



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Simulación numérica de la dinámica de aerogeneradores de eje horizontal

Santiago Agustín Correa Lazo

Programa de Posgrado en Ingeniería Mecánica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Junio de 2024



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Simulación numérica de la dinámica de aerogeneradores de eje horizontal

Santiago Agustín Correa Lazo

Tesis de Maestría presentada al Programa de Posgrado en Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Magíster en Ingeniería Mecánica.

Directores:

Dr. Ing. Prof. Gabriel Usera Velasco

Dr. Ing. Prof. Jorge Pérez Zerpa

Director académico:

Dr. Ing. Prof. Gabriel Usera Velasco

Montevideo – Uruguay

Junio de 2024

Correa Lazo, Santiago Agustín

Simulación numérica de la dinámica de aerogeneradores de eje horizontal / Santiago Agustín Correa Lazo. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, 2024.

XVII, 186 p.: il.; 29, 7cm.

Directores:

Gabriel Usera Velasco

Jorge Pérez Zerpa

Director académico:

Gabriel Usera Velasco

Tesis de Maestría – Universidad de la República, Programa en Ingeniería Mecánica, 2024.

Referencias bibliográficas: p. 143 – 152.

1. Energía Eólica, 2. Dinámica Estructural, 3. Método de Elementos Finitos, 4. Simulación Aerodinámica.
I. Usera Velasco, Gabriel, Pérez Zerpa, Jorge, .
II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Ingeniería Mecánica. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

Dr. Ing. Prof. Ignacio Franco

Msc. Ing. Prof. Bruno Lopez

MSc. Ing. Prof. Diego Maiuri

Montevideo – Uruguay
Junio de 2024

Para mi madre Alicia, por
impulsarme a creer y siempre
dar lo mejor de mi. A mis
hermanos Matias y Natalie, por
acompañarme en todos mis
pasos. Y a mi compañera de vida
Andrea, por apoyarme de forma
incondicional en este viaje que
elegí emprender.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia por acompañarme y brindarme su apoyo incondicional en todo este camino de formación que elegí recorrer, y especialmente a mi madre por criarme de la forma en que lo hizo, empujándome siempre a mejorar, no solo como profesional, sino también como persona. A mis amigos de todos los momentos, gracias por preguntar y acompañarme siempre. Un agradecimiento especial a mi pareja, Andrea, quien desde el día uno me acompañó, apoyó y siempre tuvo las palabras perfectas para que no bajara los brazos. Ella es quien logró día a día que este camino se transite de forma especial.

Agradezco a mis tutores Gabriel y Jorge por su paciencia y dedicación, ya que gracias a ellos este trabajo es posible. El camino que me plantearon a través de su conocimiento fue fundamental para lograr este resultado. A Jorge, agradecerle especialmente por permitirme utilizar el ONSAS para explorar nuevos terrenos fuera de su área, involucrándose él en temas nuevos, con dedicación y vocación. A Gabriel, por guiarme con sabiduría y permitirme, en mis tiempos, explorar el nuevo camino que elegí recorrer.

Agradezco a mis compañeros de trabajo y amigos del Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial (IIMPI), quienes siempre me apoyaron y enriquecieron en este aprendizaje. Un agradecimiento especial a Mauri y Chris por estar siempre disponibles para conversar y analizar los problemas, aprovechando también del momento para charlar sobre la vida.

También agradezco a la Agencia Nacional de Investigación e Innovación (ANII) por el apoyo económico otorgado a lo largo de estos años, gracias a ellos este resultado es posible.

*What we know is a drop, what
we don't know is an ocean.*

Isaac Newton

RESUMEN

La generación de energía renovable ha experimentado un crecimiento sostenido en las últimas décadas debido, entre otros factores, a la volatilidad de los precios de combustibles fósiles y la creciente preocupación por el cambio climático. La generación de energía eólica, particularmente en el sector de aerogeneradores de eje horizontal (HAWT), ha mostrado un desarrollo significativo, pasando de sistemas de 50 kW de capacidad de producción en los 80s a sistemas terrestres de 2.0-4.5 MW y marinos de 9.5-15 MW en la actualidad. A pesar de estos avances, el 87 % de las fallas estructurales en aerogeneradores se deben a vientos de alta intensidad que superan los límites de diseño, existiendo casos de fallas con vientos más bajos. La complejidad de estos sistemas impulsa la necesidad de contar con herramientas que estimen la vida útil de sus componentes clave.

Este estudio se enfoca en desarrollar un modelo aeroelástico para evaluar el rendimiento y confiabilidad de los aerogeneradores. Utilizando la librería de código abierto ONSAS para el desarrollo del modelado estructural y el método Blade Element Momentum (BEM) para modelar la acción del viento, se aplica una estrategia de acople débil para reproducir el comportamiento aeroelástico de estos sistemas. Se plantea un proceso escalonado de validación, en el cual problemas de distinto grado de complejidad son resueltos de forma progresiva. De esta forma, se logra analizar al final del trabajo la respuesta dinámica del Aerogenerador de Referencia NREL de 5 MW. Este enfoque integral permite determinar la dinámica estructural de aerogeneradores en respuesta a cargas de viento no estacionarias, contribuyendo al entendimiento y optimización del diseño de estos sistemas.

Palabras claves:

Energía Eólica, Dinámica Estructural, Método de Elementos Finitos, Simulación Aerodinámica.

ABSTRACT

Renewable energy generation has increased significantly in recent decades due to factors such as, the volatility of fossil fuel prices and the increasing awareness about climate change. Wind energy generation, particularly in the horizontal axis wind turbine (HAWT) sector, has shown significant development, evolving from 50 kW production capacity systems in the 1980s to onshore systems of 2.0-4.5 MW and offshore systems of 9.5-15 MW nowadays. Despite these advancements, 87% of structural failures in wind turbines are due to high-intensity winds that exceed design limits, with failures also occurring under lower wind conditions. The complexity of these systems demands the development of tools to estimate the lifespan of their key components.

This study focuses on developing an aeroelastic model to evaluate the performance and reliability of wind turbines. Using the open-source library ONSAS for structural modeling and the BEM to model wind action, a weak coupling strategy is applied to replicate the aeroelastic behavior of these systems. A step-by-step validation process is proposed, in which problems of different complexity are progressively solved. This approach culminates in analyzing the dynamic response of the NREL 5 MW Reference Wind Turbine. This comprehensive approach allows for the determination of the structural dynamics of wind turbines in response to non-stationary wind loads, contributing to the understanding and optimization of the design of these systems.

Keywords:

Wind Energy, Dynamic Structure, Finite Element Method, Computational Aerodynamics.

Tabla de contenidos

Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XVI
Lista de siglas	XVII
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Aerogenerador de Eje Horizontal	3
1.3 Enfoque y Objetivos	5
1.4 Estructura de la tesis	6
2 Estado del Arte	8
2.1 Aeroelasticidad	8
2.1.1 Modelos Aerodinámicos	9
2.1.2 Modelos Estructurales	14
2.2 Simulación Aeroelástica	20
3 Conceptos preliminares	24
3.1 Aerodinámica de turbinas de eje horizontal	24
3.1.1 Aerodinámica del perfil alar	25
3.1.2 Blade Element Method - BEM	28
3.1.3 Modelo transitorio	39
3.1.4 Limitaciones del Método BEM	41
3.2 Análisis Estructural	47
3.2.1 Modelo de rotaciones finitas en estructuras	48
3.2.2 Cinemática Co-rotacional	51

4	Metodología	62
4.1	Modelo Estructural	63
4.1.1	Sistemas de Coordenadas	63
4.1.2	Modelado del rotor	67
4.1.3	Flujo relativo en configuración deformada total	70
4.2	Modelo del sistema de Control	72
4.3	Amortiguamiento estructural	78
4.4	Dinámica estructural del movimiento del rotor	79
4.4.1	Método de Hilber-Huges-Taylor	81
4.4.2	Hipótesis del modelado, condiciones iniciales y de borde	83
4.4.3	Acople Débil	84
4.5	Aerogenerador de referencia	87
5	Resultados Numéricos	91
5.1	Ejemplo 1: Modelo Simplificado de Aerogenerador	92
5.1.1	A1: Modelo simplificado del rotor	94
5.1.2	A2: Momento aerodinámico	99
5.1.3	A3: Elementos de sección variable	102
5.1.4	A4: Momento externo	107
5.2	Ejemplo 2: Aerogenerador de Referencia	112
5.2.1	B1: Operación del aerogenerador NREL 5 MW	115
5.2.2	B2: Modelo de pérdida de sustentación dinámico - Dynamic Stall	123
5.2.3	B3: Modelo de Estela dinámico	128
5.3	Ejemplo 3: Análisis dinámico del modelo NREL 5 MW	131
5.3.1	C1: Perfil de viento potencial	131
5.3.2	C2: Perfil de viento variable	134
5.3.3	Conclusiones preliminares	137
6	Conclusiones y trabajos futuros	138
6.1	Conclusiones	138
6.2	Trabajos futuros	141
	Referencias bibliográficas	143

Apéndices	153
Apéndice A Características del aerogenerador	154
A.1 Aerogenerador de eje horizontal	154
A.2 Parámetros y características del modelo de aerogenerador NREL - 5 MW	159
 Anexos	 165
Anexo A Herramientas y modelos utilizados	166
A.1 Interpolación de Splines	166
A.2 Campo de Viento	167
A.2.1 Capa Límite Atmosférica	169
A.2.2 Modelo de Turbulencia	170
A.3 Modelos de corrección	171
A.3.1 Corrección de Prandtl y Glauert	172
A.3.2 Modelo Beddoes y Leishman	173
A.3.3 Implementación modelo de Estela dinámico	184
A.3.4 Efecto de rotación e inclinación de la Góndola	184
A.4 Términos de la formulación co-rotacional	186

Lista de figuras

1.1	Parque Eólico	4
1.2	Esquema de perfil alar.	5
2.1	Lista de códigos - Wind Task 29	22
3.1	Perfil Aerodinámico.	26
3.2	Esquema de fuerzas y momento	27
3.3	Volumen de control	29
3.4	Volumen de control	31
3.5	Rotación de la estela	32
3.6	Volumen de control	34
3.7	Triángulo de velocidades en una sección del rotor	36
3.8	Triángulo de velocidades en rotor flexible.	39
3.9	pérdida de sustentación dinámica	45
3.10	Componente de una rotación	50
3.11	Sistemas de rotación de la formulación co-rotacional.	52
3.12	Velocidad relativa	58
4.1	Sistemas de coordenadas	64
4.2	Esquema espacial de rotor en condición deformada.	68
4.3	Configuración de la sección de la pala.	69
4.4	Configuración de la sección de la pala.	69
4.5	Representación espacial de la componente de flujo relativo.	71
4.6	Curva de potencia del aerogenerador.	72
4.7	Curva de operación	73
4.8	Diagrama de flujo del esquema de resolución.	85
4.9	Distribución de perfiles aerodinámicos en el rotor.	89
4.10	Propiedades geométricas distribuidas en la pala.	90

5.1	Esquema ejemplo A1	95
5.2	Variación posición angular, θ_z	97
5.3	Convergencia del método.	98
5.4	Esquema ejemplo A2	100
5.5	Variación del momento aerodinámico, M_z	101
5.6	Convergencia del método.	102
5.7	Variación posición angular, θ_z	104
5.8	Variación del momento aerodinámico, M_z^{aero}	105
5.10	Variación θ_z para paso temporal $\Delta t = [1, 0.01]$	105
5.9	Convergencia del método.	106
5.11	Error de posición angular por paso temporal.	107
5.12	Variación velocidad angular de rotor.	110
5.13	Variación de momento externo.	111
5.14	Curva de superficie de C_P - NREL 5 MW.	116
5.15	Curva de potencia y velocidad de giro del generador.	117
5.16	Momento y empuje aerodinámico.	117
5.17	Ángulo de paso y momento del generador.	118
5.18	Velocidad del rotor y TSR.	118
5.19	Momento eje de baja velocidad	119
5.20	Velocidad angular del rotor.	120
5.21	Curva de potencia del generador.	121
5.22	Variación de velocidad de la pala.	121
5.23	Variación de velocidad de la estela.	122
5.24	Variación del ángulo de ataque.	122
5.25	Perfil aerodinámico S809.	124
5.26	Variación ángulo de ataque ensayo túnel de viento.	125
5.27	Ensayo $\alpha = 8 \pm 5$	126
5.28	Ensayo $\alpha = 8 \pm 10$	126
5.29	Variación coeficiente de sustentación	127
5.30	Potencia aerodinámica disponible modelo BLM.	127
5.31	Variación θ_p	129
5.32	Variación momento aerodinámico.	129
5.33	Variación de la estela local al elemento.	130
5.34	Variación del ángulo de ataque local.	130
5.35	Variación parámetros angulares del rotor.	132
5.36	Componentes de velocidad.	132

5.37	Curva de potencia generada.	133
5.38	Componentes de fuerzas.	133
5.39	Componentes de la estela.	134
5.40	Componentes de fuerzas.	135
5.41	Componentes de la estela.	135
5.42	Componentes de velocidad en rotor.	136
5.43	Curva de potencia del rotor.	136
A.1	Esquema de la góndola	155
A.2	Sistema de orientación	158
A.3	Esquema de discretización de la pala del rotor.	160
A.4	Curvas polar modelo NREL 5 MW	163
A.1	Splines Cúbicos.	167
A.2	Distribución de viento en capa límite atmosférica.	170
A.3	Componentes resultantes sobre perfil alar bajo flujo de viento.	173
A.4	Separación de flujo	178
A.5	Esquema de flujo incidente en plano de rotor girado.	185

Lista de tablas

4.1	Parámetros Principales Aerogenerador 5 MW.	88
4.2	Perfiles Aerodinámicos.	88
5.1	Norma 2 - error posición angular θ_z	97
5.2	Norma infinito - error posición angular θ_z	97
5.3	Norma 2 - error momento aerodinámico	101
5.4	Norma Infinito - error momento aerodinámico.	101
5.5	Error posición angular, θ_z	105
5.6	Error momento aerodinámico.	106
5.7	Error posición angular	106
5.8	Error de velocidad angular.	111
5.9	Error momento externo.	111
5.10	Parámetros del controlador de torque.	116
5.11	Parámetros del controlador de ángulo de paso.	116
5.12	Régimen de operación.	122
5.13	Parámetros del ensayo.	124
5.14	Constante del modelo implementado.	125
5.15	Inicialización de parámetros del modelo.	125
5.16	Error del modelo BLM.	126
A.1	Parámetros de operación	159
A.2	Parámetros estructurales rotor rígido.	161
A.3	Parámetros estructurales rotor flexible.	162
A.4	Parámetros estructurales de cada pala.	164
A.1	Definición de clases de aerogeneradores - IEC 61400	169

Lista de siglas

ADM Actuator Disc Model

ALM Actuator Line Model

BEM Blade Element Momentum

CFD Dinámica de los Fluidos Computacional

DS Dynamic Stall

DTU Universidad Técnica de Dinamarca

FEM Finite Element Method

GEBT Geometrical Exact Beam Theory

HAWT Horizontal Axial Wind Turbine

IEA International Energy Agency

IEC International Electrotechnical Commission

LBM Leishman-Beddoes Model

LES Large Eddy Simulation

NREL National Renewable Energy Laboratory

RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes

RWT Reference Wind Turbine

TSR Tip Speed Ratio

WTG Wind Turbine Generator

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

En las últimas décadas, la generación de energía a partir de fuentes renovables ha experimentado un gran crecimiento a nivel global, impulsado por dos factores fundamentales. En primer lugar, la volatilidad de los precios de los recursos no renovables, como los combustibles fósiles, que impactan directamente en los costos de producción energética, y en segundo lugar la creciente conciencia y preocupación por el cambio climático, la cual ha motivado la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero. En este contexto, la generación de energía a partir de fuentes renovables, con una menor huella de carbono y sin depender de combustibles fósiles, ha experimentado un crecimiento constante a lo largo de los años, incluso en tiempos de crisis, reflejado por ejemplo en parámetros como la capacidad de producción o la potencia instalada.

En particular, como resultado de estos factores las fuentes de energía solar y eólica destacan por su proyección creciente en las últimas décadas. No solo ha habido un incremento significativo en la capacidad instalada a nivel mundial, sino que también se han implementado mejoras tecnológicas constantes, lo que las convierte en opciones más eficientes y con menores costos operativos. Destaca entre ellas la generación de energía eólica a través de aerogeneradores o Wind Turbine Generator (WTG). Esta tecnología ha mostrado el mayor desarrollo y crecimiento en las últimas cuatro décadas, alcanzando récord de generación e instalación en los años 2021 y 2022, con una capacidad instalada mundial de 837 GW y un crecimiento anual próximo al 12% (J. Lee y Zhao,

2022).

Dentro de las variantes tecnológicas existentes, los aerogeneradores de eje horizontal u Horizontal Axial Wind Turbine (HAWT) destacan por su notable incremento en capacidad de producción, pasando de sistemas de 50 kW en los años 80s a sistemas terrestres de 2.0–4.5 MW y plataformas marinas de 9.5–15 MW en la actualidad. Esta mejora se explican por los avances tecnológicos, como mejoras operativas, tecnológicas y de diseño, que han aumentado la capacidad de producción de energía y permitido una mayor generación para una misma velocidad de viento. Sin embargo, ante estas mejoras, M. O. Hansen et al. (2006) destacan los desafíos relacionados con la fiabilidad y la disponibilidad de producción de los sistemas, debido a cargas externas variables y costos operativos adicionales. El 87 % de las fallas estructurales en estos sistema se da en presencia de vientos de alta intensidad superando los rangos de tolerancia de diseño presentes en la norma *IEC-61400*. Chou y Tu (2011) presenta también casos de fallas para vientos por debajo de los límites de diseño, las cuales pueden tener su origen, por ejemplo, en la falla repentina de un componente como el sistema de control de inclinación de la pala.

Para abordar este desafío M. O. Hansen et al. (2006) plantean la necesidad del desarrollo de herramientas de diseño y simulación dinámica, que puedan modelar la respuesta aeroelástica de todo el sistema aerogenerador incluyendo; la torre, el tren de transmisión, el rotor y el sistema de control. En la actualidad existen herramientas computacionales desarrollados a nivel internacional, como por ejemplo: *openFAST* (J. M. Jonkman y Buhl, 2005) desarrollada por National Renewable Energy Laboratory (NREL), *HAWC2* (Larsen y Hansen, 2007) desarrollada por Universidad Técnica de Dinamarca (DTU) y el software comercial *BLADED* desarrollado por la empresa DNV, entre otros.

Uno de los principales desafíos en el desarrollo de modelos numéricos para el análisis de aerogeneradores es la interacción aerodinámica entre el viento y el rotor del aerogenerador. Dado el avance tecnológico en los materiales constructivos y la incorporación de materiales compuestos en el proceso de fabricación, parámetros de diseño como el módulo de Young promedio de los perfiles han aumentado, la rigidez del sistema se ha reducido y las dimensiones se han incrementado de forma considerable, permitiendo una mayor capacidad de producción de energía de los sistemas. En contraposición a dichas mejoras, Mo et al. (2015) señalan que estas introducen un mayor grado de dificultad para describir el comportamiento estructural de los sistemas de generación mo-

ernos, ya que los modelos lineales simplificados bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones no pueden reproducir el comportamiento real de estos sistemas. Esto se debe a los efectos de grandes deformaciones que experimenta el rotor, lo que introduce no linealidades geométricas al modelo, dificultando su estudio y optimización. Es por esto que, en los últimos años, un conjunto de enfoques alternativos basados en la Teoría de Vigas Exacta (Geometrical Exact Beam Theory (GEBT), por sus siglas en inglés; Simo y Vu-Quoc, 1986) o la formulación co-rotacional de vigas 3D (Battini y Pacoste, 2002) han sido desarrollados para obtener resultados precisos con un costo computacional acotado. Estos modelos son capaces de reproducir los comportamientos no lineales producto de las grandes deformaciones presentes en los aerogeneradores modernos (Gebhardt y Rocca, 2014; M. H. Hansen, 2011a; L. Wang et al. 2014).

Por lo expresado anteriormente, resulta de gran valor el desarrollar conocimiento vinculado a la temática de modelado aeroelástico y contar con herramientas locales de modelado computacional fiables, capaces de estimar la vida real de los componentes principales de un aerogenerador. Esta línea de investigación permite, entre otras cosas, definir mejores estrategias a largo plazo en lo relativo a la producción de energía en los lugares emplazados, así como la predicción de fallas y reducción de costos operativos. El objetivo principal de este trabajo es profundizar en la literatura sobre el modelado aeroelástico de los aerogeneradores de eje horizontal e implementar un modelo capaz de simular el comportamiento dinámico de un rotor bajo diferentes condiciones de viento.

1.2. Aerogenerador de Eje Horizontal

La energía del viento se ha utilizado con diferentes propósitos a lo largo de la historia, desde la propulsión de naves marítimas, la molienda de granos o el bombeo de agua para riego. Desde mediados de la década de 1950 hasta la actualidad el estudio y la utilización del viento como fuente de energía renovable ha crecido de manera sostenida. Un aerogenerador como es definido por Manwell et al. (2009), es una maquina capaz de convertir la energía cinética del viento en energía eléctrica conectada a una red de distribución, generalmente emplazadas en lo que se define como granjas eólicas como la presentada en la Figura 1.1. Los aerogeneradores de eje horizontal, de aquí en adelante aerogeneradores, son en la actualidad el diseño mas utilizado, en los cuales el

eje de rotación del rotor es paralelo al nivel de la superficie donde es instalado. Estos sistemas basan su funcionamiento en la utilización de la fuerza aerodinámica de sustentación generada por el viento sobre el rotor para producir un par positivo en el eje del generador. Este par resulta, en primera instancia en la producción de energía mecánica y posteriormente en la transformación a energía eléctrica.



Figura 1.1: Parque Eólica. Vestas, 2023.

Los aerogeneradores son sistemas complejos en los cuales se acoplan diferentes estructuras en movimiento. Estas estructuras pueden ser consideradas rígidas o flexibles, y su movimiento relativo permite transformar energía eólica en energía eléctrica mediante una serie de sistemas mecánicos, eléctricos y de control. En cuanto al diseño práctico, se distinguen aerogeneradores cuyo rotor está compuesto por 2 o 3 palas, las cuales presentan un perfil aerodinámico no uniforme a lo largo de su longitud. Estos perfiles tienen formas geométricas específicas que generan fuerzas mecánicas debido al movimiento relativo entre el perfil y el fluido circundante, definiendo así el movimiento de estos sistemas.

Al examinar el perfil de una sección del rotor en un radio específico, como se muestra en la Figura 1.2, se observa que el flujo de aire sobre esta superficie genera una distribución de fuerzas. Esta distribución se debe a la variación de

la velocidad del flujo de aire sobre los perfiles aerodinámicos en la superficie convexa, resultando en una presión promedio más baja en el lado de succión en comparación con el lado cóncavo o de presión. Simultáneamente, la fricción viscosa entre el aire y la superficie del perfil ralentiza el flujo en cierta medida, generando fenómenos de circulación alrededor del perfil. Estas dos interacciones dan lugar a las fuerzas aerodinámicas de sustentación y arrastre, que en gran medida generan el momento o par de rotación sobre el eje del rotor, induciendo el giro del sistema.

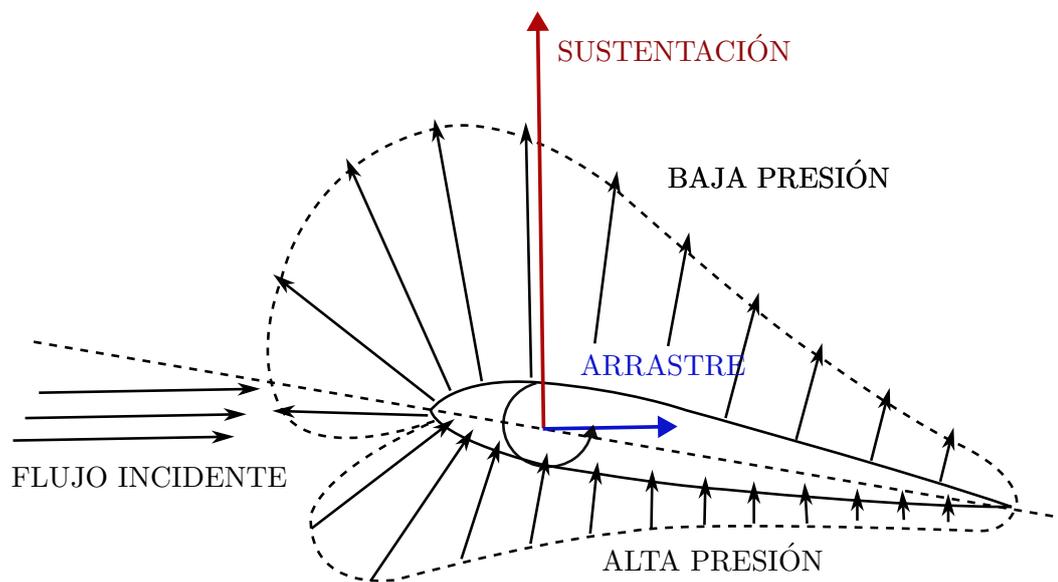


Figura 1.2: Esquema de perfil alar.

A nivel nacional, los sistemas Multimegawatt de generación de energía eólica instalados consisten en un rotor compuesto por tres palas que giran alrededor de un cubo horizontal, orientado en dirección al viento incidente. Los principales componentes y sistemas que conforman estas máquinas son: la góndola, el rotor, la torre, el tren de transmisión, el generador y el sistema de control. Más detalles sobre el funcionamiento y la funcionalidad de estos componentes se pueden encontrar en el Apéndice A.

1.3. Enfoque y Objetivos

El objetivo de esta tesis consiste en el desarrollo de una herramienta computacional destinada al modelado de la dinámica estructural de aerogeneradores

en respuesta a cargas de viento no estacionarias. Para alcanzar dicho objetivo, se aborda un estudio detallado de los aspectos aerodinámicos y estructurales de forma independiente. Se modela la interacción de los sistemas por medio de una metodología de acople débil con el propósito de definir el comportamiento aeroelástico de los aerogeneradores.

El análisis aerodinámico se realiza por medio de la metodología ingenieril de cálculo de cargas aerodinámicas basadas en el BEM, mientras que la resolución de la dinámica estructural del aerogenerador se resuelve a través de la formulación co-rotacional aplicada a elementos de viga 3D. Dos estrategias de control, control de torque y control de ángulo de paso, son implementadas para mantener los parámetros de operación del sistema dentro de los rangos deseados.

Este enfoque permite realizar una evaluación integral de la interacción aerodinámica y estructural de los aerogeneradores, contribuyendo al entendimiento y la optimización de su diseño desde una perspectiva científica, especialmente en el contexto de la Universidad de la República.

1.4. Estructura de la tesis

La tesis consta de seis capítulos: Introducción, Estado del Arte, Conocimientos Preliminares, Metodología, Resultados Numéricos y Conclusiones y Trabajos Futuros. Cada capítulo aborda aspectos específicos que contribuyen a una comprensión integral de la dinámica de los aerogeneradores de eje horizontal.

El Capítulo 2 ofrece un resumen detallado de los diversos modelos aerodinámicos y estructurales que han posibilitado el análisis aeroelástico de estos sistemas. En el Capítulo 3, se describen las herramientas clave para el análisis dinámico del rotor, incluyendo la teoría matemática que da forma al modelo aeroelástico BEM y la formulación co-rotacional de vigas tridimensionales empleada para el modelado estructural de las palas. La metodología utilizada para el modelado de la interacción de los sistemas se detalla en el Capítulo 4, donde se exponen las hipótesis fundamentales del modelado estructural y de viento, junto con las condiciones de borde e iniciales consideradas para simular el arranque del rotor del aerogenerador. Este capítulo también presenta los detalles de la estrategia de control implementada y los diferentes parámetros calculados.

En el Capítulo 5, se presentan los resultados de las aplicaciones numéricas. La primera aplicación busca validar la metodología de cálculo de fuerzas aerodinámicas mediante la formulación co-rotacional, la simulación de sistemas de sección y propiedades variables, y el esquema de control implementado. Luego, se valida la metodología de cálculo de cargas aerodinámicas BEM mediante la comparación de resultados con la bibliografía existente, utilizando un modelo completo de Aerogenerador de Referencia (Reference Wind Turbine (RWT), por sus siglas en inglés). Finalmente, se analiza un caso de estudio de un aerogenerador de referencia simulado en condiciones de flujo dentro de la capa límite atmosférica, lo que permite examinar el comportamiento dinámico estructural del sistema en condiciones que modelan un perfil de viento real.

Por último, en el Capítulo 6, se presenta un análisis final del trabajo desarrollado, discutiendo los resultados obtenidos y proponiendo trabajos futuros.

Capítulo 2

Estado del Arte

En este capítulo, se presenta una revisión de libros, normas y artículos científicos que abordan el modelado del comportamiento aeroelástico de aerogeneradores de eje horizontal frente a cargas de viento.

2.1. Aeroelasticidad

Durante las últimas décadas, la comunidad científica dedicada al estudio de aerogeneradores ha enfocado una parte significativa de sus esfuerzos en el desarrollo de modelos aeroelásticos. Estos modelos permiten abordar con alta fiabilidad el comportamiento dinámico, estructural y operativo de estos sistemas. Uno de los primeros trabajos dedicados a estudiar el estado del arte fue realizado por M. O. Hansen et al. (2006), quienes en su trabajo identifican la motivación y los desafíos subyacentes de esta rama de la ciencia, detallando las herramientas de análisis aeroelástico emergentes en aquel momento, muchas de las cuales siguen siendo ampliamente utilizadas en la actualidad

Para comprender los modelos utilizados en la simulación de aerogeneradores, es esencial introducir el concepto de aeroelasticidad, definido por Hodges y Pierce (2012) como: *“la rama de la ciencia que se ocupa del análisis y comprensión de la interacción entre la deformación de una estructura elástica expuesta a un campo de viento y las fuerzas aerodinámicas generadas por esta interacción”*. Esta disciplina desempeña un papel fundamental en el diseño y desarrollo de estructuras, en particular aerogeneradores, al evaluar cómo las fuerzas aerodinámicas y las deformaciones estructurales se relacionan.

En esencia, la aeroelasticidad busca comprender cómo las fuerzas del vien-

to, la presión generada y su velocidad afectan una estructura elástica, lo que puede resultar en efectos dinámicos, vibraciones e inestabilidad estructural. Como mencionan Hodges y Pierce (2012), estos fenómenos pueden ser críticos en la operación y seguridad de aeronaves, helicópteros, puentes colgantes, aerogeneradores y otras estructuras expuestas a cargas aerodinámicas.

Los efectos aeroelásticos surgen de la interacción entre las cargas aerodinámicas y las deformaciones estructurales. Por lo tanto, un modelo aeroelástico consta de un modelo aerodinámico para calcular las cargas aerodinámicas y un modelo estructural que determina la respuesta dinámica de la estructura bajo estas cargas.

2.1.1. Modelos Aerodinámicos

La aerodinámica es fundamental en el diseño y análisis de aerogeneradores, enfocándose en dos áreas principales: el estudio del aerogenerador y el análisis de parques eólicos. Para esto, los modelos de cálculo desarrollados son cruciales para lograr un diseño confiable y optimizado de aerogeneradores y la disposición de parques eólicos. Además, estos modelos son importantes para mitigar riesgos de inversión y optimizar la eficiencia de los parques eólicos mediante el control y la gestión adecuada de los efectos de la estela generada.

Existen dos enfoques diferenciados para el estudio aerodinámico: las metodologías ingenieriles, desarrolladas a partir de métodos analíticos y experimentales, y los métodos de simulación computacional, basados en la Dinámica de los Fluidos Computacional (CFD).

Desarrollo del Blade Element Method

En el contexto de los métodos ingenieriles, el método BEM destaca como una herramienta de amplio uso para la determinación de las cargas aerodinámicas sobre el rotor de un aerogenerador. Este método, formulado originalmente por Glauert (1935), basa su desarrollo en un conjunto de hipótesis que permiten combinar la *Teoría de la Cantidad de Movimiento* aplicada al rotor de aerogeneradores y la *Teoría Elemento de Pala* resultante del análisis de un perfil alar.

Para abordar aspectos más realistas en la operación de sistemas eólicos, se han desarrollado diversos modelos de ingeniería que complementan la teoría básica del Blade Element Method (BEM). G. Schepers (2012) ofrece un análisis

detallado de estos modelos, destacando correcciones específicas. Por ejemplo, Leishman et al. (1986) proponen una formulación matemática para incorporar la pérdida de sustentación dinámica, originalmente destinada a helicópteros pero adaptada por Gupta y Leishman (2006) para aerogeneradores. Por otro lado, Øye (1991) presenta un modelo analítico que aborda los fenómenos transitorios de la dinámica de la estela del rotor. Posteriormente, Viterna y Janetzke (1982) y Chaviaropoulos y Hansen (2000) desarrollaron modelos analíticos para introducir los efectos tridimensionales del flujo alrededor de un rotor giratorio, ajustando los coeficientes de sustentación y arrastre para simular la pérdida de sustentación con retraso.

Sin embargo, modelos más complejos, como los que consideran la inclinación del rotor respecto al flujo incidente, han presentado dificultades en su implementación en el método BEM. Entre estos modelos, destaca el de A. Ning et al. (2015), implementado en el software *Aerodyn*, que utiliza la corrección propuesta por Burton et al. (2001) para calcular la componente inducida en la estela mediante la rotación del plano del rotor. Recientemente, Madsen et al. (2020) presentaron modificaciones al método clásico de BEM, incorporando términos de corrección en las ecuaciones de Cantidad de Movimiento basados en resultados de CFD.

En cuanto a esquemas de resolución integrada de fenómenos transitorios, Branlard et al. (2022) propusieron una formulación continua en el tiempo en espacio de estados, que permite la linealización de modelos no estacionarios dentro de un esquema de resolución completo de un aerogenerador.

La confiabilidad del modelo BEM, ha sido respaldada mediante la comparación con datos experimentales en trabajos como los presentados por Lanzafame y Messina (2007) o más recientemente Boorsma et al. (2023). Sørensen (2016) justifica y respalda la implementación de la teoría BEM a partir de comparaciones entre modelos, destacando que a pesar de las limitaciones de este enfoque el mismo permite obtener buenos resultados bajo ciertas condiciones de flujo.

El método BEM se ha consolidado como un estándar para evaluar el rendimiento aerodinámico de las palas de aerogeneradores, lo que lo hace especialmente adecuado para la optimización del diseño de las mismas, un proceso que a menudo implica numerosos casos de estudio. Diferentes estrategias de optimización han sido desarrolladas a partir de este método, como la propuesta por Bottasso et al. (2013), con foco en la optimización estructural, o la pre-

sentada por M. O. Hansen (2015), enfocada en la optimización de parámetros a través de la potencia del sistema.

CFD - Modelo de dinámica de los fluidos computacional

Una segunda familia de métodos, que ha sido el foco de esfuerzos de desarrollo durante las últimas décadas, son las técnicas de dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés). La metodología de simulación CFD, según se describe por Ferziger y Peric (2002), es una estrategia de modelado que emplea métodos numéricos y algoritmos para resolver de manera numérica las ecuaciones no lineales fundamentales que rigen el movimiento de los fluidos, tales como las ecuaciones de Navier-Stokes.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla \mathbf{p} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0.\end{aligned}\tag{2.1}$$

siendo \mathbf{u} el campo de velocidades, \mathbf{p} el campo de presiones y ν la viscosidad cinemática. Estas ecuaciones, derivadas de la conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, se discretizan y resuelven en un dominio de cálculo mediante la subdivisión del espacio en una malla tridimensional de puntos.

Estas metodologías se distinguen del enfoque anterior ya que la misma busca determinar las características del flujo alrededor de diversas partes del aerogenerador (como las palas, la góndola y la torre), sin necesidad de contar con información sobre las propiedades de carga del perfil aerodinámico, sustentación y arrastre. Qiu et al. (2009) describen al CFD como un método capaz adaptarse a diferentes velocidades del viento y condiciones operativas, lo que lo convierte en una herramienta versátil para el estudio de aerogeneradores a pesar de su elevado costo computacional.

Es importante destacar, que el flujo alrededor de aerogeneradores es turbulento y transitorio, lo que ha llevado al desarrollo de diversas técnicas para su modelado. Bardina. J (1980) clasifica estas técnicas en tres métodos principales.

En primer lugar se encuentra la solución directa de las ecuaciones de Navier-Stokes (DNS), método que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes de forma no estacionaria, utilizando discretizaciones espaciales y temporales finas para captar la evolución de los vórtices más pequeños y las fluctuaciones rápidas.

Aunque se suele utilizar el método de Volúmenes Finitos por su velocidad de resolución, el alto costo computacional lo hace inviable para problemas complejos y turbulentos, recurriéndose así a modelos simplificados.

Como alternativa a la resolución directa surge el Método de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas temporalmente o Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) es una subcategoría de la Dinámica de Fluidos Computacional, la cual resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas temporalmente, reduciendo la complejidad del problema. Las tensiones de Reynolds, que aparecen debido a las fluctuaciones, se expresan en términos de valores medios, resolviendo el *problema de cierre* mediante modelos de turbulencia. Trabajos recientes como los realizados por De-shun (2008), Laan et al. (2021) y Baungaard et al. (2022) utilizan modelos de turbulencia como el $k-\omega$ SST (Menter, 1994), el modelo Spalart-Allmaras (Spalart y Allmaras, 1994) y modelos de turbulencia atmosférica $k-\epsilon$ junto con el método RANS. Estos estudios han obtenido buenos resultados en la predicción de los campos de presión alrededor de perfiles aerodinámicos en condiciones de flujo turbulento, con un costo computacional relativamente bajo.

Por último, el método de simulación de Grandes Vórtices (Large Eddy Simulation (LES)) es una técnica transitoria de CFD que permite capturar con mayor precisión la estructura y dinámica de los grandes vórtices coherentes en el flujo, la cual utiliza filtros en las ecuaciones de Navier-Stokes y modelos de turbulencia simplificados mediante un modelo submalla (Ferziger y Peric, 2002). Investigaciones recientes a nivel internacional, como el estudio de Lin y Porté-Agel (2022), emplea el método LES para modelar el campo de viento y analizar los efectos de la estela generada por aerogeneradores en parques eólicos. Boorsma et al. (2023) destacan que el LES es el método que mejor ha modelado el control de alineación de aerogeneradores y los cambios en la dirección del viento, comparado con resultados experimentales.

A nivel nacional, el grupo de Mecánica de los Fluidos Computacional resalta como pionero en el análisis de operación de aerogeneradores con especial foco en la dinámica del flujo. Destaca dentro de este grupo el trabajo de doctorado de Draper (2015), quien presenta un modelo LES para la resolución del flujo en la estela utilizando el software CAFFA.3D.MBRi (Usera et al. 2008), e integrando un modelo de aerogenerador representado como un disco actuador rígido.

ALM y ADM-R - Modelo del tipo Actuador

Los modelos de tipo actuador son una metodología híbrida empleada para representar la dinámica del flujo que atraviesa un rotor, así como la dinámica aguas abajo del mismo y la distribución de presiones sobre la superficie. Estos modelos combinan métodos ingenieriles para determinar las cargas aerodinámicas sobre el rotor a partir de datos experimentales, junto con la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes para calcular el campo de viento por medio de métodos RANS o LES. Estos métodos se clasifican en dos categorías principales según la representación del rotor: el Actuador Disc Model (ADM) (Sorensen y Myken, 1992) y el Actuador Line Model (ALM) (Sorensen y Kock, 1995). Una característica de estos modelos es que no resuelven directamente el flujo en la capa límite viscosa en las superficies de las palas, por lo que en base a modelos ingenieriles se determinan las fuerzas de sustentación y de arrastre, las cuales son introducidas en la resolución de las ecuaciones de flujo a partir, por ejemplo, de condiciones de borde inversas.

En primer lugar el modelo ADM, basado en la teoría de cantidad de movimiento aplicada en una dimensión, es un enfoque ampliamente utilizado para el estudio del rendimiento del aerogenerador. Sorensen y Myken (1992) introdujeron el método de disco actuador para modelar aerogeneradores, el cual utiliza aproximaciones de diferencias finitas en las ecuaciones de Euler formuladas de manera asimétricas. Esta técnica de modelado fue evaluada por autores como Laan et al. (2014), quienes implementando un modelo de disco actuador asimétrico en el marco de resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes dentro de un esquema de resolución RANS así como LES compara ambos resultados. En este trabajo, los autores concluyen que la metodología LES permite obtener una mejor resolución del campo de flujo aguas abajo del rotor.

El modelo ALM, propuesto por Sorensen y Kock (1995), se presenta como una extensión del modelo ADM y surge como solución para superar las limitaciones de resolución de estelas cercanas inherentes a dicho modelo. En este enfoque, el rotor se representa mediante un conjunto de líneas que simulan las palas en movimiento. Sobre estas líneas de flujo, a partir de información del perfil aerodinámico, se generan un campo de fuerzas sobre el fluido circundante, el cual es proyectado sobre la malla computacional para la resolución de la dinámica del flujo. Shen et al. (2011), evalúan en su trabajo esta técnica de modelado a partir de los datos experimentales resultantes del proyecto *MEXICO*

(Model Experiments in Controlled Conditions) (Snel et al. 2007). La comparación de los resultados obtenidos con los datos experimentales mostraron una adecuada similitud.

A nivel nacional el trabajo realizado por Draper et al. (2022), presenta un modelo numérico para un parque eólico terrestre utilizando la estrategia de modelado de Línea Actuadora como modelo rígido de los aerogeneradores en el marco de la resolución de flujo por medio de la técnica LES. El modelo propuesto fue ajustado para coincidir con la curva de potencia de los aerogeneradores y los datos SCADA disponibles. Con la validación propuesta, los autores logran capturar la dinámica operativa del parque eólico y su interacción con el viento.

No obstante, la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes para calcular la dinámica del flujo sobre el rotor es computacionalmente más costosa que el método BEM (M. O. Hansen et al. 2006). Además, estos modelos no predicen las cargas aerodinámicas con mayor precisión que el método BEM, ya que se basan en la teoría de elementos de pala y en datos tabulados de perfiles aerodinámicos para determinar las cargas aplicadas. Por otro lado, estos modelos no logran predecir la dinámica estructural del rotor en forma completa ya que los modelos planteados consideran estructuras rígidas enfocándose en resolver los efectos sobre el flujo y no la interacción entre los sistemas de forma completa.

2.1.2. Modelos Estructurales

Para capturar la dinámica estructural de un aerogenerador, es necesario integrar un modelo estructural que permita reproducir la respuesta dinámica de los componentes clave, como el rotor y la torre. El modelado de estos elementos estructurales generalmente se divide en dos enfoques principales: modelos de Elementos Finitos y el Análisis Modal. Además, dado que un aerogenerador comprende múltiples componentes interconectados, se requiere un enfoque de análisis de sistemas multicuerpo para comprender su comportamiento global. Al combinar estos enfoques de modelado, es posible generar un modelo multicuerpo completo del sistema, lo que nos permite evaluar su comportamiento dinámico de manera global.

Análisis Modal

El Análisis Modal destaca como una de las primeras herramientas utilizada en la década de los años 70s para el estudio del comportamiento estructural del rotor y la torre de un aerogenerador. Este enfoque proporciona la base necesaria para realizar predicciones confiables sobre la dinámica presente en estos sistemas (Quarton, 1998). Adoptado inicialmente de la industria de los helicópteros, el análisis modal presenta la desventaja de requerir la construcción de un modelo que demanda manipulación algebraica para derivar las ecuaciones de movimiento del sistema. Sin embargo, ofrece la ventaja de proporcionar una representación confiable de la dinámica de un sistema con relativamente pocos grados de libertad (M. O. Hansen et al. 2006).

Ejemplos de modelos estructurales de aerogeneradores basados en análisis modal se encuentran en herramientas como FLEX5 desarrollada por Oye (1996), el cual es un modelo de análisis aeroelástico utilizado en la industria. La resolución dinámica del modelo utiliza solo los tres o cuatro modos principales (dos en dirección de flexión y dos en dirección de borde de ataque) para el modelado de la pala, y cuatro modos para el modelado de la torre. Por otro lado, herramientas como OpenFAST (J. M. Jonkman y Buhl, 2005) continúa utilizando el análisis modal para el modelado de la torre, manteniendo también disponible el análisis modal de las palas como una alternativa de cálculo. Kallesøe (2007) presenta en su trabajo el uso de la metodología de análisis modal para el desarrollo de un modelo detallado del rotor de un aerogenerador. Este modelo introduce dentro de las ecuaciones de movimiento los efectos gravitacionales, la variación del ángulo de paso y la variación de la velocidad angular.

La precisión del enfoque modal tiene como contraposición la dependencia en gran medida de las formas modales prescritas, las cuales deben ser obtenidas mediante un preprocesador basado en elementos finitos o datos medidos del modelo a reproducir. Por otro lado, cabe destacar que este enfoque está limitado a análisis lineales debido a la fuerte hipótesis de linealidad que debe realizarse, lo que se traduce en dificultad al momento de representar grandes desplazamientos en elementos flexibles. Por lo tanto, aunque el enfoque modal es eficiente en términos computacionales, presenta limitaciones en cuanto a precisión y capacidad para abordar problemas no lineales (L. Wang et al. 2016). Debido a estas limitaciones es que surge una familia de modelos que

mejoran la precisión de los modelos desarrollados, conocida como elementos finitos.

Elementos Finitos

El análisis de problemas estructurales no suele abordar directamente las ecuaciones fundamentales de la mecánica del rígido, sino que este se basa en suposiciones sobre la descripción cinemática del problema, teniendo en cuenta la geometría y las propiedades mecánicas de la estructura. Esto simplifica los problemas tridimensionales en dominios bi- o unidimensionales, permitiendo caracterizar el comportamiento global mediante una representación eficiente. Una técnica comúnmente empleada en este ámbito es el Método de Elementos Finitos o Finite Element Method (FEM) (Zienkiewicz, 1972), dentro del cual se destaca la representación mediante elementos de vigas.

Los modelos de vigas han sido ampliamente utilizados en ingeniería debido a su capacidad para representar con menos incógnitas el comportamiento mecánico de estructuras en aplicaciones civiles, mecánicas y aeroespaciales. Dos modelos de vigas lineales comúnmente utilizados en los primeros modelos de aerogeneradores son; el modelo de viga de Euler-Bernoulli (O. A. Bauchau y Craig, 2009) y el modelo de viga de Timoshenko (Oñate, 2010). El primero, también conocido como modelo clásico de vigas, se aplica a elementos delgados sujetos a cargas de extensión, torsión y flexión, sin considerar los efectos de la deformación por corte. Por el contrario, el modelo de viga de Timoshenko, desarrollado a principios del siglo XX, tiene en cuenta estos efectos, lo que lo hace más adecuado para describir el comportamiento de vigas cortas y gruesas de menor esbeltez en comparación con el modelo de viga de Euler-Bernoulli.

M. O. Hansen et al. (2006) resaltan la importancia del desarrollo e implementación de nuevos materiales en el diseño de aerogeneradores, lo que permite incrementar el tamaño de los rotores y, consecuentemente, la capacidad de producción. Con esta tendencia, las hipótesis de linealidad y pequeñas deformaciones dejan de ser válidas, surgiendo la necesidad de incorporar no linealidades geométricas y grandes deformaciones en el estudio de estos sistemas. Para alcanzar este objetivo, la utilización de la teoría exacta de vigas, también conocida como GEBT por sus siglas en inglés, aparece como una alternativa de modelado.

Uno de los primeros trabajos sobre teoría no lineal de vigas exactas fue de-

sarrollado por Simo y Vu-Quoc (1986), quienes presentan un modelo adecuado para vigas no muy esbeltas, donde las deformaciones debidas al esfuerzo de corte son significativas. Avances adicionales en este campo han sido realizados por Hodges (2006) en el estudio de palas de helicópteros, unificando técnicas y condensando las propiedades estructurales necesarias para su representación unidimensional.

Más específicamente en el área de aerogeneradores, Larsen et al. (2004) comparan los resultados obtenidos para turbinas Multimegawatt de gran porte al utilizar un modelo lineal basado en la teoría de Euler-Bernoulli y un modelo no lineal mediante la teoría de vigas exacta. Estos modelos son empleados en un modelo de referencia, concluyendo que las grandes deformaciones alteran el área efectiva del rotor, modificando las cargas sobre la estructura y la estimación de la potencia generada.

Manolas et al. (2015) presentan en su investigación los efectos geométricos no lineales mediante la comparación de diferentes modelos de viga para la representación del aerogenerador de referencia NREL 5 MW (J. Jonkman et al. 2009). Los autores concluyen que, aunque los efectos de las no linealidades geométricas aún son pequeños para el aerogenerador NREL 5 MW, los modelos lineales están muy cerca de su límite en cuanto a reproducir con precisión las deflexiones relevantes. Los autores concluyen que la utilización de modelos no lineales es necesaria para la representación y diseño de rotores modernos de mayor tamaño.

Otra formulación utilizada en los elementos finitos de viga es la formulación co-rotacional, inicialmente propuesta por Nour-Omid y Rankin (1991). Esta formulación se basa en la descomposición cinemática del elemento finito en dos etapas sucesivas: primero como un sólido rígido y luego incluyendo su carácter deformable (Belytschko y Glaum, 1979). Recientemente, el método co-rotacional se ha propuesto para analizar dinámicamente estructuras geométricamente no lineales (T.-N. Le et al. 2011). Sin embargo, determinar las matrices constitutivas y de inercia resulta complejo, especialmente cuando se consideran fenómenos como el alabeo de la sección y las grandes variaciones de esfuerzos a lo largo del eje de la viga.

El trabajo de Crisfield (1997) plantea el uso de la formulación co-rotacional para el modelado de casos estáticos y dinámicos, utilizando interpolaciones cúbicas para el vector de fuerzas internas y la matriz tangente, y considerando una matriz de masa constante, lo que resulta en una formulación no consistente

pero numéricamente eficiente. T. N. Le et al. (2014a) proponen mejorar este trabajo mediante el uso de funciones de forma cúbicas para calcular vectores y matrices de inercia en estructuras sometidas a grandes deformaciones en entornos dinámicos, logrando mayor precisión en los términos inerciales y sus cambios temporales en función de los desplazamientos locales. Los autores T. N. Le et al. (2014b), desarrollan una extensión para el comportamiento dinámico no lineal de vigas de sección abierta de pared delgada, aplicando con éxito este enfoque a la dinámica multicuerpo y al análisis aeroelástico.

En el campo de los aerogeneradores, pocos trabajos han utilizado la formulación co-rotacional para modelar sus distintos componentes. Uno de los trabajos destacados es el de Larsen et al. (2004), quienes, al suponer pequeñas deformaciones lineales en cada elemento finito de viga, logran representar las grandes desplazamientos y rotaciones de las palas del rotor mediante la integración del modelo de rotación entre elementos. Siguiendo esta formulación, M. H. Hansen (2011b) incorpora la proyección del campo de viento sobre el elemento de viga deformado dentro del esquema de resolución co-rotacional, lo que le permite determinar y linearizar las fuerzas aplicadas en el modelo BEM. Más recientemente, el modelo desarrollado por Hyeongmin Moon y Kim (2023) emplean la formulación co-rotacional para modelar el rotor, incluyendo palas de materiales compuestos y una representación geométrica completa, abordando la dinámica del problema mediante el método α -HHT.

El modelado de sistemas no lineales en el marco de la formulación co-rotacional requiere tratar la parametrización de rotaciones finitas y sus incrementos, lo que lleva a problemas de singularidad en el cálculo de las matrices tangentes del término inercial. La solución numérica se vuelve inestable al alcanzar un ángulo de rotación de 2π , representando la mayor dificultad para modelar la dinámica de los aerogeneradores. Para abordar este problema, Cardona y Geradin' (1988) proponen dos metodologías para actualizar el ángulo de rotación del rígido: el vector de rotación incremental y el complemento del vector de rotación. En el método del vector de rotación incremental, la parametrización de la rotación se aplica solo dentro del paso de tiempo actual, y la matriz de rotación se almacena para expresar la última configuración convergida. El segundo método utiliza el complemento del vector de rotación una vez que el ángulo de rotación excede π . Yang y Xia (2019) sugieren en su trabajo utilizar el ángulo de rotación complementario como solución numérica para a la inestabilidad en la formulación co-rotacional. Al establecer la relación mutua

entre las variaciones del vector de rotación, su complemento y la variable de giro rígida, los autores demuestran que el cambio entre el vector de rotación y su complemento preserva no solo las deformaciones, sino también la velocidad y aceleración angular, así como los vectores de fuerza y las matrices tangentes de un elemento. G. Wang et al. (2020), utilizando el vector de rotación complementario, presentan una formulación co-rotacional de alta precisión para elementos de viga 3D en el análisis dinámico de sistemas multicuerpo flexibles que experimentan grandes desplazamientos y rotaciones. La formulación propuesta se basa en el principio de potencia virtual, el cambio entre el vector de rotación y su complemento para resolver el problema de singularidad, y la utilización de una matriz de masa concentrada.

Para unificar la resolución de modelado de cada componente de un aerogenerador, se integran en un esquema de resolución multicuerpo, teniendo en cuenta las diferentes hipótesis cinemáticas que pueden aplicarse a cada sistema. Esta necesidad impulsa el desarrollo de representaciones de sistemas compuesto por diferentes sistemas para abordar la dinámica completa de un sistema complejo.

Sistemas Multicuerpos

Al explorar el estado del arte en modelos estructurales para aerogeneradores, Maza et al. (2017) identifican la dinámica de multicuerpos como una metodología ampliamente utilizada. Estos modelos se caracterizan por estar compuestos por componentes deformables o rígidos que experimentan rotaciones finitas, y se encuentran conectados por elementos de fuerza como resortes o restricciones mecánicas como articulaciones, que imponen restricciones a su movimiento. Los modelos de sistemas multicuerpo han sido diseñados para describir con precisión estas rotaciones y manejar robustamente ecuaciones de restricción algebraicas no lineales. La formulación del sistema de coordenadas de referencia flotante es el enfoque principal utilizado para estudiar la deformación en estos sistemas. Esta permite formular ecuaciones dinámicas de movimiento no lineales para cuerpos flexibles con geometrías complejas, utilizando ecuaciones de movimiento que suelen derivarse de las ecuaciones de Lagrange o las ecuaciones de Newton-Euler. Esta metodología de modelado también permite la eliminación sistemática de modos de deformación insignificantes, lo que conduce a modelos matemáticos de orden reducido que pueden

resolverse eficientemente mediante métodos de integración numérica (Shabana et al. 2007).

Esta línea de investigación ha dado lugar a diversos trabajos pioneros. El primero en destacarse es el presentado por Petersen (1990), quien presenta un modelo de aerogenerador subdividido en tres subestructuras: la torre, la góndola y el rotor. Cada subestructura se discretiza mediante elementos de viga 3D lineales. Este modelo fijo las bases para la simulación de la respuesta dinámica del sistema introduciendo cargas locales de inercia, determinadas a partir de un análisis cinemático general.

D. Lee et al. (2002), utilizando la metodología multicuerpo, modelan los aerogeneradores como un conjunto de subsistemas rígidos, como la góndola y el cubo, y subsistemas flexibles, como la torre y las palas. Los subsistemas flexibles se modelan mediante elementos finitos de viga no lineales, usando la formulación GEBT.

X. Zhao et al. (2007) presentan una metodología basada en un sistema híbrido multicuerpo compuesto de cuerpos rígidos, cuerpos flexibles y juntas cardánicas. Utilizando un elemento cardánico elástico equivalente a una viga, los cuerpos flexibles se modelan como conjuntos de cuerpos rígidos con uniones flexibles, representando el aerogenerador completo con un número discreto de cuerpos rígidos, resortes y amortiguadores.

En la última década, destacan por un lado el trabajo de Gebhardt y Rocca (2014), quienes desarrollan un modelo estructural multicuerpo capaz de representar los efectos no lineales producto de la acción aerodinámica. Para modelar la flexibilidad del sistema estructural, la torre, la góndola y el buje, se representan como una cadena cinemática y cada pala se modela por separado mediante teorías de vigas exactas. Por otro lado, L. Wang et al. (2014) presentan en su tesis de doctorado el desarrollo teórico del modelado del rotor, utilizando una formulación mixta de la teoría GEBT en la cual las ecuaciones de movimiento se determinan a partir del Principio de Hamilton, la energía cinética y la energía de deformación del sistema.

2.2. Simulación Aeroelástica

El acoplamiento entre el modelo aerodinámico y el modelo estructural da lugar a la simulación aeroelástica de los aerogeneradores. En la actualidad, se dispone de modelos computacionales complejos, tanto comerciales como

académicos, que facilitan el modelado del comportamiento dinámico de estos sistemas. Estos modelos permiten reproducir parámetros de funcionamiento, lo que posibilita las mejoras de diseño y análisis de diversas condiciones de operación.

Uno de los códigos de libre acceso ampliamente utilizado en la comunidad científica durante las últimas dos décadas es el [OpenFAST](#), desarrollado por J. M. Jonkman y Buhl (2005). OpenFAST es un modelo aero-servo-hidroelástico no lineal que permite la simulación de cargas aerodinámicas, hidrodinámicas y la dinámica de sistemas estructurales, eléctricos y de control tanto en aerogeneradores terrestres como marinos. Este código incorpora el modelo aerodinámico AeroDyn, desarrollado por Moriarty y Hansen (2005), que utiliza un conjunto de rutinas basadas en el método BEM propuesto por S. A. Ning (2014) para calcular las fuerzas aerodinámicas. Además, incluye subrutinas para modelar transitorios debido a flujos de viento no estacionarios o cambios en la operación del sistema. El análisis estructural se realiza mediante el método FEM, utilizando la teoría GEBT y una matriz de masa de Timoshenko para discretizar tanto las palas como la torre. Esto permite la determinación del comportamiento dinámico en geometrías no lineales con grandes deformaciones. La combinación de estos módulos, junto con la implementación de rutinas que permiten el acoplamiento del sistema de control y la dinámica del sistema eléctrico, convierte a OpenFAST en una herramienta completa que ha facilitado el desarrollo y estudio de nuevas mejoras tecnológicas implementadas en aerogeneradores.

Otro código de libre acceso ampliamente utilizado para el modelado de aerogeneradores es [HAWC2](#) (Larsen y Hansen, 2007), desarrollado por la DTU y el Laboratorio Nacional Riso. Este código utiliza una formulación multicuerpo presentada por Kim et al. (2013) para resolver el modelo estructural. En este enfoque, cada sistema se representa mediante un conjunto de elementos lineales de viga Timoshenko, definidos espacialmente mediante sistemas de coordenadas flotantes. Las restricciones de acoplamiento entre los elementos y sistemas individuales incluyen los efectos no lineales del movimiento del cuerpo, como rotaciones y deformaciones, mientras que sobre cada elemento de viga que compone el sistema se asumen pequeñas deformaciones. Esto implica que los efectos de grandes rotaciones y deflexiones son incorporados mediante una subdivisión adecuada de las palas o la torre. El modelo aerodinámico se formula mediante el método BEM, que incluye modelos para simular fenómenos tran-

sitorios, como el modelo de sustentación dinámico propuesto por Leishman et al. (1986), el efecto de pérdida en la punta de la pala propuesto por Prandtl (1924), y el modelo de estela dinámica presentado por Øye (1991), entre otros. Además, HAWC2 ha facilitado la validación e implementación del modelo de estela cercana desarrollado por Pirrung et al. (2016).

Para dimensionar el intenso trabajo llevado a cabo en los últimos 20 años en el desarrollo de modelos aeroelásticos Boorsma et al. (2023), en el marco de la cuarta fase del proyecto “Wind Task 29” de la International Energy Agency (IEA), analiza y compara simulaciones aeroelásticas realizadas con diferentes herramientas (algunas de ellas explicadas en este texto) con datos disponibles del proyecto DanAero (Bak, Madsen et al. 2013). Las simulaciones realizadas en el marco del proyecto, incluyen simulación en condiciones de flujo axial, cortante de viento y desviación respecto al eje del rotor. Los resultados se obtuvieron a partir de más de 19 herramientas de simulación provenientes de 12 instituciones las cuales son listadas en la Figura 2.1. Se compararon más de 15 tipos de variables de operación diferentes, que abarcan desde líneas de sustentación hasta presiones en la superficie de las palas, cargas y velocidades para las diferentes condiciones.

Legend entry	Participant	Code name	Aerodynamic model	Structural model	References
Bladed4.8_BEM	DNV-GL	Bladed4.8	BEM	Multibody	Collier (2019)
DLR_TAU	DLR	Tau	RANS	Rigid	Schwamborn et al. (2006)
DTU_EllipSys3D	DTU	EllipSys3D	RANS	Multibody (HAWC2)	Michelsen (1992)
DTU_AL_Shen	DTU	EllipSys3D	AL	Modal (FLEX5)	Sørensen and Shen (2002)
DTU_AL_EllipSys	DTU	EllipSys3D	AL	Rigid	Meyer Forsting et al. (2019)
DTU_HAWC2	DTU	HAWC2	BEM	Multibody	Madsen et al. (2010a), Madsen et al. (2020)
DTU_HAWC2NW	DTU	HAWC2	BEM plus nearwake	Multibody	Pirrung et al. (2016, 2017)
FW_IWES_Emden	Forwind	OpenFOAM	RANS, DES	Rigid	
IFPEN_BEM	IFPEN	DeepLines Wind™	BEM (<i>AeroDeep</i>)	Multibody	Le Cunff et al. (2013), Perdrizet et al. (2013)
IFPEN_VL	IFPEN	DeepLines Wind™	LL-FVW (<i>CASTOR</i>)	Multibody	Bozonnet et al. (2017), Blondel et al. (2018)
INM_FUNAERO	CNR-INM	FUNAERO	Panel code	Rigid	Greco and Testa (2021)
NREL_ED	NREL	OpenFAST	BEM (AeroDyn)	Modal (ElastoDyn)	Moriarty and Hansen (2005)
NREL_VC	NREL	OpenFAST	LL-FVW (OLAF)	Modal (ElastoDyn)	Shaler et al. (2020)
NREL_CFD	NREL	Nalu-Wind	RANS	Rigid	Sprague et al. (2019)
ONERA_PUMA	ONERA	PUMA	LL-FVW	Rigid	Mudry (1982)
ONERA_ElsA	ONERA	ElsA	RANS	Rigid	Cambier (2008)
PhatAero_BEM	TNO	AeroModule	BEM	Multibody (Phatas)	Boorsma et al. (2011)
PhatAero_AWSM	TNO	AeroModule	LL-FVW (AWSM)	Multibody (Phatas)	van Garrel (2003)
PoliMi_Cp-Lambda	PoliMi	Cp-Lambda	BEM	Multibody	Bauchau et al. (2001)
UAS_Kiel_Tau	UAS Kiel	Tau	RANS	Rigid	Schwamborn et al. (2006)
USTUTT_FLOWer	USTUTT IAG	FLOWer	RANS, DES	Rigid	Kroll et al. (2000)

Figura 2.1: Códigos de simulación utilizadas en proyecto Wind Task 29 (Boorsma et al. 2023)

El resultado de este trabajo es una visión única del estado actual y la precisión de la modelización aerodinámica del rotor. De los resultados obtenidos se destaca la similitud entre los resultados de los diferentes tipos de códigos para el modelado en condiciones de flujo axial. Sin embargo los autores desta-

can que lograr un acuerdo preciso en términos absolutos entre simulaciones y mediciones en el campo sigue siendo un desafío, especialmente en comparación con experimentos en túneles de viento con condiciones controladas.

Capítulo 3

Conceptos preliminares

Este capítulo presenta las principales herramientas necesarias para el desarrollo del modelo aeroelástico de un aerogenerador. Dicho objetivo se logra en dos etapas. En una primera etapa se presenta y desarrolla la formulación del modelo ingenieril aerodinámico BEM, el cual permite determinar las cargas generadas por el flujo de viento que atraviesa al aerogenerador. Esta formulación basa su desarrollo en los trabajos presentados por Manwell et al. (2009) y M. O. Hansen (2015). Sobre dicha teoría se formulan las correcciones necesarias para el modelado en condiciones de operación transitorias como son; el *modelo de Estela Dinámico*, el *modelo de pérdida de Sustentación Dinámico* y el *modelo de Flujo Inclinado*. Posteriormente se presenta los principales términos de la formulación co-rotacional presentada por Vanzulli y Pérez Zerpa (2023) con base teórica en los trabajos de Battini y Pacoste (2002) y T. N. Le et al. (2014a).

3.1. Aerodinámica de turbinas de eje horizontal

La metodología BEM para el cálculo de cargas aerodinámicas es utilizada en el desarrollo de este trabajo. Propuesto inicialmente por Glauert (1935) y ampliamente desarrollado por autores como Manwell et al. (2009), M. O. Hansen (2015), Sørensen (2016) y Stoevesandt et al. (2022), entre otros. A pesar de ser el modelo más popular en la aerodinámica de aerogeneradores, el método BEM es en realidad una simplificación válida principalmente para condiciones estacionarias, bidimensionales y sin cambios en la orientación del rotor. Por

esta razón, en este capítulo, se abordan también modelos complementarios que permiten abordar los fenómenos transitorios presentes en un rotor. Estas extensiones del modelo son el resultado de modelos aerodinámicos más avanzados o de mediciones reales obtenidas en ensayos. Estos complementos al modelo clásico enriquecen su capacidad para abordar una variedad de condiciones de operación.

3.1.1. Aerodinámica del perfil alar

La generación de energía en un aerogenerador depende en gran medida de la interacción existente entre el rotor y el viento incidente. Como se detalla en el Apéndice A, el rotor se encuentra compuesto por las palas y el cubo, y el rendimiento de estos componentes (en términos de capacidad de generación de energía y las cargas promedio aplicadas) está determinado por las fuerzas aerodinámicas generadas por el campo de viento al que están expuestos. La Figura 3.1 presenta la geometría genérica de un perfil alar, caracterizando los principales parámetros de un perfil aerodinámico necesarios para modelar un rotor. En la misma se distinguen algunos de los términos que serán utilizados a lo largo de este trabajo en lo relativo a los perfiles alares, estos son:

- **Borde de Ataque:** Es el primer punto del perfil en entrar en contacto con el viento incidente en ángulos relativamente normales.
- **Borde de Fuga:** Se trata del punto más alejado del borde de ataque.
- **Cuerda:** La cuerda es la longitud de la línea recta que une el inicio y el fin del perfil, (o borde de ataque y de fuga).
- **Ángulo de Ataque:** Ángulo que forma el viento incidente respecto a la cuerda del perfil.
- **Baricentro (C):** Ubicación de la línea neutra de la sección donde se definen los ejes estructurales principales de la geometría del perfil.
- **Centro Aerodinámico (CA):** Punto en el perfil alar donde se considera que todas las fuerzas aerodinámicas actúan.
- **Centro de masa (CM):** Punto geométrico donde se aplica la fuerza concentrada del peso de la sección.

- **Centro de Presiones (CP):** Punto donde actúa la suma de todas las presiones aerodinámicas.

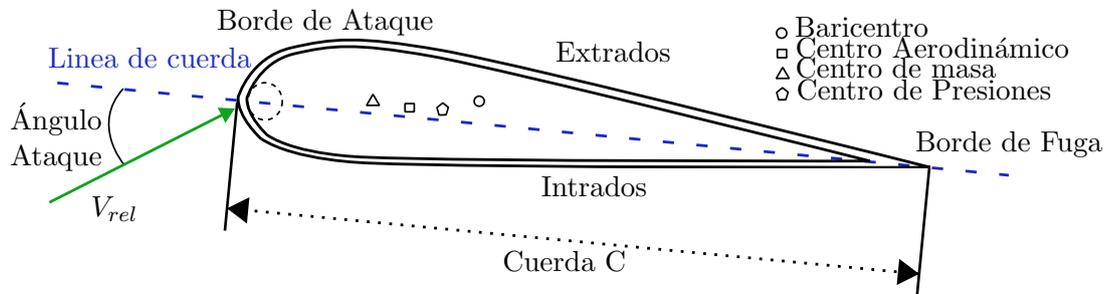


Figura 3.1: Perfil Aerodinámico.

Como es explicado en el Sección 1.2, el movimiento del rotor se produce por dos efectos; la diferencia de presiones que se genera en un perfil aerodinámico, producto de la variación de presiones entre el extradós y el intradós del perfil alar, y por otro lado, por el efecto de circulación alrededor del perfil, el cual genera una componente de fricción sobre la superficie. El resultado de estos efectos suelen ser expresados en términos de dos fuerzas y un momento. Estos actúan a lo largo de la cuerda, c , a una distancia de $c/4$, ubicación teórica del *centro aerodinámico*. La Figura 3.2 presenta un esquema de la acción concentrada de estas fuerzas y momento que se definen como; fuerzas de sustentación o lift (\mathbf{f}_l), fuerzas de arrastre o drag (\mathbf{f}_d) y momento de cabeceo o pitching (M_p). Estas acciones pueden determinarse teóricamente mediante un conjunto de parámetros adimensionales llamados coeficiente de sustentación (c_l), de arrastre (c_d) y de cabeceo o pitching (c_m), cuya dependencia con el ángulo de ataque es presentada, a modo de ejemplo, en la Figura A.4 del Anexo A.

Los coeficientes son calculados sobre la geometría específica de cada perfil alar a partir de ensayo en túnel de viento en condiciones de flujo bidimensional y estacionario. Es importante destacar que estos coeficientes son función del número de Mach, el número de Reynolds y el ángulo de ataque al que el perfil está expuesto.

Para aplicaciones en aerogeneradores, la dependencia del número de Mach generalmente puede ser despreciada, mientras que la dependencia del número de Reynolds es relativamente débil, por lo que las características del perfil alar

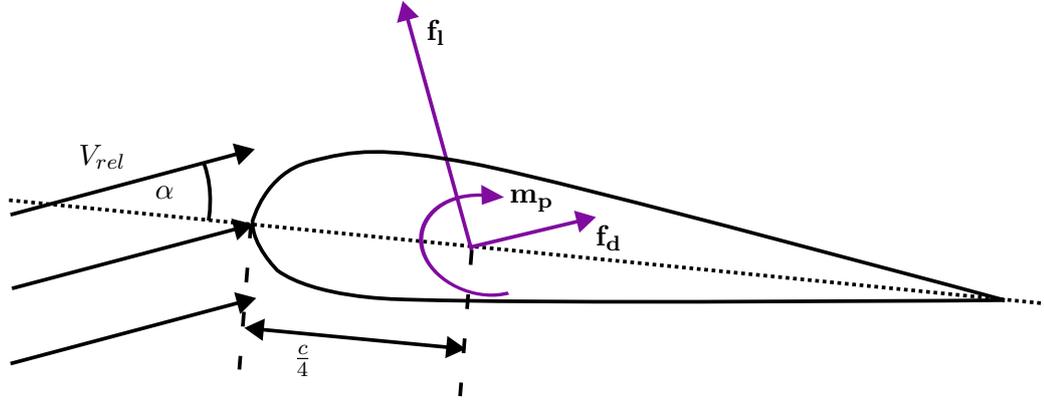


Figura 3.2: Esquema de Fuerzas y Momento sobre perfil aerodinámico.

son definidas a partir del ángulo de ataque únicamente (Stoevesandt et al. 2022).

Conocidos los coeficiente c_l , c_d y c_m en condiciones de flujo definidas, es posible determinar por lo tanto las fuerzas y momento generadas sobre el perfil alar por unidad de longitud a partir de las expresiones

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}_l &= \frac{1}{2} \rho c_l(\alpha) c \|\mathbf{v}_{rel}\|^2 \\
 \mathbf{f}_d &= \frac{1}{2} \rho c_d(\alpha) c \|\mathbf{v}_{rel}\|^2 \\
 \mathbf{m}_p &= \frac{1}{2} \rho c_m(\alpha) c \|\mathbf{v}_{rel}\|^2
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

siendo \mathbf{v}_{rel} la velocidad relativa que experimenta el perfil alar respecto al flujo incidente, ρ la densidad del aire y c la longitud característica del perfil definida por la cuerda.

El enfoque central de los modelos aerodinámicos en el contexto de los aerogeneradores es la determinación de estas fuerzas y momento. Estos modelos no solo permiten evaluar la eficiencia del sistema, sino que también contribuyen a la comprensión y optimización de su comportamiento estructural y operacional (M. O. Hansen et al. 2006). Esta perspectiva, a su vez, brinda la oportunidad de desarrollar herramientas que no solo anticipan posibles fallos, sino que también mejoran el diseño. En las secciones subsiguientes, se introduce y explora el método BEM, el cual proporciona una comprensión más profunda sobre cómo las fuerzas aerodinámicas interactúan con los sistemas

y cómo estas influyen tanto en el rendimiento energético así como integridad estructural de los aerogeneradores.

3.1.2. Blade Element Method - BEM

El método BEM clásico ha sido desarrollada por varios autores en diferentes libros y artículos en el transcurso de los últimos 100 años, ya que permite abordar, bajo un conjunto de hipótesis la aerodinámica de aerogeneradores de eje horizontal. La principal contribución a la teoría fue realizada por Glauert (1935), quien desarrolló el primer enfoque clásico para el análisis aerodinámico de hélices de girocóptero que luego fue adaptado a aerogeneradores. Glauert desarrollo su formulación combinando la *Teoría de Cantidad de Movimiento* y la *Teoría del Elemento de Pala*. Este enfoque luego fue adoptado y expandido por diferentes autores, entre ellos Leishman (1988), Spera (1994), J. G. Schepers y Snel (1995), Snel y Schepers (1995) y M. H. Hansen (2011b), quienes basados en el método clásico han implementado correcciones sobre la dinámica del viento y el sistema que han permitido modelar el comportamiento no estacionario de aerogeneradores.

Teoría de Cantidad de Movimiento unidimensional

La Teoría de Cantidad de Movimiento examina un volumen de control, cuyos límites están establecidos según se muestra en la Figura 3.3. Esta teoría, también conocida como *Teoría de Rankine-Froude*, modela el rotor de aerogenerador como un disco uniforme que genera una discontinuidad de presión en el flujo de aire a lo largo del volumen de control, representando así el efecto de energía extraída por el rotor. Este enfoque para su implementación se basa en el siguiente conjunto de hipótesis los cuales definen un *rotor ideal*:

- Flujo homogéneo, incompresible y en estado estacionario.
- Sin arrastre por fricción.
- Rotor con número infinito de palas.
- Empuje y flujo de aire uniformes sobre el disco o área del rotor.
- Flujo de estela no rotativo y unidireccional.
- Presión estática aguas arriba y aguas abajo del rotor en la frontera del volumen de control iguales a la presión estática ambiente no perturbada.

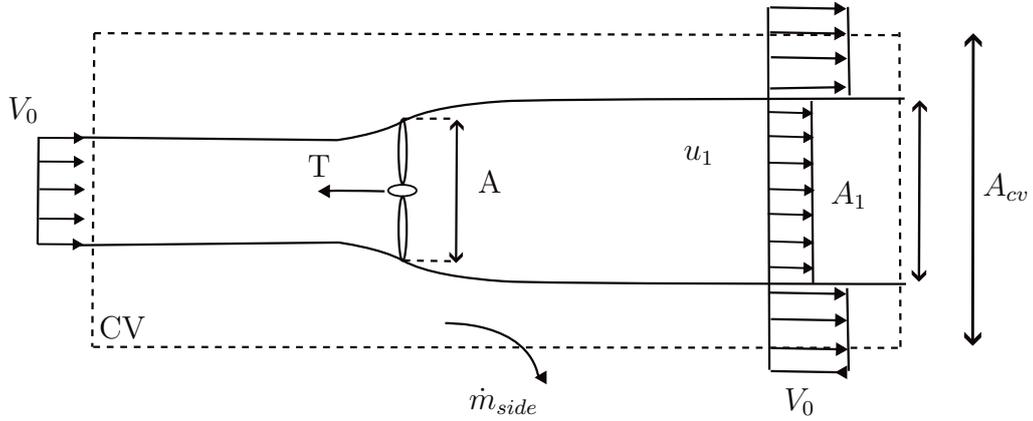


Figura 3.3: Volumen de control de flujo de viento sobre rotor ideal de aerogenerador.

Considerando que el rotor ideal desempeña el papel de un elemento de arrastre, se da lugar a una disminución en la velocidad del viento, desde \mathbf{v}_0 aguas arriba del mismo, a \mathbf{u} velocidad incidente en el rotor, y finalmente \mathbf{u}_1 velocidad del viento aguas abajo de rotor. Este efecto de variación de velocidad provoca que las líneas de flujo en el volumen de control se expandan, como se ilustra en la Figura 3.3. El arrastre generado en el rotor resulta en la caída de presión del flujo en la superficie del rotor observándose un leve incremento en la presión desde el nivel atmosférico p_0 hasta p , seguido por una caída de presión abrupta Δp sobre el rotor. Posteriormente, la presión recupera su valor de manera continua hasta alcanzar el nivel atmosférico aguas abajo. Utilizando este modelo, la fuerza de empuje T , producto de la caída de presión en el rotor queda definida por

$$T = \Delta p A, \quad (3.2)$$

siendo A el área definida por el rotor continuo. Por otro lado, dado que el flujo es incompresible, estacionario, sin fricción y no actúa ninguna fuerza externa sobre el mismo, es posible aplicar la Ecuación de Bernoulli, determinándose de esta forma que el empuje generado se define como función de la variación de velocidad según la ecuación,

$$T = \frac{1}{2} \rho (|\mathbf{v}_0|^2 - |\mathbf{u}_1|^2) \pi r^2. \quad (3.3)$$

Continuando con el análisis del volumen de control de la Figura 3.3, es posible aplicar la ecuación de conservación de Cantidad de Movimiento Lineal en su

forma integral según la dirección colineal con el viento

$$\frac{dQ}{dt} = \int_D \rho \vec{\mathbf{f}} dV + \int_{\delta d} \vec{\mathbf{f}}_{\delta d} ds. \quad (3.4)$$

Aplicando el Teorema del Transporte al término de derivada total bajo las hipótesis presentadas anteriormente, se obtiene la expresión

$$\rho \|\mathbf{u}_1\|^2 A_1 + \rho \|\mathbf{v}_0\|^2 (A_{cv} - A_1) + \dot{m}_{lateral} \|\mathbf{v}_0\| - \rho \|\mathbf{v}_0\|^2 A_{cv} = -T, \quad (3.5)$$

para la cual, el flujo de masa que sale por las superficies laterales del volumen de control, $\dot{m}_{lateral}$, es determinado por medio de la ecuación de conservación de masa sobre el volumen de control

$$\dot{m}_{lateral} = \rho A_1 (\|\mathbf{v}_0\| - \|\mathbf{u}_1\|). \quad (3.6)$$

Aplicando el teorema de conservación de la masa y combinando las ecuaciones (3.6) y (3.5) se obtiene que el empuje T sobre el rotor

$$T = \dot{m} (\|\mathbf{v}_0\| - \|\mathbf{u}_1\|) = \rho A \|\mathbf{u}\| (\|\mathbf{v}_0\| - \|\mathbf{u}_1\|). \quad (3.7)$$

Utilizando las ecuaciones (3.3) y (3.7) se obtiene una primera aproximación para la velocidad del viento \mathbf{u} sobre el rotor, dada por la expresión

$$\|\mathbf{u}\| = \frac{1}{2} (\|\mathbf{v}_0\| + \|\mathbf{u}_1\|). \quad (3.8)$$

La velocidad del viento en el plano del rotor utilizando el modelo simplificado de Rotor Ideal, resulta en el promedio de las velocidades aguas arriba y aguas abajo de este. Continuando con el análisis, se toma un nuevo volumen de control, presentado en la Figura 3.4, sobre el cual se aplica el principio de conservación de energía de un flujo para determinar la potencia que el flujo entrega al eje del rotor, definida por la expresión

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_D \rho \vec{\mathbf{f}} \cdot \vec{\mathbf{v}} dV + \int_{\delta d} -p \vec{\mathbf{n}} \cdot \vec{\mathbf{v}} ds \quad (3.9)$$

Bajo la hipótesis de flujo estacionario, sin fricción, se puede asumir por lo tanto que no se experimentan pérdidas de energía entre la entrada y la salida,

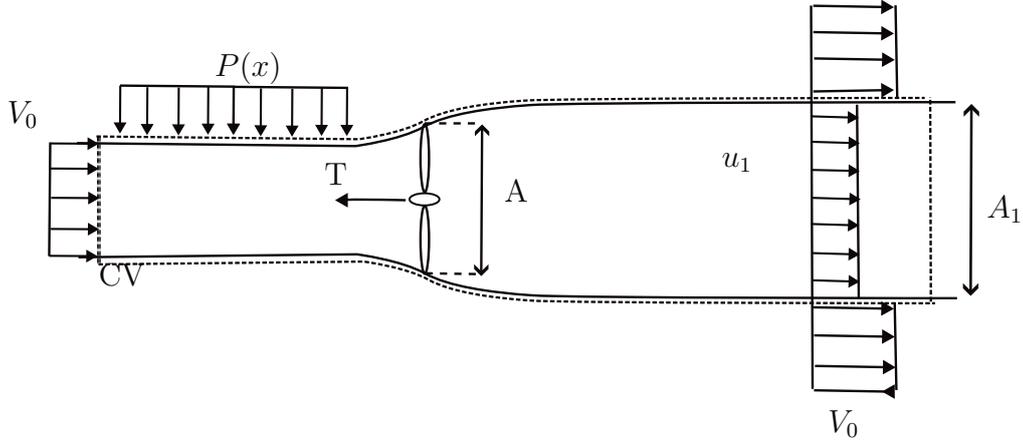


Figura 3.4: Volumen de control de flujo de viento sobre rotor ideal de aerogenerador.

por lo que la potencia queda definida por la expresión

$$P = \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{u}\|A(\|\mathbf{v}_0\|^2 - \|\mathbf{u}_1\|^2). \quad (3.10)$$

Se define el factor de inducción axial a , factor que determina la fracción de disminución de la velocidad del viento entre la corriente libre y el plano del rotor, a partir de la velocidad de viento sobre el mismo

$$a = \frac{\|\mathbf{v}_0\| - \|\mathbf{u}\|}{\|\mathbf{v}_0\|} \quad (3.11)$$

Por lo que, a partir del coeficiente de inducción axial definido por la Ecuación (3.11) las velocidades $\|\mathbf{u}\|$, $\|\mathbf{u}_1\|$ se definen a partir de las expresiones

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}\| &= (1 - a)\|\mathbf{v}_0\| \\ \|\mathbf{u}_1\| &= (1 - 2a)\|\mathbf{v}_0\|. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Por otro lado, la potencia en el eje del rotor P y el empuje T se definen a partir de las ecuaciones

$$\begin{aligned} P &= 2\rho\|\mathbf{v}_0\|^3 a(1 - a^2)A \\ T &= 2\rho\|\mathbf{v}_0\|^2 a(1 - a)A. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Los coeficientes adimensionales de Potencia c_p y de Empuje c_t se determinan

a partir de las expresiones

$$\begin{aligned}
 c_p &= \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A \|\mathbf{v}_0\|^3} = 4a(1-a)^2 \\
 c_t &= \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A \|\mathbf{v}_0\|^3} = 4a(1-a).
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

El rendimiento máximo, conocido como límite de Betz, se determina maximizando la expresión de potencia de un rotor ideal y queda definido por $c_{p,max} = 16/27$ para un valor $a = 1/3$. En la práctica, tres efectos impiden que un aerogenerador real alcance la eficiencia presentada como límite de Betz:

- Rotación de la estela causada por el rotor en movimiento.
- Número finito de palas.
- El flujo viscoso provoca una resistencia aerodinámica no nula.

Teoría del Rotor Óptimo

La teoría del Rotor Ideal como fue descrita sostiene que este no transfiere momento angular al flujo aguas abajo del mismo. Para mantener constante la cantidad total de movimiento angular y permitir que el rotor extraiga un par útil del fluido, la estela generada debe rotar en sentido contrario al rotor. Esto se ilustra en la Figura 3.5, que representa un volumen de control en el cual el flujo detrás del rotor adquiere una rotación opuesta como respuesta al par ejercido por el sistema sobre el flujo.

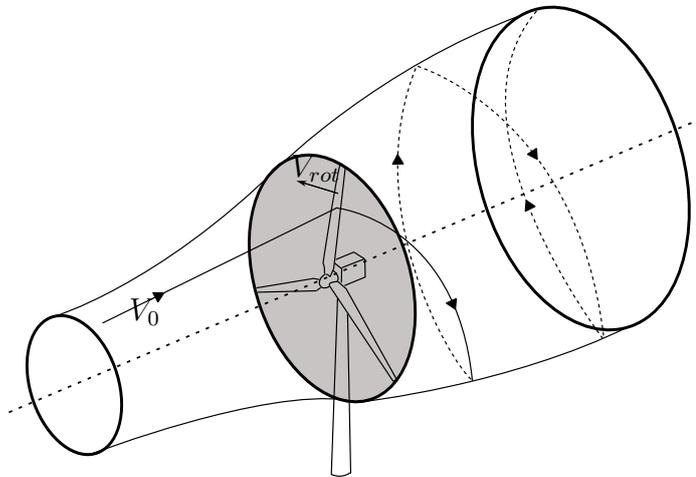


Figura 3.5: Efecto de rotación de la Estela del flujo saliente del rotor

Para respaldar la afirmación anterior, es necesario examinar una sección del rotor atravesada por un flujo de aire. Debido al paso del fluido, de acuerdo con el *Teorema de Kutta-Joukowski*, se genera una componente de circulación alrededor de una sección del rotor. Esta circulación resultante produce una fuerza de sustentación \mathbf{f}_l que verifica

$$\mathbf{f}_l = \rho \mathbf{v}_{rel} \times \mathbf{\Gamma}, \quad (3.15)$$

donde $\mathbf{\Gamma}$ representa la circulación definida en la sección, ρ es la densidad del fluido y \mathbf{v}_{rel} es la velocidad relativa del fluido. Dada la presencia de esta circulación, al utilizar el Teorema de *Biot-Savart* aplicado a la aerodinámica, se genera una componente de velocidad inducida \mathbf{w} sobre el flujo que atraviesa el rotor. Esta componente es proporcional a la velocidad angular, ω , del mismo definida por la expresión $\mathbf{w} = a'\omega\mathbf{r}$ y aún mayor agua abajo del rotor, $\mathbf{w} = 2a'\omega\mathbf{r}$.

Este fenómeno de inducción en la velocidad requiere la incorporación de correcciones específicas en el modelo del rotor ideal, lo que lleva a la inclusión de la *Teoría del Rotor Óptimo* presentado por Glauert (1935). Esta teoría incorpora la rotación de la estela aguas abajo del rotor a partir de la incorporación de tres nuevas hipótesis

- El volumen de control utilizado en el modelo unidimensional anterior se puede dividir en múltiples volúmenes de control de tubo de corriente anular no interactivos.
- El flujo que entra en los volúmenes de control aguas arriba permanece puramente axial y uniforme.
- La velocidad angular de la rotación de la estela aguas abajo del rotor es baja, por lo que la presión estática aguas abajo aún se puede suponer idéntica a la presión estática del ambiente no obstruido.

Bajo este nuevo planteo, la hipótesis realizada en el modelo de rotor ideal, relativas de empuje y flujo uniforme sobre el rotor se ve modificada del análisis previo, permitiendo que las presiones locales, las velocidades axiales (factor de inducción), las velocidades angulares, el empuje y la potencia sean función del radio anular del volumen de control seleccionado. Por lo tanto, el empuje diferencial, δT , y el diferencial de potencia, δP , generado por el pasaje del fluido sobre las diferentes secciones del rotor quedan definidos por un volumen

diferencial de espesor dr ubicado en un radio r como se muestra en la Figura 3.6

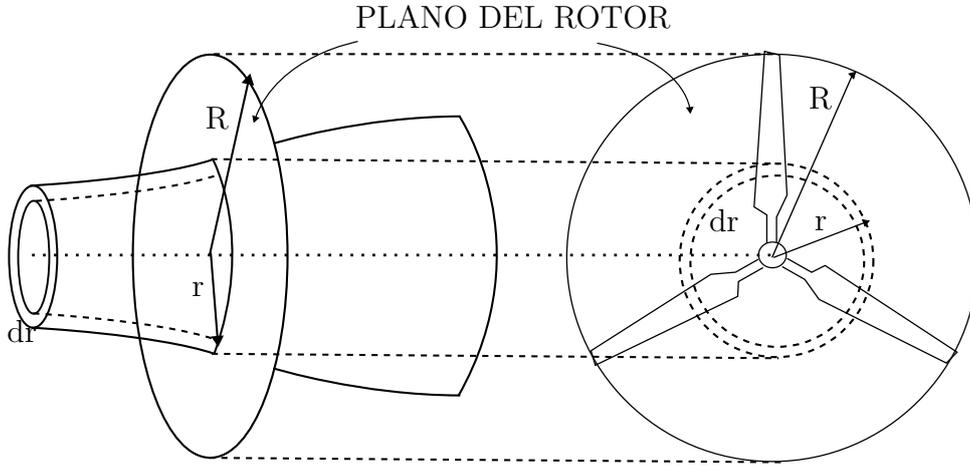


Figura 3.6: Volumen de control descrito para Rotor Óptimo de Glauert

Al aplicar la ecuación de Balance Mecánico en la dirección del flujo sobre un volumen de control diferencial se obtiene

$$\frac{dQ}{dt} = \int_D \rho \vec{f} \cdot dV + \int_{\delta d} -p \vec{n} ds, \quad (3.16)$$

por lo que combinando esta con las ecuaciones (3.12) se determina el diferencial empuje,

$$\delta T = 4\pi\rho r \|\mathbf{v}_0\|^2 a(1-a)dr. \quad (3.17)$$

Por otro lado, analizando un anillo diferencial del volumen de control presentado en la Figura 3.6, el cual comienza inmediatamente antes y termina inmediatamente después del plano del rotor, es posible plantear la segunda ecuación de balance mecánico en la dirección del flujo para definir el diferencial de momento δM que se genera sobre el fluido, el cual verifica

$$\frac{d}{dt} \int_D (P-O) \times \rho \vec{v} dV = \int_D (P-O) \times \rho \vec{f} dV + \int_{\delta d} (P-O) \times (-p \vec{n}) ds, \quad (3.18)$$

siendo $(P-O) = x \cdot \mathbf{e}_1 + r \cdot \mathbf{e}_r$. Ecuación que proyectada sobre la dirección del flujo \mathbf{e}_1 y combinada con (3.12) resulta en

$$\delta M = 4\pi\rho \|\mathbf{v}_0\| \|\omega\| (1-a) a' dr. \quad (3.19)$$

Continuando con el análisis del rotor óptimo, la potencia total generada por un rotor de radio R , queda definida por la integral del diferencial de potencia en la dirección radial del rotor

$$P = \int_R ||\omega|| \delta M dr = 4\pi\rho ||\omega||^2 ||\mathbf{v}_0|| \int_0^R a'(1-a) ||r||^3 dr, \quad (3.20)$$

la cual en su forma adimensional se define a partir de la expresión

$$c_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a'(1-a) \lambda_r^3 dx, \quad (3.21)$$

siendo λ la relación de velocidad en la punta de la pala o Tip Speed Ratio (TSR) determinada por la expresión $\lambda = ||\omega \times \mathbf{r}|| / ||\mathbf{v}_0||$ y la velocidad local adimensional en el radio r $\lambda_r = ||\omega \times \mathbf{r}|| / ||\mathbf{v}_0||$.

Formulación clásica del Método

El método BEM clásico, desarrollado por Glauert (1935), es un enfoque ingenieril utilizado en la teoría de aerogeneradores para calcular las características aerodinámicas y el rendimiento del sistema. Como es explicado por Manwell et al. (2009), este método se basa en la combinación del *Principio de Conservación de la Cantidad de Movimiento* aplicado al rotor óptimo y la *Teoría del Elemento de Pala*, la cual permite analizar la interacción entre el flujo de aire y el rotor en movimiento. Esta última teoría supone que las fuerzas sobre una sección de la pala pueden calcularse mediante características bidimensionales del perfil alar, las cuales dependen del ángulo de ataque del flujo sobre el perfil, α , despreciando las componentes tridimensionales de la velocidad.

Para definir el método, es necesario dividir las líneas de flujo que atraviesan el plano del rotor en un número finito N de elementos de radio dr . Suponiendo que no hay pasaje de flujo entre elementos adyacentes, se considera que la fuerza ejercida sobre una sección del rotor es la única responsable del cambio en la cantidad de movimiento del aire que lo atraviesa. Por lo tanto, el factor de inducción axial (3.11) no varía en la dirección radial (Burton et al. 2001).

Dado que el método BEM se basa en la Teoría de Cantidad de Movimiento, el empuje diferencial δT y el momento diferencial δM de un elemento diferencial del rotor se definen por las expresiones (3.17) y (3.19).

En una sección del rotor, se define el triángulo de velocidades de la Figura

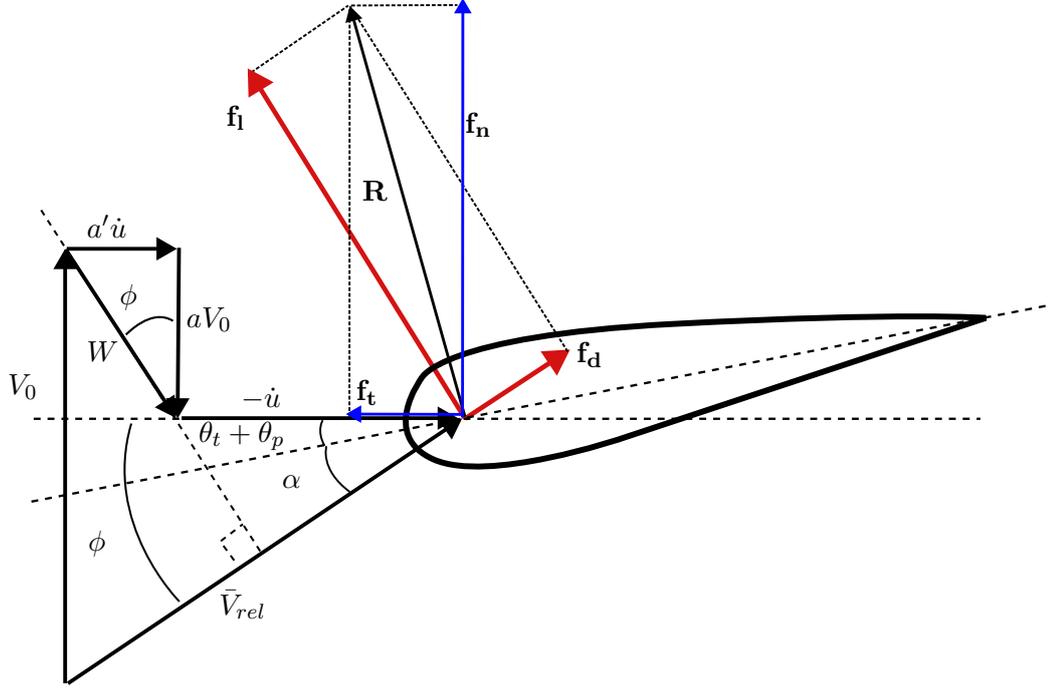


Figura 3.7: Triángulo de velocidades en una sección del rotor

3.7, donde la velocidad relativa local $\bar{\mathbf{v}}_{rel}$ es la combinación vectorial de dos componentes: la velocidad axial del viento incidente, $(1-a)\|\mathbf{v}_0\|$, y la velocidad tangencial de la sección del rotor, $(1+a')\omega\|\mathbf{r}\|$, siendo a' el factor de inducción de la componente de rotación.

Además, se definen magnitudes angulares relacionadas con el comportamiento aerodinámico: el ángulo de pre-torsión (θ_t), que indica la orientación de la cuerda del perfil de la pala respecto al plano local de la sección, y el ángulo de paso (θ_p), definido por la acción de control aplicada. El ángulo de flujo (ϕ) se encuentra determinado entre el eje de rotación del rotor de la sección y la velocidad relativa local ($\bar{\mathbf{v}}_{rel}$). Finalmente, el ángulo de ataque local del viento se expresa como α .

$$\alpha = \phi - \theta_t - \theta_p. \quad (3.22)$$

Del análisis de la Figura 3.7 se define el ángulo de flujo ϕ a partir de la expresión

$$\phi = \arctan \left(\frac{\|\mathbf{v}_0\|(1-a)}{\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}\|(1+a')} \right). \quad (3.23)$$

Por medio de la ecuación (3.15) se determina que la fuerza de sustentación es perpendicular a la velocidad percibida por el perfil aerodinámico ($\bar{\mathbf{v}}_{rel}$), mientras que la fuerza de arrastre se define paralela a la misma, ya que resulta de la oposición que genera la sección al pasaje del flujo. Por otro lado, dado un perfil aerodinámico los coeficientes de sustentación (c_l) y arrastre (c_d) se encuentran determinados para un conjunto de ángulos de ataque α , por lo que la fuerza de sustentación \mathbf{f}_l y la fuerza de arrastre \mathbf{f}_d por unidad de longitud pueden determinarse a partir de las ecuaciones (3.1) y (3.1). Al expresar estas fuerzas en un sistema de ejes colineal y perpendicular al eje local de rotación de la sección, las fuerza normal (\mathbf{f}_n) y fuerza tangencial (\mathbf{f}_t) por unidad de longitud se definen a partir del ángulo de flujo ϕ como

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_n &= \mathbf{f}_l \cos(\phi) + \mathbf{f}_d \sin(\phi) \\ \mathbf{f}_t &= \mathbf{f}_l \sin(\phi) - \mathbf{f}_d \cos(\phi).\end{aligned}\tag{3.24}$$

Fuerzas que en su forma adimensional quedan determinadas a partir de las expresiones

$$\begin{aligned}c_n &= c_l \cos(\phi) + c_d \sin(\phi) \\ c_t &= c_l \sin(\phi) - c_d \cos(\phi)\end{aligned}\tag{3.25}$$

Al considerar que sobre un elemento diferencial de rotor, actúan únicamente estas fuerzas distribuidas, el diferencial de empuje (δT) y el diferencial de momento (δM) generado en dicha sección quedan determinados por estas acciones como se expresa a continuación

$$\begin{aligned}\delta T &= B \|\mathbf{f}_n \cdot \mathbf{n}\| dr \\ \delta M &= B \|\mathbf{r} \times \mathbf{f}_t\| dr\end{aligned}\tag{3.26}$$

siendo B el número de palas del rotor. Dado que el rotor se encuentra compuesto por un número discretos de palas, la solidez (σ) del mismo se define como la relación entre el arco real abarcado por las palas y la circunferencia definida en un radio r , expresada como

$$\sigma = \frac{Bc(r)}{2\pi r},\tag{3.27}$$

parámetro que da una medida del área efectivamente cubierta por el rotor

en todo instante. Continuando con el análisis del Triángulo de velocidades equivalente presentado en la Figura 3.7 sobre una sección de pala, es posible observar que se cumplen las igualdades

$$\begin{aligned} \|\bar{\mathbf{v}}_{rel}\| \sin(\phi) &= \|\mathbf{v}_0\|(1-a) \\ \|\bar{\mathbf{v}}_{rel}\| \cos(\phi) &= \|\omega \times \mathbf{r}\|(1+a'). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Combinando las ecuaciones (3.26), con las ecuaciones (3.1), (3.25) y las relaciones de definidas en el Triángulo de velocidades (3.28) se obtienen las expresiones

$$\begin{aligned} \delta T &= \frac{1}{2} \rho B \frac{\|\mathbf{v}_0\|^2 (1-a)^2}{\sin^2 \phi} c c_n dr \\ \delta M &= \frac{1}{2} \rho B \frac{\|\mathbf{v}_0\| (1-a) \|\omega \times \mathbf{r}\| (1+a')}{\sin \phi \cos \phi} c c_t dr. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Igualando las expresiones (3.29) a las expresiones (3.17) y (3.19) obtenidas bajo las hipótesis del Rotor Óptimo de Glauert, e introduciendo el factor de solidez definido por la expresión (3.27) se obtienen los coeficientes a y a' como función de los parámetros del problema

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\frac{4 \sin^2 \phi}{\gamma c_n} + 1} \\ a' &= \frac{1}{\frac{4 \sin \phi \cos \phi}{\gamma c_t} - 1}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

El método BEM en su formulación clásica es un algoritmo iterativo, el cual utiliza las ecuaciones presentadas anteriormente para resolver el comportamiento estacionario de un aerogenerador ante un campo de viento definido. En esta metodología iterativa, los coeficientes a y a' se determinan para definir la velocidad inducida \mathbf{w} , lo que a su vez define el triángulo de velocidades y establece el ángulo de ataque sobre la sección. Es importante destacar que este método de cálculo no considera los efectos espaciales del aerogenerador ni captura su dinámica. Sin embargo, permite obtener parámetros de funcionamiento estacionario, como los coeficientes de potencia c_p y de empuje c_t , así como la distribución de fuerzas a lo largo del rotor.

3.1.3. Modelo transitorio

Definido el método BEM clásico, el abordaje del modelado aerodinámico del rotor en movimiento representa un desafío debido a la variabilidad del viento, influenciada por la turbulencia atmosférica, la presencia de la torre, eventos meteorológicos extremos y cambios en la operación del sistema. Esto convierte el comportamiento del rotor en un problema dinámico y no estacionario que requiere un enfoque capaz de capturar estas variaciones en la dinámica del aerogenerador. Esto implica abordar un enfoque temporal para resolver el problema.

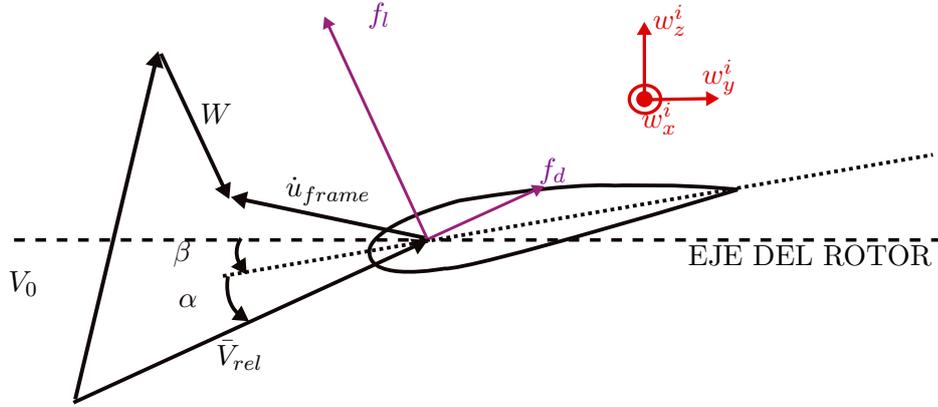


Figura 3.8: Triángulo de velocidades en rotor flexible.

El método BEM no estacionario, al igual que su contraparte estacionaria, examina una sección del rotor en cualquier instante temporal, tal como se ilustra en la Figura 3.8, sobre el cual se determinará el esquema de velocidades definido en cada instante de tiempo. Al considerar el efecto de la velocidad inducida sobre la estela producto de la rotación del rotor (\mathbf{w}), la velocidad relativa en coordenadas locales de cualquier sección se expresa mediante la ecuación

$$\bar{\mathbf{v}}_{rel} = \mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}}_{frame} + \mathbf{w}, \quad (3.31)$$

donde \mathbf{v}_0 representa la velocidad del flujo incidente sobre la sección del rotor proyectada en coordenadas locales, $\dot{\mathbf{u}}_{frame}$ denota la velocidad del elemento diferencial del rotor vista por el fluido en coordenadas locales, y \mathbf{w} indica la velocidad inducida en la estela expresada en coordenadas locales. Al analizar las Figuras 3.8 y 3.7 la principal diferencia que puede observarse en los triángulos de velocidad en que el esquema transitorio incorpora la velocidad

del elemento, lo que implica tener en cuenta la velocidad de deformación que experimenta la sección del rotor. A partir del triángulo de velocidad local de la sección, el ángulo de ataque α se define a partir de la cuerda de la sección y el vector velocidad relativa.

El propósito del método BEM no estacionario es, al igual que el método clásico, determinar en cada sección del rotor y para cada instante de tiempo la velocidad inducida \mathbf{w} , que permite determinar el ángulo de ataque local (α) del elemento y, por ende, las fuerzas aerodinámicas generadas en la sección analizada. Como fue indicado, la circulación generada en las distintas secciones del rotor induce una velocidad en la estela del flujo cuya magnitud es el doble de la velocidad inducida en el plano del rotor. Tomando como referencia el resultado presentado por Bramwell (2001), el mismo establece la relación entre la fuerza de empuje y la velocidad inducida en la estela de helicópteros, definida por la expresión

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{T}}{2\rho A |\mathbf{v}_0 + \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{w})|}, \quad (3.32)$$

siendo $\mathbf{n} = [0, 0, -1]^T$ el vector unitario en la dirección normal al plano del rotor en su configuración actual, $|\mathbf{v}_0|$ la velocidad del flujo incidente proyectada sobre la sección del rotor y $\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{w})$ la componente normal al plano del rotor de la velocidad inducida \mathbf{w}_n .

Finalmente, al considerar el *teorema de Kutta-Jukowsky* aplicado al efecto local de una sección, se concluye que solo la sustentación influye en la circulación y, en consecuencia, en la velocidad inducida. Por lo tanto, esta velocidad inducida actuará en dirección opuesta al efecto de sustentación generador, lo que se traduce en la expresión traduciendo

$$\mathbf{w}^{t+\Delta t} = \frac{-B\mathbf{f}_l \cdot d\mathbf{r}}{4\pi\rho r |\mathbf{v}_0 + \mathbf{w}_n^t|}, \quad (3.33)$$

donde se asume que las B palas cubren partes iguales del diferencial de área definido por el anillo ubicado a una distancia r del centro del rotor ($dA = 2\pi r dr/B$).

Dada la Ecuación (3.33) se obtiene que el sistema de ecuaciones podría resolverse de manera iterativa, ya que el ángulo de ataque (α), parámetro que determina el coeficiente de sustentación c_l así como la velocidad relativa local $\bar{\mathbf{v}}_{rel}$ dependen de la velocidad inducida \mathbf{w} en sí misma. Sin embargo, dada la naturaleza transitorio y suave del fenómeno de formación de estelas, es decir,

que la misma evoluciona de forma lenta en el tiempo, se utiliza un enfoque explícito para abordar este cálculo. Esto implica que, en lugar de calcular completamente \mathbf{w} en cada paso de tiempo, se parte de los valores del paso de tiempo anterior (\mathbf{w}^t) y se utilizan como punto de inicio en el lado derecho de las ecuaciones (3.33) para determinar $\mathbf{w}^{t+\Delta t}$. Este enfoque es beneficioso en situaciones en las que los cambios en la velocidad inducida no son rápidos ni drásticos, lo que ahorra tiempo computacional al evitar la necesidad de recalcular completamente la componente inducida de la estela en cada iteración temporal (M. O. Hansen, 2015).

3.1.4. Limitaciones del Método BEM

El método BEM en su concepción es un modelo simplificado, en el cual las limitaciones del mismo derivan de las propias hipótesis realizadas en la definición de las ecuaciones del método. Además, resulta importante tener en cuenta que los coeficientes de los perfiles aerodinámicos $c_l(\alpha)$ y $c_d(\alpha)$ generalmente se obtienen en condiciones bidimensionales y estacionarias, lo que contrasta con las condiciones altamente tridimensionales e inestables a las que se ven expuestas las palas de un aerogenerador sometidas a una atmósfera libre.

Estas limitaciones han sido objeto de estudio, lo que ha llevado a la formulación y validación de diversos modelos de ingeniería para un conjunto limitado de condiciones de funcionamiento. En las siguientes subsecciones se abordan primero las correcciones de Prandtl y de Glauert inherentes a los modelos de rotor ideal y rotor óptimo, luego se aborda el modelo de Estela Dinámico (*Dynamic Wake Model*) enfocado en el análisis de fenómenos transitorios relativo a los cambios de flujo o de operación. Por último se analiza el fenómeno de pérdida de sustentación dinámica (*Dynamic Stall*). El efecto de rotación del rotor es desarrollado completamente en el Anexo A. Otros efectos como los generados por la presencia de la torre o *Tower Shadow Effect* (Munduate et al. 2004), la independencia anular del disco actuador (Sørensen y Kuik, 2011), las correcciones por efectos tridimensionales de flujo (Chaviaropoulos y Hansen, 2000; Viterna y Janetzke, 1982) o los efectos de estela cercana (Pirrung et al. 2016), han sido estudiados e implementados en la variedad de códigos disponibles para el modelado de aerogeneradores, no obstante cabe señalar que estos últimos no serán abordados en el contexto de este trabajo.

Factor de Corrección de Prandtl y Corrección de Glauert

El método BEM permite, a partir de un conjunto de hipótesis, estimar las fuerzas aerodinámicas generadas en un rotor de aerogenerador modelado como un disco actuador expuesto a un flujo de viento estacionario. Sin embargo, para obtener resultados más precisos y realistas, es necesario incorporar una serie de correcciones que mejoran el modelado aerodinámico del rotor en escenarios más complejos por fuera de las hipótesis originales.

Factor de Corrección de Prandtl

En primer lugar, se define el factor de corrección en la punta de la pala, F_{tip} , propuesto por Betz (1919). Al considerar el rotor como un disco compuesto por un número infinito de palas, surgen inconsistencias en la distribución de velocidades a lo largo del rotor. Esto se debe a que el sistema de vórtices formado por un rotor con un número finito de palas, B (Stoevesandt et al. 2022), difiere del sistema de vórtices generado por un rotor con infinitas palas. En este último caso, se produce una interacción entre los vórtices generados por las diferentes palas, adoptando trayectorias helicoidales. Además, en la extremidad del perfil, el flujo de aire se distribuye en un área más amplia en comparación con la región central del perfil, lo que resulta en un gradiente de presión menos favorable, reduciendo la sustentación y la potencia en la punta de la pala. Este fenómeno se acentúa aún más cuando el número de palas es menor y tienen mayor longitud. El propósito fundamental del factor de corrección F_{tip} es cuantificar esta disminución en la eficiencia y ajustar los cálculos de rendimiento.

Además del modelo de pérdida en la punta de la pala, se aplica un modelo de pérdida en el cubo F_{hub} . Esta corrección se ajusta para funcionar desde la raíz de la pala en lugar de la punta, debido a efectos similares que se producen cerca de la raíz del rotor. Esta corrección modifica la velocidad inducida causada por el desprendimiento de vórtices cerca de la raíz del rotor.

La formulación que determina estos parámetros y su efecto sobre la formulación BEM se detalla en el Anexo [A.3.1](#)

Factor de Corrección de Glauert

Un segundo fenómeno que se observa en la formulación BEM, se produce cuando la velocidad del viento incidente disminuye por debajo de un valor

crítico mientras el aerogenerador opera a una velocidad constante. Para rotores con coeficientes de inducción a entre 0.3 y 0.5, la expresión (3.25) para el Coeficiente de Empuje c_t deja de ser válida, ya que la velocidad de la estela tiende a cero, lo que provoca una expansión no observada en la práctica. En condiciones reales, el flujo de aire aguas abajo del rotor disminuye su velocidad, mientras que el empuje en el plano del rotor sigue aumentando.

Para abordar este efecto, Glauert (1926) introdujo un factor de corrección que modela el empuje del rotor basado en datos experimentales de rotores de helicópteros. Posteriormente, Spera (1994) formuló una relación empírica para c_t que considera estas variaciones en la velocidad del flujo de aire y su impacto en el comportamiento del rotor. Esta corrección, conocida como *Corrección de Glauert*, mejora la precisión de los cálculos de rendimiento en aerogeneradores, especialmente en condiciones de baja velocidad del viento.

La formulación del coeficiente de corrección de Glauert y su afectación sobre el coeficiente de empuje en la formulación BEM se detalla en el Anexo [A.3.1](#)

Sustentación dinámica

Las condiciones dinámicas a las que se enfrenta un aerogenerador, caracterizadas por cambios constantes en las fuerzas aerodinámicas, pueden dar lugar al fenómeno de pérdida dinámica de sustentación o Dynamic Stall (DS). Este fenómeno se produce cuando las condiciones de flujo alrededor de las palas del aerogenerador experimentan cambios significativos, generando perturbaciones en el ángulo de ataque y en el campo de velocidad. En situaciones normales, un aumento repentino en el ángulo de ataque puede provocar una pérdida temporal de sustentación, lo que resulta en una disminución brusca de la eficiencia aerodinámica de la pala. Este fenómeno es particularmente notable en condiciones operativas no estacionarias, como cambios en el ángulo de paso debido a acciones de control, fluctuaciones causadas por cargas, vibraciones de la sección del rotor y variaciones temporales del campo de viento. La complejidad de este fenómeno dificulta su modelado, y su comprensión es esencial para optimizar el rendimiento y la seguridad de los aerogeneradores.

La teoría principal desarrollada alrededor de este modelo sigue el trabajo desarrollado por Beddoes y Leishman Leishman (1988) y Leishman et al. (1989), y las modificaciones propuestas por Gupta y Leishman (2006), Pereira,

Schepers y Pavel (2013) y Pierce y Hansen (1995). La pérdida de sustentación se manifiesta como un retraso en el inicio de la separación del flujo, ocurriendo a ángulos de ataque (α) más altos. Seguido por este fenómeno se produce una separación abrupta en el borde de ataque (Leading Edge, **LE**) del perfil alar y convección de vórtices sobre la superficie. La separación en borde de ataque es por lo tanto la característica fundamental de este fenómeno; en contraste, el estancamiento cuasi-estático comienza desde el borde de fuga (Trailing Edge, **TE**) del perfil. Las cinco etapas de la pérdida dinámica de sustentación son las siguientes:

- Inicio de la inversión del flujo
- Separación del flujo y acumulación de vorticidad en el borde de ataque.
- Desprendimiento del vórtice y desplazamiento a lo largo de la superficie de succión del perfil alar.
- Estancamiento de la sustentación (el vórtice se desprende en la estela y la sustentación disminuye abruptamente)
- Reanudación del flujo a ángulos de ataque considerablemente inferiores que los ángulos de ataque estáticos (histéresis).

La Figura 3.9 representa los diferentes estados presentes sobre el perfil alar durante el fenómeno de pérdida de sustentación dinámica.

El Leishman-Beddoes Model (LBM) es un modelo ampliamente utilizado y validado por la comunidad científica para representar con alta precisión y bajo costo computacional los fenómenos no estacionarios relacionados con la aerodinámica del perfil alar. Este modelo es postdictivo, lo que significa que puede ajustarse a datos experimentales después de su recopilación en lugar de simular los mismos. Aunque no resuelve ecuaciones de movimiento, sus principios están arraigados en la física del flujo no estacionario. En el LBM, los diferentes procesos se modelan como subsistemas de primer orden con ecuaciones diferenciales y constantes definidas para coincidir con los resultados experimentales. Además, se describe mediante un modelo de respuesta indicial, es decir, la respuesta a una serie de pequeñas perturbaciones para el flujo adherido, que se extiende para tener en cuenta los efectos de separación de flujo y la advección de vórtices.

Este modelo aborda diversos fenómenos asociados con la pérdida dinámica de sustentación. Aunque fue concebido inicialmente para helicópteros, ha

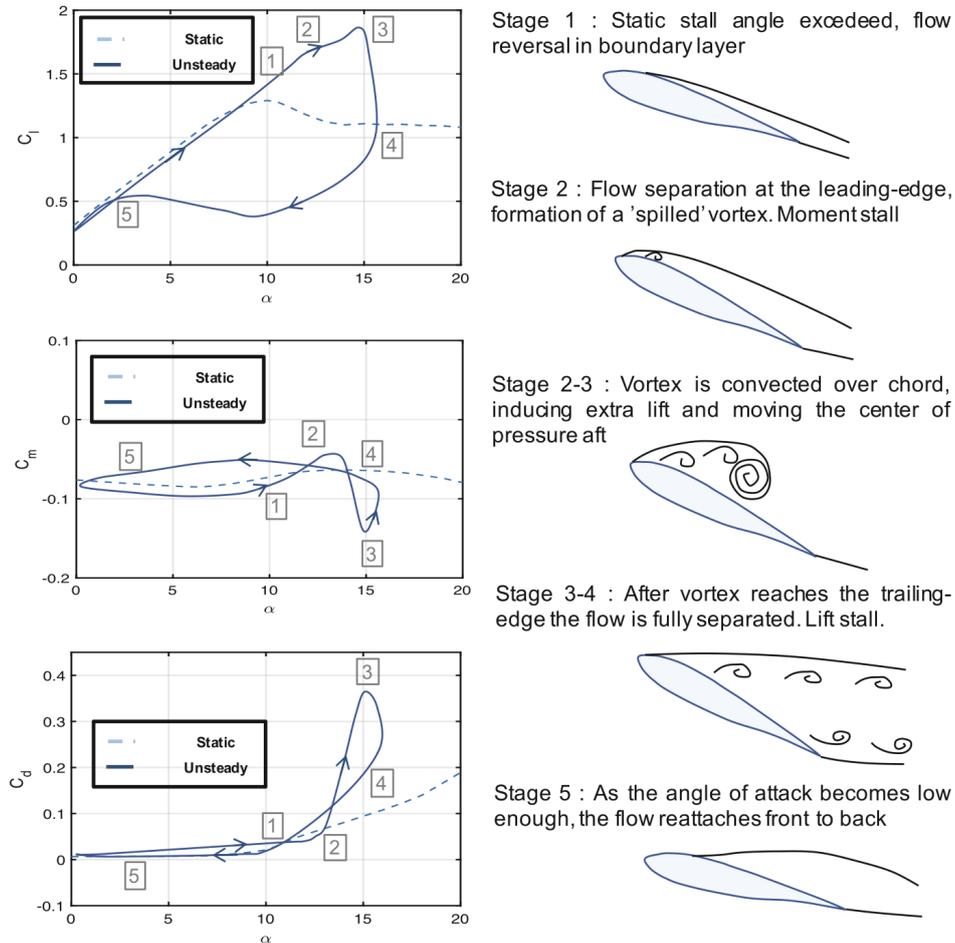


Figura 3.9: Etapas del fenómeno de Dynamic Stall (Stoevesandt et al. 2022)

sido adaptado para su aplicación en el ámbito de la energía eólica (Gupta y Leishman, 2006). El LBM implementado en este trabajo se divide en tres submódulos principales:

- Solución de flujo no estacionario adherido mediante tratamiento indicial (flujo potencial).
- Separación del flujo en el borde de fuga (TE).
- Advección de la vorticidad (DS)

El modelo completo se detalla en el Anexo A.3.2 y tiene como objetivo modelar el flujo sobre el perfil aerodinámico, en el cual cada uno de sus submódulos representa un estado del flujo. El primer modelo replica el fenómeno de *Flujo adherido* mediante una formulación de respuesta indicial basada en el efecto

Theodorsen. Un segundo modelo de *Desprendimiento de capa límite* aborda la no linealidad de las cargas mediante la teoría Kirchhoff-Helmholtz. El tercer y último modelo, se encarga de representar la *Pérdida Dinámica* inducida por la advección de la vorticidad en el borde de ataque.

Modelo de Estela Dinámico

El fenómeno de la estela dinámica, definido por Pitt (1981), se refiere a las inestabilidades del flujo que afectan la carga en el rotor. En situaciones de flujo real, el rotor está sujeto a inestabilidades debido a ráfagas de viento, desalineación en el ángulo de yaw (θ_{yaw}), y acciones de control derivadas del cambio del ángulo de paso de las palas (θ_p). Por lo tanto, cuando el flujo cambia con el tiempo, la estela experimenta un retraso en la respuesta al pasar de un estado de equilibrio a otro.

Sin embargo, el método BEM clásico es esencialmente estacionario, por lo que es necesario incluir efectos de inestabilidad. Este proceso se facilita mediante la aplicación del *Modelo de Estela Dinámica*, propuesto por Oye (Snel y Schepers, 1995). Este modelo se implementa comúnmente en códigos aeroelásticos y consta de un filtro numérico de dos ecuaciones diferenciales de primer orden, definidas por las siguientes expresiones:

$$\mathbf{w}_{int} + \tau_1 \frac{d\mathbf{w}_{int}}{dt} = \mathbf{w}_{qs} + k \cdot \tau_1 \frac{d\mathbf{w}_{qs}}{dt} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{w} + \tau_2 \frac{d\mathbf{w}}{dt} = \mathbf{w}_{int}, \quad (3.35)$$

Siendo \mathbf{w}_{qs} el valor cuasi-estático del vector velocidad inducida, determinado mediante la expresión (3.33), \mathbf{w}_{int} representa el valor intermedio del vector obtenido tras aplicar un filtro numérico, y \mathbf{w} denota el valor final del vector velocidad inducida. Las constantes de tiempo τ_1 y τ_2 se definen a partir de las siguientes expresiones

$$\tau_1 = \frac{1.1}{1 - 1.3a} \frac{R}{|\mathbf{v}_0|} \quad (3.36)$$

$$\tau_2 = \left(0.39 - 0.26 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \cdot \tau_1, \quad (3.37)$$

donde R es el radio del rotor, $k = 0.6$, y a es el factor de inducción axial para un desalineamiento nulo de la góndola con respecto al flujo incidente, definido

por la expresión

$$a = \frac{\|\mathbf{w}_n\|}{\|\mathbf{v}_0\|}. \quad (3.38)$$

La resolución del modelo de estela dinámico y su algoritmo se detallan en el Anexo [A.3.3](#)

Efecto de rotación e inclinación de la Góndola

El fenómeno de corrección de orientación, documentado por primera vez por Glauert (1926), hace referencia a los fenómenos existente en el flujo producto de la rotación del rotor alrededor del eje de la torre. Este fenómeno ha sido ampliamente estudiado, abordado en proyectos colaborativos y referenciado en investigaciones como las presentadas por Pitt (1981) y J. G. Schepers y Snel (1995). En situaciones de desalineación del rotor con el viento, las palas orientadas aguas arriba experimentan una mayor velocidad del viento, lo que genera cargas más altas en comparación con las palas aguas abajo, creando un momento de giro beneficioso para alinear el rotor con el viento y mejorar la estabilidad durante la rotación. Además, esto resulta en una variación azimutal en la velocidad inducida en la estela producto de la proyección de las componentes vectoriales de la velocidad y la componente normal al rotor. La inclusión de un modelo que tome en cuenta este efecto de rotación resulta importante para reproducir las variaciones en la velocidad inducida y por lo tanto su efecto sobre la estela generada.

El modelo utilizado para incluir este efecto en la dinámica del flujo se detallan en el Anexo [A.3.4](#)

3.2. Análisis Estructural

Existen diferentes enfoques para analizar los grandes desplazamientos y rotaciones de sistemas no rígidos. Uno de los enfoques iniciales implica adoptar una hipótesis de pequeños desplazamientos y rotaciones en un marco solidario al elemento o al cuerpo (Downer et al. 1992). Sin embargo, esta aproximación resulta poco adecuada para modelar elementos altamente flexibles, como los rotores de aerogeneradores modernos. Otro enfoque se basa en la formulación directa de ecuaciones de viga a partir de una teoría tridimensional no lineal, considerando rotaciones finitas y la introducción de hipótesis cinemáticas del sistema como las propuestas por Crisfield (1997) y T. N. Le et al. (2014a).

Este último enfoque, abordado en este trabajo, se apoya en la formulación co-rotacional de vigas presentada por Battini y Pacoste (2002) y la formulación presentada por Vanzulli y Pérez Zerpa (2023). Esta última presenta una formulación co-rotacional 3D consistente aplicada a elementos de vigas, en la cual se desarrolla y valida un modelo para estructuras flexibles sometidas a cargas aerodinámicas no lineales. Esta formulación incorpora las cargas aerodinámicas utilizando el principio de los trabajos virtuales, lo que permite introducir la no linealidad resultante de las cargas de viento directamente en la formulación y resolución de las ecuaciones de movimiento. Para comprender completamente esta formulación y la representación estructural del aerogenerador, es necesario introducir un conjunto de conocimientos preliminares sobre las rotaciones finitas presentes en grandes estructuras así como aspectos de la formulación co-rotacional

3.2.1. Modelo de rotaciones finitas en estructuras

El correcto tratamiento de las rotaciones en el espacio es esencial para el análisis de grandes desplazamientos y rotaciones en estructuras. Una propiedad inherente de las rotaciones finitas en el espacio es que no son aditivas, a diferencia de los desplazamientos, por lo que deben componerse una serie de movimientos finitos para determinar la posición actual de cualquier punto del sistema en el tiempo a analizar. Por lo tanto, la motivación de este capítulo es establecer la teoría y las fórmulas necesarias para abordar el comportamiento dinámico de un aerogenerador.

Dado que existen varias formas de describir la rotación de un cuerpo en el espacio, cada una con sus ventajas y desventajas, se proporcionará una breve comparación de las mismas y la representación mediante el vector de rotación presentada en Cardona y Geradin' (1988).

Parametrización de rotaciones finitas

Existen diferentes técnicas propuestas en la literatura para parametrizar rotaciones en el análisis estructural. Tradicionalmente, medidas derivadas geoméricamente como los ángulos de Euler se utilizaban en la dinámica de cuerpos rígidos. Sin embargo, en la esquema de resolución del método de elementos finitos, se han desarrollado técnicas más apropiadas para cálculos de rotaciones. Estas incluyen la formulación de Rodrigues (también conocida co-

mo rotaciones semi-tangenciales o parámetros de rotación pseudovectoriales), el vector de rotación conformal y el vector de rotación.

En este trabajo se opta por trabajar con la formulación de Rodrigues para parametrizar las rotaciones debido a su simplicidad, la ausencia de singularidades en la representación de rotaciones de cualquier magnitud y, al mismo tiempo, la necesidad de un mínimo conjunto de parámetros (Cardona y Geradin', 1988).

Un operador lineal de rotación \mathbf{R} pertenece al grupo de *Lie* de transformaciones lineales ortogonales propias $SO(3)$, grupo que consiste en todas las matrices de rotación tridimensionales que preservan la longitud y el ángulo entre vectores. Este operador posee las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \\ \mathbf{R}^T \mathbf{R} &= \mathbf{R} \mathbf{R}^T, \\ \det(\mathbf{R}) &= 1.\end{aligned}\tag{3.39}$$

Debido a la exigencia de orto-normalidad, la matriz de rotación \mathbf{R} cuenta con exclusivamente tres parámetros libres ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) necesarios para expresar la rotación. Por otro lado, el vector de rotación Ψ se define como

$$\Psi = \mathbf{u}\Psi,\tag{3.40}$$

siendo las componentes de Ψ , (Ψ_x, Ψ_y, Ψ_z), las componentes de la rotación definidas por el vector \mathbf{u} como se muestra en la Figura 3.10.

El operador de rotación puede ser representado en términos del vector de rotación Ψ a partir de la expresión

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \frac{\sin \Psi}{\Psi} \tilde{\Psi} + \frac{1 - \cos \Psi}{\Psi^2} \tilde{\Psi} \tilde{\Psi},\tag{3.41}$$

donde $\tilde{\Psi}$ es la matriz anti-simétrica formada por las componentes de Ψ

$$\tilde{\Psi} = \begin{bmatrix} 0 & -\Psi_3 & \Psi_2 \\ \Psi_3 & 0 & -\Psi_1 \\ -\Psi_2 & \Psi_1 & 0 \end{bmatrix}.\tag{3.42}$$

Una expansión en series de potencias lleva a la siguiente expresión alternativa

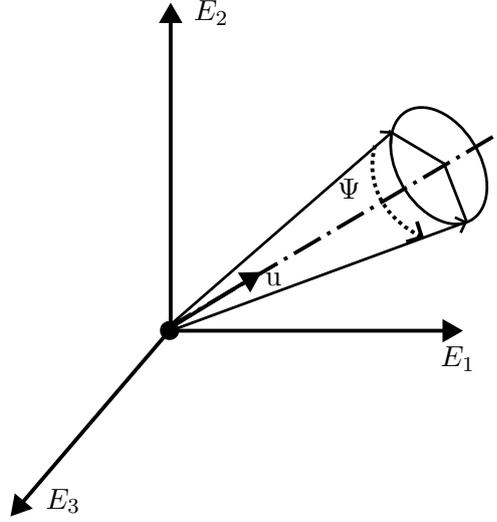


Figura 3.10: Componente de una rotación

de las rotaciones

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \boldsymbol{\Psi} + \frac{\boldsymbol{\Psi}^2}{2!} + \frac{\boldsymbol{\Psi}^3}{3!} + \dots = \exp(\boldsymbol{\Psi}), \quad (3.43)$$

Esta ecuación es conocida como la representación exponencial de las rotaciones o mapa exponencial de rotaciones, la cual permite determinar la rotación $\boldsymbol{\Psi}$ existente según el eje \mathbf{u} .

La variación $\delta\mathbf{R}$ de la matriz de rotación \mathbf{R} , se calcula a partir de la expresión

$$\delta\mathbf{R} = \delta\tilde{\mathbf{w}}\mathbf{R}, \quad (3.44)$$

siendo $\delta\tilde{\mathbf{w}}$ la variable de giro espacial, la cual se relaciona con la variación del vector rotación a través de la expresión

$$\delta\mathbf{w} = \mathbf{T}_s(\boldsymbol{\Psi})\delta\boldsymbol{\Psi}, \quad (3.45)$$

con $\mathbf{T}_s(\theta)$

$$\mathbf{T}_s(\boldsymbol{\Psi}) = \mathbf{I} + \frac{1 - \cos \Psi}{\Psi^2} \tilde{\boldsymbol{\Psi}} + \frac{\Psi - \sin \Psi}{\Psi^3} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}\tilde{\boldsymbol{\Psi}}. \quad (3.46)$$

La relación inversa del incremento rotacional queda definida por la expresión

$$\delta\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{T}_s^{-1}(\boldsymbol{\Psi})\delta\mathbf{w}, \quad (3.47)$$

siendo

$$\mathbf{T}_s^{-1}(\Psi) = \frac{\frac{\Psi}{2}}{\tan \frac{\Psi}{2}} \mathbf{I} + \left(1 - \frac{\frac{\Psi}{2}}{\tan \frac{\Psi}{2}} \right) \frac{\Psi \Psi^T}{\Psi^2} - \frac{1}{2} \tilde{\Psi}. \quad (3.48)$$

Composición de rotaciones

Definido el operador de rotación $\mathbf{R} = {}_{t_i}(I)_E$ que mapea un sistema inercial cartesiano rectangular $\mathbf{E}_I = (E_1, E_2, E_3)$ en un sistema orto-normal solidario a un cuerpo rígido $\mathbf{t}_i = (t_1, t_2, t_3)$, es posible definir una rotación incremental \mathbf{R}' que lleva del sistema actual \mathbf{t}_i a un sistema local actualizado \mathbf{t}_{i+1} . Para esto se aplica la rotación espacial combinada de ambas operaciones, para determinar el marco solidario al elemento en el instante actual a partir de la transformación

$$\mathbf{t}_{i+1} = \mathbf{R}' \mathbf{R} \mathbf{E}_I \quad (3.49)$$

El operador de rotación compuesto \mathbf{R}_T se define por lo tanto como

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{R}' \mathbf{R} \quad (3.50)$$

Esta operación permite definir cualquier vector expresado en el sistema referencial en el sistema actual local a un elemento. Esta operación, por sencilla que parezca, permite en un sistema compuesto por múltiples cuerpos y elementos como lo es un aerogenerador describir no solo la posición de referencia de cada elemento, sino también determinar el sistema de vectores local a cada elemento que describe el estado cinemático actual de los mismo en cada instante.

3.2.2. Cinemática Co-rotacional

El principio detrás de la formulación co-rotacional para elemento de viga 3D binodal es la descomposición del movimiento de un elemento en dos componentes, una primer componente encargada de representar las grandes rotaciones y desplazamiento presentes al considerar el movimiento rígido del elemento, y una segunda componente asociada al desplazamiento local producto de la flexibilidad del elemento. Para lograr dicha representación, desde el punto de vista estático son utilizados cuatro sistemas de coordenadas: E_i , e_i , r_i y t_i , asociados a la representación canónica, la configuración de referencia, la configuración rotada rígida y la configuración deformada, como se observa en la Figura 3.11.

Por otro lado, para representar el movimiento de un elemento de viga definido por los nodos 1 y 2, desde la configuración de referencia hasta la configuración deformada, pasando por la configuración de deformación rígida, son utilizados operadores rotacionales que permiten definir el movimiento de dicho elemento. El operador \mathbf{R}_0 permite rotar el elemento desde su configuración global o canónica a su configuración de referencia. Desde esta configuración de referencia uno puede obtener la configuración deformada al aplicar los operadores \mathbf{R}_1^g y \mathbf{R}_2^g , transformaciones aplicadas a cada nodo del elemento. La configuración deformada del elemento se determina aplicando el operador \mathbf{R}_r^g el cual permite rotar el elemento desde su configuración global a su configuración rotada rígida y sucesivamente componer los operadores $\bar{\mathbf{R}}_1$ y $\bar{\mathbf{R}}_2$ sobre cada nodo para determinar la configuración deformada del elemento.

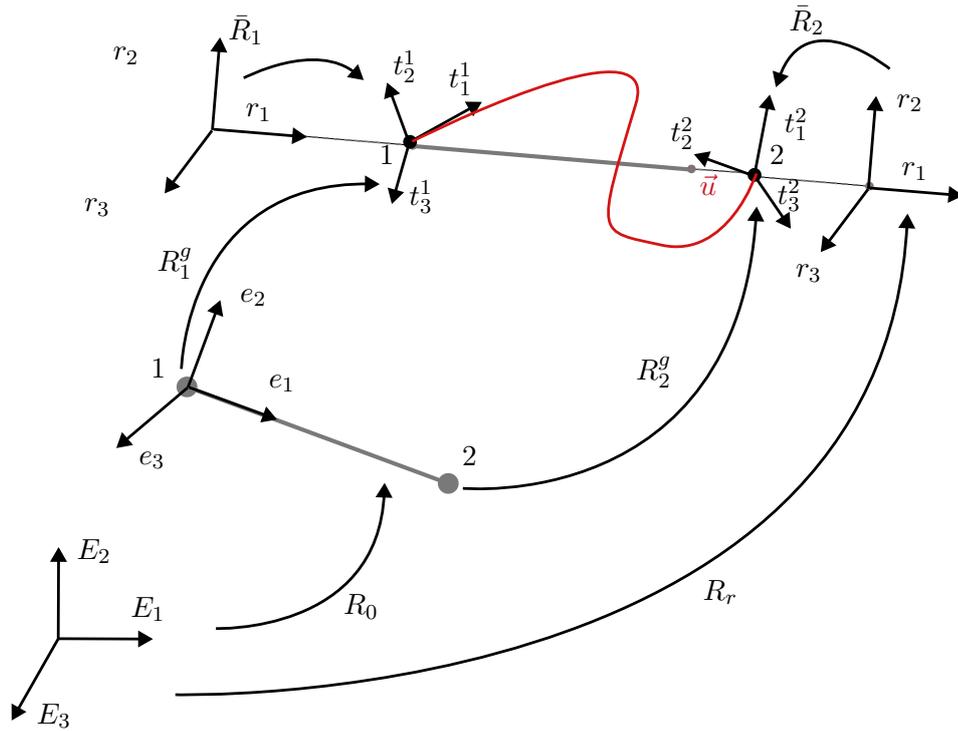


Figura 3.11: Sistemas de rotación de la formulación co-rotacional.

Dadas estas transformaciones se verifican las siguientes igualdades a partir de la operación sucesiva de operadores

$$\mathbf{R}_i^g \mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}}_i. \quad (3.51)$$

Es fundamental tener presente estas identidades ya que permitirán movernos entre las distintas configuraciones y expresar variables como el vector de desplazamientos nodales ($\mathbf{d}_l, \mathbf{d}_g$) y el vector de fuerzas nodales ($\mathbf{f}_l, \mathbf{f}_g$) tanto en coordenadas locales como globales respectivamente.

El principio del Trabajo Virtual para un conjunto de fuerzas nodales \mathbf{f} aplicadas a un elemento, para cualquier desplazamiento virtual $\delta\mathbf{d}$ es independiente del sistema en el cual se plantea, por lo que puede expresarse dentro de este marco de representación según la ecuación

$$(\delta\mathbf{d}_l)^T \mathbf{f}_l = (\delta\mathbf{d}_g)^T \mathbf{f}_g. \quad (3.52)$$

La expresión (3.52) muestra que el trabajo virtual de un conjunto de fuerzas nodales \mathbf{f} es idéntico tanto en el sistema de coordenadas local como en el global. El vector de desplazamientos globales \mathbf{d}_g , expresado en el sistema inercial ($\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$), se define como $\mathbf{d}_g = [(u_g^1)^T, (w_g^1)^T, (u_g^2)^T, (w_g^2)^T]$. El vector de desplazamientos locales \mathbf{d}_l , expresado en la configuración deformada rígida asociada al sistema ($\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$), se define como $\mathbf{d}_l = [\bar{u}, \bar{\theta}^1, \bar{\theta}^2]$. La relación entre las variaciones de las magnitudes desplazamiento tanto en coordenadas locales como globales queda definida por las ecuaciones

$$\delta\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{r}\delta\mathbf{d}_g \quad (3.53)$$

siendo $\mathbf{r} = [-\mathbf{r}_1^T, \mathbf{0}_{1 \times 3}, -\mathbf{r}_1^T, \mathbf{0}_{1 \times 3}]$ y

$$\begin{bmatrix} \delta\bar{\theta}^1 \\ \delta\bar{\theta}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{P}\mathbf{E}^T \delta\mathbf{d}_g, \quad (3.54)$$

donde las matrices \mathbf{E} y \mathbf{P} definidos por las ecuaciones

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{P} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

\mathbf{G} es la matriz definida por la expresión (3.57), en la cual $\omega_{\mathbf{r}}^{\mathbf{g}}$ es el vector de

ángulos de la componente de deformación rígida

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \omega_{\mathbf{r}}^{\mathbf{g}}}{\partial \mathbf{d}_g} = [\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2] \quad (3.57)$$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{p_1}{p_2 l_n} & \frac{p_{12}}{2p_2} & -\frac{p_{11}}{2p_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1/l_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/l_n & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/l_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{p_1}{p_2 l_n} & \frac{p_2}{2p_2} & -\frac{p_{21}}{2p_2} & 0 \\ 0 & 1/l_n & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.59)$$

siendo \mathbf{p}_i los vectores auxiliares que permiten determinar el sistema ortogonal r_i que define la configuración deformada rígida del elemento. En el enfoque corrotacional, las rotaciones locales en los nodos $\delta \vec{\theta}^i$ ($i = 1, 2$), definidas en la Ecuación (3.54), se suponen pequeñas por lo que las mismas pueden aproximarse a las componentes globales $\vec{\theta}^i = \mathbf{w}^i$.

Por otro lado, dado que el sistema local es solidario al movimiento de cada elemento que compone la estructura, el constante cambio de esta configuración en cada iteración obliga a la utilización de vectores asistentes $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$, los cuales se definen según la ecuación

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{R}_g^i \mathbf{R}_0 [0, 1, 0]^T, \quad (3.60)$$

y el vector \mathbf{p} definido a partir de la ecuación

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2} \quad (3.61)$$

En la Ecuación (3.60), \mathbf{p}_j representa la entrada j -ésima del vector \mathbf{p} definida por la expresión $\mathbf{p}_j = (\mathbf{R}_r^T \mathbf{p})$ y \mathbf{p}_{ij} se define por la expresión $\mathbf{p}_{ij} = (\mathbf{R}_r^T \mathbf{p}_i)$. Para representar cualquier sección transversal del elemento definida por su baricentro G , situado a una distancia x del nodo 1 en la configuración rotada, se define el movimiento local de una sección que se encuentra a una distancia \mathbf{x} de la viga desde su configuración inicial. Este movimiento se logra mediante la rotación y traslación de la sección, operación llevada a cabo mediante la transformación $\bar{\mathbf{R}}_G$. Este operador permite encontrar los transformados t_i^g de la base r_i^g del punto. Los desplazamientos de punto G de la sección en términos de la componente de deformación rígida r_i , se calculan a partir del vector de

coordenadas locales del punto (\mathbf{d}_l^g) por medio de la expresión

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{u}_2^g \\ \bar{u}_3^g \end{bmatrix} = \mathbf{u}_l = \mathbf{P}_1 \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 \\ 0 & -N_3 & 0 & 0 & -N_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_1^g \\ \bar{\theta}_2^g \\ \bar{\theta}_3^g \end{bmatrix} = \boldsymbol{\theta}_l = \mathbf{P}_2 \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 \\ 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

siendo N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 y N_6 los coeficientes de interpolación del elemento. Los desplazamientos axiales \bar{u}_1 y el ángulo de torsión $\bar{\theta}_1^g$ se interpolan de forma lineal, mientras que los desplazamientos transversales \bar{u}_2^g y \bar{u}_3^g así como los ángulos de flexión $\bar{\theta}_2^g$ y $\bar{\theta}_3^g$ se interpolan a través de los polinomios cúbicos (polinomios de Hermite).

Definiendo el vector de desplazamientos transversales locales \mathbf{u}_l del centroide G de la sección, se define la posición de este en coordenadas globales por medio de la expresión

$$OG = \mathbf{x}_1^g + \mathbf{u}_1^g + (\mathbf{x} + \bar{u}_1)\mathbf{r}_1 + (\bar{u}_2)\mathbf{r}_2 + (\bar{u}_3)\mathbf{r}_3. \quad (3.64)$$

Calculando el diferencial asociado a (3.64) se obtiene la expresión

$$\delta OG = \delta \mathbf{u} = \mathbf{N} \delta \mathbf{d}_g + \mathbf{R}_r \delta \mathbf{u}_l + \delta \mathbf{R}_r \mathbf{u}_l, \quad (3.65)$$

siendo $\mathbf{N} = [N_1 \mathbf{I} \ \mathbf{0} \ N_2 \mathbf{I} \ \mathbf{0}]$. Definiendo el vector de ángulos de la componente de deformación rígida como $\delta \omega_{\mathbf{F}}^{\mathbf{g}}$, se define a partir de la Ecuación (3.42) el operador anti-simétrico $\tilde{\delta \omega}_{\mathbf{F}}^{\mathbf{g}}$ correspondiente a dicha rotación y utilizando las ecuaciones (3.55), (3.57), (3.54) se obtienen las expresiones en coordenadas globales (3.66) para la variación longitudinal $\delta \mathbf{u}$ y (3.67) para el diferencial de rotación del baricentro $\delta \omega$

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{R}_r \mathbf{H}_1 \mathbf{E}^T \delta \mathbf{d}_g \quad (3.66)$$

$$\delta \omega = \mathbf{R}_r (\mathbf{P}_2 \mathbf{P} + \mathbf{G}^T) \mathbf{E}^T \mathbf{d}_g, \quad (3.67)$$

siendo $\mathbf{H}_1 = \mathbf{N} + \mathbf{P}_1 \mathbf{P} - \tilde{\mathbf{u}}_l \mathbf{G}^T$.

Definidas las variaciones de desplazamiento y rotación existentes en una sección del elemento, los efectos dinámicos asociados a estas magnitudes, velo-

cidad y aceleración se determinan siguiendo el procedimiento presentado por T. N. Le et al. (2014a). La magnitud velocidad, \dot{u} se determina a partir de la variación temporal de la Ecuación (3.66) y aplicando la regla del producto a dicho resultado se obtiene la expresión de la aceleración $\ddot{\mathbf{u}}$

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{R}_r \mathbf{H}_1 \mathbf{E}^T \dot{\mathbf{d}}_g. \quad (3.68)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{R}_r \mathbf{H}_1 \mathbf{E}^T \ddot{\mathbf{d}}_g + (\dot{\mathbf{R}}_r \mathbf{H}_1 \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_r \dot{\mathbf{H}}_1 \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_r \mathbf{H}_1 \dot{\mathbf{E}}^T) \dot{\mathbf{d}}_g. \quad (3.69)$$

De igual forma se determina la velocidad angular $\dot{\omega}$ a partir de la derivada temporal de la Ecuación (3.67) y aplicando la regla del producto a dicha derivada se determina la aceleración angular $\ddot{\omega}$

$$\dot{\omega} = \mathbf{R}_r \mathbf{H}_2 \mathbf{E}^T \dot{\mathbf{d}}_g. \quad (3.70)$$

$$\ddot{\omega} = \mathbf{R}_r \mathbf{H}_2 \mathbf{E}^T \ddot{\mathbf{d}}_g + (\dot{\mathbf{R}}_r \mathbf{C}_2 \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_r \dot{\mathbf{C}}_2 \mathbf{E}^T + \mathbf{R}_r \mathbf{C}_2 \dot{\mathbf{E}}^T) \dot{\mathbf{d}}_g \quad (3.71)$$

siendo $\mathbf{C}_2 = \tilde{\omega}_r \mathbf{H}_2 + \dot{\mathbf{H}}_2 - \mathbf{H}_2 \mathbf{E}$ y $\mathbf{H}_2 = \mathbf{P}_2 \mathbf{P} + \mathbf{G}^T$

3.2.2.1. Fuerzas en el esquema co-rotacional

Definidas las magnitudes espaciales y cinemáticas de la formulación co-rotacional es necesario vincular las mismas a la dinámicas del problema a resolver. Dado un sistema en movimiento en cualquier instante de tiempo debe verificarse la ecuación de equilibrio, la cual de forma genérica se expresa como

$$\mathbf{f}^{ine}(\ddot{\mathbf{d}}_g, \dot{\mathbf{d}}_g, \mathbf{d}_g, t) + \mathbf{f}^{vis}(\dot{\mathbf{d}}_g, \mathbf{d}_g, t) + \mathbf{f}^{int}(\mathbf{d}_g, t) = \mathbf{f}^{ext}(\dot{\mathbf{d}}_g, \mathbf{d}_g, t). \quad (3.72)$$

siendo \mathbf{f}^{ine} las fuerzas inerciales asociadas a la masa y la aceleración del sistema, \mathbf{f}^{vis} las fuerzas viscosas asociadas al sistema, \mathbf{f}^{int} las fuerzas internas asociadas a la deformación del sistemas y sus propiedades material, \mathbf{f}^{ext} las fuerzas externas que pueden depender del estado cinemático del sistemas u otros parámetros externos.

Resulta fundamental determinar estas acciones en función del esquema de representación utilizado. A continuación, se desarrolla la representación de las fuerzas inerciales, internas y aerodinámicas dentro del marco de la formulación co-rotacional, las cuales se emplearán en la resolución del problema.

Formulación co-rotacional de fuerzas internas

El vector de fuerza interna local, \mathbf{f}_l^{int} , se compone de la fuerza axial y momentos flectores y torsor para cada nodo de un elemento. La fuerza interna se calcula inicialmente en coordenadas locales \mathbf{f}_l^{int} , luego se transforma a coordenadas globales \mathbf{f}_g^{int} utilizando la matriz de cambio de base \mathbf{B} . Mediante la descomposición co-rotacional y las matrices auxiliares G y E definidas por las Ecuaciones (3.57) y (3.55) respectivamente, es posible vincular incrementos locales con incrementos globales de las fuerzas, permitiendo expresar las magnitudes relevantes en coordenadas globales como se expresa a continuación

$$\mathbf{f}_g^{int} = \mathbf{B}^T \mathbf{f}_l^{int} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{P}\mathbf{E}^T \end{bmatrix} \mathbf{f}_l^{int}, \quad (3.73)$$

donde \mathbf{f}_l^{int} , vector de fuerzas internas local al elemento es definido por las entradas $[f_{al}(\mathbf{m}_1^1)^T(\mathbf{m}_1^2)^T]$ y el vector auxiliar \mathbf{r} contiene al vector \mathbf{r}_1 según el sentido axial de la barra. La derivada de las fuerzas internas respecto a los desplazamiento resulta en la matriz tangente de fuerzas internas la cual se define por medio de la expresión

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{B}^T \mathbf{K}_l \mathbf{B} + \frac{\partial(\mathbf{B}^T \mathbf{f}_l)}{\partial \mathbf{d}_g} \quad (3.74)$$

Formulación co-rotacional de fuerzas inerciales

La componente de fuerza inercial se determina por medio de la energía cinética del elemento (K), la cual se expresa como la integral de las velocidades y aceleraciones de traslación y rotación. La variación de energía cinética se calcula aplicando la regla del producto diferenciales e integrando en extremos fijos, obteniendo la expresión

$$\delta K = - \int_{l_0} \delta \mathbf{u}^T A_\rho \ddot{\mathbf{u}} + \delta \omega^T [\mathbf{I}_\rho \ddot{\omega} + \tilde{\omega} \mathbf{I}_\rho \dot{\omega}] dl_0. \quad (3.75)$$

La fuerza inercial se deriva a partir de la variación de energía cinética a partir de la expresión

$$\delta K = -(\mathbf{f}^{ine})^T \delta \mathbf{d}_g. \quad (3.76)$$

La cual resulta en la expresión

$$\mathbf{f}_g^{ine} = \mathbf{E} \left[\int_{l_0} \left\{ \mathbf{H}_1^T \mathbf{R}_r^T A_\rho \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{H}_2^T \mathbf{R}_r [\mathbf{I}_\rho \ddot{\mathbf{w}} + \tilde{\mathbf{w}} \mathbf{I}_\rho \dot{\mathbf{w}}] \right\} \mathbf{d}l \right]. \quad (3.77)$$

Al diferenciar el vector de fuerza inercial \mathbf{f}^{ine} se obtienen las matrices tangentes dinámicas definidas por

$$\delta \mathbf{f}^{ine} \approx \mathbf{M}_k \delta \ddot{\mathbf{d}}_g + \mathbf{C}_k \delta \dot{\mathbf{d}}_g + \mathbf{K}_k \delta \mathbf{d}_g. \quad (3.78)$$

Las matrices \mathbf{M}_k , \mathbf{C}_k y \mathbf{K}_k , se obtienen aplicando cambios de variables sucesivos y están asociadas con la masa (término de aceleración), la velocidad (término giroscópico) y el desplazamiento (término centrífugo), respectivamente. Las expresiones para estas matrices se encuentran presentadas en el Anexo A.

Formulación co-rotacional de fuerzas aerodinámicas

Considerando la metodología presentada por Vanzulli y Pérez Zepa (2023), quienes presentan una formulación co-rotacional consistente para el cálculo de fuerzas aerodinámicas sobre elementos de viga 3D binodales, es posible derivar las fuerzas externas aerodinámicas aplicada sobre la estructura.

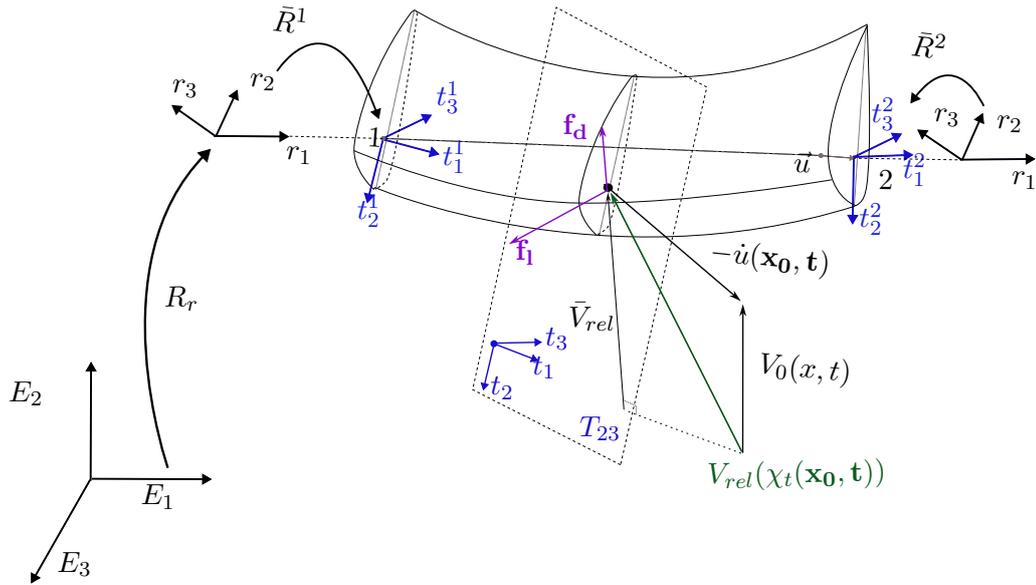


Figura 3.12: Formulación co-rotacional de velocidad relativa sobre elemento

Al considerar un elemento de viga de sección uniforme sometido a un flujo de viento como se muestra en la Figura 3.12, para una sección con centroide G ubicada a una distancia \mathbf{x}_0 , la configuración deformada de dicha sección en el tiempo t queda definida por $\mathbf{x} = \chi_t(\mathbf{x}_0)$. Por otro lado, la velocidad relativa del flujo de viento, \mathbf{v}_{rel} , expresada en coordenadas globales queda definida por la expresión

$$\mathbf{v}_{rel}(\chi_t(\mathbf{x}_0, t)) = \mathbf{v}_0(\chi_t(\mathbf{x}_0, t)) - \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_0, t), \quad (3.79)$$

siendo $\mathbf{v}_0(x, t)$ la velocidad del flujo incidente y $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_0, t)$ la velocidad del bari-centro de dicho elemento, ambas expresadas en coordenadas globales. Cuando se analizan estructuras que están dinámicamente influenciadas por un flujo a lo largo de todas sus secciones, se generan fuerzas de sustentación, arrastre y momentos de manera externa. Estas fuerzas actúan sobre un punto de aplicación del elemento en su posición actual y deformada. Como se define en las Ecuaciones (3.1), estas acciones externas depende de la velocidad relativa del flujo local a la sección, la cual resulta de la proyección de la velocidad relativa global sobre el plano deformado total, T_{23} , definido por los vectores \mathbf{t}_2 y \mathbf{t}_3 de dicha sección, como se observa en la Figura 3.12. Para realizar dicha transformación se utilizan los operadores rotacionales definidas en la formulación co-rotacional \mathbf{R}_r y $\bar{\mathbf{R}}$, que permiten expresar vectores desde la configuración global a la configuraciones deformada total del sistema así como en el sentido inverso, como se define a continuación

$$\bar{\mathbf{v}}_{rel}(\chi(\mathbf{x}_0, \mathbf{t}))_{\mathbf{t}} = (\mathbf{R}_r^T \bar{\mathbf{R}})^T \mathbf{v}_{rel}(\chi_{\mathbf{t}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{t})). \quad (3.80)$$

La velocidad en el plano local de la sección deformada se obtiene al proyectar la velocidad relativa de la Ecuación (3.80) utilizando el operador \mathbf{L}_2 a partir de la operación

$$\bar{\mathbf{v}}_{rel} = \mathbf{L}_2 (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T \mathbf{v}_{rel}(\chi(\mathbf{x}_0, t)), \quad (3.81)$$

siendo el operador de proyección, \mathbf{L}_2

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.82)$$

Esta proyección es por lo tanto, la velocidad relativa experimentada por la sección del elemento de viga en su condición deformada. Es posible a partir de

dicho vector definir el sistema de vectores unitarios solidarios a la componente de velocidad. Estos vectores se expresan como

$$\mathbf{t}_d = \frac{(\bar{\mathbf{v}}_{rel})}{\|(\bar{\mathbf{v}}_{rel})\|} \quad (3.83)$$

$$\mathbf{t}_l = \mathbf{L}_3(\mathbf{t}_d) \quad (3.84)$$

$$\mathbf{t}_m = (\mathbf{t}_1), \quad (3.85)$$

siendo el operador rotacional $\mathbf{L}_3 = \exp([\frac{\pi}{2}, 0, 0]^T)$ y $\mathbf{t}_1 = [1, 0, 0]^T$. Definiendo el vector de cuerda de una sección en su condición deformada total como, $\mathbf{t}_{ch} = [0, -1, 0]^T$, se determina el ángulo de ataque α del flujo sobre dicha sección a partir de la ecuación

$$\alpha = \text{signo} [((\mathbf{t}_d) \wedge (\mathbf{t}_{ch})) \cdot (\mathbf{t}_1)] \text{arc cos} ((\mathbf{t}_d) \cdot (\mathbf{t}_{ch})). \quad (3.86)$$

Definido el ángulo de ataque y la velocidad relativa proyectada sobre la sección en su condición deformada, es posible determinar a partir de los coeficientes c_l , c_d , c_m y las expresiones (3.1) las fuerzas y momento generado sobre una sección del rotor en su condición deformada total

$$\mathbf{f}_l = \frac{1}{2} \rho_f \|c\| c_l(\alpha) \|\mathbf{L}_2(\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T(\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}})\| \mathbf{L}_2(\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T(\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}}), \quad (3.87)$$

$$\mathbf{f}_d = \frac{1}{2} \rho_f \|c\| c_d(\alpha) \|\mathbf{L}_2(\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T(\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}})\| \mathbf{L}_3 \mathbf{L}_2(\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T(\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}}), \quad (3.88)$$

$$\mathbf{m}_p = \frac{1}{2} \rho_f \|c\| c_m(\alpha) \|\mathbf{L}_2(\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T(\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}})\|^2 \cdot \mathbf{t}_1. \quad (3.89)$$

Definidas las fuerzas aerodinámicas locales a la sección, el trabajo virtual de estas fuerzas queda definido por la expresión

$$\delta \mathbf{W}_f = \int_{l_0} (\delta \mathbf{u}^T \mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}} (\mathbf{f}_d + \mathbf{f}_l) + \delta \omega^T \mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}} (\mathbf{m}_p)) dl_0. \quad (3.90)$$

Por otro lado, el trabajo virtual del vector de fuerzas aerodinámicas en coordenadas globales se determina a partir de la expresión

$$\delta \mathbf{W}_f = (\delta \mathbf{d}_g)^T \cdot \mathbf{f}_g^{\text{flu}} \quad (3.91)$$

Por lo que, el vector de fuerzas aerodinámicas expresado en coordenadas globales resulta de igualar las ecuaciones (3.91) y (3.90) y sustituir en dicha igualdad

las ecuaciones (3.87), (3.88) y (3.89), obteniéndose la expresión,

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_g^{flu} = & \frac{1}{2} \rho_f \|c\| \mathbf{E} \left\{ \int_{l_0} \left\{ \mathbf{H}_1^T \bar{\mathbf{R}} \| \mathbf{L}_2 (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T (\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}}) \| (c_d \mathbf{I} + c_l \mathbf{L}_3) \mathbf{L}_2 (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}}^T (\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}})) \right\} dl_0 \right. \\
& \left. + \int_{l_0} \left\{ \mathbf{H}_2^T \bar{\mathbf{R}} \mathbf{c}_m \| \mathbf{L}_2 (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T (\mathbf{v}_0 - \dot{\mathbf{u}}) \|^2 \cdot (\mathbf{t}_1) \right\} \right\}
\end{aligned} \tag{3.92}$$

Capítulo 4

Metodología

En este capítulo se exponen los métodos centrales desarrollados a lo largo de esta tesis. Este avance representa, de acuerdo con la revisión bibliográfica realizada, la implementación de un conjunto de herramientas que posibilitan el modelado de los fenómenos estructurales presentes en la interacción entre un aerogenerador de eje horizontal y el viento incidente. Para alcanzar este objetivo, se emplean cuatro herramientas fundamentales, cada una de las cuales se explica a lo largo de este capítulo.

En primer lugar, se aborda el modelado estructural efectuado mediante la herramienta de código abierto [ONSAS](#). Se describe la configuración estructural de referencia y todos los sistemas de coordenadas necesarios para representar la misma, así como la metodología empleada para determinar las cargas aerodinámicas sobre la estructura, permitiendo así modelar las fuerzas generadas por el viento. En segundo lugar, se presenta en detalle las estrategias de control utilizadas para controlar el punto de operación del modelo. En tercer lugar se aborda la resolución de la dinámica del modelo en el marco de un método implícito y el acople utilizado entre los distintos modelos. En cuarto y último lugar, se describe el modelo de referencia utilizado, sus parámetros y el método de discretización implementado.

En conjunto, este capítulo proporciona una visión holística y detallada de los métodos esenciales desarrollados para el análisis integral de la dinámica estructural presente en los aerogeneradores, producto de su interacción con el viento.

4.1. Modelo Estructural

El enfoque científico computacional, como es explicado por Vanzulli (2021), involucra la abstracción de un fenómeno real para crear un modelo que se comporte de manera análoga. Esto posibilita la simulación y el control de variables de estudio específicas de interés. Sin embargo, para lograr este objetivo, es necesario considerar una serie de hipótesis y simplificaciones. Por otro lado, cuando se trata de modelar dinámicamente componentes que experimentan deformaciones significativas como las palas del rotor, resulta efectivo emplear un modelo de elementos finitos de vigas. Este enfoque ha demostrado una precisión adecuada en la descripción del comportamiento dinámico de sistemas como rotores de helicópteros (A. Bauchau y Nikishkov, 2001), ductos de plataformas petroleras (Neto et al. 2014) y aerogeneradores de eje horizontal (Gebhardt y Rocca, 2014; L. Wang et al. 2014), todo ello con un costo computacional razonable.

A continuación se presenta el modelo estructural desarrollado para el rotor de un aerogenerador, detallando el enfoque específico sobre cada componente. Este abordaje permite resolver las interacciones entre los sistemas y, por lo tanto, la dinámica completa del rotor. Para analizar la dinámica estructural de un aerogenerador de eje horizontal, se propone un modelado de elementos finitos de viga, utilizando sistemas flexibles para el rotor y cuerpos rígidos para la góndola, el cubo y la torre.

4.1.1. Sistemas de Coordenadas

Un requisito fundamental en el modelado aerodinámico de aerogeneradores es disponer de sistemas de coordenadas adecuados para definir la posición y la velocidad de cada punto del rotor en cada instante de tiempo, así como la velocidad del flujo de viento relativa a cada punto del espacio. La capacidad de representar espacialmente cada elemento diferencial de las palas del rotor es esencial, ya que la velocidad relativa de estos componentes afecta el viento aparente percibido por cada elemento, lo que influye en las cargas aerodinámicas. Por esta razón, se requiere un modelo estructural completo del aerogenerador que se acople con el método de cálculo de cargas aerodinámicas.

Dado que el viento cambia en el tiempo y el espacio, es fundamental tener en cuenta en todo momento la posición relativa de cualquier sección a lo largo de una pala y la torre en relación con un sistema de coordenadas de referencia.

Para esto se construyen un conjunto de sistema de coordenadas que permiten definir dicha condición de referencia como se muestra en las Figura 4.1.

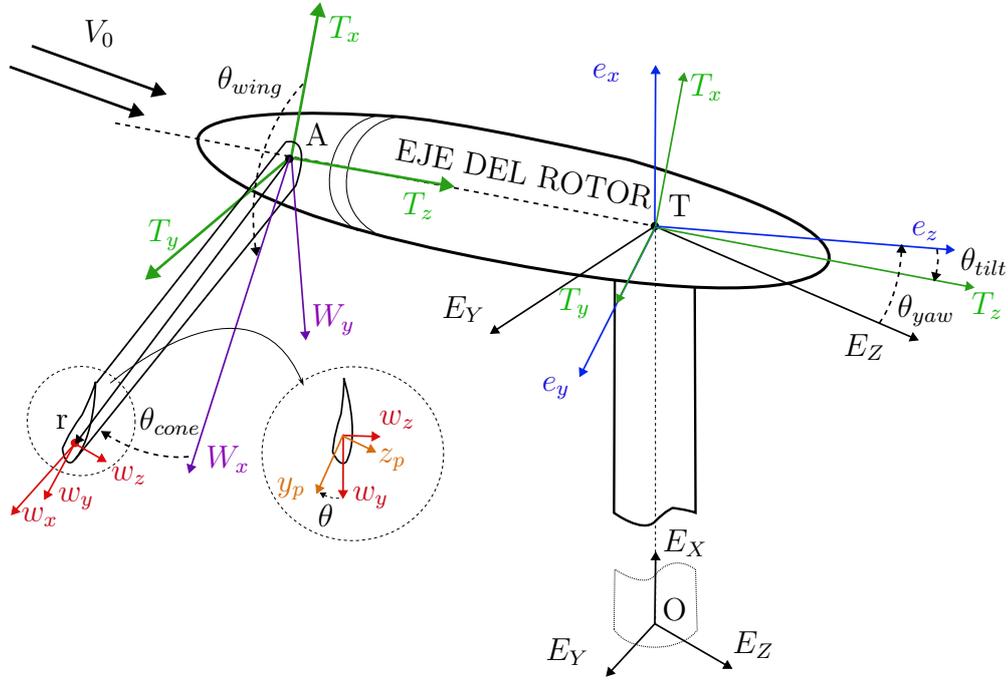


Figura 4.1: Sistemas de coordenadas del modelo estructural del aerogenerador.

Haciendo uso del concepto de operador rotacional definido en la Sección 3.2.1 es posible determinar los diferentes sistemas de coordenadas utilizados para describir la posición de referencia o no deformada de elementos como la torre, la góndola y el rotor del modelo de aerogenerador implementado. En primer lugar se tiene el sistema de coordenadas fijo o inercial (E_x, E_y, E_z) , ubicado en el punto O , base de la torre. En este sistema, el eje E_x está inicialmente alineado con la torre. Por otro lado, el movimiento rígido de la góndola se representa mediante el sistema de coordenadas (T_x, T_y, T_z) , cuyo origen se encuentra en el punto T , punto de unión con la torre. Este sistema local a la góndola se define por la composiciones de dos operadores rotacionales que inclinan la misma en el plano vertical un ángulo fijo θ_{tilt} y giran esta en el plano horizontal un ángulo θ_{yaw} , definiendo de esta forma el sistema (T_x, T_y, T_z) . El centro del cubo se encuentra en el punto A , a una distancia $-d_a \vec{T}_z$ de T a lo largo del eje del rotor, y se referencia del igual forma al sistema de coordenadas (T_x, T_y, T_z) local al punto A . En lo que respecta a las palas del rotor estas giran un ángulo θ_{wing}^i , definiendo de esta forma el ángulo azimutal o de

rotación de las palas, siendo cero cuando la pala está en posición vertical apuntando hacia arriba. El rotor cuenta también con un ángulo de conicidad θ_{cone} , tal como se ilustra en la Figura 4.1, lo que define un sistema de coordenadas locales $(w_x, w_y, w_z)^i$ para un elemento rígido en una posición radial específica $(r, 0, 0)$ de la pala. Por último, las palas se deforman por la acción del viento en la dirección de los ejes principales, los cuales para una sección de la pala quedan definidos por el sistema de ejes locales, $(x_p, y_p, z_p)^i$, el cual resulta de la rotación $-\theta$ en la dirección del eje w_x .

Los sistemas de coordenadas con origen en A definen el plano de rotación del rotor y permiten describir variables como el empuje o la velocidad de rotación experimentada por este elemento del aerogenerador, a partir de los siguientes sistemas de coordenadas

- (W_x, W_y, W_z) : Estos ejes son rotativos, donde el eje W_z se encuentra alineado con el eje del rotor. El ángulo entre el eje W_x y el eje w_x es igual a θ_{cone} .
- (T_x, T_y, T_z) : Sistemas de coordenadas no rotativos, con el eje T_z alineado con el eje del rotor. El eje T_x coincide con el eje W_x cuando θ_{wing} es igual a cero.

Los sistemas de coordenadas locales a los elementos de la pala del rotor permiten describir el comportamiento dinámico del rotor y las deformación que el mismo experimenta, a partir de la terna de ejes

- $(w_x, w_y, w_z)^i$: Sistema de coordenadas que define la superficie de revolución que trazaría una pala rígida en el espacio, con el eje w_z normal a esta superficie. Cuando θ_{cone} es igual a cero, el eje w_z^i se vuelve paralelo al eje del rotor W_z .
- $(x_p, y_p, z_p)^i$: Estos ejes representan los ejes principales de flexión de una sección del rotor, siendo el eje x_p el eje que define la línea neutra de la pala y los ejes y_p^i y z_p^i resultantes de la rotación de ángulo $-\theta$ según la dirección x_p .

$(t_1, t_2, t_3)^i$ para $i = 1, 2$: Estos ejes adoptados de la formulación corrotacional representan los sistemas de ejes nodales que definen la condición deformada total de cada elemento que define el rotor. Para un rotor rígido, estos ejes coinciden con los ejes $(x_p, y_p, z_p)^i$ en el instante t .

En lo que respecta a la góndola los sistemas de coordenadas que definen la configuración de referencia de la misma quedan definidos por, el sistema ubicado en la unión de esta con la torre y el sistema ubicado en la unión con el cubo del rotor, a partir de los sistemas

- (e_x, e_y, e_z) : Sistema de coordenadas cuyo origen se encuentra en el punto T define la rotación rígida θ_{yaw} , del Nacell respecto al eje x .
- (T_x, T_y, T_z) : Sistema de ejes que representan el eje del rotor. Este sistema define la inclinación de ángulo θ_{tilt} de la Góndola, definido entre los ejes y y T_y siendo esta negativa.

Como fue explicado en la sección 3.2.1 manipular vectores en los diferentes sistemas de coordenadas es posible mediante operadores de rotación \mathbf{R} , identidad que permite transformar un vector \mathbf{v}_1 expresado en la base orto-normal 1 en \mathbf{v}_2 un vector expresado en la base orto-normal 2, mediante la operación $\mathbf{v}_2 = \mathbf{R}\mathbf{v}_1$. Partiendo de un vector posición local \mathbf{r}_w^l de un elemento diferencial del rotor. el mismo puede ser expresado en el sistema global, \mathbf{r}_W^g , a partir de la transformación del vector local al sistema de coordenadas globales sumando a la posición de los diferentes componentes del sistema expresados en coordenadas globales. Tomando el vector posición local de la sección de la pala, $\mathbf{R}_w^l = (r, 0, 0)$ respecto al origen A del rotor, se define la coordenada de referencia expresadas en coordenadas globales a partir del operador rotacional \mathbf{R}_{14}

$$\mathbf{r}_W^g = \mathbf{R}_{14} \times \mathbf{r}_w^l, \quad (4.1)$$

siendo \mathbf{R}_{14} es el operador de rotación resultante de la combinación de rotaciones $\mathbf{R}_{14} = \mathbf{R}_{12} \times \mathbf{R}_{23} \times \mathbf{R}_{34}$, las cuales se definen según el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{12} &= \mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2 = \exp([\theta_{yaw}, 0, 0]^t) \times \exp([0, -\theta_{tilt}, 0]^t) \\ \mathbf{R}_{23} &= \exp([0, 0, \theta_{wing}]^T) \\ \mathbf{R}_{34} &= \exp([0, -\theta_{cone}, 0]^T). \end{aligned} \quad (4.2)$$

El mismo procedimiento se aplica al vector posición del cubo del rotor $\mathbf{r}_n^l = (0, 0, -d_a)$ utilizando los operadores de rotación \mathbf{R}_{12} y \mathbf{R}_{23}

$$\mathbf{r}_N^g = \mathbf{r}_{12}^T \times \mathbf{R}_{23}^T \times \mathbf{r}_n^l. \quad (4.3)$$

Considerando que no existe deformación inicial en la torre la posición del

origen de la góndola $\mathbf{r}_T^g = (d_t, 0, 0)$ ya se encuentra expresado en coordenadas globales. Por lo tanto, la posición de cualquier elemento de pala expresada en coordenadas globales queda definida por:

$$\mathbf{r}_O^g = \mathbf{r}_W^g + \mathbf{r}_N^g + \mathbf{r}_T^g. \quad (4.4)$$

4.1.2. Modelado del rotor

El rotor se encuentra definido por la geometría de las palas las cuales son caracterizadas como vigas elásticas lineales, no prismática, con sección variable a lo largo de su longitud y sin amortiguamiento. Para determinar su comportamiento dinámico se abordan tanto los grandes desplazamientos como las grandes rotaciones de la pala en su totalidad, descomponiendo el movimiento y la deformación mediante la formulación co-rotacional en dos componentes. Para modelar cada pala, se recurre a un conjunto finito de elementos de viga en los cuales en el interior de cada elemento, los campos de desplazamiento y giro se interpolan a partir de los valores nodales utilizando polinomios de primer y tercer orden como funciones de forma. Los polinomios de primer orden se emplean para interpolar el desplazamiento axial y el giro alrededor del eje axial, mientras que los polinomios de tercer orden se utilizan para interpolar los dos desplazamientos y giros transversales por flexión, que son ortogonales entre sí.

Con el objetivo de identificar el estado cinemático del rotor en cualquier instante de tiempo se identifican, partiendo desde el sistema inercial, las operaciones rotacionales necesarias para identificar la posición actual de un elemento diferencial de rotor en el espacio. Para lograr esto se analiza la Figura 4.2, la cual detalla los sistemas de referencia y los sistemas solidarios al rotor en su condición deformada. Haciendo uso de los sistemas definidos en la formulación co-rotacional, se facilita el cambio de base entre las diferentes configuraciones del sistema. Comenzando desde el sistema inercial, el operador de rotación canónico \mathbf{R}_0 permite expresar las coordenadas globales de cualquier punto del sistema en coordenadas de referencia relativas a la configuración inicial. Además, empleando los operadores de rotación $\mathbf{R}_r = {}_c(I)_r$ y $\overline{\mathbf{R}} = {}_r(I)_{t_i}$, mediante la composición de rotaciones representada por $\mathbf{R}_d = {}_{t_i}(I)_c$ definida por la Ecuación (4.5), se transforma cualquier vector desde su configuración global

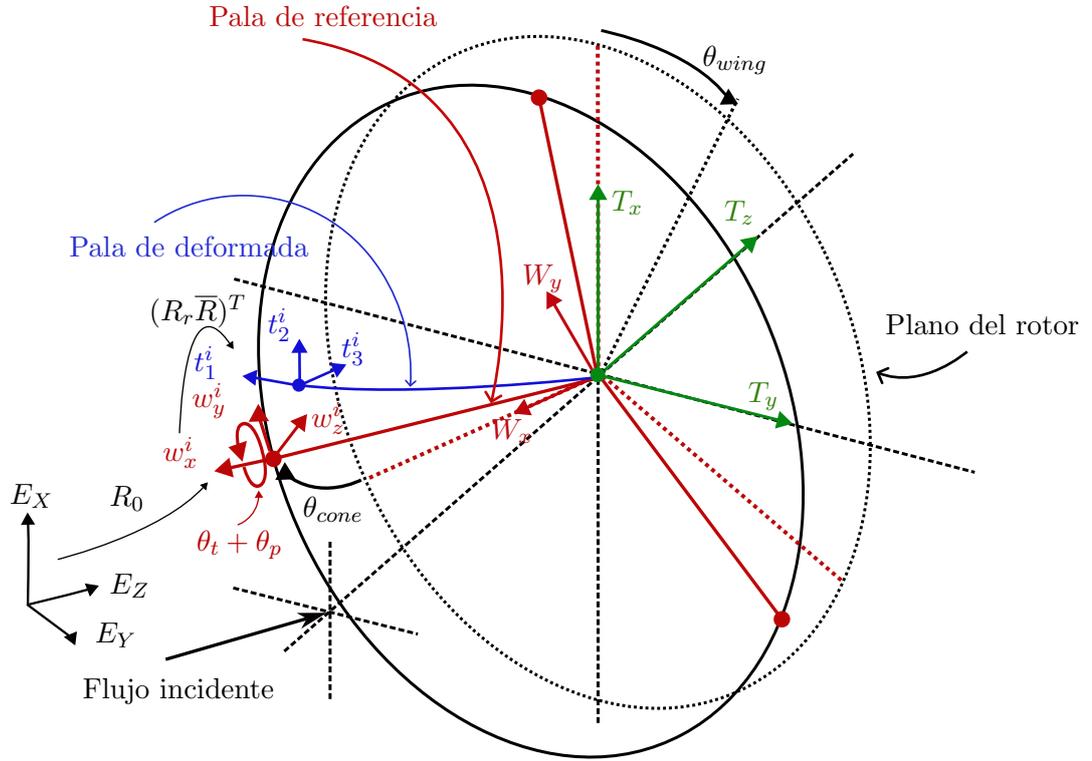


Figura 4.2: Esquema espacial de rotor en condición deformada.

a la configuración deformada total, $\mathbf{t}^i(\mathbf{x}, t)$ del sistema.

$$\mathbf{R}_d = (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}})^T. \quad (4.5)$$

El sistema $\mathbf{t}^i(\mathbf{x}, t)$ es definido tal que el vector \mathbf{t}_1^i del nodo i del elemento en la configuración deformada total es siempre normal en la dirección del mismo. Determinar el ángulo de ataque y, por ende, las fuerzas de sustentación (\mathbf{f}_l), arrastre (\mathbf{f}_d) y momento de cabeceo (\mathbf{m}_p) en cualquier punto del rotor, es necesario para resolver el estado de cargas al que está sometido el rotor en cada paso temporal. Para lograr este objetivo, se determina en primer lugar la orientación del vector de la cuerda en la configuración deformada total. La Figura 4.3 muestra una sección del rotor en su configuración de referencia, sobre la cual se definen los ejes principales de cada sección, $(x_p, y_p, z_p)^i$. Estos ejes se determinan mediante la composición de dos rotaciones en el plano de la sección, definidas por los ángulos $\theta_t + \theta_p$ (giro aerodinámico) y θ_{st} (ángulo estructural de la sección). Para construir estos ejes en [ONSAS](#) se utiliza el operador rotacional

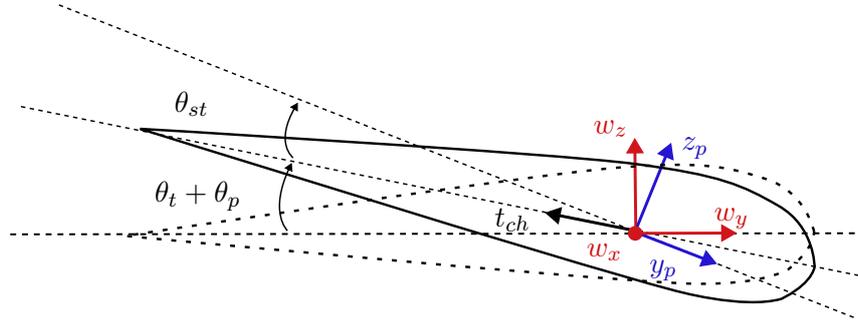


Figura 4.3: Configuración de la sección de la pala.

\mathbf{R}_{41} , que permite expresar la posición de una sección del rotor en coordenadas locales, definiendo así el sistema de coordenadas $((w_x^i, w_y^i, w_z^i)^i)$ de cada sección en su configuración de referencia. Este sistema de ejes se desplazan y rotan de forma solidarios a dicha sección a lo largo del tiempo de simulación. Al aplicar la composición de rotaciones $(\theta = -\theta_t - \theta_{st} - \theta_p)$ alrededor del eje w_x^i , se determinan los ejes principales que definen la sección del rotor en su configuración de referencia.

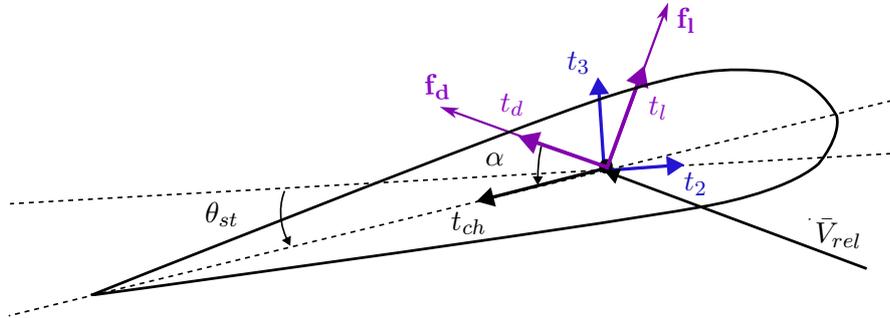


Figura 4.4: Configuración de la sección de la pala.

La Figura 4.4 ilustra la configuración de una sección en un tiempo t en su estado deformado total del rotor, el cual se define mediante la composición de rotaciones R_d . En esta transformación, las secciones del rotor permanecen planas después de deformarse, premisa bajo la cual los ejes principales en su estado deformado quedan definidos por (t_2) y (t_3) . Dado que la sección permanece plana después de la deformación, la cuerda queda definida por una rotación de magnitud θ_{st} del vector de cuerda t_{ch} con respecto a los ejes principales en esa condición. El vector de cuerda, $\mathbf{d}_{ch} = [0, -c, 0]^T$, se obtiene

por lo tanto aplicando la siguiente operación de rotación sobre el sistema de coordenadas locales al elemento

$$(\mathbf{d}_{ch})_t = \exp[(\theta_{st}), 0, 0] \mathbf{d}_{ch}. \quad (4.6)$$

En lo que respecta a las propiedades estructurales las mismas se consideran uniformes en cada elemento de viga que define al rotor, haciendo necesario definir un número de elementos que permita analizar la variaciones de las propiedades a lo largo de la pala. Se fija el nodo del elemento mas cercano a la raíz como el punto de referencia de las propiedades estructurales y geométricas. Esta hipótesis implica estudiar la sensibilidad del modelo del rotor al número de elementos que será utilizado, punto que se abordara en la sección 5.

4.1.3. Flujo relativo en configuración deformada total

Como se detalló en la sección 3.1, el método BEM permite determinar las cargas aerodinámicas generadas sobre una pala de rotor de aerogenerador. Para lograr esto, se define el efecto introducido por la componente de flujo inducida, $\mathbf{w}(\mathbf{x}(\mathbf{t}))$, la cual afecta el campo de viento relativo. Como se muestra en la Figura 4.5 y utilizando la Ecuación (3.31), el vector velocidad relativa sobre una sección del rotor queda definido en coordenadas globales a partir del vector de flujo incidente (\mathbf{v}_0), el vector velocidad del elemento ($\dot{\mathbf{u}}_{f,g}$) y el vector de velocidad inducida \mathbf{w} , según la expresión

$$\mathbf{v}_{rel,g}(\mathbf{x}(\mathbf{t})) = \mathbf{v}_0(\mathbf{x}(\mathbf{t})) + \mathbf{w}_g(\mathbf{x}(\mathbf{t})) - \dot{\mathbf{u}}_{f,g}(\mathbf{x}(\mathbf{t})). \quad (4.7)$$

Determinar la velocidad relativa del flujo de viento sobre la sección de rotor en su configuración deformada permite definir el ángulo de ataque y por lo tanto las fuerzas aplicadas sobre dicha sección. La Figura 4.5 presenta la composición de transformaciones rotacionales en el esquema de la formulación co-rotacional, que permiten transformar cualquier vector expresado en coordenadas globales en un vector expresado en la configuración deformada total de la sección. Para lograr esto, recordando las identidades que permiten realizar las transformaciones entre sistemas en la formulación co-rotacional, \mathbf{R}_0 , \mathbf{R}_g^i , \mathbf{R}_r , $\bar{\mathbf{R}}^i$, la velocidad relativa local al elemento en su condición deformada total

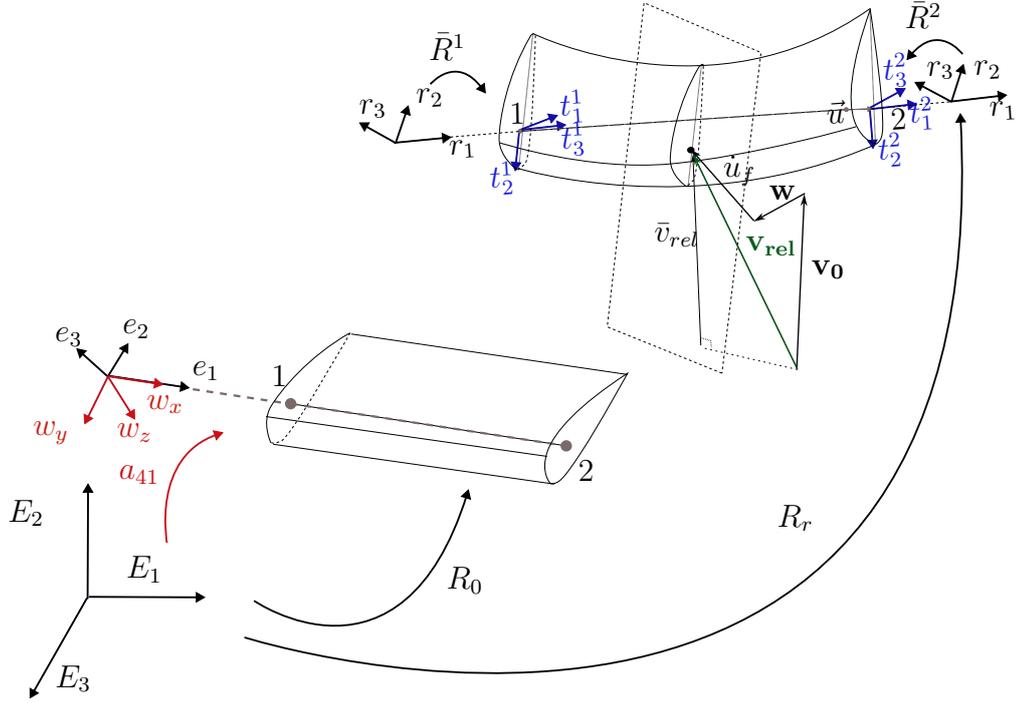


Figura 4.5: Representación espacial de la componente de flujo relativo.

queda definida por la expresión

$$\mathbf{v}_{rel,l}(\mathbf{x}(\mathbf{t})) = (\mathbf{R}_r \bar{\mathbf{R}}) \mathbf{v}_{rel,g}(\mathbf{x}(\mathbf{t})). \quad (4.8)$$

La velocidad relativa local es proyectada sobre el plano de la sección del rotor a partir del operador de rotación L_2 definido por la Ecuación (3.82), lo que permite obtener la velocidad relativa local proyectada a la sección del elemento, definida por la expresión

$$\bar{\mathbf{v}}_{rel}(\mathbf{x}(\mathbf{t})) = \mathbf{L}_2 \mathbf{v}_{rel,l}(\mathbf{x}(\mathbf{t})). \quad (4.9)$$

El vector velocidad relativa proyectado sobre la sección del elemento permite determinar, a partir de la ecuación (3.83), el sistema de vectores unitarios asociado a la componente de velocidad relativa de la sección, definido por $(\mathbf{t}_d, \mathbf{t}_l, \mathbf{t}_m)$. Continuando con el análisis del elemento en su condición de deformación total, se define el vector de cuerda \mathbf{t}_{ch} a partir de la ecuación (4.6) y, siguiendo la convención de vectores mostrada en la Figura 4.4, se determina el

ángulo de ataque en esta configuración mediante la expresión

$$\alpha_l = -\text{signo} [((\mathbf{t}_d) \wedge (\mathbf{t}_c h)) \cdot (\mathbf{t}_1)] \cdot \text{arc cos} ((\mathbf{t}_d) \cdot (\mathbf{t}_c h)). \quad (4.10)$$

Este resultado para α_l permite, asumiendo independencia respecto a Re , determinar los valores de c_l , c_d y c_m estáticos a partir de las curvas polares obtenidas bajo ensayo en túnel de viento en condiciones $2D$ estacionarias.

4.2. Modelo del sistema de Control

Los aerogeneradores están diseñados para optimizar la producción de energía eléctrica en torno a velocidades medias de viento típicas de la región donde se ubican. Por lo general, se busca obtener la máxima producción (potencia nominal) a velocidades de viento de aproximadamente 10 – 15 m/s, velocidad nominal del viento. Cuando la velocidad del viento supera la velocidad nominal de la turbina, los mecanismos de control limitan la potencia extraída del viento para mantener constante el par del tren de transmisión o la potencia generada. La Figura 4.6 presenta la curva de potencia estándar de un aerogenerador para diferentes velocidades de viento medio a la altura del cubo, la cual permite identificar las diferentes regiones de control.

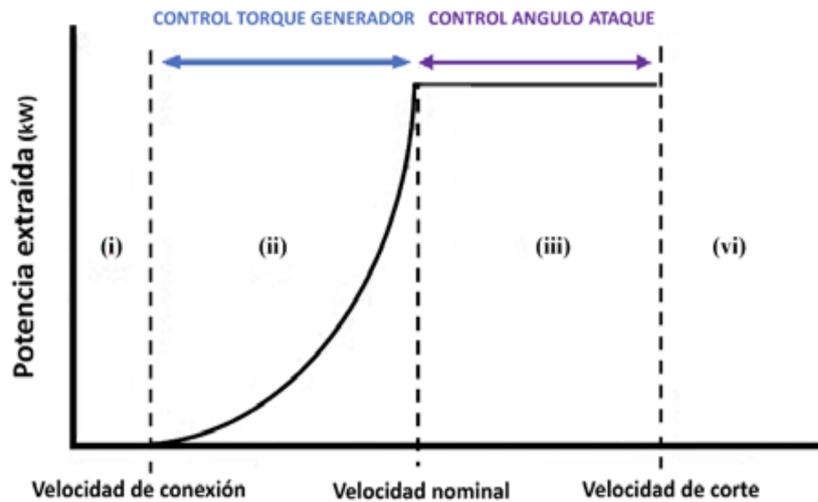


Figura 4.6: Curva de potencia del aerogenerador.

Como se ilustra en la Figura 4.6 existen dos sistemas de control principales para regular la potencia aerodinámica captada: el Control de Torque del Generador y el Control del Ángulo de Ataque o Control de Ángulo de Paso. Estas

estrategias de control basan su operación en la regulación de dos parámetros; el torque del generador y el ángulo de pitch, θ_p . La variable que regula estas acciones de control es la velocidad angular del rotor, manteniendo constante la velocidad en punta de pala para optimizar la potencia extraída. Además, para evitar daños al generador y tensiones mecánicas excesivas, el aerogenerador se apaga cuando la velocidad del viento alcanza un valor predeterminado, generalmente próximo a 25 m/s ,

Control de Torque de Generador

El Control de Torque del generador se realiza en un esquema de lazo cerrado en el cual dos estrategias de control pueden ser implementadas; por un lado el control por velocidad de giro del generador y por otro, un esquema de control con un controlador **Proporcional-Integral** cuyo variable de control es la velocidad de rotación del generador.

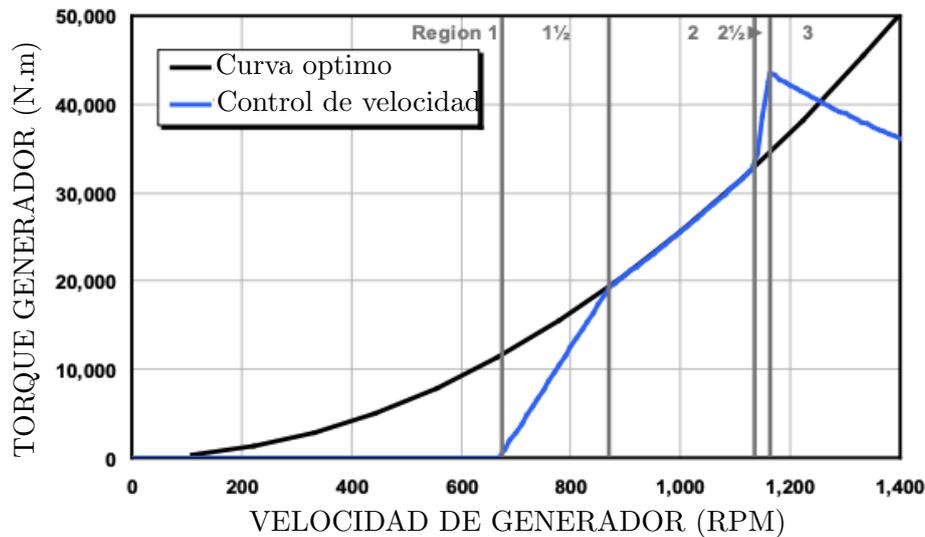


Figura 4.7: Curva de operación de control de torque (J. Jonkman et al. 2009).

El esquema de control propuesto toma por referencia el trabajo presentado por J. Jonkman et al. (2009), el cual implementa el control de torque en generadores de velocidad variable. Este esquema de control basa su operación en la curva presentada en la Figura 4.7, adaptada para el aerogenerador Multimw-gawatt de 5MW desarrollado por NREL. El objetivo principal es ajustar la operación del generador a la curva óptima de potencia aerodinámica, específi-

camente en la región II de la Figura 4.6. Para lograr esto, se divide esta región en cinco subregiones de operación, cada una con su propia curva de control.

El cálculo del torque del generador se realiza como una función tabulada de su velocidad, incorporando las subregiones de control: 1, 1 1/2, 2, 2 1/2 y 3 las cuales son detalladas a continuación:

- **Región 1:** en esta región inicial, el torque del generador es nulo, no extrayendo energía, sino utilizando la misma para acelerar el rotor durante el arranque.
- **Región 1 1/2:** esta es una región de transición lineal entre las Regiones 1 y 2.
- **Región 2:** esta región está diseñada para optimizar la captura de energía, manteniendo el torque proporcional al cuadrado de la velocidad del generador para mantener una relación de velocidad de punta de pala constante (óptima).
- **Región 2 1/2:** esta es una región de transición lineal entre las Regiones 2 y 3, necesaria para limitar la velocidad de la punta de la pala, y por ende, las emisiones de ruido, a la potencia nominal.
- **Región 3:** en esta región se mantiene constante la potencia del generador, por lo que el torque es inversamente proporcional a la velocidad del mismo.

Resulta de interés modelar la subregión 2 en la cual la curva del controlador es igual a la curva de momento aerodinámico que se produce del lado de alta velocidad o punta del generador, lo que permite maximizar la potencia generada. Sobre esta subregión, el momento del generador se modela como un polinomio de segundo orden que verifica la expresión.

$$\tau_c = K_{sc}\Omega^2, \quad (4.11)$$

donde K_{sc} representa la ganancia del generador. Si se desprecian las pérdidas mecánicas por fricción en el generador la segunda cardinal sobre este componente queda determinada por la ecuación

$$J\dot{\Omega} = \tau_{aero} - \tau_c, \quad (4.12)$$

en la cual J es el momento polar de inercia del conjunto rotor generador en el eje de giro y τ_{aero} es el momento aerodinámico generador por la acción del viento sobre el rotor, el cual puede expresarse como

$$\tau_{aero} = \frac{1}{2} \frac{\rho A V_f^3 c_p(\lambda)}{\Omega} = \frac{1}{2} \rho A R^3 \Omega^2 \frac{c_p(\lambda)}{\lambda^3}, \quad (4.13)$$

siendo λ el TSR. Por lo que, sustituyendo (4.11) y (4.13) en (4.12) se obtiene

$$J\dot{\Omega} = \Omega^2 \left(\frac{1}{2} \rho A R^3 \frac{c_p(\lambda)}{\lambda^3} - K_{sc} \right). \quad (4.14)$$

Este tipo de control basa su estrategia en imponer los valores del punto de funcionamiento óptimo, es decir, $c_{p,max}$ y el valor de λ^* para el cual se verifica dicha condición. Dado que en la región 2 del controlador se busca operar la máquina siempre en el punto donde se optimiza la potencia, se cumple por lo tanto

$$J\dot{\Omega} = 0 = \Omega^2 \left(\frac{1}{2} \rho A R^3 \frac{c_{p,max}(\lambda)}{\lambda^{*3}} - K_{sc} \right). \quad (4.15)$$

Determinándose de esta forma la constante de operación del controlador dada por la expresión

$$K_{sc} = \frac{1}{2} \rho A R^3 \frac{c_{p,max}(\lambda)}{\lambda^{*3}} \quad (4.16)$$

Esta acción de control en el esquema de resolución del código **ONSAS** es implementada como un vector global de fuerzas externas \mathbf{f}_g^{ext} , el cual es nulo en todos los grados de libertad excepto el correspondiente al momento M_z del nodo localizado en el cubo del rotor.

Las pendientes en las regiones de transición, 1 1/2 y 2 1/2, a partir de la velocidad de transición correspondiente al modelo de aerogenerador y la continuidad en el punto de unión con la región 2, de la cual se determina su constante K_{sc} . De esta manera, definidas la velocidad angular de arranque, ω_{in} , la velocidad de transición entre las regiones 1 1/2 y 2 ($\omega_{1,2}$) la velocidad de transición entre las regiones 2 y 2 1/2 ($\omega_{2,2\ 1/2}$) y la velocidad de deslizamiento (ω_{slip}), del generador, las pendientes de las regiones de transición se determinan a partir de las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned} K_{1/2} &= \frac{K_{sc} \omega_{1,2}^2}{\omega_{1,2} - \omega_{1,2}} \\ K_{2/3} &= \frac{P_n}{\omega_n (\omega_n - \omega_{slip})} \end{aligned} \quad (4.17)$$

siendo P_n y ω_n la potencia y velocidad nominal del generador, definidas en la Tabla 4.1.

Control de Ángulo de Paso

El control de ángulo de paso es una estrategia de control que entra en funcionamiento una vez el rotor alcanza su velocidad nominal, es decir alcanza la subregión 3 de la Figura 4.7. Esta acción de control busca mantener la operación del aerogenerador en su condición nominal regulando la velocidad del rotor al modificar el ángulo de paso de las palas y por lo tanto el ángulo de ataque en las mismas.

Este sistema de control utiliza una estrategia de control proporcional-integral (**PI**), en el cual el control del ángulo de paso de las palas del rotor se realiza de forma colectiva en la longitud total de las mismas. El controlador PI actúa mediante una ganancia programada sobre el error de velocidad resultante entre la velocidad del generador y la velocidad nominal del mismo, definida por la expresión

$$\Delta\theta_p = K_P n_{gen} \Delta\omega + K_T \int_0^t n_{gen} \Delta\omega dt, \quad (4.18)$$

siendo n_{gen} la relación de transmisión entre la velocidad de baja (eje rotor) y la velocidad de alta (eje generador), ω la velocidad angular del rotor, K_P y K_I las constantes de acción proporcional y acción integral respectivamente.

Para determinar los parámetros del controlador es necesario analizar la ecuación de movimiento del conjunto rotor-generador, la cual resulta en la expresión

$$\tau_{aero} + n_{gen} \tau_{gen} = (I_{rot} + n_{gen}^2 I_{gen}) \frac{d}{dt} (\omega_0 + \Delta\omega) = I_{tot} \Delta\dot{\omega}, \quad (4.19)$$

siendo I_{rot} es la inercia del rotor, I_{gen} es la inercia del generador relativa al eje de baja velocidad, ω_0 es la velocidad nominal de rotación del eje de baja velocidad, $\Delta\omega$ es una perturbación de la velocidad de rotación del eje de baja velocidad alrededor de la velocidad nominal, $\Delta\dot{\omega}$ es la aceleración angular en el eje de baja velocidad.

Dado que el sistema funciona a potencia constante en la Región 3, el torque del generador en esta región es inversamente proporcional a la velocidad del

generador

$$\tau_{gen}(n_{gen}\omega) = \frac{P_0}{n_{gen}\omega} \quad (4.20)$$

siendo P_0 es la potencia mecánica nominal. Como es explicado por J. Jonkman et al. (2009) al considerar eficiencia mecánica máxima del sistema de transmisión, esta misma suposición puede realizarse con respecto al torque aerodinámico en dicha región de operación

$$\tau_{aero}(\theta) = \frac{P(\omega, \theta_p)}{\omega_0} \quad (4.21)$$

donde P es la potencia mecánica y θ_p es el ángulo de paso colectivo a lo largo de toda la pala. Utilizando una expansión de la serie de Taylor de primer orden de las ecuaciones (4.20) y (4.21), se obtienen las variaciones de estas magnitudes ante cambios discretos del ángulo de paso y la velocidad de rotación del rotor. Al aplicar el cambio de variable $\dot{\varphi} = \Delta\omega$, e integrar el controlador de ángulo de paso al sistema a partir de la Ecuación (4.19) se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden del sistema respecto al error

$$I_{tot}\ddot{\varphi} + \left(\frac{1}{\omega_0} \left(-\frac{\partial P}{\partial \theta} \right) n_{gen}K_P - \frac{P_0}{\omega_0^2} \right) \dot{\varphi} + \left(\frac{1}{\omega_0} \left(-\frac{\partial P}{\partial \theta_p} \right) n_{gen}K_I \right) \varphi = 0. \quad (4.22)$$

El sistema anterior corresponde a un sistema de segundo orden subamortiguado en el cual la frecuencia natural del sistema $\omega_{\varphi n} = 0.6$ rad/s y el factor de amortiguamiento del sistema $\zeta = 0.6 - 0.7$ (J. Jonkman et al. 2009). Por otro lado, $\partial P/\partial \theta_p$ se define como la sensibilidad de la potencia aerodinámica al ángulo de paso colectivo del rotor. Determinando estas características del sistema los parámetros de control quedan definidos por las ecuaciones

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{2I_{tot}\Omega_0\zeta\omega_{\varphi n}}{n_{gen} \left(-\frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta_p = 0) \right)} GK(\theta) \\ K_I &= \frac{I_{tot}\Omega_0\omega_{\varphi n}^2}{n_{gen} \left(-\frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta_p = 0) \right)} GK(\theta), \end{aligned} \quad (4.23)$$

siendo $GK(\theta)$ es factor de corrección de la ganancia adimensional el cual verifica

$$GK(\theta) = \frac{1}{1 + \frac{\theta}{\theta_K}} \quad (4.24)$$

La acción de control de ángulo de paso se implementa en [ONSAS](#) como una

variable asociada a la geometría del rotor la cual se actualiza en cada paso temporal.

4.3. Amortiguamiento estructural

Se plantea la utilización de una matriz de amortiguamiento nodal uniforme sobre los desplazamientos traslacionales, la cual se define a partir de un parámetro de amortiguamiento, c_{vis} . La matriz de amortiguamiento del elemento queda definida por la expresión

$$\mathbf{C}_{vis} = \begin{bmatrix} c_{vis} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{vis} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{vis} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

siendo c_{vis} el parámetro de amortiguamiento que define la componente de fuerza viscosa estructural \mathbf{f}_{vis} . El parámetro de amortiguamiento se define de forma tal que la potencia que esta fuerza disipa, representa un 1% de la potencia disponible en el flujo nominal en condiciones de rotor rígido, relación que se expresa según

$$P_{vis} = 0.01 \frac{1}{2} \rho A V_{hub}^3, \quad (4.26)$$

siendo A el área de barrido del rotor, ρ la densidad del flujo de viento y V_{hub} la velocidad del viento a la altura del cubo. Por otro lado, la potencia disipada por la componente de fuerza viscosa, P_{vis} , sobre el conjunto de las 3 palas se determina según la expresión

$$P_{vis} = M_{vis} \omega, \quad (4.27)$$

donde M_{vis} es el momento generado por la fuerza viscosa y ω es la velocidad angular en régimen del rotor. Suponiendo que la fuerza viscosa es proporcional a la velocidad del nodo y que la misma solo se ve afectada por la componente rotacional de la velocidad, el momento generado por esta fuerza sobre el eje

del rotor se determina a partir de la expresión

$$M_{vis} = 3 \int_0^R c_{vis} r \omega dr. \quad (4.28)$$

Integrando la expresión (4.28) en la longitud de la pala, se obtiene la expresión simplificada para la potencia disipada definida por

$$P_{vis} = \frac{3}{2} c_{vis} R^2 \omega^2. \quad (4.29)$$

Igualando las expresiones (4.26) y (4.29) se obtiene la expresión del coeficiente de amortiguamiento el cual amortigua la dinámica del sistema disipando un 1 % de la energía disponible

$$c_{vis} = \frac{\rho A V_{hub}^3}{300 R^2 \omega^2}. \quad (4.30)$$

El vector de fuerza viscosas en el esquema de resolución planteado se determina a partir del vector velocidad $\dot{\mathbf{d}}_g$ del elemento por medio de la expresión

$$\mathbf{f}_{vis} = \mathbf{C}_{vis} \dot{\mathbf{d}}_g. \quad (4.31)$$

4.4. Dinámica estructural del movimiento del rotor

La metodología empleada para determinar la ecuación de equilibrio que gobierna el sistema se basa en el principio de los trabajos virtuales desarrollado en la Sección 3.2.2. Esto implica obtener soluciones para las variables cinemáticas ($\mathbf{d}_g, \dot{\mathbf{d}}_g, \ddot{\mathbf{d}}_g$) a partir de la integración numérica del principio que rige el equilibrio del sistema en un instante dado. Para aplicar este principio, es necesario expresar el mismo en la formulación co-rotacional de vigas. Para ello, a partir de dos sistemas de coordenadas (globales y locales al elemento), un vector de desplazamientos nodales \mathbf{d} puede ser representado tanto en coordenadas globales \mathbf{d}_g como en coordenadas locales al elemento \mathbf{d}_l . Del mismo modo, un vector de fuerzas nodales, \mathbf{f} , puede ser representado en coordenadas globales \mathbf{f}_g así como en coordenadas locales \mathbf{f}_l , por lo que el Principio de los Trabajos Virtuales puede definirse para cualquier vector de desplazamientos nodales d a partir de la Ecuación (3.52). El equilibrio del sistema en su forma genérica

puede expresarse mediante la Ecuación (3.72). Específicamente, al no considerar los efectos viscosos en cada paso temporal $t + \Delta t$, la condición deformada local se define por el equilibrio de las fuerzas que actúan en el sistema en ese instante. En este caso, dicha condición queda definida por la expresión

$$\mathbf{f}_l^{ine} + \mathbf{f}_l^{int} + \mathbf{f}_l^{vis} = \mathbf{f}_l^{ext}. \quad (4.32)$$

siendo \mathbf{f}_l^{ine} , \mathbf{f}_l^{int} , \mathbf{f}_l^{vis} y \mathbf{f}_l^{ext} los vectores de fuerzas inerciales, internas, viscosa y externa en cada punto del sistema. La expresión anterior debe verificarse también para el sistema de coordenadas globales en todo instante de tiempo a partir de la expresión

$$\mathbf{f}_g^{ine} + \mathbf{f}_g^{int} + \mathbf{f}_g^{vis} = \mathbf{f}_g^{ext}. \quad (4.33)$$

Los términos que componen la ecuación se encuentran definidos por las Ecuaciones (3.77), (3.73) y (3.92) y (4.31). La ecuación de balance global de fuerzas (4.33) debe satisfacerse para todo instante temporal, en particular para $t + \Delta t$. Dadas determinadas propiedades materiales y geométricas en la configuración de referencia, las fuerzas dependen de las magnitudes cinemáticas globales en ese instante, por lo tanto la no linealidad en el comportamiento global del sistema se manifiesta como una fuerza residual $\Delta \mathbf{r}$. Este desequilibrio en las fuerzas y por consiguiente la no linealidad del sistema, es producto de la dependencia de estas fuerzas con la posición, velocidad y aceleración actual en la configuración deformada actualizada de este. Esta variación se expresa a partir de la ecuación

$$\Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}) = \mathbf{f}_{ine}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}, \ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}) + \mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}) - \mathbf{f}_{ext}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}). \quad (4.34)$$

Este desequilibrio, en un cierto instante $t + \Delta t$, puede eliminarse mediante la linealización de esta fuerza residual al aplicar el método iterativo de Newton en k , para ecuaciones no lineales en la proximidad del estado actual de equilibrio ($k + 1$) mediante un desarrollo de Taylor de primer orden, el cual puede expresarse como

$$\Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^{k+1}) = \Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^k) + \left. \frac{\partial \Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^k)}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^k} \right|_k \Delta \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^{k+1}. \quad (4.35)$$

Los métodos numéricos para resolver problemas dinámicos implican que las variables de aceleración y velocidad en el instante $t + \Delta t$ dependen de los des-

plazamientos para ese tiempo y las magnitudes cinemáticas del paso anterior. Para calcular la derivada del residuo, se utiliza la regla de la cadena aplicada a las funciones de velocidades y aceleraciones, expresando éstas en función de los desplazamientos

$$\left. \frac{\partial \Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t})}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} \right|_k = \left(\frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}} \frac{\partial \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} + \frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}} \frac{\partial \ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} + \frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} \right) \Big|_k. \quad (4.36)$$

De la expresión previa, se distingue en primer lugar las derivadas de la función residuo respecto de las magnitudes desplazamientos, velocidades y aceleraciones global del sistema. Por otro lado, dado el vector residuo de la Ecuación (4.34), las derivadas de la Ecuación (4.36) resultan en las matrices tangentes K_t , M_t y C_t resultantes de la teoría co-rotacional. Por otro lado, se distingue un termino relativo a la variación de la fuerza externa, o fuerza aerodinámica en este caso, respecto al vector desplazamiento global del sistema el cual puede ser definido como la Matriz Tangente de las fuerzas aerodinámicas K_t^{flu} . Al sustituir la Ecuación (4.36) en (4.35) y defendiendo la condición de equilibrio en la cual el residuo en el paso $k + 1$ se aproxima a 0, se obtiene el desplazamiento \mathbf{d}_g en el instante $t + \Delta t$ en el paso $k + 1$ a partir de las magnitudes del paso k , el cual se define según la expresión

$$\left(\frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} + \frac{\partial \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} \frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}} + \frac{\partial \ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}}{\partial \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}} \frac{\partial \Delta \mathbf{r}}{\partial \ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}} \right) \Big|_k^{-1} (-\Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^k)) = \Delta \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^{k+1} \quad (4.37)$$

Expresión que permite luego determinar la velocidad $\dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}$ y la aceleración $\ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}$ por ser términos definidas por el estado cinemático previo y el desplazamiento actual. Este método de resolución en el marco de la familia de los métodos de Newmark es el utilizado para resolver la dinámica del problema. Esta familia de métodos presenta variaciones en la definición del residuo así como definiciones específicas para la velocidad y aceleración que serán dadas a continuación.

4.4.1. Método de Hilber-Huges-Taylor

El método $\alpha - HHT$ también conocido como método Alfa, es un método perteneciente a la familia de Métodos de Newmark (Newmark., 1959) el cual es incondicionalmente estable para la resolución de problemas de dinámica estructural.

El método propone representar la velocidad $\dot{\mathbf{d}}_g$ y la aceleración $\ddot{\mathbf{d}}_g$ en el paso $t + \Delta t$ como funciones del desplazamiento actual y las propiedades cinemáticas del paso temporal previo t , según las expresiones

$$\ddot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t} - \mathbf{d}_{g,t}) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{d}}_{g,t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\mathbf{d}}_{g,t} \quad (4.38)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t^2}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t} - \mathbf{d}_{g,t}) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\dot{\mathbf{d}}_{g,t} + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\Delta t\ddot{\mathbf{d}}_{g,t}, \quad (4.39)$$

siendo β y γ las constantes que definen la familia de métodos de Newmark, las cuales verifican

$$\beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2 \quad (4.40)$$

$$\gamma = \frac{1}{2}(1 - 2\alpha), \quad (4.41)$$

donde α es la constante del método $\alpha - HHT$ y asegura la estabilidad del mismo cuando se verifica $-1/3 \leq \alpha \leq 0$ (Crisfield, 1997). Una característica del método $\alpha - HHT$ la cual asegura la estabilidad del mismo es el amortiguamiento numérico que el mismo impone a la solución. Éste se encuentra asociada a la disipación numérica en el rango de alta frecuencia, con amortiguamiento limitado en el rango de baja frecuencia. Estos mecanismos ayudan a eliminar los modos de alta frecuencia que no están suficientemente resueltos por la discretización espacial, el paso de tiempo seleccionado o ambos. Esta condición de amortiguamiento es mayor a menor valor de α (Hilber et al. 1977).

Tomando como referencia la Ecuación (4.34), este método permite ponderar el residuo de la fuerza en instantes de tiempo sucesivos a partir de la expresión

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} = & (1 - \alpha) \left(-\mathbf{f}_{g,t+\Delta t}^{ext}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}) + \mathbf{f}_{g,t+\Delta t}^{int}(\dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t}) \right) + \alpha \left(-\mathbf{f}_{g,t}^{ext}(\mathbf{d}_{g,t}) + \mathbf{f}_{g,t}^{int}(\dot{\mathbf{d}}_{g,t}) \right) \dots \\ & + \mathbf{f}_g^{ine} \left(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}, \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t} \left(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}, \mathbf{d}_{g,t}, \dot{\mathbf{d}}_{g,t}, \ddot{\mathbf{d}}_{g,t} \right), \dot{\mathbf{d}}_{g,t+\Delta t} \left(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}, \mathbf{d}_{g,t}, \dot{\mathbf{d}}_{g,t}, \ddot{\mathbf{d}}_{g,t} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Definiendo el parámetro α , utilizando las expresiones de la velocidad y aceleración definidas por ecuaciones (4.39) y (4.38), y calculando la derivada de la Ecuación (4.42) del igual forma que se planteo en la Ecuación (4.36), se determina el desplazamiento correspondiente al tiempo $t + \Delta t$ en el paso de

iteración $k + 1$ a partir del vector en k , el cual se expresa según

$$-\Delta \mathbf{r}(\mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^k) = \left((1 + \alpha) (K_t - K_t^{flu}) + (1 + \alpha) \left(\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right) C_k + \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \right) M_k \right) \Delta \mathbf{d}_{g,t+\Delta t}^{k+1}. \quad (4.43)$$

La matriz tangente de la fuerza aerodinámica como es indicado por Vanzulli y Pérez Zerpa (2023) se determina dentro del código de resolución utilizado a través de un método de diferencias finitas según la expresión

$$K_{t,i}^{flu} = \frac{\mathbf{f}_g^{aero}(\mathbf{d}_g + h\mathbf{e}_i, \bar{V}_{rel}) - \mathbf{f}_g^{aero}(\mathbf{d}_g, \bar{V}_{rel})}{h} \quad i = 1 \dots 12 \quad (4.44)$$

siendo $K_{t,i}^{flu}$ la columna i -ésima de la matriz, $h = 1 \times 10^{-10}$ el incremento finito y \mathbf{e}_i el vector canónico.

4.4.2. Hipótesis del modelado, condiciones iniciales y de borde

El modelado del rotor de un aerogenerador y su condición de arranque requieren la definición de un conjunto de hipótesis, condiciones de borde y condiciones iniciales. Estas buscan representar la geometría del rotor y mitigar los grandes transitorios inherentes al modelo numérico, asegurando así una resolución estable sin errores de convergencia del mismo.

- Se desprecia en la resolución numérica la interacción entre la torre, la góndola y el rotor, resolviendo de esta forma la dinámica del rotor únicamente. La unión entre los componentes se realiza por medio de nodos que fijan las condiciones de borde del sistema en ese punto.
- Se fijan los nodos de la base de la torre y el punto de anclaje de la góndola para restringir su movimiento en cualquier dirección y rotación.
- Las palas del rotor son modelados por un conjunto de elementos de viga cuya matriz de masa es consistente. Las propiedades mecánicas y geométricas entre elementos varía entre elemento, siendo las mismas uniformes en la longitud de cada elemento.
- En cada elemento que compone la pala, se considera el nodo mas cercano a la raíz como el nodo de referencia que determina las propiedades mecánicas y geométricas del mismo.

- Los modelos de viento utilizados y desarrollados teóricamente en la Sección A.2 del Anexo A son inicializados por medio de incrementos tipo rampa lineal, en lo cuales la velocidad a la altura del cubo se incrementa linealmente desde $\mathbf{v}_h = \mathbf{0}$ hasta el valor de velocidad deseado. De esta forma se evitan los grandes transitorios que pueden generarse en el arranque del aerogenerador.
- Las condiciones iniciales del aerogenerador son determinadas a partir de la velocidad angular inicial ω_0 del rotor la cual se fija por el usuario. Se calculan la velocidad y aceleración del nodo en coordenadas globales a partir de las expresiones $\mathbf{v}_0 = \mathbf{R}_{41}\omega_0[0, r_g^i, 0]$ y $\mathbf{a}_0 = \mathbf{R}_{41} - \omega_0^2[r_g^i, 0, 0]$.
- Se deprecian los ángulos θ_{tilt} y θ_{cone} en este primer modelo del rotor, manteniendo de esta forma la geometría del rotor plana en el instante inicial.
- El centro de masa, el centro de presiones, el baricentro y el centro aerodinámico de cada sección del perfil alar se encuentran ubicados en el mismo punto de aplicación coincidente con el centro aerodinámico de las mismas.
- No se consideran los efectos de fuerza cortante sobre la sección.
- No se considera el amortiguamiento estructural en la resolución del problema.

4.4.3. Acople Débil

El modelado dinámico del rotor del aerogenerador dentro del esquema propuesto implica el funcionamiento integrado del cálculo de fuerzas aerodinámicas, la acción de control para la regulación del par neto sobre la estructura y la actualización de las propiedades cinemáticas del mismo a lo largo del tiempo de simulación.

Para esto se propone una solución de acople débil entre el modelo estructural, el modelo aerodinámico y el sistema de control, el cual se presenta en la Figura 4.8, en el cual la cinemática no lineal del sistema se resuelve en cada paso temporal mediante un proceso iterativo resuelto con el Método $\alpha - HHT$ de constante $\alpha = -0.5$. La estrategia de resolución por acople débil hace referencia a la técnica de resolución numérica que permite combinar diferentes

modelos para simular un sistema complejo (Q. Wang et al. 2016). En lugar de resolver simultáneamente las ecuaciones aerodinámicas, estructurales y de control conjuntamente se resolverán las mismas de manera separada y se utilizara su información para integrara la resolución del problema.

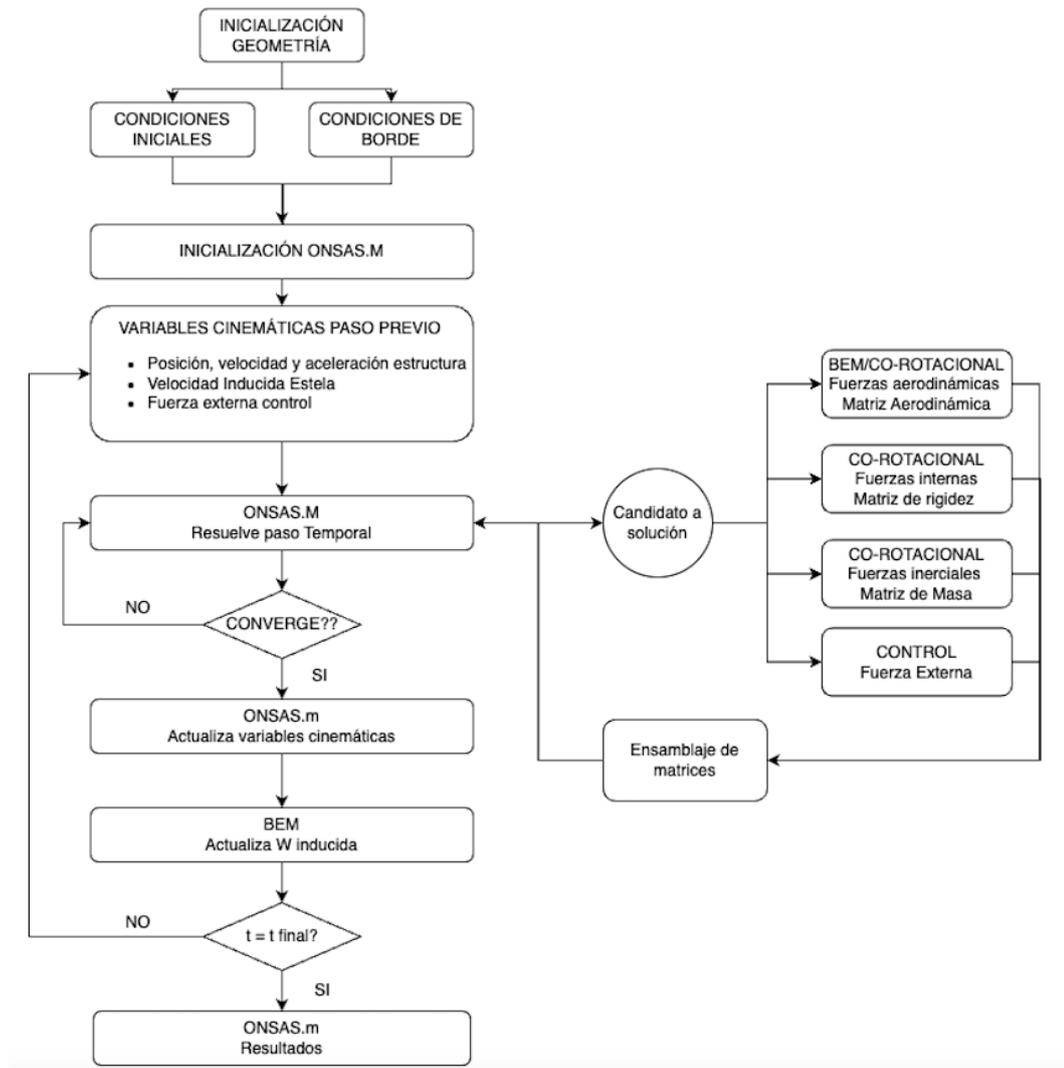


Figura 4.8: Diagrama de flujo del esquema de resolución.

La resolución de la dinámica estructural por medio del método $\alpha - HHT$ implica, en el marco de un método implícito, definir a partir de un candidato a solución los sistemas de coordenadas de cada elemento que compone el sistema en la configuración deformada actual ($\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_r, \bar{\mathbf{R}}, \mathbf{R}^g$). En base a estos sistemas de coordenadas se define la velocidad del viento, la velocidad del elemento, la velocidad inducida del paso previo y la geometría de referencia del sistema. Se calculan las componentes de fuerzas y momentos nodales generados por el

flujo de viento incidente mediante el método BEM, considerando el estado de equilibrio alcanzado en el paso previo, la componente inducida sobre la estela en el paso previo y el candidato a solución en el paso temporal actual. Se determina en función del candidato a solución para la componente de velocidad angular la acción de control sobre el sistema la cual se implementa como una componente de fuerza externa \mathbf{f}_{ext} o actualización del ángulo de pitch θ_p . Posteriormente, la pala se desvía hasta lograr un equilibrio entre estas fuerzas y momentos aerodinámicos externos, las fuerzas elásticas internas provocadas por las deformaciones del elemento, las fuerzas inerciales y las fuerzas externas de control.

Por último, definido el estado de equilibrio, se actualiza la velocidad inducida sobre la estela en el paso actual, la cual será utilizada en el paso siguiente. A lo largo de este proceso iterativo en el paso temporal, se asume que el campo de viento permanece estacionario y no se ve alterado por la rotación del rotor, y la velocidad inducida por la estela se define constante a lo largo del paso temporal, despreciando los efectos dinámicos del flujo al suponer el modelo de estela congelada (M. H. Hansen, 2011b).

El método para resolver las fuerzas y momentos por unidad de longitud producidos por la acción del viento sobre el elemento implica integrar los valores obtenidos mediante el método BEM para cada elemento discreto. Para esta integración numérica, se utiliza el método de Gauss-Legendre, que define la cantidad de puntos de interpolación y sus respectivos pesos (Vanzulli y Pérez Zerpa, 2023).

Dado que las secciones de los perfiles alares no se deforman al aplicar una carga de viento, es posible determinar las fuerzas por unidad de longitud \mathbf{f}_l , \mathbf{f}_d y \mathbf{f}_m en cualquier sección del elemento a partir de los parámetros geométricos de los nodos que conforman dicho elemento. Los parámetros geométricos, aerodinámicos y las propiedades estructurales necesarias para determinar el ángulo de ataque, así como las fuerzas aerodinámicas generadas, se interpolan internamente en cada elemento utilizando el método de Splines Cúbicos explicado en la Sección A.1 del Anexo A.

Por otro lado, para determinar la solución en el paso $t + \Delta t$ se utilizan como criterios de convergencia, el criterio de incremento por desplazamiento y criterio de incremento del residuo de la fuerzas, definidos respectivamente por

las ecuaciones

$$\frac{\|\Delta \mathbf{d}_g^k\|}{\|\mathbf{d}_g^k\|} \leq tol_u \quad (4.45)$$

$$\|\Delta \mathbf{f}^k\| \leq tol_f \quad (4.46)$$

siendo tol_u y tol_f los escalares de tolerancia respecto a la variación del desplazamiento y la variación del residuo para el paso de iteración k .

4.5. Aerogenerador de referencia

Para modelar el comportamiento aeroelástico de un aerogenerador es fundamental disponer no solo de su geometría, sino también de sus características estructurales y aerodinámicas. Sin embargo, disponer de esta información no resulta sencillo debido al hermetismo predominante en la industria. Por esta razón, la comunidad científica ha desarrollado modelos de referencia basados en datos comerciales y técnicas de optimización en el diseño, dando origen a los modelos de referencia o RWT. Estos modelos no solo permiten evaluar nuevas implementaciones con base en información consolidada, sino que también respaldan el desarrollo de nuevas tecnologías al validar su implementación.

Estos modelos han sido desarrollados en las últimas dos décadas, siendo el presentado por J. Jonkman et al. (2009) uno de los primeros y con mayor aceptación en la comunidad científica. Este modelo de 5 MW utiliza una combinación de datos de turbinas comerciales y parámetros de otras RWT disponibles en ese momento.

El modelo RWT implementado para validar el comportamiento aeroelástico de un aerogenerador utilizado en esta implementación hace uso de este aerogenerador de referencia. De esta forma, se logra validar los resultados obtenidos para los diferentes modelos y realizar un análisis para condiciones de operación variadas.

En lo que respecta al modelo de aerogenerador, el mismo cuenta con un rotor de 3 palas de diámetro 126.0 m, orientado en dirección del viento incidente con una altura de 90 m. La potencia nominal del sistema es de 5 MW con velocidad de arranque de viento 3 m/s y velocidad de corte 25 m/s. La Tabla 4.1 presenta las principales características del modelo.

El diseño aerodinámico del rotor utiliza un conjunto de perfiles aerodinámicos distribuidos de forma discreta a lo largo de la pala en secciones definidas

Tabla 4.1: Parámetros Principales Aerogenerador 5 MW.

Característica	Valor	Unidad
Potencia Nominal	5	MW
Eficiencia Eléctrica	97	%
Altura del Buje	90	m
Velocidad de Inicio de Operación	3	m/s
Velocidad de Corte	25	m/s
Velocidad de viento nominal	11.4	m/s
Ángulo del Cono del Rotor	2.5	deg
Ángulo de Inclinación de la Góndola	5.0	deg
Masa del rotor	110.0	ton
Diámetro del Rotor	126	m
Velocidad Nominal del rotor	12.1	RPM
Velocidad Máxima de la Punta del Rotor	80.0	m/s
Masa de la Torre	347.46 m	ton

de la misma. La raíz de la pala presenta una distribución cónica entre dos secciones circulares de diferente diámetro, el cuerpo central de la pala presenta perfiles aerodinámicos pertenecientes a la serie *DU* desarrollados por la Universidad de Delft y el extremo de la pala cuenta con un perfil de la Serie *NACA* utilizados en turbinas Multimegawatt. La Tabla 4.2 y la Figura 4.9 detallan el espesor y la distribución de los perfiles a lo largo de la pala.

Tabla 4.2: Perfiles Aerodinámicos.

Perfil	Espesor del Perfil
Círculo de Raíz 1	100 %
Círculo de Raíz 2	90 %
DU40	40 %
DU35	35 %
DU30	30 %
DU25	35 %
DU21	21 %
NACA-64-A17	17 %

La distribución de los parámetros geométricos cuerda, espesor y ángulo de pre-torsión se encuentran representados en la longitud de la pala por las Figuras 4.10, parámetros que son interpolados por medio de splines cúbicos (Ver Anexo A.1). Estas variables resultan ser fundamentales al momento del cálculo de las fuerzas aerodinámicas al emplear el método BEM. Por otro lado, las curvas polares (c_l , c_d y c_m) correspondientes a los perfiles de la Tabla 4.2

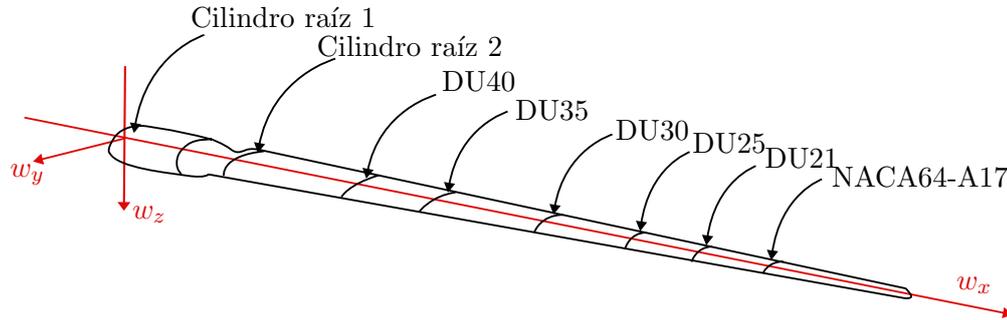
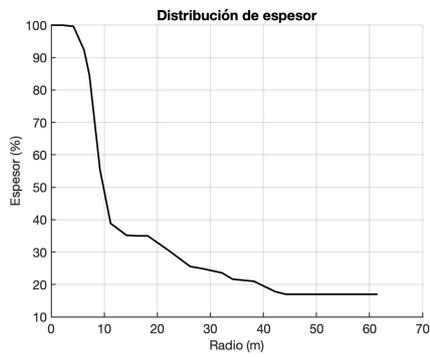


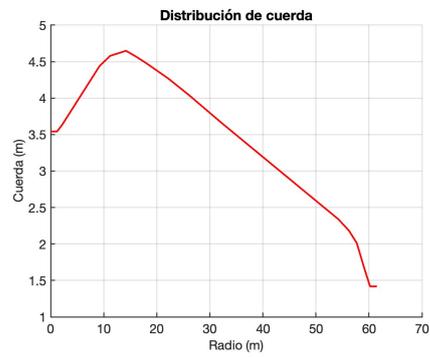
Figura 4.9: Distribución de perfiles aerodinámicos en el rotor.

son presentadas en la Figura A.4 del Anexo A.

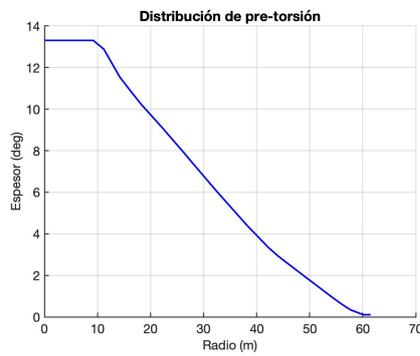
El primer trabajo sobre este aerogenerador carecía de detalles en los aspectos constructivos y de diseño. Por ello, Resor (2013) plantea un proceso de ingeniería inversa para proporcionar un análisis detallado de su diseño estructural. Los componentes estructurales presentan una configuración convencional dos capas de refuerzo y dos nervios que se extienden desde el 11 % hasta el 75 % de la longitud de la pala, modelados como vigas rectas perpendiculares a la cuerda de cada sección. Las propiedades del material fueron modeladas usando la teoría de láminas, incluyendo un núcleo de resina tipo sándwich, material de refuerzo, borde de fuga y borde de ataque. Las propiedades geométricas y materiales para un rotor rígido y flexible se detallan en las Tablas A.2 y A.3 del Apéndice A, distribuidas uniformemente a lo largo de cada elemento discreto que representa la pala. Las propiedades estructurales corresponden a propiedades equivalentes uniformes para cada elemento y se expresan en el sistema de referencia de la sección $(x_p, y_p, z_p)^i$, rotado respecto a los ejes aerodinámicos por el ángulo θ_{st} .



((a)) Distribución del espesor.



((b)) Distribución de la cuerda.



((c)) Distribución del ángulo de pre-torsión.

Figura 4.10: Propiedades geométricas distribuidas en la pala.

Capítulo 5

Resultados Numéricos

Este capítulo tiene como objetivo presentar los resultados numéricos y validar las diversas fases de implementación de la metodología de cálculo de cargas aerodinámicas a partir del Método BEM detallado en el Capítulo 3.1.2. La formulación fue implementada en el software de código abierto [ONSAS](#) y ejecutada en MATLAB (Inc., [2022](#)). Todas las simulaciones se realizaron en un computador portátil con procesador Apple M1 y 8 GB de memoria RAM.

Para validar el método de cálculo de cargas, se plantearon tres casos de estudio, aumentando progresivamente su complejidad.

En primer lugar, se aborda un caso destinado a validar los métodos de integración empleados para el cálculo de fuerzas, la resolución dinámica de los modelos y la implementación de las variables de control. Este escenario utiliza modelos simplificados con soluciones analíticas conocidas, lo que facilita una evaluación precisa de la exactitud del código implementado.

Posteriormente, se lleva a cabo un segundo caso de estudio centrado en la validación del modelo BEM implementado en un aerogenerador rígido. La validación se basa en la comparación de los resultados obtenidos con los parámetros conocidos de la turbina de referencia de 5 MW desarrollada por NREL y presentada por J. Jonkman et al. ([2009](#)). El modelo de Stall Dinámico desarrollado por Gupta y Leishman ([2006](#)) y el modelo de estela dinámica desarrollado por Øye ([1991](#)) son incorporados en el esquema de cálculo de cargas y validados en este caso de estudio.

Finalmente, se realiza la validación del modelo para grandes deformaciones bajo una condición de viento variable en el tiempo y el espacio. Este enfoque aborda los desafíos adicionales asociados a las grandes deformaciones presentes

en la estructura, permitiendo evaluar la capacidad del código BEM implementado en [ONSAS](#) para modelar condiciones de mayor complejidad.

5.1. Ejemplo 1: Modelo Simplificado de Aerogenerador

Este caso de estudio tiene como objetivo principal validar la implementación de la metodología de integración de fuerzas y momentos en elementos de viga de sección variable sometidos a cargas de viento. La formulación de cálculo de cargas aerodinámicas a partir de la combinación de la metodología de cálculo BEM y la formulación co-rotacional se somete a una validación de cuatro etapas.

- **A1** El primer caso de estudio se enfoca en el análisis de un geometría de aerogenerador simplificada. El objetivo de dicho caso de estudio, en base al modelo simplificado de un aerogenerador cuya solución analítica es conocida, es validar el método de calculo de cargas aerodinámicas implementado en el software [ONSAS](#). Se compara el método de cargas aerodinámicas utilizando la metodología BEM con el cálculo de cargas aerodinámicas mediante formulación co-rotacional en elementos de de viga de sección uniforme presentado y validado por Vanzulli y Pérez Zerpa ([2023](#)).
- **A2** En el segundo caso de estudio, se analiza un modelo de rotor de sección lineal variable (cono truncado) a los efectos del cálculo de fuerzas aerodinámicas bajo condiciones de viento uniforme. El objetivo específico de este modelo es validar el método interpolación utilizado para el cálculo de parámetros geométricos en puntos intermedios del elemento, los cuales determinan las fuerzas aerodinámicas y el momento aerodinámico generado sobre el rotor.
- **A3** En el tercer caso de estudio analiza el modelo en el cual la variación de la sección del rotor afecta el cálculo de la inercia y modifica las deformaciones presentes en la estructura. Se plantea la utilización de interpolación lineal en puntos intermedios del elementos y se analiza la exactitud de la solución obtenida. Este enfoque integral abarca distintos

aspectos del comportamiento estructural del aerogenerador, asegurando una validación completa de la metodología propuesta.

- **A4** En el cuarto caso de estudio, se analiza un modelo en el cual se aplica un par externo de control que contribuye a la desaceleración del rotor de sección variable. El objetivo específico de este ejemplo es validar la acción de control externa, con el fin de lograr un movimiento de velocidad angular constante. Se propone utilizar una componente de fuerza global externa aplicada sobre el nodo de la raíz del rotor, el cual cuenta con el grado de libertad de rotación libre para permitir el giro del mismo.

La solución numérica al problema dinámico en los diferentes casos de estudio se realiza mediante el método $\alpha - HHT$ con $\alpha = -0.05$. La integración numérica en puntos intermedios del elemento para el cálculo de cargas aerodinámicas se efectúa usando el método de cuadratura de Gauss de 4 puntos, y la interpolación de parámetros geométricos en secciones intermedias del elemento finito se lleva a cabo mediante interpolación lineal.

El modelo computacional para la resolución dinámica del problema utiliza elementos de vigas de sección circular, uniforme o variable. En cada punto de integración del elemento, el flujo de viento se interpola linealmente a partir de las funciones de forma lineales, según la expresión

$$\mathbf{v}_f^l = N_1 \mathbf{v}_f^1 + N_2 \mathbf{v}_f^2 \quad (5.1)$$

siendo \mathbf{v}_f^l la velocidad del flujo de viento en el punto de integración del rotor, N_1 y N_2 las funciones de interpolación lineal del elemento y \mathbf{v}_f^1 y \mathbf{v}_f^2 la velocidad del flujo de viento en los nodos que definen al mismo. Se determina el error entre la solución analítica y la resolución numérica siguiendo dos criterios de evaluación. Por un lado, se calcula el error normalizado según la norma 2 del vector solución, y por otro lado, se utiliza el error normalizado por la norma infinito del vector solución. Estos criterios se definen mediante las siguientes expresiones:

$$Error = \frac{\|y - \tilde{y}\|_2}{\|\tilde{y}\|_2}, \quad (5.2)$$

$$Error = \|y - \tilde{y}\|_\infty, \quad (5.3)$$

siendo y el vector solución numérico e \tilde{y} el vector solución analítica del pro-

blema planteado. Se utiliza para determinar la convergencia de la solución numérica el criterio de convergencia por incremento de desplazamiento e incremento de fuerza, explicados en la Sección 4.4.3, utilizando los factor de tolerancia $tol_u = 1 \times 10^{-10}$ y $tol_f = 1 \times 10^{-5}$, respectivamente.

5.1.1. A1: Modelo simplificado del rotor

El primer caso de estudio se centra en el análisis y validación de la metodología de calculo de cargas aerodinámicas implementado en el software [ONSAS](#). El modelo simplificado propuesto se encuentra compuesto por un rotor conformado por elementos de viga de sección circular uniforme, coeficiente de sustentación (c_l) uniforme y coeficiente de arrastre (c_d) nulo. El rotor se encuentra expuesto a un campo de viento uniforme colineal al eje de rotación, cuya magnitud es significativamente mayor que la velocidad de rotación del rotor. Bajo la hipótesis propuestas se determina la solución analítica del problema y se utiliza la misma como referencia para analizar los resultados numéricos obtenidos.

Definición del problema

El modelo simplificado del rotor de aerogenerador se encuentra conformado por tres palas de sección circular uniforme y sustentación uniforme a lo largo del elemento, como se muestra en la Figura 5.1. Las tres palas son modeladas como elementos rígidos de viga cuyo módulo de elasticidad es $E = 210$ GPa y densidad $\rho = 6000$ kg/m³. La geometría de las palas es idéntica, de largo $L = 5$ m y sección de diámetro $d = 0.1$ m. En lo que respecta a la torre y la góndola los mismos son modelados como elementos de barra de geometría definida. La basa de la torre representa el origen de coordenadas globales del sistema, su altura es $H_t = 7.5$ m y su sección circular es $d_t = 0.5$ m. La góndola es modelada como un elemento de barra de largo $Z_g = 0.5$ m y sección circular de diámetro $d_g = 0.3$ m. Las condiciones de borde del sistema están definidas de forma tal que el nodo de la base de la torre así como el nodo que une la torre con la góndola cuentan con sus 6 grados de libertad, desplazamiento u_x , u_y y u_z así como sus rotaciones θ_x , θ_y y θ_z fijos. Por otro lado, el nodo que define el cubo del rotor, nodo que conecta las tres palas con la góndola, presenta condiciones de borde fijas en los grados de libertad, u_x , u_y , u_z así como sus

rotaciones θ_x, θ_y fijas, mientras que la rotación θ_z eje colineal al flujo de viento se encuentra libre.

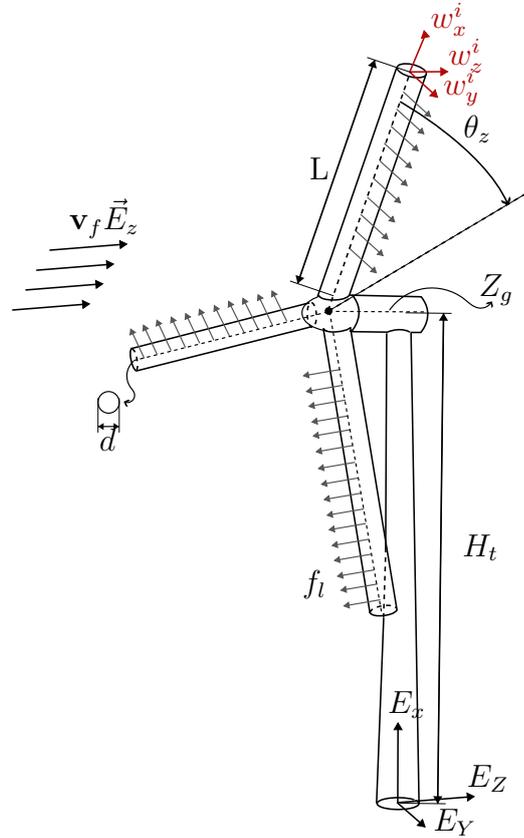


Figura 5.1: Esquema de rotor simplificado y sección de pala circular uniforme.

El campo de viento para este caso de estudio se define uniforme, de densidad constante $\rho_f = 1.225 \text{ kg/m}^3$ y colineal al vector \mathbf{E}_Z , tal que $\mathbf{v}_f = 5\vec{E}_Z \text{ m/s}$. La sección de las palas se define uniforme y con coeficiente de sustentación uniforme $c_l = 0.5$ mientras que el coeficiente de arrastre se define nulo, $c_d = 0$.

Definida la velocidad de viento y la rigidez del sistema, es posible suponer que la velocidad $\dot{\mathbf{u}}$ del rígido es despreciable frente a la velocidad del flujo, $\dot{\mathbf{u}} \ll \mathbf{v}_f$, por lo que es posible considerar $\mathbf{v}_{rel}^- \approx \mathbf{v}_f$. Por otro lado, dado que el sistema solo puede rotar respecto a un eje y dada la rigidez del mismo, en conjunto con condición de sustentación uniforme la fuerza de sustentación generada, \mathbf{f}_l , se restringe al plano global $E_X - E_Y$.

El problema planteado cuenta con una ecuación de movimiento analítica definida por la segunda cardinal o balance de cantidad de movimiento angular.

Esta ecuación se define por la expresión

$$I_{zz}\ddot{\theta}_z = M_z, \quad (5.4)$$

siendo I_{zz} el momento de inercia respecto al eje de giro, de un varilla de largo L y sección d , y M_z el momento externo generado por las fuerzas de sustentación en el centro del rotor. Considerando el aporte del rotor compuesto por las tres palas los términos I_{zz} y M_z quedan definidos por

$$I_{zz} = 3 \left(\frac{1}{12} \rho \pi d^2 L^3 \right), \quad (5.5)$$

$$M_z = \frac{3L^2}{2} \frac{1}{2} c_l \|\mathbf{v}_f\|_2^2. \quad (5.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5.5) y (5.6) en (5.4) se obtiene la ecuación de movimiento del sistema

$$\frac{1}{12} \rho L^3 \pi d^2 \ddot{\theta}_z = \frac{1}{4} \rho_f d c_l L^2 \|\mathbf{v}_f\|_2^2. \quad (5.7)$$

Integrando la ecuación (5.7) respecto al tiempo e imponiendo condiciones iniciales nulas se obtiene la solución para la variación de ángulo θ_z

$$\theta_z(t) = \frac{3\rho_f c_l \|\mathbf{v}_f\|_2^2}{2\rho L d \pi} t^2. \quad (5.8)$$

La solución numérica planteada implica dentro de la metodología de cálculo del método BEM despreciar el efecto de estela, por lo que esta no es calculada a lo largo de los pasos de iteración y su valor se mantiene nulo en todos los puntos de la malla.

Resultados numéricos

Se presentan los resultados numéricos para el modelado del rotor utilizando diferente tamaño de malla, $N = 5$, $N = 10$, $N = 20$, y $N = 50$. Los resultados para la variación angular θ_z se muestran en las Figuras 5.2 para 5 y 20 elementos. El error asociado al cálculo de esta magnitud se determina empleando las expresiones (5.2) y (5.3), y se muestra en las Tablas 5.1 y 5.2.

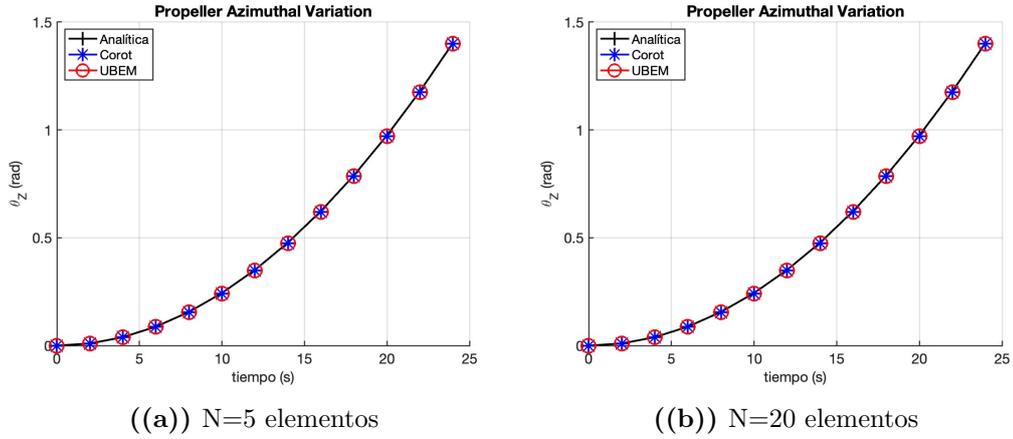


Figura 5.2: Variación posición angular, θ_z .

Elementos	Método Co-rotacional	Método BEM
N = 5	0.469 %	0.470 %
N = 10	0.469 %	0.470 %
N = 20	0.469 %	0.470 %
N = 50	0.469 %	0.470 %

Tabla 5.1: Norma 2 - error posición angular θ_z .

Elementos	Método Co-rotacional	Método BEM
N = 5	0.004	0.004
N = 10	0.004	0.004
N = 20	0.004	0.004
N = 50	0.004	0.004

Tabla 5.2: Norma infinito - error posición angular θ_z .

En la Figura 5.3 se presenta el número de iteraciones necesarios para la convergencia en cada paso de tiempo para discretización del rotor de $N = 5$ y $N = 20$ elementos.

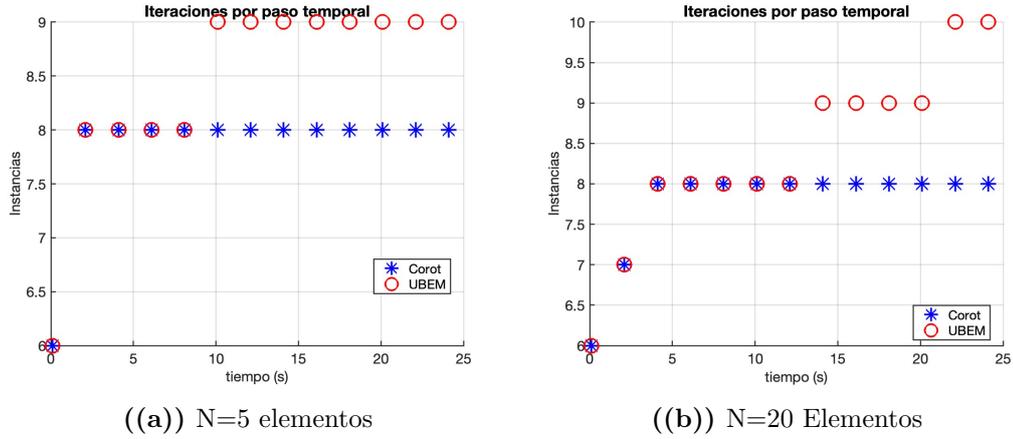


Figura 5.3: Convergencia del método.

Conclusiones Preliminares

El primer caso de estudio permite concluir de forma preliminar, un adecuado ajuste de los métodos numéricos empleados en el análisis de la variación angular del rotor. La formulación co-rotacional con elementos de vigas se aproxima satisfactoriamente a la solución analítica, con un error inferior al 0.5% en la variación temporal del ángulo azimutal θ_z , al emplear la metodología de cálculo BEM bajo la hipótesis de estela nula. Además, esta metodología BEM muestra un orden de error de igual a la metodología de cálculo de carga aerodinámica propuesta por Vanzulli y Pérez Zerpa (2023), presentando ambos métodos convergencia en números de pasos de iteración similar.

5.1.2. A2: Momento aerodinámico

Este caso de estudio evalúa el método de interpolación utilizado para determinar la geometría y parámetros de secciones intermedias al elemento, necesarios para realizar la integración numérica de las fuerzas y momento generados por el viento sobre los elementos que componen el rotor. Para esto se plantea un rotor compuesto por elementos de viga de sección variable en forma de cono truncado, con coeficiente de sustentación uniforme y coeficiente de arrastre nulo.

El objetivo de este análisis es validar el impacto sobre el cálculo de las cargas aerodinámicas en elementos de viga de sección no uniforme, al utilizar interpolación lineal para la definición de parámetros geométricos en puntos intermedios del elemento.

Definición del problema

Se plantea el estudio de un rotor de aerogenerador simplificado compuesto por tres palas con sección variable en forma de cono truncado y sustentación uniforme a lo largo de cada elemento, como se ilustra en la Figura 5.4. Cada una de las palas se modela como un elemento rígido de viga, cuyo módulo de elasticidad es $E = 210$ GPa, lo que permite despreciar los efectos de deformación por flexión o carga axial. Por otro lado, la densidad de la pala se define uniforme e igual a $\rho = 6000$ kg/m³. El coeficiente de sustentación se define uniforme, $c_l = 0.5$, y el coeficiente de arrastre se define nulo, ($c_d = 0$) a lo largo de la pala. Dada la condición de sustentación uniforme y la elevada rigidez del sistema, la fuerza de sustentación generada (\mathbf{f}_l) se restringe al plano global $E_X - E_Y$.

La geometría de la torre y la góndola coincide con el esquema planteado en el caso 5.1.2, al igual que la longitud $L = 5$ m de las palas. El diámetro de la sección de las palas que componen el rotor varía de forma lineal, siendo $D_1 = 0.2$ m en la raíz del rotor ($x = 0$ m) y $D_2 = 0.1$ m en la punta de la pala ($x = 5$ m). Esta variación define la expresión para la variación del diámetro a lo largo de la envergadura de la pala dada por

$$D(x) = \left(\frac{D_2 - D_1}{L} \right) x + D_1. \quad (5.9)$$

El campo de viento del problema se define uniforme y colineal al vector E_Z ,

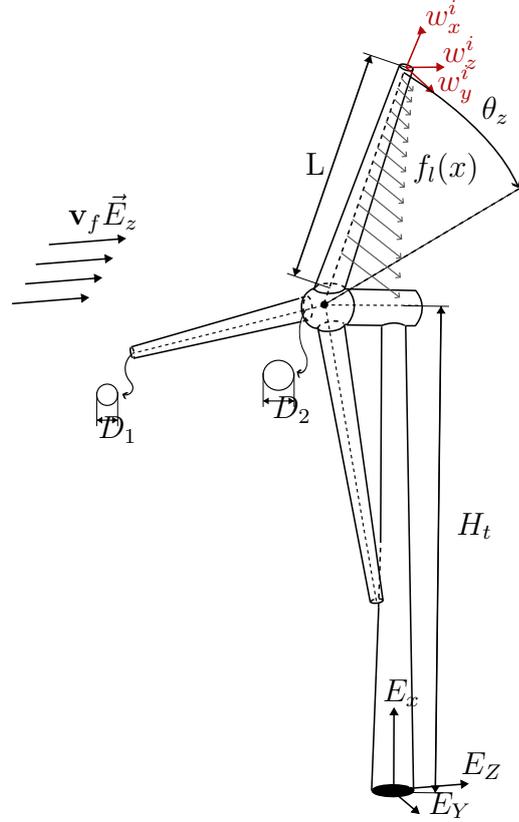


Figura 5.4: Esquema de rotor rígido con sección de pala variable.

con $\mathbf{v}_f = 5\vec{E}_z$ m/s y densidad uniforme $\rho_f = 1.225$ kg/m³. Bajo estas hipótesis se verifica $\dot{\mathbf{u}} \ll \mathbf{v}_f$, y por lo tanto $\mathbf{v}_{rel}^- \approx \mathbf{v}_f$.

Considerando el rotor compuesto por tres palas, el momento aerodinámico resultante M_z sobre el eje del rotor se define a partir de la integración a lo largo de la envergadura de la pala, del diferencial de momento δM_z generado por la fuerza de sustentación \mathbf{f}_l sobre un diferencial de pala δx , según la expresión

$$M_z = 3 \times \int_0^L \mathbf{f}_l x dx = 3 \times \int_0^L \frac{1}{2} \rho c_l \|\mathbf{v}_f\|_2^2 D(x) x dx \quad (5.10)$$

$$M_z = \frac{3}{2} \rho c_l \|\mathbf{v}_f\|_2^2 \left(\frac{D_2 - D_1}{2} \frac{x^3}{3} + D_2 \frac{x^2}{2} \right).$$

Con el objetivo de validar la metodología de cálculo se estudia la distribución de momento externo generador por la fuerza de sustentación en un elemento de sección no uniforme. Al igual que en el caso presentado en 5.1.2, la solución numérica planteada implica dentro de la metodología de cálculo del método BEM despreciar el efecto de estela, por lo que esta no es calculada a lo largo

de los pasos de iteración y su valor se mantiene nulo en todos los puntos de la malla.

Resultados numéricos

La variación de momento aerodinámico generador a lo largo de la envergadura de una pala es presentada en las Figuras 5.5, las cuales presentan los resultados obtenidos para mallas generadas con $N = 5$ y $N = 20$ elementos

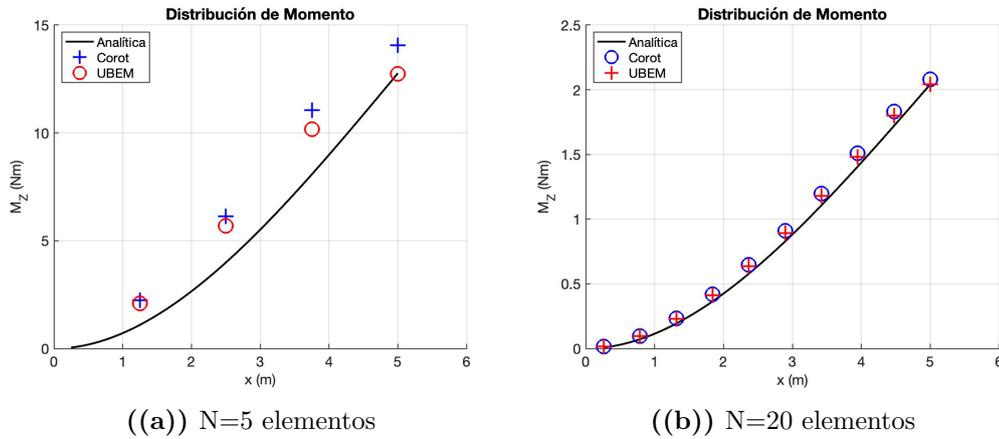


Figura 5.5: Variación del momento aerodinámico, M_z .

El error numérico en el instante final de la simulación respecto a la solución analítica del momento distribuido se determina mediante las ecuaciones (5.2) y (5.3), y se presenta en las Tablas 5.3 y 5.4.

Elementos	Método Co-rotacional	Método BEM
$N = 5$	31.8 %	22.5 %
$N = 10$	22.5 %	16.7 %
$N = 20$	15.8 %	7.27 %
$N = 50$	5.98 %	3.10 %

Tabla 5.3: Norma 2 - error momento aerodinámico

Elementos	Método Co-rotacional	Método BEM
$N = 5$	0.335	0.478
$N = 10$	0.162	0.238
$N = 20$	0.079	0.117
$N = 50$	0.031	0.046

Tabla 5.4: Norma Infinito - error momento aerodinámico.

Se analiza el número de iteraciones necesarios para obtener convergencia de la solución, resultados que se presentan en la Figura 5.6.

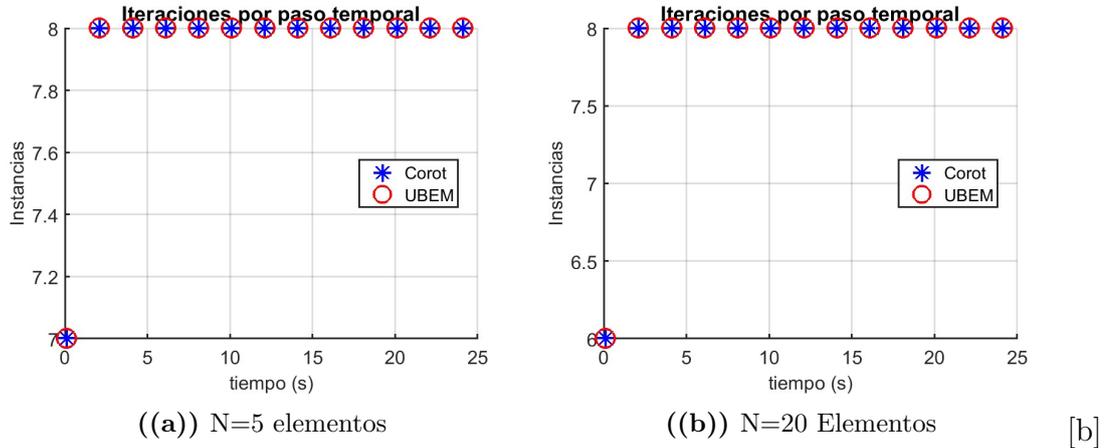


Figura 5.6: Convergencia del método.

Conclusiones Preliminares

Las conclusiones preliminares del segundo caso de estudio respaldan la efectividad de los métodos utilizados en el análisis aerodinámico del rotor. Se destaca el ajuste adecuado del cálculo de cargas aerodinámicas en la determinación del momento aerodinámico mediante el método BEM. Se observa un menor error a mayor discretización del rotor, manteniendo consistencia en la convergencia de la solución numérica en ambos métodos de cálculo.

5.1.3. A3: Elementos de sección variable

El tercer caso de estudio presenta el análisis dinámico de un rotor compuesto por palas de sección variable bajo un flujo uniforme. El objetivo de este modelo simplificado de aerogenerador es examinar la interacción entre las variaciones geométricas en la longitud de las palas, las cargas variables a lo largo de su extensión y su efecto sobre la dinámica del problema. Bajo las suposiciones planteadas, se desarrolla una solución analítica que se emplea para evaluar los resultados numéricos obtenidos.

Definición del problema

La geometría de rotor simplificado presentada en la Figura 5.4, se utiliza para realizar el análisis del rotor compuesto por elementos de sección variable. Las tres palas se modelan como elementos de viga, con módulo de elasticidad $E = 210$ GPa, densidad $\rho = 6000$ kg/m³, coeficiente de sustentación uniforme $c_l = 0.5$, coeficiente de arrastre nulo ($c_d = 0$) y sección variable en forma de cono truncado definido por la Ecuación (5.11).

Al analizar este modelo, se aplican las mismas hipótesis y condiciones de borde que en el caso de estudio definido en la Sección 5.1.2, lo que nos permite asumir que $\dot{\mathbf{u}} \ll \mathbf{v}_f$ y que la fuerza de sustentación, \mathbf{f}_l , está restringida al plano global $E_X - E_Y$.

El problema planteado se determina a partir de la ecuación de movimiento definida por la segunda ecuación cardinal respecto al eje de rotación, la cual cumple con la expresión (5.4). Sin embargo, a diferencia del caso de estudio de sección uniforme, el diámetro de la sección varía de forma lineal a lo largo del rotor, como se define en la ecuación (5.9). Por lo expresado anteriormente, el momento de inercia, I_{zz} , de los 3 conos que componen el rotor respecto al eje de rotación, queda definido por la ecuación

$$I_{zz} = 2 \times \int_0^L \left(\frac{1}{4} \frac{D(x)^2}{2} + x^2 \right) \rho \pi \frac{D(x)^2}{2} dx. \quad (5.11)$$

Por otro lado, el momento aerodinámico varía de forma polinómica a lo largo de cada pala, por lo que combinando las ecuaciones (5.10) y (5.11) en la ecuación (5.4) se define la variación temporal $\theta_z(t)$ del ángulo de rotación del rotor, como se expresa a continuación

$$\theta_z(t) = \frac{M_z t^2}{I_{zz} 2} \quad (5.12)$$

La solución numérica requiere de la inclusión de parámetros geométricos para cada elemento discreto del rotor. Para lograr dicha discretización, las propiedades geométricas como son; el área (A), los momentos de inercia (I_{zz} , I_{yy}) y el momento polar de inercia (J) se interpolan linealmente a lo largo del elemento utilizando como referencia la geometría definida en los nodos del mismo.

Resultados numéricos

Se analiza un rotor compuesto por palas de sección variable, lo que permite no solo determinar el momento generado por las fuerzas aerodinámicas, sino también estudiar el movimiento del sistema al considerar inercia no uniforme en la dirección radial del rotor. Los resultados se examinan mediante discretizaciones de palas de diferentes tamaños, evaluando la solución numérica obtenida respecto a la resolución analítica del problema. Las Figuras 5.7 y 5.8 presentan los resultados obtenidos para mallas generadas con $N = 10$ y $N = 50$ elementos, presentando la variación temporal del ángulo de rotación del rotor, θ_z , y el momento aerodinámico, M_z .

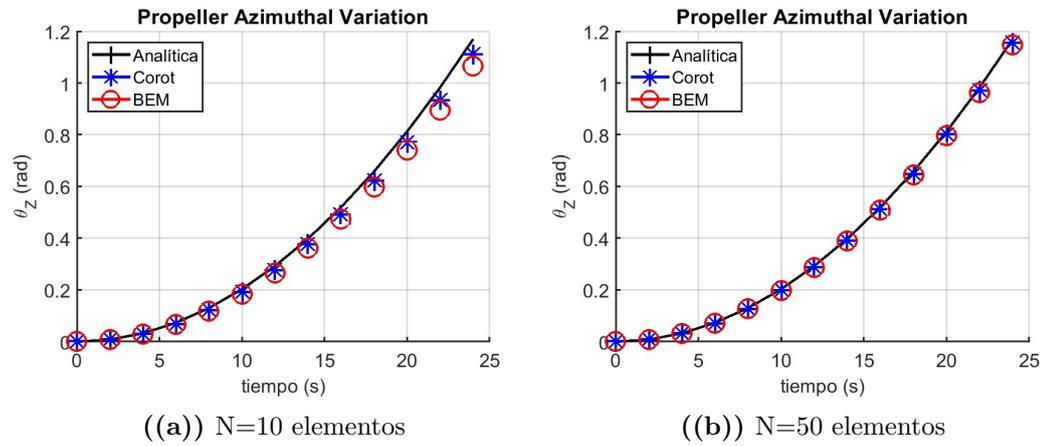


Figura 5.7: Variación posición angular, θ_z .

El momento aerodinámico se determina en el tiempo final de simulación, de forma de analizar el efecto producido por la aceleración de la estructura sobre los resultados obtenidos.

Se analiza el error numérico de los parámetros θ_z y M_z utilizando las métricas de error previamente definidas, cuyos resultados son presentados en las Tablas 5.5 y 5.6. Por otro lado, la Figura 5.9 presenta la cantidad de iteraciones necesarias hasta alcanzar la convergencia a la solución en cada paso temporal.

Dadas las características geométricas y el tamaño de la malla empleada en la representación de un aerogenerador de referencia, se procede a analizar la convergencia de la solución para diferentes pasos temporales al utilizar palas conformadas por 50 elementos. Se estudia el error de la solución para diferentes pasos temporales en el rango, $\Delta t = [5, 1, 0.5, 0.1, 0.05, 0.01]$ segundos, utilizando las expresiones (5.2) y (5.3). La variación temporal de la variable θ_z es presentada en las Figuras 5.10 para paso temporal $\Delta t = [1, 0.01]$ segundo y

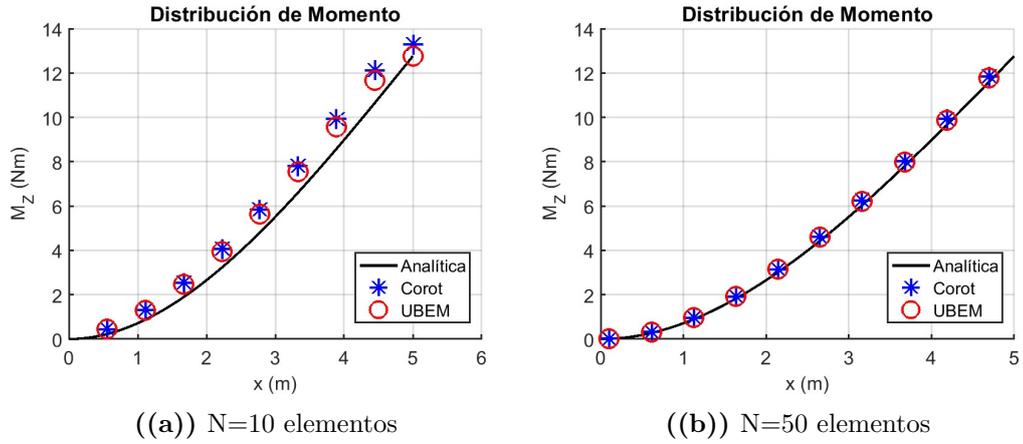


Figura 5.8: Variación del momento aerodinámico, M_z^{aero} .

Elementos	Norm 2 Método Co-rotacional	Norm 2 Método BEM
N = 5	10.9 %	19.1 %
N = 10	5.02 %	8.95 %
N = 20	2.59 %	4.51 %
N = 50	1.27 %	2.02 %

Elementos	Norm Inf Método Co-rotacional	Norm Inf Método BEM
N = 5	0.136	0.241
N = 10	0.062	0.112
N = 20	0.032	0.056
N = 50	0.015	0.025

Tabla 5.5: Error posición angular, θ_z .

los resultados obtenidos para el cálculo de error son presentados en la Tabla 5.7.

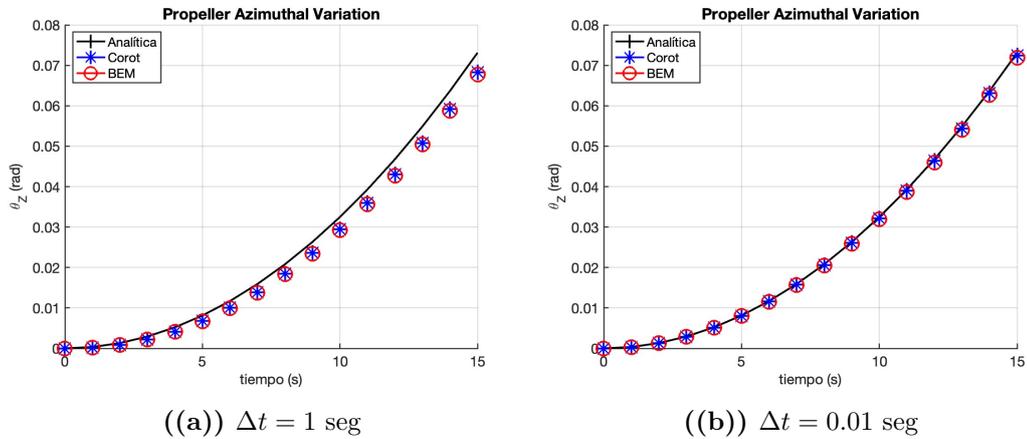


Figura 5.10: Variación θ_z para paso temporal $\Delta t = [1, 0.01]$.

Elementos	Norm 2 Método Co-rotacional	Norm 2 Método BEM
N = 5	22.5 %	31.8 %
N = 10	16.7 %	22.5 %
N = 20	7.27 %	15.8 %
N = 50	3.10 %	5.98 %
Elementos	Norm Inf Método Co-rotacional	Norm Inf Método BEM
N = 5	0.335	0.478
N = 10	0.162	0.238
N = 20	0.079	0.117
N = 50	0.031	0.046

Tabla 5.6: Error momento aerodinámico.

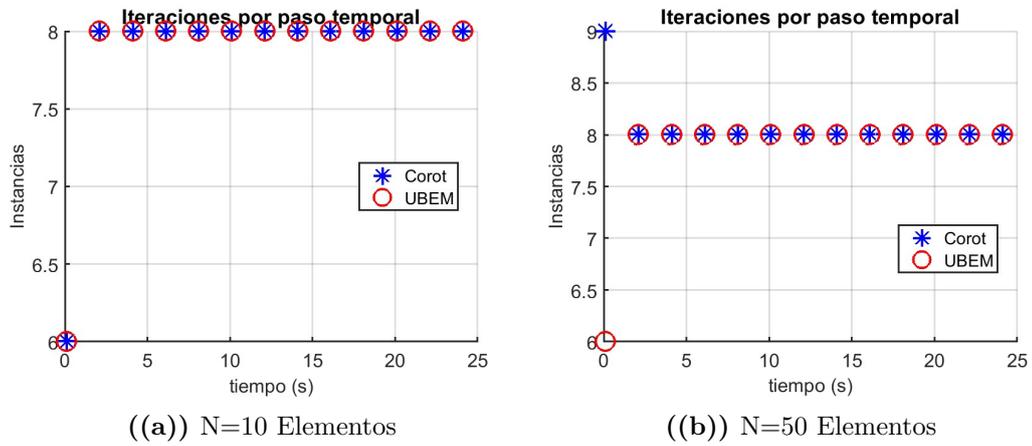


Figura 5.9: Convergencia del método.

Δt (seg)	Norm 2 Método Co-rotacional	Norm 2 Método BEM
5	28.31 %	27.4 %
1	8.93 %	8.21 %
0.5	5.58 %	4.82 %
0.1	2.71 %	1.92 %
0.05	2.34 %	1.55 %
0.01	2.05 %	1.26 %
δt (seg)	Norm Inf Método Co-rotacional	Norm Inf Método BEM
5	26.49 %	25.89 %
1	7.66 %	6.91 %
0.5	4.87 %	4.09 %
0.1	2.56 %	1.25 %
0.05	2.27 %	1.47 %
0.01	2.05 %	1.25 %

Tabla 5.7: Error posición angular θ_z , por paso temporal.

La Figura 5.11 presenta la evolución del error según las metodologías de calculo BEM planteada para los diferentes pasos temporales empleados

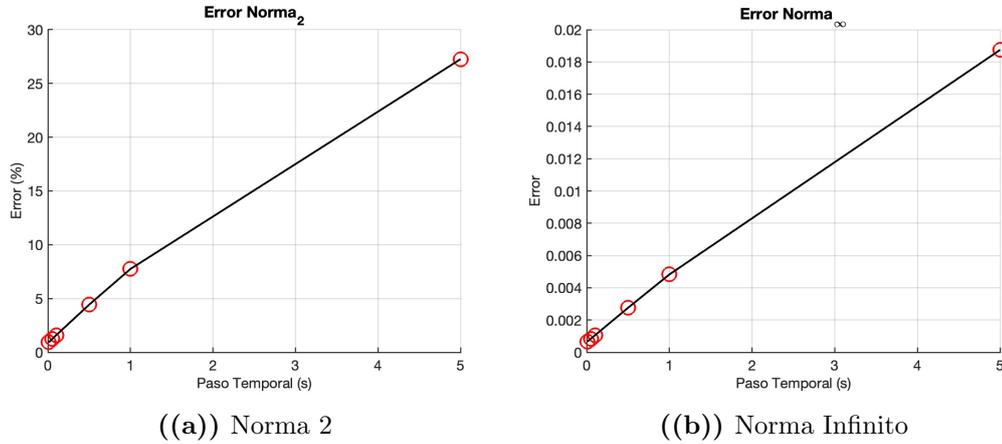


Figura 5.11: Error de posición angular por paso temporal.

Conclusiones Preliminares

El tercer caso de estudio concluye de forma preliminar que la discretización de las palas del rotor con elementos de diferente sección permite obtener una aproximación adecuada a la dinámica del problema planteado. El error obtenido para la variable posición angular es inferior al 5 % para sistemas con más de 50 elementos por pala e inferior a 2 % al disminuir el paso temporal. La solución numérica muestra convergencia constante en un número fijo de iteraciones, independientemente del método de cálculo utilizado. Se observa la necesidad de ajustar el paso temporal para reducir el error obtenido.

5.1.4. A4: Momento externo

El cuarto caso de estudio presenta el modelo simplificado utilizado para representar la acción externa equivalente a la realizada por el generador eléctrico sobre el rotor. El objetivo principal del modelo es introducir en la dinámica del problema el efecto de control de torque al que se encuentran sometido el rotor de un aerogenerador. El modelo representa la acción externa de momento proporcional a la velocidad de rotación del sistema. Esta modelo es una representación simplificada de la estrategia de control de torque del generador, en la cual solo el intervalo lineal en la región de arranque es representado.

Definición del problema

El modelo del rotor utilizado para este caso de estudio, corresponde a la geometría presentada en la Figura 5.4. Las tres palas se modelan como elementos rígidos de viga, con módulo de elasticidad $E = 210$ GPa, densidad $\rho = 6000$ kg/m³, coeficiente de sustentación constante $\mathbf{C}_1 = \mathbf{0.5}$, coeficiente de arrastre nulo ($\mathbf{C}_d = \mathbf{0}$) y sección variable en su longitud en forma de cono truncado definido por la Ecuación (5.11). Se aplican las mismas hipótesis y condiciones de borde que en el caso de estudio presentado en la sección 5.1.3, lo que permite suponer, $\dot{\mathbf{u}} \ll \mathbf{v}_f$ y \mathbf{f}_i restringido al plano global $E_X - E_Y$.

El modelo de control de torque implementado se acopla al esquema de resolución por medio de la aplicación de un vector de fuerzas externas, el cual se define nulo en todas sus entradas excepto en la correspondiente al grado de libertad de giro del eje del rotor. Sobre este grado de libertad se aplica la función que define el momento del generador, dada por la expresión

$$M_{gen,z} = \begin{cases} 0 & \text{si } \omega_{gen} < \omega_1 \\ -K_{gen}(\omega_{gen} - \omega_1) & \text{si } \omega_{gen} \geq \omega_1 \text{ y } M_{gen} < -M_{aero}/n_{gen} \\ -M_{aero} & \text{si } M_{gen} \geq -M_{aero}/n_{gen} \end{cases}, \quad (5.13)$$

siendo $n_{gen} = 10$ la relación de transmisión entre el lado de baja velocidad o rotor y el lado de alta velocidad o generador, $K_{gen} = 25$ la constante lineal definida para la transición entre condiciones de operación y ω_1 la velocidad de transición entre regiones de arranque del generador. Esta función busca representar el arranque del generador visto en la estrategia de control de torque detallado en la sección 4.2. La función presentada tiene tres regiones claramente definidas, donde se distingue un a zona inicial en la cual el generador no impone ninguna restricción permitiendo la aceleración o arranque del rotor, una segunda región que impone un momento proporcional a la velocidad angular del rotor y una tercer región en la cual el momento del generador es igual al momento aerodinámico. Para las condiciones planteadas, el problema es definido por la ecuación de movimiento determinada por la segunda cardinal, cuya expresión es

$$I_{zz}\ddot{\theta}_z(t) = (M_{aero,z} + M_{gen,z}), \quad (5.14)$$

siendo el momento aerodinámico, $M_{aero,z}$ y el momento externo del generador, $M_{gen,z}$. El momento aerodinámico es determinado en las hipótesis del problema

mediante la expresión analítica (5.10). Definiendo una caja de transmisión de potencia ideal en la cual la eficiencia es 100 %, la potencia en punta de eje del rotor y la potencia en punta de eje del generador debe ser igual, por lo que se verifica

$$M_{aero,z}\omega_{rot} = M_{gen,z}\omega_{gen}. \quad (5.15)$$

Por otro lado, a partir de la relación de transmisión existente en una caja multiplicadora se tiene

$$n_{gen} = \frac{\omega_{gen}}{\omega_{rot}}. \quad (5.16)$$

Combinando las ecuaciones (5.15) y (5.16) se obtiene la relación existente entre el momento aerodinámico y el momento del generador definida por la expresión

$$M_{gen,z} = \frac{M_{aero,z}}{n_{gen}}. \quad (5.17)$$

Definida las relaciones existente entre el generador y el rotor, se utiliza la Ecuación (5.13) para determinar la solución analítica de las diferentes regiones de control. En la región 1 partiendo de la ecuación diferencial (5.14) en la cual $M_{gen,z} = 0$ es posible, integrando la misma en el intervalo de tiempo $t = [0, t_1]$, determinar la expresión para la velocidad angular ω definida por

$$\omega_{rot} = \frac{M_{aero,z}}{I_{zz}}t \quad \forall t \in [0, t_1] \quad (5.18)$$

siendo t_1 el tiempo en el cual se aplica la transición. A partir de la Ecuación (5.18) y definiendo t_1 se determina la velocidad angular en la cual se da la transición entre regiones, ω_1 , la cual verifica

$$\omega_1 = \frac{M_{aero,z}}{I_{zz}}t_1. \quad (5.19)$$

Definida la velocidad de transición se resuelve la ecuación diferencial correspondiente a la región 2 la cual esta definida por la expresión

$$I_{zz}\dot{\omega}_{rot} = M_{aero,z} - n_{gen}K_{gen}(\omega_{gen} - \omega_1). \quad (5.20)$$

Al integrar la Ecuación (5.20) en el intervalo $t = [t_1, t]$ se obtiene la expresión

para la velocidad angular en el intervalo de transición, definida por la ecuación

$$\omega_{rot} = \omega_1 + \frac{M_{aero,z}}{n_{gen}K_{gen}} \left(1 - e^{-\frac{n_{gen}K_{gen}}{I_{zz}}(t-t_1)} \right) \quad \forall t \in [t_1, t_2] \quad (5.21)$$

siendo t_2 el tiempo en el cual se verifica la ecuación (5.17) y se produce la transición entre el régimen de control 2 y 3. Por último, la región 3 se encuentra definida por la ecuación diferencial

$$I_{zz}\dot{\omega}_{rot} = 0, \quad (5.22)$$

expresión que define la velocidad angular a la que converge el sistema

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{M_{aero,z}}{n_{gen}K_{gen}}, \quad (5.23)$$

siendo ω_2 la velocidad angular correspondiente al equilibrio de momentos. Por ser un sistema de primer orden dicho régimen se alcanza para $t \rightarrow \infty$.

Resultados Numéricos

Los resultados obtenidos se analizan para un rotor ideal discretizado por $N = 50$ elementos por pala y paso temporal $t = 0.01$ segundo. La Figura 5.12 presenta la solución numérica para la velocidad angular en la región inicial y región de transición del controlador comparando la misma con la solución analítica planteada. El error obtenido para el parámetro velocidad angular se presenta en la Tabla 5.8.

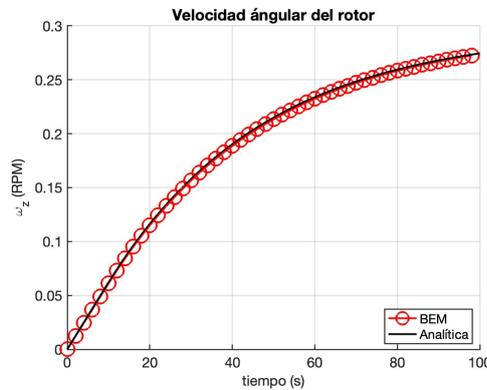
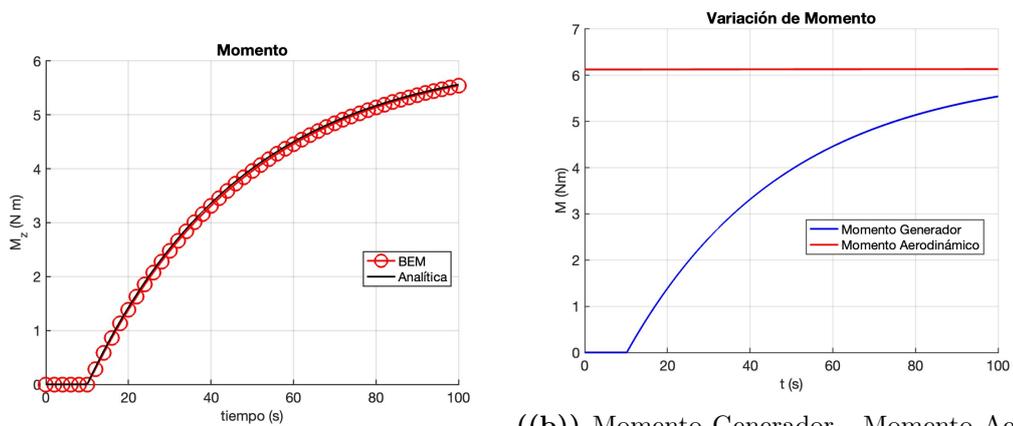


Figura 5.12: Variación velocidad angular de rotor.

Elementos	Norm 2	Norm Inf
$N = 50$	0.6 %	0.0002

Tabla 5.8: Error de velocidad angular.

Se analiza también la evolución temporal del momento del generador, $M_{gen,z}$, respecto al modelo planteado. Esta comparación es presentada en la Figura 5.13 y el error obtenido se presenta en la Tabla 5.9.



((a)) Variación de momento generador.

((b)) Momento Generador - Momento Aerodinámico.

Figura 5.13: Variación de momento externo.

Elementos	Norm 2	Norm Inf
$N = 50$	0.8 %	0.05

Tabla 5.9: Error momento externo.

Conclusiones Preliminares

Para el modelo de control planteado se evalúa el mismo a partir de la variación del parámetro velocidad angular y momento externo, obteniéndose error para ambas magnitudes inferior a 1 % respectivamente. Se observa en este último modelo una pequeña desviación de la solución numérica producto de la aceleración propia del rotor, lo que modifica la velocidad relativa del flujo sobre el mismo modificando el momento aerodinámico sobre el sistema.

5.2. Ejemplo 2: Aerogenerador de Referencia

El propósito de este segundo ejemplo es analizar y validar la implementación numérica del cálculo de fuerza aerodinámica mediante el método BEM, como se explica en la Sección 3.1.2. Esta metodología de cálculo se incorporó como subrutina dentro del código [ONSAS](#). La validación del método de cálculo de cargas aerodinámicas se realiza mediante la comparación y análisis de parámetros de funcionamiento conocidos del modelo de aerogenerador, como el ángulo de ataque, el empuje, la potencia generada y la dinámica de la estela.

Para resolver el problema dinámico planteado en los diferentes casos de estudio propuestos, se emplea el método iterativo α -HHT con parámetro $\alpha = -0.05$, y un paso de tiempo de $\Delta t = 0.01$ segundos. Los criterios de convergencia utilizados se definen por el incremento del desplazamiento y las fuerzas dentro del esquema iterativo, con tolerancias de $tol_u = 1 \times 10^{-10}$ y $tol_f = 1 \times 10^{-5}$, respectivamente.

El error en los casos de estudio planteados se determina a partir de la comparación con datos de la bibliografía disponible a partir de la expresión

$$Error = \left| \frac{y - \tilde{y}}{\tilde{y}} \right|, \quad (5.24)$$

siendo y el valor en régimen del parámetro evaluado y \tilde{y} el valor en régimen obtenido de la bibliografía disponible.

Se presentan tres casos de estudio los cuales permiten validar de forma progresiva la complejidad asociada al método BEM

- **B1** El primer caso de estudio se enfoca en el análisis de los puntos de operación del aerogenerador. En primer lugar se validan el método BEM y el esquema de control como subrutinas, a partir de los datos de operación definidos para la turbina de referencia de 5 MW presentados por J. Jonkman et al. (2009). En este primer paso de validación la dinámica de la estructura no es tenida en cuenta en el esquema de resolución. En segundo lugar, se integra la solución dinámica del problema dentro del esquema de resolución y se analizan distintos puntos de operación. Para esta etapa de validación se determinan cuatro puntos de operación del rotor los cuales son comparados con los resultados obtenidos en el primer paso de validación. Tanto el modelo de pérdida de sustentación dinámico así como el modelo de estela dinámico no son tenidos en cuenta.

- **B2** El segundo caso de estudio busca validar el modelo de pérdida de sustentación dinámico en la dinámica del rotor. Para esto, en primera instancia dicho modelo es verificado a partir de datos experimentales presentados por Ramsay et al. (1995). Posteriormente, se modela la dinámica del sistema en el esquema de resolución planteado para un caso de estudio de viento cortante.
- **B3** El tercer caso de estudio analiza la dinámica del flujo frente a cambios de ángulo de pitch en el sistema. Se valida el modelo de estela dinámico utilizando los resultados presentados en Branlard et al. (2022) y se analizan los efectos del mismo sobre la dinámica del aerogenerador de referencia.

En conjunto estos casos permiten validar, frente a resultados publicados, el comportamiento aerodinámico del rotor al emplear el modelo BEM no estacionario dentro del esquema de resolución del código [ONSAS](#).

Parámetros para el modelado del problema

El modelo utilizado en este ejemplo corresponde al aerogenerador de referencia de [5MW](#) desarrollado por NREL e introducido en la Sección 4.5, el cual está disponible como modelo de acceso abierto para la comunidad científica.

Para la validación del modelo BEM dentro del código [ONSAS](#) tanto el ángulo de conicidad del rotor así como la inclinación de la góndola son despreciado en esta etapa de evaluación. En lo que respecta a la malla generada, tanto el modelo de elementos finitos estructural como el modelo BEM utilizan el mismo número de elementos por pala para describir la geometría y propiedades del rotor, utilizando un total de 50 elementos por pala. El ángulo de pitch de la pala (θ_p) se define según la Tabla A.1 del Anexo A, la cual presenta las caracterizaras de operación según especificación del mismo.

Las fuerzas por unidad de longitud generador por el flujo de viento sobre los elementos de viga que componen el elemento, son integradas en la longitud de los mismos utilizando el método de Cuadratura de Gauss de 4 puntos. Sobre cada punto de integración del elemento el flujo de viento así como la estela generada son interpoladas de forma lineal a partir de las funciones de forma

lineales del mismo, definido por la expresión

$$\mathbf{v}_f^l = N_1 \mathbf{v}_f^1 + N_2 \mathbf{v}_f^2 \quad (5.25)$$

$$W^l = N_1 W^1 + N_2 W^2 \quad (5.26)$$

siendo \mathbf{v}_f^l la velocidad del flujo de viento en el punto de integración del rotor, W^l la velocidad inducida del flujo en el punto de integración, N_1 y N_2 las funciones de interpolación lineal del elemento y $\mathbf{v}_f^1, \mathbf{v}_f^2, W^1$ y W^2 la velocidad del flujo viento y la velocidad inducida en los nodos que definen al elemento.

En lo que respecta a las condiciones iniciales del modelo, al comienzo del análisis para tiempos entre $0 < t < 10$ seg, la velocidad de viento aumenta linealmente, en forma de rampa, hasta alcanzar la velocidad de régimen uniforme, evitando de esta forma los grandes transitorios propios del arranque del sistema. Todos los casos de estudio hacen uso de condiciones iniciales de velocidad y aceleración, función de la velocidad de rotación inicial ω_0 indicada en la Tabla A.1 y determinadas por las expresiones

$$v_0^i = \mathbf{R}_{41}(\omega_0 \times r^i) \quad (5.27)$$

$$a_0^i = \mathbf{R}_{41}(-\omega^2 \times r^i), \quad (5.28)$$

siendo v_0^i el vector velocidad inicial y a_0^i el vector aceleración inicial ambos correspondiente al nodo ubicado en la posición r^i expresados en coordenadas globales. Las palas del rotor se modelan como elementos rígidos en todo este caso de estudio, con modulo de elasticidad $E = 210 \times 10^{17}$ Pa y modulo de elasticidad a la torsión $G = 210 \times 10^{16}$ Pa, mientras que el peso propio de las mismas no es tenido en cuenta durante esta fase de validación aerodinámica.

Las condiciones de borde del sistema están definidas de forma tal que el nodo de la base de la torre así como el nodo que une la torre con la góndola cuentan con sus 6 grados de libertad, desplazamientos u_x, u_y y u_z , así como sus rotaciones θ_x, θ_y y θ_z fijos. Por otro lado, el nodo que define el cubo del rotor, nodo que conecta las tres palas con la góndola, presenta condiciones de borde fijas en los grados de libertad, u_x, u_y, u_z así como sus rotaciones θ_x, θ_y fijas, mientras que la rotación θ_z eje colineal al flujo de viento se encuentra libre.

El primer elemento que define cada a pala, el cual une a estas con el nodo definido por el cubo, es un elemento rígido el cual no se encuentra sometido a

condiciones aerodinámicas de sustentación buscando de esta forma modelar la estructura que define al cubo del rotor. Se considera solo el efecto del arrastre sobre este elemento de geometría cilíndrica. La inercia de este primer elemento de cada pala, se computa de forma tal que la inercia del generador así como la inercia del cubo son concentradas de forma equivalente en estos elementos.

5.2.1. B1: Operación del aerogenerador NREL 5 MW

La validación conjunta del método BEM y las estrategias de control se divide en dos etapas. Utilizando como referencia los puntos de operación del modelo de aerogenerador NREL 5 MW presentados por J. Jonkman et al. (2009), se verifica el comportamiento aerodinámico y operacional del modelo.

En la primera etapa, se valida el método BEM y las estrategias de control de manera independiente al modelo estructural. Estos modelos serán posteriormente acopladas al modelo estructural para su resolución dentro del código [ONSAS](#).

Los parámetros del modelo de control de torque y de ángulo de paso se determinan según lo expuesto en la sección 4.2. Para su determinación, se requiere conocer el coeficiente de potencia máximo, $C_{P,max}$, y el TSR óptimo, λ^* , correspondientes al modelo de aerogenerador. La Figura 5.14 muestra el plano de potencia del aerogenerador o gráfico de superficie de C_P . Este gráfico resulta de simular mediante la metodología BEM las características aerodinámicas del aerogenerador de referencia para condiciones variadas de TSR (λ) y ángulo de paso (θ_p). En esta resolución no son tenidos en cuenta la resolución estructural y las estrategias de control. A partir de esta Figura se determina la condición de operación de potencia máxima, $C_{P,max}$, definida por un valores λ^* y θ_p^* , que para este aerogenerador quedan definidos por los valores

$$\begin{aligned} C_{P,max} &= 0.4752 \\ \lambda^* &= 7.92 \end{aligned} \tag{5.29}$$

valores que se condicen a los presentados por J. Jonkman et al. (2009). A partir de las condiciones de operación óptimas del aerogenerador y aplicando la ecuaciones (4.16), (4.17), 4.23 se calculan los parámetros del sistema de control presentados en las Tablas 5.10 y 5.11.

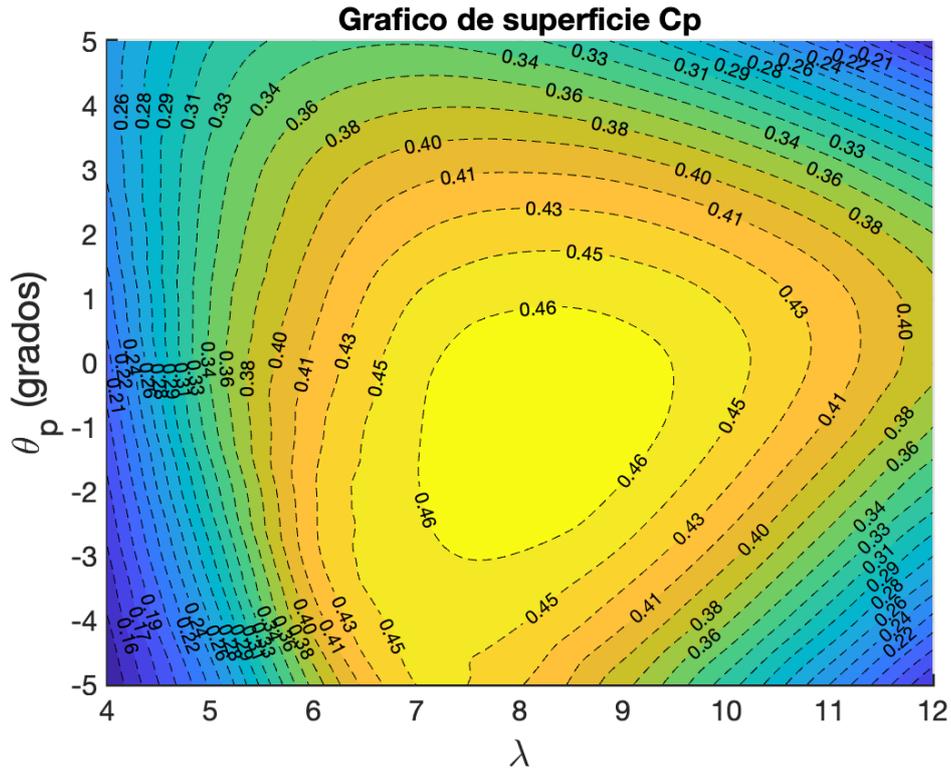


Figura 5.14: Curva de superficie de C_P - NREL 5 MW.

Parámetro	Constante
K_{sc}	2.0031
K_{12}	791.72
K_{23}	3935

Tabla 5.10: Parámetros del controlador de torque.

Parámetro	Constante
K_P	0.0174
K_I	0.0075

Tabla 5.11: Parámetros del controlador de ángulo de paso.

Con el propósito de reproducir las curvas de operación del aerogenerador NREL de 5 MW, se emplea la resolución numérica del método BEM en conjunto con las estrategias de control. Esto se realiza bajo condiciones de viento uniforme a la altura del cubo, con variaciones de velocidad desde 3 hasta 25 m/s, incrementando de forma gradual en pasos de 1 m/s dentro del rango mencionado. Los resultados obtenidos para los parámetros de operación, tales

como el torque aerodinámico del rotor, el torque del generador, la potencia aerodinámica, la potencia del generador, el ángulo de paso (θ_p), la velocidad angular del rotor, la velocidad angular del generador y el empuje aerodinámico, se presentan en las Figuras 5.15, 5.16, 5.17, y 5.18.

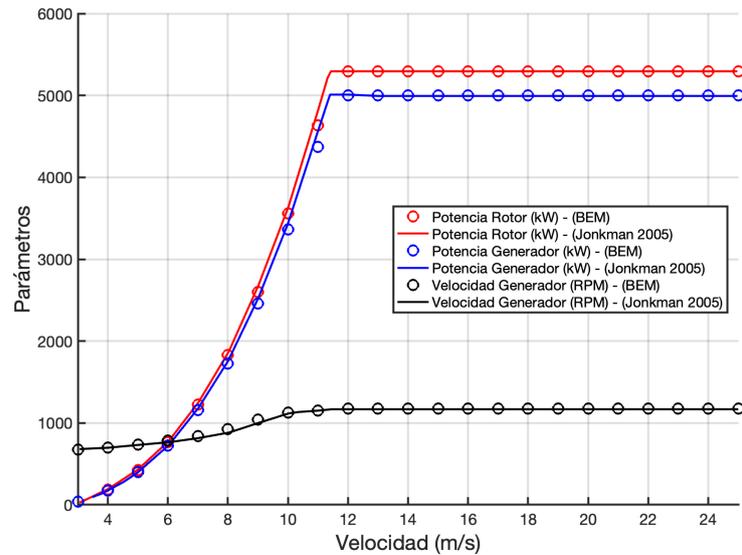


Figura 5.15: Curva de potencia y velocidad de giro del generador.

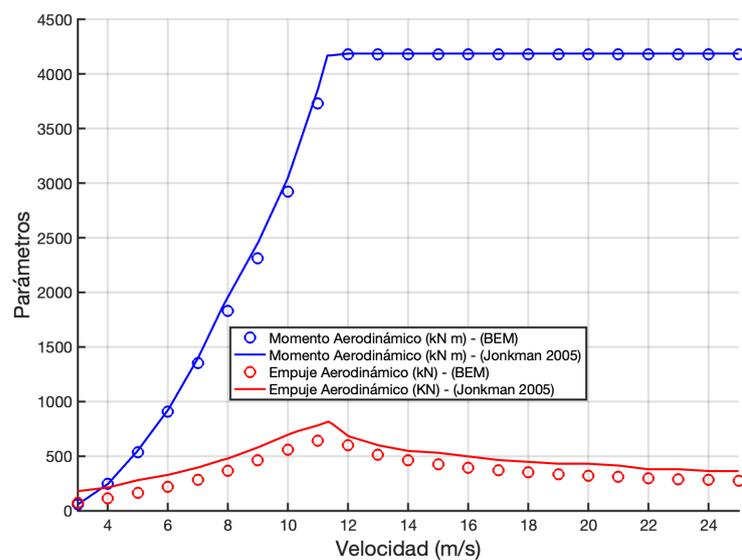


Figura 5.16: Momento y empuje aerodinámico.

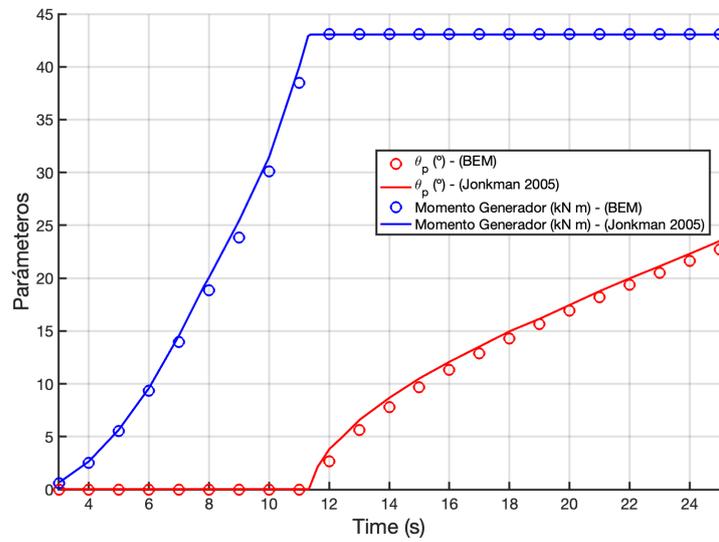


Figura 5.17: Ángulo de paso y momento del generador.

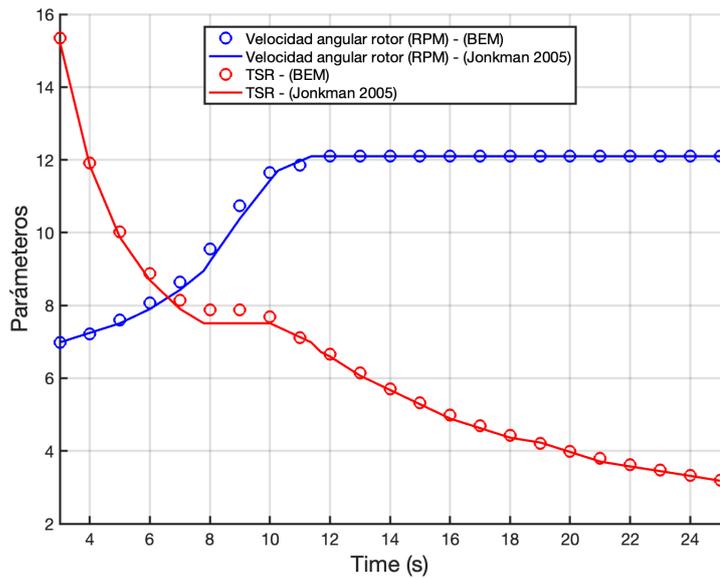


Figura 5.18: Velocidad del rotor y TSR.

Los resultados obtenidos en las Figuras 5.15, 5.16, 5.17, y 5.18 permiten validar el método BEM así como la estrategia de control en el esquema de resolución aerodinámica.

En este contexto, se incorporan los dos modelos al esquema de resolución estructural por medio del acople débil presentado en la sección 4.4.3. Se modela el sistema completo en 4 condiciones de viento uniforme, $\mathbf{v}_f = [6, 7, 8, 9]$

m/s. Los resultados obtenidos para los parámetros de operación; momento aerodinámico y momento del generador, velocidad angular y potencia generada se presentan en las Figuras 5.19, 5.20 y 5.21 respectivamente.

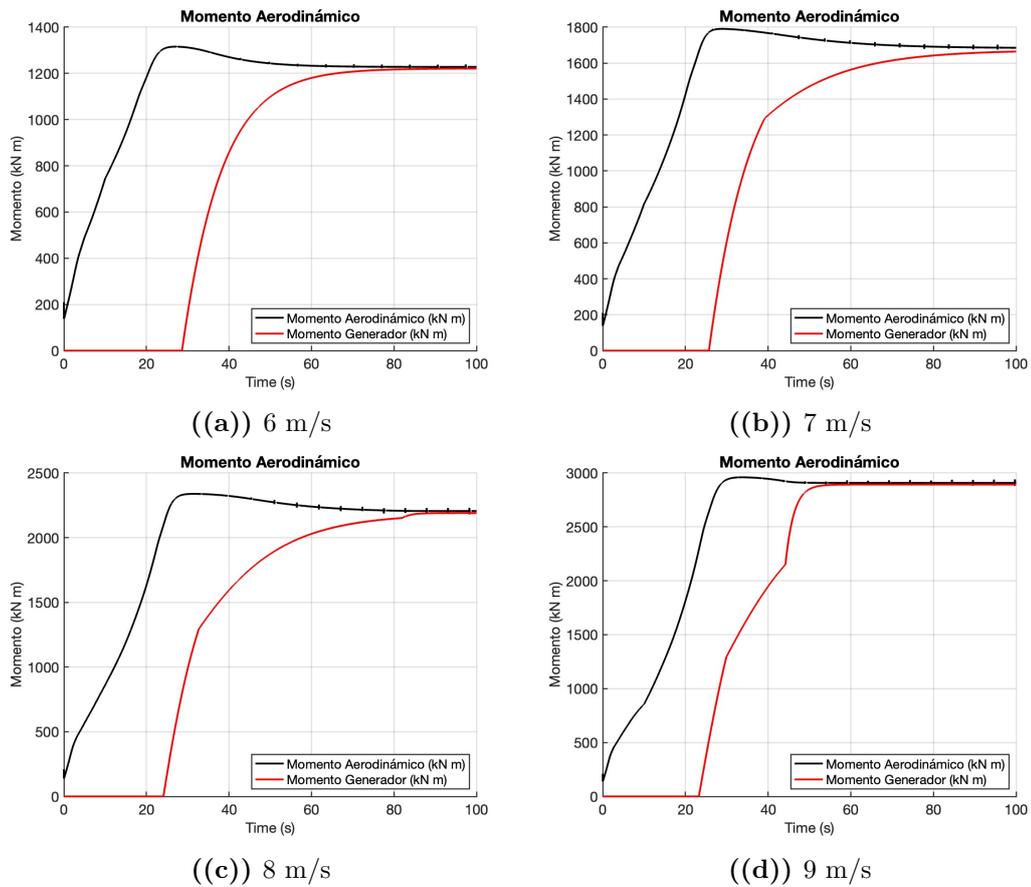
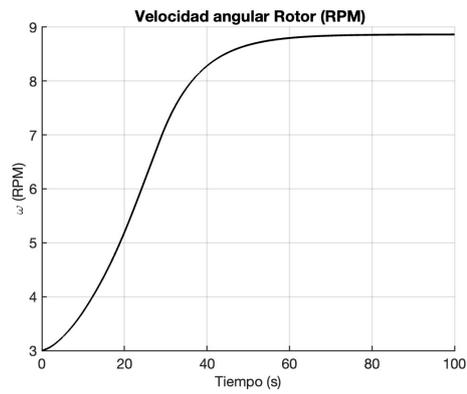
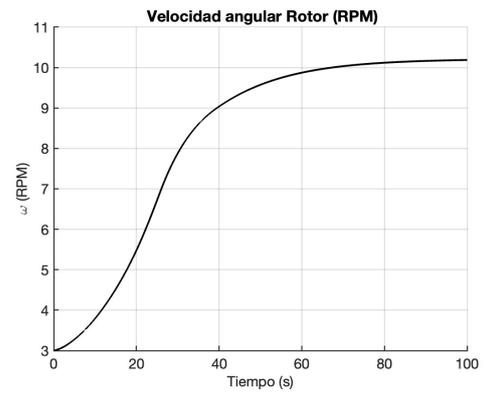


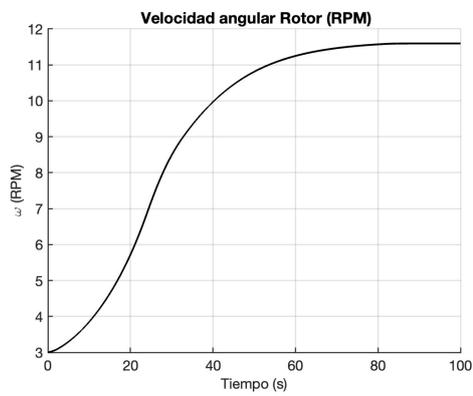
Figura 5.19: Momento aerodinámico y momento del generador - Eje de baja velocidad.



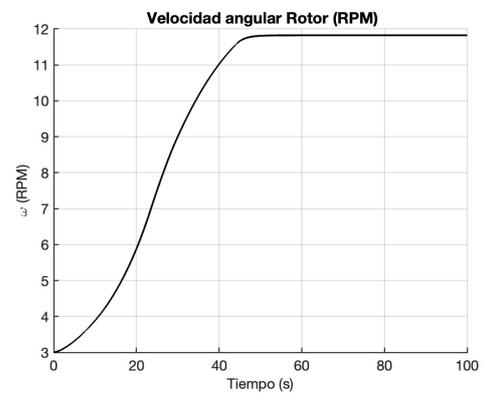
((a)) 6 m/s



((b)) 7 m/s



((c)) 8 m/s



((d)) 9 m/s

Figura 5.20: Velocidad angular del rotor.

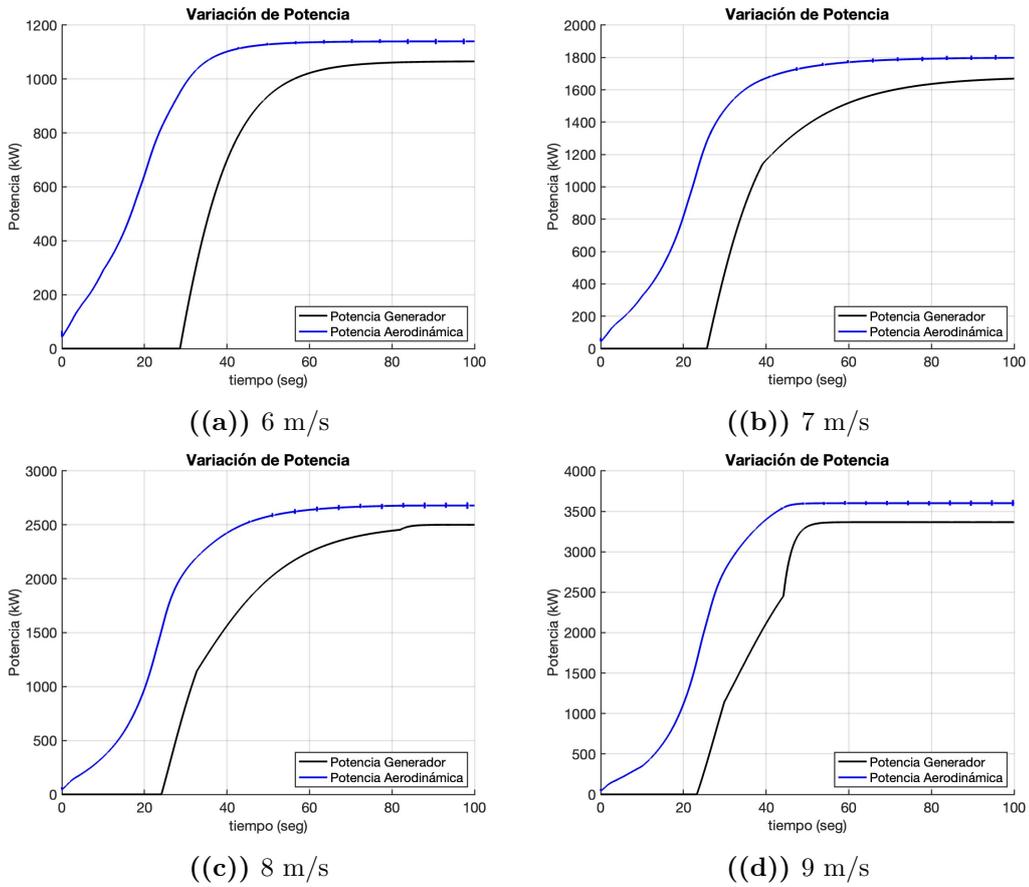
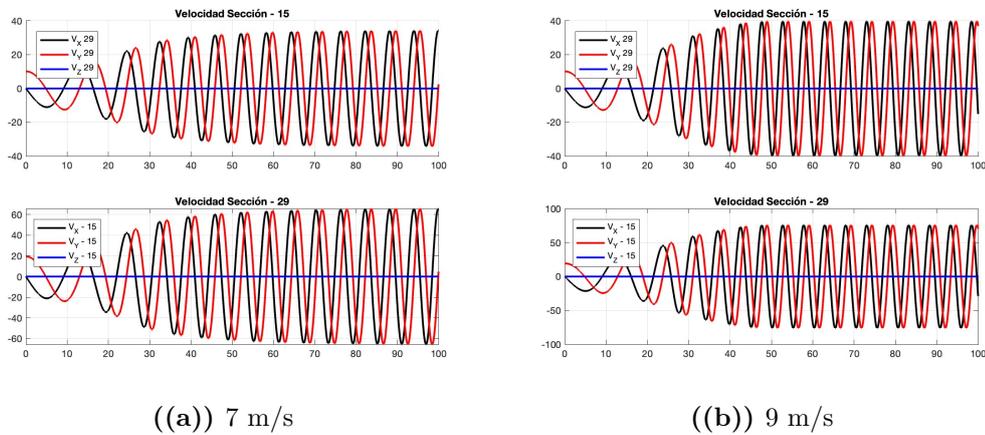


Figura 5.21: Curva de potencia del generador.

Por otro lado, para $v_f = 7 \text{ m/s}$ y $v_f = 9 \text{ m/s}$ en dos secciones específicas de la pala, sección en el medio y sección en la punta de la pala, las Figuras 5.22, 5.23 y 5.24 presentan los parámetros de velocidad en coordenadas globales, dinámica de la estela y variación del ángulo de ataque respectivamente.



(a) 7 m/s

(b) 9 m/s

Figura 5.22: Variación de velocidad de la pala.

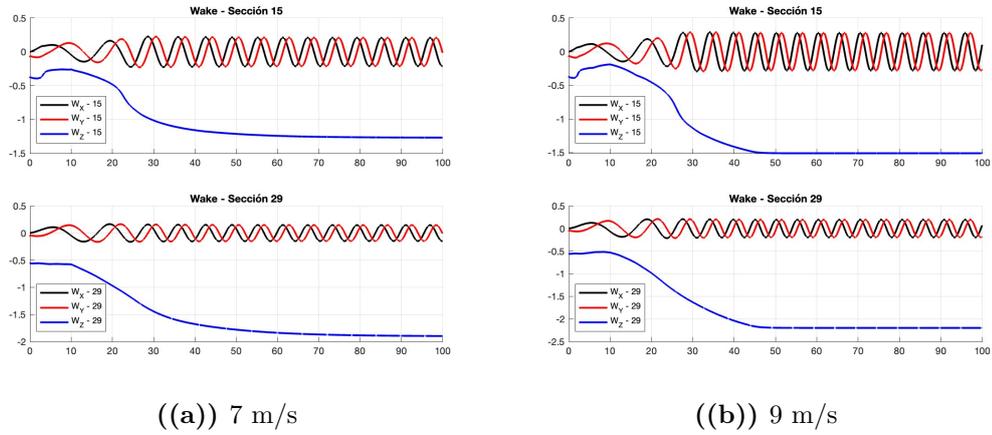


Figura 5.23: Variación de velocidad de la estela.

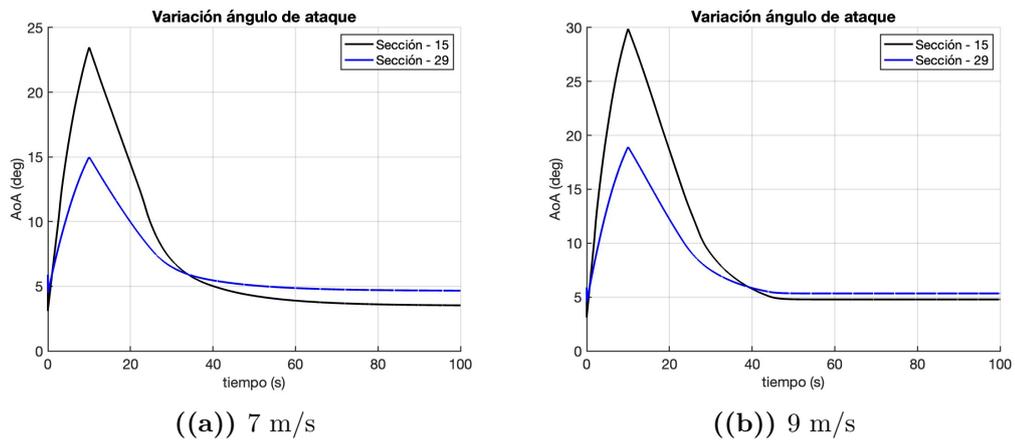


Figura 5.24: Variación del ángulo de ataque.

Para las 4 velocidades de viento analizadas se determinan los valores en régimen del momento aerodinámico, velocidad angular y potencia generada, los cuales son contrastados frente a las condiciones de operación del modelo determinadas en las Figuras 5.15, 5.16, 5.18 y presentadas de forma condensada en la Tabla 5.12.

Velocidad (m/s)	Momento (kN m)	ω (RPM)	Potencia (kW)
6	1236	8.91	1070
7	1680	10.12	1650
8	2223	11.55	2500
9	2923	11.92	3390

Tabla 5.12: Régimen de operación.

Conclusión Preliminar

El caso de estudio planteado permite validar la metodología BEM implementada dentro del código ONSAS mediante dos análisis independientes. En una primera etapa, sin la resolución del modelo estructural, y a partir de los resultados presentados por J. Jonkman et al. (2009), fue posible validar el método de cálculo de cargas aerodinámicas BEM implementado al contrastar los parámetros de operación definidos. Las Figuras 5.15, 5.16, 5.17, y 5.18 muestran un ajuste adecuado de los puntos de operación con un error inferior al 6,3 % en todos sus parámetros, siendo máximo en la variable empuje.

En una segunda etapa de validación, que incluye la incorporación de la metodología BEM dentro del esquema de resolución del programa ONSAS, se evaluaron cuatro puntos de operación. Se analizaron parámetros de operación, así como la dinámica del flujo y la estructura. En cuanto a los puntos de operación, el error máximo obtenido en régimen fue 21,2 %, 30,1 % y 37,5 % en parámetros como la velocidad de rotación, el momento aerodinámico y la potencia del generador respectivamente. Las diferencias pueden atribuirse a varias causas, incluyendo la estrategia de discretización utilizada, el método de integración de fuerzas nodales empleado por ONSAS, o la representación del problema. En este último caso, los aspectos estructurales del generador y el cubo fueron concentrados en pequeños elementos de viga.

En lo que respecta a la resolución estructural y aerodinámica, la evolución tanto de la estela como de la velocidad del rotor, presentadas en las Figuras 5.22 y 5.23, muestra una evolución suave y estable, observándose convergencia de la solución.

5.2.2. B2: Modelo de pérdida de sustentación dinámico - Dynamic Stall

El modelo de pérdida dinámica de sustentación o Stall Dinámico (DS), propuesto por Beddoes y Leishman (BLM) explicado en 3.1.4 y detallado en el Anexo A.3.2, es validado de manera independiente al modelo estructural y luego se incorpora como una subrutina dentro del método de resolución implementado en ONSAS. Para lograr este objetivo, se utilizan datos experimentales bidimensionales del perfil S809, presentado en la Figura 5.25, disponibles a través del sitio de NREL. Estos datos provienen de pruebas en túneles de viento realizadas en el Laboratorio de Investigación Aeronáutica y Astronáutica de la

Universidad Estatal de Ohio (OSU, Ohio State University Wind Tunnel Tests) detallado en el trabajo realizado por Ramsay et al. (1995). Uno de los objetivos específicos de este conjunto de ensayos es examinar el fenómeno de pérdida de sustentación dinámica de perfiles aerodinámicos gruesos, representativos de aquellos utilizados en las palas de aerogeneradores.

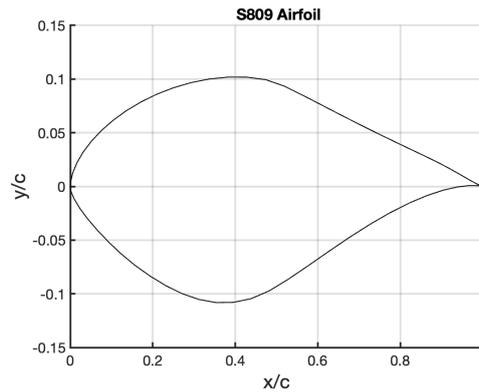


Figura 5.25: Perfil aerodinámico S809.

Los datos utilizados para la validación corresponden al ensayo del perfil en túnel de viento, en el cual este es expuesto a un flujo uniforme y es montado sobre una estructura la cual permite variar de forma oscilatoria su ángulo de ataque a frecuencia constante. A lo largo del ensayo las fuerzas aerodinámicas son registradas a partir de un conjunto de sensores de presión. Este proceso se repite a lo largo de un rango de frecuencias reducidas, valores medios de ángulo de ataque (8°), amplitudes de ángulo de ataque variadas (5.5° y 10°) y números de Reynolds uniforme ($Re = 1 \times 10^6$). Los parámetros relevantes del ensayo se resumen la Tabla 5.13.

Parámetros	Valores
Cuerda, c (m)	0.457
Reynolds, Re ($\times 10^6$)	1.0×10^6
Amplitud de variación, α_A ($^\circ$)	5.5, 10
Ángulo de ataque medio, α_M ($^\circ$)	8
Frecuencia reducida, k (Hz)	0.026

Tabla 5.13: Parámetros del ensayo.

Las Figuras 5.26 presentan la variación del ángulo de ataque medido en el ensayo a frecuencia definida y la función del ángulo de ataque utilizada en el

modelo de validación, definida por la expresión

$$\alpha = \alpha_M - \alpha_M \cos(2\pi kt) \quad (5.30)$$

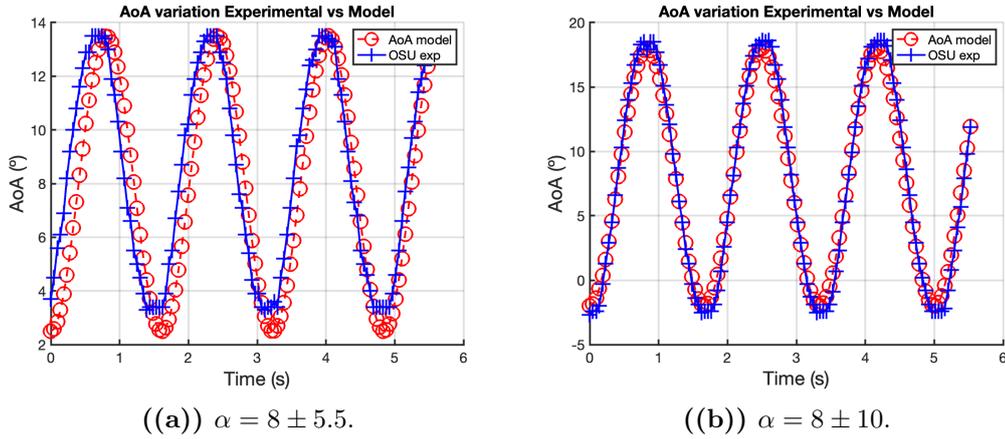


Figura 5.26: Variación ángulo de ataque ensayo túnel de viento.

Las constantes de tiempo del modelo detalladas en A.3.2, se definen a partir del trabajo propuesto por Pereira, Schepers y Pavel (2013), quienes establecen las características para cada etapa de evolución del flujo alrededor de un perfil. La tabla 5.14 resume los valores utilizados para la implementación del modelo.

T_P	T_f	T_v	T_{vl}	A_1	A_2	b_1	b_2	K_a
1.5	5	6	11	0.3	0.7	0.14	0.53	0.75

Tabla 5.14: Constante del modelo implementado.

Los parámetros del modelo BLM son inicializados con los valores presentados en la Tabla 5.15

X_n	Y_n	$K_{\alpha,n}$	$K'_{\alpha,n}$	$D_{p,n}$	$D_{f,n}$	f'	$C_{V,n}$	C_n^v	τ_n^v
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

Tabla 5.15: Inicialización de parámetros del modelo.

Las Figuras 5.27 y 5.28 presentan la comparación de los resultados numéricos obtenidos respecto al conjunto de datos obtenidos en el ensayo.

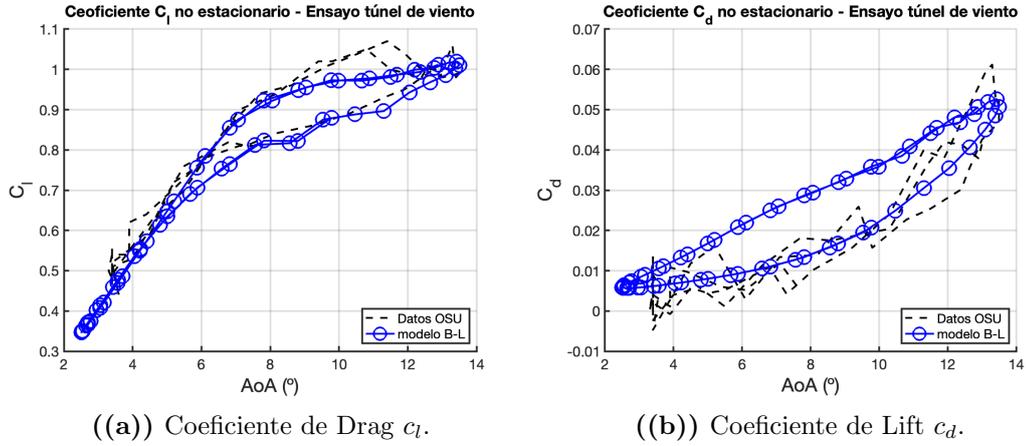


Figura 5.27: Ensayo $\alpha = 8 \pm 5$.

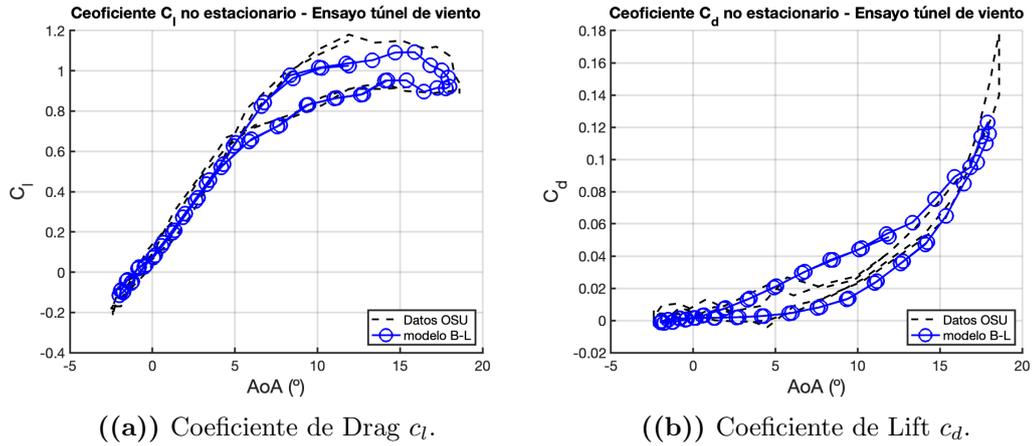


Figura 5.28: Ensayo $\alpha = 8 \pm 10$.

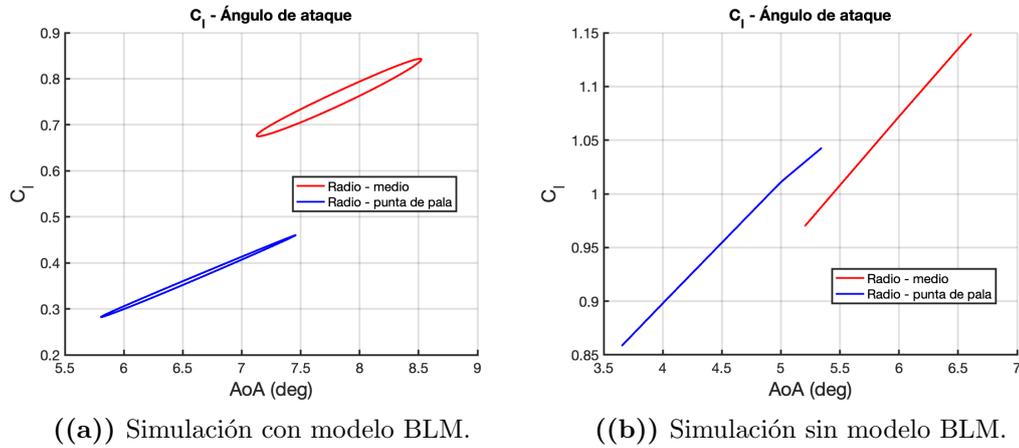
Se determina por medio de la ecuación (5.2) el error obtenido entre el modelo numérico y los datos experimentales.

$\alpha_M \pm \alpha_A$	Norma 2 (C_l)	Norma 2 (C_d)
8 ± 5.5	9.22 (%)	1.72 (%)
8 ± 10	10.14 (%)	0.71 (%)

Tabla 5.16: Error del modelo BLM.

Se emplea el modelo de referencia de 5 MW para estudiar la dinámica del modelo BLM sobre la operación de los aerogeneradores. Imponiendo un flujo de viento uniforme $\mathbf{v}_f = 8 \text{ m/s}$, se analiza la variación de los parámetros del modelo al no incluir e incluir el modelo BLM dentro del análisis no estacionario del sistema. Tomando dos secciones de referencia, a la mitad y en la punta de

una pala, se analiza la variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de ataque, resultado presentado en la Figura 5.29.

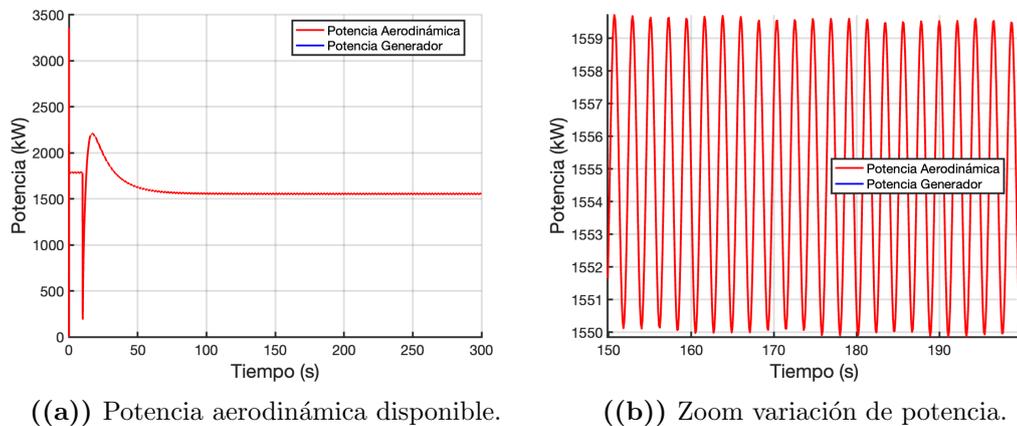


((a)) Simulación con modelo BLM.

((b)) Simulación sin modelo BLM.

Figura 5.29: Variación coeficiente de sustentación - ángulo de ataque.

La Figura 5.30 presenta la variación de la potencia aerodinámica, observándose los efectos del fenómeno de histéresis sobre los coeficientes aerodinámicos y su impacto sobre la operación del sistema.



((a)) Potencia aerodinámica disponible.

((b)) Zoom variación de potencia.

Figura 5.30: Potencia aerodinámica disponible modelo BLM.

Conclusión Preliminar

A partir de datos experimentales obtenidos del trabajo realizado por Ramsay et al. (1995), se logra ajustar el modelo de Beddoes y Leishman aplicado a aerogeneradores propuesto por Gupta y Leishman (2006). Se analiza el efecto del modelo aplicado al aerogenerador de referencia a partir del análisis del coeficiente de sustentación así como la potencia aerodinámica disponible. Se

logra apreciar el fenómeno de histéresis sobre el coeficiente de sustentación que se produce en los perfiles que componen el rotor, el cual en la condición de operación evaluada reduce las cargas generadas sin entrar en pérdida.

5.2.3. B3: Modelo de Estela dinámico

El modelo Estela dinámico propuesto por Oye detallado en el Anexo A.3.2, es validado de manera independiente al modelo estructural y luego se incorpora como una subrutina dentro del método de resolución BEM. La validación del modelo se basa en la comparativa a los resultados presentados por Branlard et al. (2022), quien plantea una resolución para el Modelo de Oye representado las ecuaciones diferencial de éste en formato vector de estados y parámetro τ_1 definido. En el trabajo indicado se utiliza el aerogenerador de referencia NREL 5MW, al cual se le impone un flujo uniforme $\mathbf{v}_f = 8$ m/s y se fija su velocidad angular, $\omega = 9.161$ RPM dentro del modelo BEM. Se analiza la variación del momento aerodinámico del sistema al modificar el ángulo θ_p de forma escalonda en un período de tiempo definido según la expresión

$$\theta_p = \begin{cases} 0 & t < 100 \text{ s} \\ 4 & 100 < t \leq 200 \text{ s} \\ 0 & t > 200 \text{ s} \end{cases} \quad (5.31)$$

Al imponer esta variación sobre el sistema, el parámetro de operación θ_p se modifica en el tiempo, lo que provoca un cambio de la variable velocidad inducida, alterando la dinámica de la estela y el momento aerodinámico del sistema. Esta variación sobre el momento aerodinámico del sistema no es escalonda sino que presenta un cambio transitorio como se observa en las Figuras 5.31 y 5.32. El modelo implementado es comparado con el modelo presentado por Branlard et al. (2022), cuyos resultados son dados para dos constantes de tiempo τ_1 distintas.

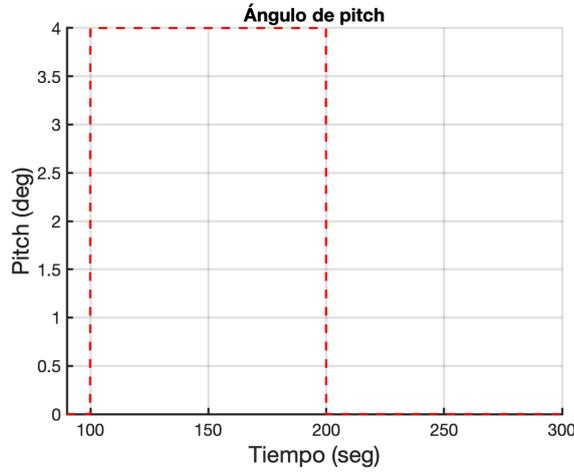


Figura 5.31: Variación θ_p .

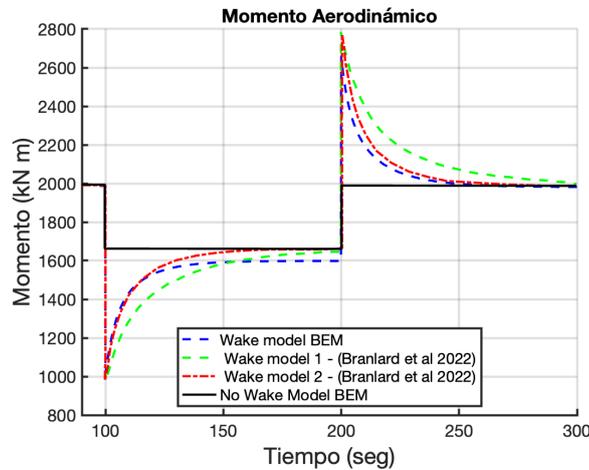


Figura 5.32: Variación momento aerodinámico.

Los resultados observados en la Figura 5.32 presentan gran similitud en su comportamiento, siendo que las tres curvas presentadas corresponden al mismo modelo pero con distintas constantes temporales. La variación de la componente inducida de la velocidad, así como el cambio en el ángulo de ataque para una sección en el mitad de la pala se presentan en las Figuras 5.33 y 5.34 respectivamente.

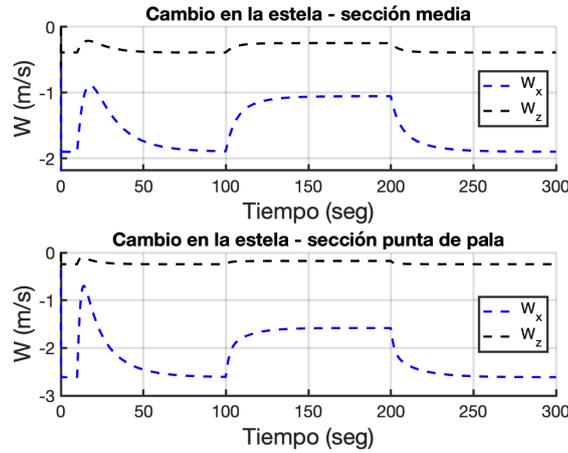


Figura 5.33: Variación de la estela local al elemento.

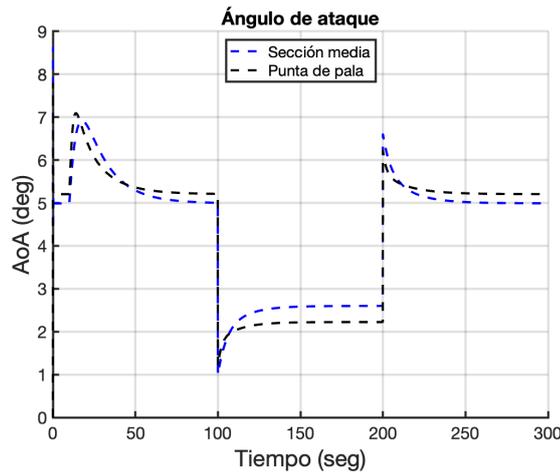


Figura 5.34: Variación del ángulo de ataque local.

Conclusión Preliminar

El caso de estudio planteado permite validar el modelo de estela dinámico que se produce en el flujo, producto del cambio de operación. El modelo es validado a partir de resultados presentados por Branlard et al. (2022), obteniéndose el comportamiento esperado. En cuanto a parámetros aerodinámicos se observa una variación esperada en el ángulo de ataque, acorde al cambio de ángulo de paso y con evolución lenta producto de los cambios en la estela. En cuanto a la estela, se analizan las componentes locales a dos secciones de la pala observándose una evolución lenta acorde a la hipótesis utilizada al emplear un esquema explícito de simulación.

5.3. Ejemplo 3: Análisis dinámico del modelo NREL 5 MW

El propósito del último caso de estudio es analizar la dinámica del aerogenerador de referencia sometido a un perfil de viento tipo capa límite atmosférica, el cual es detallado y formulado en la Sección A.2 del Anexo A. Se emplea la geometría completa del modelo de referencia, cuyas características estructurales se detallan en la Tabla A.3, discretizando el mismo en 50 elementos por pala. El modelo utilizado en esta etapa es flexible, por lo que se analizarán los efectos de deformación junto con su impacto en el rendimiento del sistema.

Sobre el modelo de referencia se analizan dos condiciones de operación para estudiar la robustez del modelo desarrollado.

La solución numérica al problema dinámico planteado en los diferentes casos de estudio consiste en la aplicación del método iterativo $\alpha - HHT$ con parámetro $\alpha = -0.05$ y paso de tiempo $\Delta t = 0.001$ segundos. Los criterios de convergencia utilizados se definen por el incremento del desplazamiento y de las fuerzas dentro del esquema iterativo, con tolerancias $tol_u = 1 \times 10^{-10}$ y $tol_f = 1 \times 10^{-5}$, respectivamente.

5.3.1. C1: Perfil de viento potencial

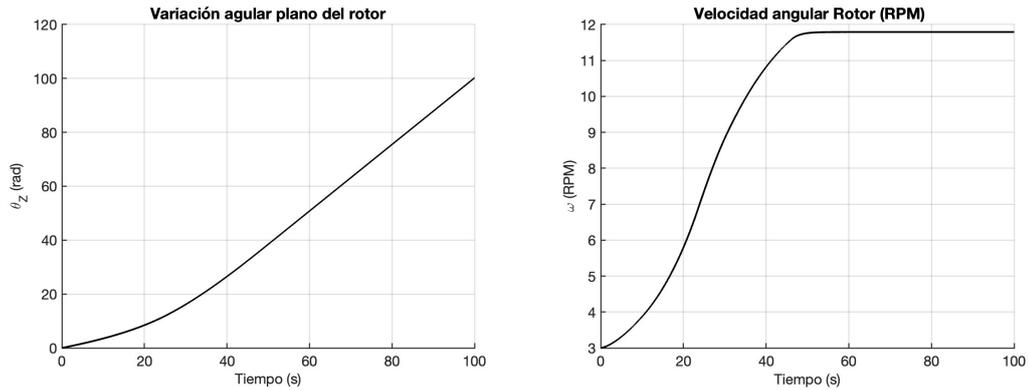
Definición del problema

El dominio de ejemplo planteado utiliza un solo aerogenerador sometido a un flujo de viento impuesto tipo perfil potencial de coeficiente $\alpha = 1/7$, determinado por la Ecuación (A.3). Esto permite observar la variabilidad de las fuerzas a lo largo de los ciclos de rotación.

La velocidad del viento a la altura del cubo se define $\mathbf{v}_f = 8$ m/s. Durante el arranque del modelo la velocidad a la altura del cubo se incrementa de forma lineal durante 10 segundos. Se simula un lapso de tiempo de 100 segundos con el objetivo de analizar el comportamiento transitorio y el estado estacionario de operación. Tanto el modelo de estela dinámica como el modelo de pérdida de sustentación dinámica, validados en la Sección 5.2, son considerados en el análisis transitorio.

Resultados numéricos

Se presentan a continuación los resultados obtenidos para el modelo de referencia NREL 5 MW. Las Figuras 5.35 presentan el comportamiento dinámico de las variables desplazamiento angular y velocidad angular del rotor.



((a)) Variación posición angular del rotor. ((b)) Variación velocidad angular del rotor.

Figura 5.35: Variación parámetros angulares del rotor.

La variación de las componentes de la velocidad en coordenadas absolutas se presenta en la Figura 5.36 para dos secciones de una pala, una ubicada en el radio $r = 16.2$ m y otra en el radio $r = 59.2$ m.

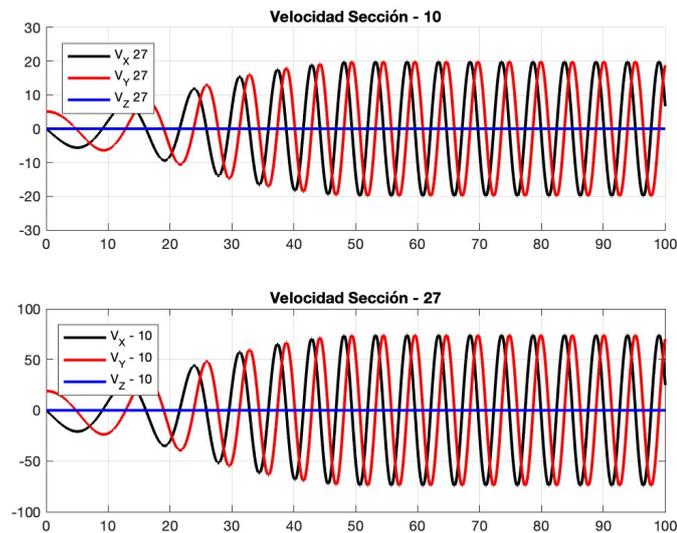


Figura 5.36: Componentes de velocidad.

Las componentes de potencia disponible y generada en un modelo de viento cortante se presentan en la Figura 5.37. Se analiza la potencia generada en una

ventana de tiempo, observándose la variabilidad esperada debido al cambio en el componente de momento generado por la rotación del rotor.

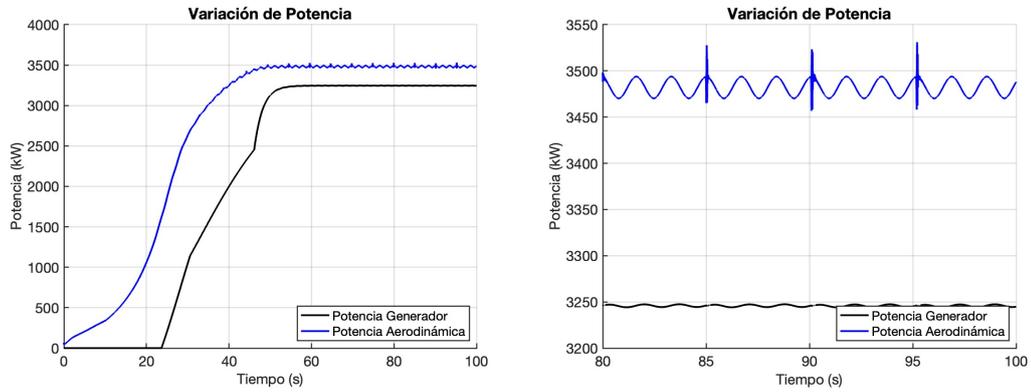


Figura 5.37: Curva de potencia generada.

Las Figuras 5.38 y 5.39 presentan las componentes de fuerza y las componente de las estelas presentadas en el sistema de ejes globales, generadas sobre dos secciones de una pala del rotor ubicadas en los radios $r = 16.2$ m y $r = 59.2$ m.

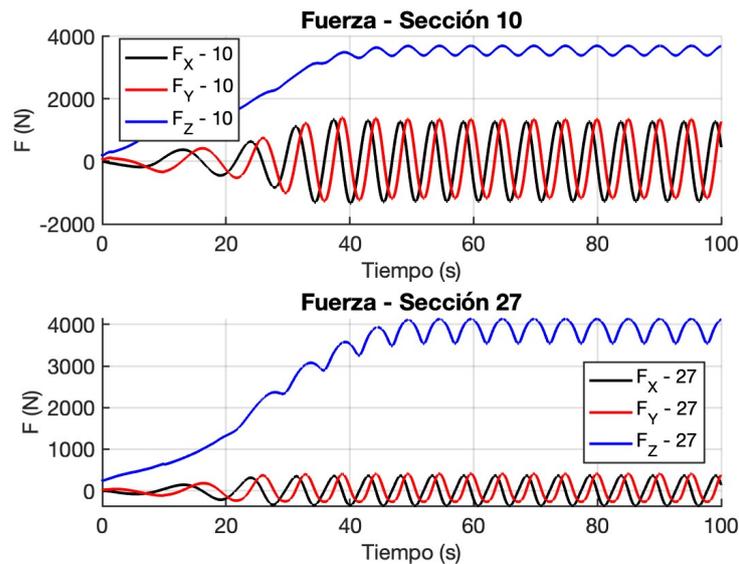


Figura 5.38: Componentes de fuerzas.

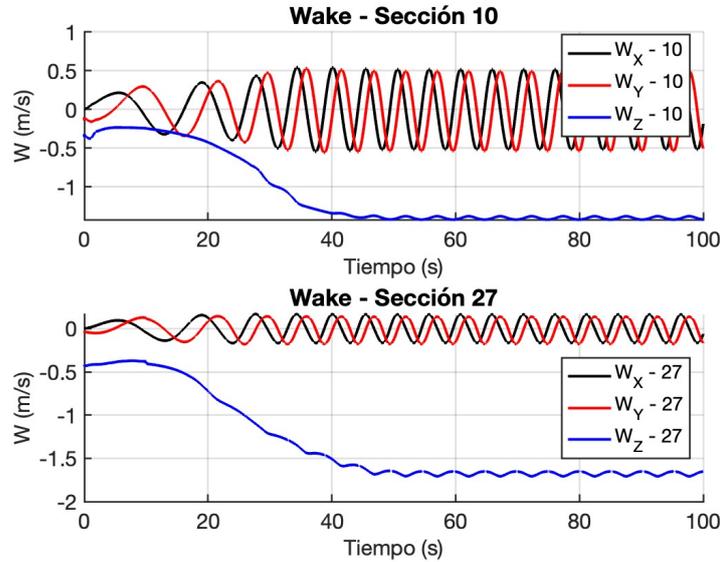


Figura 5.39: Componentes de la estela.

5.3.2. C2: Perfil de viento variable

Definición del problema

En este ejemplo se analiza un perfil de viento variable, donde el flujo corresponde a un viento uniforme de magnitud variable. El arranque del aerogenerador se realiza con un flujo de viento que aumenta linealmente de 2 hasta 8 m/s durante 10 segundos. En el instante $t = 100$ segundos, cuando se alcanza el régimen de funcionamiento para la velocidad inicial, la velocidad del viento se reduce a 4 m/s a la altura del cubo. Alcanzado un nuevo régimen, en el instante $t = 110$ segundos, la velocidad del viento se incrementa nuevamente de forma lineal hasta alcanzar 10 m/s, añadiendo una componente de viento en la dirección \vec{E}_Y con una magnitud de 0.5 m/s. En el instante $t = 150$ segundos, la velocidad axial del viento disminuye abruptamente en forma escalonada de 10 m/s a 8 m/s en la dirección axial \vec{E}_Z .

De esta forma, se logra modelar y analizar el comportamiento transitorio suave que puede generarse debido a la variabilidad del viento.

Resultados Numéricos

Las Figuras 5.40 y 5.41 presentan las componentes de fuerza y las componente de las estelas presentadas en el sistema de ejes globales, generadas sobre dos secciones de una pala del rotor ubicadas en los radios $r = 16.2$ m y

$r = 59.2$ m. En particular la Figura 5.40 permiten observar la variabilidad de la componente de fuerza y como la misma generar esfuerzos de fatiga sobre las palas.

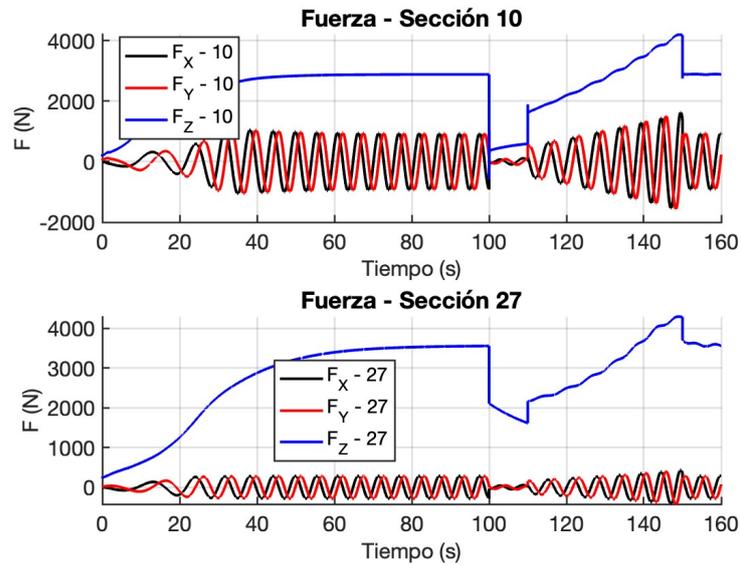


Figura 5.40: Componentes de fuerzas.

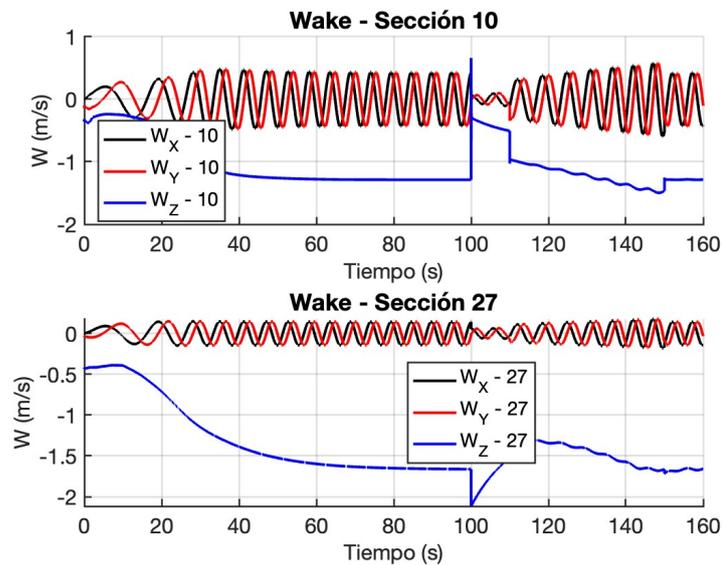


Figura 5.41: Componentes de la estela.

La Figura 5.42 muestra la variabilidad de la componentes de velocidad presentes en un rotor ante cambios de la velocidad del viento. Se observa una variación suave de las componentes de velocidad frente a cambios abruptos de

la velocidad de viento, esto se debe a la gran inercia existentes en un rotor lo que estabiliza su respuesta ante cambios.

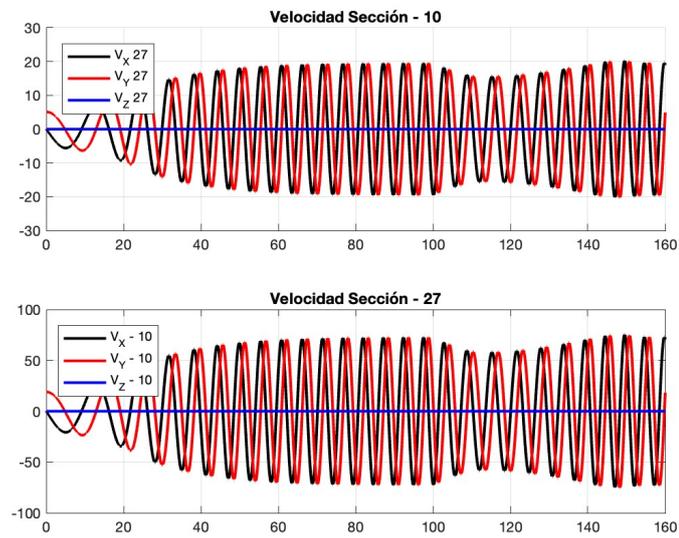


Figura 5.42: Componentes de velocidad en rotor.

Por último, la Figura 5.43 presenta la curva de variación de potencia frente a los cambios de viento. Se observa en particular cambios suaves en la curva de potencia del generador propios de la dinámica continua que se observa en los cambios de velocidad del rotor.

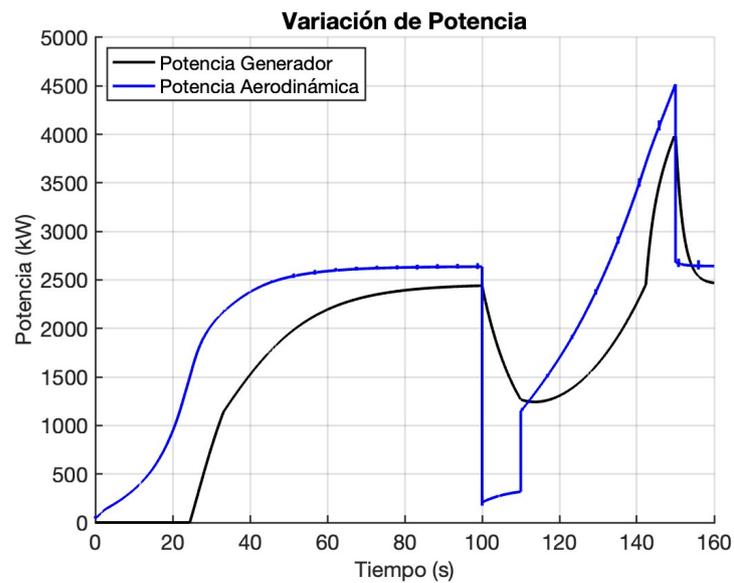


Figura 5.43: Curva de potencia del rotor.

5.3.3. Conclusiones preliminares

Este conjunto de casos de estudio permite evaluar la robustez del modelo ante condiciones de viento variables, observándose una solución estable frente a condiciones acotadas de operación.

En primer lugar, se evalúa un modelo de viento tipo perfil potencial, observándose un comportamiento estable de todos los parámetros de evaluación. El método de integración numérica de las fuerzas de viento resulta en fuerzas de empuje y momentos generadores mayores que los resultados presentados por J. Jonkman et al. 2009. Esto puede deberse a la estrategia de discretización utilizada y a las hipótesis planteadas.

En la Figura 5.37, se observa una pequeña oscilación numérica en posiciones múltiplo de $n2\pi$ vueltas, lo que inestabiliza la solución en condiciones de grandes desplazamientos y condiciones de viento de mayor magnitud. Se concluye de este ejemplo que esta inestabilidad puede tener origen en la periodicidad del propio modelo o en la falta de un modelo de amortiguamiento estructural.

En segundo lugar, se analiza el rotor frente a un campo de viento variable, lo que permite evaluar la respuesta y robustez del modelo ante cambios de operación en condiciones transitorias.

Todos los parámetros analizados presentan un comportamiento esperado de características suaves y estables. En particular, el modelo de estela dinámico se adapta correctamente dentro del esquema de resolución, presentando variaciones ante cambios de operación con características similares a las evaluadas en su validación.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

Este capítulo presenta el análisis de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las herramientas implementadas. Se examinan los procesos de validación realizados y los hitos alcanzados en el modelado aeroelástico de aerogeneradores. Además, se plantean los trabajos futuros necesarios para continuar mejorando el modelado del sistema aerogenerador.

6.1. Conclusiones

En la etapa inicial de este trabajo, se estudiaron los sistemas de generación de energía eólica. A través de la revisión bibliográfica se obtuvo una visión general de la industria eólica, su crecimiento, proyecciones y los principales desafíos que enfrenta. Se determinó que el vínculo entre el aumento de la capacidad de producción y el incremento en el tamaño de estos sistemas presenta un desafío significativo, impulsado en parte por nuevas técnicas de fabricación, la incorporación de materiales avanzados y mejoras operativas.

En contraposición, la creciente complejidad de estos sistemas resalta la necesidad de contar con modelos computacionales que logren predecir fallas y escenarios de generación a largo plazo. En este contexto, la aeroelasticidad se destacó como un aspecto clave para comprender estos sistemas. A partir del desarrollo del estado del arte en el área de la aeroelasticidad aplicada a aerogeneradores, se identificaron los modelos aerodinámicos y estructurales como pilares fundamentales de esta rama de la ciencia.

Basado en la revisión bibliográfica, se presentó un modelo de acoplamiento débil entre la metodología de cálculo aerodinámico BEM y la formulación co-

rotacional para el modelado de estructuras, incorporando estrategias de control operacional. Esta integración se realizó dentro del código [ONSAS](#), incluyendo subrutinas de cálculo de fuerzas aerodinámicas y la estrategia de control de operación dentro del esquema de resolución estructural. La integración se construyó a partir de una serie de ejemplos que permitieron validar tanto la integración en la resolución estructural como el método de cálculo de fuerzas aerodinámicas no estacionarias.

Conclusión 1

Este trabajo desarrolló y presentó un esquema de acoplamiento débil para resolver el modelo aeroelástico del rotor de un aerogenerador. Primero se resolvieron ejemplos simplificados con soluciones analíticas definidas, validando así la integración del cálculo de fuerzas aerodinámicas y acciones de control externas dentro del esquema de resolución del código [ONSAS](#).

Se verificó la integración del cálculo de fuerzas aerodinámicas y fuerzas externas de control en elementos de sección variable a través de cuatro ejemplos de solución analítica definida, incrementando el grado de complejidad de los mismos.

Sobre estos modelos simplificados no se consideraron los fenómenos transitorios asociados a la aerodinámica, lo cual permitió verificar el método de integración numérica en los elementos (Ejemplo [5.1.1](#)), la incorporación de elementos de sección y propiedades variables (Ejemplos [5.1.2](#) y [5.1.3](#)), y la incorporación de acciones externas de control (Ejemplo [5.1.4](#)). Este conjunto de modelos confirmó la completitud del esquema de acoplamiento utilizado, que posteriormente se aplicó a un modelo de referencia. Estos modelos también permitieron determinar los parámetros de discretización espacial y temporal necesarios para reducir el error de la solución.

Conclusión 2

Para determinar las cargas aerodinámicas, se escogió la metodología de cálculo BEM debido a su simplicidad y los buenos resultados reportados en la bibliografía científica. Aunque el BEM es un método estacionario cuenta con un conjunto de correcciones que permiten su aplicación en el esquema transitorio de operación de un aerogenerador. En este trabajo, se validó la metodología BEM incorporando modelos no estacionarios para los fenómenos de pérdida de

sustentación dinámica y el modelo de estela dinámica. La formulación completa de esta metodología de cálculo aerodinámico se detalló en el Capítulo 3 y en el Anexo A.

El método BEM en su forma no estacionaria fue validado a través de un conjunto de casos de estudio presentados en la Sección 5.2. Para esta validación, se utilizó el modelo de aerogenerador de referencia de 5 MW desarrollado por NREL, detallado en la Sección 4.5. Tanto los parámetros geométricos como las propiedades aerodinámicas fueron interpolados con splines cúbicos para su representación geométrica y material en la implementación del código [ONSAS](#).

La validación del modelo se realizó en tres etapas, mediante la comparación con resultados disponibles en la bibliografía. Primero, el modelo BEM no estacionario y las estrategias de control se validaron por medio del Ejemplo 5.2.1, en el cual parámetros de operación fueron determinados. Segundo, el modelo de pérdida de sustentación dinámica propuesto por Beddoes y Leishman se validó en el Ejemplo 5.2.2 dentro del esquema de resolución BEM. Finalmente, el modelo de estela dinámica fue validado en el Ejemplo 5.2.3.

Todos los modelos fueron incorporados en el esquema de resolución de [ONSAS](#) como subrutinas de cálculo, acoplándolos al esquema de resolución estructural.

En la integración del método BEM dentro del esquema de resolución de la dinámica estructural, tanto las variables cinemáticas del sistema como los parámetros aerodinámicos mostraron un comportamiento suave y estable. Sin embargo, se observaron oscilaciones numéricas en ciertos puntos de operación cuyo origen no se pudo determinar, con varias posibles causas. En primer lugar, la discretización utilizada y el método de interpolación para generar secciones intermedias pueden introducir cambios abruptos en algunos parámetros, especialmente en funciones no lineales, como son los coeficientes de los perfiles alares. Además, al aumentar de 17 a 50 secciones aerodinámicas, las curvas polares pueden diferir en las zonas de transición, introduciendo errores de cálculo. Asimismo, la representación de la estructura en la resolución de la dinámica del rotor no fue completa; aspectos como la geometría del rotor y el generador fueron condensados en pequeños elementos, lo que lleva a resolver un problema con características distintas.

Conclusión 3

A partir de un conjunto de hipótesis sobre la representación estructural, las condiciones de borde y las condiciones iniciales, se logró modelar en este trabajo la respuesta dinámica del modelo de referencia de 5 MW frente a un flujo de viento variable en tiempo y espacio. Definiendo un conjunto de condiciones iniciales, se validó el proceso de arranque del modelo sin incluir grandes transitorios que inestabilicen la solución numérica.

Se utilizó un modelo de perfil potencial de viento en la región de la capa límite atmosférica para modelar el aerogenerador ante un flujo de viento con características reales. En este modelo se incluyeron los efectos del cambio de velocidad y dirección para analizar la respuesta transitoria del sistema. Se utilizó una función de flujo de viento variable en dirección y modulo, que permitió estudiar la respuesta del modelo del aerogenerador frente a condiciones no estacionarias de operación.

Los resultados obtenidos pueden reproducirse para cualquier geometría de aerogenerador disponible. Esta herramienta establece una base sólida para la utilización de modelos de referencia, su discretización y parametrización estructural. Este entendimiento permite, con miras en el futuro, escalar cualquier geometría disponible.

Sin embargo, se encontró una limitación significativa en los tiempos de simulación con cierto grado de inestabilidad numérica en problemas flexibles. El lenguaje de programación MATLAB presenta un cuello de botella en el ensamblaje de las matrices, lo que incrementa considerablemente los tiempos de cálculo.

6.2. Trabajos futuros

Este trabajo plantea líneas iniciales para el modelado aeroelástico de un aerogenerador y define el camino para continuar el estudio de estos modelos, con el objetivo de obtener una mayor comprensión de su respuesta. Algunos de las temáticas a continuar trabajando son:

- Inclusión de un modelo de amortiguamiento estructural dentro de la formulación co-rotacional. De la revisión bibliográfica se determinó que modelos como la formulación de Rayleigh (Rayleigh y Lindsay, 1945) para la determinación de la matriz C de amortiguamiento, son utilizados

en los códigos disponibles. De la información recopilada en aplicaciones de aerogeneradores, se plantea la utilización de la dependencia lineal entre C y la matriz de rigidez K del elemento.

- En lo que respecta a la implementación realizada, identificar los causales de inestabilidad numérica observados. Estos podrían estar vinculados a aspectos de la implementación del modelo de aerogenerador.
- Incluir un modelo de viento con componente turbulenta en el estudio aeroelástico de aerogeneradores. Programas como [TurbSim](#) podrían acoplarse al código de resolución estructural para simular condiciones de viento bajo norma.
- Completar la validación del modelo de flujo inclinado lo que permitirá analizar condiciones de operación de guiñado del rotor.
- Determinar la expresión analítica para la linealización del vector de fuerzas aerodinámico. Esto permitirá determinar la matriz tangente de fuerzas aerodinámica con mayor precisión y menor costo computacional.
- Incorporar el modelo de la torre deformable y su efecto en la dinámica del rotor. La resolución dinámica del modelo de la torre resulta importante para obtener una representación final de la dinámica global del sistema.
- Incorporar un modelo de viga que incluya las propiedades geométricas y material del eje de transmisión y el generador.
- Implementar un módulo modal dentro del [ONSAS](#) capaz de calcular los modos de vibración de la estructura. Esto resulta una herramienta importante para el estudio de fatiga del sistema.
- Modelar la dinámica multicuerpo del aerogenerador incorporando uniones entre elementos rígidos y elementos flexibles para la resolución total de la dinámica del problema.
- Migrar el programa [ONSAS](#) hacia un lenguaje más eficiente como puede ser FORTRAN, lo que mejoraría los tiempos de resolución.

Referencias bibliográficas

- Al-Ahmar, E., Benbouzid, M. E., Amirat, Y., y Elghali, S. E. (2008). DFIG-based wind turbine fault diagnosis using a specific discrete wavelet transform. *Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines, ICEM'08*. <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4800033>
- Bak, C., Madsen, H. A., Skrzypiński, W., y Gamesa, S. (2013). DANAERO MW II: Final Report. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.13805.03042>
- Bak, C., Zahle, F., Bitsche, R., Kim, T., Yde, A., Henriksen, L. C., Nata-rajan, A., y Hansen, M. H. (2013). Department of Wind Energy I-Report Description of the DTU 10 MW Reference Wind Turbine.
- Bardina. J, R. W. C., Ferziger. J. H. (1980). Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation.
- Battini, J.-M., y Pacoste, C. (2002). Co-rotational beam elements with warping effects in instability problems. www.elsevier.com/locate/cma
- Bauchau, A., y Nikishkov, Y. G. (2001). Modeling Rotorcraft Dynamics with Finite Element Multibody Procedures. www.elsevier.nl/locate/mcm
- Bauchau, O. A., y Craig, J. I. (2009). Euler-Bernoulli beam theory. En *Structural Analysis* (pp. 173-221). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-2516-6_5
- Baungaard, M., van der Laan, M. P., y Kelly, M. (2022). RANS modeling of a single wind turbine wake in the unstable surface layer. *Wind Energy Science*, 7(2), 783-800. <https://doi.org/10.5194/wes-7-783-2022>
- Belytschko, T., y Glaum, L. W. (1979). Applications of higher order corotational stretch theories to nonlinear finite element analysis. *Computers Structures*, 10(1), 175-182. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7949\(79\)90085-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0045-7949(79)90085-3)

- Betz, A. (1919). Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. Mit einem Zusatz von l. Prandtl. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125308525>
- Boorsma, K., Schepers, G., Madsen, H. A., Pirrung, G., Sørensen, N., Bangga, G., Imiela, M., Grinderslev, C., Forsting, A. M., Shen, W. Z., Croce, A., Cacciola, S., Schaffarczyk, A. P., Lobo, B., Blondel, F., Gilbert, P., Boisard, R., Höning, L., Greco, L., ... Vijayakumar, G. (2023). Progress in the validation of rotor aerodynamic codes using field data. *Wind Energy Science*, 8, 211-230. <https://doi.org/10.5194/wes-8-211-2023>
- Bottasso, C., Campagnolo, F., Croce, A., Dilli, S., Gualdoni, F., y Nielsen, M. (2013). Structural optimization of wind turbine rotor blades by multi-level sectional/multibody/3D-FEM analysis. *Multibody System Dynamics*, 32, 87-116. <https://doi.org/10.1007/s11044-013-9394-3>
- Bramwell, A. R. S. (2001). *Helicopter Dynamics*. American Institute of Aeronautics; Astronautics.
- Branlard, E., Jonkman, B., Pirrung, G., Dixon, K., y Jonkman, J. (2022). Dynamic inflow and unsteady aerodynamics models for modal and stability analyses in OpenFAST. *Journal of Physics: Conference Series*, 2265, 032044. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2265/3/032044>
- Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N., y Bossanyi, E. (2001). *Wind Energy Handbook*.
- Cardona, A., y Geradin', M. (1988). A beam finite element non-linear theory with finite rotations.
- Chaviaropoulos, P. K., y Hansen, M. O. (2000). Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3d navier-stokes solver. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 122, 330-336. <https://doi.org/10.1115/1.483261>
- Chou, J. S., y Tu, W. T. (2011). Failure analysis and risk management of a collapsed large wind turbine tower. *Engineering Failure Analysis*, 18, 295-313. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2010.09.008>
- Crisfield, M. A. (1997). *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures Volume 2: Advanced Topics*.
- De-shun, L. (2008). A Study on the Turbulence Models for the CFD Calculation of the Horizontal Axis Wind Turbine. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:112295211>

- Downer, J. D., Park, K. C., y Chiou, J. C. (1992). Dynamics of flexible beams for multibody systems: A computational procedure.
- Draper, M. (2015). *Simulación del campo de vientos y de la interacción entre aerogeneradores*. [Tesis doctoral]. <https://hdl.handle.net/20.500.12008/22464>
- Draper, M., López, B., Maiuri, D., Decaro, C., y Campagnolo, F. (2022). Large eddy simulation of an onshore wind farm under different operating regimes including topographic effects. *Journal of Physics: Conference Series*, 2265, 022039. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2265/2/022039>
- Ferziger, J. H., y Peric, M. (2002). Computational Methods for Fluid Dynamics.
- Gebhardt, C. G., y Rocca, B. A. (2014). Non-linear aeroelasticity: An approach to compute the response of three-blade large-scale horizontal-axis wind turbines. *Renewable Energy*, 66, 495-514. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2013.12.040>
- Glauert, H. (1926). A General Theory of Autogyre. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3572.6563>
- Glauert, H. (1935). Airplane Propellers.
- Gonzalez, A., Gomez-Iradi, S., y Munduate, X. (2014). Validation of DYSTOOL for unsteady aerodynamic modeling of 2D airfoils. *Journal of Physics: Conference Series*, 524. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/524/1/012130>
- Gupta, S., y Leishman, J. G. (2006). Dynamic stall modelling of the S809 aerofoil and comparison with experiments. *Wind Energy*, 9, 521-547. <https://doi.org/10.1002/we.200>
- Hansen, M. H. (2011a). Aeroelastic properties of backward swept blades. <https://doi.org/10.2514/6.2011-260>
- Hansen, M. H. (2011b). Aeroelastic properties of backward swept blades. <https://doi.org/10.2514/6.2011-260>
- Hansen, M. O. (2015). Aerodynamics of Wind Turbines.
- Hansen, M. O., Sørensen, J. N., Voutsinas, S., Sørensen, N., y Madsen, H. A. (2006). State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in Aerospace Sciences*, 42, 285-330. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2006.10.002>

- Hansen, M. H., A. M. H., Gaunaa, M. (2004). A Beddoes Leishman Type Dynamic Stall Model in state space and indicial formulations. *Forskningscenter Risoe*.
- Hilber, H. M., Hughes, T. J. R., y Taylor, R. L. (1977). Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 5(3), 283-292. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/eqe.4290050306>
- Hodges, D. H. (2006). *Nonlinear composite beam theory*. American Institute of Aeronautics; Astronautics.
- Hodges, D. H., y Pierce, G. A. (2012). *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*.
- Hyeongmin Moon, S. T., Haeseong Cho, y Kim, T. (2023). Development of three-dimensional co-rotational beam model for nonlinear dynamic analysis of highly flexible slender composite blades. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 30(10), 1943-1954. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2048148>
- Inc., T. M. (2022). MATLAB version: 9.13.0 (R2022b). <https://www.mathworks.com>
- Jonkman, J., Butterfield, S., Musial, W., y Scott, G. (2009). Definition of a 5-MW Reference Wind Turbine for Offshore System Development. <http://www.osti.gov/bridge>
- Jonkman, J. M., y Buhl, M. L. (2005). FAST User's Guide. <http://wind.nrel.gov/designcodes/simulators/fast/FAST.pdf>
- Kallesøe, B. S. (2007). Equations of motion for a rotor blade, including gravity, pitch action and rotor speed variations. *Wind Energy*, 10, 209-230. <https://doi.org/10.1002/we.217>
- Kim, T., Hansen, A. M., y Branner, K. (2013). Development of an anisotropic beam finite element for composite wind turbine blades in multibody system. *Renewable Energy*, 59, 172-183. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.renene.2013.03.033>
- Knudsen, T., Bak, T., y Svenstrup, M. (2015). Survey of wind farm control - Power and fatigue optimization. *Wind Energy*, 18, 1333-1351. <https://doi.org/10.1002/we.1760>
- Laan, M. P. V. D., Storey, R. C., Sørensen, N. N., Norris, S. E., y Cater, J. E. (2014). A CFD code comparison of wind turbine wakes. *Journal*

- of Physics: Conference Series*, 524. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/524/1/012140>
- Laan, M. P. D., Baungaard, M., y Kelly, M. (2021). Inflow modeling for wind farm flows in RANS. *Journal of Physics: Conference Series*, 1934. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1934/1/012012>
- Lanzafame, R., y Messina, M. (2007). Fluid dynamics wind turbine design: Critical analysis, optimization and application of BEM theory. *Renewable Energy*, 32, 2291-2305. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2006.12.010>
- Larsen, T. J., y Hansen, A. M. (2007). How 2 HAWC2, the user's manual.
- Larsen, T. J., Hansen, A. M., y Buhl, T. (2004). Aeroelastic effects of large blade deflections for wind turbines. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:125582608>
- Le, T. N., Battini, J. M., y Hjjaj, M. (2014a). A consistent 3D corotational beam element for nonlinear dynamic analysis of flexible structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 269, 538-565. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2013.11.007>
- Le, T. N., Battini, J. M., y Hjjaj, M. (2014b). Corotational formulation for nonlinear dynamics of beams with arbitrary thin-walled open cross-sections. *Computers and Structures*, 134, 112-127. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2013.11.005>
- Le, T.-N., Battini, J.-M., y Hjjaj, M. (2011). Efficient formulation for dynamics of corotational 2D beams. *Computational Mechanics*, 48, 153-161.
- Lee, D., Hodges, D. H., y Patil, M. J. (2002). Multi-flexible-body Dynamic Analysis of Horizontal Axis Wind Turbines. *Wind Energy*, 5, 281-300. <https://doi.org/10.1002/we.66>
- Lee, J., y Zhao, F. (2022). Global Wind Report 2022. *Global Wind Energy Council*.
- Leishman, J. G. (1988). Two-dimensional model for airfoil unsteady drag below stall. *Journal of Aircraft*, 25, 665-666. <https://doi.org/10.2514/3.45639>
- Leishman, J. G. (2006). Principles of Helicopter Aerodynamics.
- Leishman, J. G. (2011). Final Report: Assessment of 'AeroDyn' Theory Basis Including Unsteady Aerodynamics Modules.
- Leishman, J. G., Bcddoes, T. S., y Aerodynamicist, S. (1989). A Semi-Empirical Model for Dynamic Stall.

- Leishman, J. G., Beddoes, T. S., y Ltd., W. H. (1986). A Generalised Model for Airfoil Unsteady Aerodynamic Behaviour and Dynamic Stall Using the Indicial Method. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:126280624>
- Lin, M., y Porté-Agel, F. (2022). Large-eddy simulation of a wind-turbine array subjected to active yaw control. *Wind Energy Science*, 7, 2215-2230. <https://doi.org/10.5194/wes-7-2215-2022>
- Madsen, H. A., Larsen, T. J., Pirrung, G. R., Li, A., y Zahle, F. (2020). Implementation of the blade element momentum model on a polar grid and its aeroelastic load impact. *Wind Energy Science*, 5, 1-27. <https://doi.org/10.5194/wes-5-1-2020>
- Manolas, D., Riziotis, V., y Voutsinas, S. (2015). Assessing the Importance of Geometric Nonlinear Effects in the Prediction of Wind Turbine Blade Loads. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 10, 041008. <https://doi.org/10.1115/1.4027684>
- Manwell, J. F., McGowan, J. G., y Rogers, A. L. (2009). *Wind energy explained: theory, design and application*. Wiley.
- Maza, M. S., Preidikman, S., y Flores, F. G. (2017). AEROELASTICIDAD COMPUTACIONAL DE GRANDES AEROGENERADORES: ESTADO DEL ARTE, DESAFÍOS Y ÁREAS DE VACANCIA.
- Menter, F. R. (1994). Improved Two-Equation k-Turbulence Models for Aerodynamic Flows.
- Mo, W., Li, D., Wang, X., y Zhong, C. (2015). Aeroelastic coupling analysis of the flexible blade of a wind turbine. *Energy*, 89, 1001-1009. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.06.046>
- Moriarty, P. J., y Hansen, A. C. (2005). AeroDyn Theory Manual. <https://github.com/OpenFAST/openfast/tree/main/modules/aerodyn>
- Munduate, X., Coton, F. N., y Galbraith, R. A. D. (2004). An investigation of the aerodynamic response of a wind turbine blade to tower shadow. *Journal of Solar Energy Engineering, Transactions of the ASME*, 126, 1034-1040. <https://doi.org/10.1115/1.1765683>
- Neto, A. G., Martins, C. A., y Pimenta, P. M. (2014). Static analysis of offshore risers with a geometrically-exact 3D beam model subjected to unilateral contact. *Computational Mechanics*, 53, 125-145. <https://doi.org/10.1007/s00466-013-0897-9>

- Newmark., N. M. (1959). A Method of Computation for Structural Dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division.*, 85(3), 67-94. <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0000098>
- Ning, A., Hayman, G., Damiani, R., y Jonkman, J. M. (2015). Development and Validation of a New Blade Element Momentum Skewed-Wake Model within AeroDyn. En *33rd Wind Energy Symposium*. <https://doi.org/10.2514/6.2015-0215>
- Ning, S. A. (2014). A simple solution method for the blade element momentum equations with guaranteed convergence. *Wind Energy*, 17(9), 1327-1345. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/we.1636>
- Nour-Omid, B., y Rankin, C. (1991). Finite rotation analysis and consistent linearization using projectors.
- Oñate, E. (2010). Structural analysis with the finite element method. Linear statics. Volume 2: Beams, plates and shells.
- Oye, S. (1996). FLEX4 Simulation of Wind Turbine Dynamics.
- Øye, S. (1991). *Tjæreborg Wind Turbine: 4. dynamic inflow measurement*.
- Pereira, R., Schepers, G., y Pavel, M. (2013). Validation of the Beddoes-Leishman Dynamic Stall Model for Horizontal Axis Wind Turbines using MEXICO data. *Wind Energy*, 16, 207-219. <https://doi.org/10.1002/we.541>
- Pereira, R., Schepers, G., y Pavel, M. D. (2013). Validation of the Beddoes-Leishman dynamic stall model for horizontal axis wind turbines using MEXICO data. *Wind Energy*, 16, 207-219. <https://doi.org/10.1002/we.541>
- Petersen, T. (1990). General rights Kinematically nonlinear finite element model of a horizontal axis wind turbine. Part 2: Supplement. Inertia matrices and aerodynamic model.
- Pierce, K., y Hansen, A. C. (1995). Prediction of Wind Turbine Rotor Loads Using the Beddoes-Leishman IVIodel for Dynamic Stall. <http://solarenergyengineering.asmedigitalcollection.asme.org/>
- Pirrung, G., Madsen, H. A., Kim, T., y Heinz, J. (2016). A coupled near and far wake model for wind turbine aerodynamics. *Wind Energy*, 19, 2053-2069. <https://doi.org/10.1002/we.1969>
- Pitt, D. M. (1981). Theoretical prediction of dynamic-in ow derivatives. <https://www.researchgate.net/publication/238355026>
- Prandtl, L. (1924). Application of Modern Hydrodynamics to Aeronautics.

- Qiu, M., Zhou, Z., y Zhang, J. (2009). Three-dimensional flow simulation for horizontal axis wind turbine. *2009 World Non-Grid-Connected Wind Power and Energy Conference*, 1-5. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:23983778>
- Quarton, D. C. (1998). The evolution of wind turbine design analysis—a twenty year progress review. *Wind Energy*, 1, 5-24. [https://doi.org/https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1824\(199804\)1:1+5::AID-WE13.0.CO;2-I](https://doi.org/https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1824(199804)1:1+5::AID-WE13.0.CO;2-I)
- Ramsay, R., Hoffman, M., y Gregorek, G. (1995). *Effects of Grit Roughness and Pitch Oscillations on the S809 Airfoil*. National Renewable Energy Laboratory. <https://books.google.com.uy/books?id=WV3USgAACAAJ>
- Rani, M., Choudhary, P., Krishnan, V., y Zafar, S. (2021, junio). A review on recycling and reuse methods for carbon fiber/glass fiber composites waste from wind turbine blades. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.108768>
- Rayleigh, J., y Lindsay, R. (1945). *The Theory of Sound*. Dover Publications. <https://books.google.com.uy/books?id=v4NSAIsTwnQC>
- Resor, B. R. (2013). Definition of a 5MW/61.5m wind turbine blade reference model. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:113028811>
- Schepers, G. (2012). *Engineering models in wind energy aerodynamics development, implementation and analysis using dedicated aerodynamic measurements : proefschrift*. Technische Universiteit Delft.
- Schepers, J. G., y Snel, H. (1995). Dynamic inflow. Yawed conditions and partial span pitch control. <https://doi.org/https://doi.org/>
- Shabana, A. A., Bauchau, O. A., y Hulbert, G. M. (2007, octubre). Integration of large deformation finite element and multibody system algorithms. <https://doi.org/10.1115/1.2756075>
- Shen, W. Z., Zhu, W. J., y Sørensen, J. N. (2011). Actuator line/Navier–Stokes computations for the MEXICO rotor: comparison with detailed measurements. *Wind Energy*, 15(5), 811-825. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/we.510>
- Simo, J. C., y Vu-Quoc, L. (1986). A THREE-DIMENSIONAL FINITE-STRAIN ROD MODEL. PART II: COMPUTATIONAL ASPECTS.
- Snel, H., y Schepers, J. G. (1995). Joint investigation of dynamic inflow effects and implementation of an engineering method.
- Snel, H., Schepers, J. G., y Montgomerie, B. (2007). The MEXICO project (Model Experiments in Controlled Conditions): The database and first

- results of data processing and interpretation. *Journal of Physics: Conference Series*, 75(1), 012014. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/75/1/012014>
- Sørensen, J. N., y Kuik, G. A. V. (2011). General momentum theory for wind turbines at low tip speed ratios. *Wind Energy*, 14, 821-839. <https://doi.org/10.1002/we.423>
- Sorensen, J. N., y Myken, A. (1992). Unsteady actuator disc model for horizontal axis wind turbines.
- Sørensen, J. N. (2016). *General Momentum Theory for Horizontal Axis Wind Turbines*. <http://www.springer.com/series/11859>
- Sorensen, J. N., y Kock, C. W. (1995). A model for unsteady rotor aerodynamics.
- Spalart, P. R., y Allmaras, S. R. (1994). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. 439. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- Spera, D. A. (1994). *Wind Turbine Technology*. Fairfield, NJ (United States); American Society of Mechanical Engineers. <https://www.osti.gov/biblio/6960578>
- Stoevesandt, B., Schepers, G., Fuglsang, P., y Sun, Y. (2022). *Handbook of Wind Energy Aerodynamics*.
- Stubkier, S., Pedersen, H. C., y Jonkman, J. M. (2014). Analysis of load reduction possibilities using a hydraulic soft yaw system for a 5-MW turbine and its sensitivity to yaw-bearing friction. *Engineering Structures*, 69, 123-134. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.01.022>
- Theodorsen, T. (1949). General Theory of Aerodynamic Instability And The Mechanism of Flutter. *Classical Aerodynamic Theory*, 291.
- Usera, G., Vernet, A., y Ferre, J. (2008). A Parallel Block-Structured Finite Volume Method for Flows in Complex Geometry with Sliding Interfaces. *Flow, Turbulence and Combustion*, 81, 471-495. <https://doi.org/10.1007/s10494-008-9153-3>
- Vanzulli, M. (2021). Implementación de una formulación corrotacional en dinámica no lineal y aplicación al modelado de líneas de transmisión eléctrica.
- Vanzulli, M., y Pérez Zerpa, J. M. (2023). A co-rotational formulation for quasi-steady aerodynamic nonlinear analysis of frame structures. *Heliyon*, 9(9), e19990. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19990>

- Vestas. (2023). Vestas Wind Systems A/S. <https://www.vestas.com/en/media/images>
- Viterna, L. A., y Janetzke, D. C. (1982). Theoretical and Experimental power from Large Horizontal-Axis Wind Turbine.
- Wagner, H. (1925). Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5, 17-35.
- Wang, G., Qi, Z., y Xu, J. (2020). A high-precision co-rotational formulation of 3D beam elements for dynamic analysis of flexible multibody systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 360, 112701. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112701>
- Wang, L., Liu, X., y Kolios, A. (2016, octubre). State of the art in the aeroelasticity of wind turbine blades: Aeroelastic modelling. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.06.007>
- Wang, L., Liu, X., Renevier, N., Stables, M., y Hall, G. M. (2014). Nonlinear aeroelastic modelling for wind turbine blades based on blade element momentum theory and geometrically exact beam theory. *Energy*, 76, 487-501. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.08.046>
- Wang, Q., Sprague, M., y Jonkman, J. (2016). Partitioned nonlinear structural analysis of wind turbines using BeamDyn. <https://doi.org/10.2514/6.2016-0753>
- Yang, J., y Xia, P. (2019). Rotation vector and its complement parameterization for singularity-free corotational shell element formulations. *Computational Mechanics*, 64. <https://doi.org/10.1007/s00466-019-01681-8>
- Zhao, D., Han, N., Goh, S. C., Cater, J., y Reinecke, A. (2019, enero). Aerodynamics of horizontal axis wind turbines and wind farms. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817135-6.00007-7>
- Zhao, X., Maißer, P., y Wu, J. (2007). A new multibody modelling methodology for wind turbine structures using a cardanic joint beam element. *Renewable Energy*, 32, 532-546. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2006.04.010>
- Zienkiewicz, O. C. (1972). Introductory Lectures on the Finite Element Method.

APÉNDICES

Apéndice A

Características del aerogenerador

A.1. Aerogenerador de eje horizontal

A continuación se presenta una descripción de los componentes que conforman un aerogenerador de eje horizontal Multimegawatt.

Góndola o Nacelle En la Figura A.1 se muestran los componentes principales alojados dentro de la góndola, donde se lleva a cabo la transformación de la energía cinética de rotación en energía eléctrica. Estos componentes incluyen el tren de transmisión, la caja multiplicadora, el generador eléctrico, los frenos y los sistemas de control, secuencia de componentes que es conectada al eje horizontal en el que gira el rotor. Esta parte esencial de la turbina suele tener forma cilíndrica o cónica y se encuentra en la parte superior de la torre del aerogenerador. Dentro de la misma se realiza el montaje y alineación del tren de transmisión y el generador, actuando también como protección de estos ante las condiciones climáticas a las que estos sistemas se encuentran expuestos. Esta estructura es montada sobre el sistema de orientación el cual permite alinear el rotor y el tren de transmisión con el viento incidente.

Rotor El rotor constituye el componente principal de un aerogenerador, el cual se encarga de aprovechar la energía cinética contenida en el viento. Este se encuentra compuesto por las palas y el cubo, elementos que desempeñan un rol crucial en el rendimiento del sistema. Como fue indicado, el diseño de las

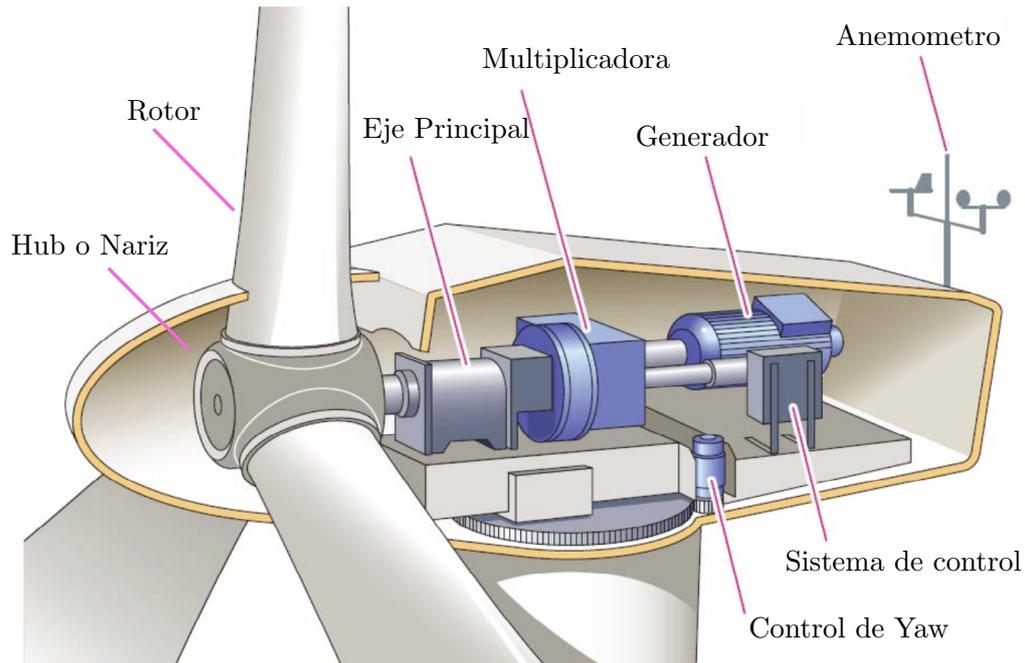


Figura A.1: Interior de la Góndola (Al-Ahmar et al. 2008).

palas se basa en perfiles alares variables en la dirección radial del rotor, sobre los cuales se generan las fuerzas de sustentación necesarias para la conversión de energía cinética del viento en energía mecánica de rotación. Dentro de los parámetros de diseño principales del rotor destacan la altura del cubo del rotor, H_h , y el diámetro del rotor, D_r . Estos parámetros influyen en la capacidad del sistema, dada la relación existente entre la altura y la velocidad de viento, y el área de barrido del rotor respecto a la potencia captada. Estos factores, junto con consideraciones constructivas, son evaluados para lograr una relación óptima entre la producción de energía y los costos operativos asociados al funcionamiento.

En cuanto a la construcción de las palas, esta ha ido cambiando junto con los avances tecnológicos de los materiales empleados, siendo históricamente la madera, el acero, el aluminio y más recientemente los materiales compuestos los de mayor utilización. En la actualidad una estructura compuesta por capas tipo “sandwich” es utilizada para dar forma a las palas, Rani et al. 2021 describe como estas capas son conformadas a partir de resina epoxi o resina poliéster reforzadas con fibras de vidrio (GRP) o fibras de carbono reforzadas en materiales plásticos (CFRP), soportadas en un núcleo de plástico (PET, PVC)

o madera de balsa. La utilización de materiales compuestos ha permitido a la industria alcanzar una relación óptima entre el niveles de rigidez y el peso de estos componentes, al mismo tiempo que presentan excelente resistencia a la fatiga, al impacto, a la fricción, al fuego y la corrosión, así como alta maleabilidad y flexibilidad posibilitando la conformación de geometrías aerodinámicas más complejas, mejorando así el rendimiento global del aerogenerador.

Desde un punto de vista del modelado, propiedades como el peso, la masa, la rigidez y su distribución a lo largo del rotor son características de gran importancia para determinar el comportamiento dinámico del mismo. El componente estructural principal de la pala esta definida por una viga sobre la cual se monta el núcleo que da forma al perfil.

Tren de Transmisión El tren de transmisión es el conjunto de componentes que convierte la energía cinética captada por el rotor en energía mecánica de rotación a ser transferida hacia el generador eléctrico. En aerogeneradores, típicamente consta del eje principal de baja velocidad, la multiplicadora y el eje de salida de alta velocidad conectado al generador. El eje principal se extiende desde el rotor hacia la multiplicadora, transfiriendo la energía al sistema. En sistemas multimegavatios, estos ejes son de baja velocidad, requiriendo una multiplicadora para aumentar la velocidad del eje de salida para que sea compatible con la del generador. Las multiplicadoras pueden ser de ejes paralelos o planetarias. Además, este sistema incluye frenos, rodamientos para reducir la fricción y sistemas de acople.

Generador El generador es una máquina eléctrica rotativa que transforma energía mecánica en energía eléctrica. En los aerogeneradores, el tipo de generador determina la estrategia de control a utilizar y los límites de funcionamiento de los mismos. En general los generadores pueden ser de dos tipos: síncronos o asíncronos; los primeros generan corriente alterna con una frecuencia función del régimen de rotación, mientras que los segundos conectan su estátor directamente a la red, la cual fija la frecuencia de la corriente alterna que generan. Estos generadores operan en un rango acotado cuando el generador está conectado directamente a la red de distribución, por lo que suelen utilizarse convertidores electrónicos de potencia que permiten operar el sistema a máxima eficiencia en un rango amplio de velocidad del viento. Estos sistemas son clasificados como sistemas de velocidad variable y son comúnmente utilizados

en redes públicas de generación y distribución de energía eléctrica.

Sistema de orientación

El sistema de orientación (Yaw system) es un conjunto de componentes diseñados para alinear de manera continua la góndola y el rotor en contra del viento incidente. Este sistema como se muestra en la Figura A.2 consta de una corona de orientación, múltiples motores de orientación, un sistema de frenos y un sistema de control electrónico encargado de determinar la dirección del viento para posicionar la góndola dentro de parámetros predefinidos. El viento al que está expuesto un aerogenerador es una variable que cambia constantemente en amplitud y dirección a lo largo del tiempo por lo que como se explicará en secciones posteriores de este trabajo, la producción óptima de un aerogenerador se alcanza cuando está enfrenteado al viento incidente de forma perpendicular al plano del rotor. Por esta razón, es esencial contar con un sistema de orientación que corrija la posición del sistema no solo para optimizar la producción, sino también para enfrentear vientos de alta magnitud y bloquear el sistema en una dirección que reduzca los esfuerzos y evite posibles fallas mecánicas.

Torre y base La torre y la base son los componentes encargados de dar soporte estructural a la Góndola y el Rotor, permitiendo también el acceso al sistema de elevación que permite a técnicos dar soporte al sistema. La torre normalmente se encuentra construida de hormigón o de acero tubular, siendo la rigidez de la misma un parámetro importante en el diseño del sistema. Durante la operación de un aerogenerador la torre es sometida a cargas fluctuantes de viento, no solo en magnitud sino también en dirección. Esto provoca vibraciones en múltiples direcciones, generando fenómenos de acoplamiento dinámico entre el rotor y la torre que reducen la eficiencia del sistema. Por eso, tanto la geometría como los materiales utilizados en el diseño de la torre son considerados al evaluar el diseño óptimo.

Sistemas de control Un aerogenerador cuenta con un gran número de unidades funcionales que permiten la correcta operación del mismo, así como la producción óptima de energía eléctrica. Es común la implementación de técnicas de control en lazo cerrado por realimentación de múltiples variables lo que

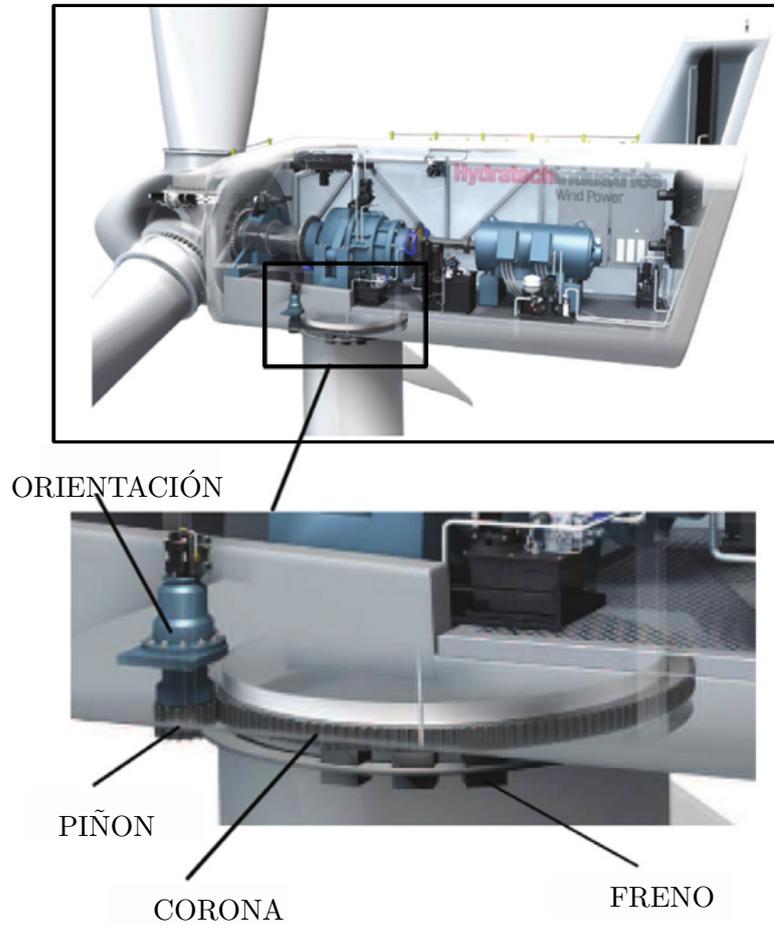


Figura A.2: Sistema de orientación de la góndola, (Stubkier et al. 2014).

permite reducir el error medido en la operación del sistema. El objetivo general del sistema de control es mantener la potencia generada dentro de un margen de tolerancia cercano a la máxima potencia disponible (Knudsen et al. 2015). Este objetivo está directamente influenciado por la velocidad del viento incidente, la cual determina tanto el funcionamiento como la estrategia de control del aerogenerador. Entre los componentes principales del sistema de control se encuentran múltiples sensores de velocidad, posición, anemómetros, temperatura, voltaje y vibraciones entre otros; controladores de sistemas mecánicos y eléctricos; y actuadores del tipo hidráulicos, magnético, eléctricos y de corriente continua (motores).

Todos estos componentes actuando en distintos lazos de control los cuales tienen por objetivo; maximizar la energía producida, limitar el par máximo generado en el tren de transmisión, maximizar la vida a la fatiga del sistema

en su totalidad ante cambios de la velocidad y dirección de viento y establecer sistemas de protección y parada ante determinadas condiciones ambientales o de operación.

A.2. Parámetros y características del modelo de aerogenerador NREL - 5 MW

Los parámetros de operación del modelo de referencia NREL 5MW se definen en la Tabla A.1.

Tabla A.1: Parámetros de operación

V_{hub} (m/s)	θ_p (deg)	ω (RPM)
3.0	0.00	6.98
4.0	0.00	7.25
5.0	0.00	7.51
6.0	0.00	7.90
7.0	0.00	8.43
8.0	0.00	9.21
9.0	0.00	10.39
10.0	0.00	11.44
10.3	0.00	11.70
11.0	0.00	11.97
11.4	0.00	12.10
12.0	3.80	12.10
13.0	6.60	12.10
14.0	8.70	12.10
15.0	10.50	12.10
16.0	12.10	12.10
17.0	13.50	12.10
18.0	15.00	12.10
19.0	16.20	12.10
20.0	17.50	12.10
21.0	18.80	12.10
22.0	20.00	12.10
23.0	22.30	12.10
24.0	23.50	12.10
25.0	24.50	12.10

La Figura A.3 presenta el esquema planteado para la discretización de las palas del rotor. El modelo empleado para el rotor se compone de elementos

discretos de viga, en el cual cada elemento discreto concentra propiedades estructurales y geométricas distribuidas uniformemente a lo largo de los mismos.

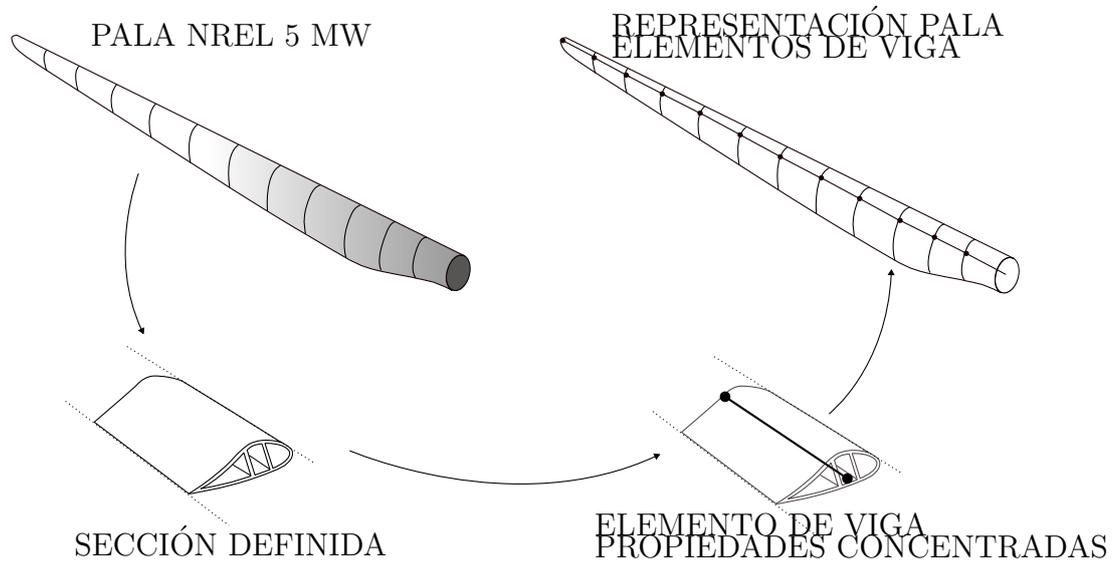


Figura A.3: Esquema de discretización de la pala del rotor.

Las Tablas A.2 y A.3 presentan la discretización de 30 elementos creada a partir de información disponible en el repositorio ([DTUWindEnergy](#)) y los detalles estructurales presentados en J. Jonkman et al. 2009 para un rotor rígido y flexible. A partir de la combinación de las diferentes propiedades disponibles se desarrollan las variables presentadas en las Tablas A.2 y A.3. Las secciones intermedias en la cuales no se contaba con información fueron interpoladas por medio de splines cúbicos.

La Figura A.4 presenta las curvas polares de las secciones discretas de la pala del rotor del Aerogenerador NREL 5 MW definidas extraídas del trabajo presentado por J. Jonkman et al. 2009

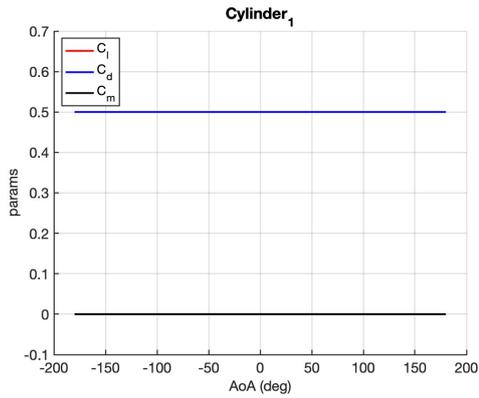
La Tabla A.4 presenta las propiedades estructurales generales de cada pala del rotor.

Tabla A.2: Parámetros estructurales rotor rígido.

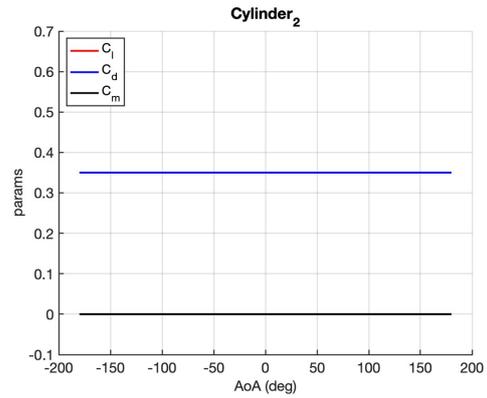
Radio (m)	Span (m)	ρ (kg/m^3)	E (GPa)	G (GPa)	Cuerda (m)	Esesor (m)	θ_p (deg)	θ_{stru} (deg)	Área (m^2)	I_{yy} (m^4)	I_{zz} (m^4)	J (m^4)
0	0.2	1.03e+3	1.4e+17	1e+16	-3.54	100	13.31	0	0.70	1.29	1.29	5.56
1.2	1	1.1e+3	1.4e+17	1e+16	-3.54	100	13.31	0	0.77	1.39	1.40	5.43
2.2	1	1.1e+3	1.4e+17	1e+16	-3.64	100	13.31	0	0.72	1.25	1.39	4.99
4.2	1	1.15e+3	1.4e+17	1e+16	-3.87	99.63	13.31	0	0.54	0.77	1.06	3.47
6.2	1	1.26e+3	1.4e+17	1e+16	-4.09	92.32	13.31	0	0.36	0.45	0.65	1.91
7.2	1	1.31e+3	1.4e+17	1e+16	-4.21	84.63	13.31	0	0.32	0.39	0.58	1.57
9.2	1	1.46e+3	1.4e+17	1e+16	-4.44	55.37	13.31	0	0.29	0.35	0.50	1.00
11.2	1	1.51e+3	1.4e+17	1e+16	-4.58	38.84	12.88	0	0.29	0.28	0.52	0.67
12.2	1	1.47e+3	1.4e+17	1e+16	-4.60	37.62	12.44	0	0.29	0.24	0.51	0.55
14.2	1	1.65e+3	1.4e+17	1e+16	-4.65	35.18	11.55	0	0.22	0.18	0.36	0.34
16.2	2	1.77e+3	1.4e+17	1e+16	-4.56	35	10.89	0	0.21	0.16	0.34	0.29
18.2	2	1.91e+3	1.4e+17	1e+16	-4.47	35	10.24	0	0.19	0.15	0.32	0.26
22.2	2	2.21e+3	1.4e+17	1e+16	-4.27	30.43	9.11	0	0.15	0.11	0.29	0.20
26.2	2	2.66e+3	1.4e+17	1e+16	-4.03	25.55	7.93	0	0.12	0.08	0.25	0.14
28.2	2	2.96e+3	1.4e+17	1e+16	-3.91	25	7.32	0	0.10	0.06	0.22	0.12
32.2	2	3.56e+3	1.4e+17	1e+16	-3.66	23.59	6.13	0	0.07	0.04	0.18	0.07
34.2	2	3.86e+3	1.4e+17	1e+16	-3.54	21.63	5.55	0	0.07	0.03	0.17	0.06
38.2	2	4.56e+3	1.4e+17	1e+16	-3.30	21	4.40	0	0.05	0.02	0.11	0.04
42.2	2	4.58e+3	1.4e+17	1e+16	-3.06	17.83	3.35	0	0.04	0.01	0.08	0.02
44.2	2	4.95e+3	1.4e+17	1e+16	-2.94	17	2.90	0	0.03	0.01	0.07	0.02
48.2	2	5.81e+3	1.4e+17	1e+16	-2.70	17	2.12	0	0.02	0.01	0.05	0.01
52.2	2	6.88e+3	1.4e+17	1e+16	-2.46	17	1.34	0	0.02	0.00	0.03	0.01
54.2	1	7.33e+3	1.4e+17	1e+16	-2.34	17	0.95	0	0.01	0.00	0.03	0.01
56.2	1	9.84e+3	1.4e+17	1e+16	-2.19	17	0.59	0	0.01	0.00	0.02	0.01
57.7	0.5	1.06e+4	1.4e+17	1e+16	-2.01	17	0.34	0	0.01	0.00	0.02	0.00
58.2	0.5	1.38e+4	1.4e+17	1e+16	-1.89	17	0.29	0	0.00	0.00	0.01	0.00
59.2	0.5	1.74e+4	1.4e+17	1e+16	-1.65	17	0.20	0	0.00	0.00	0.01	0.00
60.2	0.5	2.26e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.00	0.01	0.00
60.7	0.5	2.88e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.00	0.00	0.00
61.5	1.5	4.31e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla A.3: Parámetros estructurales rotor flexible.

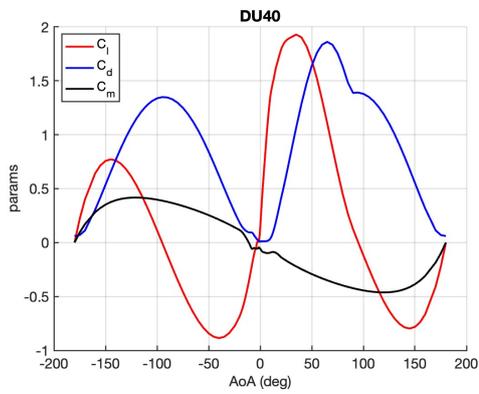
Radio (m)	Span (m)	ρ (kg/m^3)	E (GPa)	G (GPa)	Cuerda (m)	Espeor (m)	θ_p (deg)	θ_{stru} (deg)	Área (m^2)	I_{yy} (m^4)	I_{zz} (m^4)	J (m^4)
0	0.2	1.03e+3	1.4e+10	1e+9	-3.54	100	13.31	0	0.70	1.29	1.29	5.56
1.2	1	1.1e+3	1.4e+10	1e+9	-3.54	100	13.31	0	0.77	1.39	1.40	5.43
2.2	1	1.1e+3	1.4e+10	1e+9	-3.64	100	13.31	0	0.72	1.25	1.39	4.99
4.2	1	1.15e+3	1.4e+10	1e+9	-3.87	99.63	13.31	0	0.54	0.77	1.06	3.47
6.2	1	1.26e+3	1.4e+10	1e+9	-4.09	92.32	13.31	0	0.36	0.45	0.65	1.91
7.2	1	1.31e+3	1.4e+10	1e+9	-4.21	84.63	13.31	0	0.32	0.39	0.58	1.57
9.2	1	1.46e+3	1.4e+10	1e+9	-4.44	55.37	13.31	0	0.29	0.35	0.50	1.00
11.2	1	1.51e+3	1.4e+10	1e+9	-4.58	38.84	12.88	0	0.29	0.28	0.52	0.67
12.2	1	1.47e+3	1.4e+10	1e+9	-4.60	37.62	12.44	0	0.29	0.24	0.51	0.55
14.2	1	1.65e+3	1.4e+10	1e+9	-4.65	35.18	11.55	0	0.22	0.18	0.36	0.34
16.2	2	1.77e+3	1.4e+10	1e+9	-4.56	35	10.89	0	0.21	0.16	0.34	0.29
18.2	2	1.91e+3	1.4e+10	1e+9	-4.47	35	10.24	0	0.19	0.15	0.32	0.26
22.2	2	2.21e+3	1.4e+10	1e+9	-4.27	30.43	9.11	0	0.15	0.11	0.29	0.20
26.2	2	2.66e+3	1.4e+10	1e+9	-4.03	25.55	7.93	0	0.12	0.08	0.25	0.14
28.2	2	2.96e+3	1.4e+10	1e+9	-3.91	25	7.32	0	0.10	0.06	0.22	0.12
32.2	2	3.56e+3	1.4e+10	1e+9	-3.66	23.59	6.13	0	0.07	0.04	0.18	0.07
34.2	2	3.86e+3	1.4e+10	1e+9	-3.54	21.63	5.55	0	0.07	0.03	0.17	0.06
38.2	2	4.56e+3	1.4e+10	1e+9	-3.30	21	4.40	0	0.05	0.02	0.11	0.04
42.2	2	4.58e+3	1.4e+10	1e+9	-3.06	17.83	3.35	0	0.04	0.01	0.08	0.02
44.2	2	4.95e+3	1.4e+10	1e+9	-2.94	17	2.90	0	0.03	0.01	0.07	0.02
48.2	2	5.81e+3	1.4e+10	1e+9	-2.70	17	2.12	0	0.02	0.01	0.05	0.01
52.2	2	6.88e+3	1.4e+10	1e+9	-2.46	17	1.34	0	0.02	0.01	0.03	0.01
54.2	1	7.33e+3	1.4e+10	1e+9	-2.34	17	0.95	0	0.01	0.01	0.03	0.01
56.2	1	9.84e+3	1.4e+10	1e+9	-2.19	17	0.59	0	0.01	0.01	0.02	0.01
57.7	0.5	1.06e+4	1.4e+10	1e+9	-2.01	17	0.34	0	0.01	0.01	0.02	0.01
58.2	0.5	1.38e+4	1.4e+10	1e+9	-1.89	17	0.29	0	0.00	0.01	0.01	0.01
59.2	0.5	1.74e+4	1.4e+17	1e+16	-1.65	17	0.20	0	0.00	0.01	0.01	0.01
60.2	0.5	2.26e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.01	0.01	0.01
60.7	0.5	2.88e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.01	0.01	0.01
61.5	1.5	4.31e+4	1.4e+17	1e+16	-1.42	17	0.11	0	0.00	0.01	0.01	0.01



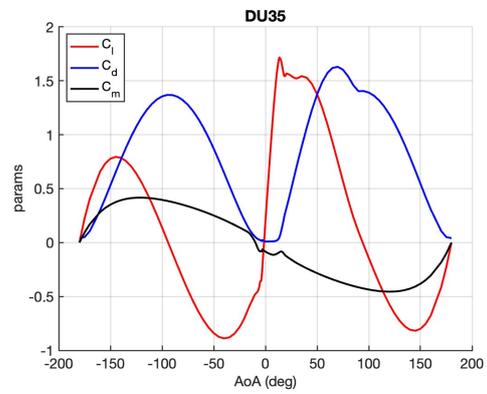
((a)) Cilindro Raíz 1.



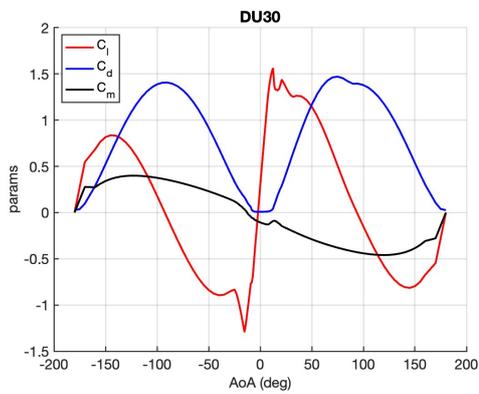
((b)) Cilindro Raíz 2.



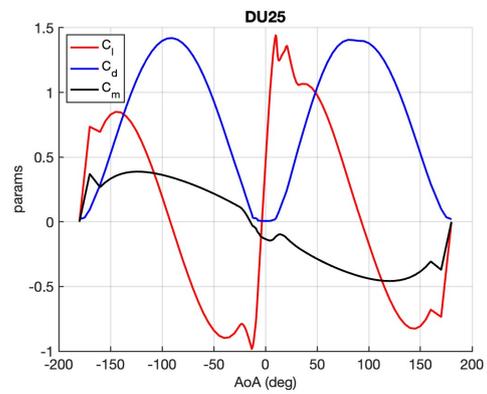
((c)) DU-40.



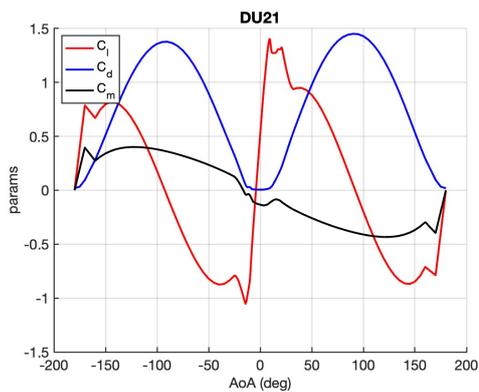
((d)) DU-35.



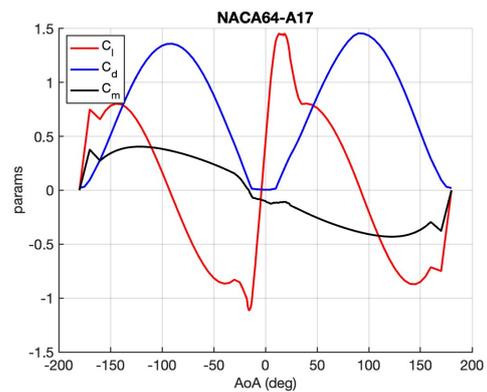
((e)) DU-30.



((f)) DU-25.



((g)) DU-21.



((h)) NACA64-A17

Figura A.4: Coeficientes polares del aerogenerador NREL Rotor 5 MW.

Tabla A.4: Parámetros estructurales de cada pala.

Característica	Valor	Unidad
Largo	61.5	m
Masa	17740	kg
Segundo Momento de Inercia	11776047	kg m ²
Primer Momento de Inercia	363231	kg m
Coefficiente de amortiguamiento	0.477465	%

ANEXOS

Anexo A

Herramientas y modelos utilizados

A.1. Interpolación de Splines

Las propiedades estructurales y geométricas del aerogenerador de 5MW descrito en la subsección 4.5 se definen mediante un número reducido de secciones. Específicamente, las características geométricas, como cuerda, ángulo de paso (pitch), espesor y curvas polares, se describen en 17 puntos, mientras que las propiedades estructurales, como área, inercia, elasticidad y ángulo estructural, se presentan en 29 puntos. Para abordar la necesidad de una malla más detallada que mejore la precisión de los resultados, se recurre a los Splines Cúbicos representados en la Figura A.1 para determinar las propiedades en puntos intermedios. Estas funciones, presentados por Bak, Zahle et al. 2013 como método de interpolación para aerogeneradores, destacan como una técnica debido a su capacidad para mantener la continuidad a lo largo de la estructura y permitir una transición suave entre perfiles de diferentes características, lo que resulta especialmente útil para resolver perfiles intermedios en geometrías aerodinámicas complejas. Además, esta técnica se emplea para determinar las curvas polares en secciones donde la geometría es desconocida o como técnica para el escalado de perfiles aerodinámicos .

Los Splines Cúbicos de orden $k = 4$ se utilizan como técnica de interpolación para cualquier sección situada a una distancia r de la raíz del rotor. Los splines son funciones definidas por polinomios a trozos como se muestra en la Figura A.1, estos polinomios cumple que definidos n elementos y $n + 1$

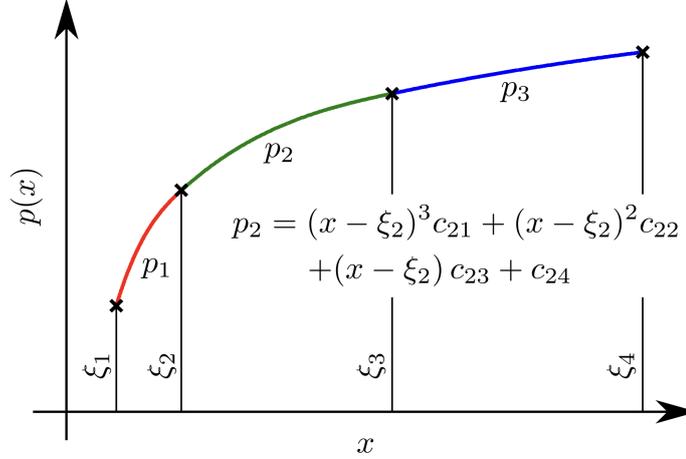


Figura A.1: Splines Cúbicos.

nodos, sobre cada intervalo $[r_0, r_1], [r_1, r_2], \dots, [r_{n-1}, r_n]$ se define el conjunto de polinomios cúbicos P , tal que P_i es el polinomio cúbico que representa S en el intervalo $[r_{i-1}, r_i]$. Dos propiedades se definen sobre el conjunto de polinomios cúbicos,

- Se verifica la continuidad en el nodo común a dos elementos, $P_{i-1}(r_i) = P_i(r_i) \forall r \in [0, L]$
- Las derivadas P' y P'' son continuas

Un spline $P_i(x)$ puede por lo tanto describirse en términos de sus puntos de ruptura $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ y sus coeficientes c_{ij} a partir de la expresión

$$p_i(x) = \sum_{j=1}^k (x - \xi_j)^{k-j} c_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, l, \quad (\text{A.1})$$

donde n es el número de elementos y k es el número de coeficientes en cada polinomio ($k = 4$ para un spline cúbico). El polinomio $p_i(x)$ por lo tanto, describe el spline en el intervalo $\xi_j \leq x \leq \xi_{j+1}$ utilizado para la interpolación de propiedades en dicho intervalo.

A.2. Campo de Viento

El modelado empleado para el flujo incidente define las condiciones de entrada o de contorno para la simulación del aerogenerador. Este flujo de viento

no solo determina las cargas sobre las cuales se modelará el rotor, sino que también permite simular diferentes escenarios de generación para el aerogenerador en estudio.

La potencia disponible en un flujo viento de densidad ρ que atraviesa un área A depende de la velocidad de viento incidente a la, V_0 , según la expresión

$$P = \frac{\rho A V_0^3}{2}. \quad (\text{A.2})$$

Comprender las características del recurso eólico es fundamental en todos los aspectos de la explotación de la energía eólica, desde la identificación de sitios adecuados y predicciones de viabilidad económica de proyectos de parques eólicos, hasta el diseño de aerogeneradores en sí, y la comprensión de su impacto en las redes de distribución eléctrica y los consumidores.

Desde la perspectiva de la energía eólica, la característica más destacada del recurso eólico es su variabilidad. El viento es altamente variable tanto en términos espaciales como temporales, y esta variabilidad persiste en una amplia gama de escalas. Esta variabilidad es crítica debido a su relación cúbica con la energía disponible como se define en la Ecuación (A.2). A gran escala, la geografía y las condiciones climáticas generan variaciones en la velocidad del viento, determinadas por la latitud y la topografía local. A escala más local, obstáculos como árboles y edificios pueden reducir significativamente las velocidades del viento. En cuanto a la variabilidad temporal, las fluctuaciones anuales y de larga duración afectan la disponibilidad de viento de un año a otro, mientras que las variaciones estacionales y a corto plazo, relacionadas con la dinámica de los sistemas meteorológicos, añaden una capa adicional de complejidad a la previsibilidad del viento en una región determinada (D. Zhao et al. 2019).

El modelado de aerogeneradores requiere una distribución de viento para simular su comportamiento, la cual puede obtenerse a partir de mediciones o de datos previamente simulados. En este contexto, la International Electrotechnical Commission (IEC) ha publicado una serie de normas para el diseño, rendimiento y mantenimiento de turbinas eólicas modernas. La norma *IEC61400-1* aborda varios aspectos del diseño y seguridad de aerogeneradores terrestres, desde las condiciones externas de viento típicas hasta los requisitos estructurales y del sistema eléctrico. Para ello, clasifica los aerogeneradores en clases según la velocidad media de referencia del viento anual a la altura del

cubo (V_{ref}) y la intensidad de turbulencia esperada (I_{ref}) a 15 m/s.

La Tabla A.1 presenta la clasificación según clases. Una cuarta categoría, representada por la letra S, se utiliza para aerogeneradores en los cuales el diseñador debe especificar los parámetros de diseño empleados en el modelo.

CLASE	I	II	III
V_{ref} (m/s)	50	42.5	37.5
A I_{ref} (-)	0.16		
B I_{ref} (-)	0.14		
C I_{ref} (-)	0.12		

Tabla A.1: Definición de clases de aerogeneradores - IEC 61400

A.2.1. Capa Límite Atmosférica

La capa límite atmosférica, también llamada capa límite planetaria, es la parte más cercana a la superficie terrestre de la atmósfera, y corresponde a la región donde se instalan los aerogeneradores. Aquí, factores como la velocidad, temperatura y humedad pueden variar rápidamente tanto en espacio como en tiempo. Por ejemplo, en la caracterización del recurso eólico, es importante considerar cómo varía la velocidad del viento horizontal con la altura sobre el suelo. Esta variación se conoce como perfil vertical de la velocidad del viento o corte vertical del viento (Burton et al. 2001).

Para los aerogeneradores de gran y mediana escala, la velocidad de viento de referencia a la altura del cubo generalmente se encuentra dentro de la Clase III, con niveles de turbulencia caracterizados como medio (B) o bajos (C). En estos casos de operación el modelado de la capa límite atmosférica en condiciones de atmósfera neutra es llevado a cabo por medio de dos métodos principales, la Ley Logarítmica y la Ley Potencial. La Figura A.2 presenta el perfil de viento de una capa límite atmosférica en condiciones terrestres, en la cual se destaca la zona de transición entre los dos modelos.

En primer lugar se presenta la Ley Potencial en la región superior de la capa límite, la cual se encuentra definida por la expresión

$$V(z) = V_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha, \quad (\text{A.3})$$

siendo x_{ref} es la altura de referencia en la cual se evalúa la velocidad de referencia viento, x es la altura en la que se determina el viento y α es el exponente

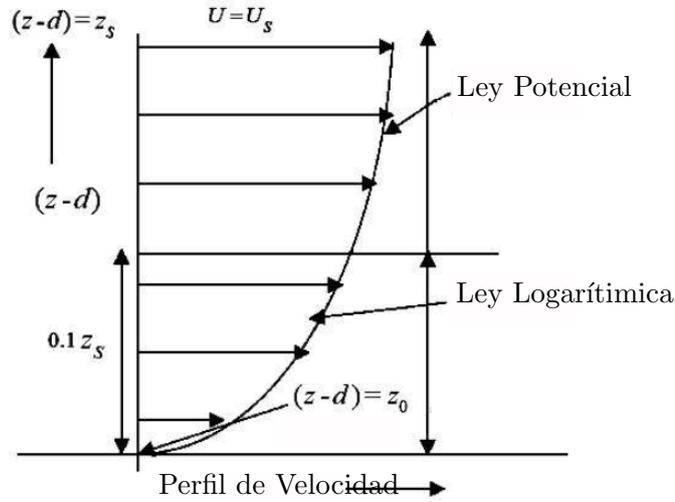


Figura A.2: Distribución de viento en capa límite atmosférica.

o ley de potencia. El coeficiente exponencial cambia con la rugosidad del terreno, suele utilizarse como valor de referencia para aerogeneradores en tierra alejado de la ciudad el valor $\alpha = 1/7$.

En la zona inferior de la capa límite atmosférica se utiliza un modelo de Ley Logarítmica para representar dicha región. La expresión que define esta región está definida por

$$V(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z-d}{Z_0} \right), \quad (\text{A.4})$$

donde u_* es la velocidad de fricción, k la constante de Von Karman ($k = 0.4$), d la altura del plano de desplazamiento nulo y Z_0 la longitud de rugosidad.

La transición de ambos modelos es de forma continua y se da en punto definido de la capa límite, el cual es función del terreno donde se modela el viento.

A.2.2. Modelo de Turbulencia

La turbulencia es el fenómeno de variación espacial del viento de frecuencia elevada respecto a la componente media predominante de este. Esta tiene su origen en la disipación de la energía cinética del viento en energía térmica a través de la creación y destrucción progresiva de remolinos (o ráfagas) cada vez más pequeños (Burton et al. 2001). El viento turbulento puede tener una media relativamente constante durante períodos de tiempo de una hora o más,

pero durante lapsos más cortos (minutos o menos) puede ser bastante variable. La variabilidad del viento parece ser bastante aleatoria superficialmente, pero en realidad tiene características distintas. Estas características se caracterizan por una serie de propiedades como son; la intensidad de turbulencia, función de densidad de probabilidad, autocorrelación, escala de tiempo y la función de densidad espectral entre otras. Para modelarse dicha variación suele descomponerse la variación temporal del viento en una componente media y una componente fluctuante en todas las direcciones

$$V = \bar{V} + \tilde{v}. \quad (\text{A.5})$$

La medida más básica de la turbulencia es la intensidad de turbulencia. Se define como la razón entre la desviación estándar de la velocidad del viento y la velocidad del viento medio, esta se define se define como

$$I = \frac{\sigma_u}{U} \quad (\text{A.6})$$

donde σ_u es la desviación estándar, determinada por

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - U)^2}. \quad (\text{A.7})$$

En lo que respecta al modelado de la turbulencia en aerogeneradores, especificado según norma *IEC61400-1* la desviación estándar de la componente longitudinal debe verificar

$$\sigma_1 = I_{ref} \frac{15 + aV_{ref}}{a + 1}, \quad (\text{A.8})$$

siendo $a = 2$ para aerogeneradores clase **I**, **II** y **III**.

A.3. Modelos de corrección

En esta sección del Anexo se detalla el desarrollo de los modelos de corrección utilizado para el análisis transitorio de la teoría BEM.

A.3.1. Corrección de Prandtl y Glauert

A continuación se detallan los aspectos de la formulación del factor de corrección de Prandtl. El factor de punta de pala se define a partir de la expresión

$$F_{tip} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\exp^{-f_{tip}}), \quad (\text{A.9})$$

siendo el coeficiente f determinado a través de la ecuación

$$f_{tip} = \frac{B(R-r)}{2r \sin(\phi)}. \quad (\text{A.10})$$

El factor de corrección en el cubo se determina por la expresión

$$F_{hub} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\exp^{-f_{hub}}), \quad (\text{A.11})$$

donde el coeficiente f se determina a través de la ecuación

$$f_{hub} = \frac{B \left(r - \frac{D_{hub}}{2} \right)}{2r \sin(\phi)}. \quad (\text{A.12})$$

El factor de corrección F total propuesto por Prandtl queda definido por el producto de las ecuaciones (A.9) y (A.11)

$$F = F_{tip} \cdot F_{hub} \quad (\text{A.13})$$

Este factor de correcciones es aplicada en la formulación del método a través del Teorema de Kutta-Jukowski. Tomando como hipótesis que únicamente la sustentación afecta la estela generada, el termino de corrección afectará el balance de cantidad de movimiento. La relación entre la sustentación generada sobre un rotor de infinitas palas (L_∞) y un rotor de B palas (L_B) queda dada por lo tanto por el cociente entre ambos términos

$$\frac{L_\infty}{L_B} \propto \frac{\Gamma_\infty}{B\Gamma_B} = \frac{1}{F} \quad (\text{A.14})$$

El factor de corrección F se implementa en la formulación del método al corrige la Ecuación (3.33) para obtener obtener la expresión

$$W^{t+\Delta t} = \frac{-B\mathbf{f}_l \cdot dr}{4\pi\rho r F |V_0 + W_n^t|}. \quad (\text{A.15})$$

Por otro lado, el factor de corrección de Glauert propuesta para el coeficiente de empuje c_t modifica al mismo según la expresión

$$c_t = 4aF(1 - f_g a) \quad (\text{A.16})$$

siendo F el factor de corrección de Prandtl y f_g el factor de corrección de Glauert definido por la expresión

$$f_g = \begin{cases} 1 & a \leq a_c \\ \frac{a_c}{a} \left(2 - \frac{a_c}{a}\right) & a > a_c, \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

siendo $0.2 < a_c < 0.4$. Esta corrección sobre el factor de empuje al igual que en el coeficiente de Prandtl se refleja en la velocidad inducida W de la siguiente forma

$$W^{t+\Delta t} = \frac{-B\mathbf{f}_l \cdot d\mathbf{r}}{4\pi\rho r F |V_0 + f_g W_n^t|}. \quad (\text{A.18})$$

A.3.2. Modelo Beddoes y Leishman

Flujo Adherido

El desarrollo de la teoría original presentada por Beddoes y Leishman plantea trabajar inicialmente en coordenadas solidarias al perfil aerodinámico lo que implica transformar los coeficiente de sustentación (c_l) y arrastre (c_d) de ejes viento a ejes solidarios al perfil, como se muestran en la figura A.3

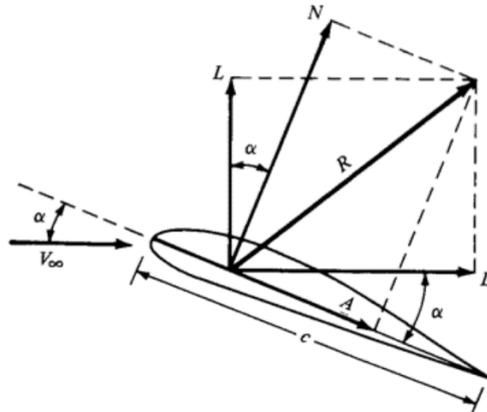


Figura A.3: Componentes resultantes sobre perfil alar bajo flujo de viento.

Fuerzas que expresadas en función del ángulo de ataque se definen como

componente normal, c_n , y componente de cuerda, C_c , según las expresiones

$$\begin{aligned} c_n &= c_l \cos \alpha + (c_d - c_{d0}) \sin \alpha \\ c_c &= c_l \sin \alpha - (c_d - c_{d0}) \cos \alpha, \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

siendo c_{d0} el coeficiente de arrastre cuando la sustentación en estado estacionaria es nula. Bajo condiciones de flujo adherido, una sección de la pala experimenta cargas aerodinámicas variables debido a la inestabilidad en el campo de viento, al movimiento del perfil aerodinámico y a las fuerzas inducidas por la estela. Por lo tanto, un modelo de flujo adherido no estacionario es un requisito previo para modelar la pérdida de sustentación dinámica. La expresión (A.20) para el coeficiente de sustentación, c_l (expresión que puede plantearse de forma análoga para el coeficiente de fuerza normal c_n), fue desarrollada por Wagner, 1925 para un perfil aerodinámico delgado ante un cambio brusco en el ángulo de ataque, α , en un flujo incompresible.

$$c_l(t) = \frac{\pi c}{2V} \delta(t) + 2\pi\alpha\phi(s), \quad (\text{A.20})$$

donde $\delta(t)$ representa el Delta de Dirac de una función escalón, ϕ es la función de Wagner que aproxima el efecto de la estela y s la distancia adimensional recorrida por el flujo sobre el perfil aerodinámico definida por la expresión

$$s = \frac{2}{c} \int_0^t V(t) dt = \frac{2Vt}{c}. \quad (\text{A.21})$$

La función de Wagner, ϕ , se determina utilizando la teoría de respuesta indicial, la cual establece que la respuesta de un sistema no lineal a una entrada arbitraria dependiente del tiempo se puede calcular si se conoce la respuesta característica del sistema. La ventaja del tratamiento indicial es que una respuesta a una fuerza arbitraria se puede obtener superponiendo funciones de respuesta a una variación escalonada en el ángulo de ataque (α). La respuesta indicial a múltiples variaciones del sistema se puede resolver exactamente para el flujo incompresible utilizando la integral de Duhamel para una función de fuerza como se expresa a continuación

$$y(t) = f(0)\phi(t, M) + \int_0^t \frac{df}{dt}(\phi_t\phi(t - \sigma, M)d\sigma, \quad (\text{A.22})$$

siendo $y(t)$ la salida del sistema, $f(t)$ una función de fuerza general, y σ la

variable de tiempo de integración. La solución a dicha integral se aproxima mediante una función exponencial indicial de la forma

$$\phi(s) = 1 - A_1 e^{-b_1 s} - A_2 e^{-b_2 s}, \quad (\text{A.23})$$

siendo A_1 , A_2 , b_1 y b_2 los coeficientes indiciales los cuales se derivan empíricamente mediante métodos de identificación del sistema a partir de datos no estacionarios del perfil aerodinámico.

Para el caso de flujo alrededor de un perfil la función indicial $\phi(s, M)$ se divide en dos componentes: la primera relacionada con la carga no circulatoria (ϕ^{nc}) generada sobre el perfil y una segunda componente ϕ^c relacionada a la carga circulatoria alrededor del perfil alar. La primer componente no circulatoria no solo depende del movimiento instantáneo del perfil, sino también de la historia temporal del movimiento previo, por otro lado la respuesta circulatoria se puede calcular mediante un enfoque de superposición, en el cual los efectos de cambios escalonados en el ángulo de ataque α se combinan en un ángulo de ataque efectivo (α_e). La respuesta indicial de la fuerza normal para cambios escalón en el ángulo de ataque (α) queda definida según Leishman et al. 1986 por la expresión

$$\frac{\mathbf{C}_{n,\alpha}}{\alpha} = \frac{4}{M} \phi_\alpha^{nc}(s, M) + \frac{C_{n\alpha}}{\beta} \phi_\alpha^c(s, M) \quad (\text{A.24})$$

siendo M el numero de Mach, $\beta = \sqrt{1 - M^2}$, $C_{n\alpha}(M)$ la curva estática del coeficiente adimensional de fuerza normal, similar a la curva $C_{l,\alpha}$ del coeficiente de sustentación. La función indicial del término no circulatorio y del termino circulatorios se definen en Leishman et al. 1989 por medio de las expresiones

$$\phi_\alpha^{nc}(s) = \exp\left(-\frac{s}{0.75k_a(M)T_I}\right) \quad (\text{A.25})$$

$$\phi_\alpha^c(s) = 1 - A_1 e^{-b_1 s} - A_2 e^{-b_2 s} \quad (\text{A.26})$$

La contribución del termino circulatoria al coeficiente de fuerza normal C_n puede expresarse como una función del ángulo de ataque en términos de la

integral de Duhamel definida por la ecuación (A.22).

$$C_{n,\alpha}^c(s, M) = C_{n\alpha}^c \left(\alpha(s_0)\phi_\alpha^c(s) + \int_{s_0}^s \frac{d\alpha}{dt}(\sigma_s)\phi_\alpha^c(s - \sigma_s, M)d\sigma \right) = C_{n\alpha}^c(s, M)\alpha_e, \quad (\text{A.27})$$

siendo $C_{n\alpha}^c$ la pendiente de la curva de fuerza normal estática sobre β .

$$C_{n\alpha}^c(s, M) = \frac{C_{n\alpha}}{\beta}. \quad (\text{A.28})$$

α_e , ángulo efectivo de ataque para una variación escalón α , se define matemáticamente integrando la ecuación (A.27) para $S_0 = 0$ y aplicando la función indicial del termino circulatorio (A.26) obteniéndose la expresión

$$\alpha_{e,n} = (\alpha_n - \alpha_0) - X_n(\Delta s) - Y_n(\Delta s), \quad (\text{A.29})$$

siendo X_n y Y_n funciones de deficiencia definidos a partir de la resolución de la integral de Duhamel considerando un método de resolución por diferencia finitas:

$$X_n = X_{n-1}e^{b_1\beta^2\Delta s} + A_1\Delta\alpha_n e^{b_1\beta^2\frac{\Delta s}{2}}, \quad (\text{A.30})$$

$$Y_n = Y_{n-1}e^{-b_2\beta^2\Delta s} + A_2\Delta\alpha_n e^{-b_2\beta^2\frac{\Delta s}{2}}. \quad (\text{A.31})$$

Por otro lado, el termino no circulatorio fue analizado por Theodorsen, 1949 y es el resultado del desplazamiento de fluido por parte del perfil aerodinámico al someterse a movimientos de cabeceo o vibración. Theodorsen analizó para esto una linea de flujo sobre el perímetro de un cilindro y lo transformo en una paca plana mediante el uso de vórtices ligados dentro del cilindro y la estela de vórtices de rotación contraria que se mueven constantemente hacia afuera generando de esta forma un termino no circulatorio sobre la superficie. Aplicando la integral de Duhamel sobre la componente no circulatoria $C_{n,\alpha}^{nc}$ para la componente indicial (A.25) se obtiene

$$C_{n,\alpha}^{nc}(s, M) = \frac{4T_\alpha(M)}{M} (K_{\alpha,n} - K'_{\alpha,n}) \quad (\text{A.32})$$

siendo

$$\begin{aligned}
 T_\alpha &= 0.75k_\alpha T_I, \\
 k_a &= \frac{1}{[(1 - M) + C_{n\alpha}\beta M^2(A_1b_1) + A_2b_2]}, \\
 T_I &= \frac{c}{a_s}.
 \end{aligned} \tag{A.33}$$

. La contribución del termino no circulatorio al coeficiente de fuerza normal, resulta de aplicar la integral de Duhamel (A.22) y una función de retraso que capture el histórico de flujo y su variación $K'_{\alpha,n}$

$$K'_{\alpha,n} = K'_{\alpha,n-1}e^{-\frac{\Delta t}{T_\alpha}} + (K_{\alpha,n} - K_{\alpha,n-1})e^{-\frac{\Delta t}{2T_\alpha}}. \tag{A.34}$$

Por lo que por medio de superposición lineal el coeficiente de fuerza normal en condición de flujo adherido queda definido por la suma del termino no circulatorio (A.32) y el termino circulatorio (A.27)

$$C_n^P = C_{n,\alpha}^{mc} + C_{n,\alpha}^c \tag{A.35}$$

Separación de flujo en borde de fuga (TE)

La separación gradual del flujo en el borde de fuga puede observarse antes de que los perfiles aerodinámicos experimenten la pérdida dinámica de sustentación a través de la generación de vórtices en el borde de ataque, fenómeno común en perfiles más gruesos, como los utilizados en aplicaciones de aerogeneradores. La separación del flujo en el borde de fuga resulta en fuerzas no lineales que deben tenerse en cuenta para que el modelo sea aplicable en una amplia gama de condiciones de viento y formas de perfiles aerodinámicos.

En el modelo de Beddoes y Leishman la separación del flujo en el borde de fuga se modela utilizando la Teoría de Kirchhoff y Helmholtz, Leishman, 2006. Bajo condiciones estacionarias, se expresan en primera instancia la fuerza normal como función del punto de separación en el borde de fuga, $f \in (0, 1)$ y del ángulo de ataque α . El punto de separación se expresa como una fracción de la posición desde el borde de ataque sobre la longitud de cuerda, siendo $f = 1$ condición de flujo totalmente adherido y $f = 0$ flujo totalmente separado como se observa en la figura A.4.

Leishman, 2006 desarrolla en su trabajo una expresión para el coeficiente

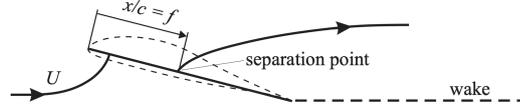


Figura A.4: Esquema de separación de flujo (Hansen. M. H., 2004).

de fuerza normal al aplicar la Teoría de Kirchhoff

$$C_n^f = C_{n\alpha}^c(s, M) \left(\frac{1 + \sqrt{f}}{2} \right)^2 (\alpha - \alpha_0). \quad (\text{A.36})$$

Por otro lado, la posición del punto de separación f , medida desde el borde de ataque, se determina como una función de la fuerza normal y el ángulo de ataque. Esta función se basa exclusivamente en datos recopilados durante el funcionamiento estacionario del perfil aerodinámico. Sin embargo, en presencia de condiciones dinámicas no estacionarias, como las que experimenta una turbina eólica, es necesario establecer una metodología para calcular el punto de separación en el borde de fuga.

En el contexto de la separación en el borde de ataque (**LE**), este fenómeno ocurre cuando se alcanza una presión crítica en el borde de ataque, lo que corresponde a un valor crítico de la fuerza normal C_{n1} . Determinar este punto de separación requiere evaluar la respuesta no estacionaria del campo de presiones sobre el perfil. Para lograrlo, se calcula el coeficiente de sustentación efectivo, C_n' , comúnmente conocido en la literatura como el parámetro de sustentación sustituto. Este coeficiente encapsula el efecto general del retardo en el desprendimiento del flujo, que es el resultado de la dinámica del gradiente de presión.

El parámetro de sustentación sustituto se determina mediante la aplicación de una función de retraso al coeficiente de fuerza normal en condición de adherencia, C_n^p . Este enfoque permite modelar de manera efectiva la respuesta no estacionaria del punto de separación en el borde de fuga bajo las influencias dinámicas a las que está sujeto un aerogenerador.

$$C_{n,n}' = C_{n,n}^p - D_{p,n}, \quad (\text{A.37})$$

siendo la función de retardo

$$D_{p,n} = D_{p,n-1} e^{-\frac{\Delta s}{T_p}} + (C_{n,n}^p - C_{n,n-1}^p) e^{-\frac{\Delta s}{2T_p}}. \quad (\text{A.38})$$

T_P es la constante de tiempo del gradiente de presión en la capa límite y es determinada de forma empírica analizando la respuesta del campo de presiones sobre el borde de ataque. El efecto de retardo generado sobre la respuesta de la capa límite afecta la componente de fuerza normal circulatoria modificando la ubicación del punto de separación bajo condiciones no estacionarias, lo cual se puede calcular a partir de un ángulo de incidencia efectivo

$$\alpha_f(t) = \frac{C'_{n,n}}{C_{n\alpha}^c(s, M)}. \quad (\text{A.39})$$

Ángulo que permite calcular el punto de separación efectivo en condiciones no estacionarias f' . Este punto de separación puede ser determinado a partir la curva de ajuste (A.40) propuesta en Leishman, 2011 o alternativamente a partir de las tablas estáticas del perfil aerodinámico invirtiendo la expresión (A.36).

$$f(\alpha) = \begin{cases} 1 - 0.3 \exp\left(\frac{\alpha - \alpha_1}{S_1}\right), & \text{si } \alpha_0 \leq \alpha < \alpha_1 \\ 1 - 0.3 \exp\left(\frac{\alpha_2 - \alpha}{S_3}\right), & \text{si } \alpha_2 \leq \alpha < \alpha_0 \\ 0.04 + 0.66 \exp\left(\frac{\alpha_1 - \alpha}{S_2}\right), & \text{si } \alpha > \alpha_1 \\ 0.04 + 0.66 \exp\left(\frac{\alpha - \alpha_2}{S_4}\right), & \text{si } \alpha < \alpha_2, \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

S_1 y S_2 (y los análogos S_3 y S_4 para $\alpha < \alpha_0$) son constantes de ajuste, mientras que α_1 es el ángulo de ataque en $f = 0.7$ (aproximadamente el ángulo de estancamiento), para $\alpha \geq \alpha_0$, mientras que α_2 es el ángulo de ataque en $f = 0.7$ para $\alpha < \alpha_0$.

Si bien f' modela los efectos generados por el gradiente de presiones, los efectos no estacionarios generados sobre la capa límite al momento del desprendimiento debe ser también modelados. El punto de separación no estacionario en el borde de fuga f'' se calcula aplicando una función de retraso ($D_{f,n}$) al punto de separación efectivo f' como se expresa en la ecuación (A.41). La función de retraso es modelada a partir de la constante de tiempo T_f determinada experimentalmente al examinar los fenómenos no estacionarios de la capa límite según la expresión (A.42).

$$f'' = f' - D_{f,n} \quad (\text{A.41})$$

$$D_{f,n} = D_{f,n-1} e^{-\frac{\Delta s}{T_f}} + (f'_n - f'_{n-1}) e^{-\frac{\Delta s}{2T_f}}. \quad (\text{A.42})$$

En la expresión anterior T_f es una constante asociada al movimiento del punto de separación a lo largo de la superficie de succión del perfil alar dependiente del número de Mach, Reynolds y la forma del perfil aerodinámico. T_f se modifica mediante el multiplicador σ_1 que dependen de la fase de la separación o adherencia del flujo, modificada del valor inicial T_{f0} de la forma

$$T_f = \frac{T_{f0}}{\sigma_1}. \quad (\text{A.43})$$

Las fuerzas normal y de cuerda no estacionarias incluyendo los efectos de la separación del flujo en el borde de fuga, queda expresada en función del parámetro f'' por

$$C_n^f = C_{n\alpha}^c \alpha_e \left(\frac{1 + \sqrt{f_n''}}{2} \right)^2 + C_{n,\alpha}^{mc}(s, M) \quad (\text{A.44})$$

Efecto de desprendimiento de Vórtice

Durante la pérdida de sustentación dinámica se produce la formación de una capa de corte en el borde de ataque con la consiguiente formación de un vórtice, y el desplazamiento del mismo sobre la superficie superior del perfil alar hasta el posterior desprendimiento en la estela. Este vórtice generado en el borde de ataque se desplaza a lo largo del perfil y se desprende, generando una sustentación adicional similar a la generada en la condición de flujo adherido. Al analizar el gradiente de presión en el borde de ataque se observa que una vez que se alcanza una presión crítica comienza la formación de la capa de corte, la cual puede correlacionarse con la fuerza normal en el perfil aerodinámico. Para modelarse dicha transición se emplean coeficientes críticos de fuerza normal, C_{n1} y C_{n2} , los cuales permiten definir el inicio de la generación de vórtices a partir de la siguiente condición

$$\begin{cases} C_n' > C_{n1}, & \text{si } \alpha > \alpha_0 \\ C_n' < C_{n2}, & \text{si } \alpha < \alpha_0 \end{cases} \quad (\text{A.45})$$

Dado que no se cuenta con información experimental relativa al gradiente de presiones en condiciones no estacionarias es común utilizar el coeficiente estacionario de máxima sustentación previo a la pérdida de la misma para definir los puntos críticos.

Una vez el vórtice comienza a formarse previo a la separación es transpor-

tado a lo largo del perfil aerodinámico hacia la estela, por lo que mientras se encuentre en las proximidades del perfil puede ser considerado como circulación adicional que contribuye a la sustentación. Dicha contribución instantánea a la fuerza normal inducida por el vórtice se puede aproximar por la diferencia entre la fuerza normal circulatoria no estacionaria linealizada y la sustentación no lineal determinada por medio de la teoría de Kirchhoff y Helmholtz.

$$C_{V,n} = C_{n\alpha}^c(s, M)\alpha_e(1 - K_n)^2, \quad (\text{A.46})$$

siendo

$$K_n = (1 + \sqrt{f_n''})/2. \quad (\text{A.47})$$

Mientras el vórtice avanza a lo largo del perfil aerodinámico y no entra en la estela, puede seguir acumulando sustentación. Sin embargo, debido a las fuerzas viscosas y la mezcla turbulenta, el vórtice decae en el tiempo. Dicho decaimiento sobre la fuerza normal es cuantificado por medio de la constante de tiempo T_v según la expresión

$$C_{n,n}^v = C_{n,n-1}^v e^{-\frac{\Delta s}{T_V}} + (C_{V,n} - C_{V,n-1}) e^{-\frac{\Delta s}{2T_V}}, \quad (\text{A.48})$$

siendo T_V la constante de tiempo asociada con el proceso de decaimiento de la sustentación del vórtice y depende del número de Reynolds, el número de Mach y el tipo de perfil aerodinámico. Esta constante se modifica mediante un multiplicador σ_3 para tener en cuenta las diferentes etapas del proceso de la siguiente forma

$$T_V = \frac{T_{V0}}{\sigma_3}. \quad (\text{A.49})$$

El vórtice contribuye significativamente a la fuerza normal total, por lo que su ubicación se controla utilizando el parámetro de tiempo adimensional del vórtice en cuerda, τ^v . Este parámetro es igual a cero mientras se forma en el borde de ataque y T_{vl} en el instante que se da la separación mientras que en el borde de fuga. El avance de tiempo adimensional sobre el perfil puede expresarse como

$$\tau_n^v = \tau_{n-1}^v + \Delta t \frac{2V_{rel}}{c} \quad (\text{A.50})$$

Si el vórtice alcanza el borde de fuga verificando la condición $t_n^v > T_{vl}$ y α_f no está en condición de pérdida de sustentación el vórtice no puede acumular sustentación positiva por lo que la contribución a la fuerza normal debe calcularse

como

$$C_{n,n}^v = C_{n,n-1}^v e^{-\frac{\Delta s}{T_V}}, \quad (\text{A.51})$$

siendo $\sigma_3 = 2$.

En condición de flujo separado en el borde de ataque, τ_n^v continúa aumentando hasta que el flujo se vuelva a adherir, momento en el cual vuelve a cero. Para que ocurra la adhesión del flujo, se deben cumplir varias condiciones: el parámetro de fuerza sustentación sustituto debe caer por debajo del coeficiente crítico de fuerza normal, el ángulo de ataque debe disminuir por debajo de cero y el vórtice debe haber pasado el borde de fuga.

Por último, la formación de múltiples vórtices puede darse a una determinada frecuencia T_{sh} la cual se determina como

$$T_{sh} = 2 \frac{1 - f''}{St_{sh}}, \quad (\text{A.52})$$

siendo $St_{sh} = 0.19$ la frecuencia de Strouhal a la cual se desprenden múltiples vórtices, por lo que la constante de tiempo T_{vl} se ve modificada de la siguiente forma

$$T_{vl} = T_{vl} + T_{sh}. \quad (\text{A.53})$$

Con la contribución calculada del vórtice a la sustentación del perfil, se puede determinar el coeficiente total no estacionario de la fuerza normal mediante superposición lineal permitiendo que el modelo sea aplicable bajo condiciones no estacionarias para flujo adherido, separación del flujo en el borde de fuga y formación de vorticidad en borde de ataque, definido por la expresión

$$C_{n,n} = C_{n,n}^f + C_{n,n}^v. \quad (\text{A.54})$$

Diferentes formulaciones de fuerza de cuerda bajo condiciones de flujo transitorio han sido presentadas (Gonzalez et al. 2014; Leishman et al. 1989; Pierce y Hansen, 1995). Este trabajo analiza los tres modelos y opta por la utilización del modelo original presentado en Leishman et al. 1989 dado que es el que mejor aproxima al resultado esperado. La formulación para la fuerza de cuerda viene dada por la expresión

$$C_{c,n} = \eta_e C_{n\alpha}^c(s, M) * \alpha_e^2 \sqrt{f''}, \quad (\text{A.55})$$

siendo η_e el factor de recuperación que tiene en cuenta los efectos viscosos en

caso de separación limitada o nula, típicamente en el rango de $0.85 < \eta_e \leq 0.95$.

Los respectivos coeficientes de sustentación y arrastre en condiciones no estacionarias resultan en

$$\begin{aligned} c_{l,n} &= C_{n,n} \cos \alpha_n + C_{c,n} \sin \alpha_n \\ c_{d,n} &= C_{n,n} \sin \alpha_n + C_{c,n} \cos \alpha_n + c_{d0}, \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

Interacción de condiciones de flujo

Cuando se producen cambios dinámicos en los gradientes de presión y velocidad, estos se propagan por todo el campo de flujo, dando lugar al acoplamiento entre los diferentes fenómenos ya descritos. En los trabajos presentados por Leishman et al. 1986, Leishman et al. 1989 y Leishman, 2011 esta interacción es tomada en cuenta al modificar las constantes de tiempo empíricas en ciertas etapas del proceso de pérdida dinámica. Las condiciones necesarias que deben verificarse para determinar cada uno de los estados son las siguientes:

- si $C'_n > C_{n1}$ o ($C'_n < C_{n2}$ si $\alpha < \alpha_0$) se puede presentar separación en borde de ataque
- si $f''_n < f''_{n-1}$ separación en borde de salida tiene lugar
- si $0 < \tau_v \leq T_{vl}$ advección y desplazamiento de vórtice en proceso
- si $\tau_V > 1 + \frac{T_{sh}}{T_{vl}}$ vórtice se desprende en borde de salida

Para mantener el modelo generalizado para una amplia gama de aplicaciones, se modifican las constantes de tiempo T_f y T_V como ya fue indicado. Para lograr esto, los términos exponenciales en las funciones de pérdida que utilizan estas constantes de tiempo se elevan a potencias determinadas por los parámetros experimentales σ_1 y σ_3 , modificando de esta forma las expresiones (A.42) y (A.48) por las expresiones

$$D_{f,n} = D_{f,n-1} E_f + (f'_n - f'_{n-1}) \sqrt{E_f^l} \quad (\text{A.57})$$

$$C_{n,n}^v = C_{n,n-1}^v E_v^l + (C_n^v - C_{n,n-1}^v) \sqrt{E_v^l} \quad (\text{A.58})$$

siendo

$$\begin{aligned} E_f &= e^{-\frac{\Delta s}{T_f}} \\ E_f^l &= (E_f)^{\sigma_1} \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

$$\begin{aligned}
E_v &= e^{-\frac{\Delta s}{T_v}} \\
E_v^l &= (E_f)^{\sigma_3}
\end{aligned}
\tag{A.60}$$

Para resolver los distintos estados del flujo sobre el perfil se utilizan distintas etapas temporales τ . En cada paso de tiempo se calculan los parámetros necesarios en función de los históricos en etapas anteriores y utilizando una aproximación en derivada centrada se resuelven las ecuaciones planteadas anteriormente. El modelo de Stall Dynamic desarrollado utiliza la velocidad del viento y el ángulo de ataque en un nodo de pala dado para determinar los coeficientes c_l y c_d en cada paso temporal para cada sección de pala.

A.3.3. Implementación modelo de Estela dinámico

La implementación del modelo de estela dinámico hace uso de las Ecuaciones (3.34) y (3.35), las cuales son resueltas por medio de un esquema de diferencias hacia atrás. El Algoritmo 1 presenta la lógica de resolución que permite determinar la velocidad inducida ante un cambio en la condición de viento.

Algorithm 1 Algoritmo de Modelo de Estela Dinámico

- 1: Paso 1 - Determinar W_{qs}^i utilizando la ecuaciones (3.33)
 - 2: Paso 2 - Utilizando el método de diferencias hacia atrás se determina $H = W_{qs}^i + k \cdot \tau_1 \frac{W_{qs}^i - W_{qs}^{i-1}}{\Delta t}$
 - 3: Paso 3 - Resolver $W_{int}^i = H + (W_{int}^{i-1} - H) e^{\left(\frac{-\Delta t}{\tau_1}\right)}$
 - 4: Paso 4 - Resolver $W^i = W_{int}^i (W^{i-1} - W_{int}^i) e^{\left(\frac{-\Delta t}{\tau_2}\right)}$
-

A.3.4. Efecto de rotación e inclinación de la Góndola

Otro fenómeno que se observa en la dinámica de los aerogeneradores y su primera referencia se encuentra documentada en Glauert, 1926, ocurre cuando el rotor gira alrededor del eje de la torre, como se ilustra en la Figura A.5. Este fenómeno ha sido abordado en diferentes proyectos de colaboración científica y referenciado en trabajos como los presentados por Pitt, 1981 y J. G. Schepers y Snel, 1995 en lo cuales fue investigada la variación azimutal de la velocidad inducida en configuraciones de desalineación con el viento incidente. En esta configuración, las palas que apunta aguas abajo se adentra mas en la estela

respecto a la pala que apunta aguas arriba. Esto conlleva a que la pala orientada aguas arriba se vea sometida a un viento más intenso, generando cargas más elevadas en comparación con la pala aguas abajo. Esta disparidad origina un momento de giro beneficioso que busca alinear el rotor con el viento, contribuyendo así a mejorar la estabilidad durante la rotación. Adicionalmente, esta situación da lugar a una variación azimutal en la velocidad inducida en la estela, lo que implica que esta sea menor cuando la pala apunta aguas arriba que luego de media revolución, cuando la misma pala apunta aguas abajo.

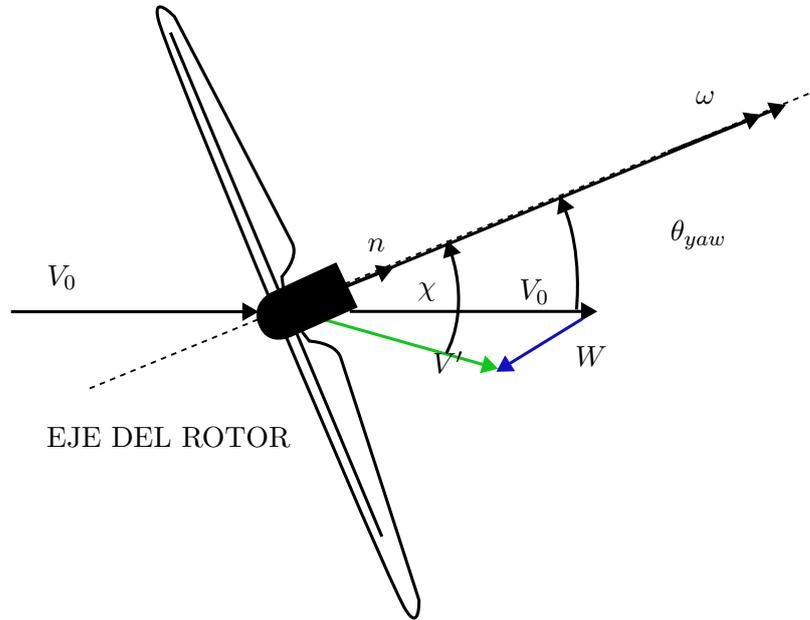


Figura A.5: Esquema de flujo incidente en plano de rotor girado.

Realizando un ajuste en la velocidad inducida por el rotor y estableciendo una relación de dependencia entre esta velocidad y la posición radial Pitt, 1981 establece la expresión empírica expresada a continuación para modelar este efecto

$$W = W_0 \left(1 + \frac{15\pi}{32} \frac{r}{R} \tan\left(\frac{\chi}{2}\right) \cos(\theta_{wing} - \theta_0) \right), \quad (\text{A.61})$$

siendo, W_0 la velocidad inducida obtenida por el modelo de estela dinámico, θ_0 representa el ángulo en el que la pala se encuentra en su posición más interna en la estela, mientras que el ángulo χ (ángulo de desvío de la estela) se define a través de la expresión

$$\tan(\chi) = \frac{(\sin \theta_{yaw} - a \tan \frac{\chi}{2})}{(\cos \theta_{yaw} - a)}. \quad (\text{A.62})$$

Es importante observar que el ángulo de estela es el ángulo real del flujo (χ), que se desprende aguas abajo del rotor y es ligeramente mayor que el ángulo de rotación del rotor (θ_{yaw}). El ángulo χ se puede suponer constante a lo largo de todo el radio del rotor y puede calcularse a una altura aproximada de $\frac{r}{R} = 0.7$.

A.4. Términos de la formulación co-rotacional

Los términos inerciales correspondientes a la matriz de masa y matriz giroscópica se determinan a partir de la linearización de los incrementos de los términos de desplazamiento lineal y rotacionales y sus respectivas derivadas a partir de las expresiones

$$\mathbf{M} = \mathbf{E} \left(\int_{l_0} (\mathbf{H}_1^T A_\rho \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2^T \mathbf{I}_\rho^e \mathbf{H}_2) dl \right) \mathbf{E}^T \quad (\text{A.63})$$

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{E} \left(\int_{l_0} \mathbf{H}_1^T A_\rho (\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_3) dl + \int_{l_0} \mathbf{H}_2^T \mathbf{I}_\rho^e (\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_4) dl + \int_{l_0} \mathbf{H}_2^T \left(\tilde{\mathbf{w}}^e \mathbf{I}_\rho^e - \mathbf{I}_\rho^e \tilde{\mathbf{w}}^e \right) dl \right) \mathbf{E}^T \quad (\text{A.64})$$