



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
INGENIERÍA
UDELAR

Optimización de las rutas para la distribución de alimentos congelados

Proyecto presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República en cumplimiento parcial de los requerimientos para la obtención del título de Ingeniero de Producción.

Autores:

Santiago Algorta

Tiago Garrel

Tomás Sanz

Tutores:

Dr. Ing. Pedro Piñeyro

Dra. Ing. Libertad Tansini

Montevideo, Uruguay

Marzo 2024

Agradecimientos

Queremos expresar nuestra gratitud a todas las personas que contribuyeron al éxito de este proyecto de grado. En primer lugar, extendemos nuestro agradecimiento a nuestros tutores, Dr. Ing. Pedro Piñeyro y Dra. Ing. Libertad Tansini, por su dedicación y apoyo a lo largo de este viaje académico. Sus sólidos conocimientos y experiencia fueron fundamentales para orientarnos en cada etapa del proceso ayudándonos a alcanzar nuestros objetivos.

También deseamos reconocer y agradecer a la empresa con la que colaboramos durante la realización de este proyecto. Su compromiso con la excelencia y su disposición para compartir recursos y experiencias fueron invaluable para enriquecer nuestro trabajo y brindarnos una clara perspectiva del problema estudiado.

Finalmente, queremos expresar nuestro profundo agradecimiento a nuestra familia y amigos por su respaldo, comprensión y aliento a lo largo de este arduo pero gratificante camino.

Resumen ejecutivo

El ruteo de vehículos es un problema importante para las organizaciones dada la necesidad de reducir los costos que insumen las mismas en el sector logístico. La resolución de este implica minimizar costos mediante la creación de rutas considerando las demandas y ubicaciones de clientes, así como la flota de vehículos disponible. Este desafío puede presentar particularidades que lo conviertan en una tarea compleja. Como por ejemplo gestionar productos perecederos, contar una flota de vehículos con distintas capacidades y/o características, o atender clientes con diferentes ventanas horarias y tiempos de servicio.

El trabajo presentado en este informe consta de dos partes. En primer lugar, se lleva a cabo una búsqueda bibliográfica sistemática de la literatura en el ámbito del ruteo de vehículos con productos perecederos, flota de vehículos heterogénea y clientes con ventanas de tiempo. En segundo lugar, se formula un modelo de Programación Lineal Entera Mixta teniendo en cuenta las características del problema previamente mencionadas, así como demanda conocida y sin incertidumbre. Este modelo es aplicado en el caso de estudio de una empresa en la industria uruguaya. Debido a las dimensiones del mismo, y para encontrar soluciones en tiempos de cómputo razonables, se desarrolla un procedimiento heurístico con el fin de dividir el problema. La misma está compuesta por dos etapas: en la primera se dividen clientes en zonas y en la segunda se asignan vehículos a las mismas.

Además, se realiza un análisis de sensibilidad para comprender el comportamiento del modelo a partir de cambios en distintos parámetros del mismo. Se realizan variaciones en los tiempos de traslado entre clientes y en las ventanas horarias de atención de los mismos, entre otros parámetros significativos del modelo.

Finalmente, el modelo se ejecuta con datos de operativa real. Los resultados del modelo son comparados con la solución implementada en la realidad y con un sistema informático de gestión de transporte. Los resultados obtenidos indican que las soluciones del modelo son mejores en términos de costos operativos para ambas comparativas en los mismos tiempos de ejecución.

Palabras clave: Ruteo de Vehículos, Programación Matemática, Ventanas de Tiempo, Productos Perecederos, Flota Heterogénea

Índice

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 9 |
| 2. Marco teórico | 11 |
| 2.1. Introducción al VRP | 11 |
| 2.2. Modelo matemático clásico | 11 |
| 2.3. Variantes del VRP | 13 |
| 2.3.1. Ventanas de tiempo | 13 |
| 2.3.2. Características de los vehículos | 13 |
| 2.3.3. Flota fija o variable de vehículos | 14 |
| 2.4. Métodos de resolución | 14 |
| 2.5. Trabajos relevantes | 15 |
| 3. Definición y modelado del problema | 17 |
| 3.1. Descripción del problema | 17 |
| 3.2. Formulación del problema | 17 |
| 3.2.1. Conjuntos | 18 |
| 3.2.2. Parámetros | 18 |
| 3.2.3. Variables | 19 |
| 3.2.4. Modelado MILP | 20 |
| 3.3. Validación del modelo | 22 |
| 3.3.1. Caso Base | 23 |
| 3.3.2. Caso 1: Cliente contiene helados | 23 |
| 3.3.3. Caso 2: Ventanas de tiempo | 24 |
| 3.3.4. Caso 3: Tiempo de llegada al depósito | 24 |
| 3.3.5. Caso 4: Tiempo entre clientes | 24 |
| 3.3.6. Caso 5: Capacidad de vehículos | 25 |
| 3.3.7. Caso 6: Prohibición de visita | 25 |
| 3.4. Elección de solver | 25 |
| 3.4.1. Comparación entre GLPK y CPLEX | 26 |
| 3.4.2. Pruebas de carga con CPLEX | 27 |
| 4. Heurística de partición | 29 |
| 4.1. Heurísticas de la literatura | 29 |
| 4.2. División en zonas | 31 |
| 4.3. Asignación de vehículos | 37 |

| | |
|--|------------|
| 5. Resolución del caso de estudio | 41 |
| 5.1. Resultados | 41 |
| 5.2. Performance de la heurística propuesta | 42 |
| 5.3. Análisis de tiempo de resolución | 43 |
| 6. Análisis de sensibilidad | 45 |
| 6.1. Tiempo de traslado | 45 |
| 6.2. Ventanas de tiempo | 47 |
| 6.3. Costo de tiempo extra | 50 |
| 6.4. Hora de comienzo de tiempo extra | 51 |
| 7. Comparación de resultados | 55 |
| 7.1. Comparación con solución implementada en la realidad | 55 |
| 7.2. Comparación con TMS | 56 |
| 8. Conclusiones y trabajos futuros | 59 |
| Referencias | 65 |
| Anexo I: Estado del Arte | 66 |
| Anexo II: Relevamiento de datos | 103 |
| Anexo III: Resultado de comparación de Solver GLPK y CPLEX | 104 |
| Anexo IV: Resultados aplicando heurística | 105 |
| Anexo V: División zonas fijas | 107 |
| Anexo VI: Resultados análisis de sensibilidad ventanas horarias | 110 |
| Anexo VII: Resultados análisis de sensibilidad hora comienzo tiempo extra | 111 |

Índice de Tablas

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | Costos por Ruta | 23 |
| 2. | Cantidad de clientes zona, por día | 37 |
| 3. | Cantidad de vehículos por zona, por día | 40 |
| 4. | Valor de función objetivo, por zona y día | 41 |
| 5. | Resultados con vs sin heurística | 42 |
| 6. | Resultados de análisis de tiempo de traslado: Día 1 | 46 |
| 7. | Resultados de análisis de tiempo de traslado: Día 2 | 46 |
| 8. | Costo de secuencia según tiempos de traslado | 47 |
| 9. | Resultados de análisis de ventanas horarias: Día 3 | 48 |
| 10. | Resultados de análisis de costo tiempo extra: Día 1 | 50 |
| 11. | Resultados de análisis de costo tiempo extra: Día 4 | 51 |
| 12. | Relación entre costos de minuto extra y kilómetros recorridos | 51 |
| 13. | Tiempos de recorrido | 52 |
| 14. | Comparación entre Realidad y Modelo | 56 |
| 15. | Comparación entre TMS y Modelo | 58 |

Índice de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 1. | Diagrama visita clientes [35] | 22 |
| 2. | Tiempo de resolución en función de cantidad de clientes | 26 |
| 3. | Tiempo de resolución en función de cantidad de clientes | 28 |
| 4. | Método k-means [10] | 30 |
| 5. | Método Sweep [10] | 31 |
| 6. | Ejemplo segundo paso de heurística de partición | 32 |
| 7. | Ejemplo tercer paso de heurística de partición | 33 |
| 8. | Ejemplo cuarto paso de heurística de partición | 34 |
| 9. | División de clientes Día 1 | 36 |
| 10. | División de clientes Día 2 | 36 |
| 11. | Costos por día comparación | 43 |
| 12. | Mejora de solución en función de tiempo de resolución | 44 |
| 13. | Mapa de recorridos caso base | 49 |
| 14. | Mapa de recorridos caso reducción 50 % | 49 |
| 15. | Diferencia absoluta de tiempos de traslado entre vehículos | 53 |
| 16. | Km recorridos en función de caso de estudio | 54 |

1. Introducción

En la actualidad el problema de ruteo de vehículos (conocido como Vehicle Routing Problem o VRP, por sus siglas en inglés) es un problema importante para las organizaciones dada la necesidad de reducir los costos asociados al sector logístico [35]. Resolver el mismo implica minimizar costos (entre otros objetivos, como la distancia) mediante la creación de rutas considerando las demandas y ubicaciones de clientes, así como la flota de vehículos disponible.

El problema que se presenta en este trabajo tiene la característica adicional de que se transportan productos alimenticios, algunos de los cuales son congelados. Si el transporte y las rutas son inadecuadas, no solo impacta en la calidad de los productos y seguridad de los consumidores, sino que también puede tener repercusiones económicas negativas en la cadena de suministro. Por esta razón, la buena gestión es esencial para garantizar la satisfacción del cliente y el éxito de la operativa [25]. Otras características presentes en el caso de estudio que se deben considerar para una representación que se ajuste a la realidad son: las ventanas horarias para el servicio a clientes, flota heterogénea de vehículos y costos dependientes de distancia y horario de llegada al depósito.

El “Problema del Viajante” (Traveling Salesman Problem o TSP, por sus siglas en inglés) es uno de los problemas más estudiados en el área de Investigación de Operaciones, y fue un punto de partida para el desarrollo de problemas como el VRP [2]. El mismo consiste en encontrar el recorrido de menor costo para un viajante que debe visitar un conjunto de puntos sin repetirlos y finalizar donde comenzó. El TSP es un problema NP-Hard [2], lo que conlleva una dificultad de resolución exponencial a medida que aumentan las dimensiones del mismo. El VRP, al ser una extensión del TSP, implica que también sea NP-Hard.

El primer objetivo de este proyecto es el relevamiento de la literatura acerca de la distribución de productos perecederos con flota de vehículos heterogénea y ventanas de tiempo. Como resultado del mismo se elabora un Estado del Arte, presente en el Anexo I. En el mismo se lleva a cabo una revisión sistemática de la literatura, caracterizada por ser un proceso documentado y repetible [26]. En primer lugar, se definen los filtros a aplicar en la búsqueda considerando las características del problema en cuestión.

Luego de realizar la revisión sistemática de la literatura, se concluye que el ruteo de vehículos con productos perecederos, flota heterogénea y ventanas de tiempo, tiene una amplia gama de aplicaciones. En la literatura se emplea en la industria agrícola [20], farmacéutica [22] y marítima [34] entre otras, reflejando la relevancia y versatilidad de este problema en distintos sectores.

El segundo objetivo del proyecto es desarrollar y resolver un problema de ruteo con un

caso de estudio en la industria local. Por cuestiones de confidencialidad no se expone el nombre de la empresa en cuestión, pero sí se utilizan datos de la operativa de la misma. Esta se encuentra en el rubro de la distribución de alimentos frescos, secos y congelados. La misma cuenta con una flota de vehículos de distintas capacidades y características. La demanda de los clientes es conocida y cuentan con ventanas de tiempo para recibir sus pedidos, así como diferentes tiempos de servicio. Por último, no todos los vehículos pueden atender a todos los clientes, ya que existen restricciones geográficas producto de limitaciones bromatológicas.

El modelo de Programación Lineal Entera Mixta (Mixed Integer Linear Programming o MILP, por sus siglas en inglés) desarrollado tiene como objetivo minimizar los costos insumidos en la distribución del caso de estudio. El costo de distribución está compuesto por dos costos variables. El primero depende de los kilómetros recorridos, mientras que el segundo del tiempo extra que realizan los choferes. Por las dimensiones del caso de estudio se desarrolla un procedimiento heurístico con el fin de resolver el problema en tiempos de cómputo razonables.

El modelo se valida con distintos casos de prueba utilizando datos de demanda, clientes y vehículos reales. También se realiza un análisis de sensibilidad para evaluar el comportamiento del mismo al variar levemente los parámetros del caso de estudio. Finalmente, se comparan las soluciones obtenidas con la operativa ocurrida, así como con las obtenidas con un sistema de gestión de transporte (Transport Management System o TMS, por sus siglas en inglés).

El resto del informe se estructura de la siguiente forma. En la Sección 2 se presenta el marco teórico con conceptos claves para la comprensión del tema en cuestión; en la Sección 3 se define el problema, se presenta el modelo y los casos de validación del mismo; en la Sección 4 se expone la heurística desarrollada para descomponer el problema; en la Sección 5 se presentan los resultados aplicando el procedimiento heurístico; en la Sección 6 se presenta el análisis de sensibilidad; en la Sección 7 se realiza un análisis del modelo presentando la comparativa con la realidad y el TMS; por último, en la Sección 8 se presentan las conclusiones y lineamientos para investigaciones futuras.

2. Marco teórico

En esta sección se introducen los principales conceptos en los que se basó el proyecto, fundamentales para una comprensión del mismo. El marco teórico incluye una introducción al VRP (Sección 2.1), un modelo característico de este tipo de problema (Sección 2.2), una presentación de las variantes del VRP presentes en la literatura (Sección 2.3), una revisión de los distintos métodos de resolución implementados (Sección 2.4) y un resumen de trabajos relevantes al problema (Sección 2.5).

2.1. Introducción al VRP

El VRP es una extensión del problema del viajante, TSP. En el VRP, se busca determinar el conjunto de rutas que minimice los costos asociados de atender a un grupo de puntos que pueden presentar distintas características, utilizando una flota de vehículos determinada [35].

Los costos del transporte pueden surgir a partir de los tiempos insumidos en el reparto [32] o las emisiones de CO₂ [33], entre otros. Además, el problema de ruteo de vehículos se puede integrar con otras operaciones como pueden ser la producción [21], la gestión de inventarios [6] o la recolección y entrega simultánea de productos [8]. También es utilizado en la toma de decisiones sobre la ubicación de depósitos en una red de suministros [36].

2.2. Modelo matemático clásico

Para dar una primera formulación, se comienza con uno de los casos más sencillos del VRP, que es el ruteo de vehículos con capacidad (Capacitated Vehicle Routing Problem o CVRP, por sus siglas en inglés), propuesto por Paolo Toth y Daniele Vigo [35]. También es conocido como *classical VRP* [24].

Se define el modelo mediante el grafo $G = (V, A)$ donde $V = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ el conjunto de arcos que une los vértices. Mientras que el vértice 0 corresponde al depósito, los demás representan los clientes a atender. Se cuenta con una flota de q vehículos idénticos de capacidad C que comienzan en el depósito. Cada cliente tiene una demanda no negativa d_i y cada arco cuenta con un costo no negativo asociado c_{ij} .

El CVRP consiste en encontrar un conjunto de rutas que comiencen y finalicen en el depósito y que cada cliente sea visitado solo una vez por un solo vehículo atendiendo la demanda solicitada. Además, la demanda total de una ruta no puede superar la capacidad del vehículo C .

Para asegurar la factibilidad, se asume que la demanda de cada cliente d_i es menor que la capacidad C ($d_i \leq C$) para todo $i \in \{1, \dots, n\}$ y existe una cantidad q de vehículos

suficiente para cubrir todas las rutas.

Para el modelo, se introducen las variables x_{ij} binarias que toman el valor 1 si el arco (i, j) es escogido, y 0 si no. Además, u_i , con $i \in V \setminus \{0\}$ son variables continuas que representan la carga del vehículo luego de visitar el punto i .

$$\text{mín} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = q \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = q \quad (5)$$

$$u_i - u_j + C \cdot x_{ij} \leq C - d_j \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j, \quad \text{tal que} \quad d_i + d_j \leq C \quad (6)$$

$$d_i \leq u_i \leq C \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V \quad (8)$$

La función objetivo (1) minimiza el costo total de todas las rutas. Los conjuntos de restricciones (2) y (3) imponen que cada cliente es visitado una sola vez por un solo vehículo. Las restricciones (4) y (5) establecen que cada vehículo debe salir y retornar una sola vez al depósito. Luego, el conjunto de restricciones (6) impone tanto la conectividad de la solución como el requerimiento de la capacidad de los vehículos. Esto se visualiza analizando la restricción en los posibles valores de x_{ij} . Cuando $x_{ij} = 0$, se obtiene que $u_i + d_j \leq C + u_j$, donde $u_i \leq C$ ya que la carga del vehículo luego del cliente i no puede superar la capacidad máxima y es trivial que $d_j \leq u_j$. En cambio cuando $x_{ij} = 1$, donde el vehículo luego de visitado i se traslada directamente al cliente j , se puede ver que $u_i + d_j \leq u_j$. Esto asegura que la carga que contiene el vehículo luego de i sumado a la demanda de j no superen la carga del vehículo al finalizar ambos puntos. Finalmente, las restricciones (7) definen los posibles valores de las variables de decisión mientras que el conjunto de restricciones (8) define las variables binarias x_{ij} .

2.3. Variantes del VRP

La formulación matemática genérica expuesta en la Sección 2.2 presenta una base para extender el problema a otras casuísticas. Entre estas, se pueden encontrar clientes con ventanas de tiempo, flota de vehículos heterogénea, flota de vehículos variable o múltiples depósitos.

2.3.1. Ventanas de tiempo

Una de las variantes abordadas en la literatura es la de considerar ventanas de tiempo, conocida como VRP con ventanas de tiempo (Vehicle Routing Problem with Time Windows o VRPTW, por sus siglas en inglés). En la literatura se aborda este problema de diversas maneras, generalmente clasificándolo en ventanas de tiempo estrictas y ventanas de tiempo flexibles con penalizaciones [28].

Las ventanas de tiempo estrictas implican que los límites horarios sean respetados obligatoriamente. Esto significa que se debe arribar y atender a un cliente dentro de los mismos, por lo que no se puede desprestigiar el tiempo de servicio [9].

Por otro lado, existen las ventanas de tiempo flexibles con penalización, es decir, que se admite que se atienda el cliente fuera del rango horario pero se penaliza con un costo en la función objetivo [39]. Para esto se define una ventana de tiempo permitida más grande que la original. Entonces, cualquier entrega dentro del nuevo rango, pero fuera del original resulta en una entrega tardía. Algunos autores consideran que esto reduce la satisfacción del cliente y el nivel de servicio [16].

Otra variante que se presenta para esta restricción son las ventanas de tiempo que constituyen una combinación de ambas modalidades (fijas y flexibles), según se describe en [37]. En este enfoque, se permite establecer un límite inferior de tiempo de entrega que es fijo, mientras que el límite superior es flexible. En otras palabras, se prohíben las entregas antes de cierto momento, pero se permiten entregas tardías con un costo asociado de penalización.

2.3.2. Características de los vehículos

Los vehículos cuentan con cierta capacidad para transportar mercadería, la cual puede ser expresada en distintas métricas. Ejemplos de estas pueden ser peso, volumen, valor de lo transportado, entre otros. También pueden tener determinadas características que generen ciertas limitantes, como por ejemplo, operar en determinadas zonas geográficas o transportar cierto tipo de mercadería.

La flota de vehículos puede ser homogénea o heterogénea. Los vehículos de las flotas homogéneas son todos iguales en cuanto a capacidad y características, mientras que las

heterogéneas pueden variar.

En el VRP presentado en la Sección 2.2 se considera una flota homogénea. Mientras que en la literatura estudiada se presenta la variante de flota heterogénea [11].

2.3.3. Flota fija o variable de vehículos

Los problemas de ruteo pueden variar dependiendo de si se utiliza la totalidad de los vehículos para visitar todos los clientes (flota fija) [18] o si es posible que algunos no salgan del depósito (flota variable) [30].

La utilización de flota fija, variable o mixta depende del contexto del problema. De todas formas, utilizar flota variable le da mayor versatilidad a la resolución. Un ejemplo en que la flota es mixta es en [9] donde la demanda no puede ser cubierta por la flota de vehículos propia por lo que se deben contratar vehículos extra.

2.4. Métodos de resolución

Dada la complejidad del problema, existen varios métodos de resolución para resolver el mismo. Los métodos de resolución de modelos matemáticos se pueden clasificar en exactos o heurísticos. Los primeros son aquellos que hallan la solución óptima del problema. Mientras que los segundos no garantizan encontrarla, aunque sí pueden llegar a soluciones cercanas a esta [38].

Los métodos exactos se pueden clasificar en tres categorías: aquellos basados en relajación Lagrangeana, en generación de columnas o en programación dinámica. Estos métodos tienen un rendimiento poco eficiente en comparación con los métodos de aproximación [7].

Dentro de los métodos de aproximación se pueden encontrar las heurísticas y metaheurísticas. Por un lado, las heurísticas son definidas en [31] como técnicas que buscan buenas soluciones (cercanas al óptimo) con un costo computacional razonable. Estas pueden dividirse en aquellas que crean rutas desde cero y en las que mejoran soluciones disponibles. A menudo las heurísticas son específicas al problema que resuelven y no pueden ser utilizadas para resolver otros [7].

Por otro lado, las metaheurísticas son definidas en [31] como procesos iterativos generacionales que guían a heurísticas subordinadas mediante la combinación inteligente de diferentes conceptos como pueden ser fenómenos naturales. Además, exploran y explotan los espacios de búsqueda de manera eficiente mediante la utilización de estrategias que estructuran la información, presentando mecanismos para escapar de los óptimos locales. Además, a diferencia de las heurísticas, las metaheurísticas son aplicables a otros problemas de optimización.

2.5. Trabajos relevantes

En la literatura se encuentran trabajos relevantes para el caso de estudio que se presenta en la siguiente sección. Al realizar la revisión sistemática de la literatura (ver Anexo I), se definieron ciertos criterios de búsqueda de los cuales se destacan la flota heterogénea de vehículos, las ventanas de tiempo y la distribución de productos perecederos. A continuación se describen los trabajos que más se alinean con el problema estudiado en este informe.

El primero es el presentado en [29], en este se desarrolla un algoritmo llamado *Hybrid PSO-TS-CHR Algorithm* para ser aplicado al VRP para la distribución de múltiples productos perecederos. Se considera una flota heterogénea de vehículos de los cuales algunos cuentan con un sistema de refrigeración y otros no. Se busca minimizar la pérdida de la frescura de los productos. Para esto se considera el tiempo en el que los productos permanecen dentro de los vehículos desde que salen del depósito hasta que son entregados y la cantidad de veces que se abre la puerta del vehículo en el trayecto antes de ser entregados, ya que se afirma que al abrirse la puerta, la refrigeración del vehículo empeora, generando una pérdida de calidad en los productos. Las tasas de reducción de frescura pueden estar relacionadas con el tipo de vehículo que viaja por la ruta, el nivel de caducidad de los productos y las condiciones en las que se transportan. Para resolver el mismo se utiliza el algoritmo mencionado y un algoritmo genético, concluyéndose de que el primero llega a resultados de mayor calidad que el segundo.

Otro trabajo relevante desarrolla el "Problema de ruteo de refrigerados" (Refrigerated Routing Problem o RRP, por sus siglas en inglés) que es presentado en [27] y en [5] se presenta una extensión del mismo. El RRP es un VRP con una flota de vehículos que sólo transportan productos congelados y consiste en encontrar la ruta óptima que minimice el consumo de combustible para un vehículo refrigerado, que sale de un sitio de producción o depósito y entrega cargas unitarias de productos congelados a un conjunto de clientes. Se destaca que el consumo total de combustible está relacionado con la distancia recorrida, la carga y la velocidad del vehículo, y la temperatura exterior. Todos estos factores dependen, a su vez, del tráfico y las condiciones climáticas de la región donde se realizan las entregas, y cambian durante el día y el año. Para esto, se divide el modelo para distintos intervalos de tiempo, convirtiéndose en un modelo multi-período. El RRP original de [27] ha sido extendido por [5] para tener en cuenta también el costo total de conducción (considerando por ejemplo los costos asociados a los conductores de vehículos, entre otros) y para añadir la posibilidad de enlentecer las entregas al permitir tiempos de espera arbitrariamente largos cuando esto beneficia a la función objetivo. El RRP original se resuelve mediante un solver comercial mientras que la extensión de este se resuelve mediante una metaheurística de búsqueda local desarrollada en el informe.

3. Definición y modelado del problema

En esta sección se describe el problema del caso de estudio a utilizar (Sección 3.1), la formulación matemática del modelo desarrollado (Sección 3.2) y la validación del mismo (Sección 3.3). Asimismo, se presenta una comparativa entre los tiempos de resolución de los solvers GLPK 4.32 y CPLEX 22.1.1.0 (Sección 3.4.1). Por último, se realizan pruebas de carga del solver escogido (Sección 3.4.2).

3.1. Descripción del problema

El problema consiste en, dada una flota de vehículos, encontrar las rutas que minimicen los costos para abastecer clientes desde un único depósito. Estos clientes tienen demandas que se miden por peso y volumen. Las mismas pueden contener distintos productos, que pueden ser secos, frescos o congelados. En estos últimos se diferencian los helados, dada su sensibilidad al paso del tiempo. Los clientes tienen distintas ventanas horarias en las que pueden ser atendidos, así como diferentes tiempos de servicio.

La flota de vehículos utilizada es heterogénea con limitaciones de peso y volumen distintas. Además, algunos vehículos cuentan con placas de frío, lo cual permite trasladar pedidos que contienen helados. Por otra parte, debido a restricciones bromatológicas, existen ciertos vehículos de la flota que no pueden ingresar a determinadas zonas y por lo tanto no pueden abastecer a los clientes ubicados en estas.

Todos los vehículos salen del depósito a partir de las 08:00 y solo pueden volver una vez finalizado el recorrido. Si los vehículos llegan más tarde de las 15:00, se incurre en costos extras que dependen del tiempo que pasa desde ese momento hasta que llegan. La hora límite para regresar al depósito son las 18:00. El costo de las rutas depende de la distancia de las mismas y la cantidad de minutos que se llega luego de las 15:00.

En la literatura relevada, no se encuentra ningún trabajo con la misma combinación de características del modelo que se presenta. Por lo tanto, se define una formulación propia como una extensión del problema desarrollado por Toth y Vigo [35]: *Single Depot Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows for Perishable Products*.

3.2. Formulación del problema

Sea el grafo $G = (N, A)$ donde $N = \{0, \dots, n + 1\}$ es el conjunto de nodos, siendo $\{0, \dots, n\}$ los correspondientes a los clientes, mientras que 0 y $n + 1$ corresponden al depósito (el nodo 0 representa el depósito como vértice de salida y el $n + 1$ de llegada). Se define $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ como el conjunto de arcos que une un determinado par de nodos. La flota de vehículos es representada por el conjunto K . El mismo se divide en dos

subconjuntos de vehículos: K_1 , aquellos que no pueden transportar pedidos con helados, y K_2 , aquellos que sí.

3.2.1. Conjuntos

- N : todos los clientes y el depósito. Se usarán los índices i y j para este conjunto.
- $N_1 = N \setminus \{0, n + 1\}$: todos los clientes sin incluir el depósito.
- K_1 : vehículos que NO pueden transportar helados.
- K_2 : vehículos que SI pueden transportar helados.
- $K = K_1 \cup K_2$: flota de vehículos. Se usará el índice k para este conjunto.

3.2.2. Parámetros

- c_{ij} : costo de la ruta entre los clientes i y j .
- h_{ij} : tiempo de traslado entre los clientes i y j .
- a_i : comienzo de la ventana de tiempo del cliente i .
- b_i : fin de la ventana de tiempo del cliente i .
- s_i : tiempo de servicio del cliente i .
- p_i : peso (en kilogramos) del pedido del cliente i .
- v_i : volumen (en metros cúbicos) del pedido del cliente i .
- f_i : parámetro binario que toma valor 1 si el pedido del cliente i contiene helado, 0 si no.
- d_i^k : parámetro binario que toma valor 1 si el nodo i puede ser visitado por el vehículo k .
- m_k : peso máximo (en kilos) que puede transportar el vehículo k .
- n_k : volumen máximo (en metros cúbicos) que puede transportar el vehículo k .
- E : minuto en el cual se comienzan a contabilizar las horas extras.
- R : minuto límite en el que un vehículo puede llegar al depósito.
- M : número suficientemente grande.
- Q : costo por minuto por llegar tarde.

3.2.3. Variables

- x_{ij}^k : 1 si se usa el arco (i, j) con el vehículo k , 0 si no.
- y_i^k : 1 si el cliente i es visitado por el vehículo k .
- g_k : minutos de llegada tarde del vehículo k .
- t_i^k : minuto en el que llega el vehículo k al cliente i .

3.2.4. Modelado MILP

$$\text{mín} \quad \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k + Q \sum_{k \in K} g_k \quad (9)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in N_1 \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,n+1}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{n+1,j}^k = 0 \quad \forall k \in K \quad (14)$$

$$t_0^k = s_0 = 0 \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij}^k - \sum_{i=1}^n x_{ji}^k = 0 \quad \forall k \in K, \quad \forall j \in N_1 \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^k y_i^k = 1 \quad \forall i \in N_1 \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k \leq d_i^k \quad \forall k \in K \quad \forall i \in N \quad (18)$$

$$t_i^k + s_i + h_{ij} - t_j^k \leq M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in K, \quad \forall i, j \in N \quad (19)$$

$$-My_i^k \leq \sum_{j=0}^{n+1} (x_{ij}^k + x_{ji}^k) \leq My_i^k \quad \forall k \in K, \quad \forall i, j \in N \quad (20)$$

$$a_i y_i^k \leq t_i^k \leq b_i y_i^k \quad \forall k \in K, \quad \forall i \in N \quad (21)$$

$$t_{n+1}^k - E \leq g_k \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$t_{n+1}^k \leq R \quad \forall k \in K \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{k=0}^{k_1} f_i x_{ij}^k = 0 \quad \forall j \in N \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i y_i^k \leq m_k \quad \forall k \in K \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i y_i^k \leq n_k \quad \forall k \in K \quad (26)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \quad \forall k \in K \quad (27)$$

$$y_i^k \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K \quad (28)$$

$$t_i^k \geq 0 \quad \forall i \in N, \quad \forall k \in K \quad (29)$$

$$g_k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad (30)$$

La función objetivo (9) está compuesta por dos términos. El primero representa los costos debido a las distancias de las rutas escogidas y el segundo son los de llegar tarde al depósito (luego de E). Las restricciones (10) conllevan que a cada cliente se lo visite con un solo vehículo y desde un solo cliente o desde el depósito. Las restricciones (11) implican que todos los vehículos salgan del depósito en dirección de un único cliente. De forma análoga, (12) suponen que todos los vehículos vuelvan al depósito desde un solo cliente. Las restricciones (13) no permiten el retorno de los vehículos al vértice 0, (14) impiden la salida de vehículos desde el vértice $n + 1$ y (15) define el tiempo de inicio y servicio en el depósito como 0.

En (16) se asegura que todos los vehículos que llegan a un cliente salgan del mismo, evitando así la permanencia de los vehículos en clientes y asegurando el retorno al depósito. Las restricciones (17) implican que cada cliente debe ser atendido por un único vehículo. El conjunto de restricciones (18) definen los clientes que pueden ser atendidos por cada vehículo.

Las restricciones (19) implican que el tiempo que se insume en un cliente sumado al tiempo de traslado hasta el siguiente sea menor o igual al tiempo en el que se llega al mismo, siempre y cuando la ruta exista en ese sentido. La Figura 1 esquematiza esta restricción.

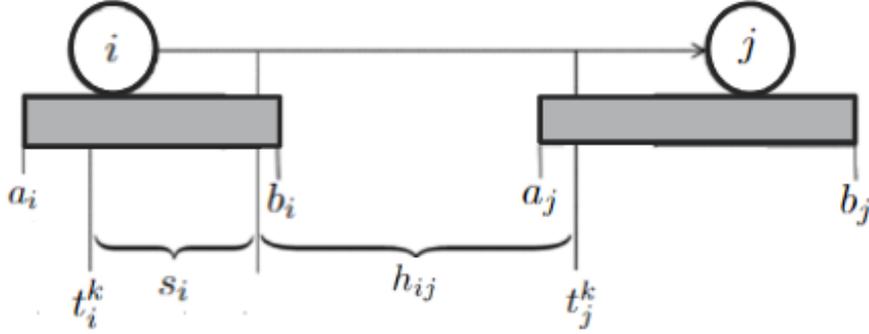


Figura 1: Diagrama visita clientes [35]

Del lado izquierdo de la figura se encuentra el cliente i con su respectiva ventana de tiempo con inicio en a_i y fin en b_i , t_i^k es el tiempo en el que se atiende al cliente i con el camión k , s_i es el tiempo de servicio del mismo, h_{ij} es el tiempo de traslado desde i a j y t_j^k es el tiempo en el que se llega al cliente j , que tiene una ventana de tiempo con límites a_j y b_j . Para que un camión pueda ir de un cliente i a un cliente j se debe cumplir que $t_i^k + s_i + h_{ij}$ sea mayor que t_j^k . De esta manera, para que el conjunto de restricciones (19) se cumpla, se debe cumplir que x_{ij}^k sea igual a 1.

Las variables y_i^k son inicializadas por (20) [35]. Las restricciones (21) suponen el cumplimiento de la ventana de tiempo de cada cliente. Las restricciones (22) registran en la variable g_k el tiempo de llegada tarde al depósito para cada vehículo y en (23) se restringe el tiempo límite de llegada al depósito. Las restricciones (24) aseguran que los vehículos que no pueden trasladar helados no atiendan clientes con pedidos que contienen helado. Los conjuntos de restricciones (25) y (26) restringen el peso y el volumen que puede transportar cada vehículo respectivamente. Las variables binarias x_{ij}^k y y_i^k son definidas por (27) y (28). La no negatividad de las variables t_i^k y g_k se aseguran por (29) y (30).

3.3. Validación del modelo

El objetivo de esta sección es validar que el resultado obtenido con el modelo se corresponde con el esperado, de esta forma se corrobora que se ajusta correctamente a la realidad. La forma elegida para validar el modelo es generar un caso que se pueda resolver analíticamente y comparar con el resultado obtenido por el modelo [13]. Luego, se realizan pruebas unitarias por restricción a partir del caso base elegido que verifican la validez de las mismas.

Las pruebas de validación se realizan utilizando la herramienta de resolución GLPK 4.32 en una computadora con Windows 11 Home Basic, procesador 11th Gen Intel(R)

Core(TM) i7-1165G7 @ 2.80GHz y RAM de 16.0 GB.

3.3.1. Caso Base

Se considera un caso funcional en el que se contemplan tres clientes y el depósito. Además, se selecciona un vehículo habilitado para transportar helado y con capacidad para satisfacer la demanda de los tres clientes. Dos de los clientes considerados tienen pedidos que contienen helados.

En la Tabla 1 se muestran todas las soluciones factibles del caso mencionado con los respectivos valores de la función objetivo, en verde se resalta la solución de menor costo, correspondiente al óptimo. La solución hallada por el modelo es la mencionada, verificando que se encuentra la solución buscada.

| Ruta | Costo |
|-----------|--------|
| D,1,2,3,D | 6217,9 |
| D,2,1,3,D | 8466,7 |
| D,3,1,2,D | 8385,0 |
| D,3,2,1,D | 6136,2 |
| D,2,3,1,D | 7369,7 |
| D,1,3,2,D | 7979,2 |

Tabla 1: Costos por Ruta

Partiendo de este conjunto de datos, se varía parte del mismo según las restricciones que se buscan verificar y se ejecuta el modelo. El resultado del mismo indica si las restricciones cumplen su función o no.

3.3.2. Caso 1: Cliente contiene helados

El objetivo es verificar las restricciones (24), las mismas determinan que si la demanda de un cliente contiene helados, el mismo sea atendido por un vehículo que puede transportar helado.

Para generar el caso, se varía el tipo de vehículo en el caso base. El mismo vehículo que podía transportar helados ahora no puede; K_1 contiene un vehículo, K_2 es vacío.

Debido a esta variación, y al no contar con ningún vehículo que pueda entregar pedidos con helado, no se encuentra solución factible. Cumpliendo con el resultado esperado.

3.3.3. Caso 2: Ventanas de tiempo

En este caso, se verifica que las restricciones (21) aseguran el cumplimiento del pedido dentro de las ventanas de tiempo en las que se puede atender al cliente.

Para ello, se modifica el caso base tal que uno de los tres clientes tenga una ventana de tiempo posterior a la hora límite en que se puede arribar al depósito. Esta ventana horaria va desde el minuto 1050 hasta el minuto 1100 y la hora límite de arribo al depósito es en el minuto 1000. Esto implica que el vehículo no debería poder atender a este cliente, resultando en que no exista solución factible.

El resultado de ejecutar el modelo con este conjunto de datos es que no existe solución factible. Por lo tanto, se concluye que las restricciones funcionan de forma adecuada.

3.3.4. Caso 3: Tiempo de llegada al depósito

Se valida que las restricciones (23) limitan correctamente el tiempo de llegada máximo de los vehículos al depósito.

Para generar el caso, se modifica la ventana de tiempo y el tiempo de servicio de un cliente; de tal forma que, conociendo el tiempo de traslado del cliente al depósito, no sea viable llegar antes del cierre del mismo.

En este caso, la ventana de tiempo se define desde el minuto 800 hasta el minuto 1000. Además, el tiempo de servicio se estableció en 150 minutos. El tiempo de traslado hasta el depósito es de 70 minutos, por lo que no es viable atender a este cliente con el vehículo disponible. Ya que si se quisiera, se retornaría al depósito en el minuto 1090, cuando el límite es el minuto 1000.

Se ejecuta el modelo con estos valores resultando en una solución no factible, lo que valida la restricción en cuestión.

3.3.5. Caso 4: Tiempo entre clientes

Las restricciones (19) son de secuencialidad. Esto significa que se debe respetar el tiempo que implica la secuencia de atender clientes consecutivos. Determinando que, si se suma el tiempo que se insume en un cliente (tiempo de servicio) al de traslado hasta el siguiente, este debe ser menor al tiempo en que se llega al siguiente cliente.

Para constatar esto, se modifica el caso base para que los tiempos de traslado desde un vértice a los otros sean tales que no exista ninguna ruta en la cual se retorne al depósito. Este tiempo de traslado se modifica para el cliente 2 y pasa a valer 500 minutos.

El modelo no encuentra solución factible para este conjunto de datos validando la restricción.

3.3.6. Caso 5: Capacidad de vehículos

Los vehículos del caso de estudio tienen capacidad de peso y volumen. Por lo que la suma de los pesos y la suma de los volúmenes de los clientes atendidos por cada vehículo no puede superar las capacidades del mismo, representadas por los parámetros m_k y n_k respectivamente. Estas limitantes se modelan mediante las restricciones (25) y (26). Cada conjunto de restricciones son análogas entre sí, por lo que alcanza con realizar las pruebas en un solo caso para validar ambas.

Se modifica el caso base aumentando el peso demandado por cada cliente de forma tal que la suma de todas las demandas supere el límite del vehículo disponible, resultando en que no exista solución factible.

En primera instancia, no se obtuvo el resultado esperado. Por lo que se indaga en el error.

Se detecta que las restricciones están mal expresadas y restringen el peso para cada cliente, en vez de restringirlo para todos los clientes a atender. Las restricciones erróneas tienen la forma de las ecuaciones (31) y se modifican por la presentada en (25). El cambio análogo se realiza para las restricciones de volumen (26).

$$p_i y_i^k \leq m_k \quad \forall k \in K \quad \forall i \in N \quad (31)$$

3.3.7. Caso 6: Prohibición de visita

En este caso, se verifican las restricciones (18), las cuales restringen a los vehículos a visitar clientes que no tienen permitido. Esto es que el parámetro binario d_i^k toma el valor 0.

Al contar con un solo vehículo en el caso base, si el mismo no puede visitar a alguno de los clientes a atender, el resultado esperado es la no factibilidad. Por lo que, para uno de los clientes se cambia el parámetro d_i^k a 0.

El resultado de ejecutar el modelo con estos valores es que no existe solución factible constatando el buen funcionamiento de las restricciones (18).

3.4. Elección de solver

Un software de optimización, comúnmente denominado solver, es una herramienta informática destinada a la resolución de modelos de programación matemática con determinadas características. Una de las métricas utilizadas para medir la calidad de la solución encontrada es el gap optimalidad. Para los solvers utilizados en este proyecto, GLPK y CPLEX, se define el gap de optimalidad como el resultado de la siguiente ecuación:

$$gap = \frac{|best_{integer}| - best_{bound}}{|best_{integer}| + DBLEPSILON}$$

Donde $best_{integer}$ es la mejor solución factible entera encontrada hasta el momento, $best_{bound}$ es el mejor límite global y $DBLEPSILON$ es un número del orden de 1×10^{-10} [12] [19].

3.4.1. Comparación entre GLPK y CPLEX

En esta sección se presentan las pruebas realizadas con el fin de determinar cual es el software de optimización más apropiado entre GLPK y CPLEX.

Para este análisis se varía la cantidad de clientes de tres días diferentes, registrando los tiempos de resolución de cada caso. Con el fin de realizar las pruebas en tiempos razonables se considera un corte por un gap de optimalidad de 10%, suficiente para obtener buenas soluciones.

El detalle de los resultados se exponen en el Anexo III. La Figura 2 muestra los tiempos de ejecución de cada software en función de la cantidad de clientes del caso.

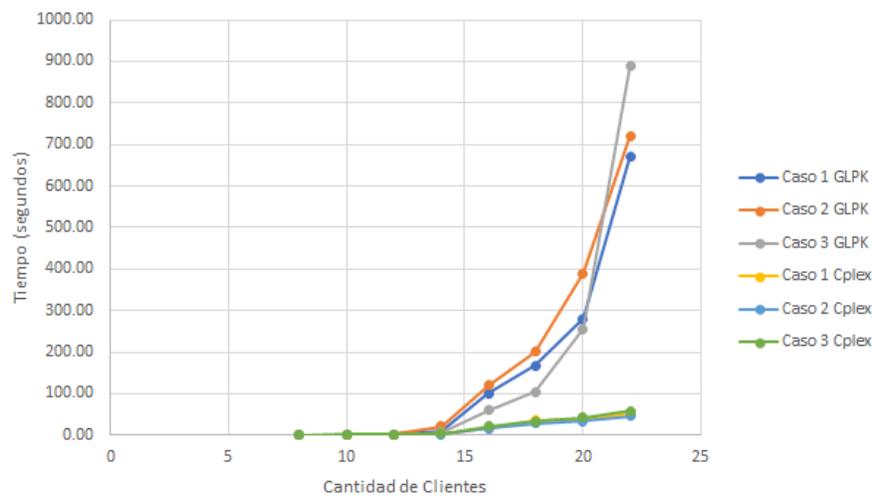


Figura 2: Tiempo de resolución en función de cantidad de clientes

En el caso de GLPK, los tiempos de ejecución aumentan rápidamente con la cantidad de clientes. El tiempo de ejecución pasa de ser relativamente bajo y similar a CPLEX con una pequeña cantidad de clientes, a aumentar considerablemente al incrementar la cantidad de clientes. Se observa una clara diferencia entre ambos softwares a partir de 15 clientes.

Este comportamiento sugiere que GLPK no es la opción más adecuada para problemas de grandes dimensiones.

Dada la tendencia exponencial en el tiempo de resolución de GLPK a partir de los 15 clientes, es inviable trabajar con este solver, ya que el caso de estudio presenta entre 150 y 200 clientes para cada día de operación.

Por otro lado, la comparación revela que CPLEX resuelve más rápido que GLPK problemas de igual magnitud. Además, resuelve problemas de hasta 22 clientes con gap de optimalidad bajos en el entorno de un minuto, tiempo razonable para la obtención de soluciones. Por esta razón, se opta por CPLEX.

3.4.2. Pruebas de carga con CPLEX

En la Sección 3.4.1 se concluye que el software a utilizar para resolver el modelo es CPLEX . A raíz de esto, se opta por estudiar cómo varía el tiempo de resolución con el aumento de clientes en el caso de estudio. Para este análisis, se utiliza la misma metodología y casos que en la Sección 3.4.1. Se llevan a cabo las pruebas hasta un máximo de 50 clientes, para tres casos distintos.

Se observa en la Figura 3, donde se presenta la variación del tiempo de resolución en función de la cantidad de clientes del problema, que los tiempos aumentan exponencialmente a partir de los 30 clientes y casos de 50 clientes pueden implicar tiempos mayores a media hora.

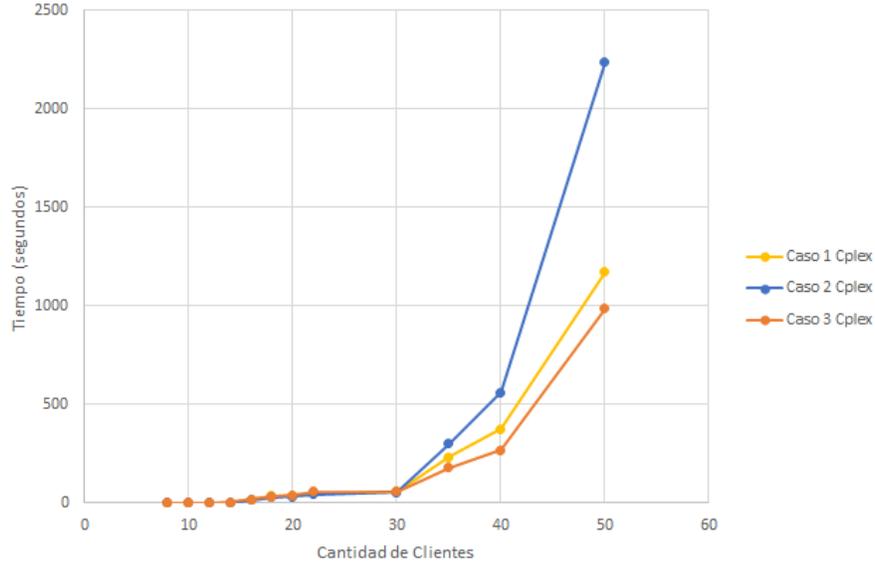


Figura 3: Tiempo de resolución en función de cantidad de clientes

Se concluye que CPLEX no es capaz de resolver el problema para casos con cantidades de clientes mayores a 50 en tiempos razonables (menores a 20 minutos). Esto, sumado a que la cantidad de clientes en el caso de estudio oscila entre 150 y 200 clientes, indica que es necesaria una alternativa para su apropiada resolución. Por ello, se aplica una técnica de "divide-and-conquer" [40] para dividir el problema en grupos de no más de 40 clientes, de forma tal que se pueda resolver el modelo matemático en tiempos razonables.

4. Heurística de partición

En esta sección se describen dos heurísticas presentes en la literatura para la partición de problemas de ruteo de vehículos (Sección 4.1) y luego se presenta la heurística desarrollada. La misma consta de dos partes: primero, se dividen clientes en zonas (Sección 4.2) y segundo, se asignan vehículos a las mismas (Sección 4.3).

4.1. Heurísticas de la literatura

Dada la dificultad para encontrar soluciones utilizando solvers para conjuntos de datos con las dimensiones del caso de estudio, se realiza una partición del problema. En ruteo de vehículos de gran tamaño, mayores a 100 clientes, se suele realizar una *clusterización*, esto es, una división del problema mediante la utilización de una heurística para facilitar su resolución. A continuación, se exponen dos de las heurísticas presentes en la literatura para la *clusterización*.

En primer lugar, uno de los algoritmos utilizados para particionar problemas es *k-means*. El mismo consiste en dividir a los clientes en grupos dependiendo de la distancia a la que se encuentran del depósito, se eligen k núcleos, y se comienzan a agrupar clientes alrededor de los mismos, seleccionando aquellos clientes que se encuentran a menor distancia [40]. De esta manera se crean k grupos. Es importante destacar que la cantidad de grupos no puede superar la cantidad de vehículos, ya que los mismos deberán ser asignados a los distintos grupos y cada uno puede atender solamente a uno [40]. Una vez formados los grupos, se recalcula el núcleo haciendo un promedio de las coordenadas de los clientes en un mismo grupo y se repite el proceso mencionado [1].

En la Figura 4 se muestra un esquema de este método. En la misma, los triángulos simbolizan los núcleos y los puntos de distintos colores pertenecen a los distintos grupos.



Figura 4: Método k-means [10]

Otro método utilizado para la *clusterización* es el de *Sweep*. El mismo ordena las ubicaciones de los clientes en latitud y longitud por ángulo polar ϕ , con el depósito como origen. Los clientes son divididos dependiendo las capacidades de los vehículos y la demanda de los mismos. Se toma un vehículo y se completa con las demandas de los clientes según el orden de crecimiento del ángulo ϕ [10]. De esta forma, si se cuenta con una flota de k vehículos, quedarán por resolver k problemas de TSP. Es decir que en el caso de este procedimiento, la asignación de vehículos se realiza en simultáneo con la división en zonas.

En la Figura 5 se esquematiza un ejemplo de cómo resultan los grupos de clientes utilizando esta heurística.

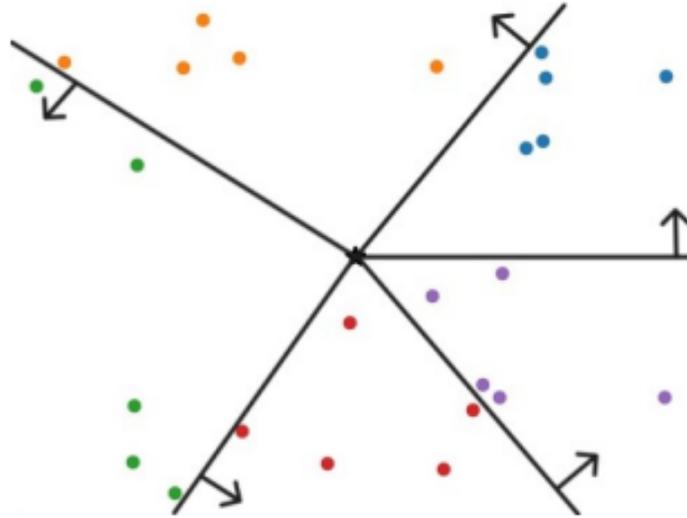


Figura 5: Método Sweep [10]

4.2. División en zonas

Luego del análisis presentado en la Sección 3.4.2 y su conclusión, se determina que es necesario desarrollar una heurística para resolver el problema. Se procede a dividir a los clientes en zonas de forma tal de que la cantidad de clientes en cada una sea similar. Para esto, lo primero a decidir es la cantidad de zonas. Esta elección está ligada a la cantidad de vehículos de la flota. El caso estudiado cuenta con 14 vehículos de distintas capacidades, de los cuales 8 pueden transportar helados y 6 no. Además, la cantidad de clientes a atender cada día de operación es alrededor de 180. Por lo tanto, dividir en 6 zonas resulta en 30 clientes por zona lo cual es conveniente, ya que como se muestra en la Sección 3.4.2, se encuentra solución factible relativamente rápido.

Como se muestra en el Anexo V, una división en zonas geográficas fijas no resulta factible, por lo que existe la necesidad de dividir el problema en zonas que cambien dependiendo el día de operación. Para esto, se desarrolla una división que varíe para cada día, la misma consta de 4 pasos que se detallan a continuación.

1. Definir la cantidad de zonas en las que se quiere dividir el problema. Esto es análogo a ambas heurísticas presentadas donde se sabe de antemano cuántos sub-problemas se buscan. La diferencia es que en este caso la cantidad de zonas depende de la cantidad de vehículos que pueden transportar helados, la cual debe ser mayor o igual.

El segundo y tercer paso de la heurística se basan en las coordenadas de los nodos para realizar la división, esto es inspirado por el método *Sweep* donde también se considera la latitud y longitud para hacer la división. De todas formas, en el último se consideran los ángulos que estas forman con el depósito mientras que en el presentado no.

2. Partir el mapa en N zonas según las coordenadas longitudinales de los clientes, de forma tal que queden $\frac{C}{N}$ clientes en cada una, siendo C el total de clientes. Para esto, se deben ordenar los clientes de menor a mayor longitud. El primer conjunto de clientes serán aquellos que estén dentro del percentil $\frac{100}{N}$. El segundo conjunto serán aquellos que van del percentil $\frac{100}{N}$ al $2 \times \frac{100}{N}$. El tercero de $2 \times \frac{100}{N}$ a $3 \times \frac{100}{N}$. Así hasta llegar a N zonas. En la Figura 6 se presenta un ejemplo para un día de operación, tomando en este caso $N = 3$.

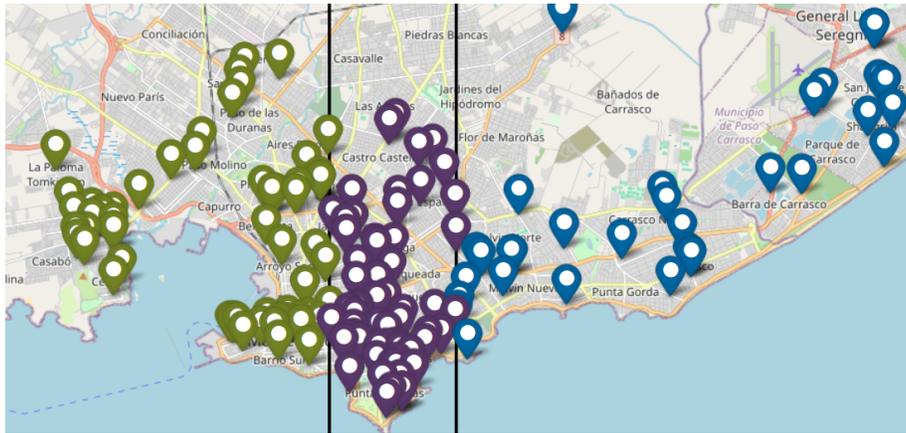


Figura 6: Ejemplo segundo paso de heurística de partición

3. Cada zona se divide en dos. Para determinar si la división es longitudinal o latitudinal, se consideran los dos clientes que estén a mayor distancia longitudinal y los dos que estén a mayor distancia latitudinal. Si la mayor diferencia longitudinal es mayor que la mayor diferencia latitudinal, la división se hace de forma longitudinal. Si no, de forma latitudinal. Un ejemplo de este paso se observa en la Figura 7 donde las zonas de la izquierda y la del medio se dividen forma latitudinal, mientras que la de la derecha se divide de forma longitudinal .

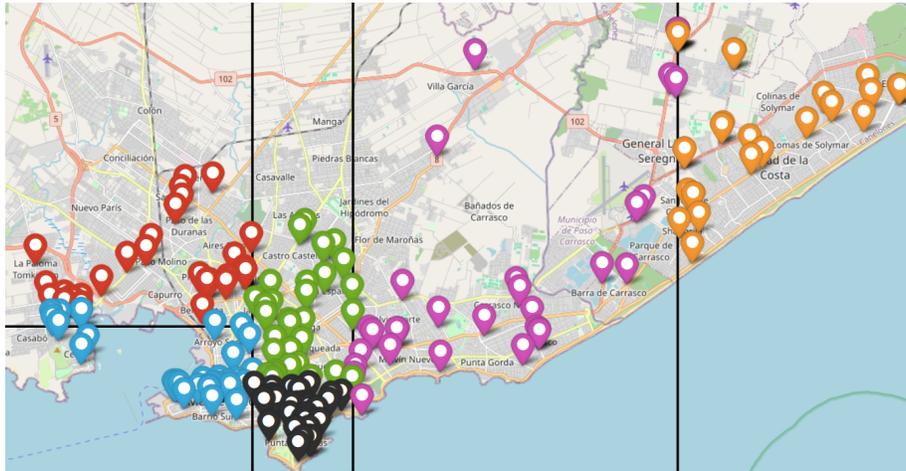


Figura 7: Ejemplo tercer paso de heurística de partición

Finalmente, tomando como referencia el algoritmo k-means, en que los puntos se clusterizan según la cercanía entre los mismos:

4. Si para un cliente según la configuración anterior al menos Y de los Z clientes más cercanos pertenecen a una misma zona que no es la suya, entonces se cambia el cliente para dicha zona. Siendo Y menor o igual a Z . En el ejemplo de la Figura 8 se toma $Y = 3$ y $Z = 4$. Es importante aclarar que para evaluar todos los puntos se utiliza la configuración inicial y se evalúan los puntos en orden aleatorio.

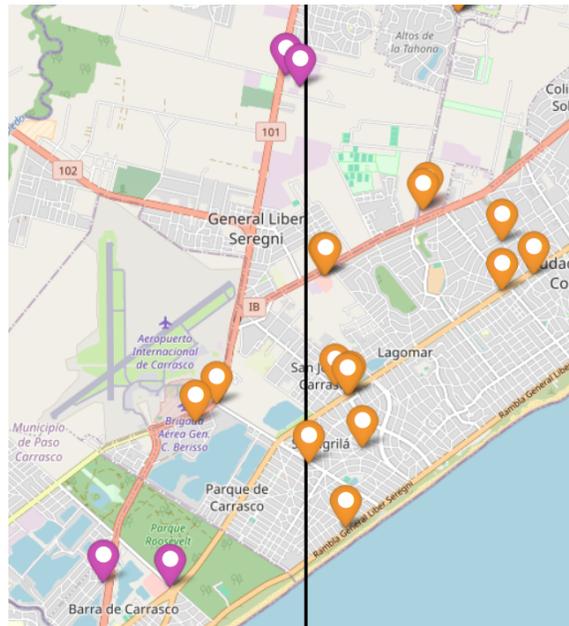


Figura 8: Ejemplo cuarto paso de heurística de partición

En el Algoritmo 1 se presenta el pseudo-código de la división de zonas para el presente caso de estudio. Inicialmente se definen 6 zonas y las coordenadas de los clientes a dividir. Luego, se calculan los percentiles 33,33 y 66,66 según la coordenada longitud de los puntos. Se continua dividiendo los clientes en 3 grupos o zonas según los percentiles calculados. Para cada una de estas zonas se calcula la máxima diferencia entre longitudes y entre latitudes, la mayor define sobre que se divide la zona. Por último, para cada punto se identifican los 4 más cercanos, si al menos 3 de estos pertenecen a una misma zona se cambia el punto a esta.

Algorithm 1 División de clientes en zonas

Inicializar listas de zonas: $Zona_{1.1}$, $Zona_{1.2}$, $Zona_{2.1}$, $Zona_{2.2}$, $Zona_{3.1}$, $Zona_{3.2}$

Inicializar lista de clientes: $clientes$

Calcular percentiles 33.333 y 66.666 para longitud: $percentil_{long_1}$, $percentil_{long_2}$

for cliente en $clientes$ **do**

if cliente.longitud < $percentil_{long_1}$ **then**

 Agregar cliente a $Zona_{1.1}$

else if cliente.longitud \geq $percentil_{long_2}$ **then**

 Agregar cliente a $Zona_{3.1}$

else

 Agregar cliente a $Zona_{2.1}$

Calcular las diferencias máximas de longitud y latitud en $Zona_{1.1}$:

$max_{dif_longitud_{1.1}}$, $max_{dif_latitud_{1.1}}$

if $max_{dif_longitud} \geq max_{dif_latitud}$ **then**

 Calcular percentil 50 de $Zona_{1.1}$ para longitud: $percentil_{long_3}$

for cliente en $Zona_{1.1}$ **do**

if cliente.longitud \geq $percentil_{long_3}$ **then**

 Agregar cliente a $Zona_{1.2}$

else

 Calcular percentil 50 de $Zona_{1.1}$ para latitud: $percentil_{lat_1}$

for cliente en $Zona_{1.1}$ **do**

if cliente.latitud \leq $percentil_{lat_1}$ **then**

 Agregar cliente a $Zona_{1.2}$

Repetir para $Zona_{2.1}$ y $Zona_{3.1}$

for cliente en $clientes$ **do**

 Tomar los 4 puntos más cercanos según distancia Manhattan de la asignación inicial

if al menos 3 de los 4 puntos pertenecen a una misma zona **then**

 Cambiar el cliente a dicha zona

En las Figuras 9 y 10 se muestra la dispersión geográfica de los clientes luego de aplicar la heurística para dos días de operación. Se observa que la misma divide equitativamente a los clientes para distintos casos.



Figura 9: División de clientes Día 1

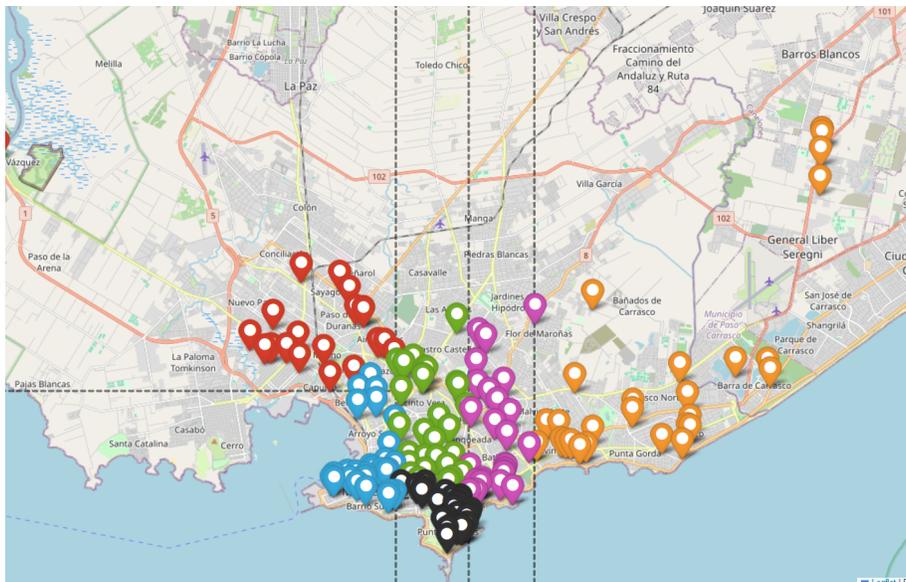


Figura 10: División de clientes Día 2

En la Tabla 2 se muestran la cantidad de clientes para cada zona, para 5 días de operación distintos, se observa que las zonas se encuentran equilibradas para cada día.

| Zona | Cantidad de clientes | | | | |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | Día 1 | Día 2 | Día 3 | Día 4 | Día 5 |
| 1.1 | 27 | 28 | 31 | 30 | 37 |
| 1.2 | 27 | 29 | 30 | 30 | 36 |
| 2.1 | 27 | 28 | 30 | 32 | 36 |
| 2.2 | 27 | 28 | 31 | 29 | 36 |
| 3.1 | 27 | 28 | 30 | 31 | 36 |
| 3.2 | 27 | 28 | 30 | 30 | 36 |
| Total | 162 | 166 | 182 | 182 | 217 |

Tabla 2: Cantidad de clientes zona, por día

4.3. Asignación de vehículos

Además de definir la partición en zonas de los clientes, la asignación de los vehículos a estas zonas es de gran importancia y se debe realizar en conjunto con esta, ya que una asignación no adecuada puede llevar a que algún subproblema no tenga solución factible. En [3] se definen dos tipos de asignación de vehículos. Por un lado, el problema de empaquetado de contenedores (Bin Packing Problem o BPP, por sus siglas en inglés) en el que se completan los vehículos con los clientes. Por otro lado, el TSP, en donde se construye para cada vehículo una ruta con el mínimo costo posible cubriendo todos los pedidos.

La asignación de vehículos desarrollada, presentada en el Algoritmo 2, es del tipo del BPP, en este caso, se asignan los distintos *clusters* generados previamente a los vehículos disponibles. En el mismo, se considera si los pedidos contienen o no helados, su peso y volumen, la restricción de que un vehículo pueda atender o no a un cliente por su ubicación y el tiempo de servicio acumulado por zona. Una vez que se asignan vehículos a cada *cluster*, se procede a ejecutar el modelo para cada uno y así hallar las soluciones de estos subproblemas.

Para determinar qué vehículos atenderán cada zona, se diferencian primero los vehículos que pueden transportar helado de los que no y los clientes que tienen pedidos que contienen helado de los que no, resultando en 12 grupos de clientes, ya que cada una de las 6 zonas cuenta con grupos de clientes con pedidos que contienen helados y otros que no. El primer objetivo de la asignación es satisfacer la demanda de los grupos de clientes que contienen helados. Para esto, se ordenan de forma descendente tomando en cuenta la demanda en Kg

acumulada, y se toma el grupo con mayor demanda. Si hay varios vehículos que pueden atender a ese grupo de clientes y además pueden satisfacer la demanda de este grupo, se toma el vehículo con menor capacidad de estos para atenderlo. Si la demanda del grupo no puede ser satisfecha por un único vehículo, se toma el que tiene mayor capacidad y luego se toma el de menor capacidad de manera que la demanda se satisfaga. Esto se repite hasta que quedan asignados vehículos en las 6 zonas.

Luego, se pasa a los grupos de clientes que no contienen helados. Como los vehículos que pueden transportar helados pueden transportar pedidos que no contienen helado, estos se completan con demanda de clientes del grupo de clientes que no tienen helado. Una vez realizada esta asignación, se procede de forma análoga a la de grupos de clientes que contienen pedidos con helados. Por último, si luego de esta asignación hay vehículos que no fueron asignados a ninguna zona, se ordenan los grupos de clientes considerando tiempos de servicio de mayor a menor y se asignan los vehículos en ese orden hasta que no quede ninguno sin asignar.

Algorithm 2 Asignación de vehículos a Zonas

Inicializar lista de grupos de clientes con helado: CCH
Inicializar lista de grupos de clientes sin helado: CSH
Inicializar lista de vehículos que transportan helado: VCH
Inicializar lista de vehículos que transportan helado: VSH
while CCH no está vacía **do**
 Seleccionar grupo de clientes i con mayor demanda en Kg en CCH
 while demanda de CCH_i no está satisfecha **do**
 for j en VCH ordenados por capacidad de peso ascendente **do**
 if VCH_j puede satisfacer la demanda de CCH_i y existe CCH_i **then**
 Asignar VCH_j a CCH_i
 Capacidad de VCH_j -= Demanda CCH_i
 Eliminar CCH_i
 for c en CSH_i ordenado por capacidades de peso desc. **do**
 if demanda de c menor capacidad de VCH_j **then**
 capacidad de VCH_j -= demanda de c
 Eliminar c de CSH_i
 if Demanda de CSH_i satisfecha **then**
 Eliminar CSH_i
 Break
 if Demanda de CCH_i no satisfecha **then**
 Seleccionar VCH_j con mayor capacidad de peso en VCH .
 Asignar VCH_j a CCH_i
 for c en CCH_i ordenado por capacidades de peso descendentes: **do**
 if demanda de c menor que capacidad de VCH_j : **then**
 capacidad de VCH_j -= demanda de c
 Eliminar c de CCH_i
 VSH append VCH

```

while  $CSH$  no está vacía do
  Seleccionar grupo de clientes  $i$  con mayor peso en  $CSH$ 
  while demanda de  $CSH_i$  no está satisfecha do
    for  $j$  en  $VSH$  ordenados por capacidad de peso ascendente do
      if  $VSH_j$  puede satisfacer la demanda de  $CSH_i$  then
        Asignar  $VSH_j$  a  $CSH_i$ 
        Capacidad de  $VSH_j$  -= Demanda  $CSH_i$ 
        Eliminar  $CSH_i$ 
      if Demanda de  $CSH_i$  satisfecha then
        Eliminar  $CSH_i$ 
        Break
    if Demanda de  $CSH_i$  no satisfecha then
      Seleccionar  $VSH_j$  con mayor capacidad de peso en  $VSH$ .
      Asignar  $VSH_j$  a  $CSH_i$ 
      for  $c$  en  $CSH_i$  ordenado por capacidades de peso descendentes: do
        if demanda de  $c$  menor que capacidad de  $VSH_j$ : then
          capacidad de  $VSH_j$  -= demanda de  $c$ 
  Acumular tiempos de servicio por zona
  while queden vehículos sin grupos de clientes asignados do
    Asignar vehículo  $j$  a zona con mayor tiempo de servicio
    Borrar zona de posibles para asignación

```

Luego de realizar la asignación, la cantidad de vehículos por zona se muestra en la Tabla 3. En la misma se observa que las cantidades varían para cada zona y día.

| Zona | Cantidad de vehículos | | | | |
|------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|
| | Día 1 | Día 2 | Día 3 | Día 4 | Día 5 |
| 1.1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 1.2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 1 |
| 2.1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| 2.2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 3.1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 3.2 | 3 | 4 | 3 | 3 | 2 |

Tabla 3: Cantidad de vehículos por zona, por día

5. Resolución del caso de estudio

En esta sección se resuelve el caso de estudio para datos de 5 días de operación (Sección 5.1), luego se estudia la performance de la heurística aplicada (Sección 5.2). Finalmente se analiza la mejora de la solución en función del tiempo de resolución (Sección 5.3).

5.1. Resultados

Se resuelve aplicando la heurística presentada en la Sección 4 para conjuntos de datos correspondientes a 5 días de operación consecutivos. La cantidad de clientes de cada uno se ve en los totales de la Tabla 2 (Sección 4) que muestra las visitas que se realizaron por día para cada zona. Se utilizaron 14 vehículos con distintas capacidades de volumen y peso. De estos, 8 pueden trasladar helados y 6 no. Además, solo 5 vehículos cuentan con la habilitación correspondiente para atender clientes en el departamento de Maldonado. Para utilizar la heurística se decidió dividir en 6 zonas con los parámetros $N = 3$, $Y = 3$ y $Z = 4$.

Luego de aplicada la heurística mediante el Algoritmo 1 y el Algoritmo 2, se ejecuta el modelo. Se considera un tiempo máximo de resolución de 1200 segundos para cada zona, que es el tiempo máximo permitido por la empresa para una efectiva operación. En la Tabla 4 se presentan los valores de la función objetivo para cada día de operación, por zona y totales. Se observa que para los 5 días de operación considerados se encuentra solución factible para todas las zonas.

Los resultados se muestran en detalle para cada día en el Anexo IV.

| Zona | Valor función objetivo | | | | |
|-------|------------------------|-------|-------|-------|-------|
| | Día 1 | Día 2 | Día 3 | Día 4 | Día 5 |
| 1.1 | 6017 | 6138 | 2599 | 5816 | 3665 |
| 1.2 | 2111 | 2120 | 2377 | 2345 | 2020 |
| 2.1 | 1964 | 2734 | 2668 | 2083 | 2629 |
| 2.2 | 1967 | 1490 | 2070 | 2023 | 2815 |
| 3.1 | 1501 | 1804 | 1694 | 2048 | 1784 |
| 3.2 | 9264 | 9264 | 5224 | 7835 | 3055 |
| Total | 22824 | 16306 | 16631 | 22150 | 15968 |

Tabla 4: Valor de función objetivo, por zona y día

5.2. Performance de la heurística propuesta

A continuación, se evalúa el impacto en la calidad de la solución, consecuencia de dividir el problema en zonas mediante la heurística presentada en la Sección 4. El objetivo es comparar la solución obtenida con la heurística contra el caso sin dividir. De esta forma, se cuantifican las pérdidas asociadas a la división de los casos.

La heurística se presenta como alternativa para la resolución del problema ya que sus dimensiones hacen que no se pueda abordarlo completo. Es por ello, que para medir las pérdidas asociadas a la zonificación, se utilizan tres casos reducidos de 50 clientes y 6 vehículos. Los problemas utilizados son lo suficientemente chicos para poder obtener soluciones factibles sin dividir, y lo suficientemente grandes para que la zonificación en 6 zonas tenga sentido.

Para evaluar qué tan perjudicial para la función objetivo del modelo es realizar la partición mediante la heurística, se debe hallar la mejor solución posible para el caso sin zonificar. Por lo tanto, estos casos se ejecutan durante 4 horas, con el fin de no condicionar el resultado a los tiempos de ejecución.

Los resultados numéricos se presentan en la Tabla 5, en esta se comparan los costos de la función objetivo, los kilómetros y el tiempo total insumido en el recorrido en cada caso. Además, se observa la diferencia porcentual entre los costos de la solución con partición y sin partición calculada de la siguiente manera: $(\frac{Costo_{Particionado} - Costo_{SinParticuar}}{Costo_{SinParticuar}} \times 100)$.

| Día | Sin zonificar | | | Zonificando | | | Dif. Costo |
|-----|---------------|-------------------|-------|-------------|-------------------|-------|------------|
| | Km | Min. de recorrido | Costo | Km | Min. de recorrido | Costo | |
| 1 | 520 | 750 | 9367 | 544 | 778 | 9783 | 4,4 % |
| 2 | 568 | 863 | 10224 | 662 | 802 | 11909 | 16,5 % |
| 3 | 310 | 559 | 5587 | 343 | 598 | 6178 | 10,6 % |

Tabla 5: Resultados con vs sin heurística

En promedio, para los casos estudiados, la división del problema presenta costos 10,5 % mayores que resolver el problema entero. Una mejor ilustración de los costos se observa en la Figura 11, donde por día de operación se muestran los costos sin zonificar y zonificando. Es esperable obtener costos mayores mediante la zonificación, ya que, al dividir el problema, las soluciones factibles están contenidas dentro del problema sin zonificar. Por ende, la solución óptima encontrada en el caso dividido existe como solución factible dentro del caso sin descomposición. Concluyendo que la solución del problema completo debe ser

mejor o igual al caso cuando se aplica la heurística.

Por otro lado, aunque la partición mediante la heurística presenta mayores costos, tiempos de recorrido y kilómetros, no necesariamente es algo negativo, ya que se resuelve un problema complejo en fracciones de segundo, consiguiendo soluciones de buena calidad respecto al valor objetivo en comparación a las obtenidas resolviendo el problema entero en 4 horas.

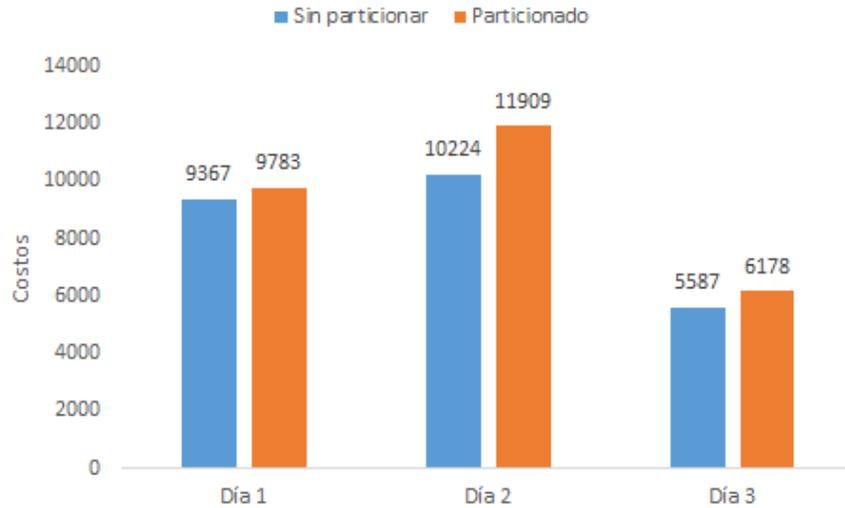


Figura 11: Costos por día comparación

5.3. Análisis de tiempo de resolución

En el contexto de trabajo del caso de estudio, el tiempo límite aceptable para obtener una solución es de 20 minutos. De todas formas, obtenerla antes está asociado a considerables beneficios operativos. Es por esto que se analiza cómo evoluciona la solución en función del tiempo para entender su comportamiento y el costo-beneficio de considerar tiempos de resolución menores.

Para este análisis, se resuelve aplicando la heurística cada zona con un tiempo límite de 20 minutos para tres días de operación. Luego, se registran los valores de la función objetivo cada 100 segundos. En la Figura 12 se grafica la variación de la función objetivo (con respecto al valor de la función objetivo en 100 segundos) en función del tiempo. Esto se calcula como el porcentaje: $\left(\frac{\text{valor}F.O.(t=100)}{\text{valor}F.O.t} - 1\right) \times 100$

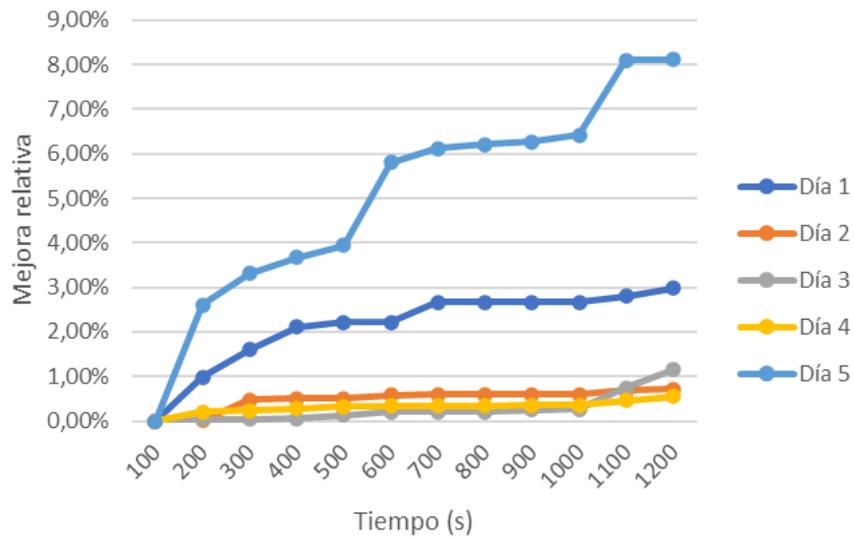


Figura 12: Mejora de solución en función de tiempo de resolución

Se concluye que si bien disminuye el costo total con el tiempo, esta disminución es relativamente pequeña. De ser cuantificables los beneficios operativos que surgen de una resolución temprana del modelo se puede determinar el tiempo adecuado de corte.

A efectos de este caso de estudio se utilizarán 600 segundos como tiempo límite de resolución, ya que se considera que a partir de este punto la mejora de la solución es poco significativa.

6. Análisis de sensibilidad

En esta sección se presentan los casos de análisis de sensibilidad. Para cada uno se utilizan dos casos base. El primero es el mismo en todos los análisis y corresponde al "Día 1" de operación. El otro caso base varía según el análisis (Días 2 a 5) y fue elegido con el fin de destacar cierta tendencia del comportamiento o caso particular. Los datos de los casos base corresponden a zonas de días de operación reales. El primer estudio es sobre el tiempo de traslado entre clientes (Sección 6.1). Los mismos se aumentan y disminuyen porcentualmente para todos los caminos. El segundo estudio corresponde a la variación de las ventanas de tiempo de los clientes (Sección 6.2), estas se alteran porcentualmente con respecto a la duración de cada una. El tercer análisis es sobre el costo de la hora extra (Sección 6.3), este se modifica porcentualmente tomando como referencia el del caso base. En el último análisis (Sección 6.4) se estudian las variaciones de la hora límite en la cual se empiezan a contabilizar las horas extras.

6.1. Tiempo de traslado

El tiempo de traslado es un parámetro que en la realidad presenta cierta variabilidad. Esto es debido a factores externos que pueden ser clasificados como recurrentes o no recurrentes. En [17] se definen como recurrentes aquellos eventos que se repiten con una frecuencia determinada y son consecuencia del diseño y demanda vial; mientras que los no recurrentes son causados por eventos temporales transitorios, un ejemplo de esto son los accidentes de tránsito.

Para analizar cómo afecta la variabilidad en el tiempo de traslado se consideran dos casos base. Para estos, se modifican los tiempos de traslado de a 25 %, empezando en una disminución del 75 % hasta un aumento del 75 %. Los resultados del Día 1 se presentan en la Tabla 6, donde se observan para cada caso en cuestión, el costo total de la solución, los kilómetros totales recorridos por vehículo y los minutos de tiempo extra insumidos para cada uno.

Se observa que los casos no presentan una variabilidad de costos considerable aunque sí se identifica una leve tendencia a aumentar los kilómetros recorridos según aumenta el tiempo de traslado.

| Caso | Costo total | Km total | Vehículo 1 | | Vehículo 2 | |
|--------|-------------|----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | | | Km | Min extra | Km | Min extra |
| - 75 % | 2003 | 111,3 | 43,9 | 0 | 67,4 | 0 |
| - 50 % | 2003 | 111,3 | 43,9 | 0 | 67,4 | 0 |
| - 25 % | 2025 | 112,5 | 45,0 | 0 | 67,5 | 0 |
| Base | 2061 | 114,5 | 47,2 | 0 | 67,3 | 0 |
| + 25 % | 2052 | 114,0 | 49,0 | 0 | 65,0 | 0 |
| + 50 % | 2074 | 115,2 | 60,2 | 0 | 55,0 | 0 |
| + 75 % | 2079 | 115,2 | 60,2 | 0 | 55,3 | 0 |

Tabla 6: Resultados de análisis de tiempo de traslado: Día 1

Reafirmando la tendencia del Día 1, para el Día 2 los kilómetros también aumentan según crece el tiempo de traslado. Los resultados se muestran en la Tabla 7, análoga a la Tabla 6. Esto puede explicarse ya que, cuando los tiempos de traslado entre puntos son bajos descienden las posibles rutas en las que puede existir tiempo extra. Dando lugar a una mayor cantidad de rutas factibles, aumentando así las probabilidades de encontrar rutas que insuman menos kilómetros.

| Caso | Costo total | Km total | Vehículo 1 | | Vehículo 2 | |
|--------|-------------|----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | | | Km | Min extra | Km | Min extra |
| - 75 % | 5157 | 286,5 | 49,2 | 0 | 237,3 | 0 |
| - 50 % | 5274 | 293,0 | 56,9 | 0 | 236,1 | 0 |
| - 25 % | 6070 | 338,7 | 211,4 | 0 | 127,3 | 0 |
| Base | 6138 | 341,0 | 212,8 | 0 | 128,2 | 0 |
| + 25 % | 6230 | 344,3 | 218,8 | 0 | 125,5 | 3 |
| + 50 % | 7305 | 343,8 | 212,7 | 0 | 131,1 | 101 |
| + 75 % | 8327 | 344,1 | 211,3 | 30 | 132,8 | 164 |

Tabla 7: Resultados de análisis de tiempo de traslado: Día 2

Se observa que la secuencia con 75 % menos de tiempo de traslado recorre 16 % menos kilómetros que la del caso base. A modo de comparación, se evalúa esta secuencia con los tiempos de traslado del caso base. Esto genera un costo de \$7170, considerablemente mayor

que los \$6138 del caso base. Este aumento en el costo se explica por el tiempo extra en el que se pasa a incurrir producto del aumento de los tiempos de traslado. De hecho, realizando este mismo análisis pero con la secuencia del caso de tiempos 75 % mayores, el costo es de \$6370. De igual forma, la secuencia es peor que la del caso base, pero considerablemente mejor que la de tiempos 75 % menores. Ya que, a pesar de recorrer más kilómetros, el tiempo extra no aumenta. Los resultados se presentan en la Tabla 8, donde se observa para cada una de las soluciones los kilómetros recorridos, el tiempo extra y costos asociados, tanto para los tiempos de traslado modificados como los del caso base.

| Solución | Kilómetros | Tiempos traslado modificados | | Tiempos traslado C.B. | |
|----------|------------|------------------------------|-------|-----------------------|-------|
| | | Tiempo extra | Costo | Tiempo extra | Costo |
| - 75 % | 286,5 | 0 | 8327 | 183 | 7170 |
| + 75 % | 344,1 | 194 | 5157 | 16 | 6370 |

Tabla 8: Costo de secuencia según tiempos de traslado

La primer conclusión que se desprende de este análisis es que si existe una reducción significativa en los tiempos de traslado se recorren menos kilómetros, ya que permite la libertad de escoger rutas que de otra forma implicarían costos de tiempo extra. También se concluye que los aumentos en tiempos de traslado no impactan de forma directa en los kilómetros recorridos pero sí en el costo total, lo que es razonable ya que se incurre en más tiempo extra.

6.2. Ventanas de tiempo

Las ventanas de tiempo suelen definirse por la disponibilidad de los clientes, aunque en ocasiones son impuestas por políticas de la empresa o negociaciones con los clientes. Ejemplos de esto son zonas de la ciudad en las que se decide entrar solo en ciertos horarios o clientes que atienden más rápido en la mañana ya que hay menos espera. Cual sea el motivo, las mismas pueden variar con el paso de los días.

En este análisis se estudia la solución a efectos de los cambios en las ventanas de tiempo. Para esto, se varían las mismas porcentualmente reduciéndolas en un 10 %, 25 % y 50 %, y aumentándolas análogamente. Por ejemplo, una ventana horaria de 08:00 a 11:00 que se reduce un 25 % pasa a quedar de 08:22 (12,5 % más) a 10:37 (12,5 % menos).

Los resultados para el Día 1 se presentan en el Anexo VI, no se observa una relación entre la variabilidad de las ventanas horarias y la solución, más allá de un leve aumento en

los kilómetros recorridos.

Se estudia también el caso del Día 3, los resultados del mismo se pueden ver en la Tabla 9. Para este día existe una variabilidad de kilómetros entre casos, aunque si se compara con el caso base es pequeña (alrededor de un 3%).

| Caso | Costo total | Km total | Vehículo 1 | | Vehículo 2 | |
|--------|-------------|----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | | | Km | Min extra | Km | Min extra |
| + 50 % | 5040 | 280,0 | 199,3 | 0 | 80,7 | 0 |
| + 25 % | 5040 | 280,0 | 199,3 | 0 | 80,7 | 0 |
| + 10 % | 5040 | 280,0 | 199,3 | 0 | 80,7 | 0 |
| Base | 5040 | 280,0 | 199,3 | 0 | 80,7 | 0 |
| - 10 % | 5040 | 280,0 | 199,3 | 0 | 80,7 | 0 |
| - 25 % | 5221 | 290,1 | 197,8 | 0 | 92,3 | 0 |
| - 50 % | 6965 | 301,0 | 198,0 | 77 | 103,0 | 63 |

Tabla 9: Resultados de análisis de ventanas horarias: Día 3

Una explicación del aumento de los kilómetros con la reducción de las ventanas horarias es que rutas buenas que antes eran factibles dejan de serlo, por lo que se debe optar por caminos más largos. Un ejemplo de esto se ve en el Día 3 para el cliente C-52025, este tiene una ventana horaria desde 08:00 (minuto 0) hasta las 14:00 (minuto 360) y tiempo de servicio de 32 minutos. En el mapa de la Figura 13, (caso base, recorrido rojo) se arriba al cliente en el minuto 252. Si se reduce la ventana horaria en 50% pasa a ser desde las 09:30 (minuto 90) hasta las 12:30 (minuto 270). Por lo tanto, si se pretende hacer la misma ruta que en el primer caso no va a ser factible ya que considerando el tiempo de servicio se terminaría de atender en el minuto 284. Esto implica un cambio de ruta en el cual se terminan haciendo más km para contemplarlo (ver Figura 14).

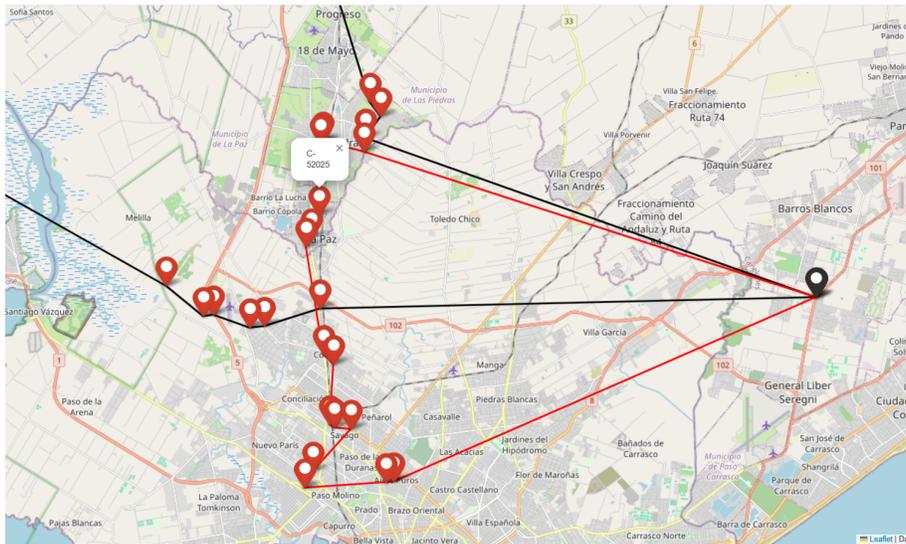


Figura 13: Mapa de recorridos caso base

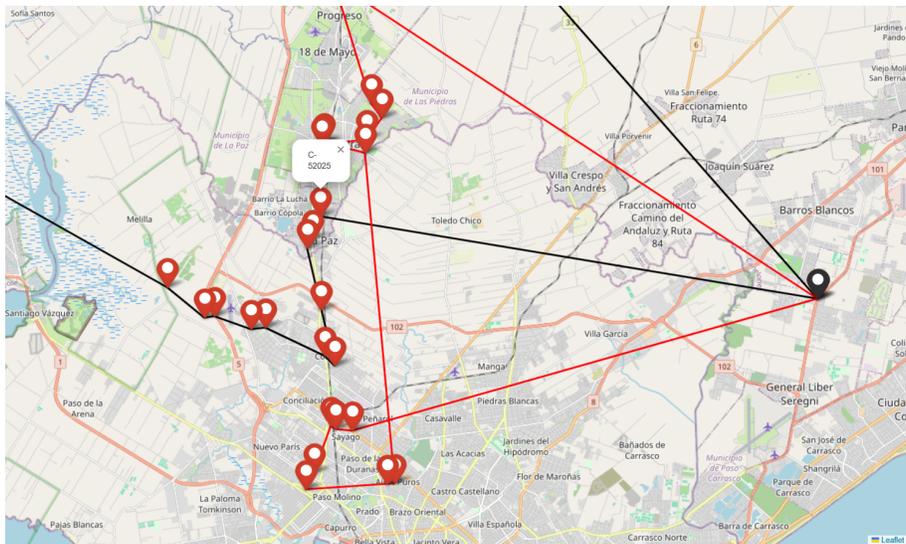


Figura 14: Mapa de recorridos caso reducción 50%

Se concluye que la variabilidad en la solución a raíz de una variación de las ventanas horarias existe pero no es significativa. Además, las ventanas horarias deben variar considerablemente para notar diferencias.

6.3. Costo de tiempo extra

El costo de las horas extras depende directamente de los sueldos de los choferes y acompañantes en los que incurre la empresa. Estos suelen variar en el mediano plazo, por lo que es de interés estudiar cómo potenciales variaciones afectan la solución.

En el caso de estudio, las horas extras se empiezan a contabilizar en el minuto 420 desde que se salió desde el depósito, esto es, a las 15:00. Por lo tanto, cuando el minuto de llegada es mayor a 420, la diferencia son los minutos extras en los que se incurren. Por ejemplo, si se llega en el minuto 465 el tiempo extra es de 45 minutos.

En este análisis se estudian los casos de los días 1 y 4. En estos se varía el costo del minuto extra en 25 %, desde -50 % hasta +50 %. Es interesante el análisis de cada día por separado, ya que el caso base del Día 1 no tiene tiempo extra en ninguno de los vehículos aunque está próximo a tenerlo. Por otra parte, el caso base del Día 4 sí tiene tiempo extra.

Los resultados para el Día 1 se presentan en la Tabla 10. Donde, además del costo, los kilómetros totales y los minutos extra, se agrega el minuto de llegada de cada vehículo al depósito. Se observa que no hay variaciones significativas en las soluciones. Además, no se incurre en tiempo extra en ninguna de ellas, ni siquiera en las que se reduce el costo del mismo, más allá de que el vehículo 2 termina muy próximo al comienzo de la hora extra. Se puede concluir que, para este caso, no se encuentran rutas que recorran menos kilómetros e insuman un mayor tiempo de recorrido de forma tal que valga la pena incurrir en costos de tiempo extra para que el costo total sea menor.

| Caso | Costo | Vehículo 1 | | | Vehículo 2 | | |
|--------|-------|------------|-----------------|------------|------------|----------------|------------|
| | | Km | Min. de llegada | Min. extra | Km | Min de llegada | Min. extra |
| - 50 % | 6160 | 216 | 326 | 0 | 127 | 415 | 0 |
| - 25 % | 6167 | 214 | 317 | 0 | 128 | 416 | 0 |
| Base | 6138 | 213 | 316 | 0 | 128 | 416 | 0 |
| +25 % | 6165 | 217 | 338 | 0 | 125 | 402 | 0 |
| + 50 % | 6138 | 213 | 316 | 0 | 128 | 416 | 0 |

Tabla 10: Resultados de análisis de costo tiempo extra: Día 1

Es interesante el estudio que se desprende del caso del Día 4 ya que en este se parte de la base en la que uno de los dos vehículos tiene tiempo extra, los resultados se presentan en la Tabla 11. Se ve una tendencia en la que cuando el costo del minuto extra descende, los minutos extras aumentan y los kilómetros disminuyen respecto al caso base. Esto indica

que se escogen rutas en las que se insume más tiempo pero se recorren menos kilómetros. Por otro lado, cuando el costo del minuto extra aumenta, los tiempos extras caen y los kilómetros recorridos aumentan, esto indica la elección de rutas más rápidas.

| Caso | Costo | Vehículo 1 | | | Vehículo 2 | | |
|--------|-------|------------|-----------------|------------|------------|----------------|------------|
| | | Km | Min. de llegada | Min. extra | Km | Min de llegada | Min. extra |
| - 50 % | 6530 | 190 | 321 | 0 | 128 | 568 | 148 |
| - 25 % | 6943 | 190 | 321 | 0 | 128 | 568 | 148 |
| Base | 7259 | 194 | 381 | 0 | 142 | 530 | 110 |
| +25 % | 7500 | 206 | 422 | 2 | 133 | 506 | 86 |
| + 50 % | 7615 | 204 | 413 | 0 | 132 | 516 | 96 |

Tabla 11: Resultados de análisis de costo tiempo extra: Día 4

Esto se puede entender como un compensación entre tiempo extra y kilómetros recorridos, una representación más clara se ve en la Tabla 12, la cual muestra la relación entre minutos extra y kilómetros recorridos, así como la relación de sus costos para cada caso. Lo que se observa en la misma es que cuando los minutos extra son económicos relativos a los kilómetros (rojo en la primera columna) entonces se prioriza hacer pocos kilómetros. Mientras que cuando el costo del minuto extra es alto en comparación con el de recorrer un kilómetro (verde) se opta por rutas más rápidas y balancear mejor la flota.

| Caso | (Min extras)/ (Km recorridos) | (Costo min extra)/(Costo Km) |
|--------|-------------------------------|------------------------------|
| + 50 % | 0,29 | 0,92 |
| + 25 % | 0,26 | 0,77 |
| Base | 0,33 | 0,61 |
| - 25 % | 0,46 | 0,46 |
| - 50 % | 0,46 | 0,31 |

Tabla 12: Relación entre costos de minuto extra y kilómetros recorridos

6.4. Hora de comienzo de tiempo extra

El momento en que se comienzan a contabilizar las horas extras está sujeto a los contratos de trabajo de los choferes. Se realiza el estudio de como variaciones en esto pueden

afectar la solución.

Como se menciona en la Sección 6.3 el caso base considera como limite para empezar a contabilizar horas extras las 15:00, lo que equivale al minuto 420 después de salir del depósito. Este parámetro se varía en 30 minutos desde 300 (2 horas menos) hasta 510 (1 hora y media más). Se utilizan los casos base del Día 1 y el Día 5.

Se presentan los kilómetros recorridos y minutos extra de las soluciones en las Tablas 25 y 26 en el Anexo VII. La Tabla 13 muestra el tiempo de recorrido para cada vehículo en cada solución, o lo que es equivalente, la hora en la que cada uno llega al depósito.

| Caso | Día 1 | | Día 5 | |
|------|------------|------------|------------|------------|
| | Vehículo 1 | Vehículo 2 | Vehículo 1 | Vehículo 2 |
| 300 | 305 | 421 | 307 | 397 |
| 330 | 332 | 402 | 303 | 407 |
| 360 | 365 | 366 | 355 | 356 |
| 390 | 351 | 423 | 327 | 382 |
| 420 | 316 | 416 | 319 | 383 |
| 450 | 305 | 428 | 289 | 417 |
| 480 | 305 | 428 | 388 | 314 |
| 510 | 305 | 428 | 387 | 320 |

Tabla 13: Tiempos de recorrido

La Figura 15 muestra la diferencia en valor absoluto de los tiempos de recorrido en función de la hora de comienzo del tiempo extra. En esta se presenta un mínimo en 360 minutos para ambos días. Indicando que este caso es cuando la flota está mejor balanceada en tiempos, esto es que los tiempos de recorrido de cada camión son similares [23].

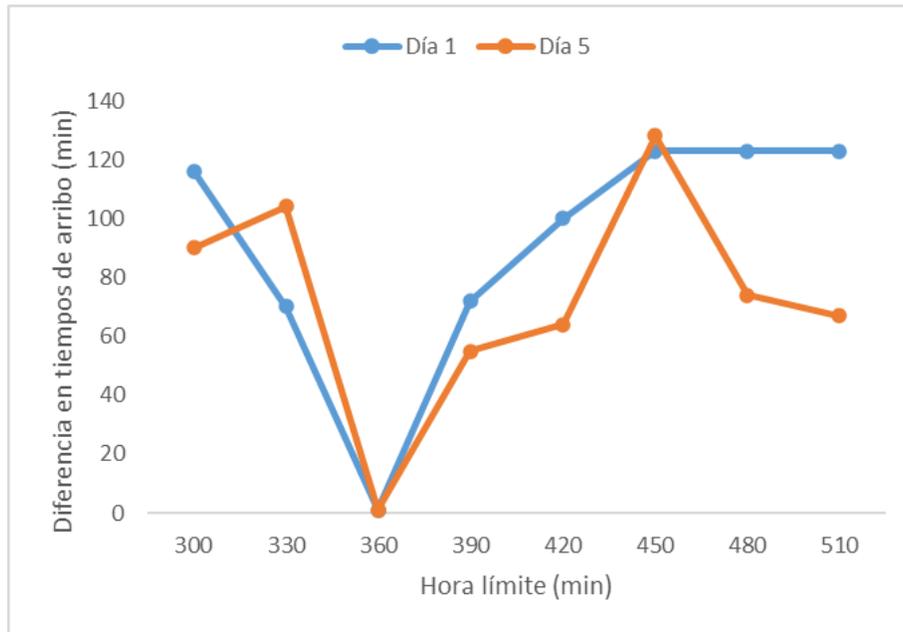


Figura 15: Diferencia absoluta de tiempos de traslado entre vehículos

El balance de la flota ayuda a minimizar los tiempos extras totales, de todas formas, presenta máxima utilidad en 360. Se evalúa la solución de este caso, en que el balance de tiempo es casi perfecto, con las otras horas límite consideradas. Se observa que los costos utilizando la secuencia obtenida para la solución de 360 son mayores que para la solución obtenida por el solver en todos los otros casos, los resultados se muestran en el Anexo VII

Este resultado da la pauta de que, para el resto de los casos, es mejor optar por rutas que impliquen menos kilómetros que balancear la flota para reducir tiempos extra. Esto se aplica tanto para los casos en que la hora límite es mayor que 360 minutos como menor. Este fenómeno se observa en la Figura 16, la misma muestra los kilómetros recorridos en la solución de cada caso.

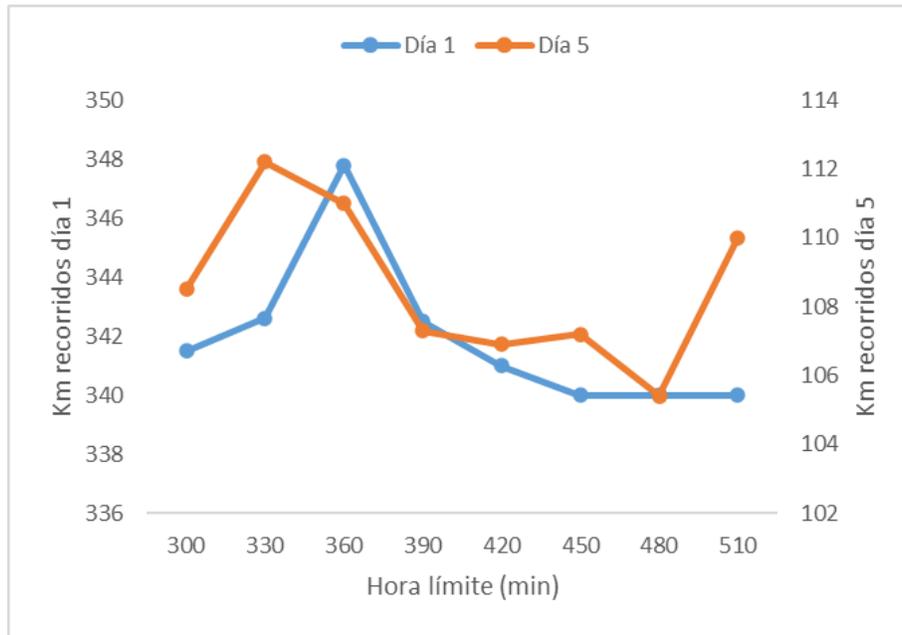


Figura 16: Km recorridos en función de caso de estudio

Se concluye que la calidad de una solución balanceada depende de la hora límite considerada, resultando efectiva para horas límite particulares.

7. Comparación de resultados

Esta sección se divide en dos partes. En la primera parte (Sección 7.1), se compara para 5 días de operación, la solución del modelo aplicando la heurística con la operación ocurrida esos mismos días. En la segunda parte (Sección 7.2), se contrasta la solución del modelo con la solución de un sistema de gestión de transporte. En este caso, se utilizan 5 días diferentes a los utilizados previamente. Además, el tiempo de ejecución es el mismo que el utilizado por el TMS en cada caso.

7.1. Comparación con solución implementada en la realidad

La operativa ocurrida en la empresa del caso de estudio para los días que se analizan es mediante zonas fijas estipuladas por la empresa y con un vehículo por cada zona. Asimismo, no se utilizó ningún sistema de planificación de rutas para crear las mismas, las secuencias fueron creadas por los choferes en base a su experiencia.

Para poder comparar la solución del modelo con lo ocurrido se calculan los costos de igual forma que la función objetivo (9). Para esto, se utilizan los kilómetros recorridos por la flota de vehículos y los minutos extras insumidos. Estos datos se obtienen de los registros de los GPS de los vehículos.

Es importante aclarar que en la realidad ocurren otros eventos además del servicio a los clientes, como pueden ser cargar combustible o realizar retiros. Estos no son contemplados en el modelo pero influyen en los costos totales ya que insumen tiempo o resultan en desvíos que implican más kilómetros.

Para contemplarlos, y así lograr una comparación más representativa, se releva su frecuencia y el tiempo que insumen con el fin de estimar su impacto. Se considera un tamaño de flota de K vehículos. Diariamente la mitad de la flota carga combustible, insumiendo en promedio 12 minutos ($T_{combustible} = 12 \times \frac{K}{2}$). Un cuarto de la flota realiza traslados que en promedio representan 50 minutos ($T_{traslados} = 50 \times \frac{K}{4}$), además estos traslados, a diferencia de las otras actividades insumen en promedio 56 km por día extras ($Km_{traslados} = 56 \times \frac{K}{4}$). También, existen otras actividades variadas que requieren en promedio 15 minutos a cada vehículo ($T_{otros} = 15 \times K$). Finalmente, para que la comparativa sea más precisa, se le suman a la solución del modelo minutos y kilómetros en función del tamaño de la flota utilizada cada día.

| Día | Solución Real | | | Solución Modelo | | | Dif. Costo |
|-----|---------------|------------|--------------|-----------------|------------|--------------|------------|
| | Km | Min. extra | Costo total | Km | Min. extra | Costo total | |
| 1 | 1195 | 185 | 23545 | 973 | 133 | 18977 | 24,1 % |
| 2 | 994 | 241 | 20543 | 863 | 168 | 17382 | 18,2 % |
| 3 | 950 | 471 | 22281 | 908 | 386 | 20590 | 8,1 % |
| 4 | 1461 | 575 | 32623 | 1271 | 543 | 28851 | 13,1 % |
| 5 | 1055 | 213 | 21333 | 879 | 235 | 18407 | 15,9 % |

Tabla 14: Comparación entre Realidad y Modelo

Se observa que, para los 5 días estudiados, los costos de la solución del modelo son en promedio 15,8 % menores que los asumidos en la operativa, como se observa en la columna “Dif. Costo” de la Tabla 14 ($\frac{Costo_{Real}-Costo_{Modelo}}{Costo_{Modelo}} \times 100$). Más allá de que se contemplan costos extras en la operativa, suceden eventualidades que al momento del estudio no tenían trazabilidad. Por ende, no se puede estimar su frecuencia ni contemplar en el valor del costo extra. Ejemplos de estos pueden ser, un cliente cerrado y tener que volver más tarde o calles cortadas. De todas formas, se estima que, contemplar estas eventualidades no cambian el hecho de que el modelo proporciona una mejor solución que la aplicada en la realidad, sugiriendo rutas mas cortas y que insumen menor tiempo, lo que se traduce en menos costos.

7.2. Comparación con TMS

El objetivo de esta sección es comparar los resultados obtenidos por el modelo desarrollado con los arrojados por el TMS que utiliza la empresa. El nombre del software utilizado no se revela por cuestiones de confidencialidad.

El TMS cumple la función de controlar y optimizar los flujos de transporte de la empresa [4]. El sistema sugiere al usuario una o varias soluciones al problema de ruteo buscando la opción más económica y cumpliendo con las restricciones de los pedidos, clientes o parámetros establecidos. Una vez definidas las rutas el TMS permite realizar el seguimiento de los vehículos y de las entregas. Además, los sistemas pueden contar con otros módulos adicionales que extienden su utilidad, como la gestión de documentos de vehículos.

Para realizar la comparación, se seleccionan 5 días de operación continua y se resuelven en el software de ruteo y en el modelo desarrollado. Luego, se evalúa el costo del día de operación, los kilómetros recorridos y el tiempo extra insumido para cada solución.

Para que los resultados sean comparables se utilizan los mismos tiempos límite de re-

solución en ambos casos. Primero se genera la solución del TMS y se mide el tiempo de resolución, ya que el mismo no es parametrizable como si lo es cuando se resuelve el modelo. Luego, se ejecuta el modelo con el mismo caso y se limita el tiempo de resolución al solver para que insuma un menor o igual tiempo al insumido por el TMS. La restricción en el tiempo de resolución del modelo puede afectar la calidad de la solución, arrojando mayor cantidad de kilómetros recorridos o tiempo extra insumido lo que aumenta el costo de la función objetivo. La pérdida de calidad consecuente de una resolución más rápida se estudia en la Sección 5.3.

En la Tabla 15 se presentan los resultados numéricos obtenidos para cada caso. Se observa en la última columna la diferencia porcentual entre los costos totales de cada día. En 4 de los 5 casos estudiados se obtiene un costo total menor por parte del modelo desarrollado, a excepción del día 9 (Tabla 15) el cual el TMS se encuentra un 5,5% por debajo. En promedio, el modelo presenta una solución 11,6% más económica según la función objetivo elegida (9). Esto se observa en la columna “Dif Costo” de la Tabla 15 que se calcula como $(\frac{Costo_{TMS} - Costo_{Modelo}}{Costo_{Modelo}} \times 100)$. Lo que lleva a concluir que en este contexto, el modelo desarrollado presenta mejores soluciones que el TMS.

Luego de la conclusión anterior, no se debe obviar que se desconoce la función objetivo utilizada internamente por el TMS ya que el mismo funciona como “caja negra”. Es decir, que no se conoce información sobre qué se busca minimizar al resolver los casos. Es por ello que, aunque 4 de los 5 casos presentaron mejor solución en este contexto, no se concluye que el modelo desarrollado sea mejor que el TMS.

Además, el software del TMS no solo permite resolver el VRP, sino que presenta una interfaz para que usuarios y choferes puedan acceder a la información y mapas correspondientes, confirmando las entregas y haciendo seguimiento en tiempo real de los vehículos. Asimismo, cumple otras de las funciones como la gestión y mantenimiento de la flota.

| Día | Clientes | Tiempo resolu- ción (s) | Solución TMS | | | Solución Modelo | | | Dif Costo |
|-----|----------|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|
| | | | Km | Min extra | Costo | Km | Min extra | Costo | |
| 6 | 174 | 318 | 1208 | 73 | 22547 | 966.4 | 1 | 17405 | 29,5 % |
| 7 | 158 | 300 | 1152 | 10 | 20846 | 1125 | 13 | 20385 | 2,3 % |
| 8 | 178 | 310 | 1079 | 14 | 19576 | 881 | 0 | 15865 | 23,4 % |
| 9 | 155 | 290 | 971 | 0 | 17478 | 988 | 65 | 18501 | -5,5 % |
| 10 | 153 | 350 | 1214 | 0 | 21852 | 1113 | 13 | 20182 | 8,4 % |

Tabla 15: Comparación entre TMS y Modelo

8. Conclusiones y trabajos futuros

En este proyecto se estudia el problema de ruteo de vehículos de una empresa que cuenta con las particularidades de tener productos perecederos, flota de vehículos heterogénea y clientes con ventanas de tiempo. Este problema se modela a través de un modelo de programación lineal entera mixta. Una vez validado el mismo, se analiza para entender cómo varían los tiempos de resolución en función de las dimensiones del problema, es decir la cantidad de puntos a atender. Esto lleva a concluir que es necesario un procedimiento heurístico para poder resolver el problema en un tiempo de computo razonable, eligiendo para ello una técnica de partición en zonas.

Se procede a relevar literatura acerca de heurísticas de partición para luego desarrollar una propia. Esta última posibilita una resolución considerablemente más rápida con aumentos en costos relativamente bajos, de alrededor de un 10,5%. Tras un análisis de la misma, se determina que un tiempo de resolución de 10 minutos es suficiente para obtener soluciones de buena calidad respecto a los costos.

Se continúa con un análisis de sensibilidad del modelo que consta de 4 casos. En el primer análisis se varían los tiempos de traslado entre clientes, aumentando y disminuyendo los mismos. De este se concluye que si existe una reducción considerable en los tiempos de traslado, se reducen los kilómetros recorridos. Esto, debido a que son menos las rutas que insumen tiempo extra lo que da lugar a más rutas factibles que impliquen menos kilómetros.

El segundo análisis evalúa las soluciones cuando existen variaciones en las ventanas horarias para atención. Las variaciones consideradas son en el tamaño de las mismas (más o menos prolongadas). De este se deduce que cuando las ventanas son del entorno de un 50% menores a las del caso base, se obtienen impactos considerables en la solución. Por otro lado, se concluye que aumentar el tamaño de las ventanas horarias no impacta significativamente en las soluciones.

Luego, se estudia la relación entre los costos de tiempo extra y la solución obtenida. Se concluye que la relación entre el costo de tiempo extra y el del kilómetro es determinante en la solución. Obteniendo soluciones con más tiempo extra cuando el costo de este es bajo con relación al costo del kilómetro. Por otro lado, se encuentran soluciones con rutas más rápidas (menos minutos por kilómetro) cuando el costo del tiempo extra es alto en relación al de recorrer un kilómetro.

En el cuarto análisis se varía la hora límite en la cual se empiezan a contabilizar las horas extras. De este se desprende que la calidad de una solución en la cual los tiempos de traslado de los vehículos son balanceados depende de dicha hora. Es decir, que la hora en que se empiezan a contabilizar las horas extras determina si es conveniente o no que los tiempos totales de cada ruta sean similares. Esto, a causa de que en algunos casos implica

menores costos desbalancear los tiempos de recorrido de cada ruta con el fin de recorrer menos kilómetros en total

Por último, se realiza una comparación entre el modelo aplicando la heurística y la solución implementada en la realidad, así como una comparación entre lo primero y un TMS. Para esto, se consideran datos de 10 días de operación consecutivos, utilizando 5 para la primer comparativa y los 5 siguientes para la segunda. Para la primera comparación se considera un costo extra para eventos que ocurren en la realidad y no son contemplados en el modelo. Se observa que los costos aplicando la solución del modelo son menores a los insumidos en la operativa. Esto se cumple para todos los días analizados. Por otra parte, en la comparación entre la solución del modelo y la del TMS se observa que para 4 de los 5 días estudiados la solución del modelo implica un menor costo.

En resumen, considerando los resultados de los análisis y comparativas, se concluye que el modelo en conjunto con la heurística desarrollada arroja soluciones coherentes y competitivas que pueden ser utilizadas para aplicar en la práctica.

Para futuros trabajos se sugieren distintas líneas de investigación. La primera es la aplicación del modelo y heurística de partición para otros casos de estudio. Para una correcta aplicación de la heurística, es necesario un previo análisis en el que se determinen cuáles son los parámetros más adecuados a utilizar según el caso en el que se vaya a aplicar.

Como otra línea de investigación, puede ser conveniente un análisis en el cual, mediante experimentación numérica, se estudie cuáles son las dimensiones adecuadas de la flota de vehículos para el caso de estudio expuesto. Esto implicaría variar tanto la cantidad de vehículos como sus capacidades y características, ya que la calidad de la solución depende de las mismas.

Por último, la exploración en el modelado de eventos recurrentes, como pueden ser cargas de combustible, agregaría valor al trabajo desarrollado en este informe. Asimismo, lo haría indagar en el área de ruteo en tiempo real, esto para considerar eventualidades que ocurren en la operativa como retiros de mercadería no planificados, y así hallar nuevas soluciones en el transcurso del día.

Referencias

- [1] A. Alfiyatin, W. Mahmudy, and Y. P. Anggodo. K-means clustering and genetic algorithm to solve vehicle routing problem with time windows problem. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 11:462, 2018.
- [2] D. L. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvátal, and W. J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press, Oxford, United Kingdom, 1era edition, 2006.
- [3] M. V. Batsyn, E. K. Batsyna, I. S. Bychkov, and P. M. Pardalos. Vehicle assignment in site-dependent vehicle routing problems with split deliveries. *Operational Research*, 21:399–423, 2021.
- [4] S. Blough and H. Troxler. *Modern Technology for Transportation Management*. MercuryGate International Incorporated, 1era edition, 2015.
- [5] S. Ceschia, L. D. Gaspero, and A. Meneghetti. Extending and solving the refrigerated routing problem. *Energies*, 13(23), 2020.
- [6] Y. Cheng and Y. Li. Integrated optimization of multiproduct multiperiod transportation and inventory under a carbon cap constraint for online retailers. *Transportation Safety and Environment*, 3(3):12, 2021.
- [7] N. A. El-Sherbeny. Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University - Science*, 22(3):123–131, 2010.
- [8] P. Factorovich, I. Méndez-Díaz, and P. Zabala. Pickup and delivery problem with incompatibility constraints. *Computers & Operations Research*, 113:104805, 2020.
- [9] M. Fernando, A. Thibbotuwawa, H. N. Perera, and R. C. Ratnayake. Close-open mixed vehicle routing optimization model with multiple collecting centers to collect farmers’ perishable produce. In *2022 International Conference for Advancement in Technology (ICONAT)*, pages 1–8, 2022.
- [10] E. Forsberg and G. Nordqvist. Heuristic clustering methods for solving vehicle routing problems. *KTH Royal Institute of Technology*, pages 12–13, 2023.
- [11] Y. Gao and Z. Sun. Feeder ship routing problem with tidal time windows. In *2022 Winter Simulation Conference (WSC)*, pages 1967–1978, 2022.

- [12] GNU. GNU Linear Programming Kit (GLPK). <https://www.gnu.org/software/glpk/>. Consultado: 18 de diciembre 2023.
- [13] V. H. González and M. A. Rodríguez. Un modelo para evaluar la validación matemática. *Educación Matemática*, 18(3):103–124, 2006.
- [14] Google. Google colab. <https://colab.research.google.com/>, 2023.
- [15] Google. Google distance matrix api. <https://developers.google.com/maps/documentation/distance-matrix/overview>, 2023.
- [16] A. Hasani Goodarzi, R. Tavakkoli-Moghaddam, and A. Amini. A new bi-objective vehicle routing-scheduling problem with cross-docking: Mathematical model and algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 149:106832, 2020.
- [17] D. Hormazábal and E. Adriana. Caracterización de la variabilidad del tiempo de viaje en la ciudad de Santiago, 2016.
- [18] Z. Hussain Ahmed and M. Yousefikhoshbakht. An improved tabu search algorithm for solving heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem with time windows. *Alexandria Engineering Journal*, 64:349–363, 2023.
- [19] IBM. IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. <https://www.ibm.com/docs/en/icos/12.9.0?topic=parameters-relative-mip-gap-tolerance>. Consultado: 24 de enero 2024.
- [20] L. Jiayang, F. Linan, and D. Dongyan. A new route optimization approach of cold chain logistics distribution based on fresh agricultural products. In *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pages 6652–6657, 2018.
- [21] A. S. Khan. A vehicle routing problem and product quality embedded with a scalable reconfigurable manufacturing system. In *2021 IEEE International Symposium on Systems Engineering (ISSE)*, pages 1–8, Vienna, Austria, 2021.
- [22] R. Kramer, J.-F. Cordeau, and M. Iori. Rich vehicle routing with auxiliary depots and anticipated deliveries: An application to pharmaceutical distribution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 129:162–174, 2019.
- [23] M. N. Kritikos and G. Ioannou. The balanced cargo vehicle routing problem with time windows. *International Journal of Production Economics*, 123(1):42–51, 2010.
- [24] G. Laporte. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4):408–416, 2009.

- [25] S. Y. Lee, S. R. Han, and B. D. Song. Simultaneous cooperation of refrigerated ground vehicle (rgv) and unmanned aerial vehicle (uav) for rapid delivery with perishable food. *Applied Mathematical Modelling* 106, 2022.
- [26] C. Manterola et al. Revisión sistemática de la literatura. qué se debe saber acerca de ellas. *Cir Esp*, 91:149–155, 2013.
- [27] A. Meneghetti and S. Ceschia. Energy-efficient frozen food transports: the refrigerated routing problem. *International Journal of Production Research*, 58(14):4164–4181, 2020.
- [28] G. Niranjani and K. Umamaheswari. Minimization of sustainable-cost using tabu search for single depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows. *Wireless Personal Communications*, 126(2):1481–1514, 2022.
- [29] J. A. Noguera, H. H. Riaño, and J. L. Pereira. Hybrid pso-ts-chr algorithm applied to the vehicle routing problem for multiple perishable products delivery. In J. Figueroa-García, J. Villegas, J. Orozco-Arroyave, and P. M. Duque, editors, *Applied Computer Sciences in Engineering. WEA 2018*, volume 916 of *Communications in Computer and Information Science*. Springer, Cham, 2018.
- [30] P. Penna, A. Subramanian, L. Ochi, T. Vidal, and C. Prins. A hybrid heuristic for a broad class of vehicle routing problems with heterogeneous fleet. *Annals of Operations Research*, 273, 2019.
- [31] V. Rayward-Smith, I. Osman, C. Reeves, and G. Simth. *Modern Heuristic Search Methods*. 1996.
- [32] A. Robbes, Y. Kergosien, and V. André. Efficient heuristics to minimize the total tardiness of chemotherapy drug production and delivery. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 34(3):785–820, 2022.
- [33] J. Rodríguez-Melquiades, E. Lujan, and F. Segura. *An Integrated Model for Locating-Routing in the Goods Delivery and Simultaneous Pickup in the Urban Context*, volume 12952 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Cham, 2021.
- [34] A. Santini, C. E. Plum, and S. Ropke. A branch-and-price approach to the feeder network design problem. *European Journal of Operational Research*, 264(2):607–622, 2018.
- [35] P. Toth and D. Vigo. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, Bologna, Italy, 1era edición, 2002.

- [36] Y. Wang, J. Zhang, X. Guan, M. Xu, Z. Wang, and H. Wang. Collaborative multiple centers fresh logistics distribution network optimization with resource sharing and temperature control constraints. *Expert Systems with Applications*, 165:113838, 2021.
- [37] I. Weiss and C. Schwindt. The resource transfer problem: Modeling and solving integrated scheduling and routing problems. In *2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, pages 755–759, 2016.
- [38] A. Yaghoubi and F. Akrami. Proposing a new model for location - routing problem of perishable raw material suppliers with using meta-heuristic algorithms. *Heliyon*, 5(12):e03020, 2019.
- [39] H. Zhanga, Q. Zhanga, L. Ma, Z. Zhang, and Y. Liu. A hybrid ant colony optimization algorithm for a multi-objective vehicle routing problem with flexible time windows. *Information Sciences* 490, 2019.
- [40] E. Žunić, D. Đonko, H. Šupić, and S. Delalić. Cluster-based approach for successful solving real-world vehicle routing problems. In *2020 15th Conference on Computer Science and Information Systems (FedCSIS)*, pages 619–626, 2020.

Anexos

A continuación, se presentan los documentos que conforman los anexos referenciados a lo largo del informe. En primer lugar, se presenta el Estado del Arte (Anexo I), conteniendo la revisión sistemática bibliográfica realizada. En segundo lugar, se presenta el relevamiento de datos realizado (Anexo II). En tercer lugar, se presentan comparaciones entre los resultados obtenidos por el solver de GLPK y el solver CPLEX (Anexo III). Luego, se muestran los resultados al aplicar la heurística desarrollada (Anexo IV). A continuación, se expone el análisis realizado sobre la posibilidad de realizar las divisiones en zonas fijas (Anexo V). Por último, se presentan los resultados del análisis de sensibilidad al variar las ventanas horarias (Anexo VI) y luego la hora de comienzo del tiempo extra (Anexo VII).

Anexo I: Estado del Arte



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
INGENIERÍA
UDELAR

Optimización de las rutas para la distribución de alimentos congelados

Estado del Arte

Autores:

Santiago Algorta
Tiago Garrel
Tomás Sanz

Tutores:

Dr. Ing. Pedro Piñeyro
Dra. Ing. Libertad Tansini

Montevideo, Uruguay
Febrero 2024

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 71 |
| 2. Fundamentos del VRP | 73 |
| 2.1. Objetivo a optimizar en el VRP | 74 |
| 2.1.1. Costos | 75 |
| 2.1.2. Tiempo | 75 |
| 2.1.3. Satisfacción del Cliente | 75 |
| 2.1.4. Distancia | 76 |
| 2.1.5. Emisiones de CO ₂ | 76 |
| 2.2. Variantes frecuentes del VRP | 76 |
| 2.2.1. Ventanas de Tiempo | 77 |
| 2.2.2. Flota Homogénea o Heterogénea de Vehículos | 77 |
| 2.2.3. Flota Fija o Variable de Vehículos | 78 |
| 2.2.4. Productos Únicos o Variados | 78 |
| 2.2.5. Depósito único o múltiples depósitos | 78 |
| 2.3. Métodos de resolución | 79 |
| 2.3.1. Neighbourhood Search | 80 |
| 2.3.2. Genetic Algorithm | 81 |
| 2.3.3. Tabu Search | 81 |
| 2.3.4. Simmulated Annealing | 81 |
| 3. Revisión Sistemática de la Literatura | 83 |
| 3.1. Metodología | 83 |
| 3.2. Análisis Estadístico | 85 |
| 3.3. Análisis según contenido | 87 |
| 3.3.1. Tradicional | 87 |
| 3.3.2. Producción | 88 |
| 3.3.3. Inventario | 89 |
| 3.3.4. Localización | 90 |
| 3.3.5. Recolección y Entrega | 91 |
| 3.4. Métodos de resolución por categoría | 93 |
| 4. Conclusiones | 95 |

1. Introducción

El objetivo de este documento es presentar un estado del arte del problema de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem o VRP, por sus siglas en inglés) para la distribución de productos perecederos con flota heterogénea de vehículos y con ventanas de tiempo. Dicha literatura está acotada a los resultados de una revisión bibliográfica sistemática [38].

El problema de ruteo de vehículos es una extensión del “problema del viajante” (Traveling Salesman Problema o TSP, por sus siglas en inglés). El mismo consiste en encontrar el recorrido de menor costo para un viajante que debe visitar un conjunto de puntos o ciudades sin repetirlos y finalizar donde comenzó. El TSP es un problema NP-Hard [2], lo que implica una dificultad de resolución exponencial a medida que aumenta el tamaño del problema, es decir, a medida que aumenta la cantidad de puntos de entrega. Es uno de los problemas más investigados en el área de Investigación de Operaciones, y fue un punto de partida para el desarrollo de varios problemas como el VRP [2].

El VRP fue presentado originalmente por G. B. Dantzig y J. H. Ramser en 1959 [11] y se considera una generalización del TSP. El objetivo del problema consiste en, dado un conjunto de clientes dispersos geográficamente y un depósito, determinar el o los subconjuntos de rutas que comiencen y finalicen en el depósito minimizando los costos de distribución totales y satisfaciendo la demanda de todos los clientes [55].

La distribución de productos perecederos tiene un desafío adicional ya que los mismos son sensibles al paso del tiempo y a otras condiciones, como por ejemplo el cambio de temperaturas. Si no son tratados correctamente, son productos que se pueden echar a perder. Es por este motivo que en la distribución de los mismos tomar en cuenta sus condiciones es de crucial importancia para la satisfacción y salud de los clientes [30].

La importancia de los problemas de ruteo de vehículos se desprende principalmente de la necesidad de reducir los costos que insumen las organizaciones en el sector logístico [55]. Para esto se busca mejorar la utilización de los recursos que insumen costos relacionados con el transporte como los tiempos insumidos en el reparto [49] o las emisiones de CO₂ [50]. Además, el problema de ruteo de vehículos se puede integrar con otras operaciones como pueden ser la producción [25], la gestión del inventarios [9] o la recolección y entrega simultánea de productos [15]. Otra utilidad es para la ayuda de toma de decisiones sobre la ubicación de depósitos en una red de suministros [59].

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se definen un conjunto de conceptos claves. Luego, en la Sección 3 se desarrolla una presentación del problema original, algunos objetivos que se buscan optimizar, las restricciones más frecuentes en la literatura estudiada y la exposición de cuatro métodos de resolución que se aplican a dichos modelos. Además, en esta sección se presenta el proceso de búsqueda bi-

bliográfica realizado y un análisis de los resultados de este, presentando una categorización de los artículos obtenidos al realizar la búsqueda. Por último, en la Sección 4 se presentan las conclusiones.

2. Fundamentos del VRP

Para dar una primera formulación, se comenzará con el caso más simple y estudiado de la familia de los VRP que es el CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem, por sus siglas en inglés) o Ruteo de Vehículos con capacidad [55]. También es conocido como *classical VRP* [29].

Dado el grafo $G = (V, A)$ donde $V = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ el conjunto de arcos que une los vértices. Mientras que el vértice 0 corresponde al depósito, los demás representan los clientes a atender. Se cuenta con una flota de K vehículos idénticos de capacidad C basados en el depósito. Cada cliente tiene una demanda no negativa d_i y cada arco A cuenta con un costo no negativo asociado c_{ij} . En definitiva, el CVRP consiste en encontrar un conjunto de rutas que comiencen y finalicen en el depósito y que cada cliente sea visitado solo una vez por un solo vehículo atendiendo la demanda solicitada. Además, la demanda total de una ruta no puede superar la capacidad del vehículo C .

A continuación, se presenta una formulación de programación lineal que modela el problema en cuestión, desarrollada por Toth y Vigo [55].

Para asegurar la factibilidad, se asume que la demanda de cada cliente d_i es menor que la capacidad ($d_i \leq C$) para todo $i \in \{1, \dots, n\}$ y existe una cantidad k de vehículos suficiente para cubrir todas las rutas.

En el modelo, se introduce las variables x_{ij} binarias que toman el valor 1 si el arco (i, j) es escogido, y 0 si no. Además, u_i , con $i \in V \setminus \{0\}$ son variables continuas complementarias que representa la carga del vehículo luego de visitar el punto i .

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K \quad (5)$$

$$u_i - u_j + C \cdot x_{ij} \leq C - d_{ij} \quad \forall i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j, \quad d_i + d_j \leq C \quad (6)$$

$$d_i \leq u_i \leq C \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V \quad (8)$$

La función objetivo (1) busca minimizar el costo total de todas las rutas. Las restricciones (2) y (3) imponen que exactamente un solo vehículo ingresa y sale de cada cliente. Análogamente, las restricciones (4) y (5) establecen la cantidad de salidas y entradas al depósito. Luego, el conjunto de restricciones (6) impone tanto la conectividad de la solución y el requerimiento de la capacidad de los vehículos. Esto se visualiza analizando la restricción en los posibles valores de x_{ij} . Cuando $x_{ij} = 0$, se obtiene que $u_i + d_j \leq C + u_j$, donde $u_i \leq C$ ya que la carga del vehículo luego del cliente i no puede superar la capacidad máxima y es trivial que $d_j \leq u_j$. En cambio cuando $x_{ij} = 1$, donde el vehículo luego de visitado i se traslada directamente al cliente j , se puede ver que $u_j \leq u_i + d_j$. Esto asegura que la carga que contiene el vehículo luego de i sumado a la demanda de j no superen la carga del vehículo al finalizar ambos puntos. Así, asegurando la conectividad de los clientes y la restricciones de capacidad de los vehículos. Finalmente, las restricciones (7) definen los posibles valores de las variables de decisión.

2.1. Objetivo a optimizar en el VRP

La naturaleza de este tipo de problemas ha llevado al desarrollo de diversas variantes en su formulación. Algunos VRPs están diseñados para optimizar un único objetivo [44]

[3] [22], mientras que algunas veces se abordan múltiples simultáneamente [68] [19] [59]. A continuación, se analizarán algunos de los objetivos abordados en la literatura relevada.

2.1.1. Costos

Entre los diversos objetivos abordados en los VRP, la minimización de costos se destaca como el aspecto más repetido en la bibliografía estudiada, con 46 de los 66 artículos encontrados. Minimizar costos es importante, ya que cada vez que las rutas no son óptimas se insume en gastos innecesarios. Además, es una forma de sumar variables con unidades de medidas distintas. Un ejemplo de esto es [70], en este la función objetivo suma los costos operativos por recorrer las rutas con los costos que se insumen por llegar tarde a un destino.

2.1.2. Tiempo

La reducción de los tiempos de entrega es un aspecto fundamental para garantizar la satisfacción del cliente, mejorar la competitividad empresarial y mantener la frescura de los productos congelados durante su transporte [14]. Además, hay situaciones específicas en la distribución de productos congelados donde la complejidad aumenta debido a la coexistencia de flotas propias y flotas tercerizadas. En estos escenarios, la flota tercerizada puede cobrar por el tiempo que se invierte en el transporte, lo que añade un componente financiero directamente relacionado al tiempo a la ecuación [20]. En consecuencia, la reducción del tiempo de transporte no solo implica mejorar la eficiencia y cumplir con los plazos de entrega, sino que también puede tener un impacto directo en los costos operativos [20].

2.1.3. Satisfacción del Cliente

Otro de los objetivos abordados por distintas investigaciones es la satisfacción del cliente, esto es el nivel en que el servicio y/o productos cumplen o superan las expectativas del cliente, buscando su maximización. La satisfacción del cliente depende en gran parte de la calidad del transporte [31], y es por esto por lo que se le da tanta importancia. Una de las formas en que se considera la satisfacción del cliente en la función objetivo es minimizando el nivel de productos deficientes entregados a los clientes como se considera en [26] y en [31]. En estos estudios, se lleva a cabo un modelo bi-objetivo, minimizando por un lado los costos totales y por otro se busca optimizar la calidad de los productos entregados. Análogamente, en [68], se realiza un modelo bi-objetivo, en el que por un lado se minimizan los costos totales de distribución y por otro se intenta maximizar la satisfacción del cliente, en la que se considera la violación de los tiempos de entrega solicitado por el cliente. Otro abordaje de la satisfacción del cliente es brindado por [42], en donde se busca minimizar

la pérdida de la frescura de los productos distribuidos, de manera que sean entregados con la mejor calidad posible.

2.1.4. Distancia

Otra de las variables que se busca minimizar en la literatura es la de la distancia total. Reducir la distancia total recorrida por la flota de vehículos impacta de manera positiva en diferentes áreas como lo pueden ser la reducción de tiempos y costos por kilómetro recorrido o mantenimiento [20]. Además, esta perspectiva es útil a la hora de tomar decisiones sobre la ubicación de puntos en una red de nodos. Se pueden vincular a objetivos sustentables, como en [54] donde se busca minimizar la distancia total con el fin de reducir las emisiones de CO₂ emitidas.

2.1.5. Emisiones de CO₂

En los últimos años el cambio climático ha atraído mucha atención, en especial los gases de efecto invernadero. Entre las distintas medidas que han surgido para reducir las emisiones de los mismos está la de la optimización de en la distribución de productos [34]. En la búsqueda por abordar el desafío del cambio climático y reducir las emisiones de dióxido de carbono (CO₂), algunos países de Europa y China han implementado políticas innovadoras para promover la responsabilidad ambiental de las empresas [7]. Estas naciones han establecido regulaciones o límites a las emisiones, optando por adoptar sistemas de tarificación del carbono, en los cuales se cobra a las empresas en función de la cantidad de CO₂ que emiten durante sus operaciones [7]. Este enfoque, conocido como "impuesto al carbono", busca incentivar a las compañías a reducir su huella de carbono y adoptar prácticas más sostenibles y respetuosas con el medio ambiente. Al penalizar financieramente las emisiones de CO₂, estas políticas fomentan la adopción de tecnologías limpias, mejoras en la eficiencia energética y la búsqueda de soluciones logísticas más ecológicas, creando un impulso significativo hacia la mitigación del cambio climático y la construcción de un futuro más sustentable [20]. Este costo es incluido en las funciones objetivos de 8 de los 66 artículos. Ejemplos de estos se pueden encontrar en los modelos de los artículos [24] y [56].

2.2. Variantes frecuentes del VRP

En la literatura, se puede encontrar una diversidad de variantes al VRP tradicional detallado anteriormente. Un VRP con variantes se lo denota como un Rich Vehicle Routing Problem (RVRP, por sus sigas en inglés) [43]. Estas variantes tienden a aparecer juntas, aumentando la dificultad de la resolución [45]. En esta sección se analizarán los distintos tipos de RVRP que se encuentran en la literatura estudiada.

2.2.1. Ventanas de Tiempo

Una de las restricciones más tratadas es la de las ventanas de tiempo, referida en la literatura como VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows, por sus siglas en inglés). Entregar los productos en las ventanas horarias de cada uno de los clientes es uno de los grandes desafíos del VRPTW. Este problema es afrontado de distintas maneras en la literatura. Se suelen separar en ventanas de tiempo duras y ventanas de tiempo flexibles con penalización [41]. Las ventanas de tiempo más tradicionales, son las ventanas de tiempo duras. Siendo $[e_i, l_i]$ los límites en que el cliente i puede recibir la entrega del pedido, (e_i la hora más temprana y l_i la hora más tardía en que un cliente puede recibir un producto) [65]. Las mismas deben ser respetadas obligatoriamente. Por otro lado, están los que tienen ventanas de tiempo flexibles con penalización, es decir, que se admite que el producto pueda ser entregado fuera del rango horario, pero se penaliza con un costo. Sin embargo, no puede llegar en cualquier horario, sino que lo que se hace es definir una ventana de tiempo permitida más grande que la original $[E_i, L_i]$. Cualquier entrega dentro del rango $[E_i, L_i]$. pero por fuera de $[e_i, l_i]$ resulta en una entrega tardía y reduce la satisfacción del cliente y el nivel de servicio [19]. Este tipo de restricción se suele implementar de la siguiente manera [61]:

$$\begin{aligned} D_i &\geq a_i; \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ T_i &\geq D_i - b_i \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

Donde D_i es el tiempo en que se entrega la mercadería y T_i la demora de la entrega, que es penalizada. Otra variante que se encuentra para esta restricción son las ventanas de tiempo que son la combinación de ambas (fijas y flexibles) como se menciona en [60] en la que se permite que haya un límite inferior de tiempo fijo y un límite superior de tiempo flexible, es decir que no se permiten entregas tempranas, pero sí tardías con un costo de penalización.

2.2.2. Flota Homogénea o Heterogénea de Vehículos

Otra de las variantes que presenta la literatura son las capacidades de los vehículos. En el VRP original, se consideran flotas de vehículos homogéneas, es decir, con idéntica capacidad. En la literatura estudiada se presenta la variante de vehículos con distintas capacidades, es decir de flota heterogénea [18].

2.2.3. Flota Fija o Variable de Vehículos

Las flotas de vehículos pueden ser completamente propias de la empresa, tercerizadas, o una combinación de ambas. Esta variante le agrega la complejidad de coordinar con una empresa tercerizada la necesidad de más vehículos en caso de que sean necesarios [16], pero el beneficio de tener una cantidad de vehículos variable.

2.2.4. Productos Únicos o Variados

Otra de las variantes de los VRP es la entrega de uno o múltiples productos. La importancia de este tipo de problemas es que se pueden obtener considerables reducciones en los costos de transporte cuando distintos tipos de productos son transportados en un mismo vehículo [58]. Un ejemplo de un problema en el cual no se diferencian en ninguna característica los productos que se transportan, lo que es equivalente a transportar un producto único es en [17] donde lo que se recoge son desechos perecederos de granjas. Por otro lado, en el artículo [4] se plantea un problema en el que se tienen distintos productos con diferentes niveles de demanda, inventario y parámetros de producción.

2.2.5. Depósito único o múltiples depósitos

Por último, otra de las variantes que se pueden encontrar en la literatura es la cantidad de depósitos, pudiendo ser uno o múltiples. Un ejemplo de un escenario en el que se tiene un solo depósito es presentado en el artículo [57], para este caso la flota de vehículos en sus recorridos debe comenzar y finalizar en dicho depósito. Por otra parte, la Figura 1 muestra el escenario del modelo presentado en [27] el cual tiene dos depósitos principales (cuadrados amarillos) y dos depósitos auxiliares (círculos amarillos), los rombos y círculos son puntos que atender. En este caso, se separan geográficamente a los clientes (representado con los distintos colores verde, blanco y rojo) y cada depósito será responsable de la distribución de productos en su respectiva zona. De esta manera se logra pasar de un VRP con gran cantidad de clientes, lo cual es complejo al ser un problema NP-Hard como se explicó en la Sección 1, a tres VRPs con menor cantidad de clientes cada uno.

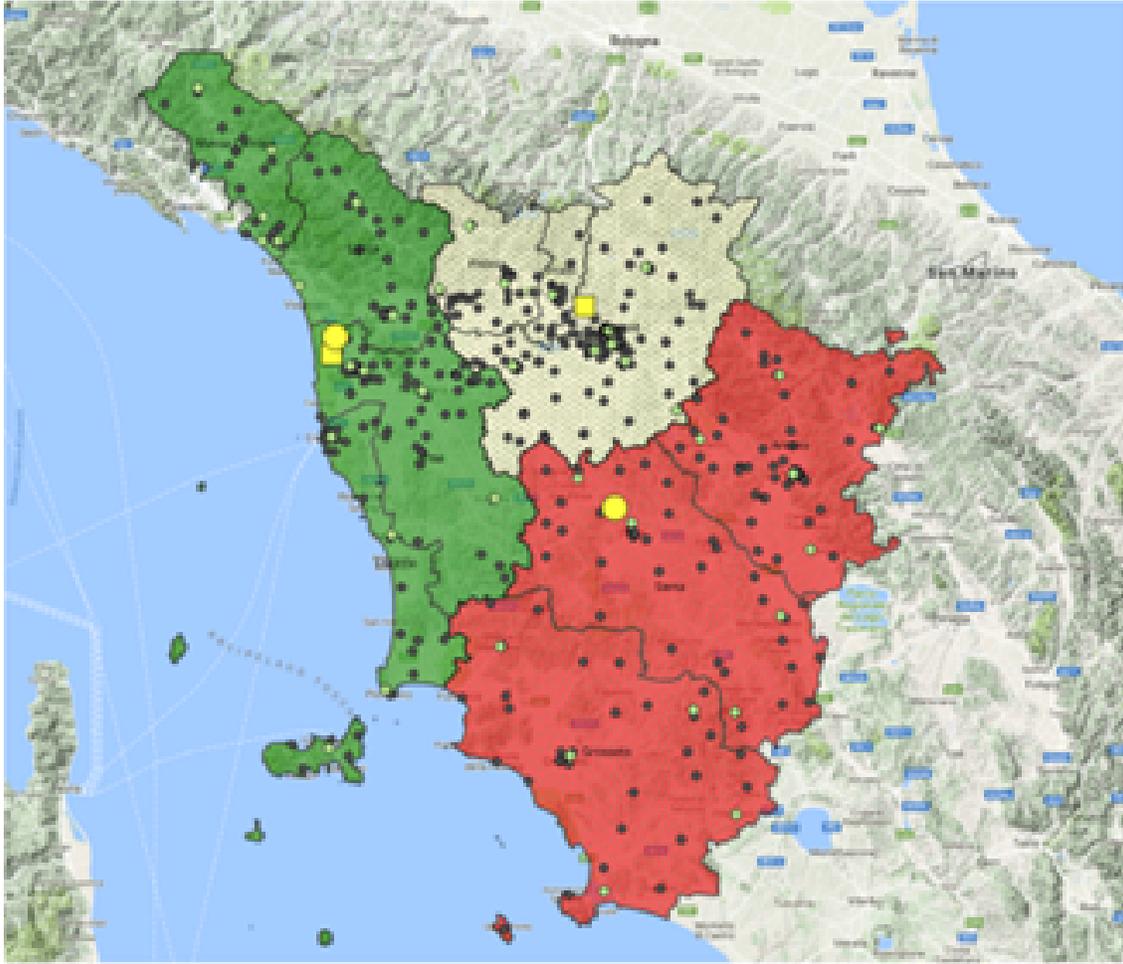


Figura 1: VRP con múltiples depósitos [27]

2.3. Métodos de resolución

Los métodos de resolución de modelos matemáticos se pueden clasificar en exactos o de aproximación. Los primeros son aquellos que hallan la solución óptima del modelo sujeto a sus datos y ecuaciones. Mientras que los segundos no garantizan hallar la solución óptima, pero ayudan a hallar soluciones cercanas a esta [63].

Los métodos exactos se pueden clasificar en tres categorías: basados en relajación Lagrangeana, generación de columnas y programación dinámica. Estos métodos tienen un rendimiento malo en comparación con los métodos de aproximación, ya que en algunos casos pueden tomar días para hallar una solución en problemas relativamente simples [13].

Dentro de los métodos de aproximación se pueden encontrar las heurísticas y metaheurísticas. Por un lado, las heurísticas son definidas en [47] como técnicas que buscan buenas soluciones (cercanas al óptimo) con un costo computacional razonable. Estas pueden dividirse en aquellas que crean rutas desde cero y en las que mejoran soluciones disponibles. A menudo las heurísticas son específicas al problema que resuelven y no pueden ser utilizadas para resolver otros [13]. Por otro lado, las metaheurísticas son definidas en [47] como procesos iterativos generacionales que guían a heurísticas subordinadas mediante la combinación inteligente de diferentes conceptos como pueden ser fenómenos naturales. Además, exploran y explotan los espacios de búsqueda de manera eficiente mediante la utilización de estrategias que estructuran la información, presentando mecanismos para escapar de los óptimos locales. Además, a diferencia de las heurísticas las metaheurísticas son aplicables a cualquier problema.

Los métodos de resolución más frecuentes en la literatura relevada son: Neighbourhood Search (8 veces), Genetic Algorithm (8 veces), Decomposition based heuristics (7 veces), Bio inspired algorithms (7 veces), Tabu Search (5 veces) y Simmulated Annealing (4 veces).

A continuación se presentan las metodologías de cuatro métodos de resolución: Neighbourhood Search, Genetic Algorithm, Tabu Search y Simmulated Annealing.

2.3.1. Neighbourhood Search

El NS (Neighborhood Search, por sus siglas en inglés) se basa en el principio de destruir y recrear soluciones. El concepto principal de búsqueda es sacar parte de la solución y cambiarla por nuevos valores, en el ruteo de vehículos generalmente se le eliminan clientes a la solución y agregan nuevos. Para esto se utilizan distintos operadores de destrucción y construcción los cuales realizan esta tarea en cada iteración [3]. Existe también el ALNS (Adapted Large Neighborhood Search, por sus siglas en inglés), la diferencia del ALNS con el tradicional NS es que a estos operadores se les agregan pesos y la probabilidad de ser seleccionados en la iteración se corresponde con los mismos. Para el algoritmo primero se halla una solución inicial mediante alguna otra heurística, luego se empieza a iterar con un criterio de parada. En cada iteración actúan los operadores antes mencionados para destruir y reconstruir soluciones y también se evalúan las mismas para verificar si es mejor que la mejor actual, de ser mejor se guarda dicha solución como tal [3]. Cuando se utiliza ALNS se puede utilizar lo que se llama un mecanismo de adaptación, este mecanismo modifica los pesos de las heurísticas de destrucción y construcción en cada iteración aumentando los mismos si la solución es buena. Esto se puede evaluar de distintas formas, por ejemplo, si mejora la solución actual o si no ha salido antes [58].

2.3.2. Genetic Algorithm

Un GA (Genetic Algorithm, por sus siglas en inglés) es un método computacional inspirado en los procesos biológicos de la evolución y la selección natural. En un GA, se mantiene una población de soluciones (llamadas cromosomas en el contexto del Genetic Algorithm), junto con un proceso reproductivo que permite seleccionar soluciones padre de la población. A partir de estos padres, se generan soluciones descendientes que exhiben algunas características de cada progenitor [8].

La aptitud de cada solución está relacionada con el valor de una función objetivo, que en este caso es el tiempo total recorrido por todos los vehículos. Similar a los procesos biológicos, las soluciones descendientes con niveles de aptitud relativamente buenos tienen más probabilidad de sobrevivir y reproducirse. Se espera que los niveles de aptitud mejoren en toda la población a medida que evoluciona.

Una vez construida la población inicial, se seleccionan dos cromosomas al azar de la población. Un nuevo cromosoma, se produce mediante determinado procedimiento de cruce o procedimiento de mutación (Ver [8]). Si el nuevo cromosoma es mejor (en términos de optimización) que cualquier cromosoma en la población actual, se incluye y se elimina el peor cromosoma en la población actual de acuerdo a una función de fitness. Este procedimiento se repite hasta que se cumpla un criterio de detención establecido.

2.3.3. Tabu Search

Esta metaheurística se basa en la búsqueda local de soluciones durante un número de iteraciones y/o criterios predeterminados para escapar a óptimos locales. Se realizan búsquedas locales (de vecindad) que toman una posible solución del problema y la compara con sus "vecinos", es decir, soluciones que son muy similares a la misma, intentando encontrar una solución mejor. Su particularidad reside en una "lista tabú", en la misma se registran las soluciones más recientes. Se utiliza para no volver a evaluar soluciones ya evaluadas (estas son referidas como las soluciones "tabú"), eliminando el reproceso de soluciones y mejorando así la búsqueda. La lista tabú es de memoria limitada, esto se debe a que el número de soluciones en la misma es predeterminado, lo que implica que cada vez que se encuentra una nueva solución se actualice la lista añadiéndola y eliminando la más antigua. El largo de dicha lista también determina el proceso de búsqueda, ya que listas más cortas requerirán áreas de búsqueda más pequeñas [22].

2.3.4. Simulated Annealing

Este método se basa en el proceso de recocido de los metales. Este es un proceso de solidificación en el cual la energía del metal disminuye hasta que su temperatura es igual

que la del ambiente, en este momento la temperatura es mínima y el proceso termina. Este algoritmo puede ser muy sensible de los parámetros iniciales y su rendimiento depende fuertemente de estos ya que se debe tener una gran tolerancia a que la solución no mejore en los primeros pasos del algoritmo. Tras definir estos parámetros iniciales, entre ellos la temperatura inicial, se halla una solución inicial con algún método independiente del recocido simulado. Luego, se comienza a iterar hasta alcanzar una temperatura mínima. En estas iteraciones se hallan nuevas soluciones mediante métodos de búsqueda local y se compara con la mejor solución. Tras terminar cada iteración se multiplica la temperatura actual por un parámetro para disminuirla [65]. Más allá de ser un buen método para hallar soluciones tiene el defecto que se pueden perder soluciones buenas, incluso mejores que la que se tiene. Esto es porque se basa en una función de probabilidad para reemplazar soluciones aún cuando la solución hallada no es mejor que la mejor solución actual. De todas formas, la probabilidad de elegir una solución que implique un mayor costo se reduce a medida que aumenta el número de iteraciones [16].

3. Revisión Sistemática de la Literatura

En esta sección se desarrolla la revisión sistemática de la literatura llevada a cabo. La misma se basa en una búsqueda de artículos sobre un problema de ruteo de vehículos de productos congelados y frescos en el que existe un centro de distribución y se cuenta con una flota de vehículos heterogéneos, existen ventanas de tiempo para las entregas a los clientes y sus demandas son conocidas. Se consideraron los artículos publicados desde 2013 hasta 2023, año en que se redacta el presente informe.

3.1. Metodología

Una revisión sistemática de la literatura es caracterizada por ser un proceso documentado y repetible [38]. El proceso utilizado en el presente informe es presentado en la Figura 2, el cual consistió en los siguientes pasos:

- Definir criterios de clasificación de la literatura considerando bases de datos o colecciones sobre las que se realizará la búsqueda. La búsqueda fue realizada para artículos publicados entre 2013 y 2023 con la consulta:

”Vehicle routing problem AND perishable AND time windows AND heterogeneous AND NOT fuzzy AND NOT uncertainty AND NOT stochastic”

- Consolidación de los resultados obtenidos una vez realizadas las distintas búsquedas de acuerdo a los criterios mencionados en el punto anterior. Los repositorios utilizados fueron: IEEEExplore, ScienceDirect, Scopus y SpringerLink.
- Lectura de Títulos y Abstracts para clasificación inicial de las publicaciones de acuerdo a la clasificación definida.
- Verificar que los artículos no tengan incertidumbre en los parámetros, que todos tengan modelo de optimización, flota de vehículos heterogénea y ventanas de tiempo.

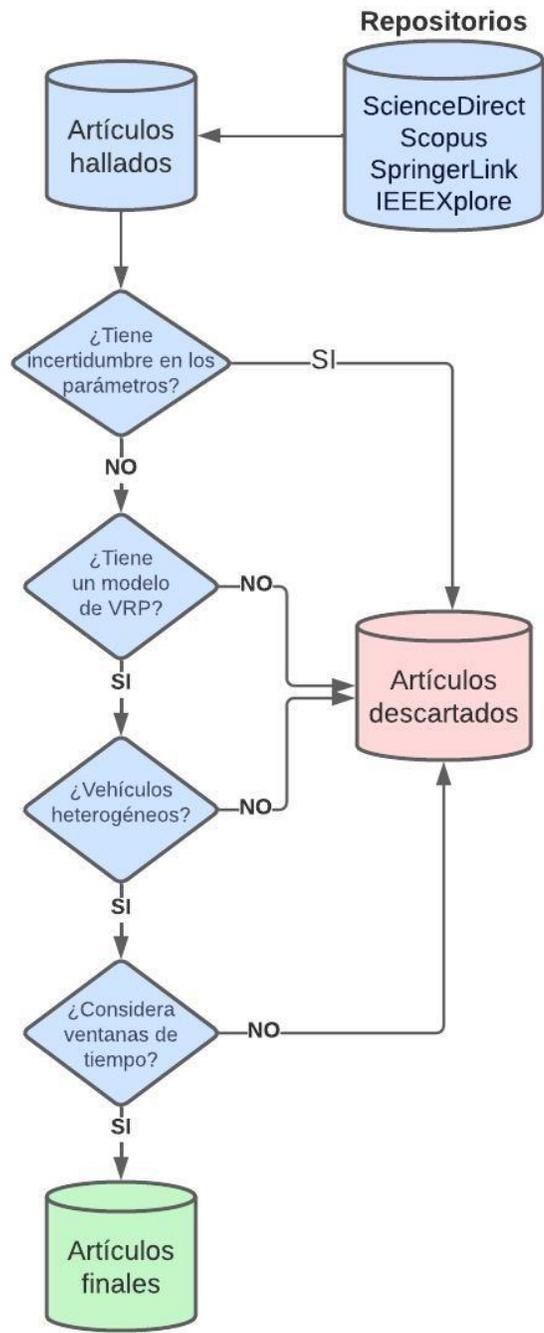


Figura 2: Diagrama de flujo de proceso de búsqueda sistemática

3.2. Análisis Estadístico

Los resultados de la búsqueda sistemática llevada a cabo se muestran a continuación. En la Figura 3 se muestran la cantidad de artículos resultantes por repositorio luego de pasar por los distintos filtros. Además, se llevó a cabo una clasificación de los artículos resultantes en 5 categorías que se muestran en la Figura 4. Estas categorías son: inventario, recolección y entrega, localización, producción y tradicional. El desarrollo de las mismas se llevará a cabo en la Sección 3.3. Por último, en la Figura 5 se muestra la cantidad de artículos por cada categoría por año de publicación de los mismos. En esta se puede ver un aumento de publicaciones en los años más recientes con respecto al tema, lo que podría indicar un aumento de interés en problemas de estas características. La búsqueda se realizó el 15 de mayo de 2023, posible razón por la cual hay solo un artículo en este año.

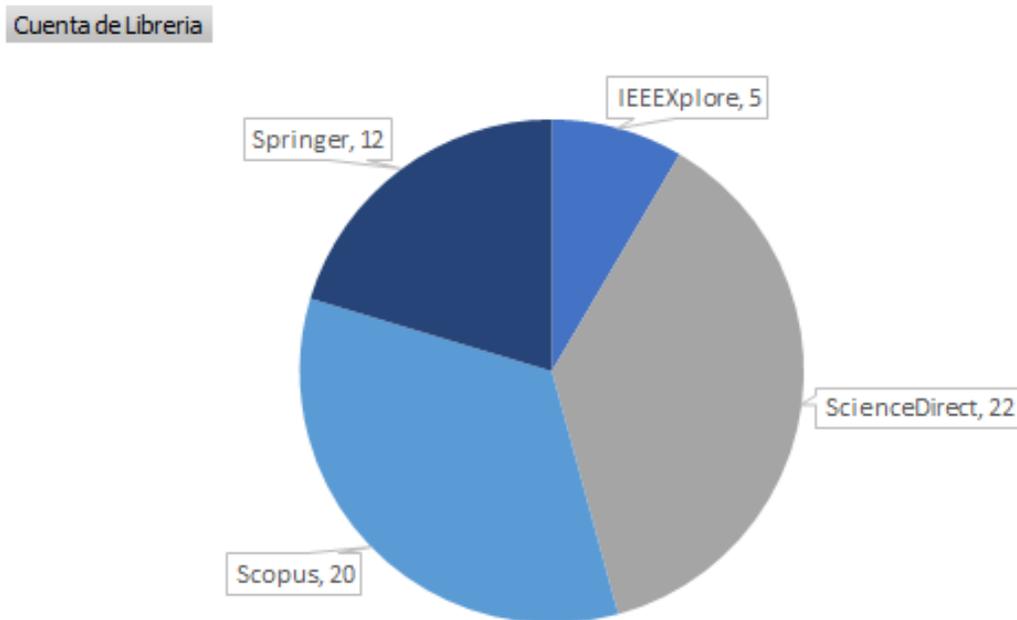


Figura 3: Recuento de artículos por librería

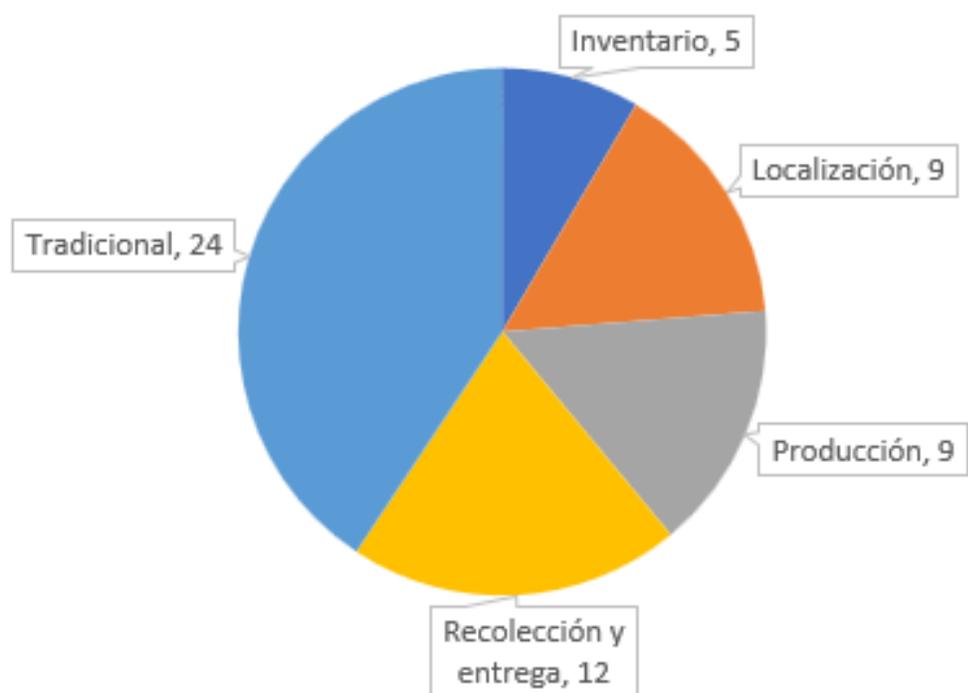


Figura 4: Recuento de artículos por categoría

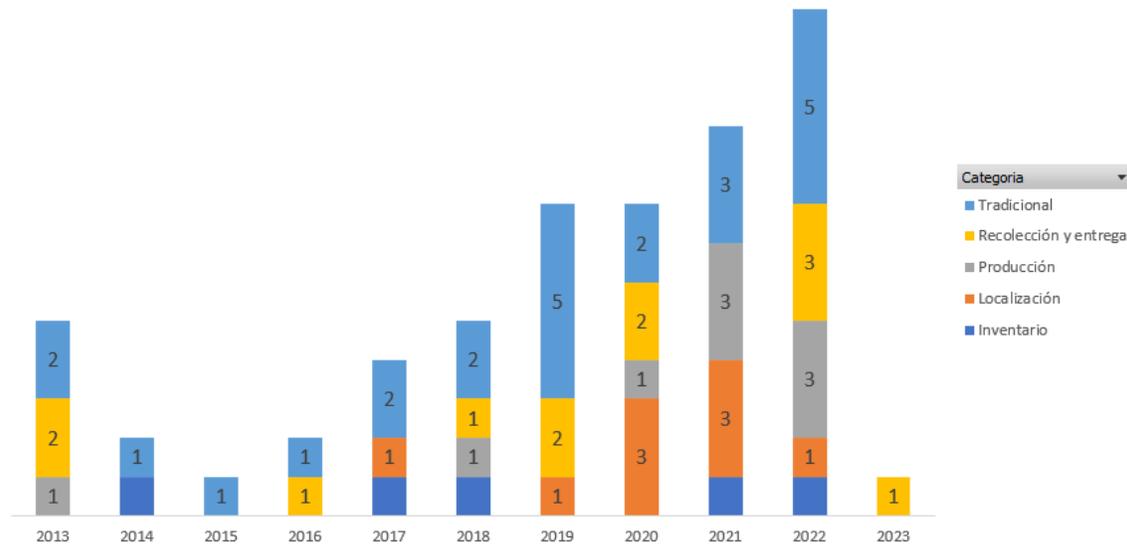


Figura 5: Cantidad de artículos por categoría por año

3.3. Análisis según contenido

En esta sección se analizan por un lado el tipo de ruteo tradicional (el clásico VRP), y por otro, los distintos problemas con los cuales se integra el VRP en la literatura estudiada. Se separó en categorías la bibliografía extraída de la búsqueda sistemática para facilitar el análisis de la misma.

3.3.1. Tradicional

La primer categoría que se identificó en la literatura es la categoría tradicional. En esta, se hace referencia a un VRP que incluye los parámetros establecidos en los filtros de la búsqueda, pero que no se relaciona con ningún otro problema de optimización, a diferencia de los artículos mencionados en las subsecciones siguientes.

Dados los filtros de la búsqueda sistemática ("Perishable") y la utilidad que tiene el VRP en la aplicación dentro de las empresas de transporte (Sección 2), es previsible que una gran cantidad de artículos se enfoquen en la distribución de alimentos [70], [62], aunque también se encuentran artículos de productos agrícolas [24], y productos farmacéuticos [27]. La mayoría se centran en la distribución de productos en vehículos terrestres (camiones) pero hay otros que se centran en la distribución por la vía marítima como en [10]. En [27] se presenta la problemática de un proveedor logístico que reparte mercadería en hospitales, donde se introduce el concepto de "anticipated deliveries" donde el cliente acepta recibir

pedidos en una fecha previa a la fecha de entrega solicitada, abriendo la posibilidad de una mejora en los costos del modelo. Otra alternativa que se maneja para estipular fechas de entrega anteriores o posteriores así mejorando la solución, es el concepto de "multi-período" [1] donde se consideran varios periodos y el modelo especifica cuánto y cuándo es más óptimo entregar.

Es de interés analizar el aporte de [5] y [3] abordando la entrega directo al consumidor final en un ambiente de e-commerce caracterizado por la multi-ruta de un vehículo, donde el mismo realiza varios viajes en un mismo turno [39] [51]. Además, [42] y [7] incluyen factores del tráfico a la consideración de los costos del modelo, logrando resultados más acertados a la realidad. Asimismo, [66] no solo considera factores del tráfico, sino que incluye las condiciones de la ruta, lo que produce una solución con un ahorro del 1.07 % para el caso particular que presenta. En [53] se aborda el problema de el cargado de los camiones dada la complejidad de transportar distintos tipos de productos, como congelados, frescos o secos. Por otra parte, otra alternativa que se maneja para mejorar el modelo es "path flexibility", donde [34] amplía la posibilidad para que el modelo pueda seleccionar los mejores caminos dependiendo de horarios o vehículo utilizado en esa ruta. Se menciona, que esta característica aumenta la complejidad del modelo y sus tiempos de resolución. Ahondando en los artículos enfocados en el e-commerce, [30] presenta un VRP con flota heterogéneos pero particularmente combinando Vehículos refrigerados con drones no tripulados para el reparto de productos perecederos.

Por otro lado, [6] expande el problema del VRP incluyendo no solo los costos de la ruta o del transporte, sino que también el costo de los refrigeradores. Esta es una variable de la temperatura exterior, por lo que los distintos períodos del año también afectan el resultado. Otras alternativas que se suman a los objetivos más utilizados en el VRP ya mencionados en la Sección 2.1.5 son las emisiones de CO₂, donde [54], [57] y [41] lo consideran en la función de minimización.

Finalmente, [45] además de trabajar con varios depósitos y las diferencias que esto implica ya mencionadas en 2.2.5 penaliza a la función objetivo por faltantes en las entregas. Similar a [68] que también penaliza la función objetivo pero por entregas tardías. Esto lo hace a través de las ventanas de tiempo flexibles, contrario a [22] que tiene ventanas de tiempo fijas y ya se considera una restricción, prohibiendo las entregas tardías.

3.3.2. Producción

La manufactura abarca distintas actividades y existen diferentes decisiones a tomar como cuándo, cuánto, dónde y qué producir. Estas decisiones impactan directamente sobre los costos de producción de la empresa. Una práctica común es modelar la producción para optimizar lo anteriormente mencionado y luego realizar una optimización del ruteo de

vehículos. Esta secuencialidad optimiza dos procesos como independientes cuando existen casos en que no lo son, dando lugar a que no se consideren mejores soluciones [40].

Por esta razón, se empezaron a analizar ambos problemas desde un punto de vista más integral en que se busquen optimizar los dos procesos como uno [48]. Un ejemplo de esto se puede ver en el modelo del artículo [40], el cual minimiza los costos de inventario, de preparación de procesos de manufacturación secuencialmente dependientes y de ruteo en una única función objetivo. Otro ejemplo se puede ver en el artículo [25], en el mismo la función objetivo considera el costo total y se compone de siete costos, algunos pertinentes a la producción y otros al ruteo de vehículos. Estos costos son el de cambio de configuración de las máquinas, de producción, de producción extra, demoras en el depósito, de espera, arribo tardío a clientes y de transporte.

En lo que refiere a la producción existen distintas formas de realizar la misma, sujeto a la naturaleza del producto que se este manufacturando. En la producción en serie, el producto debe pasar secuencialmente por distintos procesos, ejemplos de estos son las producciones presentadas en los artículos [65] y [49]. Otro ejemplo, se brinda en [4], este caso es más complejo porque se tienen múltiples fábricas en las cuales se puede contar con una o varias líneas de producción. Algo que si comparten los tres artículos mencionados anteriormente es que la producción es en lotes, de todas formas, mientras los dos primeros consideran que los lotes deben ir en el mismo vehículo, el tercero no restringe esto por lo que un lote se podría separar en la distribución. A diferencia de la producción en serie, los artículos [61] y [33] presentan una producción en paralelo, la misma se realiza en maquinas idénticas.

Por último, es de interés presentar un parámetro en el cual la producción y el ruteo se relacionan este pertenece al modelo del artículo [26] y es llamado “condición de calidad”. Este es un factor que considera la velocidad de deterioro de los productos basándose en las condiciones ambientales y el preprocesado, entre otros. Es utilizado para calcular los niveles de conformidad y así clasificar los productos en si cumplen los niveles satisfactorios de calidad o no. Al considerar la velocidad de deterioro y las condiciones en las cuales fue producido queda sujeto tanto al ruteo como a la producción.

3.3.3. Inventario

Existen distintos tipos de problemas de ruteo de vehículos integrados con gestión de inventarios. La gestión de inventarios se refiere al control y supervisión eficientes de los niveles de existencias de una empresa para satisfacer la demanda, minimizando costos. Esta integración se debe principalmente a las diferencias que existen en las cadenas logísticas. Más allá de estas, existen algunas características que se cumplen para una amplia variedad. Estas son que con la solución se debe poder decidir cuándo los vehículos salen del centro,

qué clientes se visitan y en qué orden y cuánto inventario se consume de cada operación [21].

Un ejemplo de aplicación es el caso [37], en el cual se busca minimizar los costos de ruteo, minimizando la flota; además de los costos de inventario y de ruteo variables. El escenario que se plantea es un solo centro de distribución, demanda conocida y múltiples clientes, productos y períodos. En este caso los costos de inventario se presentan en la función objetivo mediante un parámetro que muestra el costo por producto y cliente al que se le proveerá multiplicado por una variable de decisión binaria que indica si se atendió ese cliente.

Es interesante el caso planteado en [12], el cual tiene una logística muy diferente al mencionado anteriormente. En este escenario se tienen diferentes plantas de producción con poca capacidad de almacenamiento y un depósito central donde se almacena stock. Además, las plantas no pueden parar de producir ya que los costos de reinicio son muy altos. En este problema se busca maximizar el total de carga que se recoge en las plantas para llevar al depósito central y a su vez minimizar la distancia recorrida.

La situación planteada en [9] es un estudio que se centra en la industria de ventas en línea de artículos personalizados, este busca encontrar la cantidad y período de reabastecimiento óptimos, así como los vehículos que deben usarse para esto. Todo de forma tal que se contemplen las emisiones de carbono liberadas en el proceso de reabastecimiento. Por último, en [35] se plantea un modelo que considera tres niveles de la cadena de suministros: los proveedores, el centro de distribución y los puntos de venta. Este enfoque considera no solo los costos de mantener inventario y ruteo, sino también el de realizar un pedido. La finalidad del modelo es poder hallar una política de pedido y distribución para cada uno de los productos que se trabajan.

3.3.4. Localización

El costo del ruteo de vehículos y de la ubicación de los centros de distribución afecta la totalidad de la cadena logística [63]. Definir la cantidad y ubicación óptima de los centros de distribución, así como la optimización del ruteo de los vehículos colabora a la minimización de los costos totales del sistema [63]. Además, en [24] se destaca que este tipo de problemas son decisiones estratégicas, que afectan directamente la satisfacción del cliente, ya que una eficiente ubicación de los depósitos disminuye los tiempos de entrega, aumentan la misma. En [63] se describe que el proceso para solucionar este tipo de problemas consta de tres fases: 1. Asignación de la demanda, 2. Ubicación de las facilidades, 3. Optimizar el ruteo de vehículos para los subproblemas emergentes. Sin embargo, es imposible combinar estos tres problemas matemáticamente. Por lo tanto, se suelen atacar por separado con un modelo multiobjetivo.

Además, en [31], [56], [50] y [20] se busca optimizar las ubicaciones de los centros logísticos con un enfoque medioambiental, destacando que la óptima ubicación de los mismos tiene un gran impacto la reducción de las emisiones de CO₂. Como se mencionó en la Sección 2.1.5, este es un tópico cada vez más relevante para las organizaciones.

Por otro lado, los problemas de ruteo vinculados a la localización, pueden ser abarcados por distintas empresas en forma conjunta. La colaboración compartiendo recursos por parte de las empresas puede aumentar la eficiencia y sustentabilidad de las operaciones logísticas, sobre todo en el transporte y distribución de productos perecederos [59]. Varios artículos se basan en este problema para optimizar los costos logísticos. En [6] se busca encontrar la mejor ubicación para un centro de distribución destinado a ser utilizado por varios restaurantes, para reducir los costos a partir de la colaboración. Este tipo de colaboraciones suelen ser abarcadas también para la logística en las ciudades desde el punto del gobierno. Como se detalla en [64], en el que se comenta de la importancia de atacar este tipo de problemas en economías en constante crecimiento como las de China, en las que el trabajo colaborativo es ha tomado un rol fundamental.

3.3.5. Recolección y Entrega

Los problemas de recolección y entrega de productos consisten en satisfacer la demanda en un punto de entrega y a la vez recoger cierta demanda en el mismo punto o en uno distinto, optimizando las operaciones logísticas [15]. Es decir, hay una serie de puntos en los que se deben entregar productos y otros en los que se deben recoger, estos pueden o no ser iguales [46]. Esto es una manera de optimizar la red de retorno de los vehículos al centro de distribución.

Este problema tiene un amplio espacio de aplicación, ya sea en el ruteo de los transportes públicos, de bienes en situación de emergencia [67], así como en logística en manejo de desastres [46]. Asimismo, es un problema frecuentemente tratado para atacar el reciclaje o deshecho de productos. En [44], además de que se entregan distintos bienes a los hospitales se recogen desechos en los mismos para ser descartados de manera correcta simultáneamente. Mientras que en [43] se utiliza el VRP para entregar periódicos y a la vez recolectar los que no fueron vendidos para reciclar los mismos. En contraste, en [19] se plantea el problema de recolección y entrega de productos de forma separada. Es decir que se generan rutas de recolección por un lado, y rutas de entrega por otro.

Este tema es de especial interés para problemas de entrega de productos distribuidos en barcos, en los que se busca aprovechar al máximo las visitas de los mismos a los distintos puertos. El análisis de estos problemas se pueden ver con más detalle en [18] y [52], en los que se tienen consideraciones específicas del tema, como los son las ventanas de tiempo determinadas por la altura de la marea, entre otros.

El VRP con recolección y entrega es de un gran interés para los productores de leche y el problema es abarcado por varios autores. Por un lado están los que tratan el tema de la recolección únicamente, como es en el caso de [58] y [28], en los que se trata la recolección de leche por los distintos productores para después entregarla a las distintas plantas de procesamiento. Por otro lado, en [14] se trata la entrega de leche a varios clientes con la opción de recoger productos para llevar nuevamente al depósito.

Por último, la investigación de [16] se enfoca en la recolección de cosechas perecederas de productores locales utilizando flotas de vehículos propias o tercerizadas. Adicionalmente, en el ámbito de la agricultura, [32] se enfoca en la entrega y recolección de frutas y vegetales locales con múltiples depósitos.

3.4. Métodos de resolución por categoría

A continuación, en la Tabla 1, se resumen los métodos de resolución utilizados por los artículos de cada categoría definida en la Sección 3.3.

Para el mismo se utilizan las siguientes abreviaciones, GA: Genetic Algorithm, DBH: Decomposition Based Heuristics, NS: heurísticas basadas en Neighbourhood Search, Bio: Bio Inspired Algorithms, TS: Tabu Search y SA: Simmulated Annealing.

| Categoría | Métodos de resolución | | | | | | | | Artículos |
|-----------------------|-----------------------|-----|----|-----|--------|----|----|----------|------------------|
| | GA | DBH | NS | Bio | Solver | TS | SA | Otros | |
| Inventario | | ✓ | | | | | | | [12] |
| | ✓ | | | | | | | | [21, 37] |
| | | | | | | | | ✓ | [9] |
| | | | ✓ | | | | | | [35] |
| | | | | | | | ✓ | | [53] |
| Localización | | | | ✓ | | | | | [69] |
| | | ✓ | | | | | | | [59, 31] |
| | ✓ | | | | | | | | [23, 56] |
| | | | | | | | | ✓ | [63, 64, 50] |
| | | | | | | | ✓ | | [20] |
| Recolección & Entrega | | | ✓ | | | | | | [16] |
| | | | | ✓ | | | | | [18, 52, 44] |
| | | | | | | | | ✓ | [19, 46, 15, 32] |
| | | ✓ | | | | | | | [58] |
| | | | | | ✓ | | | | [43] |
| Producción | | | | | | ✓ | | | [14, 28] |
| | | | | | | | | ✓ | [40, 65, 25] |
| | | | ✓ | | | | | | [26, 4, 61, 49] |
| | | | | | | | ✓ | | [33] |
| | | | | | | ✓ | | | [48] |
| Tradicional | | | ✓ | | | | | | [36, 54] |
| | | | | ✓ | | | | | [68, 3, 22] |
| | | | | | | | | ✓ | [10] |
| | | ✓ | | | | | | | [30] |
| | ✓ | | | | | | | | [45, 24, 1, 57] |
| | | | | | | | | ✓ | [6, 34, 66] |
| | | | | | | | | ✓ | [62, 27, 7] |
| | | | | | | | ✓ | | [70] |
| | | | | | ✓ | | | | [39, 5, 51] |
| | | | | | ✓ | | | [42, 41] | |

Tabla 1: Clasificación de artículos

4. Conclusiones

En este documento se presenta una revisión sistemática de la literatura acerca del ruteo de vehículos con productos perecederos, ventanas de tiempo y flota de vehículos heterogénea. Al realizar un análisis estadístico de esta búsqueda, se concluye que hubo un aumento en el interés por este tipo de problemas entre el 2015 y 2022 (ver Figura 5).

Luego, se realizó una clasificación de los artículos basada en las características de los problemas modelados en estos, distinguiendo por problemas de optimización que se integran con el ruteo de vehículos. Estos son: el inventario, la localización, la producción y la recolección y entrega simultánea. Se realizó un análisis de los artículos pertenecientes a cada categoría.

Se puede concluir que este es un tema con una amplia diversidad de aplicaciones, desde productos agrícolas hasta productos farmacéuticos o la industria marítima, reflejando la relevancia y versatilidad de este problema en distintos sectores. Además, a lo largo de la literatura se observa un creciente interés en incorporar consideraciones medioambientales, buscándose en 8 de los 59 artículos relevados la minimización de las emisiones de CO₂, reflejando la creciente conciencia ambiental y la necesidad de soluciones sustentables. Por otra parte, otros de los objetivos a los que se les dió más relevancia en la bibliografía relevada son, los costos totales (43 artículos), la satisfacción del cliente (8 artículos), los tiempos de entrega (7 artículos), la distancia total (5 artículos) y la cantidad de vehículos utilizados (4 artículos).

La variedad del problema en la literatura mencionada anteriormente también se ve reflejada a través de los métodos de resolución presentes en la misma. Ya que más allá de la versatilidad que puedan presentar las distintas heurísticas y meta heurísticas, para los 59 artículos estudiados se identificaron 23 métodos de resolución distintos.

Para investigaciones futuras, se puede explorar con mayor profundidad la colaboración entre empresas como una estrategia para mejorar la eficiencia en la distribución. En la bibliografía estudiada, sólo [69] y [48] evalúan esta posibilidad. En [69], un grupo de restaurantes que comercializan productos similares deciden trabajar en conjunto con un único centro de distribución para reducir los costos operativos mientras que en [48] se realiza una revisión de las distintas estrategias para una efectiva colaboración entre distintas organizaciones. En ambos artículos se destaca la mejora en la eficiencia de las empresas que trabajan colaborativamente, reduciendo sus costos operativos, por lo que podría ser beneficioso indagar en esta área que no ha sido tan desarrollada en la actualidad.

Referencias

- [1] D. Ambrosino and C. Cerrone. A rich vehicle routing problem for a city logistics problem. *Mathematics (MDIP)*, 10(2), 2022.
- [2] D. L. Applegate, R. E. Bixby, V. Chvátal, and W. J. Cook. *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press, Oxford, United Kingdom, 1era edition, 2006.
- [3] N. Azi, M. Gendreau, and J.-Y. Potvin. An adaptive large neighborhood search for a vehicle routing problem with multiple routes. *Computers & Operations Research*, 41:167–173, 2014.
- [4] I. Brekkå, S. Randøy, K. Fagerholt, K. Thun, and S. T. Vadseth. The fish feed production routing problem. *Computers & Operations Research*, 144:105806, 2022.
- [5] F. Carrabs, R. Cerulli, and A. Sciomachen. An exact approach for the grocery delivery problem in urban areas. *Soft Computing*, 21(9):2439–2450, 2017.
- [6] S. Ceschia, L. D. Gaspero, and A. Meneghetti. Extending and solving the refrigerated routing problem. *Energies*, 13(23), 2020.
- [7] J. Chen, W. Liao, and C. Yu. Route optimization for cold chain logistics of front warehouses based on traffic congestion and carbon emission. *Computers & Industrial Engineering*, 161:107663, 2021.
- [8] L. Cheng. A genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows. Master’s thesis, University of North Carolina Wilmington, Department of Mathematics and Statistics, 2005.
- [9] Y. Cheng and Y. Li. Integrated optimization of multiproduct multiperiod transportation and inventory under a carbon cap constraint for online retailers. *Transportation Safety and Environment*, 3(3):12, 2021.
- [10] M. Christiansen, E. Hellsten, D. Pisinger, D. Sacramento, and C. Vilhelmsen. Liner shipping network design. *European Journal of Operational Research* 286, 2019.
- [11] G. B. Dantzig and J. H. Ramser. The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1):80–91, 1959.
- [12] N. Edirisinghe and R. James. Fleet routing position-based model for inventory pickup under production shutdown. *European Journal of Operational Research* 236, 2014.

- [13] N. A. El-Sherbeny. Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University - Science*, 22(3):123–131, 2010.
- [14] S. Emde, S. Zehtabian, and Y. Dissler. Point-to-point and milk run delivery scheduling: models, complexity results, and algorithms based on benders decomposition. *Annals of Operations Research*, 322(1):467–496, 2023.
- [15] P. Factorovich, I. Méndez-Díaz, and P. Zabala. Pickup and delivery problem with incompatibility constraints. *Computers & Operations Research*, 113:104805, 2020.
- [16] M. Fernando, A. Thibbotuwawa, H. N. Perera, and R. C. Ratnayake. Close-open mixed vehicle routing optimization model with multiple collecting centers to collect farmers’ perishable produce. In *2022 International Conference for Advancement in Technology (ICONAT)*, pages 1–8, 2022.
- [17] M. Fernando, A. Thibbotuwawa, H. N. Perera, and R. C. Ratnayake. Close-open mixed vehicle routing optimization model with multiple collecting centers to collect farmers’ perishable produce. *2022 International Conference for Advancement in Technology (ICONAT)*, 2022.
- [18] Y. Gao and Z. Sun. Feeder ship routing problem with tidal time windows. In *2022 Winter Simulation Conference (WSC)*, pages 1967–1978, 2022.
- [19] A. Hasani Goodarzi, R. Tavakkoli-Moghaddam, and A. Amini. A new bi-objective vehicle routing-scheduling problem with cross-docking: Mathematical model and algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 149:106832, 2020.
- [20] A. Heidari, D. Imani, M. Khalilzadeh, et al. Green two-echelon closed and open location-routing problem: Application of NSGA-II and MOGWO metaheuristic approaches. *Environment, Development and Sustainability*, 25:9163–9199, 2023.
- [21] W. Hu, A. Toriello, and M. Dessouky. Integrated inventory routing and freight consolidation for perishable goods. *European Journal of Operational Research*, 271(2):548–560, 2018.
- [22] Z. Hussain Ahmed and M. Yousefikhoshbakht. An improved tabu search algorithm for solving heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem with time windows. *Alexandria Engineering Journal*, 64:349–363, 2023.
- [23] M. Janjevic, D. Merchán, and M. Winkenbach. Designing multi-tier, multi-service-level, and multi-modal last-mile distribution networks for omni-channel operations. *European Journal of Operational Research*, 294(3):1059–1077, 2021.

- [24] L. Jiayang, F. Linan, and D. Dongyan. A new route optimization approach of cold chain logistics distribution based on fresh agricultural products. In *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, pages 6652–6657, 2018.
- [25] A. S. Khan. A vehicle routing problem and product quality embedded with a scalable reconfigurable manufacturing system. In *2021 IEEE International Symposium on Systems Engineering (ISSE)*, pages 1–8, Vienna, Austria, 2021.
- [26] A. S. Khan and A. Alarjani. A cold chain vehicle routing problem embedded with manufacturing, re-manufacturing and product quality under multiple constraints. *2021 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, pages 68–72, 2021.
- [27] R. Kramer, J.-F. Cordeau, and M. Iori. Rich vehicle routing with auxiliary depots and anticipated deliveries: An application to pharmaceutical distribution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 129:162–174, 2019.
- [28] N. Lahrichi, T. G. Crainic, M. Gendreau, et al. Strategic analysis of the dairy transportation problem. *J Oper Res Soc*, 66:44–56, 2015.
- [29] G. Laporte. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4):408–416, 2009.
- [30] S. Y. Lee, S. R. Han, and B. D. Song. Simultaneous cooperation of refrigerated ground vehicle (rgv) and unmanned aerial vehicle (uav) for rapid delivery with perishable food. *Applied Mathematical Modelling* 106, 2022.
- [31] L. Leng, J. Zhang, C. Zhang, Y. Zhao, W. Wang, and G. Li. Decomposition-based hyperheuristic approaches for the bi-objective cold chain considering environmental effects. *Computers & Operations Research*, 123:105043, 2020.
- [32] N. Lin, R. Akkerman, A. Kanellopoulos, X. Hu, X. Wang, and J. Ruan. Vehicle routing with heterogeneous service types: Optimizing post-harvest preprocessing operations for fruits and vegetables in short food supply chains. *Transportation Research Part E* 172, 2023.
- [33] D. Liu, W. Wang, L. Huang, and D. Proverbs. Coordinated production and delivery operations with parallel machines and multiple vehicles. *IEEE Access*, 8:32947–32956, 2020.
- [34] X. Liu, M. Qi, and C. Cheng. Green vehicle routing problem with path flexibility. pages 1037–1041, 2017.

- [35] Y. Liu, G. Cao, S. Xu, and J. Li. Optimization model and algorithm for ordering and logistics distribution of distribution center. In *2017 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, pages 5713–5717, 2017.
- [36] Y. Liu, B. Guo, C. Chen, H. Du, Z. Yu, D. Zhang, and H. Ma. Foodnet: Toward an optimized food delivery network based on spatial crowdsourcing. *IEEE Xplore*, 2014.
- [37] M. Mahjoo, S. S. Fazeli, S. Milanlouei, L. S. Tavassoli, and M. Mirmozaffari. A modified adaptive genetic algorithm for multi-product multi-period inventory routing problem. *Sustainable operations and Computers*, 2022.
- [38] C. Manterola et al. Revisiones sistemáticas de la literatura. qué se debe saber acerca de ellas. *Cir Esp*, 91:149–155, 2013.
- [39] L. Martínez and C.-A. Amaya. A vehicle routing problem with multi-trips and time windows for circular items. *Journal of the Operational Research Society*, 64(11):1630–1643, 2013.
- [40] P. L. Mirandaa, J.-F. Cordeau, D. Ferreira, R. Jans, and R. Morabito. A decomposition heuristic for a rich production routing problem. *Computers and Operations Research*, 2018.
- [41] G. Niranjani and K. Umamaheswari. Minimization of sustainable-cost using tabu search for single depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows. *Wireless Personal Communications*, 126(2):1481–1514, 2022.
- [42] J. A. Noguera, H. H. Riaño, and J. L. Pereira. Hybrid pso-ts-chr algorithm applied to the vehicle routing problem for multiple perishable products delivery. In J. Figueroa-García, J. Villegas, J. Orozco-Arroyave, and P. M. Duque, editors, *Applied Computer Sciences in Engineering. WEA 2018*, volume 916 of *Communications in Computer and Information Science*. Springer, Cham, 2018.
- [43] E. Osaba, X.-S. Yang, F. Diaz, E. Onieva, A. D. Masegosa, and A. Perallos. A discrete firefly algorithm to solve a rich vehicle routing problem modelling a newspaper distribution system with recycling policy. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2016.
- [44] E. Osaba, X.-S. Yang, I. Fister, J. Del Ser, P. Lopez-Garcia, and A. J. Vazquez-Pardavila. A discrete and improved bat algorithm for solving a medical goods distribution problem with pharmacological waste collection. *Swarm and Evolutionary Computation*, 44:273–286, 2019.

- [45] P. Penna, A. Subramanian, L. Ochi, T. Vidal, and C. Prins. A hybrid heuristic for a broad class of vehicle routing problems with heterogeneous fleet. *Annals of Operations Research*, 273, 2019.
- [46] A. Rais, F. Alvelos, and M. Carvalho. New mixed integer-programming model for the pickup-and-delivery problem with transshipment. *European Journal of Operational Research*, 235(3):530–539, 2014.
- [47] V. Rayward-Smith, I. Osman, C. Reeves, and G. Simth. *Modern Heuristic Search Methods*. 1996.
- [48] M. Reimann, R. Tavares, and E. Bogendorfer. Joint optimization of production planning and vehicle routing problems: A review of existing strategies. *Pesquisa Operacional*, 34:189–214, 2014.
- [49] A. Robbes, Y. Kergosien, and V. André. Efficient heuristics to minimize the total tardiness of chemotherapy drug production and delivery. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 34(3):785–820, 2022.
- [50] J. Rodriguez-Melquiades, E. Lujan, and F. Segura. *An Integrated Model for Locating-Routing in the Goods Delivery and Simultaneous Pickup in the Urban Context*, volume 12952 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Cham, 2021.
- [51] M. Roohnavazfar and S. H. R. Pasandideh. Decomposition algorithm for the multi-trip single vehicle routing problem with and-type precedence constraints. *Operational Research*, 22(4):4253–4285, 2022.
- [52] A. Santini, C. E. Plum, and S. Ropke. A branch-and-price approach to the feeder network design problem. *European Journal of Operational Research*, 264(2):607–622, 2018.
- [53] X. Song, D. Jones, N. Asgari, and T. Pigden. Multi-objective vehicle routing and loading with time window constraints: a real-life application. *Annals of Operations Research*, 291(1):799–825, 2020.
- [54] A. Tiwari and P.-C. Chang. A block recombination approach to solve green vehicle routing problem. *Int. J. Production Economics* 164, 2015.
- [55] P. Toth and D. Vigo. *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, Bologna, Italy, 1era edition, 2002.
- [56] F. Tricoire and S. N. Parragh. Investing in logistics facilities today to reduce routing emissions tomorrow. *Transportation Research Part B: Methodological*, 103:56–67, 2017.

- [57] D. Utama, T. Fitria, and A. Garside. Artificial bee colony algorithm for solving green vehicle routing problems with time windows. *Journal of Physics: Conference Series*, 1933:012–043, 2021.
- [58] E. Villagrán, E. Montero, and G. Paredes-Belmar. An iterated local search approach to solve the milk collection problem with blending. pages 1–8, 2020.
- [59] Y. Wang, J. Zhang, X. Guan, M. Xu, Z. Wang, and H. Wang. Collaborative multiple centers fresh logistics distribution network optimization with resource sharing and temperature control constraints. *Expert Systems with Applications*, 165:113838, 2021.
- [60] I. Weiss and C. Schwindt. The resource transfer problem: Modeling and solving integrated scheduling and routing problems. In *2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, pages 755–759, 2016.
- [61] G.-H. Wu, C.-Y. Cheng, P. Pourhejazy, and B.-L. Fang. Variable neighborhood-based cuckoo search for production routing with time window and setup times. *Applied Soft Computing*, 125:109191, 2022.
- [62] L.-J. Wu, C.-H. Chen, Y. Li, S.-W. Jeon, J. Zhang, and Z.-H. Zhan. Real environment-aware multisource data-associated cold chain logistics scheduling: A multiple population-based multiobjective ant colony system approach. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23(12), 2022.
- [63] A. Yaghoubi and F. Akrami. Proposing a new model for location - routing problem of perishable raw material suppliers with using meta-heuristic algorithms. *Heliyon*, 5(12):e03020, 2019.
- [64] L. Yan, M. Grifoll, and P. Zheng. Model and algorithm of twostage distribution location routing with hard time window for city coldchain logistics. *Applied Sciences Switzerland, MDPI*, 2020.
- [65] E. Yağmur and S. E. Kesen. Multi-trip heterogeneous vehicle routing problem coordinated with production scheduling: Memetic algorithm and simulated annealing approaches. *Computers & Industrial Engineering*, 161:107649, 2021.
- [66] L. Zhang and J. Wang. Optimization of distribution path of urban terminal fresh food. In *2019 IEEE 14th International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE)*, pages 396–400, 2019.
- [67] X. Zhang, X. Yu, and X. Wu. Exponential rank differential evolution algorithm for disaster emergency vehicle path planning. *IEEE Access*, 9:10880–10892, 2021.

- [68] H. Zhanga, Q. Zhanga, L. Ma, Z. Zhang, and Y. Liu. A hybrid ant colony optimization algorithm for a multi-objective vehicle routing problem with flexible time windows. *Information Sciences 490*, 2019.
- [69] Y. Zhou, R. Xie, T. Zhang, and J. Holguín-Veras. Joint distribution center location problem for restaurant industry based on improved k-means algorithm with penalty. *IEEE Access*, 8:37746–37755, 2020.
- [70] A. İnanlı, B. Ünsal, and D. T. Eliiyi. Route optimization for the distribution network of a confectionary chain. *Promet- Traffic & Transportation, Vol.27, No.6*, 2021.

Anexo II: Relevamiento de datos

El propósito de esta sección es detallar el origen de los datos empleados, así como describir el proceso de extracción de estos antes de que se lleve a cabo cualquier análisis o estudio subsiguiente.

Para resolver el problema en cuestión, es necesario conocer las distancias entre sí de todos los clientes y el depósito. Por ende, obtener estas distancias se puede tornar un proceso engorroso si no se cuenta con las herramientas adecuadas. Es por ello, que las distancias fueron extraídas de la API de Google Maps Distance Matrix [15] mediante Google Colab [14]. A la misma, se le entrega las geo-ubicaciones (latitud y longitud) de los clientes y depósito y calcula las distancias y tiempos de traslado utilizando la plataforma de Google Maps, haciendo que ambas sean lo más preciso posible.

Para la generación de los casos de estudio se utilizaron datos proporcionados por la empresa correspondientes a 10 días consecutivos de operación. Para asegurar que los mismos son representativos de la operativa y que el volumen y tamaño del problema es soportado por el modelo, se tomó en cuenta la demanda de los dos años previos al momento en que se relevaron los datos y se obtuvo que las semanas extraídas para realizar los estudios se encontraban dentro de las 5 con mayor demanda dentro del periodo. Además, de los 10 días estudiados hay tres que están en el percentil 80 con más entregas, tres en el 88, dos en el 90 y dos en el 98.

Anexo III: Resultado de comparación de Solver GLPK y CPLEX

Se presentan los resultados obtenidos de la comparación entre GLPK 4.32 y CPLEX 22.1.1.0. Los mismos se realizaron en una computadora con Windows 11 Home Basic, procesador 11th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1165G7 @ 2.80GHz y RAM de 16.0 GB.

| # Clientes | C1 GLPK | C2 GLPK | C3 GLPK | C1 CPLEX | C2 CPLEX | C3 CPLEX |
|------------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| 8 | 0,2 | 0,23 | 0,10 | 0,25 | 0,22 | 0,24 |
| 10 | 0,5 | 0,4 | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 1,1 |
| 12 | 1,6 | 2,6 | 0,9 | 0,7 | 1,1 | 2,6 |
| 14 | 11,1 | 21,3 | 7,4 | 3,3 | 2,6 | 3,8 |
| 16 | 100,1 | 120,1 | 59,8 | 18,5 | 15,2 | 21,4 |
| 18 | 168,3 | 201,5 | 104,1 | 35,8 | 28,6 | 33,2 |
| 20 | 281,0 | 390,6 | 256,1 | 38,6 | 32,9 | 41,7 |
| 22 | 672,1 | 720,2 | 890,3 | 50,6 | 46,1 | 58,3 |

Tabla 16: Tiempo de resolución (s)

Anexo IV: Resultados aplicando heurística

Luego de realizar la división de zonas mediante el Algoritmo 1, se asignan los vehículos a cada zona según el Algoritmo 2 y se corre el modelo para 5 días de operación. Se considera un tiempo máximo de resolución de 1200 segundos para cada zona, que es el tiempo máximo permitido para una efectiva operación. Los resultados se muestran a continuación.

| Zona | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|-------------|-----------------|-------------------|------------|
| 1.1 | 6017 | 1200 | 8,54 % |
| 1.2 | 2111 | 24 | 0 % |
| 2.1 | 1964 | 1200 | 12,60 % |
| 2.2 | 1967 | 1200 | 2,06 % |
| 3.1 | 1501 | 1200 | 42 % |
| 3.2 | 9264 | 1200 | 1,29 % |
| Total | 22824 | | |

Tabla 17: Resultados para zonas dinámica Día 1

| Zona | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|-------------|-----------------|-------------------|------------|
| 1.1 | 6138 | 1200 | 16,33 % |
| 1.2 | 2120 | 8 | 0 % |
| 2.1 | 2734 | 1200 | 1,25 % |
| 2.2 | 1490 | 1200 | 22,53 % |
| 3.1 | 1804 | 1200 | 2,63 % |
| 3.2 | 9264 | 1200 | 13,93 % |
| Total | 16306 | | |

Tabla 18: Resultados para zonas dinámica Día 2

| Zona | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|-------------|-----------------|-------------------|------------|
| 1.1 | 2599 | 1200 | 6,82 % |
| 1.2 | 2377 | 1200 | 39,00 % |
| 2.1 | 2668 | 1200 | 1,40 % |
| 2.2 | 2070 | 1200 | 0,95 % |
| 3.1 | 1694 | 1200 | 30,00 % |
| 3.2 | 5224 | 1200 | 73,70 % |
| Total | 16631 | | |

Tabla 19: Resultados para zonas dinámica Día 3

| Zona | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|-------------|-----------------|-------------------|------------|
| 1.1 | 5816 | 550 | 0 % |
| 1.2 | 2345 | 1200 | 1,05 % |
| 2.1 | 2083 | 1200 | 3,42 % |
| 2.2 | 2023 | 330 | 0 % |
| 3.1 | 2048 | 1200 | 13,74 % |
| 3.2 | 7835 | 1200 | 5,71 % |
| Total | 22150 | | |

Tabla 20: Resultados para zonas dinámica Día 4

| Zona | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|-------------|-----------------|-------------------|------------|
| 1.1 | 3665 | 1200 | 1,46 % |
| 1.2 | 2020 | 1200 | 35,76 % |
| 2.1 | 2629 | 1200 | 9,17 % |
| 2.2 | 2815 | 1200 | 2,17 % |
| 3.1 | 1784 | 1200 | 12,88 % |
| 3.2 | 3055 | 1200 | 15,75 % |
| Total | 15968 | | |

Tabla 21: Resultados para zonas dinámica Día 5

Anexo V: División zonas fijas

La primer partición del problema estudiada es la de dividir a los clientes en zonas geográficas fijas, es decir, que la división sea la misma para cada día de operación. Para esto, lo primero a decidir es la cantidad de zonas. Esta elección está muy ligada a la cantidad de vehículos con los que cuenta la empresa. El caso estudiado cuenta con 14 vehículos de distintas capacidades, de los cuales 8 pueden transportar congelados y 6 no. Además, la cantidad de clientes a atender por cada día de operación es de alrededor de 180. Por lo tanto, dividir en 6 zonas implica que quedan cantidades de clientes para las cuales, como se muestra en la Sección 3.4.2, se encuentra solución factible relativamente rápido.

Una vez resuelta la cantidad de zonas a formar, se decide el criterio para la zonificación. En este caso, el criterio se basa en tomar un día de operación representativo y dividirlo en zonas de forma tal que cada una tenga demandas similares en cuanto a cantidad de clientes, Kg, m³ y tiempos de servicio. Para esto se toman líneas de forma longitudinal y latitudinal en el plano cartesiano. Las zonas resultantes son las que se muestran en la Figura 17. En la Tabla 22 se muestran la cantidad de clientes y sus respectivas demandas por zona.

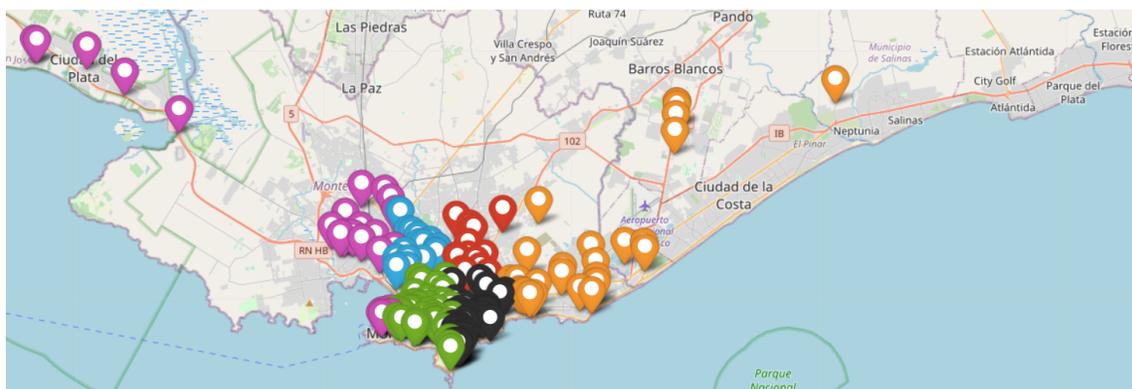


Figura 17: Partición zonas fijas para Día 1

Luego de asignar las zonas, se aplica el Algoritmo 2 para asignar vehículos a zonas. Por último, se ejecuta el modelo en CPLEX para el día en que se realiza la división. Los resultados se muestran en la Tabla 22.

Una vez resuelto para el día de operación según el cual se definieron las líneas que dividen las zonas, se busca validar la misma con otros casos. Se considera un día de operación contiguo al mismo (Día 2) y se dividen los clientes con las líneas definidas previamente. La zonificación se puede ver en la Figura 18 y la cantidad de clientes así como la demanda

| Zona | Cantidad de clientes | Demanda [Kg] | Demanda [m ³] | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|----------|----------------------|--------------|---------------------------|----------|------------|---------|
| C1 | 14 | 1325 | 3965 | 1618 | 27,19 | 0 % |
| C2 | 18 | 1170 | 3509 | 1856 | 0,83 | 0 % |
| C3 | 42 | 826 | 2582 | 3049 | 1200 | 1,71 % |
| C4 | 41 | 1817 | 5875 | 2027 | 1200 | 7,51 % |
| FueraIzq | 28 | 10667 | 45979 | 6331 | 1200 | 17,89 % |
| FueraDer | 29 | 1581 | 7046 | 1899 | 1200 | 24,18 % |

Tabla 22: Cantidad de clientes Día 1

por zona se muestra en el Tabla 23.

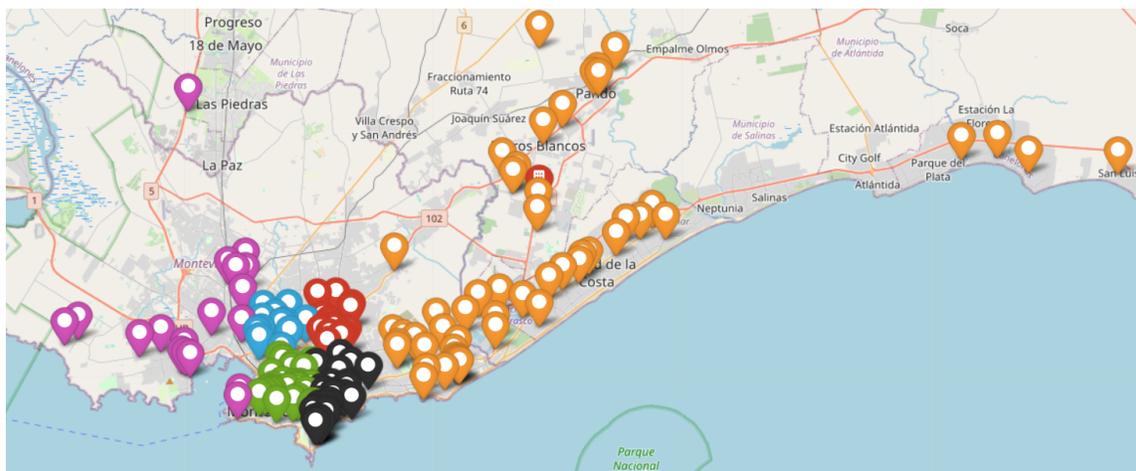


Figura 18: Partición zonas fijas para Día 2

| Zona | Cantidad de clientes | Demanda [Kg] | Demanda [m ³] | Valor FO | Tiempo (s) | Gap |
|----------|----------------------|--------------|---------------------------|--------------------|------------|--------|
| C1 | 16 | 1007 | 3457 | 1607,4 | 0,31 | 0 % |
| C2 | 13 | 1047 | 3536 | 1936,8 | 0,28 | 0 % |
| C3 | 30 | 744 | 2731 | 2068,2 | 1200 | 0,67 % |
| C4 | 32 | 1780 | 5354 | 2719,8 | 1200 | 4 % |
| FueraIzq | 20 | 473 | 2751,0 | 3036,6 | 2,94 | 0 % |
| FueraDer | 60 | 10044 | 33471 | No factible | 1200 | - |

Tabla 23: Cantidad de clientes Día 2

Los resultados se muestran en el Tabla 23. Se observa que para una zona no se encuentra solución factible en el tiempo máximo aceptable (20 minutos), debido a la excesiva cantidad de clientes con la que cuenta dicha zona (sesenta clientes). Esto es consecuencia de la variabilidad que existe entre días en la demanda y su distribución geográfica. Por lo tanto, se opta por descartar la partición en zonas fijas como método de partición del problema.

Anexo VI: Resultados análisis de sensibilidad ventanas horarias

| Caso | Costo total | Km total | Vehículo 1 | | Vehículo 2 | |
|---------------------|-------------|----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | | | Km | Min extra | Km | Min extra |
| + 10 % | 6118 | 339,9 | 212,8 | 0 | 127,1 | 0 |
| Base | 6138 | 341,0 | 212,8 | 0 | 128,2 | 0 |
| - 10 % | 6147 | 341,5 | 211,4 | 0 | 130,1 | 0 |
| - 25 % | 6167 | 342,6 | 219,0 | 0 | 123,6 | 0 |
| - 50 % ¹ | - | - | - | - | - | - |

Tabla 24: Resultados de análisis de ventanas horarias: Día 1

*No se encontró solución en tiempo razonable (3hs)

Anexo VII: Resultados análisis de sensibilidad hora comienzo tiempo extra

Se presentan los resultados de los distintos casos evaluados variando la hora en que se empiezan a contabilizar minutos extra.

| Caso | Costo | Vehículo Día 1 | | | Vehículo Día 5 | | |
|------|-------|----------------|-----------------|------------|----------------|----------------|------------|
| | | Km | Min. de llegada | Min. extra | Km | Min de llegada | Min. extra |
| 300 | 7533 | 211,4 | 305 | 5 | 130,1 | 421 | 121 |
| 330 | 6981 | 215,4 | 332 | 2 | 127,2 | 402 | 72 |
| 360 | 6381 | 220,3 | 365 | 5 | 127,5 | 366 | 6 |
| 390 | 6165 | 218,9 | 351 | 0 | 123,6 | 423 | 0 |
| 420 | 6138 | 211,4 | 316 | 0 | 128,2 | 416 | 0 |
| 450 | 6120 | 211,4 | 305 | 0 | 128,6 | 428 | 0 |
| 480 | 6120 | 211,4 | 305 | 0 | 128,6 | 428 | 0 |
| 510 | 6120 | 211,4 | 305 | 0 | 128,6 | 428 | 0 |

Tabla 25: Resultados de análisis hora límite: Día 1

| Caso | Costo | Vehículo Día 1 | | | Vehículo Día 5 | | |
|------|-------|----------------|-----------------|------------|----------------|----------------|------------|
| | | Km | Min. de llegada | Min. extra | Km | Min de llegada | Min. extra |
| 300 | 3096 | 52 | 307 | 7 | 56,5 | 397 | 97 |
| 330 | 2570 | 51,8 | 303 | 0 | 60,4 | 407 | 77 |
| 360 | 1998 | 51,2 | 355 | 0 | 59,8 | 356 | 0 |
| 390 | 1931 | 50,7 | 327 | 0 | 56,6 | 382 | 0 |
| 420 | 1924 | 47,8 | 319 | 0 | 59,1 | 383 | 0 |
| 450 | 1930 | 48,9 | 289 | 0 | 58,3 | 417 | 0 |
| 480 | 1897 | 51,5 | 388 | 0 | 53,9 | 314 | 0 |
| 510 | 1922 | 55,1 | 387 | 0 | 55,7 | 320 | 0 |

Tabla 26: Resultados de análisis hora límite: Día 5

| Caso | Secuencia Día 1 | | Secuencia Día 5 | |
|-------------|------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| | Sol. solver | Sol. caso 360 | Sol. solver | Sol. caso 360 |
| 300 | 7533 | 7701 | 3096 | 3219 |
| 330 | 6981 | 7041 | 2570 | 2559 |
| 360 | 6381 | 6381 | 1998 | 1998 |
| 390 | 6165 | 6260 | 1931 | 1998 |
| 420 | 6138 | 6260 | 1924 | 1998 |
| 450 | 6120 | 6260 | 1930 | 1998 |
| 480 | 6120 | 6260 | 1897 | 1998 |
| 510 | 6120 | 6260 | 1922 | 1998 |

Tabla 27: Costo de solución según caso