



UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE INGENIERÍA



Análisis y diseño de una hoja de prótesis deportiva transtibial

MEMORIA DE PROYECTO PRESENTADA A LA FACULTAD DE
INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA POR

Alexander Marichal, Gonzalo Olivera

EN CUMPLIMIENTO PARCIAL DE LOS REQUERIMIENTOS
PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO INDUSTRIAL MECÁNICO.

TUTOR

MSc. Ing. Christian Díaz Universidad de la República

TRIBUNAL

Ing. Químico Pablo Raimonda Universidad de la República

Ing. Ind. Mec. Mario Pereira Universidad de la República

Dr. Ing. Henry Figueredo Universidad de la República

Montevideo
lunes 6 mayo, 2024

Análisis y diseño de una hoja de prótesis deportiva transtibial, Alexander Marichal, Gonzalo Olivera.

Esta tesis fue preparada en L^AT_EX usando la clase iietesis (v1.1).
Contiene un total de 175 páginas.
Compilada el lunes 6 mayo, 2024.

Agradecimientos

Queremos expresar nuestro profundo agradecimiento a todas las personas que desempeñaron roles fundamentales en la realización de este proyecto de fin de grado.

En primer lugar, dedicamos un especial reconocimiento a nuestro tutor de proyecto, MSc. Ing. Christian Díaz, cuya orientación, apoyo constante y valiosas sugerencias resultaron cruciales para el desarrollo y éxito de este trabajo. Su compromiso excepcional con nuestro aprendizaje y crecimiento académico ha sido una guía indispensable.

Extendemos nuestro agradecimiento a los Institutos de la Facultad de Ingeniería que contribuyeron al proyecto. Destacamos la importancia del Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial, un instituto que no solo proporcionó un financiamiento significativo, sino que también estuvo siempre apoyándonos, brindándonos espacios de consultas y suministrando los materiales necesarios para llevar a cabo los ensayos. Además, queremos expresar nuestro profundo agradecimiento al Instituto de Ensayo de Materiales, donde encontramos tanto el espacio necesario como una ayuda inestimable y una disposición excepcional para facilitar y apoyar los ensayos de laboratorio. En particular, agradecemos al Instituto de Estructuras y Transporte por proporcionarnos materiales necesarios para realizar los ensayos.

A nuestros amigos y familiares, les expresamos nuestro sincero agradecimiento por su constante respaldo y paciencia. Sus palabras de aliento han sido la motivación que necesitábamos para perseverar en momentos difíciles.

Reconocemos a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República por proporcionar los recursos necesarios y el entorno propicio que permitieron llevar a cabo esta investigación.

Este proyecto ha sido un esfuerzo colectivo, y cada colaborador desempeñó un papel vital en su éxito. A todos, les agradecemos sinceramente por formar parte de este enriquecedor viaje académico.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Resumen

La presente tesis se centra en el diseño mecánico de una prótesis deportiva transtibial, abordando de manera integral las diversas etapas del proceso. Inicialmente, se presenta una revisión exhaustiva del estado del arte, justificando la importancia de este trabajo. Los objetivos, tanto generales como específicos, están diseñados para guiar el desarrollo de un ejercicio de diseño, destacando la consideración de cargas específicas, el modelado CAD, la simulación mediante el Método de Elementos Finitos (Ansys) y la evaluación de la viabilidad económica.

El marco teórico abarca temas esenciales como el estudio biomecánico y anatómico, el análisis socioeconómico y comercial, así como el estudio detallado de materiales, con un enfoque particular en los polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP). Se explora el modelado de materiales y la caracterización exhaustiva del CFRP, proporcionando la base teórica necesaria para el diseño.

La sección de Materiales y Métodos detalla los ensayos realizados, incluyendo la configuración y resultados de ensayos de tracción longitudinal, tracción transversal y tracción para cortante en CFRP. Además, se describe el proceso de modelado computacional, desde la selección de geometría hasta la simulación en Ansys.

Los resultados presentados abarcan tanto los ensayos de propiedades mecánicas del CFRP como los resultados computacionales, proporcionando datos cruciales sobre desplazamientos, energía y esfuerzos. Se destacan observaciones significativas derivadas de estos resultados.

En conclusión, esta investigación ha explorado de manera integral el diseño mecánico de una prótesis deportiva transtibial, abordando las distintas fases del proceso. Desde la revisión del estado del arte hasta la realización de ensayos y simulaciones computacionales, cada etapa ha contribuido al entendimiento y avance en el diseño de prótesis.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Tabla de contenidos

Agradecimientos	I
Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.2. Justificación	6
1.3. Objetivos	7
1.3.1. Objetivo General	7
1.3.2. Objetivos Específicos	7
1.4. Alcance	7
2. Marco teórico	9
2.1. Prótesis de Piernas	9
2.1.1. Tipos de Prótesis de Piernas	9
2.1.2. Prótesis transtibiales: características y diseño	11
2.1.3. Casos de uso en el deporte	12
2.2. Estudio socio-económico y comercial	13
2.2.1. Análisis de viabilidad económica	14
2.3. Estudio biomecánico y anatómico	16
2.3.1. Consideraciones Preliminares sobre la Marcha	16
2.3.2. Biomecánica de la Carrera	17

Tabla de contenidos

2.3.3. Modelo Dinámico	21
2.4. Estudio de materiales	28
2.4.1. Tipos de materiales	28
2.4.2. Materiales compuestos	29
2.4.3. Polímeros Reforzados con Fibras de Carbono (CFRP)	32
2.5. Modelado de materiales	35
2.5.1. Relaciones entre constantes matemáticas y de ingeniería	43
2.5.2. Transformación de esfuerzos y deformaciones	48
2.5.3. Transformación de Parámetros Elásticos	49
2.5.4. Análisis de Laminados Multidireccionales	52
2.5.5. Análisis mediante la Teoría del Laminado en una Prótesis Deportiva Transtibial	63
2.6. Caracterización de CFRP	64
2.6.1. Introducción	64
2.6.2. Análisis del material	66
2.6.3. Maquinas de ensayo y medidas de deformaciones y desplazamientos	69
2.6.4. Caracterización de los materiales constitutivos	77
2.6.5. Caracterización de la lamina	80
2.6.6. Otros Ensayos	91
2.7. Elementos Finitos	91
2.7.1. Malla de Elementos Finitos	93
2.7.2. Condiciones de Contorno	95
2.7.3. Restricciones	97
2.7.4. Teoría del método de elementos finitos	97
3. Materiales y Métodos	105
3.1. Ensayos	105
3.1.1. Material utilizado	105

Tabla de contenidos

3.1.2.	Configuración de los Ensayos	106
3.1.3.	Ensayos de Verificación	108
3.1.4.	Ensayo de Traccion longitudinal en CFRP	110
3.1.5.	Ensayo de Tracción Transversal de CFRP	112
3.1.6.	Ensayo de Tracción para cortante	113
3.2.	Modelado Computacional	115
3.2.1.	Selección de Geometría	115
3.2.2.	Material	115
3.2.3.	Simulación en Ansys	116
4.	Resultados y análisis	121
4.1.	Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP	121
4.1.1.	Ensayo de tracción longitudinal	121
4.1.2.	Ensayo de tracción transversal	127
4.1.3.	Ensayo de Tracción para cortante	133
4.2.	Resultados computacionales y análisis	138
4.2.1.	Desplazamientos	138
4.2.2.	Energía y esfuerzos	139
4.2.3.	Observaciones	140
4.2.4.	Análisis	142
5.	Conclusiones	145
6.	Direcciones futuras	149
A.	Datos	151
	Referencias	153
	Índice de tablas	157
	Índice de figuras	158

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Capítulo 1

Introducción

La práctica regular de actividad física ofrece innumerables beneficios que mejoran la calidad de vida, tanto a nivel físico como mental. Entre sus ventajas más destacadas se encuentran la mejora de las funciones cardiovasculares, la reducción del riesgo de enfermedades crónicas degenerativas, el fortalecimiento de la salud mental, el desarrollo óseo y muscular, la prevención del sobrepeso y la obesidad, y la disminución de enfermedades relacionadas con estas condiciones. [1]

Sin embargo, para aquellas personas que han experimentado la pérdida parcial o total de miembros, la práctica de ejercicio puede volverse más compleja, lo que hace necesaria la utilización de prótesis. Las prótesis son dispositivos diseñados para reemplazar partes faltantes del cuerpo, mejorando significativamente la calidad de vida de quienes las utilizan.

En el caso de personas amputadas, contar con una prótesis deportiva resulta fundamental para realizar actividades físicas, no solo con fines competitivos, sino también con una visión más ambiciosa de devolverles la sensación de plenitud y libertad que proviene de la práctica cotidiana del ejercicio.

Las prótesis transtibiales están diseñadas para aquellos casos en los que la amputación se ha realizado a nivel de tibia y peroné, conservando la rodilla pero perdiendo el tobillo y el pie. Existen diversos tipos de prótesis transtibiales que se adaptan a las necesidades y características individuales de cada paciente, incluyendo variantes para adultos, niños, diabéticos y deportistas. Cada una de estas variantes presenta diferentes cualidades en su diseño, materiales y posibles aditamentos especiales para restituir funciones y recuperar el estilo de vida de cada paciente.

Las prótesis deportivas están especialmente diseñadas para la práctica de deportes de alto rendimiento, y cuentan con tecnologías y materiales adecuados para cada actividad deportiva.

En Uruguay, se ha impulsado activamente el deporte a través de la creación de

Capítulo 1. Introducción

bicisendas y espacios deportivos, fomentando así la actividad física desde temprana edad. Sin embargo, no todas las personas tienen la posibilidad de realizar el deporte que desean debido a diversas limitaciones, como la falta de tiempo, enfermedades que restringen la práctica de ejercicio o malformaciones, entre otras.

Además, las prótesis deportivas tienen un costo elevado para economías en desarrollo, lo que hace necesario investigar y desarrollar materiales que permitan fabricar prótesis más accesibles en el ámbito global.

En el contexto de personas con amputaciones, no todos tienen la posibilidad de acceder a prótesis deportivas, ya que estas son menos comunes en comparación con las prótesis funcionales, que han experimentado un mayor desarrollo y mejoras. Las prótesis deportivas suelen ser escasas, costosas e incluso difíciles de obtener en Uruguay.

1.1. Estado del arte

Los orígenes de las prótesis se remontan a varias civilizaciones avanzadas de la antigüedad, tales como India, Egipto, Grecia y Roma, alrededor del año 300 a.C. Se sostiene que las primeras prótesis funcionales del mundo fueron creadas en el Antiguo Egipto, incluso antes de la prótesis más antigua conocida, la pierna Capua Romana, que se data en el 300 a.C. (ver Figura 1.1) [2].



Figura 1.1: Pierna de Capua Romana [3].

La conceptualización y el empleo de las prótesis se vieron principalmente impulsados por la necesidad de restaurar la función y/o mejorar la apariencia. Dentro de la literatura del *Aparejo Veda*, un antiguo poema sagrado, se encuentra el relato

1.1. Estado del arte

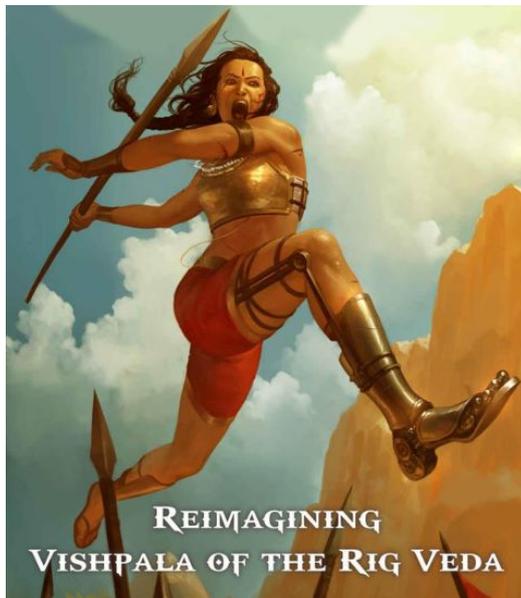


Figura 1.2: Reina guerrera Vishpla [5].

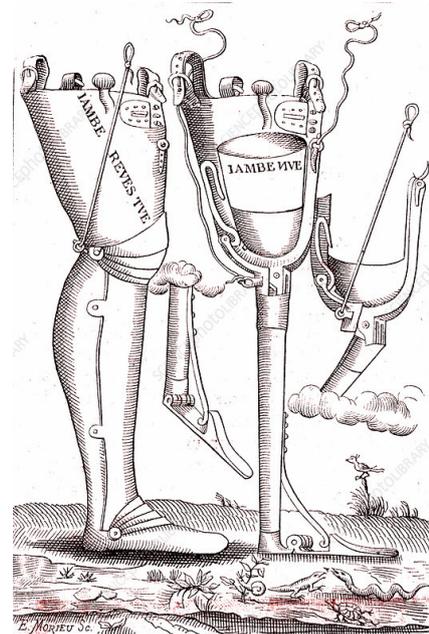


Figura 1.3: Prótesis de Ambroise Paré [6].

en el libro *Rig Veda* (escrito entre 3.500 y 1.800 años a.C.), que narra la historia de Vishpla, una reina guerrera india. Vishpla, tras sufrir una amputación, recibió una prótesis de pierna de hierro que le permitió caminar y regresar al campo de batalla (Figura 1.2) [2, 4].

Tanto la civilización india como la egipcia desarrollaron prótesis con el objetivo de mejorar la función y la apariencia. Fue recién con los romanos y los griegos que se priorizó el desarrollo de prótesis con fines rehabilitadores [2].

En el siglo XVI, el cirujano francés Ambroise Paré realizó importantes avances en el diseño de prótesis para extremidades inferiores. Sus diseños, que incluían articulación en la rodilla y un pie protésico, eran mucho más realistas y funcionales que las versiones anteriores (Figura 1.3) [2].

Pieter Adriaanszoon Verduyn de Holanda y James Potts de Inglaterra también hicieron importantes contribuciones al desarrollo de prótesis de extremidad inferior en la era industrial. Verduyn, en 1696, desarrolló una prótesis transtibial capaz de desbloquearse en la articulación de la rodilla (Figura 1.4). Por su parte, Potts en 1843 creó una prótesis de miembro inferior con la capacidad de proporcionar flexión dorsal, que consiste en orientar el dedo del pie hacia la tibia. Potts empleó materiales representativos de la época, como el acero, cuero y madera (Figura 1.5) [2, 7].

El concepto de prótesis finalmente se extendió a Japón, donde experimentó un cambio de paradigma con la introducción de estándares médicos europeos y

Capítulo 1. Introducción

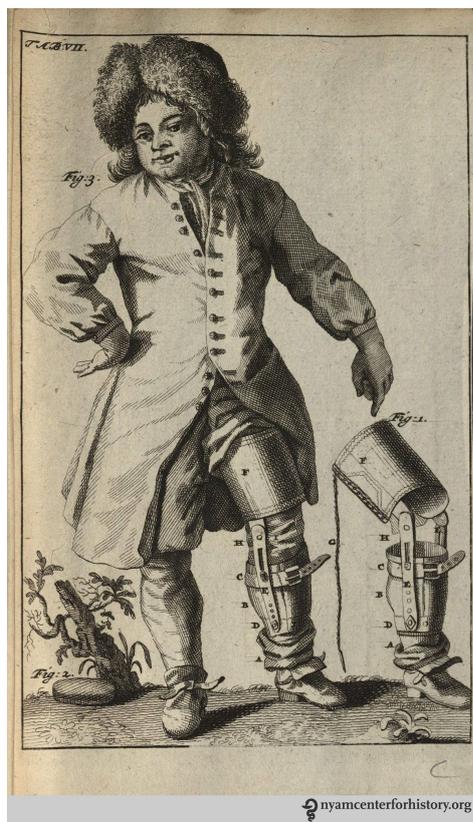


Figura 1.4: Prótesis de Verduyn [8].



Figura 1.5: Prótesis de Potts [9].

la llegada de las obras de Ambroise Paré en el siglo XVIII. El primer ciudadano japonés en usar una prótesis fue Tanosuke Sawamura III, un actor de Kabuki, a finales de 1860 (Figura 1.6). El principal impulsor para el desarrollo de la tecnología de prótesis en Japón fue la necesidad de tratar a los soldados heridos en la guerra. La falta de materia prima luego de la Segunda Guerra Mundial impulsó la búsqueda de materiales alternativos. Los japoneses comenzaron a utilizar bambú autóctono para las prótesis de pierna para luego continuar con investigaciones y desarrollo en esta área [10].

La Guerra Civil Americana (1861-1865) también impulsó los avances en la tecnología de prótesis, con el Congreso de Estados Unidos aprobando una legislación para proporcionar prótesis gratuitas a los veteranos que perdieron extremidades en la guerra. El veterano J.E. Hanger fundó su propia empresa dedicada a avanzar en las tecnologías de prótesis [2].

Hacia el año 1900, las grandes potencias innovaron con diseños decorativos y diseños especializados en actividades específicas.

Los esfuerzos de investigación y desarrollo para las tecnologías de prótesis se vieron acelerados por la necesidad de tratar el gran número de amputados como resultado de las dos guerras mundiales. Estos esfuerzos han contado con el apoyo de



Figura 1.6: Prótesis Tanosuke Sawamura [9].

diferentes instituciones y han dado lugar a importantes avances en el campo, como la articulación de rodilla y la prótesis tobillo sólido-talón amortiguado (SACH) (Figura 1.7) [2].

Las prótesis deportivas encuentran sus inicios en 1976 cuando el deportista estadounidense Van Phillips desarrolla el “Flex-Foot®” (Figura 1.8). En aquel entonces, Phillips, estudiante en Arizona, experimentó una amputación y, al decidir perseverar en la práctica deportiva, se percató de la falta de idoneidad de las prótesis disponibles. En 1982, se asoció con Dale Abildskov, un ingeniero especializado en compuestos aeroespaciales mientras trabajaba en la Universidad de Utah. Su enfoque consistió en modelar un material de fibra de carbono, reconocido en la industria aeroespacial por su robustez y flexibilidad, en una forma de L. Luego, se integró una suela en la parte inferior y un socket protésico en la superior. Este diseño permitió que la presión al apoyar el talón se transformara en energía, generando un impulso al caminar y replicando la fuerza motriz de un pie convencional. Así, el innovador “Flex-Foot®” permitió correr y saltar al portador al almacenar y liberar energía durante la fase de contacto con el suelo (ESAR) [11].

La prótesis transtibial moderna se utiliza para tres propósitos diferentes: proporcionar soporte estructural, almacenar y devolver energía. La prótesis SACH se usa principalmente para proporcionar soporte estructural, mientras que las próte-

Capítulo 1. Introducción



Figura 1.7: Pie de tipo SACH [12].



Figura 1.8: Flex foot [13].

sis ESAR almacenan energía durante una fase de la marcha y luego la devuelven en otra fase. Algunas versiones de las prótesis ESAR son pasivas, mientras que otras tienen mecanismos para controlar la entrega de energía. Desde el punto de vista biomecánico, el movimiento de la pierna humana durante la marcha consta de dos fases alternativas: la fase de contacto o apoyo y la fase de balanceo [2].

Los avances en los materiales, los microprocesadores y los sensores permitieron el desarrollo de prótesis robóticas inteligentes. Estas prótesis modernas son sistemas mecatrónicos que se ajustan inteligentemente a varias fases del ciclo de marcha, proporcionando al usuario una función restauradora máxima. La trayectoria evolutiva de la tecnología de prótesis ofrece muchas promesas para el futuro, con avances continuos en las tecnologías y técnicas quirúrgicas de apoyo [2].

1.2. Justificación

La prótesis es un elemento de vital importancia para las personas que la requieren, ya que les permite realizar tareas cotidianas que, sin ellas, serían imposibles.

La motivación detrás de este proyecto se basa en la importancia de mejorar la calidad de vida de las personas en situación de discapacidad y brindarles la posibilidad de participar en actividades físicas. En la actualidad, el deporte juega un papel fundamental en la vida de muchas personas, pero para aquellas en situación de discapacidad, la posibilidad de practicarlo es muy limitada o incluso imposible.

La mayoría de las prótesis deportivas se encuentran fuera de nuestro país y, cuando se consiguen, su costo es elevado. Esta situación nos motiva a estudiar alternativas y variantes que permitan que un mayor número de personas acceda a este elemento.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

El propósito fundamental de este trabajo es llevar a cabo un ejercicio integral básico de diseño mecánico para una hoja de prótesis deportiva transtibial, abordando diversas etapas del proceso. Se realizarán ensayos para caracterizar las propiedades del material compuesto de fibra de carbono seleccionado. Además, se emplearán herramientas de diseño asistido por computadora (CAD) y simulación mediante el Método de Elementos Finitos (Ansys), considerando las cargas específicas a las que estará sometida la prótesis.

1.3.2. Objetivos Específicos

Con el objetivo general en mente, se llevarán a cabo los siguientes pasos:

1. Establecer y definir las cargas a las que estará sometida la prótesis deportiva transtibial.
2. Caracterizar el material compuesto de fibra de carbono mediante ensayos, proporcionando datos esenciales para la simulación y diseño.
3. Desarrollar un modelo matemático que represente la ecuación constitutiva del laminado de material compuesto de fibra de carbono, permitiendo su incorporación en las simulaciones de Ansys.
4. Realizar un análisis del modelo de hoja de prótesis conocida utilizando software CAD, asegurando una representación adecuada del componente.
5. Utilizar el Método de Elementos Finitos (Ansys) para simular el comportamiento de la prótesis bajo las cargas definidas, proporcionando información valiosa.
6. Evaluar la viabilidad técnica del proceso de fabricación del componente de la prótesis deportiva, considerando aspectos de costos asociados al material y proceso de manufactura.

1.4. Alcance

El alcance de este proyecto se centra en el diseño mecánico de una prótesis deportiva transtibial utilizando herramientas de diseño asistido por computadora y en la realización de pruebas para validar su funcionamiento. Además, se abordarán aspectos relacionados con las propiedades mecánicas del material seleccionado y

Capítulo 1. Introducción

su viabilidad fabricación. Sin embargo, no se contemplará la fabricación ni la implementación clínica de la prótesis en pacientes.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Prótesis de Piernas

En los últimos años, el campo de la prótesis ha experimentado notables avances, dando lugar a una amplia variedad de tipos de prótesis. Estas se caracterizan por la región que reemplazan, su función específica y los materiales empleados en su construcción. La diversidad de opciones refleja la evolución constante en la búsqueda de soluciones más funcionales y adaptadas a las necesidades de los usuarios.

La tecnología ha revolucionado este campo, introduciendo innovaciones que mejoran tanto la funcionalidad como la experiencia de quienes utilizan prótesis de piernas. Desde sistemas de control avanzados hasta materiales de vanguardia, la tecnología ha facilitado el desarrollo de prótesis más cómodas, eficientes y personalizadas. Sensores inteligentes, actuadores y sistemas de ajuste automático son algunas de las características tecnológicas que han transformado la interacción de las prótesis con el cuerpo y el entorno. Estas innovaciones no solo mejoran la movilidad, sino que también abren nuevas posibilidades en el ámbito deportivo y recreativo, permitiendo a los usuarios alcanzar niveles más altos de independencia y participación.

2.1.1. Tipos de Prótesis de Piernas

La elección del tipo de prótesis apropiado es crucial y se basa en una variedad de factores, como la ubicación y el nivel de amputación (Figura 2.1), la actividad prevista del usuario y las metas funcionales a lograr.

Las prótesis de piernas se dividen en dos grupos principales en función de su ubicación con respecto a la rodilla. Por un lado, se encuentran las prótesis por

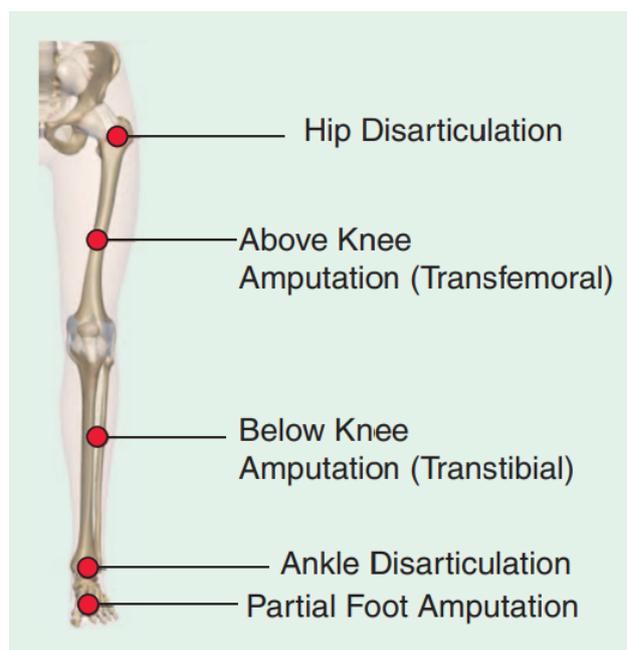


Figura 2.1: Niveles de amputación en relación con la rodilla [14].

encima de la rodilla. Estas están diseñadas para usuarios que han experimentado amputaciones en niveles más altos, como a nivel de la cadera (desarticulación de cadera) o en la parte superior del muslo (amputación transfemoral). En este grupo, las prótesis enfrentan el reto de compensar la pérdida de la articulación de la rodilla, y deben proporcionar un soporte y equilibrio óptimos, permitiendo a los usuarios llevar a cabo diversas actividades cotidianas.

Por otro lado, se encuentran las prótesis por debajo de la rodilla. Aquí se incluyen las prótesis destinadas a usuarios con amputaciones en niveles más bajos, como la parte inferior de la pierna (transtibial), el tobillo (desarticulación de tobillo) y, en ciertos casos, una amputación parcial del pie. Las prótesis transtibiales aprovechan la articulación de la rodilla existente, lo que facilita un mayor rango de movimiento. Esto permite a los usuarios flexionar y extender la rodilla, lo que resulta esencial para actividades como caminar, correr y subir escaleras.

Por su parte, las prótesis para amputaciones de tobillo y pie se centran en mantener el equilibrio y proporcionar un soporte adecuado. La articulación del tobillo es crucial para mantener la estabilidad al caminar y realizar actividades diarias. Por lo tanto, estas prótesis deben compensar la pérdida de esta articulación y garantizar que los usuarios puedan moverse con confianza y seguridad.

En casos de amputaciones parciales de pie, las prótesis buscan ofrecer funcionalidad sin comprometer más tejido. Estas prótesis están diseñadas para mantener una parte del pie original y proporcionar soporte a la estructura restante. El diseño y ajuste precisos son esenciales para lograr un equilibrio adecuado y permitir que

el usuario camine de manera cómoda y natural.

La elección entre estos tipos de prótesis no solo depende del nivel de amputación, sino también de las metas funcionales del usuario. Los diseñadores trabajan en estrecha colaboración con los usuarios para comprender sus necesidades individuales y desarrollar prótesis personalizadas que mejoren su calidad de vida y les permitan participar activamente en actividades diarias y deportivas.

2.1.2. Prótesis transtibiales: características y diseño

Las prótesis transtibiales constan de elementos claves que permiten su funcionalidad. El casquete (socket), que actúa como interfaz entre la prótesis y la extremidad residual, y el forro que absorbe energía entre el casquete y la extremidad, son críticos para lograr un ajuste adecuado a las necesidades únicas de las personas con amputación. Además, el pilar o pylon, ubicado entre el socket y la estructura del tobillo-pie, proporciona soporte estructural. Tradicionalmente, el pylon se ha fabricado con materiales metálicos convencionales, pero también se están explorando alternativas locales y geográficas, como el bambú.

La Figura 2.2 ilustra las principales partes de una prótesis transtibial, incluyendo el casquete, el forro y el pylon, que son elementos cruciales en su diseño y funcionamiento.

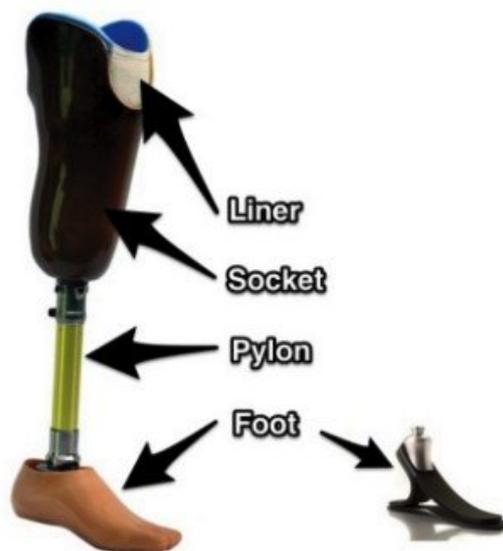


Figura 2.2: Principales partes de una prótesis transtibial.

La selección de los materiales constituye un factor de importancia primordial en la creación de las prótesis transtibiales, buscando el equilibrio entre resistencia, peso y comodidad. Los casquetes pueden estar confeccionados a partir de

Capítulo 2. Marco teórico

termoplásticos o compuestos que permiten una adaptación a la forma única del muñón. En cuanto a los componentes del pilar y del pie protésico, se opta por materiales ligeros y resistentes, como el aluminio o la fibra de carbono.

La prótesis transtibial más fundamental es la prótesis de tobillo sólido con talón amortiguado (SACH). Aunque su simplicidad y accesibilidad son notables, la SACH es rígida y carece de capacidad de aportar energía durante la marcha. Como respuesta a esta limitación, surgieron las prótesis de almacenamiento y retorno de energía (ESAR) en la década de 1980 [15]. Estas prótesis transforman la selección de materiales con el fin de acumular y retornar energía durante la marcha. Aunque más complejas y costosas que la SACH, las ESAR pueden mejorar la contribución de energía en la fase final de la marcha. Las variantes más avanzadas de estas prótesis incorporan componentes mecatrónicos para regular la liberación de energía en distintas etapas de la marcha. Además, las prótesis de última generación, con motorización incorporada, proveen energía mecánica y control durante diferentes fases del ciclo de la marcha.

La Figura 2.3 muestra una comparativa visual entre la prótesis de tobillo sólido y talón amortiguado (SACH), la prótesis de almacenamiento y retorno de energía (ESAR) Renegade, y el pie ESAR Nitro específico para correr.

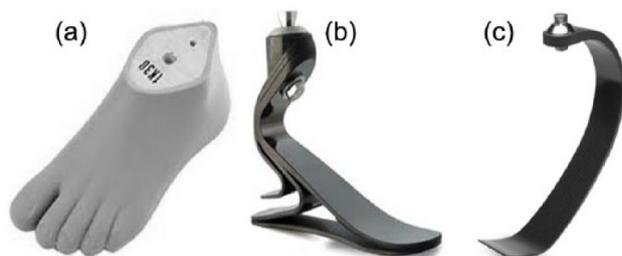


Figura 2.3: Tres pies protésicos: (a) SACH, (b) ESAR Renegade de propósito general, y (c) ESAR Nitro específico para correr [16].

2.1.3. Casos de uso en el deporte

Los casos de uso en el ámbito deportivo ilustran cómo las prótesis transtibiales han impactado positivamente en la vida de atletas amputados en diversas disciplinas. A través de ejemplos concretos, es evidente cómo estas prótesis han permitido a los atletas superar desafíos y alcanzar logros significativos.

En el atletismo, por ejemplo, los corredores con prótesis transtibiales han demostrado un rendimiento excepcional en carreras de velocidad y larga distancia. La capacidad de las prótesis para proporcionar un retorno de energía eficiente y una mejor absorción de impactos ha llevado a tiempos más rápidos y una mayor resistencia en los atletas. Disciplinas como el salto en largo y el salto de altura también han sido impactadas positivamente por las prótesis, permitiendo a los

2.2. Estudio socio-económico y comercial

atletas realizar movimientos atléticos más cercanos a los de sus contrapartes no amputadas.

En deportes colectivos como el fútbol o el baloncesto, las prótesis transtibiales han permitido a los jugadores amputados participar en igualdad de condiciones con otros jugadores. La capacidad de moverse rápidamente y cambiar de dirección es esencial en estos deportes, y las prótesis han demostrado ser una herramienta valiosa para garantizar que los jugadores puedan contribuir al equipo de manera efectiva [17].

2.2. Estudio socio-económico y comercial

En el marco del proyecto de fin de carrera, se lleva a cabo un estudio socio-económico y comercial. En esta sección, se analizará la viabilidad desde diversas perspectivas, considerando aspectos socioeconómicos y comerciales relacionados con la accesibilidad, la demanda del mercado y la situación actual de las prótesis en Uruguay y a nivel mundial.

En el año 2020, se estima que alrededor de 65 millones de personas en todo el mundo vivían con amputaciones de miembros, y anualmente, cerca de 1.5 millones de personas experimentaban amputaciones, principalmente de extremidades inferiores. Esta creciente necesidad de atención protésica se proyecta duplicarse para el año 2050, afectando principalmente al 64 % de las personas con amputaciones que residen en países de ingresos bajos y medianos. A pesar de que el uso de prótesis ha demostrado mejorar significativamente la calidad de vida y reducir la mortalidad en este grupo, la Organización Mundial de la Salud (OMS) estima que solo entre el 5 % y el 15 % de los amputados que requieren dispositivos protésicos en países de ingresos bajos y medianos tienen acceso a ellos [18].

En naciones con recursos limitados, es común enfrentar una escasez de opciones de componentes protésicos disponibles para adquirir localmente. Los protesistas y los profesionales de la salud suelen mantener un inventario de componentes, pero se encuentran con dificultades para anticipar las necesidades de los usuarios que buscan atención. Esto conlleva a largos períodos de espera, adquisiciones costosas e ineficientes, y desafíos logísticos. Además, los proveedores extranjeros suelen representar la única alternativa para los usuarios que desean realizar pedidos individuales después de evaluaciones médicas, lo que agrega complejidad al proceso. Esta situación se traduce en limitaciones de opciones de productos para satisfacer las diversas necesidades de los usuarios, y las opciones modulares existentes en países con recursos limitados son costosas [18].

Dada la situación actual para obtener prótesis sin propósitos deportivos, se evidencia que solo una minoría tiene la posibilidad real de acceder a prótesis deportivas, principalmente debido a su elevado costo y las opciones limitadas disponibles.

Capítulo 2. Marco teórico

En el contexto de Uruguay, las prótesis destinadas a usos no laborales carecen de cobertura por parte del Banco de Previsión Social y el Ministerio de Desarrollo Social. Aunque se están ejecutando programas de accesibilidad, las prótesis deportivas aún no son una prioridad en la agenda. La falta de asignación de recursos financieros complica el acceso a estas prótesis, afectando negativamente la calidad de vida de las personas amputadas.

A nivel mundial, los países líderes en innovación y tecnología de apoyo incluyen a China, Estados Unidos, Alemania, Japón y Corea del Sur. Sin embargo, solo una de cada diez personas que requieren estos productos a nivel global logra acceder a ellos [17].

En cuanto al mercado internacional de componentes protésicos, está ampliamente dominado por un reducido grupo de empresas que se enfocan principalmente en los mercados de naciones con ingresos elevados. A pesar de esto, se están perfilando proveedores de bajo costo. La accesibilidad para los usuarios se ve fuertemente influenciada por el costo, que está mayormente determinado por los componentes protésicos. Los profesionales en este campo carecen de información de mercado y claridad sobre la calidad de los componentes más asequibles, lo que limita su entrada en países con bajos ingresos.

Según la información proporcionada por expertos, Uruguay presenta oportunidades significativas para mejorar su tecnología de apoyo. A diferencia de otros países, persiste el uso del término “talleres” de ortopedia, cuando en realidad se trata de laboratorios. Aunque existen profesionales “idóneos”, la cantidad de expertos en el campo de la ortoprótesis es insuficiente en Uruguay. Además, la mayoría de los casos de amputación en el país son resultado de enfermedades y afectan a personas mayores, lo que convierte al grupo de amputados que requieren prótesis deportivas en una minoría.

Debido a la naturaleza altamente personalizada de las prótesis y la falta de un desarrollo adecuado en los mercados local e internacional, excepto en algunos países, se presenta una dificultad para establecer rangos de precios estándar para estos dispositivos.

Se estima que el costo de las cuchillas Flex-Foot Cheetah varía entre 15.000 USD y 18.000 USD, siendo este el componente más costoso de este tipo de prótesis y el principal obstáculo para su accesibilidad económica [19].

2.2.1. Análisis de viabilidad económica

En esta sección, se aborda el análisis de viabilidad económica del proyecto centrado en el diseño de una prótesis deportiva transtibial. Para obtener una perspectiva práctica y valiosa, se llevó a cabo una entrevista con Francisco García, representante de Össur en Bergantños, una empresa especializada en ortopedia. A través de esta entrevista, se obtuvieron datos cruciales que proporcionan informa-

2.2. Estudio socio-económico y comercial

ción sobre diversos aspectos relacionados con las prótesis deportivas transtibiales.

En términos de mercado, se identificó un segmento reducido de personas amputadas que participan en deportes de alta competencia, específicamente carreras. Sin embargo, este nicho para prótesis deportivas transtibiales es limitado debido a la selectividad de las personas para la práctica deportiva. Además, se resalta la recomendación médica de optar por deportes de menos impacto, como el ciclismo, no solo por el desgaste significativo que puede experimentar el muñón al correr, sino también debido al impacto considerable que la carrera puede tener en el muñón y su transmisión al cuerpo.

En relación con el diseño del *socket*, se reconoce su importancia fundamental, especialmente considerando que materiales como el polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP) y plásticos flexibles son esenciales para lograr un ajuste preciso y cómodo. Este aspecto se vuelve crucial, ya que la calidad de este componente influye significativamente en la comodidad y el rendimiento del usuario.

Una variable crítica en la selección de prótesis deportivas es la respuesta dinámica, que representa el porcentaje de energía que devuelve la prótesis al usuario. La entrevista reveló que las prótesis de CFRP superan significativamente en este aspecto a los pies protésicos convencionales. Sin embargo, este nivel de especialización y rendimiento tiene un costo, con prótesis deportivas que pueden alcanzar los USD 18.000, considerablemente más caras que los modelos convencionales utilizados para caminar.

La adaptabilidad y personalización de las prótesis son esenciales, ya que los muñones tienden a cambiar de tamaño con el tiempo, requiriendo ajustes continuos. Cada prótesis se adapta a las necesidades específicas del paciente, y la respuesta a las sensaciones individuales juega un papel crucial en el proceso de ajuste.

Un desafío identificado en Uruguay es la falta de laboratorios avanzados para realizar alineaciones biomecánicas, una parte fundamental del diseño de prótesis. Esto lleva a recomendar centros especializados en el extranjero para casos específicos, especialmente aquellos que buscan practicar deportes de alta competencia y requieren ajustes biomecánicos precisos.

En conclusión, el análisis de viabilidad económica ha revelado que Uruguay presenta desafíos significativos para el desarrollo exitoso de prótesis deportivas transtibiales, específicamente en el ámbito de la alineación biomecánica. Dada la baja demanda de este tipo de prótesis y la limitada cantidad de personas que practican deportes de alta competencia, se considera que la inversión necesaria para implementar un laboratorio especializado en Uruguay resulta desproporcionada en comparación con los beneficios potenciales. Se destaca la importancia de contar con centros especializados en el extranjero para la adaptación y ajuste posterior de las prótesis, ya que la etapa de alineación biomecánica es fundamental para garantizar el confort y rendimiento del usuario.

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

2.3.1. Consideraciones Preliminares sobre la Marcha

La marcha humana se define como un conjunto rítmico y alternante de movimientos de las extremidades inferiores y el tronco, que permite el desplazamiento coordinado a través de la acción conjunta del sistema locomotor humano. Actualmente, el análisis de la marcha es un enfoque interdisciplinario que involucra a médicos, ingenieros y especialistas en rehabilitación [20]. Estos profesionales investigan los patrones cinemáticos, cinéticos y energéticos del movimiento de cada individuo. Los modelos cuantitativos han reemplazado eficazmente a los enfoques no tangibles en el análisis de la marcha, permitiendo un examen detallado de su comportamiento. La importancia del estudio de la marcha humana se basa en identificar y analizar los movimientos normales o patológicos a partir de un modelo simplificado [21].

Existen diferentes modelos que describen la marcha humana, desde el péndulo simple invertido hasta complejos algoritmos computacionales. El modelo estadístico, aunque ampliamente conocido, presenta una gran variabilidad en sus resultados debido a su base en patrones simplificados y dinámicos [22].

Modelos más actuales buscan aproximaciones basadas en la dinámica fundamental, representando las componentes del sistema mediante ecuaciones lineales o diferenciales complejas. Sin embargo, estos modelos presentan desafíos al analizar la marcha de pacientes reales y determinar sus condiciones iniciales [20].

Un enfoque más realista implica representar cada componente del sistema músculo-esquelético como un conjunto simple de modelos biomecánicos que interactúan [23]. Aunque estos modelos han permitido aproximar interacciones, aún se busca comprender la forma en la que estos sistemas interactúan para producir movimientos eficientes en términos de energía [24].

La marcha humana se describe mediante periodos y fases que constituyen un ciclo, iniciándose y concluyendo con el contacto inicial de un pie, como se observa en la Figura 2.4. En este contexto, se emplea el ciclo de marcha como guía, dividiéndolo en dos periodos fundamentales. El periodo de soporte, que abarca el 62 % del ciclo total, representa el tiempo en el cual un pie permanece en contacto con el suelo, permitiendo la transferencia de la carga corporal de una extremidad a otra y el avance sobre el pie de soporte. Por otro lado, el periodo de balanceo, constituyendo el 38 % del ciclo, se caracteriza por el tiempo en el cual una de las extremidades inferiores se eleva y oscila en el aire, propulsando hacia adelante el movimiento. Estos parámetros temporales definen la secuencia y duración de acciones sucesivas durante la marcha, contribuyendo a una comprensión detallada de este proceso fundamental en la locomoción humana [25].

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

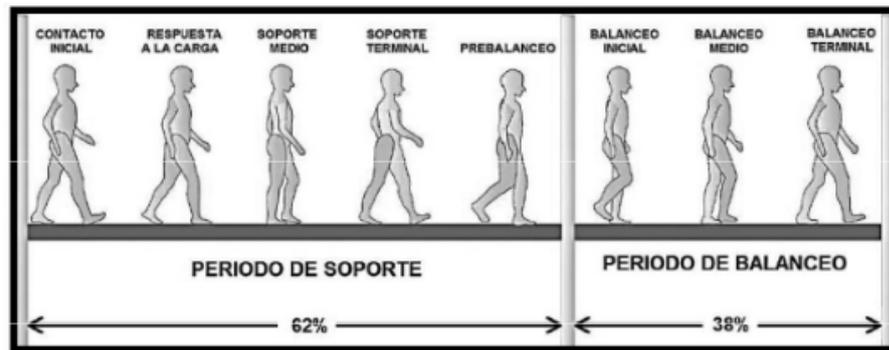


Figura 2.4: Ciclo de la marcha y sus Fases [25].

2.3.2. Biomecánica de la Carrera

El diseño de una prótesis deportiva transtibial requiere un profundo entendimiento de la biomecánica de la carrera. La interacción adecuada entre el cuerpo y la prótesis durante las distintas fases de la carrera es esencial para minimizar el impacto en los tejidos y optimizar el rendimiento.

La carrera se divide en dos fases principales: vuelo y apoyo [26]. La fase de vuelo, donde ningún pie está en contacto con el suelo, se subdivide en oscilación inicial, oscilación media y oscilación final, como se observa en la Figura 2.5.

1. **Oscilación Inicial:** La pierna se eleva, siendo crucial un recobro adecuado para garantizar eficiencia y evitar arrastrar la pierna.
2. **Oscilación Media:** La pierna se balancea hacia adelante, destacando la potencia de los flexores de cadera y la importancia de la propulsión.
3. **Oscilación Final:** La pierna se extiende hacia adelante, con el pie en la posición más adelantada, marcando el ángulo más elevado de la tibia.

La fase de apoyo ocurre cuando un pie está en contacto con el suelo y se divide en contacto inicial, amortiguación y propulsión/impulsión.

1. **Contacto Inicial:** El pie toca el suelo, determinando el patrón de pisada. Un desplazamiento excesivo hacia adelante puede resultar en overstride alto, que se refiere a una zancada excesivamente larga que puede generar fuerzas de frenado adicionales. Estas fuerzas deben minimizarse con una técnica de carrera adecuada.
2. **Amortiguación:** La pierna soporta el peso del cuerpo, lo que requiere una buena flexión y una musculatura central fuerte para evitar desalineaciones pélvicas y determinar el grado de compactación.

Capítulo 2. Marco teórico

3. **Propulsión/Impulsión:** La pierna empuja el suelo para propulsar el cuerpo hacia adelante, enfatizando la importancia de la activación de los extensores y una sincronización adecuada.



Figura 2.5: Fases de la carrera [26].

Es crucial resaltar la distinción biomecánica entre caminar y correr. La introducción de la fase de vuelo en la carrera provoca un cambio significativo que afecta la posición del pie en el suelo, la pronación y los procesos de absorción y propulsión del impacto.

La biomecánica de la marcha se caracteriza por un sistema masa resorte, en donde la pierna actúa como un resorte lineal. En la primera mitad de la fase de apoyo, se almacena energía elástica, que es retornada en la segunda fase de apoyo, este resorte se modela por la rigidez de la pierna [27].

La rigidez de la pierna está relacionada con la potencia total ejercida por la pierna, y por lo tanto, con la velocidad máxima de carrera. En un resorte más rígido el estiramiento y retroceso se dan con mayor rapidez y eficacia bajo grandes fuerzas, por lo que la transferencia de energía es más rápida. La ventaja de un resorte menos rígido radica en que se puede almacenar más energía con la misma fuerza [27].

Un corredor puede regular la rigidez del sistema tensando sus músculos para cambiar el ángulo de barrido θ y reducir el estiramiento vertical Δy con respecto al centro de masa. Sin embargo, para los corredores amputados, la rigidez está fija, dependiendo del diseño de la prótesis [27].

En un amputado transtibial, el modelo para la representación biomecánica difiere para cada pierna. Por una parte la pierna intacta se comporta como un resorte lineal, mientras que para la prótesis se modela como dos resortes en serie, el resorte del muñón y el resorte de la hoja. La Figura 2.6 representa la mecánica de la pierna íntegra y prostética durante la carrera. En la pierna íntegra, el resorte conecta el Centro de Masa (CoM) del atleta con el pie en contacto con el suelo. Donde Δy es la excursión vertical, θ es el ángulo barrido, L_0 es la longitud inicial de la pierna y ΔL es el acortamiento durante la fase de apoyo de la carrera. La

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

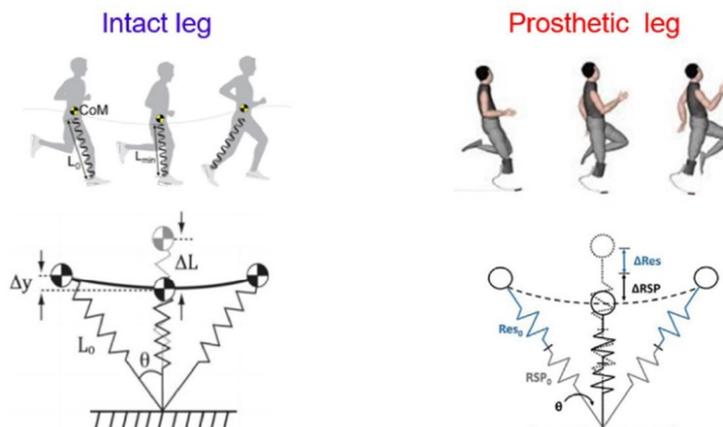


Figura 2.6: Modelo biomecánico masa resorte [27].

pierna protésica se modela como dos resortes lineales, el resorte residual de la pierna (Res_0) y el resorte de la prótesis (RSP_0). La excursión vertical de la pierna protésica es la suma del desplazamiento vertical del muñón residual (ΔRes) y el desplazamiento vertical de la prótesis (ΔRSP) [27].

Los músculos son los encargados de generar la energía mecánica a partir de las reacciones químicas, mientras que las prótesis deportivas presentan un carácter pasivo, es decir, almacenan energía para luego retornarla. Lo anterior determina que la potencia generada por un atleta amputado sea asimétrica [2]. Se observa en la Figura 2.7, que la potencia total en la pierna del atleta es la suma de las potencias ejercidas por los músculos que rodean las articulaciones de la cadera, la rodilla y el tobillo; mientras que en la pierna que presenta la prótesis la potencia total es la suma de la potencia muscular generada en las articulaciones de la cadera y la rodilla y la potencia liberada por la prótesis deportiva.

El objetivo principal de una prótesis deportiva transtibial es simular la experiencia de correr que se tiene con una pierna biológica. La hoja esta fabricada en CFRP y se comporta como un resorte pasivo. En general, los fabricantes ofrecen hojas de diferentes categorías de rigidez en función del peso corporal del atleta. Sin embargo, algunos atletas prefieren una prótesis mas flexible y otros optan por las mas rígidas.

La rigidez de una prótesis se puede calcular por la Ecuación 2.1, donde F es la fuerza máxima aplicada al suelo y ΔL la deformación de la prótesis desde el contacto hasta la mitad del apoyo como se observa en la Figura 2.8.

$$k_{RSP} = \frac{F}{\Delta L} \quad (2.1)$$

Como se observa en la Figura 2.9, la curva fuerza-desplazamiento de una prótesis tiene un perfil curvilíneo, lo que indica que la rigidez de la prótesis cambia con

Capítulo 2. Marco teórico

la magnitud de la fuerza aplicada. [27]

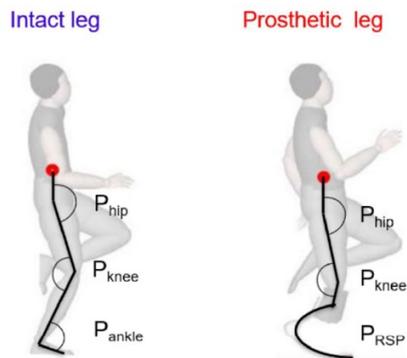


Figura 2.7: Fuentes de energía en pierna y prótesis [27].

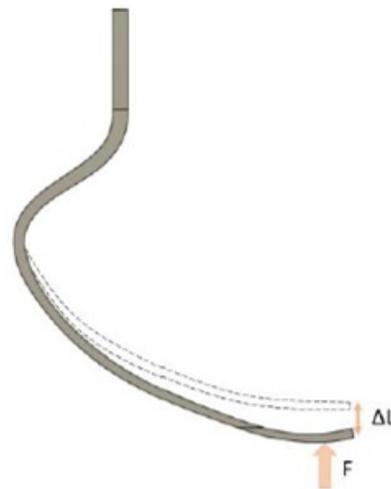


Figura 2.8: Deformación de la prótesis debido a una fuerza F [27].

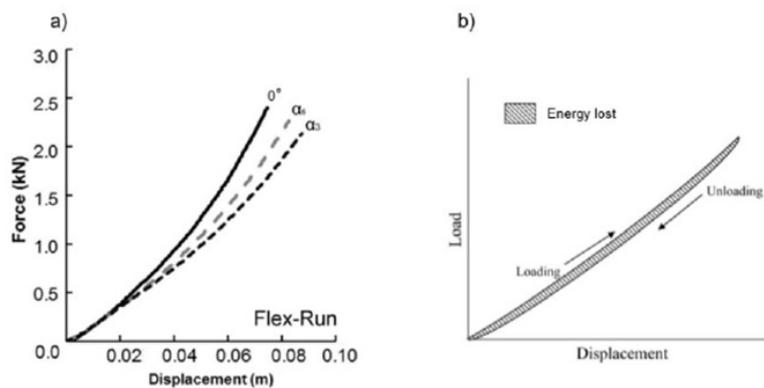


Figura 2.9: Curva Fuerza/Desplazamiento [28].

La energía almacenada por la prótesis está relacionada con su rigidez. Mientras que la pierna biológica presenta un comportamiento con amortiguamiento la prótesis es completamente elástica. Existe una pérdida de energía dada por la fricción entre el encaje y la piel, así como entre la hoja y el piso. Esta pérdida es la diferencia entre la energía elástica potencial almacenada y la energía devuelta y se denomina histéresis. [27]

2.3.3. Modelo Dinámico

Esta sección se enfoca en el desarrollo de un modelo dinámico destinado a la comprensión y análisis del comportamiento de las prótesis específicas para correr (RSPs) en el contexto de la actividad de carrera. El propósito fundamental de este modelo radica en la investigación de la influencia de las fuerzas de reacción del suelo (GRFs) en la carrera de individuos con amputaciones unilaterales que hacen uso de RSPs (ver Figura 2.10).

Las GRFs desempeñan un papel crucial en la evaluación de la biomecánica de la carrera y el rendimiento de las prótesis en personas con amputaciones. Este análisis se basa en un conjunto de datos obtenidos de personas con amputaciones unilaterales que emplean RSPs y se concentra en la influencia de estas GRFs en la carrera [29].

En la búsqueda por comprender en profundidad las implicaciones biomecánicas de las prótesis específicas para correr y su influencia en la locomoción de individuos con amputaciones transtibiales, se han considerado investigaciones claves que aportan información valiosa en este campo.

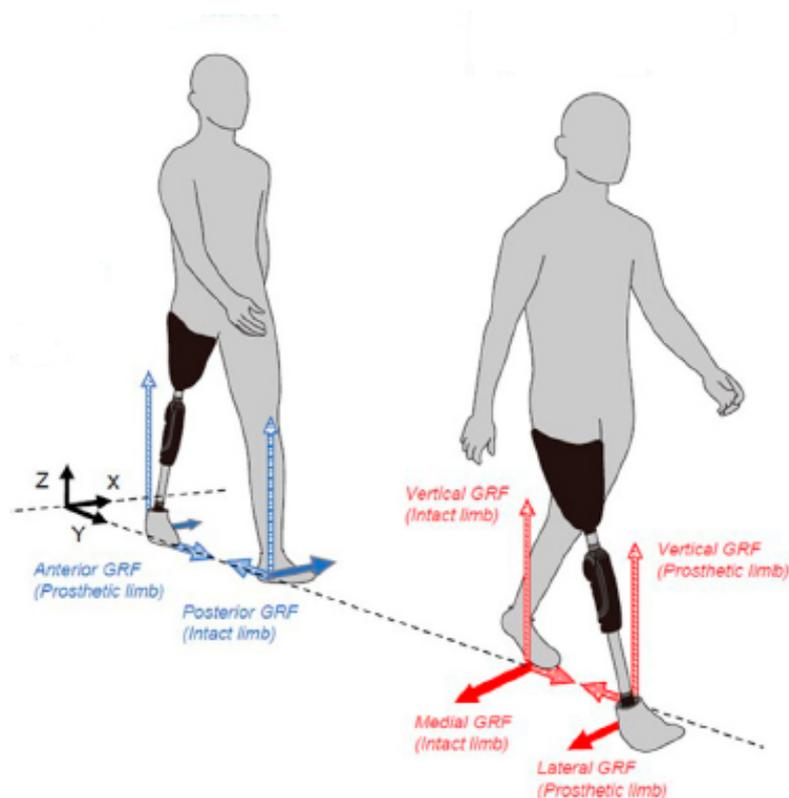


Figura 2.10: GRFs en las direcciones vertical (F_z), anteroposterior (F_y) y mediolateral (F_x) [30].

Uno de estos estudios, realizado por Tominaga y su equipo [31], se centró en

Capítulo 2. Marco teórico

verificar cómo los cambios en la alineación sagital de las RSPs afectan las fuerzas de reacción del suelo durante la carrera. Los resultados de este estudio revelaron que los cambios en la alineación sagital de las prótesis tienen un impacto significativo en las GRFs, lo que a su vez influye en la longitud y la frecuencia de paso. Estos hallazgos resaltan la importancia de la alineación adecuada de las prótesis en la locomoción de los amputados transtibiales.

El estudio de Sepp y colaboradores [32] examinó las diferencias biomecánicas entre el uso de prótesis diarias y RSPs en individuos con amputación transtibial. Los resultados indicaron que las RSPs generan menores fuerzas de reacción del suelo en la pierna amputada, proporcionan una mejor propulsión y permiten un mayor retorno de energía, lo que puede contribuir a un aumento en la velocidad de carrera para las personas con amputación transtibial.

En otro estudio relevante [33], Beck y su equipo investigaron cómo diferentes modelos, rigideces y alturas de prótesis afectan la biomecánica y el costo metabólico de correr, en atletas con amputaciones transtibiales unilaterales. Los resultados demostraron que el modelo de la prótesis influye significativamente en el costo metabólico de la carrera, y las prótesis que almacenan y devuelven más energía pueden mejorar el rendimiento en la carrera.

Además, en el estudio de Sanderson y Martin [34], se exploraron las adaptaciones en la marcha y carrera de personas con amputaciones por debajo de la rodilla. Se analizaron las asimetrías en las articulaciones y cómo estas personas ajustan sus movimientos para lograr una marcha eficiente.

Los estudios realizados por Ida Kova, Vladimir Medved y Ljerka Ostoji [35] analiza las fuerzas de reacción del suelo en amputados traumáticos de tibia equipados con prótesis durante la marcha. Los resultados revelan asimetrías significativas entre las piernas amputadas y saludables, así como entre los amputados y personas sin discapacidad. Se observa una disminución significativa de las fuerzas de reacción del suelo en las prótesis, particularmente en la fase de carga, y una mayor carga vertical en las piernas no amputadas. Este estudio aporta información objetiva sobre cómo caminan las personas con prótesis transtibiales traumáticas y destaca la importancia de analizar las fuerzas de reacción del suelo en la evaluación de las prótesis y la simetría en los parámetros cinéticos de la marcha. Estos hallazgos pueden ser relevantes para mejorar la rehabilitación y el diseño de prótesis para amputados transtibiales.

El estudio de Waetjen y sus colaboradores [36] investigó si cambiar el tipo de contacto inicial con el suelo podría reducir la carga en la rodilla de la extremidad intacta en personas con amputación transtibial. Los resultados demostraron que el cambio en el tipo de contacto inicial podría disminuir las fuerzas de reacción vertical y mejorar la simetría en la longitud de paso.

Por último, el estudio de Baum [29] se centró en investigaciones sobre los datos demográficos de los participantes, la longitud de las extremidades y, de manera

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

más significativa, las mediciones minuciosas de las GRFs en diversos ejes: vertical, anteroposterior y mediolateral. Los datos demográficos revelaron que no se encontraron diferencias significativas entre los grupos en cuanto a edad, altura o masa corporal, lo que asegura una comparación más precisa de las fuerzas de reacción del suelo entre los grupos de amputados y de control. No obstante, se identificó una observación importante: la longitud de la extremidad protésica superaba a la de la extremidad intacta, lo que potencialmente podría influir en las fuerzas de reacción del suelo y, por ende, en la marcha.

Estos estudios proporcionan una base sólida para la construcción del modelo dinámico, que busca comprender mejor la influencia de las RSPs en la locomoción de individuos con amputaciones transtibiales y su impacto en las fuerzas de reacción del suelo, el rendimiento y el costo metabólico de la carrera. En la bibliografía, se han encontrado resultados similares en lo que respecta a las fuerzas de reacción del suelo en la carrera. Por lo tanto, se ha decidido centrar el análisis en el estudio realizado por Baum y sus colaboradores [29] y utilizar su modelo dinámico como la base para estas investigaciones.

Las mediciones de las GRFs han revelado diferencias significativas tanto entre las extremidades como entre los grupos de amputados y control en los ejes vertical, anteroposterior y mediolateral. Estos resultados clave proporcionan una comprensión exhaustiva de cómo la amputación y el uso de prótesis específicas para correr afectan tanto a la marcha como a las GRFs [29].

En el contexto del análisis biomecánico, las extremidades intactas se refieren a las piernas de individuos sin amputaciones, es decir, aquellas que no han experimentado la pérdida de alguna parte de la extremidad inferior. Por otro lado, las extremidades protésicas son aquellas equipadas con prótesis, dispositivos artificiales diseñados para reemplazar o mejorar la función de una parte del cuerpo, en este caso, la pierna o parte de ella. Las extremidades de control se refieren a las piernas de individuos sin amputaciones que se utilizan como referencia o grupo de comparación en el estudio biomecánico.

Durante el análisis de las GRFs en la carrera, se observan diferencias en los ejes vertical, anteroposterior y mediolateral entre tres tipos de extremidades: las intactas, las protésicas y las de control. Las extremidades intactas generan GRFs verticales promedio y impulsos verticales más elevados en comparación con las extremidades de control. Este comportamiento queda ilustrado en la Figura 2.11, donde se aprecian los perfiles promedio de las fuerzas de reacción del suelo durante la fase de apoyo al correr a 3.0 m/s, según datos extraídos del trabajo de Brian S. Baum [29]. Es importante destacar que los perfiles promedio de la fuerza de reacción del suelo están expresados en BW (Body Weight), lo que significa que están dados en unidades proporcionales al peso corporal.

En el análisis biomecánico, *Amp_I* se refiere a las extremidades de individuos amputados, pero especifica la pierna no amputada, mientras que *Amp_P* se refiere a la pierna que ha sido amputada y equipada con una prótesis. Además, *Con_L*

Capítulo 2. Marco teórico

y *Con_R* hacen referencia a las piernas de individuos sin amputaciones, siendo *Con_L* la pierna izquierda y *Con_R* la pierna derecha.

En el eje anteroposterior, se identifican disparidades en las fuerzas de frenado y propulsión. Las extremidades intactas muestran fuerzas de frenado promedio más altas, mientras que las extremidades protésicas presentan fuerzas de frenado promedio más bajas que las extremidades de control. Este fenómeno se visualiza en la Figura 2.12.

En cuanto al eje mediolateral, se destacan diferencias en las fuerzas entre las extremidades intactas, protésicas y de control. Las extremidades intactas generan fuerzas mediolaterales promedio superiores en comparación con las extremidades protésicas, que, por otro lado, exhiben fuerzas mediolaterales promedio más bajas que las extremidades de control. Esta variación se muestra en la Figura 2.13.

Complementando el análisis de las GRFs, se han identificado divergencias en los parámetros espacio-temporales de la carrera entre los grupos de amputados y el grupo de control. Los amputados muestran tiempos de apoyo, tiempos de paso, tiempos en el aire y longitudes de paso más cortos, así como una mayor frecuencia de paso en comparación con el grupo de control. Estos resultados se utilizarán como condiciones de borde de fuerza en la creación del modelo dinámico de prueba en Ansys.

Es importante destacar que para la obtención de estas conclusiones, se realizaron interpolaciones de datos en intervalos de 0,005 s desde 0 a 0.25 s, abarcando la duración de la fase de apoyo unipodal promedio según el estudio de Brian S. Baum [29]. Estas interpolaciones se llevaron a cabo a partir de puntos obtenidos de las gráficas mencionadas, permitiendo una evaluación detallada de las fuerzas en los tres ejes: anteroposterior, mediolateral y vertical. Se graficaron los puntos de interés en la Figura 2.14.

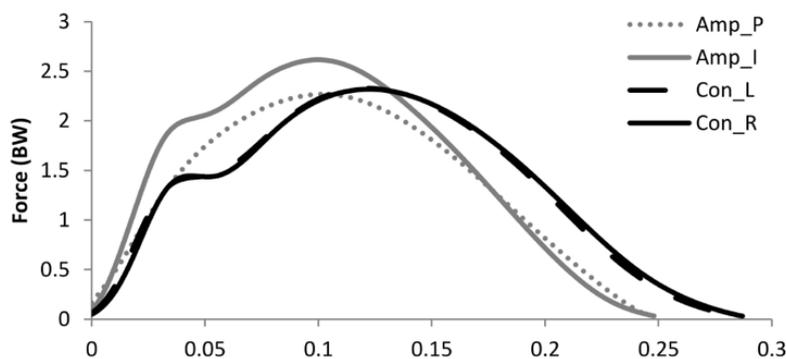


Figura 2.11: Fuerzas de reacción vertical [29].

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

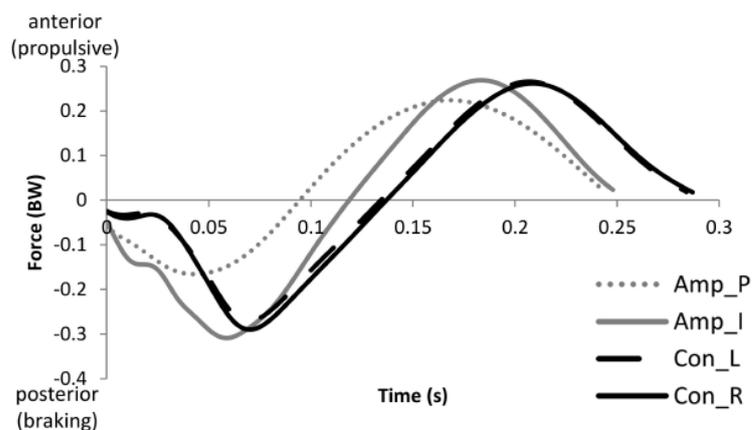


Figura 2.12: Fuerzas de reacción anteroposterior [29].

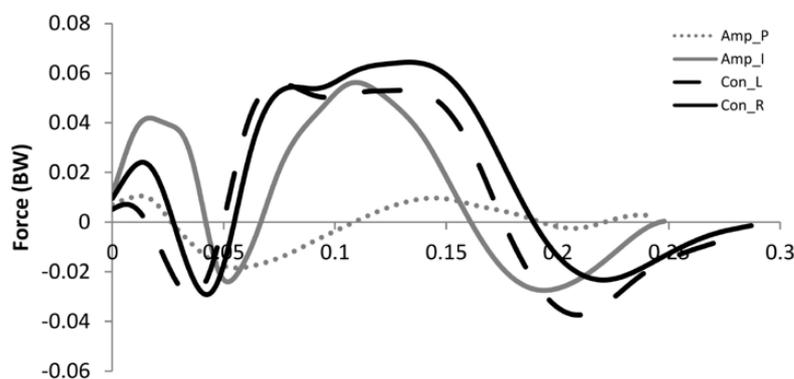


Figura 2.13: Fuerzas de reacción mediolateral [29].

Cálculo del ángulo β

La base de este diseño se sustenta en un análisis detallado de la posición de las articulaciones y segmentos corporales, con el propósito principal de mejorar la funcionalidad y comodidad del usuario.

En el marco de este proyecto, se aborda la cinemática de la carrera mediante la Figura 2.15, donde se representa la posición de los ángulos durante la carrera. La Figura 2.16 presenta gráficos detallados sobre las variaciones de ángulos de las articulaciones en el plano sagital durante un ciclo completo de marcha. Aunque el ángulo clave de interés no se encuentran directamente en el artículo [37], se proporcionan datos específicos sobre los ángulos de inclinación pélvica (β_{PT}), flexión-extensión de cadera (β_{HFE}) y flexión-extensión de rodilla (β_{KFE}).

El ángulo β , crucial para el diseño de la prótesis, se define como la diferencia entre la inclinación pélvica y la flexión-extensión de cadera, sumado a la flexión-

Capítulo 2. Marco teórico

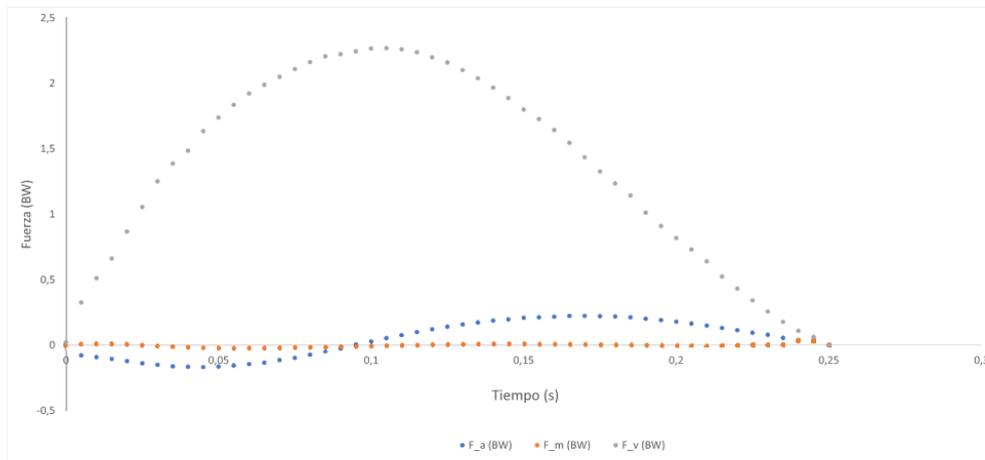


Figura 2.14: Representación de las GRFs durante la fase de apoyo unipodal promedio [29].



Figura 2.15: Posición de ángulos durante la carrera.

extensión de rodilla ($\beta = \beta_{PT} - \beta_{HFE} + \beta_{KFE}$). Este ángulo, que representa la inclinación de la tibia con respecto a la vertical, es esencial para adaptar la prótesis con precisión a las demandas biomecánicas de la marcha en diversas condiciones atléticas.

En el análisis de prótesis, la importancia del ángulo β se destaca al desempeñar un papel crucial en la determinación de las componentes de la reacción del

2.3. Estudio biomecánico y anatómico

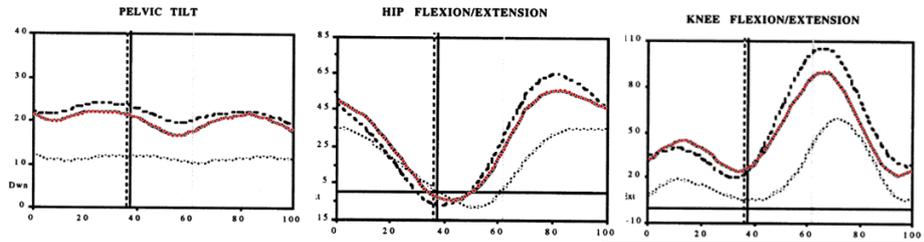


Figura 2.16: Variación de los ángulos de la pelvis (β_{PT}), posición de la cadera (β_{HFE}) y la flexión-extensión de la rodilla (β_{KFE}) [37].

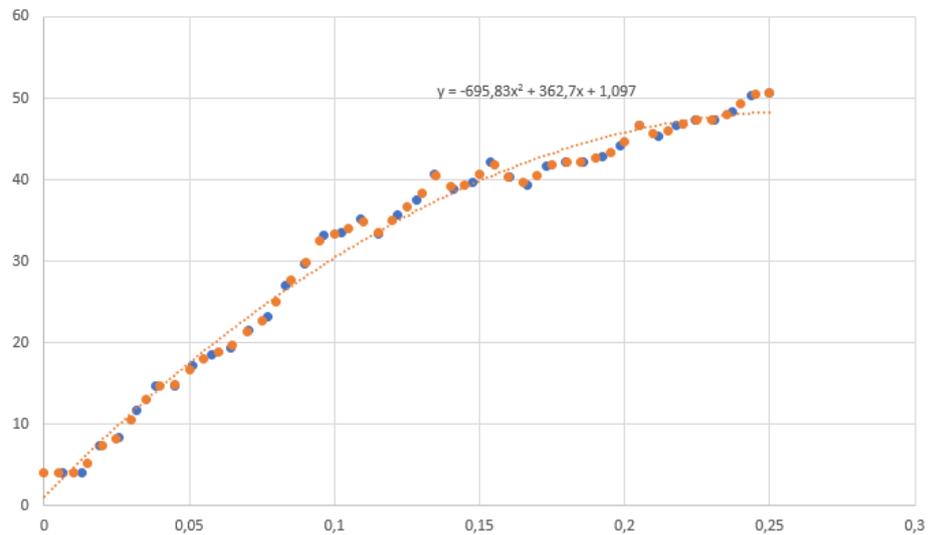


Figura 2.17: Variación del ángulo β abarcando la duración de la fase de apoyo unipodal promedio durante la carrera. La figura ilustra cómo cambia el ángulo β desde el contacto inicial hasta el despegue del pie durante una zancada.

suelo. Estas fuerzas resultantes son esenciales para llevar a cabo un análisis computacional detallado utilizando herramientas como Ansys. Vale la pena resaltar que el ángulo β es de particular interés debido a su capacidad para descomponer las fuerzas anteroposteriores y verticales en un sistema solidario con la prótesis. Esta consideración cobra especial relevancia en el estudio del modelo computacional. En el análisis con Ansys, se mantendrá la parte superior de la prótesis fija, y se aplicarán las fuerzas de reacción del suelo, las cuales varían tanto en magnitud como en dirección a lo largo del tiempo. El ángulo β juega un papel fundamental al determinar cómo evoluciona la dirección de estas fuerzas con el tiempo.

En la Figura 2.17, se presenta la variación del ángulo β abarcando la duración de la fase de apoyo unipodal promedio durante la carrera.

2.4. Estudio de materiales

En el ámbito de la ingeniería y el diseño de prótesis, la selección de materiales desempeña un papel esencial en la creación de dispositivos funcionales y eficientes. Dado que las prótesis deben equilibrar la resistencia, la durabilidad y la comodidad para el usuario, la elección adecuada de materiales es fundamental para garantizar el éxito de estos dispositivos. Se verán los distintos tipos de materiales utilizados en la fabricación de prótesis, centrándonos en su relevancia para aplicaciones deportivas y médicas.

2.4.1. Tipos de materiales

Los materiales empleados en prótesis pueden dividirse en diversas categorías según sus propiedades y características. Estas categorías incluyen metales, polímeros, cerámicas y materiales compuestos. Cada tipo de material ofrece ventajas y desventajas específicas, lo que permite seleccionar el material más adecuado en función de los requisitos funcionales y las demandas del usuario.

Metales

En el ámbito de la protésica, los componentes metálicos desempeñan un papel fundamental, siendo elementos clave como rodillas, pilones, tobillos y rotadores esenciales para la funcionalidad de las prótesis. Se utilizan diversos metales comunes, entre ellos, el aluminio, el acero inoxidable y el titanio [38].

En cuanto a las propiedades de algunos metales utilizados:

- **Aluminio:** Destaca por su ligereza y resistencia, siendo preferido en la fabricación de rodillas protésicas para lograr una combinación óptima de resistencia y durabilidad, aprovechando tanto la geometría como las propiedades del material.
- **Acero inoxidable:** Aunque posee una gran resistencia, su peso es considerable. Se emplea principalmente en componentes más pequeños que requieren una resistencia material superior, especialmente cuando la geometría específica es prioritaria.
- **Titanio:** Ofrece una combinación única de resistencia y ligereza, aunque con un mayor costo. A pesar de ello, muchos componentes inicialmente fabricados en acero han migrado al titanio debido a sus propiedades. Sin embargo, la elección entre titanio y acero debe considerar cuidadosamente los aspectos económicos.

Polímeros

Los polímeros desempeñan un papel esencial al ofrecer una amplia gama de propiedades que contribuyen a la comodidad y flexibilidad de las prótesis. Su naturaleza más ligera en comparación con los metales, junto con la posibilidad de diseñarlos para imitar características biológicas, los convierte en componentes valiosos en aplicaciones médicas.

Cerámicas

Las cerámicas destacan por su resistencia a la corrosión y su capacidad para soportar altas temperaturas. Aunque se utilizan con menos frecuencia en prótesis debido a su fragilidad relativa, encuentran aplicación en ciertos componentes específicos. Por ejemplo, las cerámicas pueden ser empleadas en la fabricación de componentes como:

- **Tornillos y pernos:** La resistencia a la corrosión de las cerámicas puede hacerlas adecuadas para elementos de fijación que deben soportar tensiones mecánicas.
- **Cojinetes:** La capacidad de soportar altas temperaturas y la resistencia al desgaste de las cerámicas las convierten en candidatas para cojinetes en sistemas articulados de prótesis.
- **Piezas a medida:** En casos específicos, donde se requieren propiedades particulares de resistencia y durabilidad, las cerámicas pueden ser elegidas para la fabricación de componentes específicos de la prótesis.

Materiales compuestos

Los materiales compuestos representan una evolución significativa en la fabricación de prótesis. La combinación de diferentes materiales en un compuesto permite aprovechar las ventajas de cada uno, creando dispositivos que son fuertes, livianos y duraderos. Es importante destacar que la investigación y análisis detallado de estos materiales compuestos constituyen uno de los objetivos fundamentales de esta tesis. En la siguiente sección, se describen con mayor profundidad las propiedades y aplicaciones específicas de los materiales compuestos utilizados en el contexto de las prótesis transtibiales para correr.

2.4.2. Materiales compuestos

Los materiales compuestos han emergido como una categoría fundamental de materiales con aplicaciones diversas y significativas. Un material compuesto se

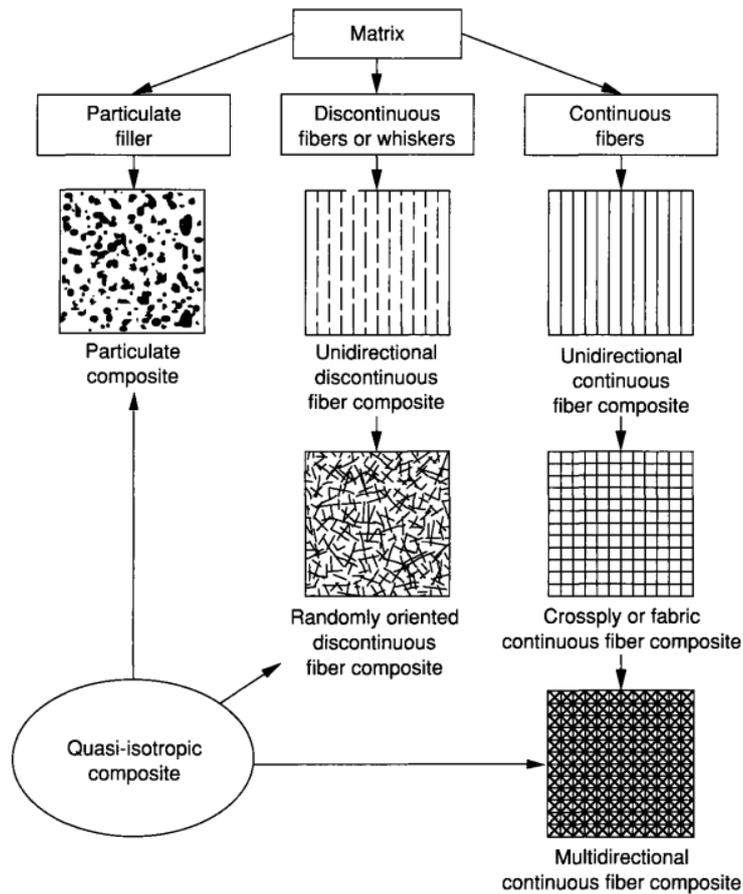


Figura 2.18: Clasificación de materiales compuestos [39].

caracteriza por ser una combinación estratégica de al menos dos componentes distintos, cada uno con propiedades inherentes, que al unirse generan un material con propiedades superiores o específicas. Estos materiales han ganado relevancia debido a su capacidad para optimizar ciertas propiedades mecánicas y físicas, lo que los hace altamente adecuados para diversas aplicaciones en campos tan variados como la aeroespacial, la automoción y la medicina.

Los materiales compuestos se componen esencialmente de dos componentes clave: la matriz y el material de refuerzo. En el contexto de los materiales de refuerzo, existen varias categorías (Figura 2.18), entre las cuales las fibras son una de las más utilizadas. La matriz, por un lado, actúa como una sustancia que envuelve y sostiene las fibras de refuerzo, otorgando cohesión y transmitiendo cargas entre las fibras. Por otro lado, las fibras de refuerzo, como la fibra de carbono, la fibra de vidrio o la fibra aramídica, confieren al compuesto una mayor resistencia y rigidez, características altamente deseables en diversas aplicaciones.

En cuanto a las matrices, es importante mencionar la variedad de opciones

2.4. Estudio de materiales

disponibles, que incluyen matrices metálicas, cerámicas, poliméricas y de carbono. Cada tipo de matriz ofrece propiedades distintivas. Además, es relevante destacar que diferentes tipos de matrices poliméricas, por ejemplo, pueden presentar distintos módulos de elasticidad, lo que influye en la rigidez y elasticidad del compuesto final.

La elección específica del material de refuerzo y la matriz depende en gran medida de las propiedades mecánicas requeridas y del entorno en el que el material compuesto se utilizará. Las fibras de carbono, por ejemplo, son ampliamente apreciadas por su excepcional relación resistencia-peso y su alta rigidez. La matriz, que a menudo consiste en resinas epoxi u otros polímeros, proporciona cohesión y protección a las fibras, además de contribuir a las propiedades mecánicas del compuesto en términos de tenacidad y resistencia a la fatiga.

La combinación sinérgica de la matriz y las fibras de refuerzo es fundamental para el rendimiento general del material compuesto. Al unir estas dos fases, se logra un material que puede superar las limitaciones de los componentes individuales. Las fibras de refuerzo, al estar incrustadas en la matriz, resisten las tensiones aplicadas, mientras que la matriz distribuye las cargas y evita el debilitamiento de las fibras. Esta colaboración resulta en una mejora significativa de la resistencia y rigidez del compuesto en comparación con los materiales individuales.

La disposición y orientación cuidadosa de las fibras en la matriz otorgan al material sus propiedades específicas, incluyendo resistencia, rigidez y tenacidad. En comparación con los materiales tradicionales, como metales y plásticos, los materiales compuestos exhiben una excepcional relación entre resistencia y peso, junto con una notable resistencia ante factores corrosivos y de fatiga.

Las propiedades de los materiales compuestos se derivan de las propiedades inherentes de la matriz y las fibras, así como de su disposición geométrica y el método de procesamiento. Esto proporciona un control preciso sobre las características mecánicas, térmicas y eléctricas del material compuesto final. La capacidad de personalización es una de las ventajas clave de los materiales compuestos, ya que permiten ajustar el diseño según las demandas específicas de una aplicación particular.

En la industria, los materiales compuestos han alterado fundamentalmente la forma en que se diseñan y fabrican productos. Su habilidad para soportar tensiones extremas, vibraciones y condiciones adversas los convierte en elecciones esenciales en contextos donde la durabilidad y el rendimiento son de máxima importancia. Asimismo, la versatilidad en la selección de componentes y en la configuración de las fibras hace posible una personalización precisa para adaptarse a requerimientos individuales.

2.4.3. Polímeros Reforzados con Fibras de Carbono (CFRP)

En el ámbito de los materiales compuestos, los Polímeros Reforzados con Fibras de Carbono (CFRP) ocupan un lugar destacado debido a sus propiedades excepcionales y su amplio rango de aplicaciones. Los CFRP son el resultado de la combinación de una matriz polimérica y fibras de carbono, y su uso se ha expandido en diversas industrias, desde la aviación hasta la ingeniería médica, transformando la forma en que se abordan los desafíos de diseño y rendimiento.

Composición y Estructura de los CFRP

Los CFRP se caracterizan por una estructura dual compuesta por dos componentes principales: las fibras de carbono y la matriz polimérica. Estos elementos colaboran en una combinación sinérgica para otorgar al material sus propiedades sobresalientes. Las fibras de carbono, intrínsecamente resistentes y rígidas, cumplen el papel fundamental de material de refuerzo. Estas fibras pueden adoptar diversas configuraciones, como tejidos o hilos unidireccionales, y están disponibles en distintos módulos de elasticidad, lo que confiere al CFRP su alta capacidad para soportar cargas y resistir tensiones extremas.

En tanto, la matriz polimérica cumple una función crucial al rodear y mantener las fibras en su lugar. Además de transmitir las cargas a lo largo de la estructura, la matriz actúa como una barrera protectora que aísla las fibras de carbono de condiciones ambientales adversas. Esta sinergia entre las fibras y la matriz es lo que brinda al CFRP su resistencia y durabilidad excepcionales, lo que lo convierte en un material altamente deseable para una amplia gama de aplicaciones en la ingeniería.

Propiedades Mecánicas de los CFRP

Uno de los aspectos más sobresalientes de los CFRP es su excepcional relación entre resistencia y peso. Las fibras de carbono, con su alta resistencia a la tracción y rigidez, permiten la creación de materiales capaces de soportar cargas superiores en comparación con los materiales estructurales convencionales. Esta característica es especialmente valiosa en aplicaciones donde se busca reducir el peso sin comprometer la resistencia, como en el diseño de prótesis transtibiales.

Estos materiales presentan una ventaja sustancial sobre las opciones tradicionales, ya que pueden mejorar en gran medida las propiedades de un producto. Tienen un módulo de elasticidad y resistencia a la tracción comparable e incluso superior a muchos materiales metálicos. Además, su baja densidad confiere propiedades específicas excelentes. La Tabla 2.1 muestra valores de referencia para diversas propiedades de diferentes tipos de fibras, donde es evidente que la fibra de carbono exhibe valores notoriamente altos en resistencia y módulo de elasticidad.

Propiedades	Vidrio	Kevlar	Carbono
E_1 (GPa)	39	87	142
X_{1T} (GPa)	1080	1280	2280
X_{1C} (GPa)	620	335	1440

Tabla 2.1: Propiedades de algunos materiales compuestos de fibra-epoxi [39].

Donde E_1 representa el módulo de elasticidad longitudinal, X_{1T} se refiere a la resistencia a la tracción longitudinal, y X_{1C} es la resistencia a la compresión longitudinal.

En comparación, los compuestos reforzados con fibras de carbono son cinco veces más livianos que el acero grado 1020 y cinco veces más resistentes. También son siete veces más resistentes, dos veces más rígidos y 1.5 veces más ligeros que el aluminio 6061. Utilizar CFRPs en lugar de aluminio puede reducir hasta un 40 % de la masa, manteniendo las mismas características mecánicas [40]. Es importante destacar que los CFRP también exhiben una alta resistencia a la fatiga, lo que los hace ideales para aplicaciones como las prótesis deportivas.

Este tipo de análisis y comparación de propiedades es esencial para evaluar la idoneidad de los materiales para aplicaciones específicas, como las prótesis trans-tibiales.

Fabricación de los CFRP

A pesar de las muchas virtudes y versatilidad de los CFRP, también conllevan desafíos propios. Por ejemplo, su manipulación y procesamiento pueden resultar complicados y exigentes. Además, su producción tiende a ser más costosa en comparación con materiales tradicionales.

La manufactura de CFRP constituye un proceso meticuloso que involucra la impregnación precisa de las fibras de carbono con la matriz polimérica, seguido de un proceso de curado que solidifica la estructura. Los métodos de producción abarcan un espectro amplio, desde la disposición manual de las fibras acompañada de la impregnación manual, la transferencia de resina o el uso de preimpregnados (prepreg), hasta la utilización de tecnologías avanzadas como la fabricación por deposición de fibras (AFP) y la fabricación por deposición de cinta (ATL). Estos procedimientos otorgan un control minucioso sobre la orientación de las fibras y la relación entre matriz y refuerzo, elementos que ejercen una influencia directa en las características finales del material compuesto.

El proceso de moldeo en autoclave con prepregs (Figura 2.19) se destaca como un método fundamental en la fabricación de compuestos avanzados de alto rendimiento. Este proceso, que ofrece versatilidad en términos de tamaño y forma, se caracteriza por producir productos con tolerancias dimensionales excepcionales.

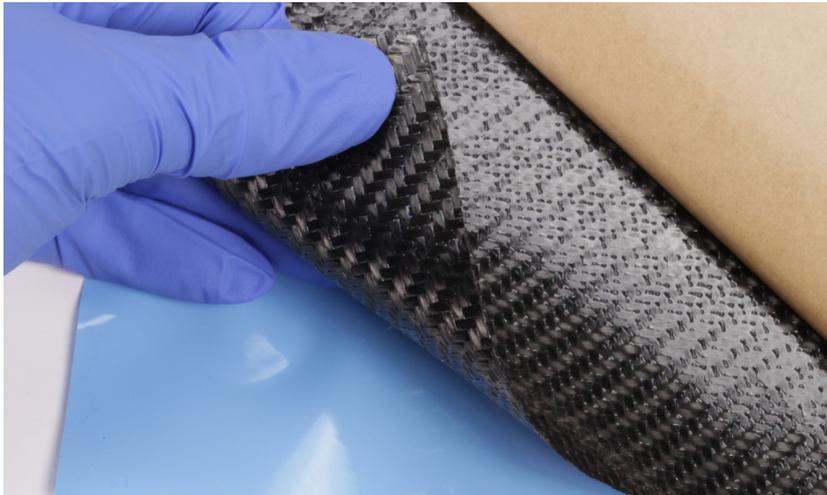


Figura 2.19: Lamina Prepreg (Fuente: Easy Composites).

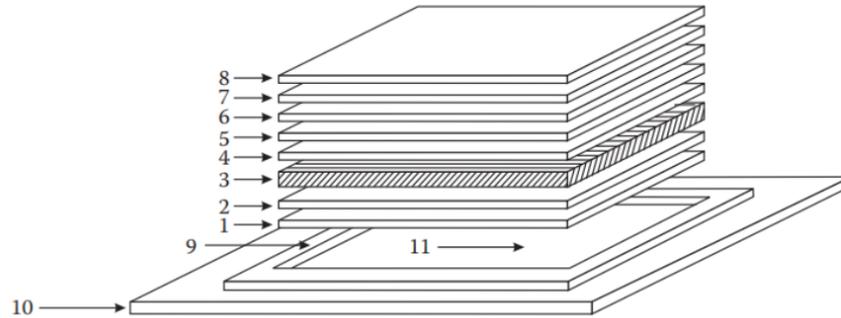
Sin embargo, debido a su naturaleza de baja producción y alta intensidad de mano de obra, es considerado un método costoso en comparación con otros.

Los materiales utilizados en este proceso suelen ser resinas termoestables y termoplásticas reforzadas con fibras de vidrio, carbono y aramida. Estos materiales se presentan en forma de prepregs. Una vez que los prepregs son cortados a medida y orientados según las necesidades, son apilados para crear la disposición deseada. Un elemento fundamental en este proceso es el sistema de absorción de resina y liberación de volátiles, conocido como sistema de sangrado y respiradero (“bleeder/breather”), que desempeña un papel esencial durante el proceso de curado. La Figura 2.20 muestra una ilustración del montaje utilizado en el proceso de moldeo en autoclave de laminados compuestos.

El ciclo de curado es un proceso cuidadosamente controlado que involucra temperatura, presión, vacío y tiempo, llevado a cabo en una cámara de autoclave. Inicia con un calentamiento gradual hasta alcanzar una temperatura predeterminada bajo un vacío controlado. Este paso provoca la fusión de la resina y facilita la eliminación de volátiles, evitando el sangrado excesivo de la resina. Posteriormente, se mantiene esta condición bajo presiones muy bajas durante un período de tiempo específico.

Al finalizar esta fase, se aplica una presión, seguida de la eliminación del vacío. Luego, la temperatura aumenta gradualmente hasta cierta temperatura y se mantiene durante aproximadamente dos horas. El proceso de enfriamiento es igualmente importante, controlado para minimizar tensiones residuales y prevenir la formación de microfisuras. Un esquema de un proceso típico de curado para un compuesto de carbono/expoxi se puede observar en la Figura 2.21.

2.5. Modelado de materiales



- | | |
|--|--|
| 1. Película de Teflón | 7. Película de Teflón (con perforaciones cada 50 mm) |
| 2. Tejido desprendible | 8. Tela de ventilación |
| 3. Laminado (pila de preregs) | 9. Junta de goma |
| 4. Tejido desprendible | 10. Placa de aluminio |
| 5. Tela de vidrio recubierta de Teflón | 11. Agente desmoldeante |
| 6. Tejido de eliminación de exceso de resina (1 por cada 3,5 capas de preregs) | |

Figura 2.20: Montaje para moldeado en autoclave de laminados compuestos [41].

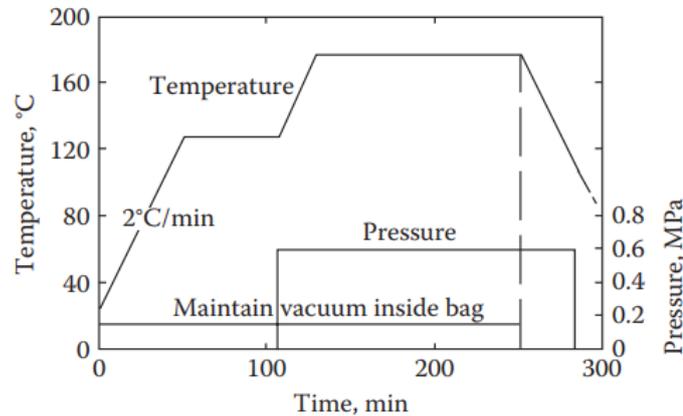


Figura 2.21: Ciclo típico de curado para un compuesto prepeg carbono/epoxi [41].

2.5. Modelado de materiales

En esta sección, se llevará a cabo un análisis exhaustivo del comportamiento de los materiales compuestos. Se inicia explorando el estado de tensión en un punto dentro de un sistema continuo, describiendo dicho estado a través de las nueve componentes de tensión que actúan sobre los lados de un cubo infinitesimal (ver Figura 2.22). Al mismo tiempo, se examina el estado de deformación, caracteri-

Capítulo 2. Marco teórico

zado por otras nueve componentes. La relación esencial entre estas magnitudes, tensión y deformación, se aborda mediante la ley de Hooke generalizada. Se nombra explícitamente a la Ecuación 2.2 como la Ecuación Constitutiva, proporcionando así una base sólida para la comprensión y modelado de los materiales compuestos en el contexto de este proyecto.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ C_{3211} & C_{3222} & C_{3233} & C_{3223} & C_{3231} & C_{3212} & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ C_{2111} & C_{2122} & C_{2133} & C_{2123} & C_{2131} & C_{2112} & C_{2132} & C_{2113} & C_{2121} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{32} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

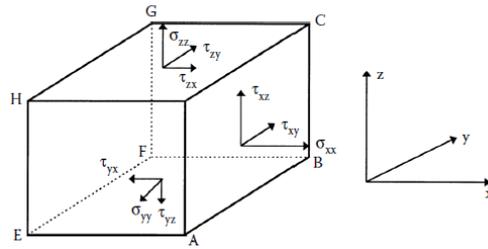


Figura 2.22: Esfuerzo en cubo infinitesimal [42].

Se ha observado que para lograr una caracterización completa de un material, es necesario definir un total de 81 constantes elásticas. Sin embargo, al considerar el equilibrio de momentos para el cubo infinitesimal, ecuaciones 2.3, se deducen una serie de igualdades que permiten reducir la cantidad de constantes a determinar a 36 (Ecuación 2.4).

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ji} \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ji} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.5. Modelado de materiales

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Considerando la energía de deformación, podemos simplificar aún más la ecuación constitutiva (Ecuación 2.4). Se define el trabajo por unidad de volumen para un elemento infinitesimal mediante la siguiente expresión (Ecuación 2.5):

$$W = \frac{1}{2} C_{ij} \varepsilon_i \varepsilon_j \quad (2.5)$$

Derivando dos veces la Ecuación 2.5 se obtiene:

$$\sigma_i = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_i} = C_{ij} \varepsilon_j \quad (2.6)$$

$$C_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} \quad (2.7)$$

De manera análoga, invirtiendo el orden de derivación, se encuentra la Ecuación 2.8:

$$C_{ji} = \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} \quad (2.8)$$

Para los términos C_{ij} y C_{ji} , las derivaciones son intercambiables, lo que demuestra que $C_{ij} = C_{ji}$. Esto implica que la matriz de rigidez es simétrica.

El estado de tensiones en un punto se puede representar mediante 6 componentes de tensión, mientras que la ecuación constitutiva está determinada por 21 constantes independientes.

En el presente estudio, se abordará de manera detallada el comportamiento de materiales ortotrópicos, con un enfoque particular en el CFRP. Un material ortotrópico se caracteriza por tres planos mutuamente perpendiculares de simetría del material, con dos o tres ejes ortogonales entre sí y doble simetría rotacional en su microestructura local. Esta característica fundamental implica que las propiedades físicas del material difieren generalmente en las direcciones de cada uno de esos ejes, clasificándolos como materiales anisotrópicos.

El material CFRP, objeto central del estudio, se modela como un material ortotrópico. Sus relaciones de tensión-deformación siguen una forma similar a la

Capítulo 2. Marco teórico

Ecuación 2.9. Esta modelización es esencial para comprender cómo el CFRP responde a las fuerzas y tensiones en distintas direcciones.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

El número de constantes elásticas independientes se reduce a 9 debido a la interrelación entre los términos de rigidez y deformabilidad. Esta reducción se aprecia claramente al seleccionar un sistema de coordenadas de referencia alineado con los planos principales de simetría del material. Este fenómeno adquiere una importancia especial en los materiales ortotrópico.

Se pueden realizar tres observaciones importantes respecto a las relaciones de tensión-deformación en la Ecuación 2.9:

1. No existe acoplamiento entre las tensiones normales σ_1 , σ_2 , σ_3 y las deformaciones por corte γ_4 , γ_5 , γ_6 . En otras palabras, las tensiones normales que actúan a lo largo de las direcciones principales del material solo producen deformaciones normales.
2. No existe acoplamiento entre los esfuerzos cortantes τ_4 , τ_5 , τ_6 y las deformaciones unitarias normales ε_1 , ε_2 , ε_3 . Es decir, los esfuerzos cortantes que actúan sobre los planos principales del material solo producen deformaciones cortantes.
3. No existe acoplamiento entre un esfuerzo cortante que actúa en un plano y una deformación cortante en un plano diferente. Es decir, un esfuerzo cortante que actúa en un plano principal produce una deformación cortante únicamente en ese plano.

Un material ortotrópico adquiere la denominación de transversalmente isotrópico cuando uno de sus planos principales exhibe un comportamiento de isotropía, lo que implica que en cada punto existe un plano con propiedades mecánicas uniformes en todas las direcciones. Este fenómeno es común en compuestos unidireccionales, donde se considera que el plano 2-3 (normal a las fibras) actúa como el plano de isotropía (Figura 2.23). Esta característica es aplicable, por ejemplo, a compuestos unidireccionales como carbono/epoxi, aramida/epoxi y vidrio/epoxi con ratios de volumen de fibra respecto a la resina relativamente elevados.

Las relaciones entre tensión y deformación para un material transversalmente isotrópico se simplifican al observar que los subíndices 2 y 3 (correspondientes al plano 2-3 de isotropía) en las constantes del material son intercambiables en la

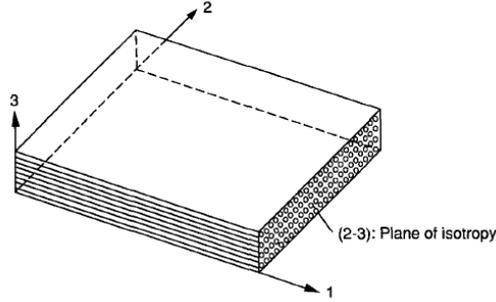


Figura 2.23: Material ortotrópico con un plano de simetría [39].

Ecuación 2.9. En otras palabras, el orden de estos subíndices puede intercambiarse sin afectar el resultado de las ecuaciones.

$$C_{12} = C_{13}$$

$$C_{22} = C_{33}$$

De este modo, las relaciones entre tensión y deformación para un material transversalmente isotrópico se simplifican a un conjunto más reducido de constantes (Ecuación 2.10).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Las relaciones anteriores demuestran que un material ortotrópico con isotropía transversal se caracteriza únicamente por 5 constantes elásticas independientes.

En la mayoría de las aplicaciones estructurales, los materiales compuestos se encuentran comúnmente en un estado plano de tensiones, donde las láminas delgadas cargadas en el plano del laminado juegan un papel crucial. Este estado plano de tensiones implica que, en condiciones ideales, todos los componentes de tensión fuera de la dirección del plano son nulos, siguiendo las ecuaciones que rigen este estado (Ecuación 2.11). Cabe destacar que este estado se define por los esfuerzos principales 1 y 2, determinando así el plano xy en el que se desarrollan los análisis, proporcionando claridad en las interpretaciones de los resultados.

Capítulo 2. Marco teórico

$$\begin{aligned}
 \sigma_3 &= 0 \\
 \tau_{23} &= \tau_4 = 0 \\
 \tau_{13} &= \tau_5 = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

De esta forma las relaciones de tensión-deformación para materiales ortotrópicos, Ecuación 2.10, se simplifican a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}
 \tag{2.12}$$

Operando con la Ecuación 2.12, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2 + C_{13}\varepsilon_3 \\
 \sigma_2 &= C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2 + C_{23}\varepsilon_3 \\
 0 &= C_{13}\varepsilon_1 + C_{23}\varepsilon_2 + C_{33}\varepsilon_3 \\
 \gamma_4 &= 0 \\
 \gamma_5 &= 0 \\
 \tau_6 &= C_{66}\gamma_6
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

Eliminando ε_3 de las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \left(C_{11} - \frac{C_{12}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{12} - \frac{C_{12}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2 \\
 \sigma_2 &= \left(C_{12} - \frac{C_{23}C_{13}}{C_{33}} \right) \varepsilon_1 + \left(C_{22} - \frac{C_{23}C_{23}}{C_{33}} \right) \varepsilon_2 \\
 \tau_6 &= C_{55}\gamma_6
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

Se definen las siguientes constantes:

2.5. Modelado de materiales

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= C_{11} - \frac{C_{12}C_{13}}{C_{33}} \\
 Q_{12} &= C_{12} - \frac{C_{23}C_{13}}{C_{33}} \\
 Q_{21} &= C_{12} - \frac{C_{12}C_{23}}{C_{33}} \\
 Q_{22} &= C_{22} - \frac{C_{23}C_{23}}{C_{33}}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

La relación matricial que relaciona las tensiones σ_1 , σ_2 y τ_6 con los coeficientes Q y las deformaciones ε se expresa mediante la siguiente Ecuación 2.16:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Donde:

- σ_1 y σ_2 son los componentes de los esfuerzos principales en el material.
- τ_6 es el esfuerzo cortante en el plano xy.
- Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} y Q_{22} son los coeficientes Q relacionados con los coeficientes elásticos del material.
- ε_1 y ε_2 son las deformaciones principales en el material.
- γ_6 es la deformación cortante en el plano xy.

Esta ecuación matricial relaciona los esfuerzos σ_1 , σ_2 y τ_6 con las deformaciones ε_1 , ε_2 y γ_6 a través de los coeficientes Q_{11} , Q_{12} , Q_{21} y Q_{22} . Es importante señalar que el tercer coeficiente diagonal Q_{66} , comúnmente conocido como G , representa la rigidez cortante del material.

Reescribiendo la Ecuación 2.16, se expresa la igualdad en términos de los coeficientes de flexibilidad S , relacionando deformaciones con tensiones.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Las relaciones de esfuerzo-deformación en el plano para una capa ortotrópica bajo esfuerzo plano se pueden expresar en términos de cuatro parámetros elásticos independientes: los coeficientes de rigideces Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} y Q_{66} , o en términos de los coeficientes de flexibilidad S_{11} , S_{22} , S_{12} y S_{66} . Es importante tener en cuenta

Capítulo 2. Marco teórico

que, bajo esfuerzo plano, la deformación fuera del plano ε_3 se relaciona con los esfuerzos en el plano (σ_1 y σ_2) a través de las rigideces Q_{13} y Q_{23} (Ecuación 2.18). Esto implica que se requieren dos parámetros elásticos adicionales, además de los cuatro necesarios para las relaciones de esfuerzo-deformación en el plano.

$$\varepsilon_3 = -\frac{C_{13}}{C_{33}}\varepsilon_1 - \frac{C_{23}}{C_{33}}\varepsilon_2 \quad (2.18)$$

La Figura 2.24 presenta un diagrama de flujo que ilustra las relaciones y procesos asociados con la Ley Material para láminas unidireccionales y laminados. Este diagrama se fundamenta en la Ley de Hooke Generalizada y describe el proceso lógico para determinar los parámetros que constituyen la ley material.

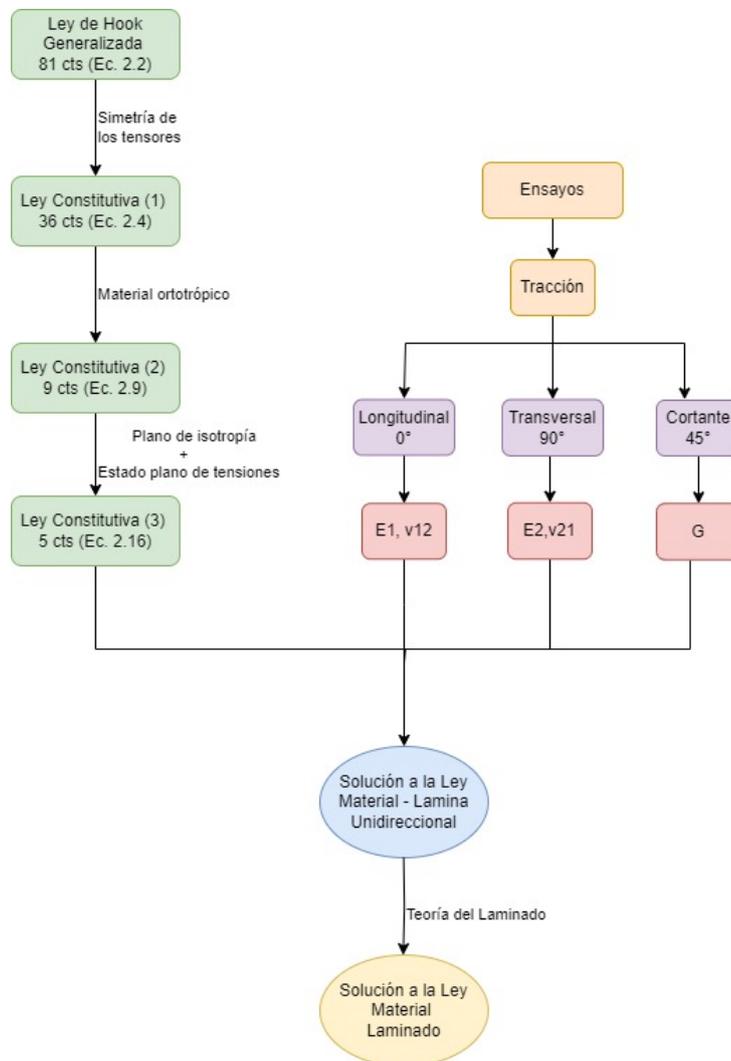


Figura 2.24: Camino lógico para la determinación de los parámetros de la Ecuación Constitutiva.

2.5.1. Relaciones entre constantes matemáticas y de ingeniería

Las relaciones de esfuerzo-deformación discutidas anteriormente adquieren un significado físico más relevante cuando se expresan en términos de las constantes de ingeniería conocidas, como los módulos elásticos y los coeficientes de Poisson. Estas relaciones permiten establecer vínculos entre las constantes matemáticas y las constantes de ingeniería mediante la realización de ensayos experimentales. Esta correspondencia entre los conceptos matemáticos y las magnitudes ingenieriles resulta fundamental para comprender y aplicar de manera efectiva las propiedades de los materiales en proyectos y diseños de ingeniería.

A partir de la Ecuación 2.9 se escribe la deformación en función del esfuerzo (Ecuación 2.19):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Al someter un elemento de material ortotrópico a una carga uniaxial de tracción en la dirección longitudinal (Figura 2.25), se pueden derivar las siguientes relaciones de deformación al desarrollar la Ecuación 2.19.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11}\sigma_1 + S_{12}\sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{12}\sigma_1 + S_{22}\sigma_2 \\ \varepsilon_3 &= S_{13}\sigma_1 \\ \gamma_4 &= 0 \\ \gamma_5 &= 0 \\ \gamma_6 &= S_{55}\tau_6 \end{aligned} \quad (2.20)$$

En el caso de un ensayo de tracción uniaxial pura, donde los valores de σ_2 y τ_6 son nulos, las ecuaciones se simplifican a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= S_{11}\sigma_1 \\ \varepsilon_2 &= S_{12}\sigma_1 \\ \varepsilon_3 &= S_{13}\sigma_1 \\ \gamma_4 &= \gamma_5 = \gamma_6 = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Estas relaciones se pueden expresar en términos del módulo de elasticidad E_1 y los coeficientes de Poisson ν_{12} y ν_{13} . Por la ley de Hooke generalizada, o a partir de las Ecuaciones 2.21, se pueden formular de la siguiente manera:

Capítulo 2. Marco teórico

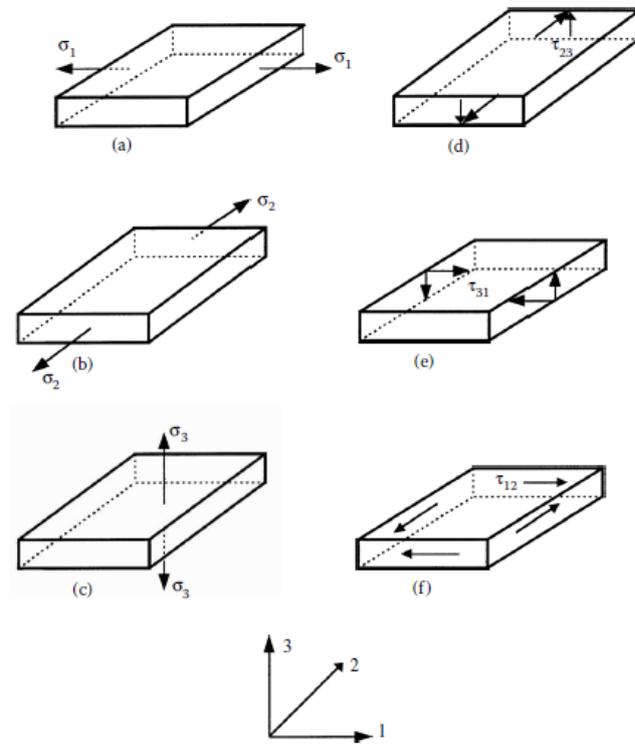


Figura 2.25: Aplicación de tensiones para determinar las constantes de ingeniería de un cuerpo ortotrópico tridimensional [42].

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} \\
 \varepsilon_2 &= -\frac{\nu_{12}\sigma_1}{E_1} \\
 \varepsilon_3 &= -\frac{\nu_{13}\sigma_1}{E_1} \\
 \gamma_4 &= \gamma_5 = \gamma_6 = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Por lo tanto, las constantes S_{11} , S_{12} y S_{13} se pueden expresar como:

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\
 S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} \\
 S_{13} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Estas relaciones permiten relacionar las constantes de flexibilidad con las propiedades elásticas del material.

2.5. Modelado de materiales

Si un elemento de material es sometido a una carga uniaxial de tracción en la dirección transversal en el plano (σ_2) (ver Figura 2.25), aplicando la Ley de Hook generalizada, las deformaciones se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= S_{12}\sigma_2 = -\frac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= S_{22}\sigma_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} \\ \varepsilon_3 &= S_{23}\sigma_2 = -\frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_2 \\ \gamma_4 &= \gamma_5 = \gamma_6 = 0\end{aligned}\tag{2.24}$$

A partir de la Ecuación 2.24, podemos obtener las constantes de elasticidad relacionadas:

$$\begin{aligned}S_{12} &= -\frac{\nu_{21}}{E_2} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ S_{23} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2}\end{aligned}\tag{2.25}$$

Bajo un esfuerzo uniaxial normal σ_3 en la dirección transversal fuera del plano, se generan las siguientes deformaciones. Esto se puede expresar por la ley de Hooke generalizada (Ecuaciones 2.26):

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= S_{13}\sigma_3 = -\frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_3 \\ \varepsilon_2 &= S_{23}\sigma_3 = -\frac{\nu_{32}}{E_3}\sigma_3 \\ \varepsilon_3 &= S_{33}\sigma_3 = \frac{\sigma_3}{E_3}\end{aligned}\tag{2.26}$$

A partir de las Ecuaciones 2.26, podemos determinar las constantes de rigidez:

$$\begin{aligned}S_{13} &= -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ S_{23} &= -\frac{\nu_{32}}{E_3} \\ S_{33} &= \frac{1}{E_3}\end{aligned}\tag{2.27}$$

En el caso de cortante puro en el plano (γ_6), a partir de la Ley de Hooke generalizada, se obtiene:

Capítulo 2. Marco teórico

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \gamma_5 = \gamma_6 &= 0 \\ \gamma_6 = S_{66}\tau_6 &= \frac{\tau_6}{G_{12}}\end{aligned}\quad (2.28)$$

De la Ecuación 2.28 se obtiene:

$$S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (2.29)$$

La carga de cizallamiento puro fuera del plano 2 (γ_4), en el plano 2-3, a partir de la Ley de Hooke generalizada, se obtiene:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \gamma_5 = \gamma_6 &= 0 \\ \gamma_4 = S_{44}\tau_4 &= \frac{\tau_4}{G_{23}}\end{aligned}\quad (2.30)$$

De la Ecuación 2.30 se obtiene:

$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} \quad (2.31)$$

Por último, el cortante γ_5 en el plano 1-3 se expresa mediante las siguientes ecuaciones, a partir de la Ley de Hooke generalizada, se obtiene:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \gamma_4 = \gamma_6 &= 0 \\ \gamma_5 = S_{55}\tau_5 &= \frac{\tau_5}{G_{13}} \\ S_{55} &= \frac{1}{G_{13}}\end{aligned}\quad (2.32)$$

Las relaciones entre tensión y deformación en la Ecuación 2.19 se pueden expresar en términos de las constantes de ingeniería, como el módulo de Young (E), los módulos de Poisson (ν) y el módulo de cortante (G), de la siguiente manera (Ecuación 2.33):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A partir de la simetría de la matriz de flexibilidad S y lo anterior, podemos concluir:

2.5. Modelado de materiales

$$\begin{aligned}\frac{\nu_{12}}{E_1} &= \frac{\nu_{21}}{E_2} \\ \frac{\nu_{13}}{E_1} &= \frac{\nu_{31}}{E_3} \\ \frac{\nu_{23}}{E_2} &= \frac{\nu_{32}}{E_3}\end{aligned}\tag{2.34}$$

Como se ha mencionado anteriormente, las reflexibilidad S_{ij} y las constantes de ingeniería son simples. Sin embargo, esto no es así en el caso de las relaciones entre las rigideces C_{ij} y las constantes de ingeniería. Para obtener tales relaciones, primero se necesita invertir la matriz de flexibilidad $[S_{ij}]$ y expresar las rigideces C_{ij} como función de los términos de flexibilidad S_{ij} , de la siguiente manera:

$$[C] = [S]^{-1}\tag{2.35}$$

Donde $[C]$ representa la matriz de rigidez y $[S]$ es la matriz de flexibilidad.

Durante el análisis del proyecto, se lleva a cabo un enfoque mediante el estudio de una lámina delgada unidireccional que se encuentra sometida a un estado de tensión plana. Esta elección permite la aplicación de las relaciones de tensión-deformación establecidas en las ecuaciones 2.36 y 2.37. Dichas ecuaciones establecen la conexión entre los componentes de tensión en el plano y los componentes de deformación en el mismo plano, considerando los ejes principales del material.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix}\tag{2.36}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix}\tag{2.37}$$

Las relaciones de deformación-esfuerzo en el plano, para una lámina ortotrópica simple, como por ejemplo una lámina unidireccional, puede ser completamente caracterizada por cuatro constantes independientes. Estas constantes son: las cuatro rigideces reducidas Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} y Q_{66} (Ecuaciones 2.38), o las cuatro constantes de flexibilidad S_{11} , S_{22} , S_{12} y S_{66} (Ecuaciones 2.39). Es importante destacar que el coeficiente de Poisson ν_{21} no es independiente, ya que está relacionado con ν_{12} , E_1 y E_2 mediante la Ecuación 2.34. Esta relación permite entender de manera más completa las propiedades mecánicas de la lámina ortotrópica y su comportamiento ante diferentes cargas y deformaciones.

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{12} = Q_{21} &= \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 Q_{66} &= G_{12}
 \end{aligned}
 \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{E_1} \\
 S_{22} &= \frac{1}{E_2} \\
 S_{12} = S_{21} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} \\
 S_{66} &= \frac{1}{G_{12}}
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

2.5.2. Transformación de esfuerzos y deformaciones

Es común observar que los ejes principales de una lámina de material compuesto (1, 2) no coinciden con los ejes de carga o de referencia (x, y), como se muestra en la Figura 2.26. Esto implica que los componentes de esfuerzo y deformación, referidos a los ejes principales del material (1, 2), deben transformarse en términos de los ejes de carga (x, y) mediante relaciones específicas. Estas relaciones de transformación son fundamentales para expresar de manera precisa los esfuerzos y deformaciones en función de los ejes de carga.

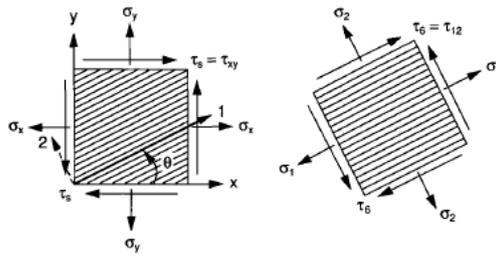


Figura 2.26: Esfuerzos fuera del eje [39].

Las relaciones de transformación se expresan mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}
 \tag{2.40}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2}\gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_s \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Donde $m = \cos(\theta)$ y $n = \sin(\theta)$, y la matriz de transformación $[T]$ se utiliza para convertir los esfuerzos y deformaciones de los ejes de carga (x, y) a los ejes principales $(1, 2)$.

En la notación contraída empleada aquí, el subíndice “s” en las ecuaciones 2.40 y 2.41 corresponde a las componentes de esfuerzo cortante o deformación cortante referidas al sistema de coordenadas (x, y) , es decir, $T_s = T_{xy}$ y $\gamma_{ys} = \gamma_{xy}$. Además, el subíndice “6” se refiere a la contracción de los subíndices “12”.

Es importante destacar que las leyes de transformación de esfuerzos y deformaciones son independientes de las propiedades del material, lo que significa que son aplicables tanto para materiales isotrópicos como anisotrópicos.

2.5.3. Transformación de Parámetros Elásticos

En el ámbito de los materiales compuestos, las relaciones esfuerzo-deformación (Ecuación 2.33) para una lámina varían en función del tipo de carga aplicada. Si la lámina se somete exclusivamente a tensión o compresión a lo largo de sus ejes principales de material, no ocurre deformación por corte. Del mismo modo, si se carga con corte puro en el plano principal, solo se produce deformación por corte en esa dirección. En estos casos, no existe conexión entre los esfuerzos normales y las deformaciones por corte. Sin embargo, esta situación cambia cuando la lámina se carga en direcciones arbitrarias. En tales casos, las relaciones entre esfuerzo y deformación se vuelven más complejas, surgiendo acoplamientos entre los esfuerzos y las deformaciones en distintas direcciones.

La relación esfuerzo-deformación toma la forma de la Ecuación 2.43:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Al utilizar la matriz de rigidez reducida con todos sus elementos, la cantidad de constantes independientes continúa siendo cuatro. Por ende, resulta esencial establecer la correspondencia entre las rigideces transformadas $[Q]_{x,y}$ y las rigideces principales $[Q]_{1,2}$:

Capítulo 2. Marco teórico

$$\begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 2Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & 2Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & 2Q_{ss} \end{bmatrix} = [T^{-1}] \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} [T] \quad (2.44)$$

A partir de la relación previamente establecida, se deducen las rigideces reducidas transformadas en función de las rigideces de las láminas principales:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= m^4 Q_{11} + n^4 Q_{22} + 2m^2 n^2 Q_{12} + 4m^2 n^2 Q_{66} \\ Q_{yy} &= n^4 Q_{11} + m^4 Q_{22} + 2m^2 n^2 Q_{12} + 4m^2 n^2 Q_{66} \\ Q_{xy} &= m^2 n^2 Q_{11} + m^2 n^2 Q_{22} + (m^4 + n^4) Q_{12} - 4m^2 n^2 Q_{66} \\ Q_{xs} &= m^3 n Q_{11} - mn^3 Q_{22} - mn(m^2 - n^2) Q_{12} - 2mn(m^2 - n^2) Q_{66} \\ Q_{ys} &= mn^3 Q_{11} - m^3 n Q_{22} + mn(m^2 - n^2) Q_{12} + 2mn(m^2 - n^2) Q_{66} \\ Q_{ss} &= m^2 n^2 Q_{11} + m^2 n^2 Q_{22} - 2m^2 n^2 Q_{12} + (m^2 - n^2)^2 Q_{66} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Las relaciones deformación-esfuerzo transformadas se obtienen mediante la inversión directa de las relaciones tensión-deformación en la Ecuación 2.43 o a través de la transformación de las relaciones deformación-esfuerzo en la Ecuación 2.37 con respecto a los ejes principales del material:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xs} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{ys} \\ S_{sx} & S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & 2S_{xs} \\ S_{yx} & S_{yy} & 2S_{ys} \\ \frac{1}{2}S_{sx} & \frac{1}{2}S_{sy} & S_{ss} \end{bmatrix} = [T^{-1}] \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}S_{66} \end{bmatrix} [T] \quad (2.47)$$

En base a la relación establecida previamente, se deducen las constantes de flexibilidad reducidas transformadas:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= m^4 S_{11} + n^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{66} \\ S_{yy} &= n^4 S_{11} + m^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{66} \\ S_{xy} &= m^2 n^2 S_{11} + m^2 n^2 S_{22} + (m^4 + n^4) S_{12} - m^2 n^2 S_{66} \\ S_{xs} &= 2m^3 n^3 S_{11} - 2mn^3 S_{22} - 2mn(m^2 - n^2) S_{12} - mn(m^2 - n^2) S_{66} \\ S_{ys} &= 2mn^3 S_{11} - 2m^3 n S_{22} + 2mn(m^2 - n^2) S_{12} + mn(m^2 - n^2) S_{66} \\ S_{ss} &= 4m^2 n^2 S_{11} - 4m^2 n^2 S_{22} - 8m^2 n^2 S_{12} + (m^2 - n^2)^2 S_{66} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Las relaciones entre esfuerzo y deformación en los ejes principales del material se describen en la Ecuación 2.37, y pueden expresarse en términos de constantes de ingeniería utilizando las Ecuaciones 2.23, como se observa en la Ecuación 2.49.

2.5. Modelado de materiales

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Las transformaciones realizadas en el sistema de coordenadas (x, y) permiten expresar estas relaciones en la Ecuación 2.46 mediante constantes matemáticas de flexibilidad, tales como S_{xx} , S_{yy} y S_{xy} . Para relacionar estas constantes con los parámetros de ingeniería, se llevan a cabo experimentos hipotéticos en un elemento con lados alineados con los ejes x e y . Los términos en la primera columna de la matriz de flexibilidad en la Ecuación 2.46 corresponden a las componentes de deformación ε_x , ε_y y γ_s generadas por una unidad de esfuerzo normal $\sigma_x = 1$.

En el caso de un esfuerzo uniaxial σ_x , se obtienen las siguientes deformaciones:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x} \sigma_x \\ \gamma_s &= \frac{\eta_{xs}}{E_x} \sigma_x \end{aligned} \quad (2.50)$$

Aquí, el coeficiente de Poisson ν_{xy} relaciona el esfuerzo en la dirección x con la deformación en la dirección y , expresando la relación inversa entre la deformación transversal ε_y y la deformación axial ε_x . De manera similar, el coeficiente de acoplamiento por corte η_{xs} , vinculado al esfuerzo normal en la dirección x y la deformación por corte en el plano xy , refleja la relación entre la deformación por corte γ_s y la deformación axial ε_x .

En el caso de un esfuerzo uniaxial σ_y , las ecuaciones correspondientes son:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} \sigma_y \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_y} \\ \gamma_s &= \frac{\eta_{ys}}{E_y} \sigma_y \end{aligned} \quad (2.51)$$

Para un esfuerzo cortante puro τ_s (τ_{xy}), las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} \tau_s \\ \varepsilon_y &= -\frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} \tau_s \\ \gamma_s &= \frac{\tau_s}{G_{xy}} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Capítulo 2. Marco teórico

En el contexto de la aplicación de cargas de corte puro, que generan exclusivamente esfuerzos cortantes, los coeficientes de acoplamiento en corte, η_{sx} y η_{sy} , describen cómo las deformaciones normales ε_x y ε_y se relacionan con la deformación por corte γ_{xy} . En esta situación, el subíndice s denota el esfuerzo cortante en el plano xy , mientras que x e y indican las deformaciones normales en las direcciones x e y , respectivamente.

Cuando se aplican simultáneamente los tres tipos de cargas mencionadas anteriormente, se obtienen las siguientes relaciones entre deformación y esfuerzo, en función de las constantes de ingeniería:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} \\ -\frac{\eta_{xs}}{E_x} & -\frac{\eta_{ys}}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Considerando la simetría de la matriz de rigidez, podemos establecer las siguientes igualdades que relacionan los coeficientes elásticos y de acoplamiento en el material:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{yx}}{E_y} &= -\frac{\nu_{xy}}{E_x} \\ -\frac{\eta_{sx}}{G_{xy}} &= -\frac{\eta_{xs}}{E_x} \\ -\frac{\eta_{sy}}{G_{xy}} &= -\frac{\eta_{ys}}{E_y} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Estas igualdades se derivan de la simetría de la matriz de rigidez, lo que demuestra relaciones importantes entre las propiedades elásticas y de acoplamiento del material en diferentes direcciones.

2.5.4. Análisis de Laminados Multidireccionales

El análisis de laminados multidireccionales se basa en comprender el comportamiento de estos materiales compuestos, que consisten en la superposición de múltiples capas con diferentes orientaciones y propiedades. Para abordar este estudio se emplea la teoría clásica del laminado, que se sustenta en una serie de suposiciones y restricciones fundamentales:

1. **Homogeneidad y Ortotropía:** Cada capa, también conocida como lámina, se considera ortotrópica, lo que implica que sus propiedades varían según la dirección. Además, se asume que las propiedades de la lámina son cuasi-homogéneas, lo que significa que, aunque pueden cambiar con la dirección,

2.5. Modelado de materiales

estas variaciones son aproximadamente uniformes a lo largo de la extensión de la lámina, sin depender significativamente del punto específico del material en el que se evalúan.

2. **Delgadez del Laminado:** Los laminados se modelan como estructuras delgadas, donde las dimensiones laterales son mucho mayores que el espesor total. Además, se asume que las cargas aplicadas actúan únicamente en el plano del laminado. En consecuencia, tanto el laminado como sus capas, dejando los bordes libres de cargas y esfuerzos, experimentan un estado de esfuerzo plano. Esto se expresa mediante $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$.
3. **Pequeñas Deformaciones:** Considerando que los desplazamientos del plano de referencia, u y v , en las direcciones x e y , y el desplazamiento fuera del plano, w , en la dirección z , son funciones únicamente de x e y , se asume que todas las deformaciones son pequeñas en comparación con el espesor del laminado, representado por h . Esto se denota mediante $|u|, |v|, |w| \ll h$.
4. **Continuidad Deformacional:** Las deformaciones deben ser continuas en toda la estructura laminada, sin discontinuidades abruptas.
5. **Variación Lineal de Deformaciones:** Las deformaciones en el plano del laminado varían linealmente a lo largo del espesor, lo que significa que las deformaciones ε_x y ε_y en las direcciones x y y son funciones lineales de la coordenada de espesor z .
6. **Conservación de la Rectitud:** Las líneas rectas normales a la superficie media del laminado deben mantener su rectitud y perpendicularidad con respecto a esa superficie después de la deformación. Esto implica que las deformaciones de corte transversales γ_{xz} y γ_{yz} son nulas.
7. **Comportamiento Lineal:** Se asume que las relaciones entre deformación-desplazamiento y esfuerzo-deformación son lineales, lo que simplifica el análisis.
8. **Conservación de Distancias Normales:** Por último, se considera que las distancias normales desde la superficie media permanecen constantes, lo que implica que la deformación normal transversal ε_z es cero. Esto, a su vez, sugiere que el desplazamiento transversal w es independiente de la coordenada de espesor.

Nomenclatura de Laminados

Un laminado se compone de un conjunto de capas individuales que están unidas entre sí. Cada capa se caracteriza por tres atributos clave: su posición dentro del laminado, el material utilizado y el ángulo de orientación de la fibra respecto a un eje de referencia (ver Figura 2.27). Para representar cada capa, se utiliza el

Capítulo 2. Marco teórico

ángulo de orientación de la misma, y se separan unas de otras mediante una barra inclinada.

La primera capa corresponde a la capa superior del laminado. Para describir laminados especiales, como los simétricos o aquellos con capas adyacentes de la misma orientación o de orientaciones opuestas, se emplean notaciones específicas. A continuación, se presentan ejemplos que ilustran la nomenclatura de los laminados.

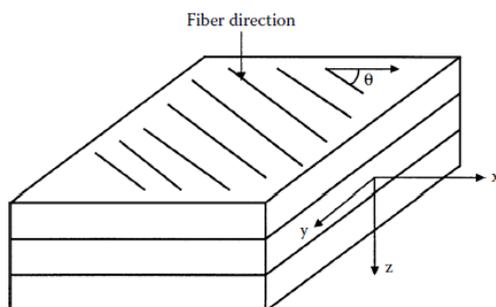


Figura 2.27: Esquema de un laminado [42].

El código $[0/-45/90/60/30]$ representa la descripción de un laminado particular. Este laminado consta de cinco capas, cada una de las cuales se encuentra en un ángulo diferente con respecto al eje de referencia x . Cada capa se distingue de las demás mediante una barra inclinada. Además, este código indica que todas las capas están hechas del mismo material y tienen el mismo grosor. En ocasiones, también podemos ver este laminado representado como $[0/-45/90/60/30]_T$, donde la subescritura T indica que se trata de un laminado completo o total. Un ejemplo visual de este laminado se encuentra representado en la Figura 2.28.

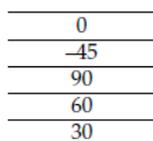


Figura 2.28: Diagrama del laminado de 5 capas con orientación $[0/-45/90/60/30]_T$ [42].

El código $[0/-45/90_2/60/0]$ hace referencia al laminado mencionado anteriormente, que se compone de un total de seis capas. Su característica distintiva radica en la presencia de dos capas adyacentes con una orientación de 90 grados, lo que se indica mediante el subíndice 2, indicando la cantidad de capas adyacentes con el mismo ángulo.

Como se muestra en la Figura 2.29, este laminado presenta una configuración única en su estructura.

El código $[0/-45/60]_s$ se utiliza para describir un laminado, que consta de un total de seis capas. En este laminado, las capas situadas por encima del plano

2.5. Modelado de materiales

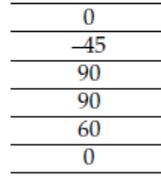


Figura 2.29: Diagrama del laminado $[0/-45/90_2/60/0]$ [42].

medio poseen la misma orientación, material y grosor que las capas ubicadas por debajo del plano medio, lo que lo clasifica como un laminado simétrico. Las tres capas superiores se especifican en el código, y el subíndice s , que se ubica fuera de los corchetes, indica que estas tres capas se repiten en orden inverso (Figura 2.30).

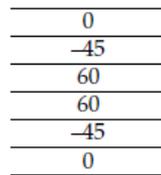


Figura 2.30: Diagrama del laminado $[0/-45/60]_s$ [42].

El código $[0/-45/\overline{60}]_s$ se utiliza para identificar el laminado representado en la Figura 2.31, el cual consta de cinco capas. El número de capas es impar, y se observa simetría en la superficie media; por lo tanto, la capa de 60° se representa con una barra encima.

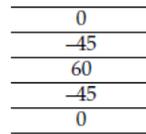


Figura 2.31: Diagrama del laminado $[0/-45/\overline{60}]_s$ [42].

El código $[0^{\text{Gr}}/\pm 45^{\text{B}}]_s$ se refiere al laminado que se ilustra en la Figura 2.32. Este laminado está compuesto por un total de seis capas, donde las capas de 0° están fabricadas con grafito/epoxi, mientras que las capas en ángulo de $\pm 45^\circ$ están hechas de boro/epoxi. Una característica importante de este laminado es su simetría estructural. La notación $\pm 45^\circ$ indica que la capa inicial de 0° es seguida por una capa en ángulo de $+45^\circ$ y luego por una capa en ángulo de -45° . En caso de utilizar la notación $]$, el orden se invertiría, comenzando con una capa en ángulo de -45° seguida por una capa en ángulo de $+45^\circ$.

Al trabajar con laminados que contienen un elevado número de capas, se adopta una nomenclatura multicapa específica, como $[0/90]_2$, que indica dos repeticiones de capas alternadas con fibras orientadas a 0 y 90 grados, respectivamente. De

Capítulo 2. Marco teórico

Graphite/epoxy	0
Boron/epoxy	45
Boron/epoxy	-45
Boron/epoxy	-45
Boron/epoxy	45
Graphite/epoxy	0

Figura 2.32: Estructura del laminado $[0^{\text{Gr}}/\pm 45^{\text{B}}]_s$ [42].

manera análoga, en el caso de $[45/-45]_3$, se observa la repetición de tres capas alternas con fibras dispuestas a 45 y -45 grados.

Esta disposición se puede expresar de manera concisa mediante las siguientes ecuaciones:

$$[0/90]_2 = [0/90/0/90]$$

$$[45/-45]_3 = [45/-45/45/-45/45/-45]$$

Estas expresiones resumen de manera efectiva la estructura angular de los laminados, proporcionando información clave sobre la orientación de las fibras en cada capa y facilitando así el análisis y diseño de materiales compuestos sofisticados.

Relaciones tensión-deformación para un laminado

Consideremos una viga prismática con una sección transversal A (Figura 2.33) sometida a una carga simple P . La tensión normal en cualquier sección transversal está definida por la Ecuación 2.55.

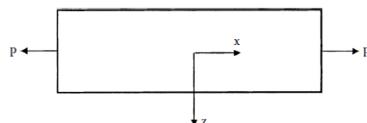


Figura 2.33: Viga bajo carga axial P [42].

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \quad (2.55)$$

En este caso, si la viga es linealmente elástica e isotrópica, la deformación normal correspondiente se describe mediante la Ecuación 2.56, donde E representa el módulo de Young de la viga. Es importante destacar que esta descripción supone uniformidad y constancia en la tensión normal y la deformación a lo largo de la viga, dependiendo de la carga P aplicada en el centroide de la sección transversal.

$$\varepsilon_x = \frac{P}{AE} \quad (2.56)$$

Ahora, se examina la misma viga prismática sometida a un momento de flexión puro M (Figura 2.34). Se asume que la viga está inicialmente recta y que las cargas aplicadas pasan a través de un plano de simetría para evitar el torsionamiento.

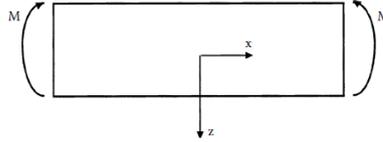


Figura 2.34: Viga bajo momento M [42].

Este análisis se basa en suposiciones elementales de mecánica de materiales:

- Se desprecian las fuerzas cortantes transversales.
- Las secciones transversales mantienen su forma original.
- El plano yz antes y después de la flexión permanece igual y es normal al eje x .

Luego, a una distancia z desde la línea centroidal, la Ecuación 2.57 describe la deformación normal ε_{xx} , donde ρ es el radio de curvatura de la viga. Si el material es linealmente elástico e isotrópico, se cumplen las Ecuaciones 2.58 y 2.59, donde I se define como el segundo momento de área y M representa el momento flector total.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{z}{\rho} \quad (2.57)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{Ez}{\rho} \quad (2.58)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{Mz}{I}, \quad I = \int_A z^2 dA \quad (2.59)$$

Ahora, si la misma viga se encuentra bajo la influencia de una carga axial P y un momento flector M (Figura 2.35), entonces se aplican las Ecuaciones 2.60, donde ε_0 es la deformación en $z = 0$, que corresponde a la línea del centroide de la viga, y κ representa la curvatura de la viga. Esto demuestra que, bajo una carga combinada uniaxial y de flexión, la deformación varía de manera lineal a través del espesor de la viga.

Capítulo 2. Marco teórico

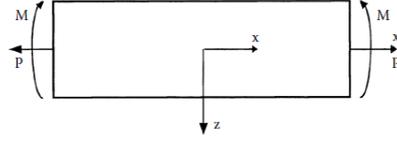


Figura 2.35: Viga bajo carga axial P y momento M [42].

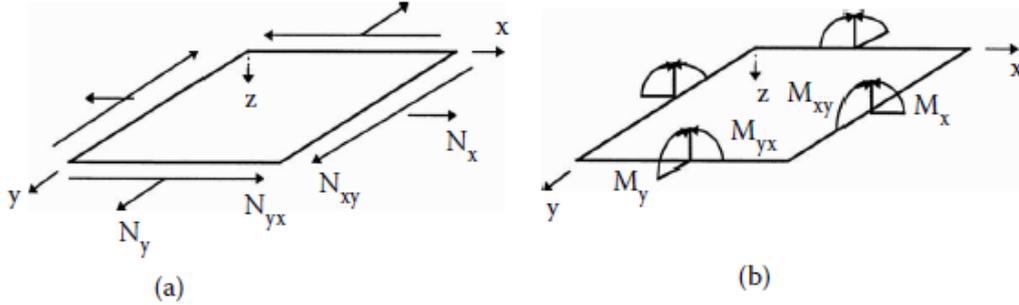


Figura 2.36: Fuerzas y momentos en un laminado [42].

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \left(\frac{1}{AE} \right) P + \left(\frac{z}{EI} \right) M \\
 &= \varepsilon_0 + z \left(\frac{1}{\rho} \right) \\
 &= \varepsilon_0 + z\kappa
 \end{aligned}
 \tag{2.60}$$

Utilizando las suposiciones de la teoría del laminado, se pueden derivar las relaciones aplicables a placas sujetas a cargas en su plano, que incluyen fuerzas axiales, cortantes, momentos de flexión y torsión, como se observan en la Figura 2.36.

Estas relaciones se expresan a través de la Ecuación 2.61, que describe la relación lineal entre las deformaciones $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ y las curvaturas $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$ en un laminado específico. Esta ecuación, fundamental para comprender cómo las cargas aplicadas a un laminado afectan su capacidad para deformarse, se presenta detalladamente en la Ecuación 2.61.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix}
 \tag{2.61}$$

La Ecuación 2.61 se deriva a partir de las ecuaciones de desplazamiento y deformación en el laminado. Establece que las deformaciones en el laminado $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ resultan de dos contribuciones: las deformaciones en el plano medio $(\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0)$ y las deformaciones debidas a la curvatura a lo largo del espesor del laminado

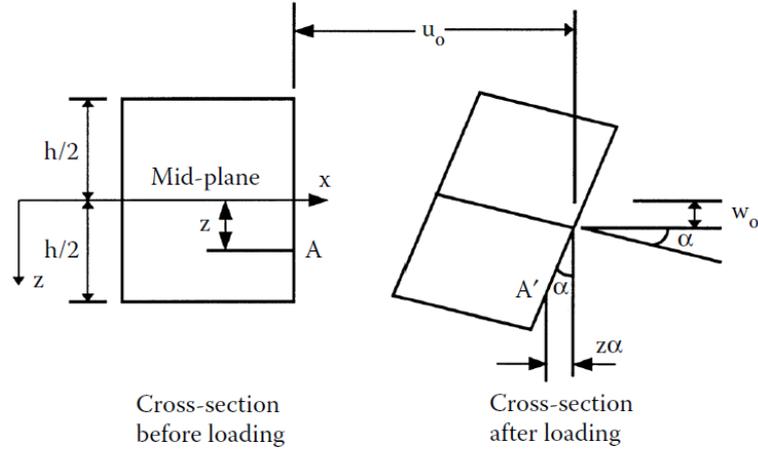


Figura 2.37: Relaciones de desplazamiento de una lámina [42].

$(z \cdot \kappa_x, z \cdot \kappa_y, z \cdot \kappa_{xy})$, donde z representa la coordenada a lo largo del espesor del laminado.

Esta ecuación modela cómo las deformaciones varían a través del espesor del laminado en respuesta a las curvaturas locales $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$ en un punto específico del mismo. La comprensión de esta relación es esencial para el análisis y diseño de estructuras compuestas, ya que permite evaluar cómo las cargas y las curvaturas influyen en las deformaciones de los laminados delgados.

Deformación y tensión en un laminado

Se considera una lámina individual k dentro de un laminado multidireccional. La posición de esta lámina se encuentra a una distancia h_k desde el plano de referencia del laminado, tal como se ilustra en la Figura 2.38 . Las relaciones esfuerzo-deformación asociadas a esta lámina, referidas a sus ejes materiales, pueden expresarse de la siguiente manera (Ecuación 2.62):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.43 de esfuerzo transformado, en la Ecuación 2.61 se obtiene la matriz de rigidez transformada (Ecuación 2.63) reducida corresponde a la de la lámina ubicada en el punto a lo largo del espesor del laminado.

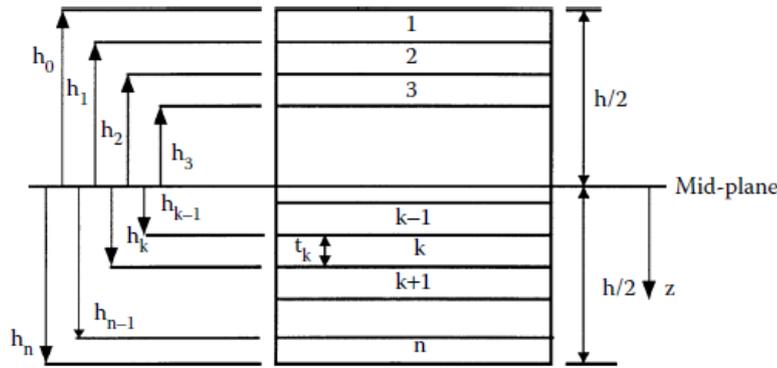


Figura 2.38: Coordenadas en laminado [42].

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

A partir de la Ecuación 2.63, se puede observar que las tensiones varían de manera lineal solo a lo largo del espesor de cada lámina (Figura 2.39). Sin embargo, las tensiones pueden cambiar rápidamente de lámina a lámina debido a que la matriz de rigidez reducida y transformada se modifica de una lámina a otra, dependiendo del material y la orientación de la lámina.

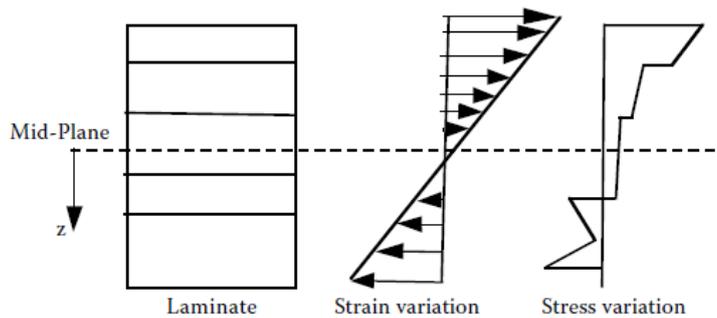


Figura 2.39: Variación esfuerzo deformación en un laminado [42].

Las deformaciones en el plano medio y las curvaturas de la placa, como se representan en la Ecuación 2.61, desempeñan un papel fundamental en el análisis de laminados compuestos. Estas cantidades son esenciales para comprender cómo las tensiones y deformaciones se distribuyen en cada lámina del laminado. Se puede establecer una relación entre las tensiones en cada lámina y estas incógnitas, como se muestra en la Ecuación 2.63. En otras palabras, esta ecuación nos permite

2.5. Modelado de materiales

determinar las tensiones en cada lámina al integrar a lo largo del espesor del laminado, lo que proporciona las fuerzas y momentos resultantes debido a las cargas externas conocidas.

Se examina un laminado compuesto por n láminas, como se ilustra en la Figura 2.38. Cada lámina posee un espesor designado t_k . La suma de los espesores de todas las láminas resulta en el espesor total del laminado, representado como h :

$$h = \sum_{k=1}^n t_k \quad (2.64)$$

La ubicación del plano medio del laminado se encuentra a una distancia $h/2$ desde la superficie superior o inferior del mismo.

En este contexto, se aborda la necesidad fundamental de analizar y cuantificar las fuerzas resultantes por unidad de longitud en el plano $xx-yy$, a lo largo del espesor del laminado. Se utilizan las ecuaciones de integración de tensiones globales, las cuales se presentan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} N_x^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \\ N_y^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \\ N_s^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_s dz \end{aligned} \quad (2.65)$$

Donde:

- N_x, N_y son las fuerzas normales por unidad de longitud
- N_s es la fuerza de corte por unidad de longitud

Del mismo modo, al integrar las tensiones globales en cada lámina, se obtienen los momentos resultantes por unidad de longitud en el plano $x-y$ a lo largo del espesor del laminado, Ecuación 2.66.

$$\begin{aligned} M_x^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \\ M_y^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \\ M_s^k &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_s z dz \end{aligned} \quad (2.66)$$

Capítulo 2. Marco teórico

Siendo:

- M_x, M_y los momentos flectores por unidad de longitud
- M_s es el momentos torsionales por unidad de longitud

Las ecuaciones 2.65 y 2.66 permiten el cálculo de las fuerzas resultantes en las direcciones x e y, así como del esfuerzo cortante en el plano xy, a lo largo del espesor del laminado.

Escribiendo las ecuaciones 2.65 y 2.66 en forma matricial y sustituyendo en la Ecuación 2.63 se halla la Ecuación 2.67 matricial de seis ecuaciones lineales simultáneas y seis incógnitas:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{sy} & A_{xs} & B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} & B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} & B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} \\ B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} & D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} & D_{sx} & D_{sy} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_s^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_s \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Donde los coeficientes quedan definidos por la Ecuación 2.68.

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (Q_{ij})^k \cdot (h_k - h_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})^k \cdot (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})^k \cdot (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (2.68)$$

La Ecuación 2.67 define tres matrices importantes en el análisis de laminados compuestos. Estas matrices son conocidas como las matrices de rigidez en extensión [A], de acoplamiento [B], y de flexión [D].

En esta formulación, la matriz [A] se encarga de relacionar las fuerzas resultantes en el plano con las deformaciones en el mismo, mientras que la matriz [D] establece la relación entre los momentos de flexión resultantes y las curvaturas de la placa. Por otro lado, la matriz [B] establece una conexión crucial entre los términos de fuerza y momento con las deformaciones y curvaturas en el plano medio del laminado.

Para un laminado simétrico, la matriz de acoplamiento [B] es nula y es posible demostrar que las matrices de rigidez [A*] y de rigidez a la flexión [D*] son

inversas de las matrices de rigidez extensional $[A]$ y de rigidez a la flexión $[D]$, respectivamente. A partir de la Ecuación 2.67:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Invertiendo la ecuación anterior, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx}^* & A_{xy}^* & A_{xs}^* \\ A_{yx}^* & A_{yy}^* & A_{ys}^* \\ A_{sx}^* & A_{sy}^* & A_{ss}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

A partir de la Ecuación 2.70, podemos deducir las siguientes propiedades del laminado simétrico:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{hA_{xx}^*} & E_y &= \frac{1}{hA_{yy}^*} \\ G_{xy} &= \frac{1}{hA_{ss}^*} & \nu_{xy} &= -\frac{A_{yx}^*}{A_{xx}^*} & \nu_{yx} &= -\frac{A_{xy}^*}{A_{yy}^*} \end{aligned} \quad (2.71)$$

2.5.5. Análisis mediante la Teoría del Laminado en una Prótesis Deportiva Transtibial

La aplicación de la teoría del laminado juega un papel crucial en el análisis mecánico de la prótesis deportiva transtibial. Este enfoque proporciona un marco teórico para calcular y entender las propiedades mecánicas de los laminados utilizados en la fabricación de la prótesis.

En una fase inicial, se lleva a cabo un conjunto de experimentos para determinar parámetros fundamentales de las láminas que constituyen el laminado. Estos parámetros incluyen el módulo de elasticidad longitudinal E_1 , el módulo de elasticidad transversal E_2 , la relación de Poisson ν_{12} , y el módulo de corte unidireccional G_{12} . Estos valores, obtenidos experimentalmente, sientan las bases para el análisis posterior.

A través de la relación entre los módulos de elasticidad, se establece ν_{21} en función de ν_{12} mediante la expresión (ver Ecuación 2.34):

$$\nu_{21} = \nu_{12} \times \left(\frac{E_2}{E_1} \right)$$

Capítulo 2. Marco teórico

Con esta relación definida, se inicia el cálculo de los términos de las matrices Q que describen el comportamiento del laminado. Estos cálculos incluyen Q_{11} , Q_{12} , Q_{22} , y Q_{66} , elementos cruciales para el análisis del material compuesto. Estos términos se hallan utilizando la Ecuación 2.38.

Posteriormente, las ecuaciones 2.45 permiten determinar términos adicionales (Q_{xx} , Q_{yy} , Q_{xy} , Q_{xs} , Q_{ys} , y Q_{ss}) que son esenciales para caracterizar completamente el laminado.

La matriz A , definida mediante la Ecuación 2.68, se introduce en la etapa de cálculos. Su inversa A^{-1} se calcula para permitir el cálculo de los módulos de elasticidad efectivos E_x , E_y , y el módulo de corte efectivo G_{xy} . Estos valores efectivos, representativos de las propiedades consolidadas del laminado, se determinan a partir de la Ecuación 2.71.

Adicionalmente, se determinan los coeficientes de Poisson ν_{xy} y ν_{yx} , que desempeñan un papel crucial en la descripción de la respuesta mecánica del material compuesto.

La aplicación de esta teoría del laminado en el análisis de la prótesis deportiva transtibial proporciona un enfoque integral para entender y predecir su comportamiento mecánico en diversas condiciones y escenarios deportivos. Estos resultados contribuirán significativamente al diseño optimizado de prótesis deportivas, mejorando su rendimiento y adaptabilidad para atletas amputados.

2.6. Caracterización de CFRP

2.6.1. Introducción

Los materiales compuestos, como los CFRP, poseen propiedades únicas debido a su naturaleza no homogénea y anisótropa. Estas características demandan un enfoque especial para determinar sus propiedades físicas y mecánicas. Los intentos previos de establecer normas de evaluación resultaron en desafíos, dado que estos materiales no responden de la misma manera que los materiales tradicionales en los cuales se basan los métodos de prueba convencionales [41].

Con el avance de nuevas generaciones de materiales compuestos, se vuelve esencial adaptar y modificar los métodos de prueba existentes para abordar sus particularidades. Organizaciones como ASTM han trabajado para lograr uniformidad y estandarización, sin limitar la capacidad de adaptarse a estos materiales diversos. Dado que los materiales compuestos abarcan una variedad de sustancias con propiedades variables, se requiere aplicar enfoques de prueba específicos para cada caso [41].

Proceso de Laminación en CFRP

El CFRP está compuesto por capas de tejidos de fibra de carbono, que luego son impregnadas típicamente con resina. Estas láminas individuales se superponen y procesan juntas para formar un laminado compuesto con propiedades deseadas. Los patrones de superposición de estas láminas se definen utilizando un código de laminado.

Ortotropía

En su mayoría, estos materiales compuestos son ortotrópicos, lo que implica que sus propiedades mecánicas o térmicas son únicas e independientes en tres direcciones perpendiculares entre sí.

En el caso más general de un material completamente anisotrópico (es decir, sin ninguna forma de simetría material), se deben determinar experimentalmente un total de 21 constantes materiales. A medida que se introduce simetría material, se puede demostrar que ciertos términos de rigidez (y los correspondientes términos de flexibilidad) se anulan, reduciendo el número de constantes materiales independientes.

La relación constitutiva de un material ortotrópico elástico lineal en el sistema de coordenadas del material, se mencionó previamente en la Ecuación 2.19.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

En una lámina delgada, comúnmente se asume un estado de esfuerzo plano estableciendo

$$\sigma_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0 \quad (2.72)$$

Es importante tener en cuenta las coordenadas a emplear en este tipo de materiales. Debido a que las propiedades de rigidez y resistencia de una lámina (capa) de material compuesto no suelen ser isotrópicas, es recomendable definir estas propiedades en términos de direcciones que coincidan con cualquier simetría presente en el material. Este sistema se conoce como Sistema de Coordenadas de Capa.

Las propiedades de todas las capas del laminado deben expresarse en términos de un Sistema de Coordenadas Global, siendo la elección más apropiada el sistema de coordenadas geométricas. Por tanto, es necesario transformar las propiedades

Capítulo 2. Marco teórico

del material de cada capa desde su propio Sistema de Coordenadas de Capa hasta el Sistema de Coordenadas Global.

2.6.2. Análisis del material

En el proceso de análisis y diseño de estructuras compuestas, la obtención de datos experimentales confiables es esencial. Esta caracterización se lleva a cabo en distintas escalas, abarcando el análisis micromecánico, macromecánico y estructural. Las pruebas realizadas en materiales compuestos persiguen tres objetivos clave. En primer lugar, se busca determinar las propiedades fundamentales de las láminas unidireccionales, las cuales son esenciales para el diseño y análisis estructural. En segundo lugar, se tiene como objetivo validar las predicciones analíticas del comportamiento mecánico de los materiales compuestos. Por último, se busca llevar a cabo estudios experimentales independientes en condiciones específicas de geometría y carga.

Dentro de estos objetivos generales, surgen aplicaciones específicas de las pruebas. Se realizan ensayos para caracterizar los materiales constituyentes, incluyendo fibras, matrices y zonas interlaminares. Las fibras de refuerzo se someten a diversos ensayos para caracterizar sus propiedades químicas, físicas y mecánicas. Entre estos ensayos, se incluyen pruebas para medir la resistencia, el módulo elástico y la elongación de las mismas. También se evalúan las propiedades de la matriz, caracterizando los polímeros mediante la realización de ensayos en probetas. Durante estos ensayos, se miden propiedades fundamentales como el módulo de Young, el módulo de Poisson, la resistencia a la tracción y la deformación máxima.

Estos datos son esenciales para los análisis micromecánicos, que permiten predecir el comportamiento de las láminas y, en consecuencia, de los laminados y las estructuras completas. También se enfoca en caracterizar las láminas unidireccionales básicas, que son los elementos fundamentales en las estructuras laminadas. Asimismo, se investigan las propiedades interlaminares para entender cómo interactúan las láminas en un laminado y cómo se transmiten las cargas entre ellas.

Otra dimensión importante de las pruebas involucra el estudio del comportamiento de los materiales bajo condiciones de carga especiales, como fatiga, fluencia, impacto y cargas de alta velocidad. Estas pruebas brindan información crucial sobre cómo los materiales compuestos responden en situaciones críticas y cómo se originan potenciales fallos. Además, se realizan análisis experimentales de esfuerzos y fallas en laminados y estructuras compuestas, especialmente cuando existen discontinuidades geométricas, como bordes libres, recortes, uniones y cambios abruptos en las capas. Por último, se evalúa la integridad estructural a través de métodos de prueba no destructivos, que identifican defectos sin causar daño al material.

A lo largo de estas aplicaciones de pruebas, se emplean diversos métodos experimentales que resultan más complejos en comparación con los utilizados en

materiales isotrópicos. Estos métodos requieren ajustes sustanciales para adaptarse a las propiedades únicas de los materiales compuestos.

Análisis de falla y resistencia

Es difícil definir y predecir la falla de los compuestos laminados, ya que en éstos ocurren una serie de mecanismos de falla que son graduales, están interconectados y son complejos de modelar. Se han propuesto muchos criterios de falla de compuestos laminados, pero actualmente no existe una teoría que satisfaga todas las expectativas, y no hay un acuerdo acerca de cuáles teorías deben usarse en los diferentes casos [41].

Los criterios de resistencia populares son la tensión máxima, la deformación máxima y los criterios de Tsai-Wu. Los mismos son capaces de predecir los niveles de carga requeridos para falla de estructuras complejas bajo carga de tensión combinada. Un modo de falla común en los laminados que contienen capas unidireccionales es el agrietamiento de la matriz, que es la falla de la matriz y la interfaz fibra-matriz en un plano perpendicular a la dirección de la fibra.

A continuación se describen los criterios de fallas mencionados para las laminas:

- Criterio de falla por esfuerzo máximo

El criterio de falla por tensión máxima se basa en la premisa de que la falla se produce cuando cualquiera de las tensiones en el plano, ya sea σ_1 , σ_2 , o τ_{12} , alcanza su valor límite, sin considerar los otros componentes de la tensión. En el caso de que las magnitudes de los componentes de la tensión sean inferiores a sus valores límite en el momento de la falla, se considera que no hay fallo, y el elemento o estructura se clasifica como seguro.

Para ilustrar este concepto, se presenta la Figura 2.40, que representa la envolvente de falla para una lámina unidireccional bajo carga normal biaxial, según la teoría de la tensión máxima. La figura muestra un rectángulo central que define el rango de estados de tensión en los que puede ocurrir la falla.

En las esquinas del rectángulo, se encuentran los puntos de intersección, marcados como F_{1t} , F_{2t} , $-F_{1c}$ y $-F_{2c}$, que representan las resistencias correspondientes en las direcciones principales. En consecuencia, la zona de seguridad en el espacio de Haigh–Westergaard se representa mediante este diagrama, proporcionando una comprensión visual de cómo se relacionan las tensiones y resistencias en una lámina unidireccional bajo diversas condiciones de carga.

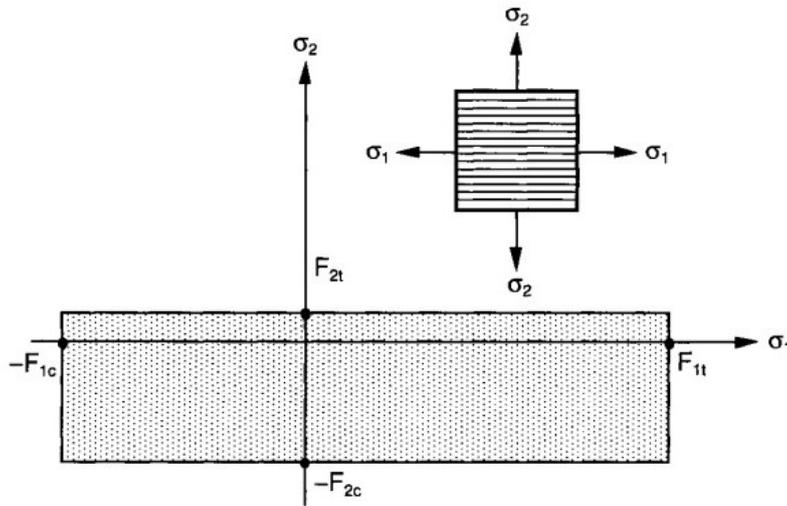


Figura 2.40: Criterio de falla por esfuerzo máximo [39].

- Criterio de falla por deformación máxima:

El criterio de deformación máxima asume que la falla de cualquier plano principal de la lámina ocurre cuando cualquier deformación en el plano alcanza su valor último en tensión uniaxial, compresión o cortante puro. Similar al criterio de tensión máxima, el criterio de deformación máxima tiene la capacidad de predecir el modo de falla. En la Figura 2.41, se presenta la envolvente para el criterio de falla, para un estado de tensión bidimensional $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$ y $\tau_{12} = 0$.

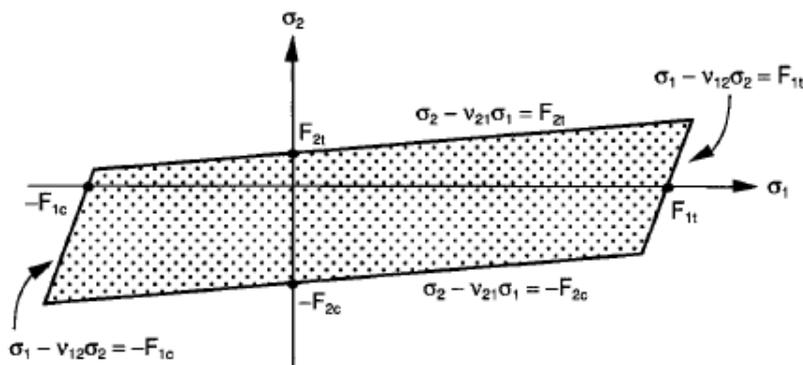


Figura 2.41: Criterio de falla por deformación máximo [39].

- Criterio de falla de Tsai-Wu:

Tsai y Wu (1971) propusieron un criterio de falla basado en un polinomio tensorial de segundo orden para predecir la resistencia biaxial. Este criterio toma la siguiente forma (Ecuación 2.73) para la tensión plana:

2.6. Caracterización de CFRP

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{12}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \geq 1 \quad (2.73)$$

Este criterio asume que la falla bajo tensión combinada ocurre cuando el lado izquierdo de la ecuación anterior es igual o mayor que uno. El criterio de Tsai-Wu ha encontrado una amplia aplicabilidad en la industria de los compuestos debido a su versatilidad para proporcionar predicciones razonables de resistencia, sin embargo, no predice el modo de falla. En la Figura 2.42, se presentan las envolventes de falla correspondientes a una lámina unidireccional de vidrio/epoxi bajo carga biaxial. Estas envolventes, que delinean los límites en los cuales se produce la falla, han sido trazadas para valores específicos de esfuerzo cortante constante, donde $\tau_2 = kF_6$.

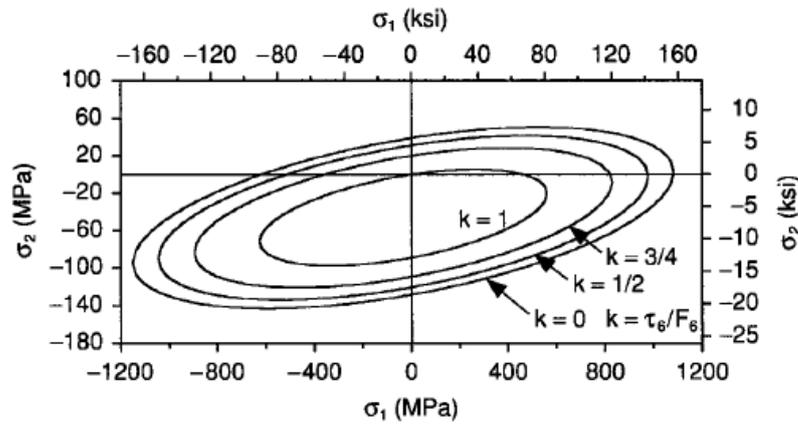


Figura 2.42: Criterio de falla de falla Tsai-Wu para una lamina unidireccional de vidrio/epoxi [39].

2.6.3. Maquinas de ensayo y medidas de deformaciones y desplazamientos

En el estudio de los materiales, es crucial comprender como éstos responden a las cargas y deformaciones a las que se someten. Para lograr esto, se emplean máquinas de ensayo y técnicas de medición de esfuerzo-deformación. Esta sección se enfocará en la descripción de la medición de la deformación, con énfasis en las galgas extensiométricas, un método ampliamente utilizado en la caracterización de materiales, incluidos los materiales compuestos de fibra de carbono (CFRP).

Maquinas de ensayo

En el ámbito de las máquinas de ensayo, se utilizan dispositivos especializados diseñados para pruebas específicas. Estos dispositivos pueden montarse en

Capítulo 2. Marco teórico

máquinas de ensayo universales, que son versátiles y varían en tamaño, capacidad de carga y sofisticación. Las máquinas universales básicas pueden aplicar cargas uniaxiales de tracción y compresión, mientras que las modernas ofrecen más opciones, como control de fuerza o deformación y desplazamiento. Estas máquinas utilizan celdas de carga electrónicas y acondicionamiento de señal para medir y registrar datos, que se procesan y almacenan en formas útiles, como gráficos de tensión-deformación y tabulaciones de rigidez.

Existen máquinas de diversos tamaños, desde unas pocas centenas de newtons hasta capacidades mucho mayores, dependiendo de la aplicación. Estas máquinas pueden clasificarse en dos tipos fundamentales: electromecánicas o servohidráulicas. Además de las máquinas universales, se están desarrollando dispositivos especializados para pruebas específicas, tales como marcos de fluencia, máquinas de fatiga de frecuencia resonante y dispositivos de impacto.

Medida de deformaciones

La medición precisa de deformaciones y desplazamientos en especímenes de prueba es fundamental en la caracterización de materiales compuestos, incluidos los materiales compuestos de fibra de carbono. Para llevar a cabo estas mediciones, se utilizan varios transductores comunes, como galgas extensiométricas, extensómetros y transformadores diferenciales de variación lineal (LVDT) y las técnicas ópticas.

Además, para garantizar una adquisición de datos precisa durante los ensayos, se emplea un Sistema de Adquisición de Datos (DAQ). En este proyecto, se utilizará el Sistema de Adquisición de Datos NI cDAQ-9178 junto con el módulo NI 9219 para la recopilación de datos.

El NI cDAQ-9178 es un chasis de adquisición de datos compacto y versátil desarrollado por National Instruments (NI). Ofrece una plataforma confiable para la integración de módulos de adquisición de datos y es especialmente adecuado para aplicaciones de laboratorio y pruebas experimentales. Este chasis proporciona una interfaz de conexión para módulos de E/S, como el NI 9219, que se utilizará para la adquisición de señales de deformación.

El módulo NI 9219 es un módulo de entrada analógica de alta precisión que permite la adquisición de señales de voltaje en tiempo real. Ofrece características clave, como una alta resolución y una amplia variedad de rangos de entrada, lo que lo convierte en una elección adecuada para aplicaciones que requieren mediciones precisas de deformaciones.

Si bien no es el foco principal de esta sección, es importante destacar que la selección cuidadosa del hardware, como el NI cDAQ-9178 y el módulo NI 9219, y la configuración precisa de sus parámetros, contribuyen significativamente a la obtención de resultados confiables en los ensayos de materiales, en particular en la

caracterización de CFRP.

Galgas Extensiométricas: Las galgas extensiométricas son versátiles, confiables y precisas para medir deformaciones. Consisten en láminas delgadas de metal (ver Figura 2.43) adheridas a la superficie del espécimen. Cuando el espécimen se deforma, la resistencia eléctrica de la galga cambia proporcionalmente a la deformación. Estas galgas se utilizan en puentes de Wheatstone y requieren una fuente de voltaje constante. Es importante elegir la resistencia adecuada para evitar efectos de calentamiento. Se recomiendan galgas de 350Ω para pruebas en compuestos de matriz polimérica [41].

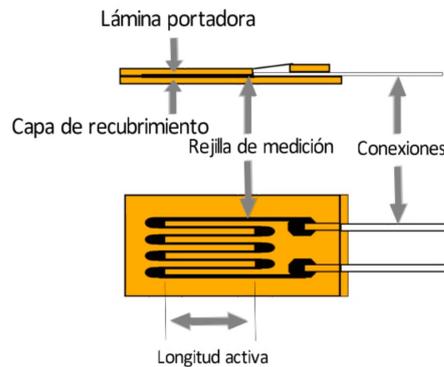


Figura 2.43: Esquema de una galga extensiométrica de resistencia eléctrica.

Extensómetros: Los extensómetros (Figura 2.44), tanto de un solo eje como biaxiales, se utilizan para medir deformaciones. Algunos extensómetros contienen galgas de deformación en sus brazos. A medida que los brazos se desplazan, las galgas se activan y miden la deformación. Estos dispositivos son precisos y ofrecen una variedad de longitudes de galgas para adaptarse a diferentes aplicaciones. La elección de la longitud de la galga depende de la aplicación específica y la superficie de la probeta.



Figura 2.44: Galga extensométrica axial de uso general se utiliza en tracción o compresión (Fuente: Epsilon Technology Corporation).

Transformadores Diferenciales de Variación Lineal: Los LVDT (Figura 2.45) se emplean principalmente para monitorizar desplazamientos. Producen una señal eléctrica en función del movimiento de su núcleo, pero esta señal es proporcional al desplazamiento solo dentro de un rango específico. La resolución de un LVDT depende del sistema electrónico utilizado para convertir la señal de entrada.

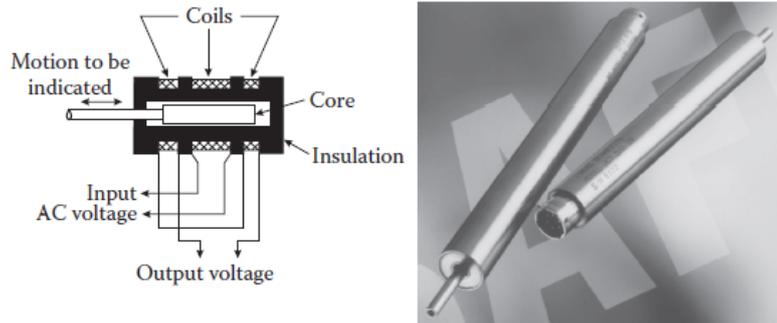


Figura 2.45: Esquema de un Transformadores Diferenciales de Variación Lineal [41].

Técnicas Ópticas: Además de las técnicas mencionadas, las técnicas ópticas, como la correlación digital de imágenes (DIC), se utilizan para medir deformaciones y desplazamientos. La DIC ilumina un área del espécimen con un láser y captura imágenes de la superficie (Figura 2.46). Comparando imágenes de la probeta en su estado deformado y no deformado, se pueden calcular desplazamientos y distribuciones de deformación en toda el área.

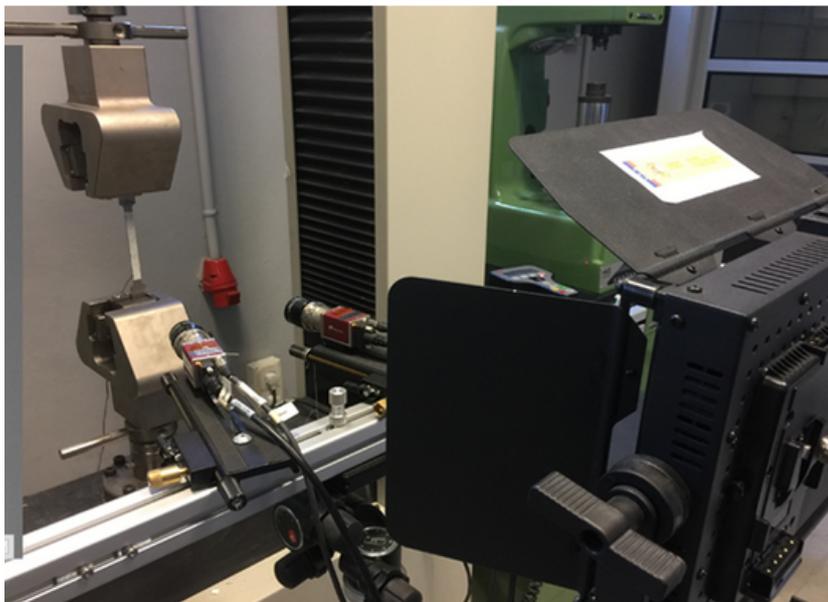


Figura 2.46: Imagen del equipo de Video Correlación Digital (DIC) de IQS [43].

2.6. Caracterización de CFRP

Es importante elegir la técnica adecuada en función de la aplicación específica y la precisión requerida. También es fundamental garantizar que la técnica no refuerce la superficie del compuesto, lo que podría dar lugar a mediciones incorrectas. Las técnicas ópticas, como la DIC, han ganado relevancia recientemente debido a su capacidad para proporcionar mediciones precisas y de campo completo. Estas técnicas se aplican tanto en análisis estructural como en ensayos de materiales.

Galgas extensométricas

Las galgas extensométricas son sensores capaces de medir deformaciones, es decir, cambios relativos en la longitud. Se utilizan en diversas aplicaciones, como transductores de fuerza, par y presión, para determinar valores y direcciones de tensiones mecánicas, así como en el análisis de la vida de fatiga y tensiones residuales.

Como se mencionó anteriormente, las galgas extensométricas varían su resistencia de manera proporcional a la deformación, como se muestra en la Ecuación 2.74:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot \varepsilon \quad (2.74)$$

Donde:

- ΔR es el cambio en la resistencia de la galga debido a la deformación.
- R_0 es la resistencia nominal de la galga.
- k es el factor de la galga (sensibilidad de deformación).
- ε es la deformación que se desea medir.

Estos cambios de resistencia que ocurren en la galga son muy pequeños y no se pueden medir directamente con un ohmímetro. Por lo tanto, se utiliza el circuito de **punteo Wheatstone** para la medición. Con este circuito, es posible determinar el valor absoluto de una resistencia al compararla con otra resistencia conocida o medir cambios relativos en la resistencia. La última aplicación mencionada es la utilizada comúnmente con galgas extensométricas, lo que permite medir con una elevada precisión los cambios relativos en la resistencia, que suelen estar en el orden de 10^{-4} y $10^{-2}\Omega/\Omega$.

El puente de Wheatstone consiste en cuatro resistencias eléctricas configuradas como se muestra en la Figura 2.47, donde se aplica un voltaje de excitación conocido V_{EX} y se mide la tensión de salida V_O . R_1 y R_2 componen un circuito divisor de voltaje, y R_4 y R_3 componen el segundo circuito divisor de voltaje. La tensión de salida V_O se calcula de acuerdo con la Ecuación 2.75.

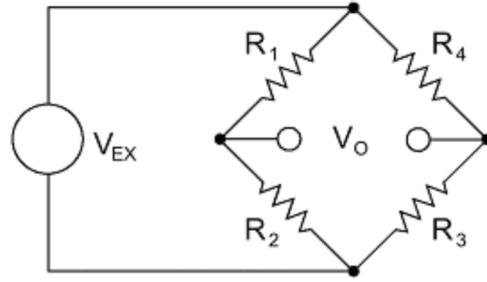


Figura 2.47: Circuito de puente Wheatstone.

$$V_O = V_{EX} \left[\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right] \quad (2.75)$$

Si $R_1/R_2 = R_4/R_3$, se dice que el puente está equilibrado y el voltaje de salida es cero. Si se produce un cambio en la resistencia en cualquiera de los brazos, esto generará un voltaje de salida distinto de cero. Reemplazando la resistencia por una galga extensométrica, obtenemos una tensión en función de la deformación.

$$V_O = V_{EX} \left[\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4} \right] \quad (2.76)$$

Con la Ecuación 2.76, se pueden calcular todas las condiciones del puente independientemente de la resistencia básica R que posean las ramas individuales. En la práctica, para el uso de galgas, al menos las dos mitades R_1 , R_2 , y R_3 , R_4 , deben tener la misma resistencia. Las desviaciones dentro de las tolerancias de la resistencia en las galgas extensométricas no tienen consecuencias en la precisión de la medición. Incluso con diferencias del 5% entre R_1 y R_2 , el error sigue siendo inferior al 0,1% [44].

Las variaciones de los valores de las galgas extensométricas metálicas son generalmente muy pequeñas, del orden de 10%. Por tanto, es habitual utilizar la Ecuación 2.77 aproximada en lugar de la Ecuación 2.76, proporcionando resultados suficientemente precisos para las necesidades prácticas [44].

$$\frac{V_O}{V_{EX}} = \frac{1}{4} \left[\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right] \quad (2.77)$$

Sustituyendo la Ecuación 2.74 en la Ecuación 2.77, se obtiene la siguiente Ecuación 2.78:

$$\frac{V_O}{V_{EX}} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4). \quad (2.78)$$

2.6. Caracterización de CFRP

Las ecuaciones consideran que todas las resistencias del puente cambian, pero esto es raro en ensayos experimentales. Normalmente, solo algunas ramas del puente tienen galgas extensométricas activas, mientras que otras son resistencias complementarias. Esto se llama “cuarto de puente”, “medio puente”, “diagonal” y “puente completo”. Estas designaciones no son estrictamente exactas ya que el circuito siempre está completo y está total o parcialmente formado por galgas extensométricas. El puente se completa con resistencias fijas que se incorporan en los instrumentos.

Para transductores que requieren alta precisión, se recomienda usar un circuito de puente completo con galgas extensométricas en los cuatro brazos. Además, en análisis de tensiones donde se deben eliminar interferencias, se utilizan circuitos de puente completo o medio puente. Es importante distinguir claramente entre diferentes tipos de tensiones, como tracción, compresión, flexión, cizalladura o torsión.

Existen diversas configuraciones de puente que se pueden realizar, dependiendo de la aplicación. Cada una presenta diferentes ventajas e inconvenientes, como el número de galgas necesarias, la sensibilidad del puente y las compensaciones por efectos indeseados, como el pandeo o la temperatura. En la Figura 2.48 se presentan dos configuraciones distintas para un puente completo.

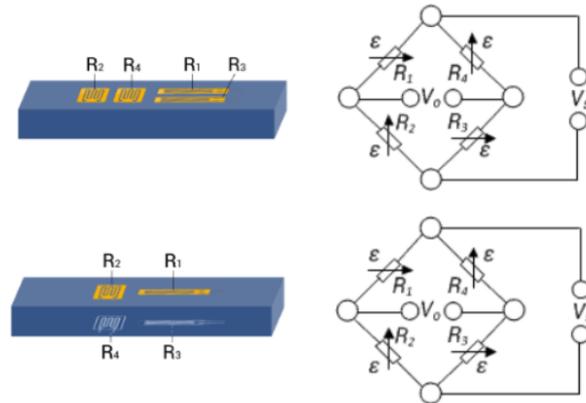


Figura 2.48: Dos posibles configuraciones de un puente completo para ensayo de tracción/compresión [45].

El puente diagonal con galgas pasivas (ver Figura 2.49) es de particular interés, como se verá más adelante en los ensayos. Este consta de dos galgas extensométricas activas (adheridas a la superficie) y dos galgas extensométricas pasivas (no adheridas a la superficie, aunque pueden estar en contacto térmico). En esta configuración, la deformación normal se mide con independencia de la deformación por flexión, además de presentar una buena compensación de los efectos de temperatura.

Antes de la instalación, es fundamental seleccionar la galga extensométrica adecuada. En el caso de materiales compuestos, se recomienda que la longitud de

Capítulo 2. Marco teórico

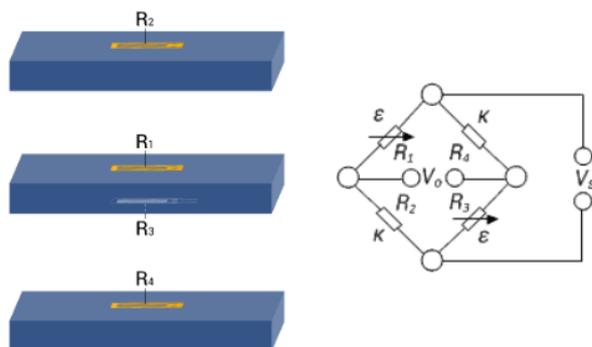


Figura 2.49: Puente diagonal para tracción/compresión [45].

la rejilla sea al menos cinco veces la distancia entre las fibras, y que la anchura de la galga cubra varias fibras. Las rejillas de 6 mm y 10 mm suelen ser las más utilizadas en estas aplicaciones. Además, se aconseja optar por galgas de 1000 ohmios para evitar un calentamiento superficial del sensor debido a la baja conductividad térmica del material compuesto.

En materiales compuestos, es importante iniciar la medición después de una fase de calentamiento inicial, una vez que el sistema haya alcanzado la estabilidad térmica. Además, se recomienda utilizar una tensión de alimentación baja, preferiblemente menor a 2.5 voltios, ya que tensiones más elevadas pueden generar calentamiento no deseado. Estos efectos se pueden observar en las Figura 2.50 y Figura 2.51.

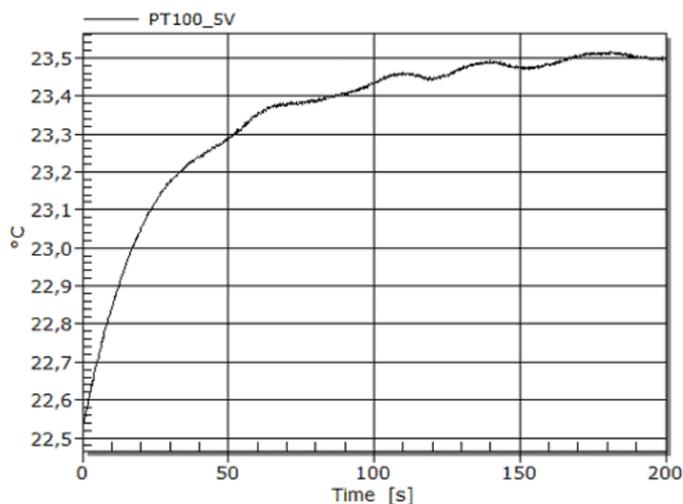


Figura 2.50: Proceso de calentamiento de la rejilla de medición de una galga extensométrica de 350 ohmios instalada sobre un material de baja conductividad térmica [45].

La instalación de las galgas extensométricas es un proceso delicado que implica considerar varios aspectos clave. Entre estos, se incluye la selección adecuada del

2.6. Caracterización de CFRP

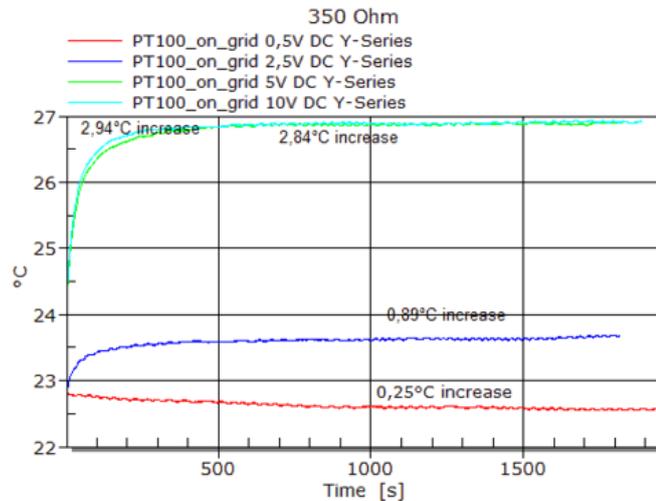


Figura 2.51: Diferencias entre tensiones de alimentación (CC) de 0.5, 2.5, 5 y 10 V para una rejilla de galga extensométrica de 350 ohmios [45].

adhesivo, el recubrimiento, y el proceso de instalación.

2.6.4. Caracterización de los materiales constitutivos

La caracterización de los materiales constitutivos, que comprenden la fibra de carbono, la matriz polimérica y la interfaz fibra/matriz, desempeña un papel esencial en la comprensión de las propiedades mecánicas y térmicas de los compuestos reforzados con fibra de carbono. Este proceso busca describir los módulos y coeficientes de expansión de la lámina a partir de las propiedades intrínsecas de la fibra y la matriz, la microestructura del compuesto y las fracciones volumétricas de los componentes. En este contexto, la micromecánica desempeña un papel fundamental, ya que busca describir las propiedades de la lámina a partir de las propiedades de los materiales constituyentes y la microestructura del compuesto. Además de la fibra y la matriz, también es necesario considerar la región de transición entre ambas, conocida como interfase. Este enfoque de caracterización se revela especialmente útil para análisis de micromecánica, permitiendo predecir el comportamiento de la lámina y, por ende, de laminados y estructuras más complejas.

Esta caracterización detallada abarca tanto la caracterización mecánica como térmica de la fibra, la matriz y la interfaz fibra/matriz. La fibra de carbono, como componente clave, es sometida a pruebas de tracción uniaxial para determinar su resistencia, módulo elástico y deformación en ruptura. Por otro lado, la matriz polimérica también se caracteriza para comprender su comportamiento ante la carga y la deformación. La interfaz fibra/matriz, una región crítica en la transferencia de carga, también se estudia para evaluar cómo ambas fases interactúan y se

Capítulo 2. Marco teórico

adhieren entre sí. Esta caracterización proporciona la base para un análisis más profundo, permitiendo prever el comportamiento mecánico y térmico en diferentes escalas.

Caracterización mecánica de la fibra

La caracterización de las fibras desempeña un papel fundamental en la evaluación de la calidad y en la comprensión de cómo los tratamientos en la superficie de las fibras pueden impactar su comportamiento. Estos ensayos también permiten la evaluación de la degradación ambiental de las fibras y la obtención de propiedades mecánicas necesarias para realizar análisis micromecánicos. Se pueden emplear diferentes ensayos; por ejemplo, para determinar el módulo de elasticidad, una estrategia comúnmente utilizada es la presentada en la norma ASTM D3379 (1989) (retirada en 1998), conocida como *Ensayo de Filamento Individual*. Este método proporciona técnicas específicas para evaluar el módulo y la resistencia a la tracción de las fibras.

Aunque se mencionan otros ensayos, es importante destacar que no se llevaron a cabo todos, y la elección depende de la propiedad mecánica específica que se desee caracterizar. La norma D3379, por ejemplo, establece un procedimiento estandarizado para la determinación de la resistencia a la tracción y el módulo de Young en materiales de filamento único de alto módulo, aquellos con una resistencia superior a 21×10^9 Pa o 3×10^6 psi, y se realiza a temperatura ambiente.

Caracterización de la matriz

La evaluación de las propiedades mecánicas de los materiales de matriz se realiza principalmente para confirmar las especificaciones del polímero. Estas propiedades se emplean en modelos micromecánicos para predecir las propiedades del compuesto. Cabe destacar que las propiedades de la resina pura no siempre son directamente transferibles al compuesto. En particular, la región de la interfaz fibra/matriz puede tener propiedades diferentes a las de la matriz homogénea [41].

Se pueden emplear diferentes ensayos para evaluar las propiedades mecánicas de la matriz. Por ejemplo, para determinar el módulo de elasticidad, el límite elástico y la resistencia a la tracción, se siguen los principios del método de tracción presentado en la norma ASTM D638 (2010). Asimismo, el ensayo de compresión de la matriz se basa en los criterios establecidos por ASTM D695 (2010), proporcionando información sobre propiedades en compresión. En la evaluación de la resistencia al corte en la matriz, se utiliza el enfoque del *Ensayo Iosipescu*, adaptado de ASTM D5379 (2005). Es importante señalar que estos ejemplos representan diferentes estrategias que podrían emplearse, y no necesariamente se llevaron a cabo todos estos ensayos para evaluar todas las propiedades de la matriz.

Ensayo de la interfaz fibra/matriz

La interfaz fibra/matriz juega un papel fundamental en el comportamiento mecánico de los compuestos reforzados con fibras. Para aprovechar eficazmente las fibras resistentes como refuerzos de los materiales de matriz, es esencial contar con una fuerte adherencia entre la fibra y la matriz para permitir la introducción de carga en las fibras a través de tensiones de corte en la interfaz fibra/matriz. La interacción entre las miles de fibras que componen los compuestos de fibra es compleja, y la resistencia de las fibras muestra una variabilidad sustancial que debe describirse adecuadamente mediante modelos estadísticos, como el modelo de Weibull de dos parámetros [46, 47].

Cuando un haz de fibras secas se carga en tensión, las fibras más débiles se rompen primero, seguidas de fallas subsiguientes de las fibras más fuertes hasta que el haz se rompe. Si una fibra individual en el haz se rompe, los ligamentos quedan completamente descargados y no contribuyen a la transferencia de carga del haz. Sin embargo, si las fibras del haz están impregnadas con una resina para formar un compuesto unidireccional, la falla de una fibra individual no terminará su función como miembro portador de carga, ya que la matriz transferirá rápidamente la carga a los ligamentos. Como resultado, un haz de fibras impregnado (compuesto) es sustancialmente más resistente que su contraparte seca [41].

Varios ensayos de interfaz fibra/matriz han surgido desde la introducción de los compuestos de fibra. Uno de los ensayos más antiguos es el ensayo de extracción de fibra única, donde una fibra se incrusta parcialmente en una matriz y parte de la fibra se extiende fuera de la matriz para permitir la aplicación de carga de tracción. Además de este ensayo, se han propuesto otros métodos como el ensayo de gota de resina y los ensayos de compresión de fibra única y microindentación, aunque su aceptación generalizada ha sido limitada debido a las complejidades en la preparación de probetas, los ensayos y la reducción de datos. A pesar de estos métodos, el ensayo de fragmentación de fibra única (SFFT) se destaca como uno de los más confiables y ampliamente utilizados en la actualidad [41].

El ensayo de fragmentación de fibra única (SFFT) utiliza una probeta de forma “dog-bone” con una fibra única incrustada en la matriz de resina. La fibra se rompe en puntos débiles, y la matriz debe soportar la carga después de la rotura. La cantidad de roturas de fibra se relaciona con la deformación aplicada, y se determina una longitud crítica que permite medir la resistencia de la interfaz fibra/matriz. Para obtener más información sobre estos ensayos y su aplicación en la caracterización de compuestos reforzados con fibras, se recomienda consultar el libro “Experimental Characterization of Advanced Composite Materials” por Carlsson, L.A., Adams, D.F., & Pipes, R.B. (2014).

2.6.5. Caracterización de la lamina

La lámina es la unidad fundamental en la mayoría de los compuestos reforzados con fibras, abarcando desde preimpregnados unidireccionales hasta tejidos y mantas de fibras cortadas. Esta estructura básica sustenta tanto el diseño como la fabricación de componentes compuestos. Independientemente de la forma del material o el proceso de fabricación, es esencial obtener un conocimiento detallado de las propiedades mecánicas de esta lámina para guiar el diseño, análisis y fabricación de dichos componentes. En esta sección, se explora la relevancia crítica de la caracterización de las propiedades de la lámina en distintos modos de carga, incluyendo tracción uniaxial, compresión y corte.

Ensayo de tracción

Las propiedades de tracción son de vital importancia en la caracterización de materiales compuestos. Sin embargo, obtener resultados precisos en estos materiales puede ser un desafío, especialmente en casos de alta ortotropía, donde las propiedades varían considerablemente en diferentes direcciones. Esta variabilidad complica la realización de ensayos precisos y confiables.

Para compuestos unidireccionales, los ensayos de tracción presentan desafíos particulares. La forma tradicional de la probeta en forma de "hueso de perro", sujeta por abrazaderas, puede no ser adecuada en compuestos altamente ortotrópicos. Esto se debe a que la resistencia al corte longitudinal puede ser inferior a la resistencia a la tracción axial, lo que podría ocasionar una falla no deseada en las regiones de agarre. En algunas situaciones, las áreas amplias de la probeta en forma de hueso de perro pueden comenzar a fallar en corte longitudinal cerca de las regiones de agarre, transformando efectivamente la probeta en una con forma rectangular de ancho constante.

La introducción adecuada de la carga en la probeta es una consideración crítica. Las abrazaderas (ver Figura 2.52) introducen la carga mediante fuerza cortante, donde la capacidad máxima de transmisión de carga está determinada por el coeficiente de fricción y la fuerza de sujeción. Aumentar el coeficiente de fricción puede dañar la superficie del material, mientras que incrementar la fuerza de sujeción se ve limitado por la resistencia a la compresión a través del espesor del material, para evitar el aplastamiento. Para superar estos desafíos, es común utilizar pestañas adheridas a los extremos de la probeta. Estas pestañas permiten una transición suave entre la probeta y las abrazaderas, reduciendo las concentraciones de tensiones y evitando daños en la probeta durante el ensayo. Sin embargo, las pestañas también pueden introducir concentraciones de tensiones adicionales debido a los cambios abruptos en el espesor de la probeta.

La norma de referencia para los ensayos de tracción en compuestos es la ASTM D3039. Esta norma establece que las muestras de tracción son probetas de lados



Figura 2.52: Mordaza mecánica típica (Fuente: Instron Corporation).

rectos con sección transversal constante y pestañas biseladas adheridas con adhesivo (ver Figura 2.53). El ancho de la probeta longitudinal generalmente es de 1.27 cm, mientras que la probeta transversal tiene un ancho de 2,54 cm. Los espesores recomendados varían entre 0,5 y 2,5 mm, con seis capas para la probeta longitudinal y al menos ocho capas para la transversal, según el espesor real de las capas. Ambas probetas tienen una longitud total de 22.9 cm y una longitud de calibración de 15,2 cm. Es importante destacar que estas medidas son de referencia, pero no excluyen el uso de otras configuraciones siempre que se cumplan con los requisitos geométricos establecidos por la norma.

A través de este ensayo se determinan varias propiedades cruciales de los compuestos. Los módulos elásticos E_1 y E_2 , los coeficientes de Poisson ν_{12} y ν_{21} , además de las resistencias últimas X_1^T y X_2^T son algunos de los parámetros fundamentales obtenidos mediante este procedimiento.

La medición precisa del área de la sección transversal en la región de calibración es crucial, al igual que la alineación cuidadosa de la probeta en las mordazas de la máquina de ensayo. Se recomienda medir las dimensiones de la sección transversal en varios puntos de la probeta y monitorear continuamente la carga y la deformación durante el ensayo. La norma establece la necesidad de al menos 100 puntos de datos para lograr resultados confiables y precisos.

Capítulo 2. Marco teórico

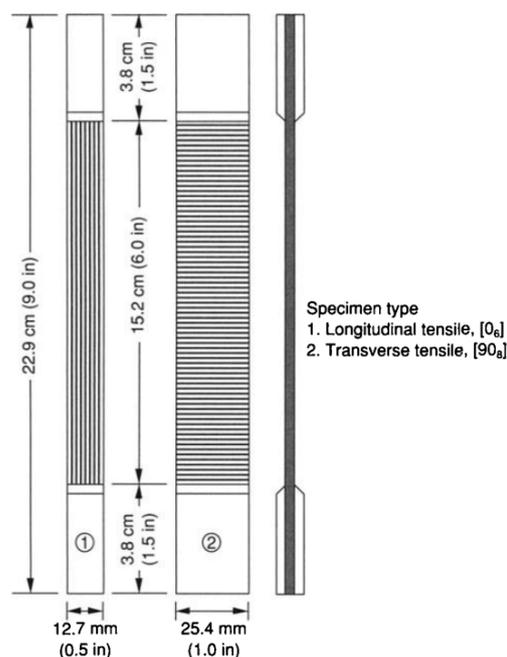


Figura 2.53: Geometría de probetas para ensayo a tracción uniaxial para lamina unidireccional [39].

Ensayo a compresión

La realización de ensayos de compresión en materiales compuestos presenta desafíos específicos debido a la susceptibilidad a la falla prematura por pandeo global o aplastamiento de los extremos. Este tipo de prueba está influenciado por diversos parámetros experimentales, incluyendo la alineación, la geometría de la probeta, la introducción de carga y la estabilidad experimental [39]. A lo largo del tiempo, se han desarrollado varios métodos para abordar estas complejidades.

En compuestos reforzados con fibras y cargados en dirección cercana a la de las fibras, se presenta el pandeo en secciones pequeñas [48], lo que conduce a la formación de pliegues [49]. Estos pliegues generan considerables esfuerzos de flexión, eventualmente resultando en una falla por compresión, como se ilustra en la Figura 2.54.

Diversos métodos están disponibles para llevar a cabo ensayos de compresión en materiales compuestos. Estos métodos difieren en la forma en que se aplica la carga. Puede ser aplicada directamente desde los extremos a través de la compresión directa o mediante corte por cizalladura. También existe la opción de utilizar una combinación de estos métodos. Otra alternativa es el ensayo de flexión en una viga sándwich, en el cual dos láminas del material actúan como caras adheridas a un núcleo típicamente con estructura de panal. Sin embargo, este método no es muy utilizado debido a la complejidad de fabricación y las dimensiones considerablemente grandes de las probetas requeridas.

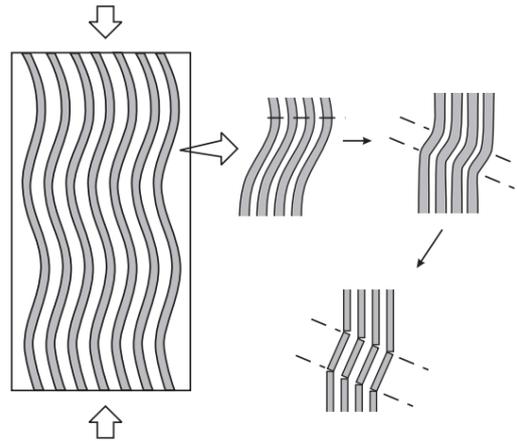


Figura 2.54: Mecanismo de falla por compresion [41].

La caracterización de materiales compuestos a través de ensayos de compresión involucra diversos métodos de carga. Los métodos basados en la aplicación de cizalladura, como el método IITRI, son ampliamente utilizados. El método IITRI persiste como el preferido y utiliza mordazas planas en forma de cuña junto con barras y cojinetes de alineación (ver Figura 2.55). Por otro lado, los métodos de carga directa en los extremos también son comunes. El método ASTM D695 modificado es un ejemplo, empleando soportes laterales para prevenir el pandeo de la probeta (ver Figura 2.56). Aunque este método varía de la versión estándar en la forma y características de las probetas, es fácil de manejar debido a su diseño compacto.

Los métodos de carga combinada (ver Figura 2.57) han surgido para superar las limitaciones de los enfoques anteriores. El método CLC (Combined Loading Compression) fue estandarizado como ASTM D6641. Este método busca combinar los beneficios de la carga por cizalladura y la carga directa, reduciendo sus deficiencias. En contraste con el método IITRI, el método CLC tiene fuerzas de sujeción menores, minimizando las tensiones transversales. Además, al evitar las discontinuidades geométricas, se reducen las concentraciones de tensiones. Estos métodos demuestran el compromiso continuo por mejorar las técnicas de ensayo para la caracterización precisa de materiales compuestos en condiciones de compresión.

Durante los ensayos de compresión en materiales compuestos, se pueden identificar modos de falla característicos (ver Figura 2.58). Estos incluyen pandeo global, que es indeseable, y otros modos como la formación de pliegues y fallas por corte. Detectar el pandeo global se logra mediante galgas extensométricas, y los modos de falla aceptables se describen en las normas ASTM D3410 y ASTM D6641.

Capítulo 2. Marco teórico

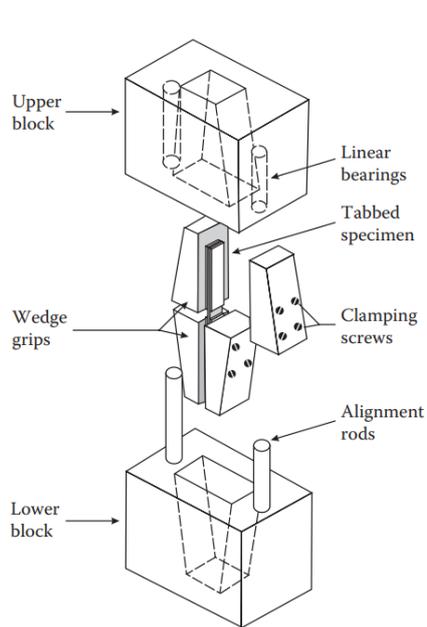


Figura 2.55: Esquema de dispositivo de prueba de compresión IITRI (ASTM D3410) [41].

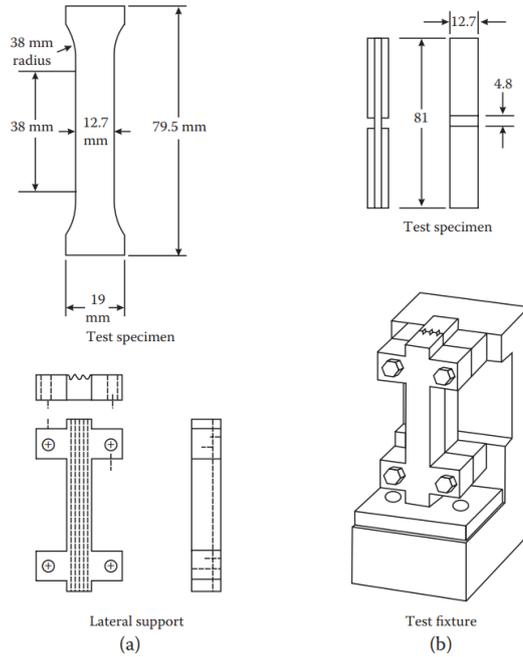


Figura 2.56: Esquemas de dispositivos de prueba de compresión ASTM D695 (a) y ASTM D695 modificado (b) [41].

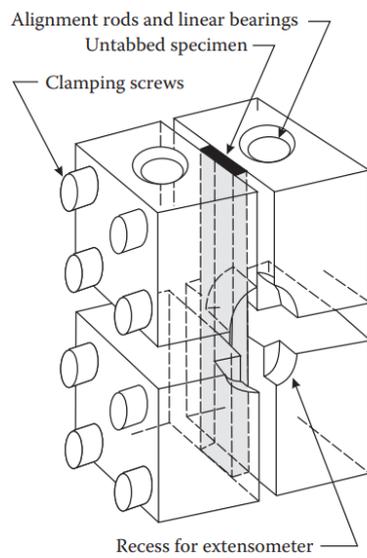


Figura 2.57: Fixture del método CLC (Combined Loading Compression) [41].

2.6. Caracterización de CFRP

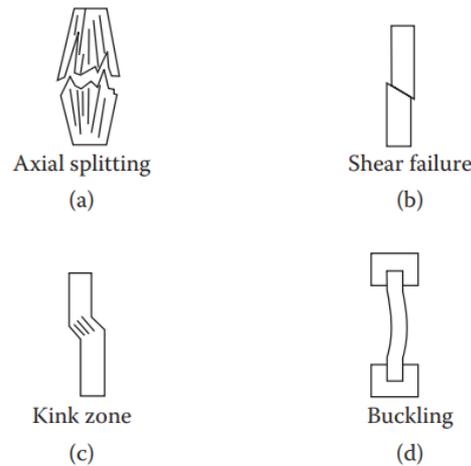


Figura 2.58: Modos típicos de falla a compresión: (a) fisuración axial, (b) falla por corte, (c) pliegue y (d) pandeo [41].

Ensayo de cortante

La caracterización completa de materiales compuestos unidireccionales en dos dimensiones implica la determinación de propiedades de láminas bajo corte en el plano paralelo a las fibras, como el módulo de corte, resistencia al corte y deformación última por corte [39]. Los ensayos de corte en materiales compuestos tienen como objetivo determinar el módulo y la resistencia al corte. Sin embargo, esta información a veces no se obtiene en un solo ensayo debido a la naturaleza no lineal de la respuesta al corte. La falta de uniformidad en el esfuerzo de corte es un desafío en estos ensayos, lo que ha llevado a la aparición de diferentes métodos de ensayo. Algunos de estos métodos son ampliamente utilizados, como el ensayo Iosipescu, los ensayos de corte con dos y tres rieles, el ensayo de corte en rieles con muesca en V, el ensayo de corte en viga corta y el ensayo de corte bajo tensión $[\pm 45]_{ns}$ [41]. La selección del método depende de la capacidad para generar resultados precisos y uniformes de esfuerzo de corte, esencial para una caracterización efectiva de las propiedades de corte en materiales compuestos.

Método de Ensayo de Corte Iosipescu (ASTM D5379): El método de ensayo de corte Iosipescu se basa en el trabajo original realizado por Nicolai Iosipescu en metalurgia, adaptado posteriormente para materiales compuestos. Este método permite determinar propiedades de corte mediante la aplicación de una tensión de corte uniforme en el centro de una probeta entallada. La orientación de la probeta respecto a los ejes de ortotropía del material permite desarrollar los componentes de esfuerzo de corte independientes. La geometría de la probeta y dispositivo de ensayo se puede observar en la Figura 2.59. La probeta se carga en compresión a través de un adaptador en el extremo superior, y la señal de carga y deformación se monitorean hasta la falla. Aunque los ensayos con orientación a 0° son más

Capítulo 2. Marco teórico

comunes, la orientación $[0/90]_{ns}$ es más robusta y se recomienda cuando es posible, ya que minimiza las fallas prematuras y produce resultados más precisos de la resistencia al corte. Aunque pueden ocurrir daños prematuros en forma de grietas longitudinales, este método es popular debido a su facilidad de ejecución y la obtención de la curva esfuerzo-deformación completa.

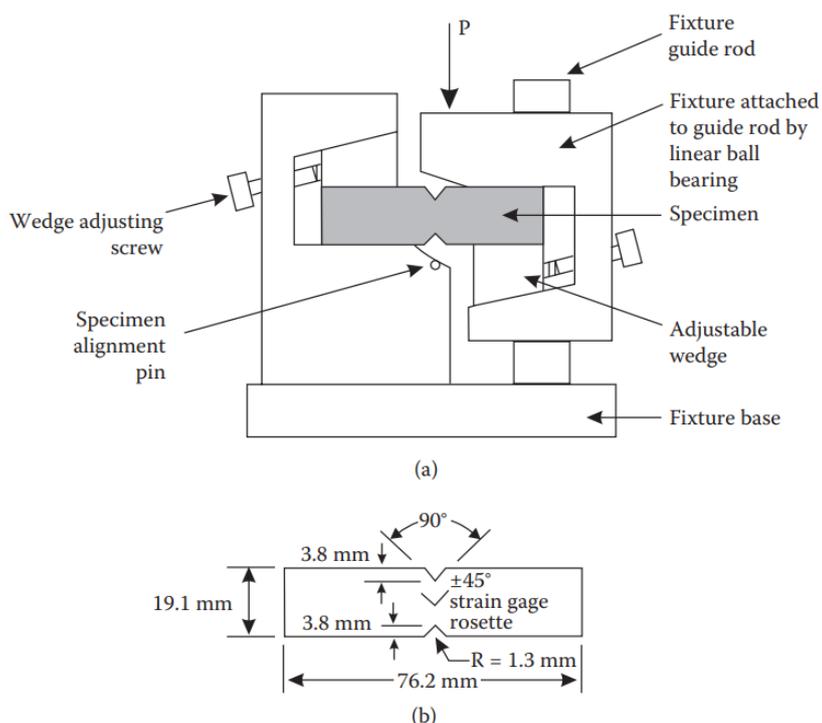


Figura 2.59: Esquema de dispositivo para ensayo de cortante Iosipescu (a) y geometría de la probeta (b) [41].

Método de ensayo de corte de dos y tres rieles (ASTM D4255): El método de ensayo de corte de dos rieles es un método de corte en el plano. Diseñado para evaluar materiales compuestos de laminados de fibra unidireccional con orientaciones de fibra de 0° , 90° o $[0/90]_{ns}$, este método somete una sección de probeta entre dos rieles a una carga de tensión (ver Figura 2.60). Aunque este método es menos utilizado en comparación con otros, presenta ventajas técnicas notables [41]. El espécimen de ensayo, rectangular en forma, es considerablemente más grande que la probeta de corte Iosipescu y contiene seis orificios de separación para los pernos de sujeción. Estos orificios, a pesar de su potencial para introducir concentraciones de esfuerzo, son necesarios para fijar la probeta entre los rieles. La versión de carga de tensión del ensayo es comúnmente empleada y se ha adaptado de diseños previos utilizados para ensayos de corte en madera contrachapada.

Este método permite aplicar una carga de corte prácticamente pura en la

2.6. Caracterización de CFRP

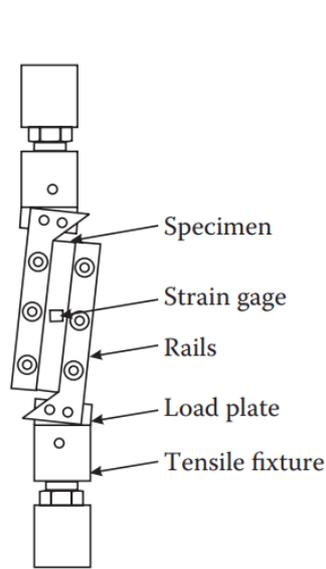


Figura 2.60: Esquemas de dispositivos de prueba de corte en dos rieles [41].

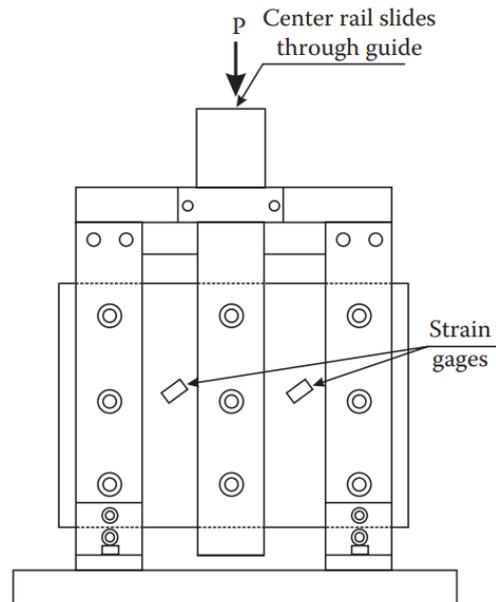


Figura 2.61: Esquemas de dispositivos de prueba de corte en tres rieles [41].

sección útil de la probeta entre los rieles, donde el esfuerzo cortante es uniforme a lo largo de la longitud de la probeta. Sin embargo, se introducen tensiones normales secundarias debido a la presencia de los rieles. Para obtener resultados precisos, es preferible orientar las fibras de la probeta perpendicularmente a los rieles. Esta configuración minimiza los efectos de flexión y los efectos de borde, y en el caso de un laminado $[0/90]_{ns}$, se espera que proporcione resultados cercanos a la verdadera resistencia al corte del material compuesto. A pesar de sus limitaciones actuales, como el tamaño de la probeta y la posibilidad de introducir concentraciones de esfuerzo, el método de ensayo de corte de dos rieles ofrece potencial para mejoras futuras.

El método de ensayo de corte de tres rieles, comparte similitudes con el método de ensayo de corte de dos rieles en términos del estado de esfuerzo de corte inducido en el plano. Sin embargo, existen diferencias significativas entre los dos métodos. En particular, los dispositivos de ensayo son considerablemente distintos (ver Figura 2.61). El dispositivo estándar está diseñado para aplicar una carga de compresión entre las placas planas de una máquina de ensayo. Aunque también es posible aplicar una carga de tracción si se modifica el dispositivo, en la práctica esto no se realiza comúnmente [41]. De hecho, las especificaciones disponibles de ASTM solo incluyen la configuración de carga por compresión.

Método de ensayo de corte con riel entallado en V (ASTM D7078): El método de ensayo de corte con rieles en V se desarrolló para caracterizar laminados compuestos con distintas orientaciones de capas, incluyendo laminados en ángulo

Capítulo 2. Marco teórico

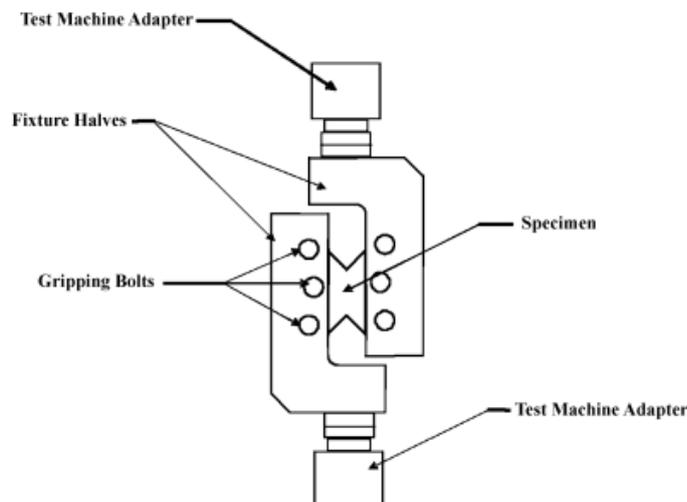


Figura 2.62: Aparato de corte con riel entallado en V [50] .

$[\pm 45]_{ns}$. La probeta utilizada presenta una forma de V en uno de sus extremos, permitiendo cargar el material de manera uniforme a lo largo de la sección de medición. La geometría de la probeta permite un área de medición proporcionalmente mayor en comparación con otros métodos de ensayo (ver Figura 2.62). En el montaje de ensayo, placas de sujeción presionan sobre la probeta, evitando problemas de aplastamiento en los bordes. Este método ha demostrado medir con éxito altas resistencias al corte, especialmente en laminados en ángulo $[\pm 45]_{ns}$, superando las limitaciones de otros métodos [41].

Método de ensayo de tracción en laminado $[\pm 45]_{ns}$ para corte (ASTM D3518): El método de ensayo de tracción en lámina $[\pm 45]_{ns}$ es una técnica valiosa para evaluar las propiedades de corte de láminas compuestas unidireccionales. Este enfoque, ilustrado en la Figura 2.63, se destaca por su simplicidad y facilidad de preparación de la probeta, utilizando simplemente agarres estándar de tracción, sin necesidad de un dispositivo de ensayo especializado. Sin embargo, presenta un desafío fundamental, ya que implica un estado de tensión biaxial simultáneo con el esfuerzo de corte deseado. Cada lámina en el laminado $[\pm 45]_{ns}$ experimenta tensiones normales adicionales además del esfuerzo de corte, lo que normalmente llevaría a descartar este método. No obstante, hay factores que respaldan su uso. Las respuestas de esfuerzo-deformación de muchas láminas compuestas son no lineales y pueden mostrar características de endurecimiento a medida que se deforman. Además, en laminados con capas altamente ortotrópicas, las tensiones interlaminares son más pequeñas para ángulos de capa de 45° , lo que aumenta la confiabilidad del método para determinar el módulo y la resistencia de corte de la lámina.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que el método mencionado tiende a sobreestimar la resistencia al corte en el plano de las láminas debido a la restricción

impuesta por las láminas adyacentes [39].

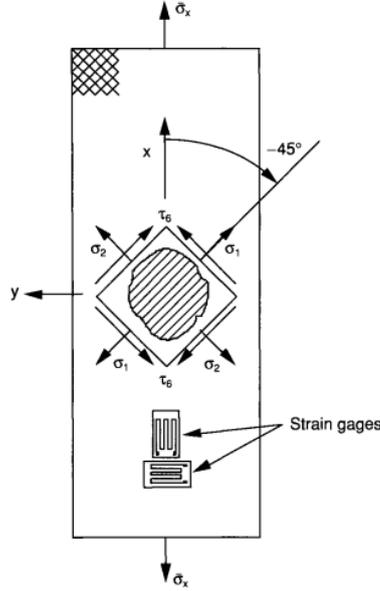


Figura 2.63: Esquema de la probeta de corte en laminado $[\pm 45]_{ns}$ [39].

Para obtener propiedades intrínsecas de corte de la lámina a partir de los resultados del ensayo de tracción $[\pm 45]_{ns}$, se emplea un análisis de esfuerzo en la probeta $[\pm 45]_{ns}$. El esfuerzo de corte τ_{12} se relaciona directamente con el esfuerzo axial σ_x según la Ecuación 2.79,

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_x}{2} \tag{2.79}$$

donde $\sigma_x = P/A$, y la deformación de corte γ se calcula a partir de las deformaciones axiales y transversales según la Ecuación 2.80,

$$\gamma_{12} = \varepsilon_x - \varepsilon_y \tag{2.80}$$

Esto permite determinar el módulo de corte G_{12} al trazar $\sigma_x/2$ contra $(\varepsilon_x - \varepsilon_y)$ y establecer la pendiente en la porción inicial de la curva, así como la resistencia de corte de la lámina mediante un análisis de esfuerzo-deformación. En resumen, a pesar del desafío inherente del estado biaxial de tensión, el método de tracción $[\pm 45]_{ns}$ proporciona una forma efectiva y relativamente simple de caracterizar las propiedades de corte de las láminas compuestas unidireccionales.

Método de ensayo de corte en viga corta (ASTM D2344): El ensayo de corte en viga corta, según ASTM D2344 (2006), es un método de ensayo de corte interlaminar. En este método, una probeta con una longitud de soporte corta se carga en flexión de tres puntos. Esto induce tanto tensiones de flexión como de corte interlaminar en la probeta. Aunque el estado de esfuerzo es generalmente

Capítulo 2. Marco teórico

combinado, en la teoría, en el plano neutro de la viga, las tensiones de corte interlaminar deberían ser puras, variando de manera parabólica desde cero en cada superficie de la viga. Sin embargo, las concentraciones de esfuerzo debidas a las cargas concentradas en los puntos de carga y soporte pueden complicar el estado de esfuerzo. A pesar de estas limitaciones, el método de ensayo de corte en viga corta generalmente produce valores razonables de resistencia al corte. La pequeña longitud de la probeta y la simplicidad de su preparación hacen que este método sea rápido y económico, lo que lo convierte en una opción popular para el control de calidad y la selección de materiales. No se requieren mediciones de deformación ni desplazamiento durante el ensayo.

Ensayo de flexión

El ensayo de flexión, que implica la curvatura de una viga, es un método de prueba utilizado para evaluar las propiedades de resistencia y rigidez de un material compuesto. A diferencia de los ensayos de tensión, compresión o corte, que aplican cargas individuales de manera uniforme, el ensayo de flexión induce simultáneamente tensiones de tracción, compresión y corte en el material. A pesar de no ser la forma más práctica de determinar las propiedades fundamentales de un material compuesto, los ensayos de flexión son populares debido a su simplicidad tanto en la preparación de las probetas como en la realización de las pruebas. Los problemas típicos asociados con otros métodos de ensayo, como la fijación de las probetas o evitar la inestabilidad, generalmente no son preocupaciones en los ensayos de flexión. Este tipo de prueba se utiliza comúnmente para evaluar la resistencia y el módulo de flexión de un material, lo que puede ser relevante si el componente en fabricación está destinado a someterse a cargas de flexión en servicio. Sin embargo, debido a la complejidad de las tensiones presentes en la viga durante la flexión, a menudo no es posible relacionar directamente las propiedades de flexión obtenidas con las propiedades fundamentales de tracción, compresión y corte del material.

En el ensayo de flexión, se aplican momentos de flexión a una viga y esto induce una distribución de tensiones normales en el material. La superficie superior de la viga está en compresión, mientras que la parte inferior está en tracción. La zona central, llamada eje neutro, no experimenta tensiones de flexión. Además, se produce una distribución de tensiones de corte interlaminar en la viga, que varía parabólicamente desde cero en las superficies libres hasta un máximo en el centro de la viga. La prueba de flexión puede realizarse en configuraciones de tres puntos o cuatro puntos, y la elección depende de las normas utilizadas. A pesar de la simplicidad de los ensayos de flexión, su complejo estado de esfuerzo hace que no sea posible una relación directa con las propiedades fundamentales del material compuesto. Por lo tanto, se utilizan principalmente para evaluar las propiedades de flexión, y los resultados no pueden extrapolarse fácilmente a las propiedades de tracción, compresión o corte del material.

2.6.6. Otros Ensayos

La respuesta mecánica de las láminas compuestas se evalúa mediante una variedad de pruebas mecánicas, incluyendo tensión, compresión, corte y flexión en vigas laminadas. Sin embargo, los laminados, que consisten en múltiples capas con diferentes orientaciones, presentan complejidades adicionales en su mecánica. Esto resulta en esfuerzos biaxiales y, en los bordes, esfuerzos tridimensionales que pueden causar delaminación. A pesar de esto, la teoría de placas laminadas sigue siendo precisa.

Ensayos con concentradores de esfuerzo: Los materiales compuestos pueden mostrar comportamientos de fractura distintos cuando presentan concentraciones de esfuerzo, como agujeros o entallas. Estos comportamientos deben evaluarse para garantizar la seguridad y durabilidad de los compuestos. Para obtener información detallada sobre estos aspectos, se sugiere dirigirse a las referencias [41] y [39].

Ensayos de propiedades a través del espesor: Los compuestos con secciones transversales considerables (≥ 20 mm) requieren la caracterización de propiedades a través del espesor, pero esto es más desafiante que las pruebas en el plano debido a la dificultad para fabricar material uniforme. Se deben evitar efectos no deseados de concentraciones de esfuerzo. La determinación de propiedades de tensión y compresión a través del espesor (interlaminar) es esencial para evaluar la integridad del laminado en dirección fuera del plano y la resistencia a la delaminación causada por esfuerzos de tracción interlaminar. Para obtener información detallada sobre estos aspectos, se sugiere dirigirse a las referencias [41] y [39].

Ensayos de resistencia al corte y tenacidad de fractura interlaminar: Estos ensayos evalúan la resistencia al corte in situ de la capa de matriz entre las capas del compuesto y su resistencia a la propagación de delaminaciones. Proporcionan información crucial para el diseño de estructuras compuestas y garantizar su seguridad y durabilidad en aplicaciones prácticas. Para obtener información detallada sobre estos aspectos, se sugiere dirigirse a las referencias [41] y [39].

2.7. Elementos Finitos

El Análisis por Elementos Finitos (FEA) es una técnica computacional utilizada para resolver ecuaciones diferenciales parciales, ofreciendo una solución versátil aplicable a diversas áreas, como análisis de tensiones, flujo de fluidos, la transferencia de calor, campos electromagnéticos, difusión y muchos otros fenómenos físicos.

Capítulo 2. Marco teórico

Su objetivo principal en el estudio de la resistencia de materiales es calcular el campo de desplazamiento dentro de un sólido que está sometido a fuerzas externas. Este método se ha convertido en una herramienta esencial en la ingeniería moderna para comprender y optimizar el comportamiento estructural de diversos sistemas.

Existen dos enfoques principales para el Análisis de Elementos Finitos en mecanismos sólidos:

1. Análisis Dinámico:

En este caso, el FEA resuelve las ecuaciones de movimiento para un continuo. Se trata esencialmente de una versión más avanzada de la clásica ecuación de la dinámica: $\sum F = ma$. Este tipo de análisis es crucial para comprender el comportamiento de estructuras o componentes sujetos a cargas dinámicas, como vibraciones o impactos.

2. Análisis Estático:

Para problemas estáticos, el FEA aborda las ecuaciones de equilibrio $\sum F = 0$. Este enfoque se emplea cuando se analizan sistemas en reposo o bajo cargas constantes. Es esencial para evaluar la estabilidad y la distribución de esfuerzos en estructuras que no experimentan movimientos significativos.

La capacidad del Análisis por Elementos Finitos para modelar y simular comportamientos complejos ha revolucionado la ingeniería al proporcionar una comprensión detallada de cómo las estructuras responden a diversas condiciones y cargas.

Para algunas aplicaciones, puede resultar necesario resolver ecuaciones de campo adicionales. Por ejemplo, podría ser de interés calcular la distribución de temperatura en el sólido o evaluar campos eléctricos.

La configuración de un cálculo mediante elementos finitos implica la especificación de los siguientes aspectos:

1. **Geometría del sólido:** Se realiza mediante la generación de una malla de elementos finitos que representan el sólido. Esta malla sirve como base para la discretización del dominio.
2. **Propiedades del material:** Se especifican mediante la definición de una ley constitutiva que describe el comportamiento mecánico del sólido. Esto incluye propiedades como elasticidad, plasticidad, conductividad térmica, entre otras.
3. **Naturaleza de la carga aplicada al sólido:** Se realiza al especificar las condiciones de contorno del problema, incluyendo las cargas aplicadas y las restricciones. Esto puede abarcar fuerzas, momentos, temperaturas impuestas, entre otros.

4. **Contacto entre dos sólidos o más:** Se deberá especificar las superficies propensas a entrar en contacto y las propiedades del contacto, como el coeficiente de fricción, si es aplicable.
5. **Análisis dinámico:** Al realizar un análisis dinámico, se deben especificar las condiciones iniciales del problema y el periodo de tiempo de análisis. Esto es esencial para estudiar el comportamiento en función del tiempo.
6. **Campos adicionales:** Es posible que necesite especificar valores iniciales para variables de campo adicionales. Por ejemplo, en un análisis térmico, se requeriría especificar la distribución inicial de temperatura.
7. **Análisis estático:** Deberá decidir si el problema es de naturaleza lineal o no lineal. Un análisis estático se centra en equilibrio y condiciones en un estado estacionario.
8. **Especificación de cálculos:** Deberá indicar claramente qué resultados específicos desea obtener del Análisis por Elementos Finitos. Esto puede incluir desplazamientos, tensiones, temperaturas, entre otros.

La correcta definición de estos aspectos es esencial para obtener resultados precisos y significativos a través del Análisis por Elementos Finitos.

2.7.1. Malla de Elementos Finitos

La malla de elementos finitos se emplea para definir la geometría del sólido y describir el campo de desplazamiento dentro del mismo. En el contexto del análisis y diseño de una prótesis deportiva transtibial, la aplicación de la malla es fundamental para comprender el comportamiento estructural de la prótesis bajo diversas condiciones y cargas.

Existen diferentes tipos de modelos de elementos finitos 2D que ofrecen enfoques específicos para distintas configuraciones y comportamientos de sólidos:

- **Tensión Plana:** Describe una condición en la que un cuerpo sólido experimenta tensiones principalmente en un plano específico, mientras que en la otra dirección está libre de tensiones. Este enfoque se utiliza en el análisis de estructuras delgadas, como láminas o placas, donde las fuerzas afectan principalmente el plano de la estructura. La asunción clave es que las dimensiones perpendiculares al plano son mucho más pequeñas. Simplifica los cálculos y el análisis de estructuras al considerar las tensiones en un plano dominante, siendo útil para prever el comportamiento estructural sin perder precisión.
- **Estado Plano de Deformaciones (Deformación Plana):** Este tipo de modelo se aplica para modelar un sólido cilíndrico largo al cual se le impide

Capítulo 2. Marco teórico

estirarse paralelo a su eje. En el contexto de una prótesis, podría ser relevante para entender cómo la prótesis resiste deformaciones longitudinales y transversales bajo carga.

- **Axisimétricas:** La malla axisimétrica se emplea para modelar un sólido que exhibe simetría rotacional. Esta opción puede resultar útil para analizar componentes de la prótesis que presenten simetría alrededor de un eje, permitiendo un análisis eficiente al considerar una sección del sólido en lugar de modelar todo el objeto.

Estos enfoques proporcionan opciones específicas que, al ser aplicadas en el análisis por elementos finitos, permiten una representación eficiente de la prótesis. La correcta elección y aplicación de la malla son esenciales para obtener resultados significativos en el análisis estructural de la prótesis.

Nodos y Elementos de una Malla

Una malla de elementos finitos se caracteriza por un conjunto de nodos y un conjunto de elementos.

Nodos

Los nodos son puntos discretos ubicados dentro del cuerpo sólido y poseen las siguientes propiedades:

1. **Número de nodo:** A cada nodo se le asigna un número entero, sin necesidad de seguir un orden específico.
2. **Coordenadas nodales:** En un análisis de elementos finitos en tres dimensiones, a cada nodo se le asigna un conjunto de coordenadas (x_1, x_2, x_3) , mientras que en un análisis bidimensional se le asigna un par de coordenadas (x_1, x_2) .
3. **Desplazamientos nodales:** Durante la deformación del sólido, cada nodo experimenta un desplazamiento a una nueva posición.
4. **Otros grados de libertad nodales:** Además de los desplazamientos, se pueden asignar otros grados de libertad, como temperaturas o voltajes, según las necesidades del análisis. El conjunto de todas las cantidades desconocidas en cada nodo se denomina grados de libertad.

Elementos

Los elementos dividen el sólido en regiones discretas y presentan las siguientes características:

1. **Número de elemento:** A cada elemento se le asigna un número entero.
2. **Geometría:** En análisis bidimensionales, los elementos suelen ser triangulares o rectangulares, mientras que en tridimensionales son comúnmente tetraedros, hexaedros o ladrillos.
3. **Caras:** Los lados del elemento se denominan caras.
4. **Nodos adjuntos al elemento:** El conjunto de nodos vinculados al elemento se conoce como “elementos de conectividad”.
5. **Interpolación de elementos:** Los elementos finitos interpolan el campo de desplazamiento $u(x)$ entre los valores definidos en los nodos. Existen diferentes esquemas de interpolación según la geometría, como lineal o cuadrático.
6. **Puntos de integración:** En el cálculo de tensiones, se utilizan puntos de integración para determinar con precisión las tensiones dentro de un elemento.
7. **Relación tensión-deformación y propiedades del material:** Es necesario especificar el tipo de material dentro de cada elemento junto con las propiedades del material, como densidad de masa, módulo de Young, relación de Poisson, etc.

La correcta definición y manipulación de nodos y elementos son fundamentales para obtener resultados precisos en el análisis por elementos finitos.

2.7.2. Condiciones de Contorno

Se utilizan para especificar la carga aplicada o el desplazamiento a un sólido y pueden adoptar diversas formas:

- **Condiciones de contorno de desplazamiento:** Estas permiten especificar los desplazamientos en cualquier nodo en el contorno o dentro del sólido. Utilizamos varios símbolos (ver Figura 2.64) para indicar estas condiciones en una malla de elementos finitos.
- **Condiciones de simetría:** Pueden aplicarse automáticamente para establecer condiciones de contorno de simetría y antisimetría.

Capítulo 2. Marco teórico

- **Fuerzas prescritas:** Cualquier nodo en una malla de elementos finitos puede estar sujeto a una fuerza prescrita. La fuerza nodal se especifica mediante sus componentes (tres para 3D, dos para 2D). Es importante señalar que no existe una forma directa de aplicar un momento a un sólido 3D.
- **Cargas distribuidas:** Se pueden aplicar cargas distribuidas en la cara de cualquier elemento.
- **Condición de contorno por defecto en los nodos de contorno:** Se asume que el nodo está libre de fuerzas externas, a menos que se especifique lo contrario.
- **Fuerzas de cuerpo:** Estas representan fuerzas externas que actúan en el interior de un sólido. Son vectores con dimensiones físicas de fuerza por unidad de volumen.
- **Contacto:** Procedimientos especiales están disponibles para modelar el contacto entre sólidos.
- **Historial de carga:** Si es necesario aplicar un ciclo de carga a un sólido, las cargas y desplazamientos prescritos deben especificarse en función del tiempo.

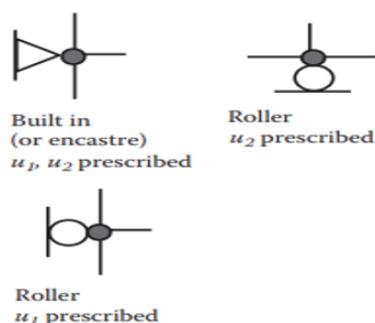


Figura 2.64: Símbolos para la representación de condiciones de desplazamiento en una malla [51].

Es importante tener en cuenta algunas directrices generales sobre las condiciones de contorno al utilizar un programa de elementos finitos. La solución de un problema por elementos finitos solo es posible cuando existe una única solución de equilibrio estático. Si no se especifican restricciones de contorno suficientes, pueden surgir problemas, como soluciones no únicas o problemas mal condicionados. Por lo tanto, la definición exacta de las condiciones de contorno es fundamental para obtener resultados certeros y significativos en el análisis por elementos finitos. La importancia de esta precisión se destaca al considerar que una elección incorrecta o una especificación incompleta de las condiciones de contorno puede dar lugar a soluciones no convergentes o mal condicionadas. Estas dificultades afectan la estabilidad del análisis y pueden comprometer la validez de los resultados obtenidos.

Un enfoque cuidadoso en la definición de estas condiciones contribuye significativamente a la confiabilidad y validez de los resultados del análisis por elementos finitos.

2.7.3. Restricciones

Las restricciones en el contexto del análisis por elementos finitos se emplean para hacer cumplir relaciones predefinidas entre los desplazamientos o velocidades de nodos específicos en la malla. Además, permiten especificar relaciones entre el movimiento de grupos de nodos.

Estas restricciones son fundamentales para modelar con precisión el comportamiento de la estructura y para garantizar la consistencia de los resultados obtenidos mediante el análisis. Pueden aplicarse tanto a desplazamientos como a velocidades, y son esenciales para reflejar las condiciones físicas y geométricas del problema estudiado.

En términos prácticos, las restricciones pueden tomar diversas formas (ver Figura 2.65). Algunos ejemplos comunes incluyen:

1. **Restricciones de Desplazamiento:** Pueden fijar o limitar el movimiento en una dirección específica en uno o varios nodos. Por ejemplo, puede ser necesario imponer restricciones que modelen apoyos fijos o articulaciones en una estructura.
2. **Restricciones de Velocidad:** Se utilizan para establecer relaciones entre las velocidades de diferentes nodos. Esto es crucial en problemas dinámicos donde la velocidad relativa entre ciertos puntos debe cumplir ciertas condiciones.
3. **Restricciones de Acoplamiento:** Permiten vincular los desplazamientos o velocidades de nodos específicos. Esto es útil cuando se desea modelar la interacción entre diferentes partes de la estructura.

La correcta aplicación de restricciones contribuye a la representación fiel del comportamiento estructural y, por ende, a la validez de los resultados del análisis por elementos finitos. Es importante considerar cuidadosamente las condiciones físicas y geométricas del problema para definir restricciones que reflejen de manera precisa y realista la realidad del sistema en estudio.

2.7.4. Teoría del método de elementos finitos

El Método de Elementos Finitos destaca por su capacidad para abordar problemas que involucran materiales altamente complejos y cambios significativos en

Capítulo 2. Marco teórico

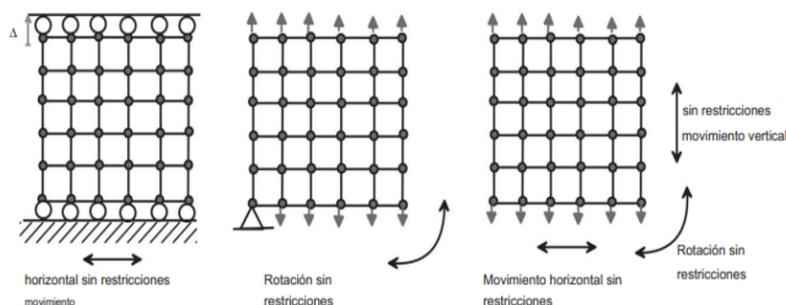


Figura 2.65: Ejemplos de Restricciones para el FEA [51].

la forma de las estructuras. Este enfoque se ha generalizado para abordar situaciones de elasticidad lineal y elástica, proporcionando una herramienta versátil para el análisis estructural y otros campos de la ingeniería.

Principio de Trabajo Virtual

Un pilar fundamental en la teoría del FEA es el Principio de Trabajo Virtual, ampliamente utilizado en resistencia de materiales. Este principio es esencial para el cálculo de desplazamientos en estructuras isostáticas e hiperestáticas, así como para abordar incógnitas que no son directamente accesibles mediante el equilibrio en estructuras hiperestáticas.

En un sólido deformable restringido de movimientos de cuerpo rígido, es decir, con un número no positivo de grados de libertad, el Principio de Trabajo Virtual establece que, al inventar un campo de desplazamientos $u(x)$ (llamado campo de desplazamientos virtuales), compatible con los enlaces existentes que limitan el movimiento del sólido rígido, se cumplirá la igualdad entre el trabajo virtual externo y el trabajo virtual interno Ecuación 2.81.

$$W_e = \sum_{i=1}^n F_i \delta_i = W_i = \int_V \left(\sum_{i,j} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \right) dV \quad (2.81)$$

Donde:

- W_e es la energía de deformación.
- F_i son las fuerzas aplicadas.
- δ_i son las deformaciones.
- W_i es la energía interna.

- σ_{ij} y ε_{ij} son los tensores de esfuerzo y deformación, respectivamente.
- V es el volumen.

Donde las deformaciones y tensiones en la ecuación anterior deben calcularse a partir del campo de desplazamientos virtual (Ecuación 2.82):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \sigma_{ij} &= f(\varepsilon_{kl})\end{aligned}\tag{2.82}$$

Este principio proporciona un marco teórico sólido para el análisis de estructuras deformables, permitiendo la formulación de ecuaciones que describen el comportamiento mecánico del material y su respuesta a las cargas aplicadas. La integración numérica, como la empleada en el FEA, se convierte en una herramienta esencial para resolver estas ecuaciones y obtener soluciones prácticas para problemas complejos de ingeniería.

Ecuaciones de Elasticidad Lineal: Formulación y Principio del Trabajo Virtual

En esta sección, se abordarán de manera concisa las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento elástico de sólidos, siendo imprescindibles para analizar problemas relacionados con la deformación y la tensión en estructuras y materiales. A continuación, se presentan los elementos clave que proporcionan una comprensión más detallada de estos conceptos.

1. **Forma del sólido en condición descargada:** Antes de aplicar cargas o fuerzas, consideramos la forma original del sólido en su estado no deformado. Esta forma inicial es fundamental para comprender cómo se altera el material bajo carga.
2. **Campo de tensión inicial:** Representa la distribución de tensiones en el sólido antes de la aplicación de cualquier carga adicional.
3. **Constantes elásticas (C_{ijkl}):** Estos coeficientes definen la relación entre las tensiones y las deformaciones en el material. Son esenciales para caracterizar el comportamiento elástico del sólido.
4. **Coefficientes de expansión térmica y distribución de temperatura:** Se refieren a cómo el sólido responde a variaciones térmicas y cómo se distribuye la temperatura a lo largo del mismo.
5. **Distribución de fuerzas de cuerpo (b):** Representa la fuerza por unidad de volumen que actúa sobre el sólido, contribuyendo a las cargas internas.

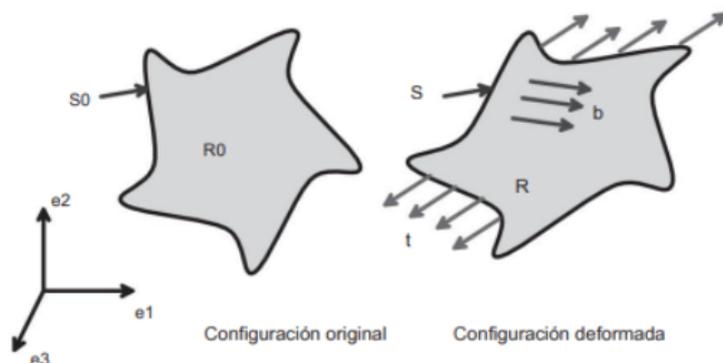


Figura 2.66: Configuración original y deformada para el FEA [51].

6. **Condiciones de contorno** ($u^*(x)$): Especifican los desplazamientos en la frontera del sólido, determinando cómo se relaciona con el entorno.

El propósito consiste en determinar los desplazamientos ($u(x)$), deformaciones (ε_{ij}) y tensiones (σ_{ij}) que cumplan con las ecuaciones fundamentales de la elasticidad lineal estática. Para lograr esto, es necesario satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\text{Ecuación deformación-desplazamiento: } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.83)$$

$$\text{Ley de tensión-deformación elástica: } \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.84)$$

$$\text{Ecuación de equilibrio estático para tensiones: } \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_j = 0 \quad (2.85)$$

$$\text{Condiciones de borde sobre el desplazamiento y la tensión: } u_i(x) = u_i^*(x) \quad (2.86)$$

El **Principio del Trabajo Virtual** ofrece una perspectiva alternativa para entender el equilibrio de esfuerzos. Se introduce un campo de desplazamiento virtual cinemáticamente admisible ($\delta v(x)$), que representa un cambio infinitesimal en el desplazamiento del sólido. Este principio se expresa mediante:

Ecuación de deformación-desplazamiento virtual:

$$\delta\varepsilon_{ij} = \left(\frac{\partial\delta v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\delta v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.87)$$

Esta ecuación describe la deformación virtual $\delta\varepsilon_{ij}$ en función del campo de desplazamiento virtual δv_i en el sólido.

Principio del Trabajo Virtual:

$$\int_R \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV_0 - \int_R \rho b_i \delta v_i dV_0 - \int_{\delta_2 R} t_i \delta v_i dA = 0 \quad (2.88)$$

El principio del trabajo virtual establece que el trabajo de las fuerzas internas y externas, así como las reacciones en la frontera, para un desplazamiento virtual cinemáticamente admisible δv_i , es igual a cero.

Ecuación de equilibrio de tensiones:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{ij} + \rho b_j = 0 \quad (2.89)$$

Esta ecuación expresa el equilibrio estático de las tensiones σ_{ij} y las fuerzas volumétricas b_j en el sólido.

En la Ecuación 2.88, la suma de las fuerzas internas

$$\int_R \sigma_i \delta\varepsilon_{ij} dV_0$$

es igual a la suma de las fuerzas externas

$$\int_R \rho b_i \delta v_i dV_0 + \int_{\delta_2 R} t_i \delta v_i dA$$

donde b representa la fuerza por unidad de volumen en un punto y t_i es una reacción interna en la frontera.

La resolución de la Ecuación 2.88 implica el uso de algoritmos de integración numérica aplicados a cada elemento de la malla. Este enfoque permite obtener el campo de desplazamientos y todos los campos asociados.

FEA para Elasticidad Lineal Dinámica

En el contexto de la elasticidad lineal dinámica, abordamos la simulación numérica mediante el Método de Elementos Finitos. Este enfoque es esencial para analizar el comportamiento de sólidos bajo cargas dinámicas y permite calcular desplazamientos, deformaciones y tensiones en función del tiempo.

Capítulo 2. Marco teórico

Ecuaciones Gobernantes

Las ecuaciones fundamentales que gobiernan la elasticidad lineal dinámica se definen mediante las siguientes condiciones iniciales y parámetros, junto con las condiciones necesarias para el análisis estático:

- **Densidad de masa (ρ) y constantes elásticas (C_{ijkl}) para el sólido:** Estos parámetros representan las propiedades materiales que caracterizan la respuesta del sólido frente a las fuerzas dinámicas.
- **Campo de desplazamiento inicial ($u(x)$) y campo de velocidad inicial ($v(x)$):** Estas condiciones iniciales describen el estado del sólido al comienzo del análisis dinámico.

Ecuaciones de Elasticidad Lineal Dinámica

El objetivo es calcular las variables en el tiempo ($u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$) que satisfacen las siguientes ecuaciones:

1. Ecuación Deformación-Desplazamiento:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

2. Ley de Tensión-Deformación Elástica:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

3. Ecuación Dinámica para Tensiones:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho b_j = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}$$

4. Condiciones iniciales sobre el desplazamiento y la tensión:

$$u_i^* = u_i$$

Estas ecuaciones capturan la evolución temporal de las deformaciones, tensiones y desplazamientos del sólido bajo cargas dinámicas.

Nuevamente, se emplea el Principio del Trabajo Virtual para deducir las ecuaciones gobernantes (Ecuación 2.90), proporcionando una perspectiva valiosa sobre el equilibrio dinámico de esfuerzos. Este principio se utiliza para calcular las ecuaciones de manera eficiente y precisa en el marco del FEA.

2.7. Elementos Finitos

En este proceso, la resolución de la (Ecuación 2.90) se lleva a cabo mediante algoritmos de integración numérica aplicados a cada elemento de la malla. Estos algoritmos desempeñan un papel fundamental, permitiendo obtener de manera efectiva el campo de desplazamientos y todos los campos asociados. Así, la aplicación precisa de algoritmos de integración numérica se convierte en un componente esencial para lograr una solución numérica precisa en el análisis de elementos finitos.

$$\int_{V_0} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV_0 + \int_{V_0} \rho_0 \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \delta v_i dV_0 - \int_{V_0} \rho b_i \delta v_i dV_0 - \int_{S_2} t_i \delta v_i dA = 0 \quad (2.90)$$

Ecuaciones de Elementos Finitos

El enfoque de elementos finitos se convierte en una herramienta esencial al analizar una prótesis deportiva transtibial, permitiendo una discretización de la geometría y resolviendo el problema de elasticidad para pequeños elementos más simples. En este contexto, se opta por calcular dicho campo en un conjunto de n nodos distribuidos estratégicamente en la prótesis.

El campo de desplazamiento y el campo de velocidad en cualquier punto de interés dentro de la prótesis se definen mediante la interpolación entre los valores nodales. Así, para un punto arbitrario x , se expresan los campos como:

$$u_i(x) = \sum_{a=1}^n N^a(x) u_i^a \quad (2.91)$$

$$\delta v_i(x) = \sum_{a=1}^n N^a(x) \delta v_i^a \quad (2.92)$$

Aquí, las coordenadas x representan la posición en el espacio de la prótesis. Cabe destacar que las N son conocidas como funciones de forma o de interpolación.

El cálculo de la deformación asociada a un desplazamiento dado se realiza mediante la expresión:

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \delta_{ij} + \sum_{a=1}^n \frac{\partial N^a}{\partial x_j} u_i^a \quad (2.93)$$

Este enfoque se complementa con el cálculo de las derivadas de las funciones de forma con respecto a las coordenadas de referencia. La posición x_i se relaciona con las coordenadas de referencia ξ_j a través de las funciones de forma N^a . La matriz

Capítulo 2. Marco teórico

la jacobiana $\eta_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ refleja esta relación. Entonces, las derivadas de las funciones de forma con respecto a las coordenadas espaciales se expresan como:

$$\frac{\partial N^a}{\partial x_j} = \frac{\partial N^a}{\partial \xi_k} \eta_{kj}^{-1} \quad (2.94)$$

Este conjunto de ecuaciones nos proporciona los gradientes de deformación, facilitando el cálculo de diversas medidas de deformación. Este enfoque, parte fundamental del método de elementos finitos, se adapta de manera idónea al estudio detallado de estructuras complejas como una prótesis, ofreciendo un enfoque integral y preciso. En particular, las ecuaciones (2.90), (2.91), (2.92), y (2.93) son esenciales para describir el comportamiento del sistema, ya que permiten calcular estimaciones de los campos complejos asociados al sólido a partir de las funciones de forma, sus derivadas, y los valores nodales de los campos. Estos cálculos simplifican el problema al establecer funciones de forma de tipo polinómica que son las más utilizadas.

Capítulo 3

Materiales y Métodos

3.1. Ensayos

En esta sección, se describen en detalle los procedimientos experimentales y las técnicas utilizadas para la caracterización de materiales compuestos de fibra de carbono. Antes de abordar los ensayos específicos de CFRP, se realizaron ensayos de verificación utilizando materiales diferentes.

3.1.1. Material utilizado

El material que se ensayó en este estudio es un compuesto de fibra de carbono con resina epoxi. El material es un compuesto de fibra de carbono preimpregnado unidireccional. La materia prima fue suministrada por SHD Composites bajo la referencia MTC510-UD300-HS-33 %RW (SHD0373-300P). La confección de las probetas se llevó a cabo por Carbono Uruguay (ver Figura 3.1).

A continuación, se presenta una tabla con las propiedades mecánicas del material según la ficha técnica del producto proporcionada por el fabricante (ver Tabla 3.1). Estas propiedades sirven como referencia para la caracterización del material en los ensayos.

Tabla 3.1: Propiedades mecánicas del material CFRP

Orientación	σ (MPa)	E (GPa)	ν
0°	2.282	119,3	0,34
90°	54	8,2	0,01
In-Plane Shear $\pm 45^\circ$	99	3,60	-

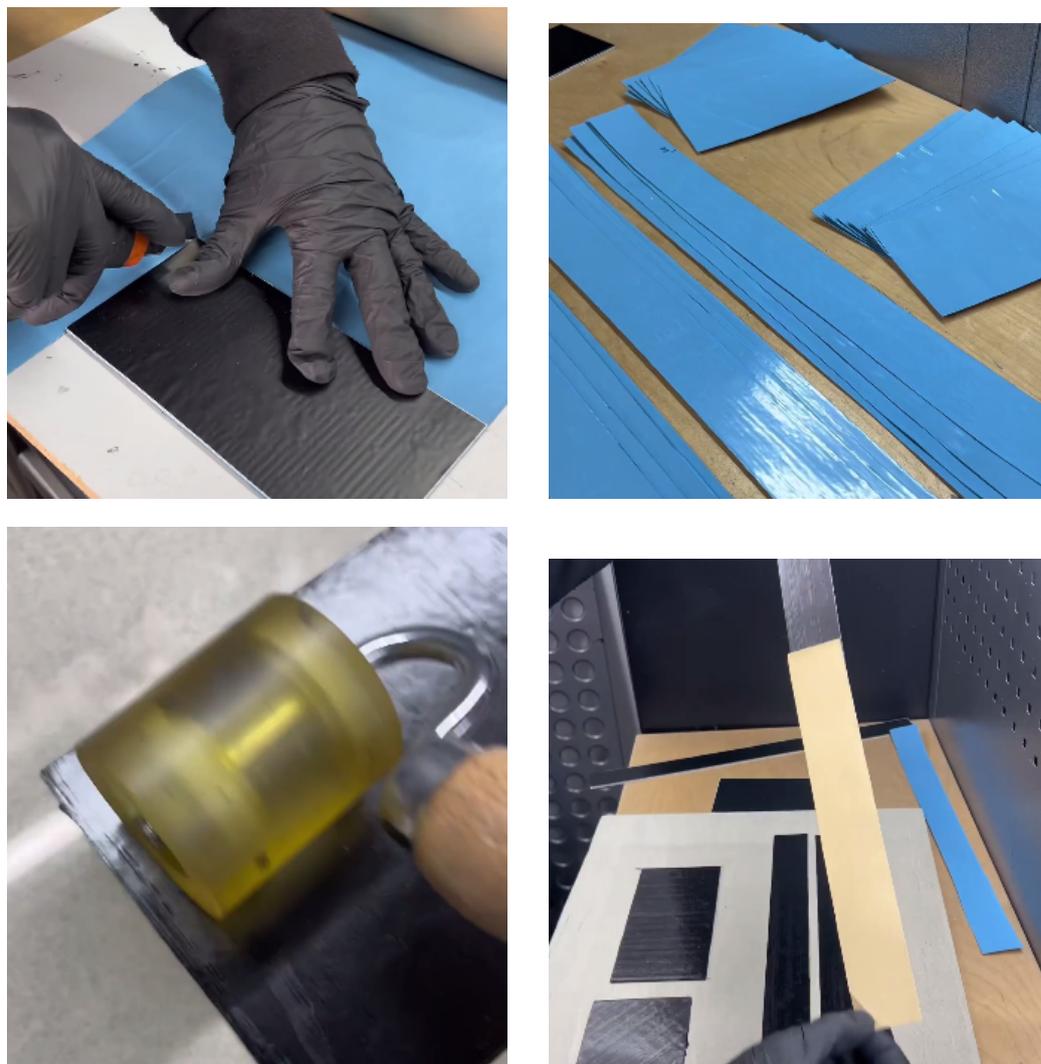


Figura 3.1: Proceso de fabricación de probetas CFRP por Carbono Uruguay.

3.1.2. Configuración de los Ensayos

La configuración adecuada de los ensayos es esencial para obtener resultados precisos y confiables en la caracterización de materiales. En este proyecto, se empleó un sistema de adquisición de datos (DAQ) compuesto por el chasis NI cDAQ-9178 y el módulo NI 9219 para la recopilación de datos de deformación. Se utilizaron galgas extensiométricas HBM *10/120ALY11* y *6/120ALY11* para medir la deformación en las probetas de prueba (Figura 3.2).

La elección de la configuración del puente es un aspecto crítico en la medición de deformaciones en los ensayos de materiales de CFRP. Dado que no se conoce el coeficiente de Poisson de los materiales CFRP en este proyecto, la configuración ideal sería el puente diagonal con galgas pasivas (ver Figura 2.49). Sin embar-

3.1. Ensayos



(a) Chasis NI cDAQ-9178



(b) Módulo NI 9219



(c) Galgas extensiométricas

Figura 3.2: Instrumentos utilizados para la adquisición de datos.

go, el programa de National Instruments (NI) utilizado para adquirir datos no proporciona esta opción de configuración.

Para los ensayos a tracción, las configuraciones de puente completo y medio puente disponibles requieren el conocimiento del coeficiente de Poisson. Existe una configuración de cuarto puente que no depende del coeficiente de Poisson, pero su precisión es limitada. El puente completo Tipo III (ver Figura 3.3) ofrece ventajas significativas, como la compensación de temperatura, la eliminación de la deformación por flexión y la corrección de la resistencia de los cables (*lead resistance*).

Ante estas limitaciones, se optó por adaptar la configuración del puente completo Tipo III disponible en el software de NI para realizar las medidas en los ensayos. De acuerdo a la información proporcionada por el software, la Ecuación 3.1 se utiliza para convertir las relaciones de voltaje ($V_r = V_O/V_{EX}$) a deformación (ϵ) en este tipo de configuración.

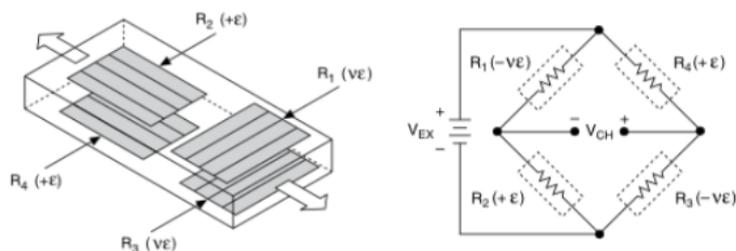


Figura 3.3: Configuración Puente completo Tipo III del software NI (Fuente: National Instruments).

$$Strain(\varepsilon) = \frac{-2V_r}{k[(\nu + 1) - V_r(\nu + 1)]} \quad (3.1)$$

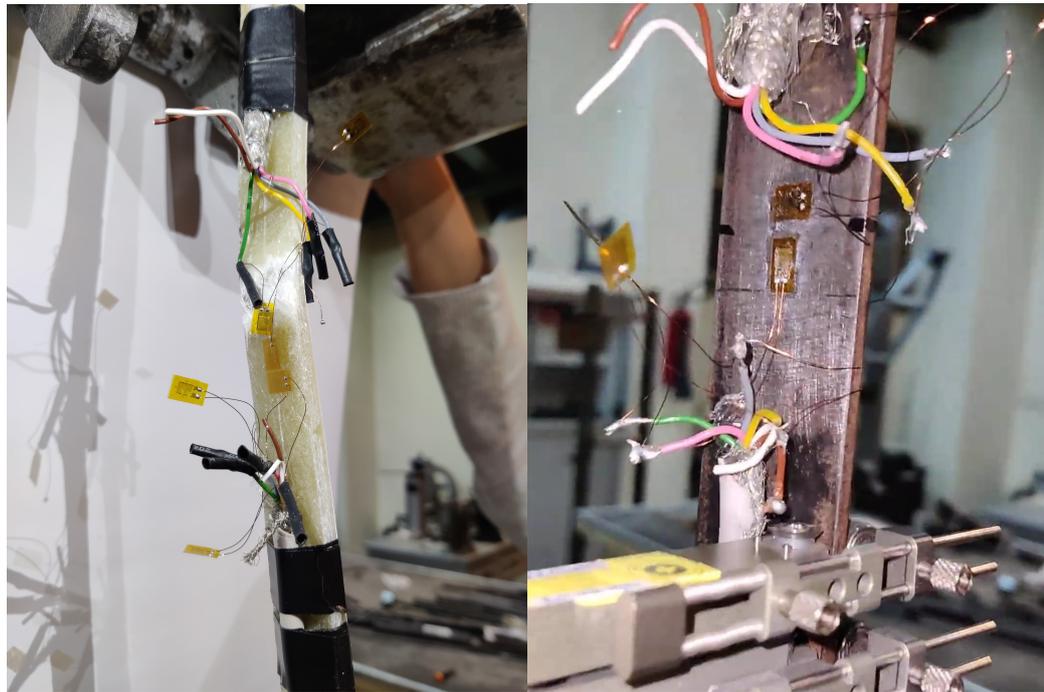
Las galgas transversales se utilizaron como galgas pasivas, y el programa no permite establecer el coeficiente de Poisson como cero, estableciendo un mínimo de $100e - 9$, lo cual, en términos prácticos, es equivalente a 0. De esta forma, utilizando dos puentes para medir en uno deformación longitudinal y en otro deformación transversal, se pudo aprovechar la configuración disponible, garantizando mediciones precisas y confiables en el estudio de las propiedades de los materiales CFRP.

3.1.3. Ensayos de Verificación

Antes de iniciar los ensayos en materiales compuestos de fibra de carbono, se llevaron a cabo ensayos de verificación utilizando materiales diferentes. Estos ensayos tenían dos objetivos principales:

1. Comprobar el funcionamiento correcto del sistema DAQ, incluyendo las galgas extensiométricas utilizadas para medir la deformación.
2. Verificar la precisión del sistema al comparar los resultados obtenidos con los valores conocidos de los materiales utilizados en los ensayos de verificación.

Los ensayos de verificación incluyeron, por un lado, un ensayo sobre un compuesto de fibra de vidrio, que posee similitudes con los CFRP, y se realizó para asegurarse de que todo el sistema funcionara adecuadamente en un material compuesto. Por otro lado, se llevó a cabo un ensayo en un material metálico con propiedades mecánicas conocidas con el propósito de confirmar la coherencia de los resultados con los valores conocidos en la literatura.



(a) Probeta fibra de vidrio

(b) Probeta metal

Figura 3.4: Ensayos de verificación.

Ensayo de Fibra de vidrio: Para el ensayo de verificación, se utilizó la máquina de ensayo Otto Wolpert-Werke modelo U50, equipada con mordazas de cuña mecánicas para aplicar la carga a la probeta (ver Figura 3.4a). La elección de utilizar fibra de vidrio se basó en su disponibilidad y costo más accesible. La intención fue realizar un ensayo preliminar con fibra de vidrio, un material compuesto, dada su similitud estructural con la fibra de carbono, que es el enfoque principal de la investigación.

El ensayo de tracción se realizó mediante una técnica de carga escalonada. Esta elección se debió a la limitación de no poder relacionar simultáneamente la carga y la deformación, dado que la máquina de ensayo y el sistema de medición de deformación no estaban interconectados. Se aplicaron incrementos de carga, por ejemplo, 0 kN, 5 kN y 10 kN, con intervalos de tiempo a carga constante durante cada escalón (ver Figura 3.5). La representación gráfica de tiempo-deformación permitió identificar la correspondencia de cada escalón con la carga aplicada. Se pudo observar un comportamiento acorde a lo esperado, confirmando cualitativamente un funcionamiento correcto.

Ensayo de Material Metálico: Adicionalmente, se llevó a cabo un ensayo en acero ASTM A36, un acero comercialmente típico con propiedades mecánicas conocidas (ver Figura 3.4b). Según la norma ASTM, el módulo de Young para el acero ASTM

Capítulo 3. Materiales y Métodos

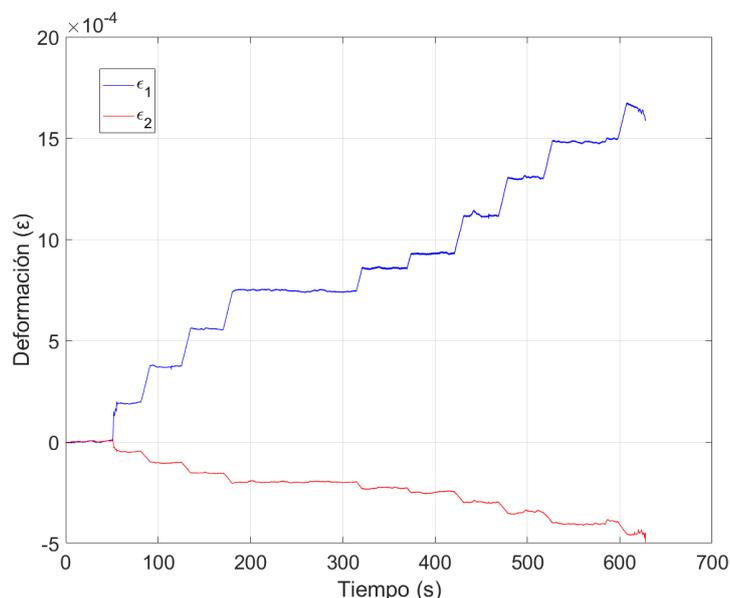


Figura 3.5: Gráfico deformación-tiempo correspondiente a los datos obtenidos del ensayo a tracción sobre el acero.

A36 es de aproximadamente $E = 207 \text{ GPa}$. Este material metálico se empleó con el propósito de verificar la precisión del sistema de medición. Al igual que en el ensayo de fibra de vidrio, se utilizó la máquina de ensayo Otto Wolpert-Werke modelo U50 con sus mordazas de cuña mecánicas, siguiendo el mismo procedimiento. Los datos obtenidos se pueden observar en la Figura 3.5.

Con los datos obtenidos, se identifican los intervalos de tiempo a carga constante, y se promedia la deformación en estos intervalos. De esta forma, con la carga se obtiene el esfuerzo $\sigma = F/A$, donde F es la carga y A es la sección transversal. Así, se obtuvieron puntos de esfuerzo-deformación, los cuales se representaron gráficamente y se realizó una regresión lineal para obtener una recta de pendiente igual al módulo elástico del material (ver Figura 3.6). De esta forma se obtuvo un valor para el módulo elástico de $E = 207,53 \text{ GPa}$, cercano al valor esperado para el acero, confirmando entonces que las medidas obtenidas concuerdan con las esperadas.

3.1.4. Ensayo de Tracción longitudinal en CFRP

El ensayo de tracción longitudinal para CFRP se realizó tomando como referencia la norma ASTM D3039, que proporciona recomendaciones específicas para la caracterización de materiales compuestos poliméricos reforzados con fibra de alto módulo en términos de resistencia a la tracción. Aunque la norma establece requerimientos geométricos sobre las probetas y recomendaciones sobre dimensio-

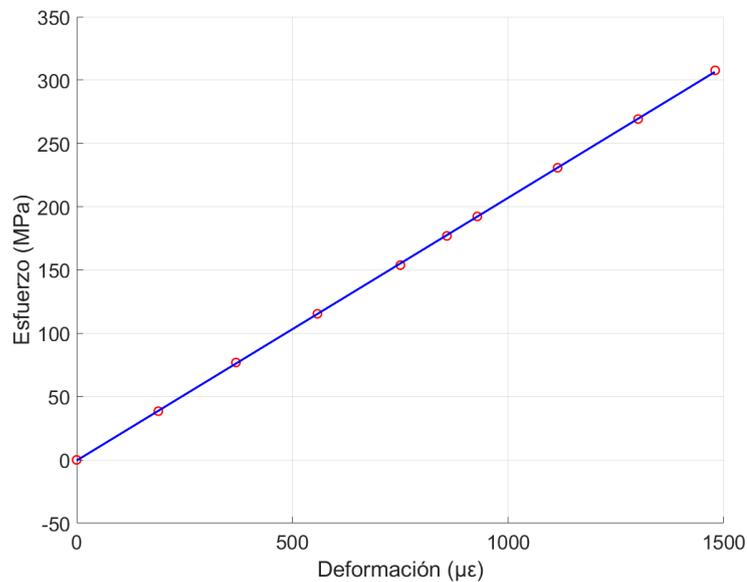


Figura 3.6: Puntos de esfuerzo deformación, con recta de aproximación.

nes de las mismas, se debe destacar que en este estudio, no se pudieron seguir dichas recomendaciones debido a limitaciones de la máquina de ensayo disponible.

La configuración de las probetas utilizadas es $[0_4]$, de medidas nominales 50 cm de largo por 4 cm de ancho, siendo el espesor de curado de la capa (ECC) teórico de 0.289 mm (ver Apéndice A).

El ensayo de tracción se realizó utilizando la máquina de ensayo universal Otto Wolpert-Werke modelo U50, siguiendo el mismo procedimiento que se utilizó en el ensayo sobre el material metálico. Esta máquina cuenta con mordazas de sujeción que, junto con tela esmeril [41], permiten fijar las probetas de manera adecuada, garantizando una distribución uniforme de la carga, no siendo necesario el uso de pestañas. Debido al funcionamiento de la máquina, como se explica en los ensayos de verificación, no fue posible aplicar la carga de forma que se mantuviera una tasa de deformación constante, como indica la norma. En la Figura 3.7, se muestra la probeta junto con las galgas y la máquina utilizada para llevar a cabo el ensayo de tracción longitudinal.

Las probetas fueron sometidas a una carga controlada durante el ensayo, registrándose tanto la carga como la deformación a lo largo del proceso. Para medir la deformación, se utilizó un sistema compuesto por galgas extensiométricas HBM *10/120ALY11*, en conjunto con el sistema de adquisición de datos NI cDAQ-9178 y el módulo NI 9219. Además, se implementó un código específico para esta función, diseñado para capturar y procesar los valores de deformación y fuerza de tres ensayos realizados con diferentes probetas CFRP. Cabe destacar que las probetas se fracturaron bajo carga controlada. Estos datos serán posteriormente analizados

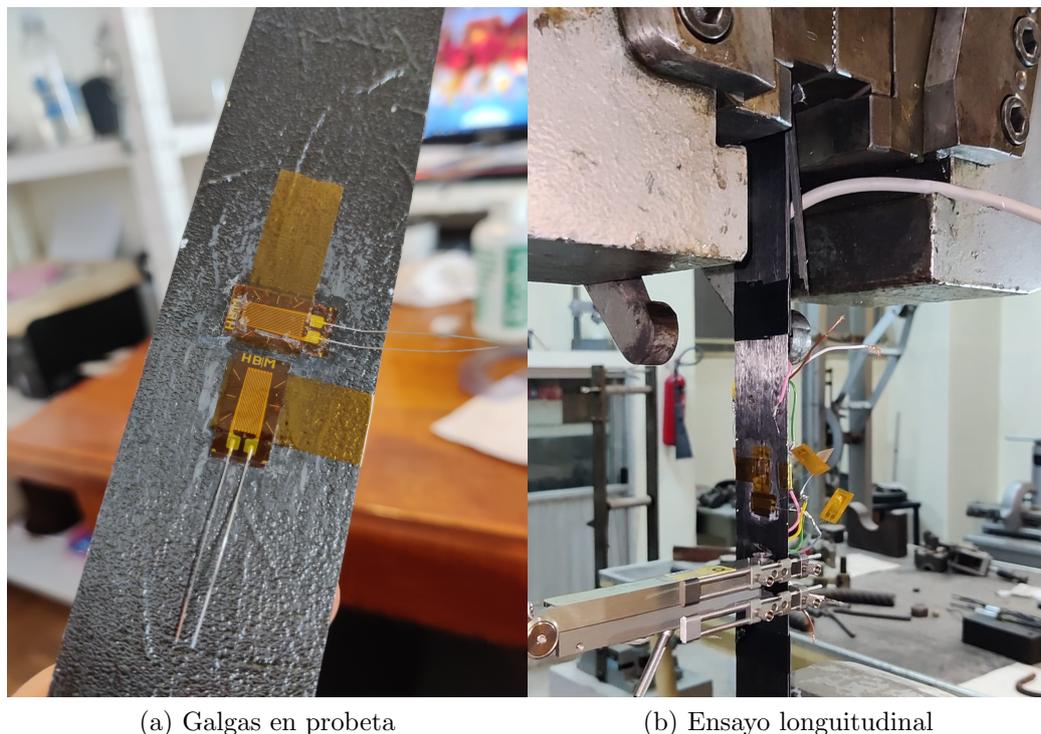


Figura 3.7: Imágenes de probetas, 0 grados.

en el siguiente capítulo para obtener las propiedades mecánicas de los materiales.

3.1.5. Ensayo de Tracción Transversal de CFRP

El ensayo de tracción transversal se llevó a cabo conforme a la norma ASTM D3039. Las probetas utilizadas presentaron una configuración de $[90]_8$, con dimensiones nominales de 18 cm de largo, 25 mm de ancho y un ECC de 0.289 mm, según las especificaciones proporcionadas por la ficha técnica del fabricante.

El ensayo de tracción se realizó utilizando la máquina de ensayo universal Instron Model 1011, en la cual se impuso una tasa de deformación constante, con una velocidad de deformación de 2 mm/min . La máquina cuenta con mordazas de sujeción que, junto con tela esmeril, permiten fijar las probetas de manera adecuada, asegurando una distribución uniforme de la carga, no siendo necesario el uso de pestañas.

Las probetas se fracturaron bajo carga controlada, registrando tanto la carga como la deformación a lo largo del ensayo. Para medir la deformación de las probetas durante el ensayo, se utilizó un equipo de medición compuesto por galgas extensiométricas HBM $10/120ALY11$, junto con el sistema de adquisición de datos NI cDAQ-9178 y el módulo NI 9219. Además, se implementó un código específico



(a) Fractura total de probeta 1.

(b) Fractura parcial de probeta 2.

Figura 3.8: Fracturas de probetas, 0 grados.

para esta función, el cual permitió adquirir los valores de deformación y fuerza de tres ensayos con probetas diferentes. Este código fue creado específicamente para capturar y procesar estos datos, siendo fundamental para obtener las propiedades mecánicas de la CFRP que se presentan en el siguiente capítulo.

3.1.6. Ensayo de Tracción para cortante

El ensayo de tracción para cortante se realizó siguiendo la norma ASTM D3518. Las probetas utilizadas presentaron una configuración de $[\pm 45]_{2s}$, con dimensiones nominales de 18 cm de largo y 25 mm de ancho y un ECC de 0.289 mm, según las especificaciones proporcionadas por la ficha técnica del fabricante.

El procedimiento empleado fue el mismo que el utilizado en el ensayo de tracción transversal.

Capítulo 3. Materiales y Métodos

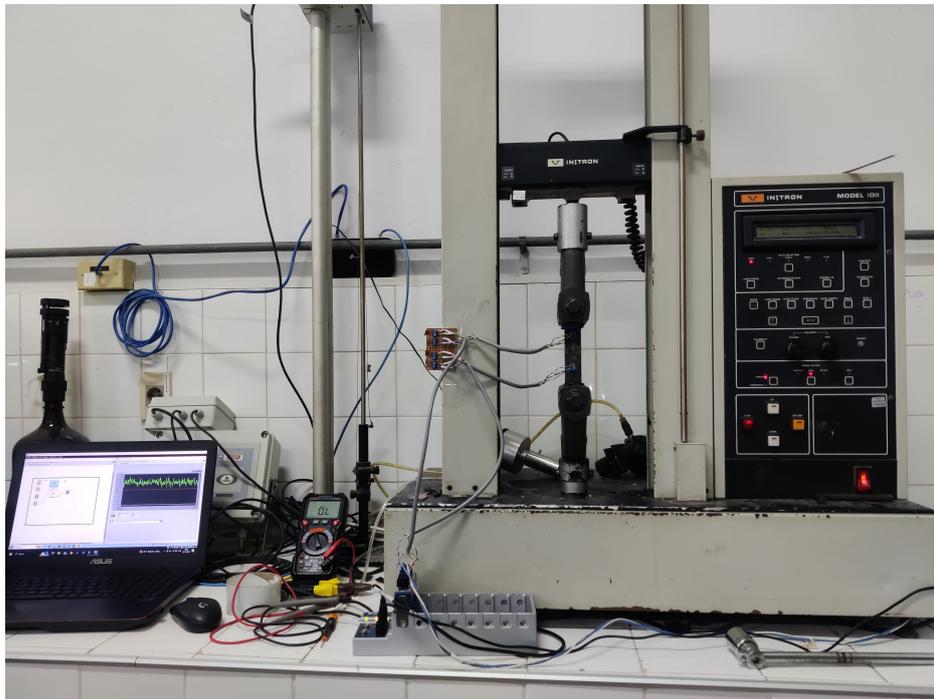


Figura 3.9: Instalación para ensayo de tracción transversal y ensayo de cortante.

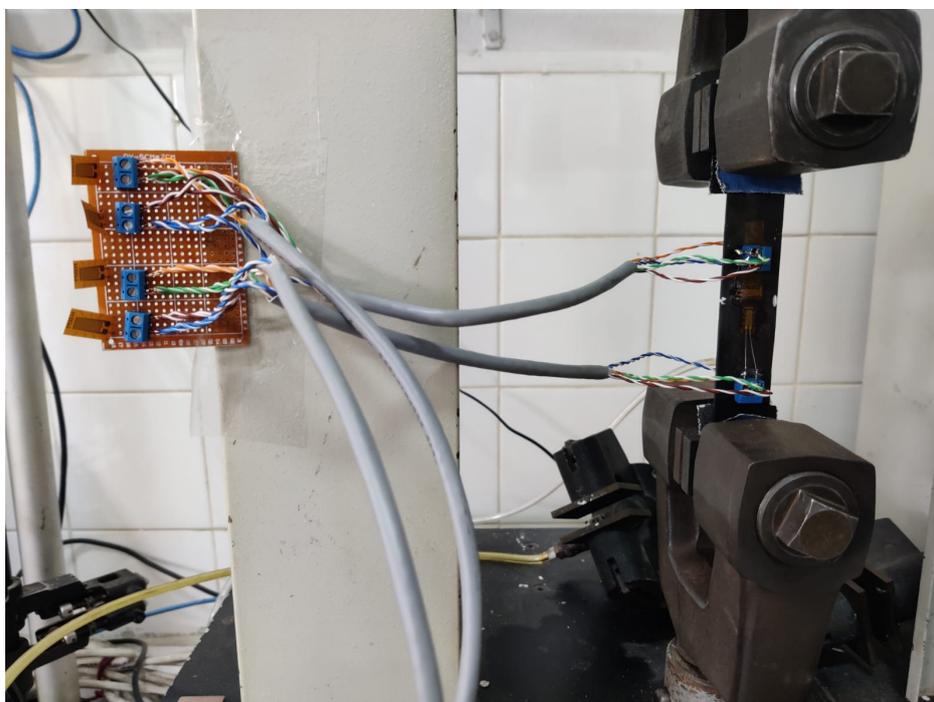


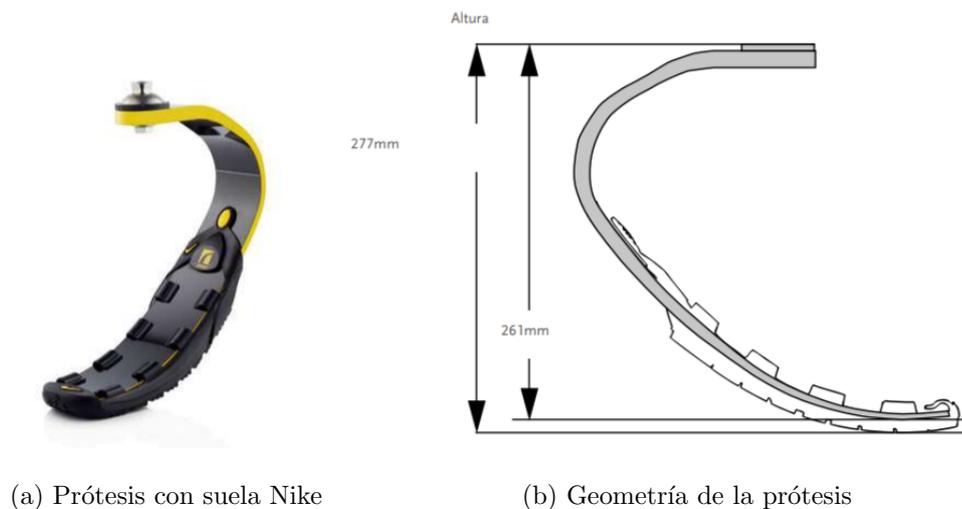
Figura 3.10: Sujeción de probetas y conexionado de galgas en ensayos de cortante y tracción transversal.

3.2. Modelado Computacional

En esta sección, se presenta el enfoque y la metodología empleada en el modelado computacional de la prótesis transtibial deportiva. Se aborda el ejercicio de diseño basado en la geometría de la prótesis Flex Run de Össur y la caracterización del material de fibra de carbono. La simulación numérica se lleva a cabo utilizando Ansys (versión 2024 R1) para evaluar el comportamiento biomecánico de la prótesis ante diversas configuraciones.

3.2.1. Selección de Geometría

La elección de la geometría se basa en la prótesis Flex Run de Össur (ver Figura 3.11), específicamente diseñada para usuarios de hasta 130kg con amputación transfemoral y transtibial que participan en actividades de alto impacto, se destaca por su idoneidad en actividades como footing, carreras de trail, carreras de distancia y triatlones.



(a) Prótesis con suela Nike

(b) Geometría de la prótesis

Figura 3.11: Prótesis Flex Run Össur.

3.2.2. Material

Una vez determinadas las propiedades de la lámina unidireccional mediante ensayos, la cual sirve como el componente fundamental para la construcción de laminados multidireccionales, se procede a obtener las propiedades para diversas series de laminación. Este proceso, en conjunto con el modelado del material discutido en la Sección 2.5, proporciona un conjunto integral de propiedades para análisis comparativos.

Capítulo 3. Materiales y Métodos

Para este estudio, se han seleccionado cuatro configuraciones de laminado utilizando el código de laminación, a saber:

1. $[0]_{56}$
2. $[0/\pm 45/90]_{7s}$
3. $[0/45/0/-45]_{7s}$
4. $[0/30/0/-30]_{7s}$

La Configuración 1 representa la opción más simple, donde todas las láminas están orientadas en la misma dirección. En esta disposición, se obtiene un laminado altamente ortotrópico con propiedades notables en la dirección de las fibras, pero con características menos favorables en las demás direcciones.

La Configuración 2 resulta en un laminado cuasi-isotrópico. Sin embargo, esta configuración no aprovecha las ventajas ofrecidas por el compuesto unidireccional para direccionar las propiedades mecánicas según las cargas aplicadas.

Finalmente, se eligieron las Configuraciones 3 y 4 siguiendo las recomendaciones del libro “Engineering Mechanics of Composite Materials” (Isaac M. Daniel, Ori Ishai). Estas configuraciones representan laminados simétricos y equilibrados. Al optar por una disposición simétrica y equilibrada de capas con una adecuada interdispersión de láminas delgadas, se elimina el acoplamiento entre la extensión y la flexión, así como entre el cortante, y se minimiza el acoplamiento de torsión. Estas elecciones contribuyen a prevenir el pandeo y las distorsiones inesperadas, y a reducir las tensiones interlaminares [39].

Estas configuraciones resultan en un laminado de 16 mm de espesor, con propiedades que se detallan en la Tabla 3.2. El sistema de coordenadas de referencia y la orientación de las fibras para una lámina a 0 grados se presentan en la Figura 3.12.

Configuración	E_x (GPa)	E_y (GPa)	G_{xy} (GPa)	ν_{xy}	ν_{yx}
$[0]_{56}$	120,8	10,1	5,3	0,313	0,026
$[0/\pm 45/90]_{7s}$	47,96	47,96	18,35	0,307	0,307
$[0/45/0/-45]_{7s}$	70,31	21,77	18,35	0,649	0,201
$[0/30/0/-30]_{7s}$	86,32	12,63	15,09	0,904	0,132

Tabla 3.2: Propiedades mecánicas resultantes de los laminados.

3.2.3. Simulación en Ansys

La simulación computacional en Ansys se realiza aplicando las fuerzas relevantes a las que la prótesis estaría sometida durante su fase de apoyo. Se emplea el Component System ACP (Pre), una herramienta integrada con Workbench

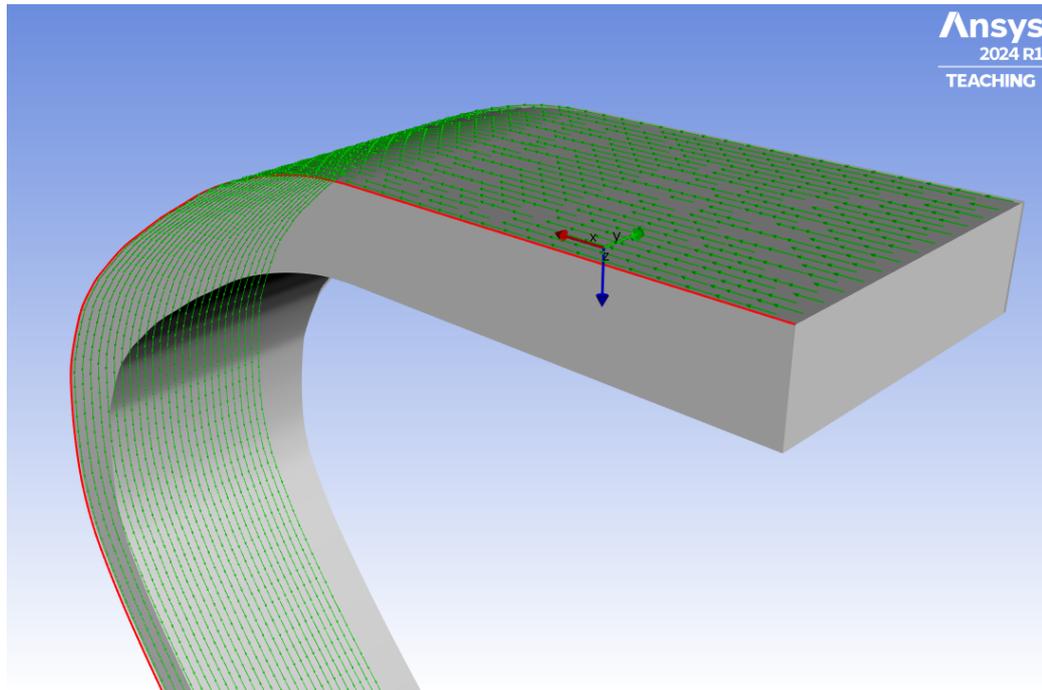


Figura 3.12: Sistema de coordenadas de referencia y laminado a 0° .

diseñada específicamente para el modelado de compuestos laminados. La funcionalidad del ACP permite orientar adecuadamente el material ortotrópico en la prótesis. Este modelo se utiliza en conjunto con el entorno Transient Structural, una funcionalidad de Ansys que se especializa en simulaciones dinámicas.

Transient Structural es un entorno de análisis diseñado para simular el comportamiento temporal de estructuras sometidas a cargas dinámicas o transitorias. Este entorno es fundamental para estudiar fenómenos que cambian con el tiempo, como las fuerzas aplicadas a la prótesis durante diferentes fases del movimiento. La simulación dinámica proporciona información valiosa sobre cómo la prótesis responde a cargas variables, permitiendo una evaluación detallada de su comportamiento estructural y funcional a lo largo del tiempo.

Condiciones de borde

En el análisis de las condiciones de borde, se detallan los parámetros considerados durante la simulación, incluyendo las fuerzas aplicadas durante la actividad deportiva, asegurando así la representatividad del análisis.

Durante la fase de apoyo de la carrera, se interpreta que la zona de contacto de la prótesis permanece fija con respecto al suelo, mientras la pierna introduce fuerzas desde la parte superior de la prótesis en la zona de fijación. Este proceso genera desplazamientos en la parte superior de la prótesis con respecto a la zona

Capítulo 3. Materiales y Métodos

de contacto, donde surgen las fuerzas de reacción del suelo. Para modelar esta dinámica, se considera que la zona de fijación de la prótesis actúa como un soporte fijo (Figura 3.13). En contraste, en la zona de contacto, se aplica la fuerza correspondiente a las Fuerzas de Reacción del Suelo (GRFs) (Figura 3.14). Es crucial adaptar estas fuerzas al movimiento angular de la prótesis durante la fase de apoyo, como se indica en la Subsección 2.3.3. El gráfico de las componentes de estas fuerzas se visualiza en la Figura 3.15.

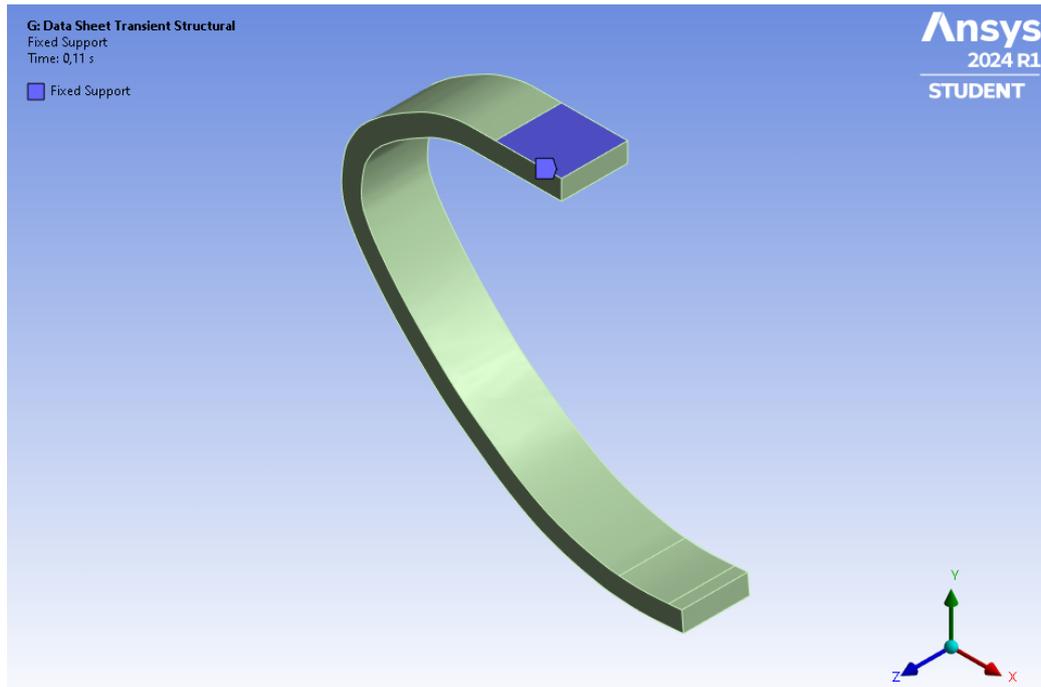


Figura 3.13: Condición de borde, soporte fijo.

Análisis de convergencia de malla

En el proceso de simulación se llevó a cabo un análisis de convergencia de malla con el objetivo de evaluar la influencia de la densidad de la malla en los resultados obtenidos. Este análisis es crucial para garantizar la precisión y confiabilidad de las simulaciones, así como para optimizar el uso eficiente de los recursos computacionales.

Se generaron múltiples configuraciones de mallas con diferentes densidades. Comenzando con una malla inicial más gruesa, se procedió a refinar progresivamente la densidad de la malla para cada simulación subsiguiente.

La herramienta de parámetros en Ansys Workbench facilitó la automatización del análisis de convergencia. Se configuraron diseños paramétricos para variar la densidad de la malla de manera sistemática, permitiendo la ejecución automática

3.2. Modelado Computacional

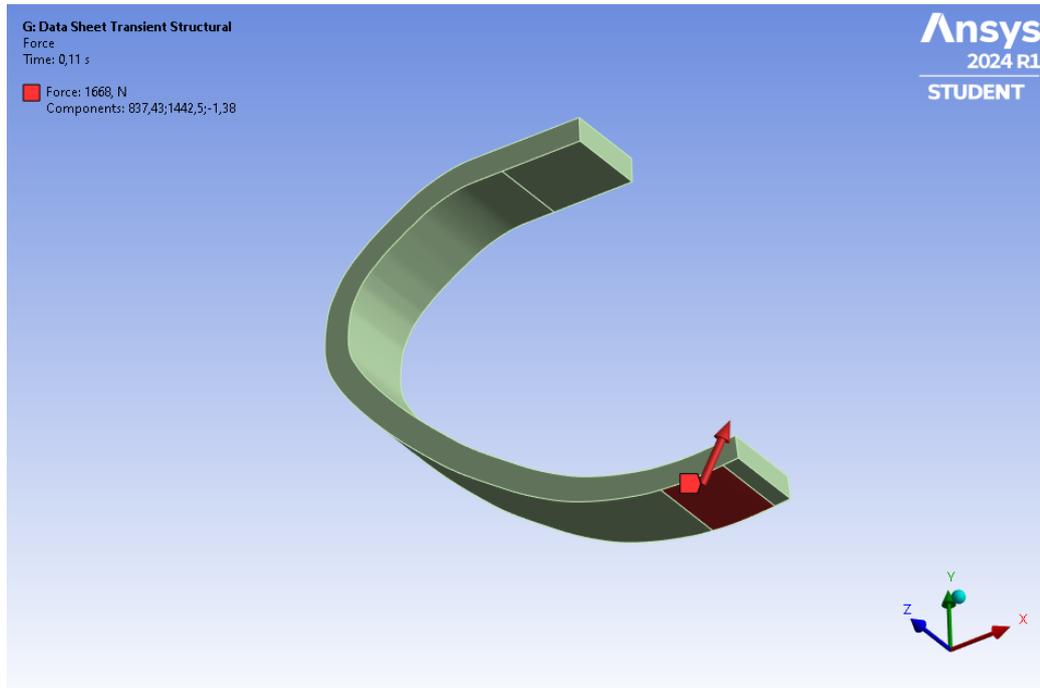


Figura 3.14: Condición de borde, fuerza correspondiente a las GRFs.

de todas las simulaciones planificadas. Cada simulación generó resultados detallados en términos de tensiones, deformaciones y otros parámetros relevantes para la prótesis. Estos resultados fueron cuidadosamente evaluados para identificar patrones y tendencias a medida que se ajustaba la densidad de la malla.

A través del análisis de los resultados, se llevó a cabo una evaluación de la influencia de la densidad de la malla en los resultados obtenidos, mediante un análisis de convergencia de malla (ver Figura 3.16). Este análisis determinó el punto en el que los cambios en las magnitudes de interés se volvieron mínimos, lo que indicó la convergencia numérica y proporcionó la densidad de malla óptima para la simulación final. La densidad de malla que demostró convergencia fue seleccionada como la malla óptima. En consecuencia, se seleccionó una densidad de malla de 111.135 elementos. Para la simulación, se utilizaron elementos finitos hexáedricos del tipo SOLID185.

Capítulo 3. Materiales y Métodos

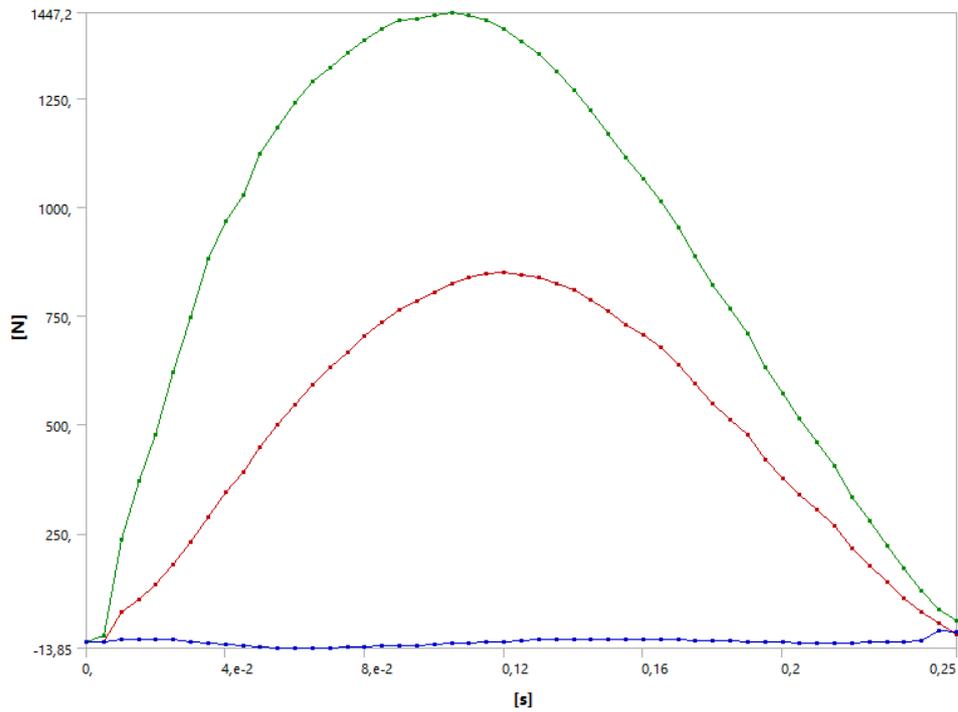


Figura 3.15: Componentes de la fuerza.

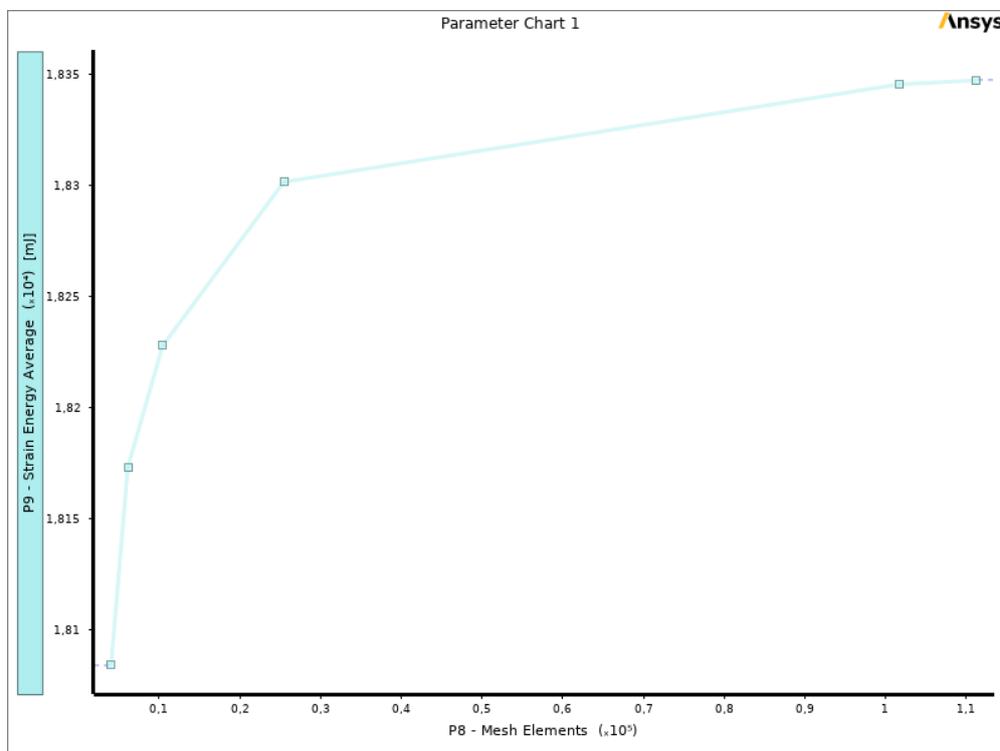


Figura 3.16: Convergencia de la energía de deformación con el numero de elementos.

Capítulo 4

Resultados y análisis

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

4.1.1. Ensayo de tracción longitudinal

En esta sección, se presentan los resultados del ensayo de tracción longitudinal, donde se evaluaron tres probetas de fibra de carbono. Cada probeta se sometió a tensiones y se registraron los siguientes resultados:

Probeta 1

- Resultados de tracción:
 - $E_1 = 116,5 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
 - $\nu_{12} = 0,306$ ($\sigma = 0,010$)
- Observaciones:
 - Al analizar el gráfico de datos (Figura 4.1), se identifica un error puntual en ε_2 ; sin embargo, este parece no afectar significativamente los resultados.
 - La fractura de la probeta ocurrió bajo una carga estática de 90 kN ($\sigma = 1719 \text{ MPa}$). Es importante señalar que este valor no puede considerarse como carga última, ya que la probeta presentaba una falla menor previa a la rotura.
 - En la Figura 4.2, se observan los puntos obtenidos de esfuerzo-deformación, junto con la recta de ajuste. Esta última proporciona el módulo elástico mediante su pendiente.

Capítulo 4. Resultados y análisis

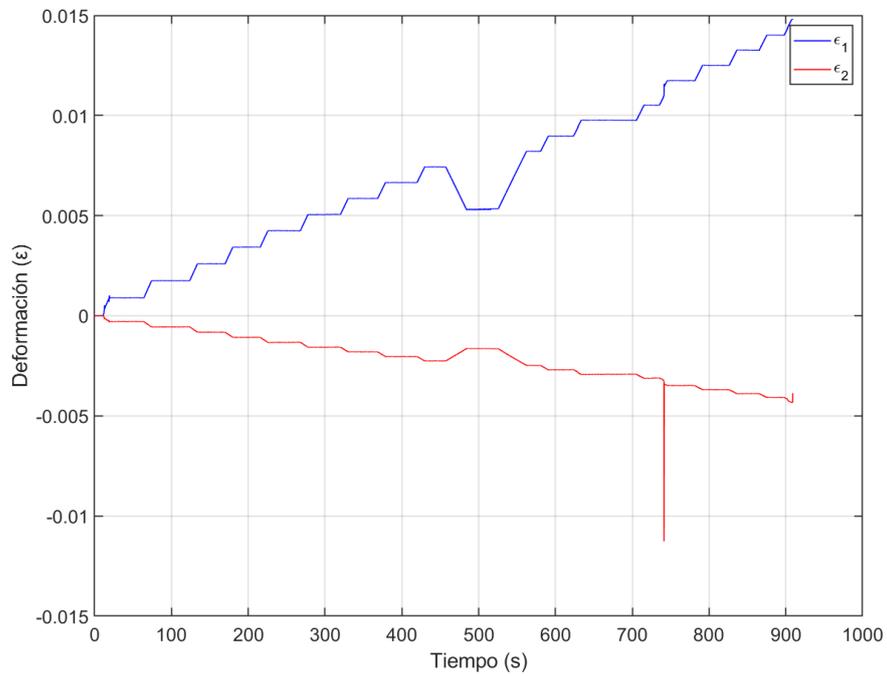


Figura 4.1: Datos ensayo 0°- Probeta 1.

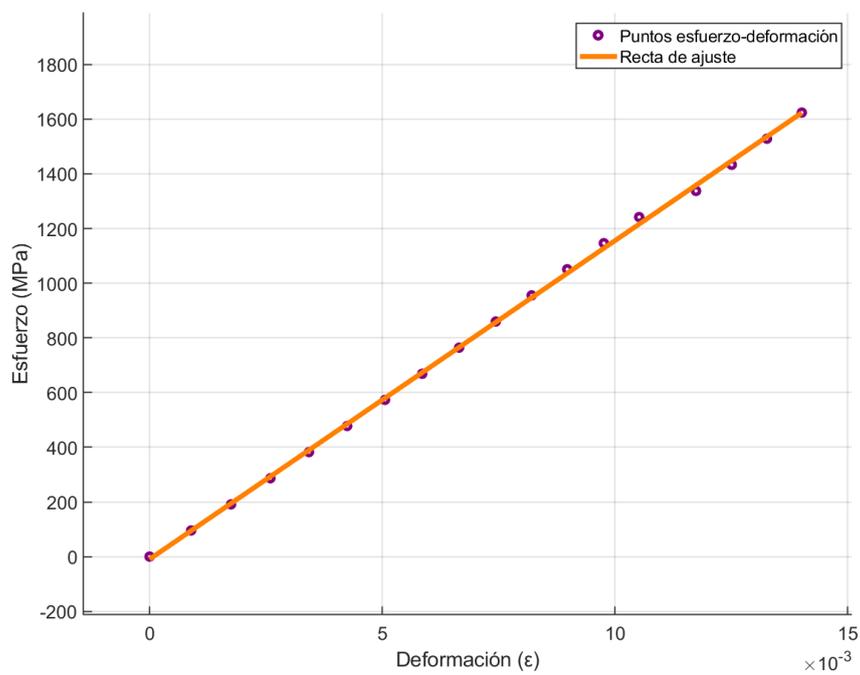


Figura 4.2: Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 1.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

Probeta 2

- Resultados de tracción:
 - $E_1 = 110,8 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
 - $\nu_{12} = 0,298$ ($\sigma = 0,005$)
- Observaciones:
 - En el análisis del gráfico de datos (Figura 4.3), se identifica un ruido anormal en la señal de ε_1 , esto no impidió el uso de los datos.
 - Se registró una primera falla longitudinal en la probeta después de alcanzar los 50 kN, ocasionada por una sujeción deficiente en las mordazas.
 - Luego de la primera falla, se continuó aumentando la carga hasta la fractura, pero estos últimos datos se descartaron debido a su falta de fiabilidad.
 - En la Figura 4.4, se observan los puntos obtenidos de esfuerzo-deformación, junto con la recta de ajuste. Esta última proporciona el módulo elástico mediante su pendiente.

Probeta 3

- Resultados de tracción:
 - $E_1 = 135,0 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
 - $\nu_{12} = 0,336$ ($\sigma = 0,009$)
- Observaciones:
 - Durante el ensayo y al analizar el gráfico de datos (Figura 4.5), no se evidenciaron comportamientos erróneos ni se registraron fallos.
 - Se aplicó una carga máxima de 80 kN sin que la probeta experimentara fracturas.
 - En la Figura 4.6, se observan los puntos obtenidos de esfuerzo-deformación, junto con la recta de ajuste. Esta última proporciona el módulo elástico mediante su pendiente.

Resultados finales y análisis

Se obtiene entonces, promediando los resultados de cada probeta, los siguientes resultados:

Capítulo 4. Resultados y análisis

- $E_1 = 120,8 \text{ GPa}$
- $\nu_{12} = 0,313$

El resultado obtenido muestra un aumento del 1,3% en comparación con el valor declarado en la ficha técnica del material (119,3 GPa). A primera vista, este resultado podría considerarse en concordancia con las expectativas. Sin embargo, es importante destacar que el ensayo de la probeta 3 reveló una discrepancia significativa, con un aumento del 11,8%. Esta diferencia es especialmente notable, ya que los errores de alineación, tanto en las galgas como en las probetas, tienden a influir en que los resultados sean menores. Errores de alineación podrían explicar de manera plausible los resultados menores observados en las probetas 1 y 2.

Además, es esencial considerar que el proceso de fabricación también puede desempeñar un papel crucial en las propiedades mecánicas del material, lo cual debe ser tomado en cuenta al interpretar los resultados de los ensayos.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

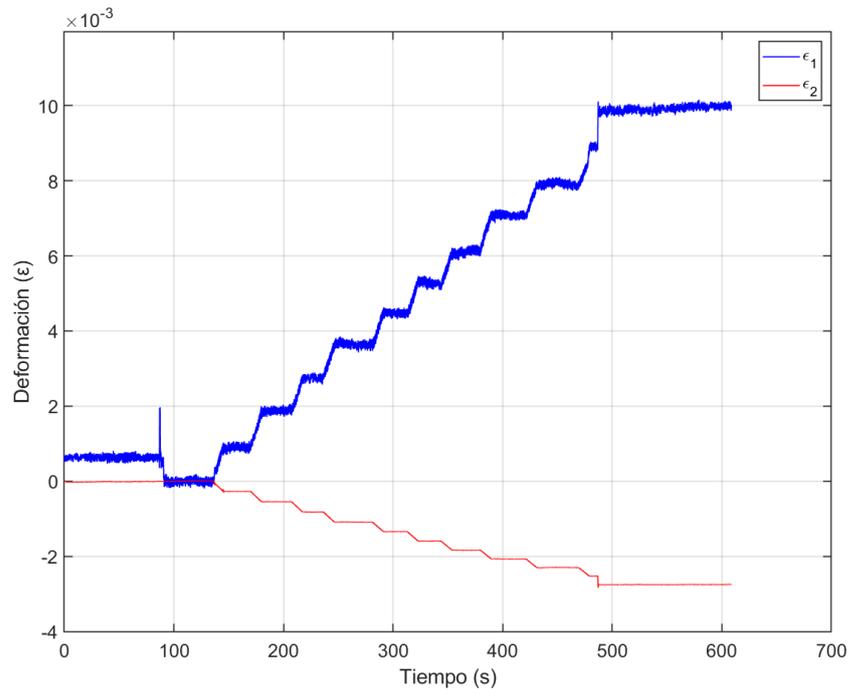


Figura 4.3: Datos ensayo 0° - Probeta 2.

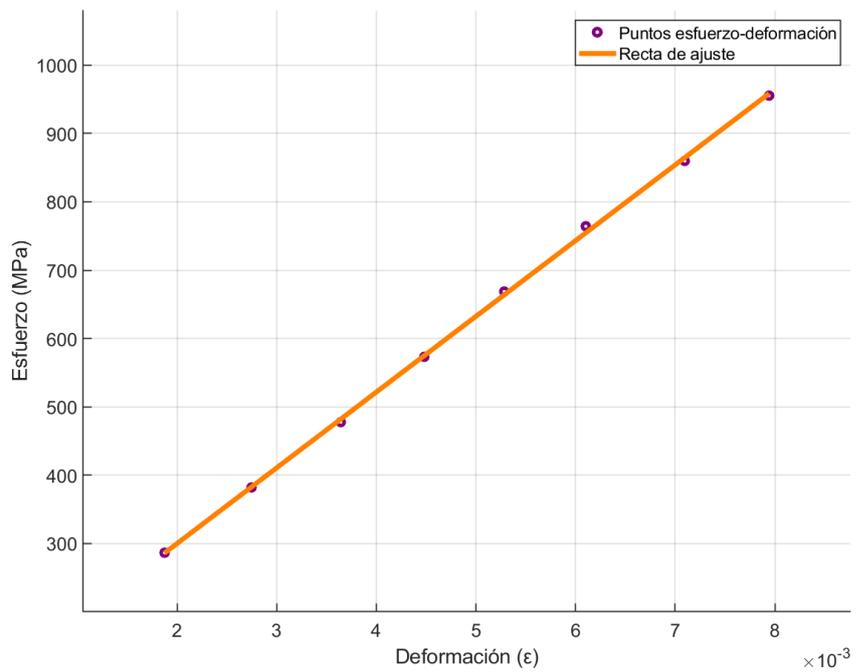


Figura 4.4: Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 2.

Capítulo 4. Resultados y análisis

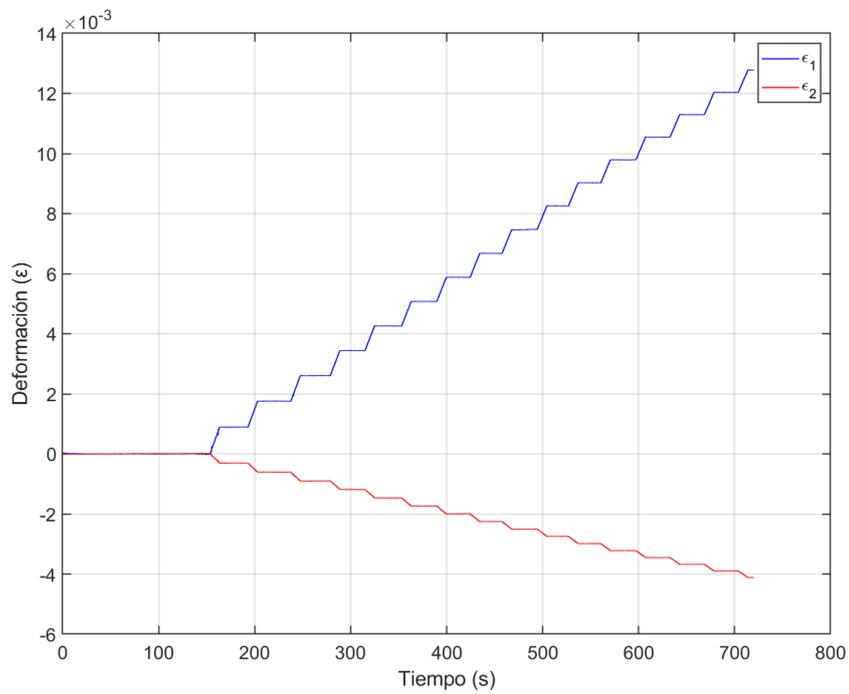


Figura 4.5: Datos ensayo 0°- Probeta 3.

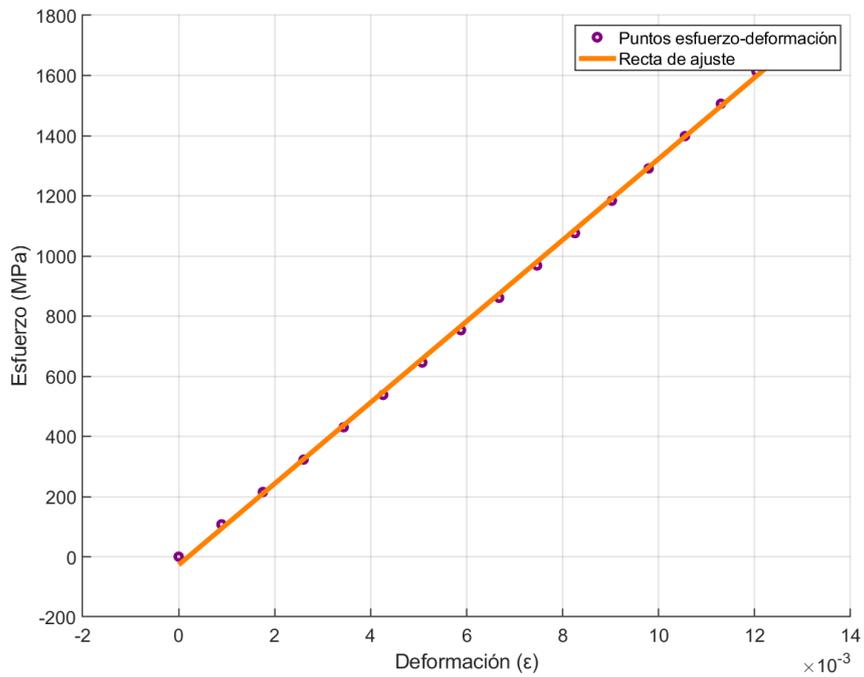


Figura 4.6: Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 3.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

4.1.2. Ensayo de tracción transversal

En esta sección, se presentan los resultados del ensayo de tracción transversal, donde se evaluaron tres probetas de fibra de carbono. Cada probeta se sometió a tensiones y se registraron los siguientes resultados:

Probeta 1

- Resultados de tracción:
 - $E_2 = 9,6 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,997$)
 - $\nu_{21} = 0,013$
- Observaciones:
 - La señal de ε_2 presentaba considerable ruido. En el gráfico (Figura 4.7), se muestran los datos posteriores a un tratamiento para reducir el ruido. Aunque persiste cierto nivel de interferencia, esto no impide el uso de los datos para análisis.
 - La fractura de la probeta ocurrió bajo una carga de 227,8 kg ($\sigma = 31,9; \text{MPa}$). Sin embargo, este valor no puede considerarse como carga última, ya que la fractura se produjo muy cerca de la mordaza.
 - En la Figura 4.8, se presenta el gráfico de esfuerzo-deformación junto con la recta de ajuste. A través de la pendiente de esta recta, se determina el módulo elástico.

Capítulo 4. Resultados y análisis

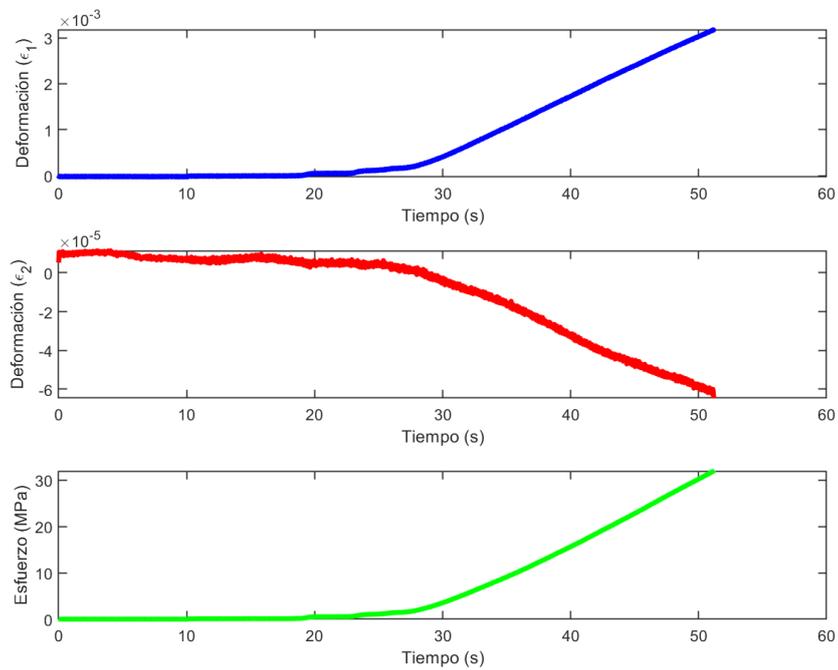


Figura 4.7: Datos ensayo 90° - Probeta 1.

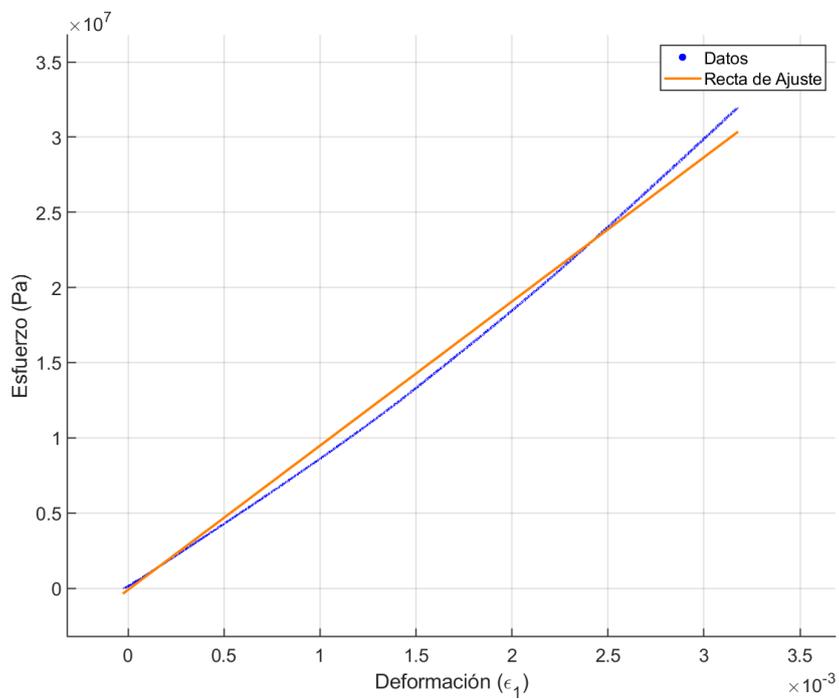


Figura 4.8: Calculo de E2 por pendiente - Probeta 1.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

Probeta 2

- Resultados de tracción:
 - $E_2 = 10,1 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,998$)
 - ν_{21} : no se determinó.
- Observaciones:
 - Al analizar el gráfico de datos (Figura 4.9) de ε_2 , se observa una discrepancia significativa respecto a lo esperado, lo que invalida dichos datos.
 - Dada la falta de correspondencia en los datos de ε_2 , no es posible determinar ν_{21} .
 - La fractura de la probeta ocurrió bajo una carga de 220,1 kg ($\sigma = 31,4 \text{ MPa}$). Esta fractura es válida y representa la carga última.
 - En la Figura 4.10, se presenta el gráfico de esfuerzo-deformación junto con la recta de ajuste. A través de la pendiente de esta recta, se determina el módulo elástico.

Probeta 3

- Resultados de tracción:
 - $E_2 = 10,6 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,998$)
 - ν_{21} : no se determinó.
- Observaciones:
 - Al analizar el gráfico de datos (Figura 4.11) de ε_2 , se observa una discrepancia significativa respecto a lo esperado, lo que invalida dichos datos.
 - Dada la falta de correspondencia en los datos de ε_2 , no es posible determinar ν_{21} .
 - La probeta experimentó fractura bajo una carga de 204,3 kg ($\sigma = 30,4 \text{ MPa}$). Esta fractura es válida y representa la carga última.
 - En la Figura 4.12, se presenta el gráfico de esfuerzo-deformación junto con la recta de ajuste. A través de la pendiente de esta recta, se determina el módulo elástico.

Capítulo 4. Resultados y análisis

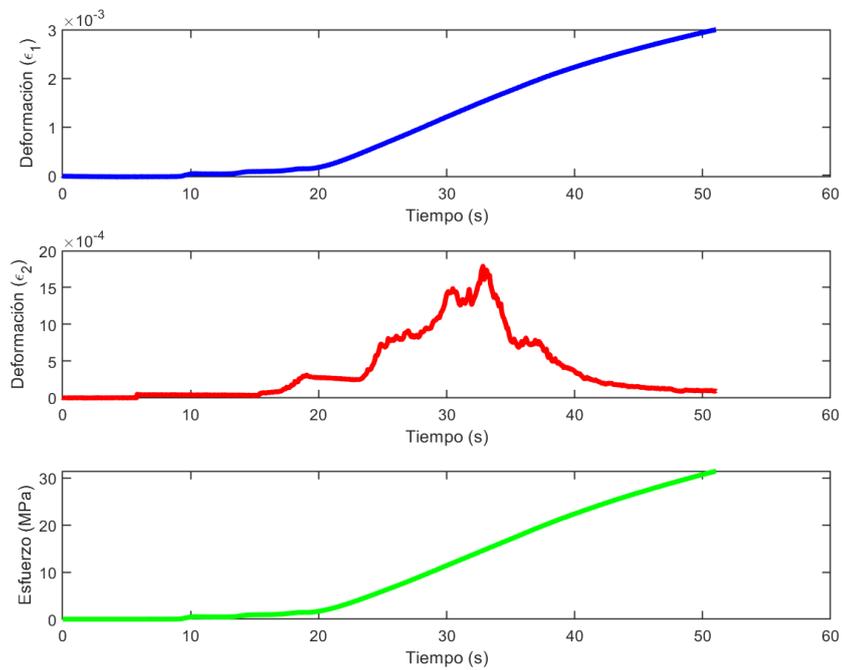


Figura 4.9: Datos ensayo 90° - Probeta 2.

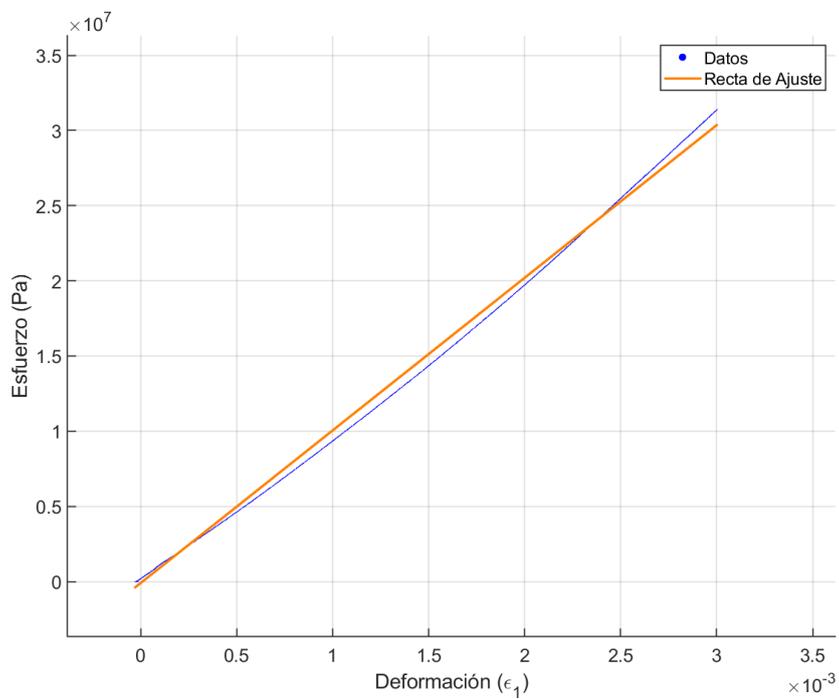


Figura 4.10: Cálculo de E_2 por pendiente - Probeta 2.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

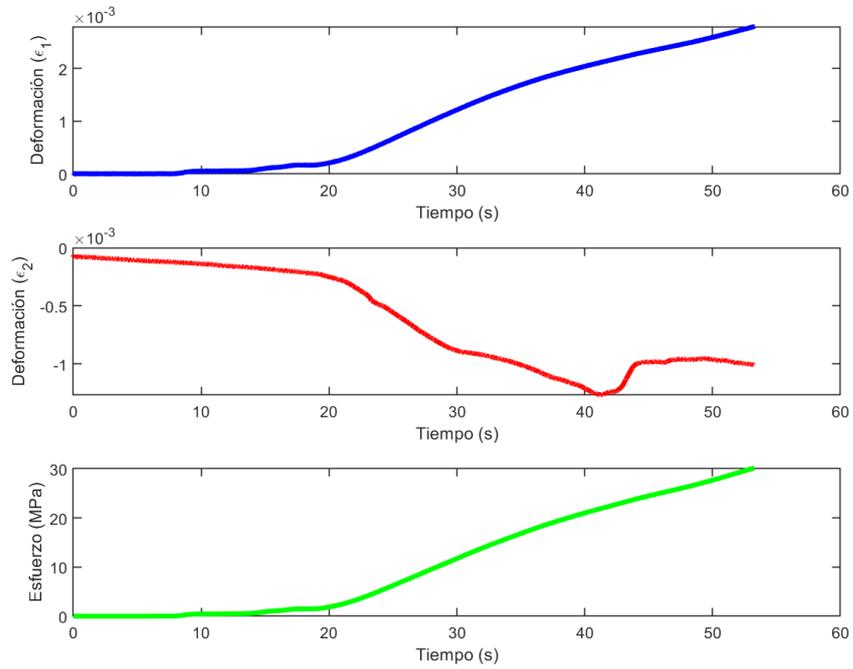


Figura 4.11: Datos ensayo 90° - Probeta 3.

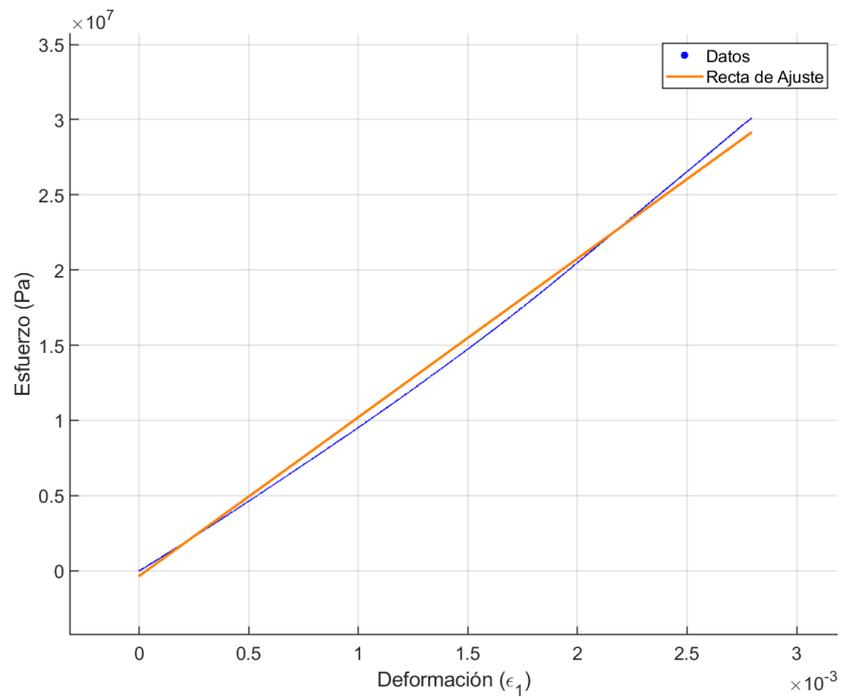


Figura 4.12: Cálculo de E_2 por pendiente - Probeta 3.

Capítulo 4. Resultados y análisis

Resultados finales y análisis

Se obtiene entonces para \bar{E}_2 , promediando los resultados de cada probeta, el siguiente resultado:

- $E_2 = 10,1 \text{ GPa}$

Se pudo obtener un único valor para el coeficiente de Poisson ($\nu_{21} = 0,013$), sin embargo puede determinarse también con los ensayos de tracción longitudinal mediante la ecuación $\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}$, obteniéndose $\nu_{21} = 0,026$.

Se observa que el resultado final obtenido es un 23,2% mayor que el valor especificado en la ficha técnica (8,2 GPa), lo que representa una diferencia significativa. A diferencia del ensayo de tracción longitudinal, en este caso, los errores en la alineación se manifiestan como aumentos en el módulo elástico, lo que podría explicar estas discrepancias. En el caso de la probeta 1, el coeficiente de Poisson determinado no difiere del proporcionado por la ficha técnica, mientras que el calculado a partir de los módulos elásticos y el coeficiente de Poisson determinados sí lo hace. No obstante, es crucial destacar que este último está influenciado por posibles errores en esos datos.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

4.1.3. Ensayo de Tracción para cortante

En esta sección, se presentan los resultados del ensayo de tracción para cortante, donde se evaluaron tres probetas de fibra de carbono. Cada probeta se sometió a tensiones y se registraron los siguientes resultados:

Probeta 1

- Resultados de tracción:
 - $G_{12} = 5,0 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
- Observaciones:
 - Durante el ensayo y al analizar el gráfico de datos (Figura 4.13), no se evidenciaron comportamientos erróneos ni se registraron fallos.
 - Se alcanzó la carga límite de la máquina sin fracturar la probeta.
 - En la Figura 4.14, se presenta la recta de ajuste, a través de la cual, mediante su pendiente, se determina G_{12} .

Capítulo 4. Resultados y análisis

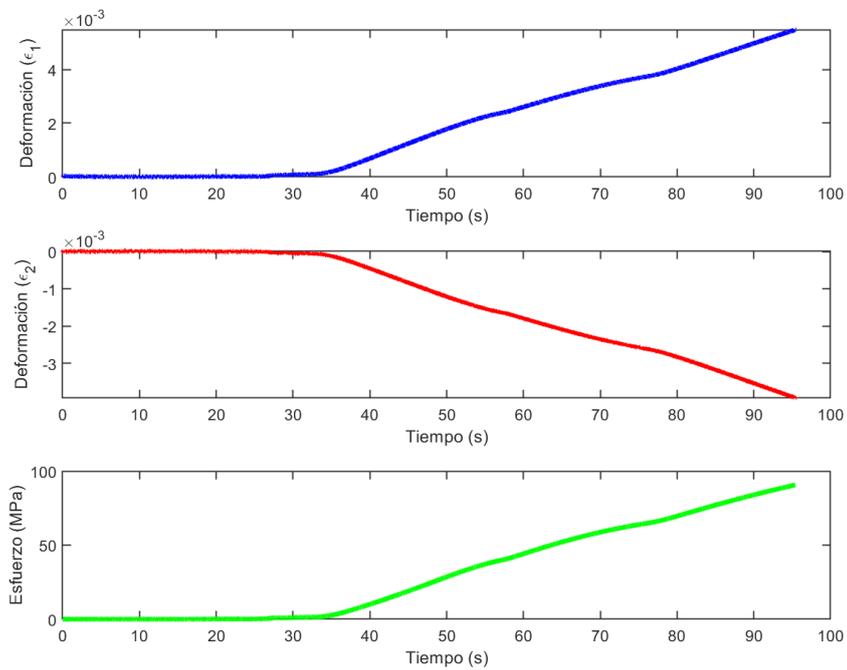


Figura 4.13: Datos ensayo 45°- Probeta 1.

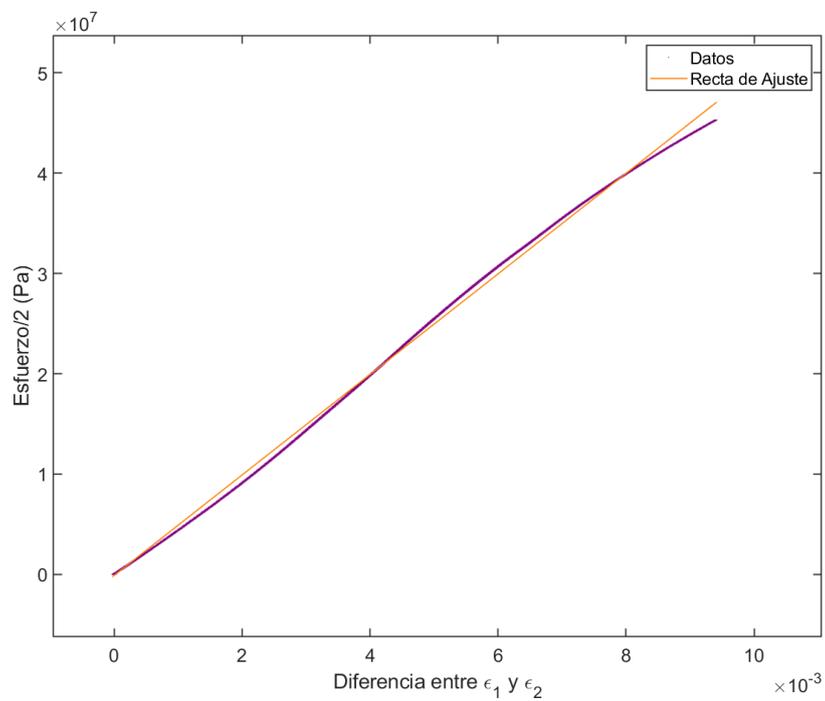


Figura 4.14: Calculo de G12 por pendiente - Probeta 1.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

Probeta 2

- Resultados de tracción:
 - $G_{12} = 5,3 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
- Observaciones:
 - Durante el ensayo y al analizar el gráfico de datos (Figura 4.15), no se evidenciaron comportamientos erróneos ni se registraron fallos.
 - Se alcanzó la carga límite de la máquina sin fracturar la probeta.
 - En la Figura 4.16, se presenta la recta de ajuste, a través de la cual, mediante su pendiente, se determina G_{12} .

Probeta 3

- Resultados de tracción:
 - $G_{12} = 5,2 \text{ GPa}$ ($R^2 = 0,999$)
- Observaciones:
 - Durante el ensayo y al analizar el gráfico de datos (Figura 4.17), no se evidenciaron comportamientos erróneos ni se registraron fallos.
 - Se alcanzó la carga límite de la máquina sin fracturar la probeta.
 - En la Figura 4.18, se presenta la recta de ajuste, a través de la cual, mediante su pendiente, se determina G_{12} .

Resultados finales y análisis

Se obtiene entonces para G_{12} , promediando los resultados de cada probeta, el siguiente resultado:

- $G_{12} = 5,3 \text{ GPa}$

El resultado obtenido es un 47,2% superior al valor de referencia proporcionado por la ficha técnica ($G_{12} = 3,60 \text{ GPa}$). Es fundamental tener en cuenta que posibles errores en la alineación y en el proceso de fabricación pueden afectar estos resultados. No obstante, es relevante recordar que el método utilizado tiende a sobrestimar el módulo, lo que podría contribuir a la discrepancia observada.

Capítulo 4. Resultados y análisis

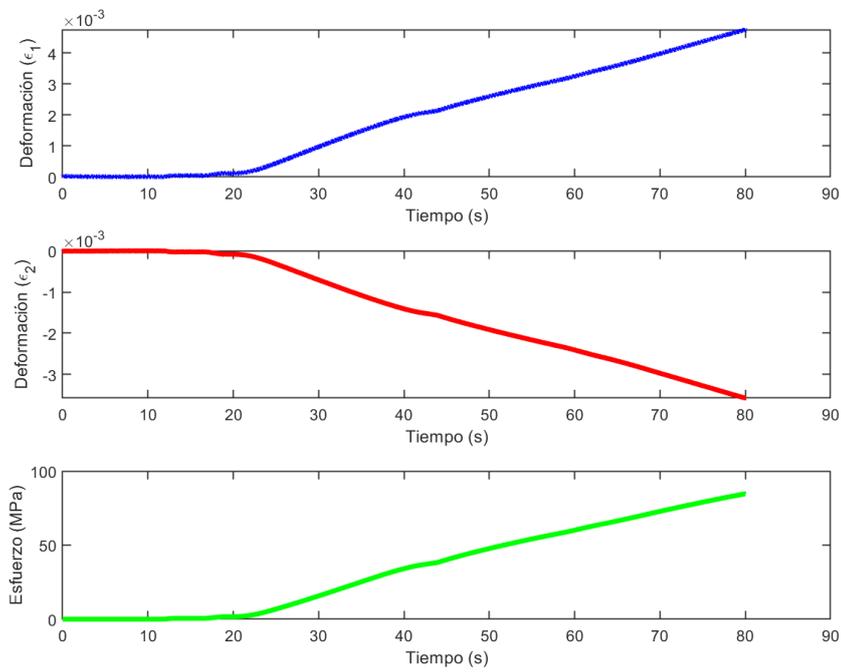


Figura 4.15: Datos ensayo 45°- Probeta 2.

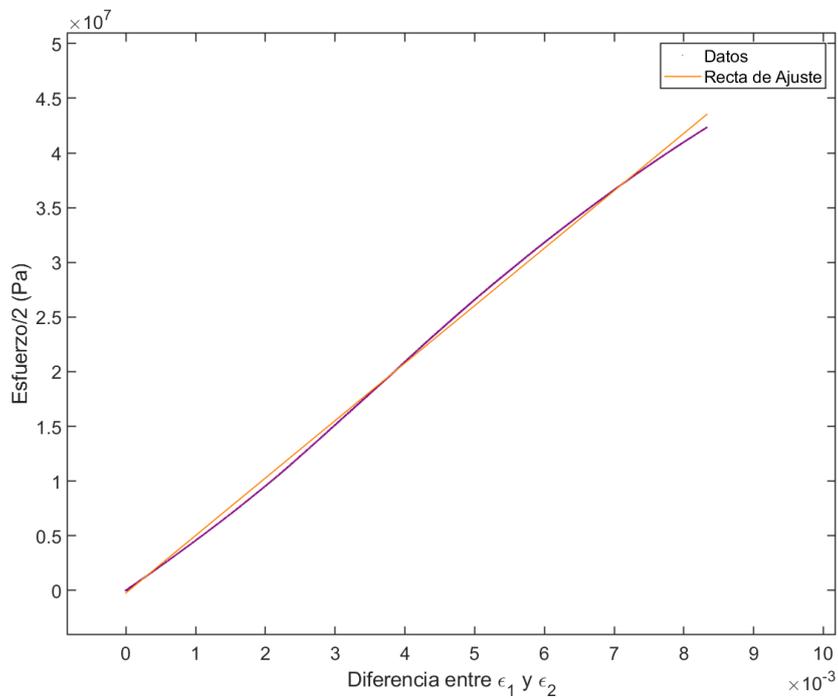


Figura 4.16: Cálculo de G_{12} por pendiente - Probeta 2.

4.1. Ensayos de propiedades mecánicas del CFRP

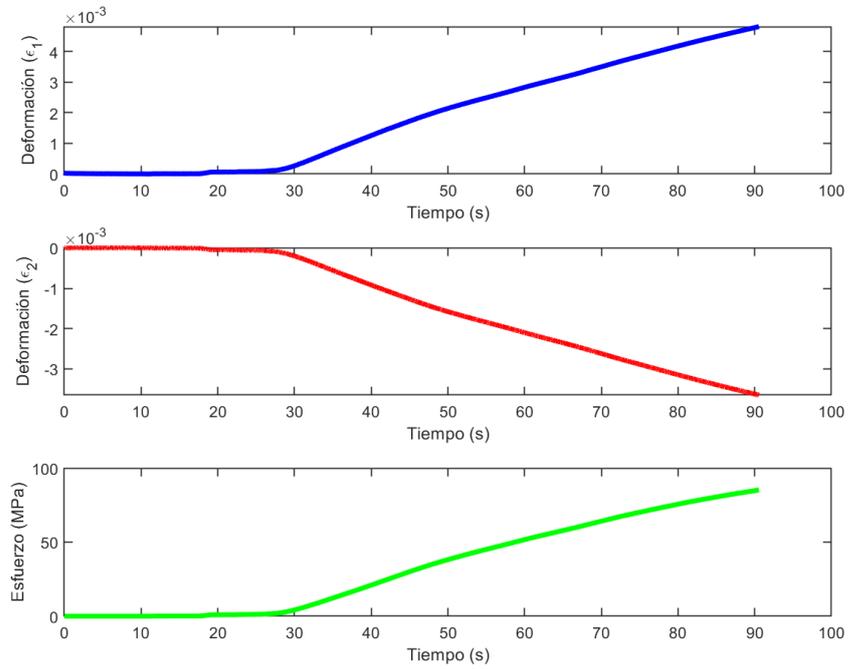


Figura 4.17: Datos ensayo 45° - Probeta 3.

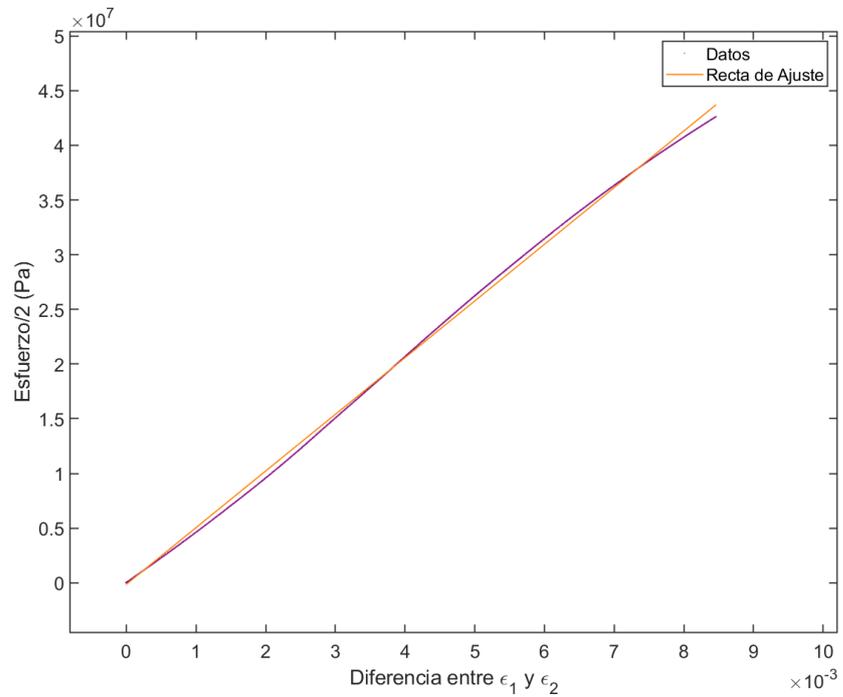


Figura 4.18: Cálculo de G_{12} por pendiente - Probeta 3.

4.2. Resultados computacionales y análisis

En esta sección, se presentan los resultados derivados de las simulaciones computacionales realizadas en Ansys para evaluar el comportamiento biomecánico de la prótesis deportiva transtibial bajo condiciones específicas de carga durante la carrera. Cabe destacar que las simulaciones se llevaron a cabo para cuatro configuraciones distintas de laminados de fibra de carbono, cada una diseñada según el código de laminación. Se seleccionó un mallado optimizado con 111.135 elementos, determinado a través del análisis de convergencia de malla previamente discutido en el marco teórico. Se puede observar el mallado en la Figura 4.19, el cual consiste en elementos hexaédricos del tipo SOLID185.

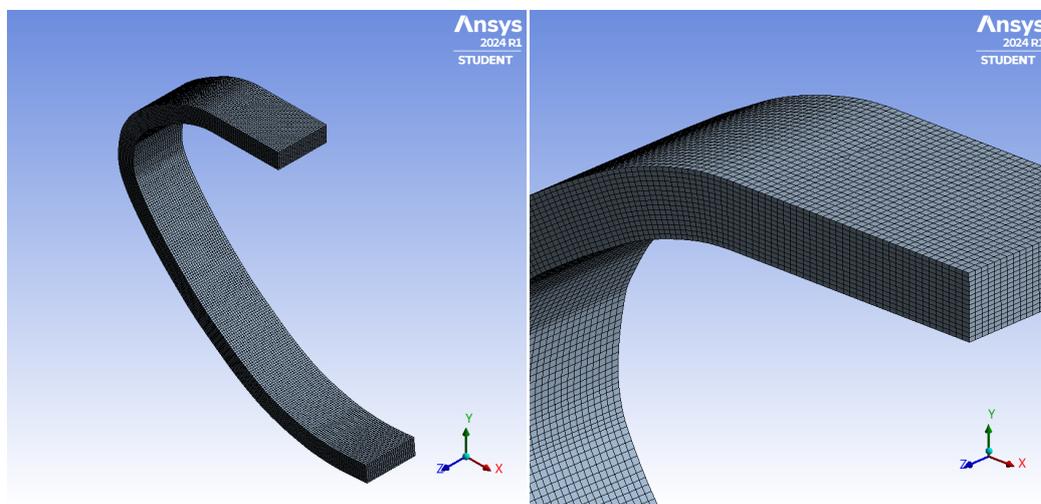


Figura 4.19: Vista de la malla.

4.2.1. Desplazamientos

Durante la fase de apoyo, se registraron los siguientes desplazamientos máximos de la prótesis para cada configuración de laminado, tanto en términos totales como en las direcciones X, Y, Z:

Desplazamientos máximos (mm)	Total	X	Y	Z
$[0]_{56}$	19,498	12,142	15,455	1,043
$[0/\pm 45/90]_{7s}$	42,828	24,850	35,499	0,195
$[0/45/0/-45]_{7s}$	28,941	17,216	23,602	0,191
$[0/30/0/-30]_{7s}$	23,993	14,445	19,415	0,323

Tabla 4.1: Desplazamientos máximos, totales y en las direcciones X, Y, Z.

4.2. Resultados computacionales y análisis

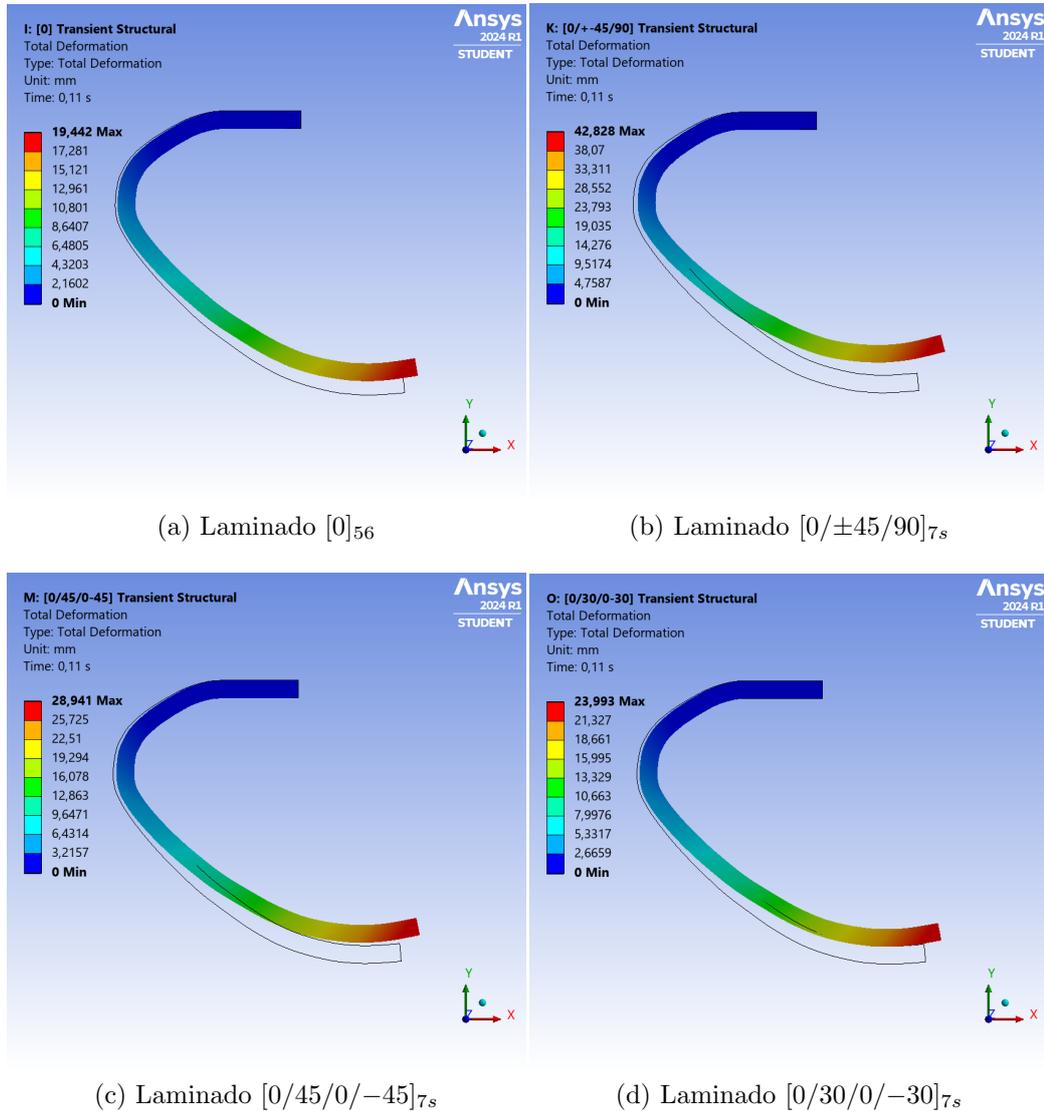


Figura 4.20: Vista lateral de desplazamiento total para los diferentes laminados.

En la Figura 4.20 se puede observar el desplazamiento total para cada una de las configuraciones.

4.2.2. Energía y esfuerzos

El análisis de convergencia de malla permitió establecer un mallado óptimo para obtener resultados precisos. Se presentan las distribuciones de esfuerzos en la Figura 4.21. La distribución de esfuerzos presentada corresponde al laminado $[0/\pm 45/90]_{7s}$, sin embargo, es importante destacar que esta distribución es repre-

Capítulo 4. Resultados y análisis

sentativa de las otras configuraciones de laminado.

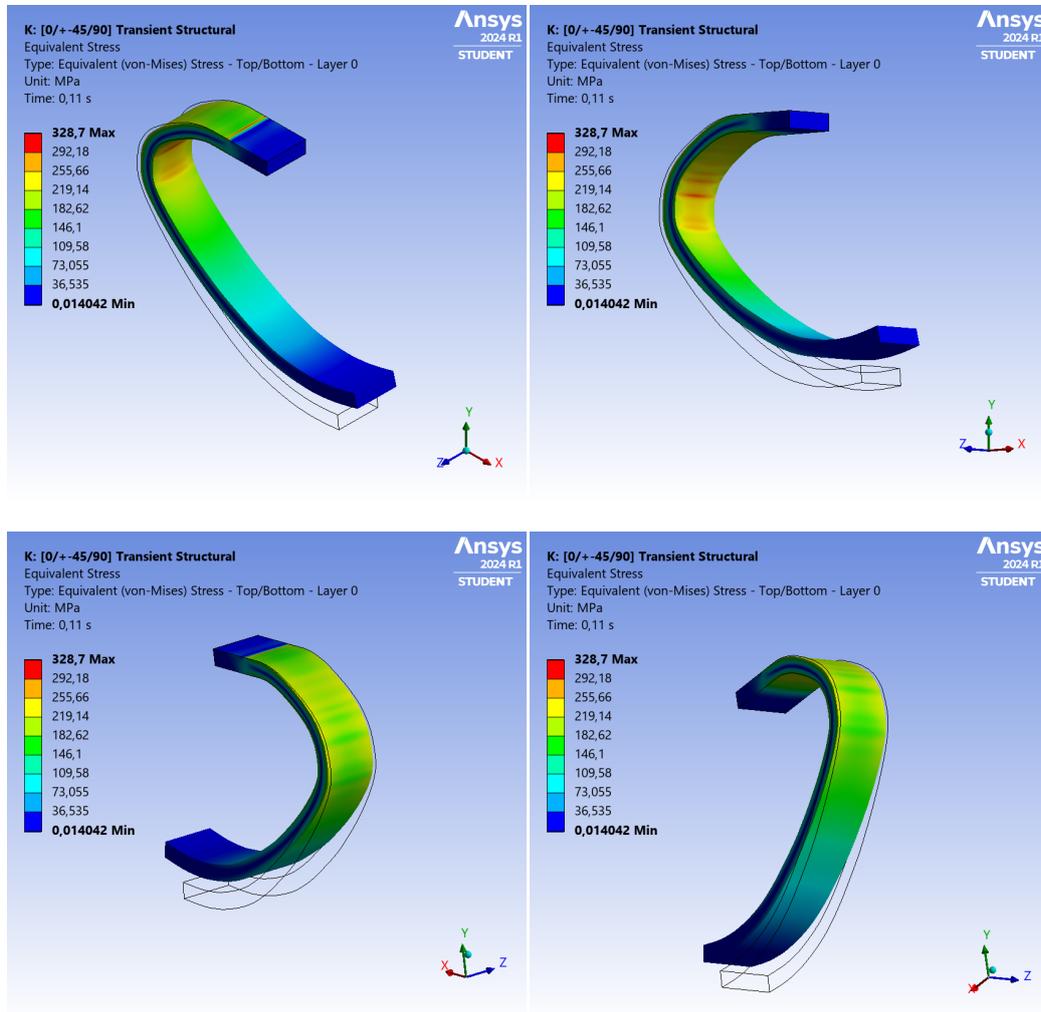


Figura 4.21: Distribución de esfuerzos en la prótesis.

En la Tabla 4.2 se detalla la máxima energía de deformación y el esfuerzo máximo registrado en un área específica que se muestra en la Figura 4.22.

4.2.3. Observaciones

Es esencial destacar que la medición del esfuerzo máximo se ha centrado en un área específica, como se muestra en la Figura 4.22, evitando así la presentación del esfuerzo máximo global que podría verse afectado por concentradores de tensiones, especialmente en las proximidades de condiciones de soporte fijo (ver Figura 4.23).

Asimismo, en el análisis de elementos finitos, se observan concentraciones de

4.2. Resultados computacionales y análisis

Configuración	Máxima Energía de Deformación (mJ)	Esfuerzo Máximo (MPa)
$[0]_{56}$	14.625	317,2
$[0/\pm 45/90]_{7s}$	32.846	293,6
$[0/45/0/-45]_{7s}$	21.839	320,4
$[0/30/0/-30]_{7s}$	18.152	341,2

Tabla 4.2: Resultados de la máxima energía de deformación y esfuerzo máximo para cada configuración de laminado.

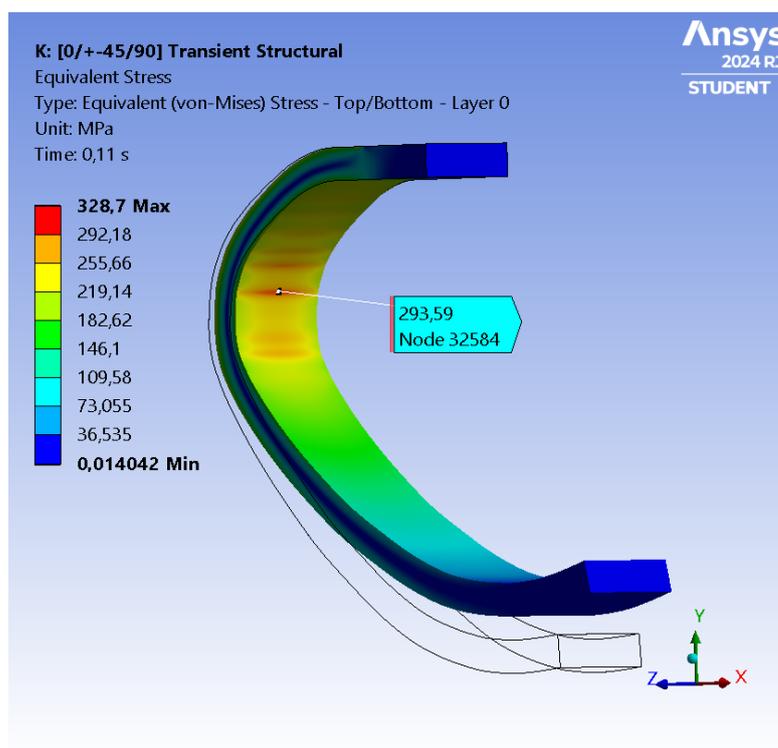


Figura 4.22: Esfuerzo máximo registrado en área específica.

tensiones cerca de los soportes debido al cambio brusco de rigidez entre la estructura y los soportes. La condición de soporte fijo introduce discontinuidades en la capacidad de deformarse del sistema, generando un concentrador de tensiones. Este enfoque proporciona una visión más realista y localizada de las tensiones experimentadas por la prótesis durante la simulación, evitando interpretaciones sesgadas basadas en concentradores de tensiones.

Es relevante reconocer que, aunque el modelo simplificado utilizado trata al material CFRP como un ortotrópico homogéneo, en la realidad los CFRP no poseen homogeneidad estructural. A pesar de esta simplificación, los resultados obtenidos son valiosos como referencia y herramienta para evaluar la coherencia del modelo. Ofrecen una visión general del comportamiento estructural de la prótesis, brin-

Capítulo 4. Resultados y análisis

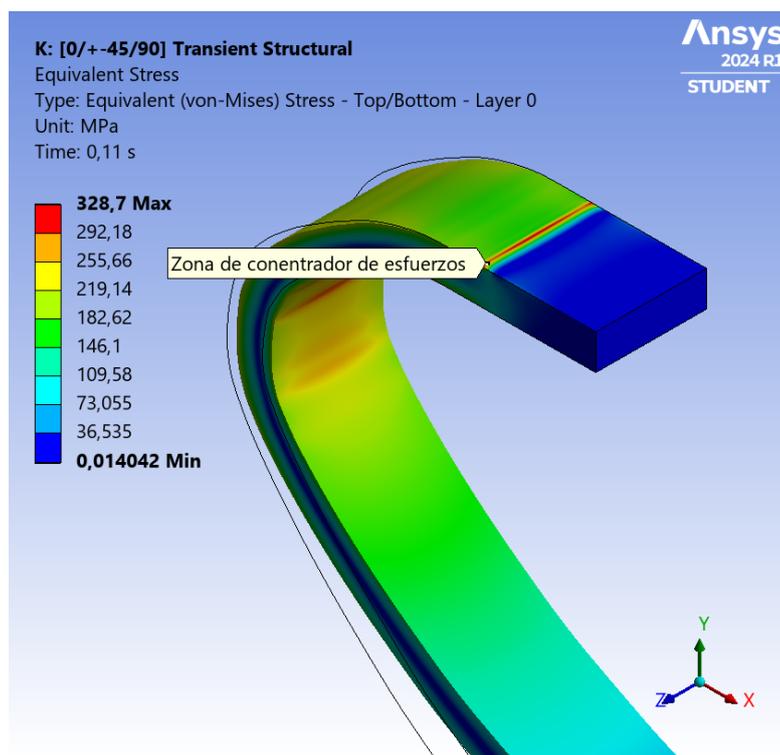


Figura 4.23: Zona de concentración de esfuerzos debido a condición de borde soporte fijo.

dando esfuerzos indicativos que, aunque no coincidan exactamente con los de las láminas individuales, se encuentran dentro de rangos de esfuerzos razonables. Este enfoque permite contextualizar los resultados, reconociendo las limitaciones del modelo y proporcionando información útil para futuras mejoras y refinamientos en la simulación.

4.2.4. Análisis

Se evidencia un comportamiento mecánico en los laminados acorde a las expectativas, mostrando una mayor rigidez en la dirección X cuando las fibras se aproximan a esta dirección. De manera consistente, se observan desplazamientos reducidos en aquellas direcciones donde el material es más rígido.

En cuanto a la magnitud de los desplazamientos totales, estos se sitúan por debajo de los valores comúnmente encontrados en prótesis similares, donde los desplazamientos suelen oscilar entre 6 y 10 cm. La curva de fuerza-desplazamiento para este tipo de prótesis se ilustra en la Figura 2.9 [27, 52].

Incluso en configuraciones más flexibles, el modelo exhibe una rigidez considerable, sugiriendo la necesidad de ajustar su geometría. Parte de esta rigidez se atribuye a la sección constante, que difiere de la prótesis Flex Run utilizada como

4.2. Resultados computacionales y análisis

referencia, la cual presenta una reducción de grosor hacia el extremo inferior.

Por otra parte, se destaca que la energía de deformación es menor a lo esperado en este tipo de prótesis, donde se esperan valores cercanos a 60 joules. Este fenómeno es una consecuencia directa de la rigidez, ya que la energía de deformación es inversamente proporcional a la misma [27, 52].

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Capítulo 5

Conclusiones

En el desarrollo de este proyecto de análisis y diseño mecánico de una prótesis deportiva transtibial en CFRP, se han obtenido valiosas conclusiones tanto sobre el proceso de diseño como sobre los resultados. Las siguientes secciones abordan los desafíos encontrados durante el proceso de diseño y destacan los aspectos clave de los resultados obtenidos.

Conclusiones sobre el proceso de diseño

Al inicio del proyecto, la falta de información local sobre prótesis deportivas y la escasez de conocimientos especializados, particularmente en el ámbito de prótesis deportivas, plantearon desafíos significativos. La dificultad para obtener información de primera mano, debido a la falta de desarrollos en Uruguay sobre prótesis deportivas y polímeros reforzados con fibra de carbono, dificultó el inicio de la investigación. Además, la carencia de un registro robusto de datos sobre amputados, especialmente en casos deportivos, limitó la capacidad del equipo para contextualizar y adaptar la prótesis a las necesidades locales.

Durante la ejecución del proyecto, se enfrentaron desafíos significativos que afectaron la experiencia de diseño de la prótesis deportiva transtibial en CFRP. La falta de equipamiento esencial, como máquinas y dispositivos para ensayos críticos, limitó la capacidad de caracterizar completamente el material, no siendo posible realizar ensayos de compresión, ni ensayos de cortante adecuados. En particular, la dificultad para obtener galgas específicas para materiales compuestos poliméricos, adhesivos adecuados y configuraciones ideales en el sistema DAQ, complicó la ejecución de los ensayos, generando obstáculos para obtener datos precisos sobre las propiedades mecánicas del CFRP.

La escasa disponibilidad de proveedores locales para el material CFRP impuso restricciones en términos de tiempos, costos y variabilidad de los materiales. La dependencia de un solo proveedor no solo limitó las opciones, sino que también

Capítulo 5. Conclusiones

dificultó la adquisición del material.

El proceso de diseño, moldeado por estas adversidades, proporciona lecciones prácticas sobre la importancia de anticipar y abordar los desafíos logísticos y técnicos en proyectos de esta envergadura. La capacidad de adaptación y la resolución efectiva de problemas emergen como habilidades esenciales para superar obstáculos inesperados en el diseño de prótesis, subrayando la necesidad de una planificación cuidadosa y recursos sólidos para proyectos similares en el futuro.

En resumen, la ejecución de este proyecto reveló desafíos concretos en la obtención de datos precisos, la adquisición de materiales, la falta de recursos especializados y la necesidad de acceso a más fuentes de información, especialmente de primera mano. Estos desafíos han proporcionado valiosas lecciones sobre la importancia de abordar aspectos específicos en proyectos similares, resaltando la necesidad de infraestructura adecuada, acceso a información local, especialmente en el ámbito de prótesis deportivas.

Conclusiones sobre los resultados obtenidos

Durante el desarrollo de este proyecto, se llevaron a cabo diversas investigaciones y pruebas con el objetivo de cumplir con los objetivos establecidos. Uno de los objetivos era establecer y definir las cargas a las que estaría sometida la prótesis deportiva transtibial. En este sentido, los resultados obtenidos proporcionaron una identificación clara y precisa de las cargas relevantes que influirían en el rendimiento y la integridad estructural del componente.

En el ámbito de la caracterización del material compuesto de fibra de carbono, se realizaron ensayos que ofrecieron datos esenciales para la simulación y el diseño de la prótesis. No obstante, al analizar los resultados, se identificaron discrepancias en los ensayos mecánicos del CFRP, manifestadas por desviaciones en los módulos de elasticidad con respecto a los valores especificados en la ficha técnica. Estas diferencias podrían vincularse a posibles errores de alineación en galgas o probetas durante los ensayos, aunque la posibilidad de otras influencias no puede descartarse sin un análisis más detenido. A pesar de estas variaciones, se considera que los resultados en su conjunto son aceptables y coherentes con las expectativas, proporcionando información valiosa sobre las propiedades mecánicas del material.

El logro de desarrollar un modelo matemático para la ecuación constitutiva del laminado de material compuesto de fibra de carbono fue fundamental. La aplicación de la teoría de laminado permitió modelar eficazmente el comportamiento del laminado, mostrando cómo la disposición de las capas del material influye en las propiedades mecánicas. Los resultados de estos análisis fueron consistentes con las expectativas.

Simultáneamente, se completó el modelado detallado de la prótesis utilizando software CAD, garantizando una representación precisa del componente. Este mo-

delo se integró con éxito en las simulaciones de Ansys, permitiendo prever el comportamiento del componente en diversas condiciones. Las simulaciones en Ansys revelaron desplazamientos y almacenamiento de energía con ciertas discrepancias respecto a los valores de referencia, aunque aún manteniendo una coherencia significativa. Esto respalda la validez del enfoque de modelado, pero subraya la necesidad de iteraciones y ajustes geométricos y de configuración de laminado en el modelo para perfeccionar el diseño.

La evaluación de la viabilidad del proceso de fabricación del componente también consideró la necesidad de infraestructura especializada y personal calificado. Es importante destacar que, comúnmente, la implementación de prótesis es de alta complejidad, implica la utilización de infraestructura costosa y la colaboración de profesionales especializados, recursos que a menudo se encuentran en el extranjero. Esta consideración amplía la perspectiva, revelando otras dificultades, que también en relación con los factores adicionales mencionados en las conclusiones sobre el proceso de diseño influyen negativamente en la implementación exitosa de la prótesis.

En resumen, los resultados obtenidos, tanto de los ensayos prácticos como de las simulaciones computacionales, ofrecen una visión completa del comportamiento del CFRP en el contexto de la prótesis transtibial. A pesar de las discrepancias identificadas, estas se consideran aceptables, proporcionando una sólida base para futuras iteraciones y mejoras en el diseño. Este proceso, sujeto a posibles mejoras, se valora como aceptable y válido, subrayando la importancia del detalle en cada fase del desarrollo.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Capítulo 6

Direcciones futuras

A pesar de los avances logrados, se destacan áreas que podrían beneficiarse de investigaciones adicionales en el diseño mecánico de prótesis deportivas transtibiales. Algunas sugerencias para futuras direcciones podrían ser:

1. **Optimización geométrica:** Dada la simplificación de la geometría de sección constante, explorar métodos de optimización geométrica podría ser una vía interesante para mejorar la forma de la prótesis, considerando factores como peso y eficiencia.
2. **Ampliación de ensayos:** Considerando que solo se realizaron ensayos de tracción y un método simplificado para cortante, expandir las pruebas a ensayos de cortante y compresión podría ofrecer una visión más completa del comportamiento mecánico del material en diversas situaciones.
3. **Análisis de falla con Ansys ACP (Post):** Para realizar un análisis de falla con Ansys ACP, se puede seguir un proceso que implica la importación de resultados de análisis de elementos finitos y la aplicación de criterios de falla específicos para materiales compuestos. Ansys ACP Post permite visualizar y analizar la distribución de esfuerzos y deformaciones, identificando áreas propensas a fallas. Este enfoque proporciona información crucial para mejorar la robustez y confiabilidad del diseño.

Estas sugerencias plantean posibles direcciones para investigaciones futuras, buscando seguir mejorando y ampliando el conocimiento en el diseño de prótesis deportivas transtibiales en CFRP.

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Apéndice A

Datos

Apéndice A. Datos

MTC510

Epoxy Component Prepreg

Mechanical Properties

Material: **MTC510-UD300-HS-33%RW (SHD0373-300P)**

Initial cure: 2 hrs @ 110°C, 2°C/min ramp (solid release, caul-plated, 6 bar)

Testing: Performed at room temperature conditions (J15)

Test	Results			Standard
Fibre volume fraction (VF)	Measured	60.20	%	<i>N/A*</i>
	Theoretical	57.71	%	
Cured Ply Thickness (CPT)	Measured	0.286	mm	<i>N/A*</i>
	Theoretical	0.289	mm	
Tension 0°	Tensile strength	2282	MPa	<i>BS EN ISO 527-5</i>
	Tensile modulus	119.3	GPa	
	Poisson's Ratio	0.34		
Tension 90°	Tensile strength	54	MPa	
	Tensile modulus	8.2	GPa	
	Poisson's Ratio	0.01		
Compression 0°	Compressive strength	1067	MPa	<i>EN 2850 Type B</i>
	Compressive modulus	113.6	GPa	
Compression 90°	Compressive strength	200	MPa	
	Compressive modulus	9.3	GPa	
In-Plane Shear ±45°	In-Plane shear strength	99	MPa	<i>ASTM D3518</i>
	In-Plane shear modulus	3.60	GPa	
Interlaminar Shear Strength 0°	Interlaminar shear strength	84.8	MPa	<i>BS EN ISO 14130</i>
DMA	Tg Onset	123	°C	<i>Modified ASTM D7028* (Single Cantilever)</i>
	Peak Tan Delta	133	°C	

All tests marked * were completed at SHD Composites laboratories on non-condition specimens. Complete test reports can be supplied independently upon request.

Figura A.1: Propiedades mecánicas de MTC510 Epoxy Component Prepreg

Referencias

- [1] CDC. Los beneficios de la actividad física. <https://www.cdc.gov/physicalactivity/basics/spanish/los-beneficios-de-la-actividad-fisica.htm>, 2022-01-14.
- [2] Robert LeMoyné. Advances for prosthetic technology. *Tokyo, Japan: Springer*, 2016.
- [3] Wikipedia. Jambe de capoue. Accedido el 16 de abril de 2024.
- [4] P. Duraiswami, M. Orth, and S. Tuli. 5000 years of orthopaedics in india. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 75:269–280, 1971.
- [5] Rohit Kumar. Seetha rules ayodhya when rama went to forest, 2019.
- [6] Autor desconocido. Artificial arm in use. from our 1633 edition of les oeuvres d'ambroise paré. *Les oeuvres d'Ambroise Paré*, 1633.
- [7] Alan J. Thurston. Paré and prosthetics: the early history of artificial limbs. *ANZ Journal of Surgery*, 77:1114–1119, 2007.
- [8] On paré and prosthetics, 2014. Visitado el 16 de abril de 2024.
- [9] El Avance de las Prótesis. La evolución de las prótesis hasta el siglo xix, octubre 2017. Visitado el 16 de abril de 2024.
- [10] H. Takechi. History of prostheses and orthoses in japan. *Prosthetics and Orthotics International*, 16:98–103, 1992.
- [11] JM Dorador-González and LG Ramos-Leguel. Diseño conceptual de una prótesis deportiva de miembro inferior. *Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo*, pages 148–156, 2017.
- [12] WillowWood. Willowwood - pie protésico juvenil de carbono infinity, Sin año. Visitado el 16 de abril de 2024.
- [13] Ossur. Flex-foot assure, Sin año. Visitado el 16 de abril de 2024.
- [14] P. Kishore Kumar, M. Charan, and S. Kanagaraj. Trends and challenges in lower limb prosthesis. *IEEE Potentials*, 2017.

Referencias

- [15] E. M. Burgess, D. L. Poggi, D. A. Hittenberger, J. H. Zettl, D. E. Moeller, K. L. Carpenter, and S. M. Forsgren. Development and preliminary evaluation of the va seattle foot. *J Rehabil Res Dev*, 1985.
- [16] Lauren J. Mengelkoch, Jason T. Kahle, and M. Jason Highsmith. Energy costs and performance of transfemoral amputees and non-amputees during walking and running: A pilot study. *Prosthetics and Orthotics International*, 2017.
- [17] Maja Hoock. Las prótesis innovadoras cambian los juegos paralímpicos. *OM-PI Magazine*, Septiembre 2021. Comunicación Institucional de PI e I+D, Otobock, Alemania. Disponible en: https://www.wipo.int/wipo_magazine/es/2021/03/article_0007.html.
- [18] AT2030. Un panorama del mercado y un enfoque estratégico para incrementar el acceso a las prótesis y servicios relacionados en los países de bajos y medianos ingresos. Abril 2020. Visitado abril de 2023.
- [19] Josh McHugh. Blade runner. *Wired Magazine*, March 2007.
- [20] Felix E Zajac, Richard R Neptune, and Steven A Kautz. Biomechanics and muscle coordination of human walking: part ii: lessons from dynamical simulations and clinical implications. *Gait & posture*, 17(1):1–17, 2003.
- [21] MD Klein Horsman, Hubertus FJM Koopman, Frans CT van der Helm, L Poliacu Prosé, and HEJ Veeger. Morphological muscle and joint parameters for musculoskeletal modelling of the lower extremity. *Clinical biomechanics*, 22(2):239–247, 2007.
- [22] Joaquín Goñi and Juan Martín García. Dinámica de sistemas biológicos: modelando complejidad. *Iniciación a la investigación*, (1), 2006.
- [23] Marko Ackermann. *Dynamics and energetics of walking with prostheses*. 2007.
- [24] Marcus G Pandy. Computer modeling and simulation of human movement. *Annual review of biomedical engineering*, 3(1):245–273, 2001.
- [25] L Vargas, Pablo Caicedo, SA Salinas, W Sierra, and L Rodríguez. Protocolo de evaluación de un sistema para medición de parámetros de tiempo de la marcha humana. In *Congreso Iberdiscap*, volume 22, page 23, 2017.
- [26] Sergio Sánchez. Técnica de carrera, 2019, consultado el 14 de Enero de 2024.
- [27] Araceli Luque Martin-Sacristan. Biomechanical model to optimize unilateral blade running. 2021.
- [28] Lee Nolan. Carbon fibre prostheses and running in amputees: A review. *Foot and Ankle Surgery*, 2008.

- [29] Brian S Baum, Hiroaki Hobara, Yoon Hyuk Kim, and Jae Kun Shim. Amputee locomotion: ground reaction forces during submaximal running with running-specific prostheses. *Journal of applied biomechanics*, 32(3):287–294, 2016.
- [30] Toshiki Kobayashi, Mark WP Koh, Abu Jor, Genki Hisano, Hiroto Murata, Daisuke Ichimura, and Hiroaki Hobara. Ground reaction forces during double limb stances while walking in individuals with unilateral transfemoral amputation. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 10:1041060, 2023.
- [31] Shuichi Tominaga, Keisyoku Sakuraba, and Fumio Usui. The effects of changes in the sagittal plane alignment of running-specific transtibial prostheses on ground reaction forces. *Journal of physical therapy science*, 27(5):1347–1351, 2015.
- [32] Lauren A Sepp, Brian S Baum, Erika Nelson-Wong, and Anne K Silverman. Joint work and ground reaction forces during running with daily-use and running-specific prostheses. *Journal of Biomechanics*, 101:109629, 2020.
- [33] Owen N Beck, Paolo Taboga, and Alena M Grabowski. Prosthetic model, but not stiffness or height, affects the metabolic cost of running for athletes with unilateral transtibial amputations. *Journal of Applied Physiology*, 123(1):38–48, 2017.
- [34] David J Sanderson and Philip E Martin. Joint kinetics in unilateral below-knee amputee patients during running. *Archives of physical medicine and rehabilitation*, 77(12):1279–1285, 1996.
- [35] Ida Kovač, Vladimir Medved, and Ljerka Ostojić. Ground reaction force analysis in traumatic transtibial amputees’ gait. *Collegium antropologicum*, 33(2):107–114, 2009.
- [36] Linda Waetjen, Matthew Parker, and Jason M Wilken. The effects of altering initial ground contact in the running gait of an individual with transtibial amputation. *Prosthetics and orthotics international*, 36(3):356–360, 2012.
- [37] Tom F Novacheck. The biomechanics of running. *Gait & posture*, 7(1):77–95, 1998.
- [38] Materiales usados en la protésica - segunda parte. <https://www.amputee-coalition.org/resources/spanish-materials-prosthetics-part-2/>. Accedido el 9 de agosto de 2023.
- [39] Isaac M. Daniel and Ori Ishai. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford University Press, second edition, 2006.
- [40] Dogukan Ozkan, Mustafa Samet Gok, and Ahmet Cagri Karaoglanli. Carbon fiber reinforced polymer (cfrp) composite materials, their characteristic properties, industrial application areas and their machinability. In Andreas

Referencias

- Öchsner and Holm Altenbach, editors, *Engineering Design Applications III*, volume 124 of *Advanced Structured Materials*. Springer, Cham, 2020.
- [41] Leif A. Carlsson, Daniel F. Adams, and R. Byron Pipes. *Experimental Characterization of Advanced Composite Materials*. CRC Press, 4th edition, 2014.
- [42] Autar K Kaw. *Mechanics of composite materials*. CRC press, 2005.
- [43] IQS School of Engineering. Análisis experimental de materiales mediante correlación digital de imágenes (dic), Fecha de acceso: lunes 6 mayo, 2024.
- [44] K. Hoffmann. *An Introduction to Measurements using Strain Gauges*. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt, 1989.
- [45] HBM. Fundamentos sobre galgas extensométricas. <https://www.hbm.com/es/7074/fundamentos-sobre-galgas-extensometricas/>. Accedido el 11 de noviembre de 2023.
- [46] A. S. Watson and R. L. Smith. An examination of statistical theories for fibrous materials in the light of experimental data. *J. Mater. Sci.*, 1985.
- [47] Sybrand van der Zwaag. The concept of filament strength and the weibull modulus. *J. Testing Eval.*, 1989.
- [48] B. W. Rosen and Z. Hashin. Analysis of material properties. In T. J. Reinhart, editor, *Engineered Materials Handbook, Vol. 1, Composites*. ASM International, Materials Park, OH, 1987.
- [49] A. G. Evans and W. F. Adler. Kinking as a mode of structural degradation in carbon fiber composites. *Acta Metall.*, 1978.
- [50] ASTM International. Standard test method for shear properties of composite materials by v-notched rail shear method, 2012. West Conshohocken, PA: ASTM International, Approved July 15, 2012.
- [51] Allan F Bower. *Applied mechanics of solids*. CRC press, 2009.
- [52] Owen N Beck, Paolo Taboga, and Alena M Grabowski. Characterizing the mechanical properties of running-specific prostheses. *PloS one*, 11(12):e0168298, 2016.

Índice de tablas

2.1. Propiedades de algunos materiales compuestos de fibra-epoxi [39]. . .	33
3.1. Propiedades mecánicas del material CFRP	105
3.2. Propiedades mecánicas resultantes de los laminados.	116
4.1. Desplazamientos máximos, totales y en las direcciones X, Y, Z. . .	138
4.2. Resultados de la máxima energía de deformación y esfuerzo máximo para cada configuración de laminado.	141

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Índice de figuras

1.1. Pierna de Capua Romana [3].	2
1.2. Reina guerrera Vishpla [5].	3
1.3. Prótesis de Ambroise Paré [6].	3
1.4. Prótesis de Verduyn [8].	4
1.5. Prótesis de Potts [9].	4
1.6. Prótesis Tanosuke Sawamura [9].	5
1.7. Pie de tipo SACH [12].	6
1.8. Flex foot [13].	6
2.1. Niveles de amputación en relación con la rodilla [14].	10
2.2. Principales partes de una prótesis transtibial.	11
2.3. Tres pies protésicos: (a) SACH, (b) ESAR Renegade de propósito general, y (c) ESAR Nitro específico para correr [16].	12
2.4. Ciclo de la marcha y sus Fases [25].	17
2.5. Fases de la carrera [26].	18
2.6. Modelo biomecánico masa resorte [27].	19
2.7. Fuentes de energía en pierna y prótesis [27].	20
2.8. Deformación de la prótesis debido a una fuerza F [27].	20
2.9. Curva Fuerza/Desplazamiento [28].	20
2.10. GRFs en las direcciones vertical (F_z), anteroposterior (F_y) y mediolateral (F_x) [30].	21
2.11. Fuerzas de reacción vertical [29].	24

Índice de figuras

2.12. Fuerzas de reacción anteroposterior [29].	25
2.13. Fuerzas de reacción mediolateral [29].	25
2.14. Representación de las GRFs durante la fase de apoyo unipodal promedio [29].	26
2.15. Posición de ángulos durante la carrera.	26
2.16. Variación de los ángulos de la pelvis (β_{PT}), posición de la cadera (β_{HFE}) y la flexión-extensión de la rodilla (β_{KFE}) [37].	27
2.17. Variación del ángulo β abarcando la duración de la fase de apoyo unipodal promedio durante la carrera. La figura ilustra cómo cambia el ángulo β desde el contacto inicial hasta el despegue del pie durante una zancada.	27
2.18. Clasificación de materiales compuestos [39].	30
2.19. Lamina Prepreg (Fuente: Easy Composites).	34
2.20. Montaje para moldeo en autoclave de laminados compuestos [41].	35
2.21. Ciclo típico de curado para un compuesto prepreg carbono/epoxi [41].	35
2.22. Esfuerzo en cubo infinitesimal [42].	36
2.23. Material ortrópico con un plano de simetría [39].	39
2.24. Camino lógico para la determinación de los parámetros de la Ecuación Constitutiva.	42
2.25. Aplicación de tensiones para determinar las constantes de ingeniería de un cuerpo ortotrópico tridimensional [42].	44
2.26. Esfuerzos fuera del eje [39].	48
2.27. Esquema de un laminado [42].	54
2.28. Diagrama del laminado de 5 capas con orientación $[0/-45/90/60/30]_T$ [42].	54
2.29. Diagrama del laminado $[0/-45/90_2/60/0]$ [42].	55
2.30. Diagrama del laminado $[0/-45/60]_s$ [42].	55
2.31. Diagrama del laminado $[0/-45/\overline{60}]_s$ [42].	55
2.32. Estructura del laminado $[0^{Gr}/\pm 45^B]_s$ [42].	56
2.33. Viga bajo carga axial P [42].	56
2.34. Viga bajo momento M [42].	57

Índice de figuras

2.35. Viga bajo carga axial P y momento M [42].	58
2.36. Fuerzas y momentos en un laminado [42].	58
2.37. Relaciones de desplazamiento de una lámina [42].	59
2.38. Coordenadas en laminado [42].	60
2.39. Variación esfuerzo deformación en un laminado [42].	60
2.40. Criterio de falla por esfuerzo máximo [39].	68
2.41. Criterio de falla por deformación máximo [39].	68
2.42. Criterio de falla de falla Tsai-Wu para una lamina unidireccional de vidrio/epoxi [39].	69
2.43. Esquema de una galga extensiométrica de resistencia eléctrica. . .	71
2.44. Galga extensométrica axial de uso general se utiliza en tracción o compresión (Fuente: Epsilon Technology Corporation).	71
2.45. Esquema de un Transformadores Diferenciales de Variación Lineal [41].	72
2.46. Imagen del equipo de Video Correlación Digital (DIC) de IQS [43].	72
2.47. Circuito de puente Wheatstone.	74
2.48. Dos posibles configuraciones de un puente completo para ensayo de tracción/compresión [45].	75
2.49. Puente diagonal para tracción/compresión [45].	76
2.50. Proceso de calentamiento de la rejilla de medición de una galga extensométrica de 350 ohmios instalada sobre un material de baja conductividad térmica [45].	76
2.51. Diferencias entre tensiones de alimentación (CC) de 0.5, 2.5, 5 y 10 V para una rejilla de galga extensométrica de 350 ohmios [45]. . .	77
2.52. Mordaza mecánica típica (Fuente: Instron Corporation).	81
2.53. Geometría de probetas para ensayo a tracción uniaxial para lamina unidireccional [39].	82
2.54. Mecanismo de falla por compresion [41].	83
2.55. Esquema de dispositivo de prueba de compresión IITRI (ASTM D3410) [41].	84
2.56. Esquemas de dispositivos de prueba de compresión ASTM D695 (a) y ASTM D695 modificado (b) [41].	84

Índice de figuras

2.57. Fixture del método CLC (Combined Loading Compression) [41].	84
2.58. Modos típicos de falla a compresión: (a) fisuración axial, (b) falla por corte, (c) pliegue y (d) pandeo [41].	85
2.59. Esquema de dispositivo para ensayo de cortante Iosipescu (a) y geometría de la probeta (b) [41].	86
2.60. Esquemas de dispositivos de prueba de corte en dos rieles [41].	87
2.61. Esquemas de dispositivos de prueba de corte en tres rieles [41].	87
2.62. Aparato de corte con riel entallado en V [50]	88
2.63. Esquema de la probeta de corte en laminado $[\pm 45]_{ns}$ [39].	89
2.64. Símbolos para la representación de condiciones de desplazamiento en una malla [51].	96
2.65. Ejemplos de Restricciones para el FEA [51].	98
2.66. Configuración original y deformada para el FEA [51].	100
3.1. Proceso de fabricación de probetas CFRP por Carbono Uruguay.	106
3.2. Instrumentos utilizados para la adquisición de datos.	107
3.3. Configuración Puente completo Tipo III del software NI (Fuente: National Instruments).	108
3.4. Ensayos de verificación.	109
3.5. Gráfico deformación-tiempo correspondiente a los datos obtenido del ensayo a tracción sobre el acero.	110
3.6. Puntos de esfuerzo deformación, con recta de aproximación.	111
3.7. Imágenes de probetas, 0 grados.	112
3.8. Fracturas de probetas, 0 grados.	113
3.9. Instalación para ensayo de tracción transversal y ensayo de cortante.	114
3.10. Sujeción de probetas y conexionado de galgas en ensayos de cortante y tracción transversal.	114
3.11. Prótesis Flex Run Össur.	115
3.12. Sistema de coordenadas de referencia y laminado a 0°	117
3.13. Condición de borde, soporte fijo.	118
3.14. Condición de borde, fuerza correspondiente a las GRFs.	119

3.15. Componentes de la fuerza.	120
3.16. Convergencia de la energía de deformación con el numero de elementos.	120
4.1. Datos ensayo 0°- Probeta 1.	122
4.2. Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 1.	122
4.3. Datos ensayo 0°- Probeta 2.	125
4.4. Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 2.	125
4.5. Datos ensayo 0°- Probeta 3.	126
4.6. Cálculo de E_1 por pendiente - Probeta 3.	126
4.7. Datos ensayo 90°- Probeta 1.	128
4.8. Calculo de E_2 por pendiente - Probeta 1.	128
4.9. Datos ensayo 90°- Probeta 2.	130
4.10. Cálculo de E_2 por pendiente - Probeta 2.	130
4.11. Datos ensayo 90°- Probeta 3.	131
4.12. Cálculo de E_2 por pendiente - Probeta 3.	131
4.13. Datos ensayo 45°- Probeta 1.	134
4.14. Calculo de G_{12} por pendiente - Probeta 1.	134
4.15. Datos ensayo 45°- Probeta 2.	136
4.16. Cálculo de G_{12} por pendiente - Probeta 2.	136
4.17. Datos ensayo 45°- Probeta 3.	137
4.18. Cálculo de G_{12} por pendiente - Probeta 3.	137
4.19. Vista de la malla.	138
4.20. Vista lateral de desplazamiento total para los diferentes laminados.	139
4.21. Distribución de esfuerzos en la prótesis.	140
4.22. Esfuerzo máximo registrado en área específica.	141
4.23. Zona de concentración de esfuerzos debido a condición de borde soporte fijo.	142
A.1. Propiedades mecánicas de MTCS10 Epoxy Component Prepreg . .	152

Esta es la última página.
Compilado el lunes 6 mayo, 2024.