



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Modelado numérico de chimeneas solares

Caracterización de las capas límite en chimeneas solares a
partir de simulaciones numéricas con técnicas CFD

Daniel Federico Croza García

Programa de Posgrado en Ingeniería Mecánica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Febrero de 2024



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Modelado numérico de chimeneas solares

Caracterización de las capas límite en chimeneas solares a
partir de simulaciones numéricas con técnicas CFD

Daniel Federico Croza García

Tesis de Maestría presentada al Programa de
Posgrado en Ingeniería Mecánica, Facultad de
Ingeniería de la Universidad de la República, como
parte de los requisitos necesarios para la obtención
del título de Magíster en Ingeniería Mecánica.

Director:

D.Sc. Prof. Pedro Galione

Director académico:

D.Sc. Prof. Gabriel Usera

Montevideo – Uruguay

Febrero de 2024

Croza García, Daniel Federico

Modelado numérico de chimeneas solares / Daniel Federico Croza García. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, 2024.

X, 123 p. 29, 7cm.

Director:

Pedro Galione

Director académico:

Gabriel Usera

Tesis de Maestría – Universidad de la República, Programa en Ingeniería Mecánica, 2024.

Referencias bibliográficas: p. 121 – 123.

1. chimeneas solares,
2. simulaciones numéricas,
3. mecánica de fluidos,
4. transferencia de calor,
5. OpenFOAM. I. Galione, Pedro, . II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Ingeniería Mecánica. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

D.Sc. Prof. Gabriel Cazes

D.Sc. Prof. Martín Draper

D.Sc. Prof. Federico Favre

Montevideo – Uruguay
Febrero de 2024

RESUMEN

En esta tesis se presenta el armado de un caso de simulación CFD en el software OpenFOAM, que permite obtener en detalle el flujo de aire en el interior de una chimenea solar simple, del tipo de las que podrían usarse para acondicionamiento térmico y ventilación pasiva de edificaciones. En los modelos simples que en la literatura han sido propuestos para simular el comportamiento de las chimeneas solares, con los cuales se pueden evaluar periodos largos de tiempo, hay parámetros que pueden ser ajustados a partir de datos aportados por simulaciones CFD. Además de realizarse una revisión bibliográfica específica sobre las chimeneas solares, en este trabajo se estudiaron en detalle las ecuaciones de movimiento de los fluidos cuando hay presente transferencia de calor. Se muestran las simplificaciones que se toman en cuenta para llevar las ecuaciones desde su forma más general a las formas simplificadas que se suelen utilizar con movimientos termoconvectivos. Se introducen las justificaciones generales que se dan en los libros de mecánica de los fluidos y transferencia de calor para considerar dichas simplificaciones y, mediante un análisis inicial de órdenes de magnitud, se logra justificar algunas de las hipótesis usuales para el caso concreto del movimiento de aire en el interior de las chimeneas solares. Las simulaciones que se efectuaron son bidimensionales, tomando como dominio de trabajo únicamente a la cámara de aire de la chimenea, y se ejecutaron utilizando el “solver” `buoyantPimpleFoam`. Se discute acerca de inconvenientes encontrados en vinculación a la implementación de los efectos de empuje en la versión de OpenFOAM que se utiliza. Se contrastan resultados obtenidos en OpenFOAM contra resultados de un trabajo numérico, en el que imponen un flujo de calor uniforme en la superficie que cumple el rol de pared absorbedora y asumen adiabática la superficie que hace de placa cobertora, y contra resultados de un trabajo experimental, en el que calientan eléctricamente de manera uniforme la superficie que cumple el rol de pared absorbedora. Los resultados de las simulaciones realizadas en esta tesis son muy similares a los del trabajo numérico, pero difieren un poco en el caso de la comparación contra el trabajo experimental.

Palabras clave:

chimeneas solares, simulaciones numéricas, mecánica de fluidos,
transferencia de calor, OpenFOAM.

ABSTRACT

This thesis presents the assembly of a CFD simulation case in the OpenFOAM software, from which the air flow inside a simple solar chimney, of the type that could be used for thermal conditioning and passive ventilation of buildings, is obtained in detail. In the simple models that have been proposed in the literature for simulating the behavior of solar chimneys, which can be used to evaluate long periods of time, there are parameters that can be adjusted based on data provided by CFD simulations. In addition to carrying out a specific bibliographic review on solar chimneys, this work studied in detail the equations of motion for fluids with heat transfer. The simplifications that are considered to take the equations from their most general form to the simplified forms that are usually applied in thermoconvective flows are shown. General justifications given in fluid mechanics and heat transfer textbooks to take these simplifications into account are introduced and, through an initial analysis of orders of magnitude, some of the usual hypotheses are justified for the specific case of air movement inside solar chimneys. The simulations that were carried out are two-dimensional, taking only the chimney air chamber as simulation domain, and were executed using the `buoyantPimpleFoam` “solver”. Inconveniences found in connection with the implementation of buoyancy effects in the OpenFOAM version which is used are discussed. Results obtained in OpenFOAM are compared against results of a numerical work, in which a uniform heat flux is fixed on the surface that plays the role of absorber wall and the surface that acts as covering plate is assumed adiabatic, and against results of an experimental work, in which the surface that plays the role of absorber wall is electrically heated in a uniform manner. The results of the simulations carried out in this thesis are very similar to those of the numerical work, but differ slightly in the case of the comparison against the experimental work.

Keywords:

solar chimneys, numerical simulations, fluid mechanics, heat transfer,
OpenFOAM.

Tabla de contenidos

1	Introducción	1
2	Fundamentos teóricos	5
2.1	Revisión bibliográfica sobre chimeneas solares	5
2.2	Ecuaciones fundamentales del movimiento de un fluido	9
2.2.1	Forma integral de las leyes fundamentales	10
2.2.2	Forma diferencial de las leyes fundamentales	13
2.2.3	Aplicación al caso de un fluido de Newton-Fourier	14
2.2.4	Ecuación de energía con la temperatura como variable dependiente	23
2.2.5	Forma adimensional de las ecuaciones de movimiento	25
2.2.6	Formas simplificadas de las ecuaciones de movimiento	40
3	Metodología	48
3.1	El software OpenFOAM	48
3.1.1	Introducción al uso del OpenFOAM	49
3.1.2	Preprocesamiento en OpenFOAM	49
3.1.3	Aplicaciones para simular en OpenFOAM (los “solver”)	54
3.1.4	Posprocesamiento en OpenFOAM	55
3.2	Preparación del caso a simular	56
3.2.1	Elección del “solver”	56
3.2.2	Dominio de trabajo seleccionado	57
3.2.3	Mallas utilizadas	58
3.2.4	Propiedades del fluido y tipo de simulación	60
3.2.5	Condiciones de borde	60
3.2.6	Discusión acerca de las condiciones de borde	63
3.2.7	Resultados preliminares e inconvenientes encontrados	68
3.2.8	Solución a los inconvenientes encontrados	69

4	Casos de estudio	75
4.1	Comparación con chimenea numérica	75
4.1.1	Detalles de las simulaciones contra las que se contrasta .	77
4.1.2	Resultados disponibles de la simulación contra la que se contrasta	77
4.1.3	Primeros resultados obtenidos con OpenFOAM	79
4.1.4	Pruebas adicionales y ajustes de parámetros numéricos .	87
4.2	Comparación con trabajo experimental	88
4.2.1	Detalles de los experimentos contra los que se contrasta .	88
4.2.2	Resultados disponibles del experimento contra el que se contrasta	89
4.2.3	Resultados obtenidos con OpenFOAM	93
5	Conclusiones	112
	Bibliografía	121

Capítulo 1

Introducción

Las chimeneas solares son dispositivos que aprovechan la energía solar en forma directa para calentar el aire dentro de ellas, produciendo un gradiente de densidades en el mismo, lo que genera el tiro que permite su circulación.

En la Figura 1.1 se puede ver un esquema de una chimenea solar simple que consiste en una pared semitransparente (la cual se denomina placa cobertora o cobertura transparente), una cámara de aire y una pared opaca (la cual se denomina pared absorbedora o placa absorbedora).

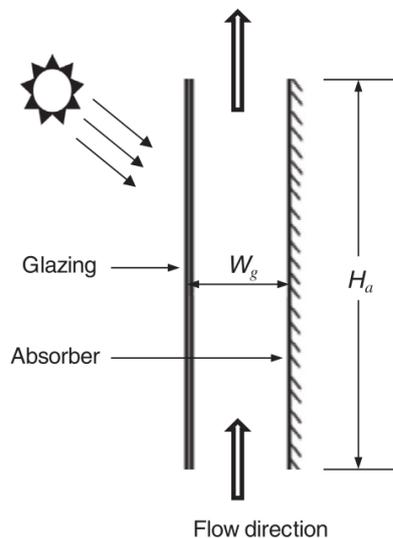


Figura 1.1: Esquema de chimenea solar. Extraído de Khanal y Lei, [2014](#)

Su funcionamiento básico es muy simple. La radiación solar atraviesa la cobertura transparente y calienta la pared absorbedora. La pared absorbedora calienta el aire en el interior de la chimenea, y por efectos de empuje el aire caliente (más liviano que el aire exterior) asciende por la cámara.

Las chimeneas solares tienen diversas aplicaciones, como por ejemplo el acondicionamiento térmico y la ventilación pasiva de edificaciones. En estas aplicaciones pueden aportar a la eficiencia energética de los edificios y son una interesante alternativa por sus ventajas económicas. Se pueden utilizar de múltiples maneras, para cumplir con distintas funciones, que pueden variar de acuerdo a la época del año. Algunos de los posibles modos de operación de una chimenea solar se muestran en la Figura 1.2.

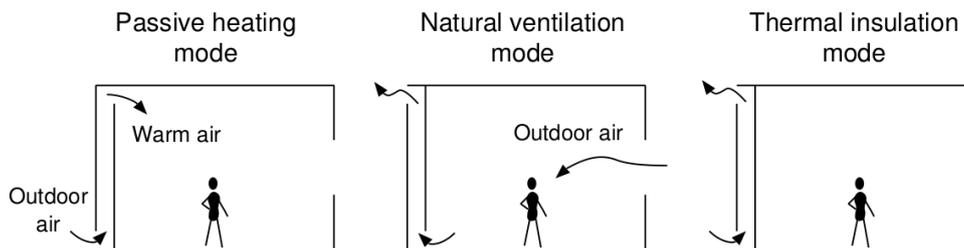


Figura 1.2: Modos de operar una chimenea solar. Extraído de Miyazaki et al. 2006

Cuando las condiciones en el ambiente a acondicionar implican una demanda de calefacción, el modo de calentamiento pasivo (del primer cuadro de la Figura 1.2) podría reducir esa demanda e incluso cubrirla. En este modo la chimenea toma aire exterior, lo calienta y lo introduce al ambiente. Para que esto funcione, la misma cantidad de aire que introduce la chimenea al ambiente debe salir del ambiente por alguna abertura. Entonces con el modo de calentamiento pasivo también se obtiene cierto grado de ventilación del ambiente.

Con el modo de ventilación natural (del segundo cuadro de la Figura 1.2) la chimenea toma aire del ambiente interior, lo calienta y lo descarga al exterior. Debe contarse con una abertura en el ambiente para que ingrese desde afuera la misma cantidad de aire que la chimenea saca. Si la temperatura exterior es similar a la del ambiente a acondicionar la operación de la chimenea no impacta sobre la carga térmica del ambiente, solamente renueva el aire de la habitación. Pero esa renovación del aire podría ayudar a mejorar la sensación de confort en la habitación, sobre todo en días un poco calurosos en los que no hay viento suficiente para generar corrientes agradables en el interior, las cuales entonces podrían ser generadas por la ventilación que se logra gracias a la presencia de la chimenea.

Si las condiciones en el ambiente a acondicionar implican una demanda

de refrigeración y la temperatura exterior es menor a la temperatura en el ambiente, operar la chimenea en el modo de ventilación natural podría reducir esa demanda e incluso cubrirla (enfriamiento pasivo).

Si las condiciones en el ambiente a acondicionar implican una demanda de refrigeración y la temperatura exterior está por encima de la del ambiente, el uso del modo de ventilación natural resultaría en un aumento de esa demanda. En estos casos se puede usar el modo de aislamiento térmico (del tercer cuadro de la Figura 1.2). En este modo la chimenea toma aire de afuera, lo calienta y lo devuelve al exterior. Con esto se logra disminuir la carga térmica que estaría ingresando hacia la habitación por la chimenea, dado que parte de la energía solar allí recibida se la termina llevando el aire que circula por la chimenea y es descargado al exterior.

Es importante contar con modelos simples de chimeneas solares que permitan estimar los caudales de aire que se logran (y temperaturas de salida del aire para aplicaciones de calefacción) a partir de conocer la radiación solar disponible. Estos modelos simples de chimeneas solares pueden incorporarse a modelos de simulación del comportamiento energético de edificaciones, capaces de simular su operación durante largos períodos de tiempo para evaluar su desempeño energético, por ejemplo a escalas anuales. Los modelos simples pueden nutrirse de resultados experimentales o de simulaciones más complejas, como son las que trata la Mecánica de los Fluidos Computacional (CFD, por su sigla en inglés “*Computational Fluid Dynamics*”), para ajustar parámetros con el objetivo de obtener mayor precisión en sus predicciones.

En esta tesis se pretende armar un caso de simulación CFD que permita obtener en detalle el flujo de aire en el interior de una chimenea solar, a partir de lo cual se podrían calcular flujos máxicos, temperaturas, coeficientes de transferencia de calor, factores de fricción, etc., en diversas condiciones y con diferentes dimensiones geométricas. El trabajo para alcanzar este objetivo se organiza de acuerdo a como se describe a continuación.

En el capítulo 2 se desarrolla el marco teórico sobre el cual se trabaja. En la sección 2.1 se presenta la revisión bibliográfica realizada en torno a las chimeneas solares y la sección 2.2 trata sobre las ecuaciones que rigen los movimientos de los fluidos cuando hay presente transferencia de calor, las cuales deben ser resueltas numéricamente por el código CFD con el cual se realizan las simulaciones. El capítulo 3 refiere a la metodología de trabajo adoptada. En la sección 3.1 se presenta el software elegido para realizar las simulacio-

nes numéricas de esta tesis, que es el OpenFOAM, y se explica mínimamente cómo se usa, y en la sección 3.2 se describe el proceso de preparación del caso a simular en este trabajo. En el capítulo 4 se presentan los casos de estudio. La sección 4.1 trata sobre el contraste de los resultados de un trabajo numérico que se toma de referencia con los obtenidos con el caso preparado en OpenFOAM para la misma chimenea en las mismas condiciones, con lo cual se terminan de ajustar algunos parámetros de las simulaciones, y en la sección 4.2 se contrastan los resultados de un trabajo experimental con los obtenidos con el caso preparado en OpenFOAM para la misma chimenea, intentando considerar condiciones análogas. En el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo realizado y se plantean posibles trabajos a futuro.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

Este capítulo se divide en dos partes. En la primera se incluye la revisión bibliográfica realizada específicamente en torno a las chimeneas solares. La segunda parte trata de las ecuaciones que rigen el movimiento de los fluidos, en particular cuando hay presente transferencia de calor.

2.1. Revisión bibliográfica sobre chimeneas solares

Muchos autores han trabajado con modelos simples para el cálculo del flujo másico de aire, \dot{m} , que se puede alcanzar con una chimenea solar, en los cuales utilizan una fórmula como la que se muestra en la ecuación 2.1, o similar:

$$\dot{m} = C_D \rho_{\text{ref}} A \sqrt{\frac{2gH(\rho_{\text{ref}} - \rho_{\text{chim}})}{\rho_{\text{ref}}}} \quad (2.1)$$

donde C_D es el coeficiente de descarga para las secciones de entrada y salida, ρ_{ref} la densidad exterior de referencia, A el área de pasaje de la chimenea, g el módulo del campo gravitatorio, H la altura de la chimenea y ρ_{chim} la densidad del aire en el interior de la chimenea, considerada uniforme. Para arribar a esta ecuación se asume que el tiro que se logra en la chimenea, $(\rho_{\text{ref}} - \rho_{\text{chim}})gH$, debe vencer sólo a las caídas de presión que se dan en las secciones de entrada y salida de la chimenea, vinculadas al coeficiente de descarga, C_D , que se admite igual para ambas, y se consideran además algunas otras aproximaciones asociadas a que las diferencias entre las densidades no son demasiado grandes.

Lo usual es que las fórmulas del estilo de la ecuación 2.1 se usen en una versión con temperaturas (absolutas) en lugar de densidades adentro de la raíz cuadrada, como se presenta en la ecuación 2.2:

$$\dot{m} = C_D \rho_{\text{ref}} A \sqrt{\frac{2gH(T_{\text{chim}} - T_{\text{ref}})}{T_{\text{ref}}}} \quad (2.2)$$

a lo que se arriba a partir de asumir que el aire se comporta como gas ideal y que las variaciones en la densidad se dan solamente con variaciones de temperatura, admitiendo lineal esta dependencia. De esta manera se ve más claramente que para poder realizar el cálculo para la determinación del flujo másico es necesario conocer la temperatura en el interior de la chimenea, admitida uniforme.

Para determinar la temperatura del aire en la chimenea, los modelos simples de chimeneas solares, además de la ecuación para el cálculo del flujo másico, incluyen una ecuación de balance de energía al aire en el interior de la chimenea y alguna forma de determinar la transferencia de calor que se da en ese balance (que puede incorporar otros balances, como el balance a la pared absorbedora, por ejemplo). Muchas maneras de considerar esto se han tenido en cuenta en los trabajos científicos sobre la temática, con muy variados niveles de complejidad.

Entre los modelos más simples de chimeneas solares se podría mencionar el considerado en el trabajo de Bansal et al. 1993. Los autores trabajaron con una chimenea solar inclinada 30° respecto a la horizontal, seguida de una chimenea convencional vertical. Para el flujo másico usaron una fórmula muy similar a la de la ecuación 2.2, pero que contempla áreas distintas en las secciones de entrada y salida. Para el balance al aire en la chimenea solar, asumieron régimen estacionario y consideraron que únicamente recibe calor de la pared absorbedora. Plantearon una versión puntual de este balance y la integraron asumiendo temperatura uniforme en la pared absorbedora, para obtener una expresión para la variación de temperatura en la dirección del flujo. Incorporando el balance a la pared absorbedora obtuvieron una fórmula para el cálculo de la temperatura de salida. En el balance a la pared absorbedora impusieron que del calor solar recibido por la misma una parte tiene destino en el aire que circula y el resto se reparte en pérdidas hacia el interior de la pared absorbedora (por conducción) y hacia la placa cobertora (por radiación). Todos los intercambios se modelaron lineales, cada uno con la diferencia de temperatura que le corresponde.

Respecto a los modelos simples que levantan más hipótesis simplificadoras cabe mencionar al elaborado por Kosut, 2017. En su tesis de maestría Kosut desarrolló un modelo numérico simplificado para simular el funcionamiento de una chimenea solar durante periodos largos de tiempo, en el cual eliminó algunas de las simplificaciones utilizadas en los modelos que relevó en la literatura. El modelo que desarrolló es unidimensional cuasiestacionario para el aire que recorre la chimenea y bidimensional no estacionario para la pared absorbadora. El cálculo del caudal de aire en la chimenea lo resolvió contabilizando al recorrer una línea de flujo las distintas pérdidas de carga y fuerzas de empuje que se presentan desde que el aire ingresa a la habitación desde el exterior hasta que termina saliendo por la parte superior de la chimenea. Uno de los términos relevantes de la ecuación que obtuvo (que es similar a la ecuación 2.2, pero con un coeficiente que contempla pérdidas de carga distribuidas además de localizadas en lugar del C_D y un término adicional adentro de la raíz cuadrada vinculado a la diferencia de temperatura entre el aire exterior y el aire de la habitación) es el asociado a las pérdidas de carga distribuidas a lo largo del canal principal de la chimenea, en donde se deben elegir los factores de fricción a utilizar. Para la determinación de los factores de fricción adoptó un criterio basado en el modelo de pluma propuesto por He et al. 2016, considerando que todo el flujo de masa se encuentra confinado en un área proporcional al espesor de la capa límite, este último determinado a partir de una correlación para capa límite turbulenta de convección libre. Mediante un diámetro hidráulico y una velocidad media definidos de forma coherente con esta idea, utilizó la fórmula de Colebrook y White (que es para flujos forzados, turbulentos), representada gráficamente en el popular ábaco de Moody, para la obtención de los factores de fricción. Esta forma de calcular los factores de fricción permite contemplar el efecto de la presencia de diferentes regímenes de flujo, que se describen en el trabajo de Khanal y Lei, 2014, y lograr mejores resultados que los modelos más simples para los casos con altos números de Rayleigh y grandes espesores de cámara, en donde, por ejemplo, Chen et al. 2003 mencionan que dichos modelos más simples sobrestiman el flujo másico. Debido a la complejidad con que se desarrolla el flujo en la chimenea (que tiene algunas características de convección mixta), la forma de determinar los factores de fricción es uno de los puntos del modelo que genera más incertidumbre. Kosut dejó planteado como trabajo a futuro profundizar el análisis de la incidencia de los diferentes regímenes de flujo en la determinación de los factores de fricción.

En algunos trabajos se incorporan modelos simples de chimeneas solares a modelos de simulación del comportamiento energético de edificaciones. Un ejemplo de esto puede verse en el trabajo de Lee y Strand, 2009, que desarrollaron un módulo para evaluar el impacto energético de chimeneas solares en edificaciones y lo implementaron en el EnergyPlus (software gratuito, de código abierto, desarrollado por el *U.S. Department of Energy*, para la simulación energética de edificaciones). Usando esto, los autores investigaron los efectos de variar la altura de la chimenea, la absorptividad de la pared absorbidora, la transmisividad de la placa cobertora y el espesor de la cámara de aire, bajo distintas condiciones.

Las simulaciones CFD se han usado con distintos fines en trabajos vinculados a las chimeneas solares. Algunos autores elaboran modelos simples de chimeneas solares y utilizan simulaciones CFD para validar algunos aspectos del modelo. Es el caso de Miyazaki et al. 2006, que integraron un modelo simple de chimeneas solares a un modelo de cálculo de necesidades de calefacción y refrigeración de una habitación, para determinar el impacto de la incorporación de la chimenea y evaluar diferentes estrategias de manejo de los posibles modos de operación de la misma. Hicieron uso de simulaciones CFD para verificar los cálculos de flujo másico que se pueden hacer con el modelo simple de chimeneas solares que utilizaron, variando el espesor de la cámara de aire, el flujo de calor impuesto desde las paredes verticales y la temperatura del aire de entrada.

En muchos trabajos las simulaciones CFD son utilizadas como “laboratorio numérico” para investigar la *performance* de chimeneas solares en determinadas condiciones, variando parámetros geométricos y/o de operación. Por ejemplo, Zamora y Kaiser, 2009 simularon chimeneas con un canal horizontal de entrada para un gran rango de valores del número de Rayleigh, distintos valores del espesor de la cámara de aire y diferentes condiciones de calentamiento. En su trabajo presentan resultados numéricos del número de Nusselt y del flujo másico adimensionado obtenidos para un amplio rango de números de Rayleigh, con distintos valores de relación de aspecto (altura de la chimenea sobre espesor de la cámara de aire), en un caso de calentamiento simétrico con temperatura impuesta en ambas paredes verticales del canal principal de la chimenea. Bajo esta condición de calentamiento proponen una expresión para determinar el valor óptimo desde el punto de vista de la transferencia de calor de la relación de aspecto a partir del número de Rayleigh. Muestran, a su vez,

que el valor óptimo desde el punto de vista del flujo másico de la relación de aspecto se da en valores más altos, para mismos valores del número de Rayleigh. Si bien desde el punto de vista de la transferencia la óptima relación de aspecto varía de forma monótona con el número de Rayleigh, desde el punto de vista del flujo másico esto no sucede y lo explican a partir de cambios bruscos en las curvas de flujo másico contra la relación de aspecto, que se dan en conexión con un tipo de contraflujos que se presentan en determinadas condiciones.

2.2. Ecuaciones fundamentales del movimiento de un fluido

Las ecuaciones que deben cumplir los movimientos de cualquier cuerpo continuo, en ausencia de cambios en su composición física (sin transferencia de especies) y/o química (ausencia de reacciones químicas), son las de balance mecánico (ecuaciones de cantidad de movimiento y de cantidad de movimiento angular), balance de masa (ecuación de continuidad) y balance de energía (primera ley de la termodinámica). A su vez es necesario el cumplimiento de la segunda ley de la termodinámica, que se puede postular a partir de una desigualdad que restringe los procesos posibles imponiendo una condición a la evolución de la entropía.

También deben tenerse en cuenta las ecuaciones constitutivas del material, que vinculan, entre otras cosas, las tensiones y el flujo de calor en el interior del cuerpo continuo con el movimiento y las propiedades termofísicas del material, caracterizando el comportamiento del material en cuestión (por ejemplo si es un sólido o un fluido, y qué tipo de sólido o fluido es; cómo transfiere calor; etc.).

Lo que se desarrolla en esta sección se basa principalmente en lo presentado en detalle en los “Apuntes de mecánica de los fluidos” de Julio Borghi (Borghi, 2015; Borghi, 2014a; Borghi, 2013a; Borghi, 2014b; Borghi, 2013b) y en los primeros diez capítulos del libro “*Incompressible flow*”, de Ronald Pantón, 2013. En esta tesis se desarrolla el tema de una manera particular, incorporando algunas interpretaciones y puntualizaciones. En la subsección 2.2.5 se efectúa una adimensionalización de las ecuaciones de movimiento del aire en las chimeneas solares, la cual se usa en 2.2.5.4 para llevar a cabo un análisis de órdenes de magnitud que permite justificar para este caso concreto algunas

simplificaciones que usualmente se consideran en las ecuaciones, principalmente en relación a la dependencia de las propiedades termofísicas con la presión y la temperatura.

2.2.1. Forma integral de las leyes fundamentales

Las leyes fundamentales pueden escribirse en forma integral (relacionando magnitudes globales del movimiento) o en forma diferencial (relacionando magnitudes puntuales, que están vinculadas a las magnitudes globales). Ambas formas de postularlas son equivalentes en el interior de un cuerpo continuo, si se admiten ciertas hipótesis de continuidad y diferenciabilidad de los campos involucrados. A continuación se presentan las mencionadas leyes, escritas en su forma integral, las cuales son válidas para cualquier parte del cuerpo.

Primera ecuación de balance mecánico: Esta ley fundamental postula que, en un referencial inercial, la derivada total (derivada material) de la cantidad de movimiento de una parte cualquiera del material (definida a partir de la región, D , que ocupa en el espacio en el instante de tiempo genérico, t , que se considera) es igual a la suma de fuerzas resultante sobre ella. Esto se presenta en forma de ecuación en 2.3.

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho \mathbf{v} \, dV = \int_D \rho \mathbf{F} \, dV + \int_{\partial D} \mathbb{T}(\mathbf{n}) \, dA \quad (2.3)$$

La cantidad de movimiento es la integral en el volumen ocupado por D del producto entre la densidad, ρ , y la velocidad, \mathbf{v} . La resultante de fuerzas tiene una componente de acción dinámica de volumen (dada por el campo \mathbf{F} de fuerza por unidad de masa) que actúa en el interior de dicha parte del cuerpo continuo, y otra de acción dinámica de contacto que actúa en la frontera, ∂D , de la parte D , dada por el tensor de tensiones \mathbb{T} aplicado al versor normal saliente a la superficie, \mathbf{n} .

Segunda ecuación de balance mecánico: En los fluidos y en la gran mayoría de los sólidos esta ley postula que, en un referencial inercial, la derivada total del momento de la cantidad de movimiento respecto a un punto fijo cualquiera, Q , es igual a la suma del momento de las fuerzas de masa y el momento de las fuerzas de contacto, respecto a ese mismo punto (en algunos sólidos esta ley podría incluir otros términos, por ejemplo uno vinculado a una densidad volumétrica de momento, como la que se presenta en materiales con compor-

tamiento anisótropo desde el punta de vista eléctrico o magnético). Esto se presenta en forma de ecuación en 2.4.

$$\frac{d}{dt} \int_D (P - Q) \times \rho \mathbf{v} dV = \int_D (P - Q) \times \rho \mathbf{F} dV + \int_{\partial D} (P - Q) \times \mathbb{T}(\mathbf{n}) dA \quad (2.4)$$

Aquí P es el punto genérico dentro de D donde implícitamente están evaluados los campos que aparecen en los integrandos (sería la variable de integración en estas integrales que se presentan).

Ecuación de balance de masa: Esta ley dice que la derivada total de la masa de una parte del cuerpo es nula, lo que se presenta en la ecuación 2.5.

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho dV = 0 \quad (2.5)$$

Esto es equivalente a decir que la masa de cualquier parte del material permanece incambiada durante el movimiento, o que la masa se conserva (y por esto también se la llama ecuación de conservación de la masa).

Primera ley de la termodinámica: La primera ley, ecuación 2.6, postula que, en un referencial inercial, la derivada material de la energía total (energía interna, U , dada por 2.7, más energía cinética, E_C , dada por 2.8) de una parte del cuerpo es igual a la suma de la potencia mecánica, \dot{W} , dada por 2.9, y la potencia calorífica, \dot{Q} , dada por 2.10, recibidas por ella.

$$\frac{dU}{dt} + \frac{dE_C}{dt} = \dot{W} + \dot{Q} \quad (2.6)$$

donde

$$U = \int_D \rho u dV \quad (2.7)$$

$$E_C = \int_D \rho \frac{v^2}{2} dV \quad (2.8)$$

$$\dot{W} = \int_D \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dV + \int_{\partial D} \mathbb{T}(\mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dA \quad (2.9)$$

$$\dot{Q} = \int_D \rho r dV + \int_{\partial D} \mathbf{q} \cdot (-\mathbf{n}) dA \quad (2.10)$$

La potencia mecánica tiene una componente de trabajo de las fuerzas de masa en el interior de la parte del cuerpo en cuestión, y otra de trabajo de las fuerzas

de contacto en la frontera. La potencia calorífica está formada por una componente volumétrica que tiene a r como densidad másica de potencia calorífica (en ausencia de efectos químicos y eléctricos sería una potencia recibida a partir de intercambios de calor por radiación), y otra componente superficial en la frontera de la parte del cuerpo en cuestión vinculada a la transferencia de calor por conducción en el interior del material (\mathbf{q} es el vector de conducción de calor, o flujo de calor).

Segunda ley de la termodinámica: La segunda ley postula que la derivada material de la entropía, S , de una parte del cuerpo se relaciona con el calor que intercambia y la temperatura absoluta, T , a partir de la desigualdad dada por 2.11.

$$\frac{dS}{dt} \geq \int_D \frac{\rho r}{T} dV + \int_{\partial D} \frac{\mathbf{q} \cdot (-\mathbf{n})}{T} dA \quad (2.11)$$

donde

$$S = \int_D \rho s dV \quad (2.12)$$

A esta relación se la denomina desigualdad de Clausius. Se puede interpretar de la siguiente forma: el aumento de entropía de una parte del cuerpo es mayor o igual al aumento de entropía debido a los intercambios de calor con el exterior a dicha parte. La igualdad se daría en los procesos reversibles.

2.2.1.1. Algunas consecuencias de las leyes fundamentales

Se muestran aquí algunas consecuencias de las leyes fundamentales presentadas, que son útiles para obtener interpretaciones interesantes de las mismas.

Balance de energía mecánica: La ecuación de balance de energía mecánica es una consecuencia de la primera ecuación de balance mecánico. Dice que, en un referencial inercial, la potencia mecánica recibida por una parte del cuerpo es igual a la suma de la derivada material de la energía cinética más la potencia de deformación. Esto se presenta en la ecuación 2.13.

$$\dot{W} = \frac{dE_C}{dt} + \int_D \text{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D}) dV \quad (2.13)$$

donde \mathbb{D} es el tensor de velocidades de deformación, que es la parte simétrica del tensor gradiente del campo de velocidades, definido a partir de 2.14:

$$\mathbb{D} = \frac{1}{2} [\text{grad}(\mathbf{v}) + \text{grad}(\mathbf{v})^T] \quad (2.14)$$

y $\text{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D})$ es la densidad volumétrica de la potencia de deformación.

Balance de energía térmica: La ecuación de balance de energía térmica se obtiene como resultado de combinar el balance de energía mecánica con la primera ley de la termodinámica. Dice que la derivada material de la energía interna de una parte del cuerpo es igual a la suma de la potencia calorífica recibida más la potencia de deformación. Esto se presenta en la ecuación 2.15.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + \int_D \text{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D}) \, dV \quad (2.15)$$

Lo interesante de esta ecuación es que es una ecuación equivalente al primer principio, pero tiene validez en todos los referenciales (sin necesidad de que sean inerciales). Esto es debido a que todos sus términos son magnitudes invariantes con el referencial.

2.2.2. Forma diferencial de las leyes fundamentales

A continuación se presentan las leyes fundamentales escritas en forma diferencial, las cuales son válidas para cualquier punto, P , perteneciente al cuerpo.

Ecuación de cantidad de movimiento: A la forma puntual de la primera ecuación de balance mecánico¹ se la denomina ecuación de Cauchy, la cual se presenta en 2.16.

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{F} + \mathbf{div}(\mathbb{T}) \quad (2.16)$$

Ecuación de momento de la cantidad de movimiento: La forma puntual de la segunda ecuación de balance mecánico es equivalente a la simetría del tensor de tensiones, como se indica en la ecuación 2.17.

$$\mathbb{T} = \mathbb{T}^T \quad (2.17)$$

Ecuación de continuidad: La ecuación de conservación de la masa en forma diferencial se escribe como muestra la ecuación 2.18.

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \, \text{div}(\mathbf{v}) = 0 \quad (2.18)$$

Ecuación de energía: Se presenta a continuación, en la ecuación 2.19, la forma puntual de la ecuación de balance de energía térmica, que contiene la

¹De la manera en que se presenta en realidad implícitamente estaría también aplicada la ecuación de continuidad.

información de la primera ley de la termodinámica.

$$\rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div}(-\mathbf{q}) + \rho r + \operatorname{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D}) \quad (2.19)$$

Inecuación de la entropía: La forma puntual de la segunda ley de la termodinámica combinada con la primera dan como resultado lo que se denomina desigualdad de Clausius-Duhem, que se muestra en 2.20.

$$\rho T \frac{ds}{dt} \geq \rho \frac{du}{dt} + \frac{\mathbf{q} \cdot \nabla T}{T} - \operatorname{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D}) \quad (2.20)$$

2.2.3. Aplicación al caso de un fluido de Newton-Fourier

Aquí se presentan las ecuaciones constitutivas del fluido de Newton-Fourier y luego se muestra cómo quedan las leyes fundamentales cuando se imponen dichas ecuaciones constitutivas.

2.2.3.1. Ecuaciones constitutivas de un fluido de Newton-Fourier

Para tener completo el sistema de ecuaciones que rigen los movimientos de los materiales que se están describiendo, es necesario contar con relaciones entre el estado tensional, el flujo de calor y las propiedades termodinámicas con el resto de los campos que componen el movimiento. Estas relaciones en el caso de un fluido de Newton-Fourier están dadas por las ecuaciones constitutivas que se desarrollan a continuación.

Fluido newtoniano: Un fluido de Stokes es un fluido simple que tiene memoria infinitesimal. Esto quiere decir que la ecuación constitutiva para las tensiones está dada por una relación funcional entre el tensor de tensiones, y la densidad, la temperatura y el tensor gradiente del campo de velocidades, que a partir de aplicar el Principio de Invariancia bajo movimientos rígidos (principio de independencia del referencial o de isotropía del espacio) se obtiene, además de otras restricciones, que la dependencia es solo con la parte simétrica del tensor gradiente de las velocidades: $\mathbb{T} = \mathbf{f}(\rho, T, \mathbb{D})$. Un fluido newtoniano es un caso particular de fluido de Stokes en el cual la función constitutiva \mathbf{f} es lineal en la variable \mathbb{D} , a menos de un sumando independiente de \mathbb{D} . La ecuación constitutiva de un fluido newtoniano se muestra en 2.21.

$$\mathbb{T} = [-p + \lambda \operatorname{tr}(\mathbb{D})] \mathbb{I} + 2\mu \mathbb{D} \quad (2.21)$$

donde p es la presión (presión termodinámica o presión de reposo), μ es la viscosidad dinámica (o viscosidad de corte) y a $\lambda + \frac{2}{3}\mu$ se lo denomina viscosidad volumétrica. Los parámetros p , μ y λ dependen de la densidad y la temperatura, lo que se representa en las ecuaciones 2.22, 2.23 y 2.24:

$$p = p(\rho, T) \quad (2.22)$$

$$\mu = \mu(\rho, T) \quad (2.23)$$

$$\lambda = \lambda(\rho, T) \quad (2.24)$$

Se considera a partir de aquí que el fluido en estudio no sufre cambios de fase en los procesos termodinámicos con los que se trabaja, lo que permite escribir la ecuación de estado 2.22 con ρ como variable dependiente en lugar de p . Esto se representa en la ecuación 2.25:

$$\rho = \rho(p, T) \quad (2.25)$$

Entonces las relaciones dadas por 2.23 y 2.24 se pueden escribir en forma alternativa como se muestra en las ecuaciones 2.26 y 2.27:

$$\mu = \mu(p, T) \quad (2.26)$$

$$\lambda = \lambda(p, T) \quad (2.27)$$

La ecuación de estado 2.25 puede determinarse experimentalmente para cada fluido a partir del estudio del equilibrio termodinámico del mismo en muchas condiciones, de modo de abarcar el rango de interés.

La dependencia de μ y λ con la presión y la temperatura, ecuaciones 2.26 y 2.27, se puede determinar experimentalmente para cada fluido a partir de movimientos diferentes al reposo.

Ley de Fourier: Se dice que un fluido cumple con la ley de Fourier cuando su ecuación constitutiva para la conducción del calor está dada por una relación funcional entre el vector de flujo de calor, y la densidad, la temperatura y el vector gradiente del campo de temperaturas, siendo esta relación lineal con el gradiente de temperaturas. Luego de imponer que cumpla con el Principio de

Invariancia la relación queda como se muestra en la ecuación 2.28:

$$\mathbf{q} = -k\nabla T \quad (2.28)$$

donde k es la conductividad térmica del fluido, que es función de la densidad y la temperatura, lo cual utilizando la ecuación 2.25 se representa por 2.29.

$$k = k(p, T) \quad (2.29)$$

La dependencia de k con la presión y la temperatura, ecuación 2.29, se puede determinar experimentalmente para cada fluido a partir de procesos en que no haya equilibrio térmico.

Energía interna y entropía: En un fluido de Newton-Fourier existen relaciones funcionales que vinculan tanto la energía interna específica como la entropía específica (funciones de estado) con la densidad y la temperatura (parámetros de estado), lo que luego de considerar la ecuación 2.25 es representado en 2.30 y 2.31:

$$u = u(p, T) \quad (2.30)$$

$$s = s(p, T) \quad (2.31)$$

La ecuación constitutiva para la energía interna, 2.30, se puede determinar experimentalmente para cada fluido a partir del estudio de procesos simples, cuantificando los distintos términos presentes en la primera ley, de forma que permitan calcular la variación de energía interna.

Para determinar la ecuación constitutiva para la entropía, 2.31, no es necesario realizar experimentos y mediciones adicionales, dado que se termina obteniendo a partir de las relaciones 2.25 y 2.30 con la ecuación de Gibbs, 2.35, que se presenta más adelante.

2.2.3.2. Leyes fundamentales con un fluido de Newton-Fourier

A continuación se muestra cómo quedan las leyes fundamentales escritas en forma diferencial que fueron presentadas en la sección 2.2.2, una vez que se tienen en cuenta las ecuaciones constitutivas del fluido de Newton-Fourier desarrolladas en 2.2.3.1.

Ecuación de cantidad de movimiento: A la ecuación de cantidad de movimiento para un fluido newtoniano se la denomina ecuación de Navier-Stokes¹, la cual se presenta en 2.32.

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{F} - \nabla p + \nabla(\lambda \operatorname{div}(\mathbf{v})) + \mathbf{div}(2\mu \mathbb{D}) \quad (2.32)$$

Ecuación de momento de la cantidad de movimiento: La simetría del tensor de tensiones, ecuación 2.17, se cumple directamente con la ecuación constitutiva del fluido newtoniano, ecuación 2.21, dado que allí el tensor de tensiones se escribe como la suma de tensores simétricos.

Ecuación de continuidad: La forma en que se escribe la ley de conservación de la masa, ecuación 2.18, no se ve alterada por la imposición de las ecuaciones constitutivas.

Ecuación de energía: Una vez que se tienen en cuenta las ecuaciones constitutivas del fluido de Newton-Fourier, la ecuación de energía queda como se muestra en la ecuación 2.33.

$$\rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div}(k \nabla T) + \rho r - p \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \Phi \quad (2.33)$$

donde Φ es la denominada función de disipación, que se escribe de la manera que muestra la ecuación 2.34.

$$\Phi = 2\mu \operatorname{tr}(\mathbb{D}^2) + \lambda [\operatorname{tr}(\mathbb{D})]^2 \quad (2.34)$$

La potencia de deformación (por unidad de volumen), $\operatorname{tr}(\mathbb{T} \circ \mathbb{D})$, se separa aquí entonces en dos términos: la potencia de compresión (por unidad de volumen), $-p \operatorname{div}(\mathbf{v})$, y la potencia de disipación viscosa (por unidad de volumen), Φ . La densidad volumétrica de la potencia de compresión se puede escribir alternativamente como $\frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$ si se aplica la ecuación de continuidad, o también como $\rho \left[-p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right]$, que permite interpretar al término entre paréntesis rectos como la potencia de compresión por unidad de masa. Se verá a continuación que la potencia de disipación es siempre positiva.

Desigualdad de Clausius-Duhem: Siguiendo la idea de Coleman y Noll, 1963, de que la limitación de los procesos termodinámicos impuesta por la

¹Muchos autores la llaman “ecuación de Navier-Stokes” solamente cuando se consideran viscosidades constantes o incluso solo cuando se tienen en cuenta fluidos newtonianos incompresibles. Otros autores llaman “ecuaciones de Navier-Stokes” a todo el conjunto de ecuaciones que rigen el movimiento de un fluido newtoniano.

segunda ley se debe realizar estableciendo restricciones a las ecuaciones constitutivas de los materiales, Borghi, 2013b muestra que en el caso de un fluido de Newton-Fourier, para el cumplimiento de la desigualdad de Clausius-Duhem, ecuación 2.20, es necesario que se cumplan las siguientes relaciones:

$$Tds = du + p d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (2.35)$$

$$\mu \geq 0 \quad (2.36)$$

$$\lambda + \frac{2}{3}\mu \geq 0 \quad (2.37)$$

$$k \geq 0 \quad (2.38)$$

La ecuación 2.35 es una de las denominadas ecuaciones de Gibbs o relaciones Tds . Permite calcular la entropía a partir de la energía interna, la presión y la densidad, por lo que define la ecuación de estado de la entropía, ecuación 2.31, en función de las ecuaciones de estado de la energía interna, 2.30, y de la densidad, 2.25.

Las restricciones impuestas a los coeficientes de viscosidad, dadas por 2.36 y 2.37, implican que:

$$\Phi \geq 0 \quad (2.39)$$

cuya interpretación física es que la potencia disipada va siempre en el mismo sentido: se consume como energía mecánica (en el sentido de que es uno de los posibles destinos de la potencia mecánica recibida, como se puede ver en la ecuación de balance de energía mecánica, 2.13), para terminar como una fuente de energía interna (como se puede apreciar en la ecuación de energía térmica, 2.33).

La restricción impuesta a la conductividad térmica, dada por 2.38, implica que:

$$\mathbf{q} \cdot \nabla T \leq 0 \quad (2.40)$$

cuya interpretación física es que el calor debe fluir en el sentido opuesto al gradiente de temperaturas.

En 2.2.3.4 se muestra el vínculo entre estas dos consecuencias de las restricciones impuestas por la segunda ley a las propiedades de transporte ($\Phi \geq 0$

y $\mathbf{q} \cdot \nabla T \leq 0$) y la generación de entropía en el seno de un fluido de Newton-Fourier.

Las restricciones dadas por 2.35, 2.36, 2.37 y 2.38 son además condiciones suficientes para el cumplimiento de la desigualdad de Clausius-Duhem, por lo cual estas relaciones son equivalentes a la segunda ley de la termodinámica.

2.2.3.3. Resumen de las ecuaciones de movimiento

Según lo desarrollado, las ecuaciones de movimiento para un fluido de Newton-Fourier son:

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{F} - \nabla p + \nabla(\lambda \operatorname{div}(\mathbf{v})) + \operatorname{div}(2\mu \mathbb{D})$$

con la ecuación de estado para la densidad

$$\rho = \rho(p, T)$$

y las relaciones entre las viscosidades y los parámetros de estado

$$\mu = \mu(p, T)$$

$$\lambda = \lambda(p, T)$$

y donde

$$\mathbb{D} = \frac{1}{2} [\operatorname{grad}(\mathbf{v}) + \operatorname{grad}(\mathbf{v})^T]$$

Ecuación de continuidad:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0$$

Ecuación de energía:

$$\rho \frac{du}{dt} = \operatorname{div}(k \nabla T) + \rho r - \rho \left[p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right] + \Phi$$

con la ecuación de estado para la energía interna

$$u = u(p, T)$$

y la relación entre la conductividad y los parámetros de estado

$$k = k(p, T)$$

y donde, utilizando que $\text{tr}(\mathbb{D}) = \text{div}(\mathbf{v})$,

$$\Phi = 2\mu \text{tr}(\mathbb{D}^2) + \lambda [\text{div}(\mathbf{v})]^2$$

No es necesario imponer la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento angular, dado que es equivalente a la simetría del tensor de tensiones, que se está cumpliendo implícitamente a partir de la ecuación constitutiva del fluido newtoniano.

Tampoco es necesario imponer la segunda ley de la termodinámica si se cumplen las relaciones $\mu \geq 0$, $\lambda + \frac{2}{3}\mu \geq 0$ y $k \geq 0$, y se define la entropía del fluido a partir de la ecuación de Gibbs:

$$Tds = du + p d\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

Para cerrar el resumen de las ecuaciones de movimiento resulta interesante notar que la cantidad de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que se tienen es igual a la cantidad de campos incógnita que se pretendería obtener al resolver el sistema (la ecuación de cantidad de movimiento que, como es vectorial, implica 3 ecuaciones escalares + 1 ecuación de estado para la densidad + 2 ecuaciones para las viscosidades + 1 ecuación de la conservación de la masa + 1 ecuación de la energía + 1 ecuación de estado para la energía interna + 1 ecuación para la conductividad = 10 ecuaciones; el campo de velocidades que, como es vectorial, implica 3 incógnitas + 1 incógnita por el campo de densidades + 1 incógnita por el campo de presiones + 2 incógnitas por las viscosidades + 1 incógnita por el campo de temperaturas + 1 incógnita por la energía interna + 1 incógnita por la conductividad = 10 incógnitas). Con un juego adecuado de condiciones iniciales y de borde, a partir del sistema de ecuaciones de movimiento se podrían determinar los campos incógnita para todo tiempo a partir del instante en que se tenga la condición inicial. Cabe señalar que en este sistema las ecuaciones están acopladas, dado que no sería posible resolver, en un caso general, ninguna de las mismas sin acudir a las otras. Es necesario resolver todas las ecuaciones simultáneamente.

2.2.3.4. Otras ecuaciones de interés

Se presenta aquí algunas cuestiones complementarias que tienen que ver con la segunda ley, y otra forma de escribir la ecuación de energía, con la entalpía en lugar de la energía interna.

Vinculado a la entropía y a la segunda ley: La ecuación de Gibbs, 2.35, puede escribirse con derivadas materiales respecto al tiempo, como se presenta a continuación en la ecuación 2.41:

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{du}{dt} + p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (2.41)$$

Se interpreta de esta ecuación que la tasa a la que varía la entropía es igual a la tasa de cambio de la energía interna menos la potencia de compresión, divididas entre la temperatura.

De la combinación de la ecuación 2.41 con la ecuación de energía 2.33 se obtiene otra forma de escribir la evolución de la entropía, que se muestra en la ecuación 2.42:

$$T \rho \frac{ds}{dt} = \text{div}(k \nabla T) + \rho r + \Phi \quad (2.42)$$

De esta ecuación se lee que la entropía cambia en un punto material con el calor (a partir de los términos de convergencia del flujo de calor y de calor radiante intercambiado) y la potencia de disipación viscosa.

Es útil, para interpretar algunas cuestiones vinculadas a la entropía y la segunda ley, escribir la desigualdad de Clausius (ecuación 2.11, pero en forma puntual) de la siguiente manera alternativa, haciendo uso del concepto de entropía generada, como se muestra en las ecuaciones 2.43 y 2.44:

$$\rho \frac{ds}{dt} = \frac{\rho r}{T} - \text{div} \left(\frac{\mathbf{q}}{T} \right) + \rho \dot{s}_{gen} \quad (2.43)$$

donde

$$\dot{s}_{gen} \geq 0 \quad (2.44)$$

De esta forma todo lo relacionado a las irreversibilidades de los procesos queda incluido en el término que contiene la tasa de generación de entropía por unidad de masa, \dot{s}_{gen} . Esto se hace explícito si se combinan las ecuaciones 2.43 y 2.42, porque se obtiene:

$$\dot{s}_{gen} = \frac{1}{\rho T} \left(\Phi - \frac{1}{T} \mathbf{q} \cdot \nabla T \right) = \frac{1}{\rho T} \left[\Phi + \frac{1}{T} k (\nabla T)^2 \right] \quad (2.45)$$

que efectivamente es mayor a cero cuando se cumplen las restricciones impuestas por la segunda ley a las viscosidades y la conductividad térmica. La ecuación 2.45 muestra que la generación de entropía en el seno del fluido se da a partir de la disipación viscosa y el flujo de calor por conducción que circula en el interior del cuerpo. Por ende, estas son las irreversibilidades que se presentan en el interior de un fluido de Newton-Fourier.

Ecuación de energía, utilizando la entalpía: La entalpía específica, h , es la energía interna específica, u , más el cociente entre la presión, p , y la densidad, ρ , como muestra la ecuación 2.46.

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (2.46)$$

Dado que tanto la energía interna como la densidad son funciones de la presión y la temperatura, entonces también lo es la entalpía. Esto se presenta en la ecuación 2.47.

$$h = h(p, T) \quad (2.47)$$

Al escribir la ecuación de energía utilizando 2.46 para sustituir la energía interna por la entalpía, la misma queda como muestra la ecuación 2.48.

$$\rho \frac{dh}{dt} = \text{div}(k \nabla T) + \rho r + \frac{dp}{dt} + \Phi \quad (2.48)$$

Esta manera de escribir la ecuación de energía es particularmente útil para obtener una forma de la ecuación de energía con la temperatura como variable dependiente, a partir de la cual Panton, 2013 muestra cuáles son las simplificaciones que es razonable realizar cuando se trabaja con flujos cuya escala de velocidad es mucho menor que la velocidad del sonido (flujos incompresibles, o casi).

Si se sustituye la energía interna por la entalpía en la ecuación de Gibbs, 2.35, se obtiene la otra de las ecuaciones de Gibbs o relaciones Tds , que se muestra en 2.49:

$$Tds = dh - \frac{1}{\rho} dp \quad (2.49)$$

2.2.4. Ecuación de energía con la temperatura como variable dependiente

Se puede decir que hay dos formas de escribir la ecuación de energía con la temperatura como variable dependiente: una que se asemeja más a la ecuación de energía con la energía interna específica como variable dependiente, ecuación 2.33, y otra que se asemeja más a la ecuación de energía con la entalpía específica como variable dependiente, ecuación 2.48. La que tiene mayor interés en lo respecta al desarrollo de este trabajo es la segunda forma que se menciona, por lo cual es la única que se presentará aquí.

Previo a escribir la ecuación de energía con la temperatura como variable dependiente, es necesario introducir algunas definiciones vinculadas a las ecuaciones de estado.

El diferencial de la relación funcional 2.25, que define la ecuación de estado para la densidad, se presenta en 2.50:

$$d\rho = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T dp + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p dT \quad (2.50)$$

Se definen el coeficiente de compresibilidad isotérmica, α , y el coeficiente de expansión térmica, β , de acuerdo a las ecuaciones 2.51 y 2.52:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T \quad (2.51)$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p \quad (2.52)$$

Sustituyendo las definiciones en la ecuación 2.50 resulta lo que se presenta en la ecuación 2.53:

$$d\rho = \rho \alpha dp - \rho \beta dT \quad (2.53)$$

El diferencial de la relación funcional 2.47, que define la ecuación de estado para la entalpía, se presenta en 2.54:

$$dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp \quad (2.54)$$

Se define el calor específico a presión constante, C_P , de acuerdo a como muestra la ecuación 2.55:

$$C_P = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \quad (2.55)$$

Notar que, dado que están definidas a partir de propiedades termodinámicas, α , β y C_P también son propiedades termodinámicas, y se determinan a partir de la presión y la temperatura, como muestran las ecuaciones 2.56, 2.57 y 2.58:

$$\alpha = \alpha(p, T) \quad (2.56)$$

$$\beta = \beta(p, T) \quad (2.57)$$

$$C_P = C_P(p, T) \quad (2.58)$$

Se tiene además la siguiente identidad, dada por la ecuación 2.59, que vincula la derivada parcial a temperatura constante de la entalpía con respecto a la presión, $\left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T$, con la temperatura, la densidad y el coeficiente de expansión térmica:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T = \frac{1 - \beta T}{\rho} \quad (2.59)$$

Esta identidad se obtiene a partir de las relaciones de Maxwell para las propiedades termodinámicas, que son consecuencia de las ecuaciones de Gibbs, presentadas en 2.35 y 2.49. El desarrollo de esto se puede encontrar en cualquier libro de termodinámica para ingenieros, como por ejemplo el de Çengel et al. 2019.

Sustituyendo las ecuaciones 2.55 y 2.59 en la 2.54 se obtiene lo que se muestra en la ecuación 2.60:

$$dh = C_P dT + \frac{1 - \beta T}{\rho} dp \quad (2.60)$$

Al introducir la ecuación 2.60, escrita con derivadas materiales respecto a tiempo, en la ecuación de energía con la entalpía como variable dependiente, ecuación 2.48, resulta la ecuación 2.61:

$$\rho C_P \frac{dT}{dt} = \text{div}(k \nabla T) + \rho r + \beta T \frac{dp}{dt} + \Phi \quad (2.61)$$

De esta última ecuación se lee que la temperatura en el interior de un fluido de Newton-Fourier podría aumentar por efecto del calor recibido, por un aumento de presión y/o por efecto de la disipación viscosa.

2.2.5. Forma adimensional de las ecuaciones de movimiento

Adimensionalizar las ecuaciones de movimiento es muy útil por varias razones. Una de ellas es que se reducen las variables involucradas, con lo cual se simplifica el problema y se hace más sencillo el análisis de los resultados. Otra es que, de elegirse escalas apropiadas, se espera que los campos adimensionalizados que aparecen en las ecuaciones de movimiento adimensionales sean del orden de la unidad, y por ende un análisis de los órdenes de magnitud de los coeficientes adimensionados que se presentan en cada término de las ecuaciones podría permitir simplificarlas.

2.2.5.1. Precisiones adicionales sobre las ecuaciones de movimiento a considerar

De aquí en más se asume que el fluido no participa en intercambios de calor por radiación en los problemas que se pretende estudiar ($r = 0$) y que la fuerza de masa es la correspondiente a la atracción gravitatoria de la Tierra. Entonces el campo de fuerzas de masa está dado por la ecuación 2.62:

$$\mathbf{F} = \mathbf{g} \tag{2.62}$$

donde \mathbf{g} es el campo gravitatorio en la superficie terrestre ($\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$, con $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ y \mathbf{k} el versor de dirección vertical que apunta hacia “arriba”).

El segundo coeficiente de viscosidad suele determinarse en muchos casos a partir de la hipótesis de Stokes, $\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0$, que no es otra cosa que el valor límite de la desigualdad 2.37 que se obtuvo a partir de la segunda ley de la termodinámica. La teoría cinética de los gases muestra que la hipótesis de Stokes se cumple de forma exacta para gases monoatómicos. Para muchos fluidos de trabajo comunes es simplemente una hipótesis de trabajo razonable.

Para movimientos ondulatorios de frecuencia suficientemente alta no es posible determinar el parámetro λ solamente a partir de la presión y la temperatura, como dicta la ecuación 2.27, sino que depende también de la frecuencia.

Esto es debido a que las escalas de tiempo del movimiento son tan chicas que se acercan a los tiempos de relajación molecular, por lo cual no se llega a condiciones de equilibrio local. En el libro de Landau y Lifschitz, 1987, se desarrollan un poco estos asuntos.

En el análisis de las ecuaciones de movimiento que se presenta en esta tesis, teniendo en mente la hipótesis de Stokes, se adopta el siguiente criterio para lidiar con el coeficiente de viscosidad λ : se asume que existe una relación de proporcionalidad entre ambos coeficientes de viscosidad, de acuerdo a lo que se presenta en la ecuación 2.63.

$$\lambda = -K\mu \quad (2.63)$$

donde K es una constante adimensionada que cumple $K \leq \frac{2}{3}$ (la igualdad, $K = \frac{2}{3}$, se cumple bajo la hipótesis de Stokes; notar que la constante K podría ser eventualmente negativa, dado que la viscosidad λ podría ser positiva).

Si la hipótesis de Stokes se cumple de forma aproximada (que es lo que sucede para muchos gases y líquidos comunes), la constante K no se alejaría demasiado de $\frac{2}{3}$. Se entiende razonable admitir entonces que la constante K tiene un orden de magnitud cercano a la unidad.

Bajo las condiciones descritas en los párrafos anteriores, la forma que toma la ecuación de cantidad de movimiento se presenta en 2.64.

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla(-K\mu \operatorname{div}(\mathbf{v})) + \operatorname{div}(2\mu \mathbb{D}) \quad (2.64)$$

La forma que tiene la ecuación de energía térmica en estas condiciones se presenta en la ecuación 2.65.

$$\rho C_P \frac{dT}{dt} = \operatorname{div}(k \nabla T) + \beta T \frac{dp}{dt} + \Phi \quad (2.65)$$

donde la función de disipación viscosa queda dada por la ecuación 2.66:

$$\Phi = 2\mu \operatorname{tr}(\mathbb{D}^2) - K\mu [\operatorname{div}(\mathbf{v})]^2 \quad (2.66)$$

Las funciones que relacionan la densidad, la viscosidad, la conductividad, el calor específico, el coeficiente de compresibilidad y el coeficiente de expansión, con la presión y la temperatura (ecuaciones 2.25, 2.26, 2.29, 2.58, 2.56 y 2.57, respectivamente), pueden escribirse como una serie de Taylor en un entorno alrededor de una condición de referencia, (p_0, T_0) , que se describirá más ade-

lante cuando se definan los campos adimensionados. Para valores de presión y temperatura suficientemente cercanos a la condición de referencia, los términos de orden 2 en adelante pueden despreciarse frente a los lineales. En esas condiciones, las mencionadas funciones pueden escribirse como se muestra en las ecuaciones 2.67, 2.68, 2.69, 2.70, 2.71 y 2.72, y así serán utilizadas en los desarrollos ulteriores:

$$\rho = \rho_0 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.67)$$

$$\mu = \mu_0 + \left. \frac{\partial \mu}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.68)$$

$$k = k_0 + \left. \frac{\partial k}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.69)$$

$$C_P = C_{P,0} + \left. \frac{\partial C_P}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial C_P}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.70)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \left. \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.71)$$

$$\beta = \beta_0 + \left. \frac{\partial \beta}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) (p - p_0) + \left. \frac{\partial \beta}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) (T - T_0) \quad (2.72)$$

2.2.5.2. Definición de los campos adimensionados

Para realizar la adimensionalización de las ecuaciones es necesario elegir escalas adecuadas para cada una de las variables en cuestión. Dado que estas escalas están muy vinculadas a las condiciones de borde, es menester a esta altura ser al menos un poco específico en cuanto al problema que se pretende estudiar. Esto se realiza aquí a medida que se introducen las distintas escalas que se necesitan para adimensionalizar los campos presentes en las ecuaciones

de movimiento.

Sea \mathbf{r} el vector posición, que ubica a un punto genérico, P , en el interior del fluido desde un punto, O , origen de coordenadas. Una escala adecuada, r_S , para los vectores que unen puntos en el interior del fluido, $\Delta\mathbf{r}$, sería una longitud característica del dominio de trabajo donde tiene lugar el movimiento que se pretende estudiar (podría, por ejemplo, ser una longitud que caracteriza a un cuerpo inmerso en el flujo, en el caso de flujo externo, o una longitud que caracteriza al conducto de pasaje, en el caso de flujo interno). Se nombrará L a la escala de longitud seleccionada para el problema a estudiar:

$$r_S = L \quad (2.73)$$

Una escala adecuada, v_S , para las velocidades sería una velocidad característica del flujo que se pretende estudiar (podría, por ejemplo, ser la velocidad “en el infinito” en el caso de flujo externo, o la velocidad media en una sección representativa, en el caso de flujo interno). Se nombrará V a la escala de velocidad seleccionada para el problema a estudiar:

$$v_S = V \quad (2.74)$$

La posición y la velocidad adimensionalizadas se definen a partir de sus respectivas escalas en las ecuaciones 2.75 y 2.76.

$$\mathbf{r}^* = \frac{\mathbf{r}}{r_S} \quad (2.75)$$

$$\mathbf{v}^* = \frac{\mathbf{v}}{v_S} \quad (2.76)$$

Si no se hace explícita una escala de tiempos en las condiciones de borde (como podría ser una situación en que un cuerpo inmerso en el fluido estuviese sometido a oscilaciones forzadas con una frecuencia preestablecida, que sería el caso de una fuente de ondas acústicas), es razonable definir la escala de tiempos, t_S , a partir de las escalas de posición y velocidad, de forma que mantengan la relación $v_S = \frac{r_S}{t_S}$. Entonces el tiempo adimensional queda como muestra la ecuación 2.77.

$$t^* = \frac{v_S}{r_S} t \quad (2.77)$$

Cuando se cumple la mencionada relación entre las escalas de velocidad, posición y tiempo, la derivada material del movimiento adimensionalizado se relaciona con la local de manera análoga a como se relacionan estas derivadas en el movimiento con dimensiones. En la ecuación 2.78 se muestra un ejemplo de esta relación, para un campo escalar genérico, ψ .

$$\frac{d\psi^*}{dt^*} = \frac{\partial\psi^*}{\partial t^*} + \nabla^*\psi^* \cdot \mathbf{v}^* \quad (2.78)$$

Además se tiene la expresión dada por la ecuación 2.79 para vincular la derivada total con la derivada total adimensional.

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\psi_S}{t_S} \frac{d\psi^*}{dt^*} \quad (2.79)$$

A continuación se definen los campos adimensionados que junto con la posición, la velocidad y el tiempo adimensionados dados por 2.75, 2.76 y 2.77, respectivamente, se utilizan para adimensionalizar las ecuaciones de movimiento.

La densidad adimensionada está dada por la ecuación 2.80:

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_S} \quad (2.80)$$

donde para la escala de densidades, ρ_S , se utiliza el valor de la densidad a p_0 y T_0 , que son la presión y temperatura en una posición de referencia (por ejemplo en la entrada de una chimenea solar):

$$\rho_S = \rho_0 = \rho(p_0, T_0) \quad (2.81)$$

La condición de referencia debe ser representativa de las condiciones que se espera obtener en el flujo que se pretende estudiar, de forma que si los apartamientos respecto a la misma no son muy grandes entonces los valores que toma la densidad adimensionada (así como las propiedades termodinámicas y de transporte que se adimensionalizan más adelante) no se alejan demasiado de la unidad.

El campo gravitatorio adimensionado está dado por la ecuación 2.82:

$$\mathbf{g}^* = \frac{\mathbf{g}}{g_S} \quad (2.82)$$

donde para la escala de fuerzas de masa, g_S , se utiliza el valor $g = 9,81 \text{ m/s}^2$:

$$g_S = g \quad (2.83)$$

y entonces el campo gravitatorio adimensionado no es otra cosa que el versor de dirección vertical que apunta hacia “abajo”, como se muestra en 2.84.

$$\mathbf{g}^* = -\mathbf{k} \quad (2.84)$$

En las ecuaciones de movimiento solamente aparecen derivadas de la presión de forma explícita. Por este motivo, la presión adimensionada se define a partir de la diferencia entre la presión, p , y la presión de referencia, p_0 . Entonces la presión adimensionada está dada por la ecuación 2.85:

$$p^* = \frac{p - p_0}{p_S} \quad (2.85)$$

donde para la escala de diferencias de presiones, p_S , se utiliza el valor:

$$p_S = \rho_0 V^2 \quad (2.86)$$

que es la escala adecuada cuando los cambios de presión en el flujo están dominados por efectos de la cantidad de movimiento (en contraposición a cuando están dominados por efectos termodinámicos, como sucede en los procesos de compresión y expansión que podrían darse en el interior de un cilindro de un compresor alternativo) y se espera que el término de presión en la ecuación de *momentum* sea del mismo orden que el término inercial (esto no es válido para flujos muy lentos, en los cuales el término inercial es mucho más pequeño que los demás, como en el caso del *creeping flow*).

En los términos más relevantes de las ecuaciones de movimiento donde aparece la temperatura, solamente aparecen derivadas de la misma de forma explícita. Por este motivo, la temperatura adimensionada se define a partir de la diferencia entre la temperatura, T , y la temperatura de referencia, T_0 . Entonces la temperatura adimensionada está dada por la ecuación 2.87:

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_S} \quad (2.87)$$

donde para la escala de diferencias de temperaturas, T_S , se utiliza el valor:

$$T_S = T_w - T_0 = \Delta T \quad (2.88)$$

con T_w un valor estimado de la temperatura de la pared que aporta calor al fluido (o recibe calor del mismo).

Las propiedades de transporte adimensionadas están dadas por las ecuaciones 2.89 y 2.90:

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_S} \quad (2.89)$$

$$k^* = \frac{k}{k_S} \quad (2.90)$$

donde para las respectivas escalas, μ_S y k_S , se utilizan los valores de las propiedades de transporte a presión y temperatura de referencia, p_0 y T_0 :

$$\mu_S = \mu_0 = \mu(p_0, T_0) \quad (2.91)$$

$$k_S = k_0 = k(p_0, T_0) \quad (2.92)$$

Las propiedades termodinámicas adimensionadas están dadas por las ecuaciones 2.93, 2.94 y 2.95:

$$C_P^* = \frac{C_P}{C_{P,S}} \quad (2.93)$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{\alpha_S} \quad (2.94)$$

$$\beta^* = \frac{\beta}{\beta_S} \quad (2.95)$$

donde para las respectivas escalas, $C_{P,S}$, α_S y β_S , se utilizan los valores de las propiedades termodinámicas a presión y temperatura de referencia, p_0 y T_0 :

$$C_{P,S} = C_{P,0} = C_P(p_0, T_0) \quad (2.96)$$

$$\alpha_S = \alpha_0 = \alpha(p_0, T_0) \quad (2.97)$$

$$\beta_S = \beta_0 = \beta(p_0, T_0) \quad (2.98)$$

2.2.5.3. Adimensionalización de las ecuaciones de movimiento

Una vez que se sustituyen las definiciones de los campos adimensionados en las ecuaciones de movimiento, las mismas quedan como se muestra a continuación:

Ecuación de cantidad de movimiento: La ecuación de *momentum* adimensionada se presenta en 2.99.

$$\rho^* \frac{d\mathbf{v}^*}{dt^*} = \frac{1}{Fr^2} \rho^* \mathbf{g}^* - \nabla^* p^* + \frac{1}{Re} [\nabla^* (-K\mu^* \operatorname{div}^*(\mathbf{v}^*)) + \operatorname{div}^*(2\mu^* \mathbb{D}^*)] \quad (2.99)$$

Se introdujeron aquí dos números adimensionados: el número de Reynolds, Re , y el número de Froude, Fr , que se definen a partir de las escalas del problema como muestran las ecuaciones 2.100 y 2.101.

$$Re = \frac{\rho_0 V L}{\mu_0} \quad (2.100)$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (2.101)$$

Ecuación de continuidad: La ecuación de la conservación de la masa adimensionada se presenta en 2.102.

$$\frac{d\rho^*}{dt^*} + \rho^* \operatorname{div}^*(\mathbf{v}^*) = 0 \quad (2.102)$$

Ecuación de energía: La ecuación de energía térmica adimensionada se presenta en 2.103.

$$\begin{aligned} \rho^* C_P^* \frac{dT^*}{dt^*} = & \frac{1}{RePr} \operatorname{div}^*(k^* \nabla^* T^*) \\ & + \beta_0 T_0 Ec \beta^* \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} T^* \right) \frac{dp^*}{dt^*} + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \end{aligned} \quad (2.103)$$

donde la función de disipación viscosa adimensionada queda dada por la ecuación 2.104:

$$\Phi^* = \mu^* \{ 2 \operatorname{tr}(\mathbb{D}^{*2}) - K [\operatorname{div}^*(\mathbf{v}^*)]^2 \} \quad (2.104)$$

Se introdujeron aquí otros dos números adimensionados más: el número de Prandtl, Pr , y el número de Eckert, Ec , que se definen a partir de las escalas del problema como muestran las ecuaciones 2.105 y 2.106.

$$Pr = \frac{C_{P,0} \mu_0}{k_0} \quad (2.105)$$

$$Ec = \frac{V^2}{C_{P,0} \Delta T} \quad (2.106)$$

Debido a que el número de Prandtl está definido únicamente a partir de propiedades termofísicas del fluido, este es en sí mismo una propiedad termofísica del fluido.

Ecuación para la densidad: La versión linealizada de la ecuación de estado para la densidad se muestra adimensionalizada en la ecuación 2.107.

$$\rho^* = 1 + A_\rho p^* - B_\rho T^* \quad (2.107)$$

donde los números adimensionados A_ρ y B_ρ se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.108 y 2.109:

$$A_\rho = \alpha_0 \rho_0 V^2 \quad (2.108)$$

$$B_\rho = \beta_0 \Delta T \quad (2.109)$$

En la ecuación 2.110 se muestra la versión adimensionada de la ecuación para la derivada de la densidad, 2.53, que también se utilizará en el análisis.

$$\frac{1}{\rho^*} \frac{d\rho^*}{dt^*} = A_\rho \alpha^* \frac{dp^*}{dt^*} - B_\rho \beta^* \frac{dT^*}{dt^*} \quad (2.110)$$

Ecuación para la viscosidad: La versión linealizada de la función que vincula la viscosidad dinámica con la presión y la temperatura se muestra adimensionalizada en la ecuación 2.111.

$$\mu^* = 1 + A_\mu p^* + B_\mu T^* \quad (2.111)$$

donde los números adimensionados A_μ y B_μ se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.112 y 2.113:

$$A_\mu = \frac{\rho_0 V^2}{\mu_0} \left. \frac{\partial \mu}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) \quad (2.112)$$

$$B_\mu = \frac{\Delta T}{\mu_0} \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) \quad (2.113)$$

Ecuación para la conductividad: La versión linealizada de la función que vincula la conductividad térmica con la presión y la temperatura se muestra

adimensionalizada en la ecuación 2.114.

$$k^* = 1 + A_k p^* + B_k T^* \quad (2.114)$$

donde los números adimensionados A_k y B_k se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.115 y 2.116:

$$A_k = \frac{\rho_0 V^2}{k_0} \left. \frac{\partial k}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) \quad (2.115)$$

$$B_k = \frac{\Delta T}{k_0} \left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) \quad (2.116)$$

Ecuación para el calor específico: La versión linealizada de la función que vincula el calor específico a presión constante con la presión y la temperatura se muestra adimensionalizada en la ecuación 2.117.

$$C_p^* = 1 + A_C p^* + B_C T^* \quad (2.117)$$

donde los números adimensionados A_C y B_C se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.118 y 2.119:

$$A_C = \frac{\rho_0 V^2}{C_{P,0}} \left. \frac{\partial C_P}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) \quad (2.118)$$

$$B_C = \frac{\Delta T}{C_{P,0}} \left. \frac{\partial C_P}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) \quad (2.119)$$

Ecuación para el coeficiente de compresibilidad: La versión linealizada de la función que vincula el coeficiente de compresibilidad isotérmica con la presión y la temperatura se muestra adimensionalizada en la ecuación 2.120.

$$\alpha^* = 1 + A_\alpha p^* + B_\alpha T^* \quad (2.120)$$

donde los números adimensionados A_α y B_α se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.121 y 2.122:

$$A_\alpha = \frac{\rho_0 V^2}{\alpha_0} \left. \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) \quad (2.121)$$

$$B_\alpha = \frac{\Delta T}{\alpha_0} \left. \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) \quad (2.122)$$

Ecuación para el coeficiente de expansión: La versión linealizada de la función que vincula el coeficiente de expansión térmica con la presión y la tempe-

ratura se muestra adimensionalizada en la ecuación 2.123.

$$\beta^* = 1 + A_\beta p^* + B_\beta T^* \quad (2.123)$$

donde los números adimensionados A_β y B_β se definen de acuerdo a las ecuaciones 2.124 y 2.125:

$$A_\beta = \frac{\rho_0 V^2}{\beta_0} \left. \frac{\partial \beta}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) \quad (2.124)$$

$$B_\beta = \frac{\Delta T}{\beta_0} \left. \frac{\partial \beta}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) \quad (2.125)$$

2.2.5.4. Órdenes de magnitud de algunos números adimensionados

Para el estudio del flujo en el interior de una chimenea solar para acondicionamiento térmico y ventilación pasiva de edificios, el fluido de interés es aire a presión atmosférica y temperaturas cercanas a la ambiente.

Se analizan primero los números adimensionados vinculados a las variaciones de μ , k y C_P .

En la edición póstuma del clásico libro de capa límite de Hermann Schlichting, *Boundary-Layer Theory* (Schlichting y Gersten, 2017), se presenta una tabla a partir de la cual se pueden determinar rápidamente las derivadas parciales que aparecen en las ecuaciones 2.112, 2.113, 2.115, 2.116, 2.118 y 2.119, para aire (y otros fluidos) a presión atmosférica, a distintas temperaturas (Tabla 3.1, en la página 77 del libro).

De los datos que se leen en la mencionada tabla se obtiene que para aire a $p_0 = 1 \times 10^5$ Pa (1 bar) y $T_0 = 293$ K (20°C):

$$\frac{1}{\mu_0} \left. \frac{\partial \mu}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) = \frac{6 \times 10^{-4}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 6 \times 10^{-9} \frac{1}{\text{Pa}} \quad (2.126)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) = \frac{0,775}{293 \text{ K}} = 2,839 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \quad (2.127)$$

$$\frac{1}{k_0} \left. \frac{\partial k}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) = \frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 2 \times 10^{-8} \frac{1}{\text{Pa}} \quad (2.128)$$

$$\frac{1}{k_0} \left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) = \frac{0,891}{293 \text{ K}} = 3,041 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \quad (2.129)$$

$$\frac{1}{C_{P,0}} \left. \frac{\partial C_P}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) = \frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 2 \times 10^{-8} \frac{1}{\text{Pa}} \quad (2.130)$$

$$\frac{1}{C_{P,0}} \left. \frac{\partial C_P}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) = \frac{0,068}{293 \text{ K}} = 2,321 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} \quad (2.131)$$

Las variaciones de α y β se analizan a partir de asumir que la ecuación de estado para la densidad del aire es la de gas ideal, dada por 2.132:

$$\rho = \frac{p}{R_a T} \quad (2.132)$$

donde $R_a = 286,9 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ es la constante del aire como gas ideal.

Entonces, a partir de las definiciones de α y β , dadas por las ecuaciones 2.51 y 2.52:

$$\frac{1}{\alpha_0} \left. \frac{\partial \alpha}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) = \frac{-1}{p_0} = \frac{-1}{1 \times 10^5} = -1 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{Pa}} \quad (2.133)$$

$$\frac{1}{\alpha_0} \left. \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) = 0 \quad (2.134)$$

$$\frac{1}{\beta_0} \left. \frac{\partial \beta}{\partial p} \right|_T (p_0, T_0) = 0 \quad (2.135)$$

$$\frac{1}{\beta_0} \left. \frac{\partial \beta}{\partial T} \right|_p (p_0, T_0) = \frac{-1}{T_0} = \frac{-1}{293} = -3,413 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \quad (2.136)$$

Además, se obtiene el valor de la densidad en la condición de referencia:

$$\rho_0 = \frac{1 \times 10^5}{286,9 \cdot 293} = 1,19 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (2.137)$$

Los números adimensionados A_μ y B_μ , dados por las ecuaciones 2.112 y 2.113, quedan de la siguiente forma cuando se sustituyen los valores que se definieron:

$$A_\mu = 1,19 \cdot 6 \times 10^{-9} V^2 = 7,14 \times 10^{-9} \left(\frac{\text{S}}{\text{m}} \right)^2 V^2 \quad (2.138)$$

$$B_\mu = 2,839 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \Delta T \quad (2.139)$$

Por lo tanto, si se tuvieran velocidades de referencia del orden del m/s y diferencias de temperatura del orden de los 10°C, de la ecuación 2.111 se

concluye que la viscosidad adimensionada se apartaría de la unidad de forma despreciable por efectos de la presión y se tendrían apartamientos del orden de 3 % por efectos de la temperatura. Para diferencias de temperatura cercanas a los 30°C el orden de magnitud de las variaciones de viscosidad estaría en el entorno del 10 %. Dado que es de esperarse que se den diferencias de temperaturas de este orden entre el aire que ingresa a la chimenea solar y la pared absorbedora, se entiende que sería de interés analizar el impacto de este efecto en las simulaciones a realizar.

Los números adimensionados A_k y B_k , dados por las ecuaciones 2.115 y 2.116, quedan de la siguiente forma cuando se sustituyen los valores que se definieron:

$$A_k = 1,19 \cdot 2 \times 10^{-8} V^2 = 2,38 \times 10^{-8} \left(\frac{\text{S}}{\text{m}}\right)^2 V^2 \quad (2.140)$$

$$B_k = 3,041 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \Delta T \quad (2.141)$$

Por lo tanto, si se tuvieran velocidades de referencia del orden del m/s y diferencias de temperatura del orden de los 10°C, de la ecuación 2.114 se concluye que la conductividad adimensionada se apartaría de la unidad de forma despreciable por efectos de la presión y se tendrían apartamientos del orden de 3 % por efectos de la temperatura. Para diferencias de temperatura cercanas a los 30°C el orden de magnitud de las variaciones de conductividad estaría en el entorno del 10 %, por lo cual se entiende que sería de interés analizar el impacto de este efecto en las simulaciones a realizar.

Los números adimensionados A_C y B_C , dados por las ecuaciones 2.118 y 2.119, quedan de la siguiente forma cuando se sustituyen los valores que se definieron:

$$A_C = 1,19 \cdot 2 \times 10^{-8} V^2 = 2,38 \times 10^{-8} \left(\frac{\text{S}}{\text{m}}\right)^2 V^2 \quad (2.142)$$

$$B_C = 2,321 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}} \Delta T \quad (2.143)$$

Por lo tanto, si se tuvieran velocidades de referencia del orden del m/s y diferencias de temperatura del orden de los 10°C, de la ecuación 2.117 se concluye que el calor específico adimensionado se apartaría de la unidad de forma despreciable por efectos de la presión y se tendrían apartamientos del orden de 0,2 % por efectos de la temperatura. Para diferencias de temperatura

cercanas a los 30°C el orden de magnitud de las variaciones del calor específico estaría en el entorno del 0,5 %, por lo cual se entiende que no sería necesario analizar el impacto de este efecto en las simulaciones a realizar.

Los números adimensionados A_α y B_α , dados por las ecuaciones 2.121 y 2.122, quedan de la siguiente forma cuando se sustituyen los valores que se definieron:

$$A_\alpha = 1,19 \cdot (-1 \times 10^{-5}) V^2 = -1,19 \times 10^{-5} \left(\frac{\text{s}}{\text{m}}\right)^2 V^2 \quad (2.144)$$

$$B_\alpha = 0 \quad (2.145)$$

Por lo tanto, si se tuvieran velocidades de referencia del orden del m/s, de la ecuación 2.120 se concluye que el coeficiente de compresibilidad adimensionado se apartaría de la unidad de forma despreciable por efectos de la presión. No hay variaciones por efecto de la temperatura en el coeficiente de compresibilidad cuando se asume la ecuación de estado de gas ideal.

Los números adimensionados A_β y B_β , dados por las ecuaciones 2.124 y 2.125, quedan de la siguiente forma cuando se sustituyen los valores que se definieron:

$$A_\beta = 0 \quad (2.146)$$

$$B_\beta = -3,413 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \Delta T \quad (2.147)$$

Por lo tanto, si se tuvieran diferencias de temperatura del orden de los 10°C, de la ecuación 2.123 se concluye que en el coeficiente de expansión adimensionado se tendrían apartamientos de la unidad del orden del 3 % por efectos de la temperatura. Para diferencias de temperatura cercanas a los 30°C el orden de magnitud de las variaciones del coeficiente de expansión estaría en el entorno del 10 %, por lo cual, a partir de esto, parecería ser de interés analizar el impacto de este efecto en las simulaciones a realizar. Un análisis un poco más profundo, que se centre en los términos de las ecuaciones de movimiento donde aparece el coeficiente de expansión, permitirá concluir que en la mayoría de estos en realidad estas variaciones no son tan relevantes, como se desarrollará en los siguientes párrafos. No hay variaciones por efecto de la presión en el coeficiente de expansión cuando se asume la ecuación de estado de gas ideal.

El coeficiente de expansión térmica, β , se presenta en la ecuación de energía

térmica 2.65 multiplicando a la temperatura absoluta, T . Si se cumple la ecuación de estado de gas ideal, entonces $\beta = \frac{1}{T}$, y por lo tanto el producto βT es igual a la unidad. Entonces, bajo la hipótesis de que el aire se comporta como gas ideal, la ecuación de energía queda como se muestra en 2.148.

$$\rho C_P \frac{dT}{dt} = \text{div}(k \nabla T) + \frac{dp}{dt} + \Phi \quad (2.148)$$

Se concluye a partir de esto que el hecho de asumir el cumplimiento de la ecuación de estado de gas ideal deja constante (e igual a la unidad) al coeficiente que multiplica a la derivada de la presión en la ecuación de energía. Sin embargo, si se procede primero linealizando la ecuación del coeficiente de expansión térmica, y luego calculando las derivadas de β a partir de la ecuación de gas ideal, como se venía realizando, aparecen variaciones en el producto βT que contradicen a la anterior conclusión.

A partir de aquí se asumirá que el aire de las chimeneas solares que se pretende simular se comporta como gas ideal, y por ende la ecuación de energía térmica adimensionada se simplifica levemente, y queda como se muestra en la ecuación 2.149.

$$\rho^* C_P^* \frac{dT^*}{dt^*} = \frac{1}{RePr} \text{div}^*(k^* \nabla^* T^*) + Ec \frac{dp^*}{dt^*} + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \quad (2.149)$$

Esta hipótesis es consistente con la conclusión obtenida respecto a la variación despreciable que se tendría del calor específico del aire con la presión, ya que la no dependencia de los calores específicos con la presión es un resultado que se obtiene de forma exacta al asumir la ecuación de estado de gas ideal.

A su vez, la variación despreciable de las propiedades de transporte con la presión es coherente con los resultados de la teoría cinética de los gases diluidos (bajas densidades), a partir de los cuales se obtienen las propiedades de transporte en función de la temperatura, sin depender de la presión (ver Capítulo 1 del libro *Viscous Fluid Flow* de Frank M. White, 2006).

Recapitulando lo arribado hasta el momento, como consecuencia de las conclusiones obtenidas respecto a las propiedades del fluido, las ecuaciones adimensionadas para el calor específico, las propiedades de transporte y los coeficientes de compresibilidad y expansión quedan como se muestra en las ecuaciones 2.150, 2.151, 2.152, 2.153 y 2.154.

$$C_P^* = 1 \quad (2.150)$$

$$\mu^* = 1 + B_\mu T^* \quad (2.151)$$

$$k^* = 1 + B_k T^* \quad (2.152)$$

$$\alpha^* = 1 \quad (2.153)$$

$$\beta^* = 1 + B_\beta T^* \quad (2.154)$$

A partir de considerar constante el calor específico, la ecuación de energía adimensionada se simplifica sutilmente y se presenta en [2.155](#).

$$\rho^* \frac{dT^*}{dt^*} = \frac{1}{RePr} \text{div}^*(k^* \nabla^* T^*) + Ec \frac{dp^*}{dt^*} + \frac{Ec}{Re} \Phi^* \quad (2.155)$$

La ecuación adimensionada para la derivada de la densidad también se simplifica sutilmente y se muestra en [2.156](#).

$$\frac{1}{\rho^*} \frac{d\rho^*}{dt^*} = A_\rho \frac{dp^*}{dt^*} - B_\rho \beta^* \frac{dT^*}{dt^*} \quad (2.156)$$

Intentar justificar adecuadamente más simplificaciones en las ecuaciones de movimiento para el caso de interés de esta tesis implicaría un análisis en mayor detalle de cómo son los movimientos esperados del aire dentro de la chimenea. Habría que, entre otras cosas, trabajar con los espesores de las capas límite para elegir adecuadamente distintas escalas de longitud a utilizar en cada término de las ecuaciones. Esto queda fuera del alcance de este trabajo. En su lugar, se comentan a continuación algunos resultados de análisis similares encontrados en la literatura, y se presenta la forma de las ecuaciones que se suele utilizar para trabajar con problemas termoconvectivos.

2.2.6. Formas simplificadas de las ecuaciones de movimiento

2.2.6.1. Ecuaciones para resolver flujos incompresibles

En el capítulo 10 de su libro, Panton, [2013](#) realiza una adimensionalización de las ecuaciones de movimiento de un fluido en una forma similar a la presentada en esta tesis, pero usa el número de Mach, Ma , (definido en la ecuación

2.157) en lugar del número de Eckert:

$$Ma = \frac{V}{c_0} \quad (2.157)$$

donde $c_0 = \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s}(p_0, T_0)$ es la velocidad del sonido en las condiciones de referencia.

A partir de considerar la identidad dada por la ecuación 2.158, que puede encontrarse en los libros de termodinámica:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s = \frac{C_P}{\rho C_V \alpha} \quad (2.158)$$

donde $C_V = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_\rho$ es el calor específico a volumen constante, se puede hallar el vínculo entre el número de Mach y el número de Eckert que muestra la ecuación 2.159:

$$Ec = \frac{Ma^2}{C_{V,0} \Delta T \rho_0 \alpha_0} \quad (2.159)$$

En primera instancia considera un movimiento con condiciones de borde de tipo paredes adiabáticas para el campo de temperaturas, en el cual utiliza $\frac{\mu_0 V^2}{k_0}$ (vinculado al incremento de temperatura por efecto de la disipación viscosa) en lugar del ΔT como escala para las diferencia de temperaturas. Tomando el límite cuando $Ma^2 \rightarrow 0$ en las ecuaciones, arriba a que todas las propiedades termodinámicas y de transporte quedan constantes (e iguales a su correspondiente valor en la condición de referencia, p_0, T_0) y a que las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad se reducen a sus conocidas formas para flujo incompresible, dadas por las ecuaciones 2.160 y 2.161:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho_0 \mathbf{g} - \nabla p + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.160)$$

$$\text{div}(\mathbf{v}) = 0 \quad (2.161)$$

Además la ecuación de energía queda como muestra la ecuación 2.162:

$$\rho_0 C_{P,0} \frac{dT}{dt} = k_0 \nabla^2 T + \beta_0 T_0 \frac{dp}{dt} + \Phi \quad (2.162)$$

con $\Phi = 2\mu_0 \text{tr}(\mathbb{D}^2)$ y donde $\beta_0 T_0 = 1$ si se considera gas ideal.

Las ecuaciones de cantidad de movimiento y de continuidad quedan desacopladas de la ecuación de energía, lo que implica que se pueden resolver

primero, sin la ecuación de energía, para encontrar el campo de velocidades y el campo de presiones. Los campos de velocidades y presión obtenidos de resolver las mencionadas ecuaciones pasan a ser datos, ya conocidos, al momento de resolver la ecuación de energía para encontrar el campo de temperaturas.

Panton, 2013 también considera un movimiento con condiciones de borde de tipo temperatura impuesta, en el cual utiliza ΔT como escala para las diferencias de temperaturas en el interior del fluido. En la forma general de las ecuaciones de movimiento adimensionadas toma de nuevo el límite cuando $Ma^2 \rightarrow 0$, seguido del límite cuando $\frac{\Delta T}{T_0} \rightarrow 0$. Concluye que las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad tienden nuevamente a las ecuaciones 2.160 y 2.161, pero en la ecuación de energía no sobreviven ni el término asociado a las variaciones de presión, ni el asociado a la disipación viscosa, como se muestra en la ecuación 2.163.

$$\rho_0 C_{P,0} \frac{dT}{dt} = k_0 \nabla^2 T \quad (2.163)$$

También hace notar que si los límites se tomaran en el orden inverso, no se llegaría al mismo resultado, y afirma que en realidad para que exista un verdadero límite matemático es necesario que el cociente $\frac{Ma^2}{(\frac{\Delta T}{T_0})} \rightarrow 0$, o sea que Ma^2 se aproxime más rápidamente a cero que $\frac{\Delta T}{T_0}$, y que la mayoría de los casos de ingeniería cumplen con ello. En estas situaciones los términos fuente asociados a las variaciones en la presión y a la disipación viscosa resultan despreciables en la ecuación de energía debido al efecto que el aporte de calor desde las paredes tiene en el seno del fluido.

Es interesante que Panton, 2013 dedica una sección entera del capítulo 10 de su libro a lo que denomina “la paradoja de la ecuación de energía”, que hace alusión a que razonando con los pasajes al límite en las ecuaciones un poco descuidadamente se puede arribar fácilmente a ecuaciones de energía prácticamente idénticas a las que él presenta para flujos incompresibles (mostradas en las ecuaciones 2.162 y 2.163), pero con una pequeña diferencia: que en lugar de C_P se tenga C_V en el término que tiene la derivada total de la temperatura. Distintos autores muy prestigiosos de libros de mecánica de fluidos y transferencia de calor presentan distintas versiones de la ecuación de energía (algunos con C_P y otros con C_V), como hace notar Barletta, 2009 en su trabajo sobre la ecuación de energía, los calores específicos y la aproximación de Boussinesq (que se presenta en 2.2.6.2). En este trabajo el autor propone un argumen-

to termodinámico para discutir acerca de la forma correcta de la ecuación de energía cuando se utiliza la aproximación de Boussinesq. Llega a la conclusión de que el calor específico adecuado depende si se trata de un gas o de un líquido, contradiciendo lo presentado por Panton, 2013. Resulta entonces que este es un asunto que no parece encontrarse del todo saldado en la comunidad científica.

Panton, 2013 muestra cómo en un movimiento incompresible se puede separar la presión en dos componentes: una componente que se puede denominar estática, que es independiente del patrón de flujo y es siempre igual a la distribución hidrostática de presiones, y una componente que se puede denominar de movimiento, que está vinculada al movimiento particular que el fluido se encuentra realizando. Esto se muestra en la ecuación 2.164.

$$p = p_{\text{est}} + p_{\text{mov}} \quad (2.164)$$

donde $p_{\text{est}} = -\rho_0 g z$ (con z una coordenada en la dirección del versor \mathbf{k}) es la presión estática y p_{mov} es la presión de movimiento.

A partir de esto se tiene igualdad para la presión de movimiento que se muestra en la ecuación 2.165.

$$p_{\text{mov}} = p + \rho_0 g z \quad (2.165)$$

que podría interpretarse como una definición para esta componente de la presión. Es útil notar el vínculo entre la presión de movimiento y el concepto de cota piezométrica, muy utilizado en la hidráulica: se obtiene uno a partir del otro al dividir o multiplicar por el peso específico del fluido, $\rho_0 g$.

Al introducir la presión de movimiento (sustituyendo la ecuación 2.164 en la ecuación 2.160 y utilizando que $\mathbf{g} = -\nabla(gz)$ para juntar los gradientes) en la ecuación de cantidad de movimiento para flujos incompresibles deja de aparecer el término de la fuerza peso, como se muestra en la ecuación 2.166:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p_{\text{mov}} + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.166)$$

Esto hace ver que la fuerza de gravedad no juega ningún rol en la determinación del campo de velocidades para muchos flujos incompresibles. Solamente es relevante en situaciones donde se debe imponer condiciones de borde a la presión, del estilo de las que se deben cumplir en flujos de líquidos con una

superficie libre.

2.2.6.2. Ecuaciones para resolver problemas de convección natural y/o mixta

Panton, 2013 presenta un resultado intermedio durante el análisis que realiza de un movimiento con condiciones de borde de temperatura impuesta en las paredes. Muestra que una vez tomado el límite $Ma^2 \rightarrow 0$, pero antes de tomar el límite para $\frac{\Delta T}{T_0}$, en las propiedades termodinámicas y las propiedades de transporte desaparece la dependencia con la presión pero no la dependencia con la temperatura, en la ecuación de energía sobreviven solamente los términos que contienen la derivada total de la temperatura y el término de conducción, y las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad no se simplifican y deben considerarse con su dependencia con la temperatura. Esto tiene algunos aspectos en común con el análisis realizado en 2.2.5.4, en donde se había concluido que para los movimientos del aire en las chimeneas solares la dependencia de las propiedades con la presión sería despreciable, pero contemplar las variaciones de algunas propiedades con la temperatura podría ser de interés. En la ecuación de energía adimensionada que se presenta sobre el final del análisis de 2.2.5.4, dada por la ecuación 2.155, si se desprecian los términos asociados a las variaciones de presión y a la disipación viscosa, la ecuación de energía queda como la del resultado intermedio del paso al límite de Panton, 2013, que es similar a la versión correspondiente al resultado final de su paso al límite, dada por la ecuación 2.163, pero con la densidad y la conductividad variables. Y en el análisis de 2.2.5.4 las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad tampoco habían llegado a simplificarse. El conjunto de ecuaciones queda entonces acoplado a través de las propiedades termodinámicas y de transporte. A este resultado intermedio de su paso doble al límite Panton lo denomina flujo compresible de baja velocidad, el cual aplicaría para flujos en los cuales las paredes aportan cantidades significativas de calor, como los problemas de convección natural. Menciona que algunas simplificaciones adicionales se podrían tener en cuenta a partir de la aproximación de Boussinesq.

Aproximación de Boussinesq:

La aproximación de Boussinesq, o de Oberbeck-Boussinesq, tiene sus orígenes en los trabajos de Anton Oberbeck y Joseph Boussinesq, a finales del siglo XIX y principios del XX, y es muy utilizada para resolver problemas de con-

vección natural y/o mixta de una manera bastante simple (para la complejidad que estos problemas implican). El artículo de Spiegel y Veronis, 1960 es uno de los más citados en relación al tema, y en el mismo se presenta una discusión formal sobre la aproximación y las condiciones bajo las cuales la misma puede ser utilizada.

Kundu y Cohen, 2004 explican la aproximación de Boussinesq de una manera muy llana. Discuten los fundamentos de la aproximación de una forma bastante intuitiva y analizan las resultantes simplificaciones a las ecuaciones de movimiento. Básicamente la aproximación de Boussinesq consiste en asumir constante la densidad del fluido en todos los términos donde la misma aparece, salvo en el correspondiente a la fuerza peso de la ecuación de cantidad de movimiento, en el cual se consideran variaciones de la densidad con la temperatura, aproximadas linealmente. Adicionalmente, todas las demás propiedades termodinámicas y de transporte se asumen constantes al considerar la aproximación de Boussinesq.

Entonces, al tener en cuenta la aproximación de Boussinesq, la ecuación de cantidad de movimiento queda como se muestra en la ecuación 2.167:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.167)$$

donde $\rho = \rho_0 - \rho_0 \beta_0 (T - T_0)$.

Al utilizar el concepto de presión de movimiento, $p_{\text{mov}} = p + \rho_0 g z$, la ecuación de *momentum* queda como muestra la ecuación 2.168:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\rho - \rho_0) \mathbf{g} - \nabla p_{\text{mov}} + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.168)$$

que permite visualizar de modo bien directo que la ecuación tiene una forma prácticamente igual a la del caso incompresible, con la salvedad de que sobrevive aquí un término fuente asociado al empuje que reciben las parcelas de fluido que tengan menor densidad que la de referencia, lo que se traduce (salvo casos muy particulares, como el del agua al aproximarse a 0°C, en el que la densidad aumenta con la temperatura) en que las parcelas más calientes que la temperatura de referencia sufrirán una fuerza ascendente que se refleja en este término.

Sustituyendo la ecuación de estado simplificada para la densidad, la ecuación

ción de *momentum* se escribe como se presenta en la ecuación 2.169:

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\rho_0 \beta_0 (T - T_0) \mathbf{g} - \nabla p_{\text{mov}} + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.169)$$

en donde se ve explícitamente lo último mencionado en el párrafo anterior.

Esta (o con algunas simplificaciones adicionales, vinculadas a las aproximaciones de capa límite) es la forma que se presenta la ecuación de cantidad de movimiento bajo la aproximación de Boussinesq en los libros de mecánica de los fluidos y transferencia de calor consultados, y en los trabajos científicos sobre convección natural y/o mixta, en particular los que refieren al movimiento del aire en las chimeneas solares.

En la aproximación de Boussinesq la ecuación de continuidad se simplifica al caso incompresible, dado por la ecuación 2.161, y la ecuación de energía queda, según la mayoría de los libros y trabajos consultados (ver comentarios sobre la paradoja de la ecuación de energía en 2.2.6.1), de la misma forma que la que presenta Panton, 2013 para el flujo de baja velocidad y baja diferencia de temperaturas entre las paredes y el fluido (que es un flujo incompresible), que está dada por la ecuación 2.163.

Se podría decir entonces que la aproximación de Boussinesq es la forma más simple de atacar problemas de convección natural, porque las ecuaciones que utiliza son exactamente iguales a las que se utilizaría para un flujo incompresible, con el único agregado de considerar variaciones de densidad (de una forma simplificada) solamente en el término de la fuerza peso, que es el término que induce el movimiento en estos casos debido a esas variaciones en la densidad. Contemplar variaciones de densidad en otros términos podría hacer más preciso el modelado en algunos casos, pero no es indispensable para que se capturen los movimientos de convección natural, como sí lo es tenerlas en cuenta en el término gravitatorio.

Según Kundu y Cohen, 2004, la aproximación de Boussinesq se puede aplicar si el número de Mach es bajo ($Ma < 0,3$, que implica velocidades menores a los 100 m/s para el caso del aire a presión y temperaturas normales), si no se considera la propagación del sonido o de ondas de choque, si la escala vertical del flujo no es muy grande ($H \ll c_0^2/g$, que implica alturas de chimenea mucho menores a 10 km), y si las diferencias de temperatura en el fluido son pequeñas ($\Delta T \beta_0 \ll 1$, que para el aire en las chimeneas solares implica diferencias de temperaturas mucho menores a 300°C). Las tres primeras con-

diciones mencionadas se cumplen para el estudio del movimiento del aire en una chimenea solar, pero la última es cuestionable debido a que se esperan diferencias de temperaturas que rondan las decenas de grados entre la pared absorbadora y el aire que ingresa a la chimenea, mientras que la temperatura absoluta ronda los 300 K. Ferziger et al. 2020 alertan que el uso de la aproximación de Boussinesq con diferencias muy grandes de temperatura (mayores a 15°C para el aire) puede traer errores importantes, e incluso soluciones que estén erradas cualitativamente. Sin embargo, la totalidad de los trabajos relevados que involucran simulaciones CFD en chimeneas solares utilizan para las ecuaciones a resolver la aproximación de Boussinesq.

En la literatura se pueden encontrar varias formas de adimensionalizar las ecuaciones de movimiento (distintas escalas para las distintas magnitudes) para problemas de convección natural cuando se utiliza la aproximación de Boussinesq, pero en todas se llegan a los mismos números adimensionados, que terminan apareciendo en distintos términos en función de cuál fue el juego de escalas adoptado. Estos números son el número de Prandtl (Pr), propiedad termofísica del fluido ya presentada en la ecuación 2.105, y el número de Rayleigh (Ra), que se presenta en la ecuación 2.170:

$$Ra = \frac{g \beta_0 \Delta T H^3 \rho_0^2 C_{P,0}}{k_0 \mu_0} \quad (2.170)$$

También suelen aparecer el número de Grashof (Gr) y el número de Boussinesq (Bo), pero los mismos se podrían definir a partir del Pr y el Ra , como se muestra en las ecuaciones 2.171 y 2.172:

$$Gr = \frac{Ra}{Pr} \quad (2.171)$$

$$Bo = Ra Pr \quad (2.172)$$

En el capítulo 4 de su libro, Bejan, 2013 presenta una interesante discusión sobre las escalas adecuadas para problemas de convección natural “externa”, como podría ser el caso de una placa vertical inmersa en un fluido a una temperatura distinta que la de sí misma. Separa los casos a partir de si el valor del número de Prandtl del fluido es mayor o menor a la unidad, y resalta algunos conceptos que ha encontrado que se malentienden en muchos trabajos sobre la temática. Estas cuestiones podrían aportar para continuar desarrollando el análisis que se expuso en 2.2.5.4.

Capítulo 3

Metodología

Este capítulo tiene dos partes. En la primera se presentan generalidades del software OpenFOAM, que es el elegido para hacer las simulaciones numéricas de esta tesis, y se describe mínimamente cómo se usa. En la segunda parte se describe el proceso de preparación del caso a simular en este trabajo.

3.1. El software OpenFOAM

OpenFOAM (por “*Open-source Field Operation And Manipulation*”) es un software gratuito y de código abierto para resolver numéricamente problemas de mecánica de cuerpos continuos (sobre todo CFD). Existe como tal desde el año 2004, pero tiene sus orígenes en FOAM, que fue creado a principios de los 90s en el *Imperial College of London*. Está programado en C++ y utiliza el Método de los Volúmenes Finitos para resolver las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que rigen los fenómenos físicos que con el mismo se simulan.

Hay actualmente tres variantes del OpenFOAM: una publicada por la *OpenFOAM Foundation* (openfoam.org), otra por *OpenCFD Ltd.* (openfoam.com) y una tercera por *Wikki Ltd.* (denominada FOAM-Extend; sourceforge.net/projects/foam-extend). Si bien todas parten de una base que tenían en común, se han ido distinguiendo con el correr de los años y las distintas versiones de cada variante.

Para esta tesis se trabaja con la variante de la *OpenFOAM Foundation*, que es desarrollada y mantenida por un grupo de personas principalmente de *CFD Direct Ltd.* (cfd.direct). Desde hace algunos años se publica una nueva versión de esta variante cada año. La que se utiliza en este trabajo es la versión 8,

que es del año 2020. Todo lo que se describe a partir de aquí del OpenFOAM en este documento refiere a esta versión del software, aunque las cuestiones más generales se aplicarían para otras versiones e incluso las otras variantes del OpenFOAM.

3.1.1. Introducción al uso del OpenFOAM

Para introducirse en el uso del OpenFOAM, está disponible para leer en línea la guía para los usuarios: *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

Al comenzar a armar una simulación en el OpenFOAM es conveniente partir de alguno de los casos ejemplo que vienen incluidos en la distribución del software, que sea lo más similar posible al caso que se pretende construir. Estos casos ejemplo son denominados “tutoriales” y se encuentran en la carpeta `tutorials`, a la cual se puede acceder desde la línea de comando ejecutando `tut`, una vez que ya se tiene instalado el software. Los tutoriales están organizados en carpetas por área dentro de la mecánica de fluidos (o de cuerpos continuos) con la que tratan (si son simulaciones de flujos incompresibles, o con transferencia de calor, etc.) y luego subcarpetas según el “solver” que utilizan. Los “solver” son un tipo de aplicaciones del OpenFOAM que se encargan de resolver un tipo de problemas específico de un área de la mecánica de fluidos (o cuerpos continuos). Se profundiza un poco más acerca de los “solver” en 3.1.3. En la guía para usuarios se trabaja sobre algunos de estos tutoriales, para introducir al usuario a las cuestiones básicas del uso del OpenFOAM.

3.1.2. Preprocesamiento en OpenFOAM

A continuación se describe someramente cómo se maneja la etapa de pre-proceso en una simulación con el software OpenFOAM.

Para armar un caso (una simulación) en el OpenFOAM es necesario trabajar sobre una carpeta (la carpeta del caso en cuestión) que contenga al menos tres subcarpetas (pueden ser más, para los solver que se encargan de problemas más complejos). Una de las subcarpetas se nombra a partir de un número, el cual representa un instante de tiempo (usualmente 0), que debe contener información de las condiciones iniciales y de borde (ver 3.1.2.2). Otra subcarpeta se nombra `system` y debe incluir distintos archivos que tienen que ver con ciertas configuraciones de la simulación, algunos de los cuales se describen más adelante (ver 3.1.2.1, 3.1.2.4, 3.1.2.5 y 3.1.2.6). La tercer subcarpeta se

nombra `constant` y debe contener archivos en los cuales se da información sobre las propiedades termofísicas del fluido con el que se trabajará, modelos de turbulencia, etc. (ver 3.1.2.3).

3.1.2.1. Generación de mallas

OpenFOAM utiliza mallas tridimensionales con celdas poliédricas arbitrarias, encerradas por caras poligonales arbitrarias, o sea que las celdas pueden tener un número ilimitado de caras, las cuales pueden tener cualquier cantidad de aristas, sin ninguna restricción en su alineación. Las mallas con esta estructura general se conocen por `polyMesh` en el OpenFOAM. Los archivos que definen la `polyMesh` se ubican en una subcarpeta con ese nombre dentro de la carpeta `constant`. Una descripción detallada de cómo se define una malla `polyMesh` puede verse en la sección 5.1 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

Para generar la malla `polyMesh`, la distribución de OpenFOAM incluye dos aplicaciones: `blockMesh` y `snappyHexMesh`, además de otras aplicaciones para convertir mallas creadas con otros software al formato de malla de OpenFOAM (ver sección 5.5 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020 para una descripción de las aplicaciones para convertir mallas de otros formatos al `polyMesh`). El `blockMesh` sirve para generar mallas simples de manera bastante “artesanal” y el `snappyHexMesh` se usa para generar mallas complejas. A efectos de generar las mallas de esta tesis es suficiente el `blockMesh`, por lo cual solamente del mismo se describen algunos aspectos generales a continuación.

Con el `blockMesh` se generan mallas cuyas celdas son hexaedros, a partir de bloques que también son hexaedros. Las mallas pueden generarse a partir de un solo bloque o a partir de varios.

Para definir una malla a generar con el `blockMesh` es necesario que el archivo `blockMeshDict`, ubicado en la carpeta `system`, contenga una lista con todos los vértices que determinan los bloques (a partir de sus coordenadas respecto a ejes cartesianos) y una lista ordenada por cada bloque con los ocho vértices que lo forman, cada una seguida por tres números que definen la cantidad de celdas que se pretende generar en ese bloque en cada dirección. Se debe además separar la frontera del dominio en lo que se denominan “parches”. Cada uno de esos parches son superficies que van a tener un rol diferente en la simulación, por ejemplo debido al tipo de condiciones de borde que en ellas se pueden aplicar. En el `blockMeshDict` se le designa un nombre a cada parche,

que se forma a partir de las caras de los bloques definidos que son frontera del dominio (cada cara indicada con los cuatro vértices que la determinan), y se define el tipo de parche (por ejemplo `wall` para las paredes sólidas y `patch` para secciones de entrada y salida).

Si bien OpenFOAM trabaja con mallas tridimensionales, es posible adaptarlas para trabajar con problemas planos, si a las superficies frontera normales al plano de trabajo se las declara como parche del tipo `empty`. Se puede trabajar también con problemas unidimensionales, así como con problemas con simetría axial, haciendo uso de tipos de parches adecuados para las superficies que corresponda.

Una vez que está armado el archivo `blockMeshDict`, se corre la aplicación `blockMesh` desde la línea de comando, en la carpeta del caso que se está configurando, y de esa manera se genera la `polyMesh` que va a utilizar el OpenFOAM cuando se corra la simulación.

Los detalles del uso del `blockMesh` se pueden consultar en la sección 5.3 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#).

3.1.2.2. Condiciones iniciales y de borde

Las condiciones iniciales y de borde a imponer a los campos involucrados en la simulación se setean en los distintos archivos de la carpeta que usualmente se denomina 0. En el archivo `controlDict`, de la carpeta `system`, debe indicarse (de acuerdo a como se describe en la sección 4.4 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#)) que ese instante, el 0 en este caso, es el instante inicial a partir del cual la simulación comenzará a avanzar.

Cada uno de los principales campos que se utilizan en la simulación debe tener un archivo con su nombre en la carpeta del instante inicial, en donde se indique cuánto vale ese campo en el instante inicial, en cada una de las celdas de la malla con la que se trabajará (podrían ser todos los campos uniformes, al arrancar una simulación). Además en cada uno de estos archivos se fijan las condiciones de borde a imponer a cada campo en cada uno de los parches en los que se dividió la frontera del dominio.

Cuando se corre una simulación, ejecutando el solver elegido para el caso, el OpenFOAM va generando carpetas análogas a la del instante inicial (de acuerdo a cómo se haya seteado esto, que se explica en la sección 4.4 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#)) que contienen los valores de los campos

calculados para distintos instantes de tiempo. Lo referido a las condiciones de borde queda en cada uno de estos archivos generados exactamente igual a como estaba en los archivos del instante inicial. Esto facilita la posibilidad de iniciar una simulación desde un instante intermedio de una simulación anterior, ya que lo único que habría que modificar respecto a la condición inicial es cuál es el nuevo instante inicial, en el archivo `controlDict`.

Para familiarizarse con los detalles sobre cómo imponer condiciones de borde en OpenFOAM se puede consultar la sección 5.2 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#).

Es oportuno mencionar que cuando se pretende realizar una simulación bidimensional, es necesario imponer la condición de borde `empty` a los parches del tipo `empty` que se mencionan en el antepenúltimo párrafo de [3.1.2.1](#).

3.1.2.3. Propiedades termofísicas del fluido y similares

La forma en la que se setean las propiedades termofísicas para las simulaciones en OpenFOAM varía en función del solver a emplear.

Si el solver a utilizar es para resolver flujos incompresibles, la única propiedad que se necesita definir si se trabaja con fluidos newtonianos es la viscosidad cinemática, $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$, como puede concluirse de inspeccionar la ecuación [2.166](#), si se trabaja con p_{mov}/ρ_0 en lugar de con p_{mov} (que es lo que hace el OpenFOAM en los solver que son para flujos incompresibles). En esos casos este valor se fija en un archivo que se denomina `transportProperties`, que se ubica en la carpeta `constant`.

Al usar un solver que incluye transferencia de calor se debe definir entre alguno de los modelos de transporte disponibles, que permiten tanto usar propiedades de transporte (viscosidad dinámica, μ , y conductividad térmica, k) constantes, como optar por distintas fórmulas para evaluar la dependencia de las mismas con la temperatura. Para los calores específicos, C_P o C_V (según corresponda; ver explicación sobre la opción entre energía interna o entalpía más adelante en este párrafo), también se puede optar por asumirlos constantes o utilizar alguna fórmula que tenga en cuenta la dependencia de los mismos con la temperatura. Se debe definir la forma de la ecuación de estado a considerar, a efectos de obtener la densidad a partir de la presión y la temperatura, entre varias opciones disponibles. Ya que en la mayoría de los solver que resuelven la ecuación de energía se puede trabajar o con la energía interna o con la entalpía

(ver 3.2.8.1), también se debe optar por trabajar con una o la otra. Todo esto se realiza en un archivo denominado `thermophysicalProperties`, que se ubica en la carpeta `constant`.

Si el solver a considerar admite modelar la turbulencia, la elección del modelo a tener en cuenta (entre distintas opciones que pueden variar para cada solver) y su configuración se realizan también a partir de un archivo en la carpeta `constant`, el cual se denomina `momentumTransport`.

Los detalles sobre el seteo de las propiedades termofísicas y los modelos de turbulencia en el OpenFOAM se encuentran en el capítulo 7 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

3.1.2.4. Parámetros de control de la simulación

En el archivo `controlDict`, contenido en la carpeta `system`, se setean los instantes inicial y final de la simulación y el valor del paso de tiempo a tener en cuenta. OpenFOAM permite, además de la opción de dejar fijo en un valor el paso de tiempo, que el paso de tiempo se vaya ajustando automáticamente a medida que avanza la simulación, para intentar que el máximo valor del número de Courant, Co (número adimensionado que compara en cada celda el producto velocidad por paso de tiempo con una longitud representativa del tamaño de celda y está usualmente vinculado a la estabilidad de las simulaciones CFD), no supere determinado límite a setear.

También en el archivo `controlDict` se puede elegir cada cuántos pasos de tiempo se quiere guardar resultados y ajustar otras tantas configuraciones de la simulación, las cuales se pueden ver en la sección 4.4 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

3.1.2.5. Esquemas numéricos

Es necesario especificar los esquemas numéricos a considerar en los distintos términos de las ecuaciones de movimiento. OpenFOAM tiene una amplia gama de esquemas a tener en cuenta para cada tipo de término (derivadas temporales, laplacianos, gradientes, etc.). Esto se configura con el archivo `fvSchemes`, en la carpeta `system`.

La forma en que se realiza esta configuración, las distintas opciones de esquemas numéricos para cada tipo de término y algunas recomendaciones se pueden consultar en la sección 4.5 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

3.1.2.6. Resolución de los sistemas algebraicos de ecuaciones, tolerancias y algoritmos

Los métodos para resolver los sistemas de ecuaciones algebraicas, las tolerancias y los algoritmos se controlan desde el archivo `fvSolution`, en la carpeta `system`. OpenFOAM tiene aquí también una gran cantidad de opciones a tener en cuenta, que pueden variar para cada tipo de simulación.

Los detalles sobre estas configuraciones se pueden consultar en la sección 4.6 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#).

3.1.3. Aplicaciones para simular en OpenFOAM (los “solver”)

Como fue mencionado en [3.1.1](#), los “solver” son el tipo de aplicaciones del OpenFOAM que se encargan de resolver un tipo de problemas específico de un área de la mecánica de fluidos (o cuerpos continuos). Los solver incluidos en la distribución de OpenFOAM están divididos en las siguientes categorías:

- *‘Basic’ CFD codes*
- *Incompressible flow*
- *Compressible flow*
- *Multiphase flow*
- *Direct numerical simulation (DNS)*
- *Combustion*
- *Heat transfer and buoyancy-driven flows*
- *Particle tracking flows*
- *Discrete methods*
- *Electromagnetics*
- *Stress analysis of solids*
- *Finance*

En la sección 3.5 del *OpenFOAM v8 User Guide*, [2020](#) se presentan los solver contenidos en cada una de las categorías, junto con una pequeña descripción de los mismos.

Cada solver tiene características particulares que lo hacen adecuado para determinado tipo de problemas. Algunos asumen flujo incompresible y otros admiten efectos de compresibilidad, algunos contemplan efectos de empuje, otros admiten reacciones químicas, ciertos solver sirven para trabajar solo con movimientos laminares y otros admiten turbulencia, etc.

El OpenFOAM permite paralelizar las corridas de los solver, para aprovechar la disponibilidad de varios procesadores y reducir los tiempos de cálculo. El método de paralelización que utiliza se conoce como descomposición de dominio. Con este método la geometría y los campos asociados se dividen en partes y se les asigna a cada parte un procesador distinto para su solución. La explicación de cómo paralelizar en OpenFOAM se encuentra en la sección 3.4 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

3.1.4. Posprocesamiento en OpenFOAM

La distribución de OpenFOAM incluye la aplicación de posprocesamiento `paraFoam` que usa ParaView (paraview.org), un software de interfaz gráfica de usuario (GUI) para análisis de datos y visualización científica de código abierto. Con el software ParaView se puede: ver las mallas generadas, a partir de los campos resultantes de una simulación visualizar isosuperficies e isolíneas, plotear vectores, visualizar líneas de flujo, graficar los valores de un campo a lo largo de una línea, etc., además de hacer cálculos con los campos, como por ejemplo hallar el gradiente de un campo escalar, la divergencia de un campo vectorial, sumar campos, etc.

En la sección 6.1 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020 se describen brevemente algunas de las capacidades del ParaView que se pueden aprovechar para el posproceso de las simulaciones a realizar en OpenFOAM. En los tutoriales del capítulo 2 también se muestra cómo usar algunas de estas capacidades (y otras) en ejemplos concretos de simulaciones efectuadas con el OpenFOAM.

A su vez, el OpenFOAM incluye herramientas de posprocesamiento mediante interfaz de línea de comandos (CLI). Estas funcionalidades pueden ejecutarse de dos formas: posproceso convencional, en donde el procesamiento de datos se realiza una vez finalizada la simulación, o posproceso en tiempo de ejecución, en donde el procesamiento de datos se realiza mientras la simulación corre. Esta última forma de posproceso permite monitorear los datos procesados durante la simulación, por ejemplo para evaluar el grado de convergencia a un régimen estacionario.

Las maneras de implementar el posprocesamiento mediante interfaz de línea de comando del OpenFOAM se encuentran en la sección 6.2 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020, donde también se listan y describen distintas funciones de posproceso que se tienen disponibles, lo que se complementa con lo presentado

en la sección 6.3.

OpenFOAM incluye también algunas aplicaciones para convertir el formato de los datos obtenidos de sus simulaciones a formatos que usan otras herramientas de posprocesado. Esto se describe en la sección 6.4 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020.

3.2. Preparación del caso a simular

En esta sección primero se describe el “solver” que se elige para realizar las simulaciones. Se define el dominio de trabajo sobre el cual trabajarán las simulaciones y se presentan las mallas que se pretende considerar. Se determina el modelo de transporte a utilizar, así como la ecuación de estado. Se especifican las condiciones de borde a tener en cuenta en las superficies frontera del dominio y se realiza una discusión sobre las mismas. Finalmente se presentan los resultados preliminares y los inconvenientes que surgieron, así como la solución que se encontró a estos inconvenientes.

3.2.1. Elección del “solver”

Como se indicó anteriormente, los “solver” que están incluidos en la distribución de OpenFOAM se presentan en la sección 3.5 de la guía para los usuarios: *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020. La subsección 3.5.7 refiere a la categoría *Heat transfer and buoyancy-driven flows*, que es la que contiene los solver de interés para las simulaciones a realizar en la presente tesis: `buoyantPimpleFoam` y `buoyantSimpleFoam`, que sirven para resolver flujos (que pueden ser turbulentos) impulsados por efectos de empuje en fluidos compresibles, para aplicaciones de ventilación y transferencia de calor. El primero resuelve el transitorio del movimiento y el segundo resuelve solamente el régimen estacionario al que se arribaría. Los otros solver contenidos en esta categoría son: `chtMultiRegionFoam` y `thermoFoam`. El primero permite resolver conjuntamente el movimiento de fluido y la conducción de calor en sólidos, por lo que podría ser de interés para realizar simulaciones similares a las de este trabajo, pero que incorporen efectos transitorios de conducción de calor en la pared absorbadora de la chimenea solar. El segundo resuelve la ecuación térmica para un campo de velocidades dado, por lo cual no sirve para flujos impulsados por efectos de empuje, en donde los campos de velocidades y temperaturas se

deben resolver simultáneamente.

En esta tesis se opta por la utilización del solver `buoyantPimpleFoam`, en el entendido de que resolver el transitorio del movimiento del fluido puede ayudar a comprender mejor los mecanismos que actúan para generarlo. A su vez se prefiere hacer uso del `buoyantPimpleFoam` porque podría darse la situación de que el movimiento no llegue a un régimen puramente estacionario, en cuyo caso se haría necesaria la utilización de un solver que contemple los términos no estacionarios de las ecuaciones de movimiento para resolver adecuadamente el movimiento en cuestión.

Este solver utiliza el algoritmo PIMPLE para acoplar las soluciones de velocidad y presión, el cual resulta de la combinación de los algoritmos SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) y PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operators*). De acuerdo a lo indicado en la subsección 4.6.3 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020, con este algoritmo en cada paso de tiempo se resuelve una ecuación de presión para que se cumpla la conservación de masa, con una corrección explícita a la velocidad para satisfacer la ecuación de *momentum*. Puede comenzar opcionalmente cada paso resolviendo la ecuación de cantidad de movimiento (lo que se denomina el predictor de *momentum*). En la sección 5.21 del libro sobre mecánica de los fluidos computacional publicado por *CFD Direct* (Greenshields y Weller, 2022) puede verse una descripción del algoritmo PIMPLE.

3.2.2. Dominio de trabajo seleccionado

El primer acercamiento a las simulaciones en el `buoyantPimpleFoam` se realiza con una chimenea vertical rectangular sin canal de entrada, de altura $H = 2$ m y espesor de cámara $W = 40$ cm (distancia entre pared absorbadora y cubierta transparente). Estas dimensiones geométricas se encuentran contenidas en los rangos que se presentan en la mayoría de los trabajos relevados en la literatura.

Se estudia el problema plano, con el cual se representa adecuadamente lo que ocurre en chimeneas cuyo ancho es mucho mayor a su espesor, dado que los campos involucrados tienden a ser bidimensionales cuando el ancho tiende a infinito. Esto es razonable siempre y cuando no se pretenda tener en cuenta efectos tridimensionales que podrían encontrarse en ciertos flujos de convección natural, como podrían ser algunos tipos de celdas que en los mismos se forman.

Cabe aclarar que en casi la totalidad de los trabajos científicos relevados en los cuales se aplican métodos CFD para estudiar el flujo de aire en el interior de chimeneas solares, las simulaciones que se realizan son bidimensionales (ver, por ejemplo: Barozzi et al. 1992; Gan y Riffat, 1998; Rodrigues et al. 2000; da Silva y Gosselin, 2005; Miyazaki et al. 2006; Zamora y Kaiser, 2009; Khanal y Lei, 2014).

El dominio de trabajo que se pretende considerar en las simulaciones abarca únicamente a la cámara, por lo cual es necesario imponer condiciones de borde en la entrada y en la salida de la chimenea, además de las condiciones de borde en la pared absorbadora y en la cubierta transparente.

3.2.3. Mallas utilizadas

En este trabajo se utilizan mallas estructuradas que se construyen con el generador de mallas `blockMesh`, a partir de la edición del archivo `blockMeshDict`, presente en la carpeta `system` contenida en la carpeta del caso con el que se trabaja, como fue indicado en 3.1.2.1.

- Malla uniforme

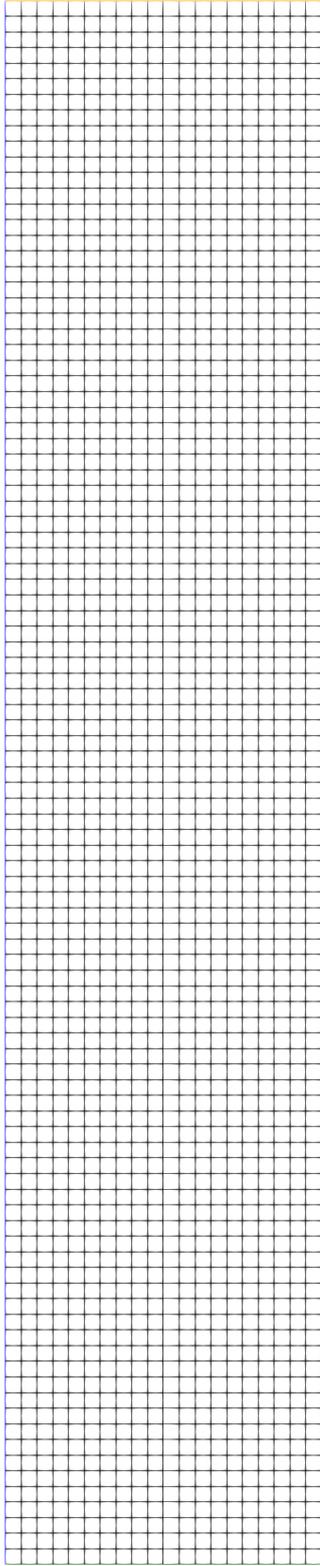
Se genera una malla a partir de un solo bloque que contiene celdas cuadradas. Se tienen cuatro bordes: la pared absorbadora y la cubierta transparente, que son parches del tipo `wall`, y las secciones de entrada a la chimenea y salida de la misma, que son parches del tipo genérico, `patch`.

En la Figura 3.1a se muestra una malla de 20 x 100 con estas características.

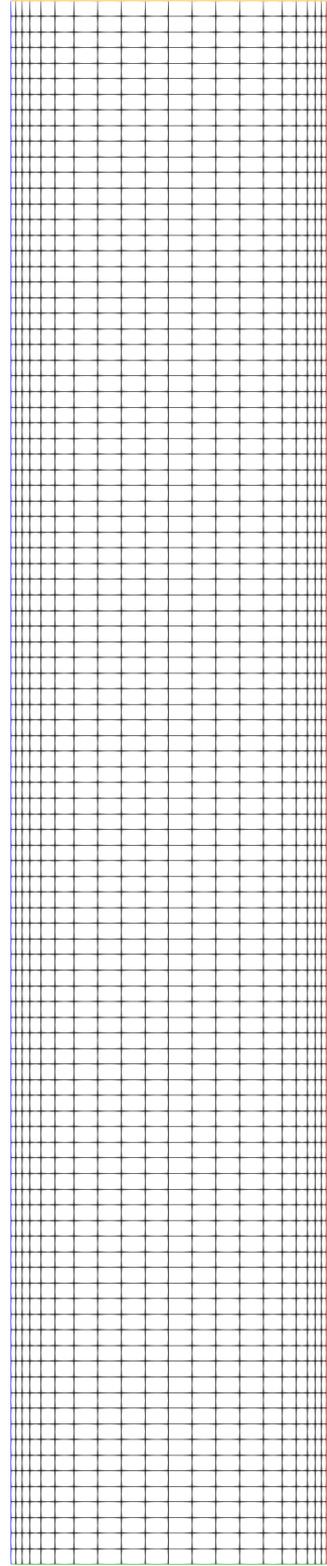
- Malla no uniforme

También a partir de un solo bloque se construye una malla no uniforme con la misma forma y dimensiones que la anterior, la cual se densifica cerca de los bordes que representan las paredes sólidas. Esto se logra en el `blockMesh` con el comando `simpleGrading` aplicado al bloque, dividiendo al mismo en tramos en la dirección que se quiere refinar, los cuales tienen distintas relaciones de expansión (cociente entre el largo de la última celda del tramo y el de la primera).

En la Figura 3.1b se muestra una malla de 20 x 100 con estas características. En la dirección horizontal (coordenada x) se divide al bloque en tres tramos. El tramo contra la cubierta transparente ocupa el 20 % del espesor de la cámara y



(a) Malla uniforme



(b) Malla no uniforme

Figura 3.1: Mallas en el interior de la chimenea

contiene el 30 % del total de celdas en la dirección horizontal, el del medio ocupa el 60 % del espesor y contiene el 40 % de las celdas, y el tramo contra la pared absorbadora ocupa el restante 20 % del espesor y contiene el restante 30 % del total de celdas en dicha dirección. Las relaciones de expansión valen 4 en primer tramo (la malla se va expandiendo al alejarse de la cubierta transparente), 1 en el tramo del medio (todas las celdas miden lo mismo en este tramo) y 1/4 en el tercer tramo (la malla se refina al acercarse a la pared absorbadora).

Trabajar con mallas refinadas cerca de las superficies sólidas permite obtener resultados más precisos que con mallas uniformes utilizando un mismo número de celdas, porque en las simulaciones se logra describir mejor los campos que tienen altos gradientes cerca de las superficies y no se pierde demasiada información en la zona del medio debido a que allí las variaciones espaciales son muy leves.

3.2.4. Propiedades del fluido y tipo de simulación

Se opta por utilizar el modelo de transporte de propiedades constantes. Para la ecuación de estado que permite calcular la densidad, se considera la denominada **Boussinesq** en el OpenFOAM, que es la utilizada para contemplar las variaciones de la densidad en el término gravitatorio bajo la aproximación de Boussinesq, $\rho = \rho_0 - \rho_0\beta_0(T - T_0)$. Se opta por la opción de que el solver trabaje con la energía interna en la ecuación de energía, teniendo en cuenta que esa es la opción seleccionada en los tutoriales de este solver (y otros similares) cuando se trabaja con la ecuación de estado **Boussinesq**. Para el calor específico a volumen constante se opta por el modelo de valor constante.

Se pretende realizar únicamente simulaciones laminares, por lo cual no se activa ningún modelo de turbulencia.

Los valores utilizados para las propiedades termofísicas a setear (μ_0 , Pr_0 , ρ_0 y $C_{V,0}$) se obtuvieron a partir de la tabla de propiedades del aire a presión atmosférica presentadas por Bergman y Lavine, 2017, considerando $T_0 = 293$ K.

3.2.5. Condiciones de borde

Para resolver las ecuaciones de movimiento del aire que fluye por el interior de la chimenea es necesario imponer condiciones de borde en las cuatro superficies que delimitan el dominio de trabajo, con lo cual se termina de definir el problema.

Greenshields y Weller, 2022 afirman que especificar las condiciones de borde es una de las tareas más desafiantes de la configuración de una simulación CFD. Algunas discusiones interesantes sobre las condiciones de borde a utilizar en problemas de flujo incompresible se pueden leer en el trabajo de Gresho, 1991. Las más discutidas en la literatura son las que se consideran para los campos de presiones y velocidades en las secciones que a priori no se sabe si el flujo va a entrar o salir, ni cómo. Se continúan proponiendo distintos tipos de condiciones de borde a aplicar en estos casos, como por ejemplo en el artículo de Zhang et al. 2017.

3.2.5.1. Cubierta transparente

En la cubierta transparente se aplica la condición de no deslizamiento y se consideran despreciables los intercambios de calor entre la misma y el aire, que implica gradiente nulo en la dirección horizontal para la temperatura. Esto se presenta en las ecuaciones 3.1 y 3.2.

$$\mathbf{v} = 0 \quad (3.1)$$

$$\nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3.2)$$

donde \mathbf{n} es el versor normal a la frontera.

Para imponer estas condiciones de borde en el OpenFOAM es necesario especificar las condiciones de borde `noSlip` al campo de velocidades, `fixedFluxPressure` al campo de presiones de movimiento, `calculated` al campo de presiones (porque se calcula a partir del campo de presiones de movimiento; no es una de las variables que se resuelve con un sistema de ecuaciones) y `zeroGradient` al campo de temperaturas.

3.2.5.2. Pared absorbedora

En la pared absorbedora se aplica la condición de no deslizamiento y se considera flujo de calor constante y uniforme entre la misma y el aire. Esto se presenta en las ecuaciones 3.1 y 3.3.

$$k\nabla T \cdot \mathbf{n} = q_w \quad (3.3)$$

donde \mathbf{n} es el versor normal a la frontera, saliente al dominio, y q_w es el flujo de calor que entrega la pared absorbedora al aire.

Para imponer estas condiciones de borde en el OpenFOAM es necesario especificar las condiciones de borde `noSlip` al campo de velocidades, `fixedFluxPressure` al campo de presiones de movimiento, `calculated` al campo de presiones y `externalWallHeatFluxTemperature` al campo de temperaturas.

3.2.5.3. Sección de entrada

En la sección de entrada se aplican condiciones de borde que dependen de si el flujo efectivamente está entrando ($v_z > 0$, con v_z la proyección de \mathbf{v} en la dirección vertical ascendente) o si se está dando un contraflujo ($v_z < 0$).

Flujo entrante: Cuando la componente vertical de la velocidad, v_z , es positiva, las condiciones de borde que se imponen son: velocidad tangencial nula (que corresponde a componente horizontal nula en este caso), presión de movimiento igual al negativo de la energía cinética por unidad de volumen, y temperatura igual a la temperatura del aire exterior. Esto se presenta en las ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.6.

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (3.4)$$

$$p_{\text{mov}} = -\rho_0 \frac{v^2}{2} \quad (3.5)$$

$$T = T_0 \quad (3.6)$$

donde \mathbf{t} es el versor tangente a la frontera.

Contraflujo: Cuando la componente vertical de la velocidad, v_z , es negativa, las condiciones de borde que se imponen son: gradiente nulo en la dirección vertical para el vector velocidad, presión de movimiento igual a cero, y gradiente nulo en la dirección vertical para la temperatura. Esto se presenta en las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.2.

$$(\text{grad } \mathbf{v})(\mathbf{n}) = 0 \quad (3.7)$$

$$p_{\text{mov}} = 0 \quad (3.8)$$

donde \mathbf{n} es el versor normal a la frontera.

Para imponer estas condiciones de borde en el OpenFOAM sería necesario especificar las condiciones de borde `pressureInletOutletVelocity` al

campo de velocidades, `totalPressure` al campo de presiones de movimiento, `calculated` al campo de presiones e `inletOutlet` al campo de temperaturas.

3.2.5.4. Sección de salida

En la sección de salida se consideran exactamente las mismas condiciones de borde que en la sección de entrada: cuando el flujo es saliente ($v_z > 0$ en este caso) se aplican las condiciones de borde dadas por 3.7, 3.8 y 3.2, y cuando el flujo es entrante ($v_z < 0$, que corresponde a un contraflujo en esta sección) se aplican 3.4, 3.5 y 3.6.

3.2.6. Discusión acerca de las condiciones de borde

Las condiciones de borde que se utilizan en estas simulaciones, que fueron descritas en 3.2.5, son las que se utilizan en muchos de los trabajos relevados, o al menos son muy similares en algunos casos. Además de los trabajos relevados, para la elección de algunas de estas condiciones de borde se tomaron como referencia los tutoriales del `buoyantPimpleFoam` que vienen incluidos en la distribución de OpenFOAM. Como fue mencionado en 3.1.1, estos tutoriales consisten en casos ejemplo, ya armados y funcionando, que sirven como punto de partida para armar un caso nuevo.

3.2.6.1. Cubierta transparente y pared absorbedora

En la cubierta transparente y la pared absorbedora, al ser estas superficies sólidas, no se presentan demasiadas interrogantes para definir las condiciones de borde.

La condición de no deslizamiento para la velocidad es la que se aplica en todos los trabajos consultados, y no genera ningún tipo de dudas. El hecho de imponer estas condiciones de borde a las velocidades implica que no es necesario considerar condiciones de borde para la presión en estas superficies.

Son varias las opciones a considerar respecto a la condición de borde para la temperatura. La de intercambio de calor despreciable en la cubierta transparente es una de las más simples y ha sido utilizada, por ejemplo, por Khanal y Lei, 2014 y da Silva y Gosselin, 2005. Otros autores consideran aporte de calor al aire desde la cubierta transparente de distintas formas (Zamora y Kaiser, 2009; Miyazaki et al. 2006; Rodrigues et al. 2000). En la pared absorbedora,

si bien algunos trabajos tienen en cuenta temperatura impuesta (Zamora y Kaiser, 2009), se considera que imponer un flujo de calor uniforme hacia el aire (Khanal y Lei, 2014, Rodrigues et al. 2000 y también Zamora y Kaiser, 2009, que simularon con ambos tipos de condición de borde en la pared absorbidora) es una manera simple y razonable de modelar lo que ocurre en las chimeneas solares, que reciben en su pared absorbidora un flujo de calor uniforme proveniente de la radiación solar que atraviesa la cubierta transparente, y que un pequeño porcentaje del mismo tendría destino distinto al aire de la chimenea (conducción hacia el interior de la pared y radiación básicamente hacia la cubierta transparente), que lo desuniformizaría levemente.

3.2.6.2. Secciones de entrada y salida

En las aberturas es más delicada la elección de las condiciones de borde, sobre todo para el caso de las velocidades y presiones. Se siguieron las recomendaciones de Greenshields y Weller, 2022 para fronteras “libres” (que refieren a superficies a través de las cuales podría tanto ingresar como escapar fluido del dominio de trabajo) y secciones de salida.

Con las condiciones de borde que se pretende utilizar en estas secciones se busca simular una chimenea vertical (sin canal de entrada ni de salida) que estaría suspendida en aire quieto, en la lejanía, que se encuentra a una temperatura uniforme, como la chimenea experimental del trabajo de Chen et al. 2003. Al solamente haber diferencias de presión debido a la hidrostática entre el aire abajo de la chimenea y el aire arriba de ella, el flujo que se genera en la chimenea tiene que ver únicamente con el tiro que se presenta en la misma a partir del calentamiento del aire en su interior. O sea, no hay un forzamiento externo, como se daría si la chimenea tomara aire desde un ambiente distinto al que descarga y estos se encontraran a distintas presiones.

Las condiciones de borde de temperatura son las que generan menos dudas en estas fronteras y las que se consideran son las que se usan en todos los trabajos consultados. La correspondiente al flujo entrante implica que el aire que entra a la chimenea lo haga siempre con el mismo valor de temperatura, que representaría la temperatura ambiente que rodea a la chimenea (es el mismo valor en la parte superior que en la inferior). Para el flujo saliente, el gradiente nulo de temperaturas en la dirección normal a la superficie de salida pretende tener en cuenta la idea de un flujo completamente desarrollado (localmente),

desde el punto de vista térmico en este caso, en el entendido de que de ahí en más la temperatura del aire ya no se vería afectada significativamente por los fenómenos que se dan dentro de la chimenea (el aire simplemente sale a la temperatura a la que venía circulando dentro de la chimenea).

En el tipo de movimiento que se pretende simular no tiene sentido imponer las velocidades de entrada en las condiciones de borde (o mejor dicho, su componente normal a la frontera), porque justamente lo que se busca es obtener los flujos de aire que circulan por la chimenea como resultado de imponer un calentamiento al aire en su interior, que genere el tiro natural. Lo que se debe imponer es una condición de borde a la presión, que contemple el hecho de que la única diferencia de presión entre el aire alejado de la chimenea a la altura de la entrada y el aire alejado de la chimenea a la altura de la salida es la vinculada al peso de la columna de aire a temperatura ambiente que hay entre esas zonas. La Figura 3.2 se utiliza para justificar la elección de las condiciones de borde para la presión.

Con lo escrito y dibujado en verde se puede ver el vínculo hidrostático entre la presión del punto (1), a la altura de la sección de entrada a la chimenea, en donde se considera que la presión tiene el valor de referencia, p_0 , con la presión del punto (2), a la altura de la sección de salida de la chimenea. Ambos puntos se consideran suficientemente alejados de la chimenea, de manera que no se vean afectados por los movimientos de succión y descarga del aire, respectivamente. Tomando el origen de alturas a la entrada de la chimenea, la presión de movimiento en el punto (1) queda igual a p_0 y lo mismo en el punto (2).

En lo escrito y dibujado en azul se presenta la aplicación de la ecuación de Bernoulli para líneas de flujo en casos estacionarios (ver capítulo 3 de Borghi, 2013a) entre el punto (3), cerca de la sección de entrada pero lo suficientemente lejos como para desprestigiar el término cinético frente a los restantes del trinomio de Bernoulli, y el punto (4), justo en la sección de entrada (punto genérico de la sección de entrada). Admitiendo que en el recorrido entre (3) y (4) el aire se comporta como fluido perfecto (tensiones rasantes despreciables), si se ignoran efectos no estacionarios entonces la carga hidráulica de (4) coincide con la de (3). La carga hidráulica de (4) es igual a la suma de la cota piezométrica a la entrada más la energía cinética por unidad de peso con que entra el fluido a la chimenea. Al ser despreciable el término cinético en (3), la carga hidráulica en ese punto coincide con la cota piezométrica allí, que es igual a la del punto (1), por hidrostática. Considerando que la presión en el punto

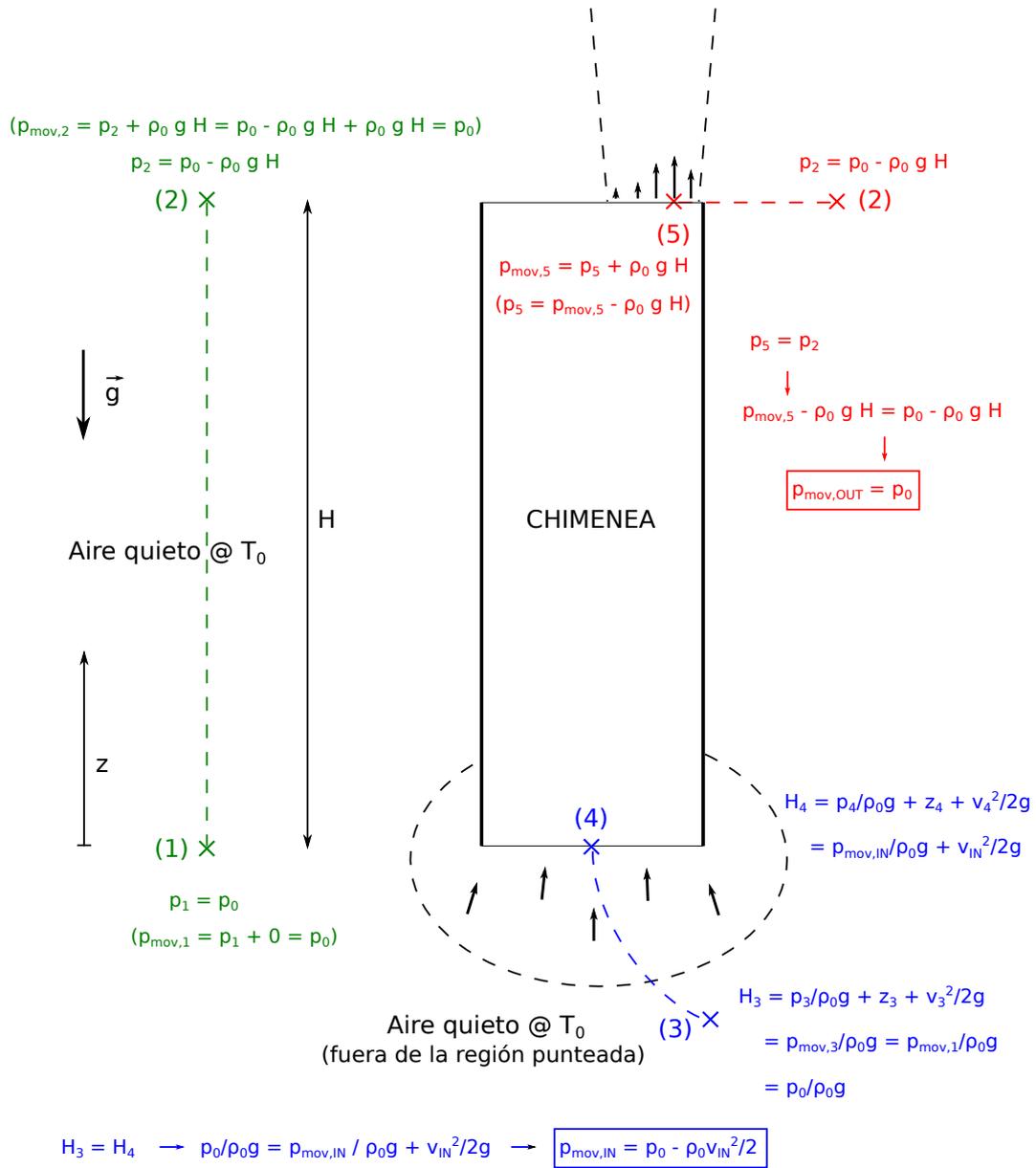


Figura 3.2: Fundamento de las condiciones de borde en presión a utilizar.

(1) es p_0 , entonces como resultado de igualar las cargas hidráulicas en (3) y (4) se arriba a que la presión de movimiento en la sección de entrada es igual a la presión de referencia menos la energía cinética por unidad de volumen del aire que entra, $p_{mov} = p_0 - \rho_0 \frac{v^2}{2}$. Como a efectos de la resolución de las ecuaciones de movimiento del aire el valor de la presión de referencia, p_0 , no juega ningún rol (solamente se tiene en cuenta para la elección de los valores de las propiedades de referencia), entonces en la simulación se puede considerar nula, a partir de lo cual se llega a lo presentado en la ecuación 3.5.

En la salida de la chimenea el aire caliente formaría un chorro (de cantidad de movimiento, pero térmico también) ascendiendo sobre el aire ambiente exterior. La hipótesis usual que se hace en el estudio de los chorros es que en cada sección del mismo la presión adentro del chorro es igual a la presión afuera a esa misma altura, similar a lo que se asume en la teoría de la capa límite entre el fluido afuera de la capa límite hidrodinámica y el fluido adentro de la misma. Aplicar esto para el caso de la chimenea resulta en imponer que la presión (5), en la sección de salida de la chimenea, es igual a la presión (2) del aire a la misma altura de la sección de salida pero alejado de la chimenea (fuera del chorro). Con lo dibujado en rojo se puede ver cómo la imposición de la mencionada igualdad de presiones resulta en la condición de borde para la presión de movimiento para el flujo saliente. A partir de la definición de presión de movimiento se tiene que la presión (5) es igual a la presión de movimiento en ese punto (presión de movimiento del aire que sale de la chimenea) menos $\rho_0 g H$. Como la presión en el punto (2) es igual a $p_0 - \rho_0 g H$ (ver dos párrafos atrás), el resultado de igualar las presiones de (5) y (2) es que para el aire saliente de la chimenea se cumple que $p_{\text{mov}} = p_0$. Tomando $p_0 = 0$ se llega a la condición de borde presentada en la ecuación 3.8.

Estas condiciones de borde para la presión son las que se usan en algunos de los trabajos relevados (Rodrigues et al. 2000, Zamora y Kaiser, 2009). Otros no le restan el término cinético a la presión de referencia para obtener la presión de movimiento del aire entrante (Barozzi et al. 1992, Miyazaki et al. 2006, Khanal y Lei, 2014). Incluso, en algunos trabajos no se consideran condiciones de borde para la presión en las secciones de entrada y/o salida (Gan y Riffat, 1998, da Silva y Gosselin, 2005).

Respecto a las velocidades, la condición para el flujo entrante implica que la velocidad de entrada sea necesariamente perpendicular a la sección por donde el flujo se encuentra ingresando. Greenshields y Weller, 2022 comentan que una condición de borde de tipo gradiente nulo en la dirección normal a la frontera al vector velocidad podría derivar en resultados más precisos, pero con la imposición de la componente tangencial nula se logran soluciones más estables.

La condición de gradiente nulo al campo de velocidades de los flujos salientes se podría interpretar como la imposición de un flujo completamente desarrollado (localmente) a la salida, desde el punto de vista hidrodinámico.

El único trabajo de los relevados que utilizó exactamente las mismas con-

diciones de borde que se pretende usar para las velocidades de entrada y salida es el de Khanal y Lei, 2014. Muchos consideran gradiente nulo de velocidades en la dirección del flujo de salida (no todos para ambas componentes), pero anular la componente tangencial para los flujos entrantes no se suele ver.

3.2.7. Resultados preliminares e inconvenientes encontrados

Al probar la primera corrida en el OpenFOAM del caso de chimenea solar que se preparó siguiendo lo descrito anteriormente en esta sección, se obtienen resultados inesperados, que reflejan que algo está funcionando mal en la simulación. Lo que se puede visualizar a partir de los campos resultantes es que el aire no logra salir de la chimenea libremente, de la manera que se esperaba. Se nota que el aire se calienta contra la pared absorbedora y asciende pegado a la misma (de acuerdo a lo esperado), pero al acercarse a la sección de salida en la parte más alta de la chimenea parece como si se diera contra una “tapa” que no lo deja salir y termina fluyendo hacia la otra pared, bajando cuando se topa contra la placa cobertora, para terminar formando una serie de vórtices de aire atrapado en la cámara. En la Figura 3.3 se muestran campos de magnitud de las velocidades en instantes cercanos al comienzo de la simulación, en donde se ve claramente lo descrito en este párrafo.

Daba la sensación de que el problema estaba vinculado a las condiciones de borde impuestas en la sección de salida, pero durante mucho tiempo de búsqueda de una posible explicación no se lograba encontrarla. Se llegó al punto de probar extender el dominio de trabajo de la simulación a la salida de la chimenea, de forma de que los inconvenientes, de continuar, se dieran suficientemente lejos de la chimenea, sin afectar el flujo obtenido dentro de la misma. Este camino que se adoptó implicaba tener que tomar nuevas decisiones y realizar nuevos análisis. Se debía elegir forma y tamaño de la zona donde se extendía el dominio a la salida de la chimenea, para simular el chorro/pluma resultante de considerar en el dominio la zona donde se da la descarga del aire caliente al ambiente exterior. Adicionalmente se debía definir el mallado a utilizar en la nueva zona a simular, así como también las condiciones de borde a tener en cuenta en las nuevas superficies frontera del dominio, alejadas de la descarga de la chimenea. Esta alternativa que se manejó, implicaba además consumir más recursos computacionales y aumentaba los tiempos de cálculo

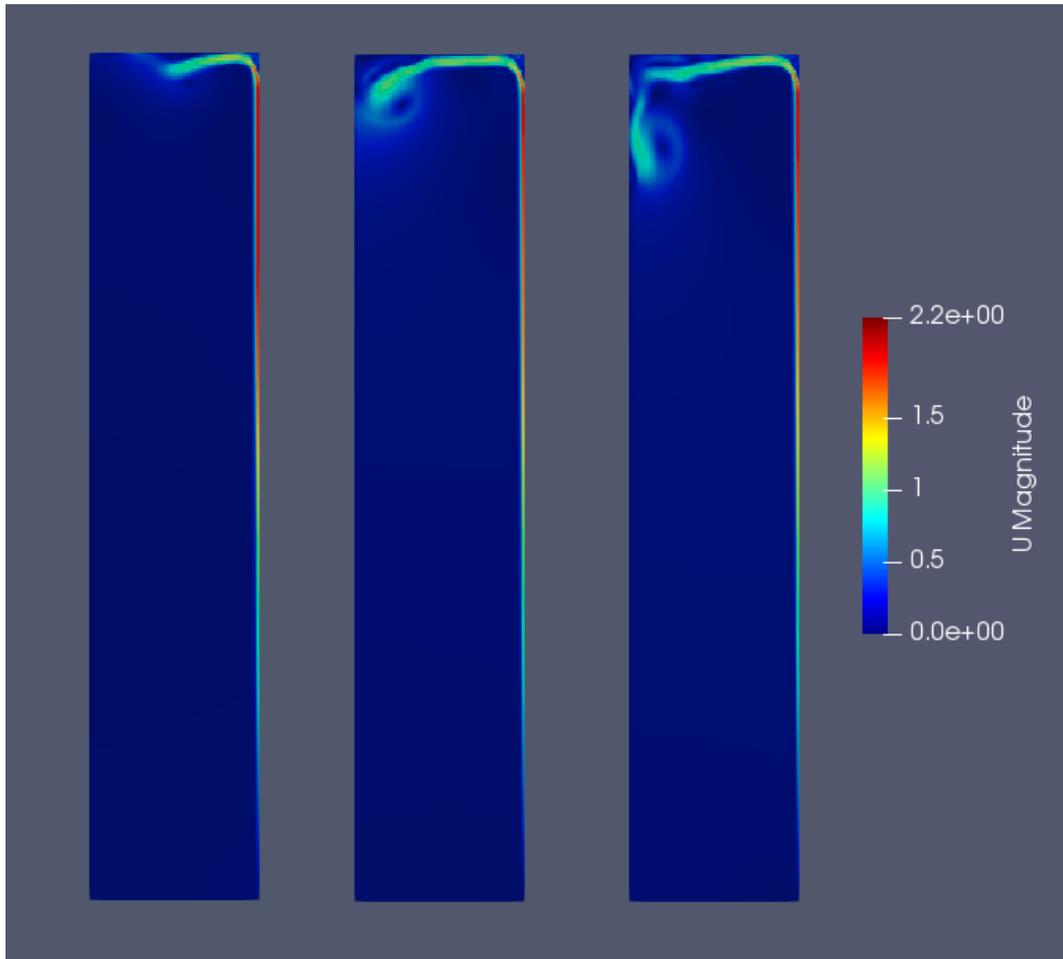


Figura 3.3: Magnitud de la velocidad en tres instantes al comienzo de las primeras simulaciones realizadas en OpenFOAM, para visualizar los problemas encontrados en las mismas.

de cada corrida.

3.2.8. Solución a los inconvenientes encontrados

Encontrar la explicación de lo que sucedía a la salida de la chimenea en las primeras simulaciones realizadas para esta tesis fue muy dificultoso, en parte porque no se encontró documentación que describiera el funcionamiento del solver `buoyantPimpleFoam`, más allá de las guías del código fuente: *OpenFOAM C++ Source Code Guide*, s.f. Para averiguar qué forma de las ecuaciones de movimiento se resolvían hubo que interpretarlo directamente a partir de la lectura del código, que para un usuario que se está iniciando en el OpenFOAM resulta bastante intrincado.

3.2.8.1. Ecuaciones con las que trabaja el “solver” elegido

El artículo de Greenshields, 2016 que trata sobre la ecuación de energía y su implementación en OpenFOAM explica que la forma de la ecuación de energía que utilizan los solver de OpenFOAM es muy similar a la ecuación 2.6. O sea que se aplica la ecuación de energía total, interna más cinética (o alternativamente, en algunos solver se puede optar por una versión con entalpía y energía cinética, como es el caso del `buoyantPimpleFoam`). En el artículo, además de mostrarse la ecuación general de energía utilizada en el OpenFOAM y comentarse algunas de las simplificaciones que se le aplican a la misma en determinados solver, se puede ver cómo está representada la ecuación en las líneas de código de esos solver, por lo cual este artículo sirve también de ayuda para descifrar la forma de las ecuaciones de *momentum* y continuidad que se utilizan en el `buoyantPimpleFoam`, a partir de la lectura del código del solver.

Ecuación de energía:

La forma general de la ecuación de energía que se utiliza en el OpenFOAM, según Greenshields, 2016, se muestra en la ecuación 3.9.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \text{div}(\rho e \mathbf{v}) = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \text{div}(-p \mathbf{v}) + \text{div}(\mathbb{T}_{\text{visc}}(\mathbf{v})) - \text{div}(\mathbf{q}) \quad (3.9)$$

donde e es la energía total específica ($e = \frac{v^2}{2} + u$), \mathbb{T}_{visc} es la parte del tensor de tensiones vinculada a los efectos viscosos ($\mathbb{T}_{\text{visc}} = \mathbb{T} + p\mathbb{I}$), y se omitió un término adicional, ρr , que permiten incluir algunos solver para contemplar efectos de radiación en el seno del fluido.

En el miembro de la izquierda de la ecuación 3.9, el primer término representa la derivada local de la energía total por unidad de volumen y el segundo término la advección de energía total por unidad de volumen. En el miembro de la derecha, el primer término se interpreta como la potencia (por unidad de volumen) entregada por la fuerza peso, el segundo la potencia (por unidad de volumen) recibida a partir de la parte vinculada a la presión de las fuerzas de contacto que el resto del fluido le hace al que rodea al punto P donde está implícitamente evaluada la ecuación, el tercero la potencia (por unidad de volumen) recibida por la parte vinculada a los efectos viscosos de las fuerzas de contacto, y el cuarto la potencia calorífica recibida por conducción (por unidad de volumen).

En el artículo de Greenshields, 2016 se menciona que la ecuación de energía se implementa generalmente como es presentada en la ecuación 3.9, pero sin el primer término del miembro derecho, $\rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}$, ni el tercer término, $\text{div}(\mathbb{T}_{\text{visc}}(\mathbf{v}))$. En el caso del solver `buoyantPimpleFoam` sí se mantiene el término correspondiente a la potencia del peso. La ecuación de energía que se resuelve con este solver se muestra en la ecuación 3.10.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \text{div}(\rho e \mathbf{v}) = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} + \text{div}(-p \mathbf{v}) - \text{div}(\mathbf{q}) \quad (3.10)$$

El artículo cierra mostrando que al simular una onda de choque unidimensional (problema de Sod, como test de precisión de códigos CFD), si se utiliza la ecuación de energía total se logran mejores resultados en el campo de temperaturas que si se utilizara la ecuación de energía térmica.

Ecuación de continuidad:

La ecuación de continuidad en el `buoyantPimpleFoam` se usa sin simplificaciones respecto a la forma general, dada por la ecuación 2.18.

Ecuación de cantidad de movimiento:

La ecuación de *momentum* que se utiliza en el `buoyantPimpleFoam` se muestra en la ecuación 3.11.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) + \mathbf{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = gz \nabla \rho - \nabla p'_{\text{mov}} + \mathbf{div}(2\mu \mathbb{D}) \quad (3.11)$$

donde p'_{mov} , que en OpenFOAM es denominada `p_rgh` y cuya definición se muestra en la ecuación 3.12, es una versión un poco distinta de la presión de movimiento definida en la ecuación 2.165, porque el término que se suma aquí a la presión contiene al campo de densidades, ρ , en lugar de la densidad de referencia, ρ_0 .

$$p'_{\text{mov}} = p + \rho gz \quad (3.12)$$

La única simplificación en la ecuación de cantidad de movimiento que resuelve el `buoyantPimpleFoam` respecto a la forma más general, dada por la ecuación 2.32, es que el término $\nabla(\lambda \text{div}(\mathbf{v}))$ es despreciado, porque $\rho \mathbf{g} - \nabla p$ se convierte en $gz \nabla \rho - \nabla p'_{\text{mov}}$ utilizando $p = p'_{\text{mov}} - \rho gz$.

3.2.8.2. Impacto de la definición alternativa de presión de movimiento en las condiciones de borde que se consideran

Los problemas que se estaban teniendo a la salida de la chimenea eran producto de confundir la presión de movimiento que utiliza el OpenFOAM, $p'_{\text{mov}} = p + \rho gz$, definida en la ecuación 3.12, con la presión de movimiento que utilizan los libros de mecánica de los fluidos y transferencia de calor cuando refieren a la aproximación de Boussinesq, $p_{\text{mov}} = p + \rho_0 gz$, definida en la ecuación 2.165.

Las condiciones de borde que se pretende utilizar para la presión en las secciones de entrada y salida de la chimenea, que se presentan en 3.2.5 y se justifica su elección en 3.2.6, son para aplicar a la presión de movimiento p_{mov} . Sin embargo, se estaban aplicando a la presión de movimiento p'_{mov} , que es con la que trabaja el `buoyantPimpleFoam`.

Para los flujos de aire entrantes al dominio, ya sea en la sección de entrada o en la de salida (a partir de un contraflujo), en los que se impone la condición de borde dada por la ecuación 3.5, la confusión no tiene consecuencias para el problema de la chimenea que se simula. Esto tiene que ver con que el aire entra siempre a la temperatura de referencia, T_0 , debido a la condición de borde que se le impone a la temperatura (ecuación 3.6), que hace que la densidad del aire que entra sea la de referencia, ρ_0 . Entonces se tiene que p'_{mov} coincide con p_{mov} , por lo cual lo que se termina imponiendo es efectivamente lo que se pretende.

Para los flujos de aire salientes al dominio la situación es distinta, porque el aire sale con la temperatura que adquirió en el interior de la chimenea a partir de su calentamiento (la condición de borde en temperatura es la dada por la ecuación 3.2), y por ende sale con una densidad más baja que la de referencia, llámese ρ_s para las explicaciones a continuación.

Razonando con la Figura 3.2 como apoyo, se puede ver que la condición de borde que se estaba imponiendo debido a la confusión ($p'_{\text{mov}} = 0$) tiene como consecuencia que la presión a la salida de la chimenea que se estaba fijando era más grande que lo que se pretendía. Basándose en la nomenclatura y numeración que se hizo a los puntos en la figura, la condición de borde utilizada por error se escribe $p'_{\text{mov,OUT}} = p_0$, que a partir de considerar la definición de p'_{mov} (dada por la ecuación 3.12) se transforma en $p_5 + \rho_s gH = p_0$. Despejando la presión en el punto (5) se tiene que $p_5 = p_0 - \rho_s gH$. Sumando y restando $\rho_0 gH$ en el miembro derecho de la última igualdad y reordenando se llega a

que $p_5 = p_0 - \rho_0 gH + (\rho_0 - \rho_s)gH$, que teniendo en cuenta que $p_2 = p_0 - \rho_0 gH$, se transforma en $p_5 = p_2 + (\rho_0 - \rho_s)gH$. Entonces la presión que se estaba imponiendo a la salida de la chimenea es más grande que la presión que habría afuera de la misma a esa altura (pensando en la situación ilustrada en la Figura 3.2) en $(\rho_0 - \rho_s)gH$, que es del orden de magnitud del tiro que se logra en la chimenea, por lo cual tiene sentido que el resultado de esto es que el aire no pueda salir al llegar arriba, porque en la salida se le hace una fuerza hacia abajo parecida en magnitud a la que genera el movimiento ascendente.

La condición de borde que se le debería imponer a p'_{mov} para el flujo de aire saliente por la parte superior de la chimenea se muestra en la ecuación 3.13:

$$p'_{\text{mov}} = -(\rho_0 - \rho)gH \quad (3.13)$$

Esta condición de borde es un tanto particular, porque el valor que se le pretende dar a p'_{mov} en la superficie que la misma se aplica depende de la densidad con que saldría el fluido del dominio, que no es conocido a priori (es resultado de la simulación). Con las condiciones de borde que incluye la distribución de OpenFOAM no es posible aplicarla. Para poder utilizarla sería necesario programarla, o programar una forma más general, que a partir de un valor p_0 que se pretenda imponerle a p_{mov} y un valor ρ_0 para la densidad de referencia, le imponga a p'_{mov} lo que se muestra en la ecuación 3.14:

$$p'_{\text{mov}} = p_0 - (\rho_0 - \rho)gz \quad (3.14)$$

Se estima que esto no debería ser muy trabajoso para alguien que esté acostumbrado a incorporar código en el OpenFOAM.

Para seguir adelante con esta tesis, se encontró una solución más sencilla, pero que únicamente se puede aplicar para este problema particular y algunos similares, en los que el fluido solamente fuese a salir del dominio por una superficie frontera que sea plana y horizontal (como lo es la parte de arriba de la chimenea con la que se trabaja en esta tesis).

3.2.8.3. Solución implementada

De la inspección de la condición de borde que se pretende imponer a p'_{mov} , dada por la ecuación 3.14, se puede notar que si la coordenada z valiera 0 en toda la superficie frontera a la cual se la quiere aplicar, entonces la misma

se traduciría en $p'_{\text{mov}} = p_0$. En $z = 0$ la presión de movimiento p'_{mov} coincide con la presión de movimiento p_{mov} , independientemente de con qué valor de densidad saliese el fluido del dominio.

Entonces, mover el origen de coordenadas una altura H hacia arriba debería solucionar el problema que se estaba dando a la salida de la chimenea. Esto se realiza simplemente editando el archivo `blockMeshDict`, en donde se define el dominio y su malla, haciendo que los puntos que definen los vértices de la chimenea se ubiquen H más abajo de lo que estaban. O sea, lo que se mueve es la chimenea hacia abajo, en lugar del sistema de coordenadas hacia arriba, pero es equivalente.

Efectivamente, la implementación de lo aquí descrito terminó con los problemas que se estaban dando a la salida de la chimenea, dado que el aire empezó a fluir de manera adecuada al llegar a la parte más alta de la chimenea en las simulaciones, como puede verse en la Figura 4.7a, presentada en el capítulo siguiente. Esto permitió seguir adelante con las simulaciones que consideran como dominio de trabajo solo a la chimenea.

La solución implementada para esta tesis es muy simple, pero un tanto precaria, dado que solamente funcionaría para un número limitado de problemas. En el caso que se considera en este trabajo el fluido únicamente sale del dominio por la sección de salida de la chimenea, en la parte superior, por lo cual poner el origen de cotas a esa altura soluciona el problema que se estaba teniendo. Pero si la situación fuese un poco distinta, de forma que también se pudiese esperar que algo de fluido salga por la parte de abajo de la chimenea (a partir, por ejemplo, de un contraflujo que se dé en la parte superior pero que penetre tanto hacia abajo que termine implicando que algo de aire salga por allí), se podría tener un problema parecido al que se tenía, pero ahora en la sección de abajo, si el fluido que por allí sale lo hace a una temperatura distinta a la de referencia. Es decir, esta solución funciona si solamente hay una única superficie a la cual es necesario imponerle la condición de borde dada por la ecuación 3.14 (podría servir para varias pero que estén todas a la misma altura). Si se espera que salga fluido del dominio por otra superficie a la cual se le pretende aplicar la mencionada condición de borde, se darían en dicha superficie inconvenientes similares a los descritos. Esta solución tampoco puede utilizarse para implementar la condición de borde en superficies frontera que no sean planas y horizontales.

Capítulo 4

Casos de estudio

En este capítulo se presentan las simulaciones realizadas, que están vinculadas a los trabajos de Khanal y Lei, 2014 (analítico, pero que incluye simulaciones numéricas) y Chen et al. 2003 (experimental). Se muestran los resultados obtenidos y se realizan discusiones sobre los mismos.

4.1. Comparación con chimenea numérica

Se opta por realizar la primera prueba del caso preparado en OpenFOAM comparando contra las simulaciones numéricas que efectuaron Khanal y Lei, 2014 en su trabajo sobre las escalas en los flujos laminares en chimeneas solares. Se entiende adecuado hacer las primeras comparaciones contra estas simulaciones, debido a que son muy similares a las que se pretende considerar.

Lo que desarrollan Khanal y Lei, 2014 es un análisis de escalas para los flujos laminares planos (de fluidos con $Pr < 1$) que se dan en un canal rectangular vertical, cuyas caras inferior y superior actúan como secciones de entrada y salida, respectivamente (al menos en principio, porque en algunos regímenes se dan contraflujos), y las verticales actúan como paredes sólidas, una aportando un flujo de calor uniforme (cumpliendo el rol de placa absorbedora) y la otra adiabática (haciendo de cubierta transparente). A partir de escalar las magnitudes básicas que permiten adimensionalizar las ecuaciones que rigen el movimiento y estudiar entre qué términos preponderantes se dan los balances en las ecuaciones en distintas etapas del movimiento (y en los distintos regímenes posibles), logran distinguir dos regímenes de flujo (uno con una capa límite bien distinguida y otro con el espesor de la capa límite alcanzando al espesor

del canal; este último régimen se divide a su vez en dos subregímenes). En los distintos regímenes (y subregímenes) determinan expresiones para las escalas de diversas magnitudes de interés. Por ejemplo, en el régimen en el que se distingue la capa límite (que es el más relevante en vinculación a esta tesis), obtienen expresiones para las escalas del tiempo en que se alcanzan los valores de régimen (ec. 4.1), del espesor de la capa límite térmica contra la pared que aporta calor (ec. 4.2), del incremento de temperatura que se logra en el flujo (ec. 4.3), de la velocidad con que se da el ascenso del fluido calentado (ec. 4.4) y del flujo másico alcanzado por unidad de ancho del canal (ec. 4.5).

$$t_s \sim \frac{\rho_0 C_{P,0} H^2}{k_0} \left(\frac{1}{RaPr} \right)^{2/5} \quad (4.1)$$

$$\delta_{T_s} \sim H \left(\frac{1}{RaPr} \right)^{1/5} \quad (4.2)$$

$$T_{bs} \sim \frac{q_w H}{k_0} \left(\frac{1}{RaPr} \right)^{1/5} \quad (4.3)$$

$$v_s \sim \frac{k_0}{\rho_0 C_{P,0} H} (RaPr)^{2/5} \quad (4.4)$$

$$\dot{m}'_s \sim \frac{k_0}{C_{P,0}} (RaPr)^{1/5} \quad (4.5)$$

El número de Rayleigh que se usa en estas expresiones es un poco distinto al que se definió en 2.2.6.2, porque en este trabajo lo que se impone en las condiciones de borde es un flujo de calor, q_w , en lugar de una temperatura de pared, T_w . Se muestra en la ecuación 4.6 el que aquí se considera:

$$Ra = \frac{g \beta_0 q_w H^4 \rho_0^2 C_{P,0}}{k_0^2 \mu_0} \quad (4.6)$$

Los autores validan las expresiones que obtuvieron a partir de la realización de simulaciones numéricas. Si se fija una geometría similar a la que se pretende en las chimeneas solares de interés en esta tesis (altura del orden del metro y espesor de canal de decenas de centímetros), los números de Rayleigh de las simulaciones de Khanal y Lei, 2014 implican flujos de calor impuesto de varios órdenes de magnitud por debajo de lo que se tendría disponible a partir de la radiación solar. De todas formas, las simulaciones que efectuaron sirven para verificar el adecuado funcionamiento del caso preparado en OpenFOAM.

4.1.1. Detalles de las simulaciones contra las que se contrasta

En sus simulaciones, Khanal y Lei, 2014 aplican el método de los volúmenes finitos para resolver las formas adimensionadas de las ecuaciones de *momentum*, la ecuación de continuidad y la de energía. En estas ecuaciones utilizan la aproximación de Boussinesq (densidad constante en todos los términos, menos en el correspondiente al peso, en el cual se linealiza la dependencia de ρ con la temperatura y se desprecian sus variaciones con la presión; ver 2.2.6.2 por más detalles). Las condiciones de borde que consideran son las mismas que se tienen en cuenta en esta tesis, con la salvedad de que no se le resta el término cinético a la presión de afuera para obtener la presión en los flujos que ingresan (imponen directamente la presión de afuera). Usan una malla estructurada, escalonada, con “volúmenes” rectangulares, que se afina cerca de los bordes. Aplican el esquema SIMPLE para el acople entre la ecuación de *momentum* y la de continuidad a través de la presión. Hacen uso de esquemas *upwind* de segundo orden para los términos convectivos en las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía y de un *backward* de segundo orden para la integración temporal. Las ecuaciones discretas las resuelven iterativamente, utilizando factores de relajación para asegurar estabilidad numérica.

4.1.2. Resultados disponibles de la simulación contra la que se contrasta

Para la simulación que realizaron con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ (como el aire) y relación de aspecto $A = H/W = 7,3$, Khanal y Lei, 2014 presentan gráficamente la evolución en el tiempo (adimensionado, $\tau = t \frac{k_0}{\rho_0 C_{P,0} H^2}$) del flujo másico por unidad de ancho (adimensionado, $\dot{M} = \dot{m}' \frac{C_{P,0}}{k_0}$), Figura 4.1, y el perfil estacionario de velocidades (adimensionado, $V = v \frac{\rho_0 C_{P,0} H}{k_0}$; $X = x/H$) a la salida de la chimenea, Figura 4.2. Este caso, que corresponde al régimen en el cual se distingue la capa límite contra la superficie caliente (que se da cuando $Ra > A^5/Pr$, que da 29.260 en esta situación), se utiliza para hacer la primera validación de los resultados obtenidos con el caso preparado en OpenFOAM.

Se desprende de la Figura 4.1 que el valor que logra el flujo másico adimensionado una vez que se alcanza el régimen es 96. El valor que brinda la escala de flujos másicos (ec. 4.5), adimensionada, es 93,4.

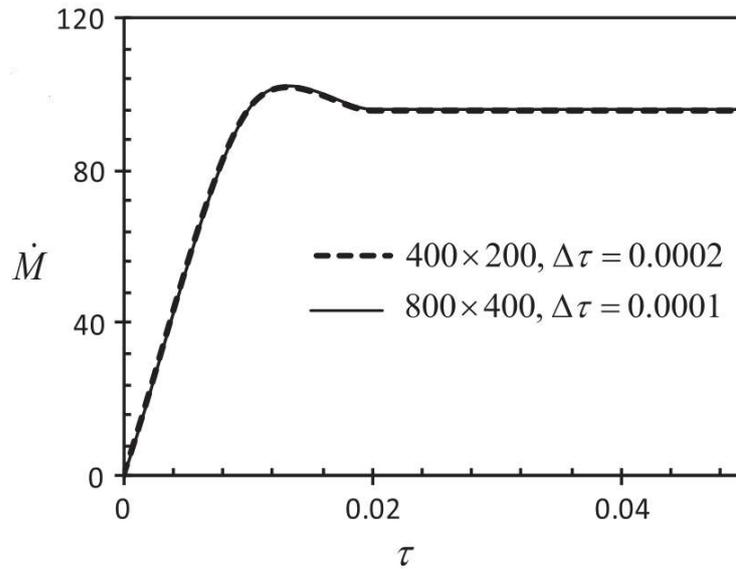


Figura 4.1: Evolución en el tiempo del flujo másico adimensionado a la salida de la chimenea, en las simulaciones de Khanal y Lei con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$. Extraído de Khanal y Lei, 2014.

Se desprende de la Figura 4.2 que el valor que alcanza el máximo del perfil de velocidades a la salida de la chimenea es aproximadamente 5180. El valor que brinda la escala de velocidades (ec. 4.4), adimensionada, es de 8730.

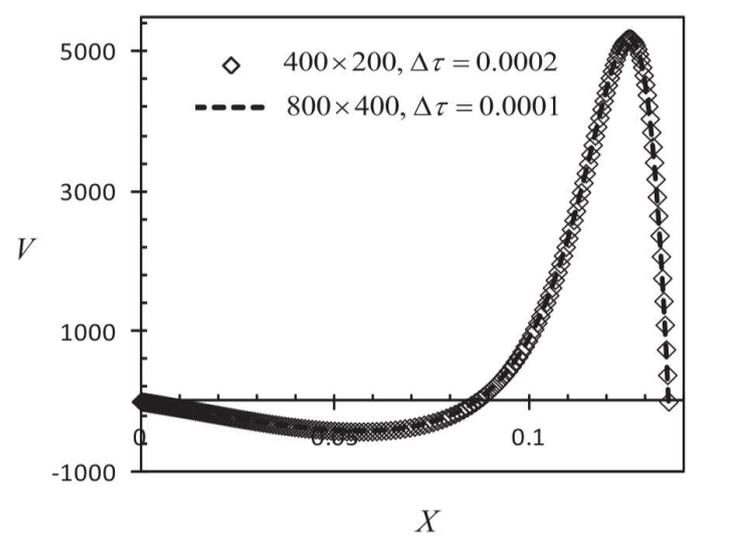


Figura 4.2: Perfil estacionario de velocidades adimensionado a la salida de la chimenea, en las simulaciones de Khanal y Lei con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$. Extraído de Khanal y Lei, 2014.

4.1.3. Primeros resultados obtenidos con OpenFOAM

Para lograr la relación de aspecto de 7,3 de las simulaciones de Khanal y Lei se considera una chimenea de 2,92 m de alto, con 40 cm de espesor de cámara. La temperatura del aire de entrada, la cual se usa a efectos de la determinación de las propiedades termofísicas a utilizar, se fija en 20°C. Se impone un flujo de calor de $3,45 \times 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ en la pared absorbidora para alcanzar el Rayleigh de 10^{10} . Como fue mencionado, este flujo de calor es muchísimo más pequeño que los valores esperados a partir de la radiación solar (cuatro órdenes de magnitud por debajo).

En estas simulaciones se prueba utilizar esquemas *upwind* (`bounded Gauss upwind`, de primer orden) y *linear upwind* (`bounded Gauss linearUpwindV`, de segundo orden) para discretizar los términos convectivos de cantidad de movimiento y se hace uso de la opción `adjustTimeStep` para, a partir de un ajuste automático del paso de tiempo durante la simulación, limitar el máximo valor del número de Courant (ver subsección 4.5.3 de *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020 para detalles de los esquemas; en la subsección 4.4.3 se describe la opción de ajuste automático del paso de tiempo). Se setea inicialmente este límite en la unidad.

Las primeras simulaciones que se hicieron de este caso fueron con esquemas *upwind* en los términos convectivos y dos tipos distintos de malla: un tipo de malla se afina solamente contra las paredes sólidas (que es el segundo tipo de malla que se describió en 3.2.3 y es el que se va a terminar usando, como se indica unas páginas más adelante) y el otro se afina tanto contra las paredes sólidas como contra las secciones de entrada y salida (este último sería el tipo de malla que usaron Khanal y Lei, 2014). En la Figura 4.3 se muestran gráficos de flujo másico adimensionado en función del tiempo (hallados con la herramienta de posprocesamiento `flowRatePatch` del OpenFOAM, que se describe en la subsección 6.2.1 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020) obtenidos con ambas mallas, utilizando tres densidades de malla distintas para cada tipo de malla.

En la figura se presentan, a su vez, los valores brindados por las escalas de flujo másico (ec. 4.5) y tiempo en que se alcanzan los valores de régimen (ec. 4.1), ambos adimensionados.

Las curvas obtenidas son similares a las presentadas por Khanal y Lei, aunque hay algunas diferencias. La forma es muy parecida, sin embargo en lugar de haber un único sobretiro antes de llegar al régimen, en las simulaciones

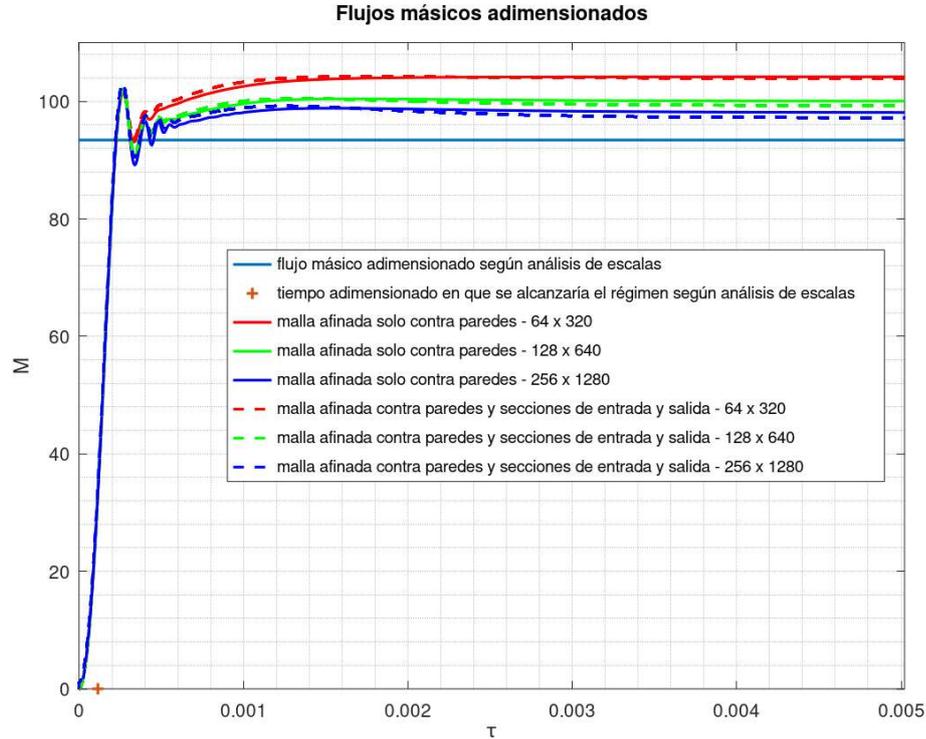


Figura 4.3: Evolución en el tiempo del flujo másico adimensionado en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$, con esquemas *upwind* en los términos convectivos. Se evalúan dos tipos de malla, con tres densidades de malla para cada tipo.

realizadas para esta tesis se tiene un sobretiro también, pero seguido de algunas oscilaciones antes de quedar acercándose suavemente al valor de régimen.

Quizás la diferencia más grande tiene que ver con los tiempos que le lleva a cada simulación llegar al régimen. Notar que los tiempos que se pueden ver en las abscisas de la Figura 4.1 son un orden de magnitud mayor que los de la Figura 4.3. Entonces se aprecia que el tiempo que les lleva alcanzar el régimen a las simulaciones de Khanal y Lei está un orden de magnitud por encima del tiempo que lleva alcanzar el régimen en las simulaciones realizadas en OpenFOAM. Teniendo en cuenta la escala del tiempo en que se alcanzan los valores de régimen, dada por la ecuación 4.1 y mostrada en la Figura 4.3, aparenta tener más sentido lo obtenido en el OpenFOAM, debido a que el valor de la mencionada escala es aproximadamente la mitad del tiempo en que se alcanza el valor de régimen por primera vez en las simulaciones de esta tesis. El tiempo en que se lograría el régimen en las simulaciones de Khanal

y Lei estaría casi dos órdenes de magnitud por encima de la escala que ellos proponen.

Los valores de régimen que alcanzan las distintas simulaciones son cercanos al 96 de las simulaciones de Khanal y Lei, al cual parecen estar acercándose (desde “arriba”) al afinar la malla. Por tanto, con ambos tipos de malla, de estos gráficos se interpreta que hay una convergencia monótona decreciente con respecto al valor de flujo másico de régimen al afinar la malla. Con una misma densidad de malla, la malla afinada contra las paredes y contra las secciones de entrada y salida aparenta lograr mejores aproximaciones al valor de régimen, dado que con la misma se alcanzan valores de régimen menores (que es hacia donde da la impresión que se encuentra el valor al que tienden las soluciones a medida que se afinan las mallas y donde está el 96 de las simulaciones de Khanal y Lei).

En la Figura 4.4 se muestran los perfiles de velocidades obtenidos en las simulaciones descritas a la salida de la chimenea. Se superpone a estos el perfil obtenido por Khanal y Lei. Se presentan, a su vez, los valores brindados por las escalas del espesor de la capa límite (ec. 4.2) y de la velocidad con que se da el ascenso del fluido calentado (ec. 4.4), ambos adimensionados.

Los perfiles logrados con OpenFOAM tienen mucho en común con los presentados por Khanal y Lei, aunque se notan ciertas diferencias. El pico de velocidad en la capa límite contra la pared caliente, si bien se da prácticamente en el mismo punto en ambos casos, alcanza un valor un poco superior en las simulaciones realizadas para esta tesis. El punto en que se dan vuelta las velocidades (a partir de donde comienza el contraflujo) se da levemente más hacia la pared caliente en las simulaciones de OpenFOAM. El perfil en la zona del contraflujo es más achatado en las simulaciones de esta tesis.

Los valores de los picos del perfil de velocidades están un poco por debajo de lo que brinda la escala de velocidades dada por la ecuación 4.4, pero son del mismo orden de magnitud. La escala del espesor de la capa límite prácticamente coincide con la distancia de la pared caliente al pico del perfil de velocidades, por lo cual da un valor representativo del espesor obtenido en las simulaciones que se analizan.

No hay grandes diferencias entre los perfiles obtenidos con las distintas mallas, principalmente entre los correspondientes a las mallas más finas, lo que habla de que se está logrando convergencia (se está casi en la independencia de malla).

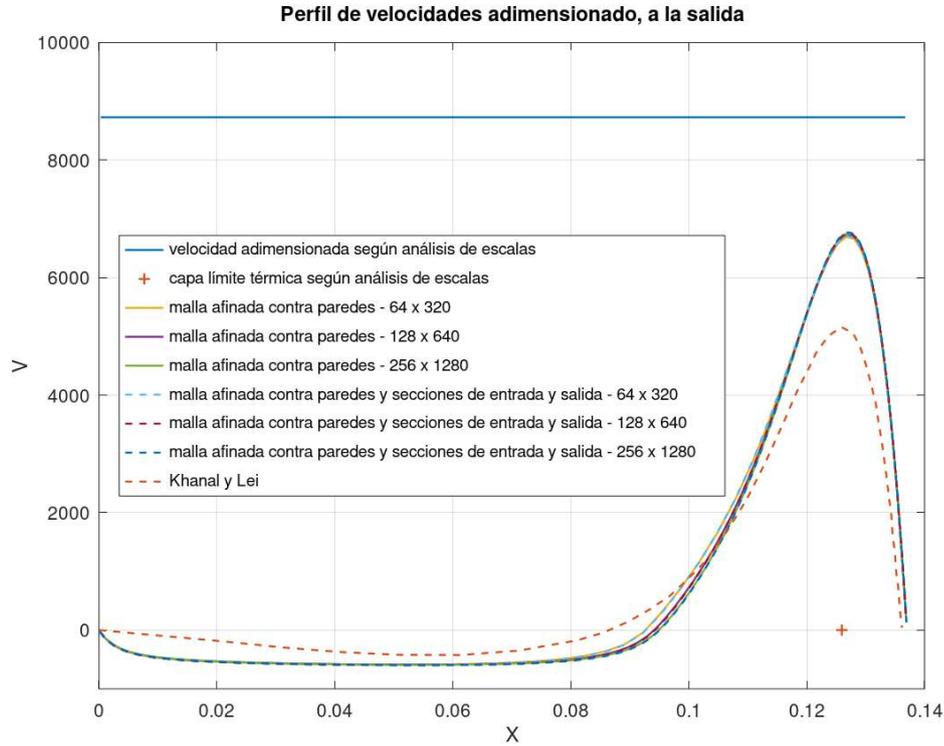


Figura 4.4: Perfil de velocidades adimensionado a la salida de la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$, con esquemas *upwind* en los términos convectivos. Se evalúan dos tipos de malla, con tres densidades de malla para cada tipo.

En la Figura 4.5 se comparan gráficos de flujo másico adimensionado en función del tiempo obtenidos con los dos esquemas convectivos mencionados para la cantidad de movimiento, utilizando tres densidades de malla distintas para cada esquema, con la malla que se afina contra las paredes y contra las secciones de entrada y salida. En las que se utiliza el esquema **bounded Gauss linearUpwindV** para la advección de cantidad de movimiento, se utiliza el **Gauss vanLeer** (segundo orden) para la advección de energía interna.

Es muy clara la ventaja de usar los esquemas de segundo orden en los términos convectivos. La convergencia de la solución al afinar la malla es notoriamente más rápida, ya que todos los valores de régimen obtenidos con estos esquemas dan muy parecidos al obtenido con la malla más fina usando los esquemas de primer orden.

Los perfiles de velocidades obtenidos con los esquemas de segundo orden en los términos convectivos dan prácticamente indistinguibles entre las tres

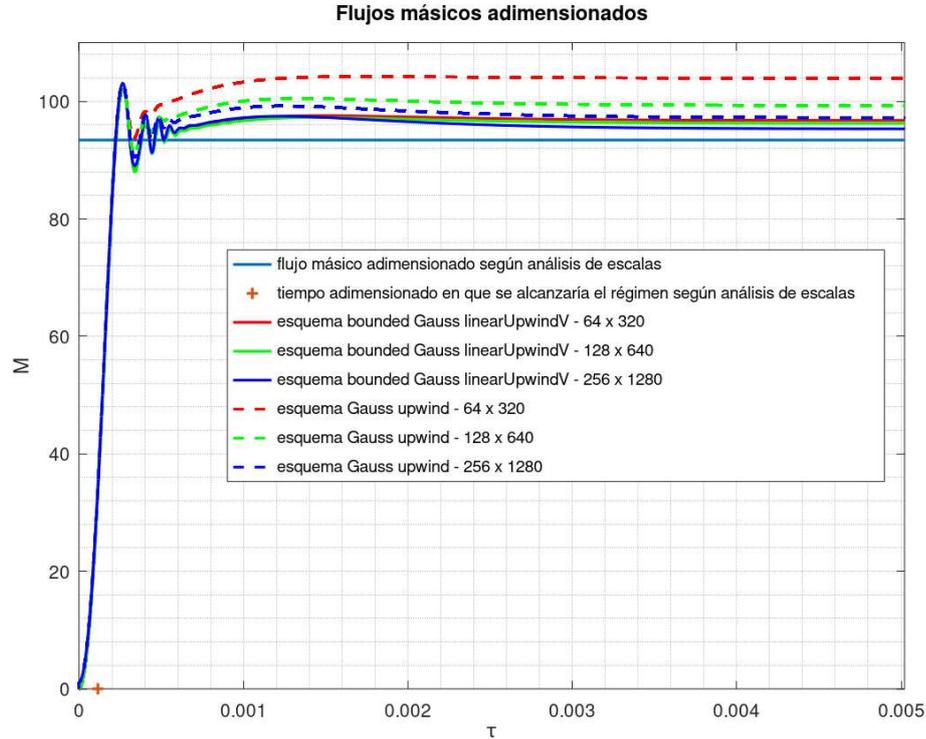


Figura 4.5: Evolución en el tiempo del flujo másico adimensionado en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$, con malla afinada contra paredes y contra secciones de entrada y salida. Se evalúan dos juegos de esquemas para los términos de convección, con tres densidades de malla para cada esquema.

densidades de malla consideradas (no se muestra figura).

Si se observan con detenimiento en la Figura 4.5 los valores de régimen que se alcanzan con los esquemas de segundo orden, se puede notar que la diferencia entre el valor obtenido con la malla más fina y el valor obtenido con la malla media es mayor que la diferencia entre el valor con la malla media y el valor con la malla gruesa, lo cual no sería lo esperado si se está cerca de la independencia de malla. Para ver esto más claramente se presenta la Figura 4.6, que muestra un *zoom* en la región final de los gráficos de flujo másico adimensionado en función del tiempo obtenidos con los esquemas de segundo orden en la malla que se afina contra las paredes y las secciones de entrada y salida (curvas lisas) y también en la malla que se afina solamente contra las paredes (curvas punteadas), utilizando tres densidades de malla distintas para cada tipo. Se aprecia que con la malla que se afina solamente contra las paredes, los valores de régimen se comportan más acorde a lo esperado, en

cuanto a la convergencia al afinar la malla. Como además las simulaciones con este tipo de malla llevan bastante menos tiempo (debido a que se tienen que utilizar pasos de tiempo no tan cortos para lograr los mismos valores de número de Courant), se opta por seguir adelante en las simulaciones utilizando siempre este tipo de malla.

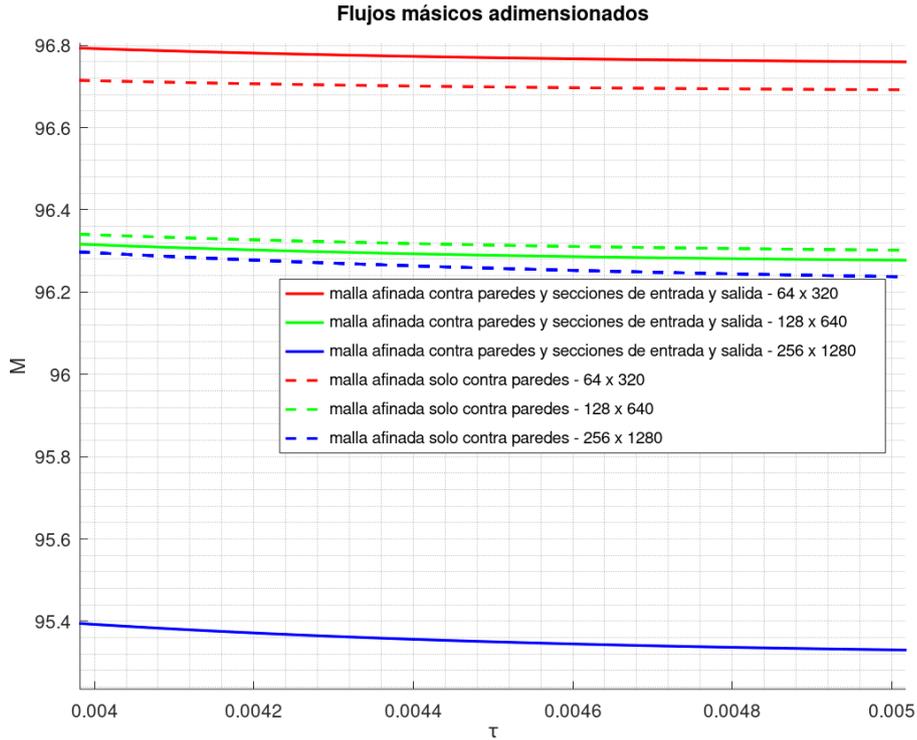
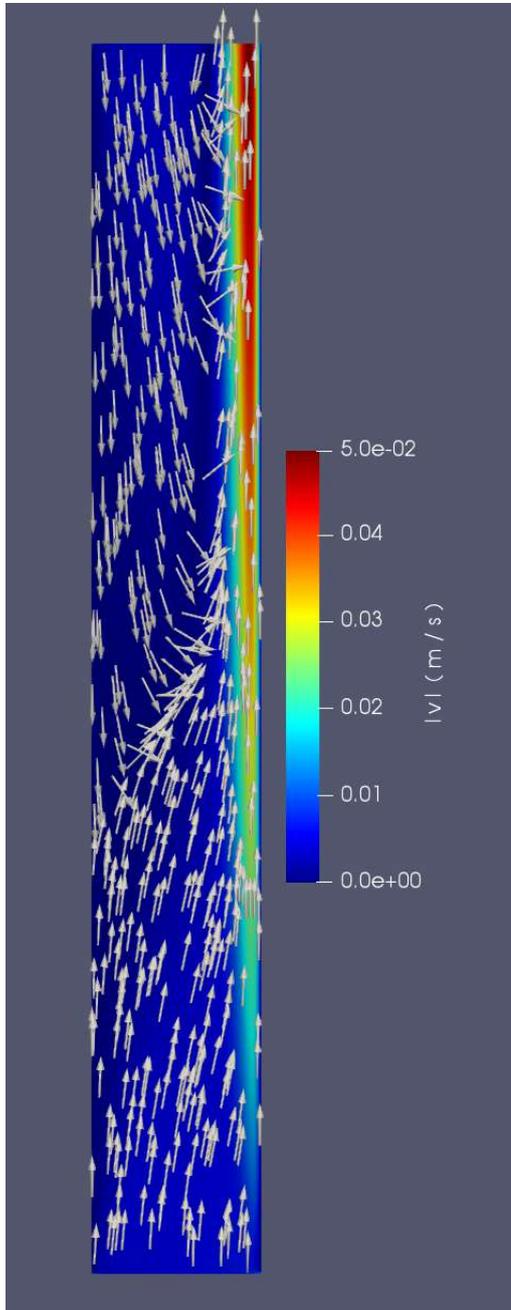


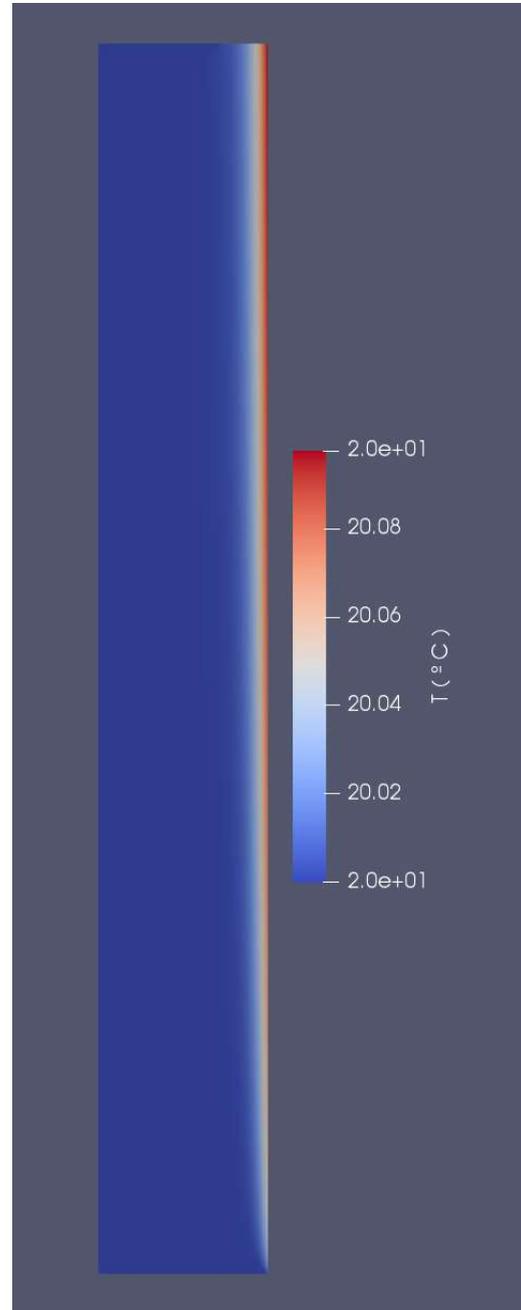
Figura 4.6: *Zoom* en la zona final de la evolución en el tiempo del flujo másico adimensional en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$, con los esquemas de segundo orden en los términos convectivos. Se evalúan los dos tipos de malla considerados, con tres densidades para cada una.

En la Figura 4.7a se ve el campo de velocidades que se obtiene en la chimenea con las simulaciones realizadas. Se puede apreciar claramente la capa límite contra la pared absorbidora. Es bien delgada y con velocidades muy bajas en la parte inferior de la chimenea. Su espesor va aumentando a medida que se recorre la chimenea hacia arriba, donde se observan valores cada vez más altos de velocidad. La velocidad adentro de la capa límite es, esencialmente, siempre vertical ascendente.

La capa límite que se forma es muy parecida a la que se da en una placa vertical solitaria que aporta un calor uniforme al fluido en reposo (en la lejanía)



(a) Campo de velocidades.
Las flechas indican la dirección y sentido del vector v . La magnitud se identifica a partir del color.



(b) Campo de temperaturas.
La temperatura se identifica a partir del color, con la escala presentada.

Figura 4.7: Campos obtenidos en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 10^{10}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,3$.

en el cual está inmersa. La principal diferencia entre dicho movimiento y el que se da en la chimenea que se simula radica en cómo se alimenta la capa límite con el fluido alejado. En el caso de la placa solitaria el fluido viene “desde el infinito” en dirección puramente horizontal. Pero en el caso de la chimenea está la otra pared que limita, por lo cual el aire no puede venir de la misma manera. En la zona baja de la chimenea, hasta aproximadamente la mitad de la altura, la capa límite se alimenta con aire que ingresa en la sección de entrada. Este aire al ingresar, verticalmente, lo hace con muy bajas velocidades, que se van inclinando levemente hacia la pared absorbadora, hasta que alcanza la capa límite y allí se acelera abruptamente. Luego de cierto punto la capa límite pasa a ser alimentada con aire proveniente de la sección de salida de la chimenea, a partir de un contraflujo que se estaciona allí entre la cubierta transparente y la capa límite a esa altura. El aire que ingresa verticalmente con velocidades descendentes de muy baja magnitud, va modificando suavemente su dirección hacia la placa absorbadora, hasta que de golpe termina cambiando de dirección y es finalmente arrastrado por la corriente que asciende dentro de la capa límite.

En la Figura 4.7b se ve el campo de temperaturas que se obtiene en estas simulaciones. De la misma manera que en el campo de velocidades, se puede apreciar claramente una capa límite contra la pared absorbadora, que es bien delgada (y con temperaturas del aire muy cercanas a la temperatura de entrada) en la parte inferior de la chimenea y va aumentando su espesor a medida que se recorre la chimenea hacia arriba (donde también se observan valores cada vez más altos de temperatura). El aire fuera de la capa límite se encuentra, esencialmente, a la temperatura del aire de entrada.

Para este caso con un valor muy pequeño de flujo de calor impuesto en la pared absorbadora ($3,45 \times 10^{-2} \frac{W}{m^2}$), se obtiene un espesor de capa límite de aproximadamente 12 cm (casi un tercio de los 40 cm de separación entre la pared absorbadora y la cubierta transparente) a la salida de la chimenea (altura 2,92 m). En la sección de salida, las velocidades en la capa límite alcanzan aproximadamente los 5 cm/s. Los incrementos de temperatura se acercan a $0,1^\circ C$ contra la pared absorbadora, en la sección de salida de la chimenea. El flujo másico que se consigue ronda los $2,5 \frac{g}{s}$, que corresponde a un caudal volumétrico de aire (cercano a $20^\circ C$) de aproximadamente $7,5 \frac{m^3}{h}$.

4.1.4. Pruebas adicionales y ajustes de parámetros numéricos

Con el fin de disminuir el tiempo de cálculo para llegar al régimen, se evaluó la posibilidad de utilizar valores límite más grandes para el máximo número de Courant. Utilizando los esquemas *upwind* en los términos convectivos se probó con valores límite mayores a la unidad para el máximo número de Courant, con el tipo de malla que se afina tanto contra las paredes como contra las secciones de entrada y salida.

Se notó una peculiaridad con estas pruebas: que a partir de transitorios un poco distintos entre las simulaciones con diferente valor límite para el Courant máximo (como es razonable esperar al utilizar distintos pasos de tiempo), se arriba a regímenes estacionarios también un poco distintos con mallas idénticas (que no es tan de esperarse). Valores límite para el Courant máximo menores aparentan lograr mejores valores de régimen con la misma malla, dado que se acercan más a los valores que se obtienen con mallas más finas.

También se identificó que si se usan valores límite grandes para el máximo número de Courant, las simulaciones se desestabilizan cuando se utilizan mallas finas (ya con un valor límite de $Co_{m\acute{a}x} = 5$, la simulación realizada con la malla más fina presenta ciertas inestabilidades incipientes, que si bien son lo suficientemente chicas como para que la simulación alcance un régimen, el valor de régimen al que se arriba es bastante distinto a lo que se esperaría; con el límite $Co_{m\acute{a}x} = 10$ se dan inestabilidades muy grandes en la simulación con la malla más fina y no se alcanza un régimen en la misma; con $Co_{m\acute{a}x} = 20$ se dan grandes inestabilidades con las tres densidades de malla que se consideran).

Entonces, en resumen, fijada la densidad de malla, al aumentar el valor límite para el Courant máximo llega un punto en el que las soluciones comienzan a presentar algunas inestabilidades. Para mallas más finas es necesario un valor límite más pequeño para el Courant máximo para no encontrarse con las mencionadas inestabilidades, que si bien podrían no darse para todos los tiempos, terminan afectando al régimen que se alcanza.

Pretendiendo evaluar la aparente convergencia a un mejor valor de régimen al disminuir el límite que se le impone al Courant máximo, se realizaron simulaciones con la malla más gruesa (para que no lleven demasiado tiempo de cálculo). Se fue disminuyendo el valor límite para el Courant máximo (usando

valores de $Co_{m\acute{a}x}$ entre 0,5 y 0,01), dejando todo lo demás fijo.

Parecera a partir de estas pruebas que con valores más chicos del límite para el Courant máximo se arriba a mejores valores de régimen, pero llega un punto (cerca de $Co_{m\acute{a}x} = 0,02$) en que se empiezan a notar algún tipo de inestabilidades numéricas. Disminuyendo las tolerancias que se utilizan para aproximarse de forma iterativa a la solución de los sistemas de ecuaciones lineales resultantes de la discretización de las ecuaciones de movimiento para cada paso de tiempo, se observa que estas inestabilidades se comienzan a dar con valores más pequeños del límite para el Courant máximo.

4.2. Comparación con trabajo experimental

El otro caso de estudio que se considera para la comparación de resultados obtenidos con OpenFOAM es la chimenea experimental del trabajo de Chen et al. 2003. Se selecciona dicho trabajo para este fin debido a que la chimenea que ensayan es muy parecida a la que se pretende tener en cuenta en esta tesis y por ende a la utilizada en la primera comparación, contra los resultados numéricos de Khanal y Lei, 2014.

Lo que presentan Chen et al. 2003 en su trabajo son los resultados de los experimentos que realizaron con un modelo de laboratorio de chimenea solar con flujo de calor uniforme en una de sus paredes, así como un análisis de los mismos y un contraste de estos con las predicciones que pudieron realizar con modelos simples disponibles en la literatura que manejaron.

4.2.1. Detalles de los experimentos contra los que se contrasta

El modelo experimental de chimenea solar de Chen et al. 2003 consistía en un canal rectangular de 1,5 m de largo (altura de la chimenea) y 62 cm de ancho, con espesor de cámara e inclinación variables. Tuvieron en cuenta espesores de cámara entre 10 cm y 60 cm, con lo cual se lograban relaciones de aspecto entre 1:15 y 2:5, e inclinaciones entre 0° y 60° respecto a la vertical.

Para simular el flujo de calor solar uniforme en una de las paredes utilizaron unas láminas metálicas que cubrían casi toda la superficie de dicha pared, a través de las cuales hacían circular de manera controlada una corriente eléctrica, para por efecto Joule obtener flujos de calor impuestos que hicieron variar

entre $200 \frac{W}{m^2}$ y $600 \frac{W}{m^2}$, valores esperables en casos reales. Del otro lado, hacia afuera de la chimenea, esta pared estaba aislada térmicamente. Las otras tres paredes que componen la chimenea también estaban aisladas térmicamente.

La chimenea que ensayaron no incluía un canal de entrada y la misma fue ubicada a 1 m del piso durante los ensayos. Estos fueron realizados en un recinto de 5 m de ancho, 7 m de largo y 3,9 m de altura, el cual formaba parte de un gran espacio cuyo aire estaba acondicionado.

El arreglo experimental contaba con termocuplas para medir tanto la temperatura del aire en distintos puntos del canal, como la distribución de temperatura en las paredes que conforman la chimenea.

Las velocidades del aire dentro de la chimenea se midieron con un velocímetro que no brinda la dirección del vector velocidad. Para minimizar el error debido a velocidades que no fuesen paralelas a las paredes de la chimenea, la sonda de velocidad fue ubicada 1,1 m por encima de la entrada de la chimenea. Esto porque observaron, con la ayuda de “tubos de humo”, que a esa altura la influencia de las perturbaciones vinculadas a la sección de entrada y a los contraflujos es pequeña, sobre todo para espesores de cámara menores que 40 cm. Las medidas de velocidad se utilizaron para calcular caudales volumétricos.

En su artículo, Chen et al. [2003](#), se pueden ver más detalles del arreglo experimental y la forma en que fueron tomadas las distintas medidas.

4.2.2. Resultados disponibles del experimento contra el que se contrasta

Chen et al. [2003](#) ensayaron su chimenea dejando fijo 20 cm de espesor de cámara para valores de 200, 300, 400, 500 y $600 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto. A su vez, dejaron fijo $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor y ensayaron la chimenea con valores de 10, 20, 30, 40 y 60 cm de espesor de cámara. También la ensayaron dejando fijos valores de flujo de calor y espesor de cámara, en $400 \frac{W}{m^2}$ y 20 cm, respectivamente, haciendo variar la inclinación, pero la influencia de la inclinación queda por fuera de lo que se pretende analizar en la presente tesis.

Se opta por realizar las simulaciones en OpenFOAM para el caso de chimenea vertical con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto, que es el caso “central” del trabajo de Chen et al. [2003](#). Los autores presentan gráficamente varios resultados que obtuvieron de dicho caso. Algunos se muestran a continuación.

En la Figura 4.8 se puede apreciar el perfil de temperaturas a través del espesor de cámara, medido a 523 mm de altura.

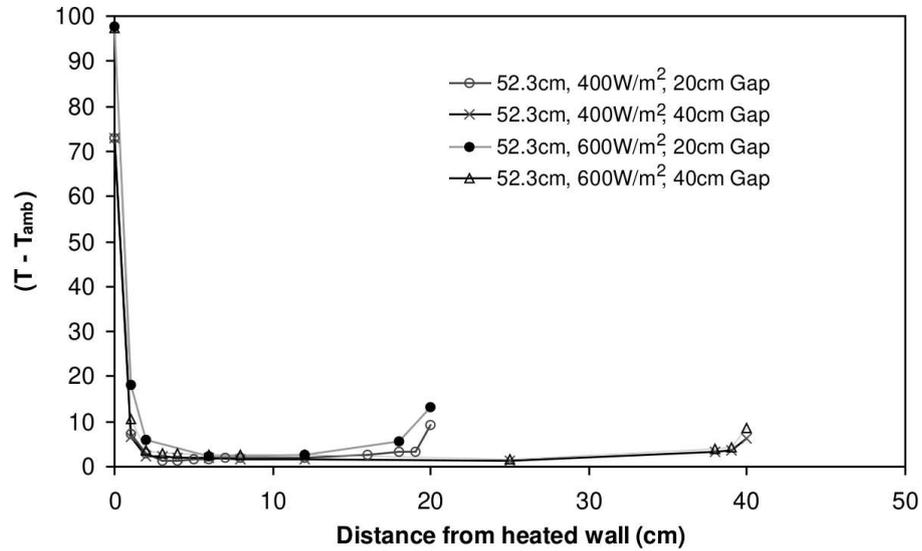


Figura 4.8: Distribución de temperaturas a través del espesor de cámara, medida por Chen et al. 2003 a 523 mm de la entrada de la chimenea, para distintos flujos de calor impuestos y espesores de cámara. Extraído de Chen et al. 2003.

En la Figura 4.9 se puede apreciar el perfil de temperaturas a través del espesor de cámara cerca del final de la chimenea, a 1430 mm de altura.

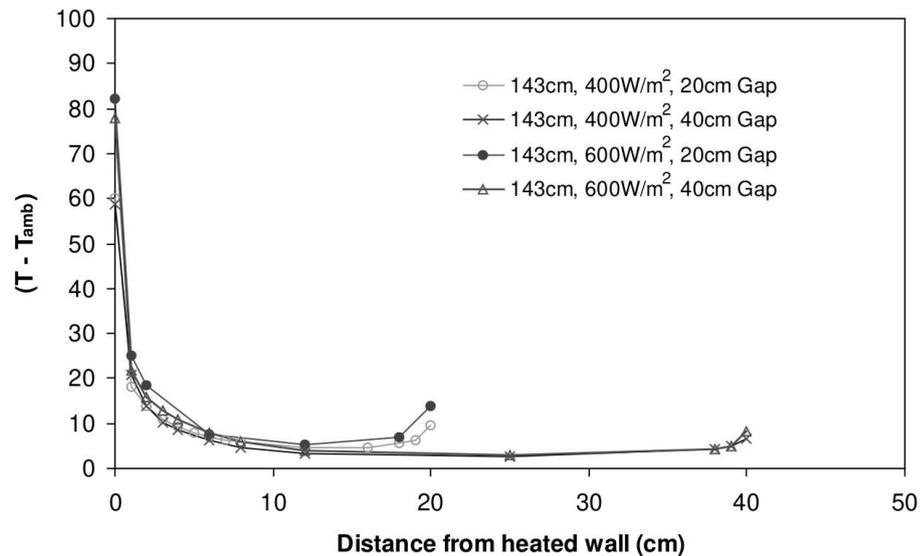


Figura 4.9: Distribución de temperaturas a través del espesor de cámara, medida por Chen et al. 2003 a 1430 mm de la entrada de la chimenea, para distintos flujos de calor impuestos y espesores de cámara. Extraído de Chen et al. 2003.

En la Figura 4.10 se puede apreciar la distribución de temperaturas en las

paredes de la chimenea al recorrerla en altura, así como la lograda en el aire a diferentes distancias de la superficie calentada.

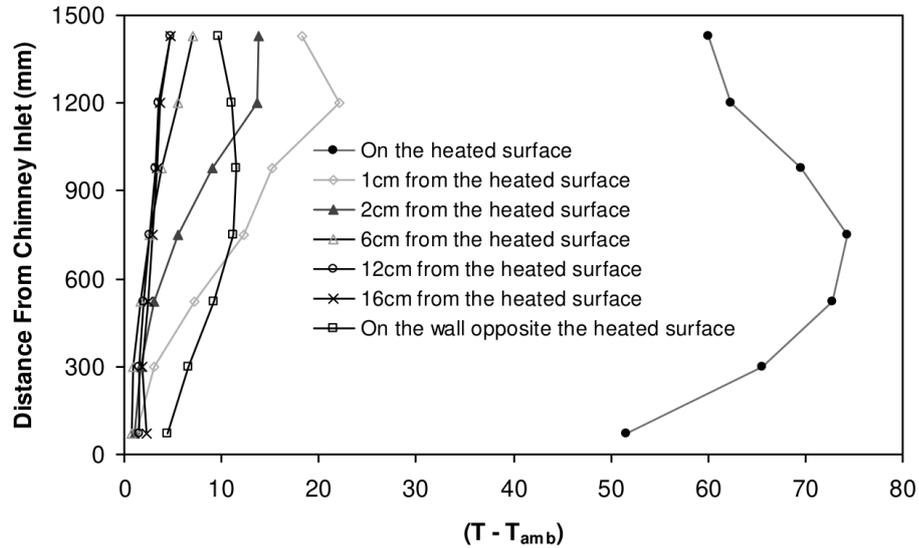


Figura 4.10: Distribución de temperaturas al recorrer en altura la chimenea, medida por Chen et al. 2003 en las paredes de la chimenea y a diferentes distancias de la superficie calentada, para $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto y 20 cm de espesor de cámara. Extraído de Chen et al. 2003.

En la Figura 4.11 se puede apreciar la distribución de velocidades (medias en el ancho) a través del espesor de cámara, medida a 110 cm de altura.

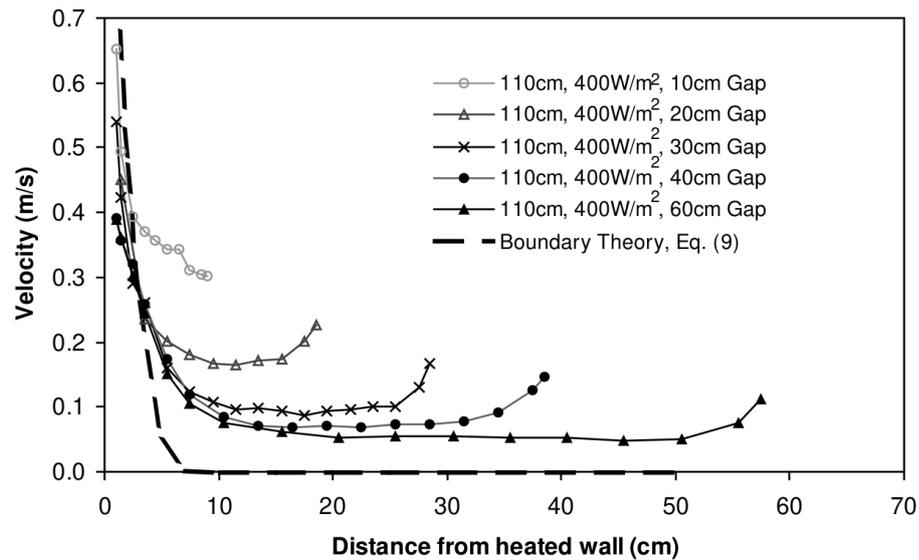


Figura 4.11: Distribución de velocidades (medias en el ancho) a través del espesor de cámara, medida a 110 cm de altura por Chen et al. 2003 para diferentes espesores de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto. Extraído de Chen et al. 2003.

La Figura 4.12 también muestra la distribución de velocidades a través del espesor de cámara, medida a 110 cm de altura, aunque presentada para diferentes inclinaciones. Como se mencionó anteriormente, el efecto de la inclinación no será analizado en el presente trabajo, pero esta figura se incluye aquí porque al contener gráficos correspondientes todos a espesor de cámara de 20 cm, el rango más pequeño de distancias que tiene hace que la curva de interés (chimenea vertical, con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto) se visualice mejor que en la figura anterior.

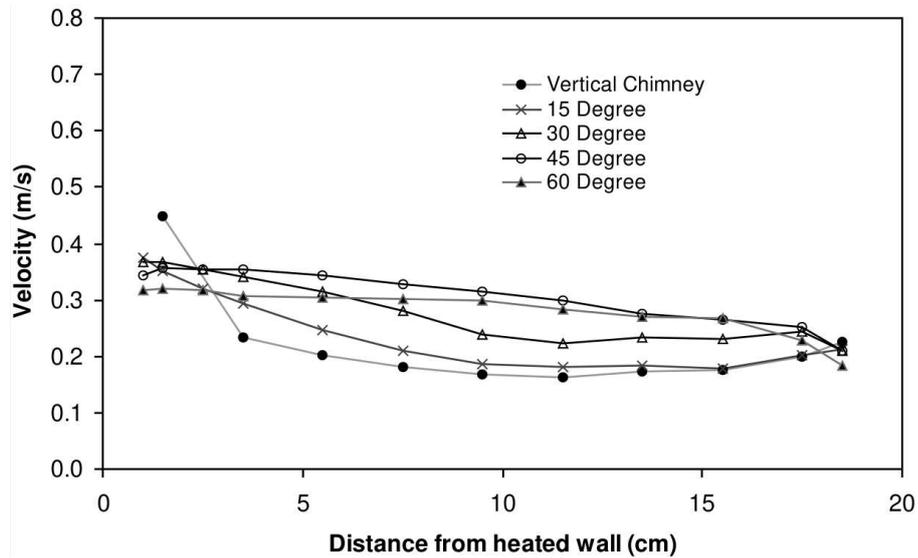


Figura 4.12: Distribución de velocidades a través del espesor de cámara, medida a 110 cm de altura por Chen et al. 2003 para diferentes inclinaciones, con $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto y 20 cm de espesor de cámara. Extraído de Chen et al. 2003.

Los autores reportan que el caudal volumétrico de aire medido para el caso de chimenea vertical con $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto y 20 cm de espesor de cámara asciende a $0,024 \frac{m^3}{s}$ (ver Fig. 10 de Chen et al. 2003). Teniendo en cuenta que el ancho de la chimenea ensayada es 0,62 m, el caudal volumétrico por unidad de ancho para el mencionado caso resulta en $0,0387 \frac{m^3}{m \cdot s}$. Admitiendo que el aire ambiente en los ensayos se encuentra cerca de los $20^\circ C$ (valor no reportado por los autores) y considerando entonces una densidad de aproximadamente $1,16 \frac{kg}{m^3}$ (porque el aire se calienta un poco en la chimenea), esto corresponde a cerca de $0,045 \frac{kg}{m \cdot s}$ de flujo másico.

4.2.3. Resultados obtenidos con OpenFOAM

Como fue mencionado, las simulaciones en OpenFOAM se realizan con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Dado que la altura de la chimenea experimental de Chen et al. 2003 es de 1,5 m, la chimenea que se simula tiene una relación de aspecto de 7,5, que es apenas por encima de la de la simulación de Khanal y Lei, 2014 que se usó para las primeras comparaciones de resultados de esta tesis (que tenía 7,3 de relación de aspecto). La temperatura del aire de entrada, la cual se usa a efectos de la determinación de las propiedades termofísicas a utilizar, se fija en 20°C. El número de Rayleigh asciende a $8,11 \times 10^{12}$ para este caso. Este valor está cerca del 10^{13} , alrededor del cual ocurre la transición a la turbulencia para el caso de una placa vertical solitaria que aporta un flujo de calor uniforme al fluido en reposo (en la lejanía) en el cual está inmersa, cuando los Pr están en el rango que comprende a los del aire y el agua, según Bejan, 2013. Chen et al. 2003 afirman que la transición a la turbulencia en la placa vertical solitaria se da en el rango $2 \times 10^{13} < Ra < 10^{14}$, pero que es posible que en su chimenea experimental se dé para valores un poco menores, debido a las perturbaciones que se dan en la entrada.

De acuerdo a lo discutido en la sección anterior, las simulaciones se realizan con la malla que se afina solamente contra las paredes y con los esquemas de segundo orden para la discretización de los términos convectivos.

4.2.3.1. Flujo de calor impuesto en pared absorbadora y cubierta transparente adiabática

Las primeras simulaciones que se efectuaron fueron con las condiciones de borde de flujo de calor impuesto en la pared que hace de placa absorbadora y flujo de calor nulo en la que hace de placa cobertora.

En la Figura 4.13 se muestran los gráficos de flujo másico en función del tiempo obtenidos utilizando las tres densidades de malla que se vienen manejando. Se presentan, a su vez, los valores brindados por las escalas de flujo másico (ec. 4.5) y tiempo en que se alcanzan los valores de régimen (ec. 4.1).

Los resultados con las tres mallas son casi idénticos. Los correspondientes a la malla más densa y la de densidad media son indistinguibles en la figura, que habla de una buena convergencia de malla. Las diferencias entre los valores de flujo másico de régimen no superan el 1%. Entonces los resultados que se presentan de aquí en más corresponden a simulaciones con la malla más gruesa.

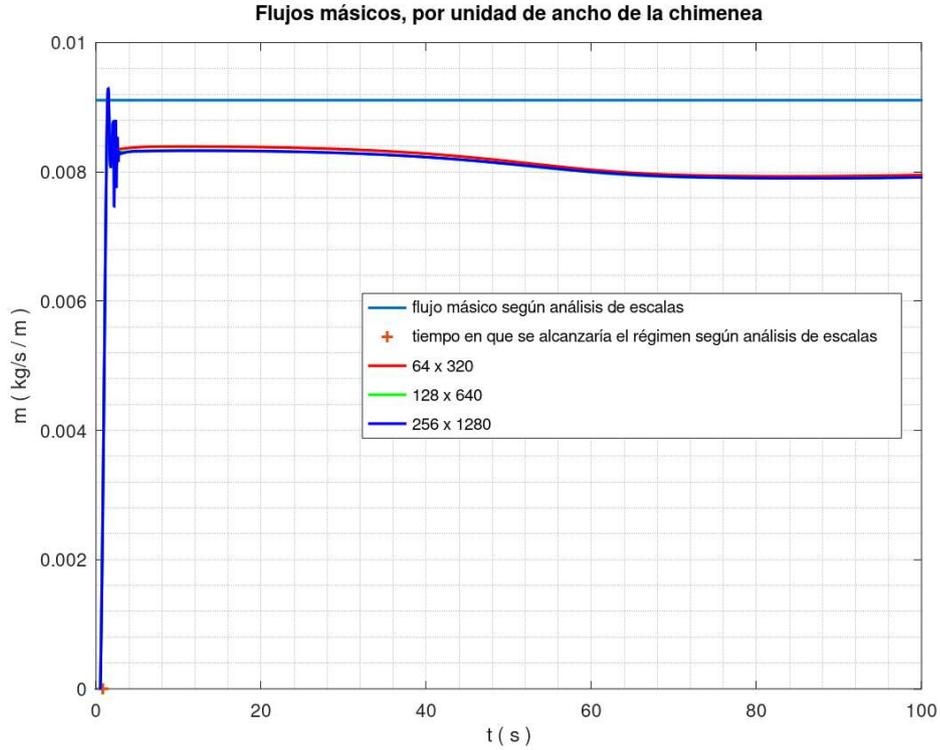


Figura 4.13: Evolución en el tiempo del flujo másico en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con tres densidades de malla.

Se aprecia en la figura que el flujo másico de régimen alcanzado en estas simulaciones es consistente con la escala de Khanal y Lei, 2014. También se puede ver que la escala de tiempo en el que se alcanzarían los valores de régimen da similar al tiempo en que las simulaciones pasan por el valor de régimen por primera vez.

Es interesante notar que luego de pasar por el valor de régimen por primera vez el flujo másico oscila un poco hasta estabilizarse parcialmente, cerca de los 5 s, pero se continúan dando pequeños cambios lentos en el movimiento del aire durante un tiempo y recién cerca de los 100 s se alcanza el verdadero valor de régimen. Uno podría verse tentado a cortar la simulación antes de llegar a los 10 s si solamente mirara la evolución del flujo másico durante la ejecución, pero una inspección de la evolución que se está presentando en los campos de velocidades alrededor de esos instantes permite visualizar que aún se están dando pequeñas variaciones en los mismos. Incluso hasta los 400 s

se pueden apreciar algunas mínimas variaciones, que no llegan a impactar de manera significativa al valor del flujo másico.

El valor de régimen para el flujo másico por unidad de ancho obtenido en las simulaciones, $8,0 \times 10^{-3} \frac{\text{kg/s}}{\text{m}}$, debería haber dado 5 veces más grande para parecerse al que se desprende de los resultados de Chen et al. 2003, que asciende a $4,5 \times 10^{-2} \frac{\text{kg/s}}{\text{m}}$.

En la Figura 4.14 se muestra el perfil de temperatura obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en la simulación realizada. Se superpone a este la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.8. Se pueden ver, a su vez, los valores brindados por las escalas de incremento de temperatura (ec. 4.3) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

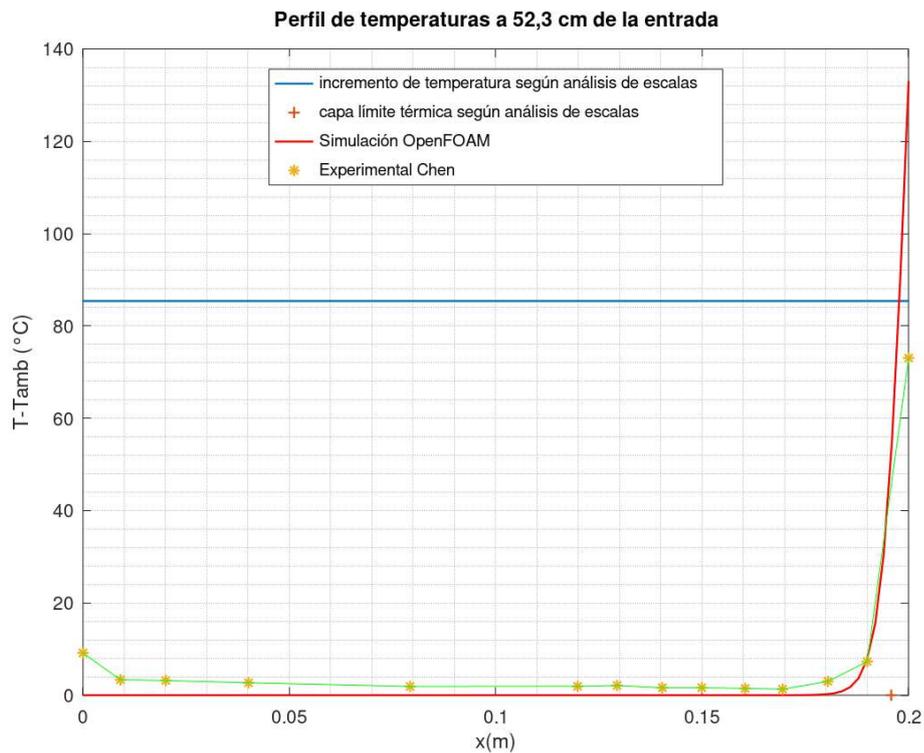


Figura 4.14: Perfil de temperaturas al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ de flujo de calor impuesto).

Los perfiles son similares, pero se presentan algunas diferencias. Una es que la temperatura medida en la superficie calentada está por debajo de la

obtenida en la simulación numérica (el incremento de temperatura respecto a la ambiente en la chimenea experimental es casi la mitad del de la simulación; el valor dado por la escala de la ec. 4.2 se encuentra entremedio). Otra es que se tiene un pequeño incremento en la temperatura de la superficie que no está calentada (y, aunque más leve, en el aire cercano a ella) con respecto a la temperatura ambiente, efecto que no es captado por la simulación numérica. También se nota que las medidas de temperatura del aire alejado de las paredes están algo por encima de la temperatura ambiente, cuando en la simulación se aprecia que la temperatura del aire permanece inalterada respecto al valor con el que ingresa a la chimenea si se mira a suficiente distancia de la pared que impone el calor.

Las dos primeras diferencias tendrían principalmente que ver con el hecho de que en las simulaciones numéricas no se ha tenido en cuenta el intercambio de calor por radiación entre la superficie que hace el rol de placa absorbidora y la que hace de cubierta transparente. Al haber presente dos mecanismos de transferencia de calor (convección y radiación, despreciando la conducción hacia afuera de la chimenea) en el experimento para darle destino a los $400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ que se aportan por efecto Joule, esto resulta en que la temperatura de la superficie calentada logre transferirlos con una temperatura de equilibrio menor a que si hubiese uno (solo convección), como en la simulación numérica. El calor por radiación que va desde la superficie calentada hacia la que está enfrente hace que la temperatura de equilibrio de esta última deba estar por encima de la del aire contiguo a ella, para que la misma pueda transferirle por convección el calor que recibe de la superficie calentada (que en régimen tendría solo ese posible destino, si se desprecia la conducción hacia afuera de la chimenea). Chen et al. 2003 también adjudican el incremento de temperatura en la superficie no calentada al intercambio de calor por radiación con la superficie calentada y estiman que en sus experimentos este calor intercambiado entre las superficies por radiación se encuentra siempre por debajo del 10 % del aportado por efecto Joule a la superficie calentada.

Los valores de temperatura del aire alejado de las paredes un poco por encima de la temperatura ambiente podrían tener que ver, al menos en parte, con una pequeña desviación en la medida debido a que las termocuplas se encontraban intercambiando calor por radiación con las paredes de la chimenea (más calientes que el aire ambiente), lo que hace que su temperatura de equilibrio estuviese algo por encima de la del aire que las rodeaba, el cual podría haber

estado realmente más cerca de la temperatura ambiente, si esta explicación es acertada. También podría haber un poco de turbulencia que generara esto.

En la Figura 4.15 se muestra el perfil de temperatura obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 143 cm de la entrada, en la simulación realizada, y superpuesto a este la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.9 y los valores brindados por las escalas de incremento de temperatura (ec. 4.3) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

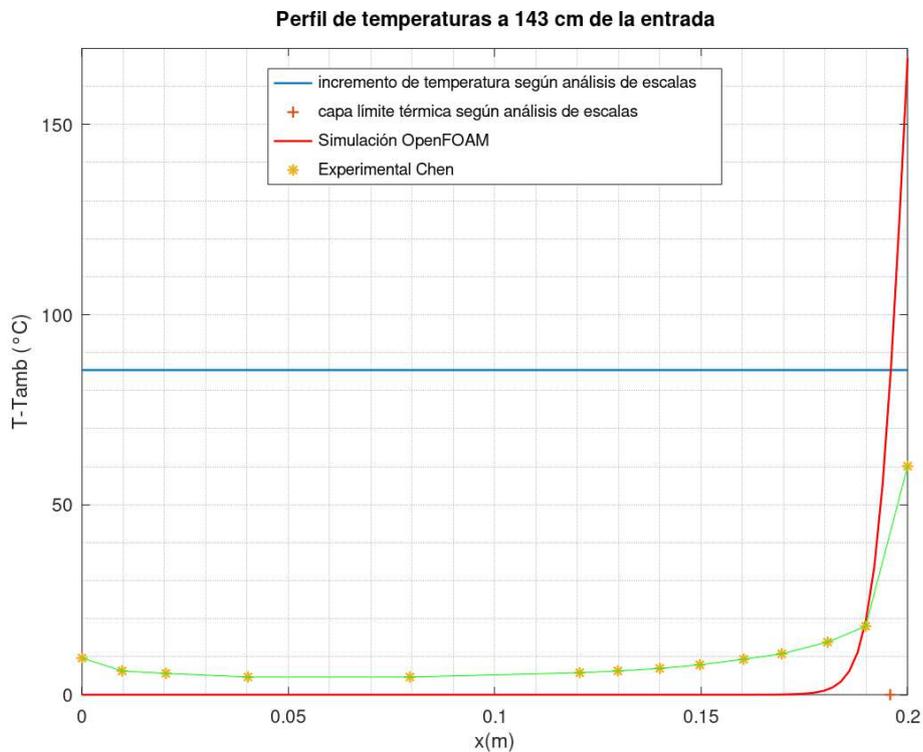


Figura 4.15: Perfil de temperaturas al recorrer el espesor de la cámara, a 143 cm de la entrada, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto).

Los comentarios realizados para el análisis de la Figura 4.14 aplican también para la Figura 4.15. Amerita complementarlos a partir de notar dos cosas: que la temperatura medida a 143 cm de altura en la pared calentada está por debajo del valor correspondiente 52,3 cm de altura, y que las temperaturas del aire son superiores en las medidas a 143 cm de altura. En las simulaciones, a mayor altura, mayor temperatura en la pared que aporta el calor, por lo cual

llama la atención lo notado en las medidas al respecto de esto. Una posible explicación a lo obtenido en las medidas es que, al ser la chimenea de 1,5 m de altura, la sección a 143 cm de la entrada es muy cercana a la salida, con lo cual las paredes a esa altura se encontraban intercambiando calor por radiación con las superficies en los alrededores de la chimenea experimental, que seguramente se encontraban a la temperatura del aire ambiente que ingresaba a la chimenea, por ende más frías que la superficie opuesta a la superficie calentada. Chen et al. 2003 sugieren la posibilidad de que la disminución de la temperatura de la pared calentada con la altura pueda tener que ver con el comienzo de la transición a régimen turbulento, que podría estarse dando a cierta altura del recorrido de la chimenea, alegando que es factible que la transición se dé en su chimenea antes de lo que predice la teoría de placa vertical solitaria (a alturas cercanas a 2 m sería para las condiciones que se analizan, afirman) debido a perturbaciones en la entrada a la chimenea. Esta última explicación parece ser más consistente con lo que se observa en la Figura 4.10 al respecto de la distribución en altura de la temperatura de la pared calentada, dado que allí se puede notar cómo el descenso en dicha temperatura se da a partir de la mitad de la chimenea, y no es solo un efecto presente cerca de la salida.

En la Figura 4.16 se muestra el perfil de velocidades obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en la simulación realizada. Se superpone a este la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.12. Se pueden ver, a su vez, los valores brindados por las escalas de velocidades (ec. 4.4) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

Los perfiles son bastante distintos. En el simulado, las velocidades ascendentes se dan solamente en la capa límite contra la superficie que impone el flujo de calor al aire (las escalas de velocidades y espesor de capa límite son consistentes con los valores aquí alcanzados, en la simulación), y en el resto del espesor de cámara las velocidades son descendentes, con un valor mucho más pequeño que las que se dan dentro de la mencionada capa límite. En las mediciones de Chen et al. 2003 se tienen velocidades ascendentes en todo el espesor de cámara, por lo cual no se aprecian influencias de un eventual contraflujo a esa altura de 110 cm. Los valores de velocidad ascendente que se dan cerca del medio del espesor de cámara en la chimenea experimental están un orden de magnitud por encima de los valores de velocidad descendentes que se dan en esa zona en la simulación numérica. En la chimenea experimental

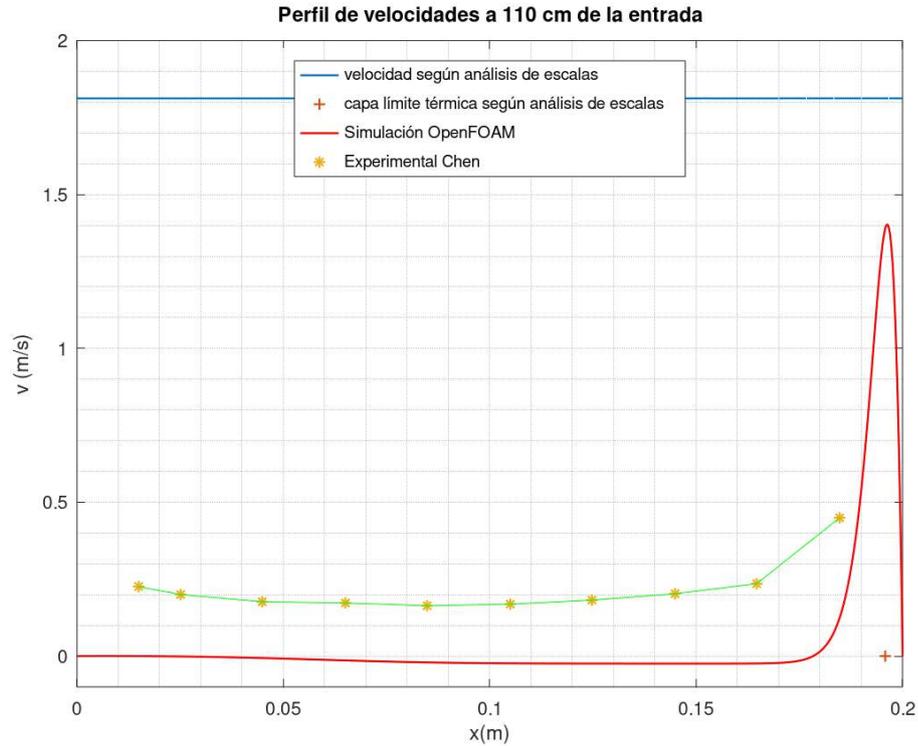


Figura 4.16: Perfil de velocidades al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto).

se tiene un pequeño incremento en la velocidad al aproximarse a la superficie opuesta a la calentada, que tendría que ver con pequeño incremento en la temperatura que se menciona en el análisis de la Figura 4.14, efecto que no es captado por la simulación numérica. En las medidas experimentales puede apreciarse el comienzo de la capa límite, pero se precisarían varias medidas en esa región para poder ver el detalle de la forma del perfil de velocidades allí y poder compararlo con el obtenido en la simulación.

En la Figura 4.17a se ve el campo de velocidades que se obtiene en la chimenea de Chen et al. 2003 con las simulaciones realizadas y en la Figura 4.17b el de temperaturas. Los campos obtenidos son muy similares a los presentados en las Figuras 4.7a y 4.7b, para la simulación que emula la chimenea numérica de Khanal y Lei, 2014. Una diferencia radica en que la capa límite es más estrecha, lo que es consistente con lo que predice la escala dada por la ecuación 4.2. A su vez se tienen valores bastante mayores para las velocidades y tempe-

raturas alcanzadas. En el campo de velocidades de la Figura 4.17a se pueden apreciar dos vórtices (en lugar de uno solo, como en la Figura 4.7a) cerca del centro de la chimenea y una penetración más importante de la perturbación vinculada al contraflujo, que se acerca más hacia la sección de entrada.

Dado que con la simulación presentada aquí no se alcanzaron resultados parecidos a los experimentales (ni desde el punto de vista cuantitativo ni desde el cualitativo, como por el hecho de la presencia de un contraflujo en la simulación que penetra casi hasta el fondo de la chimenea), y que es posible que las diferencias estén vinculadas al calentamiento por radiación de la superficie opuesta a la calentada adrede, a continuación se presentan resultados de simulaciones que pretenden tener en cuenta efectos relacionados a este fenómeno.

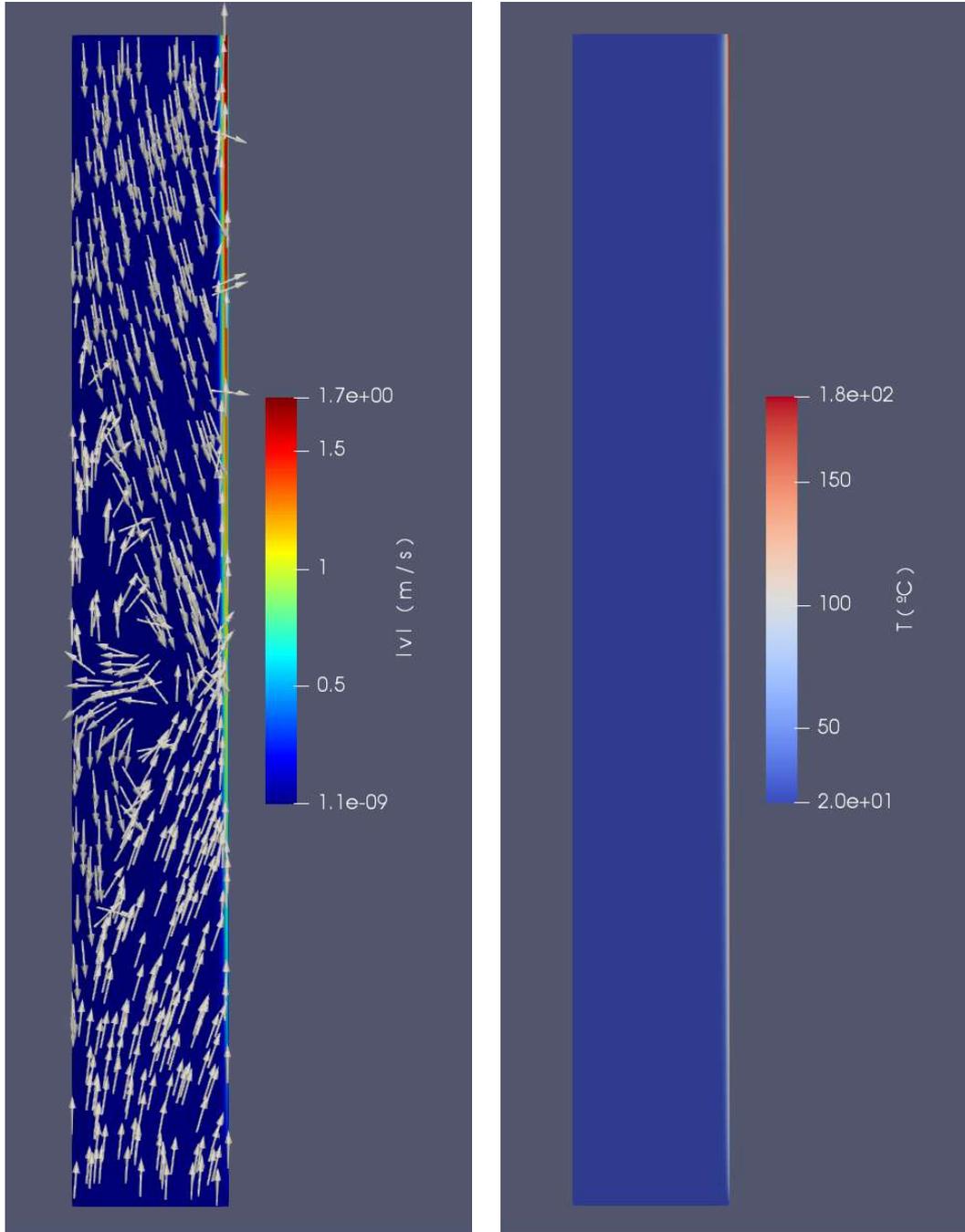
4.2.3.2. Flujo de calor impuesto en pared absorbidora y temperatura uniforme impuesta en cubierta transparente

En primera instancia se mantuvo la condición de borde de flujo de calor impuesto en la pared que hace de placa absorbidora, pero se impuso un valor de temperatura uniforme en la que hace de placa cobertora, igual a 30°C , que es un valor representativo del perfil de temperatura presentado para esa superficie por Chen et al. 2003.

En la Figura 4.18 se muestra el gráfico de flujo másico en función del tiempo obtenido en OpenFOAM. Se presenta, a su vez, el valor brindado por la escala de flujo másico (ec. 4.5) y el valor de flujo másico estimado a partir de lo que se presenta en el trabajo experimental contra el que se compara.

Se aprecia en la figura que el flujo másico de régimen que se alcanza en esta simulación, de $2,6 \times 10^{-2} \frac{\text{kg/s}}{\text{m}}$, ya está bastante por encima la escala de flujo másico que presentan Khanal y Lei, 2014, y se ha acercado al valor estimado a partir de lo presentado por Chen et al. 2003 (todavía está un poco lejos, pero al menos se puede decir que es del mismo orden de magnitud).

Notar que los tiempos necesarios para el establecimiento del régimen estacionario están un orden de magnitud por encima de los que se necesitaba en las simulaciones que consideran la condición de borde de superficie adiabática en la placa cobertora. Luego de presentar y analizar los campos obtenidos en esta simulación, se volverá a este asunto para comentar qué se puede visualizar en el transitorio acerca de los mismos, en vinculación a los tiempos que lleva alcanzar el régimen.



(a) Campo de velocidades.

Las flechas indican la dirección y sentido del vector v . La magnitud se identifica a partir del color.

(b) Campo de temperaturas.

La temperatura se identifica a partir del color, con la escala presentada.

Figura 4.17: Campos obtenidos en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto).

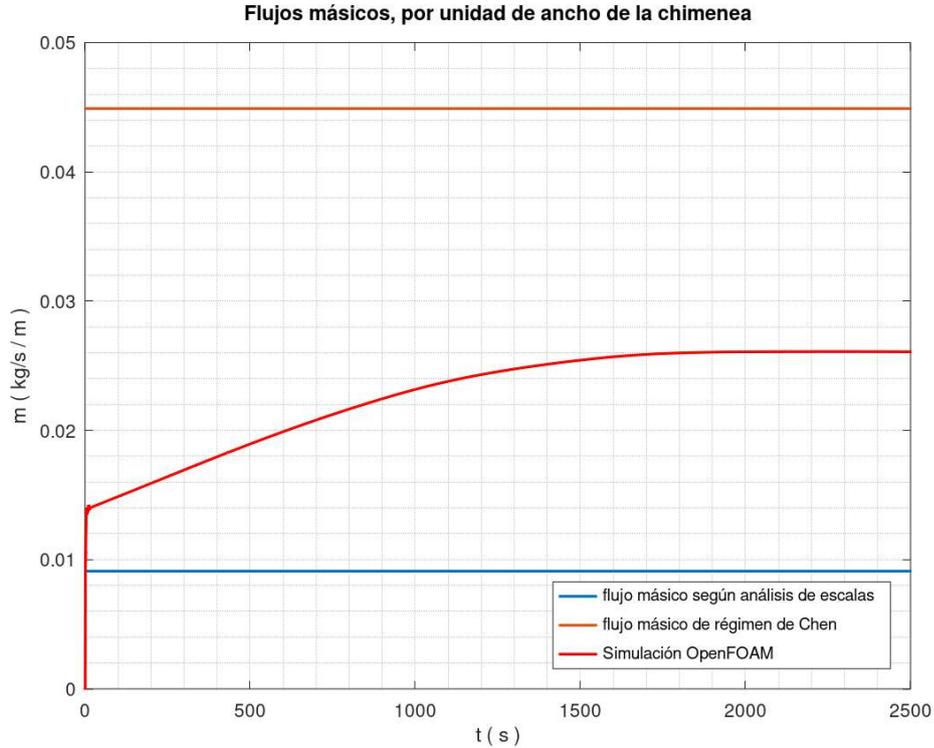


Figura 4.18: Evolución en el tiempo del flujo másico en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de borde de flujo de calor impuesto en placa absorbadora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

En la Figura 4.19 se muestra el perfil de temperatura obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en la simulación realizada con condiciones de borde de calor impuesto en la placa absorbadora y temperatura uniforme de $30^\circ C$ en la placa cobertora. Se superpone a este la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.8. Se pueden ver, a su vez, los valores brindados por las escalas de incremento de temperatura (ec. 4.3) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

Con la nueva condición de borde en la placa cobertora, en la simulación ahora se capta adecuadamente el calentamiento del aire contra esa superficie, pero no se tiene el efecto del calentamiento del aire alrededor del medio del espesor de cámara. Como fue mencionado anteriormente, es posible que este efecto se explique por la presencia de un poco de turbulencia en los experimentos, que no es captada por las simulaciones.

A la altura de 143 cm se obtienen resultados similares para el perfil de

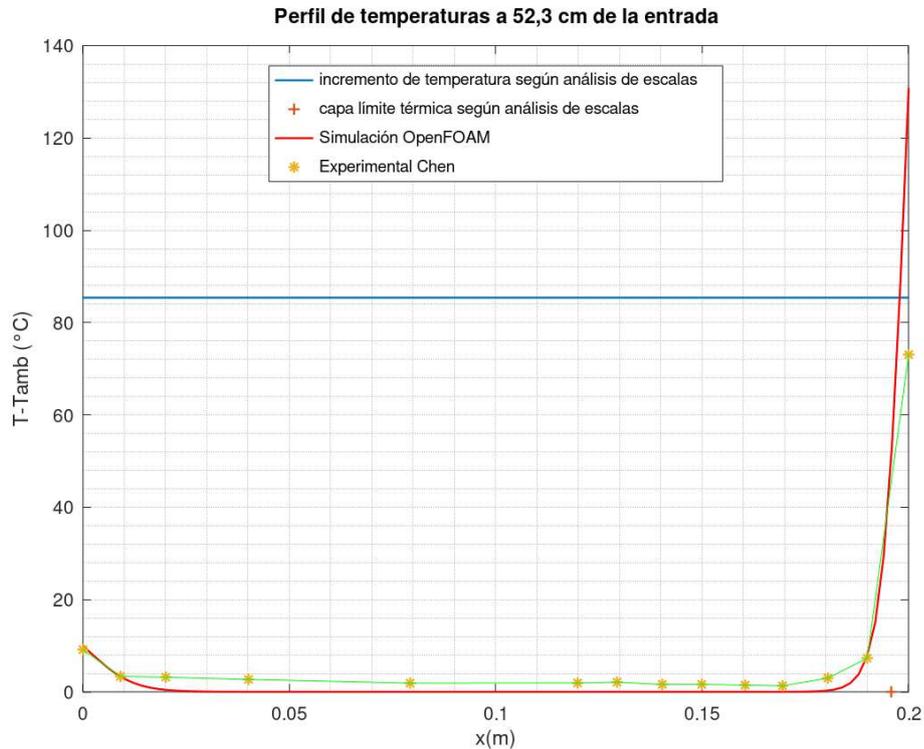


Figura 4.19: Perfil de temperaturas al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de borde de flujo de calor impuesto en placa absorbidora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

temperaturas, por lo cual caben los comentarios del párrafo anterior para la sección a 52,3 cm de la entrada y no se muestra figura.

En la Figura 4.20 se muestra el perfil de velocidades obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en la simulación realizada. Se superpone a este la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.12. Se pueden ver, a su vez, los valores brindados por las escalas de velocidades (ec. 4.4) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

En el perfil simulado se aprecian capas límite contra ambas superficies, de acuerdo a lo esperado a partir de que se calienta el aire desde las dos placas. No es posible comparar el detalle de las mencionadas capas límite contra los resultados experimentales, debido a que se necesitarían bastantes más medidas para captar experimentalmente la forma de los perfiles de velocidad allí dentro.

Quizás la diferencia más interesante entre los resultados obtenidos en esta

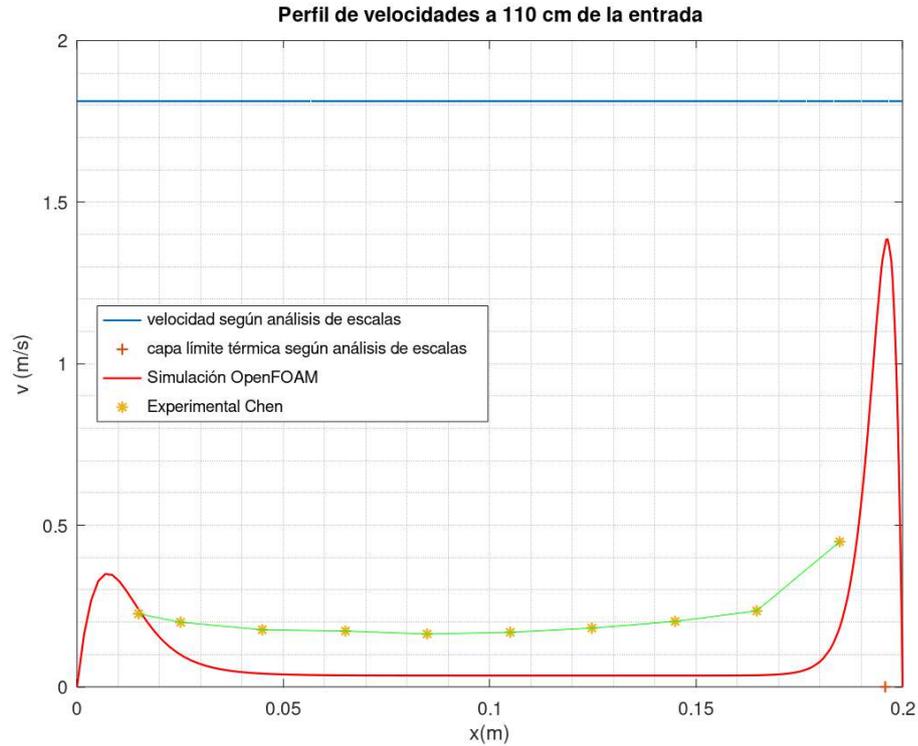


Figura 4.20: Perfil de velocidades al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de borde de flujo de calor impuesto en placa absorbadora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

simulación y la anterior radica en que ahora al recorrer todo el espesor de cámara se tienen siempre velocidades ascendentes. Los valores de velocidad alcanzados en esta simulación se encuentran aún bastante por debajo de los medidos por Chen et al. 2003, pero la diferencia cualitativa de no tener contraflujo aquí se considera muy importante. La diferencia entre los valores de velocidad alrededor del medio de la chimenea podría llegar a explicarse por los efectos difusivos de una posible presencia de fenómenos turbulentos en la chimenea experimental, no captados por la simulación.

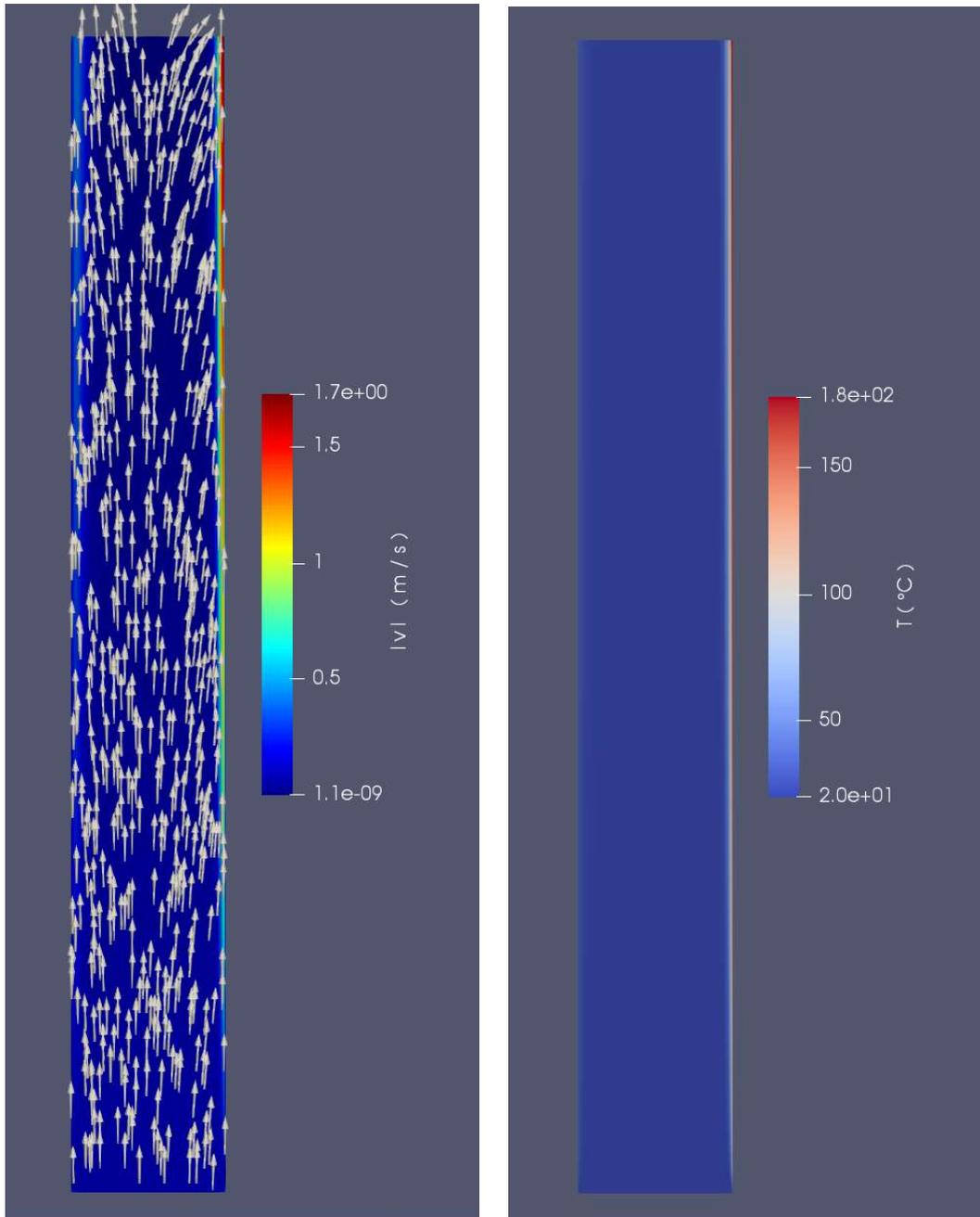
En la Figura 4.21a se ve el campo de velocidades que se obtiene en la chimenea de Chen et al. 2003 en la simulación que se analiza y en la Figura 4.21b el de temperaturas. El campo de velocidades es bien distinto al del caso con placa cobertora adiabática, ya que en esta instancia no se presenta contraflujo (todas las velocidades son, esencialmente, ascendentes), además de tener contra la placa cobertora velocidades bastante por encima de la velocidad

cerca del medio del espesor de cámara. En el campo de temperaturas se aprecia el leve calentamiento del aire contra la placa cobertora, además del fuerte calentamiento contra la pared absorbedora, ya visible en la simulación anterior.

El levantamiento de la hipótesis de superficie adiabática con la cual se venía modelando a la placa cobertora acerca los resultados de la simulación numérica a los experimentales contra los que se está contrastando, cuando se sustituye a la mencionada condición de borde por una de temperatura uniforme (representativa de los valores medidos por Chen et al. 2003) 10°C por encima de la temperatura del aire de entrada. La eliminación del contraflujo es un aspecto cualitativo importante, debido a que con 20 cm de espesor de cámara, Chen et al. 2003 reportan que no se presenta contraflujo en su chimenea experimental. Esto se suma al hecho de lograr un valor más próximo al experimental para el flujo másico que circula por la chimenea.

El aporte de calor al aire desde la superficie que hace de placa cobertora en esta simulación es de $17 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ en valor medio (que se calcula con la herramienta de posprocesamiento `wallHeatFlux` del OpenFOAM, que se describe en la subsección 6.2.1 del *OpenFOAM v8 User Guide*, 2020), lo que es consistente con la estimación que realizaron Chen et al. 2003 en sus experimentos, que afirmaron que este valor siempre se encontraba por debajo del 10% del calor aportado por efecto Joule en la superficie opuesta.

Volviendo al asunto de los tiempos que le lleva llegar al régimen a esta simulación, cabe mencionar que al visualizar la evolución de los campos de velocidades (no se muestran figuras) se aprecia que el transitorio se puede separar en dos etapas. La primera etapa es mucho más corta que la segunda y consiste en una evolución similar a la que se da en el caso de considerar adiabática a la placa cobertora, en el sentido de que en esta etapa básicamente se establecen los perfiles de velocidad en las capas límite (parecidos a los que se aprecian en la Figura 4.17a, pero ahora también se forma una capa límite contra la placa cobertora) y en la salida se obtiene un contraflujo en la zona alejada de ambas paredes. Esto se alcanza en tiempos parecidos a los que se alcanza el régimen en las simulaciones con placa cobertora adiabática. En la segunda etapa, mucho más lenta, las velocidades descendentes vinculadas al contraflujo que se habían instaurado (que se daban en la zona intermedia de la mitad superior de la chimenea) comienzan a cambiar de dirección de manera progresiva, empezando por la zona más baja hasta alcanzar la salida, con lo cual termina de extinguirse el contraflujo que se presentaba al comienzo.



(a) Campo de velocidades.

Las flechas indican la dirección y sentido del vector v . La magnitud se identifica a partir del color.

(b) Campo de temperaturas.

La temperatura se identifica a partir del color, con la escala presentada.

Figura 4.21: Campos obtenidos en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de borde de calor impuesto en placa absorbadora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

4.2.3.3. Flujo de calor impuesto en pared absorbedora y perfil de temperatura impuesto en cubierta transparente

Se probó también mantener la condición de borde de calor impuesto en la placa absorbedora, pero en lugar de imponer temperatura uniforme en la placa cobertora, se impuso el perfil de temperaturas medido por Chen et al. 2003, extraído de la Figura 4.10. Esto se aplicó haciendo uso de la condición de borde `fixedProfile` del OpenFOAM.

Los resultados que se obtienen con esta simulación son casi iguales a los que se logran en la simulación anterior, con una temperatura impuesta uniforme en la placa cobertora, por lo cual no se muestran las correspondientes figuras. Esto habla de que en esta situación la simulación no es muy sensible al detalle del perfil de temperaturas en la placa cobertora. Da la idea de que es suficiente una forma simple de modelar el calentamiento de dicha superficie para obtener resultados que contemplen adecuadamente el aporte de tener en cuenta este fenómeno.

4.2.3.4. Perfil de temperatura impuesto en pared absorbedora y temperatura uniforme impuesta en cubierta transparente

Se simuló la chimenea imponiendo en la placa absorbedora el perfil de temperaturas medido por Chen et al. 2003 allí, extraído de la Figura 4.10, y temperatura uniforme de 30°C en la placa cobertora.

En la Figura 4.22 se muestra el gráfico de flujo másico en función del tiempo obtenido en OpenFOAM para la mencionada simulación, acompañado (a efectos de facilitar la comparación entre las dos condiciones de borde en la placa absorbedora) del flujo másico en función del tiempo de la simulación con flujo de calor impuesto en la placa absorbedora y temperatura uniforme en la placa cobertora. Se presenta, a su vez, el valor brindado por la escala de flujo másico (ec. 4.5) y el valor de flujo másico estimado a partir de lo que se presenta en el trabajo experimental contra el que se compara.

Se aprecia en la figura que el flujo másico de régimen que se alcanza en la simulación con perfil de temperaturas impuesto en la placa absorbedora, de $2,4 \times 10^{-2} \frac{\text{kg/s}}{\text{m}}$, se encuentra levemente por debajo del obtenido con la condición de flujo de calor impuesto.

En la Figura 4.23 se muestra el perfil de temperatura obtenido al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en la simulación realizada

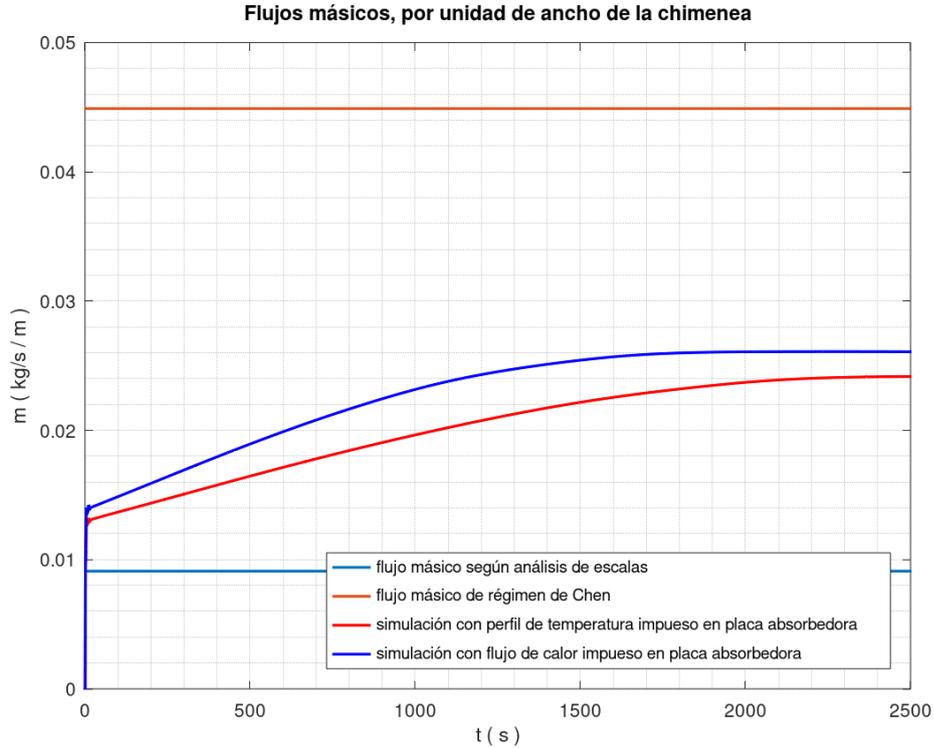


Figura 4.22: Evolución en el tiempo del flujo másico en la chimenea, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de borde de perfil de temperatura impuesto en placa absorbedora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

con perfil de temperatura impuesto en la placa absorbedora y temperatura uniforme de $30^\circ C$ en la placa cobertora, acompañado del correspondiente a la simulación con flujo de calor impuesto en la placa absorbedora y temperatura uniforme, de valor $30^\circ C$, en la placa cobertora. Se superpone a estos la correspondiente distribución medida por Chen et al. 2003, extraída de la Figura 4.8. Se pueden ver, a su vez, los valores brindados por las escalas de incremento de temperatura (ec. 4.3) y del espesor de la capa límite (ec. 4.2) a la salida de la chimenea.

Con la condición de borde del perfil de temperaturas medido impuesto en la placa absorbedora se obtiene un perfil de temperaturas, al recorrer el espesor de cámara a esta altura, que se asemeja más al medido dentro de la capa límite, pero hacia la mitad del espesor de cámara se continúan teniendo temperaturas iguales a la del aire de entrada, por lo que con esta condición de borde se sigue sin captar el efecto del pequeño incremento de temperatura que se nota en esa

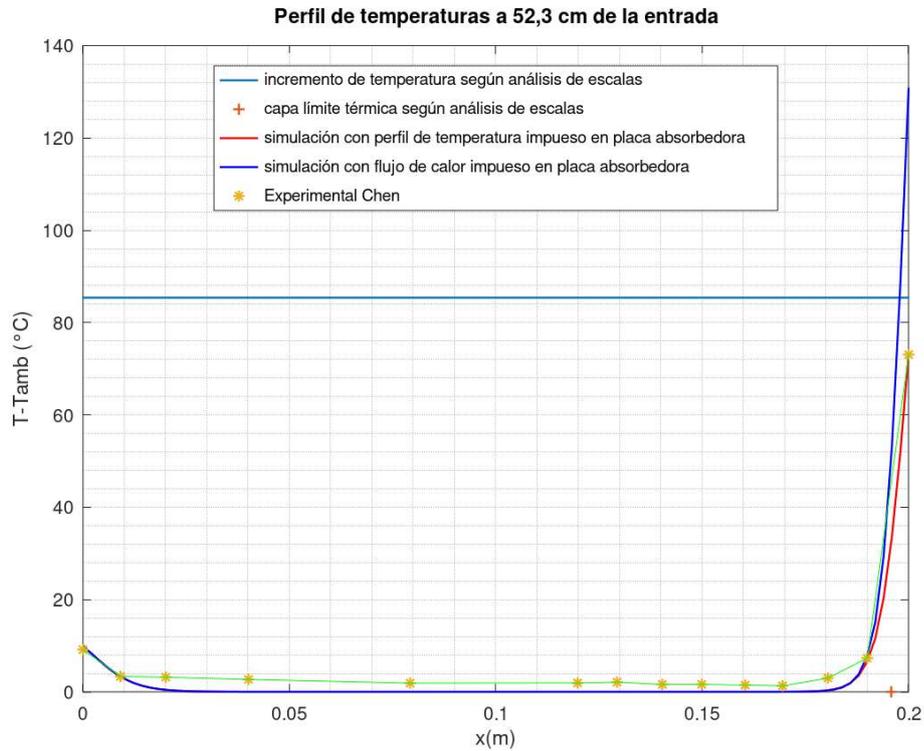


Figura 4.23: Perfil de temperaturas al recorrer el espesor de la cámara, a 52,3 cm de la entrada, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor impuesto), con condiciones de perfil de temperatura impuesto en placa absorbedora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

región en las medidas de Chen et al. 2003.

A la altura de 143 cm se obtienen resultados similares para el perfil de temperaturas, por lo cual caben los comentarios del párrafo anterior para la sección a 52,3 cm de la entrada y no se muestra figura.

En la Figura 4.24 se comparan los perfiles de velocidades obtenidos al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en las simulaciones con perfil de temperaturas impuesto en la placa absorbedora y con flujo de calor impuesto en esa superficie, con temperatura uniforme en la placa cobertora.

Los perfiles son similares. La diferencia principal es en los valores de velocidad que se alcanzan dentro de la capa límite que se forma contra la placa absorbedora. En la simulación en que se impone el perfil de temperaturas de Chen et al. 2003 en la placa absorbedora, se logran velocidades menores dentro de la mencionada capa límite, lo que es consistente con el hecho de que las temperaturas medidas en la superficie calentada se encuentran por debajo de

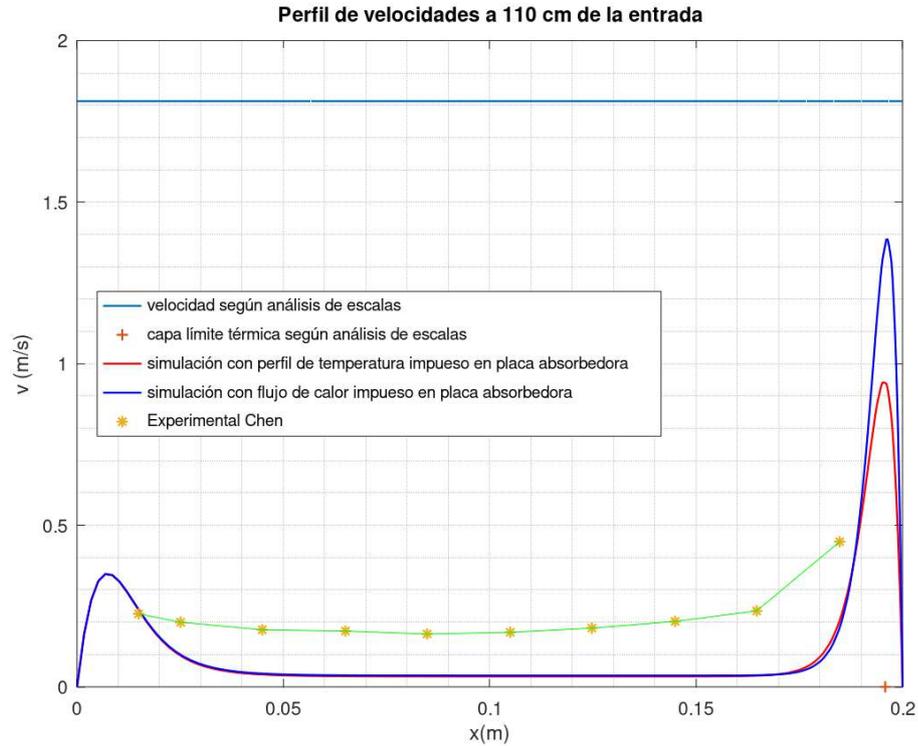


Figura 4.24: Perfil de velocidades al recorrer el espesor de la cámara, a 110 cm de altura, en las simulaciones realizadas en OpenFOAM con $Ra = 8,11 \times 10^{12}$, $Pr = 0,71$ y $A = 7,5$ (chimenea de Chen et al. 2003 con 20 cm de espesor de cámara y $400 \frac{W}{m^2}$ de flujo de calor), con condiciones de borde de perfil de temperaturas impuesto en placa absorbedora y $30^\circ C$ de temperatura en la placa cobertora.

las obtenidas allí en las simulaciones con flujo de calor impuesto.

No se muestran las figuras que presentan los campos de velocidades y temperaturas en todo el dominio de la chimenea, debido a que son casi idénticos a los de la Figura 4.21 desde el punto de vista cualitativo. Las diferencias están en los valores que se alcanzan de velocidad y temperatura para cada simulación.

Un inconveniente a destacar con respecto a la simulación con el perfil de temperaturas impuesto en la placa es que el flujo de calor medio resultante en esa superficie fue solo de $166 \frac{W}{m^2}$ en dicha simulación, que está bastante por debajo de los $400 \frac{W}{m^2}$ que Chen et al. 2003 aportaban allí por efecto Joule.

4.2.3.5. Perfil de temperatura impuesto en pared absorbedora y perfil de temperatura impuesto en cubierta transparente

Se simuló también la chimenea imponiendo en ambas superficies (placa absorbedora y placa cobertora) los perfiles de temperaturas medidos por Chen et al. 2003, extraídos de la Figura 4.10.

Los resultados que se obtienen con esta simulación son casi iguales a los que se logran en la simulación anterior, con una temperatura impuesta uniforme en la placa cobertora, por lo cual no se muestran las correspondientes figuras. Esto habla de que con la condición de borde de perfil de temperaturas impuesto en la placa absorbedora, en esta situación la simulación no es muy sensible al detalle del perfil de temperaturas en la placa cobertora, consistente con lo que se había notado para las simulaciones con la condición de borde de flujo de calor impuesto en la placa absorbedora.

4.2.3.6. Conclusiones del análisis de resultados de este caso

Modelar la chimenea a partir de la consideración de que la placa cobertora no aporta ningún calor al aire no brinda resultados que se acerquen demasiado a las mediciones experimentales. Hay diferencias importantes tanto cuantitativas, ya que el flujo másico alcanzado en las simulaciones es mucho más chico que el medido experimentalmente, como cualitativas, a causa de que en las simulaciones se tiene la presencia de un contraflujo en la parte superior de la chimenea que no se presenta en los experimentos.

El hecho de contemplar de alguna manera la presencia de un calor aportado por la placa cobertora (que se calienta debido al intercambio de radiación de onda larga con la pared absorbedora) mejora sustancialmente los aspectos que se mencionan en el párrafo anterior. El valor de flujo másico de régimen obtenido en las simulaciones se acerca al de las mediciones experimentales (se puede hablar del mismo orden de magnitud), aunque todavía queda un poco lejos, y el contraflujo ya no se presenta al alcanzar el estacionario.

Sería bueno probar la incorporación de algún modelo de turbulencia, ya que aun en las simulaciones que incluyen calentamiento desde la placa cobertora se aprecian diferencias en los campos de velocidades que podrían estar vinculados a efectos difusivos de una posible presencia de fenómenos turbulentos en la chimenea experimental. También la realización de simulaciones tridimensionales podría llegar a arrojar luz sobre esto.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis se armó un caso de simulación CFD en el software OpenFOAM, que permite obtener en detalle el flujo de aire en el interior de una chimenea solar simple, del tipo de las que podrían ser usadas para acondicionamiento térmico y ventilación pasiva de edificaciones. A partir de las simulaciones que se pueden llevar a cabo con el caso armado es posible calcular flujos máscicos, temperaturas, coeficientes de transferencia de calor, factores de fricción, etc., en diversas condiciones y con diferentes dimensiones geométricas.

En la revisión bibliográfica que se realizó en torno a las chimeneas solares se detectó que en los modelos simples que han sido propuestos para la simulación de su comportamiento hay parámetros que pueden ser ajustados a partir de datos aportados por simulaciones CFD. Un ejemplo es en conexión a la determinación de los factores de fricción en el canal principal de la chimenea, que Kosut, [2017](#) analiza con cierta profundidad y propone una metodología de cálculo que mejora la precisión respecto a metodologías anteriores, pero plantea como trabajo a futuro profundizar el análisis de la incidencia de los diferentes regímenes de flujo en la determinación de los factores de fricción.

Se apreció que las simulaciones CFD han sido utilizadas con distintos fines en trabajos vinculados a las chimeneas solares. Algunos autores, como Miyazaki et al. [2006](#), las emplean para validar aspectos de modelos simples que elaboraron. Otros, como Zamora y Kaiser, [2009](#), las usan como “laboratorio numérico” para investigar su comportamiento en determinadas condiciones.

Se presentaron las leyes fundamentales de la mecánica de cuerpos continuos en forma general (primera y segunda ecuaciones de balance mecánico, balance de masa, y primera y segunda leyes de la termodinámica) en sus versiones

globales y puntuales, de acuerdo a cómo se postulan en literatura de referencia sobre mecánica de los fluidos, y se mostró a lo que se reducen sus versiones puntuales luego de tener en cuenta las ecuaciones constitutivas de Newton, para el comportamiento mecánico de un fluido, y Fourier, para la transferencia de calor. De algunas de las ecuaciones presentadas se dieron ciertas interpretaciones que se entendió que eran de interés.

Se adimensionalizaron las ecuaciones de movimiento de los fluidos en versiones todavía bien generales. Teniendo en cuenta para las escalas utilizadas algunos valores numéricos típicos de las chimeneas solares encontradas en los trabajos relevados, se pudieron justificar algunas posibles simplificaciones que sería razonable considerar para el estudio del flujo de aire en las chimeneas solares, vinculadas a las propiedades termofísicas del aire, evidenciándose que la dependencia de las mismas con la presión es totalmente despreciable en estos problemas, pero que tener en cuenta la dependencia con la temperatura es algo que se podría considerar con algunas de las propiedades involucradas.

Se comentaron los análisis realizados por Pantón, 2013 para justificar las simplificaciones a las ecuaciones que se consideran en los flujos incompresibles. Se destacó la discusión que presenta sobre si usar el calor específico a presión constante o a volumen constante en la ecuación de energía, dado que se encontró que es un tema que da lugar a la polémica, incluso en trabajos científicos relativamente recientes.

Se presentó la forma de las ecuaciones de movimiento cuando se tiene en cuenta la aproximación de Boussinesq, que se suele utilizar para trabajar con problemas termoconvectivos, y se puntualizaron las condiciones bajo las cuales es razonable aplicarla, de acuerdo a lo relevado en la literatura consultada. La aproximación podría ser usada si el número de Mach es bajo, si no se pretende considerar la propagación de sonido u ondas de choque, si la escala vertical del flujo no es muy grande, y si las diferencias de temperatura en el fluido son pequeñas. Si bien el cumplimiento de la última es cuestionable para el flujo de aire en las chimeneas solares, la totalidad de los trabajos examinados que aplican simulaciones numéricas CFD en chimeneas solares hacen uso de la aproximación de Boussinesq.

Se estudió cómo se usa el OpenFOAM, que es un software gratuito y de código abierto para realizar simulaciones CFD (y similares). La versión que se tuvo en cuenta es la 8 de la variante que publica la *OpenFOAM Foundation* (hay otras dos variantes del software), que es del año 2020. Se presentaron

algunas generalidades del software y se puntualizaron algunos aspectos del uso del mismo para las simulaciones de esta tesis. Hay un tipo de aplicaciones en el OpenFOAM que se denominan “solver” y son las que se encargan de resolver un tipo de problemas específico de un área de la mecánica de fluidos. Los solver incluidos en la distribución de OpenFOAM se dividen en categorías. El solver que se eligió para realizar las simulaciones de esta tesis está en la categoría *Heat transfer and buoyancy-driven flows*, se llama `buoyantPimpleFoam` y sirve para resolver flujos impulsados por efectos de empuje en fluidos compresibles, para aplicaciones de ventilación y transferencia de calor.

Se optó por realizar simulaciones bidimensionales (casi todos los trabajos con CFD en chimeneas solares consultados fueron hechos con simulaciones bidimensionales) y se definió que las mismas se harían tomando como dominio de trabajo únicamente la cámara de aire de la chimenea, por lo cual se fijaron condiciones de borde en las paredes verticales (pared absorbadora y placa cobertora) y en las secciones de entrada y salida.

En los trabajos consultados utilizan dos tipos de condición de borde térmica en la pared absorbadora: flujo de calor impuesto o temperatura impuesta (uniformes en ambos casos). Se escogió inicialmente para esta tesis imponer un flujo de calor uniforme hacia el aire, en el entendido de que la pared absorbadora recibe un flujo de calor uniforme proveniente de la radiación solar que atraviesa la cubierta transparente y solo un pequeño porcentaje del mismo tendría destino distinto al aire de la chimenea, que lo desuniformizaría levemente. En la placa cobertora los autores también han utilizado las condiciones de borde de temperatura impuesta y flujo de calor impuesto. Una condición muy simple que ha sido utilizada es el caso límite de imponer un flujo de calor nulo, y es esta la que se escogió inicialmente para las simulaciones de esta tesis.

En las secciones de entrada y salida se consideró temperatura impuesta para el flujo entrante y gradiente nulo en la dirección normal a la frontera para el flujo saliente, que son las condiciones de borde térmicas que se usan allí en todos los trabajos consultados. Las condiciones de borde para la presión y la velocidad son más delicadas, y se encontraron más variantes de las mismas en los trabajos relevados. Se optó por imponer presión de movimiento, $p_{\text{mov}} = p + \rho_0 g z$, igual al negativo de la energía cinética por unidad de volumen cuando el flujo es entrante y anular la presión de movimiento, p_{mov} , cuando el flujo es saliente. Para las velocidades, siguiendo las recomendaciones de Greenshields y Weller, [2022](#) se escogió anular la componente tangencial cuando el flujo es

entrante y anular el gradiente del vector velocidad en la dirección normal a la frontera cuando el flujo es saliente.

Se presentaron inconvenientes en las primeras simulaciones que se realizaron. En la sección de salida, el aire no fluía hacia afuera como era de esperarse, sino que lo que se apreciaba era similar a que hubiese una “tapa” allí ubicada. Resultó que este problema era producto de confundir la presión de movimiento, p_{mov} , a la cual se le pretende imponer las condiciones de borde descritas, que es la que se presenta en todos los libros de mecánica de los fluidos y transferencia de calor cuando refieren a la aproximación de Boussinesq, con la presión de movimiento que utiliza el `buoyantPimpleFoam`, $p'_{\text{mov}} = p + \rho g z$, que se define con el campo de densidades, ρ , en lugar de la densidad de referencia, ρ_0 . Se le estaban imponiendo a p'_{mov} las condiciones de borde que se pretendía imponer a p_{mov} , que no tiene consecuencias sobre los flujos entrantes al dominio porque el aire ingresa con densidad ρ_0 y entonces p'_{mov} coincide con p_{mov} , pero como la densidad del aire que sale ya calentado, ρ_s , es menor que la de referencia, resulta que la presión que se le termina imponiendo a los flujos salientes por la parte superior de la chimenea es $(\rho_0 - \rho_s)gH$ más grande de lo que se pretende. Esta diferencia es justamente del mismo orden de magnitud que el tiro que se logra en la chimenea, lo cual explica que esta confusión tenga como consecuencia lo observado, respecto a que el aire no podía salir al llegar al final de la chimenea. La condición de borde que se le debería imponer al flujo saliente por la parte superior de la chimenea es $p'_{\text{mov}} = -(\rho_0 - \rho)gH$, y no es posible aplicarla con las condiciones de borde que se incluyen en la distribución del OpenFOAM. Para usarla sería necesario programarla, o programar una forma más general, que a partir de un valor p_0 que se pretenda imponerle a p_{mov} y un valor ρ_0 para la densidad de referencia, imponga $p'_{\text{mov}} = p_0 - (\rho_0 - \rho)gz$. En lugar de esto se implementó una solución más sencilla, pero que únicamente se puede aplicar para este problema particular y algunos similares, en los que el fluido solamente fuese a salir del dominio por una única superficie frontera que sea plana y horizontal. Simplemente se “bajó” la chimenea, que tenía su base en el origen de la coordenada z , para que la coordenada z pase a valer 0 en la sección de salida, por lo cual la forma general de la condición de borde que se debería imponer resulta en $p'_{\text{mov}} = p_0$, independientemente de que el fluido salga caliente o no.

Habiendo dejado atrás el inconveniente mencionado, en la chimenea preparada en OpenFOAM se realizaron simulaciones análogas a las que se presentan

en el trabajo de Khanal y Lei, [2014](#), que se eligió para contrastar resultados porque usaron como dominio de trabajo solamente a la cámara de aire y aplicaron condiciones de borde muy similares a las que se pretendía tener en cuenta en esta tesis. Se seleccionaron dimensiones $H = 2,92$ m y $W = 40$ cm para lograr la relación de aspecto de la chimenea de Khanal y Lei, $A = 7,3$. Se compararon resultados obtenidos en el OpenFOAM con los presentados por los autores con $Ra = 10^{10}$ (mayor número de Rayleigh con el que simularon, que estaría bastante por debajo del de transición a la turbulencia) y $Pr = 0,71$, para lo cual hubo que utilizar un flujo de calor impuesto $q_w = 3,45 \times 10^{-2} \frac{W}{m^2}$, mucho menor que lo que se tendría disponible a partir de la radiación solar, haciendo por ende que la chimenea simulada no corresponda a un caso realista. Se probaron distintos tipos de mallas y distintos juegos de esquemas de discretización para los términos convectivos de las ecuaciones, analizándose la convergencia de la solución al afinar las mallas. Se terminó optando por la malla que se afina contra las paredes y esquemas de segundo orden en los términos convectivos. El movimiento del aire que se obtiene en las simulaciones (que son con flujo de calor impuesto en la pared absorbadora y cubierta transparente adiabática) se parece mucho al que se da en una placa vertical caliente solitaria, si se mira en la cercanía de la placa absorbadora. La diferencia con la placa solitaria radica en la forma en que se alimenta la capa límite contra la superficie caliente, que se da en forma horizontal con fluido proveniente “desde el infinito” en el caso de la placa solitaria y con fluido que ingresa tanto por la sección de entrada como por la de salida en la chimenea, lo cual habla de un contraflujo que se presenta en la sección de salida en este caso, el cual penetra hasta aproximadamente la mitad de la altura de la chimenea. En cuanto al contraste de los resultados obtenidos en el OpenFOAM contra los de Khanal y Lei, se alcanzaron muchas similitudes, aunque hubo ciertas diferencias. Los valores de régimen del flujo másico prácticamente eran coincidentes, pero en los perfiles de velocidad a la salida de la chimenea, si bien cualitativamente eran muy parecidos, se tenían valores un poco distintos en los picos de velocidad y en la magnitud de la velocidad en la región del contraflujo.

Se hicieron simulaciones para intentar emular el modelo de laboratorio de chimenea solar del trabajo de Chen et al. [2003](#). El modelo experimental consistía en un canal rectangular de 1,5 m de altura y 62 cm de ancho, con espesor de cámara e inclinación variables. La chimenea que ensayaron no incluía un canal de entrada y fue ubicada a 1 m del piso durante los ensayos, que fue-

ron realizados en un gran recinto con temperatura controlada. Impusieron un calentamiento por medios eléctricos en la pared que cumplía el rol de pared aborbedora. Se realizaron simulaciones laminares (sin modelo de turbulencia presente) en OpenFOAM de una chimenea vertical de estas características con espesor de cámara de 20 cm y un calor impuesto de $400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, con lo cual se tiene una relación de aspecto de 7,5 y un Rayleigh de $8,11 \times 10^{12}$, que está cerca del 10^{13} alrededor del cual ocurriría la transición a la turbulencia para el caso de una placa solitaria. En las primeras simulaciones se consideró como pared adiabática a la superficie que hace el rol de cubierta transparente y se obtuvo un flujo másico bastante por debajo del que se midió en la chimenea experimental. A su vez, los perfiles de temperatura y velocidad obtenidos con las simulaciones presentaban diferencias con respecto a las medidas. Estas eran diferencias cualitativas en las zonas alejadas de la pared aborbedora. Se aprecia en las medidas experimentales que contra la placa cobertora también se da cierto calentamiento del aire, que no es tenido en cuenta en la simulación. Este calentamiento estaría vinculado a la transferencia de calor por radiación desde la pared aborbedora a la cubierta transparente. El aire alejado de ambas paredes está a una temperatura un poco por encima de la ambiente en las medidas experimentales, pero en las simulaciones permanece a la temperatura que ingresa. Esto podría explicarse por una pequeña desviación en la medida por intercambios de radiación entre las termocuplas y las paredes de la chimenea, o por la presencia de un poco de turbulencia aportando difusión. Otra diferencia cualitativa, consistente con las anteriores, es que no se presenta un contraflujo en las mediciones de Chen et al. en este caso, fenómeno que sí está presente en las simulaciones. Se realizaron simulaciones que tuviesen en cuenta de distintas formas el calentamiento de la placa cobertora. Los resultados son muy similares contemplando el calentamiento de la placa cobertora a partir de imponer una temperatura uniforme en la misma, representativa del perfil medido por Chen et al. en esa superficie, y a partir de imponer exactamente el mismo perfil de los experimentos. Con estas simulaciones se consigue acercarse bastante el valor de flujo másico obtenido con el de las mediciones experimentales, aunque todavía le falta para alcanzarlo. Se logra que los perfiles de temperatura contra la placa cobertora se parezcan a los medidos por Chen et al., pero la temperatura del aire alejado de ambas paredes se mantiene aún inalterada respecto a la de ingreso a la chimenea. Se destaca que en los perfiles de velocidad ya no se tienen velocidades descendentes al alejarse de la pared

absorbedora, por lo que se eliminó el contraflujo de las simulaciones, lo que es consistente con las observaciones experimentales de este caso. Se concluye que el hecho de levantar la hipótesis de placa cobertora adiabática para contemplar de alguna forma el calentamiento de la misma hace que el campo de velocidades del aire en la chimenea obtenido en las simulaciones cambie sustancialmente, y consecuentemente se aumenten de manera considerable los valores de flujo másico alcanzados respecto a los de las simulaciones con pared adiabática, por lo que se entiende fundamental tener en cuenta ese calentamiento que a priori podría parecer secundario para intentar obtener en las simulaciones resultados similares a los experimentales.

Como trabajos a futuro hay muchas posibilidades que se podrían plantear. Con respecto al vínculo entre las simulaciones CFD y los modelos simples de chimeneas solares, una propuesta sería determinar los factores de fricción de las simulaciones realizadas (y posiblemente otras que emulen chimeneas de otros trabajos), comparar estos valores con los que se obtendrían en esos casos utilizando la metodología de cálculo propuesta por Kosut, [2017](#), u otras metodologías que se utilicen en los modelos simples de chimeneas solares presentes en la literatura, y analizar los resultados, con el fin de aportar insumos para una eventual sugerencia para mejorar la metodología.

Vinculado al análisis que se realizó de las ecuaciones fundamentales del movimiento de un fluido, se propone volver al mismo pero ahora con más información disponible sobre los flujos de aire en el interior de las chimeneas solares, brindada principalmente por las simulaciones CFD que se realizaron y se pueden realizar con el caso de chimenea solar preparado en OpenFOAM. De los resultados de las simulaciones se pueden evaluar los distintos términos presentes en las ecuaciones de movimiento y valorar el peso relativo de cada término en cada una de las ecuaciones, en diferentes zonas del flujo obtenido en la chimenea (adentro de la capa límite contra la placa absorbadora, cerca del centro de la chimenea, etc.). Esto podrá ayudar a visualizar cuál sería la forma simplificada de las ecuaciones que mejor funciona para este caso y permitirá afinar criterios en la elección de las escalas más adecuadas a considerar en la adimensionalización de las ecuaciones.

Se podrían realizar simulaciones tridimensionales, para evaluar a partir de qué ancho de chimenea sería razonable quedarse con resultados de simulaciones bidimensionales. También se podrían incorporar canales de entrada y/o salida a la chimenea, para valorar el impacto de su presencia en los resultados.

Sería interesante analizar las variaciones en los resultados producto de considerar diferentes condiciones de borde al campo de velocidades en las secciones de entrada y salida. Amerita un estudio más profundo sobre los distintos tipos de condiciones de borde que se han tenido en cuenta en fronteras similares en los trabajos científicos que utilizan CFD, y las justificaciones que se dan para el uso de cada tipo.

Otro posible trabajo a futuro podría ser programar en el OpenFOAM la condición de borde general que resolvería el inconveniente que se encontró a la salida de la chimenea en las primeras simulaciones realizadas durante este trabajo de tesis, que imponga $p'_{\text{mov}} = p_0 - (\rho_0 - \rho)gz$ cuando se pretende imponer $p_{\text{mov}} = p_0$. Esta condición de borde permitiría realizar simulaciones análogas a las de esta tesis en chimeneas que incorporen canales de entrada y/o salida que definan fronteras verticales para los flujos que entren y salgan del dominio de la simulación, entre otras posibilidades.

Como se sugiere en [4.2.3.6](#), algo a considerar a futuro sería configurar un modelo de turbulencia para el caso de chimenea solar que se armó en el OpenFOAM. Se entiende que implementar algún modelo de turbulencia para comparar los resultados obtenidos en las simulaciones que se realizaron en esta tesis de la chimenea experimental de Chen et al. [2003](#) con simulaciones idénticas pero con modelización de la turbulencia activada es fundamental para seguir adelante trabajando con estas chimeneas y similares, sobre todo si se pretende simular casos con flujos de calor impuestos más altos.

Podría ser interesante evaluar con simulaciones el efecto de considerar, entre la entrada y la salida de la chimenea, diferencias de presión que no estén vinculadas a la hidrostática, lo que se traduce en una diferencia de presión de movimiento, p_{mov} . No es algo que se ha encontrado en los trabajos relevados que realizan simulaciones CFD. Algunos contemplan este tipo de diferencias de presiones en la chimenea pero de forma implícita, al incluir en el dominio de la simulación la habitación desde la cual toma aire la chimenea, que en la situación más simple (con aberturas que dan al exterior, por donde ingresa aire en cantidades iguales a las que fluye por la chimenea) queda en depresión respecto a la presión exterior a la cual descarga la chimenea, haciendo que la entrada a la chimenea se encuentre a menor presión (sacando de lado la diferencia hidrostática) que la salida. La depresión generada en la habitación en una situación simple como esta puede ser comparable al tiro alcanzado en la chimenea si las aberturas al exterior son muy pequeñas, por lo cual es un

efecto que impactaría considerablemente en el flujo de aire que se desarrolla en la chimenea. También es posible encontrarse, en situaciones más complejas, con sobrepresiones en la habitación que colaboran al aumento del flujo de aire que se logra en la chimenea. Esto podría darse si en la situación anteriormente descrita hubiese además un ventilador inyectando aire proveniente del exterior a la habitación, como se tendría parcialmente en un caso típico de una manejadora en un circuito de aire acondicionado con renovación. Este efecto de las diferencias de presiones no solo va a afectar a los flujos máxicos que se alcanzan con las chimeneas, sino que podría verse alterada considerablemente la forma de los perfiles de velocidades en algunos casos, si el efecto del forzamiento externo pasa a dominar sobre los efectos térmicos.

Bibliografía

- Bansal, N. K., Matur, R., y Bhandari, M. S. (1993). Solar chimney for enhanced stack ventilation. *Building and Environment*, 28(3), 373-377.
- Barletta, A. (2009). Local energy balance, specific heats and the Oberbeck-Boussinesq approximation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 5266-5270.
- Barozzi, G. S., Imbabi, M. S. E., Nobile, E., y Sousa, A. C. M. (1992). Physical and numerical modelling of a solar chimney-based ventilation system for buildings. *Building and Environment*, 27(4), 433-445.
- Bejan, A. (2013). *Convection Heat Transfer* (4th Ed). John Wiley & Sons.
- Bergman, T. L., y Lavine, A. S. (2017). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (8th). John Wiley & Sons.
- Borghì, J. (2013a). *Apuntes de Mecánica de los Fluidos: 3. Deformación local y campo local de velocidades - Movimientos irrotacionales*. Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental, Facultad de Ingeniería, Udelar / Oficina de Publicaciones del Centro de Estudiantes de Ingeniería.
- Borghì, J. (2013b). *Termodinámica de Fluidos*. Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental, Facultad de Ingeniería, Udelar.
- Borghì, J. (2014a). *Apuntes de Mecánica de los Fluidos: 2. Esfuerzos Internos*. Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental, Facultad de Ingeniería, Udelar / Oficina de Publicaciones del Centro de Estudiantes de Ingeniería.
- Borghì, J. (2014b). *Apuntes de Mecánica de los Fluidos: 4. Fluido Viscoso*. Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental, Facultad de Ingeniería, Udelar / Oficina de Publicaciones del Centro de Estudiantes de Ingeniería.
- Borghì, J. (2015). *Apuntes de Mecánica de los Fluidos: 1. Cinemática de Fluidos*. Instituto de Mecánica de los Fluidos e Ingeniería Ambiental, Fa-

cultad de Ingeniería, UdelaR / Oficina de Publicaciones del Centro de Estudiantes de Ingeniería.

- Çengel, Y. A., Boles, M. A., y Kanoglu, M. (2019). *Thermodynamics: An Engineering Approach* (9th Ed). McGraw-Hill Education.
- Chen, Z. D., Bandopadhyay, P., Halldorsson, J., Byrjalsen, C., Heiselberg, P., y Li, Y. (2003). An experimental investigation of a solar chimney model with uniform wall heat flux. *Building and Environment*, 38(7), 893-906.
- Coleman, B. D., y Noll, W. (1963). The Thermodynamics of Elastic Materials with Heat Conduction and Viscosity. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 13, 167-178.
- da Silva, A., y Gosselin, L. (2005). Optimal geometry of L and C-shaped channels for maximum heat transfer rate in natural convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, 609-620.
- Ferziger, J. H., Perić, M., y Street, R. L. (2020). *Computational Methods for Fluid Dynamics* (4th Ed). Springer International Publishing.
- Gan, G., y Riffat, S. (1998). A numerical study of solar chimney for natural ventilation of buildings with heat recovery. *Applied Thermal Engineering*, 18, 1171-1187.
- Greenshields, C. (2016). Energy Equation in OpenFOAM. <https://doc.cfd.direct/openfoam/energy-equation/>
- Greenshields, C., y Weller, H. (2022). *Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles*. CFD Direct Ltd. <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/>
- Gresho, P. M. (1991). Some current CFD issues relevant to the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 87, 201-252.
- He, G., Zhang, J., y Hong, S. (2016). A new analytical model for airflow in solar chimneys based on thermal boundary layers. *Solar Energy*, 136, 614-621.
- Khanal, R., y Lei, C. (2014). A scaling investigation of the laminar convective flow in a solar chimney for natural ventilation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 45, 98-108.
- Kosut, J. (2017). *Chimenea solar con acumulación de calor para acondicionamiento térmico pasivo de edificios* [Tesis de maestría, Universidade Federal do Rio Grande do Sul].

- Kundu, P. K., y Cohen, I. M. (2004). *Fluid Mechanics* (3rd Ed). Elsevier Academic Press.
- Landau, L. D., y Lifschitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics* (2nd Ed). Pergamon Press.
- Lee, K. H., y Strand, R. K. (2009). Enhancement of natural ventilation in buildings using a thermal chimney. *Energy and Buildings*, 41(6), 615-621.
- Miyazaki, T., Akisawa, A., y Kashiwagi, T. (2006). The effects of solar chimneys on thermal load mitigation of office buildings under the Japanese climate. *Renewable Energy*, 31, 987-1010.
- OpenFOAM C++ Source Code Guide*. (s.f.). The OpenFOAM Foundation. <https://cpp.openfoam.org/>
- OpenFOAM v8 User Guide*. (2020). The OpenFOAM Foundation. <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v8/>
- Panton, R. L. (2013). *Incompressible Flow* (4th Ed). John Wiley & Sons.
- Rodrigues, A., da Piedade, A. C., Lahellec, A., y Grandpeix, J. (2000). Modelling natural convection in a heated vertical channel for room ventilation. *Building and Environment*, 35, 455-469.
- Schlichting, H., y Gersten, K. (2017). *Boundary-Layer Theory* (9th Ed). Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Spiegel, E. A., y Veronis, G. (1960). On the Boussinesq approximation for a compressible fluid. *Astrophysical Journal*, 131, 442-447.
- White, F. M. (2006). *Viscous Fluid Flow* (3rd Ed). McGraw-Hill.
- Zamora, B., y Kaiser, A. (2009). Optimum wall-to-wall spacing in solar chimney shaped channels in natural convection by numerical investigation. *Applied Thermal Engineering*, 29, 762-769.
- Zhang, J.-H., Zhang, D.-D., Liu, D., Zhao, F.-Y., Li, Y., y Wang, H.-Q. (2017). Free vent boundary conditions for thermal buoyancy driven laminar flows inside open building enclosures. *Building and Environment*, 111, 10-23.