (límite superior). Cuando los vehículos llegan antes del límite inferior y después del límite superior, pueden producirse errores porque ambas situaciones dan lugar a un costo de espera y a un costo de pérdida de oportunidad. El modelo matemático básico *VRPTW* se presenta en muchos trabajos, como los de Desrochers et al. [1987](#), K. C. Tan et al. [2001](#), Zirour, [2008](#) y El-Sherbeny, [2010](#). Este modelo es bien conocido y utilizado por muchos investigadores combinándolo con enfoques heurísticos para resolver varios problemas. Ghoseiri y Ghannadpour, [2010](#) presentaron un modelo *VRPTW* para formular el problema de asignación de una locomotora homogénea multipunto y lo resolvieron mediante un algoritmo genético híbrido. Kritikos y Ioannou, [2013](#) abordaron el problema de enrutamiento de flotas heterogéneas de vehículos con sobrecarga y

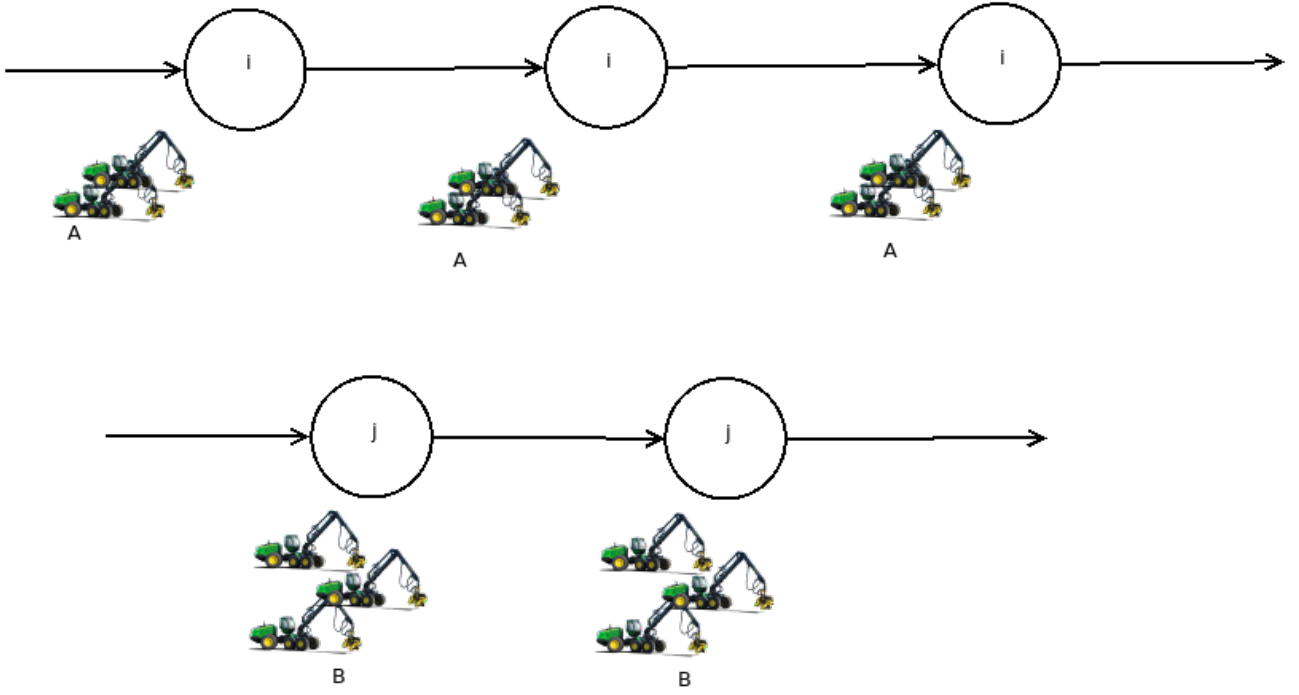


Figura 3.4: Para dos lugares de cosecha (i y j) con el mismo volumen de madera (por ej. $30.000 m^3$) y productividad por *harvester* ($5.000 m^3/hv/mes$), el equipo A necesita 3 periodos de tiempo para completar el frente, y el equipo B dos periodos.

ventanas de tiempo, se resolvió el modelo aplicando una heurística de inserción secuencial. Sus resultados computacionales muestran que el enfoque es eficaz para reducir el costo con una mínima violación de la capacidad. Los problemas *VRPTW* y sus variantes siguen siendo estudiados y hay una extensa literatura reciente al respecto, que no reportamos por exceder el alcance de este trabajo

Sin embargo, en este problema forestal, planteamos que equipos de cosecha conformados por uno o más *harvesters*, que pertenecen a un contratista forestal, recorren los distintos frentes a lo largo de un horizonte de planificación. Comienzan ese tour anual en uno de los puntos de cosecha y se van trasladando a los diferentes lugares (“clientes” del *VRP*) hasta que se complete la asignación dada. La particularidad de este problema también reside en que el tiempo necesario para completar una cosecha por parte de un contratista en determinado frente, no es necesariamente el mismo que el de otro equipo (por tener distinta capacidad de maquinaria). Esto puede llevar a que un equipo esté varios periodos de tiempo en un frente de cosecha (ver la Figura 3.4).

3.3. Modelo matemático

En esta sección se describe el modelo de programación matemática para optimizar la asignación de los frentes de cosecha a cada contratista, procurando minimizar el traslado de equipos.

3.3.1. Conjunto de índices

Como conjunto de índices se tendrá:

- $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{|P|}\}$, horizonte de planificación, conjunto de periodos del año para realizar la cosecha (por ejemplo, los meses del año).
- $K = \{k_1, k_2, \dots, k_{|K|}\}$, equipos de cosecha forestal. Cada equipo consta de determinada cantidad de *harvester* y *forwarder*.
- $B = \{b_1, b_2, \dots, b_{|B|}\}$, bases de operaciones de los contratistas forestales.
- $I = \{i_1, i_2, \dots, i_{|I|}\}$, lugares de cosecha, donde se instalaran los frentes de cosecha.

3.3.2. Parámetros del modelo

Los siguientes son los parámetros del modelo:

- v_i , volumen de madera en m^3 , a cosechar en el sitio i , $i \in I$.
- r_{ik} , capacidad de cosecha (en $m^3/\text{periodo}$ de madera) de un equipo k en el sitio i , $i \in I$ y $k \in K$.
- t_{ik} , tiempo (número de periodos) que tardaría el equipo k en extraer toda la madera disponible en el frente instalado en el sitio i . Este parámetro es calculado de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$t_{ik} = \frac{v_i}{r_{ik}}, \forall i \in I, k \in K \quad (3.1)$$

- d_{ij} , distancia (en km) entre los lugares de cosecha y las bases de operaciones, con $i, j \in B \cup I$.
- f_i , distancia (en km) entre un lugar de cosecha i y el destino de industrialización, $i \in I$.
- D^p , demanda de madera en m^3 en el periodo p para el destino de industrialización, $p \in P$.

- t_i^{MAX} , último período factible para el lugar de cosecha i , $i \in I$.
- $a_{ik} = 1$ si el lugar de cosecha i está en el radio de trabajo del equipo k , $a_{ik} = 0$ en el otro caso, $i \in I, k \in K$.
- var_{MAX} , variación máxima de la distancia al destino de industrialización para frentes consecutivos que deben asignarse a un equipo de cosecha, donde $0 \leq var_{MAX} \leq 1$.
- C_i^{HARV} , costo de cosecha en cada frente instalado en el sitio i , con $i \in I$. Este costo depende del frente de cosecha, y se calcula por m^3 de madera cosechada (Cusano et al. 2009).
- C_{ij}^{TRANS} , costo de traslado de toda la maquinaria de cosecha de i hacia j , con $i, j \in B \cup I$. Este costo se calcula en función del peso de la maquinaria forestal a transportar. Para este trabajo se utilizan las tarifas de referencia en Uruguay para el transporte de maquinaria con un peso aproximado de 20 toneladas.

3.3.3. Variables del modelo

Se definen las siguientes variables de decisión para el planteo del problema:

- x_{ijk} , esta variable binaria indica si los *harvesters* del equipo k se desplazan a la ubicación j después de estar en la ubicación i , i y $j \in B \cup I, k \in K$.
- y_{ik}^p , esta variable binaria indica si el equipo de cosecha k del contratista operan en el lugar de cosecha i en el período p , $k \in K, i \in I, p \in P$.
- $s_{ik} \geq 0$, esta variable entera indica en qué período el contratista k comienza a operar en un frente de cosecha en el lugar i , $k \in K, i \in I$.
- $w_i^p \geq 0$, volumen cosechado en el periodo p en el frente instalado en i , con $p \in P, i \in I$.
- u_{ik} , representa el número de lugares visitados por el contratista k antes de instalar el frente de cosecha en el lugar i , $k \in K, i \in I$.

3.3.4. Objetivo y restricciones

A continuación se describe la función objetivo y las restricciones del modelo matemático:

$$\min \sum_{i \in B \cup I} \sum_{j \in B \cup I} \sum_{k \in K} C_{ij}^{TRANS} d_{ij} x_{ijk} + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} C_i^{HARV} y_{ik}^p \quad (3.2)$$

El objetivo del problema es minimizar el costo de traslado de equipos de cosecha entre los diferentes lugares y el costo de operación de los equipos en cada frente instalado (3.2).

$$w_i^p = \sum_{k \in K} r_{ik} y_{ik}^p \quad \forall i \in I, \forall p \in P \quad (3.3)$$

En 3.3 se calcula el monto cosechado en todos los periodos en el frente de cosecha instalado en un lugar i , por parte de los equipos de los contratistas allí instalados.

$$\sum_{i \in I} w_i^p \geq D^p, \forall p \in P \quad (3.4)$$

En la restricción 3.4 se establece que el volumen cosechado debe cumplir con la demanda total de madera del destino de industrialización.

$$\sum_{p \leq t_i^{MAX}} w_i^p \leq v_i, \forall i \in I \quad (3.5)$$

La restricción 3.5 asegura que la cantidad de madera cosechada en todos los periodos habilitados es menor o igual al volumen existente en el lugar de cosecha i .

$$s_{ik} \leq p y_{ik}^p, \forall i \in I, k \in K, p \in P \quad (3.6)$$

Las restricciones 3.6 aseguran que los equipos de cosecha operaren en los respectivos frentes una vez establecido el periodo de inicio (s_{ik}). Como la variable y_{ik}^p es binaria, esta desigualdad fija un tope en p para la variable s_{ik} .

$$\sum_{p \in P: p \leq t_i^{MAX}} y_{ik}^p \leq t_{ik}, \forall i \in I, k \in K \quad (3.7)$$

La restricción 3.7 establece que la permanencia del equipo de cosecha de un contratista no puede superar el tiempo estimado de operación para ese lugar.

$$\sum_{i \in I} y_{i,k}^p \leq 1, \forall k \in K, p \in P \quad (3.8)$$

$$\sum_{k \in K} y_{i,k}^p \leq 1, \forall i \in I, p \in P \quad (3.9)$$

Las restricciones 3.8 y 3.9 garantizan que un equipo de cosecha sólo esté presente en un lugar en un momento dado.

$$s_{ik} + t_{ik} \leq t_i^{MAX}, \forall i \in I, k \in K \quad (3.10)$$

En 3.10 se establece que el periodo de inicio de las operaciones en un frente de cosecha no puede superar el periodo máximo de permanencia de contratistas en determinado lugar, teniendo en cuenta el tiempo estimado que le insumiría operar ahí.

$$s_{ik} + t_{ik} - M * (1 - x_{ijk}) \leq s_{jk}, \forall i \in I, j \in I, k \in K. \quad (3.11)$$

Las restricciones 3.11 establecen la secuencia de operación entre una lugar y el siguiente para cada contratista.

$$\sum_{i \in B \cup I} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \forall j \in B \cup I \quad (3.12)$$

En las restricciones 3.12 se establece que al menos un equipo de cosecha se instalará en cada lugar.

$$\sum_{i \in B \cup I} x_{ilk} = \sum_{j \in B \cup I} x_{ljk}, \forall l \in B \cup I, k \in K \quad (3.13)$$

Con la familia de restricciones 3.13 se asegura la continuidad del traslado de los contratistas a otros frentes de cosecha.

$$x_{ijk} + x_{jik} \leq 1, \forall i \neq j \in B \cup I, \forall k \in K \quad (3.14)$$

Con la restricción 3.14, el modelo asegura que solo hay un traslado de equipos de cosecha

entre dos lugares distintos.

$$\sum_{i \in B \cup I} x_{iik} = 0, \forall k \in K \quad (3.15)$$

Con 3.15 se evita que un equipo de cosecha vuelva al lugar que ya estuvo.

$$\sum_{b \in B} \sum_{j \in B \cup I} x_{bjk} = 1, \forall k \in K \quad (3.16)$$

Las restricciones 3.16 especifican que los equipos de cosecha siempre deben partir de una base de operaciones.

$$u_i - u_j + Nx_{ijc} \leq N - 1, \forall i \neq j \in I, \forall k \in K \quad (3.17)$$

La restricción 3.17 permite que no se formen sub-tours de equipos de cosecha en el recorrido total.

$$y_{ik}^p \leq a_{ik}, \forall i \in I, \forall k \in K, p \in P \quad (3.18)$$

En la restricción 3.18 se especifica que un contratista cosecha un frente de cosecha solo en lugares correspondientes a su área de operación.

$$f_j \leq (1 + var_{MAX})f_i x_{ijk}, \forall k \in K, \forall i \neq j \in I \quad (3.19)$$

Para establecer que no haya grandes diferencias entre la distancia a fábrica en un frente de cosecha en cierto periodo con el frente de cosecha del periodo siguiente, la restricción 3.19 limita a que esa diferencia no sea mayor a cierto incremento (Figura 3.5).

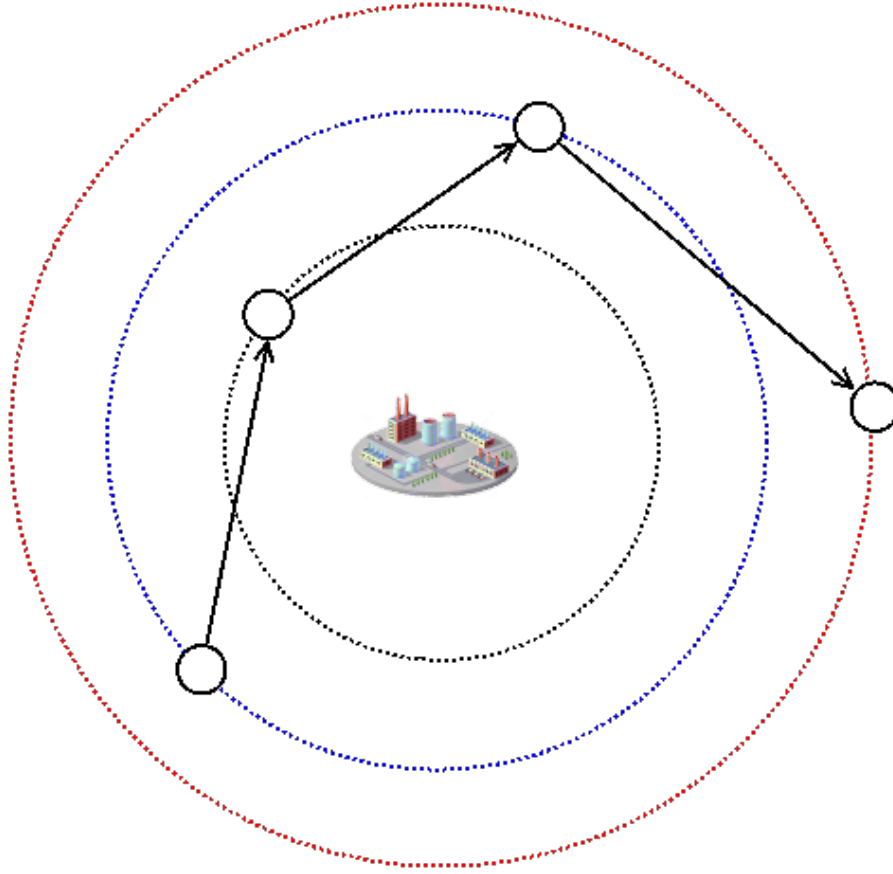


Figura 3.5: A medida que un equipo de cosecha se traslada a otro frente, la distancia a la planta de industrialización de este, debe mantener cierto margen con respecto al frente anterior.

3.3.5. Ejemplo ilustrativo

El siguiente ejemplo se ofrece con fines ilustrativos. La Tabla 3.1 muestra las distancias entre los distintos frentes de cosecha expresada en km , y la Tabla 3.2 muestra los datos de cada lugar a cosechar. En este caso existen dos equipos de cosecha (con un *harvester* cada uno) y se tiene que planificar la cosecha de 7 sitios.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	10	20	10	20	30	30	30
1	10	0	16	39	4	71	81	123
2	20	16	0	22	24	54	64	107
3	10	39	22	0	12	32	42	84
4	20	4	24	12	0	3	4	83
5	30	71	54	32	3	0	22	65
6	30	81	64	42	4	22	0	43
7	30	123	107	84	83	65	43	0

Tabla 3.1: Matriz de distancias para el ejemplo. El lugar 0 corresponde a la base de operaciones del contratista de cosecha

i	$v_i(m^3)$	$r_i(m^3/harvester)$	t_i^{MAX}
1	10000	5000	10
2	5000	5000	10
3	10000	2500	10
4	5000	5000	5
5	10000	5000	10
6	5000	5000	10
7	5000	5000	10

Tabla 3.2: Para cada lugar de cosecha, se tiene registro del volumen a cosechar en m^3 , el rendimiento la maquinaria en ese lugar y el periodo límite para realizar la cosecha

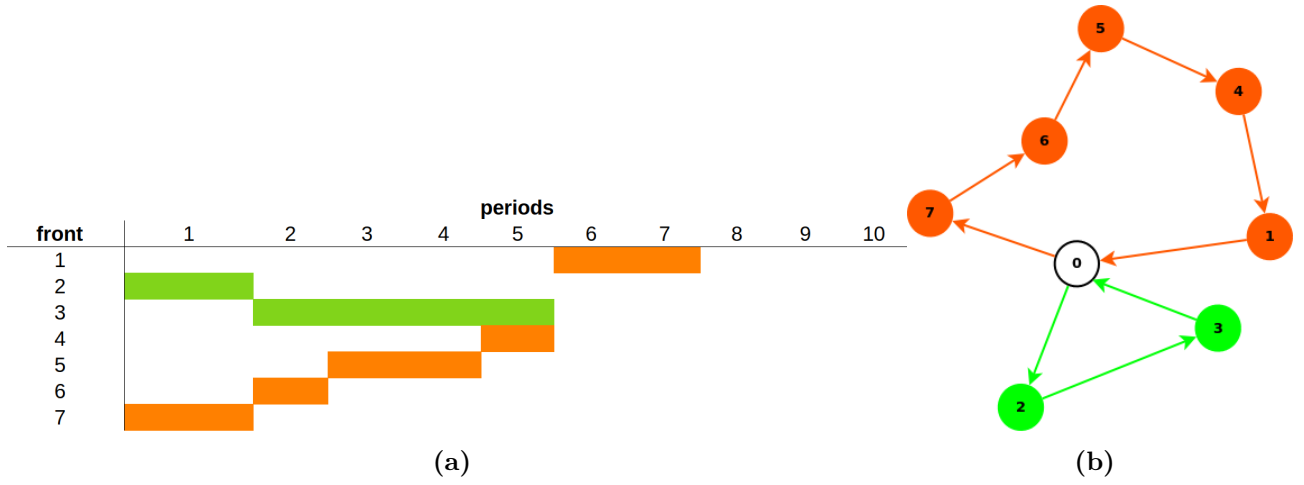


Figura 3.6: Ejemplo de la planificación resultante para dos equipos de cosecha (naranja y verde). (a) Calendario para cada equipo de cosecha, (b) Traslado de cada equipo entre los distintos frentes.

El resultado de aplicar el modelo descrito anteriormente se muestra en la Figura 3.6. Los equipos de cosecha se identifican con los colores naranja y verde. El gráfico muestra cuántos periodos trabajará cada equipo en los frentes de cosecha instalados. El recorrido total es el mínimo y corresponde a 88 km .

3.3.6. Complejidad y discusión del tamaño del modelo

La eficiencia de un algoritmo es una medida de la cantidad de recursos computacionales que se utiliza. Un algoritmo se considera eficiente si su consumo de recursos, también conocido como costo computacional, es igual o inferior a un nivel aceptable (Lewis y Papadimitriou, 1978). La definición clásica de la eficiencia de un algoritmo se basa en la complejidad temporal y es la cantidad de tiempo que tarda un algoritmo en ejecutarse (Green, 1997). La notación *Big O* es una notación matemática que describe el límite superior del peor escenario posible de

la complejidad temporal de un algoritmo (Chivers et al. 2015).

La complejidad del modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP) se puede analizar considerando las variables y restricciones involucradas. En este modelo, hay un total de cinco familias de variables (x_{ijh} , y_{ik}^p , s_{ik} , w_i^p y u_{ik}) y varias restricciones que deben ser satisfechas. La complejidad aumenta con el número de periodos de tiempo ($|P|$), contratistas forestales ($|K|$), bases de operaciones ($|B|$), y lugares de cosecha ($|I|$).

- La cantidad total de variables (x_{ijk}) tienen orden $(|B| + |I|)^2 \times |K|$ ya que i y j pertenecen al conjunto $B \cup I$.
- Para la variable y_{ik}^p hay $|I| \times |K| \times |P|$ combinaciones de índices posibles.
- La cantidad de variables s_{ik} y u_{ik} es de orden $|I| \times |K|$.
- La cantidad de variables (w_i^p) es de orden $|I| \times |P|$.
- Tomando en cuenta las familias de restricciones definidas (desde (3.3) a (3.19)), la cantidad de restricciones del problema es del orden de $orden(restricciones) = \sum_{i=1}^{i=19} orden(restriccion_i) = (|B| + |I|)^2$.

En resumen, la complejidad total de la formulación del problema será dominada por el término más grande entre estos. Además, las restricciones adicionales añaden otra capa de complejidad al problema. Por lo tanto, el tamaño del problema (número de variables y restricciones) y la complejidad computacional (tiempo requerido para resolver el problema) pueden ser bastante grandes, especialmente si los conjuntos P , K , B , e I son grandes. Esto es típico en los problemas de MILP, donde la complejidad puede aumentar rápidamente con el tamaño del problema. Por lo tanto, se podría decir que la complejidad de la formulación del problema es de N^2 , donde N es la cantidad de lugares (bases de operaciones y de cosecha) representados en el problema.

La complejidad temporal de un MILP no suele expresarse en términos del tamaño de la entrada, como en el caso de los algoritmos tradicionales. El MILP es conocido por ser *NP-hard* (Garey y Johnson, 1979), lo que significa que es un problema computacionalmente difícil de resolver y que no puede ser resuelto en tiempo polinomial (Guevara-Guevara et al. 2022, Quinton et al. 2020, Papadimitriou, 1981). La complejidad de resolver problemas MILP está a menudo relacionada con los algoritmos específicos y heurísticos utilizados, tales como *Branch*

and Bound (Lawler y Wood, 1966). Aunque puede no ser factible determinar la complejidad temporal de MILP de la misma manera que para los algoritmos tradicionales, la eficiencia de la resolución de problemas MILP se evalúa típicamente basándose en el rendimiento de solucionadores específicos y el tamaño de las instancias del problema.

3.4. Estudio de caso

El modelo se implementó utilizando AMPL (Fourer et al. 1995) y el solver CPLEX versión 20.1.0.0, y se ejecutó en un ordenador con sistema operativo Ubuntu Linux 20.04 de 64 bit, con un procesador Intel®Core™i5 y 12 GB de RAM. Para los experimentos computacionales se utilizaron datos provistos por una empresa forestal uruguaya, que consisten en la planificación de la cosecha forestal de 12 contratistas y 77 sitios de cosecha. En la Tabla 3.3, se puede ver la descripción de la asignación original. Esta información se utilizó para crear las diferentes instancias de prueba del modelo matemático. Para cada contratista que figura en la Columna 1, la tabla muestra en la Columna 2 el número de *harvesters* disponibles, en la Columna 3 el número de lugares a cosechar y en la Columna 4 el volumen de madera a extraer. El horizonte de planificación considerado es de un año, dividido en 12 periodos de un mes (el modelo en sí es independiente de la duración de los periodos, por lo que también se podría utilizar para la planificación a nivel de semana, lo que llevaría a considerar 52 periodos durante el año, con el consiguiente aumento del esfuerzo computacional).

Estos contratistas han distribuido sus operaciones en distintas zonas del país. En la Figura 3.7 vemos las zonas de operación de cada contratista. Para cada contratista, todos los frentes de cosecha del conjunto I están situados dentro de su zona de operación; y hay una única base de operaciones, también situada dentro de esta zona.

Está a disposición en línea en un repositorio Gitlab de la Facultad de Ingeniería - Udelar (Viana, 2023) los valores completos de los parámetros para nuestro caso de estudio, incluyendo los 12 contratistas y los 77 lugares de cosecha, con el fin de permitir la reproducibilidad de nuestro estudio.

K	#harvesters	$ I $	Volumen cosechado anual(m^3)
A	3	5	228.000
B	2	6	121.000
C	3	11	263.000
D	4	3	432.000
E	5	10	404.000
F	5	7	421.000
G	4	5	316.000
H	2	10	196.000
I	2	2	116.000
J	4	6	370.000
K	3	9	333.700
L	3	3	238.000

Tabla 3.3: Descripción de la asignación inicial. A cada contratista con un número determinado de cosechadoras (*harvesters*) se le asigna un número de frentes de cosecha y un volumen de madera que extraer.

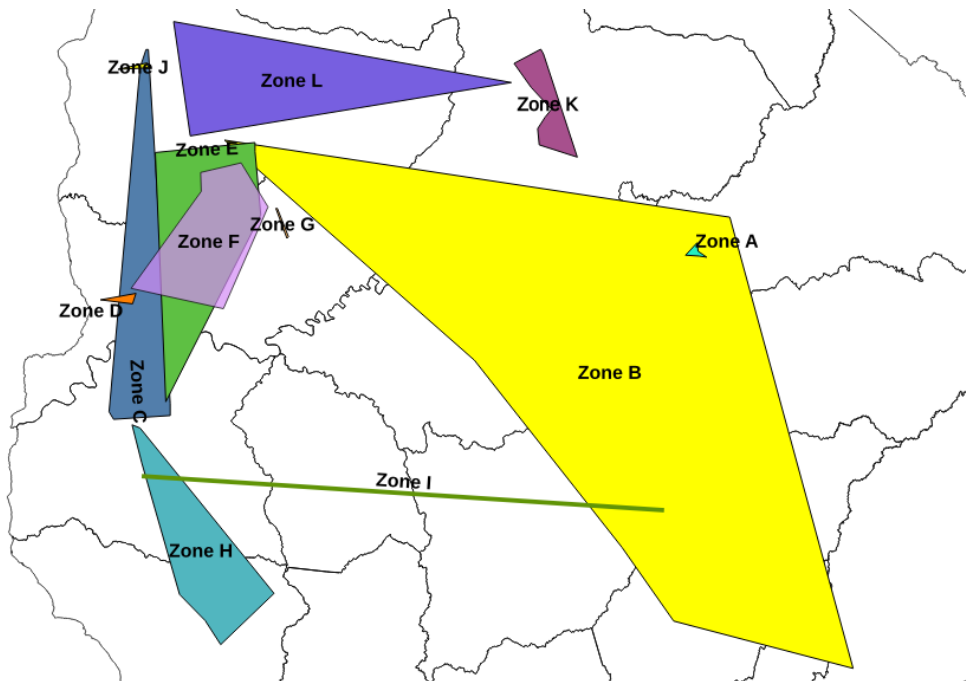


Figura 3.7: Zonas de actividad de cada contratista en Uruguay. Las referencias geográficas son limitadas por temas de confidencialidad.

Inst.	Contratista	I	K	#var.	#const.	tiempo(s)	Cosecha(\$)	Transporte(\$)	Total(\$)
1	I	2	1	49	91	0,05	868.840	9.235	878.075
2	D	3	1	94	157	0,06	3.235.680	2.201	3.237.881
3	L	3	1	40	76	0,05	1.782.620	7.175	1.789.795
4	A	5	1	166	265	0,06	1.707.720	3.314	1.711.034
5	G	5	1	166	265	0,06	2.389.310	11.039	2.400.349
6	B	6	1	205	328	0,06	906.290	18.009	924.299
7	J	6	2	650	818	0,06	2.771.300	14.959	2.786.259
8	F	7	1	246	397	0,08	3.153.290	10.465	3.163.755
9	B I	8	2	616	872	0,15	1.775.130	21.973	1.797.103
10	K	9	1	280	490	0,07	2.499.413	2.463	2.501.876
11	B L	9	2	710	1.027	1,14	2.688.910	33.140	2.722.050
12	E	10	1	381	640	0,11	3.025.960	16.688	3.042.648
13	H	10	1	381	640	1,05	1.468.040	5.497	1.473.537
14	D F	10	2	808	1.194	0,15	6.388.970	10.868	6.399.838
15	C	11	1	430	733	0,95	1.969.870	9.924	1.979.794
16	B G	11	2	910	1.373	0,97	3.295.600	57.613	3.353.213
17	A B	11	2	910	1.373	1,12	2.614.010	41.855	2.655.865
18	K L	12	2	1.016	1.564	1,31	4.282.033	18.470	4.300.503
19	H I	12	2	1.016	1.564	4,03	2.336.880	25.144	2.362.024
20	D E	13	2	1.126	1.767	0,24	6.261.640	25.542	6.287.182
21	C D	14	2	1.240	1.982	1,15	5.205.550	20.643	5.226.193
22	C J	17	2	1.606	2.699	5,26	4.741.170	23.781	4.764.951
23	E F	17	2	1.606	2.699	1,06	6.179.250	38.904	6.218.154
24	A B H I	23	4	5.308	9.061	279,40	4.950.890	96.900	5.047.790
25	G J K L	23	4	5.308	9.061	955,63	9.442.643	87.535	9.530.178
26	C D E F	31	4	8.124	15.133	227,77	11.384.800	91.577	11.476.377
27	A B H I C D E F	54	8	42.848	86.042	2.472,08	16.335.690	407.702	16.743.392
28	(todos contratistas)	75	12	114.228	242.289	2.871,95	38.743.523	2.443.469	41.186.992

Tabla 3.4: Resultados del modelo matemático ejecutado para instancias con cada contratista y para agrupaciones de contratistas.

Para probar el modelo propuesto se construyen 28 instancias de problemas de complejidad creciente (ver Tabla 3.4). La tabla muestra cómo se estructuraron los distintos experimentos. Los datos a destacar en cada caso incluyen el número de contratistas implicados (que también se corresponde con el número de bases operativas), el número de frentes de cosecha a instalar y el costo total (el costo de transporte del equipo más el costo de operación en cada emplazamiento) de las soluciones óptimas. Para cada caso, también se muestra el número de variables y restricciones generadas y el tiempo necesario para resolver el problema lineal; puede observarse que aumentan significativamente a medida que se incrementa el tamaño de la instancia. Todas las instancias pudieron resolverse de forma óptima, con un *gap* (brecha) 0.

3.5. Evaluación de escenarios con colaboración de contratistas forestales

A continuación se evaluaron los costos que se generan cuando cada contratista planifica individualmente las rutas de cosecha, en comparación con diversos escenarios donde grupos de contratistas colaboran y realizan una planificación conjunta.

En el primer escenario, el modelo se ejecutó para cada contratista, (instancias 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13 y 15 en la Tabla 3.4), obteniendo así la ruta óptima a través de los diferentes lugares de cosecha para cada uno. En un segundo escenario, el modelo se ejecutó para grupos de dos contratistas, (instancias 9, 16, 17, 18, 19, 21, 22 y 23 en la Tabla 3.4), obteniendo así la distancia total recorrida por dicho grupo, para compararla con la suma de las actuaciones individuales.

En la Tabla 3.5 se puede apreciar el costo (longitud en *km*) de los recorridos óptimos computados para cada contratista, estos resultados de una secuencia de experimentos serán identificados por el Escenario 1.

En la Tabla 3.6, se puede ver los experimentos computacionales para el Escenario 2, el modelo es ejecutado por grupos de dos contratistas. Estas parejas se han elegido por proximidad, como puede verse en la Figura 3.7.

K	Distancia recorrida(km)	$ I $
A	172,36	5
B	1.404,73	6
C	516,06	11
D	85,85	3
E	466,48	10
F	326,52	7
G	430,53	5
H	428,81	10
I	720,33	2
J	456,46	6
K	128,06	9
L	373,13	3

Tabla 3.5: Escenario 1 - costos óptimos del recorrido (en km) para contratistas individuales

K	Distancia recorrida(km)	Ahorro respecto al Escenario 1(%)
A - B	1.013,32	35,75
B - G	1.498,00	40,28
B - I	857,00	59,67
C - D	460,07	23,57
C - J	530,00	51,80
E - F	606,93	28,36
H - I	980,67	14,66
K - L	480,23	4,18

Tabla 3.6: Escenario 2 - costos óptimos del recorrido (en km) para grupos de dos contratistas

Se realizaron experimentos adicionales para una tercera configuración, cuyos detalles se muestran en la Tabla 3.7. Se muestran los resultados de la aplicación del modelo matemático a tres grupos de cuatro contratistas (instancias 20, 21 y 22 en la Tabla 3.4); los grupos se eligieron en función de su proximidad (de forma similar al Escenario 2).

K	Distancia recorrida(km)	Ahorros respecto al Escenario 1(%)
A - B - H - I	1.679,66	38,39
C - D - E -F	840,39	39,75
G - J - K - L	975,42	29,73

Tabla 3.7: Escenario 3 - costos óptimos del recorrido (en km) para grupos de cuatro contratistas

Como se puede observar en las diferentes ejecuciones del modelo en los diferentes escenarios, cuanto más agrupados están los contratistas, mayores ahorros en la distancia recorrida por los equipos se producen. En las diferentes configuraciones, la aplicación del modelo de forma integrada con los contratistas da lugar a importantes ahorros en distancias recorridas, en com-

paración con las ejecuciones individuales. Por ejemplo, en el Escenario 2, con la asociación de los Contratistas B e I se produce un ahorro del 59,67 %. En este caso, el beneficiado sería el Contratista I, ya que tiene recorridos de longitud similar al B, pero tres veces menos cosechadoras. Otro ahorro significativo en este escenario se observa en la combinación de los contratistas C y J (51,80 %). Aunque el Contratista J tiene menos recorridos que el Contratista C, este último se beneficia de que el Contratista J tiene un mayor número de *harvesters*. Observaciones similares pueden hacerse para el Escenario 3, en el que se consiguen ahorros de hasta el 39,75 %.

3.6. Comentarios finales

En esta sección se presenta un método de planificación de la cosecha forestal. Tiene en cuenta las restricciones de demanda impuestas por los centros de industrialización y pretende minimizar el costo total de las operaciones de cosecha, incluyendo el costo de explotación, manipulación y transporte de la madera. Este modelo permite una asignación óptima de los frentes de cosecha para cada momento dentro del horizonte de planificación, proporcionando a los planificadores forestales información valiosa para mejorar la eficiencia de estas operaciones y mejorar la rentabilidad del negocio. Los resultados obtenidos muestran que el modelo puede aplicarse con éxito en muchas condiciones forestales.

Esta problemática es particularmente relevante en el contexto uruguayo, ya que las empresas contratistas trabajan a demanda de las industrias de celulosa y deben reducir sus costos operativos para mejorar su eficiencia a la hora de planificar la cosecha de madera de las plantaciones asignadas.

Los aspectos operativos de la cosecha forestal son fundamentales para la rentabilidad de esta parte de la industria y son críticos para mantener las cadenas de suministro de madera. Sin embargo, el proceso de programación de estas actividades es intrínsecamente complejo e implica muchas decisiones dadas las limitaciones de recursos (como la demanda de lugares de producción y el número de máquinas disponibles). Los métodos de optimización pueden resolver con éxito estos problemas de decisión y ayudar a tomar decisiones sobre la ubicación de la maquinaria forestal en distintos emplazamientos. El modelo desarrollado aquí puede utilizarse para asignar frentes de cosecha de forma que se reduzcan los costos de cosecha y transporte en

diferentes condiciones forestales. De este modo, los planificadores pueden programar mejor la gestión forestal y alcanzar sus objetivos con eficacia.

El modelo de programación matemática desarrollado es capaz de representar el problema de planificación establecido y puede aplicarse para proporcionar soluciones basadas en datos reales. Este modelo puede utilizarse como una herramienta eficaz y práctica para ayudar a desarrollar la programación anual de la cosecha forestal y la asignación de equipos para los contratistas, lo que conduce a planes de mejor calidad y oportunidades de mejora. Además, proporciona una forma práctica de calcular las ganancias de eficiencia que pueden conseguirse mediante acuerdos de cooperación entre grupos de contratistas, lo que puede conducir a una mayor eficiencia global y a una mejora de los beneficios.

Como futura línea de investigación, este trabajo puede integrarse con el análisis de datos para proyecciones (por ejemplo, previsiones de demanda), a fin de lograr una planificación a más largo plazo.

Capítulo 4

Fundamentos teóricos de la Programación Estocástica y Reducción de Escenarios

Este capítulo presenta una simple introducción a los fundamentos teóricos de la programación estocástica, un marco para la optimización y la toma de decisiones bajo incertidumbre. Se introducen conceptos clave como programación lineal estocástica, modelos de dos etapas con recurso, y reducción de escenarios. Se comienza estableciendo la formulación general de un programa estocástico, donde algunos parámetros o la función objetivo son inciertos y se modelan como variables aleatorias. Luego se enfoca en programas con recurso de dos etapas, un caso importante donde las decisiones se dividen en dos etapas: antes y después que se revela cierta información. Posteriormente, se cubre la reducción de escenarios, una técnica útil para hacer los modelos estocásticos computacionalmente tratables aproximando la distribución de probabilidad subyacente. Se discuten conceptos relacionados como estabilidad de las soluciones y propiedades deseables de los conjuntos de escenarios reducidos. Se realiza el aporte de tres demostraciones de proposiciones, relacionadas a las características entre soluciones estocásticas de escenarios similares, las métricas posibles entre estas soluciones y las distancias respecto a la solución determinista.

4.1. Formulación de un problema de programación estocástica

La toma de decisiones en condiciones de incertidumbre consiste en tomar estas de tal manera que estén bien protegidas contra resultados inciertos en el futuro. Cuando no hay información completa o datos disponibles de algunos parámetros del modelo, estos se consideran inciertos. En Birge y Louveaux (2011) explican que los Programas Lineales Estocásticos (PLE) son modelos en los que algunos datos del problema pueden considerarse inciertos, y estos se pueden ver como variables aleatorias.

En muchos problemas de optimización, hay algunos datos que pueden considerarse inciertos. Aquí asumimos que la incertidumbre de los datos se puede representar como un vector aleatorio ξ que se define en un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, P_\xi)$. Aquí, Ω es el espacio muestral o sea es el conjunto de todos los resultados posibles de ξ , $\mathcal{F}$ es un campo de subconjuntos de Ω (un σ -álgebra, una colección de todos los eventos que se pueden considerar) y P_ξ es la distribución de probabilidad asociada.

Considerando las funciones f y g_i , para $i = 1, \dots, m$ con $m = |\mathcal{E} \cup \mathcal{I}|$ donde $|\mathcal{E} \cup \mathcal{I}|$ representa la cardinalidad de $\mathcal{E} \cup \mathcal{I}$, se tiene que un PLE se puede modelar como sigue:

$$\min_{x \in X} f(x, \xi) \quad (4.1)$$

sujeto a

$$g_i(x, \xi) = 0, i \in \mathcal{E}, \quad (4.2)$$

$$g_i(x, \xi) \leq 0, i \in \mathcal{I}. \quad (4.3)$$

Siendo $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función objetivo, $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ($i \in \mathcal{I} \cup \mathcal{E}$), $\mathcal{I}$ y $\mathcal{E}$ son conjuntos de índices (disjuntos) para restricciones de desigualdad e igualdad, respectivamente. Además, X es un subconjunto de $\mathbb{R}^n$ y pertenece al dominio de las funciones f y g_i ($i \in \mathcal{I} \cup \mathcal{E}$). Las relaciones 4.2 y 4.3 se denominan restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente.

Esta formulación es conocida como la **Forma Extendida** (FE) para una cantidad pequeña de escenarios es fácil resolver la forma extendida como un problema entero mixto de gran tamaño. Sin embargo, a medida que aumenta la cantidad de escenarios, la cantidad de memoria y CPU requeridos aumenta exponencialmente.

Si un vector $\xi = \xi(\omega)$ es la realización del vector aleatorio conocido después del experimento aleatorio, con los vectores $\omega \in \Omega$, entonces el problema anterior se puede reformular como:

$$\min_{x \in X} f(x, \xi(\omega)) \quad (4.4)$$

sujeto a

$$g_i(x, \xi(\omega)) = 0, i \in \mathcal{E}, \quad (4.5)$$

$$g_i(x, \xi(\omega)) \leq 0, i \in \mathcal{I} \quad (4.6)$$

donde $X \subseteq \mathbb{R}^n$. Se debería dar de manera mas precisa una descripción probabilística de las variables aleatorias, en forma de distribuciones de probabilidad, densidades o, más generalmente, medidas de probabilidad. Aquí, asumimos que la distribución de probabilidad P está dada y es independiente de x , y para todo x , $f(x, \cdot) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ y $g_i(x, \cdot) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, m$) también son variables aleatorias.

Idealmente, se busca alguna x que sea factible mientras se minimiza el objetivo para todos o casi todos los valores posibles de $\omega \in \Omega$. Entonces la definición de viabilidad depende del problema en cuestión, en particular si podemos o no obtener alguna información sobre el valor de $\xi(\omega)$, antes de elegir x . De manera similar, la optimización depende de la incertidumbre involucrada y también del desempeño del objetivo en (casi) todos los casos. Por lo tanto, no se puede resolver 4.4-4.6 encontrando la solución óptima para cada valor posible de $\omega \in \Omega$ y deberíamos aclarar los significados de **min** así como de las restricciones (Berland y Haugen, 1996, Birge y Louveaux, 2011). Una posibilidad es considerar el valor esperado de la función objetivo (Birge y Louveaux, 2011), de modo que 4.4-4.6 pueda reformularse como:

$$\min_{x \in X} \mathbb{E}_{\xi}[f(x, \xi)] \quad (4.7)$$

sujeto a

$$g_i(x, \xi) = 0, (c.s.), i \in \mathcal{E} \quad (4.8)$$

$$g_i(x, \xi) \leq 0, (c.s.), i \in \mathcal{I} \quad (4.9)$$

donde las restricciones se satisfacen para casi todos los valores de ξ . En teoría de la probabilidad, se dice que un evento ocurre con casi seguridad (c. s.), si ocurre con probabilidad uno, es decir, si $(\Omega, \mathcal{F}, P_{\xi})$ es un espacio de probabilidad, se puede decir que un evento B en $\mathcal{F}$ ocurre con casi seguridad, si $P(B) = 1$.

4.2. Programación estocástica de dos etapas con recurso

Trabajos como el de Dupačová (2002) explican que para la modelos de PLE de dos etapas, las decisiones de la primera etapa consisten en todas las decisiones que tienen que ser seleccionadas antes de que se revele más información, mientras que las decisiones de la segunda etapa pueden adaptarse a esta información. Las etapas no se refieren necesariamente a períodos de tiempo, sino que corresponden a pasos en el proceso de decisión. Un problema de dos etapas puede ilustrarse mediante un árbol de escenarios, donde el nodo raíz representa la decisión de la primera etapa, las ramas representan los posibles resultados estocásticos, y los nodos hoja representan la evaluación de costos de la decisión de la primera etapa para cada resultado posible, también denominada segunda etapa. En la Figura 4.1 se puede ver un esquema genérico del funcionamiento de este tipo de modelo.

Una clase de problemas importante en Programación Estocástica consiste en programas con recurso. En esta sección se presentan los problemas de recurso de dos etapas, para los cuales el conjunto de decisiones se divide en dos grupos:

1. Una serie de decisiones que deben tomarse antes del experimento. Todas estas decisiones

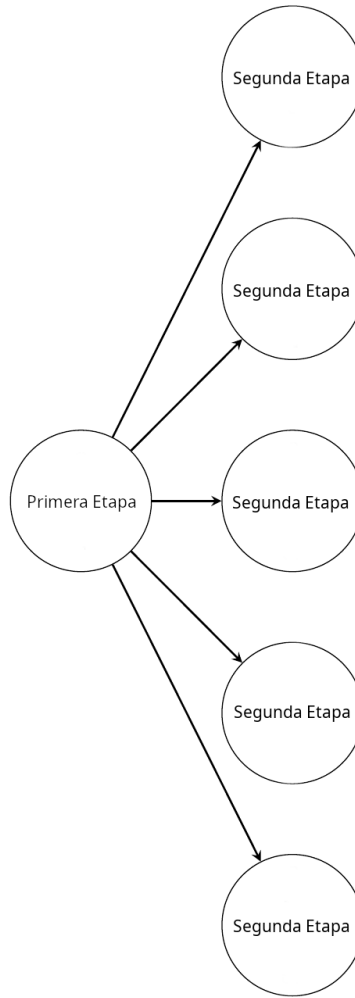


Figura 4.1: Esquema general de un problema estocástico de dos etapas.

se denominan decisiones de primera etapa y el período en el que se toman estas decisiones se denomina primera etapa.

2. Una serie de decisiones que se pueden tomar después del experimento. Se llaman decisiones de segunda etapa. El período correspondiente se denomina segunda etapa.
3. Las decisiones de la primera etapa están representadas por el vector x_1 , mientras que las decisiones de la segunda etapa están representadas por el vector $x_2(\xi)$ o $x_2(\xi, x_1)$.

Entonces la secuencia de eventos y decisiones se puede resumir como:

$$x_1 \longrightarrow \xi \longrightarrow x_2 \text{ o } x_2(\xi, x_1)$$

Por lo tanto, el problema de dos etapas será:

$$\min_{x_1 \in X} f_1(x_1) + Q(x_1) \tag{4.10}$$

sujeto a

$$g_{1,i}(x_1) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_1, \quad (4.11)$$

$$g_{1,i}(x_1) \leq 0, i = \bar{m}_1 + 1, \dots, m_1, \quad (4.12)$$

con el recurso

$$Q(x_1) = \mathbb{E}_\xi[Q(x_1, \xi)] \text{ y}$$

$$Q(x_1, \xi) = \min_{x_2} f_2(\xi, x_2(\xi)) \quad (4.13)$$

sujeto a

$$g_{2,i}(\xi, x_1, x_2(\xi)) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_2, \quad (4.14)$$

$$g_{2,i}(\xi, x_1, x_2(\xi)) \leq 0, i = \bar{m}_2 + 1, \dots, m_2, \quad (4.15)$$

donde $\bar{m}_t$ es el número de restricciones de igualdad en la etapa t y m_t es el número total de restricciones en la etapa t.

Los problemas de dos etapas se caracterizan por tres aspectos fundamentales:

- Una decisión que se debe determinar antes de que se revele cierta incertidumbre estocástica.
- Una función de distribución para esa incertidumbre estocástica.
- Evaluación del costo de la decisión una vez que se ha revelado la incertidumbre.

.

4.3. Programación estocástica multietapa

Los problemas multietapa son una extensión de los problemas de dos etapas, con múltiples fases de incertidumbre estocástica separadas por decisiones consecutivas. Estos problemas

pueden ser aplicados en áreas como la logística, donde se pueden decidir rutas de transporte por adelantado sin conocer la demanda en las diferentes estaciones, o determinar en qué instalaciones invertir cuando su utilidad es incierta (Hsu et al. 2020).

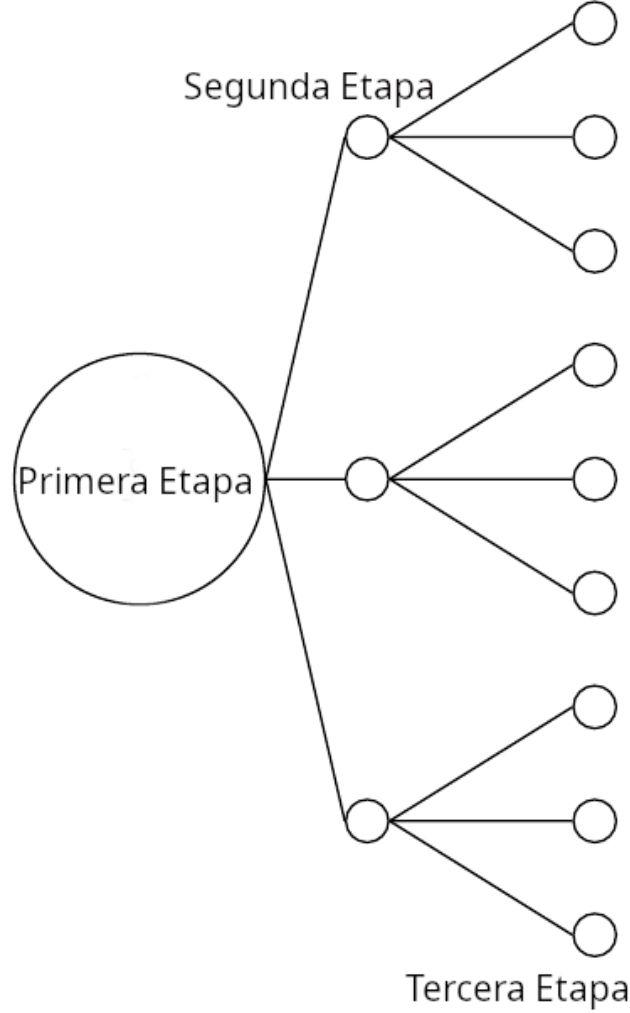


Figura 4.2: Esquema general de un problema estocástico multi-etapas

En un entorno de múltiples etapas, los datos inciertos $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T$ se revelan gradualmente a lo largo del tiempo, en T períodos. El proceso de decisión se puede mostrar como:

decisión(x_1) $\longrightarrow$ observación(ξ_2) $\longrightarrow$ decisión(x_2) $\longrightarrow \dots \longrightarrow$ observación(ξ_T) $\longrightarrow$ decisión(x_T).

Para presentar el programa, considere el parámetro aleatorio como un proceso de datos

$$\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T\} \quad (4.16)$$

Entonces definimos

$$\bar{\xi}_t = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_t\} \quad (4.17)$$

como la historia del proceso aleatorio hasta la etapa t inclusive, para $t = 1, \dots, T$.

Por $\bar{\xi}_t = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_t\}$ presentamos la historia de la realización de $\bar{\xi}_t$ hasta la etapa t inclusive. Si x_t es la decisión en la etapa t , entonces el historial de decisiones hasta la etapa t inclusive se puede mostrar como

$$x_t = \{x_1, \dots, x_t\}, \text{ para } t = 1, \dots, T \quad (4.18)$$

En la etapa t conocemos tanto ξ_t como x_{t-1} . Entonces el programa de múltiples etapas se puede expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \min_{x_1} f_1(x_1) + E_{\xi_2}[\min_{x_2} f_2(\bar{\xi}_2, x_1, x_2(\xi_1)) + E_{\xi_3|\xi_2}[\min_{x_3} f_3(\bar{\xi}_3, \bar{x}_2, x_3(\xi_3)) + \dots \\ + E_{\xi_T|\xi_2, \dots, \xi_{T-1}}[\min_{x_T} f_T(\bar{\xi}_T, \bar{x}_{T-1}, x_T(\xi_T))]]] \end{aligned} \quad (4.19)$$

sujeto a

$$g_{1,i}(x_1) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_1 \quad (4.20)$$

$$g_{1,i}(x_1) \leq 0, i = \bar{m}_1 + 1, \dots, m_1 \quad (4.21)$$

$$g_{t,i}(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}(\bar{\xi}_{t-1}), x_t(\xi_t)) = 0, \text{ c. s.}, i = 1, \dots, \bar{m}_t, t = 2, \dots, T \quad (4.22)$$

$$g_{t,i}(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}(\bar{\xi}_{t-1}), x_t(\xi_t)) \leq 0, \text{ c. s.}, i = \bar{m}_t + 1, \dots, m_t, t = 2, \dots, T \quad (4.23)$$

$$x_t(\xi_t) \in X_t, t = 1, \dots, T. \quad (4.24)$$

donde $x_1(\xi_1) = x_1$, y $X_t \subseteq \mathbb{R}^{n_t}$ tal que $X = \{X_1, \dots, X_T\}$ y $n_1 + \dots + n_T = n$.

Reescribimos 4.19 - 4.24 como

$$\min_{x_1 \in \mathcal{X}_1} f_1(x_1) + \sum_{t=2}^T E_{\xi_2, \dots, \xi_t} [Q_t(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}, x_t(\xi_t))] \quad (4.25)$$

donde

$$\mathcal{X}_1 = \{g_{1,i}(x_1) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_1, \text{ , } g_{1,i}(x_1) \leq 0, i = \bar{m}_1 + 1, \dots, m_1, \text{ y } x_1 \in X_1\} \quad (4.26)$$

y

$$Q_t(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}, x_t(\xi_t)) = \min_{x_t(\xi_t) \in X_t} \{f_t(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}, x_t(\xi_t)) \mid g_{t,i}(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}, x_t(\xi_t)) = 0 \\ i = 1, \dots, \bar{m}_t, \text{ y } g_{t,i}(\bar{\xi}_t, \bar{x}_{t-1}, x_t(\xi_t)) \leq 0, i = \bar{m}_t + 1, \dots, m_t\} \quad (4.27)$$

de $t = 2, \dots, T$ (Dentcheva et al. 2009).

4.4. Análisis de escenarios

Para controlar o analizar los sistemas que implican cierto nivel de incertidumbre, el análisis de escenarios es uno de los enfoques prácticos más habituales. En el análisis de escenarios, la incertidumbre de los parámetros o componentes del sistema se modela mediante un pequeño número de subproblemas derivados de un problema de optimización subyacente. Estos subproblemas corresponden a diferentes escenarios (Rockafellar y Wets, 1991). En términos matemáticos, un escenario s es una secuencia de resultados ξ_t , $t = 1, \dots, T$ es una serie de etapas, denotado por:

$$s = (\xi_1^{(s)}, \xi_2^{(s)}, \dots, \xi_T^{(s)}) \quad (4.28)$$

asociada a una probabilidad $P_\xi[\xi = s] = p_s$. Supongamos que el conjunto Ω es finito, entonces $\Omega = \{1, \dots, S\}$ es el conjunto de escenarios. Un árbol de escenarios representa los posibles resultados. Tiene nodos organizados en niveles que corresponden a los escenarios $1, \dots, S$. En el nivel $s = 1$ sólo existe la raíz del árbol que corresponde a las decisiones de la primera

etapa tomadas antes de la realización de los parámetros aleatorios. Cada realización de $\xi_{t+1}^{(s)}$, condicional a $\xi_t^{(s)}$, se asocia a un nodo (Bastin et al. 2004, Dentcheva et al. 2009). La Figura 4.3 muestra un árbol que tiene tres etapas con la raíz en la primera etapa.

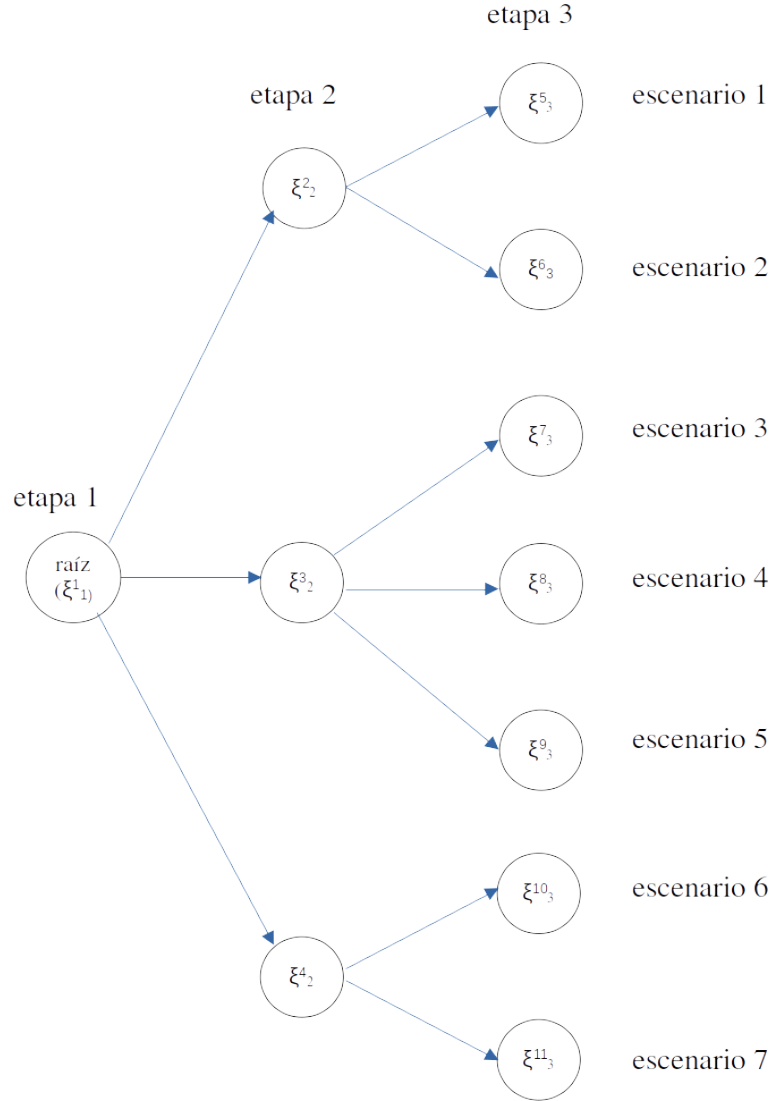


Figura 4.3: En la etapa 2, hay tres realizaciones que generan los nodos ξ^2 , ξ^3 y ξ^4 . En la etapa 3, el número de realizaciones posibles depende de los nodos antecesores, lo que da lugar a un total de siete nodos. Estos siete nodos corresponden a siete escenarios en los que cada uno es un camino desde la raíz a una hoja.

Utilizando el concepto de escenarios, podemos reformular el problema estocástico de dos etapas como sigue:

$$\min_{(x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(S)})} \sum_{s=1}^S p_s \left(f_1 \left(x_1^{(s)} \right) + f_2 \left(s, x_1^{(s)}, x_2^{(s)} \right) \right) \quad (4.29)$$

subjeto a

$$g_{1,i} \left(x_1^{(s)} \right) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_1, s = 1, \dots, S \quad (4.30)$$

$$g_{1,i} \left(x_1^{(s)} \right) \leq 0, i = \bar{m}_1 + 1, \dots, m_1, s = 1, \dots, S \quad (4.31)$$

$$g_{2,i} \left(s, x_1^{(s)}, x_2^{(s)} \right) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_2, s = 1, \dots, S \quad (4.32)$$

$$g_{2,i} \left(s, x_1^{(s)}, x_2^{(s)} \right) \leq 0, i = \bar{m}_2 + 1, \dots, m_2, s = 1, \dots, S \quad (4.33)$$

$$x_t^{(s)} \in X_t, t = 1, 2, s = 1, \dots, S \quad (4.34)$$

$$x_1^{(s)} = x_1^{(s')} \forall s \neq s' \in S \quad (4.35)$$

$$x_t^{(s)} = x_t^{(s')} \forall t \text{ y } \forall s, s' \text{ tal que } \xi_1^{(s)} \dots \xi_{t-1}^{(s)} = \xi_1^{(s')} \dots \xi_{t-1}^{(s')} \quad (4.36)$$

Las familias de restricciones 4.35 y 4.36 son las de no-anticipatividad. El principio de **no-anticipatividad** asegura que las decisiones tomadas en un problema de planificación estocástico sean consecuentes con la realidad. Según Rockafellar y Wets (2009) el principio de **no-anticipatividad** asegura que si dos escenarios son indistinguibles hasta cierta etapa, entonces las decisiones en esos escenarios, hasta esa etapa, sean las mismas. En términos prácticos, cada decisión que se tome para un escenario no anticipe las diferencias que éste tiene respecto a los otros escenarios que comparten la misma información hasta el periodo que dicha decisión debe ser ejecutada, como en la vida real, un tomador de decisiones actúa sólo en base a información pasada y a la estimación de incertidumbre sobre el futuro.

Para finalizar se presenta el formato de escenario del problema multietapa. Denotamos por $\xi_t^{(s)} = \{\xi_1^{(s)}, \xi_2^{(s)}, \dots, \xi_t^{(s)}\}$ el vector de realizaciones en etapas sucesivas, $x^{(s)} = (x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \dots, x_T^{(s)})$ el vector de decisiones en etapas sucesivas y $\bar{x}_t^{(s)} = \{x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \dots, x_t^{(s)}\}$ el vector de decisiones hasta la etapa t inclusive, asociado al escenario s para $s = 1, \dots, S$. Entonces tenemos:

$$\min_{(x^{(1)}, \dots, x^{(S)})} \sum_{s=1}^S p_s \left(f_1(x_1^{(s)}) + \sum_{t=2}^T f_t(s, \bar{x}_{t-1}^{(s)}, x_t^{(s)}) \right) \quad (4.37)$$

sujeeto a

$$g_{1,i}(x_1^{(s)}) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_1, s = 1, \dots, S \quad (4.38)$$

$$g_{1,i}(x_1^{(s)}) \leq 0, i = \bar{m}_1 + 1, \dots, m_1, s = 1, \dots, S \quad (4.39)$$

$$g_{t,i}(s, \bar{x}_{t-1}^{(s)}, x_t^{(s)}) = 0, i = 1, \dots, \bar{m}_t, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (4.40)$$

$$g_{t,i}(s, \bar{x}_{t-1}^{(s)}, x_t^{(s)}) \leq 0, i = \bar{m}_t + 1, \dots, m_t, t = 2, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (4.41)$$

$$x_t^{(s)} \in X_t, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (4.42)$$

$$x_t^{(s)} \text{ no-anticipatividad}, t = 1, \dots, T, s = 1, \dots, S \quad (4.43)$$

4.5. Estabilidad de las soluciones estocásticas

Si se discretiza o simplifica la función de distribución P , da como resultado un conjunto de resultados discretos ξ_s con probabilidades asociadas p_s definidas sobre un conjunto de índices finitos $s \in S$. La colección de resultados junto con sus probabilidades forma una distribución discreta y se denomina **conjunto de escenarios** S . El conjunto de escenarios está definido por su medida de probabilidad $\mathcal{T}$. Si hacemos la aproximación de la Ecuación 4.44 y si se resuelve

$\operatorname{argmin}_{x \in X} f_{\mathcal{T}}(x)$ en lugar de $\operatorname{argmin}_{x \in X} f_P(x)$, se obtiene también la solución al problema de decisión.

$$f_P(x) \approx f_{\mathcal{T}}(x) \quad (4.44)$$

El tamaño del conjunto de escenarios está estrechamente relacionado tanto con la estabilidad como con el tiempo de solución de un programa estocástico. El error de aproximación normalmente se reduce con más escenarios, pero esto también implica más evaluaciones de la función de recursos $Q(x)(\xi)$, lo que puede llevar mucho tiempo computacional. El reto también es realizar estimaciones adecuadas de $\mathbb{E}_P[Q(x)(\xi)]$ que también se cumplan para un conjunto relativamente grande de x relevantes. Explotar las propiedades de $Q(x)(\xi)$ para estimar $\mathbb{E}_P[Q(x)(\xi)]$ con la mayor precisión posible manteniendo al mismo tiempo el tamaño del conjunto de escenarios lo más pequeño posible es también un gran desafío.

La fiabilidad de la solución de un problema estocástico con un conjunto dado de escenarios es importante. Si un conjunto de escenarios da lugar a resultados significativamente diferentes, no podemos confiar en que el resultado del procedimiento de solución sea la solución del modelo que formulamos. Se ha observado (Römisch y Wets, 2007) que las soluciones a los problemas estocásticos obtenidas utilizando aproximaciones razonables de la función de distribución son robustas a perturbaciones razonables de dicha distribución, debido a la estabilidad de las soluciones ε -aproximadas en el contexto de la programación estocástica convexa. Cuando la distribución subyacente se perturba ligeramente, las soluciones ε -aproximadas de los programas estocásticos convexos muestran continuidad Lipschitz con respecto a ciertas distancias entre las distribuciones de probabilidad. Esta continuidad Lipschitz implica que pequeñas variaciones en la distribución de probabilidad no provocan cambios significativos en las soluciones aproximadas, lo que demuestra la robustez de dichas soluciones frente a perturbaciones razonables en la distribución de probabilidad.

Recordemos que:

- Una solución ε -aproximada es un concepto utilizado en el contexto de la programación estocástica para referirse a una solución que es cercana, dentro de un margen de error ε , a la solución óptima de un problema dado.

- Formalmente, una función f se considera Lipschitz continua en un conjunto si existe una constante K tal que para todos los puntos x e y en ese conjunto, se cumple $|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$. Esta propiedad garantiza que la función no experimenta cambios abruptos o discontinuidades excesivas, lo que la hace más suave y predecible en su comportamiento.

Se puede utilizar la métrica de probabilidad de Fortet-Mourier (Fortet y Mourier, 1953) para evaluar la estabilidad y robustez de las soluciones a problemas estocásticos cuando se obtienen utilizando aproximaciones razonables de la función de distribución. Cuando las soluciones a problemas estocásticos se obtienen a través de aproximaciones de la función de distribución, es crucial garantizar que estas soluciones sean robustas frente a perturbaciones razonables en la distribución de probabilidad subyacente. La simetría de probabilidad de Fortet-Mourier permite medir la distancia entre la distribución original y una distribución perturbada, lo que proporciona una forma de cuantificar cuán diferentes son dos distribuciones de probabilidad. Al demostrar que las soluciones a los problemas estocásticos son estables y robustas con respecto a perturbaciones razonables de la distribución de probabilidad utilizando la simetría de probabilidad de Fortet-Mourier, se establece una base teórica sólida para afirmar que las soluciones aproximadas son confiables y consistentes en entornos inciertos.

$$d_{\mathcal{F}}(P, P') = \sup \left\{ \left| \int_{\Omega} f(x)(\xi)P(d\xi) - \int_{\Omega} f(x)(\xi)P'(d\xi) \right| : f(x) \in \mathcal{F} \right\} \quad (4.45)$$

En la Ecuación 4.45 se plantea la métrica mencionada, donde $\mathcal{F} = \{f(x) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \text{ siendo } x \in X\}$ es una clase de funciones medibles de Ω a $\mathbb{R}$, P y P' son medidas de probabilidad. El conjunto $\mathcal{F}$ se interpreta como todas las posibles distribuciones de salida para cada decisión factible de primera etapa $x \in X$. Por tanto, $d_{\mathcal{F}}(P, P')$ cuantifica la diferencia absoluta entre el valor objetivo del problema de optimización para dos distribuciones con medidas de probabilidad P y P' .

La fiabilidad de los programas estocásticos está intuitivamente presente en muchos problemas. Sin embargo, a medida que los problemas que queremos resolver se hacen más grandes, y empezamos a llevar el tamaño de los escenarios al mínimo, necesitamos criterios para evaluar si esta fiabilidad inherente sigue siendo suficiente. Supongamos que los conjuntos de escenarios $\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_2$ se utilizan a continuación para encontrar las soluciones correspondientes del modelo

de programación estocástica, en Prochazka y Wallace (2020) proporcionan algunas propiedades importantes que debe cumplir un buen conjunto de escenarios:

- Ordenación adecuada de las soluciones x , y mediante la relación

$$f_P(x) < f_P(y) \implies f_{\mathcal{T}}(x) < f_{\mathcal{T}}(y). \quad (4.46)$$

- Evitar los valores atípicos excesivos, donde si la relación 4.46 es falsa entonces requerimos que

$$f_{\mathcal{T}}(x) \approx f_P(x), \quad (4.47)$$

La propiedad 4.46 garantiza que un procedimiento de optimización cuyo objetivo sea encontrar $\operatorname{argmin}_{x \in X} \{f_{\mathcal{T}}(x)\}$ convergería a una solución dentro del conjunto de soluciones reales a $\operatorname{argmin}_{x \in X} \{f_P(x)\}$.

4.6. Generación de escenarios

La generación de escenarios es un componente crítico en la programación estocástica porque permite modelar la incertidumbre inherente a las variables del problema. En la optimización estocástica, se busca encontrar soluciones que sean óptimas no solo para un único conjunto de condiciones, sino para una gama de posibles futuros, cada uno representado por un escenario diferente. La importancia de tener un método de generación de escenarios eficiente y computacionalmente no costoso radica en varios aspectos clave:

- **Representación de la Incertidumbre:** Los escenarios permiten representar diferentes realizaciones posibles de las variables inciertas, como demandas futuras, precios, o condiciones del mercado (Carvalho, 2018, Gacitúa Carafi, 2010).
- **Calidad de las Soluciones:** Una buena generación de escenarios puede llevar a soluciones más robustas y confiables, ya que considera una amplia gama de posibles condiciones futuras.
- **Toma de Decisiones Informada:** Los escenarios informan a los tomadores de decisiones sobre los posibles resultados y los riesgos asociados, permitiendo una mejor planificación

y gestión de recursos.

- **Flexibilidad en la Planificación:** Los escenarios permiten que las decisiones se adapten a medida que se revela nueva información, lo que es especialmente importante en entornos dinámicos y en la toma de decisiones secuenciales.
- **Validación y Comparación:** Los métodos de generación de escenarios también son utilizados para validar y comparar el desempeño de diferentes enfoques de solución, especialmente en instancias pequeñas donde los métodos exactos pueden ser aplicables (Cuervo Cruz et al. [2021](#)).

La construcción de escenarios implica generar un conjunto de posibles futuros que representen de manera comprensiva la incertidumbre sobre las variables de interés. Estos escenarios se pueden derivar de los datos históricos, considerando las tendencias, variabilidad y eventos pasados para modelar posibles futuros. En Growe-Kuska et al. ([2003](#)) se discute la generación de árboles de escenarios para problemas de gestión de energía, donde cada uno de los escenarios representan diferentes posibilidades de demanda de energía y precios.

Otro enfoque sencillo consiste en asignar la misma probabilidad ($1/N$) a cada uno de los N escenarios generados. Se puede asignar una probabilidad uniforme a cada escenario tal que la suma de todas las probabilidades sea igual a uno. Esto supone que no se conoce la probabilidad relativa de cada uno de los escenarios. En Ponomareva et al. ([2015](#)) proponen un algoritmo para la generación de escenarios que coincidan con momentos estadísticos específicos, como la media, la matriz de covarianza, la asimetría y la curtosis de un vector aleatorio. Este enfoque se aplica en la optimización de carteras financieras utilizando el modelo de *media-CVaR* (Valor en Riesgo Condicional). El algoritmo propuesto es eficiente computacionalmente y se utiliza para generar escenarios que se ajusten a las propiedades estadísticas deseadas en este contexto.

Otra opción, es asumir que se conoce la distribución de probabilidad P de la variable aleatoria en cuestión. La información sobre P se obtiene de datos históricos, experiencias pasadas y opiniones de expertos. El enfoque más común en optimización estocástica es aproximar la verdadera distribución P mediante una distribución discreta de probabilidad, considerando así solo un número finito de escenarios. Los escenarios se obtienen mediante una función de distribución de probabilidad aproximada, un sistema discreto de ecuaciones de una muestra

limitada o dependiendo de restricciones reglamentarias u otro problema que se pueda agregar, supuestos adicionales, por ejemplo, de expertos. Los escenarios aquí intentan representar las incertidumbres (Ziemba y Mulvey, 1998). Para que el problema sea manejable, se necesita una buena precisión tanto en la aproximación de la distribución P como en el tamaño y objetivo del problema con la distribución aproximada. Esto requiere una forma específica de ingreso de datos, como la forma arborescente en problemas de múltiples etapas. La generación de escenarios debe reflejar la estructura del problema y la información disponible sobre la distribución subyacente, utilizando datos históricos si existen, y reflejando la opinión de expertos (Mulvey y Simsek, 2002).

En el trabajo de Bounitsis et al. (2022) se formula un problema de optimización para encontrar probabilidades que minimicen alguna medida de distancia entre la distribución de incertidumbre original y el conjunto de escenarios reducidos. Las medidas de distancia más comunes son Wasserstein o Kantorovich-Rubinstein (Vaserstein, 1969), Fortet-Mourier (Strugarek, 2004), etc. Sea P la distribución de probabilidad de los datos estocásticos del proceso $\{\xi_t\}_{t=1}^T$, donde ξ_t tiene dimensión r , es decir, P tiene soporte $\Xi \subseteq \mathbb{R}^{r \times T} = \mathbb{R}^S$, se puede establecer una métrica funcional o de transporte de Kantorovich-Rubinstein con otra distribución P' como lo expresa la Ecuación 4.48.

$$\mu_c(P, P') := \inf \left\{ \int_{\Xi \times \Xi} c(\xi, \tilde{\xi}) \eta(d\xi, d\tilde{\xi}) : \pi_1 \eta = P, \pi_2 \eta = P' \right\} \quad (4.48)$$

Aquí $c : \Xi \times \Xi \longrightarrow \mathbb{R}$ es una determinada función de costos.

Por lo tanto, podemos seleccionar una métrica de probabilidad con una función $c : \Xi \times \Xi \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que el modelo de optimización estocástica subyacente sea estable con respecto a μ_c . Dado P y una tolerancia $\varepsilon > 0$, se puede determinar un árbol de escenarios tal que su distribución de probabilidad P_{tr} tenga la propiedad expresada en la Ecuación 4.49.

$$\mu_c(P, P_{tr}) \leq \varepsilon \quad (4.49)$$

Sean los escenarios ξ_i con probabilidades $p_i (i = 1, \dots, N)$ de distribución P , y los escenarios $\tilde{\xi}_j$ con probabilidades $q_j (j = 1, \dots, M)$ de distribución P' , siendo P y P' discretas.

Entonces se cumple las Ecuaciones 4.50 y 4.51.

$$\mu_c(P, P') = \sup \left\{ \sum_{i=1}^N p_i u_i + \sum_{j=1}^M q_j v_j : u_i + v_j \leq c(\xi_i, \tilde{\xi}_j) \forall i, j \right\} \quad (4.50)$$

$$\mu_c(P, P') = \inf \left\{ \sum_{i,j} \eta_{ij} c(\xi_i, \tilde{\xi}_j) : \eta_{ij} \geq 0, \sum_j \eta_{ij} = p_i, \sum_i \eta_{ij} = q_j \right\} \quad (4.51)$$

Dados P y $\varepsilon > 0$, para realizar una generación óptima de escenarios, basta con determinar $\bar{\xi}_j \in \Xi, \bar{q}_j \in [0, 1], j = 1, \dots, M$, tal que se cumple que se cumpla la Ecuacion 4.52

$$\mu_c \left(P, \sum_{j=1}^M \bar{q}_j \delta_{\bar{\xi}_j} \right) \leq \varepsilon \quad (4.52)$$

La generación de escenarios apunta a resolver problemas estocásticos que presentan una complejidad que crece exponencialmente, haciendo imposible obtener una solución analítica. En estas situaciones, se construye una secuencia de escenarios y se formula un nuevo problema más sencillo, cuya solución aproximada es aceptable y se acerca bastante a la solución del problema original. El objetivo es hallar una solución satisfactoria para el problema estocástico complejo por medio de la simplificación del problema a partir de la creación de escenarios representativos. Aunque no sea la solución exacta del problema inicial, brinda una muy buena aproximación con un costo computacional razonable.

4.7. Reducción de escenarios en optimización estocástica

Los modelos de optimización estocástica que se encuentran en la práctica presentan una complejidad computacional que los hace extremadamente difíciles de resolver de manera exacta. Debido a esta complejidad, las soluciones numéricas requieren el uso de aproximaciones para obtener resultados en un tiempo razonable. El enfoque dominante para hacer que un modelo de optimización estocástica sea susceptible de solución numérica consiste en discretizar la distribución de probabilidad de los parámetros inciertos del problema. Sin embargo, tanto la precisión de la aproximación como el coste computacional de resolver el problema aproximado aumentan con el número de escenarios en la distribución aproximada. Un medio eficaz de reducir la carga

computacional es utilizar la reducción de escenarios, que sustituye una distribución inicial precisa que admite muchos escenarios por una distribución más simple que admite sólo unos pocos escenarios y se aproxima a la distribución inicial con respecto a la métrica de probabilidad.

En Mulvey y Ruszczyński (1995) se introdujo un nuevo método de descomposición de escenarios para problemas de optimización estocástica. Este estudio introduce un nuevo método de descomposición de escenarios para problemas de optimización estocástica a gran escala. Los autores proponen un enfoque de descomposición de Benders, que divide el problema original en subproblemas más pequeños que pueden resolverse de forma más eficiente. Este método está diseñado para manejar un gran número de escenarios y variables de decisión, lo que lo hace especialmente útil para problemas de optimización estocástica a gran escala. En Heitsch y Römisch (2003) los autores revisaron varios métodos para reducir el número de escenarios en problemas de optimización estocástica preservando las características esenciales del problema. Analizaron varias técnicas de reducción, incluidos los métodos de avance y retroceso, las técnicas de avance rápido y la agregación de escenarios. Ese estudio destaca la importancia de la reducción de escenarios en la programación estocástica, ya que puede ayudar a reducir la complejidad computacional y mejorar la eficiencia de la resolución de problemas de optimización estocástica a gran escala. Estos autores desarrollan en Heitsch y Römisch (2009) un método para reducir el tamaño de los árboles de escenarios manteniendo sus características esenciales, basado en una combinación de agregación de escenarios y aproximación de árboles de escenarios. Los autores Dupačová et al. (2003) investigan el uso de varias métricas de probabilidad, como Wasserstein, Kantorovich-Rubinstein, y la distancia de variación total, para medir la calidad de la reducción de escenarios. Desarrollaron un algoritmo de reducción de escenarios basado en estas métricas de probabilidad, y lo aplicaron a varios problemas de prueba. Los resultados demuestran que el algoritmo propuesto puede reducir eficazmente el número de escenarios preservando las características esenciales del problema de optimización estocástica.

Otras técnicas existentes para la reducción de escenarios utilizan métodos como la coincidencia de momentos (Høyland y Wallace, 2001; Zhang y He, 2022; Bounitsis et al. 2022), métricas de transporte como las distancias de Wasserstein y Sinkhorn (Li y Floudas, 2014; Kamammettu y Li, 2023), métodos de agrupación (Latorre et al. 2007, Beraldi y Bruni, 2013,

Feng y Ryan, 2013, Keutchayan et al. 2023, Medina-Gonzalez et al. 2020), enfoques basados en la optimización (Hewitt et al. 2022; Bertsimas y Mundru, 2023), incluido el muestreo (Sartipizadeh et al. 2019), y el análisis de componentes principales (Chopra y Selvamuthu, 2020). Con frecuencia se emplea una combinación de estos conceptos para lograr un conjunto reducido de escenarios con la cardinalidad y las propiedades deseadas, muy parecido a la distribución de los escenarios originales. El objetivo principal era reducir la complejidad computacional del problema SP. Sin embargo, esto difiere del método de reducción de escenarios que proponemos, cuyo objetivo es mejorar la explicabilidad más que la eficiencia computacional.

La reducción de escenarios de optimización estocástica puede mejorar significativamente la eficiencia computacional del proceso de optimización, al tiempo que proporciona soluciones precisas.

4.7.1. Clustering de Escenarios

La agrupación en clústeres es una aplicación sencilla que proporciona un primer enfoque natural al problema de generar un subconjunto representativo de escenarios. La idea es generar una serie de clusters o grupos que representen un conjunto de escenarios que comparten características similares, y así lograr resumir la información contenida en un gran número de escenarios en uno solo. En la Figura 4.4 podemos ver un esquema a grandes rasgos de este procedimiento.

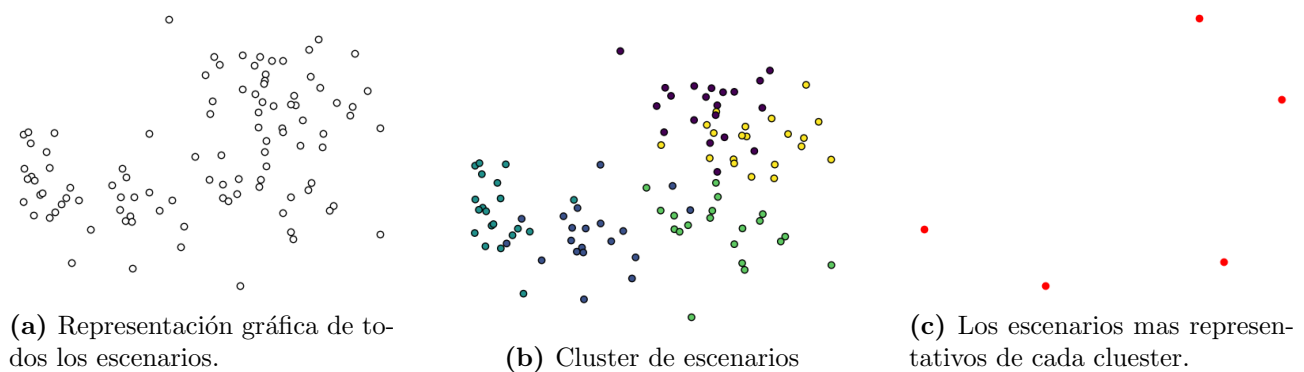


Figura 4.4: Cluster y reducción de escenarios.

Como ya se mencionó, en Beraldi y Bruni (2013) se propone una estrategia de reducción de escenarios perteneciente a la categoría de métodos de agrupamiento. En particular, se propone un método de reducción que se basa en dos fases principales:

1. la agrupación de escenarios dentro de diferentes *clusters*, mediante un método basado en *k-means* (Ahmed et al. 2020), utilizando distancias de probabilidad.
2. y la selección, para cada *cluster*, de un escenario representativo para mantener en el árbol de escenarios reducido.

Dada la distribución de probabilidad P en el árbol de escenarios original, el problema de la reducción consiste en determinar otra medida de probabilidad Q con un soporte menor que se desvíe lo menos posible de P . Así, el problema que se resuelve es el de encontrar el conjunto de escenarios a eliminar o alternatively el conjunto de escenarios a preservar, de forma que la distancia entre el árbol de escenarios original y el reducido sea mínima.

En este punto se nos plantea este interrogante: si la estrategia de agrupar escenarios se basa en la similitud de los parámetros aleatorios, lo que se conoce como agrupamiento basado en realizaciones (*realization-based clustering*), entonces, ¿parámetros aleatorios similares conducen a decisiones óptimas similares?

Si los parámetros aleatorios (por ejemplo la demanda) son similares entre escenarios, es probable que las restricciones y la función objetivo también sean similares. Por lo tanto, es probable que la región factible y el óptimo sean similares. Los problemas de optimización estocástica a menudo tienen estructuras especiales como convexidad. Si los parámetros aleatorios son similares, es probable que la función objetivo y las restricciones conserven estas propiedades de convexidad, lo que también conduce a soluciones óptimas similares.

Proposición 4.7.1. *Sea el siguiente problema de programación lineal estocástica de dos etapas:*

$$\begin{aligned} \min_{(x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(S)}, x_2^{(1)}, \dots, x_2^{(S)})} & \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s (f_1(x_1^{(s)}) + f_2(x_2^{(s)})) \\ \text{sujeto a} & \\ & Ax_1^{(s)} \leq b \quad \forall s \in \mathcal{S}, \\ & T_s x_1^{(s)} + W_s x_2^{(s)} \leq h_s \quad \forall s \in \mathcal{S}, \\ & x_1^{(s)}, x_2^{(s)} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S} \end{aligned}$$

Donde W_s representa los recursos disponibles en la segunda etapa para el escenario s , $x_1^{(s)}$ y $x_2^{(s)}$, la decisiones de primera y segunda etapa respectivamente, para cada escenario s .

Ahora consideremos dos escenarios s_1 y s_2 tales que las matrices W_{s_1} y W_{s_2} son similares, es decir, $W_{s_1} = MW_{s_2}N$, para alguna matriz invertible M y alguna matriz no singular N . Sean $x_1^{(s_1)}$, $x_2^{(s_1)}$ y $x_1^{(s_2)}$, $x_2^{(s_2)}$ las soluciones óptimas para los escenarios s_1 y s_2 respectivamente.

Entonces $x_1^{(s_1)} = x_1^{(s_2)}$, **y** $x_2^{(s_1)}$ **es similar a** $x_2^{(s_2)}$.

Prueba: Supongamos por contradicción que $x_1^{(s_1)} \neq x_1^{(s_2)}$.

Entonces, dado que $x_1^{(s_2)}$ es factible para el escenario s_1 , por optimalidad de $x_1^{(s_1)}$, se tiene:

$$f_1(x_1^{(s_1)}) + f_2(x_2^{(s_1)}) < f_1(x_1^{(s_2)}) + f_2(\hat{x}_2^{(s_1)})$$

Donde $\hat{x}_2^{(s_2)}$ es la solución factible de segunda etapa correspondiente a $x_1^{(s_2)}$.

Análogamente, dado que $x_1^{(s_1)}$ es factible para el escenario s_2 , por optimalidad de $x_1^{(s_2)}$, se tiene:

$$f_1(x_1^{(s_2)}) + f_2(x_2^{(s_2)}) < f_1(x_1^{(s_1)}) + f_2(\hat{x}_2^{(s_1)})$$

Donde $\hat{x}_2^{(s_1)}$ es la solución factible de segunda etapa correspondiente a $x_1^{(s_1)}$.

Sumando ambas desigualdades e invirtiendo los términos se llega a una contradicción.

Por lo tanto, la suposición inicial es falsa y se tiene que $x_1^{(s_1)} = x_1^{(s_2)}$. Es decir, la solución de la primera etapa es la misma para problemas con matrices W similares.

De manera análoga se puede demostrar que las soluciones de segunda etapa $x_2^{(s_1)}$ y $x_2^{(s_2)}$ son similares, en el sentido que difieren solo por una transformación lineal.

Supongamos que x_1^* es la solución óptima de la primera etapa común a ambos escenarios, y $x_2^{(s_1)}$ y $x_2^{(s_2)}$ son las soluciones óptimas de la segunda etapa para los escenarios s_1 y s_2 , respectivamente.

La relación entre las soluciones de la segunda etapa para los dos escenarios se puede establecer como:

$$T_{s_1}x_1^* + W_{s_1}x_2^{(s_1)} \leq h_{s_1}$$

$$T_{s_2}x_1^* + W_{s_2}x_2^{(s_2)} \leq h_{s_2}$$

Dado que $W_{s_1} = MW_{s_2}N$, podemos reescribir la primera inecuación como:

$$T_{s_1}x_1^* + MW_{s_2}Nx_2^{(s_1)} \leq h_{s_1}$$

Multiplicando ambos lados de la inecuación por M^{-1} , obtenemos:

$$M^{-1}T_{s_1}x_1^* + W_{s_2}Nx_2^{(s_1)} \leq M^{-1}h_{s_1}$$

Si asumimos que las demandas h_s y las matrices tecnológicas T_s son las mismas para ambos escenarios o están relacionadas de tal manera que $M^{-1}T_{s_1} = T_{s_2}$ y $M^{-1}h_{s_1} = h_{s_2}$, entonces:

$$T_{s_2}x_1^* + W_{s_2}Nx_2^{(s_1)} \leq h_{s_2}$$

Esto implica que $Nx_2^{(s_1)}$ es una solución factible para el escenario s_2 . Si además N es una matriz de costos que no altera el costo de las soluciones de la segunda etapa, entonces $Nx_2^{(s_1)}$ es también la solución óptima para el escenario s_2 , es decir:

$$x_2^{(s_2)} = Nx_2^{(s_1)}$$

Por lo tanto, las soluciones óptimas de la segunda etapa para escenarios con matrices W similares están relacionadas por una transformación lineal, lo que demuestra que las soluciones son similares en estructura. En conclusión, las variables de decisión de segunda etapa son similares para problemas con matrices W similares.

4.7.2. Algoritmos de Clustering de Escenarios

Muchos algoritmos de optimización estocástica explotan la similitud de escenarios para acelerar los cálculos. Por ejemplo, calcular el valor esperado sobre escenarios similares a menudo se puede aproximar bien, lo que reduce el esfuerzo computacional. En la práctica, los tomadores de decisiones a menudo implementan las mismas políticas cuando se enfrentan a entornos similares. Agrupar escenarios similares refleja esto al enfocarse en un conjunto manejable de casos distintos.

El artículo de Rathi et al. (2023) propone una metodología de agrupamiento (*clustering*) de escenarios basada en las decisiones óptimas de recursos (*optimal recourse decisions*). Específicamente, aplican *k-means* para agrupar escenarios que tienen decisiones de recursos óptimas similares. Esto se conoce como agrupamiento basado en recursos (*recourse-based clustering*). Los autores también mencionan que el agrupamiento basado en recursos es mejor para identificar relaciones entre características de los parámetros inciertos y las decisiones óptimas, a diferencia del enfoque de agrupar escenarios basándose en la similitud de los parámetros aleatorios.

Basados en el trabajo de Beraldi y Bruni (2013), y en el de Rathi et al. (2023), se propone en esta tesis la siguiente estrategia de agrupar los escenarios, eligiendo los escenarios representativos en cada *cluster*, permitiendo así la reducción del árbol de escenarios inicial.

Si k es el número de escenarios después de la reducción, para cada $i \in \{1, \dots, k\}$ establecemos un *cluster* C_i que reúne escenarios cercanos en términos de una determinada métrica de distancia.

Algoritmo 1 *Clustering* de escenarios por medio de matrices de recursos

- 1: $\mathcal{W} \leftarrow$ conjunto de todas las matrices W_s para cada escenario $s \in S$
 - 2: $n \leftarrow$ numero de iteraciones
 - 3: $k \leftarrow$ numero de *clusters* a seleccionar
 - 4: $\{C_1, \dots, C_k\} \in \mathcal{W} \leftarrow$ *clusters* aleatorios ($C_i = \{c_i\}$ centroides aleatorios del *cluster* i)
 - 5: $j = 0$
 - 6: mientras $j \leq n$
 - 7: $i = 0$
 - 8: mientras $i \leq k$
 - 9: determinar el conjunto de matrices más próximas al centro c_i del *cluster* C_i
 - 10: asignar estas matrices al *cluster* C_i
 - 11: calcular la nueva matriz centro c_i dentro del *cluster* C_i
 - 12: $i = i + 1$
 - 13: $j = j + 1$
 - 14: retornar $\mathcal{W}' = \{c_1, \dots, c_k\}$
-

En Algoritmo 1 vemos el procedimiento para obtener los escenarios más representativos, estos corresponden a los centroides de cada *cluster*. Este algoritmo describe un procedimiento de *clustering* que inicializa k centroides con matrices W seleccionadas aleatoriamente de los escenarios. Luego, en cada iteración, asigna cada matriz al *cluster* cuyo centroide es más cercano en términos de una métrica de distancia adecuada para matrices, y actualiza los centroides como el “promedio” de las matrices W de los escenarios en cada *cluster*. Para asignar cada matriz a su

centroide más cercano, se puede utilizar una distancia como la norma de Frobenius, que es una generalización de la distancia euclidiana para matrices. Esta norma se utiliza en el *clustering* en grafos (con su matrices de adyacencia, Al-Sharoa, 2023).

Con el procedimiento definido para realizar la reducción de escenarios, se demuestra a continuación que es posible asegurar que la distribución de probabilidad del conjunto reducido de escenarios es cercana a la distribución de probabilidad del conjunto original de escenarios.

Proposición 4.7.2. *Dado un problema estocástico, con un conjunto de escenarios con distribución de probabilidad P , y el conjunto de escenarios reducidos obtenido por clustering que tiene una distribución de probabilidad P' , es posible encontrar una métrica tal que se puede establecer que la distancia entre P y P' es menor a un margen ε deseado.*

Para la demostración se puede encontrar una función de costo c y una medida de probabilidad η en el producto de los espacios muestrales con marginales P y P' , tal que se pueda determinar la métrica de Wasserstein/Kantorovich-Rubinstein $\mu_c(P, P')$ y asegurar que $\mu_c(P, P') < \varepsilon$ deseado, donde $\varepsilon > 0$.

Primero definimos los espacios muestrales originales Ω y Ω' para P y P' respectivamente. Estos espacios pueden ser diferentes debido a la reducción de escenarios realizada por cualquier metodología de *clustering*.

Consideremos el espacio producto Ω' con el σ -álgebra producto generada por los conjuntos medibles en Ω y Ω' . Definimos una función de costo $c : \Omega' \rightarrow [0, \infty)$ que mida la “distancia” entre los escenarios originales y los escenarios representativos obtenidos por *clustering*.

$c(x, y)$, donde $x \in \Omega$ es un escenario original e $y \in \Omega'$ es el centroide o escenario representativo más cercano a x .

Construimos una medida de probabilidad η en el espacio producto $\Omega \times \Omega'$ con marginales P y P' de la siguiente manera:

Para cada conjunto medible $A \times B \subseteq \Omega \times \Omega'$, definimos:

$$\eta(A \times B) = \sum_{i,j} p_i \times q_j 1_{(x_i \in A, y_j \in B)} \quad (4.53)$$

Donde p_i son las probabilidades originales de P , q_j son las nuevas probabilidades de P'

obtenidas por el método de *clustering*, x_i son los escenarios originales y y_j son los escenarios representativos (centroides).

Esta definición asegura que $\pi_1\eta = P$ y $\pi_2\eta = P'$, donde π_1 y π_2 son las proyecciones marginales. Finalmente, usando la función de costo $c(x, y)$ y la medida η construida, podemos calcular la métrica de *Wasserstein*:

$$\mu_c(P, P') = \inf \int_{\Omega \times \Omega'} c(x, y) d\eta(x, y) \quad (4.54)$$

Se puede demostrar que existe una constante $\varepsilon' > 0$ tal que para todo $\varepsilon > \varepsilon'$, se puede encontrar una medida óptima η^* que logre:

$$\mu_c(P, P') = \int_{\Omega \times \Omega'} c(x, y) d\eta(x, y) < \varepsilon \quad (4.55)$$

Esto se debe a que los soportes de P y P' son compactos (al ser conjuntos finitos de escenarios) y la función de costo c es continua y acotada. Por lo tanto, al elegir una tolerancia $\varepsilon > \varepsilon'$, se puede encontrar una función de costo $c(x, y)$ y una medida de probabilidad óptima η^* que satisfaga $\mu_c(P, P') < \varepsilon$, asegurando que la aproximación P' esté suficientemente cerca de la distribución original P bajo la métrica de *Wasserstein*.

En resumen, mediante una elección adecuada de la función de costo y la construcción de la medida η en el espacio producto, se puede calcular y acotar la métrica de *Wasserstein* para controlar la calidad de la aproximación obtenida al reducir los escenarios mediante *clustering*.

A partir de este momento, podemos plantear la siguiente cuestiones:

- ¿Es necesario considerar todo el conjunto de escenarios del problema estocástico original para realizar la reducción de este por medio del *clustering*?
- ¿Es posible que con un conjunto menor de escenarios se logre una reducción por medio del *clustering* tal que el resultado sea también un conjunto representativo?
- ¿Qué propiedades deberíamos contemplar para acelerar la reducción de escenarios sin tener que considerar el árbol completo de escenarios?

Proposición 4.7.3. *Dado un problema estocástico de dos etapas, es posible determinar una cota de las soluciones estocásticas obtenidas en la reducción de escenarios.*

Prueba:

Sea (x, y, s) una solución factible del problema estocástico bajo el escenario s , donde x representa las variables de decisión de la primera etapa y y las variables de decisión de la segunda etapa bajo el escenario s . Denotamos por $Q(y, s)$ el valor de la solución de la segunda etapa bajo el escenario s para una decisión x fija de la primera etapa. Entonces, el problema estocástico puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \min f(x, y, s) &= \min_x c^T x + \mathbb{E}_s[Q(y, s)] \\ \text{s.a. } Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

donde $Q(y, s)$ es el valor óptimo del subproblema de segunda etapa, dado por:

$$\begin{aligned} Q(y, s) &= \min_{y(s)} q(s)^T y(s) \\ \text{s.a. } W(s)y(s) &= h(s) - T(s)x \\ y(s) &\geq 0 \end{aligned}$$

Ahora, consideremos el valor de la solución determinista $(\hat{x}, \hat{y})$, que minimiza el objetivo total para el caso en el que sólo se considera el valor esperado del objetivo de la segunda etapa:

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \arg \min c^T x + \mathbb{E}_s[Q(y, s)] \quad (4.56)$$

Entonces, para cualquier solución factible (x, y) del problema estocástico, tenemos:

$$c^T x + \mathbb{E}_s[Q(y, s)] \geq c^T \hat{x} + \mathbb{E}_s[Q(\hat{y}, s)] \forall s \quad (4.57)$$

Por definición de $\hat{x}$ e $\hat{y}$, el lado derecho de la desigualdad anterior es el valor óptimo de la solución determinista.

Tomando el valor esperado en ambos lados de la desigualdad, obtenemos:

$$\mathbb{E}_s[f(x, y(s))] = \mathbb{E}_s[c^T x + Q(y, s)] \geq c^T \hat{x} + \mathbb{E}[Q(\hat{y}, s)] = f(\hat{x}, \hat{y}, s) \quad (4.58)$$

Para cualquier solución factible (x, y) podemos definir la variable aleatoria $\{X_i\}_{i=1}^n$ como $X_i = \min c^T x + \mathbb{E}_i[Q(y, i)]$, donde $i \in \{1, \dots, n\}$, siendo n la cantidad de escenarios del conjunto S . Dado que cada escenario $s \in S$ tiene su probabilidad con cierta distribución p_s de ocurrir, podemos considerar a $\{X_i\}_{i=1}^n$ i.i.d (independientes e idénticamente distribuidas).

Definiendo $\bar{X}$ como:

$$\bar{X} = \mathbb{E}_s[\min c^T x + Q(y, s)] \quad (4.59)$$

Esto implica que si $n \rightarrow \infty$ el $\bar{X}$ converge en probabilidad al valor objetivo determinista $f(\hat{x}, \hat{y}, s)$ (Ley Débil de los Grandes Números). Por lo tanto, se demuestra que el valor óptimo de la solución determinista es una cota inferior para el valor óptimo del problema estocástico original cuando la cantidad de escenarios crece.

En el caso de la reducción de escenarios, consideremos un conjunto finito de K escenarios representativos $s_1, s_2, \dots, s_K$. Se resuelve el problema estocástico restringido a estos K escenarios:

$$\min c^T x + (1/K) \sum_{k=1}^K Q(y, s_k) \quad (4.60)$$

Sea $(\tilde{x}, \tilde{y})$ la solución óptima de este problema restringido. Entonces, tenemos:

$$c^T \tilde{x} + (1/K) \sum_k Q(\tilde{y}, s_k) \geq c^T \tilde{x} + (1/K) \sum_k Q(\tilde{y}, s_k) \quad (4.61)$$

Tomando el límite cuando $K \rightarrow \infty$, la suma $(1/K) \sum_k Q(y, s_k)$ converge al valor esperado $\mathbb{E}_s[Q(y, s)]$ por lo dicho anteriormente. Por lo tanto, obtenemos:

$$c^T \tilde{x} + \mathbb{E}[Q(\tilde{y}, s)] \geq c^T \hat{x} + \mathbb{E}[Q(\hat{y}, s)] \quad (4.62)$$

Esto demuestra que la solución obtenida mediante el procedimiento de reducción de escenarios converge a la cota inferior dada por la solución determinista cuando el número de escenarios

considerados crece.

4.7.3. Simulación y reducción de escenarios

La solución determinista puede no ser factible para todas las realizaciones posibles de los parámetros estocásticos en la segunda etapa, lo que puede llevar a un costo esperado distinto cuando se enfrenta a la incertidumbre real. La solución estocástica, al considerar explícitamente la incertidumbre y optimizar el valor esperado de la función objetivo, proporciona una solución que es, en promedio, igual o mejor que la solución determinista. Aunque el valor sea más alto o más bajo, según si el problema es de maximización o minimización, la solución va a ser siempre mejor conceptualmente.

Esto nos lleva a proponer el diseño de un algoritmo que, a través de simulación, determine la cantidad adecuada de escenarios para que el valor de la solución estocástica se aproxime a la solución determinista, esto se justifica por la necesidad de equilibrar la precisión de la solución con la complejidad computacional. En el contexto de problemas estocásticos, la reducción de escenarios puede simplificar el análisis sin perder de vista la incertidumbre inherente. Al utilizar un número limitado de escenarios representativos, se logra una aproximación que captura la esencia de la variabilidad sin la carga computacional de considerar todos los posibles eventos. Este enfoque permite abordar problemas complejos de manera más eficiente, manteniendo un equilibrio entre la precisión de la solución y los recursos computacionales requeridos.

El algoritmo propuesto deberá basarse en técnicas de simulación que permitan evaluar el impacto de diferentes cantidades de escenarios en la solución estocástica. Mediante la generación aleatoria de escenarios y la repetición de simulaciones, se podrá determinar el punto en el que la solución estocástica converge hacia la solución determinista, garantizando una aproximación adecuada con un número óptimo de escenarios. Este enfoque proporciona una herramienta eficaz para la toma de decisiones informadas en entornos inciertos, optimizando la relación entre precisión y eficiencia computacional.

El Algoritmo 2 obtiene el conjunto mínimo de escenarios representativos con una solución aproximada al problema determinista (y por tanto estocástico) original. Sin embargo, esta aproximación puede ser suficiente para obtener una solución de buena calidad en un tiempo

Algoritmo 2 Reducción de escenarios por simulación

```
1:  $D \leftarrow$  modelo determinista
2:  $S_{max} \leftarrow$  número máximo de escenarios
3:  $\alpha \leftarrow$  tasa de crecimiento en el numero de escenarios
4:  $S \leftarrow S_0$ , cantidad de escenarios iniciales
5:  $solucion_A \leftarrow \text{resolverModeloDeterminista}(D)$ 
6:  $diferencia \leftarrow \infty$ 
7: mientras  $S \leq S_{max}$  y  $diferencia > umbral$ 
8:    $\mathcal{W} \leftarrow \text{generarEscenariosAleatorios}(S)$ 
9:    $\mathcal{W}' \leftarrow \text{clusteringEscenarios}(\mathcal{W})$ , usando Algoritmo 1
10:   $solucion_B \leftarrow \text{resolverModeloEstocastico}(\mathcal{W}')$ 
11:   $diferencia \leftarrow |solucion_B - solucion_A|$ 
12:   $S \leftarrow \alpha \times S$ , aumentar escenarios
13: retornar  $solucion_B, \mathcal{W}'$ 
```

computacional razonable, como mostramos en el Capitulo 6.

4.8. Comentarios finales

La programación estocástica es un marco útil para la optimización y toma de decisiones bajo incertidumbre, donde algunos parámetros o la función objetivo se modelan como variables aleatorias. Los programas estocásticos de dos etapas con recurso son un caso importante donde las decisiones se dividen en etapas antes y después de que se revele cierta información. La reducción de escenarios es una técnica valiosa para hacer los modelos estocásticos computacionalmente tratables, aproximando la distribución de probabilidad subyacente con un conjunto reducido de escenarios representativos. Se discutieron conceptos como la estabilidad de las soluciones y propiedades deseables de los conjuntos de escenarios reducidos. Se demostró formalmente que las soluciones estocásticas de escenarios similares tienden a ser similares, estableciendo una relación entre la similitud de las matrices de recursos y la similitud de las soluciones óptimas. Esto justifica el uso de técnicas de *clustering* para la reducción de escenarios. Se presentaron algoritmos basados en *clustering* para reducir el número de escenarios, eligiendo representantes (escenarios representativos que son los centroides de cada *cluster*) que preservan las características clave de la distribución original. Se demostró que es posible acotar la distancia entre las distribuciones original y reducida utilizando métricas como Wasserstein por ejemplo. Además se propuso un algoritmo de simulación para determinar el número mínimo de escenarios repre-

sentativos cuya solución estocástica se aproxime a la solución determinista dentro de un umbral deseado, equilibrando la precisión con la complejidad computacional.

Capítulo 5

Propuesta de extensión del Algoritmo Progressive Hedging

Este capítulo presenta una propuesta de extensión del algoritmo *Progressive Hedging* (PH) para mejorar su rendimiento y eficiencia en la resolución de problemas de optimización estocástica. La propuesta principal es incorporar una etapa de reducción de escenarios mediante técnicas de clustering, lo que permite simplificar la dimensionalidad del problema estocástico y reducir los requerimientos computacionales. Se introduce el algoritmo denominado *Progressive Hedging* con Descomposición en Clusters (PHCD), que combina el enfoque de reducción de escenarios con el algoritmo PH convencional. Esto implica agrupar los escenarios originales en clusters, seleccionar un escenario representativo de cada grupo y aplicar el algoritmo PH sobre este conjunto reducido de escenarios. Además, se presentan otras variantes y mejoras al algoritmo PH, como el PH aleatorio (RPH), el PH paralelo aleatorizado y el PH asíncrono, que buscan reducir la carga computacional y aprovechar la computación paralela para acelerar la convergencia. El capítulo describe la librería *mpi-sppy*, una herramienta de código abierto diseñada para la resolución eficiente y escalable de problemas de programación estocástica en entornos de computación paralela. Esta librería implementa el algoritmo PH y sus variantes, aprovechando la comunicación asíncrona y la arquitectura cilíndrica para distribuir eficientemente la carga computacional entre múltiples procesos o nodos.

5.1. Algoritmo de Progressive Hedging

La resolución de problemas estocásticos requiere en muchos casos tratar con una gran cantidad de nodos en el árbol de escenarios. Para resolver estos problemas se ha introducido en la literatura varios algoritmos y estrategias, tales como relajación lagrangiana y Cobertura Progresiva (*Progressive Hedging*, PH) (Rockafellar y Wets, 1991). Existen numerosos estudios que han aplicado el algoritmo de PH en diversos problemas, demostrando sus ventajas. Por ejemplo, Mulvey y Vladimirou (1991) implementaron PH para resolver problemas estocásticos de flujo en redes, mostrando los beneficios del algoritmo en este contexto. Por su parte, en Crainic et al. (2011) se diseña una heurística basada en PH para el diseño de redes estocásticas. En otra aplicación, Watson y Woodruff (2011) propusieron innovaciones al algoritmo PH para mejorar su velocidad de convergencia, probando experimentalmente estas mejoras en problemas de asignación de recursos. El algoritmo PH ha demostrado ser eficaz para resolver problemas de planificación forestal con incertidumbre (Veliz et al. 2015). Este enfoque ha tenido especial éxito a la hora de abordar el impacto del cambio climático en la planificación de la cosecha forestal, superando a la forma extensiva en términos de tiempo de resolución y brecha de optimalidad final (Garcia-Gonzalo et al. 2020). En Bagaram et al. (2020), los autores discretizan la distribución potencial del crecimiento forestal en distintos escenarios climáticos, y resuelven el programa estocástico resultante utilizando el algoritmo de PH.

$$\min \sum_{s \in S} p_s f(x^s) \quad (5.1)$$

s.a.

$$x^s \in Q_s \quad \forall s \in S \quad (5.2)$$

$$x_t^s = x_t^{s'} \quad \forall s, s' \in S, \forall t \in T \quad (5.3)$$

Dado un problema estocástico como se muestra en las expresiones 5.1, 5.2 y 5.3, el algoritmo de PH (Algoritmo 3) se ejecuta iterativamente y funciona descomponiendo el árbol de escenarios en problemas individuales. Cada rama del árbol se transforma en un problema lineal

que se puede procesar directamente para obtener un resultado. Si se hace esta descomposición y resolución, se tiene múltiples soluciones diferentes en función de los escenarios que existan en cada camino. Para poder obtener una solución correcta que tenga en cuenta todos los escenarios, se debe conseguir que todas las soluciones individuales converjan a un mismo valor (considerando un cierto margen de error ϵ). Esta convergencia se consigue iterando sobre el procesamiento de estos subproblemas. Entre cada iteración se van a modificar las variables de las que depende cada subproblema siguiendo la fórmula definida por el algoritmo. El parámetro principal es ρ , que no es específico de ningún problema. Este parámetro se puede denominar como **penalizador** que influirá en cómo se modifican el resto de variables para hacer que sus valores tiendan a la solución buscada.

Algoritmo 3 Progressive Hedging

- 1: Definir S , el conjunto de escenarios.
 - 2: Definir $p_s \forall s \in S$, la probabilidad de ocurrencia de cada escenario s .
 - 3: Inicializar $i = 1$, el contador de iteraciones.
 - 4: Definir $\rho > 0$, parámetro de penalización.
 - 5: Se define $w_i(s) = 0 \forall s \in S$, multiplicadores de largo n (n es la dimensión del vector de decisiones x)
 - 6: Se inicializa $\bar{x}_0 = 0$, el vector solución promedio.
 - 7: mientras $\sum_{s \in S} \|x_i^s - \bar{x}_{i-1}\| \geq \epsilon$:
 - 8: si $i = 1$:
 - 9: $x_i^s \in \operatorname{argmin}\{f(x^s) : x \in Q_s\}$, calcular x_i^s , solución de cada escenario $s \in S$
 - 10: si $i > 1$:
 - 11: $x_i^s \in \operatorname{argmin}\{f(x^s) + w_i(s)x + \frac{1}{2}\rho \|x - \bar{x}_{i-1}\|^2 : x \in Q_s\}$
 - 12: $\bar{x}_i = \sum_{s \in S} p_s x_i^s$, se actualiza $\bar{x}_i$, solución promedio
 - 13: $w_{i+1}(s) = w_i(s) + \rho(x_i^s - \bar{x}_i)$, actualizar w
 - 14: $i = i + 1$
-

A continuación vemos algunos ajustes que se pueden realizar para la mejora en la performance de este algoritmo.

5.1.1. Aceleración de la resolución de cada subproblema

Existen tres técnicas principales que permiten acelerar la resolución de cada subproblema generado durante las iteraciones del algoritmo:

- Fortalecer el modelo determinístico o subproblema: Implica realizar modificaciones o adiciones a la formulación original, sin excluir soluciones factibles, con el fin de encontrar

soluciones casi óptimas de manera más rápida.

- Puntos de partida calientes (*Hotstarts* o *Warmstarts*): Esta técnica consiste en utilizar la solución de la iteración anterior como punto de partida para cada subproblema siguiente. Así, al comenzar cerca del óptimo, se tienden a reducir los tiempos de cómputo. El uso de *warmstart*, es una estrategia ampliamente conocida y popular dentro de las disciplinas de investigación y gestión de operaciones, teniéndose una amplia documentación al respecto (Mulvey y Vladimirov, 1991).
- Brecha (*gap*) variable: Ajustar la brecha de optimalidad del solucionador en cada iteración como criterio de parada. En las primeras iteraciones, no es tan beneficioso utilizar brechas muy bajas o nulas, ya que solo se busca una solución aproximada para calcular promedios y pasar a la siguiente iteración (difícilmente se encontrará la convergencia de variables en la primera). Por lo tanto, a medida que se avanza en las iteraciones, se reduce la brecha para encontrar soluciones más precisas. Así, los ajustes de tolerancia al óptimo son muy útiles para alcanzar soluciones de alta calidad en menos tiempo.

5.1.2. Paralelización del algoritmo PH

Debido a que PH es un algoritmo de descomposición horizontal (a diferencia de uno de descomposición vertical, que divide el problema etapa por etapa), ofrece facilidades para realizar una implementación computacional en paralelo y de manera distributiva. En la implementación paralela, cada subproblema (o escenario) se envía a un núcleo o clúster computacional específico. Una vez que se obtiene la solución para cada escenario, se calculan los promedios y penalizadores, para luego avanzar a la siguiente iteración. En cuanto a la distribución, si hay menos núcleos disponibles que subproblemas, éstos se asignan a los clústeres de computadoras conforme estos terminan de resolver los subproblemas. En investigaciones como la de Pais Martínez (2014), se ha logrado mejorar los tiempos de ejecución hasta en un 90 % mediante la paralelización del algoritmo de PH.

5.1.3. Linealizar términos cuadráticos

Una complicación que enfrenta PH es la necesidad de agregar un término cuadrático proximal para lograr la convergencia de las variables en cada nodo, como se indica en el paso 11 del Algoritmo 3. Esta restricción obliga a que las variables se aproximen a su promedio, lo que aumenta la complejidad de los subproblemas y, por ende, el tiempo de cómputo:

$$f(x^s) + w_i(s)x + \frac{1}{2}\rho \|x - \bar{x}_{i-1}\|^2 : x \in Q_s \quad (5.4)$$

En el contexto heurístico, si es posible reemplazar este término por una expresión similar pero que no agregue tanta complejidad a los subproblemas, será de gran utilidad. Al observar la expresión, se nota que no hay multiplicaciones cruzadas de variables, sino solo términos cuadráticos. Por lo tanto, la utilización de la aproximación lineal por tramos (*piecewise linearization*) se presenta como una alternativa efectiva para reducir la complejidad de los subproblemas. El término cuadrático es crucial para evitar que los subproblemas se vuelvan no acotados durante la resolución. El término $w_i(s)x$ puede ser positivo o negativo, lo que podría llevar a que la función objetivo crezca indefinidamente si una variable no está acotada.

5.1.4. Ajustes del parámetro ρ de penalización

El parámetro ρ en el algoritmo PH juega un papel crucial, ya que determina el equilibrio entre garantizar la no-anticipatividad y cumplir con el término proximal, como se refleja en la función objetivo del subproblema modificado. Este parámetro ha sido ampliamente reconocido por Mulvey y Vladimirou (1991) como altamente sensible dentro del algoritmo. Además, debido a cómo se formula el multiplicador w , el valor de ρ puede interpretarse como el costo asociado con desviarse de la solución ponderada. Por lo tanto, w puede considerarse naturalmente como el costo adicional que el subproblema debe asumir en su función objetivo para optar por una solución no anticipativa dentro del espacio factible.

Es evidente que este parámetro tiene implicaciones significativas en la resolución del problema. Por lo tanto, encontrar un sistema de precios más efectivo podría mejorar la convergencia del algoritmo y su rendimiento en términos de función objetivo y calidad de la solución. Las

estrategias evaluadas en este trabajo, derivadas del estudio realizado por Watson y Woodruff (2011), incluyen ρ : FIX, CP, SEP, Taylor y varias combinaciones de estas. Las primeras tres estrategias se presentaron en un estudio previo, mientras que la estrategia Taylor fue desarrollada por Badilla Véliz (2010). La elección de ρ se basó en evitar la convergencia temprana de las variables debido a la linealización extrema en forma de V (con solo dos tramos), así como en maximizar la velocidad de cómputo en cada iteración y la eficiencia en la resolución del problema completo.

5.2. Variantes del algoritmo PH

El PH convencional tiene el inconveniente de que requiere resolver todos los subproblemas en cada iteración para actualizar la solución.

- Algoritmo de PH aleatorio (RPH): En Bareilles et al. (2020) se propone una versión modificada del PH en la que se elige aleatoriamente un escenario en cada iteración y sólo se resuelve un subproblema correspondiente a ese escenario. En este algoritmo, en lugar de resolver los subproblemas para todos los escenarios en cada iteración, se elige aleatoriamente un escenario en cada iteración. Esto ayuda a reducir la carga computacional al enfocarse en un escenario específico en cada paso. El algoritmo proyecta las restricciones de no anticipatividad solo sobre las variables asociadas con el escenario seleccionado en esa iteración. Esto permite abordar de manera eficiente las restricciones complejas del problema. Una vez que se resuelve el subproblema para el escenario seleccionado, se actualizan las variables correspondientes teniendo en cuenta la solución obtenida. El algoritmo continúa iterando, seleccionando aleatoriamente un escenario en cada paso, resolviendo el subproblema asociado y actualizando las variables hasta que se alcanza la convergencia o se cumple un criterio de parada predefinido.
- Algoritmo paralelo de PH aleatorizada: En esta versión paralela del RPH se utiliza un marco “maestro-esclavo”, con un proceso maestro y J procesos de esclavos. En lugar de elegir aleatoriamente un escenario como en el RPH, en esta versión, se eligen aleatoriamente M número de escenarios y se envían a los J procesos esclavos para que calculen

los subproblemas en paralelo. Los valores de J y M son iguales en esta versión del PH modificado. Este enfoque de PH Aleatorizado Paralelo permite distribuir la carga computacional entre múltiples trabajadores, lo que puede acelerar significativamente el proceso de optimización en comparación con enfoques secuenciales. Además, al seleccionar aleatoriamente un subconjunto de escenarios en cada iteración, se puede mejorar la eficiencia del algoritmo al evitar el procesamiento de todos los escenarios en cada paso. El algoritmo detallado se proporciona en el artículo Shinde et al. (2022).

- Algoritmo de PH asíncrono: El enfoque asincrónico del algoritmo permite evitar la espera por “esclavos” lentos, lo que puede acelerar significativamente la convergencia en comparación con versiones secuenciales o paralelas convencionales. Además, al seleccionar escenarios de forma aleatoria, se puede mejorar la eficiencia del algoritmo al evitar posibles sesgos o desequilibrios en la asignación de escenarios a los trabajadores. Cada trabajador recibe una aproximación inicial y un escenario aleatorio para resolver. Una vez que un esclavo resuelve su subproblema para un escenario específico, comunica su solución al maestro. El maestro actualiza las variables correspondientes a ese escenario considerando todas las soluciones recibidas hasta el momento. Después de actualizar las variables maestras, se elige un nuevo escenario aleatorio para cada trabajador, y el proceso se repite. El algoritmo continúa iterando con los trabajadores resolviendo subproblemas de manera asincrónica, actualizando las variables maestras y seleccionando nuevos escenarios hasta que se alcanza la convergencia o se cumple un criterio de parada predefinido. El algoritmo detallado se proporciona en el artículo Shinde et al. (2022).

5.3. Algoritmo de PH con descomposición en clusters (PHCD)

Utilizando los conceptos vistos en la Sección 4.7, se propone una extensión del algoritmo de PH que aprovecha los beneficios de la reducción del conjunto de escenarios mediante *clustering*. Esta propuesta consiste en incorporar una etapa de pre-procesamiento en la que el conjunto de escenarios original es agrupado en un número menor de grupos, utilizando una técnica de

clustering adecuada. Posteriormente, se selecciona un escenario representativo de cada grupo, conformando así un conjunto reducido de escenarios que servirá como entrada para el algoritmo de PH modificado. La probabilidad de los escenarios que forman parte del conjunto reducido se calcula considerando la probabilidad de cada escenario original que pertenece a ese *cluster* específico. En el contexto de PH con Descomposición en Clusters (Progressive Hedging Clusters Decomposition, PHDC), se asume que el conjunto de escenarios se divide en K *clusters* disjuntos, donde cada *cluster* C_k puede tener un número diferente de escenarios. La probabilidad de cada *cluster* $c_k \in C_k$, denotada como p_k , se calcula sumando las probabilidades de todos los escenarios individuales que pertenecen a ese *cluster* como se ve en la Ecuación 5.5, esta probabilidad corresponde al escenario representativo.

$$p_k = \sum_{s \in C_k} p_s \quad (5.5)$$

Esta formulación permite mantener la información de probabilidad asociada con cada *cluster* reducido de escenarios, lo que es crucial para el cálculo efectivo de la solución en el contexto del algoritmo PHCD. En este caso se puede formular el problema estocástico reducido como sigue:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \sum_{k \in S_{red}} p_k f(x^k) \\ \text{s.a.} \quad & x^k \in Q_k \quad \forall k \in S_{red} \\ & x_t^k = x_t^{k'} \quad \forall k, k' \in S_{red}, \forall t \in T \end{aligned}$$

El Algoritmo 4 implementa PH considerando ahora el conjunto reducido o representativo de escenarios, teniendo presente ahora que los valores de la solución se calculan con la función objetivo reducida.

5.4. Librería mpi-sppy

La resolución práctica de problemas de programación estocástica suele requerir el uso de recursos computacionales paralelos. En este contexto, en esta sección se discuten las principales

Algoritmo 4 Progressive Hedging con descomposición en clusters

- 1: Sea $S_{red} = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$, el conjunto de escenarios representativos de cada *cluster*.
 - 2: Sea p_k , la probabilidad de ocurrencia de cada escenario $k \in S_{red}$.
 - 3: Inicializar $i = 1$, el contador de iteraciones.
 - 4: Definir $\rho > 0$, parámetro de penalización.
 - 5: Se define $w_i(k) = 0 \ \forall k \in S_{red}$, multiplicadores de largo n (n es la dimensión del vector de decisiones x)
 - 6: $\forall k \in S_{red} \ \bar{x}_0 = 0$, el vector solución promedio.
 - 7: mientras $\sum_{k \in S_{red}} \|x_i^k - \bar{x}_{i-1}\| \geq \epsilon$:
 - 8: si $i = 1$:
 - 9: $x_i^k \in \operatorname{argmin}\{f(x^k) : x \in Q_k\}$, calcular x_i^k , solución de cada escenario $k \in S_{red}$
 - 10: si $i > 1$:
 - 11: $x_i^k \in \operatorname{argmin}\{f(x^k) + w_i(k)x + \frac{1}{2}\rho \|x - \bar{x}_{i-1}\|^2 : x \in Q_k\}$
 - 12: $\bar{x}_i = \sum_{k \in S_{red}} p_k x_i^k$, se actualiza $\bar{x}_i$, solución promedio
 - 13: $w_{i+1}(k) = w_i(k) + \rho(x_i^k - \bar{x}_i)$, actualizar w
 - 14: $i = i + 1$
-

características de la librería **mpi-sppy**, que debido a su capacidad para lograr una paralelización eficiente y escalable se utilizará para implementar las propuestas discutidas en la sección anterior. En Knueven et al. (2023) se muestran experimentos computacionales que demuestran la capacidad de resolver problemas de programación estocástica muy grandes, incluyendo variantes de enteros mixtos, en cuestión de minutos, aprovechando de manera eficiente importantes recursos de computación paralela; además en ese trabajo presentan resultados para las instancias más grandes disponibles públicamente de problemas estocásticos de compromiso unitario de enteros mixtos, las cuales se resuelven con brechas de optimalidad ajustadas de manera probada. Esta librería tiene una novedosa arquitectura de software que facilita la combinación de métodos para acelerar la convergencia, los cuales pueden combinarse de forma *plug-and-play*. La librería **mpi-sppy** está escrita en Python y utiliza la librería Pyomo (Hart et al. 2011) para el modelado de programas matemáticos, se basa en la librería MPI (*Message Passing Interface*) (Gropp et al. 1999) para garantizar la eficiencia y la escalabilidad, y está disponible en <http://github.com/Pyomo/mpi-sppy>.

5.4.1. Arquitectura

La librería **mpi-sppy** está construido sobre dos componentes principales:

- Pyomo: Es una librería de Python ampliamente utilizada para modelar y resolver pro-

blemas de optimización matemática. Pyomo proporciona una sintaxis de alto nivel para definir modelos de optimización y tiene una arquitectura modular que permite integrar diferentes *solvers*.

- **mpi4py**: Es una implementación de Python del estándar de paso de mensajes MPI, que permite la comunicación y sincronización entre múltiples procesos en entornos de computación paralela y distribuida.

Esto permite la escalabilidad a miles de unidades de cálculo paralelas sin perder eficiencia.

La arquitectura de **mpi-sppy** está estructurada en *cilindros* de unidades de cálculo (llamadas rangos en MPI), con comunicación entre cilindros que hace uso de ventanas MPI asíncronas para acceder remotamente a **mpi-sppy** una porción de la memoria de un rango. En la Figura 5.1 se ve un ejemplo de implementación de esta arquitectura. Dentro de un *cilindro*, se utilizan reducciones MPI, lo que generalmente requiere un tiempo de $O(\log(r))$, donde r es el número de rangos en el cilindro. Los cilindros se dividen en dos clases principales, *hubs* y *spokes*. Los *hubs* representan el algoritmo principal (por ejemplo, PH o el método L-shaped), mientras que los *spokes* son componentes “auxiliares” críticos para la solución práctica de programas estocásticos. Además, la arquitectura de **mpi-sppy** permite la vista basada en escenarios de la programación estocástica, lo que facilita la expresión de programas estocásticos en términos de escenarios individuales. Esta arquitectura está diseñada para soportar la paralelización a gran escala de problemas de programación estocástica, permitiendo la ejecución eficiente en sistemas de computación de alto rendimiento con miles de núcleos, y fomentando la exploración de métodos especulativos para mejorar los límites superiores e inferiores de manera concurrente.

5.4.2. Principales funcionalidades

Las principales funcionalidades de **mpi-sppy** incluyen:

- **Paralelización Eficiente**: **mpi-sppy** está diseñado para aprovechar al máximo los recursos de computación paralela, permitiendo la resolución eficiente de problemas de programación estocástica a gran escala en sistemas con miles de núcleos de procesamiento.
- **Comunicación Asíncrona**: La arquitectura de **mpi-sppy** utiliza comunicación asíncrona

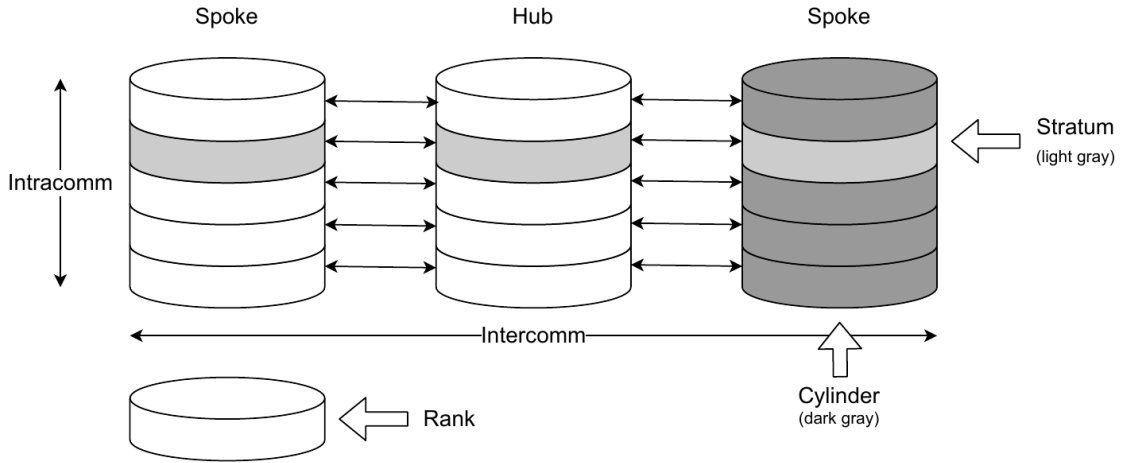


Figura 5.1: Ejemplo de arquitectura mpi-sppy con un hub y dos spoke. El sistema mostrado contiene 15 filas totales, divididas en tres cilindros y cinco estratos.

entre *hubs* y *spokes*, lo que permite un intercambio eficiente de información entre los diferentes componentes del sistema sin ralentizar el proceso de optimización.

- Soporte para Diferentes Tipos de Problemas: mpi-sppy es capaz de manejar una amplia gama de tipos de problemas, incluyendo programas estocásticos multi-etapa, lineales, mixtos-enteros y no lineales, lo que lo hace versátil y adaptable a diversas aplicaciones.
- Alta Eficiencia Paralela: La librería mpi-sppy se destaca por su alta eficiencia en paralelización, lo que le permite calcular límites superiores e inferiores de manera concurrente sin afectar negativamente los tiempos de ejecución.
- Extensibilidad y Flexibilidad: mpi-sppy es una librería genérica que puede ser fácilmente extendida para incluir nuevos componentes y algoritmos. Además, está integrada con el lenguaje de modelado algebraico Pyomo, lo que facilita la expresión y resolución de subproblemas de escenarios.

Esta librería mpi-sppy ofrece un conjunto completo de funcionalidades para la resolución eficiente de problemas de programación estocástica a gran escala, con un enfoque en la escalabilidad, la eficiencia y la versatilidad en la gestión de diferentes tipos de problemas y modelos.

La forma de utilizar **mpi-sppy** implica los siguientes pasos generales:

- Definir el modelo de optimización estocástica: Utilizando la sintaxis de Pyomo, se define el modelo matemático que representa el problema estocástico, incluyendo variables,

restricciones y función objetivo.

- Configurar el entorno de ejecución paralela: Se configura el entorno de ejecución paralela, especificando el número de procesos o nodos de cómputo a utilizar y la distribución de los escenarios entre ellos.
- Invocar el algoritmo Progressive Hedging: Se llama al algoritmo PH implementado en `mpi-sppy`, pasando el modelo definido y los parámetros de configuración necesarios, como el número máximo de iteraciones, criterios de convergencia, etc.
- Monitorear y recopilar resultados: Durante la ejecución, `mpi-sppy` proporciona información sobre el progreso del algoritmo, como el valor de la función objetivo y las métricas de convergencia. Al finalizar, se pueden recopilar y analizar los resultados obtenidos.

Para finalizar, **mpi-sppy** es una herramienta poderosa para abordar problemas de optimización estocástica de gran escala, aprovechando la computación paralela y distribuida. Su integración con Pyomo y MPI lo convierte en una solución flexible y escalable para una amplia gama de aplicaciones en diversos campos, como la planificación de la producción, la gestión de la cadena de suministro, la optimización de carteras de inversión, entre otros.

5.5. Implementación del algoritmo de PHCD con `mpi-sppy`

A fin de integrar la extensión del algoritmo de PH propuesta con la librería **mpi-sppy**, se propone una arquitectura para un sistema que consta de varios módulos interconectados que colaboran para la resolución eficiente de un problema de optimización estocástica, en la Figura 5.2 se puede ver un diagrama que describe esta arquitectura. En primer lugar, se encuentra el “Módulo de generación de escenarios”, se encarga de crear de manera aleatoria siguiendo cierta distribución de probabilidad un conjunto de escenarios basados en los datos de entrada proporcionados.

Una vez generados los escenarios, entran en juego el “Módulo de reducción de escenarios”, cuya función es simplificar el conjunto inicial de escenarios para reducir la complejidad computacional del problema sin perder su representatividad, utilizando una técnica de *clustering*,

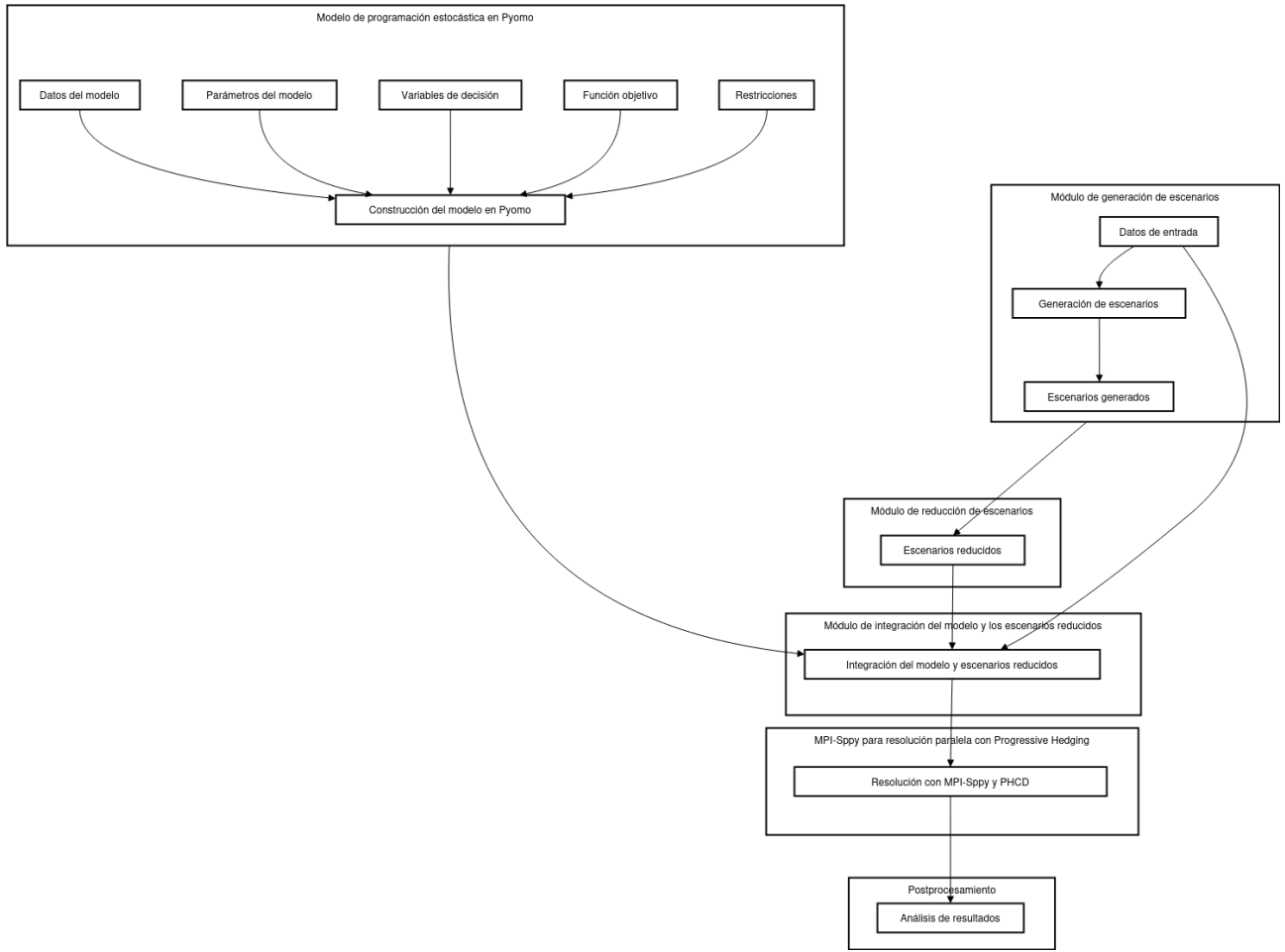


Figura 5.2: Diagrama que describe la arquitectura de un sistema para la resolución de problema estocástico, que integra la reducción de escenarios con el algoritmo de PHDC.

generando así un conjunto representativo de escenarios. Este paso es crucial para mejorar la eficiencia del proceso de optimización posterior. Finalmente a partir de esos escenarios representativos se genera los archivos .dat correspondientes. Por otro lado, el “Modelo de programación estocástica en Pyomo” se encarga de formalizar el problema de optimización en términos matemáticos, utilizando la librería Pyomo para su construcción, generando así un archivo .mod que representa el modelo a resolver. Una vez que se tiene el modelo y los escenarios reducidos, el “Módulo de integración del modelo y los escenarios reducidos” los combina para formar un único problema integrado. Este paso es esencial para preparar los datos y las condiciones iniciales necesarias para la resolución del problema. La resolución propiamente dicha se realiza mediante el uso de “MPI-Sppy para resolución paralela con PHDC”. Finalmente, una vez obtenidos los resultados de la resolución, el “Postprocesamiento” se encarga de analizar y presentar los resultados de manera comprensible y útil para el usuario final. Esto puede incluir la

visualización de resultados, la identificación de tendencias o la evaluación del desempeño del sistema en diferentes escenarios.

5.6. Comentarios finales

En este capítulo se presentó una propuesta de extensión del algoritmo Progressive Hedging (PH) para mejorar su rendimiento y eficiencia en la resolución de problemas de optimización estocástica. La propuesta principal consiste en incorporar una etapa de reducción de escenarios mediante técnicas de *clustering*, lo que permite simplificar la dimensionalidad del problema estocástico y reducir los requerimientos computacionales. Se introdujo el algoritmo denominado Progressive Hedging con Descomposición en Clusters (PHCD), que combina el enfoque de reducción de escenarios con el algoritmo PH convencional. Esto implica agrupar los escenarios originales en *clusters*, seleccionar un escenario representativo de cada grupo y aplicar el algoritmo PH sobre este conjunto reducido de escenarios.

Además, se presentaron otras variantes y mejoras al algoritmo PH, como el PH aleatorio (RPH), el PH paralelo aleatorizado y el PH asíncrono, que buscan reducir la carga computacional y aprovechar la computación paralela para acelerar la convergencia.

Se describió la librería *mpi-sppy*, una herramienta de código abierto diseñada para la resolución eficiente y escalable de problemas de programación estocástica en entornos de computación paralela. Esta librería implementa el algoritmo PH y sus variantes, aprovechando la comunicación asíncrona y la arquitectura cilíndrica para distribuir eficientemente la carga computacional entre múltiples procesos o nodos.

En general, las propuestas presentadas en este capítulo tienen como objetivo mejorar el rendimiento y la eficiencia del algoritmo PH, abordando desafíos como la reducción de la dimensionalidad del problema, la aceleración de la convergencia y el aprovechamiento de recursos de computación paralela. Estas contribuciones son relevantes para abordar problemas de optimización estocástica de gran escala en diversos campos de aplicación.

Capítulo 6

Formulación Estocástica del FHTP

Los resultados de este capítulo fueron adelantados en una ponencia durante el CLAIO XXI Conferencia Latino-Americana de Investigación Operativa (Viana et al. 2022)

La optimización estocástica es un método utilizado en muchos ámbitos diferentes para tomar decisiones en condiciones de incertidumbre. En la industria forestal muchas variables están sujetas a la incertidumbre, como el crecimiento de los árboles, los costos de cosecha y la demanda del mercado de productos madereros, etc. Por ejemplo, una cuestión crucial de la planificación forestal a medio plazo se abordó en Veliz et al. (2015), donde se presentó un modelo que incluía tanto decisiones de cosecha como de construcción de caminos forestales, considerando la incertidumbre en un problema de múltiples etapas. El efecto del aumento de la volatilidad de precios fue estudiado en Alvarez (2004), quien mostró un aumento tanto del valor como del umbral óptimo de cosecha a partir del cual se ejerce la estrategia de cosecha irreversible. Las técnicas de optimización estocástica pueden utilizarse para incorporar esta incertidumbre al proceso de toma de decisiones, permitiendo a los gestores tomar decisiones que sean robustas a los cambios en las condiciones subyacentes. En Garcia-Gonzalo et al. (2016) se presentó un modelo de optimización estocástica que incorporaba la incertidumbre del cambio climático en la planificación de la gestión forestal. Los autores desarrollaron un enfoque de programación estocástica mixta entera en dos etapas que considera diferentes escenarios de cambio climático y sus probabilidades asociadas. Ese estudio pone de relieve la importancia de tener en cuenta el cambio climático en la planificación forestal y la utilidad de las técnicas de optimización estocástica para afrontar este reto. En Álvarez-Miranda et al. (2018) se presenta un modelo de

optimización multicriterio para la gestión forestal sostenible bajo la incertidumbre del cambio climático. Estos autores emplearon un enfoque de programación de objetivos combinado con optimización estocástica para abordar simultáneamente múltiples objetivos (por ejemplo, producción de madera, secuestro de carbono, conservación de la biodiversidad) y la incertidumbre del cambio climático. El artículo de Daniel et al. (2017) investiga la incorporación de la incertidumbre en la planificación de la gestión forestal, considerando los impactos de la cosecha forestal, los incendios forestales y el cambio climático en el bosque boreal. Los autores desarrollaron un modelo de simulación estocástica espacialmente explícito para evaluar los efectos de diferentes escenarios de gestión sobre el suministro de madera y la dinámica del carbono en condiciones de cambio climático e incendios forestales. Los resultados mostraron que tener en cuenta las incertidumbres en la planificación de la gestión forestal puede conducir a estrategias de gestión más resilientes y adaptativas. Ese estudio destaca la importancia de integrar la incertidumbre en la planificación de la gestión forestal para tener en cuenta las complejas interacciones entre las actividades humanas, las perturbaciones naturales y el cambio climático en los ecosistemas forestales. En general, el uso de la optimización estocástica en la gestión forestal proporciona una valiosa herramienta para que los responsables tomen decisiones más informadas ante la incertidumbre.

Es importante destacar que para la Programación Estocástica (PE) la aleatoriedad es muy importante. Cuando se habla de PE es necesario considerar que en lugar de resolver cada escenario, esta técnica de la Investigación de Operaciones permite resolver múltiples escenarios que probablemente pueden ocurrir en el futuro. Más formulaciones teóricas y aplicaciones de cómo modelar PE se encuentran en H. Gassmann y Ziemba (2013), Schultz (2003) y Mayer y Kall (2011).

6.1. Factores de incertidumbre y modo de optimización estocástica

En este trabajo, la decisión de la primera etapa es el recorrido de los contratistas forestales entre los diferentes frentes, una vez conocida esta información, las decisiones de la segunda

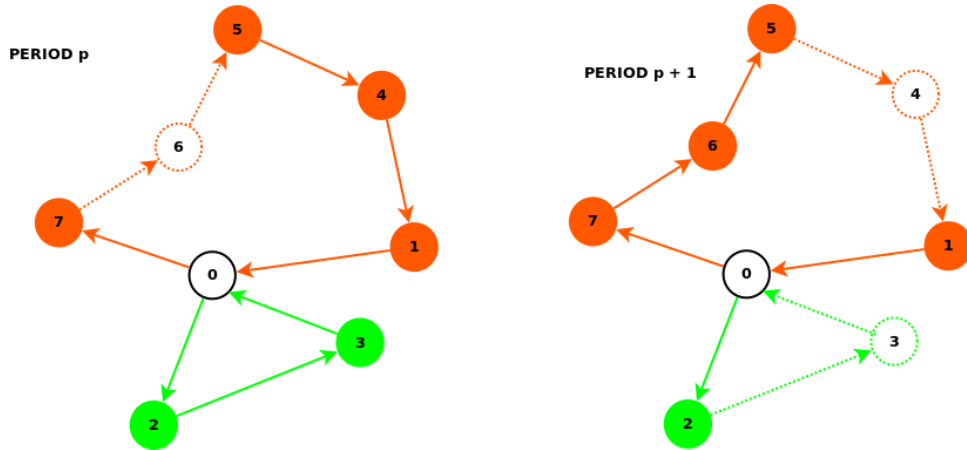


Figura 6.1: Cuando un contratista planifica la cosecha de zonas sucesivas, es posible que las zonas inaccesibles (los nodos con trazo discontinuo) permanezcan durante varios periodos.

etapa son la asignación de cada contratista a un frente de cosecha, en que periodo comienza la cosecha en cada frente y volumen a cosechar. Las decisiones de la segunda etapa pueden verse como las acciones correctivas.

La pérdida de acceso a las zonas de cosecha es un reto importante para la industria forestal en todo el mundo. Todos los lugares de cosecha tienen alguna probabilidad de quedar inaccesibles por diversas razones, como el mal tiempo, las catástrofes naturales y otras circunstancias imprevistas. Esto puede tener un grave impacto en la viabilidad financiera de las operaciones forestales, ya que el costo de los frentes de cosecha inaccesibles puede ser muy elevado. Esto se debe a que el costo del equipo y la mano de obra necesarios para la cosecha puede ser significativo, y cualquier retraso o interrupción en el proceso de cosecha puede traducirse rápidamente en un aumento de los costos y una reducción de la rentabilidad para los productores forestales. En Uruguay, el acceso a los lugares de cosecha depende en gran medida de las condiciones meteorológicas, ya que el país está experimentando una mayor variabilidad climática, incluyendo períodos de lluvias excesivas, inundaciones y sequías más intensas y frecuentes (Bank, 2019). Las fuertes lluvias, que pueden ser muy frecuentes en algunos años, pueden hacer intransitables las carreteras de acceso a las zonas afectadas para la maquinaria y los camiones, lo que afecta directamente a los planes de recolección.

La Figura 6.1 muestra un ejemplo de una planificación de cosecha para un contratista forestal que se ve afectado por zonas inaccesibles en determinados momentos. Dentro de un horizonte de planificación, pueden darse varios escenarios en función de la disponibilidad o no

de lugares de tala en determinados periodos. Con base en el problema de programación lineal entera mixta modelado en el Capítulo 3, se propone un problema de optimización estocástica cuyas variables de decisión son las siguientes:

- x_{ijk}^e , esta variable binaria indica si las máquinas cosechadoras del contratista k se mueven a la ubicación j después de estar en la lugar i en el escenario e , i y $j \in B \cup I, k \in K, e \in E$.
- y_{ik}^{pe} , esta variable binaria indica si el equipo de cosecha del contratista k opera en el sitio de cosecha i en el período p en el escenario e , $k \in K, i \in I, p \in P, e \in E$.
- $s_{ik}^e \geq 0$, esta variable entera indica que el contratista k comienza a operar antes de la cosecha en i en el período p en el escenario e , $k \in K, i \in I, p \in P, e \in E$.
- $w_i^{pe} \geq 0$, volumen cosechado en el periodo p al frente instalado en i en el escenario e , con $p \in P, i \in I, e \in E$.
- u_{ik}^e , representa el número de sitios de cosecha visitados por el contratista k antes de instalar el frente de cosecha en i en el escenario e , $k \in K, i \in I, e \in E$.

Cada escenario tiene una probabilidad de ocurrencia. La función objetivo en su forma extendida es la siguiente:

$$\min \sum_{e \in E} \text{prob}_e \left(\sum_{i \in B \cup I} \sum_{j \in B \cup I} \sum_{k \in K} C_k^{TRANS} d_{ij} x_{ijk}^e + \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} C_i^{HARV} y_{ik}^{pe} \right) \quad (6.1)$$

Para modelar la disponibilidad o no disponibilidad de un sitio de cosecha determinado i en un período determinado p bajo un escenario e , consideramos la matriz binaria $disp_{ip}^e$ y la siguiente restricción:

$$y_{ik}^{pe} \leq disp_{ip}^e \quad (6.2)$$

Por ejemplo, la siguiente matriz binaria (6.3) representa la disponibilidad de las ubicaciones de recolección en un escenario dado en el ejemplo que se muestra en la Figura 6.1, donde la ubicación 6 no está disponible en el período 3, y las ubicaciones 3 y 4 no están disponibles en el período 4.

$$disp^e = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

6.2. Generación de escenarios

Para lograr establecer con que probabilidad cierto lugar de cosecha no está disponible en determinado momento, es fundamental por ejemplo estimar adecuadamente la distribución de probabilidad de eventos de precipitación extrema. En esta tesis, nos enfocamos en caracterizar la distribución de lluvias tomando la información de una región específica de Uruguay, utilizando datos históricos de precipitación diaria publicados por el Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria (2023) durante un período de 10 años. En la Figura 6.2 se puede observar la distribución de precipitaciones acumuladas diarias, datos registrados por la Estación Tacuarembó de INIA (Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria, 2023).

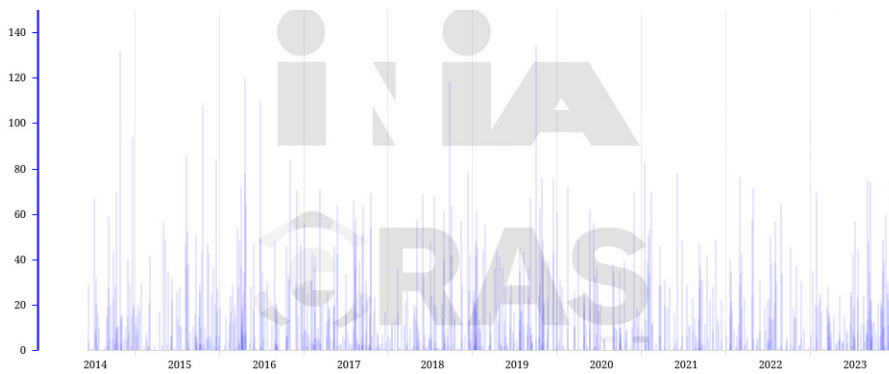


Figura 6.2: Distribución de las precipitaciones acumuladas (en mm) en el periodo 2014-2024 de la Estación Tacuarembó de INIA (Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria, 2023)

El primer paso fue preparar los datos para el análisis. Se organizaron las mediciones por año y fecha, se revisaron manualmente valores atípicos que pudiesen deberse a errores, y se aplicaron métodos de imputación para completar datos faltantes utilizando medias móviles e

interpolación lineal. Una vez depurados, los datos fueron analizados para determinar la distribución estadística que mejor se ajusta. Se construyó un histograma de frecuencias para visualizar la forma de la distribución de las precipitaciones mayores a 30 mm. Este análisis exploratorio sugirió que una distribución de tipo gamma o Weibull podría ser apropiada para modelar estos eventos extremos. Se procedió entonces a ajustar ambas distribuciones candidatas a los datos, estimando sus parámetros mediante el método de máxima verosimilitud. La bondad de ajuste de cada distribución se evaluó aplicando la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Los resultados indicaron que la distribución de Weibull de dos parámetros era la que mejor se ajustaba a los datos de precipitación extrema en esta región. Los parámetros estimados fueron: $\lambda = 15.52, k = 0.81$.

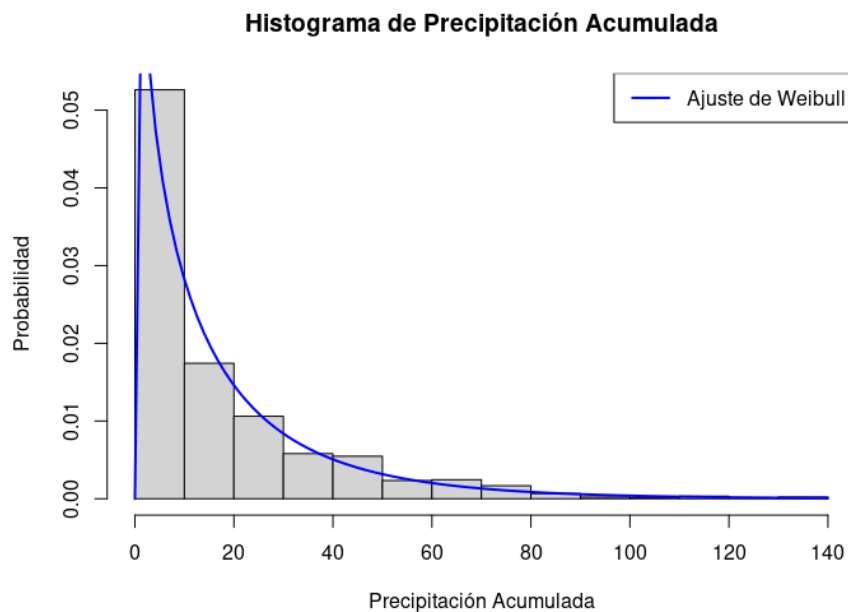


Figura 6.3: Distribución de probabilidad estimada de las precipitaciones acumuladas en los últimos 10 años, y su ajuste de Weibull

Utilizando entonces la función de distribución acumulada de Weibull ajustada, se puede calcular la probabilidad de que haya precipitaciones importantes de manera prolongadas por varios días, lo que afectaría la instalación o la operativa en un frente de cosecha. Con esta distribución de probabilidad ajustada se pueden generar matrices que representen la disponibilidad de los lugares de cosecha en un determinado periodo, lo que representa los distintos escenarios estocásticos en el modelos de optimización. Si bien este análisis se enfocó en una localidad específica, la metodología descrita podría aplicarse a otras regiones, constituyendo una

herramienta valiosa para incorporar el riesgo e incertidumbre climática en la toma de decisiones.

6.3. Reducción de escenarios

Para cada escenario del conjunto E se tiene una matriz $disp^e$ diferente, a medida que aumenta el número de escenarios hay una cantidad considerable de información para procesar. Uno de los principales retos a los que nos enfrentamos en la programación estocástica (PE) es la alta dimensionalidad de los escenarios con los que se trabaja, ya que intentamos representar la realidad lo más fielmente posible, por lo que es necesario considerar una gran cantidad de posibilidades. Sin embargo, puede que no sea necesario utilizar todo el conjunto original de escenarios definidos, ya que al utilizar un subconjunto representativo de los mismos, es posible preservar en gran medida la información y/o distribución de los datos originales, obteniendo así una solución de calidad en un menor tiempo de resolución y con menos recursos computacionales. El subconjunto de escenarios seleccionado debe cumplir una serie de requisitos esenciales para que la solución obtenida sea teóricamente válida y comparable a la que se obtendría en el caso original. Estos requisitos son encontrar soluciones válidas en tiempos razonables y representar satisfactoriamente la estocasticidad del problema original según alguna métrica útil. Comenzando con el conjunto completo de escenarios, nuestro primer paso es utilizar un enfoque de agrupación (*clustering*). Este método se utiliza para crear grupos (*cluster*), cada uno caracterizado por escenarios similares. Luego, utilizando estos grupos de escenarios, abordamos un problema de reducción para identificar un escenario representativo para cada grupo. Esto da como resultado un modelo de PE simplificado que incluye solo los escenarios representativos seleccionados. Estructuramos este modelo reducido para garantizar que logre una solución óptima que sea equivalente, o casi equivalente, a la del modelo PE original.

En particular, con respecto a la industria forestal, Eyvindson y Kangas (2016) examinaron el tamaño requerido del conjunto de escenarios para la programación estocástica en un problema de planificación de la gestión forestal, centrándose en la incorporación de la incertidumbre del inventario y el modelo de crecimiento. Los autores analizaron la relación entre el número de escenarios y la calidad de la solución obtenida utilizando un modelo de programación estocástica. Comprobaron que la calidad de la solución mejoraba con el aumento del número de escenarios

hasta cierto punto, a partir del cual la mejora pasaba a ser marginal. Los resultados sugieren que un conjunto relativamente pequeño de escenarios (por ejemplo, entre 50 y 100) puede ser suficiente para las aplicaciones prácticas de la programación estocástica en la planificación de la gestión forestal. Si bien no se puede generalizar este número de escenarios para todos los problemas, en particular el tratado en esta tesis ya que la variable aleatoria es diferente, el enfoque proporciona ideas útiles para los investigadores y profesionales que trabajan con la optimización estocástica en la industria forestal. Es importante destacar que en los experimentos realizados en esta tesis se ha utilizado una cantidad mayor de escenarios, con el objetivo de garantizar una representación más exhaustiva de la incertidumbre asociada a la variable aleatoria específica del problema estudiado. A pesar de esta diferencia en la cantidad de escenarios, se espera que los resultados obtenidos sigan una tendencia similar a la observada por Eyvindson y Kangas (2016).

La metodología utilizada para reducción de escenarios es la vista en el Capítulo 4, el Algoritmo 1 se modifica en este caso para que pueda tomar la matriz $disp^e$ más representativa de cada grupo. Para poder aplicar el algoritmo de agrupamiento es necesario contar con un método para calcular las distancias entre las matrices, una buena opción es utilizar la distancia de Hamming.

6.4. Resultados numéricos

Se implementa el algoritmo de reducción de escenarios basados en el método de *clustering*, utilizando el lenguaje de programación Python, de esta manera también se puede utilizar herramientas que provee ese lenguaje para realizar los análisis computacionales necesarios para comprobar la efectividad del algoritmo. Los experimentos se realizaron utilizando la API AMPL para Python para desarrollar el código fuente del modelo de optimización. El solucionador utilizado en este caso fue Gurobi (versión 10.0.1), y los experimentos se ejecutaron en el sistema operativo Ubuntu Linux 22.04.2 LTS, en una computadora con 12 Gb de RAM y procesador Intel Core i5. El solucionador y sistema operativo utilizado para estos experimentos cambiaron respecto a los presentados en la Sección 3.4, debido a que no se contó con la licencia CPLEX utilizada anteriormente. De todos modos, se repitieron los experimentos a la Sección 3.4 para

obtener nuevamente las soluciones deterministas presentadas en los resultados mostrados mas adelante.

Los resultados de los experimentos realizados a continuación tienen como objetivo demostrar la efectividad del enfoque de reducción de escenarios para preservar la información y/o distribución de los datos originales, obteniendo soluciones de alta calidad en un tiempo de resolución más corto y con menos recursos computacionales. El objetivo es asegurar que la solución obtenida sea teóricamente válida y comparable a la de la instancia original, cumpliendo requisitos esenciales como encontrar soluciones válidas en tiempos razonables y representar satisfactoriamente la estocasticidad del problema original según alguna métrica útil. Una vez que se han obtenido los conjuntos de escenarios más representativos para cada instancia, se utiliza el Algoritmo 2 para seleccionar el conjunto mínimo de escenarios representativos que se acerque más a la solución determinista.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
A	172,36	10	174,57	0,00	0,23	2	191,42	0,00	0,05
A	172,36	20	174,35	0,00	0,47	5	190,66	0,00	0,12
A	172,36	30	174,01	0,00	0,70	5	190,56	0,00	0,13
A	172,36	40	173,66	0,00	0,92	7	182,17	0,00	0,16
A	172,36	50	173,39	0,00	1,13	7	180,39	0,00	0,17
A	172,36	70	173,20	0,00	1,60	8	172,36	0,00	0,19
A	172,36	100	172,43	0,00	2,31	9	172,36	0,00	0,20
A	172,36	150	172,42	0,00	3,50	9	172,36	0,00	0,20
A	172,36	200	172,36	0,50	4,61	18	172,36	0,00	0,42
A	172,36	250	172,36	0,80	5,84	19	172,36	10,53	0,45
A	172,36	500	172,36	0,60	11,63	19	172,36	5,26	0,45
A	172,36	1.000	172,36	0,30	23,16	19	172,36	0,00	0,47
B	1404,73	10	1.431,93	10,00	0,24	2	1.521,32	50,00	0,06
B	1404,73	20	1.425,60	0,00	0,50	3	1.507,22	0,00	0,07
B	1404,73	30	1.423,67	0,00	0,64	3	1.499,19	0,00	0,09

Tabla 6.1: Resultados para contratista A, con 10 a 1.000 escenarios; y para contratista B, con 10 a 30 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios					Con reducción de escenarios				
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)		
B	1404,73	40	1.423,05	2,50	0,91	6	1.494,15	16,67	0,17		
B	1404,73	50	1.421,67	0,00	1,17	7	1.461,11	0,00	0,22		
B	1404,73	70	1.421,65	1,43	1,58	9	1.453,53	11,11	0,24		
B	1404,73	100	1.421,33	0,00	2,26	11	1.442,10	0,00	0,32		
B	1404,73	150	1.417,78	1,33	3,42	12	1.438,62	16,67	0,34		
B	1404,73	200	1.417,59	1,50	4,57	14	1.432,08	14,29	0,34		
B	1404,73	250	1.414,87	0,80	5,76	17	1.425,82	11,76	0,47		
B	1404,73	500	1.413,03	2,20	11,43	18	1.420,23	0,00	0,48		
B	1404,73	1.000	1.412,71	0,70	22,69	19	1.417,62	0,00	0,54		
D	85,85	10	86,55	0,00	0,18	2	91,21	0,00	0,04		
D	85,85	20	86,41	0,00	0,37	5	89,96	0,00	0,08		
D	85,85	30	86,27	0,00	0,55	7	89,95	0,00	0,10		
D	85,85	40	85,99	2,50	0,72	4	89,52	25,00	0,13		
D	85,85	50	85,85	0,00	0,91	12	85,85	0,00	0,15		
D	85,85	70	85,85	1,43	1,27	8	85,85	12,50	0,23		

Tabla 6.2: Resultados para contratista B, con 40 a 1.000 escenarios; y para contratista D, con 10 a 70 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
D	85,85	100	85,85	1,00	1,82	14	85,85	7,14	0,31
D	85,85	150	85,85	0,00	2,73	19	85,85	0,00	0,33
D	85,85	200	85,85	0,00	3,63	18	85,85	0,00	0,33
D	85,85	250	85,85	0,40	4,55	18	85,85	5,56	0,34
D	85,85	500	85,85	0,20	9,11	19	85,85	0,00	0,35
D	85,85	1.000	85,85	0,10	34,99	18	85,85	5,56	0,39
F	326,52	10	330,54	0,00	0,22	2	342,81	0,00	0,05
F	326,52	20	330,35	0,00	0,45	2	338,43	0,00	0,06
F	326,52	30	328,55	0,00	0,69	6	335,95	0,00	0,15
F	326,52	40	328,33	0,00	0,92	7	330,88	0,00	0,17
F	326,52	50	328,30	0,00	1,13	9	330,13	0,00	0,22
F	326,52	70	327,91	0,00	1,58	9	329,84	0,00	0,23
F	326,52	100	327,84	0,00	2,27	10	329,51	0,00	0,26
F	326,52	150	327,82	0,00	3,37	11	329,15	0,00	0,29
F	326,52	200	327,80	0,00	4,54	13	328,67	0,00	0,30

Tabla 6.3: Resultados para contratista D, con 100 a 1.000 escenarios; y para contratista F, con 10 a 200 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
F	326,52	250	327,74	0,00	5,65	16	328,43	0,00	0,42
F	326,52	500	327,73	0,00	11,26	18	327,96	0,00	0,46
F	326,52	1.000	326,95	0,00	22,73	19	326,52	0,00	0,47
G	430,53	10	440,37	0,00	0,24	4	482,75	0,00	0,10
G	430,53	20	437,05	0,00	0,46	5	478,77	0,00	0,12
G	430,53	30	436,15	0,00	0,74	6	458,91	0,00	0,14
G	430,53	40	433,51	0,00	0,96	6	449,34	0,00	0,15
G	430,53	50	432,52	2,00	1,17	6	430,55	16,67	0,17
G	430,53	70	431,72	0,00	1,64	7	430,54	0,00	0,20
G	430,53	100	430,79	0,00	2,37	11	430,54	0,00	0,25
G	430,53	150	430,53	0,00	3,56	11	430,54	0,00	0,25
G	430,53	200	430,53	0,00	4,70	14	430,54	0,00	0,31
G	430,53	250	430,53	0,40	5,85	16	430,53	0,00	0,38
G	430,53	500	430,53	0,60	11,78	17	430,53	5,88	0,40
G	430,53	1.000	430,53	0,30	23,53	17	430,53	0,00	0,40

Tabla 6.4: Resultados para contratista F, con 250 a 1.000 escenarios; y para contratista G, con 10 a 1.000 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
I	720,33	10	720,33	0,00	0,17	2	720,33	0,00	0,05
I	720,33	20	720,33	0,00	0,34	3	720,33	0,00	0,06
I	720,33	30	720,33	0,00	0,52	3	720,33	0,00	0,06
I	720,33	40	720,33	2,50	0,69	4	720,33	25,00	0,07
I	720,33	50	720,33	0,00	0,87	4	720,33	0,00	0,07
I	720,33	70	720,33	0,00	1,21	7	720,33	0,00	0,18
I	720,33	100	720,33	0,00	1,72	10	720,33	0,00	0,18
I	720,33	150	720,33	0,00	2,61	10	720,33	0,00	0,18
I	720,33	200	720,33	0,00	3,45	14	720,33	0,00	0,30
I	720,33	250	720,33	0,80	4,32	18	720,33	11,11	0,30
I	720,33	500	720,33	0,40	8,68	19	720,33	10,53	0,32
I	720,33	1.000	720,33	0,00	17,25	19	720,33	5,26	9,73
J	456,46	10	467,98	0,00	0,30	2	510,14	0,00	0,07
J	456,46	20	463,43	0,00	0,61	5	500,56	0,00	0,15
J	456,46	30	462,61	3,33	0,91	6	496,84	16,67	0,18

Tabla 6.5: Resultados para contratista I, con 10 a 1.000 escenarios; y para contratista J, con 10 a 30 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
J	456,46	40	462,08	0,00	1,17	7	493,05	0,00	0,24
J	456,46	50	461,61	0,00	1,43	8	491,47	0,00	0,24
J	456,46	70	461,36	0,00	2,13	9	464,63	0,00	0,27
J	456,46	100	461,19	0,00	2,94	10	464,53	0,00	0,28
J	456,46	150	458,39	0,00	4,46	15	462,52	0,00	0,41
J	456,46	200	458,38	1,50	5,93	15	459,14	13,33	0,43
J	456,46	250	458,19	0,00	7,31	15	456,77	0,00	0,54
J	456,46	500	457,06	0,00	15,03	19	456,73	5,26	0,57
J	456,46	1.000	456,53	0,30	29,97	19	456,46	0,00	0,64
L	373,13	10	384,99	0,00	0,18	3	412,65	0,00	0,06
L	373,13	20	384,95	0,00	0,37	3	410,38	0,00	0,07
L	373,13	30	383,49	0,00	0,55	6	403,73	0,00	0,12
L	373,13	40	379,60	0,00	0,74	8	401,02	0,00	0,13
L	373,13	50	379,45	4,00	0,88	8	400,54	25,00	0,13
L	373,13	70	379,08	1,43	1,26	8	400,39	12,50	0,14

Tabla 6.6: Resultados para contratista J, con 40 a 1.000 escenarios; y para contratista L, con 10 a 70 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
L	373,13	100	378,73	1,00	1,81	9	398,54	11,11	0,15
L	373,13	150	378,45	2,67	2,68	10	396,99	30,00	0,16
L	373,13	200	378,45	0,00	3,66	10	396,47	0,00	0,18
L	373,13	250	377,84	0,40	4,56	12	390,78	16,67	0,19
L	373,13	500	377,51	0,60	9,15	17	387,73	23,53	0,24
L	373,13	1.000	376,77	0,70	18,30	19	386,42	21,05	0,28
K	128,06	10	137,44	0,00	0,32	7	164,60	0,00	0,28
K	128,06	20	134,15	0,00	0,60	9	152,53	0,00	0,60
K	128,06	30	134,01	0,00	1,74	10	150,17	0,00	0,71
K	128,06	40	133,70	2,50	1,42	11	145,79	9,09	0,89
K	128,06	50	133,30	0,00	2,21	12	145,31	0,00	0,98
K	128,06	70	133,02	0,00	2,41	13	145,23	0,00	1,37
K	128,06	100	132,62	1,00	3,14	15	143,82	13,33	10,75
K	128,06	150	132,60	2,00	5,67	16	142,34	18,75	20,95
K	128,06	200	132,51	1,50	7,46	17	138,54	11,76	21,50

Tabla 6.7: Resultados para contratista L, con 100 a 1.000 escenarios; y para contratista K, con 10 a 200 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
K	128,06	250	132,28	0,80	10,33	19	135,63	10,53	21,63
K	128,06	500	131,93	1,20	17,36	19	134,95	10,53	30,31
K	128,06	1.000	131,15	0,30	38,88	19	134,41	36,84	63,55
H	428,81	10	447,48	0,00	1,22	2	494,84	0,00	0,23
H	428,81	20	433,13	0,00	2,28	5	446,49	0,00	0,66
H	428,81	30	433,05	0,00	3,20	11	438,52	0,00	0,97
H	428,81	40	432,30	0,00	6,40	11	433,66	0,00	1,14
H	428,81	50	432,06	0,00	5,74	11	433,55	0,00	1,33
H	428,81	70	431,40	0,00	7,28	12	432,94	0,00	1,42
H	428,81	100	431,13	0,00	10,69	14	430,62	0,00	1,47
H	428,81	150	430,52	0,00	17,15	14	430,55	0,00	1,51
H	428,81	200	430,00	0,00	21,71	14	430,03	0,00	1,67
H	428,81	250	429,94	0,00	27,91	16	429,98	0,00	1,69
H	428,81	500	429,72	0,20	55,52	17	429,63	0,00	1,99

Tabla 6.8: Resultados para contratista K, con 250 a 1.000 escenarios; y para contratista H, con 10 a 500 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
H	428,81	1.000	428,82	0,10	118,03	17	428,81	0,00	2,79
E	466,48	10	475,64	0,00	2,10	4	510,37	0,00	0,61
E	466,48	20	474,85	5,00	4,49	3	490,12	33,33	0,30
E	466,48	30	474,63	0,00	7,02	2	484,62	0,00	0,43
E	466,48	40	474,63	0,00	8,99	3	484,23	0,00	1,74
E	466,48	50	474,11	0,00	12,99	17	483,76	0,00	6,59
E	466,48	70	473,41	0,00	14,62	16	483,39	0,00	3,29
E	466,48	100	473,40	0,00	23,90	9	480,13	0,00	5,31
E	466,48	150	471,92	0,00	32,65	19	480,09	0,00	3,76
E	466,48	200	471,63	0,00	45,17	17	478,51	0,00	5,00
E	466,48	250	471,45	0,80	59,11	15	477,44	13,33	2,60
E	466,48	500	470,54	0,40	125,08	13	469,90	7,69	2,86
E	466,48	1.000	470,42	0,00	235,70	13	466,48	7,69	144,09
C	516,06	10	541,72	0,00	2,80	3	518,05	0,00	0,70

Tabla 6.9: Resultados para contratista H con 1.000 escenarios; para contratista E, con 10 a 100 escenarios; y para contratista C, con 10 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
C	516,06	20	532,69	0,00	4,64	6	525,01	0,00	1,25
C	516,06	30	526,73	0,00	9,03	7	522,51	0,00	2,84
C	516,06	40	524,49	0,00	10,44	12	519,23	0,00	3,36
C	516,06	50	524,33	0,00	13,53	15	523,99	0,00	3,40
C	516,06	70	524,08	1,43	19,68	16	519,79	6,25	3,62
C	516,06	100	523,08	0,00	27,33	16	519,99	0,00	4,03
C	516,06	150	522,60	0,00	42,94	17	519,57	0,00	4,17
C	516,06	200	522,29	0,00	55,94	18	518,47	0,00	4,69
C	516,06	250	516,27	0,00	70,46	19	516,08	0,00	5,31
C	516,06	500	516,73	0,20	136,70	19	516,43	0,00	5,67
C	516,06	1.000	516,65	0,00	280,32	19	516,47	0,00	7,10
AB	1.013,32	10	1.023,68	0	100,41	2	1.039,55	0,00	15,62
AB	1.013,32	20	1.023,16	0	241,60	8	1.039,42	0,00	76,52
AB	1.013,32	30	1.022,70	0	298,66	9	1.039,09	0,00	57,46

Tabla 6.10: Resultados para contratista C, con 20 a 1.000 escenarios; y para coalición AB, con 10 a 30 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios					Con reducción de escenarios				
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)		
AB	1.013,32	40	1.021,44	0	452,74	14	1.033,05	0,00	148,17		
AB	1.013,32	50	1.019,94	0	565,04	15	1.028,74	0,00	132,64		
AB	1.013,32	70	1.019,74	0	867,51	15	1.022,67	0,00	172,08		
AB	1.013,32	100	1.019,51	0	1124,04	16	1.021,45	0,00	153,65		
AB	1.013,32	150	1.019,09	0	1729,65	17	1.020,74	0,00	138,45		
AB	1.013,32	200	1.019,01	0	2363,89	17	1.019,52	0,00	123,02		
AB	1.013,32	250	1.018,42	0	3226,18	18	1.018,23	0,00	142,77		
AB	1.013,32	500	1.018,18	0	5963,68	19	1.016,47	0,00	115,09		
AB	1.013,32	1.000	1.014,41	0	12045,49	19	1.014,05	0,00	131,44		
BG	1096	10	1.136,41	0	16,01	2	1.288,15	0,00	1,34		
BG	1096	20	1.131,37	0	29,79	7	1.239,33	0,00	15,57		
BG	1096	30	1.130,30	0	55,84	11	1.212,74	0,00	28,92		
BG	1096	40	1.129,79	0	60,89	11	1.208,00	0,00	21,83		
BG	1096	50	1.129,52	0	99,95	13	1.202,63	0,00	49,49		

Tabla 6.1.1: Resultados para la coalición AB, con 40 a 1.000 escenarios; y para coalición BG, con 10 a 50 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
BG	1096	70	1.128,64	0	135,37	13	1.198,84	0,00	32,05
BG	1096	100	1.126,28	0	178,08	15	1.179,91	0,00	44,38
BG	1096	150	1.123,39	0	290,35	17	1.167,73	0,00	64,59
BG	1096	200	1.122,42	0	405,77	18	1.153,24	0,00	71,30
BG	1096	250	1.117,86	0	460,35	19	1.152,39	0,00	67,83
BG	1096	500	1.111,70	0,2	1573,46	19	1.140,86	0,00	56,54
BG	1096	1.000	1.111,40	0,1	2916,40	19	1.097,00	0,00	97,12
BI	857,00	10	863,20	0,00	0,29	2	876,00	0,00	0,07
BI	857,00	20	863,16	0,00	0,58	7	875,92	0,00	0,22
BI	857,00	30	862,71	0,00	0,85	9	872,08	0,00	0,26
BI	857,00	40	862,39	0,00	1,16	9	868,84	0,00	0,27
BI	857,00	50	862,29	0,00	1,44	9	864,58	0,00	0,28
BI	857,00	70	862,13	0,00	2,00	9	864,00	0,00	0,33
BI	857,00	100	862,03	0,00	2,99	12	863,80	0,00	0,38

Tabla 6.12: Resultados para la coalición BG, con 70 a 1.000 escenarios; y para coalición BI, con 10 a 100 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
BI	857,00	150	861,90	0,00	4,55	12	862,44	0,00	0,38
BI	857,00	200	861,66	0,00	5,84	13	862,00	0,00	0,40
BI	857,00	250	860,80	0,00	7,30	14	861,79	0,00	0,45
BI	857,00	500	859,83	0,00	14,74	15	858,22	0,00	0,53
BI	857,00	1.000	859,45	0,00	30,14	19	858,22	0,00	0,62
BL	987,00	10	997,80	0,00	0,58	2	1.029,50	0,00	0,12
BL	987,00	20	994,70	0,00	0,91	2	1.020,88	0,00	0,19
BL	987,00	30	993,53	0,00	1,55	9	1.010,82	0,00	0,46
BL	987,00	40	993,06	0,00	2,03	10	1.003,50	0,00	0,56
BL	987,00	50	992,91	0,00	2,38	10	1.003,40	0,00	0,69
BL	987,00	70	992,81	0,00	3,33	11	999,00	0,00	0,70
BL	987,00	100	991,74	0,00	4,80	13	996,07	0,00	0,73
BL	987,00	150	991,49	0,00	7,68	13	995,00	0,00	0,73
BL	987,00	200	990,27	0,00	10,26	14	988,79	0,00	0,79

Tabla 6.13: Resultados para la coalición BI, con 150 a 1.000 escenarios; y para coalición BL, con 10 a 200 escenarios.

Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
BL	987,00	250	989,95	0,00	14,31	15	988,67	0,00	0,95
BL	987,00	500	988,82	0,00	26,46	17	988,54	0,00	1,06
BL	987,00	1.000	988,65	0,00	54,27	17	988,50	0,00	1,39
DE	278,54	10	287,84	0,00	8,25	5	299,34	0,00	4,27
DE	278,54	20	285,94	0,00	34,77	9	295,99	0,00	11,66
DE	278,54	30	285,74	0,00	25,45	13	294,82	0,00	14,99
DE	278,54	40	284,94	0,00	38,90	17	293,00	0,00	19,22
DE	278,54	50	284,73	0,00	45,48	17	291,90	0,00	21,70
DE	278,54	70	284,67	0,00	80,31	17	291,33	0,00	22,01
DE	278,54	100	284,55	0,00	112,31	18	290,93	0,00	22,81
DE	278,54	150	284,47	0,00	133,06	18	289,19	0,00	22,82
DE	278,54	200	283,76	0,00	197,19	19	288,79	0,00	23,00
DE	278,54	250	283,49	0,00	270,75	19	287,36	0,00	24,16
DE	278,54	500	283,07	0,00	580,01	19	286,51	0,00	31,67

Tabla 6.14: Resultados para la coalición BL, con 250 a 1.000 escenarios; y para coalición DE, con 10 a 500 escenarios.

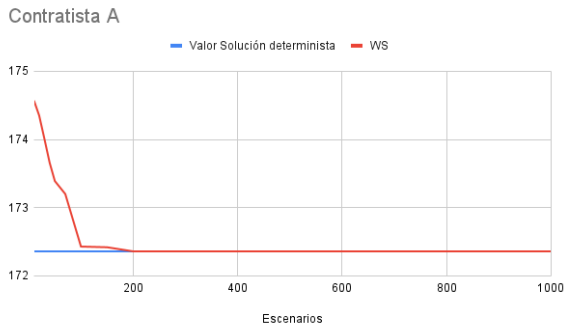
Contratistas	Valor solución determinista	Sin reducción de escenarios				Con reducción de escenarios			
		# escenarios	WS	% infactibles	Tiempo (s)	# esc. representativos	WS_{red}	% infactibles	Tiempo (s)
DE	278,54	1.000	281,91	0,00	1051,72	19	281,89	0,00	38,86
DF	188,38	10	191,78	0,00	1,84	2	197,99	0,00	0,41
DF	188,38	20	191,29	0,00	4,20	3	195,54	0,00	0,52
DF	188,38	30	191,25	0,00	4,99	5	194,47	0,00	0,82
DF	188,38	40	190,91	0,00	6,95	10	194,22	0,00	1,59
DF	188,38	50	190,91	0,00	8,97	13	194,14	0,00	2,80
DF	188,38	70	190,67	0,00	12,02	13	193,96	0,00	2,81
DF	188,38	100	190,62	0,00	16,70	14	193,08	0,00	2,87
DF	188,38	150	190,36	0,00	27,75	14	192,50	0,00	2,88
DF	188,38	200	190,21	0,00	35,13	16	192,05	0,00	3,11
DF	188,38	250	190,06	0,00	45,55	16	191,01	0,00	3,18
DF	188,38	500	189,59	0,00	89,25	18	190,17	0,00	3,40
DF	188,38	1.000	188,37	0,00	179,80	18	188,37	0,00	5,39

Tabla 6.15: Resultados para la coalición DE con 1.000 escenarios; y para coalición DF, con 10 a 1.000 escenarios.

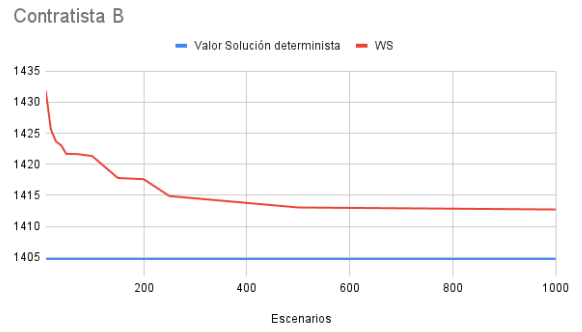
Para los experimentos se utilizaron las instancias vistas en la Sección 3.4, en particular se utilizaron las instancias de cada contratista individual sumado a la combinaciones de dos de ellos, en aquellos casos que la zona de influencia de uno de los contratistas abarcaba al otro. En las Tablas 6.1 a 6.15 vemos el resultado numérico de los diferentes experimentos, se observa primero el valor de la solución al problema determinista para cada instancia, en este caso el valor objetivo que se muestra es la distancia total recorrida por el equipo de cosecha. Las siguientes columnas muestran los resultados para un esquema **sin reducción de escenarios** y para un esquema **con reducción de escenarios**. En cada esquema se presenta la cantidad de escenarios utilizados en el experimento, el valor promedio de las soluciones al problema estocástico (WS), el valor promedio de las soluciones al problema estocástico reducido (WS_{red}), el porcentaje de escenarios infactibles y el tiempo de calculo. Como se puede ver en algunos ejemplos en la Figura 6.4, las soluciones estocásticas promedio convergen a la solución determinista a medida que aumenta el número de escenarios.

La Figura 6.5 muestra que las soluciones medias estocásticas de los escenarios representativos también están cercanas a la solución determinista.

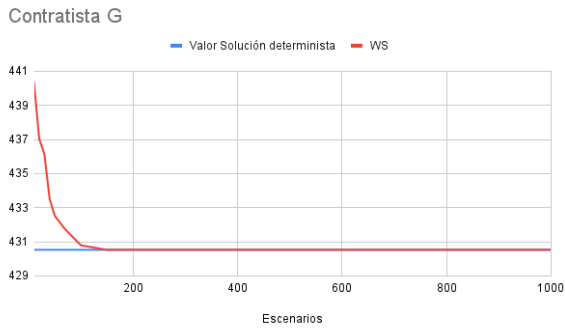
Los resultados obtenidos en los experimentos muestran las ventajas del enfoque de reducción de escenarios propuesto. En primer lugar, se demuestra que el modelo reducido logra una solución muy cercana a la del modelo de programación estocástica original, con una diferencia promedio de un 2-3 % en el valor óptimo de la función objetivo. Esto indica que el método de reducción preserva de manera efectiva la información y distribución de los datos originales. Además, el enfoque de reducción de escenarios permite reducir drásticamente el número de escenarios necesarios para representar la incertidumbre, con una reducción promedio de alrededor del 80-90 % en el número de escenarios. Esto trae importantes beneficios computacionales, como se refleja en los tiempos de cálculo significativamente menores para el modelo reducido en comparación con el modelo original sin reducción de escenarios. Esta mejora en la eficiencia computacional es especialmente relevante a medida que aumenta el tamaño del problema y la complejidad de la incertidumbre a modelar. Los resultados sugieren que el enfoque de reducción de escenarios puede mejorar sustancialmente la escalabilidad del método de optimización estocástica, permitiendo abordar problemas de mayor envergadura que serían intratables con el



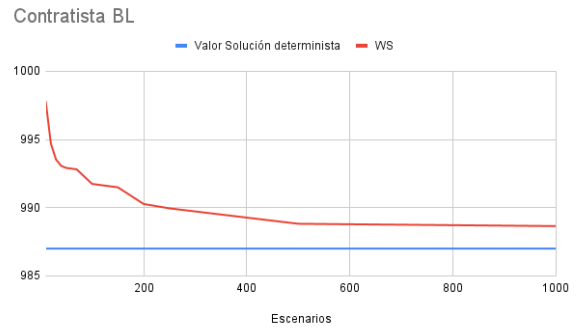
(a)



(b)

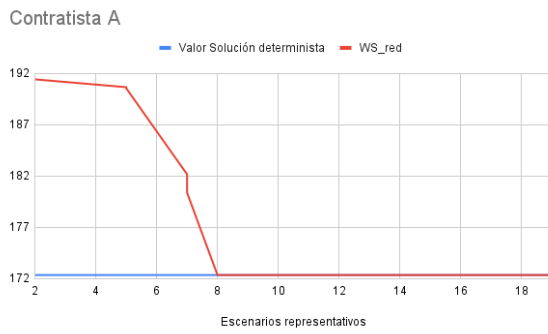


(c)

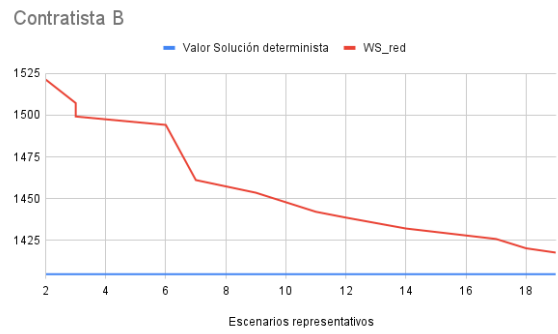


(d)

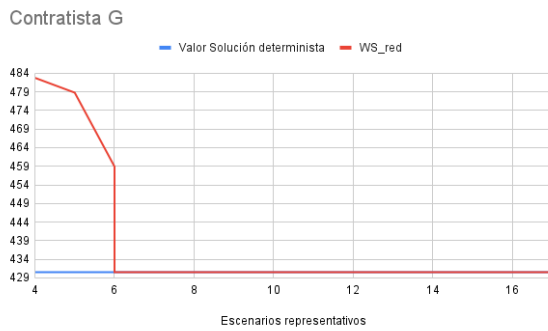
Figura 6.4: En esta Figura se presentan cuatro casos de ejemplo, donde el eje vertical representa el valor de la función objetivo del problema estocástico. Las curvas muestran cómo, a medida que aumenta el número de escenarios considerados, el valor medio de las soluciones estocásticas converge hacia un valor estable, que se aproxima a la solución del problema determinista.



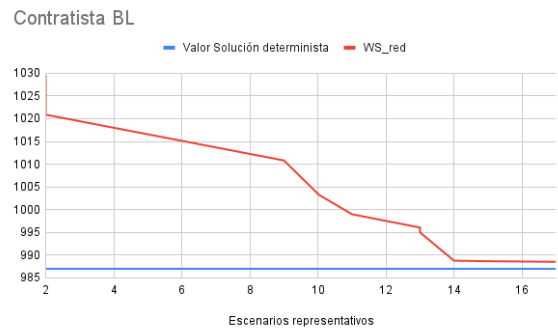
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.5: Para los mismos casos mostrados en la Figura 6.4, podemos ver aquí cómo las soluciones medias de cada conjunto de escenarios reducidos se aproximan a la solución determinista.

enfoque tradicional sin reducción. Por otro lado, los resultados también validan la convergencia de las soluciones estocásticas hacia las soluciones deterministas a medida que aumenta el número de escenarios considerados. Esto brinda confianza en la validez teórica del enfoque de optimización estocástica y su capacidad para representar adecuadamente la incertidumbre presente en problemas del mundo real. En resumen, el enfoque de reducción de escenarios propuesto demuestra ser una herramienta poderosa para abordar la optimización bajo incertidumbre de manera eficiente y escalable, preservando al mismo tiempo la calidad de las soluciones obtenidas y la representatividad de la incertidumbre modelada.

6.5. Experimentos con el algoritmo de PHCD

Si bien los resultados obtenidos con el enfoque de reducción de escenarios son prometedores, es importante comparar su desempeño con otras técnicas establecidas para la resolución de problemas de optimización estocástica de gran escala. Una de estas técnicas es el algoritmo de PHCD visto en la Sección 5.5, ya que se basa en el algoritmo de PH que ha demostrado ser eficaz para abordar problemas con un gran número de escenarios. En esta sección, se presenta la implementación paralela del algoritmo de PHCD utilizando la librería `mpi-sppy`. Se realizaron experimentos comparando el desempeño del enfoque de reducción de escenarios con la implementación del PHCD en términos de calidad de la solución obtenida, tiempo de cómputo y escalabilidad frente a problemas de mayor tamaño. Estos experimentos permitirán evaluar las fortalezas y debilidades de cada enfoque, así como explorar posibles estrategias de combinación que aprovechen las ventajas de ambos métodos.

En esta sección presentan los detalles de la implementación del Progressive Hedging con `mpi-sppy`, la metodología experimental utilizada y un análisis comparativo de los resultados obtenidos frente al enfoque de reducción de escenarios.

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
A	2	172,36	191,42	0,054	184,944	0,032
A	5	172,36	190,56	0,130	184,497	0,079
A	7	172,36	180,39	0,172	174,319	0,104
A	8	172,36	172,36	0,189	172,369	0,118
A	9	172,36	172,36	0,198	172,369	0,155
A	18	172,36	172,36	0,424	172,369	0,244
A	19	172,36	172,36	0,450	172,369	0,274
B	2	1.404,73	1521,32	0,057	1.449,325	0,044
B	3	1.404,73	1499,19	0,092	1.463,994	0,052
B	6	1.404,73	1494,15	0,174	1.489,749	0,164
B	7	1.404,73	1461,11	0,225	1.436,848	0,135
B	9	1.404,73	1453,53	0,241	1.405,514	0,181
B	11	1.404,73	1442,10	0,323	1.422,552	0,152
B	12	1.404,73	1438,62	0,338	1.432,227	0,287
B	14	1.404,73	1432,08	0,341	1.406,798	0,334

Tabla 6.16: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista A (entre 2 y 19 escenarios) y contratista B (entre 2 y 14 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios				PHCD
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)	
B	17	1.404,73	1.425,82	0,466	1.416,777	0,433	
B	18	1.404,73	1.420,23	0,484	1.414,190	0,362	
B	19	1.404,73	1.417,62	0,539	1.410,195	0,431	
D	2	85,85	91,21	0,039	90,498	0,038	
D	4	85,85	89,96	0,132	87,771	0,118	
D	5	85,85	89,95	0,077	86,985	0,038	
D	7	85,85	89,52	0,098	86,381	0,063	
D	8	85,85	85,85	0,229	85,861	0,140	
D	12	85,85	85,85	0,148	85,864	0,124	
D	14	85,85	85,85	0,310	85,861	0,178	
D	18	85,85	85,85	0,334	85,859	0,207	
D	19	85,85	85,85	0,349	85,858	0,260	
F	2	326,52	338,43	0,056	328,252	0,026	
F	6	326,52	335,95	0,155	333,511	0,129	
F	7	326,52	330,88	0,171	327,121	0,102	

Tabla 6.17: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista B (entre 17 y 19 escenarios), contratista D (entre 2 y 19 escenarios), y contratista F (entre 2 y 7 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
F	9	326,52	329,84	0,235	326,532	0,112
F	10	326,52	329,51	0,258	328,852	0,236
F	11	326,52	329,15	0,290	326,540	0,168
F	13	326,52	328,67	0,301	328,057	0,275
F	16	326,52	328,43	0,415	327,534	0,280
F	18	326,52	327,96	0,458	327,248	0,441
F	19	326,52	326,52	0,466	326,529	0,388
G	4	430,53	482,75	0,102	446,044	0,090
G	5	430,53	478,77	0,123	472,034	0,090
G	6	430,53	430,55	0,169	430,555	0,155
G	7	430,53	430,54	0,201	430,546	0,176
G	11	430,53	430,54	0,253	430,541	0,223
G	14	430,53	430,54	0,311	430,540	0,202
G	16	430,53	430,53	0,380	430,536	0,330
G	17	430,53	430,53	0,396	430,535	0,217

Tabla 6.18: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista F (entre 9 y 19 escenarios) y contratista G (entre 4 y 16 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
I	2	720,33	720,33	0,046	720,339	0,044
I	3	720,33	720,33	0,056	720,339	0,044
I	4	720,33	720,33	0,074	720,339	0,060
I	7	720,33	720,33	0,177	720,339	0,138
I	10	720,33	720,33	0,180	720,339	0,084
I	14	720,33	720,33	0,299	720,339	0,277
I	18	720,33	720,33	0,301	720,339	0,256
I	19	720,33	720,33	0,316	720,339	0,315
J	2	456,46	510,14	0,068	472,840	0,044
J	5	456,46	500,56	0,148	461,422	0,114
J	6	456,46	496,84	0,181	460,408	0,094
J	7	456,46	493,05	0,238	460,270	0,215
J	8	456,46	491,47	0,242	459,187	0,172
J	9	456,46	464,63	0,275	458,784	0,149
J	10	456,46	464,53	0,284	457,448	0,212

Tabla 6.19: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista I (entre 2 y 19 escenarios) y contratista J (entre 2 y 10 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
J	15	456,46	462,52	0,410	457,330	0,194
J	19	456,46	456,73	0,575	456,500	0,283
L	3	373,13	410,38	0,067	390,597	0,037
L	6	373,13	403,73	0,115	389,494	0,103
L	8	373,13	400,54	0,134	386,531	0,118
L	9	373,13	398,54	0,151	380,530	0,119
L	10	373,13	396,99	0,157	377,322	0,079
L	12	373,13	390,78	0,194	374,713	0,166
L	17	373,13	387,73	0,241	374,561	0,157
L	19	373,13	386,42	0,285	374,031	0,220
K	7	128,06	164,60	0,279	162,052	0,163
K	9	128,06	152,53	0,604	143,395	0,595
K	10	128,06	150,17	0,714	142,905	0,438
K	11	128,06	145,79	0,889	140,158	0,628
K	12	128,06	145,31	0,977	138,291	0,759

Tabla 6.20: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista J (entre 15 y 19 escenarios), el contratista L (entre 3 y 19 escenarios) y contratista K (entre 7 y 12 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
K	13	128,06	145,23	1,367	134,789	0,682
K	15	128,06	143,82	10,747	132,200	6,265
K	16	128,06	142,34	20,946	130,433	19,417
K	17	128,06	138,54	21,504	128,786	20,407
K	19	128,06	135,63	21,627	128,286	15,031
H	2	428,81	494,84	0,231	470,804	0,222
H	5	428,81	446,49	0,658	432,471	0,548
H	11	428,81	438,52	0,966	435,952	0,542
H	12	428,81	432,94	1,421	431,315	0,668
H	14	428,81	430,03	1,674	429,969	1,255
H	16	428,81	429,98	1,687	429,161	1,174
H	17	428,81	429,63	1,991	428,877	1,943
E	2	466,48	510,37	0,427	492,992	0,362
E	3	466,48	484,62	1,740	479,985	1,504
E	4	466,48	484,23	0,611	478,680	0,564

Tabla 6.21: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista K (entre 13 y 19 escenarios), el contratista H (entre 2 y 17 escenarios) y contratista E (entre 2 y 4 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios				PHCD
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)	
E	9	466,48	483,39	5,310	477,010	4,668	
E	13	466,48	480,13	3,288	475,929	1,993	
E	15	466,48	480,09	3,758	472,960	3,495	
E	16	466,48	478,51	5,000	471,120	2,965	
E	17	466,48	477,44	2,600	469,800	2,452	
E	19	466,48	469,90	2,860	468,970	2,170	
C	3	516,06	541,72	0,697	518,054	0,437	
C	6	516,06	532,69	1,245	525,011	0,918	
C	7	516,06	526,73	2,842	522,511	1,450	
C	12	516,06	524,49	3,360	519,233	2,234	
C	15	516,06	524,33	3,405	523,995	3,153	
C	16	516,06	523,08	4,027	519,988	1,816	
C	17	516,06	522,60	4,169	519,573	2,851	
C	18	516,06	522,29	4,695	518,466	4,084	
C	19	516,06	516,27	5,315	516,084	3,986	

Tabla 6.22: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. Contratista E (entre 9 y 19 escenarios), y el contratista C (entre 3 y 19 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios			
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)
AB	2	1.013,32	1.039,55	15,623	1.031,878	9,233
AB	8	1.013,32	1.039,42	76,522	1.025,346	68,257
AB	9	1.013,32	1.039,09	57,463	1.024,739	40,741
AB	14	1.013,32	1.033,05	148,174	1.020,951	78,532
AB	15	1.013,32	1.022,67	172,083	1.016,938	95,506
AB	16	1.013,32	1.021,45	153,646	1.016,124	153,493
AB	17	1.013,32	1.019,52	123,017	1.014,836	74,425
AB	18	1.013,32	1.018,23	142,775	1.013,477	111,507
AB	19	1.013,32	1.014,05	131,440	1.013,399	126,445
BG	2	1.096,00	1.288,15	1,337	1.256,402	0,986
BG	7	1.096,00	1.239,33	15,572	1.174,498	10,527
BG	11	1.096,00	1.212,74	28,920	1.157,254	25,739
BG	13	1.096,00	1.202,63	49,491	1.131,002	25,983
BG	15	1.096,00	1.179,91	44,381	1.103,085	29,735
BG	17	1.096,00	1.167,73	64,587	1.099,883	51,540

Tabla 6.23: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición AB (entre 2 y 19 escenarios), la coalición BG (entre 2 y 17 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios				PHCD
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)	
BG	18	1.096,00	1.153,24	71,300	1.096,728	43,636	
BG	19	1.096,00	1.097,00	97,117	1.096,498	56,910	
BI	2	857,00	876,00	0,073	871,061	0,048	
BI	7	857,00	875,92	0,219	869,674	0,114	
BI	9	857,00	872,08	0,261	859,513	0,149	
BI	12	857,00	862,44	0,376	859,413	0,230	
BI	13	857,00	862,00	0,399	859,150	0,200	
BI	14	857,00	861,79	0,446	858,919	0,412	
BI	15	857,00	858,22	0,526	857,417	0,276	
BI	19	857,00	858,22	0,617	857,209	0,507	
BL	2	987,00	1.020,88	0,186	996,854	0,161	
BL	9	987,00	1.010,82	0,464	1.002,665	0,242	
BL	10	987,00	1003,50	0,555	996,548	0,428	
BL	11	987,00	999,00	0,696	991,328	0,565	
BL	13	987,00	995,00	0,734	988,761	0,713	

Tabla 6.24: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición BG (de 18 y 19 escenarios), la coalición BI (entre 2 y 19 escenarios) y la coalición BL (entre 2 y 13 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios				PHCD
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)	
BL	14	987,00	988,79	0,791	988,548	0,762	
BL	15	987,00	988,67	0,954	988,332	0,486	
BL	17	987,00	988,54	1,056	988,167	0,610	
DE	5	278,54	299,34	4,269	288,577	2,331	
DE	9	278,54	295,99	11,655	288,243	9,569	
DE	13	278,54	294,82	14,989	287,303	14,254	
DE	17	278,54	291,90	21,696	284,029	13,517	
DE	18	278,54	290,93	22,808	282,709	21,029	
DE	19	278,54	281,89	38,863	280,675	24,950	

Tabla 6.25: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición BL (entre 14 y 17 escenarios), y la coalición DE (entre 5 y 19 escenarios)

Contratistas	# esc. Representativos	Valor solución determinista	Con reducción de escenarios				PHCD
			WS_red	tiempo (s)	WS_phcd	tiempo (s)	
DF	2	188,38	197,99	0,409	193,044	0,313	
DF	3	188,38	195,54	0,518	192,809	0,283	
DF	5	188,38	194,47	0,821	192,188	0,757	
DF	10	188,38	194,22	1,594	192,171	0,937	
DF	13	188,38	194,14	2,796	192,134	2,134	
DF	14	188,38	193,08	2,873	190,560	2,017	
DF	16	188,38	192,05	3,109	189,408	3,106	
DF	18	188,38	188,37	5,393	188,390	4,665	

Tabla 6.26: Comparación entre el esquema de reducción de escenarios y el algoritmo de PHCD. La coalición DF (entre 2 y 18 escenarios)

Los resultados experimentales obtenidos al implementar el algoritmo de PHCD, que se detallan en las Tablas 6.16 a 6.26, muestran un desempeño muy prometedor en la resolución de problemas de optimización estocástica de gran escala. Si bien el enfoque de reducción de escenarios propuesto inicialmente demostró ser efectivo para preservar la información y distribución de los datos originales, obteniendo soluciones de alta calidad en tiempos razonables, el PHCD logra igualar e incluso superar estos resultados en términos de eficiencia computacional. En primer lugar, se observa que los valores promedio de las soluciones estocásticas obtenidas con el PHCD son muy cercanos a los obtenidos con el enfoque de reducción de escenarios, con una diferencia típica de apenas un 1-2 %. Esto sugiere que ambos enfoques son capaces de capturar adecuadamente la incertidumbre presente en el problema y obtener soluciones robustas de calidad comparable. Sin embargo, donde el PHCD demuestra una clara ventaja es en los tiempos de resolución. Gracias a la capacidad de distribuir la carga computacional entre múltiples procesos o nodos de cómputo, se logran reducciones significativas en los tiempos de cálculo, en algunos casos de hasta un 50 % o más en comparación con el enfoque de reducción de escenarios. Esta mejora en la eficiencia computacional se vuelve especialmente relevante a medida que aumenta la complejidad del problema y el número de escenarios a considerar. En los casos más desafiantes, con miles de escenarios, el PHCD podría demostrar una escalabilidad superior, logrando resolver los problemas en cuestión de minutos o pocas horas, mientras que el enfoque de reducción de escenarios podría requerir tiempos de cálculo considerablemente mayores. Cabe destacar que la implementación paralela del PHCD aprovecha de manera efectiva los recursos computacionales disponibles, lo que permite abordar problemas de mayor envergadura sin comprometer la calidad de las soluciones obtenidas. Si bien ambos enfoques demuestran ser herramientas valiosas para la optimización estocástica, el PHCD emerge como una opción particularmente atractiva cuando se requiere una alta eficiencia computacional y una excelente escalabilidad, manteniendo al mismo tiempo la capacidad de obtener soluciones de alta calidad que capturen adecuadamente la incertidumbre presente en el problema.

6.6. Comentarios finales

En este capítulo, hemos visto como las técnicas de mejora de eficiencia computacional aplicadas en la planificación forestal estocástica pueden mejorar la escalabilidad del enfoque. La técnica de reducción de escenarios se puede aplicar en la planificación forestal estocástica para mejorar la eficiencia computacional y la escalabilidad del enfoque (Broz, 2015). En general, la optimización estocástica se utiliza para la toma de decisiones en un entorno sujeto a incertidumbre, como la variabilidad en la demanda y los precios de la madera. La reducción de escenarios implica reducir la cantidad de escenarios utilizados para modelar la incertidumbre, lo que puede tener un impacto significativo en la eficiencia computacional y la escalabilidad del enfoque. Reducir el número de escenarios utilizados para modelar la incertidumbre puede tener un impacto significativo en la eficiencia y validez de las decisiones tomadas en un entorno sujeto a incertidumbre. Además, la reducción de escenarios puede ser una opción atractiva para aquellos usuarios que no tienen acceso a sistemas de cómputo de alto rendimiento o que enfrentan restricciones presupuestarias. Por otro lado, la estrategia de paralelización aprovecha la capacidad de procesamiento paralelo de las arquitecturas de cómputo modernas, dividiendo el problema en subproblemas más pequeños que se resuelven simultáneamente. Esta técnica puede ser beneficiosa cuando se tienen recursos computacionales suficientes, como múltiples núcleos de CPU o unidades de procesamiento gráfico (GPU), ya que permite reducir significativamente el tiempo total de ejecución.

Ambas opciones, la reducción de escenarios y la paralelización, pueden integrarse y aplicarse de manera complementaria, dependiendo de los requisitos específicos del problema y los recursos disponibles. En situaciones donde se dispone de recursos computacionales limitados, la reducción de escenarios puede ser la opción más adecuada. Por otro lado, si se cuenta con sistemas de cómputo de alto rendimiento, la paralelización puede ser la mejor estrategia para aprovechar al máximo el poder de cómputo disponible.

Este tema es de gran relevancia en el contexto uruguayo, donde los contratistas a menudo operan en función de la demanda y enfrentan el desafío de reducir los costos operativos para mejorar la eficiencia general. En consecuencia, el desarrollo de estrategias efectivas para optimizar la asignación de recursos, minimizar costos y mejorar la productividad se vuelve crítico

para su éxito y sostenibilidad. El uso de la agrupación de escenarios proporciona a los contratistas información valiosa para ayudarlos a enfrentar estos desafíos. Al utilizar la agrupación de escenarios, los tomadores de decisiones pueden identificar la cantidad mínima de escenarios necesarios para representar con precisión el problema completo, optimizando así el equilibrio entre la calidad de la solución y los recursos computacionales necesarios. Este enfoque permite a los contratistas centrarse en los escenarios más relevantes y probables, simplificando su proceso de toma de decisiones y reduciendo el tiempo y el esfuerzo necesarios para evaluar una amplia gama de resultados potenciales.

En el contexto uruguayo, esta técnica puede resultar particularmente útil para contratistas que trabajan en sectores con altos niveles de incertidumbre. Al utilizar la agrupación de escenarios en sus modelos de simulación, los contratistas pueden comprender mejor los factores clave de sus costos operativos e identificar áreas de mejora. Esto, a su vez, conduce a una toma de decisiones más informada, lo que les permite optimizar sus operaciones, reducir costos y, en última instancia, mejorar su eficiencia.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

Este capítulo resume las conclusiones del trabajo de tesis presentado en los capítulos anteriores. En conjunto, se presentan las principales líneas de investigación que merecen ser abordadas en el futuro.

7.1. Conclusiones

En conclusión, esta tesis se ha hecho un lugar en la intersección de las herramientas avanzadas de optimización y su aplicación práctica en la industria forestal, especialmente subrayada por las incertidumbres intrínsecas del entorno táctico y operativo. Se ha desarrollado y validado meticulosamente modelos que no sólo agilizan los procesos de planificación, sino que facultan a los responsables de la toma de decisiones para contrarrestar preventivamente la volatilidad que suele minar la eficiencia y la rentabilidad del sector.

Mediante el uso innovador de técnicas de optimización estocástica y reducción de escenarios, esta investigación ha desvelado posibles vías para optimizar las operaciones forestales en términos de costos, eficiencia y resiliencia. Los resultados demuestran el intrincado equilibrio entre la utilización de un amplio conjunto de datos para simular posibles realidades futuras y el pragmatismo computacional necesario para que dichas simulaciones sean precisas y viables. Los resultados experimentales al implementar este algoritmo PHCD utilizando mpi-sppy han demostrado un desempeño muy prometedor en la resolución de problemas de optimización estocástica a gran escala que los vistos en la tesis. El enfoque de reducción de escenarios ini-

cialmente propuesto demostró ser efectivo para preservar la información y distribución de los datos originales, obteniendo soluciones de alta calidad en tiempos razonables. Sin embargo, el algoritmo PHCD propuesto ha logrado no solo igualar, sino incluso superar estos resultados en eficiencia computacional. Cabe destacar que ambos enfoques son valiosos y pueden aplicarse de manera integrada o complementaria según los requisitos y recursos disponibles. Además, los resultados exactos obtenidos con PHCD permiten validar el enfoque de reducción de escenarios, ya que las diferencias entre los valores obtenidos son muy pequeñas, lo que demuestra la capacidad de este último para capturar la esencia de los datos originales de manera efectiva. La importancia global de este trabajo en el campo de las herramientas de optimización aplicadas a la industria forestal es polifacética. Se ha aportado una nueva perspectiva sobre cómo acomodar las variables tradicionales de la planificación táctica con los elementos menos predecibles derivados de los factores climáticos. Este planteamiento no sólo amplía los fundamentos de los paradigmas de optimización existentes, sino que también ofrece nuevas trayectorias para futuros esfuerzos de investigación impulsados por un compromiso con la solidez, la adaptabilidad y la sostenibilidad.

A través de esta tesis, hemos impulsado firmemente el ámbito de la logística forestal y la planificación táctica y operativa hacia una era en la que la incertidumbre se convierte en un aspecto incorporado a la toma de decisiones estratégicas, en lugar de una externalidad incontrolable. Este trabajo representa una llamada a la innovación continua, reconociendo que la solidez de nuestras cadenas de suministro y la sostenibilidad de nuestros recursos forestales están inextricablemente ligadas a la evolución progresiva de los modelos de optimización que desplegamos. Hemos demostrado la importancia de abordar la incertidumbre de manera integral en nuestros procesos de planificación, y los enfoques propuestos en esta tesis constituyen un avance significativo en esa dirección.

El desafío de optimizar la planificación de las operaciones de los contratistas forestales ha sido abordado por en una línea de investigación desde diversos ángulos. En un comienzo, se enfocó en la replanificación de recorridos ante contingencias, como la falla de equipos de cosecha (Viana et al. [2018b](#)) o la inhabilitación temporal de los sitios de cosecha (Viana et al. [2019](#)). Los algoritmos propuestos permitieron reaccionar de manera eficiente a estas disrupciones,

minimizando el impacto en los planes originales. Sin embargo, se vio también que la colaboración entre contratistas forestales podría ser una estrategia prometedora para mejorar la eficiencia de ellos. Se exploró la formación de coaliciones (Viana et al. 2018a, Viana et al. 2020), demostrando los beneficios potenciales de una planificación conjunta frente a enfoques individuales. Luego, los esfuerzos se centraron en capturar la complejidad completa del problema de planificación que enfrentan los contratistas forestales. En Viana et al. (2023), se presenta un modelo matemático detallado que considera todas las restricciones operativas y logísticas relevantes en un contexto determinista. Finalmente, reconociendo la inherente incertidumbre en el entorno forestal, se extendió el trabajo al ámbito estocástico (Viana et al. 2022). Aplicamos técnicas de reducción de escenarios para manejar la complejidad computacional, permitiendo obtener planes robustos y adaptables a las condiciones cambiantes. Esta línea de investigación ha evolucionado de manera orgánica, abordando cada vez aspectos más complejos y realistas del desafiante mundo de la planificación forestal. Los aportes no solo han sentado bases sólidas para futuros avances, sino que también han brindado a los contratistas forestales herramientas prácticas para mejorar su eficiencia y competitividad.

En esencia, esta tesis se erige como una narración cohesiva; articula el papel fundamental de la reducción de escenarios en la gestión de la incertidumbre, fomenta el perfeccionamiento de la eficiencia operativa en medio de condiciones variables y, en última instancia, subraya el impacto indeleble de las herramientas de optimización meticulosamente diseñadas en la industria forestal, un sector fundamental tanto para las economías locales como para los ecosistemas globales.

7.2. Limitaciones y trabajo futuro

En la búsqueda del rigor científico y de hallazgos sustanciales, es igualmente imperativo reconocer las limitaciones inherentes a nuestra capacidad de investigación. Aunque las metodologías presentadas sobre optimización estocástica han demostrado ser muy prometedoras y aplicables, no están exentas de limitaciones, derivadas de los supuestos asumidos, el tamaño de las muestras y el alcance de los modelos. Una de las principales limitaciones es la dependencia de los supuestos específicos en los que se basan los modelos estocásticos. Los supuestos relativos

a la capacidad de respuesta ante eventos climáticos y la continuidad de los procesos logísticos e industriales reflejan un conjunto idealizado de parámetros que pueden no englobar todas las complejidades dinámicas de las situaciones del mundo real. Además, los modelos computacionales, aunque diseñados para manejar un mayor número de escenarios de lo que era práctico hasta ahora, siguen estando sujetos a las limitaciones intrínsecas de la potencia de procesamiento y la eficiencia algorítmica, que repercuten en su escalabilidad a conjuntos de datos aún mayores o en su aplicación en tiempo real. Los tamaños de las muestras utilizadas en este estudio de casos -a partir de los cuales se extrajeron las conclusiones- eran representativos de determinados contextos del sector forestal uruguayo, pero pueden no extrapolarse uniformemente a otras regiones o escalas de operación. Por lo tanto, aunque son indicativos de tendencias y ofrecen una sólida base empírica, estos resultados pueden justificar una mayor corroboración a través de conjuntos de datos más amplios que abarquen un espectro geográfico e industrial más amplio.

Los trabajos futuros deberían tratar de solventar estas limitaciones. Una dirección inmediata es la ampliación de las muestras de estudio para incluir un conjunto de operaciones forestales más diverso desde el punto de vista geográfico y más amplio desde el punto de vista numérico, perfeccionando así la solidez y la aplicabilidad universal de las herramientas de optimización desarrolladas. Además, la exploración de modelos más intrincados que incorporen una mayor variedad de factores de incertidumbre (como variables políticas, sociales y económicas más amplias) podría dar lugar a modelos de una profundidad y utilidad sin parangón.

La investigación futura también podría centrarse en la integración del análisis de datos en tiempo real y los métodos de optimización adaptativa para ofrecer a los planificadores la capacidad de reaccionar a los cambios en las condiciones operativas casi en tiempo real. La integración de la inteligencia artificial y las técnicas de aprendizaje automático podría potenciar los modelos existentes, haciéndolos avanzar hasta un nivel en el que las predicciones y la planificación no sólo sean proactivas, sino que también respondan dinámicamente.

Por último, una prometedora línea de investigación futura es la exploración de estrategias de cooperación entre múltiples partes interesadas dentro de la industria forestal, una exploración guiada por las complejidades socioeconómicas y las dependencias mutuas que caracterizan a las cadenas de suministro modernas. Las investigaciones centradas en el impacto medioambiental

de las prácticas forestales, vinculadas a herramientas de optimización, podrían promover la sostenibilidad y la conservación como elementos integrales de la cadena de suministro forestal. Este trabajo ha sentado las bases para seguir explorando; es un trampolín desde el que el campo de la optimización frente a la incertidumbre puede lanzarse a nuevos dominios, abordar retos emergentes y desgranar soluciones innovadoras para la industria forestal y más allá. La investigación presentada en esta tesis sienta las bases para una integración sinérgica con trabajos donde soy co-autor, donde se presenta enfoques basados en grandes datos (Rossit et al. 2019) y aprendizaje automático (Rossit et al. 2024) para la previsión de la productividad de las operaciones de cosecha forestal. Los modelos de optimización estocástica desarrollados en esta tesis pueden combinarse con las técnicas mencionadas para aprovechar al máximo los conjuntos de datos históricos y en tiempo real sobre productividad, condiciones climáticas, características del sitio y otros factores relevantes. Esta sinergia permitiría no solo anticipar y cuantificar la variabilidad en la productividad, sino también optimizar las operaciones de cosecha para maximizar la eficiencia y la rentabilidad en presencia de dicha variabilidad.

Referencias bibliográficas

- Ahmed, M., Seraj, R., y Islam, S. M. S. (2020). The k-means algorithm: A comprehensive survey and performance evaluation. *Electronics*, 9(8), 1295.
- Albornoz, V. (1998). *Diseño de modelos y algoritmos de optimización robusta y su aplicación a la planificación agregada de la producción* [Tesis doctoral, Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile].
- Aliano Filho, A., Melo, T., y Pato, M. V. (2021). A bi-objective mathematical model for integrated planning of sugarcane harvesting and transport operations. *Computers & Operations Research*, 134, 105419.
- Alonso-Ayuso, A., Escudero, L. F., Guignard, M., y Weintraub, A. (2020). On dealing with strategic and tactical decision levels in forestry planning under uncertainty. *Computers & Operations Research*, 115, 104836.
- Al-Sharoa, E. (2023). Graph Clustering Based on Frobenius Norm Low-Rank Approximation. *2023 14th International Conference on Information and Communication Systems (ICICS)*, 1-5.
- Alvarez, L. H. (2004). Stochastic forest stand value and optimal timber harvesting. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 42(6), 1972-1993.
- Álvarez-Miranda, E., Garcia-Gonzalo, J., Ulloa-Fierro, F., Weintraub, A., y Barreiro, S. (2018). A multicriteria optimization model for sustainable forest management under climate change uncertainty: An application in Portugal. *European Journal of Operational Research*, 269(1), 79-98.

- Ananda, J., y Herath, G. (2009). A critical review of multi-criteria decision making methods with special reference to forest management and planning. *Ecological economics*, 68(10), 2535-2548.
- Anderson, D. J., y Bare, B. B. (1994). A dynamic programming algorithm for optimization of uneven-aged forest stands. *Canadian journal of forest research*, 24(9), 1758-1765.
- Badilla Véliz, F. (2010). *Problema de Planificación Forestal Estocástico Resuelto a Traves del Algoritmo Progressive Hedging* [Tesis de maestría, Universidad de Chile].
- Bagaram, M. B., Tóth, S. F., Jaross, W. S., y Weintraub, A. (2020). A parallelized variable fixing process for solving multistage stochastic programs with progressive hedging. *Advances in Operations Research*, 2020, 1-17.
- Bai, D., Carpenter, T., y Mulvey, J. (1997). Making a case for robust optimization models. *Management Science*, 43(7), 895-907.
- Bank, T. W. (2019). *Climate-Smart Agriculture in Uruguay* [Accessed: 2023-12-20]. <https://climateknowledgeportal.worldbank.org/sites/default/files/2019-06/CSA%20in%20Uruguay.pdf>
- Bare, B. B., y Mendoza, G. A. (1992). Timber harvest scheduling in a fuzzy decision environment. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(4), 423-428.
- Bareilles, G., Laguel, Y., Grishchenko, D., Iutzeler, F., y Malick, J. (2020). Randomized Progressive Hedging methods for multi-stage stochastic programming. *Annals of Operations Research*, 295(2), 535-560.
- Bastin, F., et al. (2004). Trust-region algorithms for nonlinear stochastic programming and mixed logit models. *Doctorat en sciences économiques Université Notre Dame de Namur Belgique Union Européenne, Namur, Belgium*.
- Bellman, R. (1956). A variational problem with constraints in dynamic programming. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 4(1), 48-61.
- Beraldi, P., y Bruni, M. E. (2013). A clustering approach for scenario tree reduction: an application to a stochastic programming portfolio optimization problem. *Top*, 22, 934-949.
- Berland, N. J., y Haugen, K. K. (1996). Mixing stochastic dynamic programming and scenario aggregation. *Annals of Operations Research*, 64(1), 1-19.

- Bertsimas, D., y Mundru, N. (2023). Optimization-based scenario reduction for data-driven two-stage stochastic optimization. *Operations Research*, 71(4), 1343-1361.
- Bettinger, P., Graetz, D., Boston, K., Sessions, J., y Chung, W. (2002). Eight heuristic planning techniques applied to three increasingly difficult wildlife planning problems. *Silva Fennica*, 36(2), 561-584.
- Birge, J. R., y Louveaux, F. (2011). *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media.
- Bjørndal, T., Herrero, I., Newman, A., Romero, C., y Weintraub, A. (2012). Operations research in the natural resource industry. *International Transactions in Operational Research*, 19(1-2), 39-62.
- Borges, J. G., Diaz-Balteiro, L., McDill, M. E., y Rodriguez, L. C. (2016). *Management of Industrial Forest Plantations*. Springer.
- Bouchard, M., D'Amours, S., Rönnqvist, M., Azouzi, R., y Gunn, E. (2017). Integrated optimization of strategic and tactical planning decisions in forestry. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 1132-1143.
- Bounitsis, G. L., Papageorgiou, L. G., y Charitopoulos, V. M. (2022). Data-driven scenario generation for two-stage stochastic programming. *Chemical Engineering Research and Design*, 187, 206-224.
- Boyчук, D., y Martell, D. L. (1996). A multistage stochastic programming model for sustainable forest-level timber supply under risk of fire. *Forest Science*, 42(1), 10-26.
- Boyland, M., Nelson, J., Bunnell, F. L., y Robert, G. (2006). An application of fuzzy set theory for seral-class constraints in forest planning models. *Forest ecology and management*, 223(1-3), 395-402.
- Bredström, D., Jönsson, P., y Rönnqvist, M. (2010). Annual planning of harvesting resources in the forest industry. *International Transactions in Operational Research*, 17(2), 155-177.
- Broz, D. R. (2015). *Técnicas de simulación y optimización aplicadas a la planificación forestal*. EdiUNS Bahia Blanca, Argentina.
- Campbell, K., y Dewhurst, S. (2007). A hierarchical simulation-through-optimization approach to forest disturbance modelling. *Ecological Modelling*, 202(3-4), 281-296.

- Carlsson, D., D'Amours, S., Martel, A., y Rönnqvist, M. (2006). *Supply Chain Management in the Pulp and Paper Industry* (Vol. DT-2006-AM-3). CIRRELT.
- Carlsson, D., D'Amours, S., Martel, A., y Rönnqvist, M. (2009). Supply chain planning models in the pulp and paper industry. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 47(3), 167-183.
- Carlsson, D., Flisberg, P., y Rönnqvist, M. (2014). Using robust optimization for distribution and inventory planning for a large pulp producer. *Computers & Operations Research*, 44, 214-225.
- Carvalho, F. S. J. D. (2018). *Programación estocástica: aplicación a la gestión de activos y pasivos* [Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid].
- Chen, X., y Zhang, Y. (2009). Uncertain linear programs: Extended affinely adjustable robust counterparts. *Operations Research*, 57(6), 1469-1482.
- Chivers, I., Sleightholme, J., Chivers, I., y Sleightholme, J. (2015). An introduction to Algorithms and the Big O Notation. *Introduction to Programming with Fortran: With Coverage of Fortran 90, 95, 2003, 2008 and 77*, 359-364.
- Chopra, I., y Selvamuthu, D. (2020). Scenario generation in stochastic programming using principal component analysis based on moment-matching approach. *OPSEARCH*, 57(1), 190-201.
- Church, R. L. (2007). Tactical-Level Forest Management Models. En A. Weintraub, C. Romero, T. Bjørndal, R. Epstein y J. Miranda (Eds.), *Handbook Of Operations Research In Natural Resources* (pp. 343-363). Springer US.
- Church, R. L., Murray, A. T., y Barber, K. H. (2000). Forest planning at the tactical level. *Annals of operations research*, 95(1-4), 3-18.
- Conrad, J. (1987). Kennedy, John O. S. Dynamic Programming Applications to Agriculture and Natural Resources. London: Elsevier Applied Science Publishers, 1986, xv + 341 pp., 76.00. *American Journal of Agricultural Economics*, 69, 873-874.
- Courtney, H., Kirkland, J., y Viguerie, P. (1997). Strategy under uncertainty. *Harvard business review*, 75(6), 67-79.

- Crainic, T. G., Fu, X., Gendreau, M., Rei, W., y Wallace, S. W. (2011). Progressive hedging-based metaheuristics for stochastic network design. *Networks*, 58(2), 114-124.
- Cuervo Cruz, R. A., Martínez Bernal, J., y Orjuela Castro, J. A. (2021). Modelos logísticos estocásticos aplicados a la cadena de suministro: una revisión de la literatura. *Ingeniería*, 26(3), 334-366.
- Cusano, N., Ettlin, G., y Ocaño, C. (2009). *Cosecha forestal mecanizada: capacidad operacional y estudio económico de un sistema CTL* [Tesis de maestría, Universidad de la República, Facultad de Agronomía]. <https://hdl.handle.net/20.500.12008/23869>
- D'amours, S., Rönnqvist, M., y Weintraub, A. (2008a). Using operational research for supply chain planning in the forest products industry. *INFOR: information systems and operational research*, 46(4), 265-281.
- D'amours, S., Rönnqvist, M., y Weintraub, A. (2008b). Using operational research for supply chain planning in the forest products industry. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 46(4), 265-281.
- Daniel, C. J., Ter-Mikaelian, M. T., Wotton, B. M., Rayfield, B., y Fortin, M.-J. (2017). Incorporating uncertainty into forest management planning: Timber harvest, wildfire and climate change in the boreal forest. *Forest Ecology and Management*, 400, 542-554.
- Dantzig, G. B. (1955). Linear programming under uncertainty. *Management science*, 1(3-4), 197-206.
- Davis, L., Johnson, K., Howard, T., y Bettinger, P. (2001). Classical Approaches to Forest Management Planning. *Forest Management. McGraw-Hill series in forest resources*. 804pg.
- Dentcheva, D., Ruszczyński, A., y Shapiro, A. (2009). Lectures on stochastic programming: modeling and theory. *SIAM: Philadelphia, PA, USA*.
- de Pellegrin Llorente, I., Eyvindson, K., Mazziotta, A., Lämås, T., Eggers, J., y Öhman, K. (2023). Perceptions of uncertainty in forest planning: contrasting forest professionals' perspectives with the latest research. *Canadian Journal of Forest Research*, 53(6), 391-406.

- Desrochers, M., Lenstra, J. K., Savelsbergh, M. W., y Soumis, F. (1987). *Vehicle routing with time windows: optimization and approximation* (inf. téc.). CWI. Department of Operations Research y System Theory [BS].
- Díaz-Balteiro, L., Bertomeu, M., y Bertomeu, M. (2009). Optimal harvest scheduling in Eucalyptus plantations: A case study in Galicia (Spain). *Forest Policy and Economics*, 11(8), 548-554.
- Díaz-Balteiro, L., y Rodríguez, L. C. (2006). Optimal rotations on Eucalyptus plantations including carbon sequestration—a comparison of results in Brazil and Spain. *Forest Ecology and Management*, 229(1-3), 247-258.
- Dietz, K. T. (2019). *Optimizing Timber Harvest Value: A Dynamic Programming Investigation*.
- Diz, G. S. d. S., Hamacher, S., y Oliveira, F. (2019). A robust optimization model for the maritime inventory routing problem. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 31, 675-701.
- dos Santos, P., da Silva, A., Arce, J. E., y Augustynczyk, A. L. D. (2019). A Mathematical Model for the Integrated Optimization of Harvest and Transport Scheduling of Forest Products. *Forests*, 10(12).
- Dupačová, J. (2002). Applications of stochastic programming: Achievements and questions. *European Journal of Operational Research*, 140(2), 281-290.
- Dupačová, J., Gröwe-Kuska, N., y Römisches, W. (2003). Scenario reduction in stochastic programming. *Mathematical Programming*, 95, 493-511.
- Ells, A., Bulte, E., y van Kooten, G. C. (1997). Uncertainty and forest land use allocation in British Columbia: vague priorities and imprecise coefficients. *Forest Science*, 43(4), 509-520.
- El-Sherbeny, N. A. (2010). Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University-Science*, 22(3), 123-131.
- Epstein, R., Rönnqvist, M., y Weintraub, A. (2007). Forest transportation. En *Handbook of operations research in natural resources* (pp. 391-403). Springer.
- Eriksson, L. O. (2006). Planning under uncertainty at the forest level: a systems approach. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 21(S7), 111-117.

- Escallón-Barrios, M., Castillo-Gomez, D., Leal, J., Montenegro, C., y Medaglia, A. L. (2022). Improving harvesting operations in an oil palm plantation. *Annals of operations research*, 314(2), 411-449.
- Eyvindson, K., y Kangas, A. (2016). Evaluating the required scenario set size for stochastic programming in forest management planning: incorporating inventory and growth model uncertainty. *Canadian Journal of Forest Research*, 46(3), 340-347.
- Feng, Y., y Ryan, S. M. (2013). Scenario construction and reduction applied to stochastic power generation expansion planning. *Computers & Operations Research*, 40(1), 9-23.
- Forestal, G. (s.f.). *Procesadora forestal John Deere 1270G con cabina giratoria y nivelable y motor FT4, trabajando en la corta y procesadora de madera*. [Accessed: 01-02-2023]. <https://www.pinterest.es/pin/443463894537088425/>
- Fortet, R., y Mourier, E. (1953). Convergence de la répartition empirique vers la répartition théorique. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 70(3), 267-285.
- Fotakis, D. G., Sidiropoulos, E., Myronidis, D., y Ioannou, K. (2012). Spatial genetic algorithm for multi-objective forest planning. *Forest Policy and Economics*, 21, 12-19.
- Fourer, R., Gay, D. M., y Kernighan, B. W. (1995). *Ampl*. Boyd & Fraser Danvers, MA.
- Gacitúa Carafi, J. A. (2010). *Aplicación de una Heurística Escalable para Resolver un Problema Estocástico de Planificación Minera* [Tesis de maestría, Universidad de Chile].
- Garcia-Gonzalo, J., Pais, C., Bachmatiuk, J., Barreiro, S., y Weintraub, A. (2020). A progressive hedging approach to solve harvest scheduling problem under climate change. *Forests*, 11(2), 224.
- Garcia-Gonzalo, J., Pais, C., Bachmatiuk, J., y Weintraub, A. (2016). Accounting for climate change in a forest planning stochastic optimization model. *Canadian Journal of Forest Research*, 46(9), 1111-1121.
- Garey, M. R., y Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman.
- Gassmann, H., y Ziemba, W. T. (2013). *Stochastic programming: applications in finance, energy, planning and logistics* (Vol. 4). World Scientific.

- Gassmann, H. I. (1989). Optimal harvest of a forest in the presence of uncertainty. *Canadian Journal of Forest Research*, 19(10), 1267-1274.
- Gazmuri, P. (1994). *Modelos Estocásticos para la Gestión de Sistemas*. Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Ghoseiri, K., y Ghannadpour, S. F. (2010). A hybrid genetic algorithm for multi-depot homogeneous locomotive assignment with time windows. *Applied Soft Computing*, 10(1), 53-65.
- Giménez, J. C., Bertomeu, M., Diaz-Balteiro, L., y Romero, C. (2013). Optimal harvest scheduling in Eucalyptus plantations under a sustainability perspective. *Forest Ecology and Management*, 291, 367-376.
- Gong, P. (1992). Multiobjective dynamic programming for forest resource management. *Forest Ecology and Management*, 48, 43-54.
- Green, C. D. (1997). Classics in the History of Psychology.
- Gropp, W., Lusk, E., y Skjellum, A. (1999). *Using MPI: portable parallel programming with the message-passing interface* (Vol. 1). MIT press.
- Growe-Kuska, N., Heitsch, H., y Romisch, W. (2003). Scenario reduction and scenario tree construction for power management problems. *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings*, 3, 7 pp.
- Guevara-Guevara, A., Gómez-Fuentes, V., Posos-Rodríguez, L., Remolina-Gómez, N., y González-Neira, E. (2022). Earliness/tardiness minimization in a no-wait flow shop with sequence-dependent setup times. *Journal of Project Management*, 7(3), 177-190.
- Gunn, E. A. (1991). Some aspects of hierarchical production planning in forest management. *Proceedings of the 1991 symposium on systems analysis in forest resources*, 54-62.
- Hart, W. E., Watson, J.-P., y Woodruff, D. L. (2011). Pyomo: modeling and solving mathematical programs in Python. *Mathematical Programming Computation*, 3, 219-260.
- Heikkinen, T. (2011). On optimal forest management: a dynamic programming approach. *International Journal of Society Systems Science*, 3(3), 217-235.
- Heitsch, H., y Römisch, W. (2003). Scenario reduction algorithms in stochastic programming. *Computational Optimization and Applications*, 24, 187-206.

- Heitsch, H., y Römisch, W. (2009). Scenario tree reduction for multistage stochastic programs. *Computational Management Science*, 6, 117-133.
- Hewitt, M., Ortmann, J., y Rei, W. (2022). Decision-based scenario clustering for decision-making under uncertainty. *Annals of Operations Research*, 315(2), 747-771.
- Hillier, F., y Lieberman, G. (2001). *Introduction to Operations Research*. McGraw Hill.
- Hof, J. G., Kent, B. M., y Pickens, J. B. (1992). Chance constraints and chance maximization with random yield coefficients in renewable resource optimization. *Forest Science*, 38(2), 305-323.
- Hof, J. G., y Pickens, J. B. (1991). Chance-constrained and chance-maximizing mathematical programs in renewable resource management. *Forest Science*, 37(1), 308-325.
- Hof, J. G., Pickens, J. B., y Bartlett, E. (1986). A MAXMIN approach to nondeclining yield timber harvest scheduling problems. *Forest Science*, 32(3), 653-666.
- Hof, J. G., Robinson, K. S., y Betters, D. R. (1988). Optimization with expected values of random yield coefficients in renewable resource linear programs. *Forest science*, 34(3), 634-646.
- Hoganson, H. M., y Rose, D. W. (1987). A model for recognizing forestwide risk in timber management scheduling. *Forest Science*, 33(2), 268-282.
- Høyland, K., y Wallace, S. W. (2001). Generating scenario trees for multistage decision problems. *Management science*, 47(2), 295-307.
- Hsu, P.-Y., Aurisicchio, M., y Angeloudis, P. (2020). Optimal logistics planning for modular construction using multi-stage stochastic programming. *Transportation Research Procedia*, 46, 245-252.
- Insley, M., y Rollins, K. (2005). On solving the multirotational timber harvesting problem with stochastic prices: a linear complementarity formulation. *American Journal of Agricultural Economics*, 87(3), 735-755.
- Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria. (2023). *Banco de datos agroclimatico*. <http://www.inia.uy/gras/Clima/Banco-datos-agroclimatico>

- Jensen, H. A., y Maturana, S. (2002). A possibilistic decision support system for imprecise mathematical programming problems. *International Journal of Production Economics*, 77(2), 145-158.
- Johnson, K. N., y Scheurman, H. L. (1977). Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives—discussion and synthesis. *Forest Science*, 23(suppl_1), a0001-z0001.
- Junqueira, R. d. Á. R., y Morabito, R. (2019). Modeling and solving a sugar-cane harvest front scheduling problem. *International Journal of Production Economics*, 213, 150-160.
- Kall, P., y Wallace, S. W. (1982). Stochastic programming. *European Journal of Operational Research*, 10(2), 125-130.
- Kammammettu, S., y Li, Z. (2023). Scenario reduction and scenario tree generation for stochastic programming using sinkhorn distance. *Computers & Chemical Engineering*, 170, 108122.
- Kangas, A., Laukkanen, S., y Kangas, J. (2006). Social choice theory and its applications in sustainable forest management—a review. *Forest Policy and economics*, 9(1), 77-92.
- Kangas, A. S., y Kangas, J. (1999). Optimization bias in forest management planning solutions due to errors in forest variables.
- Kangas, A. S., y Kangas, J. (2004). Probability, possibility and evidence: approaches to consider risk and uncertainty in forestry decision analysis. *Forest policy and economics*, 6(2), 169-188.
- Kaya, I., y Buongiorno, J. (1987). Economic harvesting of uneven-aged northern hardwood stands under risk: A Markovian decision model. *Forest Science*, 33(4), 889-907.
- Keutchayan, J., Ortmann, J., y Rei, W. (2023). Problem-driven scenario clustering in stochastic optimization. *Computational Management Science*, 20(1), 13.
- Klenner, W., Kurz, W., y Beukema, S. (2000). Habitat patterns in forested landscapes: management practices and the uncertainty associated with natural disturbances. *Computers and Electronics in Agriculture*, 27(1-3), 243-262.
- Knight, F. H. (1921). Cost of production and price over long and short periods. *Journal of political economy*, 29(4), 304-335.

- Knueven, B., Mildebrath, D., Muir, C., Siirola, J. D., Watson, J.-P., y Woodruff, D. L. (2023). A parallel hub-and-spoke system for large-scale scenario-based optimization under uncertainty. *Mathematical Programming Computation*, 15(4), 591-619.
- Kouvelis, P., y Yu, G. (2013). *Robust discrete optimization and its applications* (Vol. 14). Springer Science & Business Media.
- Kritikos, M. N., y Ioannou, G. (2013). The heterogeneous fleet vehicle routing problem with overloads and time windows. *International Journal of Production Economics*, 144(1), 68-75.
- Latorre, J. M., Cerisola, S., y Ramos, A. (2007). Clustering algorithms for scenario tree generation: Application to natural hydro inflows. *European Journal of Operational Research*, 181(3), 1339-1353.
- Law, A. M., y Kelton, W. D. (2000). *Simulation modeling and analysis*. McGraw Hill.
- Lawler, E. L., y Wood, D. E. (1966). Branch-and-bound methods: A survey. *Operations research*, 14(4), 699-719.
- Lembersky, M. R., y Johnson, K. N. (1975). Optimal policies for managed stands: an infinite horizon Markov decision process approach. *Forest Science*, 21(2), 109-122.
- Lenstra, J. K., y Kan, A. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221-227.
- Leonello, E., Gonçalves, S. P., y Fenner, P. T. (2012). Efeito do tempo de experiência de operadores de Harvester no rendimento operacional. *Revista Árvore*, 36, 1129-1134.
- Leung, S., Wu, Y., y Lai, K. (2002). A robust optimization model for a cross-border logistics problem with fleet composition in an uncertain environment. *Mathematical and Computer Modelling*, 36(11-13), 1221-1234.
- Lewis, H. R., y Papadimitriou, C. H. (1978). The efficiency of algorithms. *Scientific American*, 238(1), 96-109.
- Li, Z., y Floudas, C. A. (2014). Optimal scenario reduction framework based on distance of uncertainty distribution and output performance: I. Single reduction via mixed integer linear optimization. *Computers & Chemical Engineering*, 70, 50-66.

- Lohmander, P. (2000). Optimal sequential forestry decisions under risk. *Annals of operations research*, 95(1), 217-228.
- Lohmander, P. (2007). Adaptive Optimization of Forest Management in A Stochastic World. En A. Weintraub, C. Romero, T. Bjørndal, R. Epstein y J. Miranda (Eds.), *Handbook Of Operations Research In Natural Resources* (pp. 525-543). Springer US.
- Maness, T., y Farrell, R. (2004). A multi-objective scenario evaluation model for sustainable forest management using criteria and indicators. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(10), 2004-2017.
- Marques, A. F., de Sousa, J. P., y Rönnqvist, M. (2014). Combining optimization and simulation tools for short-term planning of forest operations. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 29(sup1), 166-177.
- Marshall, P. (1987). Sources of uncertainty in timber supply projections. *The Forestry Chronicle*, 63(3), 165-168.
- Martell, D. L., Gunn, E. A., y Weintraub, A. (1998). Forest management challenges for operational researchers. *European Journal of Operational Research*, 104(1), 1-17.
- Mayer, J., y Kall, P. (2011). Stochastic Linear Programming. Models, theory, and computation. *International series in operations research & management science*, 156.
- Medina-Gonzalez, S., Gkioulekas, I., Dua, V., y Papageorgiou, L. G. (2020). A graph theory approach for scenario aggregation for stochastic optimisation. *Computers & Chemical Engineering*, 137, 106810.
- Mendoza, G. A., Bare, B. B., y Zhou, Z. (1993). A fuzzy multiple objective linear programming approach to forest planning under uncertainty. *Agricultural systems*, 41(3), 257-274.
- Mendoza, G. A., y Sprouse, W. (1989). Forest planning and decision making under fuzzy environments: an overview and illustration. *Forest science*, 35(2), 481-502.
- Montenegro-Dos Santos, F., Pérez-Galarce, F., Monardes-Concha, C., Candia-Véjar, A., Seido-Nagano, M., y Gómez-Lagos, J. (2023). A Rolling Horizon scheme for rescheduling in agricultural harvest. *Computers and Electronics in Agriculture*, 215, 108392.

- Monti, C. A., Gomide, L. R., Oliveira, R. M., y França, L. C. (2020). Optimization of Wood Supply: The Forestry Routing Optimization Model. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 92(3).
- Mosquera, A., Camino-Saco, A., Pérez-Rodríguez, F., Rojo-Alboreca, A., y Gómez-García, E. (2013). Recomendaciones en el uso de la optimización matemática en disciplinas forestal y agraria con CPUs domésticas. *Spanish journal of rural development*, 4(2), 95-102.
- Mowrer, H. T. (2000). Uncertainty in natural resource decision support systems: sources, interpretation, and importance. *Computers and electronics in agriculture*, 27(1-3), 139-154.
- Mulvey, J. M., y Ruszczyński, A. (1995). A new scenario decomposition method for large-scale stochastic optimization. *Operations Research*, 43(3), 477-490.
- Mulvey, J. M., y Simsek, K. D. (2002). Rebalancing Strategies for Long-Term Investors. En *Computational Methods in Decision-Making, Economics and Finance* (pp. 15-33). Springer US.
- Mulvey, J. M., y Vladimirov, H. (1991). Applying the progressive hedging algorithm to stochastic generalized networks. *Annals of Operations Research*, 31(1), 399-424.
- Nelson, J. (2001). Assessment of harvest blocks generated from operational polygons and forest-cover polygons in tactical and strategic planning. *Canadian Journal of Forest Research*, 31(4), 682-693.
- Nelson, J. (2003). Forest-level models and challenges for their successful application. *Canadian Journal of Forest Research*, 33(3), 422-429.
- Olsson, L. (2007). Optimal upgrading of forest road networks: Scenario analysis vs. stochastic modelling. *Forest Policy and Economics*, 9(8), 1071-1078.
- Pais Martinez, C. (2014). Complete stochastic forestry planning problem using progressive hedging algorithm.
- Palma, C. D., y Nelson, J. D. (2009). A robust optimization approach protected harvest scheduling decisions against uncertainty. *Canadian Journal of Forest Research*, 39(2), 342-355.
- Palma, C. D., y Nelson, J. D. (2014). A robust model for protecting road-building and harvest-scheduling decisions from timber estimate errors. *Forest Science*, 60(1), 137-148.

- Papadimitriou, C. H. (1981). On the complexity of integer programming. *Journal of the ACM (JACM)*, 28(4), 765-768.
- Paseyro, J., y Erramuspe, M. (2016). *Esperar lo inesperado* [Accessed: 01-01-2023]. <https://www.revistaforestal.uy/destacados/esperar-lo-inesperado.html>
- Peter, B., y Nelson, J. (2005). Estimating harvest schedules and profitability under the risk of fire disturbance. *Canadian Journal of Forest Research*, 35(6), 1378-1388.
- Petr, M., Boerboom, L., Ray, D., y van der Veen, A. (2014). An uncertainty assessment framework for forest planning adaptation to climate change. *Forest Policy and Economics*, 41, 1-11.
- Pickens, J. B., y Dress, P. E. (1988). Use of stochastic production coefficients in linear programming models: Objective function distribution, feasibility, and dual activities. *Forest Science*, 34(3), 574-591.
- Pickens, J. B., y Hof, J. G. (1991). Fuzzy goal programming in forestry: an application with special solution problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 39(3), 239-246.
- Pickens, J. B., Hof, J. G., y Kent, B. M. (1991). Use of chance-constrained programming to account for stochastic variation in the A-matrix of large-scale linear programs: a forestry application. *Annals of Operations Research*, 31, 511-526.
- Pierre, D. M., y Zakaria, N. (2017). Stochastic partially optimized cyclic shift crossover for multi-objective genetic algorithms for the vehicle routing problem with time-windows. *Applied Soft Computing*, 52, 863-876.
- Ponomareva, K., Roman, D., y Date, P. (2015). An algorithm for moment-matching scenario generation with application to financial portfolio optimisation. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 678-687.
- Prochazka, V., y Wallace, S. W. (2020). Scenario tree construction driven by heuristic solutions of the optimization problem. *Computational Management Science*, 17(2), 277-307.
- Quinton, F., Hamaz, I., y Houssin, L. (2020). A mixed integer linear programming modelling for the flexible cyclic jobshop problem. *Annals of Operations Research*, 285, 335-352.

- Ramage, B. S., Marshalek, E. C., Kitzes, J., y Potts, M. D. (2013). Conserving tropical biodiversity via strategic spatiotemporal harvest planning. *Journal of Applied Ecology*, 50(6), 1301-1310.
- Rathi, T., Gupta, R., Pinto, J. M., y Zhang, Q. (2023). Enhancing explainability of stochastic programming solutions via scenario and recourse reduction. *Optimization and Engineering*, 1-26.
- Reed, W. J., y Errico, D. (1986). Optimal harvest scheduling at the forest level in the presence of the risk of fire. *Canadian Journal of Forest Research*, 16(2), 266-278.
- Regan, H. M., Colyvan, M., y Burgman, M. A. (2002). A taxonomy and treatment of uncertainty for ecology and conservation biology. *Ecological applications*, 12(2), 618-628.
- Riitters, K., Brodie, J., y Hann, D. (1982). Dynamic programming for optimization of timber production and grazing in ponderosa pine. *Forest Science*, 28, 517-526.
- Rockafellar, R. T., y Wets, R.-B. (2009). Nonanticipativity and L1-martingales in stochastic optimization problems. En *Stochastic Systems: Modeling, Identification and Optimization, II* (pp. 170-187). Springer.
- Rockafellar, R. T., y Wets, R. J.-B. (1991). Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of operations research*, 16(1), 119-147.
- Römisch, W., y Wets, R.-B. (2007). Stability of ε -approximate solutions to convex stochastic programs. *SIAM Journal on Optimization*, 18(3), 961-979.
- Rossit, D. A., Olivera, A., Viana, V., y Broz, D. (2024). Forest harvest operations productivity forecasting: a decisions tree approach. *International Journal of Forest Engineering*, 1-13.
- Rossit, D. A., Olivera, A., Viana Céspedes, V., y Broz, D. (2019). A Big Data approach to forestry harvesting productivity. *Computers and Electronics in Agriculture*, 161, 29-52.
- Sahinidis, N. V. (2004). Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. *Computers & chemical engineering*, 28(6-7), 971-983.
- Sanei Bajgiran, O., Kazemi Zanjani, M., y Noureldath, M. (2017). Forest harvesting planning under uncertainty: a cardinality-constrained approach. *International Journal of Production Research*, 55(7), 1914-1929.

- Santoro, E., Soler, E. M., y Cherri, A. C. (2017). Route optimization in mechanized sugarcane harvesting. *Computers and Electronics in Agriculture*, 141, 140-146.
- Santos, A., Carvalho, A., Barbosa-Póvoa, A. P., Marques, A., y Amorim, P. (2019). Assessment and optimization of sustainable forest wood supply chains—A systematic literature review. *Forest Policy and Economics*, 105, 112-135.
- Sartipizadeh, H., Vinod, A. P., Açikmeşe, B., y Oishi, M. (2019). Voronoi partition-based scenario reduction for fast sampling-based stochastic reachability computation of linear systems. *2019 American Control Conference (ACC)*, 37-44.
- Schultz, R. (2003). Stochastic programming with integer variables. *Mathematical Programming*, 97(1), 285-309.
- Shapiro, A. (2008). Stochastic programming approach to optimization under uncertainty. *Mathematical Programming*, 112(1), 183-220.
- Shapiro, A., Dentcheva, D., y Ruszczyński, A. (2021). *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. SIAM.
- Shinde, P., Kouveliotis-Lysikatos, I., Amelin, M., y Song, M. (2022). A modified progressive hedging approach for multistage intraday trade of ev aggregators. *Electric power systems research*, 212, 108518.
- Smith, W. P., y Zollner, P. A. (2005). Sustainable management of wildlife habitat and risk of extinction. *Biological Conservation*, 125(3), 287-295.
- Štěrbová, M., Stojanovski, V., Weiss, G., y Šálka, J. (2019). Innovating in a traditional sector: Innovation in forest harvesting in Slovakia and Macedonia. *Forest policy and economics*, 106, 1-13.
- Stirn, L. Z. (2006). Integrating the fuzzy analytic hierarchy process with dynamic programming approach for determining the optimal forest management decisions. *Ecological modelling*, 194(1-3), 296-305.
- Strugarek, C. (2004). *On the Fortet-Mourier metric for the stability of Stochastic Optimization Problems, an example*. Humboldt-Universität zu Berlin, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät.
- Taha, H. A. (2004). *Investigación de Operaciones* (7ma Edicion). Person PrenticeHall.

- Takriti, S., y Ahmed, S. (2004). On robust optimization of two-stage systems. *Mathematical Programming*, 99(1), 109-126.
- Tan, J. (2000). Application of dynamic programming to optimum location of a forest road. *Journal of Forest Engineering*, 11(2), 33-42.
- Tan, K. C., Lee, L. H., Zhu, Q., y Ou, K. (2001). Heuristic methods for vehicle routing problem with time windows. *Artificial intelligence in Engineering*, 15(3), 281-295.
- Teeter, L. D., y Caulfield, J. P. (1991). Stand density management strategies under risk: effects of stochastic prices. *Canadian Journal of Forest Research*, 21(9), 1373-1379.
- Thompson, E. F., y Haynes, R. W. (1971). A linear programming-probabilistic approach to decision making under uncertainty. *Forest Science*, 17(2), 224-229.
- Toth, P., y Vigo, D. (2002). An overview of vehicle routing problems. *The vehicle routing problem*, 1-26.
- Troncoso, J., D'Amours, S., Flisberg, P., Rönnqvist, M., y Weintraub, A. (2015). A mixed integer programming model to evaluate integrating strategies in the forest value chain—a case study in the Chilean forest industry. *Canadian Journal of Forest Research*, 45(7), 937-949.
- Van Oosterzee, P., Blignaut, J., y Bradshaw, C. J. (2012). iREDD hedges against avoided deforestation's unholy trinity of leakage, permanence and additionality. *Conservation Letters*, 5(4), 266-273.
- Varas, M., Maturana, S., Pascual, R., Vargas, I., y Vera, J. (2014). Scheduling production for a sawmill: A robust optimization approach. *International Journal of Production Economics*, 150, 37-51.
- Vaserstein, L. N. (1969). Markov processes over denumerable products of spaces, describing large systems of automata. *Problemy Peredachi Informatsii*, 5(3), 64-72.
- Veliz, F. B., Watson, J.-P., Weintraub, A., Wets, R. J. B., y Woodruff, D. L. (2015). Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. *Annals of Operations Research*, 232, 259-274.
- Viana, V. (2023). *Forestry Harvesting Data* [GitLab repository]. <https://gitlab.fing.edu.uy/victor.viana/fhttp/>

- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas, L. (2019). Optimal re-planning of forest harvesting tours due to temporary unavailability of harvest sites. *III International Conference on Agro BigData and Decision Support Systems in Agriculture*, 93.
- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas-Rojas, L. (2018a). Optimizing scheduling and routing of forest harvesting equipment. *Brazilian Symposium on Operations Research (SBPO 2018)*.
- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas-Rojas, L. (2020). Lógica colaborativa en planificación forestal. *Anales de las 49 JAIIO, Jornadas Argentinas de Informática*.
- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas-Rojas, L. (2022). Optimización Estocástica aplicada a la planificación forestal en Uruguay. *Abstract Book XXI Latin Ibero-American Conference on Operations Research*.
- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas-Rojas, L. (2018b). Replanificación óptima de tours de cosecha forestal por falla temporal de equipos de cosecha. *Proceeding of the XIX CLAIO, (Lima, PE), Setiembre*.
- Viana, V., Cancela, H., y Pradenas, L. (2023). Modelling the forest harvesting tour problem. *RAIRO-Operations Research*, 57(5), 2769-2781.
- Vladimirou, H., y Zenios, S. A. (1997). Stochastic programming and robust optimization. En *Advances in Sensitivity Analysis and Parametric Programming* (pp. 395-447). Springer.
- von Gadow, K. (2000). Evaluating risk in forest planning models. *Silva Fennica*, 34(2), 181-191.
- Washburn, C. L., y Binkley, C. S. (1993). Do forest assets hedge inflation? *Land Economics*, 215-224.
- Watson, J.-P., y Woodruff, D. L. (2011). Progressive hedging innovations for a class of stochastic mixed-integer resource allocation problems. *Computational Management Science*, 8, 355-370.
- Weintraub, A., Romero, C., Bjørndal, T., y Epstein, R. (2007). International Series in Operations Research & Management Science: Vol. 99. Handbook of Operations Research in Natural Resources.
- Weintraub, A., y Abramovich, A. (1995). Analysis of uncertainty of future timber yields in forest management. *Forest Science*, 41(2), 217-234.

- Weintraub, A., y Cholak, A. (1991). A hierarchical approach to forest planning. *Forest Science*, 37(2), 439-460.
- Weintraub, A., y Vera, J. (1991). A cutting plane approach for chance constrained linear programs. *Operations Research*, 39(5), 776-785.
- Wikipedia. (s.f.-a). A Rottne Rapid forwarder used in logging [Accessed: 01-02-2023]. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Forwarder.jpg>
- Wikipedia. (s.f.-b). *Timberjack 1070D Harvester* [Accessed: 01-02-2023]. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:TJ_harvesteri.jpg
- Yang, D., y Zenios, S. A. (1997). A scalable parallel interior point algorithm for stochastic linear programming and robust optimization. *Computational Optimization and Applications*, 7, 143-158.
- Yu, G. (1996). On the max-min 0-1 knapsack problem with robust optimization applications. *Operations Research*, 44(2), 407-415.
- Zhang, W., y He, X. (2022). A New Scenario Reduction Method Based on Higher-Order Moments. *INFORMS Journal on Computing*, 34(4), 1903-1918.
- Zhou, M., y Buongiorno, J. (2006). Forest landscape management in a stochastic environment, with an application to mixed loblolly pine-hardwood forests. *Forest Ecology and Management*, 223(1-3), 170-182.
- Ziemba, W. T., y Mulvey, J. M. (1998). *Worldwide asset and liability modeling* (Vol. 10). Cambridge University Press.
- Zirour, M. (2008). Vehicle routing problem: models and solutions. *Journal of Quality Measurement and Analysis JQMA*, 4(1), 205-218.