



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



FACULTAD DE
INGENIERÍA

Optimización estocástica integrada de la planificación estratégica y táctica en la industria forestal

Informe de Proyecto de Grado presentado por

Tomas Calderazzo Vecino, Martín Devincenzi Vilaro y Bruno Lombardi
Moscatelli

En cumplimiento parcial de los requerimientos para la graduación de la carrera de Ingeniería de Producción de Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República

Supervisor

Carlos Testuri

Montevideo, 20 de noviembre de 2023



Optimización estocástica integrada de la planificación estratégica y táctica en la industria forestal por Tomas Calderazzo Vecino, Martín Devincenzi Vilaro y Bruno Lombardi Moscatelli tiene licencia [CC Atribución 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Resumen

Frecuentemente en la industria forestal integrada, y debido a la complejidad de los problemas, se toman decisiones de planificación estratégica (ej. bosques, infraestructura, etc) de forma independiente de decisiones tácticas (ej. cosecha, operación de plantas, etc). Esto se realiza usualmente dividiendo y jerarquizando las decisiones de planificación según escalas temporales. En dicho caso, usualmente se ha coordinado la cadena de valor mediante una estrategia de producción para existencias, en la cual el suministro en los bosques empuja la actividad en la cadena de valor. En este proyecto se propone desarrollar y explorar un enfoque de planificación integrada orientada por la incertidumbre en el precio de algunos productos que conforman la cadena de valor, incorporando de esta manera la evaluación de múltiples escenarios factibles a través de un enfoque estocástico. El objetivo principal es maximizar el valor presente neto esperado de la cadena en un horizonte de largo plazo, utilizando modelos de optimización entera-mixta como herramienta para asistir en la toma de decisiones, considerando las restricciones de cosecha, transporte, producción y comercialización existentes. Para el abordaje del problema se comenzó con una revisión de la literatura afín, para luego dar paso al desarrollo de un modelo de optimización algebraico, trabajando de manera determinista en primera instancia, utilizando el lenguaje algebraico AMPL, para luego dar paso a la extensión del modelo a su versión estocástica. Luego de formulados los modelos, en ambos casos se diseñaron y resolvieron pequeñas instancias de datos, trabajando con el solver *Gurobi*, para validar el funcionamiento coherente de los mismos. La siguiente etapa fue el armado del caso de estudio, en el que se trabajó con incertidumbre en el precio de la pulpa y de los troncos de pulpa, representando un árbol con dieciséis escenarios distintos, modelando la evolución de los precios a lo largo de cinco períodos. Posteriormente, se realizó un análisis de sensibilidad del modelo estocástico, para analizar en detalle la incidencia de los principales parámetros en los resultados obtenidos. La principal conclusión alcanzada fue el cumplimiento satisfactorio de los objetivos planteados al comienzo del proyecto, logrando exhibir las ventajas de planificar integralmente la cadena de valor estudiada, aplicando el modelo en una instancia de datos de magnitud y complejidad importante.

Palabras clave: industria forestal, gestión de la cadena de valor, optimización estocástica, optimización entero-mixta

Índice general

1. Introducción	1
2. Revisión literaria	3
2.1. Introducción al problema	3
2.2. Horizontes de planificación en la industria forestal	4
2.2.1. Planificación Estratégica	4
2.2.2. Planificación Táctica	5
2.2.3. Planificación Operativa	7
2.3. Situación desacoplada	7
2.4. Situación integrada	8
2.5. Enfoque de optimización bajo incertidumbre	10
2.5.1. Optimización estocástica en múltiples etapas	11
2.5.2. Optimización estocástica multietapa basada en escenarios	13
2.5.3. Probabilidad de suceso de escenarios	16
2.5.4. Herramientas para el análisis de validación del modelo estocástico	16
3. Modelo algebraico	19
3.1. Modelo determinista	19

3.1.1.	Suposiciones	21
3.1.2.	Conjuntos	22
3.1.3.	Parámetros	23
3.1.4.	VARIABLES DE DECISIÓN	23
3.1.5.	Restricciones	24
3.1.6.	Función Objetivo	26
3.1.7.	Formulación Completa	27
3.2.	Codificación del modelo	27
3.3.	Herramientas para la validación de modelo	28
3.3.1.	Margen de contribución	28
3.3.2.	Capacidad ociosa de fábrica	30
3.3.3.	Porcentaje de incumplimiento de demanda	30
3.4.	Validación modelo determinista	30
3.4.1.	Instancia 1: Asignación correcta de producción	31
3.4.2.	Instancia 2: Transporte a fábricas	32
3.4.3.	Instancia 3: Costos de cosecha	33
3.4.4.	Instancia 4: Costos de producción	35
3.4.5.	Instancia 5: Capacidad máxima de fábricas	35
3.4.6.	Instancia 6: Capacidad mínima de fábrica	36
3.4.7.	Instancia 7: Incumplimiento de demanda	37
3.5.	Modelo estocástico	39
3.5.1.	Extensión al modelo estocástico	39
3.5.2.	Formulación Completa	42

3.6. Validación modelo estocástico	43
3.6.1. Primer caso de validación estocástica: Cumplimiento de las restricciones de no anticipatividad	44
3.6.2. Segundo caso de validación estocástica: Modificaciones en la distribución de probabilidades	46
3.6.3. Tercer caso de validación estocástica: Variaciones de la estructura del árbol de escenarios	47
4. Caso de Estudio	49
4.1. Descripción de la instancia de datos	49
4.2. Análisis de resultados determinista	52
4.2.1. Análisis electricidad	59
4.3. Estructura del árbol de escenarios	62
4.3.1. Parametrización del precio de la pulpa	62
4.3.2. Parametrización de la utilidad esperada de PulpLogs	66
4.3.3. Parametrización de la probabilidad de escenarios	67
4.4. Análisis de resultados estocástico	68
4.5. Análisis de sensibilidad	75
4.5.1. Sensibilidad en el rendimiento de los procesos industriales	75
4.5.2. Variación en la probabilidad de los escenarios	77
5. Conclusiones	81
Bibliografía	85
A. Codificación computacional	87
A.1. Modelo determinista	87
A.2. Modelo estocástico	93

A.3. Datos utilizados	101
---------------------------------	-----

Índice de tablas

3.1. Instancia 1: Fabricación en SawM1	31
3.2. Instancia 1: Fabricación en PulpM1	32
3.3. Instancia 2: Madera transportada entre celdas y fábricas	33
3.4. Instancia 3: Madera cosechada por período	34
3.5. Instancia 9: Tabla de demanda versus producción efectiva	38
3.6. Instancia de datos utilizada para validación estocástica	43
3.7. Decisiones de producción para un período y escenario dado	46
3.8. Decisiones de producción para un período y escenario dado, sin restricciones de no anticipatividad	46
3.9. Distribuciones de probabilidad para segundo caso de validación	46
3.10. VAN ponderado por probabilidad de escenario	47
3.11. Decisiones de producción para un período y escenario dado, en el 3er. caso de validación estocástica	48
4.1. Porcentaje obtención por tipo de tronco	50
4.2. Cadena de producción modelada	51
4.3. Evolución del precio del tronco por período	51
4.4. Diferencia en disponibilidad y demanda	52
4.5. Ingresos según términos de la función objetivo	53

4.6. VAN según horizonte de planificación	53
4.7. Proporción de cumplimiento de demanda según producto	54
4.8. Margen de contribución variable por proceso	56
4.9. Costos componentes de la función objetivo	56
4.10. Destino de madera cosechada en horizonte negocio	58
4.11. Capacidad ociosa promedio	59
4.12. Distribución de FuelLogs disponible en el primer período	60
4.13. MCV en escenario 1 para Electricity	60
4.14. Precio de la pulpa según escenario	64
4.15. Precio de PulpLogs por escenario y horizonte	67
4.16. Probabilidad por escenario	68
4.17. VAN por escenario	69
4.18. Planificación de cosecha para el escenario e1 por celda	70
4.19. Porcentaje cumplimiento demanda de productos por escenario	72
4.20. Comparación del beneficio por escenario según modelo	74
4.21. Evaluación parámetro cons	75
4.22. Resultados variación parámetro cons	76
4.23. Variación venta de troncos desde parcela	76
4.24. Variación VAN a través de cons	77
4.25. Modificación probabilidad de escenarios	78
4.26. Análisis de sensibilidad a la probabilidad de escenarios en el VAN	78

Índice de figuras

2.1. Horizonte temporal caso de estudio	7
2.2. Esquema formulación en dos etapas	12
2.3. Árbol de escenarios	13
2.4. Arbol de escenarios usando escenarios separados	15
2.5. Ejemplo de árbol de escenarios con probabilidades condicionadas por eventos finales	16
3.1. Esquema de balance de inventario en fábrica	20
3.2. Árbol de escenarios para validación estocástica	44
3.3. Árbol de escenarios para el precio de la pulpa	45
3.4. Árbol de escenarios para el 3er. caso de validación	47
3.5. Variación de precios de pulpa inter-escenarios para el 3er. caso de validación	48
4.1. Ingresos por venta de productos	55
4.2. Comparación entre madera cosechada, inventariada y vendida por período	57
4.3. Proceso para la estimación de la variación del precio de la pulpa	63
4.4. Árbol de escenarios para el precio del producto pulpa	65
4.5. Árbol de escenarios para el precio de PulpLogs	66
4.6. Volumen cosechado en horizonte de negocio según escenario y período (coloración)	71

4.7. Distribución venta de productos por escenario 73

Capítulo 1

Introducción

En el presente trabajo se aborda el problema del desacople existente en la planificación de la industria forestal entre las distintas entidades que componen la cadena de valor. Por un lado, se tienen los bosques, los cuales se planifican utilizando amplios horizontes temporales, asociados a una rotación forestal completa, las cuales varían según la especie del árbol. La rotación es el tiempo que transcurre desde la plantación hasta la cosecha del bosque. Como se menciona en Giambruno y López, 2010, la rotación en plantaciones que tienen como objetivo final la producción de madera para las industrias que la transforman mecánicamente (aserraderos, plantas de bobinado y fábricas de tableros contrachapados), oscilan entre unos 20 y 25 años. Por otro lado, se encuentra la planificación industrial donde los procesos productivos fabriles usan como insumo la madera proveniente de los bosques y cuya planificación se realiza con un horizonte de tiempo más acotado, dado que se encuentran limitados por la confiabilidad de los datos respecto a las condiciones del mercado (precio y demanda).

Como principal desafío, se busca lograr una correcta integración entre la planificación forestal y la planificación industrial para maximizar el beneficio de la cadena de valor. Hoy en día esta conexión es poco común debido a su dificultad inherente y eso hace que se planifique en primera instancia los bosques, y a raíz de esta surge la planificación industrial, generando restricciones innecesarias al problema. El desacople existente produce resultados subóptimos, los cuales no garantizan la maximización de los beneficios de la cadena de valor vista de manera integral. Esta suboptimalidad ha sido ignorada por mucho tiempo, ya que en general no se tiene una visión global de la cadena de valor, producto de que se tienen responsables distintos para cada entidad participante y cada uno de ellos vela por sus propios intereses. Asimismo, lograr dicha unificación entre las planificaciones, que es el abordaje que se plantea en este trabajo, no ha sido ni es una tarea sencilla ya que es un problema de una complejidad elevada.

Además de buscar la correcta integración entre estas dos planificaciones, se debe contemplar y relacionar

con las mismas, la toma de decisiones estratégica. En primer lugar, la táctica y por último la operativa, donde en ese orden, cada una genera restricciones a la consecuente actividad posterior, logrando de esa manera satisfacer una demanda determinada. El proceso de sincronizar las actividades que componen la cadena, como lo son, el aprovisionamiento, producción, distribución y venta es muy complejo, dadas las limitaciones inherentes que presenta cada actividad. Por lo tanto, el objetivo principal de este trabajo consiste en maximizar el valor actual neto esperado de toda la cadena de valor, buscando la mayor rentabilidad.

Capítulo 2

Revisión literaria

En este capítulo se presenta una síntesis de la revisión bibliográfica realizada en torno a los principales componentes del problema abarcado en este trabajo, como lo son la industria forestal y la planificación de su cadena de valor, así como el uso de modelos de optimización matemática, deterministas y estocásticos, para la resolución de problemas de similar naturaleza al de este estudio.

2.1. Introducción al problema

Para entender las distintas decisiones que deben tomar los planificadores y la conexión entre estas, se debe tener un entendimiento básico de la cadena de valor forestal, ya que es un rubro donde intervienen varios actores.

La cadena de valor forestal está caracterizada por sus flujos divergentes. Es decir, se puede obtener una gama muy variada de productos y subproductos, dependiendo de los diferentes procesos industriales aplicados en las distintas etapas.

En Rönnqvist et al., [2015](#), se plantea descomponer la cadena de valor en tres redes distintas. La primera, la red de recursos, que se encarga de la gestión forestal y del transporte de la madera a las industrias. Luego, está la red de producción y distribución, encargada de transformar la madera en los distintos productos posibles y de suministrar dichos productos al cliente final que los demanda. Finalmente, la red de recuperación, que gestiona los residuos y los subproductos no deseados que quedan luego de aplicados los distintos procesos industriales, buscando minimizar el impacto ambiental y revalorizar estos distintos productos.

A nivel forestal, primero se debe entender que los bosques utilizados en estos estudios son subdivididos en

lotes con características similares, llamadas celdas, concepto clave y de alta relevancia en el rubro. Las celdas se diferencian de acuerdo al largo, diámetro y calidad de los troncos que poseen. Un concepto consistente en varias de las bibliografías relevadas, como Kong y Rönnqvist, 2014, Troncoso et al., 2015 y Bouchard et al., 2017, es que una vez que se comienza la cosecha de la celda, la misma será cosechada totalmente y al terminarse se reforestará inmediatamente.

Además, es importante comprender que de un mismo tronco de árbol se pueden obtener distintos tipos de troncos, de ahora en más trozas, según el patrón de corte utilizado. En caso de que la troza no tenga valor en sí misma, se envía a las fábricas para utilizarse como combustible o simplemente dejarlo como merma en el bosque. En Kong y Rönnqvist, 2014 se trabaja con curvas de crecimiento de los árboles dentro de cada celda pronosticando a partir de la edad en el inicio del período de planificación, cuáles serán las características de los mismos. A su vez, dentro de cada celda se destacan también los patrones de corte que pueden obtenerse, con su rendimiento asociado, pudiendo conocer cuanto producto podría cosecharse a partir de la celda. A esta aproximación se le sumará el pronóstico de precio de este producto a considerar.

La cadena de valor de la industria se completa con la distribución a las fábricas las cuales presentan restricciones de capacidad y eficiencias en rentabilidad de acuerdo al tipo de tronco que reciban y su distancia a la celda, entrando en esta última en lo que refiere la logística de distribución. La cadena se cierra con la entrega de productos procesados en las fábricas al consumidor final, sobre los cuales se establecen con curvas de estimación de la demanda.

2.2. Horizontes de planificación en la industria forestal

A continuación, se presenta una breve explicación de la planificación de la cadena de suministro en la industria forestal, basada en las planificaciones estratégica, táctica y operativa, las cuales se intenta que logren integrarse para brindar resultados eficaces y eficientes.

2.2.1. Planificación Estratégica

Primeramente, se tiene la planificación estratégica, en la cual se toman decisiones respecto a diversos aspectos como: las estrategias de gestión, los tratamientos silvícolas, la construcción de rutas, la apertura/cierre de fábricas, la ubicación de actuales y nuevas fábricas, el desarrollo de productos y mercados, entre otras cuestiones, donde todos estos aspectos son decisiones a largo plazo que implican y analizan el impacto que tendrá cada una de ellas en toda la cadena de suministro, D'Amours, Rönnqvist y Weintraub, 2008.

El horizonte temporal para la planificación estratégica suele ser una rotación forestal completa, ya que

estos modelos trabajan bajo el imperativo de la sustentabilidad, por lo que a nivel macro, el estado de los bosques en el punto de comienzo debería ser el mismo que al cierre de la rotación. Se debe tener en cuenta además, las normas y leyes que rigen en cada territorio en materia de conservación medioambiental y otro aspecto no menor, las estacionalidades y que comportamiento adoptar en cada momento del año según la ubicación en la que se encuentre espacialmente el bosque.

En Andersson y Eriksson, [2007](#) se abordan las diferencias entre usar períodos temporales iguales o variables para la planificación estratégica, ya sea en un modelo integrado con la planificación táctica como en uno que no lo es. Otro enfoque presentado por los autores en referencia a la planificación estratégica, es la imposición de porcentajes mínimos de volumen de cosecha para cada una de las estaciones del año, evitando así que no se coseche en los períodos de peores condiciones climáticas.

2.2.2. Planificación Táctica

Luego le sigue la planificación táctica, la cual enfrenta problemas más cortoplacistas, usualmente con un horizonte temporal de cinco años, subdividido en intervalos temporales anuales.

El resultado de la planificación táctica será entonces, a partir de la situación que se encuentren los bosques en relación a su forestación (lo cual refiere a la planificación estratégica), buscar optimizar los recursos de forma de generar una solución óptima (subóptima en el global al no involucrar la planificación estratégica) en los próximos periodos temporales, generalmente, anuales. Como pilares de esta planificación se tienen la recolección (tala y corte) de las celdas a definir del bosque (cuál y cuándo) y también el transporte de los productos. Uno de los principales desafíos de esta planificación consiste en integrar estos dos pilares para obtener la solución más eficiente. En Rönnqvist et al., [2015](#) se menciona como la existencia de múltiples partes interesadas hacen que la solución óptima no sea precisamente la óptima. En dicho artículo, se presenta un caso de estudio en Canadá donde se menciona como propietario de las tierras forestales al gobierno, empresas transportistas privadas y emprendedores independientes que generan nuevas restricciones agregando ineficiencias en la cadena de valor.

Para esta planificación, D'Amours, Rönnqvist y Weintraub, [2008](#) hacen una distinción en la naturaleza del problema que se está abarcando, diferenciando entre los problemas de gestión forestal por un lado, y los de producción y distribución por el otro. En estos modelos, las decisiones a tomar están asociadas a flujos entre bosques y plantas industriales, niveles de producción en las plantas y flujos de las fábricas hacia el cliente final. Para ello, se deciden cuestiones asociadas a la recolección y el transporte de la madera, con la ingeniería de caminos como principal promotor, que es otro componente del cual se encarga la planificación táctica y tiene que ver con analizar al detalle la viabilidad de caminos eficientes y creación y eliminación de caminos, junto al estudio de costos relacionados. En Andersson y Eriksson, [2007](#) se señala que las variables asociadas

a decisiones de caminería deben ser binarias, lo que agrega una complejidad importante a los modelos de optimización.

Un enfoque interesante respecto a las decisiones de caminería se presenta en Andersson y Eriksson, [2007](#). Para minimizar los costos de transporte y preparación de maquinaria necesaria para la cosecha, se busca cosechar celdas cercanas. Para eso, el autor divide la red de caminería en secciones geográficamente aledañas e incluye una variable de penalización en el modelo.

Uno de los aspectos más interesantes e importantes a estudiar dentro de la planificación táctica refiere al transporte de los troncos hacia los aserraderos, plantas de celulosa y fábricas para uso energético. El transporte y la logística implicada componen uno de los porcentajes de costos más alto de la cadena de valor, por lo cual hace muy relevante las decisiones que se tomen. Decisiones que se componen desde la contratación de empresas tercerizadas o la compra de vehículos de diferente porte dependiendo del tronco en cuestión; hasta decisiones de realización de caminos-calles dentro de los predios que faciliten la carga y el recorrido de los camiones. Dentro de estas decisiones también se puede considerar la locación de los aserradores buscando que sean lo más próximos a las celdas de bosque a cosechar.

Los problemas logísticos mencionados previamente también se ven afectados por la demanda de cada año que tiene cada fábrica y también de la disponibilidad de troncos que disponga cada celda en un año en particular, siendo un problema que debe resolverse en un horizonte de mediano plazo. Se entiende que la planificación y la logística de trasladar los productos con diferentes puntos de acopio es un mundo más que interesante pero que presenta una complejidad inherente, pasando desde el análisis de rutas óptimas hasta la optimización de tiempos y capacidad de cada punto de acopio.

Este horizonte de planificación también incluye preocupaciones en relación a factores medioambientales, en donde el pronóstico del clima para el horizonte de planificación puede influenciar en la curva de crecimiento de los troncos como por ejemplo, pronósticos de pluviales y de sequías. Además, las condiciones ambientales también deben ser tenidas en cuenta en la planificación táctica en las decisiones que refieren al aprovisionamiento de madera, considerando que hay épocas del año en las que el acceso a los bosques se vuelve muy difícil. Es importante tener en cuenta que las decisiones que se tomen en esta etapa podrán afectar temas relacionados con la sustentabilidad y tener repercusiones sociales.

Por tanto, como se menciona en D'Amours, Rönnqvist y Weintraub, [2008](#), se tiene que la planificación táctica juega un papel de puente entre la planificación estratégica y la planificación operativa, es decir, sirve de cimiento para lo que luego se llevará a cabo en la operativa posterior, de manera que se mitiguen la mayoría de los riesgos que puedan surgir. La planificación táctica en sí, debe garantizar y promover las buenas prácticas y que se cumplan con los plazos establecidos.

Años	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Periodos de Planificación	1	2	3	4	5	6					7					8					9				
	Horizonte de Negocio					Horizonte de Anticipación																			

Figura 2.1: Horizonte temporal caso de estudio

En varios trabajos de planificación integrada, como Troncoso et al., 2015 y Kong y Rönnqvist, 2014, se subdivide el horizonte temporal de la misma manera. Se empieza trabajando con intervalos anuales en cada uno de los primeros cinco años, para tomar las decisiones de planificación del negocio (táctica). Luego de esto, para la planificación estratégica se consideran cuatro períodos de cinco años cada uno. La representación del horizonte temporal se muestra en la Figura 2.1.

2.2.3. Planificación Operativa

Por último se encuentra la planificación operativa la cual representa el tercer nivel de planificación y la de menor plazo. Aquí se toman decisiones que se llevarán a cabo directamente por lo que es crucial contar con un calendario de operaciones y una adecuada programación de actividades. Se debe mantener un control exhaustivo de los procesos actuantes en la fabricación y distribución de mercadería. Una de las dificultades mayores de la planificación operativa recae en que cada decisión a tomar sucede en tiempo real, lo que representa que la misma debe ser rápida y precisa de manera que no genere cuellos de botella.

En relación a la planificación de corto plazo (día a día o semana a semana) que refiere a que camiones deben entregar a cuales fábricas respetando restricciones del tipo de capacidad y cumplimiento de demanda, suelen ser modelados como problemas de optimización matemática lineales conocidos como VRPs, Vehicle Routing Problems. De Rönnqvist et al., 2015 se puede destacar que en la formulación de estos problemas se suele considerar únicamente el transporte de los troncos pero no el retorno del camión vacío, ya que al considerarse estos retornos el autor comenta que la complejidad del problema aumenta drásticamente por lo que no es posible resolverse a través de los métodos comentados, lo que conlleva a la conclusión de "... se provee únicamente un 50% de eficiencia".

2.3. Situación desacoplada

Históricamente, los actores encargados de la planificación forestal y la planificación táctica no trabajaban bajo el mismo objetivo (producto de que no pertenecían a una misma organización), por lo que ambos problemas se resolvían de manera jerárquica, desacoplada y secuencial. En esta estrategia, el gestor forestal

planificaba las actividades de cosecha y transporte para optimizar el valor actual neto esperado de los troncos, dejando de lado la demanda del mercado.

Como se menciona en D'Amours, Rönnqvist y Weintraub, 2008 el enfoque jerárquico fue y es ampliamente utilizado en problemas de gestión forestal debido a que permite afrontar la planificación táctica sin tener en cuenta consideraciones espaciales inicialmente.

Este desacople, a efectos de la optimización de la cadena de valor, genera que no se alcancen resultados óptimos. La suboptimalidad proviene de que la planificación táctica está condicionada por la disponibilidad de troncos determinada en la planificación estratégica. Se genera entonces una diferencia entre lo que las fábricas planifican recibir y lo que finalmente se cosecha en los bosques, teniendo que rediseñar procesos o hasta incumplir con la demanda. Desde el punto de vista de la planificación forestal sucede que dada esta inconsistencia, no es posible maximizar el VAN de la madera al no atender con exactitud la demanda e incurrir en costos generados por la planificación ineficiente. Estos puntos se discuten con profundidad en Gunn, 2009.

Luego del relevamiento bibliográfico del tema, se detecta la falta de modelos de gestión forestal que se conecten con el próximo paso de la cadena de valor, que es la actividad industrial. En cambio, sí se encuentran trabajos que relacionan la planificación táctica con la operativa.

2.4. Situación integrada

Al planificar de manera desintegrada, uno de los principales problemas que surge cuando se quiere integrar los distintos niveles de planificación son las inconsistencias entre las soluciones. Andersson y Eriksson, 2007 identifica tres fuentes de inconsistencia al pasar de la planificación estratégica a la táctica. Por un lado están las inconsistencias espaciales, producto de que no se trabaja con la subdivisión de celdas en la planificación estratégica pero las mismas si aparecen en la planificación táctica. Por otro lado están las inconsistencias temporales, al trabajar con horizontes temporales diferentes, siendo menores en la táctica, lo que produce que no se sepa las implicancias que tienen las decisiones tácticas tomadas en los objetivos definidos en el plan estratégico. Finalmente, se tienen las inconsistencias producto de los distintos niveles de restricción, ya que los criterios utilizados entre un nivel y otro cambian.

Frente a estos problemas es que surge la idea de integrar los dos modelos de planificación, el estratégico y el táctico. Para el horizonte temporal de planificación táctica, dado que se trabaja con datos de demanda estimada por producto, se utiliza una estrategia *pull*, en que la planificación forestal es impulsada por dichos estimados, alejándose de la estrategia de producción para existencias con la que se trabaja al planificar de manera desacoplada y jerarquizada. Debido a la complejidad de los productos y subproductos que se pueden

obtener de la madera, se trabaja con grandes familias de productos. La demanda no está topeada por el estimado, por lo que en el modelado se incluye un efecto de saturación de mercado lineal, Bouchard et al., 2017.

Por un lado, Troncoso et al., 2015 proponen un modelo de optimización entera mixta para resolver el problema. Mientras que Bouchard et al., 2017 proponen integrar la visión estratégica de la cadena de valor en el problema de la gestión táctica forestal. Para eso, proponen considerar los problemas estratégicos y tácticos como independientes y distribuidos, utilizando de esta manera un método de descomposición para la resolución del problema. En particular, plantean el uso del método de generación de columnas, en el que se trabaja con un problema maestro y al menos un subproblema conectados, iterando continuamente entre ambos hasta llegar a una solución óptima. Considerando que el problema debe ser resuelto muchas veces, optan por utilizar programación dinámica para la resolución del modelo.

Para construir el modelo integrado, utilizan dos solvers comerciales de uso abierto, *Silvilab* para la planificación estratégica y *Logilab* para la planificación táctica. El problema maestro es una combinación de la planificación táctica con un conjunto de restricciones de sustentabilidad, por lo que se resuelve utilizando *Logilab*. Por el otro lado, cada subproblema es una solución del modelo de planificación estratégica, utilizando *Silvilab* se generan las nuevas columnas, resolviendo el modelo de planificación estratégica; donde cada columna representa entonces una combinación del conjunto de tratamientos que se le puede hacer al bosque.

El objetivo global de este modelo es la maximización de la ganancia de la cadena de valor en el primer período mientras balancea a largo plazo los niveles de cosecha por especie sujeto a las restricciones de sustentabilidad. En este mismo artículo los autores también se centran de manera más específica en los tratamientos que reciben los bosques y troncos, a diferencia del enfoque de Troncoso et al., 2015.

En consideración a la estimación de la demanda, Bouchard et al., 2017 utilizan el esquema propuesto por Gunn, 2009, que consiste de tres enfoques de crecimiento y gestión forestal:

Se define previamente las nociones de arco y rodal, utilizados en los modelos enunciados por Gunn, 2009.

Se entiende como arco en el contexto de la teoría de grafos o redes, a una conexión dirigida o un enlace que conecta dos nodos específicos en un grafo o red. La característica principal de un arco es que tiene una dirección, lo que significa que va desde un nodo de origen hacia un nodo de destino.

Por otro lado, se entiende como rodal a aquella unidad de área dentro de un bosque o área forestal que se caracteriza por tener árboles con características similares y se gestiona de manera conjunta para lograr objetivos específicos de manejo forestal.

Modelo 1: “Cada arco es un conjunto completo de tratamientos para un rodal o un conjunto de rodales, que cubre todo el periodo del horizonte de planificación”.

Modelo 2: “Los arcos son una sucesión de tratamientos que cubren una rotación completa”.

Modelo 3: “Cada arco es un tratamiento específico durante un periodo específico”.

En Kong y Rönnqvist, 2014 se presenta un modelo integrado, pero simplemente como una referencia teórica, junto a dos modelos secuenciales en los cuales la coordinación se hace mediante precios de transferencia internos, algo que también se exhibe en Troncoso et al., 2015. En Kong y Rönnqvist, 2014 se presentan dos enfoques secuenciales, acompañados por un modelo de optimización matemática. En el primero de ellos, *S-A*, se utiliza una estrategia *push*, en el que la fuerza impulsora de la cadena de suministro es la cosecha, mientras que en el otro, *S-B*, se utiliza un enfoque *pull*, considerando la demanda de los productos derivados de la madera. Por ende, en este segundo modelo los precios de transferencia internos influyen en las decisiones de cosecha. Para determinar de manera correcta los precios de transferencia internos, Kong y Rönnqvist, 2014 evalúan dos heurísticas, una de ellas basada en valores duales mientras que la otra deriva de una descomposición lagrangiana.

2.5. Enfoque de optimización bajo incertidumbre

En el mundo de los modelos de optimización, es común encontrar problemas en los que existan varias dimensiones de análisis en donde está presente la incertidumbre. La optimización determinista fuerza a trabajar con valores promedio para parámetros inciertos, lo que resulta en que los modelos arrojen soluciones que no consideran los valores de los parámetros ante posibles escenarios de incertidumbre, o incluso no sean factibles. Ante la necesidad de incorporar la incertidumbre a los modelos para obtener resultados más precisos y confiables, es que surge el enfoque de la optimización estocástica, que relaja la imposición de trabajar con un valor por parámetro y permite trabajar con un conjunto de posibles escenarios, los cuales son ponderados por distribuciones de probabilidad.

Una de las principales causas de trabajar con modelos de optimización estocástica es a raíz de la falta de confiabilidad en los datos. Esto suele estar presente cuando se trabaja con parámetros sujetos a factores exógenos, como pueden ser fluctuaciones en las demandas, tarifas energéticas, de combustible y arancelarias. También, la incertidumbre puede estar asociada al comportamiento medioambiental, ya sea desde la probabilidad de ocurrencia de desastres naturales, hasta las variaciones climáticas que inciden en la proyección del crecimiento de los troncos.

Es entonces que, para modelar se deben considerar diferentes escenarios para los cuales estos parámetros sujetos a la incertidumbre toman distintos valores. Las combinaciones de eventos aleatorios para los parámetros estocásticos a lo largo de los períodos temporales que componen al modelo, permiten formar un árbol de escenarios. A diferencia de los modelos deterministas, aquí las decisiones ocurren en los nodos del árbol de

escenarios en vez de en los períodos.

Un concepto que es pertinente mencionar es el de optimización robusta, que en Ramos y Cerisola, [2005](#) se describe como la generalización del concepto de protección frente al riesgo. Esto se debe a que uno de los beneficios de la optimización estocástica es que permite incorporar una conciencia de riesgo, mediante la penalización de los peores escenarios. La optimización robusta busca el equilibrio simultáneo entre ambos objetivos de optimalidad y factibilidad. Por ende, se dice que una solución es robusta si es casi óptima para todos los escenarios. De igual manera, un modelo será considerado robusto si es casi factible en todos los escenarios ponderados.

En problemas como el que se aborda en este trabajo, al utilizar un modelo de optimización entera estocástica se le permite al planificador tomar decisiones considerando distintos escenarios a lo largo del tiempo, maximizando de esta manera el valor esperado en vez de analizar solamente un único escenario promedio.

En el artículo de Badilla Veliz et al., [2015](#) se consideran tres factores como los principales factores inciertos en la planificación. El primero de ellos se compone de la incertidumbre en las condiciones de mercado, entiéndase precio y demanda. Por ende, se trabaja con límites superiores e inferiores de nivel de demanda donde para vincularlos, se utilizan funciones de correlación. Tanto Badilla Veliz et al., [2015](#) como Alonso-Ayuso et al., [2011](#) consideran este factor en sus modelos.

El segundo factor a considerar son los rendimientos que tienen los suelos y los crecimientos esperados de los troncos. En el rubro forestal se trabaja con curvas de crecimiento multifactoriales que permiten realizar buenas aproximaciones. Esta fuente de incertidumbre es trabajada por Badilla Veliz et al., [2015](#).

Como tercer factor, se tiene el riesgo de incendios y de pestes dentro de los bosques, donde el primero es un aspecto que varios autores consideran muy relevante y hacen hincapié en modelos de gestión forestal.

Por lo tanto, a modo de síntesis, el enfoque estocástico se basa en considerar diferentes escenarios que prevean las múltiples situaciones en relación a la variables más influyentes en el problema, que como se menciona anteriormente, usualmente se consideran: precio, demanda, factores de crecimiento y gestión de riesgos. A diferencia del enfoque determinista, en este no se trabaja con valores promedio en las variables.

2.5.1. Optimización estocástica en múltiples etapas

La optimización estocástica en múltiples etapas trata de la formulación y resolución de problemas en los que se toman decisiones intercaladas con eventos aleatorios en el tiempo. Por ende, las decisiones dependen del pasado y deben sopesar el abanico de escenarios futuros.

Optimización estocástica en dos etapas

Considerando un problema que contenga un único evento aleatorio, se definen las decisiones de *primera etapa* como aquellas decisiones deterministas que se toman previo a la ocurrencia del evento aleatorio. Por otro lado, las decisiones de *segunda etapa* si se ven influenciadas por el evento aleatorio, ya que en base a la realización que haya tenido el suceso aleatorio es que se toman las acciones correctivas pertinentes.

En base a estos conceptos se elabora la formulación del problema estocástico lineal de dos etapas con recurso fijo, a la que llegaron en paralelo Dantzig, 1955 y Beale, 1955. Por recurso se hace referencia no a un recurso tangible, sino que a un elemento al que se puede recurrir.

Para modelar la incertidumbre, se tiene el conjunto de eventos aleatorios Ω , compuesto por todas las posibles realizaciones del evento aleatorio, utilizando ω para representar a cada elemento del conjunto. A su vez, se representan con x las decisiones de primera etapa, siendo este un vector $n_1 \times 1$. En cambio, el vector $y(\omega)$, de dimensiones $n_2 \times 1$, es utilizado para las decisiones de segunda etapa. El intercalado de las decisiones en el tiempo con el evento aleatorio se ilustra gráficamente en la Figura 2.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{min} \quad z = c^T x + E_{\xi}[q(\omega)^T y(\omega)] \text{ s.a} \quad Ax = b, \\ \quad \quad T(\omega)x + W y(\omega) = h(\omega), \\ \quad \quad x \geq 0, y(\omega) \geq 0, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

El problema de optimización de dos etapas se formula mediante 2.1, donde el primer término de la función objetivo refiere a los costos incurridos en la primer etapa, siendo este el problema de resolución determinista. El segundo término de la función objetivo representa los costos incurridos en la segunda etapa. En donde, $\xi = \xi(\omega) = (q(\omega), h(\omega), T(\omega))$ es utilizado para representar el agrupamiento de los parámetros que dependen del evento aleatorio, siendo T conocida como la matriz tecnológica, de dimensiones $m_2 \times n_1$, $q(\omega)$ de $n_2 \times 1$, mientras que $h(\omega)$ es un vector $m_2 \times 1$. Se denomina a W como la matriz de recurso.

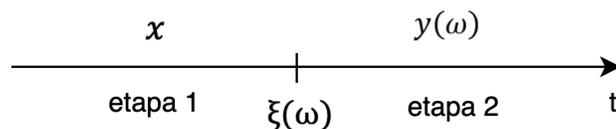


Figura 2.2: Esquema formulación en dos etapas

Extensión a múltiples etapas

A partir del modelo anterior es posible extender a múltiples etapas considerando un horizonte temporal fijo, H . La notación varía levemente respecto del caso con dos etapas, ya que se pasa a representar como x^t las decisiones en la etapa t . Además, se diferencian los parámetros deterministas con $\xi^1 = (c^1, W^1, h^1)$, mientras que para los parámetros aleatorios se pasa a utilizar $\xi^t(\omega^t) = (c^t(\omega^t), T^{(t-1)}(\omega^t), h^t(\omega^t))$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{min} \quad z = c^1 x^1 + E_{\xi^2}[\min c^2(\omega^2)x^2(\omega^2) + \dots + E_{\xi^H}[\min c^H(\omega^H)x^H(\omega^H)] \dots] \\ \text{s.a} \quad W^1 x^1 = h^1, \\ \quad T^1(\omega^2)x^1 + W^2 x^2(\omega^2) = h^2(\omega^2), \\ \quad \dots \\ \quad T^{H-1}(\omega^H)x^{H-1} + W^H x^H(\omega^H) = h^H(\omega^H), \\ \quad x^1 \geq 0, x^t(\omega^t) \geq 0, \quad t = 2, \dots, H; \end{array} \right. \quad (2.2)$$

2.5.2. Optimización estocástica multietapa basada en escenarios

Los eventos aleatorios suelen asumirse con un número finito de realizaciones, por lo que los posibles valores que puede tomar ξ se denominan escenarios. Como menciona Ferrari, 2022, el modelado basado en escenarios permite tratar a la formulación (2.2) como determinista, ya que se utiliza la denominada forma extensiva. En esta, se incorporan variables para decisiones compensatorias para todas las posibles realizaciones de los eventos aleatorios. Como los parámetros aleatorios tienen soporte finito, el problema obtenido utilizando la formulación extensiva resulta ser determinista.

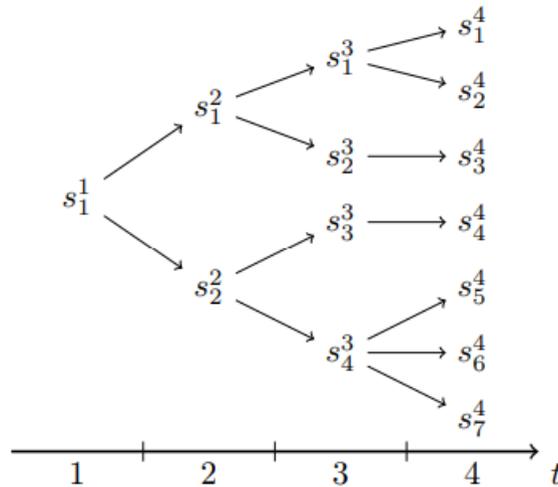


Figura 2.3: Árbol de escenarios

A continuación, se presenta el modelo con formulación extensiva y escenarios. En este, el conjunto $S^t = s_t^1 \dots s_{K^t}^t$, contiene los escenarios de la etapa t , siendo K^t la cantidad de escenarios de la etapa, mientras que el parámetro $\pi(s)$ es la probabilidad del escenario p . Por último, el conjunto S_s^t es el conjunto de escenarios del período t que son descendientes del escenario p en el período $t - 1$. Este modelado de los escenarios se puede ver en la Figura 2.3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{min} \quad z = c^1 x^1 + \sum_{t=2}^H \sum_{s \in S^t} \pi(s) c^t(s) x^t(s) \\ \text{s.a} \quad W^1 x^1 = h^1, \\ \quad T^2(s) x^1 + W^2 x^2(s) = h^2(s), \quad s \in S^2 \\ \quad \dots \\ \quad T^{H-1}(s) x^{H-1}(s') + W^H x^H(s) = h^H(s), \quad s' \in S^{H-1}, \quad s \in S_s^H, \\ \quad x^1 \geq 0, x^t(s) \geq 0, \quad t = 2, \dots, H, \quad s \in S^t; \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Escenarios separados

Es posible definir una formulación extensiva alternativa a la utilizada en (2.3), en la que se trabaja con escenarios separados, lo que implica sustituir el S^H utilizado en esta formulación por un único conjunto de escenarios S . La formulación alternativa se denomina con escenarios separados y se muestra a continuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{min} \quad z = c^1 x^1 + \sum_{t=2}^H \sum_{s \in S} \pi(s) c^t(s) x^t(s) \\ \text{s.a} \quad W^1 x^1 = h^1, \\ \quad T^2(s) x^1 + W^2(s) x^2(s) = h^2(s) \quad s \in S, \\ \quad T^t(s) x^{t-1}(s) + W^t(s) x^t(s) = h^t(s), \quad t = 3, \dots, H, \quad s \in S, \\ \quad x^1 \geq 0, x^t(s) \geq 0, \quad t = 2, \dots, H, \quad s \in S, \text{no anticipativas}, \quad t' = t, \dots, H, \quad s \in S \end{array} \right. \quad (2.4)$$

En esta formulación, las decisiones de una etapa solo pueden depender de las decisiones de la etapa inmediatamente anterior. Como en la práctica estos modelos suelen ser utilizados para modelar problemas en los que la dependencia de las decisiones, no es únicamente de la etapa anterior, sino que hay mas etapas previas que influyen, se debe relajar la estructura del modelo para tener esto en cuenta, algo que es sencillo de hacer si se trabaja con escenarios separados.

Otra de las facilidades de trabajar con escenarios separados es a la hora de implementar los modelos. Esto se debe a que en los software de modelado matemático no es posible definir variables de decisión con una cantidad de argumentos variables. Otra ventaja del modelo (2.4) respecto al (2.3) es la facilidad para recorrer los escenarios que están en un mismo camino del árbol. Dado un escenario $s \in S$ en la etapa $t \in T$, para acceder al escenario predecesor n etapas hacia atrás simplemente se indexa en $t - n$, manteniendo fijo el

escenario.

Mediante el uso del modelado por escenarios separados, nace la dificultad de que las decisiones que se toman en una etapa pueden anticiparse, lo cual no debe suceder en un problema de programación estocástica, donde las decisiones únicamente deben ser afectadas por las decisiones pasadas. Puede suceder que, como en cada etapa las variables pueden tomar valores distintos, se tomen diferentes decisiones para distintos escenarios finales siendo estos conceptualmente iguales. En miras de cumplir este requisito denominado *principio de no anticipatividad*, es que se agregan las restricciones de no anticipatividad, haciendo que las variables de decisión tomen el mismo valor si para distintos escenarios finales se corresponden con el mismo escenario en una etapa dada.

En la Figura 2.4 se presenta un esquema que muestra la necesidad de las restricciones de no anticipatividad. Los rectángulos indican los escenarios que deben tener el mismo valor por etapa para conservar la no anticipatividad.

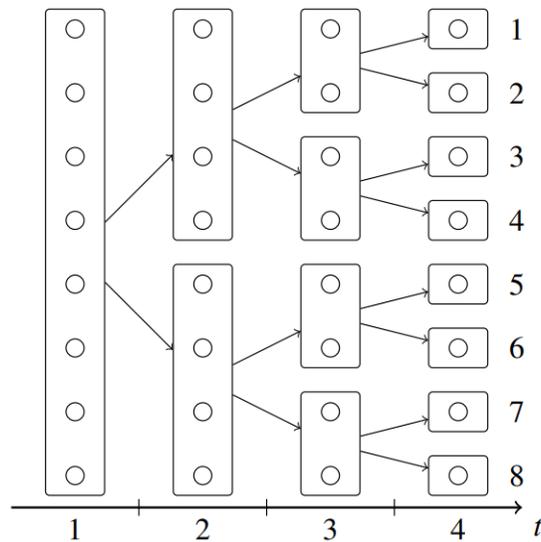


Figura 2.4: Arbol de escenarios usando escenarios separados

Para poder modelar estas restricciones, una herramienta presentada en Ferrari, 2022 es la incorporación de un parámetro llamado $anc(s,t)$. Este hace referencia al escenario ancestro del escenario final $s \in S$ en la etapa $t \in T$, siendo $anc(s,H) = s$ y $anc(s,1) = 1$ para todo $s \in S$, lo que define un único escenario en la primera etapa o lo que es lo mismo, el comienzo del árbol. Esto permite introducir las restricciones de no anticipatividad a la formulación algebraica de la siguiente manera:

$$x^t(s) = x^t(s'), \quad t = 2, \dots, H, \quad s, s' \in S, \quad anc(s,t) = anc(s',t) \quad (2.5)$$

2.5.3. Probabilidad de suceso de escenarios

Cada escenario se corresponde con un camino desde el nodo raíz a un nodo hoja en el *árbol de escenarios* previamente definido. En este tipo de modelos se pueden ingresar las probabilidades de ocurrencia de los diferentes escenarios a través de dos alternativas.

La primera de ellas consiste en calcular las probabilidades condicionales por evento (nodo), es decir, definir la probabilidad de cada una de las realizaciones de un evento. Posteriormente se definen restricciones que generan la probabilidad de ocurrencia de cada escenario separado. La otra alternativa es definir la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los escenarios separados; basándose en las probabilidades de los eventos en los que participa, pero sin hacer foco en ellos. En la Figura 2.5 podemos observar un ejemplo de un árbol de tres períodos, con cuatro escenarios finales y con sus probabilidades de ocurrencias correspondientes condicionadas por los diferentes eventos.

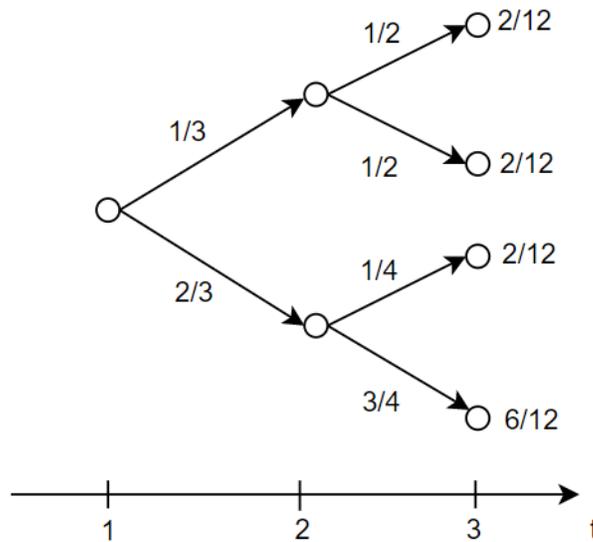


Figura 2.5: Ejemplo de árbol de escenarios con probabilidades condicionadas por eventos finales

2.5.4. Herramientas para el análisis de validación del modelo estocástico

Existen dos formas de poder medir el valor y las soluciones de los modelos de esta índole. Las siguientes definiciones y problemas definidos son descritos por Ferrari, 2022, en donde también se hace mención a los artículos de Escudero et al., 2007 y Birge y Louveaux, 2011.

Valor esperado de la información perfecta (EVPI)

Recourse Problem (RP): El problema es equivalente al modelo de escenarios separados previamente descrito, salvando la diferencia de que las decisiones de primera etapa dependen del escenario. Esto se realiza para poder simplificar algunas definiciones.

$$\left\{ \begin{array}{l} RP = \min \sum_{s \in S} \pi(s) \sum_{t=1}^H c^t(s) x^t(s) \\ \text{s.a} \quad W^1(s) x^1(s) = h^1(s), \\ \quad T^t(s) x^{t-1}(s) + W^t(s) x^t(s) = h^t(s), \quad t = 2, \dots, H, \quad s \in S, \\ \quad x^t(s) = x^t(s'), \quad t = 2, \dots, H, \quad s, s' \in S, \quad anc(s, t) = anc(s', t) \\ \quad x^t(s) \geq 0, \quad t = 1, \dots, H, \quad s \in S, \text{ no anticipativas, } \quad t' = t, \dots, H, \quad s \in S \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Si se compara este problema (RP) con el definido en (2.4), se observa que la única diferencia es la exclusión del primer término que aparece en la función objetivo de (2.4) referente a los costos incurridos en la primer etapa. Dicho término, no se elimina del problema, sino que se incluye enteramente en el término de la sumatoria de la función objetivo del problema (RP), como también, la restricción correspondiente al mismo.

Wait and See (WS): Este valor surge como solución óptima del problema RP en el cual se permite que las decisiones de las primeras etapas se anticipen a los eventos aleatorios futuros, violando de forma intencional, las restricciones de no anticipatividad para poder contemplar el valor que se obtendría en el peor o mejor conjunto de escenarios.

Se define entonces en (2.7), el valor esperado de la información perfecta, el cual surge de la diferencia entre el valor del problema RP y el valor WS , donde además se cumple que $WS \leq RP$, ya que WS es una relajación del problema RP , que es de minimización. Este valor permite considerar los mejores escenarios que conllevan a las mayores ganancias si se conociese toda la información o si se tuvieran buenas estimaciones. También, por el contrario, este valor permite generar el peor resultado (pérdidas) a enfrentar debido a la incertidumbre de las decisiones, a través de los peores escenarios.

$$EVPI = RP - WS \quad (2.7)$$

Valor esperado de la solución estocástica (VSS)

A continuación, se define el problema genérico EV^t , el cual consiste en reducir todos los escenarios a un único, utilizando el valor medio para cada parámetro estocástico. Siendo \bar{x} la solución óptima del valor esperado.

$$\left\{ \begin{array}{l} EV^t = \min \sum_{s \in S} \pi(s) \left[\sum_{t'=1}^{t-1} c^{t'}(s) \bar{x}^{t'}(s) + c^t(s) x^t(s) + \sum_{t'=t+1}^H \bar{c}_t^{t'}(s) x^{t'}(s) \right] \\ \text{s.a. } W^1(s) \bar{x}^1(s) = h^1(s), \\ T^{t'}(s) \bar{x}^{t'-1}(s) + W^{t'}(s) \bar{x}^{t'}(s) = h^{t'}(s), \quad t' = 2, \dots, t-1, \quad s \in S, \\ T^t(s) \bar{x}^{t-1}(s) + W^t(s) x^t(s) = h^t(s), \quad s \in S, \\ \bar{T}_t^{t'}(s) \bar{x}^{t'-1}(s) + \bar{W}_t^{t'}(s) x^{t'}(s) = \bar{h}_t^{t'}(s), \quad s \in S, \\ x^{t'}(s) \geq 0 \text{ no anticipativas, } \quad t' = t, \dots, H, \quad s \in S \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Cabe resaltar que para todo $t = 2, \dots, H$, el problema (2.8) debe considerar las etapas anteriores para su resolución. Con este problema es posible construir el resultado esperado EVV el cual surge de la solución de las etapas EV^t obtenidas de la resolución individual del problema definido anterior.

A partir de este, el valor esperado de la solución estocástica queda definido como la diferencia entre la solución estocástica y la solución del valor esperado.

$$VSS = EEV^{H-1} - RP \quad (2.9)$$

Como menciona Carvalho, 2018, el VSS es una medida de cuánto mejora la solución aplicando EEV al modelo RP . Es útil en situaciones en las que no se tiene mucha información sobre el futuro. Por ende, a la hora de la toma de decisiones, se quiere conocer bien la eficacia de las soluciones de los modelos deterministas respecto a las soluciones de los problemas estocásticos. De esta manera, se analiza el desempeño midiendo precisamente si las decisiones tomadas son buenas o malas.

En la práctica, es costoso determinar el valor tanto de $EVPI$ como el del VSS . Sin embargo, son una herramienta útil cuando se está en duda de si es conveniente introducir la incertidumbre en un problema de optimización matemática, ya que permiten determinar si merece la pena buscar la solución estocástica. Un valor muy alto para el VSS justifica el empleo de recursos en la búsqueda de la solución estocástica. En cambio, un valor de VSS muy pequeño indica que no merece la pena el esfuerzo de recursos que se pretende realizar para los beneficios que se obtendrían.

Capítulo 3

Modelo algebraico

En este capítulo, luego de presentado el problema y la bibliografía pertinente, se presentan los modelos de optimización utilizados, para los cuales se combinan elementos de trabajos previos, junto con la impronta aportada por el equipo de trabajo. Se comienza con un modelo determinista, de forma de presentar la estructura del modelo, para luego dar paso al modelo estocástico, que incorpora el manejo de la incertidumbre para la parametrización de los precios en materias primas y en productos terminados para una unidad de negocio, en parte del horizonte temporal discreto.

3.1. Modelo determinista

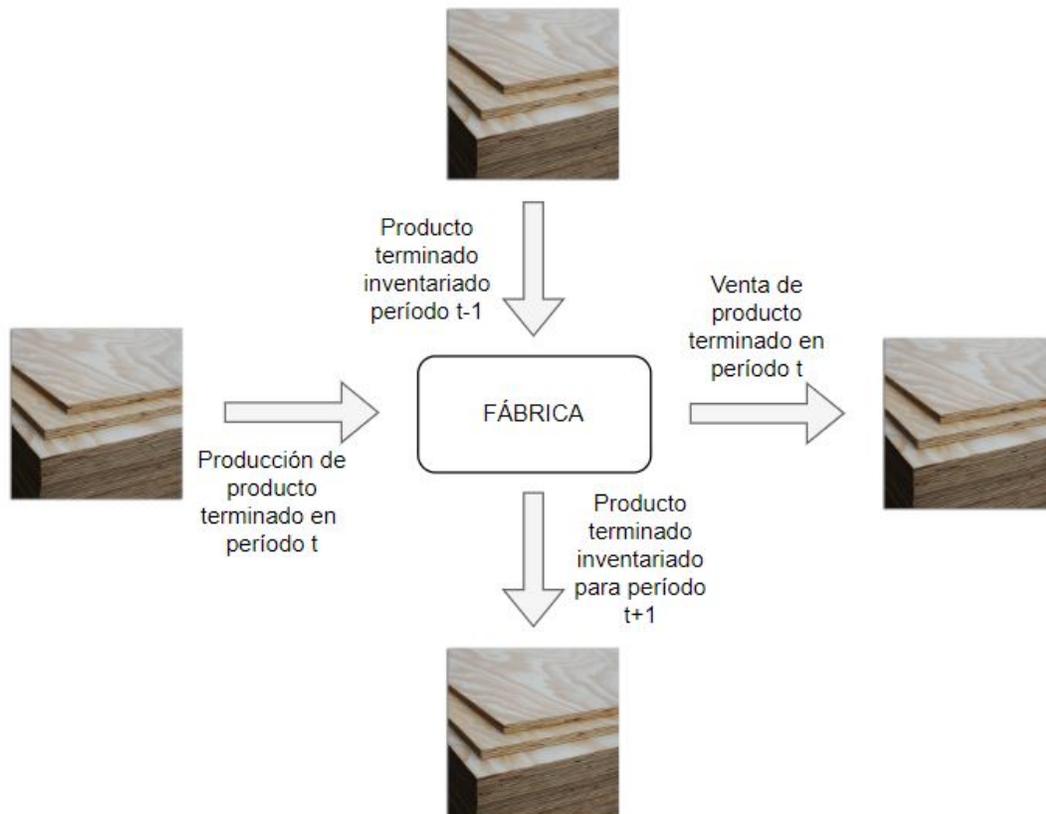
En primera instancia, se presenta el modelo de optimización determinista del problema. El mismo surge de diversas simplificaciones del modelo planteado en Troncoso et al., [2015](#), el cual también es utilizado como base para otros modelos planteados en trabajos relevados, entre ellos, el modelo planteado en Muñoz Márquez, [2020](#). Dado que en el caso de estudio se trabaja con una instancia de datos basada en dicho trabajo, es coherente que ambos trabajos deriven del mismo origen. El horizonte de planificación es una rotación forestal completa, que en estos trabajos se considera de 25 años.

Es importante destacar una de las principales diferencias que tiene este modelo respecto de los trabajos de Fernández Aliste, [2020](#) y Muñoz Márquez, [2020](#), que se presenta en la consideración de la cadena de valor, ya que en este trabajo no se incluyen los subproductos a efectos de simplificar el modelo. Otra de las principales diferencias consiste en que la cadena de valor incorpora inventarios de madera en las celdas y de producto terminado en fábricas.

A modo de simplificar el problema en términos de costos operacionales es que no se considera en el

modelado la logística interna de traslado tanto dentro de las celdas como en las fábricas, sino que solo se toma en cuenta los costos incurridos en el traslado celda a fábrica, que impactarán directamente en la maximización del objetivo del trabajo.

Siguiendo con la realidad de las fábricas, el modelo contempla la posibilidad de que exista inventario de producto terminado al producir contra demanda, lo cual es una de las principales diferencias respecto a Muñoz Márquez, 2020. Considerar inventario tanto en fábricas como en celdas, es acercarse más a la realidad del negocio, por más que a niveles de modelado imponga una complejidad mayor al problema debido a que el mundo de los inventarios posee un sin fin de aristas y que, en términos monetarios, juega un papel preponderante. De la misma forma, se traslada dicha realidad también a las celdas, donde en este caso, lo que se almacena es la madera cosechada en las mismas que luego será transportada hacia las fábricas para su correcto tratamiento y posterior producción. Se presenta en la Figura 3.1 una representación visual de como será el balance de productos terminados en fábricas, que se incorpora como restricción al modelo.



Con t tomando valores de 1 a 5.

Figura 3.1: Esquema de balance de inventario en fábrica

En el caso de las fábricas, se trabaja con la suposición de que no se comienza con inventario de ningún

producto al comienzo del horizonte de planificación y al entender que en la realidad se trabaja con política *FIFO*, el producto terminado generado que se almacena en fábrica, por ejemplo en el primer período, será parte del producto vendido en el período inmediatamente posterior, de manera de reducir el costo de obsolescencia de la madera, y así sucesivamente para los períodos en los que exista inventario de producto terminado.

Una limitación no incluida en el modelado es la caducidad de los productos y de las trozas, la cual dependerá de varios aspectos. Se entiende que este tipo de productos tienen ciclos de vida útil de larga duración, pero no se profundizó investigando acerca de esto. Es decir, en el modelo se permite que un producto en el primer período este almacenado hasta el final del horizonte, lo cual se entiende que en un horizonte tan extenso, como lo son 25 años, seguramente no sea algo que refleje la realidad.

Por tanto, el costo de inventario, se corresponderá con un porcentaje del valor de venta en cada caso, donde dichas penalizaciones se verán impactadas en la función objetivo mediante los parámetros *cic* (en celdas) y *cif* (en fábricas).

Por otra parte, en lo que respecta al mundo previo a las fábricas, es decir, las celdas, se supone que al momento de cosechar una de ellas, es necesario replantar para mantener el buen estado de los suelos y el ecosistema de las mismas. Además, con suponer el replantado inmediatamente, se gana en tiempo de obtención de producto para futuras cosechas.

3.1.1. Suposiciones

Para comenzar, se presentan las suposiciones pertinentes que luego permitirán dar paso a la extensión del modelo estocástico y a la inclusión de los diversos escenarios.

- No se trabajan con puntos de acopio intermedio entre las celdas y las fábricas.
- Existe stock de madera cosechada en las celdas.
- Una fábrica puede recibir distintos tipos de árbol y de distintas ubicaciones.
- Las fábricas no almacenan madera de un período a otro, todo lo que reciben lo usan para producir dentro del mismo período.
- Las fábricas producen para cumplir con la demanda, pero es posible que quede producto terminado para inventariar.
- Una celda que es cosechada en un intervalo de tiempo, es replantada en ese mismo intervalo.
- Todas las celdas son cosechadas una única vez en el horizonte de planificación.

- No se cuenta con inventarios iniciales de madera ni de producto terminado en el arranque de período de planificación.
- Todas las celdas (y los árboles que la componen) son cosechadas con un mismo patrón de corte.

3.1.2. Conjuntos

A continuación se presentan los conjuntos utilizados para representar entidades en este modelo. Los mismos representan períodos temporales, diferenciados en dos subconjuntos según los horizontes de planificación presentados en 2.1. Luego se tienen el conjunto de celdas que componen la red, que al alcanzar la madurez pueden ser cosechadas, obteniéndose de cada árbol el conjunto de los diferentes tipos de troncos definidos. Luego, los troncos serán transportados a una del conjunto de fábricas, que son el lugar físico donde se realizan uno o mas del conjunto de los procesos industriales, los cuales consumiendo un tipo de tronco generan uno o varios del conjunto de productos finales, los cuales son comercializados al mercado. A su vez se tienen tres subconjuntos de asignación, dado que los procesos industriales se realizan en determinadas fábricas, con determinados tipos de tronco y producen determinados productos finales.

- T : Períodos del horizonte de planificación.
- $T_N \subset T$: Períodos del horizonte de planificación de negocio. $T_N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $T_A \subset T$: Períodos del horizonte de planificación de anticipación. $T_A = \{6, 7, 8, 9\}$
- C : Celdas.
- $CNC_t \subset C$: Celdas no cosechables en el período t dado que no alcanzaron la maduración necesaria.
- A : Tipos de tronco obtenidos de la cosecha de un árbol.
- I : Procesos industriales para la transformación de los troncos a productos.
- F : Fábricas.
- P : Productos.
- $APF_f \subset I$: Procesos industriales que se pueden realizar en fábrica f .
- $APP_i \subset P$: Productos que se pueden producir con determinado proceso industrial i .
- $ATP_i \subset A$: Tipos de tronco que pueden consumir un determinado proceso industrial i .

3.1.3. Parámetros

En cuanto a los parámetros, los mismos sirven para representar los datos del problema.

- sd_c^t : Volúmen de madera disponible en la celda c en el período t . [m^3]
- vc_c^t : Valor de la celda c al final del horizonte de planificación , sujeto al período t en cual fue cosechada [$\$$]
- pc_a : Porcentaje por tipo de tronco a que se obtiene al cosechar una unidad de madera.
- $cons_{aip}$: Porcentaje de obtención de un producto p a partir de un proceso industrial i que consume un tipo de árbol a .
- cc : Costo unitario de cosechar una celda [$\$/m^3$]
- ct_{cf} : Costo unitario de transporte entre celda c y fábrica f [$\$/m^3$]
- cp_{fi} : Costo unitario de realizar el proceso industrial i en la fábrica f [$\$/m^3$]
- cif_p : Porcentaje del precio de venta de producto p utilizado para reflejar el costo unitario de mantenimiento de inventario.
- cic : Porcentaje del precio de venta de tronco utilizado para reflejar el costo unitario de mantenimiento de inventario.
- $ciff$: Porcentaje del precio de venta del producto que se asigna para valorizar el inventario de productos al final del horizonte de planificación.
- $emax_f$: Capacidad máxima de procesamiento de madera de la fábrica f . [m^3]
- $emin_f$: Capacidad mínima de procesamiento de madera de la fábrica f . [m^3]
- ncd_p : Penalización unitaria por no cumplimiento de la demanda del producto p [$\$/m^3$]
- pr_p^t : Precio del producto p en el período t . [$\$/m^3$]
- prt_a^t : Precio del tronco tipo a en el periodo t [$\$/m^3$]
- d_p^t : Demanda del producto p en el período t . [m^3]

3.1.4. Variables de decisión

- $x_c^t = \begin{cases} 1, & \text{Si la celda } c \text{ se cosecha en el período } t \\ 0, & \text{Si no} \end{cases}$

- y_{ca}^t : Volúmen de cosecha de tronco tipo a en el período t en la celda c . [m^3]
- z_{fca}^t : Volúmen de madera de tronco tipo a transportado de celda c a fábrica f en el período t [m^3]
- $z1_{afi}^t$: Volúmen de madera de tronco tipo a consumida por el proceso industrial i en la fábrica f en el período t [m^3]
- w_{fp}^t : Volúmen de producción del producto p en la fábrica f en el período t [m^3]
- wp_p^t : Variable de activación en caso de incumplir con la demanda del producto p en el período t . [m^3]
- inv_{fp}^t : Volúmen de inventario de producto p en fábrica f en el período t [m^3]
- inv_{ca}^t : Volúmen de inventario de tipo de tronco a en celda c en el período t [m^3]
- v_{fp}^t : Volúmen de venta de producto p en fábrica f en el período t [m^3]
- $v2_{ca}^t$: Volúmen de venta de troncos tipo a en celda c en el período t [m^3]

3.1.5. Restricciones

Las restricciones sitúan y limitan al modelo en su totalidad. Son las encargadas de relacionar las variables de decisión con los parámetros del problema, y quienes determinan la región factible de las instancias del modelo.

1. Toda celda debe ser cosechada en alguno de los períodos

$$\sum_{t \in T} x_c^t = 1, \quad c \in C \quad (3.1)$$

2. Solo se pueden cosechar celdas que alcanzaron su edad de maduración

$$\sum_{t \in T} x_c^t = 0, \quad c \in CNC_t \quad (3.2)$$

3. Las celdas son cosechadas en su totalidad y la cantidad cosechada esta dada por la cantidad disponible al momento de la cosecha

$$y_{ca}^t = sd_c^t \times pc_a \times x_c^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T \quad (3.3)$$

4. Balance de madera en celda

$$y_{ca}^t + inv_{ca}^{t-1} = \sum_{f \in F} z_{fca}^t + inv_{ca}^t + v2_{ca}^t \quad c \in C, a \in A, t \in T \quad (3.4)$$

5. Inventario inicial en cada celda

$$invc_{ca}^0 = 0 \quad c \in C, a \in A, t \in T^0 \quad (3.5)$$

6. Toda la madera transportada a una fabrica debe ser utilizada en procesos industriales

$$\sum_{c \in C} z_{fca}^t = \sum_{i \in I} z_{afi}^t, \quad f \in F, a \in A, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \quad (3.6)$$

7. El volumen de producción de un producto esta dado por el porcentaje de conversión del proceso industrial con el cual es producido

$$w_{fp}^t = \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} cons_{aip} \times z_{afi}^t, \quad f \in F, t \in T_N, p \in P, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \quad (3.7)$$

8. El volumen de producción no puede exceder a la capacidad máxima de la fabrica

$$\sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} cons_{aip} \times z_{afi}^t \leq emax_f, \quad f \in F, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \quad (3.8)$$

9. El volumen de producción tiene que exceder a la capacidad mínima de la fabrica

$$\sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} cons_{aip} \times z_{afi}^t \geq emin_f, \quad f \in F, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \quad (3.9)$$

10. Balance de producción en fábricas

$$w_{fp}^t + invf_{fp}^{t-1} = v_{fp}^t + invf_{fp}^t \quad f \in F, p \in P, t \in T_N \quad (3.10)$$

11. Inventario inicial en fábricas

$$invf_{fp}^0 = 0 \quad f \in F, p \in P, t \in T^0 \quad (3.11)$$

12. La cantidad a comercializar de un producto debe ser menor o igual a su demanda para un determinado período

$$\sum_{p \in P} v_{fp}^t \leq d_p^t, \quad t \in T_N, f \in F \quad (3.12)$$

13. Definición de la variable de activación utilizada para la penalización por incumplimiento de la demanda del mercado.

$$wp_p^t = d_p^t - \sum_{f \in F} v_{fp}^t, \quad p \in P, t \in T_N \quad (3.13)$$

14. Dominio general de las variables de decisión

$$x_c^t \in \{0, 1\} \quad (3.14)$$

$$y_{ca}^t, z_{fca}^t, w_{fs}^t, invf_{fp}^t, z1_{afi}^t, wp_p^t, v_{fp}^t, v2_{ca}^t \geq 0 \quad (3.15)$$

3.1.6. Función Objetivo

El objetivo del problema es maximizar el Valor Actual Neto (VAN) de la cadena de valor constituido por el valor de venta de los productos finales, el valor de las celdas al final de cada rotación, así como los costos y penalizaciones incurridas en cada período. Se detalla a continuación los términos que la constituyen:

1. $\sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_N} pr_p^t \times v_{fp}^t$: Valor de venta de los productos
2. $\sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_N} prt_a^t \times v2_{ca}^t$: Valor de venta de troncos en horizonte de negocio
3. $\sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_A} prt_a^t \times v2_{ca}^t$: Valor de venta de troncos en horizonte anticipación
4. $\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} vc_c^t \times x_c^t$: Valor de la madera en pie en las celdas al final del período de planificación
5. $\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} pr_p^H \times ciff \times invf_{fp}^H$ Valor del inventario final en productos
6. $\sum_{c \in C} \sum_{a \in A} prt_a^H \times cic \times invc_{ca}^H$: Valor de los troncos en inventario al final del período de planificación
7. $-\sum_{f \in F} \sum_{c \in C} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} ct_{cf} \times z_{fca}^t$: Costo de transporte de los troncos a las fábricas
8. $-\sum_{c \in C} \sum_{t \in T} cc \times y_{ca}^t$: Costo de cosecha de las celdas
9. $-\sum_{f \in F} \sum_{a \in A} \sum_{i \in APF_i} \sum_{t \in T} cp_{fi} \times z1_{afi}^t$: Costos de producción
10. $-\sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \sum_{t \in T} pr_p^t \times cif_p \times invf_{fp}^t$: Costo de mantenimiento de inventario de productos en fábrica
11. $-\sum_{c \in P} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} cic \times q_a^t \times invc_{ca}^t$: Costo de mantenimiento de inventario de madera en celdas
12. $-\sum_{t \in T} ncd \times wp_p^t$: Penalización por incumplimiento de la demanda

3.1.7. Formulaci3n Completa

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_N} pr_p^t \times v_{fp}^t + \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_N} prt_a^t \times v_{ca}^t + \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_A} prt_a^t \times v_{ca}^t + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} vc_c^t \times x_c^t \\
 & + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} pr_{pH} \times ciff \times invf_{fpH} + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} prt_a^H \times cic \times invc_{ca}^H - \sum_{f \in F} \sum_{c \in C} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} ct_{cf} \times z_{fca}^t - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} cc \times y_{ca}^t \\
 & - \sum_{f \in F} \sum_{a \in A} \sum_{i \in APF_i} \sum_{t \in T} cp_{fi} \times z_{afi}^t - \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \sum_{t \in T} pr_p^t \times ciff_{fp}^t - \sum_{c \in P} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} cic \times q_a^t \times invc_{ca}^t - \sum_{t \in T} ncd \times wp_p^t \\
 & \text{s.a} \\
 & \sum_{t \in T} x_c^t = 1, \quad c \in C \\
 & \sum_{t \in T} x_c^t = 0, \quad c \in CNC_t \\
 & y_{ca}^t = sd_c^t \times pc_a \times x_c^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T \\
 & y_{ca}^t + invc_{ca}^{t-1} = \sum_{f \in F} z_{fca}^t + invc_{ca}^t + v_{ca}^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T \\
 & invc_{ca}^0 = 0, \quad c \in C, a \in A, t \in T_0 \\
 & \sum_{c \in C} z_{fca}^t = \sum_{i \in I} z_{afi}^t, \quad f \in F, a \in A, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \\
 & w_{fp}^t = \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} cons_{aip} \times z_{afi}^t, \quad f \in F, t \in T_N, p \in P, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \\
 & \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} cons_{aip} \times z_{afi}^t \leq emax_f, \quad f \in F, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \\
 & \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} cons_{aip} \times z_{afi}^t \geq emin_f, \quad f \in F, t \in T_N, i \in APF_i \cap ATP_i \cap APP_i \\
 & w_{fp}^t + invf_{fp}^{t-1} = v_{fp}^t + invf_{fp}^t, \quad f \in F, p \in P, t \in T \\
 & invf_{fp}^0 = 0, \quad f \in F, p \in P, t \in T_0 \\
 & \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} v_{fp}^t \leq d_p^t, \quad t \in T_N, f \in F \\
 & wp_p^t = d_p^t - \sum_{f \in F} v_{fp}^t, \quad p \in P, t \in T_N \\
 & x_c^t \in \{0, 1\} \\
 & y_{ca}^t, z_{fca}^t, w_{fs}^t, wp_p^t, v_{fp}^t \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

3.2. Codificaci3n del modelo

Los modelos presentados fueron codificados computacionalmente con el lenguaje de modelado algebraico *AMPL*. Para su resoluci3n es utilizado el solver comercial a trav3s de una licencia estudiantil, *Gurobi*. El mismo permite resolver sistemas m3s complejos a una mayor velocidad, se hace imprescindible su uso para el

caso de estudio y análisis de sensibilidad.

Se presenta en el Anexo A los modelos descrito en el lenguaje *AMPL*. Archivos ".mod" para la ejecución de ambos modelos (estocástico y determinista).

3.3. Herramientas para la validación de modelo

Para el análisis en profundidad de la validación del modelo en sus etapas determinista y estocástica, y posteriormente de los casos de estudio, se utilizan conceptos que allanan el camino de decisión y permiten una clara interpretación de las salidas arrojadas por el modelo.

Se procede a definir un listado de conceptos relevantes para el análisis del modelo, que brindan la posibilidad de generar interesantes diagnósticos de resultados.

3.3.1. Margen de contribución

Este concepto será de suma importancia para el análisis y se utilizará con frecuencia de aquí en adelante ya que el modelo en varias situaciones, se comportará en base al valor que tome este término.

Se define entonces el concepto *margen de contribución unitario* (MCU) como la diferencia entre el precio de venta y los costos variables (no considera los costos fijos ya que estos no varían con el volúmen de producción).

$$\text{Margen de Contribución unitario} = \text{Precio de venta} - \sum \text{Costos Variables} \quad (3.17)$$

Para el caso de las fábricas, obteniendo el margen de contribución de un producto se puede definir si el mismo genera beneficios económicos en la cadena de valor o no. Por lo que, si al evaluar los distintos casos de estudio, en la etapa que corresponda, se tiene un margen de contribución negativo, la salida del modelo debe corresponderse con la no producción, respetando las restricciones pertinentes.

Se define entonces el margen de contribución unitario de cada producto según:

$$MCU_p = pr_p^t - \frac{(cp_{fi} + cc + ct_{cf})}{cons_{aip}} \quad (3.18)$$

Para el caso de la venta de trozas desde celdas, la idea es similar, con la diferencia de que disminuyen los costos, ya que en este caso no se tiene el costo de transporte de madera hacia las fábricas, ni el costo de

producción.

Por lo que el margen de contribución unitario de las trozas es;

$$MCU_a = prt_a^t - cc \times pc_a \quad (3.19)$$

Se observa que dentro de la estructura de determinación de márgenes variables de contribución para los productos, no se está contemplando la penalización por incumplimiento de demanda. Es posible entonces, diferenciar dos evaluaciones para el procesamiento de madera a través de procesos industriales que debe realizar el modelo:

- En caso de que la demanda del período t no sea satisfecha se debe verificar la siguiente desigualdad para que se tome la decisión de producción.

$$\sum_{a \in \text{MaderaRequerida}} MCU_a \leq MCU_p - ncd \times pr_p \quad (3.20)$$

El término de la izquierda refiere a la sumatoria del MCU de la troza para la cantidad de madera requerida para obtener un m^3 de producto terminado.

- El caso en que ya se haya cumplido con la demanda requerida en el período, no debe contemplarse la penalidad de incumplimiento de demanda, por lo que en ese caso, se comparan solamente los MCU en celda y en fábrica para decidir la fabricación o no.

Dada la discusión anterior, para el costeo de productos se plantea el MCU_a (siempre que el mismo sea positivo) como un *Costo de oportunidad de la madera*, entendiendo el valor que tiene el activo al procesarla. Por lo tanto si se verifica la siguiente desigualdad, el modelo decide la producción de un m^3 de producto.

$$\begin{cases} MCU_p - ncd \times pr_p - COp_a \geq 0 \\ COp_a = \sum_{a \in \text{MaderaRequerida}} MCU_a \end{cases} \quad (3.21)$$

Se desprende entonces, que el VAN refiere al margen de contribución esperado de la planificación al cabo del horizonte temporal habiendo considerado como activo la madera en pie o en inventario al final del horizonte.

Por tanto, se puede entender este comportamiento como un “Balance macroscópico de la cadena de valor” teniendo como entradas y salidas, las ventas o activos fijos al final del horizonte y los costos incurridos respectivamente.

3.3.2. Capacidad ociosa de fábrica

La segunda métrica que se utiliza para analizar el comportamiento del modelo frente a distintas instancias de datos es la capacidad ociosa de las fábricas. Se parametriza en el modelo la capacidad de máxima de las fábricas como unidad de volumen, en m^3 , por lo que para un determinado período temporal, se define la capacidad ociosa como la diferencia entre el volumen de producción máximo disponible y el volumen efectivamente utilizado para la producción de la totalidad de los productos.

Si bien la diferencia entre estos dos valores volumétricos puede causar un costo de oportunidad, puede que éste presente un menor impacto frente a otro parámetro que haga que resulte conveniente no disponer de toda la capacidad de la fábrica, como por ejemplo, una demanda disminuida o precios de venta bajos.

3.3.3. Porcentaje de incumplimiento de demanda

La última métrica de análisis refiere a un parámetro que penalice al proceso cuando no se satisface la demanda en su totalidad. Es decir, dada una demanda establecida para cada producto terminado o madera sin aserrar, exista un parámetro que represente un costo particular según el volumen demandado que se está incumpliendo, que impactará de forma negativa en el VAN final.

3.4. Validación modelo determinista

Para la validación determinista se trabaja con una instancia de datos de dimensión acotada, con el fin de demostrar que los comportamientos del modelo coinciden con los esperados mediante diferentes variaciones en los parámetros. Para estructurar la validación, se decidió desmenuzar el análisis en diversos casos de prueba, que permitan analizar de manera aislada las distintas lógicas que hacen que el modelo genere soluciones coherentes y consistentes.

Por lo tanto, se consideran cuatro celdas (A1,A2,A3,A4), dos fábricas denominadas *SawM1* y *PulpM1*, en las cuales se realizan procesos industriales, SW1 y Pu1 respectivamente.

Luego, se toma un horizonte temporal de 25 años divididos en dos partes, la primera, denominada "Horizonte de negocio" de 5 años, en la cual se venden trozas y productos terminados (de ahora en más "PT"), es decir, las trozas luego de pasar por las fábricas .

Posterior al horizonte de negocio, se tiene el "horizonte de anticipación" de 20 años en total, donde se procede a planificar la futura venta luego de transcurridos los 20 años y donde también se sigue con la venta, pero en este caso, solo de trozas.

En relación a los PT obtenidos en las fábricas, se consideran tres: Lateral Board, Square Board y Pulp. Dichos productos están constituidos por dos tipos de árbol provenientes de las celdas que son; SawLogsT1 trabajado en SW1 y PulpLogs en Pu1. Los PT Lateral Board y Square Board se obtienen del proceso productivo SW1, mientras que el PT Pulp se obtiene de Pu1.

Por otro lado, para mantener un equilibrio en celdas y lograr un mínimo de crecimiento de tronco posible, en los primeros cinco años, se tiene una celda en cada año la cual no es cosechada.

A continuación, se describen las diferentes instancias utilizadas para la validación del modelo determinista en donde se presentan los resultados que se esperan del mismo y su respectiva comparación entre los casos.

3.4.1. Instancia 1: Asignación correcta de producción

En primera instancia, se pretende validar que el modelo asigna la producción de los productos en las fábricas correspondientes anteriormente mencionadas.

Para ello, lo que se hizo fue aumentar el precio de venta de los productos terminados de manera considerable de igual manera para cada caso y lo mismo con la demanda. Es decir, se forzó a que el modelo entienda conveniente fabricar para demostrar si dichas transformaciones sucedían en las fábricas destinadas para cada caso y así fue.

Es decir, los PT *LateralBoard* y *SquareBoard* son realizados en la fábrica *SawM1* y *PulpM1* en la fábrica *PulpM1* como corresponde.

Tabla 3.1: Instancia 1: Fabricación en SawM1

Fábrica: SawM1			
Período	LateralBoard [m³]	Pulp [m³]	SquareBoard [m³]
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	4158.7	0	2719.2
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0

Tabla 3.2: Instancia 1: Fabricación en PulpM1

Fábrica: PulpM1			
Período	LateralBoard [m³]	Pulp [m³]	SquareBoard [m³]
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	6500	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0

Se observa en Tabla 3.1 y Tabla 3.2 que el modelo asigna correctamente la producción y lo hace en el último año del período de negocio de manera de lograr mayor rédito económico debido al crecimiento de troncos.

3.4.2. Instancia 2: Transporte a fábricas

Ahora, se desea analizar el comportamiento del modelo con respecto al transporte de troncos desde las celdas hacia las fábricas. Cabe destacar que el transporte celda-fábrica está ponderado en la función objetivo como un costo mediante el parámetro ct_{cf} .

En este caso, se pretende observar como actúa el modelo cuando se elevan considerablemente los costos de transporte de una celda hacia una fábrica con respecto a otra. Básicamente, se busca validar que, si se tienen costos muy altos, el modelo decida no trasladar madera hacia las fábricas.

Por lo tanto, se eleva el parámetro ct_{cf} entre la celda A1 y las 2 fábricas, y lo mismo para A3, mientras que para A2 y A4, se define que dicho parámetro sea nulo para cualquiera de las dos fábricas. Por ende se espera que el modelo debería trasladar madera solo de las celdas A2 y A4 hacia las dos fábricas en algún período del horizonte de negocio. Efectivamente, como se observa en la Tabla 3.3, el resultado de este experimento permite confirmar que la hipótesis planteada se cumple.

Tabla 3.3: Instancia 2: Madera transportada entre celdas y fábricas

Celda	Fábrica	Madera transportada [m ³]
A1	SawM1	0
A2	SawM1	5951.4
A3	SawM1	0
A4	SawM1	3298.4
A1	PulpM1	0
A2	PulpM1	2550.6
A3	PulpM1	0
A4	PulpM1	1413.6

3.4.3. Instancia 3: Costos de cosecha

Se realizan diferentes variaciones sobre el parámetro costos de cosecha visualizando las decisiones que toma el modelo. A partir de un supuesto costo de cosecha en el cual cosechar puede reflejar no ser rentable para la cadena de valor, no se tendrá la cantidad de madera suficiente para la producción y por tanto se incumplirá con la demanda, ya que el incremento del costo de cosecha puede hacer que el margen de contribución del producto sea nulo o hasta negativo. Frente a esto, considerando que se impone la obligación de cosechar todas las celdas, se observa que el modelo opta por hacerlo lo más temprano posible, para así tener la mayor cantidad de madera en pie hacia el final del horizonte de planificación, la cual se pondera como un activo en la función objetivo.

Sub casos:

1) Costos nulos

Se considera un primer sub-caso, cuando no se tienen costos en la cosecha ni en el transporte de madera a fábricas. Aquí el modelo decide cosechar cuando se tiene el máximo volumen de madera en celda, pudiendo así maximizar la producción de productos en el horizonte de negociación. Analizando la solución de este caso es que se observa que el modelo decide cosechar las celdas y transportar la madera en el último período posible, es decir, en el quinto, ya que luego comienza el horizonte de anticipación, por lo que se incumple con la demanda en los primeros cuatro períodos. Esto en parte sucede porque no se está penalizando el incumplimiento de demanda.

A su vez, se trabaja con un parámetro para ponderar la valorización porcentual (respecto al precio de venta) que se le da a los productos que quedan inventariados en el último período. En este caso, se trabaja con $ciff = 1$, lo que implica que el valor del producto inventariado en fábrica es el mismo que el valor de

venta, por lo que el modelo esta incentivado a dejar productos en el inventario al cierre del horizonte.

De esta manera, el modelo arroja valores que se pueden resumir en la tabla 3.4:

Tabla 3.4: Instancia 3: Madera cosechada por período

Período/ Celdas	Madera cosechada [m ³]			
	A1	A2	A3	A4
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	3644	8502	5992	4712

Luego, dado que el costo de transporte celda-fábrica es nulo, toda la madera cosechada en cada celda, en el quinto período, es transportada a las fábricas correspondientes.

2) Costos nulos con disminución en valorización final

Se considera ahora el caso en el que el parámetro de valorización del inventario final de un producto respecto de su precio de venta se reduce a la mitad que en el caso anterior, es decir, $ciff = 0,5$.

En este caso los productos inventariados en fábrica en el último período tienen una valorización 50 % menor al caso anterior, por lo que la ganancia neta es mayor si se venden los productos directamente a una demanda establecida antes que inventariar y vender en el último año.

Si además se asume una disminución importante en los valores de la demanda con respecto al caso anterior con el fin de poder cumplirla en el caso de que se quiera satisfacer.

Al alterar estos parámetros, la salida del modelo difiere en el momento de cosecha de los bosques, optando ahora por cosechar cuando se tiene madera suficiente en el período para alcanzar el cumplimiento total de la demanda. Particularmente, lo que sucede es que tres de las cuatro celdas son cosechadas en el período 1, pudiendo además, trasladar la madera y con ello poder cumplir con la demanda rápidamente.

Se destaca que si bien el primer caso presenta un mayor VAN (resultado de la función objetivo), la parametrización del $ciff$ en el mismo no se asemeja a la realidad. Es decir, si bien en estos casos de prueba se está considerando nulo el parámetro ncd que hace referencia a la penalización por incumplimiento de demanda, se entiende que es más realista priorizar el cumplimiento de demanda por sobre la maximización del volumen total de producción. Por lo que es preferente cumplir con la demanda en los primeros períodos, a generar un mayor inventario de productos al final del horizonte.

3.4.4. Instancia 4: Costos de producción

Para este caso de prueba se quiere analizar el comportamiento del modelo frente a fluctuaciones de los costos de producción unitarios, cp_{fi} , los cuales difieren para los dos productos terminados.

Son de interés dos casos particulares en función del margen de contribución que tiene cada producto. Para simplificar el análisis se mantienen nulos los costos de transporte y de cosecha, tampoco se consideran penalizaciones por incumplimiento de demanda ni capacidades mínimas o máximas de fábricas.

Se consideran los siguientes casos:

1) Producción nula

Si el costo de producción es suficientemente alto, de modo que el margen de contribución sea negativo, el modelo decide no producir, dejando la totalidad de la madera que se cosecha (impuesto por restricción) en las celdas dada su ponderación como activo en la función objetivo.

2) Cumplimiento de demanda

Cuando se considera un costo de producción nulo, al igual que en los costos de cosecha y transporte, debe evaluarse el parámetro $ciff$. Debido a la conclusión obtenida en los casos de la *Instancia 3*, se entiende que para esta prueba $ciff = 0,5$, buscando que no priorice la generación de inventarios por sobre el cumplimiento de la demanda. En contraste con el caso anterior, el modelo produce donde corresponde hacerlo y cumple con la demanda en todos los períodos del horizonte de negocio.

3.4.5. Instancia 5: Capacidad máxima de fábricas

En este caso, se desea validar que el modelo respeta las capacidades de producción de las fábricas. El modelo debe decidir distribuir la producción de los distintos productos entre las fábricas, en donde a su vez estará optimizando los costos de transporte y productivos buscando enviar la madera para producción a la fábrica más cercana y con menores costos de producción.

La capacidad de producción de una fábrica esta definida por unidad de volumen y no a nivel de unidades de producto, por lo que se puede unificar el análisis y no es necesario estudiar la capacidad de producción desglosada por producto. Para facilitar el análisis del modelo en este caso, se mide la capacidad ociosa por fábrica para cada uno de los períodos temporales.

Para los casos evaluados anteriormente se parametrizó la capacidad de producción de las fábricas con un valor significativamente alto para evitar que el modelo se vea restringido por esta causa.

Se consideran las siguientes situaciones:

1) Fábricas con capacidad nula

En primer lugar, se valida el caso trivial de ausencia de capacidad en fábricas, asignándole al parámetro *emax* el valor nulo. Se siguen manteniendo nulos los costos de transporte, producción y cosecha, de modo de únicamente analizar el parámetro en cuestión.

Como era de esperar, se observa que la salida del modelo carece de producción, dejando la madera en los bosques con el fin de tener la misma como activo al final del período de planificación. Se observa también que el modelo elige cortar los bosques en el período más temprano y así tener el menor volumen de cosecha posible al final del horizonte.

2) Fábricas con capacidades distintas

Se trabaja con una fábrica, *PulpM1*, con capacidad de producción disminuida y otra, *SawM1*, con una capacidad absurdamente alta. Se agregan costos de transporte y producción únicamente a la fábrica *SawM1*, de tal modo que el margen de contribución de los productos que se produzcan mantengan aún así un valor positivo.

En la salida del modelo se puede observar que el resultado del caso es el esperado, manteniéndose la fábrica *PulpM1* sin capacidad ociosa en los tres períodos temporales, produciendo la mayor cantidad posible en ella (dado que es la más rentable), mientras que en la otra fábrica se produce la diferencia para cumplir con la demanda.

3.4.6. Instancia 6: Capacidad mínima de fábrica

Continuando con las capacidades de producción de las fábricas, se procede a analizar como se comporta el modelo con las capacidades mínimas de producción, también definidas en unidad de volumen. A diferencia de la capacidad máxima, que es más restrictiva dada la imposibilidad física de pasarse de ella, la capacidad mínima responde a objetivos más estratégicos de querer mantener cierto nivel de actividad en cada una de las fábricas. Sin embargo, se decidió no imponer penalizaciones de producción dado que frente a rentabilidades negativas se entiende que puede ser una decisión factible el optar por no producir y asumir los costos de incumplimiento.

Para este caso de prueba, se define la capacidad máxima de cada fábrica en un valor absurdamente alto y se propone una capacidad mínima de producción en ambas fábricas equivalente 10 m^3 y se establece la

demanda para ambos productos en 100 m^3 . Siguiendo en la línea del caso anterior, se tiene que la fábrica *PulpM1* presenta mayor rentabilidad para producir y recibir la madera dado que se para el caso de transporte de madera desde las celdas a la fábrica *SawM1* sí se consideran costos de transporte.

De esta manera, la salida del modelo permite afirmar que el resultado obtenido es coherente con lo esperado, produciendo exactamente el mínimo productivo en *SawM1* para cada uno de los cinco períodos, mientras que en *PulpM1*, decide producir de manera que, satisface la demanda total establecida.

3.4.7. Instancia 7: Incumplimiento de demanda

Para esto caso, se procede a analizar el último término de la función objetivo que pondera el incumplimiento de la demanda.

Para ello se vuelven a agregar costos de transporte, productivos y de cosecha, dejando capacidades mínimas y máximas de modo que no alteren el resultado del modelo por este factor.

Dados estos parámetros, se analizan las siguientes situaciones:

1) Incumplimiento por venta nula

Para el primer caso de análisis, se considera un valor de venta de los productos nulo. En este caso se pretende observar que el modelo no produce, dado que no hay incentivo (ganancias por venta de productos) ni tampoco se tiene una penalización al incumplimiento de la demanda. El resultado obtenido es congruente con el esperado, pudiendo observar que el modelo opta por no producir ningún producto, lo cual tiene sentido dado el margen de contribución negativo de los productos y que también se relajó la restricción (3.9), por lo que no se debe cumplir con los niveles mínimos de producción.

2) Penalización al incumplimiento de demanda

En este caso se quiere demostrar que si bien se satisface la demanda existente, esto se debe a que se obliga al modelo a hacerlo. Para ello, se asigna un valor significativamente alto al parámetro de penalización de incumplimiento de la demanda ncd , mientras que se mantienen nulos los precios de venta de los productos, generando entonces un margen de contribución negativo pero incrementando de sobremanera los costos por incumplimiento de la demanda. Con esto se pretende observar que el modelo decida igualmente producir a pesar de no tener ganancia por dichas ventas, sino que lo hace para evitar los altos costos por incumplimiento.

El resultado obtenido de la ejecución de la prueba cumple con lo esperado, pudiendo observar que el

modelo igualmente cumple con la demanda en todos los períodos. Es interesante destacar, como se puede observar en la Tabla 3.5, que para el producto *LateralBoard* se produce más de la demanda establecida, lo cual contradice el objetivo del caso de prueba. Sin embargo, esto se debe a que tanto el *LateralBoard* como el *SquareBoard* se obtienen del mismo proceso SW1, pero el rendimiento de *LateralBoard* es mejor que el de *SquareBoard* (0.26 vs 0.17 respectivamente). Por ende, el modelo cumple con la demanda de *SquareBoard* pero, al hacerlo, produce más *LateralBoard* de lo que se demanda.

Tabla 3.5: Instancia 9: Tabla de demanda versus producción efectiva

Producto	Demanda [m³]	Producción [m³]
LateralBoard	100	153
Pulp	100	100
SquareBoard	100	100

3.5. Modelo estocástico

En esta sección se presenta la formulación estocástica del problema como una extensión de la determinista, por lo que este nuevo modelo surge a partir de los parámetros estocásticos, ya que tanto los conjuntos como los parámetros deterministas se mantienen iguales a los ya presentados previamente.

Para este análisis se incorpora la incertidumbre en una única unidad de negocio, la pulpa. Por ende, la parametrización del precio, tanto de las trozas de pulpa, que son el insumo del proceso, como de la pulpa como producto terminado, podrá variar según el escenario.

3.5.1. Extensión al modelo estocástico

Conjuntos

- E : Escenarios
- ET_{et} : Escenarios que coinciden con el escenario e en el período t

Este último es un conjunto que representa posibles escenarios separados que se utiliza como herramienta para relacionar los escenarios con un período de tiempo. Se busca con este conjunto que los escenarios coincidan en el período. Este conjunto es el que permite elaborar posteriormente las restricciones de no anticipatividad, que garantizan la consistencia del modelo estocástico.

Como se ha explicado anteriormente, las restricciones de no anticipatividad son aquellas que verifican que las decisiones en cada período sean congruentes para los escenarios relacionados.

Parámetros estocásticos

Para el caso de estudio, se decide incorporar incertidumbre en la utilidad esperada de los troncos en el horizonte de anticipación. En contraste con lo planteado por Muñoz Márquez, 2020, en este trabajo se incorpora la incertidumbre en el horizonte de anticipación para el precio de los troncos. Esto se modela así dado que se trabaja bajo la suposición de que la utilidad esperada del tronco estará sujeta al escenario, por lo que si se espera que el precio de la pulpa disminuya o incremente para el quinto período entonces la utilidad posterior de los *PulpLogs* deberá ser congruente con dicha variación.

- p_{pe}^t : Precio del producto p en el período t dado el escenario e . [\$/ m³]
- prt_{ae}^t : Precio del tronco tipo a en el periodo t dado el escenario e [\$/m³]
- $prob_e$: Probabilidad de ocurrencia del escenario e

VARIABLES DE DECISIÓN ESTOCÁSTICAS

Se deben definir de igual forma las variables que ponderen los diferentes escenarios a considerar. A continuación, se modifican las variables definidas para el modelo determinista.

- $x_{ce}^t = \begin{cases} 1, & \text{Si la celda } c \text{ se cosecha en el período } t \text{ en el escenario } e \\ 0, & \text{Si no} \end{cases}$
- y_{cae}^t : Volúmen de cosecha del tipo de tronco a en el período t en la celda c en el escenario e . [m³]
- z_{fcae}^t : Volúmen de madera de tipo de tronco a transportado de celda c a fábrica f en el período t en el escenario e [m³]
- $z1_{afie}^t$: Volúmen de madera de tipo de tronco a consumida en el proceso industrial i en la fábrica f en el período t en el escenario e [m³]
- w_{fpe}^t : Volúmen de producción del producto p en la fábrica f en el período t en el escenario e . [m³]
- $v2_{cae}^t$: Volúmen de venta de troncos tipo a en celda c en el período t en el escenario e [m³]

Función objetivo

La función objetivo busca maximizar la esperanza de las ganancias teniendo en cuenta los ingresos por ventas, la valorización de los activos al cierre del período y todos los costos asociados a la cadena de valor, como lo son los costos incurridos en la cosecha, en el transporte, en el almacenamiento (ya sea de troncos o de productos finales) y en la producción de productos y los escenarios posibles.

3.5.2. Formulaci3n Completa

$$\begin{aligned}
 \text{Max } & \sum_{e \in E} \text{prob}_e \times \left(\sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} \text{pr}_{pe}^t \times v_{fpe}^t + \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_N} \text{prt}_{ae}^t \times v_{cae}^t + \sum_{f \in F} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T_A} \text{prt}_{ae}^t \times v_{cae}^t \right. \\
 & + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} v_c^t \times x_{ce}^t + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \text{pr}_{pHe} \times \text{cif}_f \times \text{inv}_{fpe} + \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \text{prt}_{ae}^H \times \text{cic} \times \text{inv}_{cae}^H \\
 & - \sum_{f \in F} \sum_{c \in C} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} \text{ct}_{cf} \times z_{fcae}^t - \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} \text{cc} \times y_{cae}^t - \sum_{f \in F} \sum_{a \in A} \sum_{i \in \text{APF}_i} \sum_{t \in T} \text{cp}_{fi} \times z_{afie}^t \\
 & \left. - \sum_{p \in P} \sum_{f \in F} \sum_{t \in T} \text{pr}_{pe}^t \times \text{inv}_{fpe}^t \times \text{cif}_p - \sum_{c \in P} \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} \text{cic} \times q_a^t \times \text{inv}_{cae}^t - \sum_{t \in T} \text{ncd} \times \text{wp}_{pe}^t \right)
 \end{aligned}$$

s.a

$$\sum_{t \in T} x_{ce}^t = 1, \quad c \in C, e \in E$$

$$\sum_{t \in T} x_{ce}^t = 0, \quad c \in \text{CNC}_t, e \in E$$

$$y_{cae}^t = \text{sd}_c^t \times \text{pc}_a \times x_{ce}^t, \quad a \in A, c \in C, t \in T, e \in E$$

$$y_{cae}^t + \text{inv}_{cae}^{t-1} = \sum_{f \in F} z_{fcae}^t + \text{inv}_{cae}^t + v_{cae}^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T, e \in E$$

$$\text{inv}_{cae}^0 = 0, \quad c \in C, a \in A, t \in T_0, e \in E$$

$$\sum_{c \in C} z_{fcae}^t = \sum_{i \in I} z_{afie}^t, \quad f \in F, a \in A, t \in T, e \in E$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{a \in A} w_{fpe}^t = \text{cons}_{aip} \times z_{afie}^t, \quad f \in F, t \in T_N, e \in E$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} \text{cons}_{aip} \times z_{afie}^t \leq \text{emax}_f, \quad f \in F, t \in T, e \in E$$

$$\sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} \text{cons}_{aip} \times z_{afie}^t \geq \text{emin}_f, \quad f \in F, t \in T, e \in E$$

$$w_{fpe}^t + \text{inv}_{fpe}^{t-1} = v_{fpe}^t + \text{inv}_{fpe}^t, \quad f \in F, p \in P, t \in T, e \in E$$

$$\text{inv}_{fpe}^0 = 0, \quad f \in F, p \in P, t \in T_0$$

$$\sum_{f \in F} v_{fpe}^t \leq d_p^t, \quad p \in P, t \in T, e \in E$$

$$\text{wp}_{pe}^t = d_p^t - \sum_{f \in F} v_{fpe}^t, \quad p \in P, t \in T, e \in E$$

$$x_{ie}^t \in \{0, 1\}, \quad y_{cae}^t, z_{fcae}^t, w_{fpe}^t, \text{wp}_{pe}^t, z_{fcae}^t \geq 0 \quad e \in E, t \in T$$

$$x_{ce}^t = x_{ce'}^t, \quad c \in C, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$y_{cae}^t = y_{cae'}^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$z_{fcae}^t = z_{fcae'}^t, \quad f \in F, c \in C, a \in A, e \in E, t \in T, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$z_{afie}^t = z_{afie'}^t, \quad a \in A, f \in F, i \in I, e \in E, t \in T, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$w_{fpe}^t = w_{fpe'}^t, \quad a \in A, f \in F, i \in I, e \in E, t \in T, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$\text{inv}_{fpe}^t = \text{inv}_{fpe'}^t, \quad f \in F, p \in P, e \in E, t \in T, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$\text{inv}_{cae}^t = \text{inv}_{cae'}^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$v_{fpe}^t = v_{fpe'}^t, \quad f \in F, p \in P, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$v_{cae}^t = v_{cae'}^t, \quad c \in C, a \in A, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

$$\text{wp}_{pe}^t = \text{wp}_{pe'}^t, \quad p \in P, t \in T, e \in E, e' \in \text{ET}_{et}$$

3.6. Validación modelo estocástico

Para poder trabajar con el modelo de manera fiable y segura, contemplando situaciones de mayor envergadura y magnitud, es necesario validar el mismo, esto es, efectuar el proceso de garantizar que el modelo responda acordemente ante instancias más complejas en términos de tamaño, variabilidad de datos y toma de decisiones.

De igual forma que se valida el modelo determinista, con la extensión del modelo a su versión estocástica, se procede a elaborar instancias de datos que permitan evaluar el problema de planificación integrada de la cadena de valor, utilizando instancias de datos de dimensiones controladas, para poder validar que los resultados computacionales del modelo sean consistentes con lo esperado.

Para simplificar el análisis de validación, se utiliza una instancia de datos relativamente simple, considerando a grandes rasgos:

- Una ramificación de cuatro escenarios finales, siendo los tres primeros correspondientes al horizonte de negocio y el final al de anticipación como se presenta en la Figura 3.2
- Dos fábricas
- Dos procesos industriales
- Cuatro celdas
- Dos productos finales
- Dos tipos de tronco

Se presenta en la Tabla 3.6 los principales atributos de la instancia de datos construida para la validación del modelo en su versión estocástica, a efectos de poder entender en detalle los experimentos realizados.

Tabla 3.6: Instancia de datos utilizada para validación estocástica

Conjunto	Valores
Celdas	A1, A2, A3, A4
Fábricas	SawM1, PulpM1
Tipo de Tronco	SawLogsT1, PulpLogs
Productos	LateralBoard, Pulp

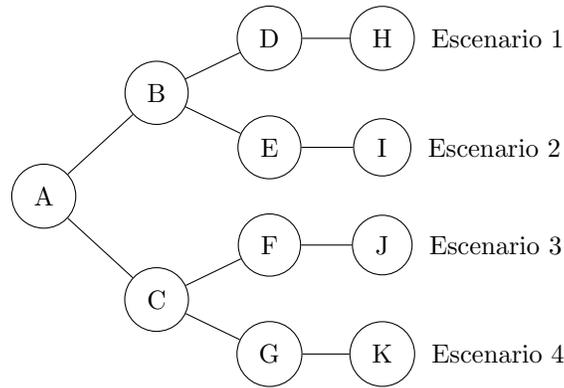


Figura 3.2: Árbol de escenarios para validación estocástica

3.6.1. Primer caso de validación estocástica: Cumplimiento de las restricciones de no anticipatividad

Para dicho análisis se utiliza como herramienta lo explicado para el caso correspondiente de la validación del modelo determinista .

Habiendo validado en la sección 3.4 las decisiones deterministas en relación a minimización de costos, cumplimiento de demanda y cumplimiento de restricciones de balance y capacidad, se busca en esta instancia de validación, comprobar el correcto cumplimiento de las restricciones no anticipativas.

Para ello se define el árbol de la Figura 3.2 para analizar con mayor simpleza su comportamiento. Se parametriza el problema de manera que se aísle de las limitaciones y se ilustre fuertemente la dependencia inter-escenarios. Es decir, se trabaja con un volumen de madera disponible sobredimensionado, $ciff = 1,1$ para no ponderar inventario al final del período de planificación, y precios de pulpa polarizados de forma que arrojen márgenes de productos extramadamente positivos o negativos.

Como se explica anteriormente, mediante el análisis del margen de contribución de producto (precio - costos), dados el precio en el intervalo temporal y escenario, el modelo debe decidir producir dicho producto únicamente si su utilidad es positiva, y por el contrario no producir cuando sea negativa, esto es, que incurra en pérdidas para el proyecto.

Para la validación del cumplimiento de las restricciones de no anticipatividad, se analiza la variable w del modelo, que refiere a las unidades de cada producto final. No es de interés de esta sección entender la magnitud que toma la variable; sino que únicamente se analiza una comparación de la variable entre escenarios

y períodos. Cabe destacar que dicho análisis fue realizado para la validación determinista en la sección anterior. Para ello, se le aplica estocasticidad al precio del producto Pulpa (parámetro pr) entre escenarios, dejando constante para el caso del *LateralBoard*. Es decir, luego de considerar diferentes configuraciones de escenarios de subas y bajas de precio, se logra verificar que los valores de w son coherentes con el árbol establecido.

Se tiene en cuenta además, escenarios finales equiprobables, tomando para cada uno 25% de probabilidad, demanda constante de 100 m^3 y los siguientes valores para el precio de la pulpa para cada escenario según se presenta en la Figura 3.3:

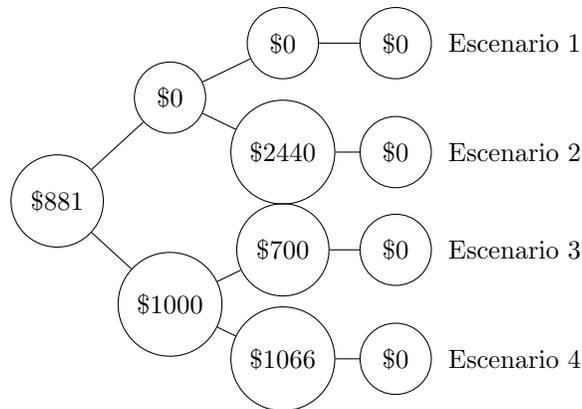


Figura 3.3: Árbol de escenarios para el precio de la pulpa

A partir del precio de la pulpa establecido para cada período y escenario se obtienen las decisiones de producción como salida del modelo. En la Tabla 3.7 se puede apreciar que se respetan las restricciones de no anticipatividad para la variable w_{fpte} . Se debe verificar que los nodos de ET_{et} , siendo este el conjunto de escenarios separados y período dado, compartan las variables de decisión para aquellos nodos compartidos. A modo de ejemplo, se presenta el nodo $ET[1, 1] = 1, 2, 3, 4$, el cual representa que en el primer período, los cuatro escenarios presentes en esta instancia de datos están vinculados, dado que son el nodo origen del árbol. Para observar el cumplimiento de la no anticipatividad en las decisiones, véase que $w[1, 1] = w[1, 2] = w[1, 3] = w[1, 4] = 100\text{ m}^3$, mientras que para el segundo período se cumple que $w[2, 1] = w[2, 2] = 10\text{ m}^3$ y $w[2, 3] = w[2, 4] = 100\text{ m}^3$, siendo estas las exigencias establecidas por el árbol planteado anteriormente para la variable w . Se observa también que para el tercer y cuarto período no existen restricciones de no anticipatividad (de acuerdo al árbol establecido), por lo que el modelo toma decisiones independientes para los escenarios.

Tabla 3.7: Decisiones de producción para un período y escenario dado

w	e_1	e_2	e_3	e_4
t_1	100	100	100	100
t_2	10	10	100	100
t_3	10	90	10	100
t_4	0	0	0	0

Para demostrar lo anterior, se quitan las restricciones de no anticipatividad al modelo. Los resultados de w_{fpte} luego de realizado el experimento se observan en la Tabla 3.9.

Tabla 3.8: Decisiones de producción para un período y escenario dado, sin restricciones de no anticipatividad

w	e_1	e_2	e_3	e_4
t_1	100	100	100	100
t_2	10	90	100	1000
t_3	10	10	10	100
t_4	0	0	0	0

Aquí se observa que no se están respetando dichas restricciones ya que $w[2, 1] \neq w[2, 2]$ y $w[2, 3] \neq w[2, 4]$.

3.6.2. Segundo caso de validación estocástica: Modificaciones en la distribución de probabilidades

Continuando con la etapa de validación del modelo, se procede a evaluar la función objetivo entendiéndose la misma como el VAN del proyecto. Para ello se trabaja con el mismo caso que se detalla en la parte anterior, proponiendo ahora no trabajar con una distribución de probabilidad equiprobable sino que se pondera al segundo escenario sobre el resto esperando con ello que el VAN ponderado del proyecto se vea aumentado. A continuación se presenta la nueva distribución de probabilidad por escenario.

Tabla 3.9: Distribuciones de probabilidad para segundo caso de validación

	Distribución de probabilidad	
	Sit. Ant	Sit. Nueva
e_1	25 %	5 %
e_2	25 %	85 %
e_3	25 %	5 %
e_4	25 %	5 %

Observando la Tabla 3.10 se evidencia que el VAN de la nueva situación es mayor. Este caso es importante de analizar ya que el objetivo del modelo es maximizar el promedio ponderado entre escenarios del VAN de

cada uno de ellos (Ver 3.22). Por lo tanto, al haberse elegido ponderar el escenario de mayor VAN (escenario 2) y así obtener un resultado de proyecto más beneficioso, se verifica exitosamente que la distribución de probabilidades asignada al escenario afecta la toma de decisiones del modelo.

Tabla 3.10: VAN ponderado por probabilidad de escenario

	Sit. Ant	Sit. Nueva
e_1	30,51	30,51
e_2	30,69	30,69
e_3	30,54	30,54
e_4	30,58	30,58
VAN_{Ponderado}	30,58	30,67

3.6.3. Tercer caso de validación estocástica: Variaciones de la estructura del árbol de escenarios

En este caso, se quiere validar como se comporta el modelo frente a instancias de datos en la que los valores de los parámetros sean iguales pero en las que varíe la estructura del árbol de escenarios. Se elabora un nuevo árbol de escenarios para visualizar las diferencias con los anteriores, correspondiente a la Figura 3.4. En este árbol, en vez de tener 2 instancias de doble ramificación, se tiene una sola ramificación naciente del nodo raíz. Esto repercute en que los escenarios ya sean independientes entre sí a partir de $t = 2$, mientras que en los casos anteriores lo eran en $t = 3$. Por tanto, se debe verificar la independencia en la toma de decisiones a partir del segundo período.

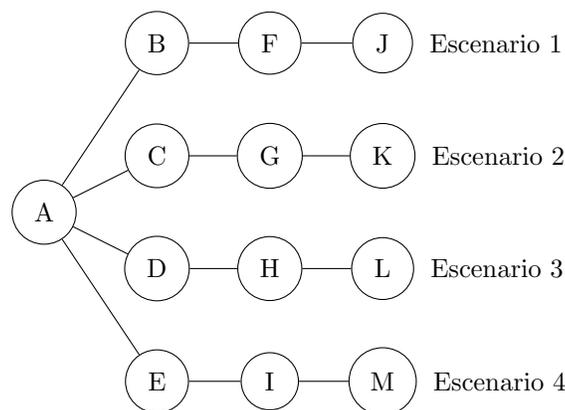


Figura 3.4: Árbol de escenarios para el 3er. caso de validación

Se trabaja de igual forma que en el primer caso de validación estocástica; observando el comportamiento

de la variable de decisión de producción w_{fpte} . Se presenta en la figura 3.5 la parametrización del precio de la pulpa.

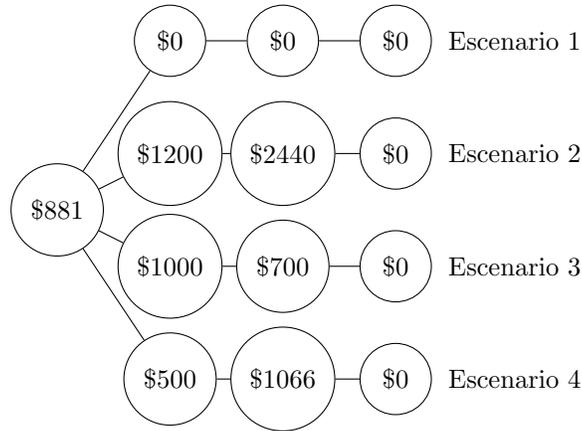


Figura 3.5: Variación de precios de pulpa inter-escenarios para el 3er. caso de validación

Se observa en la Tabla 3.11 que la variable w_{fpte} cumple con las restricciones de no anticipatividad coherentemente con el nuevo árbol de escenarios realizado. Se verifica en el primer período que $w[1, 1] = w[1, 2] = w[1, 3] = w[1, 4] = 100m^3$, mientras que para los siguientes nodos del árbol son independientes las decisiones.

Tabla 3.11: Decisiones de producción para un período y escenario dado, en el 3er. caso de validación estocástica

w	e_1	e_2	e_3	e_4
t_1	100	100	100	100
t_2	10	100	100	10
t_3	10	100	10	90
t_4	0	0	0	0

Al realizar el análisis para la variable w_{fpte} y validar el correcto funcionamiento de este tipo de restricciones, es posible determinar que el resto de las variables también se comportarán adecuadamente al ser de la misma naturaleza y tener las mismas restricciones.

Es interesante realizar una comparación con el primer caso de validación estocástica, en donde se analizó la coherencia de las restricciones de no anticipatividad; Aunque en este caso se modifican los precios de la pulpa para una correcta parametrización en función del árbol de escenarios, en este caso se debe de visualizar un incremento en el VAN ponderado del proyecto ya que el modelo se encuentra más relajado.

Capítulo 4

Caso de Estudio

Este capítulo se sitúa en el contexto de la generación de instancias de gran tamaño y complejidad con la intención de evaluar los resultados de la ejecución del modelo al introducir volúmenes de datos significativamente más grandes, lo que implica incrementar la magnitud de los conjuntos de manera considerable. Además, se realiza un análisis de sensibilidad para comprender cómo la alteración de ciertos parámetros influyen en la solución obtenida por el modelo, a efectos de entender la confiabilidad de la solución alcanzada.

4.1. Descripción de la instancia de datos

Para la construcción de una instancia de datos que permita evaluar el modelo, se utilizan los datos de artículos de Fernández Aliste, 2020, Troncoso et al., 2015, Muñoz Márquez, 2020 e informes públicos de empresas forestales en el país. A partir de estos, se busca estudiar el comportamiento del modelo descrito anteriormente ante una instancia de datos significativamente más compleja. Cabe resaltar que en los trabajos de Muñoz Márquez, 2020 y Fernández Aliste, 2020, también se abarca un problema muy similar, por lo que la estructura de la instancia se adaptó fácilmente para su utilización en este trabajo.

De estos trabajos, se utilizan únicamente los datos asociados a parámetros deterministas, es decir aquellos que no dependen del escenario.

El primer paso es acotar el modelo a un único escenario de modo de analizar el caso determinista. Se describe a continuación la estructura de los datos analizada.

- Horizonte de negocio de 5 años, subdividido en 5 períodos de un año, mientras que el horizonte de anticipación es de 20 años, subdividido en 4 períodos de 5 años, tal como se presenta en la Figura 2.1.

- 100 celdas cosechables, con distintas edades y volúmenes disponibles. Cabe destacar que el modelo fija si una celda esta apta o no para ser cosechada. En la instancia se tienen 25 celdas que no son cosechables en el horizonte de negocio.
- 5 fábricas, que se desglosan en tres aserraderos, una planta de tratamiento de pulpa, y una central eléctrica.
- 9 procesos industriales, 7 de ellos de aserrado, un proceso correspondiente a la generación de pulpa y otro al proceso a la generación de electricidad. Cada proceso industrial puede hacerse solamente en una fábrica, excepto por el *SW5*, un proceso de aserrado, que puede ser realizado en los aserraderos *SawM1* y *SawM3*
- Volúmen disponible de madera por parcela para cada período, obtenidos a través de las curvas de crecimiento presentadas en Vargas y Sandoval, 1998, que permiten modelar el crecimiento de la parcela en base a su edad.
- Se trabaja con un único patrón de corte, obtenido del promedio de los coeficientes de obtención de los múltiples patrones de corte que se utilizaban en Muñoz Márquez, 2020. Los parametrización del patrón de corte se presenta en la Tabla 4.1. Para ejemplificar esto, si se cosechan 100 m³ de madera, se obtienen 10 m³ de *PrunedLogs*. Cabe destacar que los troncos *LongLogs* no se utilizan para producir productos, por lo que su único destino es para la venta directa en celda.

Tabla 4.1: Porcentaje obtención por tipo de tronco

Tipo de Tronco	Porcentaje de obtención
PrunedLogs	10 %
SawLog T1	10 %
SawLog T2	20 %
SawLog T3	20 %
PulpLogs	20 %
FuelLogs	10 %
LongLogs	10 %

Es de interés presentar como se organiza la cadena de producción del modelo, lo que se puede observar en la Tabla 4.2. En el modelo se restringe a través de subconjuntos, por lo tanto, es interesante destacar tres aspectos referente a los procesos industriales: El primero es ver en que fábrica se pueden realizar, el segundo refiere a que tipos de tronco pueden consumir y por último, que productos se obtienen del mismo. Esto impone una serie de restricciones y dependencias implícitas en el modelo que se deben tener en cuenta a la hora de hacer el análisis.

Tabla 4.2: Cadena de producción modelada

Fabrica	Proceso Industrial	Producto	Tipo de tronco
SawM1	SW3	Lateral Board , SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
	SW4	SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
	SW5	Lateral Board , SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
SawM2	SW1	Lateral Board , SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
	SW2	Lateral Board , SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
	SW6	LateralBoard, SquareBoard, LongBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
SawM3	SW5	Lateral Board , SquareBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
	SW7	LateralBoard, SquareBoard, LongBoard	PrunedLogs , SawLogsT1 , SawLogsT2 ,SawLogsT3
PulpM1	Pu1	Pulp	PulpLogs
HeatM1	He1	Electricity	FuelLogs

Es interesante destacar la variación del precio por tipo de tronco. Como se explicó en la sección 3.4, es importante recordar que durante el horizonte de anticipación el modelo únicamente mantiene la venta de troncos en las celdas. Por ende, en la Tabla 4.3, se puede observar el cambio en la parametrización del precio entre el período temporal 5 y 6. Este cambio se debe a que el parámetro del precio del tronco se modifica, pasando a representar su valor esperado bajo un escenario promedio, de manera que anticipe la venta de productos para los períodos en los cuales la predicción de precios tiene una confianza baja.

Tabla 4.3: Evolución del precio del tronco por período

Período	Tipo de Tronco						
	FuelLogs	LongLogs	PrunedLogs	PulpLogs	SawLogsT1	SawLogsT2	SawLogsT3
1	12	62	96	30	58	51	44
2	12	62	96	30	58	51	44
3	12	62	96	30	58	51	44
4	12	62	96	30	58	51	44
5	12	62	96	30	58	51	44
6	1	62	90	65	100	90	100
7	1	62	90	65	100	90	100
8	1	62	90	65	100	90	100
9	1	62	90	65	100	90	100

Luego, el único parámetro que se modifica de los datos obtenidos de Muñoz Márquez, 2020 es la demanda de los productos. El autor presenta una demanda de 1.000.000 m³ para todos los productos, en todos los períodos, lo cual arroja un *gap* entre el volumen disponible de los bosques y la madera necesaria para cumplir la demanda muy elevado (entendiéndose $gap = Volúmen\ necesario - Volúmen\ disponible$), lo cual se considera que no se ajusta a una realidad coherente.

Para este caso, se considera una demanda cien veces menor, es decir de 10.000 m³, de forma que los resultados arrojados sean más adecuados a una realidad y permitan un análisis acorde a los objetivos planteados. En este marco, cabe resaltar que en el modelo descrito se trabaja con inventarios; por lo cual, al tener una demanda sobredimensionada en relación a la cantidad de madera disponible para la producción, no se podría estudiar los movimientos de volumen de madera y costos de inventario.

De este modo, como se ilustra en la Tabla 4.4, se tiene que en los primeros tres períodos el volumen disponible de madera supera a la demanda, junto a su diferencia relativa. Notar que el *gap* va aumentando debido al consumo período a período. Luego, al cuarto y quinto año consecutivo, se incumple con la demanda arrojando un *gap* positivo. Cabe destacar que el volumen disponible presentado no es un parámetro, sino que depende de la ejecución del modelo, puesto que dicho volumen depende de las decisiones de cosecha.

Tabla 4.4: Diferencia en disponibilidad y demanda

Período	Volumen disponible [m ³]	Demanda = 1.000.000 [m ³]		Demanda = 10.000 [m ³]	
		Volumen necesario [m ³]	Dif	Volumen necesario [m ³]	Dif
1	464074	19.437.710	-97,61 %	194.377	138,75 %
2	255590	19.437.710	-98,69 %	194.377	31,49 %
3	213099	19.437.710	-98,90 %	194.377	9,63 %
4	168160	19.437.710	-99,13 %	194.377	-13,49 %
5	151221	19.437.710	-99,22 %	194.377	-22,20 %

4.2. Análisis de resultados determinista

En esta sección se procede a analizar los resultados de la ejecución del modelo con la instancia de datos presentada en la sección 4.1.

Para comenzar es importante destacar que los tiempos de ejecución del modelo son muy bajos, encontrando la solución óptima en menos de 10 segundos.

Luego de validar el modelo en una instancia de datos de dimensiones acotadas, frente a casos borde que permitieron garantizar el correcto funcionamiento del modelo y sus restricciones, se entiende acorde pasar a trabajar con la instancia de datos que compone el caso de estudio. Para que el proceso de análisis sea más paulatino, se comienza trabajando con el modelo en su versión determinista.

El análisis de la calidad de la solución alcanzada no se centrará respecto del valor de la función objetivo en si mismo, puesto que no se disponen de herramientas para determinar si el mismo es favorable para un proyecto con un horizonte temporal tan extenso como lo son 25 años. Tampoco es de interés comparar contra los trabajos de Fernández Aliste, 2020 o Muñoz Márquez, 2020, puesto que modelan cadenas de valor más completas, lo que resulta en valores objetivo significativamente diferentes a los obtenidos en este estudio.

Por lo tanto, el análisis de este trabajo consistirá en desarrollar un análisis cualitativo y cuantitativo del comportamiento del modelo en esta etapa, desde su base de capacidades, costos, ingresos, etc, hasta el valor final objetivo. Se profundizará en los resultados obtenidos y se manejarán ciertas variantes que enriquezcan la investigación.

Se comienza por presentar el valor que se obtiene para el VAN de forma que represente un punto de

partida para el análisis. En el caso determinista, el VAN total del proyecto es de \$ 199,99 millones y a efectos de profundizar en el análisis, se presenta el aporte de cada uno de los términos de la función objetivo, presentados en la sección 3.1.6, en la Tabla 4.5.

Por otra parte, en la Tabla 4.6 se observan los resultados del VAN según el horizonte, dada la instancia de datos descrita anteriormente. Se destaca de los resultados, la mayor proporción que toma el horizonte de anticipación, lo cual es coherente dado el espacio temporal asignado y el *modus operandi* de la cadena en estos años.

Tabla 4.5: Ingresos según términos de la función objetivo

Término de la función objetivo	Valor [millones \$]	Proporción total [%]
Venta de productos en horizonte de negocio	57,27	25
Venta de troncos en celda en horizonte de anticipación	144,89	61
Venta de troncos en celda en horizonte de negocio	8,72	4
Valor de la madera en pie al final del período	22,39	10
Valor del inventario restante de productos	0	0
Valor del inventario restante de troncos	0	0

Tabla 4.6: VAN según horizonte de planificación

Horizonte	Valor [millones \$]	Proporción total [%]
Negocio	44,41	22
Anticipación	155,58	78

En lo que refiere a los ingresos de la cadena de valor, se observa que la venta de productos en el horizonte de anticipación es el término de mayor aporte, representando un 62 % de los ingresos. Lo sigue la venta de los productos en el horizonte de negocio, aportando un 25 %, lo cual tiene sentido dado que el horizonte de anticipación abarca 20 años, mientras que el de negocio solamente cinco. Si se anualiza el porcentaje de ingreso según horizonte, se tiene un aporte de un 5 % anual en el horizonte de negocio, mientras que en el de anticipación desciende a un 3,1 %, pero se destaca que la variabilidad es mínima entre los períodos.

Luego, se tiene un 10 % correspondiente a la valorización que se le da al estado de los bosques en base a su volumen, al final del horizonte temporal (Negocio + Anticipación). En cuanto a la venta de troncos, se observa que representa un 4 % de los ingresos totales, lo cual denota una realidad de negocio, donde la venta de productos es prioritaria por sobre la venta de troncos, ya que en la primera se utiliza plenamente a todos los actores de la cadena de valor.

Finalmente, se tienen dos términos cuyo aporte es nulo. Ambos responden al valor del inventario al cierre del horizonte de negocio, uno para los productos y otro para los troncos. La nulidad de ambos términos tiene una posible causa de análisis que refiere a que el modelo no opta por generar inventarios, operando en un sistema *pull*, en el que al conocerse la demanda en el horizonte de negocio, se trabaja para satisfacerla, lo que

indica que al cierre del horizonte de negocio, no se tenga inventario de productos en las fábricas.

Se procede a analizar ahora el cumplimiento de la demanda, desglosándose por período y producto, como se observa en la Tabla 4.7. Se destaca el cumplimiento total del producto *LateralBoard* en todo el horizonte de negocio, y por el lado contrario el producto *Electricity* de menor cumplimiento, (se ahonda el análisis sobre este producto en la sección 4.2.1). Observando la Tabla 4.8 se entiende que para la producción de *LateralBoard* es necesario incurrir en un proceso que también tenga como salida el PT *SquareBoard*, dado que ambos son la salida del proceso industrial *SW5*, por lo que surge como interrogante el incumplimiento en este último producto. La respuesta radica en el parámetro *cons*, el cual en promedio tiene un rendimiento mayor para la elaboración del *LateralBoard*; por lo que al procesar la madera por este proceso, se obtiene un mayor volumen de este último producto.

Tabla 4.7: Proporción de cumplimiento de demanda según producto

Período	Producto				
	Electricity	LateralBoard	LongBoard	Pulp	SquareBoard
1	16,5 %	100,0 %	87,0 %	100,0 %	88,4 %
2	8,4 %	100,0 %	87,6 %	100,0 %	88,9 %
3	8,2 %	100,0 %	83,6 %	61,0 %	84,7 %
4	22,5 %	100,0 %	85,8 %	61,0 %	88,1 %
5	23,4 %	100,0 %	82,6 %	61,0 %	85,0 %

Para profundizar en los ingresos por venta de productos, se hace un desglose a nivel de producto para poder analizar cuales son los más relevantes de la cadena de valor del caso de estudio. Este desglose se presenta en la Figura 4.1. Se observa que el producto con mayor volumen de ingresos es Pulpa en todos los períodos del horizonte de negocio. Es interesante destacar el aporte de Pulpa en el primer período representando aproximadamente el 80 % de los ingresos y luego disminuye a casi la mitad de los ingresos totales. Esto se debe particularmente a decisiones operativas del modelo.

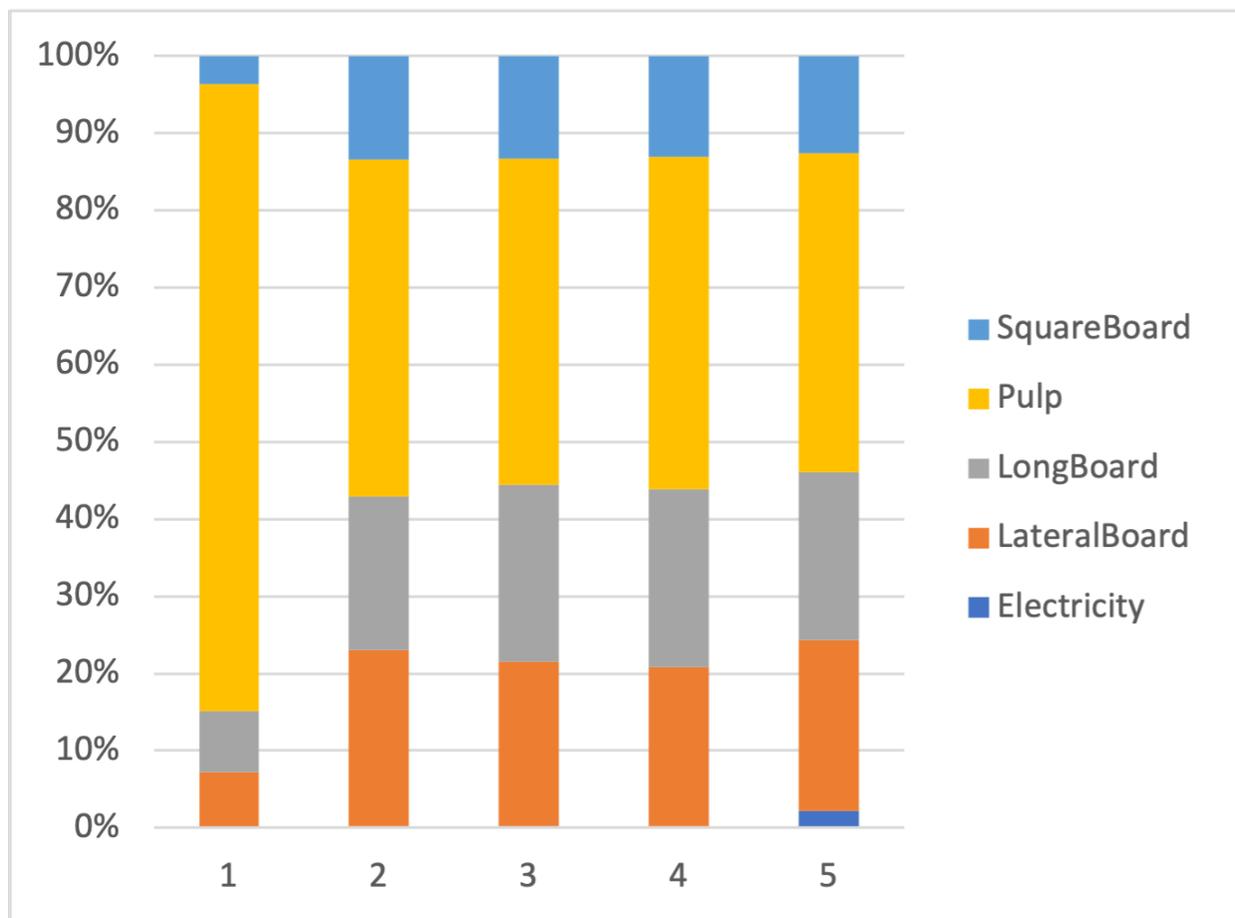


Figura 4.1: Ingresos por venta de productos

A efectos de entender la lógica detrás de la preferencia por la pulpa presentada en la Figura 4.1, es que se profundiza un nivel más el análisis, procediendo a estudiar los procesos industriales de los cuales se obtienen los productos. Es de interés analizar los procesos puesto que, al muchos de ellos dar como resultado varios productos, imponen ciertas restricciones y dependencias indirectas en el modelo.

De igual forma que se presenta el margen de contribución unitario (MCU) para cada producto, a la hora de entender la salida del modelo es necesario definir el concepto margen de contribución variable (MCV) por proceso. Este concepto difiere del MCU al tener que considerar como beneficio la salida unitaria de más de un producto.

Se tiene entonces, para cada proceso y tipo de tronco trabajado, los precios de venta de cada producto obtenido, todos los costos inherentes y el porcentaje de consumo por tronco. Con eso en vista, se calcula el MCV de cada proceso como sigue:

$$MCV_{proceso} = \sum \text{Precio Venta} - \frac{\sum \text{Costos Variables}}{\sum \text{Consumos por tipo de tronco}} \quad (4.1)$$

Se desglosa el MCV de cada proceso en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8: Margen de contribución variable por proceso

Proceso	Fábrica				
	HeatM1 [\$]	PulpM1 [\$]	SawM1 [\$]	SawM2 [\$]	SawM3 [\$]
He1	-8				
Pu1		153			
SW1				184	
SW2				179	
SW3			180		
SW4			-265		
SW5			189		164
SW6				434	
SW7					462
MCV por fábrica	-8	153	104	787	625

A pesar de que ciertos procesos resultan más rentables que otros, se recuerda que la madera disponible para la realización del proceso esta dada por el patrón de corte asignado paramétricamente. Por lo cuál, al decidir el modelo cortar una celda se tiene la madera disponible de tronco de forma proporcional dados los consumos por tronco. Teniendo este aspecto en cuenta, para varios de los procesos definidos, el MCV del proceso determina si se debe realizar el mismo o se debe vender el tronco directamente en la parcela.

Es interesante analizar el valor del MCV por fábrica que pretende brindar una lectura de cuán rentable son los procesos inter-fábrica según los procesos disponibles en la misma. Básicamente, el MCV por fábrica es la suma de los MCV de los procesos que posee. Observando la Tabla 4.8 se concluye que la fábrica *HeatM1* presenta un MCV negativo, lo que implica que es más conveniente no producir allí.

En cuanto a la estructura de costos, se presentan los costos de la cadena de valor en la Tabla 4.9. Se observa que la distribución es menos balanceada que la de los ingresos, teniendo a los costos unitarios de producción acaparando el 88 % de la totalidad de los costos. Luego se encuentran con un aporte muy similar, los costos de cosecha, de transporte y la penalización por incumplimiento de demanda.

Tabla 4.9: Costos componentes de la función objetivo

Término de la función objetivo	Valor [millones \$]	Proporción [%]
Transporte	0,93	3
Cosecha	1,55	5
Producción	29,30	88
Mantenimiento de inventario de troncos	0,21	1
Mantenimiento de inventario de producto	0,0	0
Penalización por incumplimiento de demanda	1,29	4

Se destaca el bajo costo incurrido en el transporte de la madera, consecuencia de la instancia de datos considerada y los altos costos de producción siendo el factor que más repercute en la decisión de producción.

En la Figura 4.2 se presentan los volúmenes de cosecha para cada período. Se observa que en el horizonte de anticipación se tiene la cosecha máxima en el último período, correspondiente a 503.873 m^3 y una cosecha mínima de 92.338 m^3 en el tercer período correspondiente al horizonte de negocio.

Se observa el significativo aumento de los volúmenes de cosecha en el horizonte de anticipación. Esto se debe a que en este horizonte, los períodos temporales representan cinco años, por lo que si se analiza con una mirada anual, los valores de cosecha mantienen la tendencia que se observa en el horizonte de negocio, fluctuando entre unos 8.000 y 10.000 m^3 de cosecha anual.

Es de interés destacar como el inventario de madera almacenada sube significativamente en el período 5, al cierre del horizonte de negocio, siendo cercano al 50% de la madera cosechada en dicho período. Esto se debe a que los precios de la madera aumentan considerablemente en el período 6, por lo que el modelo opta por almacenar la madera en este período y venderla en el próximo, de manera que el volumen de venta en el período 6 sobrepasa lo cosechado.

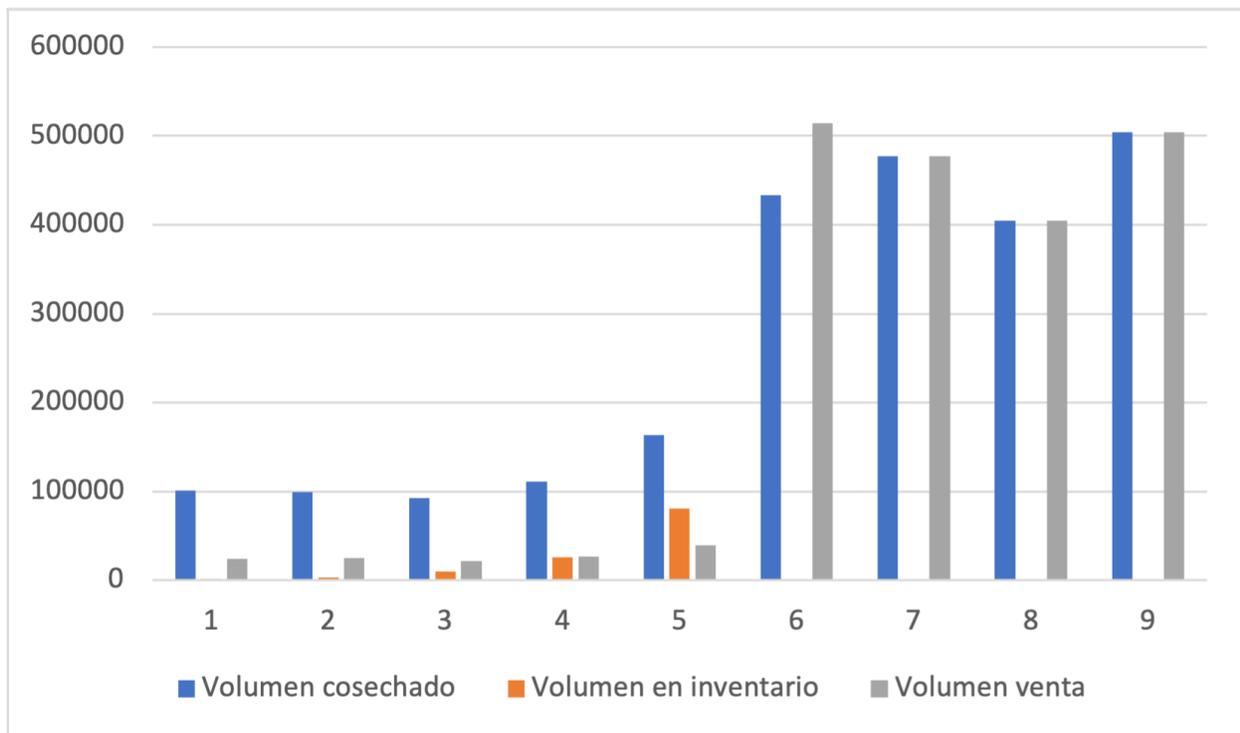


Figura 4.2: Comparación entre madera cosechada, inventariada y vendida por período

Continuando con el análisis, se estudian los distintos destinos finales de la madera. Una vez que se cosecha una celda, se tienen tres posibles destinos finales para los troncos obtenidos: transporte a fábrica para ser

utilizado en producción, venta del tronco directamente desde la celda o inventariar en ella. Es importante destacar que este análisis se hace en el horizonte de negocio, porque luego en el de anticipación no se modela más la producción, por lo que el transporte a fábrica se suspende. Los porcentajes de cada uno de los destinos se presentan en la Tabla 4.10.

Tabla 4.10: Destino de madera cosechada en horizonte negocio

Período	Volúmen Disponible [m ³]	Producción	Venta	Inventario
1	100.943	74,23 %	24,11 %	1,65 %
2	101.142	72,10 %	24,89 %	3,01 %
3	95.385	66,57 %	22,72 %	10,71 %
4	121.511	57,11 %	21,88 %	21,01 %
5	188.697	37,09 %	22,19 %	40,72 %

La producción acapara la gran mayoría de la madera disponible en la red. El único porcentaje que se mantiene estable es el porcentaje destinado a la venta de troncos, entorno al 23 %. Respecto a los otros destinos, se observa una compensación entre ambos, empezando con porcentajes de producción muy altos en los primeros períodos, acaparando casi tres cuartos de la totalidad del volúmen. Sin embargo, se observa una disminución paulatina hasta el último período del horizonte. En cambio, el inventario de troncos en celda aumenta frente a esta bajada del transporte a fábrica, cerrando en el último periodo incluso con más porcentaje destinado a inventario que para producción.

Esto se debe, como se explicó previamente, a que resulta más rentable para el modelo almacenar la madera en el último período, vendiéndola en el próximo período en celda (sin procesar), debido a la suba de precios de los troncos en el comienzo del horizonte de anticipación. Esto se considera una de las falencias del modelo de Muñoz Márquez, 2020, quien utiliza el parámetro del precio de los troncos para representar la utilidad esperada en el horizonte de anticipación, lo que explica el aumento significativo, como se observa en la Tabla 4.3.

Otro elemento a destacar es que el porcentaje destinado a venta de troncos tiene una restricción implícita, dado por el hecho de que los *LongLogs* no pueden ser utilizados en producción. Estos troncos, que representan un 10 % en la obtención, solo pueden ser vendidos directamente en celda, por lo que tiene sentido que el porcentaje destinado a venta de troncos en celda se mantenga estable.

Por otra parte, se puede analizar la capacidad ociosa de las fábricas, presentadas en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11: Capacidad ociosa promedio

Fábrica	Capacidad [m ³]	Capacidad ociosa promedio [%]
HeatM1	100.000	98,42
PulpM1	100.000	92,34
SawM1	24.000	93,33
SawM2	24.000	90,00
SawM3	24.000	2,51

Se observa que la capacidad utilizada por la producción es ampliamente inferior a la capacidad máxima prevista en cada una de las fábricas, a excepción del aserradero *SawM3*, que trabaja con una capacidad ociosa ínfima. Como se observa en la Tabla 4.8, la fábrica cuenta con el proceso industrial de mayor MCV, el *SW7*. Al analizar la salida del modelo, se observa que el proceso *SW5*, que es el único otro proceso que se puede realizar en *SawM3*, no se utiliza en el período de negocio. Por ende, se entiende que el modelo explota al máximo el beneficio del proceso *SW7*, que además es muy provechoso, porque su salida son tres productos.

Al observar los niveles de producción para los productos *LateralBoard* y *SquareBoard*, que son los productos de mayor competencia del modelo, puesto que se pueden producir con casi todos los procesos industriales, se observa la amplia preferencia del modelo por el proceso *SW7*. En la fábrica *SawM3* se producen unas 8000 y 7500 unidades en promedio respectivamente en cada período, mientras que al compararlo con las fábricas *SawM1* y *SawM2*, se observa que en estas los promedios son 400 y 600 unidades por período aproximadamente.

4.2.1. Análisis electricidad

Tomando una línea de análisis distinta, surge como interrogante comprender los motivos por las cuáles el modelo toma determinadas decisiones. Se opta por analizar el producto *Electricity* por su facilidad para aislarlo en el análisis y sus resultados arrojados por el modelo. Esto se debe a que solo se produce en una fábrica, con un único proceso industrial y solamente con un tipo de tronco, algo que no sucede con otros productos del modelo. Para comprender este aspecto se debe tener en cuenta los factores de incidencia en esta decisión, como lo son:

1. Margen variable de contribución (Véase 4.1)

- Costos de producción
- Costos de transporte
- Costos de cosecha
- Costo por penalidad de incumplimiento de capacidad mínima de fábrica

- Precio venta del tronco en celda y parámetro de rendimiento de producción

2. Capacidad ociosa de fábrica

3. Volúmen de madera disponible

En el caso de estudio descrito anteriormente se aprecia la cosecha de cuatro celdas (A84; A89; A99; A100) en el primer período, las cuales de manera coherente no pertenecen al grupo de celdas no cosechables durante dicho intervalo de tiempo. En la Tabla 4.12 se observa la distribución de madera disponible en el primer período.

Tabla 4.12: Distribución de FuelLogs disponible en el primer período

Destino	Volumen [m ³]	Proporción
Transportados a fábrica	5013,5	49,7%
Vendidos en celda	5080,8	50,3%

Se observa que aproximadamente la mitad del volúmen de madera disponible es transportado para producción y la otra mitad es vendido en celda. Continuando con el análisis, corresponde entender por qué el modelo toma esta decisión. Para ello, es necesario estudiar el margen variable de contribución del producto dado el origen de la madera.

A partir de las celdas cosechadas se elabora el costeo de *Electricity*. En la Tabla 4.13 se describe la estructura de costos.

Tabla 4.13: MCV en escenario 1 para Electricity

	Celdas cosechadas			
	A99	A100	A84	A89
Costo transporte	\$ 1,00	\$ 1,00	\$ 4,00	\$ 2,65
Costo cosecha	\$ 0,65	\$ 0,65	\$ 0,65	\$ 0,65
Costo proceso industrial	\$ 4,00	\$ 4,00	\$ 4,00	\$ 4,00
Costo oportunidad	\$ 12,00	\$ 12,00	\$ 12,00	\$ 12,00
Costo producción	\$ 53,48	\$ 53,48	\$ 62,58	\$ 58,48
Precio de venta	\$ 50,00	\$ 50,00	\$ 50,00	\$ 50,00
MCV	-\$3,48	-\$3,48	-\$12,58	-\$ 8,48

Para la elaboración del costeo del producto *Electricity*, se considera como un activo el valor de la madera en celda para poder contrastar con el escenario de venta en celda, lo que se presenta como costo de oportunidad. El costo de producción surge como el resultado de la división entre la suma de los costes y el rendimiento de producción (parámetro $cons = 0,33$). Como se observa en el costeo, la producción desde las cuatro celdas genera una pérdida de rentabilidad de la cadena de valor, pero se debe recordar el valor correspondiente a la penalidad por incumplimiento de la demanda que para este caso es de \$ 5, es por ello que el modelo toma la

decisión de producir *Electricity* con la madera que se envía desde las celdas A99 y A100 únicamente, y en las restantes celdas se venden directamente los troncos cosechados.

4.3. Estructura del árbol de escenarios

En la sección 2.5.2 se detalló como funcionan los arboles de escenarios en el modelado matemático estocástico. En esta sección se detalla como se decide armar la ramificación en escenarios para este problema puntual.

Se presentan tres posibles formas de estructurar la instancia de datos del modelo estocástico, obtenido de Fernández Aliste, 2020.

1. La primera opción es armar un árbol convergente, para representar una vista a corto plazo de la predicción de precios, en la cual se permite que el árbol de precios tenga más posibilidades en etapas tempranas, converge para volver al valor esperado del precio en la etapa 5. La cantidad de ramificaciones entre etapas va bajando a medida que avanzan las etapas, llegando a un único precio para la última etapa. Este tipo de árbol de precios es considerado el que mejor anticipa una alta volatilidad en el corto plazo, seguida de una estabilidad en la economía al largo plazo.
2. Otra posibilidad es construir una instancia con un árbol que represente una mayor incertidumbre en la predicción de precios, que repercute en una mayor volatilidad de los mismos. Para esto, la ramificación se va expandiendo a medida que se avanza entre períodos, de manera de tener más posibilidades en etapas finales.
3. Una tercera opción es estructurar un árbol para representar una evolución de precios estable, en la cual se espera que los precios no suban ni bajen en forma abrupta. Esto se logra manteniendo estable la cantidad de ramificaciones para todas las etapas. Este tipo de árbol de precios es considerado el que mejor representa un nivel de riesgo bajo, donde se espera que los precios nunca se alejen del valor esperado.

Para el caso de estudio se opta por trabajar con una ramificación como la descrita en la tercera instancia. Esto se debe a que luego de analizado el histórico de precios de pulpa, se observa una fluctuación de precios entre períodos estable.

Se busca trabajar con las mínimas variaciones entre períodos, entendiendo que la incertidumbre durante el horizonte de negocio será constante por lo que la ramificación debe ser simétrica para este período.

4.3.1. Parametrización del precio de la pulpa

Siguiendo con el análisis del producto pulpa, para la parametrización del precio, se trabaja con un histórico de precios recabado del artículo de Muñoz Márquez, 2020, el cual tiene desglosado por mes el valor del precio

de la pulpa entre los años 1987 y 2014.

A diferencia del artículo de Muñoz Márquez, 2020, donde el autor trabaja con modelos de volatilidad estocástica (GARCH y EGARCH) para estimar el comportamiento del precio de la pulpa, en este trabajo se opta por procesar la misma fuente de datos y se utiliza la distribución de T-Student al tratarse de una muestra reducida y desviación estándar poblacional desconocida.

De la totalidad de los datos, se agrupan los precios de pulpa por año, lo que redujo el tamaño de muestra a un total de $n = 28$ y un total de $n - 1 = 27$ grados de libertad. Luego, para el precio del nodo raíz del árbol, se tomó el precio definido en Muñoz Márquez, 2020 establecido en 881 $\$/m^3$. Si bien existe la alternativa de considerar un promedio del conjunto de datos trabajados para el precio inicial, se entiende que no se está elaborando una proyección del precio a partir de la última fecha, por lo que no se aplica esta opción.

Seguido, la estimación es elaborada a partir de un parámetro aleatorio obtenido de la funcionalidad *Aleatorio* de la hoja de cálculo de Excel, el cual toma valores entre 0 y 1. Este parámetro está acotado para evitar variaciones abruptas y es procesado como una probabilidad de ocurrencia del suceso en donde a través de la distribución de T-Student se obtiene un estimador para la estimación de precio en cada escenario.

En la Figura 4.3, se observa un diagrama del proceso para lograr la estimación de precios.

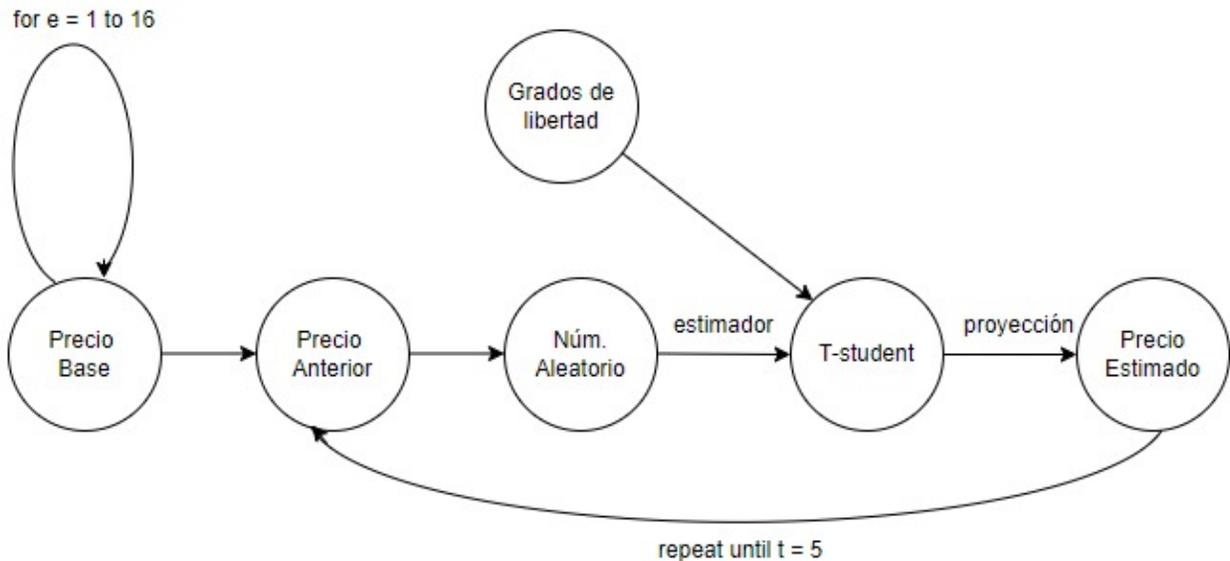


Figura 4.3: Proceso para la estimación de la variación del precio de la pulpa

Se itera con el procedimiento descrito y se obtiene una parametrización del precio de la pulpa para cada nodo del árbol de escenarios representado en la Figura 4.4. Para facilitar el entendimiento al lector, se presenta la parametrización del precio de la pulpa y su evolución por período para cada uno de los 16 escenarios, en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14: Precio de la pulpa según escenario

Escenario	Período				
	1	2	3	4	5
1	881	856	755	734	762
2	881	856	755	734	695
3	881	856	755	668	691
4	881	856	755	668	657
5	881	856	1141	1204	1249
6	881	856	1141	1204	1089
7	881	856	1141	1177	1119
8	881	856	1141	1177	1116
9	881	916	909	1004	1131
10	881	916	909	1004	890
11	881	916	909	881	896
12	881	916	909	881	802
13	881	916	977	900	857
14	881	916	977	900	844
15	881	916	977	907	926
16	881	916	977	907	946

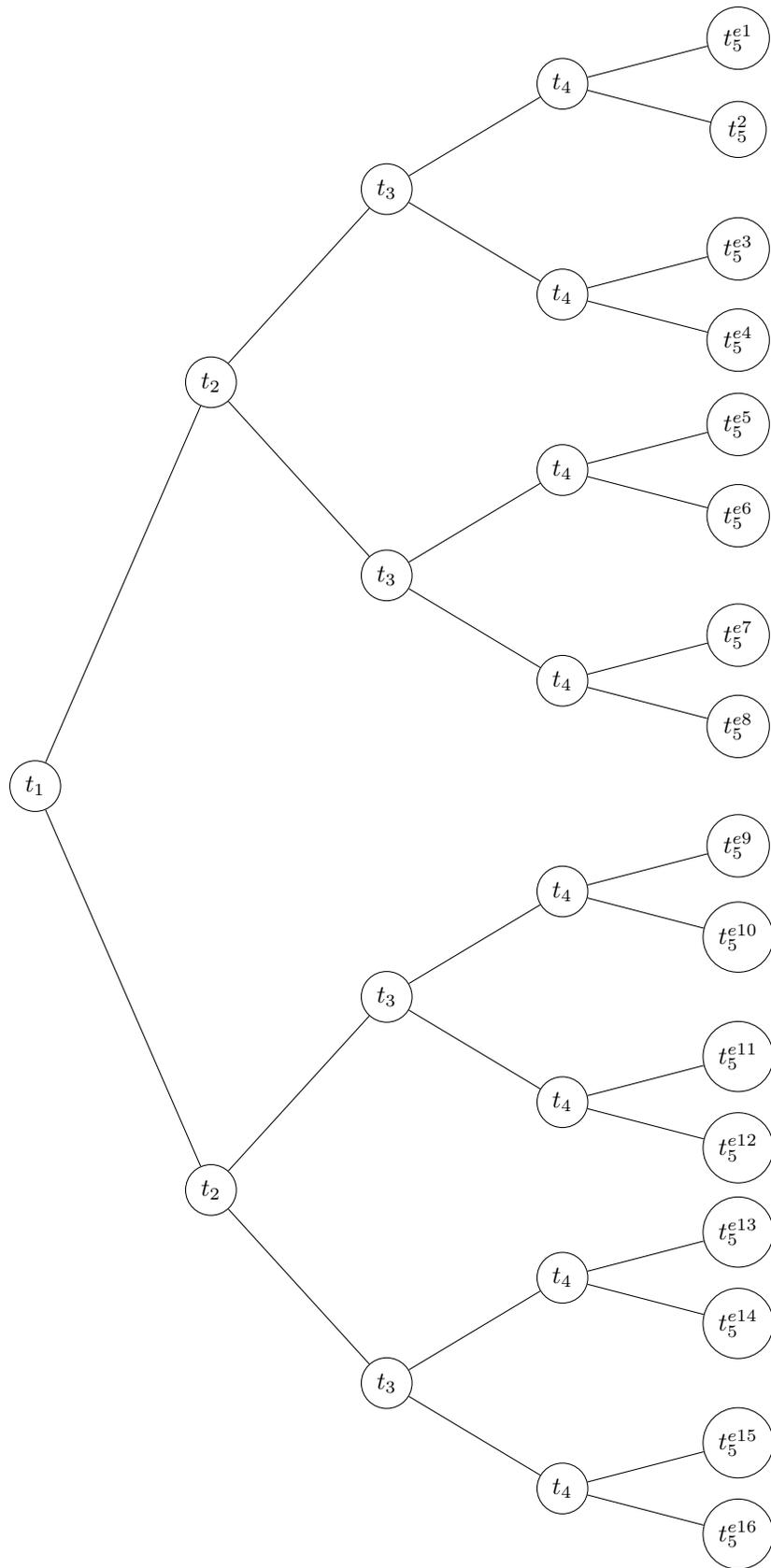


Figura 4.4: Árbol de escenarios para el precio del producto pulpa

4.3.2. Parametrización de la utilidad esperada de PulpLogs

Para el precio de los troncos de pulpa *PulpLogs*, se decide vincular el precio del tronco al cambiar del horizonte de negocio al horizonte de anticipación (como se observa en la Tabla 4.3) con el precio de la pulpa al cierre del horizonte de negocio. Para lograr esto se debe incorporar el manejo de escenarios, recurriendo a una estructura de escenarios estilo tenedor, como la que se presenta en la Figura 4.5. En esta estructura solamente se ramifica en un período, t_6 , teniendo un precio distinto para cada uno de los 16 escenarios, el cual se mantiene constante en el resto de periodos del horizonte de anticipación, de t_7 a t_9 . Es importante destacar que este árbol presenta una estructura distinta al árbol de escenarios para los precios de la pulpa.

Para la obtención de los precios, se considera la evolución del precio del producto terminado respecto del precio en el primer nodo, a partir de esta evolución porcentual se ajusta linealmente la utilidad del tronco para el horizonte de anticipación respecto del valor obtenido del conjunto de datos aportado por Muñoz Márquez, 2020.

Se realiza esta aproximación bajo el supuesto de que la utilidad esperada esta condicionada por el escenario. Si se tiene un deterioro del precio de la pulpa en el final del horizonte de negocio es congruente estimar que la utilidad esperada de la pulpa se verá disminuida; se espera el mismo comportamiento en caso de un incremento del precio de la pulpa.

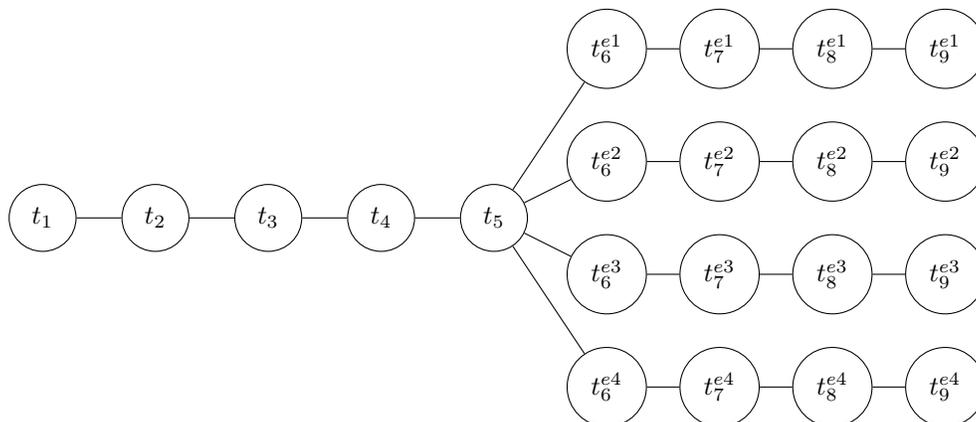


Figura 4.5: Árbol de escenarios para el precio de PulpLogs

Tabla 4.15: Precio de PulpLogs por escenario y horizonte

Escenario	Período	
	1 al 5 (Negocio)	6 al 9 (Anticipación)
1	30	56,3
2	30	51,3
3	30	51
4	30	48,5
5	30	92,2
6	30	80,4
7	30	82,5
8	30	82,3
9	30	83,4
10	30	65,7
11	30	66,1
12	30	59,2
13	30	63,3
14	30	62,3
15	30	68,3
16	30	69,8

4.3.3. Parametrización de la probabilidad de escenarios

La probabilidad de escenarios se elabora a partir de la estimación del precio de la pulpa, se halla la desviación estándar del conjunto de datos obtenido y se considera una distribución Gausseana para obtener la probabilidad de ocurrencia del valor del precio obtenido. En base a esta probabilidad, se realiza un promedio ponderado para obtener la distribución de probabilidades del árbol. Cabe resaltar que no se trabaja con una distribución equiprobable.

Tabla 4.16: Probabilidad por escenario

Escenario	Probabilidad
1	3,52 %
2	5,07 %
3	6,22 %
4	7,19 %
5	0,62 %
6	3,94 %
7	7,26 %
8	5,32 %
9	7,93 %
10	8,03 %
11	7,89 %
12	7,67 %
13	6,55 %
14	7,54 %
15	7,69 %
16	7,48 %

4.4. Análisis de resultados estocástico

Para el análisis del caso de estudio del problema estocástico se trabaja con una demanda $d=80000 \text{ m}^3$ para cada producto en cada período, ya que se entiende que el modelo se observa más exigido y permite un mejor análisis bajo esta parametrización.

Se presenta el beneficio obtenido para cada uno de los escenarios en la Tabla 4.17 y se observa que el escenario 5 es el más favorable con 22,8% por encima del resultado del VAN ponderado, y el escenario más desfavorable, el escenario 4 estando 11,9% por debajo del ponderado. Se destaca que este resultado coincide con los escenarios del precio de la pulpa parametrizados en el escenario 5 que es quién tiene un precio promedio entre períodos mayor y el escenario 4 el menor; por lo que el resultado del VAN de los escenarios es el previsible.

Otro línea de análisis a partir de la tabla 4.17 es la ponderación del VAN en el horizonte de negocio respecto al VAN total, se observa en el modelo un mayor nivel de preponderancia del horizonte de anticipación respecto del horizonte de negocio, el mismo busca optimizar primordialmente el segundo horizonte pudiendo obtener en algunos escenarios (2, 3, 4) resultados negativos en el VAN de negocio. No resulta preocupante la negatividad de estos escenarios al estar trabajando con estocasticidad, se entiende que el modelo al buscar maximizar el VAN ponderado de la totalidad del horizonte, el mismo puede asumir el riesgo de contraer un VAN de negocio no rentable.

Tabla 4.17: VAN por escenario

Escenario	VAN [\$]	Variación [%]	$VAN_{NEGOCIO}$ [\$]
1	148,64	-10,1	3,96
2	146,42	-11,4	(4,35)
3	146,40	-11,5	(4,35)
4	145,60	-11,9	(4,31)
5	203,09	22,8	91,63
6	195,84	18,4	67,67
7	195,25	18,1	71,89
8	195,10	18,0	71,78
9	182,19	10,2	58,35
10	170,78	3,3	38,16
11	162,04	-2,0	30,32
12	157,50	-4,7	19,01
13	165,71	0,2	30,09
14	165,42	0,0	30,22
15	168,65	2,0	36,73
16	169,70	2,6	40,57
$VAN_{PONDERADO}$	165,34		

Se presenta en la Tabla 4.18 la salida del modelo de la variable x_{cte} para el escenario e_1 . Cabe resaltar que se cuenta con dicha salida para cada escenario, esto es uno de los insumos principales que aporta el modelo; permitiendo al planificador de producción determinar el período de corte de cada parcela (indicado con el número 1), pudiendo optimizar las oportunidades de mercado, atendiendo la sustentabilidad del bosque y respetando las restricciones del sistema.

Se puede observar que en el primer escenario se deben de cortar las celdas $A1$, $A84$, $A89$, $A99$ y $A100$ en el primer período. Dada la estructura del árbol definida y las restricciones de no anticipatividad que fueron comentadas en la sección de validación estocástica, se entiende que esta decisión de cosecha en el primer período se repite a lo largo de los 16 escenarios. Puede observarse en la carpeta compartida el resto de las decisiones de corta para cada escenario.

Se procede a analizar los resultados inter-escenarios de los volúmenes de cosecha de madera en cada período, buscando entender la influencia de las variaciones de precio de la pulpa y los troncos no aserrados de pulpa, en las decisiones de cosecha dentro del horizonte de planificación. Como se puede observar en la Figura 4.6, los volúmenes de cosecha no presentan diferencias significativas. La diferencia entre el escenario con volumen de cosecha máximo (escenario 2) y el mínimo (escenario 5) es de un 13,2%.

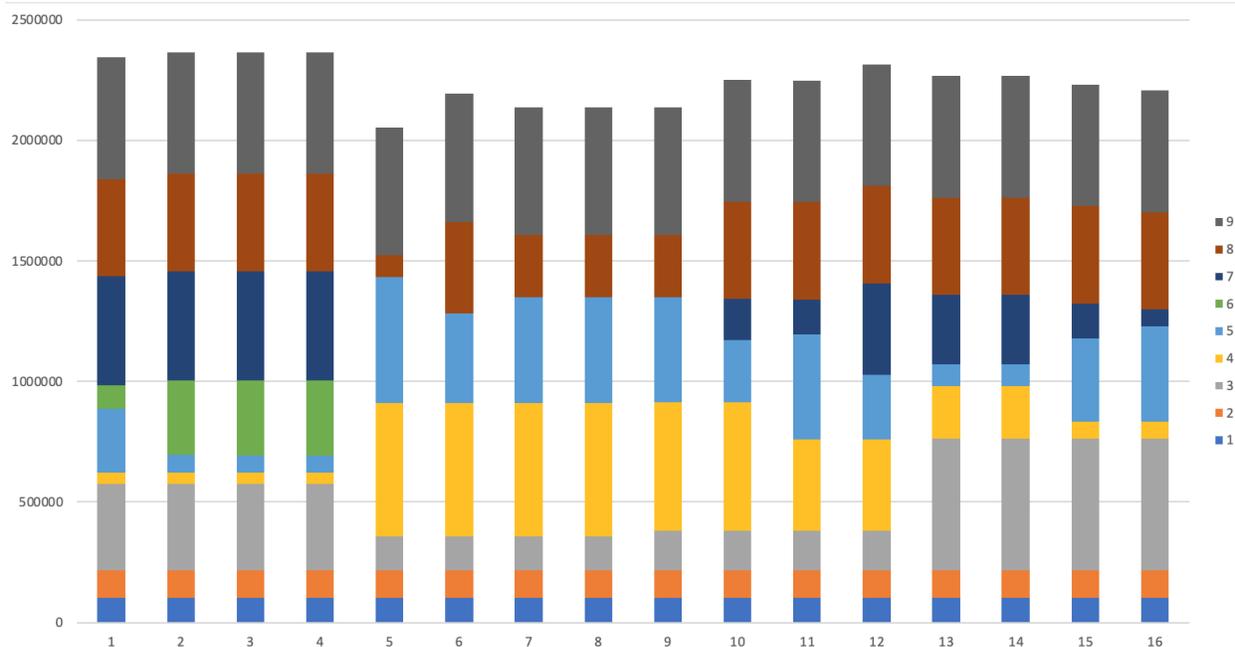


Figura 4.6: Volumen cosechado en horizonte de negocio según escenario y período (coloración)

Se destaca que, los escenarios con mayores precios de pulpa (ver tabla 4.14) son los que se cosecha menor volumen de madera. Dicho fenómeno puede fundamentarse con el hecho de que para vender madera directamente en la parcela, se requiere un mayor volumen, ya que la venta de los troncos presenta un menor margen de contribución variable respecto de los productos.

Es de interés analizar como la variación del precio de la pulpa afecta el cumplimiento de su demanda en cada uno de los escenarios planteados, así como para los otros productos de la cadena de valor. El porcentaje de cumplimiento de demanda se puede observar en la Tabla 4.19. Respecto al cumplimiento de la pulpa, se puede observar que el máximo se da en el escenario 5 (escenario para el cuál el precio ponderado entre los períodos temporales es máximo) logrando cumplir con un 38,7% de la demanda; de manera análoga para los escenarios de precios a la baja se observa aún un cumplimiento del 18,0% de la demanda. Se entiende con estos resultados una falta de madera en los bosques para completar la necesidad, asumiendo que los procesos industriales no pueden ser mejorados para obtener un desperdicio menor (el cual se indicia en el parámetro *cons*).

Otro elemento de análisis es el cumplimiento del resto de los productos. A priori, no debería haber grandes variaciones puesto que la pulpa es un producto independiente en la cadena de valor, puesto que solo se produce en una fabrica y con un proceso industrial, y de dicho proceso solo se obtiene pulpa y ningún otro producto final más. Dicho factor se puede observar en la misma tabla, para los productos alternativos a la pulpa se tiene un 4,0% de variación entre el máximo y mínimo valor, mientras que el producto de análisis se tiene hasta un 20,6% de variación.

Tabla 4.19: Porcentaje cumplimiento demanda de productos por escenario

Escenario	Período				
	Electricity [%]	LateralBoard [%]	LongBoard [%]	Pulp [%]	SquareBoard [%]
1	2,7	17,5	16,0	24,0	14,0
2	2,0	15,7	14,5	18,0	13,1
3	1,9	15,6	14,3	18,0	12,9
4	1,9	15,6	14,2	18,0	12,9
5	5,3	17,5	12,9	38,7	13,8
6	5,9	18,0	16,8	34,6	14,2
7	4,8	18,0	17,0	36,4	14,1
8	4,8	18,0	17,0	36,4	14,1
9	3,4	18,3	17,0	36,4	14,3
10	4,7	18,4	16,8	31,6	14,2
11	4,6	18,4	17,0	32,3	14,3
12	3,6	18,1	16,5	27,7	14,3
13	3,8	17,8	16,3	29,0	14,1
14	4,0	17,8	16,5	29,0	14,1
15	4,0	18,3	16,9	31,8	14,3
16	4,5	18,3	16,8	33,2	14,3

Dentro de los ingresos por venta de productos, se quiere analizar la distribución entre los productos según los escenarios, frente a la variación en el precio de la pulpa. Dicha distribución se puede analizar en la Figura 4.7.

Se observa que el porcentaje de venta de pulpa acapara en todos los escenarios más del 60% de los ingresos de venta de productos, teniendo un pico de 83,2% en el escenario más favorable, el 5, mientras que el límite inferior es 60,8% en el escenario con peor precio de pulpa, el 2.

Se aprecia consistencia entre la proyección de precios realizada y los ingresos del producto, el escenario más favorable (precio mayor) corresponde con el escenario de mayor ingresos de la pulpa.

Observando el gráfico se vuelve a validar la importancia de la incorporación de la incertidumbre a el precio de la pulpa, siendo la venta de este producto el factor más incidente en los ingresos del proyecto; haciendo uso aquí del principio de Pareto (Principio de 80 - 20%).

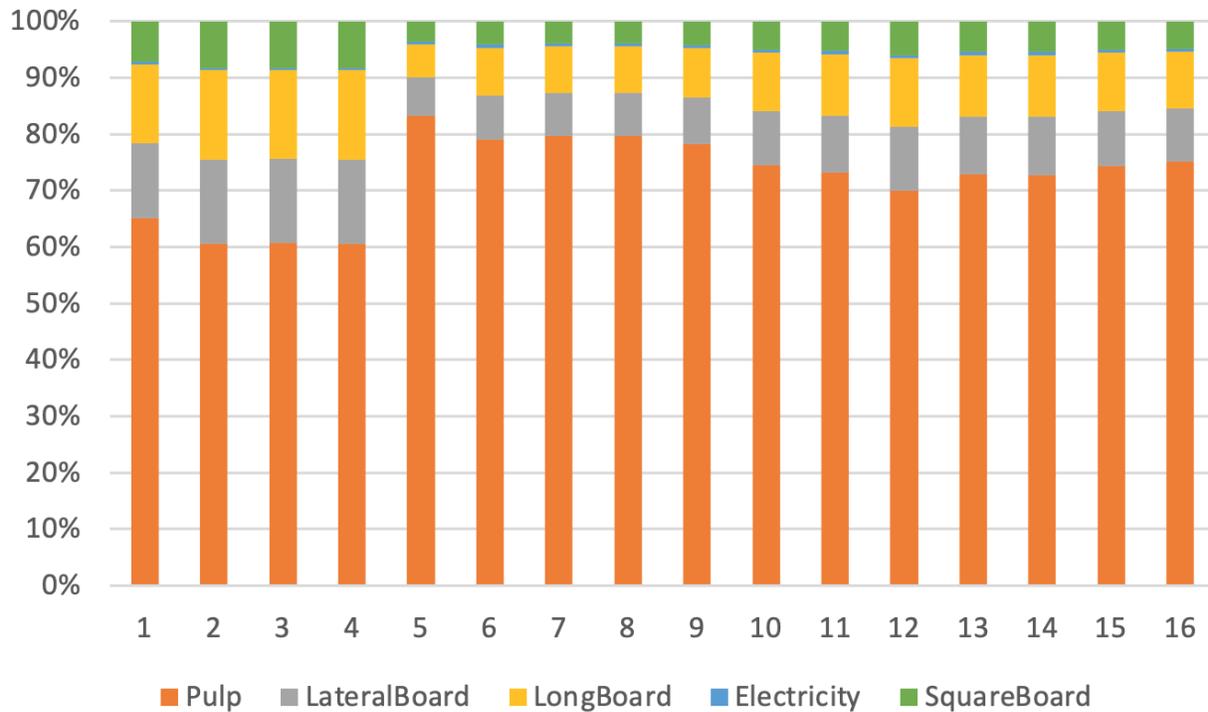


Figura 4.7: Distribución venta de productos por escenario

Otro aspecto relevante a considerar es el costo al que se incurre al introducir la incertidumbre, dicho aspecto es propio de los modelos estocásticos tal y como este. Este costo se puede determinar a partir de la comparación entre el beneficio obtenido bajo una configuración estocástica y otra determinista, para el mismo conjunto de datos. Esta comparación se puede apreciar en la Tabla 4.20. Para el cálculo de (WS) , presentado en la sección 2.5.4, se desactivó el uso de las restricciones de no anticipatividad, mientras que para el cálculo de (RP) , se tuvo la misma ejecución con estas restricciones activas.

Tabla 4.20: Comparación del beneficio por escenario según modelo

Escenario	RP [\$]	WS [\$]	$EVPI$	%
1	148,64	153,75	5,11	3,4 %
2	146,42	152,15	5,73	3,9 %
3	146,40	152,25	5,85	4,0 %
4	145,60	151,37	5,77	4,0 %
5	203,09	207,98	4,89	2,4 %
6	195,84	198,68	2,84	1,5 %
7	195,25	198,06	2,81	1,4 %
8	195,10	197,70	2,60	1,3 %
9	182,19	189,20	7,01	3,8 %
10	170,78	170,82	0,04	0,0 %
11	162,04	163,93	1,89	1,2 %
12	157,50	159,89	2,39	1,5 %
13	165,71	165,96	0,25	0,2 %
14	165,42	165,76	0,34	0,2 %
15	168,65	169,15	0,50	0,3 %
16	169,70	170,71	1,01	0,6 %
$VAN_{PONDERADO}$	165,34	167,44	2,09	1,3 %

A diferencia de un modelo de minimización, en un modelo de maximización se debe cumplir que $WS \geq RP$, lo cual se puede observar que se cumple. Además, el $EVPI$ se redefine, dado que la ecuación 2.7 es definida para problemas de minimización, por lo que se redefine

$$EVPI = WS - RP \quad (4.2)$$

Por ende, se verifica que $EVPI \geq 0$, siendo esta una condición necesaria para los modelos estocásticos. Se destaca también el hecho de que para escenarios a la baja del precio de la pulpa se obtienen aún peores resultados con el modelo programación estocástico respecto al determinista. Debido a este efecto, además de deber contar con un preciso pronóstico del parámetro, se debe contar con una buena proyección de la probabilidad del escenario en cuestión; es por ello que en la siguiente sección se analiza las variaciones de la probabilidad de escenarios y su repercusión en el $EVPI$.

4.5. Análisis de sensibilidad

4.5.1. Sensibilidad en el rendimiento de los procesos industriales

Como se describió anteriormente, una de las diferencias de este trabajo respecto de trabajos como Troncoso et al., 2015 o Muñoz Márquez, 2020, es la exclusión de los subproductos como parte de la cadena de valor. En Muñoz Márquez, 2020 los subproductos que se obtienen a través de los procesos industriales dentro de las fábricas, y que posteriormente son transportados para ser utilizados tanto en la central eléctrica como en la planta de generación de pulpa.

Habiendo analizado la salida del modelo para el caso de uso determinista, se observa que el producto *Electricity* presenta un menor utilidad respecto a los productos alternativos, por lo que en el caso de estudio determinista únicamente cumple con la capacidad mínima de fábrica impuesto por restricción; este factor se ve agravado respecto de la realidad debido a la ausencia de trabajo de subproductos, tal como aserrín y chips los cuáles deberían ser entrada a la producción de este producto. Para atacar esta problemática debe ponerse en el foco el parámetro *cons*, el cuál recordamos que implica el rendimiento del tipo de troza para la obtención del producto final.

Los márgenes variables de la electricidad, tal como se analiza en la sección 4.2.1, se ve afectada linealmente por el parámetro *cons*; es decir, aumenta y disminuye proporcionalmente a este valor ya que los costos de cosecha, transporte y oportunidad de la madera para la producción de un metro cúbico de producto terminado se reducen (o aumentan) si el rendimiento productivo es mayor (o menor). Véase que este efecto se presenta para todos los productos definidos en el modelo.

En la Tabla 4.21 se describe la modificación en este parámetro para ambos casos de análisis. Se opta por trabajar únicamente con variabilidad en los productos electricidad y pulpa, contrastando con un rendimiento ideal, es decir un valor de *cons* igual a uno. Esto equivale a decir que el proceso no tiene ningún tipo de desperdicio o subproducto resultante. Se presentan los valores del parámetro utilizados en el caso de estudio, junto con los dos casos de análisis realizados, *AS1* y *AS2*. En *AS1* solo se trabaja con la electricidad con rendimiento ideal, mientras que en *AS2* ambos productos se parametrizan de esta manera.

Tabla 4.21: Evaluación parámetro *cons*

Planta	Troza	Producto	<i>cons_{CE}</i>	<i>cons_{AS1}</i>	<i>cons_{AS2}</i>
Pu1	PulpLogs	Pulpa	0,54	0,54	1,0
He1	FuelLogs	Electricidad	0,33	1,0	1,0

Como se presenta en la Tabla 4.22, al analizar los experimentos realizados con *AS1* y *AS2* se aprecia un

aumento significativo en las ventas de todos los productos finales, especialmente de la electricidad. Dicho resultado coincide con lo esperado, por lo descrito previamente, y es producto de dos factores. Por un lado, un mejor rendimiento del mismo volumen de madera destinado a producción (véase que aumentando el rendimiento de los procesos productivos obtiene una mayor cantidad de producto terminado). Por otro lado, también influye el cambio en la cantidad de madera destinada a producción.

Tabla 4.22: Resultados variación parámetro cons

Producto	Caso de estudio	AS1	Variación AS1 [%]	AS2	Variación AS2 [%]
LateralBoard	11,38	12,01	6	13,19	16
SquareBoard	6,49	6,83	5	7,13	10
Pulp	55,01	57,01	4	217,40	295
Electricity	0,12	3,63	2925	6,66	5450
LongBoard	11,20	11,79	5	12,84	15

Para evaluar si la segunda alternativa corresponde con el caso se plantea la Tabla 4.23, donde se presenta los ingresos de madera (en millones de \$) de acuerdo al tipo de troza vendido en parcela.

Para el cálculo de los ingresos por venta de madera en parcela se consideró la totalidad del horizonte de planificación, por lo cual se incluye la utilidad esperada de cada tronco en el horizonte de anticipación. Se entiende que debe ser contemplada esta variación.

Tabla 4.23: Variación venta de troncos desde parcela

Troza	CE [\$]	AS1 [\$]	AS2 [\$]
PrunedLogs	20,65	21,02	18,02
SawLogsT1	17,23	16,24	8,23
SawLogsT2	31,02	29,75	20,68
SawLogsT3	40,38	40,51	36,03
PulpLogs	22,56	22,18	8,05
FuelLogs	0,84	0,16	0,06
LongLogs	14,62	14,57	12,10
TOTAL	147,30	144,43	103,17
Variación [%]	-	-1,9%	-28,6%

A diferencia de los productos, se ve disminuida la venta de troncos en parcelas desde \$147,30 millones del caso de estudio, a un valor en este caso de análisis de \$103,17 millones, significando en un disminución del 28,6%. Por lo tanto, dado un mayor rendimiento de los procesos industriales el modelo encuentra más rentable designar un mayor volumen de madera para producción, restringiendo la venta de troncos en celda.

Se estudia ahora la evolución del VAN a raíz de las variaciones trabajadas en dos de los términos de mayor aporte a la función objetivo. Se presenta en la Tabla 4.24 la evolución del VAN.

Tabla 4.24: Variación VAN a través de *cons*

	Caso de estudio	AS1	Variación AS1 [%]	AS2	Variación AS2 [%]
VAN	202,87	205,06	1	287,78	42
VAN Negocio	42,80	48,63	14	171,01	300

Como se muestra en la tabla, se destaca un incremento del VAN principalmente para el caso en que se mejora el proceso productivo de la pulpa.

Si bien se entiende que los resultados de los casos presentados son utópicos y absurdos al no considerarse desperdicios en los procesos, el resultado permite trazar una cota superior del máximo VAN posible considerando el sesgo con el que se trabaja al no tratar los subproductos. Sin considerar la estocasticidad en los precios de la pulpa y las trozas correspondientes, se puede afirmar que el VAN está comprendido entre el valor hallado por el caso de estudio determinista y la cota superior que se obtuvo realizando este caso de análisis de sensibilidad.

4.5.2. Variación en la probabilidad de los escenarios

Es de interés evaluar la sensibilidad de la probabilidad por escenario, uno de los pilares más interesantes para la resolución del problema estocástico es la correcta determinación de la proyección de los posibles precios (parámetro estocástico) y su correspondiente probabilidad de ocurrencia.

Para su evaluación se propone, en primera instancia, una ponderación positiva de los escenarios más favorables debido al precio de Pulpa; forzando a través de un coeficiente de ponderación la distribución de probabilidad de escenarios realizada mediante la desviación estándar del valor del precio de la pulpa. Se denomina a este análisis “caso optimista”. Por el contrario, se determina una nueva distribución de probabilidad ponderando de mayor manera a los escenarios menos rentables, es decir, precios de pulpa inferiores, por lo cual se denomina el “caso pesimista”. En la Tabla 4.25 se presentan las probabilidades de escenarios del caso optimista en la columna CO, mientras que el caso pesimista esta representado en la columna CP.

Tabla 4.25: Modificación probabilidad de escenarios

Escenario	Precio Pulpa _{t=5} [\$]	Caso Estudio (CE) [%]	Caso Optimista (CO) [%]	Caso Pesimista (CP) [%]
1	762	7,4	5,0	15,9
2	695	4,4	3,0	9,6
3	691	4,3	2,9	9,2
4	657	3,0	2,1	6,5
5	1.249	0,4	1,3	0,2
6	1.089	3,6	12,5	2,0
7	1.119	2,6	9,0	1,4
8	1.116	2,7	9,4	1,5
9	1.131	2,2	7,8	1,2
10	890	10,4	7,0	5,7
11	896	10,4	7,0	5,7
12	802	9,0	6,1	19,3
13	857	10,3	7,0	5,7
14	844	10,1	6,8	5,6
15	926	9,9	6,7	5,5
16	945	9,4	6,4	5,2

Se presenta en la Tabla 4.26 los resultados del VAN para cada escenario dentro de cada una de las distribuciones de probabilidad planteadas anteriormente. Se destaca que el VAN del escenario de precios favorables (es decir, que existe una mayor probabilidad de ocurrencia de los escenarios de mayor precio de la pulpa) se evidencia un resultado global del proyecto mayor.

Tabla 4.26: Análisis de sensibilidad a la probabilidad de escenarios en el VAN

Escenario	VAN_{CE} [\$]	VAN_{CO} [\$]	VAN_{CP} [\$]
1	148,64	155,05	153,00
2	146,42	152,71	151,15
3	146,40	152,70	151,14
4	145,60	151,88	150,38
5	203,09	216,29	176,85
6	195,84	207,33	176,78
7	195,25	206,75	175,92
8	195,10	206,58	175,94
9	182,19	197,51	175,32
10	170,78	175,65	169,90
11	162,04	170,48	161,54
12	157,50	166,22	159,28
13	165,71	174,20	165,66
14	165,42	173,92	165,36
15	168,65	177,12	168,61
16	169,70	178,15	169,65
$VAN_{PONDERADO}$	165,34	183,77	160,04

Dentro de este caso de análisis de sensibilidad se estudia también las variaciones en el *valor esperado de la información perfecta*, el cual se calcula con la ecuación 4.2.

- $EVPI_{CO} = \$185,54 - \$183,77 = \$1,77 \approx \%0,96$
- $EVPI_{CP} = \$162,17 - \$160,04 = \$2,13 \approx \%1,33$
- $EVPI_{CE} = \$167,44 - \$165,34 = \$2,10 \approx \%1,27$

De los resultados del *EVPI*, se observa que a mayor probabilidad de ocurrencia de los escenarios de peor proyección de precio de la pulpa, se tiene como resultado un *EVPI* más elevado. Esto significa cuánto más se trabaje con precios de pulpa inferiores, se incurre en mayores costos debido a la incertidumbre al resolver el modelo de forma estocástica.

Capítulo 5

Conclusiones

En este último capítulo se presenta una síntesis de los resultados alcanzados y las dificultades encontradas durante el transcurso del trabajo.

En primera instancia, destacamos el proceso de aprendizaje que comenzó con la revisión bibliográfica realizada, llevando a cabo una investigación minuciosa, la cual fue de suma importancia para poder comprender detalladamente la cadena de valor forestal con todos sus actores y unidades de negocio participantes, dado que no teníamos experiencia alguna con esta industria.

Se abordó el problema correspondiente a la integración de la planificación estratégica y táctica en la industria forestal con el objetivo de maximizar la esperanza del valor actual neto de la cadena en un período de veinticinco años. Para esto se formuló un modelo de optimización matemática siguiendo la impronta de una familia de trabajos que plantean modelos basados en el de Troncoso et al., [2015](#), los cuales tienen como entrada las restricciones del sistema y como salida las decisiones tácticas que deben tomarse en el mediano y largo plazo; como lo son las decisiones de cosecha, de transporte a fábricas o venta en parcela, los volúmenes de producción y el destino final de dicha producción.

El proceso de construcción de dicha herramienta comenzó con la elaboración de un modelo determinista, en el cual se validó el funcionamiento coherente del mismo. En una segunda etapa se dio paso a la extensión del modelo, donde se agregó incertidumbre a partir de un modelo estocástico que contempló una mayor magnitud y dieciséis escenarios, comportándose de manera coherente y esperada. El diferencial del proyecto radica en la incorporación de incertidumbre al precio de la pulpa, permitiendo al planificador contemplar diversos escenarios para la toma de decisiones, así como también se incorpora el trabajo con inventarios tanto de producto terminado como de madera en fábrica.

La principal conclusión que destacamos de este trabajo es el cumplimiento del objetivo inicial propuesto, creando un modelo de optimización que pueda ser utilizado como herramienta para la planificación integrada. Se incorporó incertidumbre en los precios, tanto de las trozas de pulpa como de la pulpa como producto terminado, permitiéndole de esta manera la posibilidad de analizar múltiples escenarios para la toma de decisiones. Al trabajar de manera integral, entrelazando los horizontes tácticos y estratégicos, se logró eliminar la planificación secuencial y jerárquica, en la que las decisiones tácticas estaban condicionadas por decisiones estratégicas.

Una de las limitaciones principales fue la elaboración de una instancia de datos acordes a nuestro trabajo. Se comenzó por plantear los modelos de manera independiente a los descubiertos en la bibliografía pero al no contar con experiencia en el área o una empresa para utilizar como caso de uso, se elaboraban instancias de datos basadas en múltiples fuentes de internet, confiables. Para sobrellevar este problema se contactó a los autores de Muñoz Márquez, 2020 para poder trabajar con su instancia de datos. Para poder utilizar los datos compartidos por los autores fue necesario acoplar nuestro modelo, pudiendo de esta forma incorporar los parámetros deseados.

Dada la magnitud del problema, son múltiples las posibles extensiones que se le pueden agregar. Una de ellas es el tratamiento de subproductos generados en la procesos industriales en aserraderos, que luego son insumos en el proceso de fabricación de pulpa de celulosa y en las centrales térmicas de elaboración de electricidad. Como se mostró en el análisis de sensibilidad es muy importante el valor que poseen los subproductos (como por ejemplo, chips, resinas o aserrín), se destacan los resultados en esta sección existiendo una gran diferencia entre las posibles parametrizaciones de los consumos de madera sin el trabajo de sub-productos. Se entiende que incluyendo los mismos se lograría eliminar este sesgo del modelo planteado.

Existen diversas posibilidades de desarrollar el modelo en el ámbito logístico, en el trabajo presentado no se profundizó en dicho aspecto. Se reconoce la posibilidad de ahondar en las restricciones logísticas existentes entre parcelas y fábricas, como también su costeo y determinación de construcción caminos potenciales entre estos últimos. Otra posibilidad de extensión sería estudiar el último eslabón de la cadena de valor que es el cliente, logrando así el modelado de una cadena *end-to-end*. Para considerarlo, entendemos que la logística de transporte fabrica-cliente podría ser un elemento interesante a incluir en el modelo, ya que tiene un impacto crucial que repercute directamente en la rentabilidad y en el funcionamiento óptimo de la cadena de valor.

Finalmente, consideramos que este trabajo nos aportó conocimientos sobre una de las principales industrias del país, pero por sobre todo, nos enseñó a considerar una visión más integral y unificada entre decisiones de mediano y largo plazo, con posibilidades de ampliar nuestros horizontes y lograr alinear numerosos aspectos que hacen parte cada uno de ellos, de un sistema todo. La planificación como si misma, desempeña un papel crucial en cualquier cadena de valor, ya que proporciona una estructura organizada y estratégica para optimizar la eficiencia, la calidad y la rentabilidad en todas las etapas de un proceso. Además, será clave en

cualquier rubro en lo que nos desempeñemos y una correcta aplicación sin dudas nos diferenciará. Por tanto, entendemos que haber instaurado esta capacidad de análisis nos permite dar un salto de calidad en el futuro como profesionales.

Bibliografía

- Alonso-Ayuso, A., Escudero, L., Guignard, M., Quinteros, M. y Weintraub, A. (2011). “Forestry management under uncertainty.” En: *Annals of Operations Research* 190.1, págs. 17-39. DOI: [10.1007/s10479-009-0561-0](https://doi.org/10.1007/s10479-009-0561-0).
- Andersson, D. y Eriksson, L. O. (2007). “Effects of temporal aggregation in integrated strategic/tactical and strategic forest planning”. En: *Forest Policy and Economics* 9.8, págs. 965-981.
- Badilla Veliz, F., Watson, J.-P., Weintraub, A., Wets, R. y Woodruff, D. (2015). “Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach.” En: *Annals of Operations Research* 232.1, págs. 259-274. DOI: [10.1007/s10479-014-1608-4](https://doi.org/10.1007/s10479-014-1608-4).
- Beale, E. M. L. (1955). “On Minimizing a Convex Function Subject to Linear Inequalities”. En: *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)* 17.2, págs. 173-184. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1955.tb00191.x>.
- Birge, J. R. y Louveaux, F. (2011). *Introduction to Stochastic Programming*. Vol. 2nd ed. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer.
- Bouchard, M., D’Amours, S., Rönnqvist, M., Azouzi, R. y Gunn, E. (2017). “Integrated optimization of strategic and tactical planning decisions in forestry.” En: *European Journal of Operational Research* 259.3, págs. 1132-1143. DOI: [10.1016/j.ejor.2016.11.022](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.11.022).
- Carvalho, F. S. J. d. (2018). “Programación estocástica: aplicación a la gestión de activos y pasivos”. Tesis doct. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- D’Amours, S., Rönnqvist, M. y Weintraub, A. (2008). “Using Operational Research for Supply Chain Planning in the Forest Products Industry.” En: *INFOR* 46.4, págs. 265-281. DOI: [10.3138/infor.46.4.265](https://doi.org/10.3138/infor.46.4.265).
- Dantzig, G. B. (1955). “Linear Programming under Uncertainty”. En: *Management Science* 1.3-4, págs. 197-206. DOI: [10.1287/mnsc.1.3-4.197](https://doi.org/10.1287/mnsc.1.3-4.197).
- Escudero, L. F., Garín, A., Merino, M. y Pérez, G. (2007). “The value of the stochastic solution in multistage problems”. En: *Top* 15.1, págs. 48-64.
- Fernández Aliste, N. A. (2020). “Optimización estocástica bajo incertidumbre de un modelo de planificación forestal integrado usando estrategias de decomposición”. Tesis de mtría. Universidad de Chile.

- Ferrari, G. (2022). “Lenguaje de dominio específico embebido para programación estocástica multietapa en Scala”. Tesis de mtría. Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Ingeniería.
- Giambruno, F. y López, S. (2010). “Medición de activos forestales en Uruguay”. Tesis de mtría. Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Ciencias Económicas y de Administración.
- Gunn, E. (2009). “Some Perspectives on Strategic Forest Management Models and the Forest Products Supply Chain.” En: *INFOR* 47.3, págs. 261-272. DOI: [10.3138/infor.47.3.261](https://doi.org/10.3138/infor.47.3.261).
- Kong, J. y Rönnqvist, M. (2014). “Coordination between strategic forest management and tactical logistic and production planning in the forestry supply chain.” En: *International Transactions in Operational Research* 21.5, págs. 703-735. DOI: [10.1111/itor.12089](https://doi.org/10.1111/itor.12089).
- Muñoz Márquez, L. S. E. (2020). “Incorporación de incertidumbre acerca del precio de la pulpa de madera en la toma de decisiones productivas de la integración vertical bosque-aserradero en la industria forestal chilena”. Tesis de mtría. Universidad de Chile.
- Ramos, A. y Cerisola, S. (2005). “Optimización estocástica”. En: *Pontificia Universidad COMILLAS de Madrid*.
- Rönnqvist, M., D’Amours, S., Weintraub, A., Jofre, A., Gunn, E., Haight, R., Martell, D., Murray, A. y Romero, C. (2015). “Operations Research challenges in forestry: 33 open problems.” En: *Annals of Operations Research* 232.1, págs. 11-40. DOI: [10.1007/s10479-015-1907-4](https://doi.org/10.1007/s10479-015-1907-4).
- Troncoso, J., D’Amours, S., Flisberg, P., Rönnqvist, M. y Weintraub, A. (2015). “A mixed integer programming model to evaluate integrating strategies in the forest value chain—a case study in the Chilean forest industry”. En: *Canadian Journal of Forest Research* 45.7, págs. 937-949.
- Vargas, I. C. y Sandoval, R. N. (1998). “Appreciation of the chilean forest resource: Plantations of *Pinus radiata* and *Eucalyptus* sp. 1985–1996”. En: *Report, Food and Agriculture Organization of the United Nations*.

Anexo A

Codificación computacional

A.1. Modelo determinista

Modelo estocastico multiples etapas

```
/*-----CONJUNTOS-----*/
```

```
param H;          /*Numero periodos temporales \\
```

```
set T;
```

```
set T0 := T union {0};
```

```
set TN{T} within T;  /*Periodos horizonte negocio*/
```

```
set TA{T} within T; /*Periodo horizonte anticipacion*/
```

```
set C;          /*Celdas*/
```

```
set F;          /*Fabricas*/
```

```

set P;           /*Productos*/

set A;           /*Tipo de Tronco*/

set PI;          /*Procesos Industriales*/

set CNC{T} within C; /*Celdas no cosechables*/

set APF{F} within PI; /*Asignacion proceso industrial-fabrica */

set ATP{A} within PI; /*Asignacion proceso industrial-tipo tronco

set APP{P} within PI; /*Asignacion proceso industrial-producto

/*-----PARAMETROS-----*/

param sd{C,T}; /*1. Volumen disponible en una celda en un periodo t [m3] */

param cc; /*2. Costo de cosecha unitario[$/m3]*/

param ct{C,F}; /*3. Costo transporte [$/m3]*/

param cp{F,PI}; /*4. Costo unitarios de produccion segun proceso industrial y
fabrica [$/m3] */

param cif{P}; /*5. Costos unitarios de inventario de producto en fabrica
[$/m3]*/

param cic; /*6. Costo de inventario en celda [$/m3] */

param ciff; /*7. Ponderador de valorizacion del inventario final de un
producto respecto de su precio de venta */

```

```

param emax{F}; /*8. Capacidad maxima produccion fabrica [m3] */

param emin{F}; /*9. Capacidad minima produccion fabrica [m3] */

param ncd{P}; /*10. Penalizacion por incumplimiento de demanda [$/unidad] */

param pc{A} ; /*11. Porcentaje de madera por tipo de tronco a */

param prt{A,T}; /*12. Precio troncos [$/m3] */

param cons{PI,A,P}; /*13. Consumo unitario para producir productos finales
segun tipo de tronco y proceso industrial[%] */

param vc{C,T}; /*14. Valor final celda en base a cuando fue cosechada [$] */

param d{P,T}; /*15. Volumen demandando por producto en un periodo [m3] */

param pr{P,T}; /*16. Precio de productos [$/m3]

/*-----VARIABLES DE DECISIN-----*/

var x{C,T} $>= 0$, binary;
/*Decisin de cosecha*/

var y{C,A,T } $>= 0$;
/*Volmen cosechado en celda por tipo de tronco [m3] */

var z{F,C,A,T } $>= 0$;
/*Volmen transportado de celda a fabricas por tipo de tronco [m3]

var z1{A,F,PI,T } $>=0$;
/*Volmen de troncos consumidos por proceso industrial en fabrica [m3] */

var w{F,P,T } $>=0$ ;

```

/*Volmen de producto final producidos por fabrica [m3]*/

var v{F,P,T } \$>=0\$;

/*Volmen de venta de cada producto por fabrica [m3]*/

var invf{F,P,T0 } \$>=0\$;

/*Volumen de inventario por producto en fabrica [m3]*/

var invc{C,A,T0 } \$>=0\$;

/*Volumen de inventario de troncos en celda [m3]*/

var wp{P,T } \$>=0\$;

/*Incumplimiento demanda*/

var v2{C,A,T0 } \$>=0\$;

/*Volumen de venta de troncos directamente en celda [m3]*/

/*-----FUNCIN OBJETIVO-----*/

maximize VAN:

(

sum{f **in** F, p **in** P, t **in** T: t **in** TN[t]} pr[p,t] * v[f,p,t]

/*1:Ingresos de venta de productos en horiz negocio

+ **sum**{c **in** C, a **in** A, t **in** T: t **in** TA[t]} v2[c,a,t] * prt[a,t] /*2:Ingresos
de venta de productos en horiz anticip

+ **sum**{c **in** C, a **in** A, t **in** T: t **in** TN[t]} v2[c,a,t] * prt[a,t] /*3:Ingresos
por venta de troncos en celda en horiz negocio

+ **sum**{c **in** C, t **in** T} vc[c,t] * x[c,t]

/*3:Valor de la madera en pie al final del periodo

```

+ sum{f in F, p in P} pr[p,H] * invf[f,p,H] * ciff      /*4:Valor de los
  productos inventariados restante al final del periodo de planif.

+ sum{c in C , a in A} prt[a,H] * invc[c,a,H]*ciff      /*5:Valor del
  inventario restante de madera cosechada en celda al final del periodo de
  planif

- sum{f in F, c in C, a in A, t in T} ct[c,f] * z[f,c,a,t]    /*6:Costos de
  transporte

- sum{c in C, a in A, t in T} cc * y[c,a,t]                /*7:Costos de cosecha

- sum{a in A, f in F, i in PI, t in T: i in APF[f]} cp[f,i] * z1[a,f,i,t]
/*8:Costos de produccion por producto

- sum{f in F, p in P, t in T} cif[p] * pr[p,t] * invf[f,p,t]    /*9:Costos de
  mantenimiento de inventario de producto final

- sum{c in C , a in A, t in T} cic * prt[a,t] * invc[c,a,t]    /*10:Costo de
  mantenimiento de inventario de madera cosechada en celdas

- sum{p in P, t in T} wp[p,t]* ncd[p]*pr[p,t]                /*11:Costo por
  penalizacion por incumplimiento de demanda

)
)/1000000

)
;

/*-----Restricciones-----*/

/* [1] Toda parcela debe ser cosechada */
s.t. ObligacionCosecha{c in C }: sum{t in T} x[c,t] = 1;

/* [2] No se puede cosechar parcelas que no maduraron */

```

```

s.t. MaduracionParcela{e in E}: sum{t in T, c in C: c in CNC[t]} x[c,t] = 0;

/* [3] Cantidad cosechada esta dada por la cantidad disponible al momento de
la cosecha */
s.t. VolCosech{c in C, a in A , t in T }:
    y[c,a,t] = sd[c,t] * pc[a] * x[c,t];

/* [4] Balance Celda [m3] */
s.t. BalanceCelda{c in C, a in A, t in T }:
    y[c,a,t] + invc[c,a,t-1] = sum{f in F} z[f,c,a,t] + invc[c,a,t] + v2[c,a,t];

/* [5]Inventario inicial en celda */
s.t. InvInicialCelda{c in C, a in A, t in T0 }:
    invc[c,a,0]=0;

/* [6]Balance flujo entrada fabricas [m3] */
s.t. UtilizacionVolumen{f in F, t in T , a in A: t in TN[t]}:
    sum{c in C} z[f,c,a,t]= sum{i in PI: i in APF[f] inter ATP[a]} z1[a,f,i,t];

/* [7] Balance de consumo en fabricas [m3] */
s.t. BalanceFabrica{p in P, f in F, t in T : t in TN[t]}:
    w[f,p,t] = sum{a in A, i in PI: i in APP[p] inter ATP[a] inter APF[f]}
        cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t];

/* [8] El volumen de produccion no puede exceder a la capacidad mxima de la
fabrica [m3] */
s.t. CapMaxFabrica{f in F,t in T : t in TN[t]}:
    sum{a in A,p in P, i in PI: i in APF[f] inter ATP[a] inter APP[p]}
        cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t] <= $ emax[f];

/* [9] El volumen de produccion tiene que exceder a la capacidad mnima de la
fabrica [m3] */

```

```

s.t. CapMinFabrica{f in F, t in T : t in TN[t]}:
    sum{a in A,p in P, i in PI: i in APF[f] inter ATP[a] inter APP[p]}
        cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t] $>=$ emin[f];

/* [10] Balance unidades de producto final [m3] */
s.t. BalanceMercado{f in F, p in P, t in T : t in TN[t]}:
    w[f,p,t] + invf[f,p,t-1] = v[f,p,t] + invf[f,p,t];

/* [11] Inventario inicial en fabricas */
s.t. InvInicialFab{f in F,p in P,t in T0 }:
    invf[f,p,0]= 0;

/* [12] Las ventas no pueden superar a la demanda [m3] */
s.t. Ventas{p in P, t in T : t in TN[t]}:
    sum{f in F} v[f,p,t] $<=$ d[p,t];

/* [13] Definición variable penalización por incumplimiento de demanda
    [unidades] */
s.t. IncumplimientoDem{p in P,t in T: t in TN[t]}:
    wp[p,t] = d[p,t] - sum{f in F} v[f,p,t] ;

```

A.2. Modelo estocástico

Modelo estocastico multiples etapas

```
/*-----CONJUNTOS-----*/
```

```
param H;          /*Numero periodos temporales*/
```

```
set T;
```

```

set T0 := T union {0};

set TN{T} within T; /*Periodos horizonte negocio*/

set TA{T} within T; /*Periodo horizonte anticipacion*/

param nE; /*Numero Escenarios*/

set E := 1 .. nE; /*Escenarios*/

set ET{T,E} within E; /*Vinculacion entre escenarios*/

set C; /*Celdas*/

set F; /*Fabricas*/

set P; /*Productos*/

set A; /*Tipo de Tronco*/

set PI; /*Procesos Industriales*/

set CNC{T} within C; /*Celdas no cosechables*/

set APF{F} within PI; /*Asignacion proceso industrial-fabrica */

set ATP{A} within PI; /*Asignacion proceso industrial-tipo tronco

set APP{P} within PI; /*Asignacion proceso industrial-producto

/*-----PARAMETROS DETERMINISTAS-----*/

param sd{C,T};

```

/*1. Volumen disponible en una celda en un periodo t [m3] */

param cc;

/*2. Costo de cosecha unitario[\$/m3]*/

param ct{C,F};

/*3. Costo transporte [\$/m3]*/

param cp{F,PI};

/*4. Costo unitarios de produccion segun proceso industrial y fabrica [\$/m3]
*/

param cif{P};

/*5. Costos unitarios de inventario de producto en fabrica [\$/m3]*/

param cic;

/*6. Costo de inventario en celda [\$/m3] */

param ciff;

/*7. Ponderador de valorizacion del inventario final de un producto respecto
de su precio de venta */

param emax{F};

/*8. Capacidad maxima produccion fabrica [m3] */

param emin{F};

/*9. Capacidad minima produccion fabrica [m3] */

param ncd{P};

/*10. Penalizacion por incumplimiento de demanda [\$/unidad] */

param pc{A} ;

/*11. Porcentaje de madera por tipo de tronco a */

param prt{A,T,E};

/*12. Precio troncos [\$/m3] */

```

param cons{PI,A,P};
/*13. Consumo unitario para producir productos finales segun tipo de tronco y
    proceso industrial[%] */

param vc{C,T};
/*14. Valor final celda en base a cuando fue cosechada [$] */

param d{P,T};
/*15. Volumen demandando por producto en un periodo [m3] */

/*Parmetros Estocasticos */

param pr{P,T,E};
/*16. Precio de productos [$/m3]

param prob{E};
/*17. Probabilidad de realizacin de un escenario

/*-----VARIABLES DE DECISIN-----*/

var x{C,T,E} $>= 0$, binary;
/*Decisin de cosecha*/

var y{C,A,T,E} $>= 0$;
/*Volmen cosechado en celda por tipo de tronco [m3] */

var z{F,C,A,T,E} $>= 0$;
/*Volmen transportado de celda a fabricas por tipo de tronco [m3]

var z1{A,F,PI,T,E} $>=0$;
/*Volmen de troncos consumidos por proceso industrial en fabrica [m3] */

var w{F,P,T,E} $>=0$ ;

```

```

/*Volmen de producto final producidos por fabrica [m3]*/

var v{F,P,T,E} $>=0$;
/*Volmen de venta de cada producto por fabrica [m3]*/

var invf{F,P,T0,E} $>=0$;
/*Volumen de inventario por producto en fabrica [m3]*/

var invc{C,A,T0,E} $>=0$;
/*Volumen de inventario de troncos en celda [m3]*/

var wp{P,T,E} $>=0$;
/*Incumplimiento demanda*/

var v2{C,A,T0,E} $>=0$;
/*Volumen de venta de troncos directamente en celda [m3]*/

/*-----FUNCIN OBJETIVO-----*/

maximize VAN:
(
(sum{e in E} prob[e]* (

sum{f in F, p in P, t in T:t in TN[t]} pr[p,t,e] * v[f,p,t,e]
/*1:Ingresos de venta de productos en horiz negocio

+ sum{c in C, a in A, t in T: t in TA[t]} v2[c,a,t,e] * prt[a,t,e]
/*2:Ingresos de venta de productos en horiz anticip

+ sum{c in C, a in A, t in T: t in TN[t]} v2[c,a,t,e] * prt[a,t,e]
/*3:Ingresos por venta de troncos en celda en horiz negocio

+ sum{c in C, t in T} vc[c,t] * x[c,t,e]
/*3:Valor de la madera en pie al final del periodo

```

```

+ sum{f in F, p in P} pr[p,H,e] * invf[f,p,H,e] * ciff      /*4:Valor de los
  productos inventariados restante al final del periodo de planif.

+ sum{c in C , a in A} prt[a,H,e] * invc[c,a,H,e]*ciff      /*5:Valor del
  inventario restante de madera cosechada en celda al final del periodo de
  planif

- sum{f in F, c in C, a in A, t in T} ct[c,f] * z[f,c,a,t,e]    /*6:Costos de
  transporte

- sum{c in C, a in A, t in T} cc * y[c,a,t,e]                /*7:Costos de cosecha

- sum{a in A, f in F, i in PI, t in T: i in APF[f]} cp[f,i] * z1[a,f,i,t,e]
/*8:Costos de produccion por producto

- sum{f in F, p in P, t in T} cif[p] * pr[p,t,e] * invf[f,p,t,e]
  /*9:Costos de mantenimiento de inventario de producto final

- sum{c in C , a in A, t in T} cic * prt[a,t,e] * invc[c,a,t,e]    /*10:Costo
  de mantenimiento de inventario de madera cosechada en celdas

- sum{p in P, t in T} wp[p,t,e]* ncd[p]*pr[p,t,e]          /*11:Costo por
  penalizacin por incumplimiento de demanda

)
)/1000000

)
;

/*-----Restricciones-----*/

/* [1] Toda parcela debe ser cosechada */
s.t. ObligacionCosecha{c in C, e in E}: sum{t in T} x[c,t,e] = 1;

/* [2] No se puede cosechar parcelas que no maduraron */

```

s.t. MaduracionParcela{e in E}: $\sum\{t \text{ in } T, c \text{ in } C: c \text{ in } CNC[t]\} x[c,t,e] = 0;$

/* [3] Cantidad cosechada esta dada por la cantidad disponible al momento de la cosecha */

s.t. VolCosech{c in C, a in A, t in T, e in E}:

$y[c,a,t,e] = sd[c,t] * pc[a] * x[c,t,e];$

/* [4] Balance Celda [m3] */

s.t. BalanceCelda{c in C, a in A, t in T, e in E}:

$y[c,a,t,e] + invc[c,a,t-1,e] = \sum\{f \text{ in } F\} z[f,c,a,t,e] + invc[c,a,t,e] + v2[c,a,t,e];$

/* [5] Inventario inicial en celda */

s.t. InvInicialCelda{c in C, a in A, t in T0, e in E }:

$invc[c,a,0,e]=0;$

/* [6] Balance flujo entrada fabricas [m3] */

s.t. UtilizacionVolumen{f in F, t in T, e in E, a in A: t in TN[t]}:

$\sum\{c \text{ in } C\} z[f,c,a,t,e] = \sum\{i \text{ in } PI: i \text{ in } APF[f] \text{ inter } ATP[a]\} z1[a,f,i,t,e];$

/* [7] Balance de consumo en fabricas [m3] */

s.t. BalanceFabrica{p in P, f in F, t in T, e in E: t in TN[t]}:

$w[f,p,t,e] = \sum\{a \text{ in } A, i \text{ in } PI: i \text{ in } APP[p] \text{ inter } ATP[a] \text{ inter } APF[f]\} cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t,e];$

/* [8] El volumen de produccion no puede exceder a la capacidad mxima de la fabrica [m3] */

s.t. CapMaxFabrica{f in F, t in T, e in E: t in TN[t]}:

$\sum\{a \text{ in } A, p \text{ in } P, i \text{ in } PI: i \text{ in } APF[f] \text{ inter } ATP[a] \text{ inter } APP[p]\} cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t,e] \leq emax[f];$

/* [9] El volumen de produccion tiene que exceder a la capacidad mnima de la
fabrica [m3] */

s.t. CapMinFabrica{f in F, t in T, e in E: t in TN[t]}:

sum{a in A,p in P, i in PI: i in APF[f] inter ATP[a] inter APP[p]}
cons[i,a,p]*z1[a,f,i,t,e] \$>=\$ emin[f];

/* [10] Balance unidades de producto final [m3] */

s.t. BalanceMercado{f in F, p in P, t in T, e in E: t in TN[t]}:

w[f,p,t,e] + invf[f,p,t-1,e] = v[f,p,t,e] + invf[f,p,t,e];

/* [11] Inventario inicial en fabricas */

s.t. InvInicialFab{f in F,p in P,t in T0, e in E}:

invf[f,p,0,e]= 0;

/* [12] Las ventas no pueden superar a la demanda [m3] */

s.t. Ventas{p in P, t in T, e in E: t in TN[t]}:

sum{f in F} v[f,p,t,e] \$<=\$ d[p,t];

/* [13] Definicin variable penalizacin por incumplimiento de demanda
[unidades] */

s.t. IncumplimientoDem{p in P,t in T, e in E: t in TN[t]}:

wp[p,t,e] = d[p,t] - sum{f in F} v[f,p,t,e] ;

/* RESTRICCIONES NO ANTICIPATIVIDAD*/

s.t. \$NoAnt_x\${c in C,t in T, e1 in E,e2 in ET[t,e1]: \$t<H\$ }:

x[c,t,e1]=x[c,t,e2];

s.t. \$NoAnt_y\${c in C,a in A, t in T,e1 in E,e2 in ET[t,e1]: \$t<H\$ }:

y[c,a,t,e1]=y[c,a,t,e2];

s.t. \$NoAnt_z\${f in F,c in C,a in A, t in T,e1 in E,e2 in ET[t,e1]: \$t<H\$ }:

z[f,c,a,t,e1]=z[f,c,a,t,e2];

s.t. $\$NoAnt_z1\{f \text{ in } F, c \text{ in } C, a \text{ in } A, i \text{ in } PI, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]:$
 $\$t<H\$ \}$:

$z1[a, f, i, t, e1]=z1[a, f, i, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_w\{f \text{ in } F, i \text{ in } PI, p \text{ in } P, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$$
and $t \text{ in } TN[t]\}$:

$w[f, p, t, e1]=w[f, p, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_v\{f \text{ in } F, p \text{ in } P, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$ \}$:

$v[f, p, t, e1]=v[f, p, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_invf\{f \text{ in } F, p \text{ in } P, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$ \}$:

$invf[f, p, t, e1]=invf[f, p, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_invc\{c \text{ in } C, a \text{ in } A, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$ \}$:

$invc[c, a, t, e1]=invc[c, a, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_wp\{p \text{ in } P, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$ \}$:

$wp[p, t, e1]=wp[p, t, e2];$

s.t. $\$NoAnt_v2\{c \text{ in } C, a \text{ in } A, t \text{ in } T, e1 \text{ in } E, e2 \text{ in } ET[t, e1]: \$t<H\$ \}$:

$v2[c, a, t, e1]=v2[c, a, t, e2];$

A.3. Datos utilizados

Los datos utilizados en todas los experimentos computacionales realizados, para el modelo en su versión determinista y estocástica, pueden ser encontrados en esta [carpeta compartida](#).