



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Caracterización de la curva de lactancia de bovinos de leche para la región centro, suroeste y noroeste del Uruguay utilizando modelos mixtos paramétricos y no paramétricos

Valeria Maciel Camacho

Magíster en Ciencias Agrarias
Opción Ciencias Animales

Diciembre 2023

Caracterización de la curva de lactancia de bovinos de leche para la región centro, suroeste y noroeste del Uruguay utilizando modelos mixtos paramétricos y no paramétricos

Valeria Maciel Camacho

Magíster en Ciencias Agrarias
Opción Ciencias Animales

Diciembre 2023

Tesis aprobada por el tribunal integrado por Ing. Agr. (PhD.) Francisco Dieguez, Ing. Agr. (PhD.) Gabriel Rovere, e Ing. Agr. (PhD.) Alejandro La Manna el 13 de diciembre de 2023. Autor/a: Ing. Agr. Valeria Maciel. Director: Ing. Agr. (PhD.) Ignacio Aguilar. Codirectora: Ing. Agr. Dra. Laura Astigarraga. Codirectora: Ing. Agr. (PhD.) Virginia Gravina.

TABLA DE CONTENIDO

PÁGINA DE

APROBACIÓN.....	III
RESUMEN.....	VIII
SUMMARY.....	IX

1. <u>INTRODUCCIÓN</u>	1
1.1. FACTORES QUE AFECTAN LA PRODUCCIÓN DE LECHE .	3
1.1.1. <u>Número de lactancia</u>	4
1.1.2. <u>Edad al primer parto</u>	4
1.1.3. <u>Estación de parto</u>	5
1.1.4 <u>Condiciones meteorológicas</u>	6
1.1.4.1. Estrés calórico.....	8
1.2. MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS PARA MODELAR LA CURVA DE LACTANCIA	12
1.2.1. <u>Modelos paramétricos</u>	13
1.2.2. <u>Modelos no paramétricos</u>	16
2. <u>MATERIALES Y MÉTODOS</u>	21
2.1. BASE DE DATOS.....	21
2.2. EDICIÓN DE DATOS.....	21
2.3. CARACTERIZACIÓN DE LA BASE DE DATOS.....	22
2.3.1. <u>Distribución de los partos</u>	22
2.3.2. <u>Mediana y cuartiles de la producción de leche según estación de parto</u>	23
2.4. MODELOS ESTUDIADOS	24
2.5. ANÁLISIS ESTADÍSTICO	26
3. <u>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</u>	27
3.1. AJUSTE DE LOS DISTINTOS MODELOS MATEMÁTICOS.	27
3.2. ANÁLISIS DE CADA MODELO PROPUESTO	28
3.2.1. <u>Modelo de clases de días en lactancia</u>	28
3.2.2. <u>Modelo de Wilmink</u>	30

3.2.3.	<u>Modelo de Ali y Schaeffer</u>	33
3.2.4.	<u>Splines cúbicos</u>	37
3.2.5.	<u>Polinomios de Legendre de cuarto orden</u>	40
3.3.	MODELO QUE MEJOR DESCRIBE LA CURVA DE LACTANCIA.....	42
3.4.	EFFECTO DE LOS DISTINTOS FACTORES QUE INFLUYEN SOBRE LA CURVA DE LACTANCIA	43
3.4.1.	<u>Efecto estación de parto</u>	43
3.4.2.	<u>Efecto región</u>	44
3.4.3.	<u>Efecto edad al primer parto</u>	46
4.	<u>CONCLUSIONES</u>	48
5.	<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	49
6.	<u>ANEXOS</u>	57

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Tipos de curva que puede ajustar la función de Wood	14
Cuadro 2. Tipos de curva que puede ajustar la función de Wilmink.....	15
Cuadro 3. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región sur según estación y EPP.....	32
Cuadro 4. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región norte según estación y EPP.....	33
Cuadro 5. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región centro según estación y EPP	33
Cuadro 6. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región sur según estación y EPP.....	36
Cuadro 7. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región norte según estación y EPP	37
Cuadro 8. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región centro según estación y EPP	37
Cuadro 9. P-valor obtenido para contrastes entre regiones según estación y edad al primer parto.....	45
Cuadro 10. P-valor obtenido para contrastes entre edades al primer parto según región y estación.	46

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Temperatura máxima media (°C) según región	7
Figura 2. Temperatura mínima media °C según región.....	8
Figura 3. Variación espacial del índice de temperatura y humedad del aire en el mes de enero	10
Figura 4. Variación espacial del índice de temperatura y humedad del aire en el mes de febrero.	11
Figura 5. B-splines de tercer grado en el intervalo (0, 360) con nodos en 16, 69 y 252.	18
Figura 6. Residuos estandarizados.....	22
Figura 7. Distribución de partos por región según mes de parto.....	23
Figura 8. Mediana y cuartiles de producción de leche según estación de parto.....	24
Figura 9. Valores de AIC para cada modelo para distintos factores fijos anidados dentro de la curva.	27
Figura 10. Medias ajustadas por estación y edad al primer parto según región.....	29
Figura 11. Producción promedio estimada de leche por día mediante el modelo de Wilmink por estación y edad al primer parto según región.....	31
Figura 12. Producción promedio estimada de leche por día mediante el modelo de Ali y Schaeffer por estación del año y edad al primer parto según región.	35
Figura 13. Producción promedio estimada de leche por día mediante splines cúbicos por estación del año y edad al primer parto según región.....	39
Figura 14. Producción promedio estimada de leche por día mediante polinomios de Legendre de cuarto orden por estación y edad al primer parto según región.....	41

RESUMEN

La curva de lactancia en bovinos de leche puede ser estudiada a través de distintos modelos matemáticos. Ecuaciones que describan la producción de leche en función del tiempo son de utilidad a la hora de tomar decisiones de manejo en un rodeo lechero, entre otras. La hipótesis de este estudio es que la curva de lactancia de vacas holando pertenecientes al suroeste del país difiere en su forma (amplitud del pico de producción, persistencia) de la curva de lactancia de vacas holando que pertenecen al noroeste y centro del país. La base de datos utilizada pertenece a Mejoramiento y Control Lechero Uruguayo y contiene información de distintos tambos de la mayoría de los departamentos del país para el período 2007-2016. De manera de poder analizar y caracterizar la curva de producción de leche de las vacas se estudiaron los siguientes modelos para vacas primíparas: Wilmink (1987), Ali y Schaeffer (1987), splines cúbicos propuestos por (White et al., 1999) y polinomios de Legendre de cuarto orden. Se estudiaron los efectos de la estación de parto, la edad al primer parto y la región del país. Se concluye que la estación de parto es el factor que mayor influencia tiene sobre la curva de lactancia, presentando, además, diferencias entre las regiones estudiadas. De los modelos analizados, los splines cúbicos fueron los que presentaron mejor ajuste, seguido por el modelo de Ali y Schaeffer.

Palabras clave: bovinos de leche, curva de lactancia, modelos matemáticos

CHARACTERIZATION OF THE DAIRY CATTLE LACTATION CURVE FOR THE CENTRAL, SOUTHERN AND NORTHERN URUGUAY REGION USING PARAMETRIC AND NON-PARAMETRIC MODELS

SUMMARY

The lactation curve in dairy cattle could be studied through different mathematical models. Equations describing milk production as a function of time are useful when making management decisions in a dairy herd, among others. The hypothesis of this study is that the lactation curve of Holstein cows belonging to the southwest differs in its shape (amplitude of the production peak, persistence) from the lactation curve of Holstein cows belonging to the northwest and the central region of the country. The database used belongs to Mejoramiento y Control Lechero Uruguayo and contains information from different dairy farms in most of the departments of the country for the period 2007-2016. In order to analyze and characterize the milk production curve of cows, the following models for primiparous cows were studied: Wilmink (1987), Ali & Schaeffer (1987), cubic splines proposed by White et al. (1999) and Legendre polynomials of fourth order. The effects of calving season, age at first calving and region of the country were studied. It is concluded that calving season is the factor that has the greatest influence on the lactation curve, presenting, in turn, differences between the regions studied. Of the models analyzed, cubic splines were the best fitting, followed by Ali & Schaeffer model.

Keywords: dairy cattle, lactation curve, mathematical models

1. INTRODUCCIÓN

La producción de leche es un rubro muy importante en el Uruguay que ocupa una superficie de 735.000 hectáreas (ha), con una producción anual de 2.274 millones de litros. Esta producción es realizada por 3.400 productores, contando con un rodeo de 712.000 cabezas (DIEA, 2022). El mercado internacional es el motor de la lechería uruguaya, exportándose actualmente el 70 % de la producción. Los sistemas de producción son, en general, con base en pasturas y suplementos (Artagaveytia, 2015).

Conocer la curva de lactancia constituye una herramienta de gran valor para poder conocer el comportamiento fisiológico de la lactancia, evaluar el desempeño genético/productivo de un rodeo o una raza y establecer una estrategia de manejo y alimentación de acuerdo con las demandas en cada etapa de la curva.

Para caracterizar la producción de leche en bovinos, la curva de lactancia se analiza a través de tres períodos, con cuatro componentes principales: 1) producción inicial; 2) fase ascendente o de incremento de la producción; 3) punto máximo o pico de producción y 4) tasa descendente o reducción de la producción, denominada persistencia (Macciotta et al., 2011).

Ecuaciones que describan la producción de leche en función del tiempo pueden ser muy útiles en el manejo nutricional del rodeo. Por ejemplo, la porción creciente de la curva indica que la vaca requiere un plano de alimentación mayor y la porción decreciente de la curva indica que la vaca requiere un menor nivel de alimentación (Sherchand et al., 1995). También son de gran utilidad en programas de mejoramiento genético, en sistemas de simulación de producción de leche y a la hora de tomar decisiones de refugio de vacas (Cunha et al., 2010). A su vez, la completa caracterización de la producción de un animal a lo largo de la lactancia permite estimar el momento en que se va a dar el pico de producción, la persistencia y duración de la lactancia (Ferreira y Bearzoti, 2003).

Si bien se podrían generar tantas curvas como lactancias existan en cada predio, es de gran importancia conocer los niveles estándar de producción de un grupo de animales con características similares como la raza, la misma etapa de lactancia, época de parto, nivel productivo, o número de lactancia, con el objetivo de implementar a un rodeo determinadas medidas de manejo que maximicen los rendimientos (Wilmink, 1987).

En el caso particular de Uruguay es importante poder ajustar modelos que reflejen las diferencias de las regiones productivas del sur, centro y norte del país, teniendo en cuenta las diferencias agrometeorológicas y la manera en que estas influyen en la producción. Según la estación de parto de la vaca, la curva de lactancia puede diferenciarse de la curva estándar al presentar un pico de producción poco diferenciado o una baja persistencia (Urioste et al., 2002).

La hipótesis que se plantea en este trabajo es que la curva de lactancia de vacas holando pertenecientes al suroeste del país difiere en su forma (amplitud del pico de producción, persistencia) de la curva de lactancia de vacas holando que pertenecen al noroeste y al centro del país.

El objetivo principal de este trabajo es caracterizar y comparar la curva de lactancia de vacas holando del noroeste, suroeste y centro del Uruguay, mediante modelos mixtos paramétricos y no paramétricos.

Los objetivos específicos planteados son los siguientes:

- Estimar y estudiar la bondad de ajuste de diferentes modelos mixtos de curvas de lactancia de vacas holando y analizar el tipo de modelos obtenidos según los factores más relevantes tales como estación de parto, región y edad al primer parto.

- Realizar una tipología de curvas y analizar si existen diferencias entre estas según la región del país (suroeste, noroeste, centro), la estación y la edad al primer parto.

1.1. FACTORES QUE AFECTAN LA PRODUCCIÓN DE LECHE

La curva de lactancia representa la producción de leche a través del tiempo desde el primer día de producción hasta el día del último ordeño y dura, aproximadamente, 305 días. En dicha curva, existen puntos críticos como el tiempo a alcanzar la máxima producción, el máximo rendimiento y el grado con el que se mantiene esta máxima producción llamada persistencia (Lemus-Ramírez et al., 2008).

La curva de lactancia representa un proceso biológico extremadamente complejo, el cual está influenciado por fenómenos tanto ambientales como genéticos (Quintero et al., 2007).

Características de la curva de lactancia como el momento al pico y la producción de leche en este son altamente dependientes de factores raciales y genéticos (Vargas y Ulloa, 2008). Si bien el potencial genético de los animales se expresa en la medida en que las condiciones ambientales se lo permitan, la respuesta animal en diferentes ambientes no solo se debe al potencial genético y al ambiente, sino a la interacción entre ambos factores (Cruz y Regazzi, citados por Vallone et al. (2014)).

En lo que refiere a los efectos ambientales o no-genéticos, se encuentran la época de parto (Cañas et al., 2011), el número de lactancia (Jamrozik et al., 1997), la edad al parto (Wilmink, 1987), la etapa de gestación y duración del período seco (González y Boschini, 1996) y las condiciones meteorológicas; en particular, la temperatura media durante el verano según la región (Cruz y Saravia, 2008).

La producción de leche se ve afectada, además, por factores tales como la disponibilidad de alimento, el manejo y los trastornos fisiológicos y patológicos que se presenten durante la lactancia (González y Boschini, 1996).

1.1.1. Número de lactancia

Varios estudios concluyen que las vacas primíparas producen menos leche que las multíparas en la primera etapa de la lactancia, presentando un menor pico de producción, pero una mayor persistencia y con producciones a los 305 días significativamente menores (Tekarli et al., 2000, Silvestre et al., 2009, Duque, 2018, Vargas et al., 2016).

Varios autores reportan que la producción de leche en la primera lactancia está influenciada por la tasa de crecimiento de la vaca y también por la edad al primer parto, la cual posee una correlación positiva con los niveles de producción de leche de la primera lactancia (Casas y Tewolde, 2001, Castillo-Badilla et al., 2013b, Salazar-Carranza et al., 2013). También la vaca primeriza tiene 80 % de la capacidad de consumo de una vaca multípara (Jarrige et al., 1986).

En este trabajo solo se estudiarán las curvas de lactancia pertenecientes a las vacas primerizas, por lo cual el factor número de lactancia no será tenido en cuenta.

1.1.2. Edad al primer parto

La edad al primer parto es un factor, mayoritariamente influido por factores ambientales, que interviene en la producción y composición de la leche (Nilforooshan y Edriss, 2004) y tiene un efecto significativo en el rendimiento productivo del animal durante toda su vida. La edad al primer parto refleja la velocidad de crecimiento de la hembra y la edad a la pubertad, cuya presentación tardía reduce el valor económico del animal al disminuir el número potencial de descendientes (y lactancias) producidos en su vida útil (Grajales et al., 2006).

Las vacas que presentan menor edad al primer parto tienen menor rendimiento durante su primera lactancia, pero la producción de leche por día y el rendimiento durante toda su vida útil son mayores que aquellas que tienen su primer parto más tarde (Marini et al., 2007). Nilforooshan y Edriss (2004) afirman que la edad al primer parto puede afectar significativamente la

producción de leche, el tiempo de vida y la vida productiva. Así, al incrementar la edad al primer parto de 21 a 24 meses, obtuvieron que la producción de leche aumentó y concluyeron que la edad óptima al primer parto para la producción de leche fue de 24 meses.

Chilibroste (2011) analizó registros históricos de ganado lechero del Uruguay durante las etapas de recría y de producción de leche. En este trabajo, se observó que el rango de edad al parto más frecuente (30 %) fue de 33 a 36 meses, una alta proporción (42 %) estuvo por encima de los 36 meses y solo un 2 % por debajo de los 26 meses. Sin embargo, en dicho estudio no se encontró una relación clara entre la edad y la producción de leche en la primera lactancia.

1.1.3. Estación de parto

La estación de parto es uno de los factores ambientales que más influye en la producción de leche y en la forma de la curva de lactancia (Jamrozik et al., 1997, Cañas et al., 2011). Varios estudios (Wilmink, 1987, Stanton et al., 1992, Tekerli et al., 2000) han mostrado que las vacas que paren en otoño-invierno tienen una mayor producción de leche en comparación con las que paren en primavera-verano. En nuestro país, por tratarse de un sistema pecuario de base pastoril, la producción de leche acompaña la producción estacional de las pasturas, dándose en primavera el máximo de producción de leche (DIEA, 2022).

Cavestany et al. (2000) realizaron un relevamiento reproductivo en los tambos comerciales del área de influencia de INIA La Estanzuela y registraron partos en todos los meses del año: encontraron un patrón biestacional con dos picos máximos en otoño (marzo) y primavera (setiembre).

Urioste et al. (2002) mencionan que en tambos comerciales de Uruguay los partos de otoño normalmente constituyen el mayor volumen de pariciones a lo largo del año y muestran un doble pico de producción, correspondiendo el primero al inicio de la lactancia y el segundo, a la producción durante la primavera.

Las lactancias de partos de invierno tardío (junio-julio) y primavera (agosto-setiembre) responden a una forma clásica, como las que describe Wood (1967), con un pico notorio entre el segundo y el tercer control (4 a 8 semanas) y luego un descenso pronunciado hasta el control número 12 (fines de verano-principios de otoño), con una persistencia similar en ambas (Chilibroste, 2012).

Pérez et al. (2007) evaluaron el efecto de la época y mes de parto en vacas holando en Chile y encontraron que las vacas que parieron en otoño superaron en producción de leche a aquellas que parieron en primavera, con una diferencia de 179 kg a favor de las primeras. A su vez, si bien el largo de las lactancias no difirió entre épocas, la persistencia fue 5,9 % mayor en los partos de otoño.

1.1.4 Condiciones meteorológicas

Según Hahn y Eigenberg (2003) los factores físico-ambientales que afectan el desempeño del ganado vacuno corresponden a una compleja interacción de la temperatura del aire, la humedad relativa, la radiación, la velocidad del viento, la precipitación, la presión atmosférica y la luz ultravioleta.

Numerosos experimentos a campo y en cámaras meteorológicas han mostrado relaciones estadísticamente significativas entre temperaturas del aire de 8 a 10 °C por encima o por debajo del rango de confort para vacas lactantes o humedades relativas >75 %, valores del índice de temperatura y humedad (ITH) >75, velocidad del viento >16 km/h y combinaciones entre estos factores, con cambios en las características de desempeño animal y procesos fisiológicos (McDowell et al., 1976).

Ante situaciones meteorológicas desfavorables, los animales sufren modificaciones fisiológicas y de comportamiento. En la mayoría de los casos, esta respuesta se manifiesta en cambios en los requerimientos de nutrientes, siendo el agua y la energía los más afectados cuando los animales se encuentran fuera de la zona termoneutral. Estos cambios producidos en los

requerimientos y las estrategias que adoptan los animales frente a los períodos de estrés provocan una reducción en su desempeño productivo (Arias et al., 2008).

En lo que respecta a la temperatura máxima media en las distintas regiones del país, observando las figura 1 y 2, se puede apreciar que se registran mayores temperaturas en el noroeste a lo largo del año respecto al suroeste y centro del país. En cambio, las diferencias son de menor magnitud entre estas zonas en lo que respecta a la temperatura mínima media a lo largo del año.

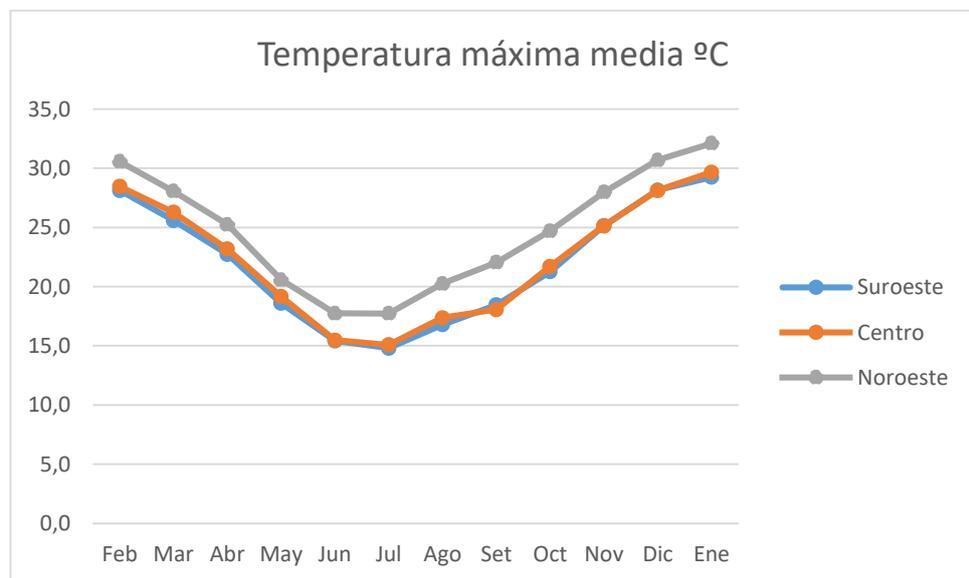


Figura 1. Temperatura máxima media (°C) según región

Fuente: INIA Salto Grande, La Estanzuela y Las Brujas

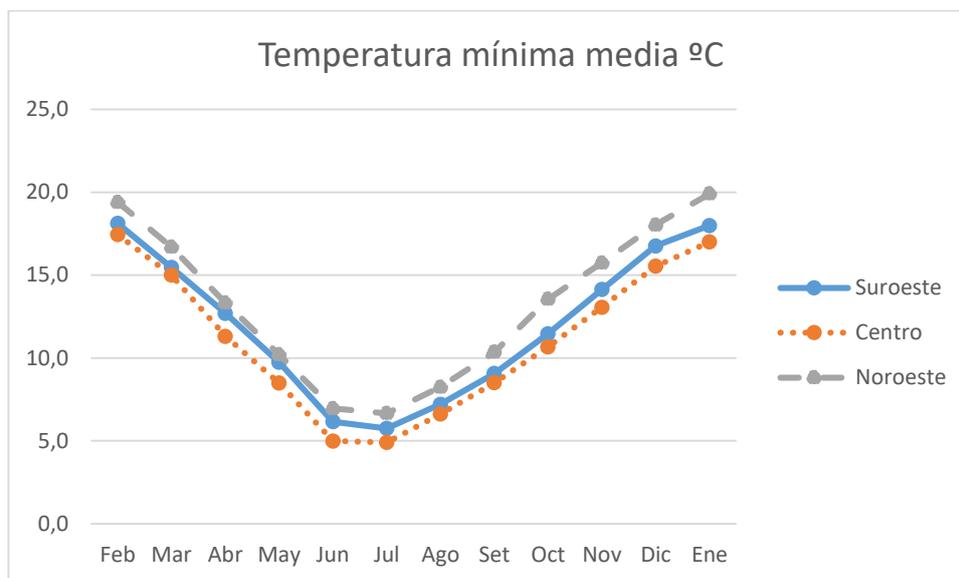


Figura 2. Temperatura mínima media °C según región

Fuente: INIA Salto Grande, La Estanzuela y Las Brujas

1.1.4.1. Estrés calórico

Las condiciones ambientales, principalmente la elevada temperatura y humedad relativa, producen un impacto negativo sobre la producción de leche, el comportamiento, la salud y el bienestar animal (Cerqueira et al., 2016). El ambiente térmico, en particular el estrés calórico, es el principal factor que afecta la producción de leche, especialmente en animales de alto valor genético (Kadzere et al., 2002).

Swan y Broster (1982) mencionan que, de los animales de producción pecuaria, el ganado lechero es particularmente sensible al estrés por calor debido al elevado metabolismo de la vaca lechera durante la lactancia. De esta manera, a medida que la producción de leche se incrementa, tienen una temperatura umbral reducida para el momento en que comienza a producirse la pérdida en producción de leche (Berman, 2005).

Está claro que cuando las vacas lecheras son expuestas a elevadas temperaturas, disminuye el consumo de alimento y aumentan los requerimientos de mantenimiento (NRC, 2001). La reducción del consumo de alimento, especialmente el de tipo fibroso, tiene como objetivo disminuir el

calor de fermentación ruminal (Phillips, 2001). West et al. (2003) reportaron una disminución de 0,85 kg de materia seca en el consumo por cada grado de incremento en la temperatura del aire.

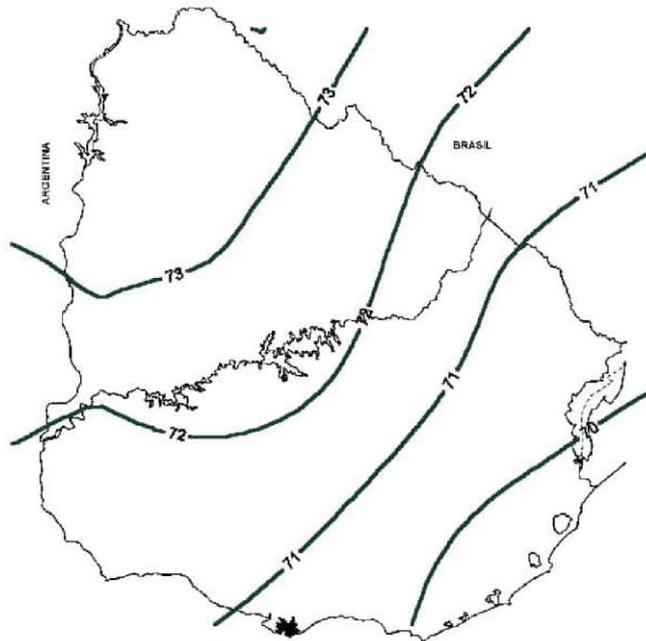
Davidson et al. (1996) mencionan que la prioridad de animales en un ambiente cálido se da en el siguiente orden decreciente: equilibrio de fluidos corporales, normotermia, crecimiento, producción de leche y reproducción. Esto refleja claramente los efectos del estrés calórico sobre la producción de leche.

El rango de confort térmico para que el ganado holando se desenvuelva productivamente bien es un rango de temperaturas ambientes de 5 a 21 °C, con humedad relativa de 50% y velocidad de viento de 5-8 km/hora. El rendimiento de las vacas disminuye rápidamente a medida que la temperatura supera los 27 °C, independientemente de su edad, etapa de la lactancia o humedad relativa del aire (Kadzere et al., 2002). Está demostrado, en Uruguay, que en verano se dan condiciones meteorológicas adversas que deprimen la producción de leche entre 5 y 10 % en vacas holando (Bartaburu, 2000).

Según Renaudeau et al. (2012), la respuesta animal varía de acuerdo con la duración y la intensidad del cambio térmico al que es expuesto. En países templados, cambios en las funciones fisiológicas, de comportamiento e inmunes son necesarios en el corto plazo para sobrevivir a eventos estresantes agudos tales como las olas de calor en el verano.

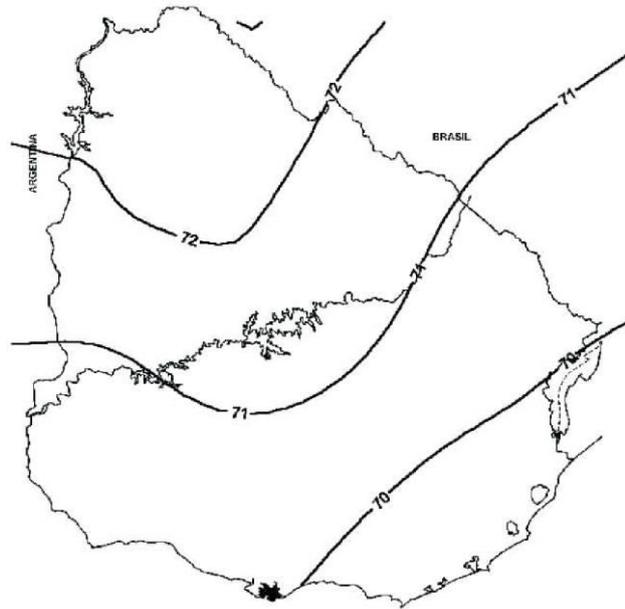
Varios índices derivados de mediciones meteorológicas han sido desarrollados por distintos autores (Hahn et al., 2009). Estos varían de una simple medición de la temperatura ambiente a índices que toman en cuenta la temperatura del aire, la humedad relativa, la radiación solar y la velocidad del viento (Renaudeau et al., 2012). Uno de los indicadores más utilizado para medir el ambiente térmico es el índice de temperatura y humedad (ITH). La zona de confort térmico para vacas lecheras en producción toma valores de ITH entre 35 y 70, habiendo un valor crítico de 72 para la producción de leche por estrés por calor en vacas holando (Saravia et al., 2011, Cruz y Urioste,

2009). Sin embargo, Zimbelman et al. (2009) mencionan que pueden ocurrir efectos adversos con valores de ITH de 68, habiendo encontrado, inclusive, grandes reducciones en la producción de leche para valores de ITH entre 64 y 72. Según Valtora y Gallardo (1996), cuanto mayor sea la duración de los valores críticos de ITH, mayor será el daño ocasionado. En el Uruguay, los valores de ITH aumentan desde el sureste al noroeste, presentándose en el mes de enero valores de ITH superiores a 72 al norte del río Negro (Cruz y Saravia, 2008) y, en febrero, estos valores se desplazan más hacia el norte (figuras 3 y 4).



Fuente: Cruz y Saravia (2008).

Figura 3. Variación espacial del índice de temperatura y humedad del aire en el mes de enero



Fuente: Cruz y Saravia (2008).

Figura 4. Variación espacial del índice de temperatura y humedad del aire en el mes de febrero.

Ravagnolo et al. (2000) mencionan que la producción de leche está relacionada negativamente con el ITH, produciéndose una caída promedio de 0,2 kg por cada unidad de incremento de ITH por encima del umbral crítico (72). A su vez, Cruz y Urioste (2009) reportan una disminución de 1,3 %, 1,9 % y 0,9 % sobre una producción media diaria de 14,5 l/vaca/día cuando se supera el umbral de ITH estimado para el día de medición de la producción de leche (ITH = 75, el día previo (ITH = 75) y dos días previos (ITH = 72), respectivamente. Bouraoui et al. (2002) reportan disminuciones de 2,2 % en la producción diaria por animal cuando el ITH excede el valor de 69, mientras que Bohmanova (2006) menciona una disminución en la producción de 1,4 % y 1 % a umbrales de ITH de 72 y 74, respectivamente.

1.2. MODELOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS PARA MODELAR LA CURVA DE LACTANCIA

El uso de modelos matemáticos ha permitido conocer las curvas de lactancia de animales domésticos en distintos sistemas de producción lechera. Sin embargo, no todos los modelos se adecúan a la curva de lactancia típica. Por lo tanto, un modelo adecuado sería aquel que permita conocer la producción máxima y el tiempo hasta alcanzar esta producción. Asimismo, los parámetros de un modelo adecuado de la curva de lactancia deben reflejar las influencias de factores genéticos, fisiológicos, productivos y ambientales, y sus interacciones (Quintero et al., 2007).

Varias funciones matemáticas han sido propuestas (Brody et al., 1924, Sikka, 1950, Wood, 1967, Cobby y Le Du, 1978, Wilmink, 1987, Ali y Schaeffer, 1987, Grossman y Koops, 1988, Beever et al., 1991, Sherchand et al., 1995, entre otras), difiriendo principalmente en el tipo de regresión (lineal o no lineal), en el número de parámetros y en el grado de relación entre las características principales de un patrón de lactancia típico, tales como la producción al pico, el tiempo al pico y la persistencia (Macciotta, 2005). Dentro de los modelos lineales, los parámetros son funciones lineales o transformaciones de los días de lactancia y pueden ser fácilmente analizados por técnicas simples de regresión lineal. Los modelos no lineales no pueden ser expresados como funciones lineales de parámetros y, por lo tanto, necesitan técnicas iterativas para ser resueltos (Masselin et al., 1987). En la caracterización y análisis de la curva de lactancia utilizando modelos no lineales, los coeficientes de regresión tienen una interpretación asociada a los estadios de la curva de lactancia o permiten derivar otros indicadores que describen la curva de lactancia (Quintero et al., 2007, Falhi et al., 2008).

El modelo de Wilmink y la regresión polinomial de Ali y Schaeffer fueron desarrollados específicamente para modelar curvas de lactancia. En el último tiempo, se han empezado a utilizar otras herramientas matemáticas incluyendo splines y polinomios de Legendre (Silvestre et al., 2006).

Por otro lado, las mediciones durante la lactancia representan un caso particular de medidas repetidas en el tiempo, generando una estructura de varianzas y covarianzas que puede ser analizada mediante modelos mixtos (Littell et al., 2006, Ching-Fan S, 2005).

1.2.1. Modelos paramétricos

El enfoque paramétrico tiene como ventajas, por un lado, que es más eficiente si el modelo propuesto es correcto (es decir, si no sesga la estimación) y, por otro lado, que los parámetros pueden tener una interpretación (Faraway, 2006).

Varios autores (Pereira et al., 2006, Macciotta et al., 2011, Dijkstra et al., 2010, Silvestre et al., 2006) mencionan que el modelo más comúnmente utilizado para estimar curvas de lactancia es la función gamma incompleta propuesta por Wood (1967) (eq. [1]).

$$Y(t) = at^b e^{-ct} \quad [1]$$

Dónde: $Y(t)$ es la producción de leche (lts) en el día t (1 a 360); a , b y c son los parámetros de regresión del modelo.

El amplio uso de este modelo es probablemente debido a que ha proporcionado un buen ajuste de curvas y, además, por su simplicidad y reducido número de parámetros (Ferreira et al., 2015).

Las limitaciones del modelo de Wood son bien conocidas. Varios autores (Congleton y Everett, 1980, Sherchand et al., 1995, Dematawewa et al., 2007, Dijkstra et al., 2010) han reportado una sobreestimación de la producción de leche al inicio de la curva y una subestimación alrededor del pico de producción y posterior a este.

Kellogg, Urquhart y Ortega (1977) y Shanks et al. (1981) encontraron que el ajuste proporcionado por el modelo de Wood era muy bajo al usar datos de producción obtenidos en climas tropicales y subtropicales.

Dada la estructura multiplicativa del modelo, se caracteriza por tener un alto grado de correlación entre sus parámetros (0,70-0,90) (Macciotta et al.

2005), que resulta en una marcada rigidez y en una gran sensibilidad a la distribución de los datos (Silvestre et al., 2006). Por otra parte, el modelo presenta otras características importantes tales como la habilidad de ajustar cuatro curvas diferentes, incluyendo las atípicas (Macciotta et al., 2011).

Dado el signo de los parámetros del modelo de Wood, las cuatro curvas que se pueden ajustar son las siguientes:

Cuadro 1. Tipos de curva que puede ajustar la función de Wood

Signo del parámetro		Forma de la curva
b	c	
+	-	Curva estándar
-	-	Curva continuamente decreciente (atípica)
-	+	Curva estándar invertida
+	+	Curva continuamente creciente

Tomado de Macciotta et al. (2005)

El modelo combinado exponencial y lineal de Wilmink (1987) (eq. [2]) y la regresión polinomial de Ali y Schaeffer (1987) (eq. [3]) pueden considerarse como la transición entre los modelos viejos y los más nuevos (Macciotta et al., 2011). El modelo de Wilmink consiste en tres términos combinados aditivamente, lo que aumenta su flexibilidad. Puede ser fácilmente linealizado estableciendo el parámetro k como un valor fijo (Brotherstone et al., 2000). En este trabajo, se utilizó un valor de k de 0,05.

$$Y(t) = a + be^{-kt} + ct \quad [2]$$

Dónde: $Y(t)$ es la producción de leche (lts) en el día t (1 a 360); a , b y c son los parámetros de regresión del modelo.

Al igual que la función de Wood, dado el signo de los parámetros de la función de Wilmink, pueden ajustarse cuatro tipos de curvas:

Cuadro 2. Tipos de curva que puede ajustar la función de Wilmink

Signo del parámetro		Forma de la curva
b	c	
-	-	Curva estándar
+	-	Curva continuamente decreciente (atípica)
+	+	Curva estándar invertida
-	+	Curva continuamente creciente

Tomado de Macciotta et al. (2005)

La regresión polinomial de Ali y Schaeffer (1987) posee un mayor número de coeficientes que permiten ajustar un amplio rango de curvas a pesar de que sus parámetros no tienen un significado técnico específico (Macciotta et al., 2011).

$$Y(t) = a + b\left(\frac{t}{360}\right) + c\left(\frac{t}{360}\right)^2 + d * \log\left(\frac{360}{t}\right) + k * \left(\log\left(\frac{360}{t}\right)\right)^2 \quad [3]$$

Dónde: $Y(t)$ es la producción de leche (lts) en el día t (1 a 360); a , b , c , d y k son los parámetros de regresión del modelo.

En la ecuación, el valor 360 corresponde a la duración de la lactancia utilizada en este trabajo. Por lo general, para el análisis de la lactancia, se utiliza una duración de 305 días.

Estos dos modelos (Wilmink, y Ali y Schaeffer) han sido ampliamente utilizados para ajustar curvas individuales e implementados en versiones más recientes de modelos de regresiones aleatorias (Druet et al., 2003). A su vez, han sido implementados también para modelar otras características tales como consumo de materia seca y consumo de agua en vacas holando, y para

estimar el efecto de algunos genes sobre las características lecheras (Macciotta et al., 2011). Sin embargo, por tratarse de una regresión polinomial, mantiene una forma cóncava y, por lo tanto, no puede utilizarse para modelar el contenido de grasa y proteína de la leche (Quinn, 2005).

Si bien los modelos de Wilmink y de Ali y Schaeffer superan al modelo de Wood, especialmente en diferentes escenarios de distribución de los datos (Silvestre et al., 2006), tienden a dar valores predichos negativos o demasiado altos de producción de leche al principio o al final de la lactancia (Macciotta et al., 2005, Silvestre et al., 2006).

En 1988, Grossman y Koops remarcaron otro problema común a varios modelos de lactancia: considerar a toda la lactancia como un proceso único. Asumiendo que la lactancia es una suma de diferentes fases solapadas, estos autores desarrollaron un modelo agregando distintas funciones logísticas (eq. [4]). Este modelo bifásico, que ajusta dos fases de lactancia descritas por dos funciones logísticas lineales y dos cuadráticas, ha sido indicado como el más adecuado para describir curvas de lactancia promedio para producción de leche (Macciotta et al., 2011).

$$Y(t) = \sum_{i=1}^2 a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i(t - c_i))] \quad [4]$$

Dónde: $Y(t)$ es la producción de leche (lts) en el día t , \tanh es la tangente hiperbólica, para cada fase, $a_i b_i$ es el pico máximo de producción, y c_i es el número de días al pico de máxima producción en cada fase.

1.2.2. Modelos no paramétricos

En la década de los 90, se propuso, como una posible alternativa a los modelos paramétricos, los splines cúbicos (White et al., 1999) y los polinomios ortogonales de Legendre, los cuales son caracterizados por poseer un gran número de parámetros, una estructura matemática lineal aditiva y una capacidad importante para ajustar una gran cantidad de curvas (Macciotta et al., 2011).

En los modelos no paramétricos no hay una fórmula simple que describa la relación funcional (lo que en general se hace de forma gráfica), pero tienen la ventaja de ser más flexibles y, como lo que se asume de la función es poco, es más difícil cometer errores (Faraway, 2006).

White et al. (1999) utilizaron los splines cúbicos para modelar los efectos fijos y aleatorios de la curva de lactancia. Este modelo consiste en una serie de polinomios cúbicos, cada uno definido en un intervalo de días de lactancia. Estos polinomios están contruidos de manera tal que son continuos en los «nodos» cuando se mueven de un intervalo al siguiente (Jensen, 2001). De esta manera, las observaciones individuales influyen solamente una parte de la función (Jamirozik et al., 2010).

Györfi et al., citado por Dutto (2012), definen el espacio spline $S_{u,M}([u_0, u_K])$ como el conjunto de funciones $f: [a, b) \rightarrow R$ que son iguales a un polinomio de grado M o menos en cada intervalo $[u_i, u_{i+1})$ ($i = 0, \dots, K - 1$) y son $M - 1$ veces continuamente diferenciables en $[a, b)$ (si $M > 1$), siendo M el grado del espacio de splines y $u = \{u_j\}$, $j = 0, 1, \dots, K$ el vector de nodos ($u_i \in R$, $u_0 < u_1 < \dots < u_K$).

Los splines de regresión (eq. [5]) utilizan bases del espacio spline para estimar funciones. Sea $\{B_1(x), B_2(x), \dots\}$ una base de funciones de $S_{u,M}([u_0, u_K])$, entonces:

$$f(x) = \sum_i B_i(x) \alpha_i \quad [5]$$

Los coeficientes $\alpha_i \in R$ se estiman por mínimos cuadrados ordinarios.

Una ventaja clave en los splines de regresión es su simplicidad computacional, ya que solo se necesita ajustar un modelo paramétrico. Sin embargo, estas estimaciones son sensibles a la elección del número de nodos y su posición (Lin y Carrol, 2008).

La base B-splines es una base del espacio de funciones $S_{u,M}([u_0, u_K])$. Los B-splines de grado p , $B_{j,p,u}$ se definen de manera recursiva (Györfi et al., citado por Dutto, 2012) como:

$$B_{j,0,u} = \begin{cases} 1 & \text{si } u_j \leq x < u_{j+1} \\ 0 & \text{si } x < u_j \text{ o } x \geq u_{j+1} \end{cases}$$

para $j = -M, \dots, K + M - 1, x \in \mathbb{R}$ y

$$B_{j,p+1,u}(x) = \frac{x - u_j}{u_{j+p+1} - u_j} B_{j,p,u}(x) + \frac{u_{j+p+2} - x}{u_{j+p+2} - u_{j+1}} B_{j+1,p,u}(x)$$

para $j = -M, \dots, K + M - p - 2, p=0, \dots, M - 1, x \in \mathbb{R}^4$.

En la figura siguiente se muestra una representación gráfica de las 6 bases resultantes de trabajar con un polinomio de tercer grado, con tres nodos y 360 días.

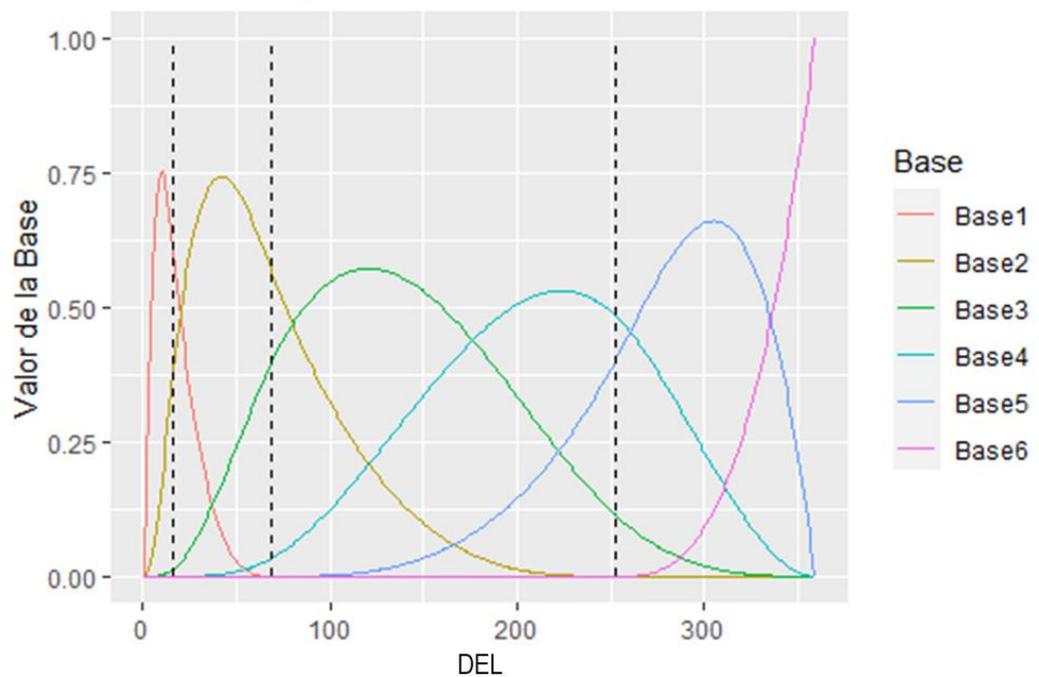


Figura 5. B-splines de tercer grado en el intervalo (0, 360) con nodos en 16, 69 y 252.

Los polinomios de Legendre (eq. [6]) son utilizados habitualmente para ajustar efectos aleatorios en modelos de regresiones aleatorias. Cualquier polinomio de grado n puede ser escrito como una combinación lineal de los polinomios de Legendre de grado 0 hasta n . Un polinomio de Legendre de grado n puede escribirse como:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n [(x^2 - 1)^n]}{dx^n}$$

con n entero (Bronshtein y Semendiaev, 1993).

Las soluciones de los polinomios de Legendre son ortogonales en el intervalo $[-1, 1]$, entonces, para las curvas de lactancia se estandarizan los tiempos respecto del parto (DEL) de la siguiente forma:

$$w(t) = 2 \frac{(t - t_{\min})}{(t_{\max} - t_{\min})} - 1$$

donde t_{\min} y t_{\max} son el tiempo mínimo y máximo, respectivamente.

Los polinomios de Legendre normalizados se obtienen de la siguiente manera:

$$\Phi_n(x) = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} P_n(x)$$

De esta forma, el polinomio de Legendre de orden 4, se define como:

$$Yt = \alpha_0 \Phi_0(w(t)) + \alpha_1 \Phi_1(w(t)) + \alpha_2 \Phi_2(w(t)) + \alpha_3 \Phi_3(w(t)) + \alpha_4 \Phi_4(w(t)) \quad [6]$$

El ajuste polinómico mediante polinomios de Legendre es más eficiente; es decir, si se utilizan directamente x , x^2 , x^3 ,... como las variables independientes de un modelo de regresión múltiple, puede ser numéricamente

inestable para un polinomio de grado alto; los polinomios ortogonales no tienen ese problema (Faraway, 2002).

Los polinomios de Legendre, al igual que la regresión polinomial de Ali y Schaeffer, tienen la ventaja de que pueden describir 32 posibles formas de curvas de lactancia (Macciotta et al., citados por Palacios-Espinosa et al. (2016)). Estos autores, al modelar las curvas de lactancia individuales de ganado siboney en Cuba, encontraron que los polinomios de Legendre reconocieron 20 tipos diferentes de curvas.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. BASE DE DATOS

La base de datos utilizada para estudiar la bondad de ajuste de cada modelo pertenece a Mejoramiento y Control Lechero Uruguayo. Esta base de datos contiene información de 519 tambos de la mayoría de los departamentos del país para el período 2007-2016. Está compuesta de 530.398 lactancias y 6.801.270 registros de producción de leche diarios de vacas holando (desde la primera lactancia hasta la quinta), provenientes de sistemas pastoriles de producción. Los datos están registrados en una planilla de cálculo y clasificados según número de vaca, número de lactancia, fecha de nacimiento, fecha de parto, fecha de secado, días en lactancia (del), leche real y leche a 305 días.

2.2. EDICIÓN DE DATOS

Con base en las fechas de parto, se establecieron las distintas estaciones de parto: otoño (febrero, marzo, abril), invierno (mayo, junio, julio), primavera (agosto, setiembre, octubre) y verano (noviembre, diciembre, enero) y, según el número de lactancia, se seleccionaron las vacas de primer parto. A partir de este primer análisis, se calculó la edad de la vaca al primer parto (epp) en función de la fecha de nacimiento y de la fecha de parto, y se clasificaron en dos grupos: 24-30 y 31-36 meses epp. Posteriormente, se seleccionaron los tambos pertenecientes a los departamentos de Colonia y San José (suroeste), los pertenecientes a Salto y Paysandú (noroeste) y los pertenecientes al departamento de Florida (centro). Con los días en lactancia, se crearon 25 clases cada 15 días (delc). Solo se tomaron en cuenta las lactancias mayores a 305 días y los registros menores a 360 días. Para la eliminación de *outliers*, se utilizó el siguiente modelo mixto:

$$Y_{ijkl} = \mu + delc_i + l_j + v_k + r_l + e_{ijkl}$$

Donde: Y_{ijkl} corresponde a la producción de leche, definida por la media poblacional (μ), más el efecto fijo de la i -ésima clase ($delc_i$), la j -ésima lactancia (l_j), el efecto aleatorio de la k -ésima vaca (v_k), l -ésimo tambo-año (r_l) y el efecto aleatorio asociado a los residuales (e_{ijkl}).

A partir de este modelo, se eliminaron de la base de datos los registros cuyos residuos estandarizados fueron superiores al valor absoluto de 5 (figura 6).

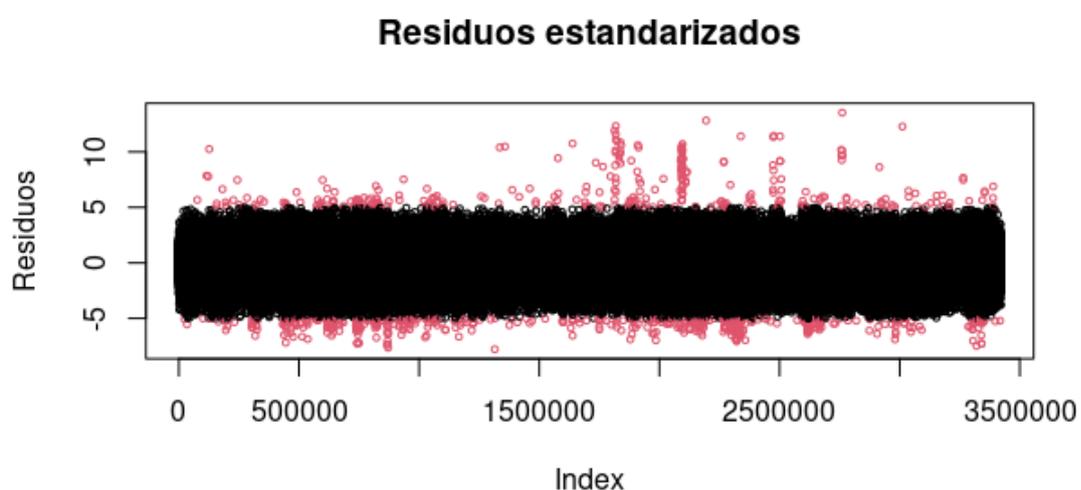


Figura 6. Residuos estandarizados

2.3. CARACTERIZACIÓN DE LA BASE DE DATOS

Los datos a analizar, luego de depurar la base de datos, corresponden a un total de 339 tambos, con 61.761 lactancias y 691.131 registros de producción de leche.

2.3.1. Distribución de los partos

En las figuras siguientes se muestra la distribución de los partos según mes para cada región.

La región suroeste contiene información de 198 tambos (34.572 lactancias), la región centro de 109 tambos (19.191 lactancias) y la región noroeste de 32 tambos (7.998 lactancias).

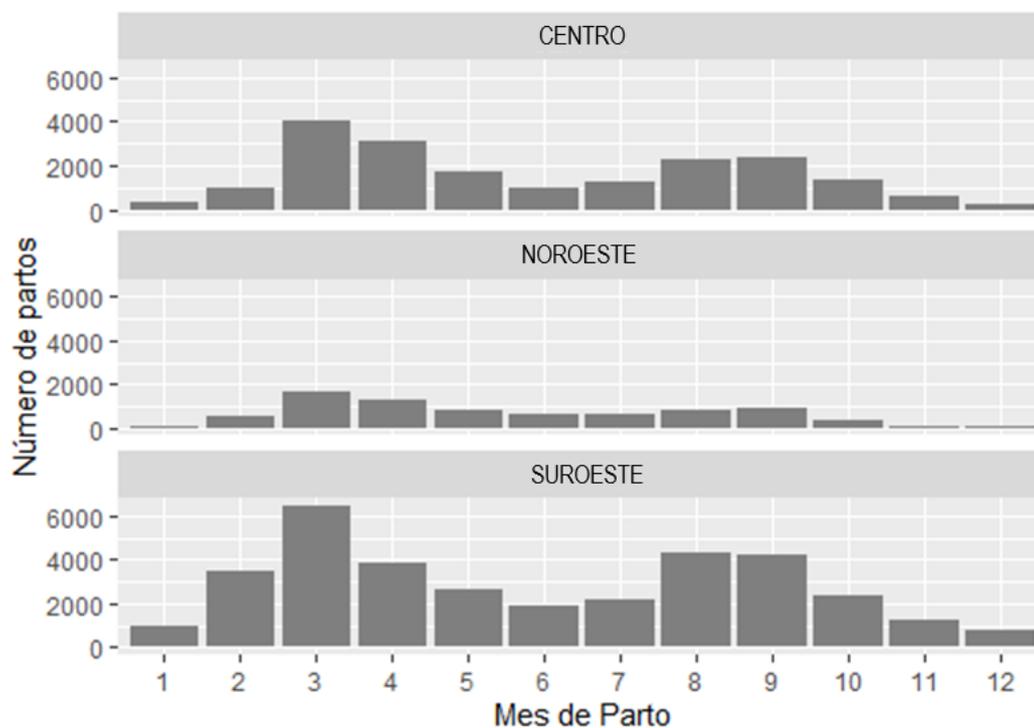


Figura 7. Distribución de partos por región según mes de parto

En la figura se puede observar que los partos están concentrados en las estaciones de otoño y primavera en las tres regiones, siendo el verano la estación del año en que se dan las menores cantidades de partos. A su vez, se puede apreciar que la mayoría de los datos pertenecen a las regiones sur y centro, habiendo poca información para el norte del país. La distribución de las frecuencias de partos a lo largo del año es similar a las presentadas por Urioste et al. (2002) y Dutto (2012).

2.3.2. Mediana y cuartiles de la producción de leche según estación de parto

En las figuras siguientes se muestran los cuartiles y la mediana de producción de leche en función de las 25 clases creadas de días en lactancia. Se puede apreciar que, dependiendo de la estación de parto de la vaca, la curva de producción de leche toma formas distintas. La curva de producción de otoño parece mostrar dos picos de producción, mientras que la curva de

invierno y primavera responde más a una forma clásica. Estos datos son similares a los obtenidos por Dutto (2012).

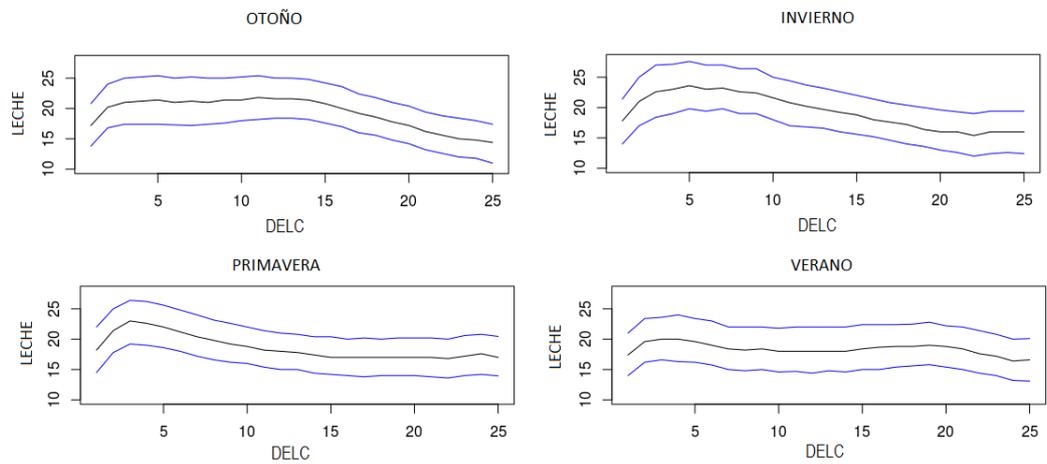


Figura 8. Mediana y cuartiles de producción de leche según estación de parto

2.4. MODELOS ESTUDIADOS

De manera de poder analizar y caracterizar la curva de producción de leche de las vacas, se estudiaron los siguientes modelos para vacas primíparas:

<p>a) Modelo general de clases de días en leche:</p> $Y_t = \mu + delc + \varepsilon_{ij}$
<p>b) Modelo de Wilmink (1987):</p> $Y_t = a + be^{-kt} + ct + \varepsilon_{ij}$
<p>c) Regresión polinomial de Ali y Schaeffer (1987):</p> $Y_t = a + b\left(\frac{t}{360}\right) + c\left(\frac{t}{360}\right)^2 + d * \log\left(\frac{360}{t}\right) + k * \left(\log\left(\frac{360}{t}\right)\right)^2 + \varepsilon_{ij}$
<p>d) Splines cúbicos:</p> $Y_t = \sum_i B_i(x)\alpha_i + \varepsilon_{ij}$
<p>e) Polinomios de Legendre de cuarto orden:</p> $Y_t = \alpha_0xP_0 + \alpha_1xP_1 + \alpha_2xP_2 + \alpha_3xP_3 + \alpha_4xP_4 + \varepsilon_{ij}$

En todos los modelos, Y_t es la producción de leche en el tiempo t (correspondiente a los días en lactancia), a , b , c , d y k son parámetros de regresión (modelos paramétricos) y ε_{ij} son los efectos aleatorios asociados a los errores de la j -ésima producción en el i -ésimo día de lactancia.

Los parámetros a , b , y c del modelo de Wilmink y Ali y Schaeffer se encuentran asociados al nivel de producción y el parámetro k está relacionado con el tiempo al pico de lactancia y usualmente se asume como fijo (Wilmink, 1987, Silvestre et al., 2006). En este trabajo se utilizó un valor de k de 0,05. En el modelo general de clases de días en lactancia, se generaron 25 clases cada 15 días, en donde todos los registros existentes entre estos días pertenecen a una misma clase.

2.5. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Para el análisis de cada modelo, se evaluaron inicialmente los efectos de la región, la estación del año y la edad al primer parto, anidados cada uno dentro de la curva y sus distintas interacciones. Además, se agregaron los efectos aleatorios de la vaca y el tambo-año.

Modelo utilizado:

$$Y(t) = \mu + factor_i(curva) + v_j + r_k + \varepsilon_{ijk}$$

Dónde:

$Y(t)$ = Producción de leche en el día t

$factor_i$ = i -ésimo factor (estación, región, epp, estación-región, estación-epp, región-epp, estación-región-epp)

$curva$ = modelo estudiado (clases, Wilmink, Ali & Schaeffer, splines cúbicos, polinomios de Legendre de grado 4)

v_j = efecto aleatorio de la j -ésima vaca

r_k = efecto aleatorio del k -ésimo tambo-año

ε_{ijk} = efecto aleatorio asociado al residual

Se trabajó con el método de estimación de máxima verosimilitud de manera de que sean comparables todos los modelos. Las funciones implementadas en R (R Core Team, 2022) para el ajuste de los modelos fueron `bs()` del paquete 'splines' (Eilers & Marx, 1996) y `lmer()` del paquete 'lme4' (Bates et al., 2015). Los modelos se seleccionarán con base en criterios de AIC.

Para la comparación de las distintas curvas obtenidas, se utilizó el modelo que presentó mejor ajuste y se realizaron contrastes entre los coeficientes de estas utilizando la función `contest()` del paquete 'lmerTest' (Kuznetsova et al., 2017) de R (R Core Team, 2022).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. AJUSTE DE LOS DISTINTOS MODELOS MATEMÁTICOS

En la figura siguiente se muestran los valores obtenidos de AIC para cada modelo según los distintos factores fijos anidados dentro de la curva.

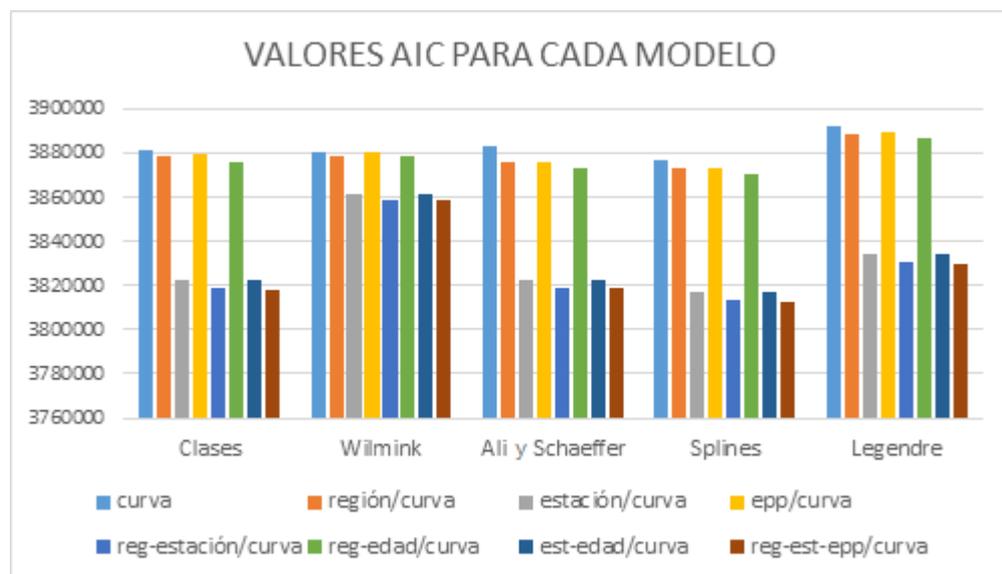


Figura 9. Valores de AIC para cada modelo para distintos factores fijos anidados dentro de la curva.

Se denominó “curva” al ajuste de los distintos modelos estudiados. Como se puede apreciar en la figura, el ajuste de cada modelo mejora cuando anidamos dentro de la curva los factores de región, estación y edad al primer parto. Si observamos los valores de AIC cuando agregamos solo el efecto estación, podemos ver que hay una clara mejora en el ajuste del modelo, siendo este factor el que más incidencia tiene sobre la curva de producción de leche. Esto tiene sentido, ya que los sistemas de producción lechera del Uruguay son con base en pasturas y están asociados a la estacionalidad de estas. A su vez, los animales se encuentran expuestos al ambiente exterior, existiendo evidencias que indican que, para el verano, la zona norte de

nuestro país se encuentra fuera del rango óptimo de temperatura y humedad relativa (Flamenbaum, 1994, Cruz y Saravia, 2008).

Si observamos los efectos de la región y de la edad al primer parto, podemos apreciar que hay una leve mejora en el ajuste obtenido de los modelos cuando estos factores son anidados a la curva. Este ajuste mejora cuando incluimos la interacción de estos factores con el efecto de la estación de parto.

Para todos los modelos analizados, se puede apreciar que la curva que mejor ajuste presenta es aquella anidada dentro de la interacción de los tres factores fijos bajo estudio; por lo tanto, es la que se utilizará para el estudio de estos.

3.2. ANÁLISIS DE CADA MODELO PROPUESTO

Se realizó un primer análisis de la bondad de ajuste de los modelos paramétricos y no paramétricos tomando en cuenta el efecto estación del año, el efecto edad al primer parto y el efecto región. De los modelos analizados, el que mostró el mejor ajuste fue el spline cúbico seguido por el modelo de Ali y Schaeffer, mientras que el que presentó el peor ajuste fue el modelo de Wilmink.

3.2.1. Modelo de clases de días en lactancia

Con los días en lactancia se crearon 25 clases cada 15 días, en donde todos los registros presentes en esos días pertenecen a una misma clase. A partir de este modelo, podemos apreciar la forma que adopta la curva de lactancia sin ajustarle ninguna curva específica.

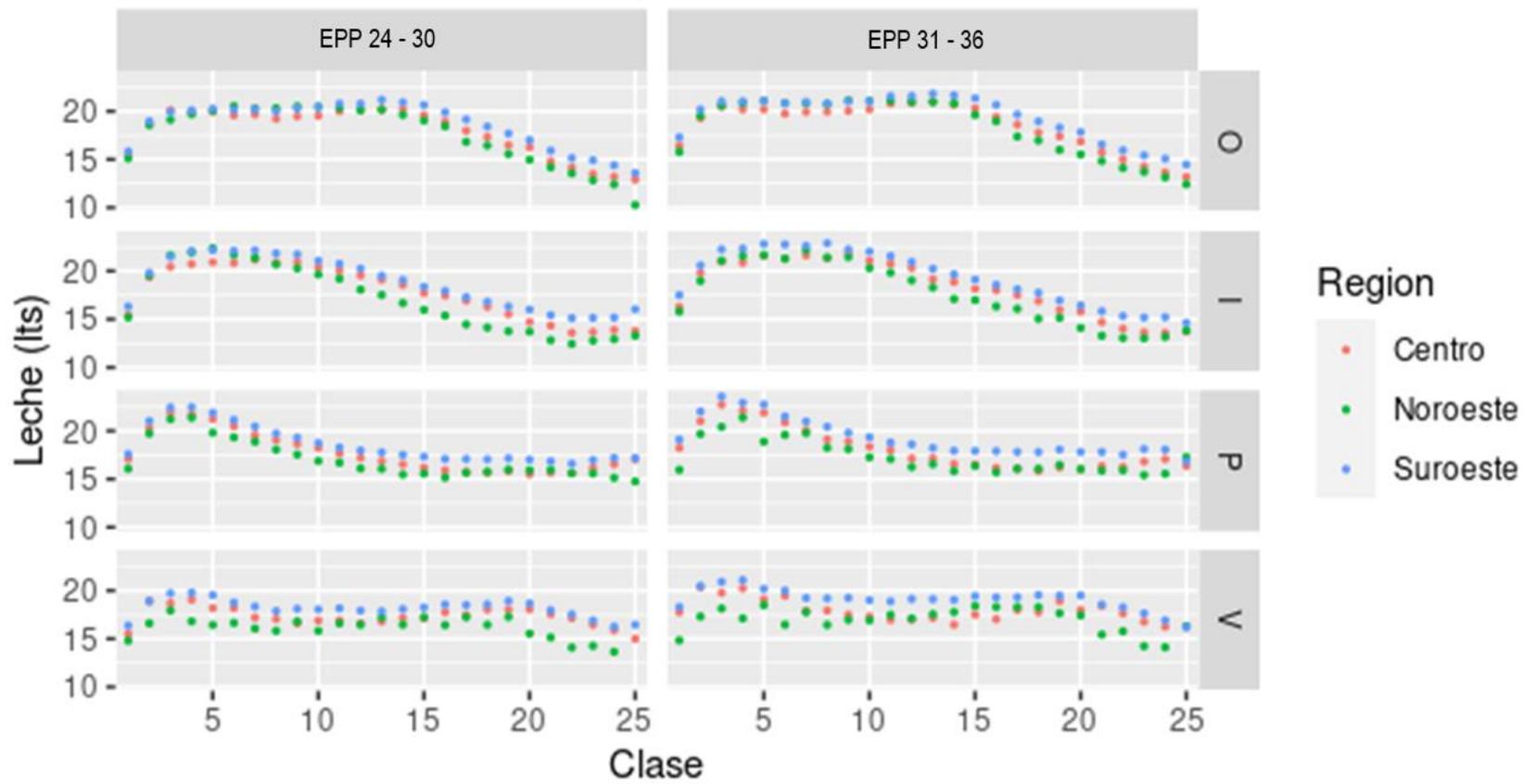


Figura 10. Medias ajustadas por estación y edad al primer parto según región

En las figuras presentadas se puede ver la forma que adopta la curva de lactancia en cada región para cada estación y edad al primer parto. La mayor diferencia en las curvas se encuentra entre las distintas estaciones de parto. Al igual que en las figuras presentadas anteriormente sobre la mediana y los cuartiles de producción de leche (figura 7), se puede ver que en los partos de otoño la curva presenta un doble pico de producción, en los partos de invierno y primavera responde más a una forma clásica como la que describe Wood (1967) y en los partos de verano no presenta un pico marcado, aunque la persistencia es alta, con una producción de leche más constante a lo largo de la lactancia.

Observando las diferencias entre regiones se puede ver que las curvas de lactancia correspondientes al norte del país tienen una caída un poco más pronunciada en el otoño e invierno en relación con las curvas de lactancia correspondientes a la región sur del país.

3.2.2. Modelo de Wilmink

En la figura siguiente (figura 10) se muestra el ajuste del modelo de Wilmink por estación y edad al primer parto según región.

Observando las figuras obtenidas podemos apreciar cómo influye la estación de parto en las curvas ajustadas, principalmente en los partos de primavera y verano. Si bien se tratan todas de curvas típicas, en las estaciones de invierno y otoño la curva alcanza un pico notorio y luego desciende, mientras que en primavera y verano este pico no es tan pronunciado.

En los partos de verano la producción de leche es más constante a lo largo de la lactancia. Es durante estas últimas estaciones en las que se puede observar las mayores diferencias entre regiones. En los cuadros 3, 4 y 5 se presentan los parámetros estimados para cada curva.

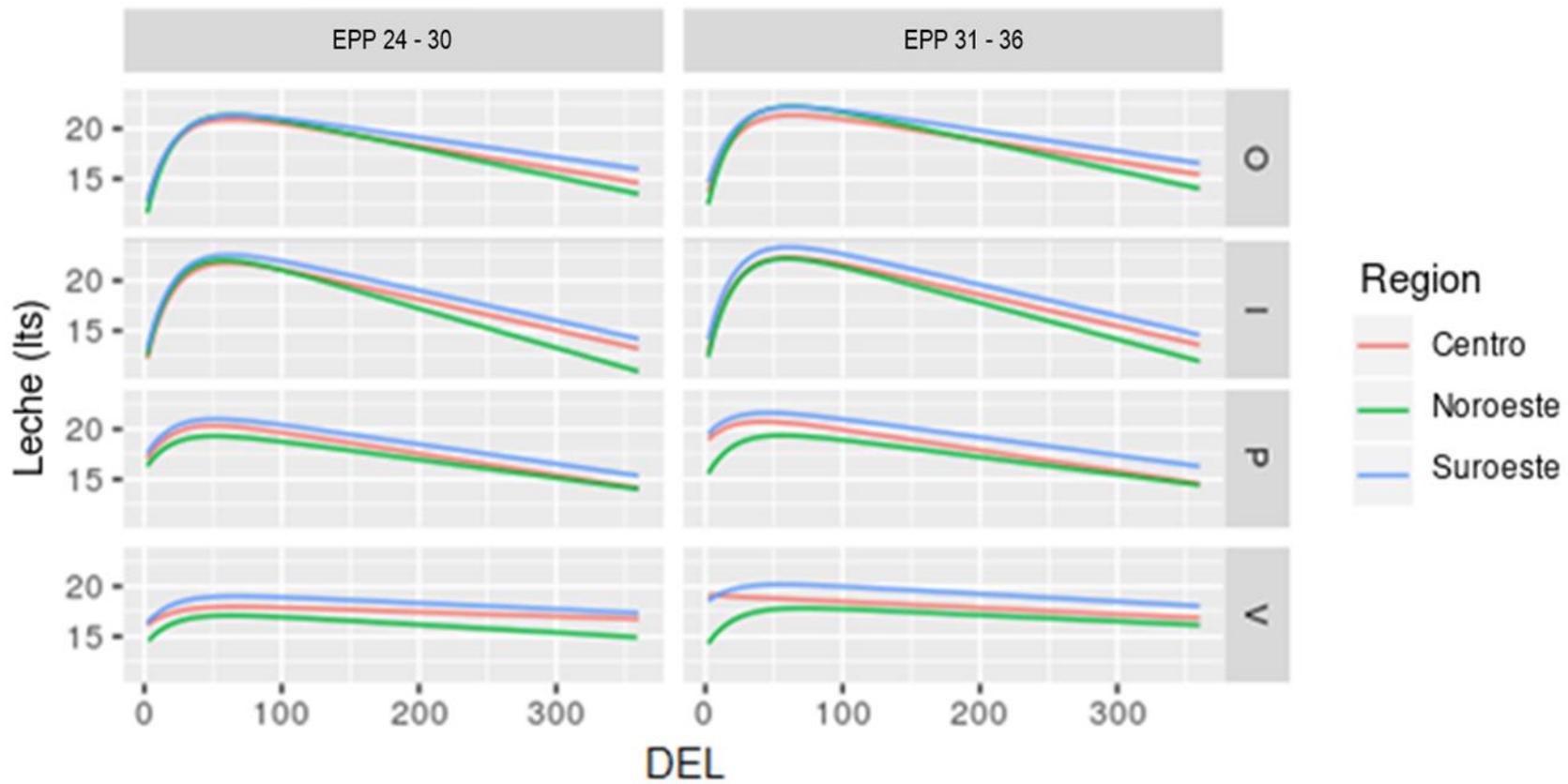


Figura 11. Producción promedio estimada de leche por día mediante el modelo de Wilmink por estación y edad al primer parto según región

El modelo planteado por Wilmink describe de buena manera la curva de producción de leche estándar de un rodeo lechero. Esta curva de producción de leche puede describirse adecuadamente a través del nivel de producción de la curva (a), la tasa de incremento antes del pico de producción (b) y la tasa de declive de la curva después del pico de producción (c) (Wilmink, 1987). Sin embargo, se sabe que la forma que adopta la curva de lactancia varía según la estación de parto, principalmente, diferenciándose de la curva estándar de producción. Por lo tanto, al forzar una curva determinada podría estar sobreestimando y subestimando la producción de leche al inicio y al final de la lactancia, respectivamente, además de que no tiene la capacidad de captar el doble pico de producción que presentan algunas curvas en los partos de otoño.

Cuadro 3. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región sur según estación y EPP

EPP 24-30			
	a	b	c
OTOÑO	23,05 ± 0,10	-11,35 ± 0,12	-0,0197 ± 0,0002
INVIERNO	25,01 ± 0,11	-13,03 ± 0,14	-0,0300 ± 0,0002
PRIMAVERA	22,41 ± 0,10	-5,294 ± 0,11	-0,0196 ± 0,0001
VERANO	19,54 ± 0,13	-3,48 ± 0,24	-0,0061 ± 0,0003
EPP 30-36			
OTOÑO	23,89 ± 0,10	-10,26 ± 0,11	-0,0204 ± 0,0001
INVIERNO	25,83 ± 0,12	-12,88 ± 0,20	-0,0312 ± 0,0003
PRIMAVERA	22,41 ± 0,11	-3,57 ± 0,17	-0,0181 ± 0,0002
VERANO	19,54 ± 0,14	-2,4 ± 0,26	-0,0075 ± 0,0003

Cuadro 4. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región norte según estación y EPP

EPP 24-30			
	a	b	c
OTOÑO	23,72 ± 0,27	-13,35 ± 0,29	-0,0284 ± 0,0004
INVIERNO	25,04 ± 0,27	-13,7 ± 0,26	-0,0392 ± 0,0004
PRIMAVERA	20,6 ± 0,26	-4,71 ± 0,22	-0,0183 ± 0,0003
VERANO	17,74 ± 0,44	-3,64 ± 1,02	-0,0079 ± 0,0012
EPP 30-36			
OTOÑO	24,65 ± 0,25	-13,44 ± 0,18	-0,0295 ± 0,0002
INVIERNO	25,06 ± 0,27	-13,96 ± 0,31	-0,0364 ± 0,0004
PRIMAVERA	20,69 ± 0,30	-5,62 ± 0,38	-0,0174 ± 0,0006
VERANO	18,43 ± 0,41	-4,59 ± 0,85	-0,0064 ± 0,0011

Cuadro 5. Parámetros estimados del modelo de Wilmink para la región centro según estación y EPP

EPP 24-30			
	a	b	c
OTOÑO	22,84 ± 0,15	-11,12 ± 0,15	-0,0229 ± 0,0002
INVIERNO	24,23 ± 0,15	-13,21 ± 0,20	-0,0306 ± 0,0003
PRIMAVERA	21,82 ± 0,15	-5,25 ± 0,15	-0,0214 ± 0,0002
VERANO	18,31 ± 0,21	-2,37 ± 0,40	-0,0043 ± 0,0005
EPP 30-36			
OTOÑO	23,14 ± 0,14	-10,41 ± 0,15	-0,0214 ± 0,0002
INVIERNO	24,82 ± 0,16	-13,12 ± 0,25	-0,3122 ± 0,0003
PRIMAVERA	22,02 ± 0,16	-3,34 ± 0,23	-0,0207 ± 0,0003
VERANO	19,09 ± 0,21	0,05 ± 0,44	-0,0063 ± 0,0006

3.2.3. Modelo de Ali y Schaeffer

Este modelo posee un mayor número de coeficientes en comparación con el modelo de Wilmink, lo cual permite ajustar un rango mayor de curvas a pesar de que sus parámetros no tienen un significado biológico-productivo

específico (Macciotta et al., 2011). El parámetro a está asociado a la producción de leche al pico, los parámetros d y k están asociados a la porción creciente anterior de la curva y los parámetros b y c , a la decreciente.

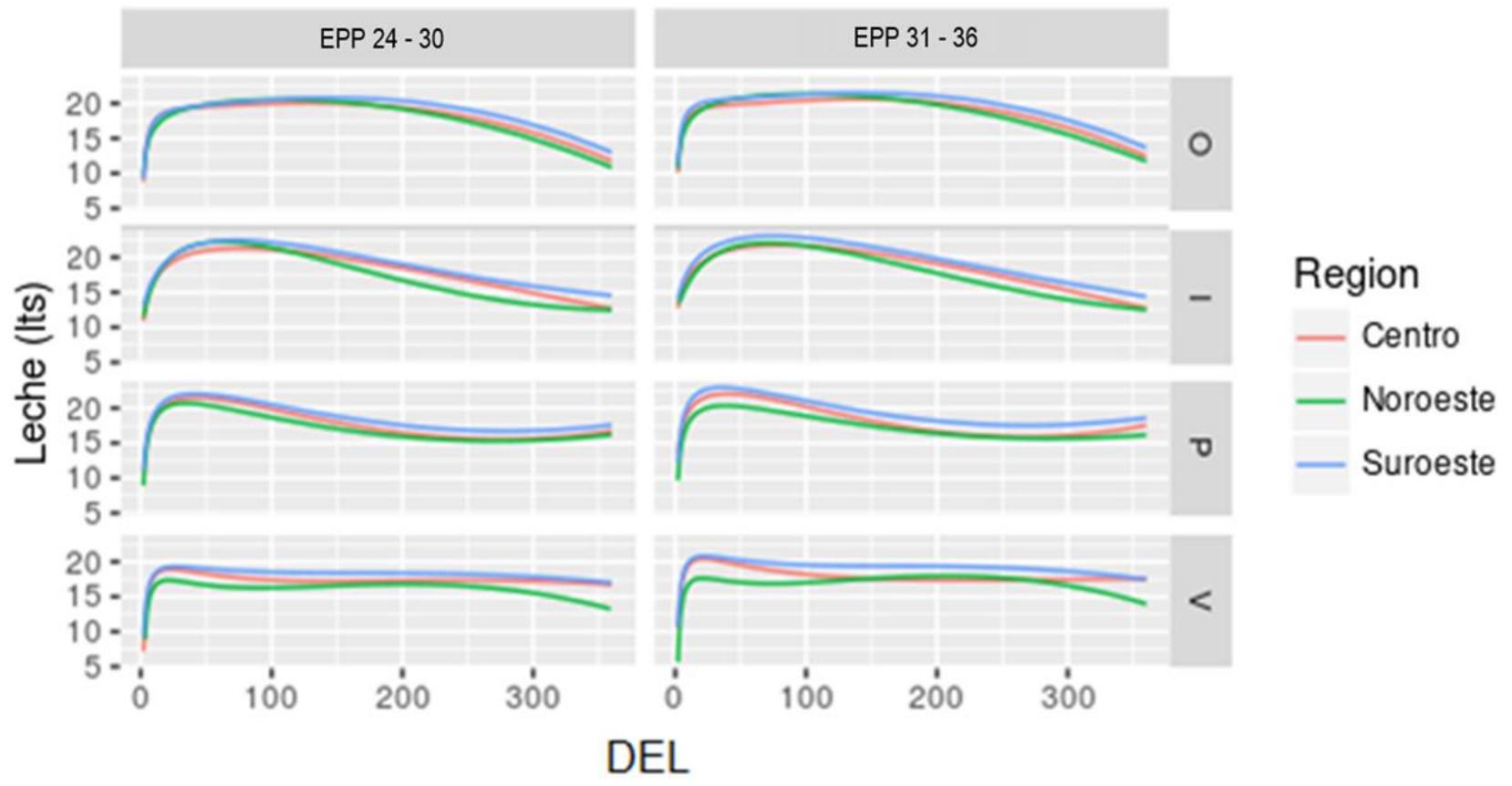


Figura 12. Producción promedio estimada de leche por día mediante el modelo de Ali y Schaeffer por estación del año y edad al primer parto según región.

Este modelo, a diferencia del modelo de Wilmink, aporta mayor flexibilidad, lo que permite obtener mayor diversidad de curvas. En los partos de otoño, la producción de leche presenta gran persistencia, observándose diferencias entre el sur y el norte del país a partir de la mitad de la lactancia hacia adelante. En invierno se puede apreciar una curva típica de producción de leche con un ascenso hasta un pico de producción y luego un descenso hacia el final de la lactancia. Para los partos de primavera, se puede observar que el pico de producción se da antes que en las demás estaciones y luego se produce un descenso en la producción de leche con una concavidad positiva de la curva. Por último, para los partos de verano no se observa un pico marcado en la producción y esta se mantiene más constante a lo largo de toda la lactancia. En los cuadros 6, 7 y 8 se presentan los parámetros estimados para cada curva.

Cuadro 6. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región sur según estación y EPP

EPP 24-30					
	a	b	c	d	k
OTOÑO	0,43 ± 0,86	0,42 ± 1,46	-0,3 ± 0,65	0,1 ± 0,47	-1,7 ± 0,07
INVIERNO	48,22 ± 1,00	-49,39 ± 1,70	15,74 ± 0,76	-11,87 ± 0,54	0,99 ± 0,08
PRIMAVERA	29,38 ± 0,76	30,82 ± 1,28	19,02 ± 0,57	-0,72 ± 0,41	-0,53 ± 0,06
VERANO	-3,06 ± 1,68	33,55 ± 2,83	-13,47 ± 1,26	13 ± 0,91	-2,05 ± 0,13
EPP 30-36					
OTOÑO	-0,39 ± 0,76	44,63 ± 1,28	-30,58 ± 0,57	11,35 ± 0,41	-1,77 ± 0,06
INVIERNO	43,8 ± 1,42	-38,79 ± 2,41	9,41 ± 1,08	-9,53 ± 0,77	-0,74 ± 0,11
PRIMAVERA	25,57 ± 1,18	-24,31 ± 2,00	17,33 ± 0,89	1,73 ± 0,64	-0,82 ± 0,09
VERANO	-6,76 ± 1,85	41,76 ± 3,11	-17,53 ± 1,37	15,54 ± 1,01	-2,35 ± 0,14

Cuadro 7. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región norte según estación y EPP

EPP 24-30					
	a	b	c	d	k
OTOÑO	15,77 ± 2,12	14,62 ± 3,62	-19,49 ± 1,64	2,66 ± 1,13	-0,73 ± 0,16
INVIERNO	56,81 ± 1,85	-72,40 ± 3,15	28,06 ± 1,43	-15,31 ± 0,98	1,28 ± 0,13
PRIMAVERA	19,10 ± 1,58	-17,29 ± 2,67	14,38 ± 1,20	4,00 ± 0,83	-1,14 ± 0,11
VERANO	-24,22 ± 7,06	70,03 ± 11,74	-32,59 ± 5,03	22,63 ± 3,90	-3,31 ± 0,56
EPP 30-36					
OTOÑO	17,50 ± 1,27	11,68 ± 2,13	-17,43 ± 0,96	2,43 ± 0,66	-0,72 ± 0,09
INVIERNO	56,03 ± 2,18	-64,59 ± 3,70	21,05 ± 1,67	-16,08 ± 1,16	1,53 ± 0,16
PRIMAVERA	21,29 ± 2,74	-17,77 ± 4,68	12,66 ± 2,12	2,29 ± 1,45	-0,87 ± 0,20
VERANO	-24,02 ± 6,37	74,17 ± 10,63	-36,21 ± 4,58	22,25 ± 3,51	-3,20 ± 0,51

Cuadro 8. Parámetros estimados del modelo de Ali y Schaeffer para la región centro según estación y EPP

EPP 24-30					
	a	b	c	d	k
OTOÑO	-1,64 ± 1,04	43,31 ± 1,77	-29,86 ± 0,80	11,65 ± 0,55	-1,87 ± 0,08
INVIERNO	34,82 ± 1,38	-25,41 ± 2,34	3,26 ± 1,04	-5,66 ± 0,74	0,21 ± 0,10
PRIMAVERA	33,81 ± 1,08	-41,16 ± 1,81	24,05 ± 0,80	-3,11 ± 0,58	-0,25 ± 0,08
VERANO	-10,94 ± 2,79	42,72 ± 4,72	-15,06 ± 2,09	17,14 ± 1,51	-2,64 ± 0,21
EPP 30-36					
OTOÑO	-2,81 ± 1,04	47,29 ± 1,75	-32,03 ± 0,78	12,20 ± 0,56	-1,88 ± 0,08
INVIERNO	35,66 ± 1,74	-24,02 ± 2,94	1,08 ± 1,31	-6,28 ± 0,94	0,36 ± 0,13
PRIMAVERA	37,54 ± 1,52	-48,01 ± 2,58	28,01 ± 1,15	-4,92 ± 0,82	0,06 ± 0,12
VERANO	-2,51 ± 2,97	26,01 ± 5,01	-5,93 ± 2,21	13,62 ± 1,62	-2,15 ± 0,23

3.2.4. Splines cúbicos

Los polinomios tienen la ventaja de dar suavidad a la curva, pero la desventaja de que cada dato afecta el ajuste globalmente. Una solución a este problema es partir el rango de la función en intervalos y en cada uno de ellos ajustar un polinomio para aproximar la función. En eso consisten los splines. En este tipo de modelo no paramétrico no hay una fórmula simple que describa la relación funcional, pero tiene la ventaja de ser más flexible (Faraway, 2002).

En la figura 12 se presenta el ajuste de splines cúbicos para los factores en estudio en este trabajo.

Como puede observarse en las figuras, a través de los splines podemos obtener mayor variedad de curvas al ajustarse estas a los datos y no forzar una curva determinada. La estación de parto es lo que diferencia más a las curvas de lactancia, observándose una curva típica en partos de invierno y un doble pico de producción en los partos de otoño. Al igual que en el modelo de Ali y Schaeffer, se puede ver que en primavera se produce el pico de producción más temprano y luego la curva desciende con una concavidad positiva y, por último, en verano es cuando se dan las mayores diferencias entre regiones, sin presentar la curva de producción un pico notorio y siendo la producción de leche más constante a lo largo de la lactancia.

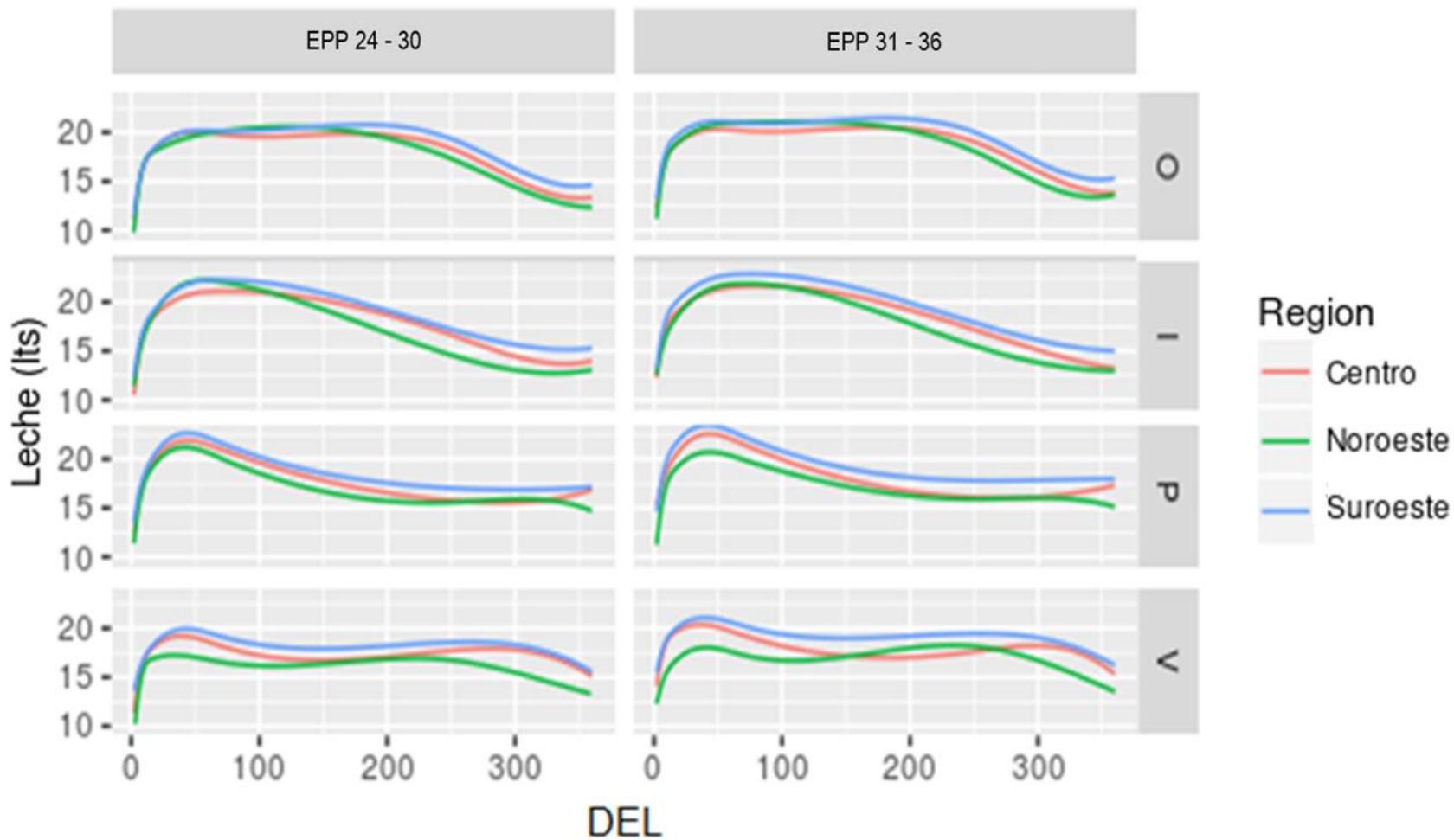


Figura 13. Producción promedio estimada de leche por día mediante splines cúbicos por estación del año y edad al primer parto según región.

3.2.5. Polinomios de Legendre de cuarto orden

Al igual que los splines, los polinomios de Legendre otorgan una mayor flexibilidad y, por tanto, mayor diversidad de curvas.

En la figura siguiente (figura 13) se presentan los polinomios de Legendre ajustados para los factores en estudio en este trabajo.

Las diferencias entre curvas se pueden apreciar en las distintas estaciones de parto. A diferencia de los demás modelos analizados, el ajuste de polinomios de Legendre permite visualizar una mayor diferencia entre las regiones bajo estudio. En los partos de invierno se sigue observando la existencia de una curva más típica de producción y es en verano cuando existen mayores diferencias entre regiones, observándose la misma tendencia que en los demás modelos estudiados de no haber un pico notorio de producción de leche y de mostrar una producción más constante a lo largo de la lactancia.

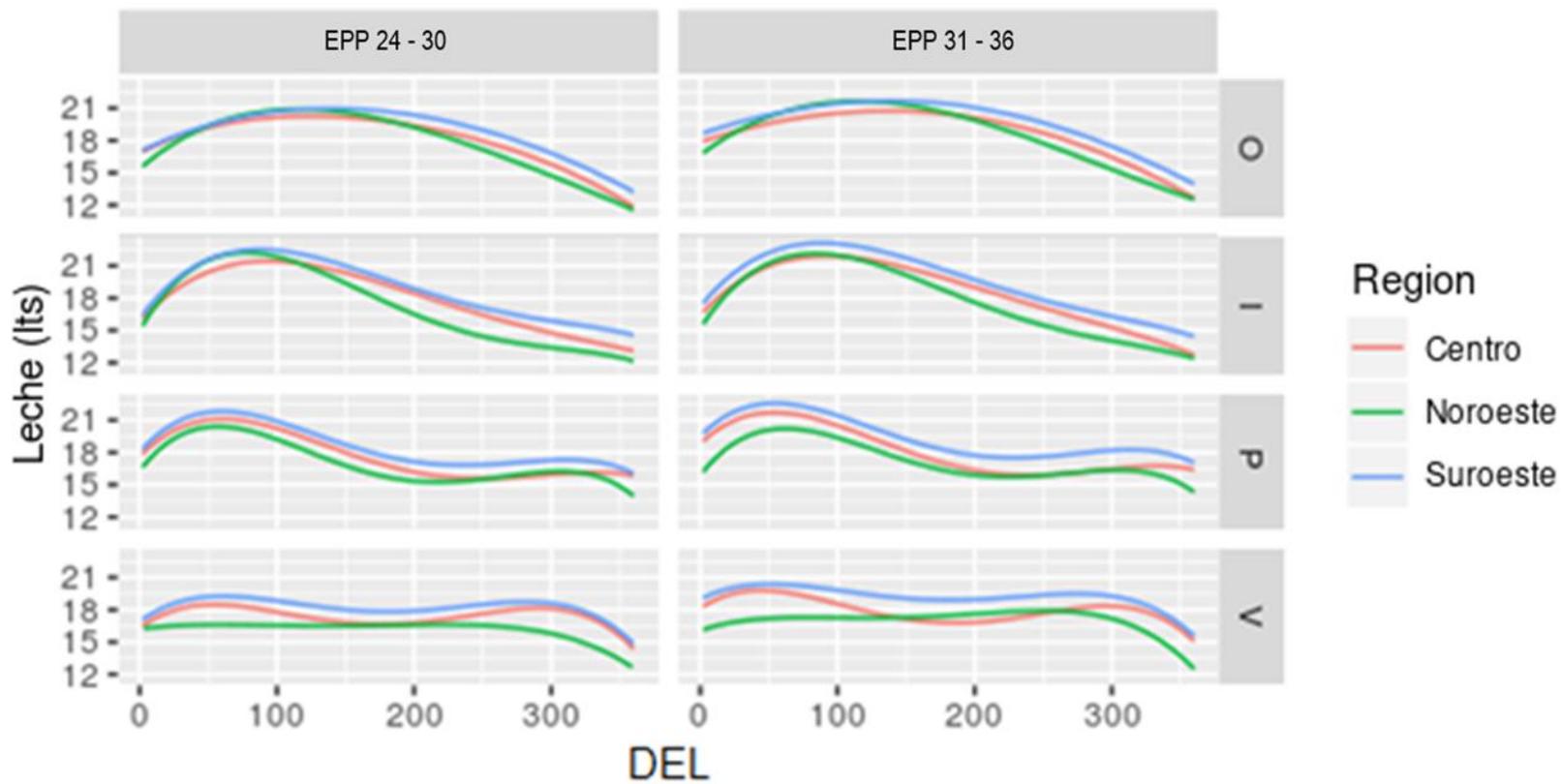


Figura 14. Producción promedio estimada de leche por día mediante polinomios de Legendre de cuarto orden por estación y edad al primer parto según región

3.3. MODELO QUE MEJOR DESCRIBE LA CURVA DE LACTANCIA

Observando los modelos estudiados en este trabajo, los splines cúbicos son los que mejor se ajustan a los datos analizados y nos permiten visualizar una mayor diversidad de curvas entre las distintas estaciones de parto y las diferentes regiones. Sin embargo, al tratarse de un modelo no paramétrico, es difícil obtener una ecuación sencilla que describa la curva de lactancia. De esta manera, en la práctica se podría utilizar el modelo de Ali y Schaeffer, cuya utilización e interpretación es más fácil por tratarse de un modelo paramétrico.

Naya et al. (2002) ajustaron los registros de 5607 lactancias de vacas holando pertenecientes a productores comerciales agrupados en el Instituto Nacional para el Mejoramiento Lechero mediante el modelo bifásico de Grossman y Koops. Encontraron que la importancia relativa de las dos fases de lactación varía con la época de parición y que el modelo parece tener la flexibilidad necesaria para captar diferencias en la forma de las curvas.

Fernández et al. (2001), con el objetivo de caracterizar la curva de lactancia en el genotipo siboney de Cuba, evaluó el modelo de Wood, Ali y Schaeffer y la función cuadrática logarítmica. Encontraron que el modelo que mejor se ajustó a los datos fue el de Ali y Schaeffer con un valor de R^2_A de 92,34 %.

Macciotta et al. (2005) analizaron la relación entre la forma de las curvas de lactancia y las propiedades matemáticas de las funciones ajustadas: Wood, Wilmink, Ali y Schaeffer y polinomios de Legendre normalizados de cuarto orden. Ajustaron las distintas funciones para cada lactancia y estudiaron la forma de las que tenían un R^2 mayor a 0,75. Concluyeron que los modelos de Wood y Wilmink detectan principalmente dos tipos de curvas: las estándar y las atípicas. Por otra parte, las otras funciones (Ali y Schaeffer, y polinomios de Legendre) son más flexibles a pesar de que tal característica los hace más sensibles a la variación local aleatoria en la producción de leche.

Dutto (2012), con el objetivo de generar un modelo aproximado para vacas holando de primera lactancia, estudió distintos modelos paramétricos y no paramétricos: Wood, Wilmink, y Ali y Schaeffer, polinomios de Legendre, smoothing splines y regression splines. De estos modelos, los que presentaron mejor ajuste fueron Ali y Schaeffer, polinomios de Legendre de cuarto orden y smoothing splines. A su vez, el ajuste de todos los modelos fue mejor en pariciones de invierno y primavera (junio-octubre) y peor en verano (enero-febrero).

Autores como Cañas et al. (2011) y Vásquez et al. (2021) sostienen que el modelo que mejor se ajusta a la curva de lactancia es el modelo de Wood.

3.4. EFECTO DE LOS DISTINTOS FACTORES QUE INFLUYEN SOBRE LA CURVA DE LACTANCIA

De los factores estudiados se pudo ver que existe un claro efecto de la estación de parto sobre la forma que adopta la curva de lactancia. Sin embargo, no es tan claro el efecto de la región y la edad al primer parto. Por tal motivo, a partir del modelo que mejor ajuste tuvo (spline cúbico), se realizaron contrastes entre los coeficientes asociados a las bases de los splines para las distintas curvas para ver si existían diferencias significativas entre estas (cuadros 9 y 10).

3.4.1. Efecto estación de parto

Para todos los modelos estudiados, se pudo observar que las curvas de lactancia pertenecientes a los partos de otoño son las más persistentes, las de invierno y primavera responden más a una forma clásica, y las de verano no presentan un pico notorio de producción de leche y son más constantes a lo largo de la lactancia. En Uruguay, está demostrado que en el verano se dan condiciones meteorológicas adversas que deprimen la producción de leche entre un 5 y 10 % en vacas holando (Bartaburu, 2000).

Cuatin (2007) realizó una caracterización de datos obtenidos de registros de 25 años de la Estación Experimental Rafaela del INTA, teniendo en cuenta primeras y segundas lactancias, y el otoño y la primavera como

estaciones de parto. Encontró que la producción de leche es mayor en los partos de primavera respecto a los de otoño, pero la persistencia de los de otoño es mayor.

Koncagul y Yazgan (2008) estudiaron la curva de lactancia de vacas holando de primera lactancia en la región sureste de Turquía y encontraron que los picos de producción fueron menores en verano debido a la limitación del alimento y al estrés térmico, mientras que la mayor producción al pico y producción total durante la lactancia se produjeron en los partos de invierno y primavera.

Similares resultados obtuvieron Romano et al. (2016), quienes evaluaron el efecto de la estación y el número de parto en vacas holando argentino utilizando registros correspondientes a 2900 lactancias provenientes de tambos de la provincia de Santa Fe. Dentro de las vacas de primer parto, la producción de leche fue similar entre las distintas estaciones de parto, siendo la primavera la época de mayor producción (3 % mayor) respecto a la época de menor producción (verano).

3.4.2. Efecto región

En el siguiente cuadro se presenta el p-valor obtenido para cada contraste realizado entre los coeficientes de regresión de las distintas curvas, de manera de poder comparar las tres regiones en estudio.

Cuadro 9. P-valor obtenido para contrastes entre regiones según estación y edad al primer parto.

Epp	Litoral sur-litoral norte			
	Otoño	Invierno	Primavera	Verano
1	1.45e-115	5.65e-173	7.60e-31	2.41e-11
2	2.24e-251	8.60e-39	2.48e-17	3.41e-17
Epp	Centro-litoral norte			
	Otoño	Invierno	Primavera	Verano
1	5.39e-64	8.67e-177	2.97e-55	4.40e-11
2	2.26e-176	5.30e-47	4.92e-31	6.83e-32
Epp	Centro-litoral sur			
	Otoño	Invierno	Primavera	Verano
1	5.20e-62	6.39e-34	2.96e-43	9.80e-09
2	4.00e-11	2.36e-14	2.67e-37	1.21e-32

Los resultados obtenidos muestran que existen diferencias significativas entre las distintas curvas correspondientes a cada región. Si bien esto puede deberse a la gran cantidad de datos analizados, en las figuras se puede observar que durante las estaciones de primavera y verano es cuando se visualizan mayores diferencias entre las regiones en estudio.

Para todos los casos, se puede apreciar que las lactancias pertenecientes al litoral sur presentan una mayor producción de leche que aquellas pertenecientes al litoral norte del país. Esto tiene sentido, ya que existen diferencias meteorológicas entre las regiones bajo estudio. Saravia y Cruz (2006) caracterizaron las olas de calor en el departamento de Salto para una serie de 5 años y observaron que las olas de mayor duración ocurren durante los meses de diciembre y enero con un promedio de 10 horas de ITH mayor o igual al umbral de peligro (78) y 6 horas en promedio por encima del umbral de emergencia (82). A su vez, observaron una disminución de 41,1 % en las horas de pastoreo durante los días de olas de calor severas respecto a días donde no hubo olas de calor.

Cruz y Saravia (2008) encontraron que el número de horas promedio con valores de ITH superiores a 72 abarcó más del 75 % de la fase diurna y más del 45 % del tiempo de la fase nocturna para el norte del país. De esta

manera, los animales presentan un bajo período de tiempo para la recuperación del equilibrio térmico.

Por otra parte, Negri et al. (2021) evaluaron el efecto del estrés calórico en la producción de leche del ganado holando, incluyendo variables meteorológicas en modelos de regresiones aleatorias. Encontraron que el umbral de ITH para que se produzcan pérdidas de leche fue de 74, con una reducción de 0,106 kg/vaca/día por cada unidad de ITH por encima de dicho umbral.

Según datos aportados por la FAO (2001), la región del litoral sur del país es responsable del 52 % de la producción de leche, mientras que la del litoral norte lo es del 32 %.

3.4.3. Efecto edad al primer parto

En lo que refiere a la edad al primer parto, no es posible visualizar cambios en la forma que adopta la curva de lactancia para cada rango de edad al primer parto.

En el cuadro siguiente se presenta el p-valor obtenido en cada contraste realizado entre los coeficientes de regresión de cada curva, para las dos edades al primer parto.

Cuadro 10. P-valor obtenido para contrastes entre edades al primer parto según región y estación.

CENTRO			
Otoño	Invierno	Primavera	Verano
4,31e-19	4,01e-06	3,04e-14	6,29e-09
NORTE			
Otoño	Invierno	Primavera	Verano
2,19e-06	1,02e-21	9,43e-06	0,035
SUR			
Otoño	Invierno	Primavera	Verano
3,36e-68	7,35e-21	8,23e-44	3,73e-21

Como se puede observar en el cuadro, el p-valor obtenido en las tres regiones y en las cuatro estaciones bajo estudio es menor a 0,05, lo que indica que existen diferencias significativas entre las curvas correspondientes a las distintas edades al primer parto. Si bien esta diferencia está dada seguramente por la gran cantidad de datos analizados, observando las figuras obtenidas, no es posible visualizar un claro efecto entre las dos categorías de edades sobre la curva de lactancia.

Marini et al. (2001), con base en registros de primeras lactancias de cinco establecimientos lecheros en sistemas de pastoreo con distintos niveles de suplementación, observaron que la edad al primer parto no afectó de forma significativa la producción de leche y la duración de la lactancia. A su vez, Marini y Di Masso (2019) analizaron la relación entre la edad al primer parto con la producción láctea e indicadores reproductivos en vacas lecheras de primera lactancia, con diferente potencial productivo y mantenidas en sistemas a pastoreo. Tampoco encontraron diferencias significativas entre la edad al primer parto y la producción de leche ajustada a 305 días.

Por otra parte, autores como Ettema y Santos (2004), Castillo et al. (2013), Salazar-Carranza et al. (2013) y Castillo et al. (2019) concluyen que la producción de leche aumenta a medida que se atrasa la edad al primer parto.

4. CONCLUSIONES

Existen diversos modelos matemáticos hoy en día que nos permiten estimar la curva de producción de leche del ganado lechero. En este trabajo se estudiaron algunos modelos paramétricos (Wilmink, y Ali y Schaeffer) y no paramétricos (splines cúbicos y polinomios de Legendre de cuarto orden) en vacas holando primíparas en tres regiones del país (norte, sur y centro), para distintas edades al primer parto (24-30 y 31-36 meses) y para las cuatro estaciones del año.

Se estudió la bondad de ajuste de cada modelo mediante AIC y los factores que afectan la curva de lactancia. Se pudo concluir que el modelo que mejor ajuste tuvo en todos los casos fue aquel en el que se incluyó la curva anidada a los tres factores fijos bajo estudio (región, estación y edad al primer parto). Dentro de estos factores, la estación de parto es el que mayor incidencia tuvo sobre la producción de leche.

De los modelos estudiados en este trabajo, los splines cúbicos demuestran ser los más adecuados. El modelo propuesto por Ali & Schaeffer también ofrece un buen ajuste, siendo una alternativa paramétrica sólida y menos compleja que los splines. En contraste, el modelo de Wilmink muestra un rendimiento menos satisfactorio, indicando que puede no ser el más apropiado para representar la curva de lactancia en las condiciones específicas de este estudio.

Las conclusiones de este trabajo establecen una base para futuras investigaciones. Se sugiere probar otros modelos y considerar la inclusión de variables adicionales en el análisis, como condiciones ambientales específicas, características genéticas del ganado y prácticas de manejo particulares. Esto permitirá una comprensión más completa de los factores que afectan la producción de leche.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Ali T, Schaeffer L. 1987. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *Canadian Journal of Animal Science* 67: 637-644.
- Arias R, Mader T, Escobar P. 2008. Factores climáticos que afectan el desempeño productivo del ganado bovino de carne y leche. *Archivos de Medicina Veterinaria* 40: 7-22.
- Artagaveytia J. 2015. La lechería uruguaya en el contexto internacional: competitividad de los sistemas de producción. *Archivos Latinoamericanos de Producción Animal* 23 (5): 41-43.
- Bartaburu D. 2000. La vaca lechera en el verano: sombra, agua y manejo. *Revista Plan Agropecuario*. 94: 39-42.
- Berman AJ. 2005. Estimates of heat stress relief needs for Holstein dairy cows. *Journal of Animal Science*. 83:1377-1384.
- Bohmanova. 2006. Studies on genetic of heat stress in US Holsteins. Tesis PhD. Athens, Georgia. University of Georgia. 122 p.
- Bouraoui R, Lahmar M, Majdoub A, Djemali M, Belyea R. 2002. The relationship of temperature-humidity index with milk production of dairy cows in a Mediterranean climate. *Animal Research*. 51: 479-491.
- Brotherstone S, White I, Meyer K. 2000. Genetic modelling of daily milk yield using orthogonal polynomials and parametric curves. *Animal Science* 70: 407-416.
- Cañas J, Cerón-Muñoz M, Corrales J. 2011. Modelación de curvas de lactancia para producción de leche, grasa y proteína en bovinos Holstein en Antioquía, Colombia. *Revista MVZ Córdoba* 16(2): 2514-2520.
- Casas E, Tewolde A. 2001. Evaluación de características relacionadas con la eficiencia reproductiva de genotipos criollos lecheros en el trópico húmedo. *Archivos Latinoamericanos de Producción Animal*. 9 (2): 63-67.
- Castillo-Badilla G, Salazar-Carranza M, Murillo-Herrera J, Romero-Zúñiga J. 2013. Efecto de la edad al primer parto sobre parámetros productivos en vacas Jersey de Costa Rica. *Agronomía Mesoamericana*. 24 (1): 177-187.

- Cerqueira J, Araújo J, Blanco-Penedo I, Cantalapiedra J, Silvestre A, Silva S. 2016. Predicción de estrés térmico en vacas lecheras mediante indicadores ambientales y fisiológicos. *Archivos de Zootecnia* 65 (251): 357-364.
- Chilibroste P. 2011. Efecto de la edad y peso al parto sobre la performance productiva y reproductiva de vaquillonas Holando durante las tres primeras lactancias [En línea]. 16 junio 2023. Disponible en: <http://www.spluy.com/documentos/proyectosejecutados/informeefectodelaedad.pdf>
- Chilibroste P. 2012. Estrategias de alimentación en sistemas de producción de leche de base pastoril. *Revista Cangué* 32: 2-8.
- Congleton W, Everett R. 1980. Error and bias in using the incomplete gamma function to describe lactation curves. *Journal of Dairy Science* 63:101-108
- Cruz G, Saravia C. 2008. Un índice de temperatura y humedad del aire para regionalizar la producción lechera en Uruguay. *Agrociencia* 8 (1): 56-60.
- Cruz G, Urioste J. 2009. Variabilidad temporal y espacial del Índice de Temperatura y Humedad (ITH) en zonas de producción lechera de Uruguay. *Agrociencia*. 13 (2): 37-46.
- Cunha D, Pereira J, Silva F, Campos O, Braga J, Martuscello J. 2010. Selection of models of lactation curves to use in milk production simulation systems. *Revista Brasileira de Zootecnia* 39 (4): 891-902.
- Davidson T, Mc Gowan M, Mayer D, Young B, Jonsson N, Hall A, Matschoss A, Godwin P, Gaughan J, Lake M. 1996. Managing hot cows in Australia. Brisbane, AU, Queensland Department of Primary Industry. 58 p
- Dematawewa C, Pearson R, VanRaden P. 2007. Modeling extended lactations of Holsteins. *Journal of Dairy Science* 90:3924-3936.
- DIEA (Dirección de Estadísticas Agropecuarias). 2022. [En línea]. En: Anuario Estadístico Agropecuario 2022. Montevideo: MGAP (Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca). Consultado 16 junio 2023. Disponible en: https://descargas.mgap.gub.uy/DIEA/Anuarios/Anuario2022/O_MGAP_Anuario_estad%C3%ADstico_%202022-DIGITAL.pdf

- Dijkstra J, Lopez S, Bannink A, Dhanoa MS, Kebreab E, Odongo NE, Fathi Nasri MH, Behera UK, Hernandez-Ferrer D, France J, 2010. Evaluation of a mechanistic lactation model using cow, goat and sheep data. *The Journal of Agricultural Science* 148:249-262.
- Duque N. 2018. Fitting lactation curves in a Colombian Holstein herd using nonlinear models. *Revista Facultad Nacional de Agronomía* 71(2): 8459-8468.
- Dutto M. 2012. Estimación de curvas de lactancia. Informe de pasantía Licenciatura en Estadística. Montevideo, Uruguay. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. 63 p.
- Ettema J, Santos J. 2004. Impact of Age at Calving on Lactation, Reproduction, Health, and Income in First-Parity Holsteins on Commercial Farms. *Journal of Dairy Science* 87 (8): 2730–2742.
- Faraway J. 2006. Nonparametric Regression. En : Faraway J. (Eds). *Extending the Linear Model with R : Generalized Linear, Mixed Effects and Nonparametric Regression Models*. Boca Raton : Chapman & Hall/CRC. 232 :253.
- Fernández L, Menéndez A, Guerra W, Suárez M. 2001. Estimación de curvas de lactancias estándar de la raza Siboney para su utilización en extensiones de lactancia. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* 35 (2): 99-104.
- Ferreira E, Bearzoti E. 2003. Comparação de métodos no ajustamento de curvas de lactação de bovinos por meio de simulação. *Ciência e Agrotecnologia* 24 (5): 865-872.
- Ferreira A, Henrique D, Vieira R. 2015. Fitting mathematical models to lactation curves from Holstein cows in the southwestern region of the state of Paraná, Brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciências* 87 (1): 503-517.
- González N, Boschini C. 1996. Comportamiento de la producción de leche en hatos Holstein y Jersey del valle central de Costa Rica. Tesis Lic. Zoot. San José, Costa Rica. Escuela de Zootecnia de la Facultad de Agronomía. Pp. 43-59.
- Grajales H, Hernández A, Prieto E. 2006. Edad y peso a la pubertad y su relación con la eficiencia reproductiva de grupos raciales bovinos en el trópico colombiano. *Livestock Research for Rural Development*. 18 (10): 1-14.

- Hahn G, Mader T, Eigenberg R. 2003. Perspectives on development of thermal indices for animal studies and management. European Association of Animal Production Proceedings. Pp. 31-44.
- Hahn G, Gaughan J, Mader T, Eigenberg R. 2009. Thermal indices and their applications for livestock environments. En: DeShazer, J. (ed). Livestock energetics and thermal environmental management. St Joseph, MI, USA (American Society of Agricultural and Biological Engineers). 113–130.
- Jamrozik J, Schaeffer R, Dekkers J. 1997. Genetic Evaluation of Dairy Cattle using Test Day Yields and Random Regression Model. Journal of Dairy Science. 80: 1217-1226.
- Jarrige R, Demarquilly C, Dulphy J, Hoden A, Robelin J, Berenger C, Geay Y, Journet M, Malterre C, Micol D, Petit M. 1986. The INRA fill unit system for predicting the voluntary intake of forage-based diets in ruminants: A review. Journal of Animal Science. 63: 1737-1758.
- Jensen J. 2001. Genetic Evaluation of Dairy Cattle Using Test-Day models. Journal of Dairy Science. 84: 2803-2812.
- Lemus-Ramírez V, Guevara-Escobar A, García-Muñiz J. G. 2008. Curva de lactancia y cambio en el peso corporal de vacas Holstein-Friesian en pastoreo. Agrociencia. 42(7): 753-765.
- Lin X, Carroll RJ. 2008. Non-parametric and semi-parametric regression methods: Introduction and overview. En: Fitzmaurice et al. 2008. Longitudinal Data Analysis. Chapman & Hall/ CRC Press. 191-197.
- Kadzere C, Murphy M, Silanicove N, Maltz E. 2002. Heat stress in lactating dairy cows: a review. Livestock Production Science. 77 (1): 59-91.
- Kuznetsova, A., Brockhoff, P. B., & Christensen, R. H. B. (2017). lmerTest Package: Tests in Linear Mixed Effects Models. Journal of Statistical Software, 82(13), 1–26. <https://doi.org/10.18637/jss.v082.i13>
- Macciotta N, Vicario D, Cappio-Borlino A. 2005. Detection of Different Shapes of Lactation Curve for Milk Yield in Dairy Cattle by Empirical Mathematical Models. Journal of Dairy Science 88: 1178-1191.

- Macciotta N, Dimauro C, Rassu S, Steri R, Pulina G. 2011. The mathematical description of lactation curves of dairy cattle. *Italian Journal of Animal Science* 10 (51): 213-223.
- Marini P, Charmandarian A, Oyarzabal M. 2001. Indicadores productivos y reproductivos de vacas de diferentes edades al primer parto en sistemas a pastoreo. *Archivos Latinoamericanos de Producción Animal*. 9 (1): 345-348.
- Marini P, Charmandarian A, Di Masso R. 2007. Desempeño productivo y reproductivo de vacas de diferentes edades al primer parto en sistemas a pastoreo [En línea]. 16 junio 2023. Disponible en: https://www.produccion-animal.com.ar/informacion_tecnica/cria/105-Marini.pdf
- Marini P, Di Masso R. 2019. Age at first calving and efficiency indicators in dairy cows with different productive potential in grazing systems. *La Granja: Revista de Ciencias de la Vida* 29(1): 84-96.
- Masselin S, Sauvant D, Chapoutot P, Milan D. 1987. Les modèles d'ajustement des courbes de lactation. *Annales de zootechnie, INRA/EDP Sciences* 36 (2):171-206.
- McDowell R, Hooven N, Camoens J. 1976. Effect of Climate on Performance of Holsteins in First Lactation. *Journal of Dairy Science*. 59, 965–971.
- NRC (National Research Council). 2001. *Nutrient Requirements of Dairy Cattle: Seventh Revised Edition, 2001*. Washington, DC: The National Academies.
- Naya H, Urioste J, Chilibruste P. 2002. Evaluación cuantitativa de curvas de lactancia de vacas Holando en Uruguay. 2. Ajuste de un modelo bifásico. Congreso de APPA. Buenos Aires. 2 p.
- Negri R, Aguilar I, Feltes G, Machado J, Braccini Neto J, Costa-Maia F, Cobuci J. 2021. Inclusion of bioclimatic variables in genetic evaluations of dairy cattle. *Animal Bioscience*. 34 (2): 163-171.
- Nilforooshan M, Edriss M. 2004. Effect of age at first calving on some productive and longevity traits in Iranian Holsteins of the Isfahan Province. *Journal of Dairy Science*. 87(7):2130-2135.
- Palacios-Espinosa A, Domínguez-Viveros J, Padrón-Quintero Y, Rodríguez M, Rodríguez-Almeida F, Espinoza-Villavicencio J, Ávila-Serrano N. 2016.

- Caracterización de la curva de lactancia de bovinos Siboney con modelos no lineales mixtos. *Revista Mexicana de Ciencias Pecuarias* 7(2): 233-242.
- Pereira V, Teixeira M, Lindenberg J, Teixeira D. 2006. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. *Revista Brasileira de Zootecnia*. 35 (2): 535-543.
- Phillips C. 2001. Housing, handling and the environment for cattle. In *Principles of cattle production*. Phillips, C. ed. CABI Publishing. pp. 170-216.
- Quinn N. 2005. *Modelling Lactation and Liveweight Curves in Irish Dairy Cows*. Tesis PhD. Dublin, Irlanda. Facultad de Ingeniería y Computación. 153 p.
- Quintero J, Serna J, Hurtado N, Noguera R, Cerón-Muñoz M. 2007. Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. *Revista colombiana de ciencias pecuarias* 20: 149-156.
- R Core Team (2022). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- Ravagnolo O, Misztal I, Hoogenboom G. 2000. Genetic Component of Heat Stress in Dairy Cattle, Development of Heat Index Function. *Journal of Dairy Science*. 83:2120-2125.
- Renaudeau D, Collin A, Yahav S, de Basilio V, Gourdière J, Collier R. 2012. Adaptation to hot climate and strategies to alleviate heat stress in livestock production. *Animal* 6 (5): 707-728.
- Salazar-Carranza M, Castillo-Badilla G, Murillo-Herrera J, Hueckmann-Voss F, Romero-Zúñiga J. 2013. Effect of age at first calving on first lactation milk yield in Holstein cows from Costa Rican specialized dairy herds. *Open Journal of Veterinary Medicine*. 4 (9): 197-203.
- Saravia C, Astigarraga L, Van Lier E, Bentancur O. 2011. Impacto de las olas de calor en vacas lecheras en Salto (Uruguay). *Agrociencia Uruguay* 15 (1): 93-102.
- Sherchand L, McNew R, Kellogg D, Johnson Z. 1995. Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *Journal of Dairy Science* 78 (11): 2507-2513.

- Silvestre A, Petim-Batista F, Colaco J. 2006. The Accuracy of Seven Mathematical Functions in Modeling Dairy Cattle Lactation Curves Based on Test-Day Records From Varying Sample Schemes. *Journal of Dairy Science* 89: 1813-1821.
- Silvestre A, Martins A, Santos V, Ginja M, Colaço J. 2009. Lactation curves for milk, fat and protein in dairy cows: A full approach. *Livestock Science* 122 (2-3): 308-313.
- Swan H, Broster W. 1982. Principios para la producción ganadera. Capítulo V. Ed. Hemisferio Sur. Buenos Aires. 101-119.
- Tekerli M, Akinci Z, Dogan I, Akcan A. 2000. Factors Affecting the Shape of Lactation Curves of Holstein Cows from the Balikesir Province of Turkey. *Journal of Dairy Science* 83: 1381-1386.
- Urioste J, Naya H, Chilbroste P. 2002. Evaluación cuantitativa de curvas de lactancia de vacas Holando en Uruguay. 1. Descripción de la población. *Revista Argentina de Producción Animal*. 22 (1): 355-356.
- Vallone R, Camiletti E, Exner M, Mancuso W, Marini P. 2014. Análisis productivo y reproductivo de vacas lecheras Holstein, Pardo Suizo y sus cruza en un sistema a pastoreo. *Revista Veterinaria* 25 (1): 40-44.
- Vargas B, Ulloa J. 2008. Relación entre crecimiento y curvas de lactancia en grupos raciales lecheros de distintas zonas agroecológicas de Costa Rica. *Livestock Research for Rural Development*. 20 (8).
- Vargas B, Lasso S, Gaitán J, Corrales J. 2016. Modelación de curvas de lactancia para producción de leche por parto en vacas Holstein en Boyacá, Colombia. *Revista Colombiana de Zootecnia*. 2 (4): 13-20.
- Vásquez A, García M, Sessarego E, Chagray N. 2021. Modelación de la curva de lactación en vacas Holstein de un establo en el valle de Huaura, Perú. *Revista de Investigaciones Veterinarias del Perú*. 32 (1): e19488.
- West J, Mullinix B, Bernard J. 2003. Effects of Hot, Humid Weather on Milk Temperature, Dry Matter Intake, and Milk Yield of Lactating Dairy Cows. *Journal of Dairy Science*. 86: 232-242.

- White I, Thompson R, Brotherstone S. 1999. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with cubic splines. *Journal of Dairy Science*. 82: 632-638.
- Wilmink J. 1987. Adjustment of Test-Day Milk, fat and protein yield for age, season and stage of lactation. *Livestock Production Science*. 16: 335-348.
- Zimbelman R, Rhoads R, Rhoads M, Duff G, Baumgard L, Collier R. 2009. A re-evaluation of the impact of temperature humidity index (THI) and black globe humidity index (BGHI) on milk production in high producing dairy cows. En: *Proceedings of the Southwest Nutrition Conference*. RJ Collier, ed. 158-169.

6. ANEXOS

Characterization of the dairy cattle lactation curve for the central, southwest and northwest Uruguay regions using parametric and non-parametric mixed models

Caracterización de la curva de lactancia de bovinos de leche para la región centro, suroeste y noroeste del Uruguay utilizando modelos mixtos paramétricos y no paramétricos

Caracterização da curva de lactação de bovinos leiteiros da região central, sudoeste e noroeste do Uruguai usando modelos mistos paramétricos e não paramétricos

Maciel, V¹; Aguilar, I²; Astigarraga, L³; Gravina, V⁴

¹Facultad de Agronomía, Departamento de Biometría, Estadística y Computación, Montevideo, Uruguay.

²Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria, Las Brujas, Uruguay.

³Facultad de Agronomía, Departamento de Producción Animal y Pasturas, Montevideo, Uruguay.

⁴Facultad de Agronomía, Departamento de Biometría, Estadística y Computación, Montevideo, Uruguay.

Abstract

The lactation curve in dairy cattle can be studied through different mathematical models. Equations describing milk production as a function of time are useful when making management decisions in a dairy herd, among others. The main objective of this work is to characterize and compare the lactation curve of Holando cows from the northwest, southwest and central region of Uruguay through mixed parametric and non-parametric models. The database used belongs to Instituto Nacional para Control y Mejoramiento y Lechero and keeps information from different dairy farms in most of the departments of the country for the period 2007-2016. In order to analyze and

characterize the milk production curve of cows, the following models for primiparous cows were studied: Wilmink (1987), Ali & Schaeffer (1987), cubic splines proposed by White et al. (1999) and Legendre polynomials of fourth order. The effects of calving season, age at first calving and region of the country were studied. It is concluded that calving season is the factor that has the greatest influence on the lactation curve. Of the models analyzed, cubic splines were the best fitting, followed by Ali & Schaeffer model.

Keywords: dairy cattle, lactation curve, mathematical models

Resumen

La curva de lactancia en bovinos de leche puede ser estudiada a través de distintos modelos matemáticos. Ecuaciones que describan la producción de leche en función del tiempo son de utilidad a la hora de tomar decisiones de manejo en un rodeo lechero, entre otras. El objetivo principal de este trabajo es caracterizar y comparar la curva de lactancia de vacas Holando del noroeste, suroeste y centro del Uruguay a través de modelos mixtos paramétricos y no paramétricos. La base de datos utilizada pertenece a Mejoramiento y Control Lechero Uruguayo y contiene información de distintos tambos de la mayoría de los departamentos del país para el período 2007-2016. De manera de poder analizar y caracterizar la curva de producción de leche, se estudiaron los siguientes modelos para vacas primíparas: Wilmink (1987), Ali y Schaeffer (1987), splines cúbicos propuestos por (White et al., 1999) y polinomios de Legendre de cuarto orden. Se estudiaron los efectos de la estación de parto, la edad al primer parto y la región del país. Se concluye que la estación de parto es el factor que mayor influencia tiene sobre la curva de lactancia. De los modelos analizados, los splines cúbicos fueron los que presentaron mejor ajuste, seguido por el modelo de Ali y Schaeffer.

Palabras clave: bovinos de leche, curva de lactancia, modelos matemáticos

Resumo

A curva de lactação em bovinos leiteiros pode ser estudada por meio de diferentes modelos matemáticos. Equações que descrevem a produção de leite em função do tempo são úteis na tomada de decisões de manejo em um rebanho leiteiro, entre outras. O objetivo principal deste trabalho é caracterizar e comparar a curva de lactação de vacas Holando do noroeste, sudoeste e centro do Uruguai, através de modelos mistos paramétricos e não paramétricos. O banco de dados utilizado pertence ao Mejoramiento y Control Lechero Uruguayo e contém informações de diferentes fazendas leiteiras da maioria dos departamentos do país para a década de 2007-2016. Para poder analisar e caracterizar a curva de produção de leite, foram estudados os seguintes modelos para vacas primíparas: Wilmink (1987), Ali & Schaeffer (1987), splines cúbicos propostos por (White et al., 1999) e ordem polinômios de Legendre. Foram estudados os efeitos da época de parto, idade ao primeiro parto e região do país. Conclui-se que a época de parto é o fator que tem maior influência na curva de lactação. Dos modelos analisados, os splines cúbicos apresentaram o melhor ajuste, seguidos pelo modelo de Ali & Schaeffer.

Palavras-chave: gado leiteiro, curva de lactação, modelos matemáticos

1. INTRODUCTION

Milk production is a relevant productive area in Uruguay that occupies an area of 735.000 hectares (ha), with an annual production of 2,274 million liters. This production is carried out by 3,400 producers, with a herd of 712.000 heads⁽¹³⁾.

Milk production in cattle can be measured through the lactation curve, which has four basic components: 1) initial production, 2) rising or increasing phase of production, 3) maximum point or production peak and 4) decreasing rate or reduction of production, called persistence⁽¹²⁾.

Equations that describe milk production as a function of time can be very useful in the nutritional management of the herd. Although as many curves as there are lactations in each farm could be generated, it is of great importance to know the standard levels of production of a group of animals with similar characteristics such as the same stage of lactation, calving season, productive level or number of lactation, with the aim of implementing certain management measures in a herd that maximize yields⁽²⁰⁾.

The lactation curve represents an extremely complex biological process, which is influenced by both environmental and genetic phenomena⁽¹⁴⁾. Genetic effects include differences in milk production and composition between breeds or genotypes and individuals within each breed. Although the genetic potential of animals is expressed to the extent that the environmental conditions allow it, the animal response in different environments is not only due to the genetic potential and the environment, but also to the interaction between both factors (genotype-environment relationship)⁽¹⁹⁾. In what refers to the environmental or non-genetic effects there are the calving season⁽⁵⁾, the lactation number⁽¹⁰⁾, calving age⁽²⁰⁾, stage of gestation, duration of the dry period⁽⁸⁾ and climatic conditions.

The use of mathematical models has allowed to know the lactation curves of domestic animals in different dairy production systems. Various mathematical functions have been proposed⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁶⁾⁽⁹⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾⁽²¹⁾⁽²²⁾, differing mainly in the type of regression (linear or non-linear), in the number of

parameters and in the degree of relationship between the main characteristics of a typical lactation pattern, such as production at peak, time to peak, and persistence⁽¹¹⁾. The Wilmink model and the Ali & Schaeffer polynomial regression were developed specifically to model lactation curves. Recently, other mathematical tools including splines and Legendre polynomials have been used⁽¹⁷⁾.

In the particular case of Uruguay, it is important to be able to adjust models that reflect the differences in the productive regions of the south, center and north of the country, taking into account the differences in climate and the way in which this influences production. In turn, depending on the calving season of the cow, the lactation curve can differ from the standard curve⁽¹⁸⁾.

The main objective of this work is to characterize the lactation curve of Holando cows from the northwest, southwest and center region of Uruguay through parametric and non-parametric mixed models.

2. MATERIALS AND METHODS

2.1 DATA SOURCE

The database used belongs to Instituto Nacional para Control y Mejoramiento y Lechero and contains information from 519 dairy farms in most of the departments of the country for the period 2007-2016. It is composed of 530,398 lactations and 6,801,270 test-day milk yield records of Holando cows in pasture-based production systems.

With the calving dates, the different calving seasons were established: autumn (February, March, April), winter (May, June, July), spring (August, September, October) and summer (November, December, January). Age at first calving (afc) was classified into two groups: 24 to 30 and 31 to 36 months. Dairy farms belonging to the three regions under study were selected from three areas: southwest (Colonia and San José), center (Florida) and northwest (Salto and Paysandú). With the days in milk (dim) 25 classes were created every 15 days (dimc) so that all the records present in each 15-day interval

belong to the same class. Only lactations greater than 305 days and records less than 360 days were taken into account.

2.2 CHARACTERIZATION OF THE DATA

In the three regions, the same distribution of births is presented throughout the year. Most are concentrated in autumn and spring seasons, with summer being the time of year when fewer births occur (Figure 1).

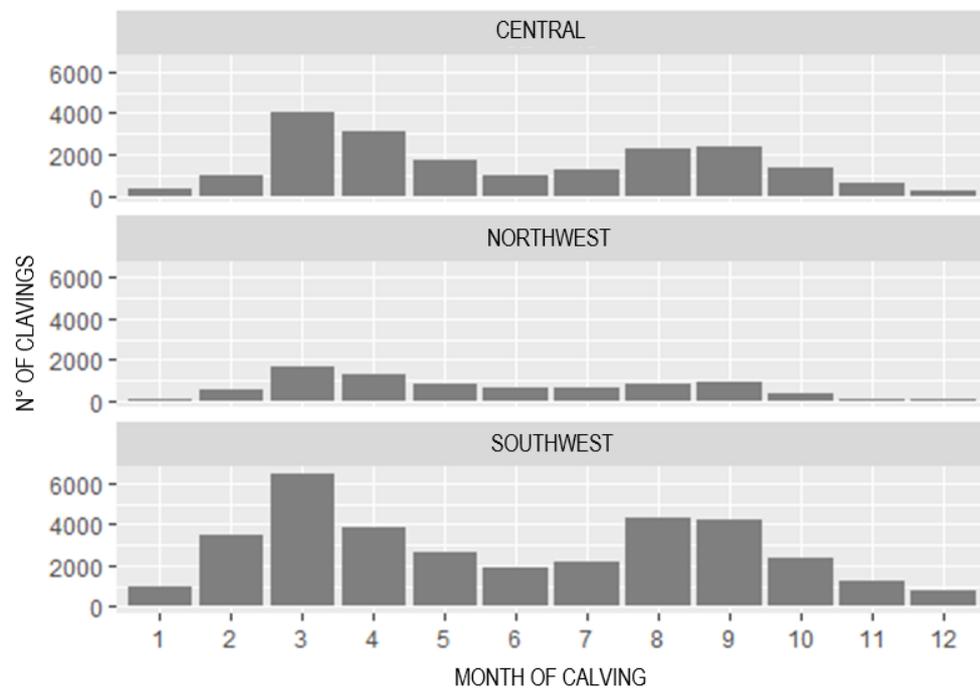


Figure 1. Distribution of calvings by region according to month of calvings

The distribution of calving frequencies throughout the year is similar to those presented by Urioste⁽¹⁸⁾ and Dutto⁽⁷⁾.

2.3 STATISTIC ANALYSIS

In order to analyze and characterize the milk production curve, the following models for primiparous cows were studied:

a. General class model:

$$Y_t = \mu + dimc + e_{ij}$$

b. Wilmink (1987):

$$Y_t = a + be^{-kt} + ct + e_{ij}$$

c. Polynomial regression of Ali & Schaeffer (1987):

$$Y_t = a + b\left(\frac{t}{360}\right) + c\left(\frac{t}{360}\right)^2 + d * \log\left(\frac{360}{t}\right) + k\left(\log\left(\frac{360}{t}\right)\right)^2 + \varepsilon_{ij}$$

d. Cubic regression splines:

$$Y_t = \sum_i B_i(x)\alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

e. Fourth order Legendre polynomials

$$Y_t = \alpha_0\Phi_0(w(t)) + \alpha_1\Phi_1(w(t)) + \alpha_2\Phi_2(w(t)) + \alpha_3\Phi_3(w(t)) + \alpha_4\Phi_4(w(t)) + \varepsilon_{ij}$$

Where: Y_t is milk production on day t (1 to 360); a , b , c , d and k are each model's regression coefficients and e_{ij} are random effects, associated with errors of j -th production on the i -th day of lactation.

The parameters a , b , and c of the Wilmink and Ali & Schaeffer model are associated with the level of production and the parameter k is related to the time to peak lactation and is usually assumed to be fixed ⁽¹⁷⁾⁽²⁰⁾. In the general class model, 25 classes were generated every 15 days, where all the existing records between these days belong to the same class.

For the analysis of each model, the effects of region, season and age at first calving, each nested within the curve and their different interactions, were initially evaluated. In addition, the random effects of cow and farm-year were added.

The maximum likelihood estimation method was utilized so that all models are comparable. The implemented functions of the R software to fit the models were `bs()` and `lmer()`. The models will be selected based on AIC criteria.

3. RESULTS

3.1 ADJUSTMENT OF THE DIFFERENT MATHEMATICAL MODELS

Figure 2 shows the values obtained from AIC for each model according to the different fixed factors nested within the curve.

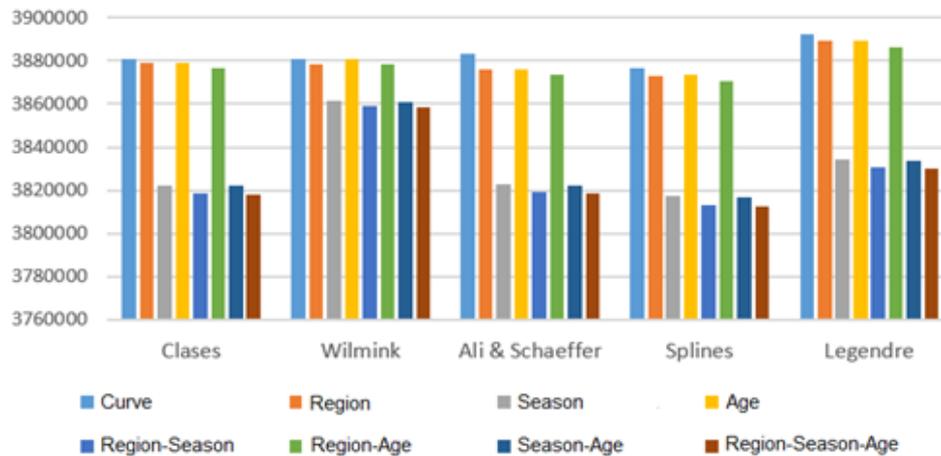


Figure 2. AIC values for each model

As can be seen in the graph, the fit of each model improves when we nest the factors of region, season and age at first calving within the curve.

If we observe the AIC values when we add only the seasonal effect, we can see that there is a clear improvement in the fit of the model, being this the factor that has the most incidence on the milk production curve.

If we observe the effects of region and age at first calving, we can see that there is a slight improvement in the fit obtained from the models when these factors are nested in the curve. This fit improves when we include the interaction of these factors with the effect of calving season.

3.2 ANALYSIS OF THE DIFFERENT MODELS PROPOSED

3.2.1 General class model

From this model, we can see the shape of the lactation curve without adjusting any specific curve.

Figure 3 shows that the greatest difference in the curves is found between the different calving seasons.

It can be seen that in autumn births the curve presents a double production peak, in winter and spring births it responds more to a classic form such as that described by Wood⁽²¹⁾ and in summer births it does not present a marked peak and milk production is more constant throughout lactation.

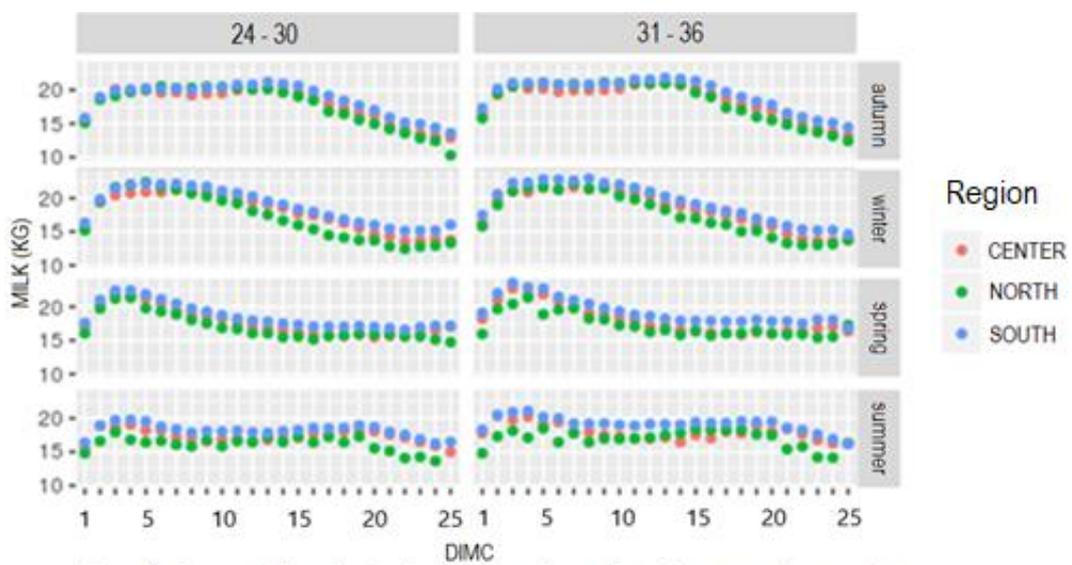


Figure 3. Average milk production by season and age at first calving according to region

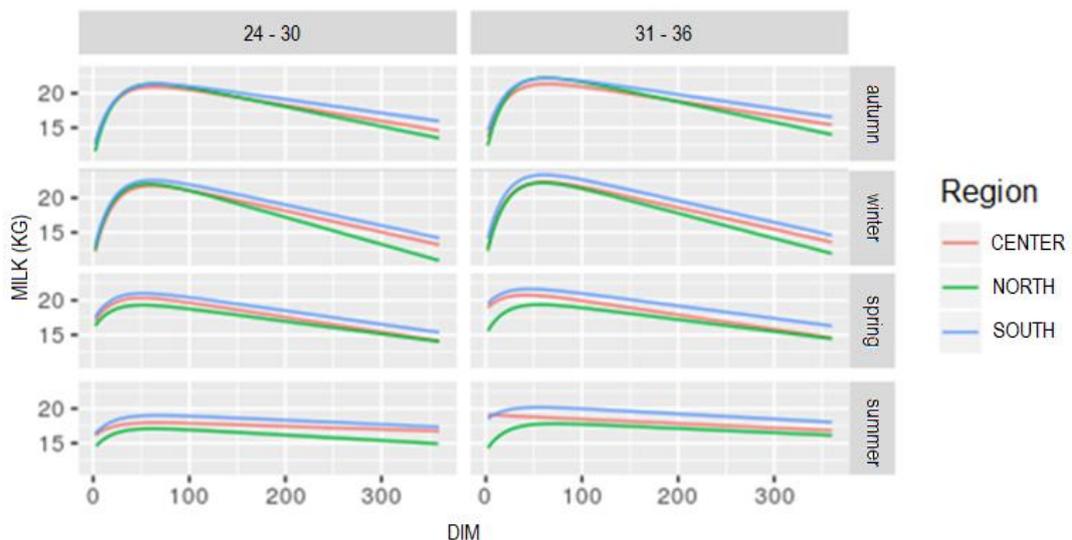


Figure 4. Adjustment of Wilmink model by season and age at first calving according to region

Observing the differences between regions, it can be seen that the lactation curves corresponding to the north of the country have a slightly more pronounced fall in relation to the lactation curves corresponding to the southern region.

3.2.2 Wilmink model

Observing the graphs obtained (Figure 4), we can see how the calving season influences the fitted curves. Although they are all typical curves, in the winter and autumn seasons the curve reaches a noticeable peak and then descends, while in spring and summer this peak is not so pronounced, occurring earlier in the spring.

In the next tables, the estimated parameters of the model can be seen.

Table 1. Estimated parameters and standard error of the Wilmink model for the southern region according to season and afc.

	AFC 1		
	a	b	c
AUTUMN	23.05 ± 0.10	-11.35 ± 0.12	-0.0197 ± 0.0002
WINTER	25.01 ± 0.11	-13.03 ± 0.14	-0.0300 ± 0.0002
SPRING	22.41 ± 0.10	-5.29 ± 0.11	-0.0196 ± 0.0001
SUMMER	19.54 ± 0.13	-3.48 ± 0.24	-0.0061 ± 0.0003
	AFC 2		
AUTUMN	23.89 ± 0.10	-10.26 ± 0.11	-0.0204 ± 0.0001
WINTER	25.83 ± 0.12	-12.88 ± 0.20	-0.0312 ± 0.0003
SPRING	22.41 ± 0.11	-3.57 ± 0.17	-0.0181 ± 0.0002
SUMMER	19.54 ± 0.14	-2.40 ± 0.26	-0.0075 ± 0.0003

Table 2. Estimated parameters and standard error of the Wilmink model for the northern region according to season and afc.

	AFC 1		
	a	b	c
AUTUMN	23.72 ± 0.27	-13.35 ± 0.29	-0.0284 ± 0.0004
WINTER	25.04 ± 0.27	-13.70 ± 0.26	-0.0392 ± 0.0004
SPRING	20.60 ± 0.26	-4.71 ± 0.22	-0.0183 ± 0.0003
SUMMER	17.74 ± 0.44	-3.64 ± 1.02	-0.0079 ± 0.0011
	AFC 2		
AUTUMN	24.65 ± 0.25	-13.44 ± 0.18	-0.0295 ± 0.0002
WINTER	25.06 ± 0.27	-13.96 ± 0.31	-0.0364 ± 0.0004
SPRING	20.69 ± 0.30	-5.62 ± 0.38	-0.0174 ± 0.0006
SUMMER	18.43 ± 0.41	-4.59 ± 0.86	-0.0064 ± 0.0011

Table 3. Estimated parameters and standard error of the Wilmink model for the center region according to season and afc.

	AFC 1		
	a	b	c
AUTUMN	22.84 ± 0.15	-11.12 ± 0.15	-0.0229 ± 0.0002
WINTER	24.23 ± 0.15	-13.21 ± 0.20	-0.0306 ± 0.0003
SPRING	21.82 ± 0.14	-5.25 ± 0.15	-0.0214 ± 0.0002
SUMMER	18.31 ± 0.21	-2.37 ± 0.40	-0.0043 ± 0.0005
	AFC 2		
AUTUMN	23.14 ± 0.14	-10.41 ± 0.15	-0.0214 ± 0.0002
WINTER	24.82 ± 0.16	-13.12 ± 0.25	-0.0312 ± 0.0003
SPRING	22.02 ± 0.16	-3.34 ± 0.23	-0.0207 ± 0.0003
SUMMER	19.09 ± 0.21	0,05 ± 0.44	-0.0063 ± 0.0006

3.2.3 Ali & Schaeffer model

This model, unlike the Wilmink model, provides greater flexibility allowing a greater diversity of curves to be obtained. Figure 5 shows that in autumn births, milk production shows great persistence, with differences being observed between the south and the north of the country from the middle of lactation onwards. In winter, a typical curve of milk production can be seen with a rise to a peak of production and then a decline towards the end of lactation. For spring calvings, it can be seen that the peak of production occurs earlier than in the other seasons and then there is a decrease in milk production with a positive concavity of the curve. Finally, for summer farrowings, a marked peak in production is not observed and it remains more constant throughout the entire lactation. Tables 4, 5 and 6 present the estimated parameters for each curve.

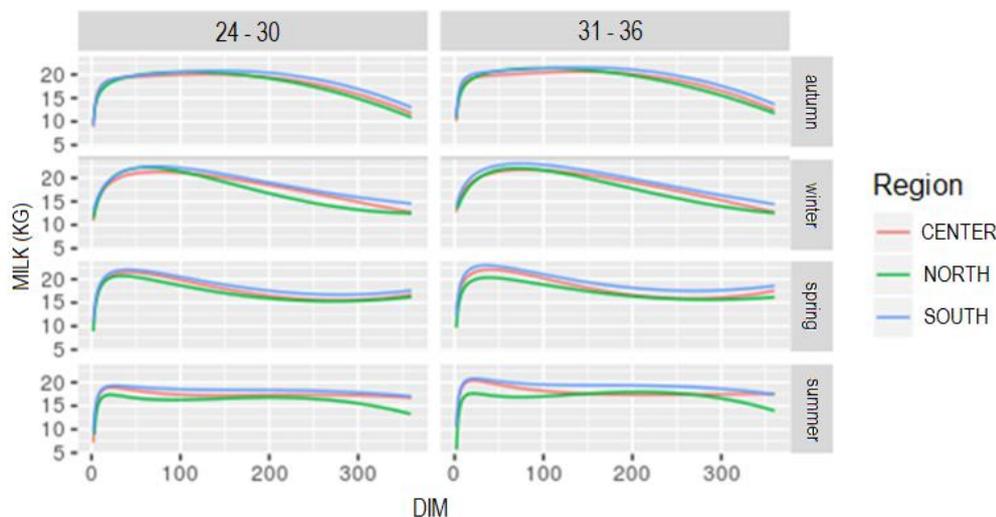


Figure 5. Adjustment of Ali & Schaeffer model by season and age at first calving according to region

Table 6. Estimated parameters and standard error of the Ali & Schaeffer model for the southern region according to season and afc.

	AFC 1				
	a	b	c	d	k
AUTUMN	0,43 ± 0,86	0,42 ± 1,46	-0,3 ± 0,65	0,1 ± 0,47	-1,70 ± 0,07
WINTER	48,22 ± 1,00	-49,39 ± 1,70	15,74 ± 0,76	-11,87 ± 0,54	0,99 ± 0,08
SPRING	29,38 ± 0,76	30,82 ± 1,28	19,02 ± 0,57	-0,72 ± 0,41	-0,53 ± 0,06
SUMMER	-3,06 ± 1,68	33,55 ± 2,83	-13,47 ± 1,26	13 ± 0,91	-2,05 ± 0,13
	AFC 2				
	a	b	c	d	k
AUTUMN	-0,39 ± 0,76	44,63 ± 1,28	-30,58 ± 0,57	11,35 ± 0,41	-1,77 ± 0,06
WINTER	43,8 ± 1,42	-38,79 ± 2,41	9,41 ± 1,08	-9,53 ± 0,77	-0,74 ± 0,11
SPRING	25,57 ± 1,18	-24,31 ± 2,00	17,33 ± 0,89	1,73 ± 0,64	-0,82 ± 0,09
SUMMER	-6,76 ± 1,85	41,76 ± 3,11	-17,53 ± 1,37	15,54 ± 1,01	-2,35 ± 0,14

Table 7. Estimated parameters and standard error of the Ali & Schaeffer model for the northern region according to season and afc.

	AFC 1				
	a	b	c	d	k
AUTUMN	15,77 ± 2,13	14,62 ± 3,62	-19,49 ± 1,64	2,66 ± 1,13	-0,73 ± 0,16
WINTER	56,81 ± 1,85	-72,40 ± 3,15	28,06 ± 1,43	-15,31 ± 0,98	1,28 ± 0,13
SPRING	19,10 ± 1,58	-17,29 ± 2,67	14,38 ± 1,20	4,00 ± 0,83	-1,14 ± 0,11
SUMMER	-24,22 ± 7,06	70,03 ± 11,74	-32,59 ± 5,03	22,63 ± 3,90	-3,31 ± 0,56
	AFC 2				
	a	b	c	d	k
AUTUMN	17,50 ± 1,27	11,68 ± 2,13	-17,43 ± 0,96	2,43 ± 0,66	-0,72 ± 0,09
WINTER	56,03 ± 2,18	-64,59 ± 3,70	21,05 ± 1,67	-16,08 ± 1,16	1,53 ± 0,16
SPRING	21,29 ± 2,74	-17,77 ± 4,68	12,66 ± 2,12	2,29 ± 1,45	-0,87 ± 0,20
SUMMER	-24,02 ± 6,37	74,17 ± 10,63	-36,21 ± 4,58	22,25 ± 3,51	-3,19 ± 0,50

Table 8. Estimated parameters and standard error of the Ali & Schaeffer model for the center region according to season and afc.

AFC 1					
	a	b	c	d	k
AUTUMN	-1,64 ± 1,04	43.31 ± 1.76	-29,86 ± 0,80	11,66 ± 0,55	-1,87 ± 0,08
WINTER	34,89 ± 1,38	25.52 ± 2.34	3,30 ± 1,04	-5,69 ± 0,74	0,21 ± 0,10
SPRING	33,81 ± 1,08	-41.16 ± 1.81	24,05 ± 0,80	-3,11 ± 0,58	-0,25 ± 0,08
SUMMER	-10,94 ± 2,79	42.72 ± 4.72	-15,06 ± 2,09	17,14 ± 1,51	-2,64 ± 0,21
AFC 2					
OTOÑO	-2,81 ± 1,04	47,29 ± 1,75	-32,03 ± 0,78	12,20 ± 0,56	-1,88 ± 0,08
INVIERNO	35,66 ± 1,74	-24,02 ± 2,94	1,08 ± 1,31	-6,28 ± 0,94	0,36 ± 0,13
PRIMAVERA	37,54 ± 1,52	-48,01 ± 2,58	28,01 ± 1,15	-4,92 ± 0,82	0,06 ± 0,12
VERANO	-2,51 ± 2,97	26,01 ± 5,01	-5,93 ± 2,21	13,62 ± 1,62	-2,15 ± 0,23

3.2.4 Cubic splines

The following graphs (Figure 6) show the fit of cubic splines for the factors under study in this work.

As can be seen in the graphs, through cubic splines we can obtain a greater variety of curves due to the great flexibility that these provide.

The calving season is what most differentiates the lactation curves, observing a typical curve in winter calvings and a double production peak in autumn calvings. As in the Ali & Schaeffer model, it can be seen that the peak production occurs earlier in spring and then the curve descends with a positive concavity and, finally, in summer is when the greatest differences between regions occur. In this case, the production curve does not present a noticeable peak and the milk production is more constant throughout lactation.

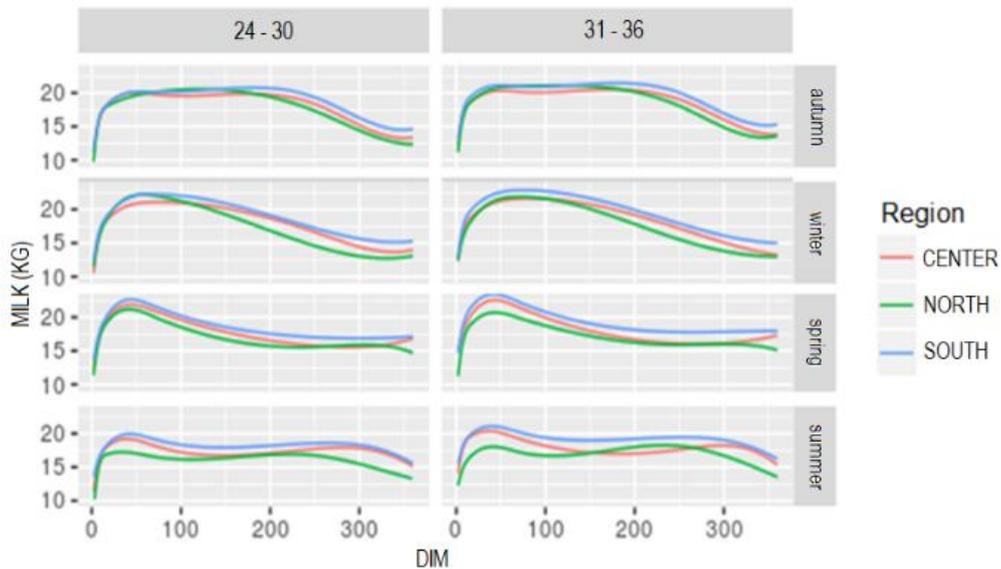


Figure 6. Adjustment of cubic splines by season and age at first calving according to region

3.2.5 Fourth order Legendre polynomials

Like splines, Legendre polynomials provide greater flexibility and therefore greater diversity of curves.

Figure 7 shows the adjusted Legendre polynomials for the factors under study in this work.

Unlike the other models analyzed, the Legendre polynomial adjustment allows visualizing a greater difference between the regions under study. In winter farrowings, the existence of a more typical production curve is still observed and it is in summer where there are greater differences between regions, observing the same trend as in the other models studied in the absence of a noticeable peak in milk production and show a more constant production throughout lactation.

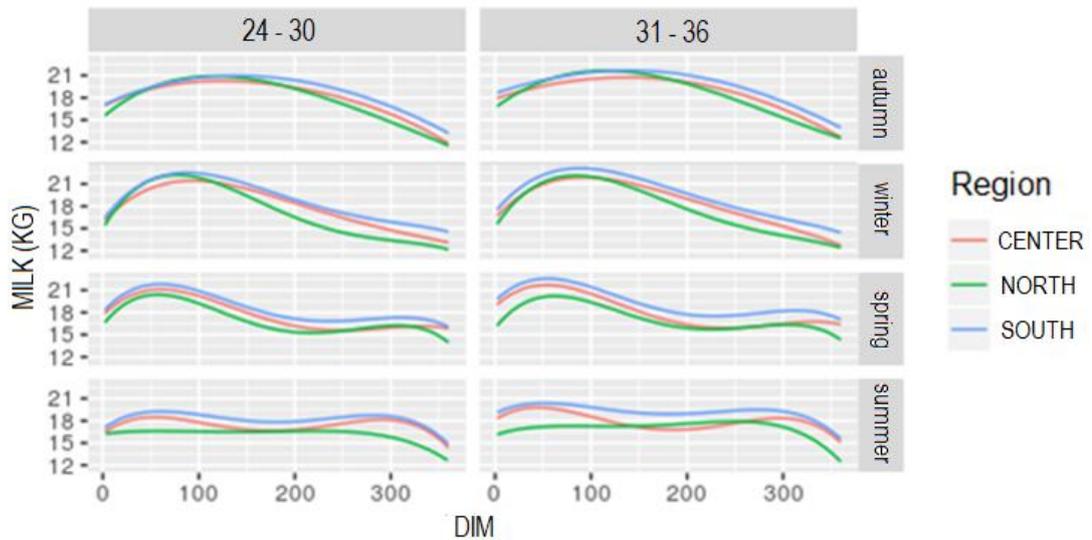


Figure 7. Adjustment of fourth order Legendre polynomials by season and age at first calving according to region

4. DISCUSSION

4.1 ANALYSIS OF THE DIFFERENT MODELS PROPOSED

For all the analyzed models, it can be seen that the curve that presents the best fit is the one nested within the interaction of the three fixed factors under study; therefore, it is the one that have been used to study them.

Of the analyzed models, the one that showed the best fit was the cubic spline followed by the Ali & Schaeffer model, and the one with the worst fit to the data was the Wilmink model.

The model proposed by Wilmink, describes in a good way the standard milk production curve of a dairy herd. However, it is known that the shape of the lactation curve varies according to the calving season, mainly differing from the standard production curve. Therefore, by forcing a certain curve, you could be overestimating and underestimating milk production at the beginning and at the end of lactation, respectively.

The Ali & Schaeffer model has a greater number of coefficients compared to the Wilmink model, thus allowing a larger range of curves to be fitted, despite the fact that its parameters do not have a specific technical meaning(12). If we compare the curves obtained through this model with the general class model,

we see that in the winter, spring and summer seasons the model represents the observed milk production very well. In the fall, on the other hand, the double peak of production cannot be appreciated.

As can be seen in Figure 5, through cubic splines we can obtain a greater variety of curves. In this case, we can say that there is a good characterization of milk production throughout lactation, since the same production behavior estimated through the general class model can be observed in the four seasons.

Like splines, Legendre polynomials provide greater flexibility and therefore greater diversity of curves (Figure 7). Unlike the other models analyzed, the Legendre polynomial adjustment allowed us to visualize a greater difference between the regions under study. Although the Legendre polynomials have been used to characterize the lactation curve, in this work the cubic splines and the Ali & Schaeffer model showed better fits.

4.2 MODEL THAT BEST DESCRIBES THE LACTATION CURVE

Observing the models studied in this work, the cubic splines are the ones that best fit the analyzed data and allow us to visualize a greater diversity of curves between the different calving seasons and different regions. However, since it is a non-parametric model, it is difficult to obtain a simple equation that describes the lactation curve. In this way, in practice, the Ali & Schaeffer model could be used, which, being a parametric model, is easier to use and interpret.

According to Brotherstone et al.⁽⁴⁾, the Ali & Schaeffer and Wilmink functions are more suitable for fitting the lactation curves of Holando primiparous cows, compared to the orthogonal Legendre polynomials with the same number of parameters.

Maciotta et al.⁽¹¹⁾ found that the Wood and Wilmink models mainly detect two types of curves: the standard ones and the atypical ones. On the other hand, functions such as the Ali & Schaeffer and the Legendre polynomials are more flexible despite the fact that this feature makes them more sensitive to random local variation in milk production.

Authors such as Cañas et al.⁽⁵⁾ and Vásquez et al.⁽²⁰⁾ argue that the model that best fits the lactation curve is the Wood model.

5. CONCLUSIONS

There are various mathematical models today that allow us to estimate the milk production curve of dairy cattle. In this work, some parametric models (Wilmink and Ali & Schaeffer) and non-parametric models (cubic splines and fourth-order Legendre polynomials) were studied in primiparous Holando cows in three regions of the country (northwest, southwest and center), for different ages at first calving (24-30 and 31-36 months) and for the four seasons of the year.

It was concluded that the model with the best fit in all cases was the one in which the nested curve was included for the three fixed factors under study (region, season and age at first calving). Within these factors, the calving season is the one that had the greatest incidence on milk production, with more classic curves being observed in winter and spring calvings, double production peak and greater persistence in autumn calvings, and more constant productions without a marked production peak in summer farrowing.

The model with the best fit was the cubic spline followed by the Ali & Schaeffer model. The one that showed a worse fit was the Wilmink model.

Author contribution statement

This research is part of the Master's Thesis of VM at the School of Agronomy of the University of the Republic, Uruguay. IA, principal advisor; LA, co-advisor; VG, co-advisor.

All authors contributed to the analysis and discussion in a similar way.

References

1. Ali T, Schaeffer L. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. Canadian Journal of Animal Science. 1987; 67: 637-644.

2. Beever D, Rook A, France J, Dhanoa M, Gill M. A review of empirical and mechanistic models of lactational performance by the dairy cow. *Livestock Production Science*. 1991; 29: 115-130.
3. Brody S, Ragsdale A, Turner C. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *Journal of Genetic Physiology*. 1924, 6: 541-545.
4. Brotherstone S, White I, Meyer K. Genetic modelling of daily milk yield using orthogonal polynomials and parametric curves. *Animal Science*. 2000; 70: 407-416.
5. Cañas J, Cerón-Muñoz M, Corrales J. Modelación de curvas de lactancia para producción de leche, grasa y proteína en bovinos Holstein en Antioquía, Colombia. *Revista MVZ Córdoba*. 2011; 16(2): 2514-2520.
6. Cobby J, Le Du Y. On fitting curves to lactation data. *Animal Production*. 1978; 26(2): 127-133.
7. Dutto M. Estimación de curvas de lactancia. Tesis Licenciatura en Estadística. Montevideo, Uruguay. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. 2012; 63 p.
8. González N, Boschini C. Comportamiento de la producción de leche en hatos Holstein y Jersey del valle central de Costa Rica. Tesis Lic. Zoot. San José, Costa Rica. Escuela de Zootecnia de la Facultad de Agronomía. 1996; pp 43-59.
9. Grossman M, Koops W. Multiphasic Analysis of Lactation Curves in Dairy Cattle. *Journal of Dairy Science*. 1988; 71: 1598-1608.
10. Jamrozik J, Schaeffer R, Dekkers J. Genetic Evaluation of Dairy Cattle using Test Day Yields and Random Regression Model. *Journal of Dairy Science*. 1997; 80: 1217-1226.
11. Macciotta N, Vicario D, Cappio-Borlino A. Detection of Different Shapes of Lactation Curve for Milk Yield in Dairy Cattle by Empirical Mathematical Models. *Journal of Dairy Science*. 2005; 88: 1178-1191.
12. Macciotta N, Dimauro C, Rassu S, Steri R, Pulina G. The mathematical description of lactation curves of dairy cattle. *Italian Journal of Animal Science*. 2011; 10 (51): 213-223.
13. MGAP-DIEA (Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca-Dirección de Estadísticas Agropecuarias). Anuario Estadístico Agropecuario 2022. https://descargas.mgap.gub.uy/DIEA/Anuarios/Anuario2022/O_MGAP_Anuario_estad%C3%ADstico_%202022-DIGITAL.pdf
14. Quintero J, Serna J, Hurtado N, Noguera R, Cerón-Muñoz M. Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*. 2007; 20: 149-156.

15. Sherchand L, McNew R, Kellogg D, Johnson Z. Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *Journal of Dairy Science*. 1995; 78 (11): 2507-2513.
16. Sikka L. Study of lactation as affected by heredity and environment. *Journal of Dairy Research*. 1950; 17:231-239.
17. Silvestre A, Petim-Batista F, Colaco J. The Accuracy of Seven Mathematical Functions in Modeling Dairy Cattle Lactation Curves Based on Test-Day Records From Varying Sample Schemes. *Journal of Dairy Science*. 2006; 89: 1813-1821.
18. Urioste, J, Naya H, Chilbroste P. Evaluación cuantitativa de curvas de lactancia de vacas Holando en Uruguay. 1. Descripción de la población. *Revista Argentina de Producción Animal*. 2002; 22 (1): 355-356.
19. Vallone R, Camiletti E, Exner M, Mancuso W, Marini P. Análisis productivo y reproductivo de vacas lecheras Holstein, Pardo Suizo y sus cruzas en un sistema a pastoreo. *Revista Veterinaria*. 2014; 25 (1): 40-44.
20. Vásquez A, García M, Sessarego E, Chagray N. 2021. Modelación de la curva de lactación en vacas Holstein de un establo en el valle de Huaura, Perú. *Revista de Investigaciones Veterinarias del Perú*. 32 (1): e19488.
21. Wilmink J. Adjustment of Test-Day Milk, fat and protein yield for age, season and stage of lactation. *Livestock Production Science*. 1987; 16: 335-348.
22. Wood P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature*. 1967; 216:164–165.