

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA  
FACULTAD DE CIENCIAS – FACULTAD DE INGENIERÍA  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PEDECIBA - FÍSICA

# Estudios de Efectos Transitorios Asociados a Resonancias Coherentes

Paulo Valente

Tesis de Doctorado en Física

Junio de 2004

Tesis realizada bajo la orientación del Prof. A. Lezama, presentada ante la Universidad de la República y el PEDECIBA, para completar los requerimientos del grado de Doctor en Física.

**TRIBUNAL:**

Prof. Dr. Arturo Lezama (Orientador)

Prof. Dr. Paulo Nussenzveig

Profa. Dra. Cristina Masoller

Prof. Dr. Carlos Negreira

Prof. Dr. Ricardo Marotti

*“Sou o intervalo entre o meu desejo e o que  
o desejo dos outros fizeram de mim”*

(Fernando Pessoa, poeta português)

*Dedico este trabalho à memória de meu  
pai, ao carinho de minha mãe e irmãs e  
ao amor de Leticia.*

# AGRADECIMIENTOS

Al Prof. Dr. Arturo Lezama, por la dedicación y paciencia en la actitud de orientar.

Al PEDECIBA – Física, que me ha otorgado una beca de estudios.

Al Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería, que dio la infraestructura necesaria para el desarrollo del trabajo.

A todos los funcionarios y profesores de los Institutos de Física de las Facultades de Ingeniería y Ciencias que hallan contribuido de una forma directa o indirecta.

Al compañero de laboratorio, Prof. Dr. Horacio Failache, que siempre ha colaborado con interesantes discusiones y demostraciones de amistad.

Al Prof. Dr. Paulo Nussenzveig, por haberme orientado en el primer año de trabajo en São Paulo.

A todos los compañeros de las asignaturas, Física Térmica y Electromagnetismo, por el enorme apoyo y comprensión en mis innúmeras ausencias, sean de cuerpo o de espíritu.

A los amigos del Instituto de Física, por escucharme y reanimarme en aquellos momentos en que nada parece tener solución...

A mi linda familia baiana, que desde los trópicos ha compartido de mi momentos de frío intenso, y nunca me dejaron sentirme solo.

A los amigos que hice en Uruguay, en especial los Burones y Magariños, cuyo cariño y atención estoy tratando de retribuir...

A Leti: “*Seus olhos, meu clarão, me guiam dentro da escuridão. Seus pés me abrem o caminho, eu sigo e nunca me sinto só*”. Bueno, en verdad, no sé como decirte gracias, por eso tomé las palabras de un poeta, pero en verdad cualquier palabra sería poco para expresar lo que he ganado en estos tiempos... Obrigado!

# RESÚMEN

En esta tesis se ha estudiado algunos fenómenos dependientes del tiempo asociados a las resonancias coherentes de Transparencia Inducida (EIT) y Absorción Inducida (EIA), que fueron tratados en tres situaciones físicas diferentes.

Estudiamos la evolución con el tiempo de dichas resonancias en un sistema de dos niveles degenerados en interacción con dos campos ópticos. Utilizando un haz atómico de rubidio, observamos el espectro de absorción no lineal de un campo sonda en presencia de un campo de bombeo para las transiciones  $F_a=2 \rightarrow F_b=1$  y  $F_a=3 \rightarrow F_b=4$  (línea D2 del  $^{85}\text{Rb}$ ) que dan origen a las resonancias de EIT y EIA, respectivamente. Los resultados experimentales fueron comparados con el análisis de modelos atómicos sencillos, donde fue posible obtener soluciones analíticas para la absorción del campo sonda, y con resultados de un cálculo numérico que tiene en cuenta el completo degeneramiento del sistema atómico. En las situaciones analizadas la resonancia de EIT se construye en un tiempo más corto que la resonancia de EIA. La transición de EIA será tanto más lenta cuanto mayor sea el momento angular total de los estados hiperfinos involucrados. La absorción no lineal del campo sonda asociada a la etapa transitoria tiene forma de línea no Lorentziana, cuyo ancho está dado por aproximadamente el inverso del tiempo de interacción átomo-campo, mientras que para tiempos largos se acerca a la forma Lorentziana con ancho limitado por la potencia del campo de bombeo.

Estudiamos transitorios magneto-ópticos asociados con la evolución de las resonancias de EIT y EIA. Hemos observado la absorción de un campo linealmente polarizado en interacción con algunas transiciones de la línea D2 del Rb como función del campo magnético. Observamos los transitorios asociados a un cambio brusco en el valor del campo magnético, cuando este salta de su valor nulo a un valor constante. A menos de la oposición de signo, las respuestas transitorias de las resonancias de EIT y EIA fueron similares en la situación de campo nulo. Para campo magnético constante las resonancias de EIT presentan una componente de decaimiento lento en el régimen de altas intensidades, mientras que las transiciones de EIA son totalmente amortiguadas. Las principales características experimentales fueron bien reproducidas en un cálculo numérico para el sistema de dos niveles degenerados en interacción con un campo óptico. El análisis de los valores propios de la matriz de evolución permitió una mejor comprensión del fenómeno. Los resultados también pudieron ser comprendidos en términos del postulado de la proyección de la Mecánica Cuántica, asociado con el efecto Zenon.

Por último, estudiamos la situación en que las fluctuaciones del campo electromagnético disparan los transitorios atómicos. Observamos el espectro de fluctuaciones de un campo linealmente polarizado que interactúa con la transición  $F_a=2 \rightarrow F_b=1$  (línea D1 del  $^{87}\text{Rb}$ ) en presencia de un campo magnético constante. Hemos utilizado el efecto Faraday no lineal para observar la componente de la polarización atómica ortogonal al campo incidente y ganar en resolución al observar las componentes de ruido asociadas con las resonancias coherentes de dos fotones. Utilizando una técnica de detección heterodinada, pudimos estudiar la dependencia del espectro de ruido con algunos de los parámetros físicos relevantes, tales como la intensidad de la luz, valor del campo magnético, ruido de fase del láser y el número de átomos.

# ABSTRACT

Several time dependent phenomena associated to Electromagnetically Induced Transparency (EIT) and Electromagnetically Induced Absorption (EIA) coherence resonances were studied under three different physical conditions.

We have studied the time evolution of these resonances in a two-level degenerate system interacting with two optical fields. Using a Rubidium atomic beam we have observed the nonlinear absorption spectra of a probe field in the presence of a pump field for the  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  and  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  (D2 line of  $^{85}\text{Rb}$ ), that gives rise to EIT and EIA resonances, respectively. The experimental results were compared with simple theoretical models allowing to analytical solutions for the nonlinear probe absorption, and with a numerical treatment obtained with a theoretical model where the atomic degeneracy is fully accounted for. At the situations analyzed, the EIT resonance showed a shorter time buildup than EIA resonance. The EIA resonance will be narrower as the total angular momentum atomic level increases. In the transient regime the probe nonlinear absorption has a non Lorentzian lineshape, whose width is given by the inverse of the atom-field interaction time. For long interaction time the probe absorption approaches a Lorentzian shape whose width is power limited.

We have analyzed magneto-optical transients that are associated with the EIT and EIA resonances in a Hanle configuration. We have monitored the absorption of a linearly polarized optical field as a function of the magnetic field for some transitions of the Rubidium D2 line. We have observed the transient evolution when the magnetic field changes suddenly from zero to a constant value. Apart from the opposite sign, the time-response for EIT and EIA were similar for the zero magnetic field transient. For the constant magnetic field transient, the EIT resonance present a slow decay rate that survive for long time and high intensities, while the transient for the EIA resonances tends to disappear for high light intensities. The most important experimental features were well reproduced in a numerical calculation for a degenerate two-level system interacting with one optical field. An eigenvalue analysis of the evolution matrix allowed better insight about the physical understanding. The results also could be understood in terms of the Projection Postulate of Quantum Mechanics, that is associated with the Zeno Effect.

Finally, we studied a situation where the optical field fluctuations are responsible for the startup of the atomic transients. We observed the fluctuation spectra of a linearly polarized field that is resonant with the  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  (D1 line of  $^{87}\text{Rb}$ ) in the presence of a constant magnetic field. We made use of the Faraday effect and heterodyne detection to observe the atomic polarization component that is orthogonal to the incident field polarization leading to an increase in resolution for the observation of the noise signal related to the two photon coherence resonance. The coherence signal dependence on the relevant physical parameters, such as light intensity, magnetic field, laser phase noise and atomic density was explored.

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>4</b>
1.1	Antecedentes . . . . .	5
1.2	Plan de la tesis . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Resonancias coherentes en modelos atómicos simples</b>	<b>12</b>
2.1	El átomo y la matriz densidad . . . . .	12
2.2	Interacción átomo–campo en un sistema de dos niveles . . . . .	14
2.2.1	Solución Estacionaria . . . . .	19
2.2.2	Solución transitoria . . . . .	19
2.3	Transparencia inducida . . . . .	22
2.3.1	Solución perturbativa y seguimiento adiabático . . . . .	25
2.4	Absorción inducida . . . . .	28
2.4.1	Solución perturbativa y seguimiento adiabático . . . . .	33
2.5	Implementación de los modelos simplificados en átomos reales . . . . .	36
2.6	Conclusiones . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Sistema de dos niveles con degeneramientos</b>	<b>40</b>
3.1	El modelo atómico general . . . . .	40
3.2	Tasas de decaimiento . . . . .	42
3.3	Interacción con un único campo . . . . .	45
3.3.1	Representación en el espacio de Liouville . . . . .	45
3.4	Interacción con dos campos . . . . .	48
3.5	Conclusiones . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Evolución temporal de las resonancias coherentes</b>	<b>53</b>
4.1	El átomo de rubidio y la estructura hiperfina . . . . .	54
4.2	Efecto Doppler en un vapor . . . . .	56
4.3	Distribución de velocidades en el haz atómico . . . . .	58
4.4	Diseño básico . . . . .	61
4.5	Montaje Experimental . . . . .	65
4.6	Alineación y caracterización del haz atómico . . . . .	69

4.7	Resultados experimentales . . . . .	71
4.8	Resultados teóricos y discusiones . . . . .	76
4.9	Conclusiones . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Efectos transitorios en magneto-óptica</b>	<b>82</b>
5.1	Efectos magneto-ópticos . . . . .	82
5.2	Esquema experimental . . . . .	87
5.3	Variación lenta con el campo magnético . . . . .	88
5.3.1	Resultados experimentales . . . . .	88
5.3.2	Resultados teóricos . . . . .	89
5.4	Variación brusca con el campo magnético . . . . .	91
5.4.1	Resultados Experimentales . . . . .	91
5.4.2	Resultados teóricos . . . . .	96
5.5	Interpretación de los resultados en términos de la teoría cuántica de la medida	101
5.6	Conclusiones . . . . .	103
<b>6</b>	<b>Espectroscopía de ruido en resonancias coherentes</b>	<b>105</b>
6.1	Espectroscopía de ruido . . . . .	105
6.2	Planteo del problema . . . . .	108
6.3	Ruido de fase y amplitud en láseres de diodo . . . . .	110
6.4	Montaje Experimental . . . . .	111
6.5	Caracterización del ruido de los láseres . . . . .	113
6.5.1	Ruido de Amplitud . . . . .	113
6.5.2	Ruido de fase . . . . .	116
6.5.3	Esquema de detección heterodinada . . . . .	116
6.6	Estudio del ruido en presencia del medio atómico . . . . .	120
6.6.1	Dependencia con la polarización . . . . .	124
6.6.2	Dependencia con la intensidad . . . . .	126
6.6.3	Dependencia con el campo magnético . . . . .	129
6.6.4	Dependencia con la densidad del vapor . . . . .	132
6.6.5	Las diferentes transiciones de la línea D1 . . . . .	134
6.7	Discusiones . . . . .	135
6.8	Conclusiones . . . . .	136
<b>7</b>	<b>Conclusiones Generales y Perspectivas</b>	<b>142</b>
<b>A</b>	<b>Modelo con difusión de fase en ausencia del medio atómico</b>	<b>144</b>
A.1	El promedio sobre las fases . . . . .	146

<b>B</b>	<b>Modelo linealizado para el cálculo de las fluctuaciones</b>	<b>148</b>
B.1	Señal de detección heterodinada . . . . .	149
B.2	Polarizaciones ortogonales . . . . .	150
B.3	Polarizaciones paralelas . . . . .	151
B.4	Fluctuaciones en la polarización atómica en un sistema de dos niveles con degeneramientos . . . . .	152

# Capítulo 1

## Introducción

Al utilizar la Mecánica Cuántica en la descripción de sistemas atómicos un estado atómico general puede ser representado como una superposición lineal de los posibles estados del sistema [1]. Sin embargo, esta superposición lineal depende de la base de estados utilizada. Al elegir como base los estados propios del Hamiltoniano, ellos coinciden con los estados estacionarios del sistema. En los problemas analizados en esta tesis estaremos interesados en la dinámica de interacción de un sistema atómico con el campo electromagnético y entonces se puede considerar la base de estados propios del Hamiltoniano del átomo libre como una base privilegiada.

Estaremos interesados en estados del tipo superposición lineal que son formados en el nivel fundamental. Así, un estado será llamado de coherente si puede ser escrito como una combinación lineal de por lo menos dos estados estacionarios del nivel fundamental, tal como es mostrado en la Figura 1.1

$$|\psi(t)\rangle = c_1(t) |\psi_1\rangle + c_2(t) |\psi_2\rangle \quad , \quad (1.1)$$

donde  $|\psi_1\rangle$  y  $|\psi_2\rangle$  son estados estacionarios del átomo libre y los coeficientes  $c_1(t)$  y  $c_2(t)$  son funciones complejas del tiempo que guardan información sobre la fase relativa entre los estados estacionarios. Sin embargo, la realidad experimental dice que tal estado coherente tiene un tiempo de vida limitado. La relación de fase entre los diversos términos de (1.1) tiende a perderse debido a la interacción del átomo con el medio, fenómeno este conocido como decoherencia.

Además, en un sistema de muchos átomos lo que se detecta en la mayoría de los experimentos en espectroscopía es la suma resultante de la contribución de todos los átomos que participan de un proceso dado. De esa manera es más difícil preparar un estado coherente en una muestra macroscópica, ya que la relación de fase entre los estados de los diferentes átomos puede no estar bien definida. La preparación de un estado coherente en una muestra macroscópica dependerá, entonces del grado de coherencia de la fuente que lo excita. Al excitar una muestra con una fuente de luz coherente, tal como un láser, todos los átomos tendrán la misma relación de fase para un cierto instante de tiempo y

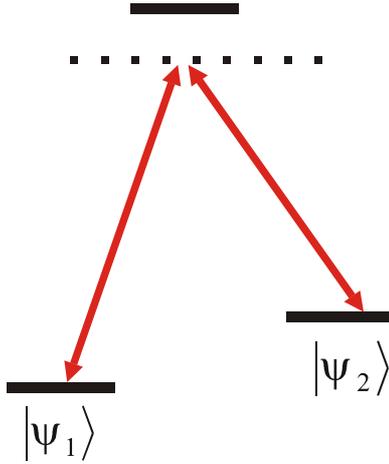


Figura 1.1: Esquema de niveles para un proceso de dos fotones tipo Raman.  $|\psi_1\rangle$  y  $|\psi_2\rangle$  son estados propios del átomo libre.

la respuesta atómica macroscópica tendrá una relación de fase bien definida con el campo incidente, lo que permitirá la detección de los estados cuánticos coherentes en muestras macroscópicas[2].

El esquema mostrado en la Figura 1.1 representa un proceso de dos fotones donde dos campos electromagnéticos acoplan dos estados del nivel fundamental con un mismo estado excitado. Vamos a ver que esta resonancia está asociada a la formación de un estado del tipo (1.1) y será designada por *resonancia coherente*.

## 1.1 Antecedentes

En el presente trabajo enfocaremos en particular los fenómenos conocidos como Transparencia Inducida (EIT – *Electromagnetically Induced Transparency*)[3] y Absorción Inducida (EIA – *Electromagnetically Induced Absorption*)[4], que están relacionados con la existencia de estados atómicos coherentes. En el caso de la resonancia de EIT es formado un estado atómico cuya fase es tal que el estado estacionario está desacoplado de los campos que excitan la transición atómica, volviendo el medio transparente para una frecuencia dada. Esta situación representa el caso típico del fenómeno de aprisionamiento coherente de poblaciones (CPT – *Coherent Population Trapping*)[5], [6]. En el caso de la resonancia de EIA no existe un estado que se desacople de la luz y la absorción del sistema es aumentada con respecto a la absorción lineal[7]. Sin embargo, en ese caso no existe un estado puro “brillante”, análogo al estado oscuro para el caso de EIT.

El fenómeno en el cuál un medio se puede volver transparente debido a la interacción no lineal con los campos ópticos fue visto por primera vez por Alzetta *et al.*[8]. En

una muestra de vapor de sodio excitada por un láser multimodo y sometida a un campo magnético variable la señal de fluorescencia presenta una “línea oscura” donde el proceso de excitación y emisión está interrumpido. Como la señal de fluorescencia es proporcional al número medio de átomos en el estado excitado fue natural pensar en la existencia de un estado atómico tal que la probabilidad de excitación resonante por el campo de luz sea cero. En un análisis teórico independiente Arimondo *et al.* [9] mostraron que la población del estado excitado puede ser cancelada en un sistema de tres niveles en interacción con dos campos ópticos, en un proceso tipo Raman. En el esquema de niveles propuesto, dos estados fundamentales son acoplados con un mismo estado excitado por medio de los campos ópticos, tal como muestra la Figura 1.1. El mínimo en la población del estado excitado ocurre cuando la diferencia en frecuencia entre los dos campos ópticos coincide con la separación en frecuencia entre los niveles fundamentales del átomo. La relación entre el experimento de Alzetta y el trabajo teórico de Arimondo fue establecida posteriormente [10] en un otro experimento y con el trabajo teórico de Orriols [11].

Un aspecto importante sobre la resonancia de transparencia inducida se refiere al ancho espectral de la línea de absorción. Si el estado oscuro es formado en el estado fundamental (que no presenta decaimientos radiativos) su tiempo de vida puede ser extremadamente largo, generando líneas espectroscópicas con ancho subnatural, o sea de ancho menor que el ancho natural de la línea de absorción atómica. En especial, se ha observado resonancias con anchos del orden de 1 Hz[12]. El resultado de investigaciones de fenómenos asociados con resonancias coherentes en sistema atómicos ha dado avances no solamente en las posibles aplicaciones tecnológicas sino también en las implicaciones conceptuales sobre el efecto de estos estados cuánticos en muestras macroscópicas [13, 14]. A partir de eso, creció el interés en el estudio del esquema de niveles en *Lambda* ( $\Lambda$ ), donde el estado coherente es formado en el nivel fundamental, aunque el fenómeno de aprisionamiento coherente de poblaciones es posible en otros esquemas de niveles[15, 16].

Una consecuencia directa del aprisionamiento de poblaciones en un estado desacoplado consiste en el fenómeno de EIT, cuya primera observación experimental fue hecha por Boller *et al*[17] en una muestra de vapor de estroncio. Para un campo de prueba resonante con la transición  $5s5p^1P_1 \rightarrow 4d5d^1D_2$  ( $\lambda = 337.1$  nm) fue observado un cambio en la transmitancia por un factor de  $10^9$  debido al acoplamiento de un campo de bombeo con la transición  $4d5p^1D_2 \rightarrow 4d5d^1D_2$  ( $\lambda = 570.3$  nm). Como la frecuencia de Rabi del acoplamiento con el campo de bombeo era relativamente grande, la transparencia fue interpretada como consecuencia de la combinación de dos efectos: el desdoblamiento en el nivel excitado causado por el efecto Autler-Townes y la interferencia destructiva entre los dos posibles caminos de absorción a través de los estados atómicos “vestidos” por el campo. Li *et al*[18] mostraron que la reducción en la absorción del campo sonda sigue existiendo aún en el caso de que el efecto Stark es despreciable. Así, el efecto fue atribuido esencialmente a la interferencia cuántica destructiva causada por dos posibles caminos de absorción.

Algunas posibles aplicaciones de la cancelación de la absorción han sido propuestas,

tales como el láser sin inversión de poblaciones (LWI – *Laser Without Inversion*) y la transferencia adiabática de poblaciones entre estados atómicos[13]. Una aplicación natural de EIT es la posibilidad de implementar la transmisión de la luz a través de una muestra opaca utilizando un segundo campo que controla la transmitancia. Como la transparencia ocurre para una cierta ventana de frecuencia, que es determinada esencialmente por el ancho de la resonancia, mucha importancia ha sido dada a sus propiedades espectrales[19, 3, 20]. Un tratamiento teórico que analiza la influencia del degeneramiento sobre los procesos de EIT y CPT en un sistema en  $\Lambda$  fue hecho en [21].

Como será analizado con más detalle en los capítulos que siguen, la resonancia de EIT puede ser implementada en un sistema de dos niveles degenerados en interacción con dos campos ópticos con polarizaciones circulares y opuestas[6]. En ese caso los diferentes niveles Zeeman del estado fundamental forman un sistema en  $\Lambda$  con uno de los estados Zeeman del nivel excitado, dando origen al fenómeno de CPT en el nivel fundamental. Buenos resúmenes de las propiedades del comportamiento estacionario del fenómeno de CPT son encontrados en los trabajos de Agap'ev *et al*[5] y Arimondo[6].

La posibilidad de que EIT pueda ser usado para controlar la absorción de una muestra motivó el interés sobre el comportamiento transitorio de las resonancias coherentes. Li *et al* [22] estudiaron el tiempo necesario para que el medio se vuelva transparente después de haber prendido el campo de bombeo, si el campo sonda está constantemente actuante. Fue mostrado que si la frecuencia de Rabi  $\Omega_1$  del acoplamiento con el campo de bombeo es grande comparada con la tasa de emisión espontánea  $\Gamma$  del estado excitado, el régimen transitorio de la absorción del campo sonda es representado por una oscilación amortiguada, cuyo período es del orden de  $1/\Omega_1$  y el amortiguamiento es del orden de  $\Gamma/2$ . El resultado más marcante de su trabajo es el hecho de que la absorción puede tener valores negativos durante el régimen transitorio, generando la posibilidad de ganancia para el campo de sonda.

Jyostna *et al* [23] estudió de forma teórica la dependencia de la intensidad del campo de bombeo y las tasas de decaimiento de los niveles involucrados sobre el comportamiento transitorio y estacionario en un sistema en  $\Lambda$ . Además de mostrar que el fenómeno de aprisionamiento coherente de poblaciones puede existir para intensidades bajas de campo de bombeo, ellos concluyeron que en estas condiciones los transitorios no presentan oscilaciones y el régimen estacionario es alcanzado en un tiempo significativamente grande, comparado con el tiempo de vida del estado excitado. En la situación de campos perfectamente resonantes el tiempo característico  $\tau_c$  del régimen transitorio fue de

$$\tau_c \sim (2\Omega_1^2/\Gamma)^{-1} \quad . \quad (1.2)$$

Korsunsky *et al* [24] han estudiado de forma experimental y teórica la evolución con el tiempo del fenómeno de CPT para un sistema en  $\Lambda$  abierto. Además de los 3 niveles, se consideró la presencia de un tercer estado en el nivel fundamental que no está acoplado con los campos y no contribuye para la superposición coherente que forma el estado oscuro. Como tal estado puede ser poblado por decaimiento espontáneo desde el nivel excitado,

también pasa a actuar como un estado de aprisionamiento. En ese caso, la transparencia ocurre aunque la condición de resonancia por dos fotones no se cumpla, pero con un tiempo característico distinto de (1.2).

El comportamiento transitorio de la resonancia de EIT en una trampa magneto óptica ha sido analizada por el grupo de Vaccaro[25, 26].

La resonancia coherente de Absorción Inducida fue observada por primera vez por Akulshin, Barreiro y Lezama [4] (en el Laboratorio de Espectroscopía Láser, IFFI). El efecto fue visto al excitar una única transición hiperfina del rubidio con dos campos monocromáticos, siendo ambos estados hiperfinos degenerados. Del punto de vista espectral, el efecto es similar al fenómeno de EIT, pero con signo opuesto. En presencia de un campo de bombeo, la absorción del campo sonda sufre un incremento con respecto a la absorción lineal, en vez de una disminución como en el caso anterior. Tal como en el caso de EIT se observaron resonancias de ancho subnatural, indicando que la resonancia de EIA también está asociada con la formación de coherencia en el nivel fundamental.

Un resultado interesante fue que ambas resonancias (EIT y EIA) fueron observadas en el mismo sistema físico, el sistema de dos niveles degenerados. El factor que determina la existencia de un efecto u otro está en el degeneramiento de los niveles involucrados y no en los campos que excitan la transición. En [4] se ha analizado la dependencia de la resonancia de EIA con el campo magnético y con la polarización de los campos ópticos, quedando en evidencia la participación de los niveles Zeeman.

El comportamiento de la señal de EIA con la intensidad del campo de bombeo fue estudiada posteriormente por los mismos autores [7, 27]. Los resultados experimentales fueron comparados con un tratamiento teórico en que un sistema de dos niveles con degeneramiento arbitrario interactúa con dos campos. El modelo permite la interacción con un campo magnético y cualquier polarización para los campos ópticos. Quedó claro que 2 condiciones son necesarias para la existencia de EIA en una espectroscopía de bombeo y sonda: (1) el momento angular total del estado fundamental debe ser mayor que cero,  $F_a > 0$ ; y (2) el momento angular total del estado excitado debe ser mayor que del estado fundamental,  $F_b > F_a$ . La resonancia de EIT se manifiesta si  $F_b \leq F_a$ . Ya había sido mostrado por Taichenachev *et al* [28] que la condición (2) impide la existencia de un estado oscuro en el estado fundamental, imposibilitando la existencia de transparencia inducida. Por otro lado, la condición (1) sugiere que EIA es un fenómeno que debe involucrar más de un estado del nivel fundamental.

Una mejor comprensión del mecanismo físico que da origen a la resonancia de EIA fue propuesta por Taichenachev *et al* [29] en un sistema de 2 niveles degenerados en interacción con dos campos (4 niveles en  $N$ ). Ellos mostraron que el incremento en la absorción del campo sonda se debe a la transferencia de la coherencia establecida en el nivel excitado, que es transferida para el nivel fundamental vía el proceso de emisión espontánea. Posteriormente, Failache *et al* [30] han mostrado que, en una celda donde el vapor de rubidio está mezclada con un gas noble a alta presión, la resonancia de absorción inducida puede desaparecer y invertir su signo transformándose en transparencia. A causa de las

frecuentes colisiones entre el átomo de rubidio y el gas noble, la coherencia establecida en el nivel excitado es destruida y no puede ser transferida al nivel fundamental.

A pesar de que las resonancias coherentes de EIT y EIA fueron primero observadas en sistemas atómicos en presencia de dos campos ópticos, un sistema degenerado en interacción con un único campo también puede dar origen a resonancias estrechas cuando un campo magnético es barrido en torno a su valor cero, fenómeno conocido como efecto Hanle del estado fundamental [31, 13]. En esta situación las componentes de polarización circular de un campo óptico linealmente polarizado acoplan diferentes subniveles Zeeman del estado fundamental con un subnivel del estado excitado. La condición de resonancia Raman será entonces satisfecha cuando los niveles Zeeman del estado fundamental son perfectamente degenerados, o sea cuando el campo magnético es cero. El efecto Hanle (estado fundamental) y la resonancia coherente asociada al proceso de CPT están ligadas al mismo proceso físico, relacionado a una transición de dos fotones, del tipo Raman, tal como ha sido estudiada por Renzoni *et al* [32]. Los mismos autores han estudiado de forma teórica y experimental el efecto de la pérdida de poblaciones del estado fundamental sobre la evolución temporal de las resonancias Hanle. Han concluido que, en el caso de una transición abierta, el ancho de la resonancia Hanle tiene una dependencia con el inverso de la raíz cuadrada del tiempo de interacción, sin límite de estrechamiento. En el caso de que la transición sea cerrada, en el sentido de que no hay escape de población hacia otros niveles, el ancho de la resonancia tiene un límite impuesto por la potencia del campo óptico [33, 34]. Un tratamiento teórico general fue hecho por Tumaikin *et al* [35] donde se muestra que en el caso de una transición del tipo  $F_a \rightarrow F_a + 1$  no es posible existir el aprisionamiento coherente de poblaciones. Más tarde, la resonancia Hanle con signo invertido, representando un incremento en la absorción, fue observado por Dancheva *et al* [36] en transiciones del tipo  $F_a \rightarrow F_a + 1$ , y estudiadas teóricamente por Renzoni *et al* [37].

Las propiedades dispersivas asociadas con las resonancias estrechas de EIT y EIA han dado origen a interesantes fenómenos asociados con la propagación de la información en el medio. Debido al alto índice de refracción asociado a EIT la velocidad de grupo puede ser altamente reducida [38, 39]. Como la dispersión asociada al proceso de EIA tiene el signo opuesto a la de EIT (dispersión anómala) la velocidad de grupo puede ser negativa [40, 41]. También fue mostrado que la velocidad de propagación de un fotón puede ser controlada adiabáticamente con el control de intensidad del campo de bombeo, pudiendo ser reducida a cero [42, 43].

En resumen, la observación de la resonancia de EIA en un sistema de dos niveles degenerados ha abierto nuevas posibilidades de investigación en espectroscopía coherente, que ha sido estudiada por otros grupos de investigación [44, 45]. Sin embargo, muy poco se conocía sobre el comportamiento transitorio de la resonancia de Absorción Inducida al inicio de este trabajo.

## 1.2 Plan de la tesis

Esta tesis estudia de forma experimental y teórica la evolución temporal de algunos fenómenos asociados a las resonancias coherentes de Transparencia y Absorción inducida. Nuestra forma de abordar el problema consiste en observar la evolución del sistema después de un cambio repentino sobre las variables físicas manipulables, tales como la intensidad y frecuencia de la luz, campo magnético, etc, que influyen en la dinámica de los estados atómicos. Luego de un cambio brusco, el sistema evolucionará hasta que alcance su nuevo estado estacionario después de un tiempo suficientemente largo. La dinámica de estos transitorios está determinada esencialmente por todas las frecuencias naturales y por las tasas de decaimiento y bombeo del sistema considerado. De esta manera se puede decir que toda la información disponible sobre el sistema está contenida en el régimen transitorio. Nuestro objetivo consiste en la caracterización de dichos transitorios en las diversas situaciones físicas propuestas. El sistema físico considerado es la estructura hiperfina del átomo de rubidio compuesta por muchos niveles, casi todos degenerados. En resumen, nuestro objetivo es observar nuevos fenómenos asociados al régimen transitorio en resonancias de EIT y reportar el primer estudio sistemático de la evolución temporal de la resonancia de EIA.

La tesis está dividida de la siguiente manera. El Capítulo 2 tiene dos objetivos fundamentales. El primero es hacer un breve repaso de los conceptos y herramientas básicas que serán utilizados en la comprensión de los problemas tratados en los capítulos subsiguientes. El segundo es estudiar la evolución temporal de las resonancias de EIT y EIA en modelos atómicos simplificados, tales como un sistema de 3 niveles en  $\Lambda$  y 4 niveles en  $N$ , ambos en interacción con dos campos. Aunque simplificados, el análisis de dichos sistemas permite conocer el mecanismo físico responsable por la construcción en el tiempo de las resonancias coherentes y comprender las diferencias y semejanzas entre los dos casos.

En el Capítulo 3 presentamos un modelo atómico más realista que tiene en cuenta el degeneramiento completo de los niveles atómicos así como también la interacción con un campo magnético. El objetivo es hacer un tratamiento teórico más riguroso para la interacción del átomo con uno o dos campos clásicos. Como la dimensionalidad de los sistemas suele ser bastante grande, generalmente las soluciones están limitadas al cálculo numérico. En este sentido, los dos abordajes teóricos presentados en los capítulos 2 y 3 pueden ser considerados como complementarios.

En el Capítulo 4 estudiamos como se construyen en el tiempo las resonancias coherentes de Absorción y Transparencia Inducida. Presentamos un experimento donde dos campos (bombeo y sonda) interactúan con un haz atómico de rubidio. Analizando el espectro de absorción del campo sonda como función del tiempo de interacción con los campos ópticos fue posible observar el cambio en la forma de la línea de la absorción del campo sonda en función del tiempo de interacción con los átomos.

En el Capítulo 5 abordamos el problema de un único campo electromagnético linealmente polarizado que interactúa con el átomo de rubidio sujeto a un campo magnético

variable. Estudiamos de forma comparativa los efectos transitorios de las resonancias de EIT y EIA debido a cambios repentinos en el campo magnético.

Finalmente, en el Capítulo 6 observamos una clase de transitorios distinta, en que los transitorios asociados con la resonancia coherente son causados por las fluctuaciones del campo que excita la muestra. Tales transitorios se manifiestan en el ruido de la luz transmitida por la muestra atómica. Así, estaremos utilizando una nueva técnica espectroscópica, la *Espectroscopía de Ruido*, para la observación de resonancias coherentes.

## Capítulo 2

# Resonancias coherentes en modelos atómicos simples

Un tratamiento riguroso del problema de una partícula material interactuando con la luz necesita de una teoría donde el campo electromagnético esté cuantizado[46, 13]. Sin embargo, en experimentos donde un haz de luz láser suficientemente intenso interactúa con una muestra atómica es posible que el campo óptico sea tratado clásicamente, donde se justifica la aproximación semiclásica[47].

En este capítulo presentamos algunas bases conceptuales importantes que serán útiles para tratar los problemas de la interacción coherente entre el átomo y el campo. El sistema atómico es tratado cuanticamente vía una matriz densidad. La interacción entre el átomo y el campo es del tipo dipolar y la dinámica del sistema es obtenida a través de la solución de las ecuaciones de Bloch ópticas. Tales ecuaciones son la ecuación de movimiento del sistema atómico para la matriz densidad (incluyendo la interacción con los campos) en la representación de Schrödinger cuando se agregan las interacciones del sistema atómico con su entorno, que representan los efectos disipativos.

Posteriormente, estudiamos la evolución con el tiempo de las resonancias coherentes de Transparencia Inducida y Absorción Inducida en los modelos atómicos más sencillos posibles donde se observan las resonancias coherentes, tales como el sistema de 3 niveles en  $\Lambda$ , que presenta el fenómeno de EIT y el sistema de 4 niveles en  $N$ , que da origen a EIA, ambos en interacción con dos campos. En ambos modelos vamos a calcular el espectro de absorción del campo sonda como función del tiempo de interacción.

### 2.1 El átomo y la matriz densidad

En esta sección hacemos un breve repaso de algunas definiciones que serán utilizadas a lo largo del texto.

Para un sistema de muchos átomos en general no es posible saber con exactitud el estado del sistema [1]. En este caso es conveniente la utilización de la matriz densidad.

Para el conjunto de átomos no interactuantes el operador densidad  $\rho$  es dado por

$$\rho(t) = \sum_k p_k |\psi_k(t)\rangle \langle \psi_k(t)| \quad , \quad (2.1)$$

donde  $p_k$  es la probabilidad de encontrar el sistema en el estado  $|\psi_k\rangle$  y la suma se extiende sobre todos los estados posibles. En términos de alguna base de estados estacionarios (ortogonales), tenemos que

$$\rho(t) = \sum_k \sum_n \sum_m p_k c_{nk}(t) c_{mk}^*(t) |u_n\rangle \langle u_m| \quad . \quad (2.2)$$

Definida de esa forma, los elementos no diagonales

$$\rho_{nm} = \sum_k p_k c_{nk}(t) c_{mk}^*(t) \quad (2.3)$$

son proporcionales a los términos cruzados de la suma (2.2), que representan la interferencia entre los estados  $|u_n\rangle$  y  $|u_m\rangle$  (coherencias). Cuando los elementos  $\rho_{nm}$  son distintos de cero, es posible entonces observar los fenómenos de interferencia cuántica, correspondiendo a los casos de interés de esta tesis.

Los elementos diagonales de la matriz densidad

$$\rho_{nn} = \sum_k p_k |c_{nk}(t)|^2 \quad (2.4)$$

están asociados con la probabilidad de encontrar un átomo en determinado estado, o sea serán proporcional al número de átomos ocupando determinado estado cuántico (poblaciones). Un caso particular es aquél donde la matriz densidad posee un elemento de la diagonal igual a uno y todos los demás elementos nulos, que representa un estado puro. En los demás casos en que la matriz densidad contiene términos exclusivamente en la diagonal, representa una mezcla estadística, donde el grado de coherencia de la muestra es nulo. Siendo la matriz densidad un operador Hermítico, siempre es posible obtener una base de estados donde  $\rho$  sea diagonal, lo que significa que el concepto de coherencia es siempre relativo a una cierta base de estados. Tal como comentado en la introducción, en esta tesis vamos a adoptar la base de estados estacionarios del átomo libre.

El valor esperado de un operador  $\mathcal{O}$  es dado por

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_k p_k \langle \psi | \mathcal{O} | \psi \rangle = Tr(\mathcal{O}\rho) \quad . \quad (2.5)$$

Como ejemplo, la polarización media  $\mathbf{P}$ , es definida como la densidad de dipolos atómicos dadas por

$$\mathbf{P} = NTr(\rho\mathbf{D}) \quad . \quad (2.6)$$

La matriz densidad permite contabilizar el efecto de la interacción del átomo con su entorno. Al considerar la matriz densidad del sistema global (átomo+entorno) es posible tomar la traza parcial sobre los estados del entorno y quedarse solamente con las variables atómicas. En especial, la interacción del átomo con los estados de vacío del campo electromagnético es la responsable por los decaimientos ópticos y es lo que impide que un estado atómico excitado tenga un tiempo de vida infinito, dando origen al ancho natural de las líneas espectroscópicas[46]. Una descripción fenomenológica puede ser hecha con la introducción de las tasas de decaimiento radiativo en la ecuación de movimiento de  $\rho(t)$ . Otros factores, tales como colisiones, también afectan las poblaciones y coherencias atómicas de forma irreversible, contribuyendo para los términos de relajación.

La ecuación de movimiento para la matriz densidad puede entonces ser escrita de una forma general por

$$i\hbar\dot{\rho} = [H, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel} , \quad (2.7)$$

donde el primer término proviene de la ecuación de Schrödinger y el segundo término es la consecuencia de la interacción del átomo con su entorno representando las relajaciones. Tal ecuación es conocida como ecuación de Bloch óptica.

## 2.2 Interacción átomo–campo en un sistema de dos niveles

Como algunos aspectos de los fenómenos de resonancias coherentes que tratamos en esta tesis son bastante generales, vamos a recordar algunas características generales de los procesos de interacción átomo-campo que serán ilustradas tomando como ejemplo el problema de un campo monocromático en interacción con un sistema de dos niveles sin degeneramientos[47]. El objetivo es exponer para el sistema físico más sencillo posible los pasos (y algunas bases conceptuales) que permiten el cálculo de las magnitudes físicas relevantes en los problemas que trataremos a continuación.

En las frecuencias ópticas la longitud de onda del campo es bastante más grande que las dimensiones atómicas, típicamente  $\lambda \sim 10^{-7}$  m, mientras que las dimensiones típicas del átomo son de  $10^{-10}$  m. Así, es posible en general despreciar las variaciones espaciales del campo eléctrico durante el proceso de interacción. La interacción del campo con el átomo es esencialmente dipolar [48] y la aproximación de longitud de onda grande permite que el potencial de interacción átomo-campo sea dado por

$$V = -\mathbf{D}\cdot\mathbf{E} , \quad (2.8)$$

donde  $\mathbf{D} = -e\mathbf{R}$  es el momento de dipolo atómico y  $e$  es la carga del electrón. Como simplificación, se puede considerar que el átomo está quieto.

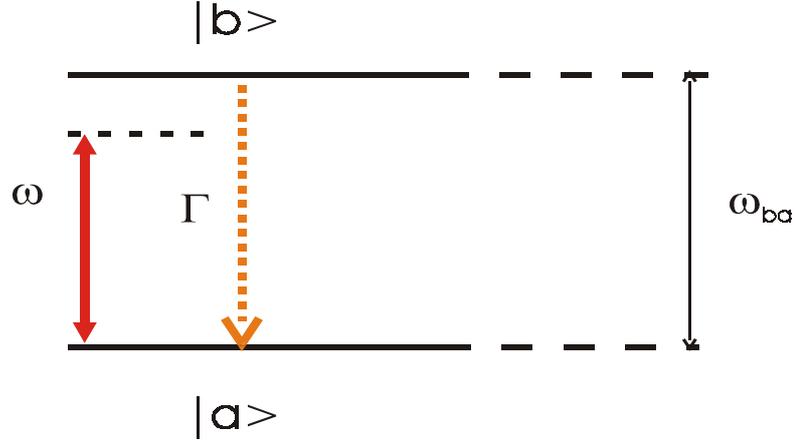


Figura 2.1: Sistema de dos niveles  $|a\rangle$  y  $|b\rangle$  en interacción con un campo monocromático.  $\Gamma$  es la tasa de emisión espontánea,  $\omega_{ba}$  es la frecuencia de la transición atómica y  $\omega$  es la frecuencia del campo.

El problema más sencillo de interacción átomo-campo es suponer un campo clásico monocromático en interacción con un átomo de dos niveles[47] tal como muestra la Figura 2.1. El Hamiltoniano atómico es dado por

$$H_A = \hbar\omega_a |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_b |b\rangle \langle b| \quad , \quad (2.9)$$

donde  $|a\rangle$  y  $|b\rangle$  representan los estados fundamental y excitado, y  $\hbar\omega_a$  y  $\hbar\omega_b$  sus respectivas energías. Tal átomo interactúa con un campo clásico monocromático de frecuencia  $\omega$

$$E(t) = \frac{1}{2} [E^* e^{-i\omega t} + E e^{i\omega t}] \quad (2.10)$$

y la matriz densidad (3.49) queda

$$\rho = \rho_{aa} |a\rangle \langle a| + \rho_{bb} |b\rangle \langle b| + \rho_{ab} |a\rangle \langle b| + \rho_{ba} |b\rangle \langle a| \quad . \quad (2.11)$$

Como  $D$  es un operador impar, para los estados atómicos con paridad definida sus elementos de matriz diagonales son nulos, o sea  $\langle b| D |b\rangle = \langle a| D |a\rangle = 0$ . Por lo tanto

$$D = D_{ab} |a\rangle \langle b| + D_{ba} |b\rangle \langle a| \quad .$$

El Hamiltoniano de interacción (2.8) es

$$\begin{aligned} V = & -\frac{1}{2} [D_{ab} E^* e^{-i\omega t} |a\rangle \langle b| + D_{ba} E^* e^{-i\omega t} |b\rangle \langle a|] \\ & -\frac{1}{2} [D_{ab} E e^{i\omega t} |a\rangle \langle b| + D_{ba} E e^{i\omega t} |b\rangle \langle a|] \end{aligned} \quad (2.12)$$

El operador  $|a\rangle\langle b|$  actúa llevando el átomo a su estado fundamental, por lo que es conocido como un “bajador”, mientras que  $|b\rangle\langle a|$  lleva el átomo a su estado excitado, siendo un “levantador”. Estos operadores tienen una evolución libre proporcional a  $e^{-i\omega_{ba}t}$  y  $e^{i\omega_{ba}t}$ . De esa manera, el segundo y el tercer término evolucionan según la diferencia de frecuencias  $|\omega - \omega_{ba}|$ , mientras que el primero y el último término tienen frecuencia de evolución del orden del doble de las frecuencias ópticas y pueden ser despreciados en intervalos de detección grandes comparados con los períodos ópticos<sup>1</sup>. Se introduce entonces la aproximación de onda giratoria que consiste en despreciar los términos de evolución rápida. En resumen, el Hamiltoniano de interacción  $V$  es sustituido por

$$V_{RWA} = -\frac{1}{2} \{ D_{ab} E e^{i\omega t} |a\rangle\langle b| + D_{ba} E^* e^{-i\omega t} |b\rangle\langle a| \} \quad (2.13)$$

Tal aproximación será utilizada en todos los modelos atómicos tratados.

Como sólo existen dos niveles, se puede tomar  $D_{ab}$  como real simplificando la notación para  $D_{ab} = D_{ba} = D$ .

Así, el Hamiltoniano total del sistema es la suma de (2.13) y (2.9) la ecuación (2.7) para  $\rho$  queda entonces

$$i\hbar\dot{\rho} = [H_A + V_{RWA}, \rho] \quad ,$$

que da el siguiente sistema de ecuaciones para los elementos de matriz de  $\rho$

$$\dot{\rho}_{aa} = i\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} - i\Omega e^{i\omega t} \rho_{ba} \quad (2.14a)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = i\Omega e^{i\omega t} \rho_{ba} - i\Omega^* e^{-i\omega t} \rho_{ab} \quad (2.14b)$$

$$\dot{\rho}_{ba} = i\Omega^* e^{-i\omega t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) - i\omega_o \rho_{ba} \quad (2.14c)$$

$$\dot{\rho}_{ab} = \dot{\rho}_{ba}^* \quad (2.14d)$$

donde  $\omega_o = \omega_b - \omega_a$  y  $\Omega = -\frac{DE}{2\hbar}$  es la frecuencia de Rabi asociada a la transición.

Se puede introducir el cambio de variables

$$\rho_{ab} = e^{i\omega t} \sigma_{ab} \Rightarrow \dot{\rho}_{ab} = e^{i\omega t} (i\omega \sigma_{ab} + \dot{\sigma}_{ab}) \quad (2.15a)$$

$$\rho_{ba} = e^{-i\omega t} \sigma_{ba} \Rightarrow \dot{\rho}_{ba} = e^{-i\omega t} (-i\omega \sigma_{ba} + \dot{\sigma}_{ba}) \quad (2.15b)$$

$$\rho_{bb} = \sigma_{bb} \quad (2.15c)$$

$$\rho_{aa} = \sigma_{aa} \quad (2.15d)$$

---

<sup>1</sup>Conviene observar que en la electrodinámica cuántica el factor  $e^{-i\omega t}$  está asociado al operador de destrucción y  $e^{i\omega t}$  está asociado al operador de creación de un fotón. Así, el término  $e^{i\omega t} |b\rangle\langle a|$  implica en una excitación atómica asociada con la emisión de un fotón, y el término  $e^{-i\omega t} |a\rangle\langle b|$  implica en una desexcitación asociada con la destrucción de un fotón. Así, tales términos son llamados de contra-resonantes.

que elimina la dependencia con el tiempo de los coeficientes del sistema de ecuaciones (2.14a–2.14d). El conjunto de ecuaciones para las variables lentas  $\sigma$  queda

$$\dot{\sigma}_{aa} = i\Omega^* \sigma_{ab} - i\Omega \sigma_{ba} \quad (2.16a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega \sigma_{ba} - i\Omega^* \sigma_{ab} \quad (2.16b)$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = i\Omega^* (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + i\delta \sigma_{ba} \quad (2.16c)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -i\Omega (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - i\delta \sigma_{ab} \quad , \quad (2.16d)$$

con  $\delta = \omega - \omega_o$  es la desintonía entre el átomo y el campo.

Las tasas de decaimiento radiativas para un sistema de dos niveles cerrados (cuya población se conserva) está calculada en [46] y pueden ser presentadas de la siguiente manera. El estado excitado pierde población según la tasa de emisión espontánea  $\Gamma$ . Tal pérdida es proporcional a la población existente en el estado excitado. Para sistemas cerrados, toda esta población la recibe el estado fundamental. Así,

$$\left. \frac{\partial \sigma_{bb}}{\partial t} \right|_{rel} = -\Gamma \sigma_{bb} \quad (2.17)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma_{aa}}{\partial t} \right|_{rel} = \Gamma \sigma_{bb} \quad . \quad (2.18)$$

Se puede mostrar[46] que la pérdida de las coherencias es dada por

$$\left. \frac{\partial \sigma_{ba}}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \sigma_{ba} \quad . \quad (2.19)$$

Así, tenemos

$$\dot{\sigma}_{aa} = i\Omega^* \sigma_{ab} - i\Omega \sigma_{ba} + \Gamma \sigma_{bb} \quad (2.20a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega \sigma_{ba} - i\Omega^* \sigma_{ab} - \Gamma \sigma_{bb} \quad (2.20b)$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = i\Omega^* (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + \left( i\delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{ba} \quad (2.20c)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -i\Omega (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - \left( i\delta + \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{ab} \quad (2.20d)$$

que forma un sistema de ecuaciones homogéneo con coeficientes constantes. Si la condición inicial es aquella donde toda la población está en el nivel fundamental, la solución libre (aquella con  $\Omega = 0$ ) es evidente: las poblaciones se mantienen constantes y las coherencias oscilan a la frecuencia de Bohr  $\omega_o$  con un amortiguamiento de  $\Gamma/2$ .

El sistema (2.20a–2.20d) puede ser puesto en una forma matricial

$$\frac{d}{dt} x = Mx + x_0 \quad . \quad (2.21)$$

Las matrices  $M$ ,  $x$  y  $x_0$  contienen la información sobre la evolución del sistema y su forma y dimensionalidad depende del sistema físico estudiado.

En el caso del sistema de dos niveles se puede hacer el siguiente cambio de variables

$$x_1 = 2 \operatorname{Re} [\sigma_{ba}] = \sigma_{ba} + \sigma_{ab} \quad (2.22a)$$

$$x_2 = -2 \operatorname{Im} [\sigma_{ba}] = i (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) \quad (2.22b)$$

$$x_3 = \sigma_{bb} - \sigma_{aa} = 2\sigma_{bb} - 1 \quad (2.22c)$$

y hacer uso de la conservación de las poblaciones

$$\sigma_{aa} + \sigma_{bb} = 1 \quad . \quad (2.23)$$

Con eso, tenemos que

$$M = \begin{bmatrix} -\Gamma/2 & \delta & 0 \\ -\delta & -\Gamma/2 & -\Omega \\ 0 & \Omega & -\Gamma \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Gamma \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Usando las definiciones (2.6, 2.22a y 2.22b) se ve que la polarización atómica es dada por

$$P(t) = ND [\cos(\omega t)x_1 - \sin(\omega t)x_2] \quad , \quad (2.25)$$

mostrando que  $x_1$  es la componente que oscila en fase con el campo incidente y  $x_2$  es la componente en cuadratura.

En las situaciones que iremos a discutir en este trabajo, estaremos interesados en el cálculo (y observación) de la absorción atómica, que está asociada con la potencia disipada por el medio atómico en el proceso de interacción con el campo, que es dada por [49]

$$W_E = E(t) \overline{\frac{dP(t)}{dt}} \quad . \quad (2.26)$$

De esa manera, se ve que la componente en fase con el campo no disipa energía. Se puede decir que la componente de la polarización que está en cuadratura con el campo es la responsable por la absorción. Así, desde (2.25) y (2.22a–2.22c) se puede extraer la característica general, válida también para los sistemas de mayor dimensionalidad, de que la absorción  $Abs$  es proporcional a la parte imaginaria de los elementos no diagonales de la matriz densidad del sistema, y por el campo incidente, o sea

$$Abs \propto \operatorname{Im} [\sigma_{ba} E] \quad (2.27)$$

mientras que la dispersión es proporcional a  $\operatorname{Re} [\sigma_{ba}]$ .

### 2.2.1 Solución Estacionaria

La absorción y la dispersión del medio pueden ser obtenidas a partir de la solución estacionaria del sistema (2.20a–2.20d), donde se puede ver que

$$x_1 = -2\delta\mathcal{L}(\delta) \mapsto \text{Dispersión} \quad (2.28)$$

$$x_2 = \Gamma\mathcal{L}(\delta) \mapsto \text{Absorción} \quad (2.29)$$

$$x_3 = 2\Omega\mathcal{L}(\delta) - 1 \mapsto \text{Inversión de Poblaciones} \quad (2.30)$$

donde

$$\mathcal{L}(\delta) = \frac{\Omega}{\delta^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (2.31)$$

determina la forma de línea Lorentziana, con un ancho a media altura dado por

$$\Delta\omega = 2\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (2.32)$$

Así, para intensidades altas el ancho de las resonancias es limitado por el efecto de saturación, mientras que el ancho natural de la transición sólo puede ser alcanzado para intensidades suficientemente bajas. La dependencia del ancho de las resonancias con la intensidad también está presente en el estudio de las resonancias coherentes que estudiaremos más adelante.

### 2.2.2 Solución transitoria

Vale la pena analizar algunos aspectos importantes de la solución transitoria para un sistema de dos niveles, que serán utilizados en la interpretación de los resultados obtenidos para las resonancias coherentes estudiadas a lo largo de la tesis.

Siempre que sea posible escribir una ecuación diferencial lineal a coeficientes constantes, tal como (2.21), la integración de las ecuaciones de Bloch tiene una solución bastante general. Consiste en la suma de términos exponenciales de la forma  $\exp \lambda_j t$ , donde  $\lambda_j$  son los valores propios de la matriz  $M$ , sumados a la solución estacionaria, o sea

$$x(t) = \sum_j c_j L_j e^{\lambda_j t} + x_{est} \quad (2.33)$$

donde  $x_{est}$  representa la solución estacionaria,  $c_j$  son determinados por las condiciones iniciales y los  $L_j$  son los vectores propios de  $M$ . Si los sistemas son estables es de esperarse que

$$\text{Re}(\lambda_j) < 0 \quad \forall \lambda_j \quad (2.34)$$

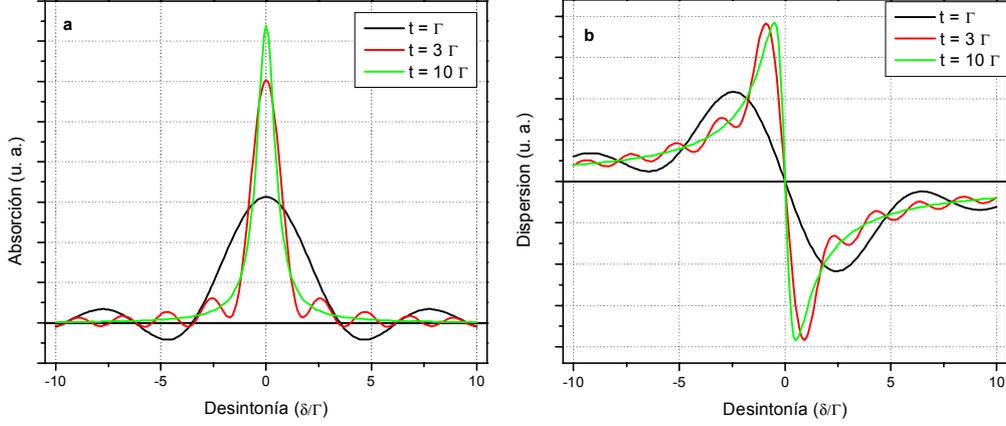


Figura 2.2: Absorción (a) y dispersión (b) en función de la desintonía entre el átomo y el campo para un sistema de dos niveles.  $\Omega = 0, 1\Gamma$ . Las diferentes curvas muestran diferentes tiempos de interacción átomo-campo.

y la solución estacionaria es independiente del tiempo, siendo dada por

$$x_{est} = -M^{-1}x_0 \quad . \quad (2.35)$$

Así,  $\text{Re}(\lambda_j)$  define las tasas de decaimiento de los transitorios, y  $\text{Im}(\lambda_j)$  definen las frecuencias características del sistema. De una forma general, el comportamiento transitorio asociado con un cierto valor propio se manifiesta para un tiempo de interacción del orden de  $1/\text{Re}(\lambda_j)$ . Para tiempos de interacción grandes, el valor propio más chico de  $M$  es aquél que va a dominar la evolución del sistema atómico.

Se puede decir, entonces que el método de analizar los valores propios de  $M$  permite el conocimiento de gran parte de la información disponible sobre el sistema. Una dificultad inherente es que el número de valores propios está dado por el orden de la matriz  $M$ , que crece con el cuadrado del número de estados atómicos considerados. Del punto de vista práctico, eso estimula experimentos con transitorios atómicos, ya que la señal atómica que llega al detector es la suma  $x(t)$  de la contribución de todas las frecuencias características.

En la Figura 2.2 se muestra la absorción y la dispersión para diversos tiempos de interacción.

Se observa que para tiempos cortos, la forma de línea presenta oscilaciones asociadas con la precesión del dipolo eléctrico. El sistema alcanza su estado estacionario para tiempos suficientemente largos, y la forma de la línea de absorción se acerca a la Lorentziana (2.31). El tiempo de observación y el ancho de la línea espectral están relacionados por

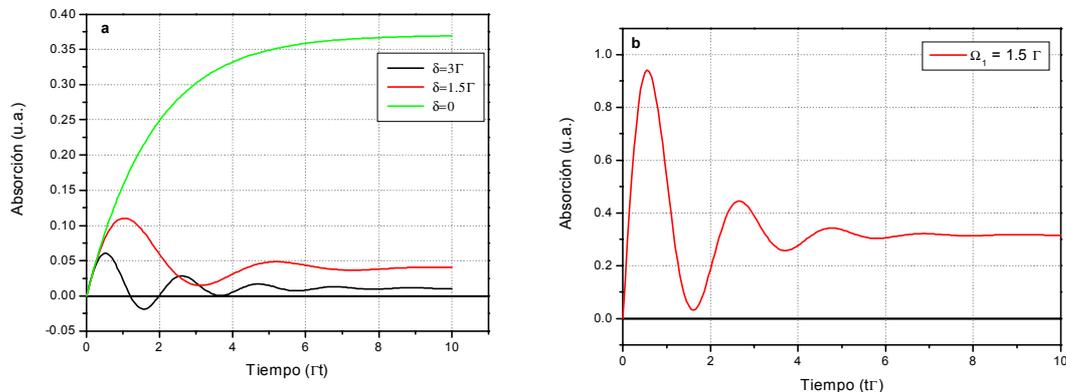


Figura 2.3: (a) Absorción en función del tiempo de interacción para diversos valores de desintonía y baja frecuencia de Rabi,  $\Omega = 0.1\Gamma$ . (b) Frecuencia de Rabi alta,  $\Omega = 1.5\Gamma$  y  $\delta = 0$ .

el principio de incertidumbre, o sea

$$\Delta t_{\min} \gtrsim \frac{1}{\Delta\omega} . \quad (2.36)$$

En la Figura 2.3 se observa la evolución en el tiempo de  $\text{Im}[\sigma_{ba}]$  para diferentes valores de la desintonía. Para  $\delta = 0$ , todos los valores propios de  $\mathbf{M}$  son reales en el límite de  $\Omega \ll \Gamma$  y el transitorio es puramente amortiguado. Para  $\delta \neq 0$  la evolución del dipolo atómico es oscilatoria y la absorción estacionaria es menor que en el caso resonante. Para intensidad suficientemente alta (Figura 2.3b), la evolución es oscilatoria aunque  $\delta = 0$ , ya que la frecuencia característica del sistema es dada por  $\Omega$ . Sin embargo, el valor estacionario de la absorción es menor que en la Figura 2.3a, debido a la saturación. La evolución con el tiempo de las líneas espectrales mostrados en la Figura 2.3 son bastante generales y vuelven a manifestarse en una escala de tiempo mayor para algunos fenómenos de resonancia coherente.

Por último resaltamos el hecho de que la ecuación de Bloch (2.7) se reduce a un sistema lineal a coeficientes constantes siempre que sea posible encontrar un sistema de referencia que permita eliminar toda la dependencia rápida con el tiempo, tal como fue hecho con la transformación de variables (2.15a–2.15d). En realidad eso no es siempre posible, por ejemplo en el caso de un sistema de dos niveles en interacción con dos campos ópticos de frecuencias diferentes[50].

A continuación, presentaremos dos modelos atómicos simplificados útiles para la interpretación de los fenómenos de resonancias coherentes.

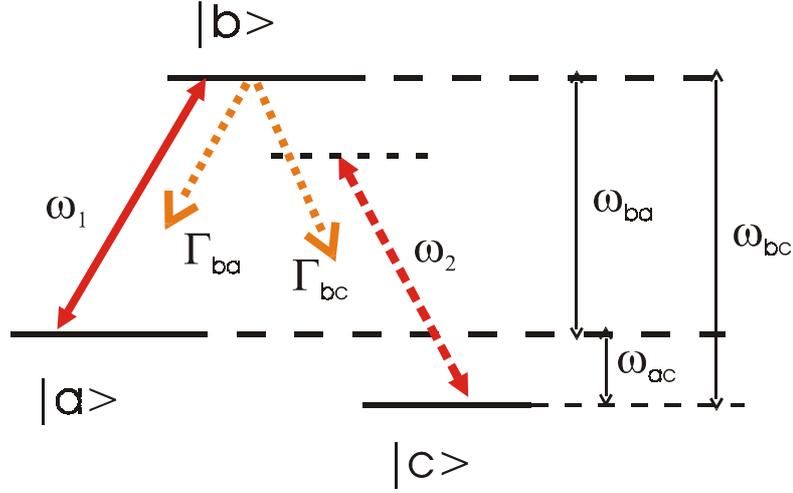


Figura 2.4: Esquema de niveles de un sistema en  $\Lambda$ .

## 2.3 Transparencia inducida

Como fue comentado en la introducción, el sistema de tres niveles en interacción con dos campos ha sido frecuentemente utilizado en el estudio de la resonancia coherente de EIT. En esta sección, presentamos de forma resumida los resultados principales ya encontrados en la literatura y mostramos nuestra contribución para el cálculo de los efectos transitorios.

Consideremos ahora el sistema de tres niveles acoplados con dos campos clásicos monocromáticos mostrado en la Figura 2.4.

El Hamiltoniano libre del átomo es dado por

$$H_{\Lambda} = \hbar\omega_a |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_b |b\rangle \langle b| + \hbar\omega_c |c\rangle \langle c| \quad , \quad (2.37)$$

donde los niveles  $a$  y  $b$  están acoplados por un campo de bombeo  $E_1(t)$  de frecuencia  $\omega_1$ , mientras que los niveles  $c$  y  $b$  están acoplados por el campo sonda  $E_2(t)$  de frecuencia  $\omega_2$ , definidos por

$$E_1(t) = \frac{1}{2} [E_1 e^{i\omega_1 t} + c.c.] \quad (2.38)$$

$$E_2(t) = \frac{1}{2} [E_2 e^{i\omega_2 t} + c.c.] \quad . \quad (2.39)$$

Con el objetivo de calcular la absorción del campo sonda en presencia del campo de bombeo, vamos a proceder siguiendo los pasos desarrollados en la sección anterior.

Si se supone que los niveles atómicos tienen paridad definida y que la transición  $a \rightleftharpoons c$  está prohibida en ausencia de los campos, entonces el operador momento de dipolo es

dado por

$$D = D_{ab} |a\rangle \langle b| + D_{cb} |c\rangle \langle b| + c.h. \quad (2.40)$$

En la aproximación de onda giratoria el Hamiltoniano de interacción (2.8) queda

$$V_{\Lambda} = \hbar\Omega_1 e^{i\omega_1 t} |a\rangle \langle b| + \hbar\Omega_2 e^{i\omega_2 t} |c\rangle \langle b| + c.h. \quad (2.41)$$

$$\Omega_1 = -\frac{E_1 D_{ab}}{2\hbar} \quad , \quad \Omega_2 = -\frac{E_2 D_{cb}}{2\hbar} \quad . \quad (2.42)$$

donde fueron definidas las frecuencias de Rabi  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$  que caracterizan los acoplamientos con los respectivos campos.

Las ecuaciones de Bloch ópticas a ser resueltas son

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H_{\Lambda} + V_{\Lambda}, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel}^{\Lambda} \quad , \quad (2.43)$$

donde  $\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel}^{\Lambda}$  son los términos de relajación. Como muestra la Figura 2.4,  $\Gamma_{ba}$  y  $\Gamma_{bc}$  son las tasas de emisión espontánea desde el nivel  $b$  hacia los niveles  $a$  y  $c$  respectivamente, de forma que  $\Gamma = \Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}$  es la tasa total de emisión espontánea desde el estado excitado. Así, las tasas de decaimiento radiativo de las coherencias ópticas son dadas por  $(\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc})/2$ .

Es posible introducir una pérdida en la coherencia  $\rho_{ac}$  de los estados fundamentales. Como los niveles  $|a\rangle$  y  $|c\rangle$  no tienen decaimientos radiativos, tal tasa de pérdida, designada por  $\kappa$ , es bastante menor que la tasa de pérdida de coherencia del estado excitado, que es del orden de  $\Gamma$ . En otras palabras, se puede suponer que  $\kappa \ll \Gamma$ . Físicamente, tal tasa está representando básicamente dos factores: colisiones y el tiempo de interacción finito entre el átomo y el campo.

De esa manera, las ecuaciones para los elementos de la matriz densidad quedan

$$\dot{\rho}_{aa} = -i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ba} + i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ab} + \Gamma_{ba} \rho_{bb} \quad (2.44a)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = -i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ab} + i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ba} - i\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{cb} + i\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{bc} - (\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}) \rho_{bb} \quad (2.44b)$$

$$\dot{\rho}_{cc} = -i\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{bc} + i\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{cb} + \Gamma_{bc} \rho_{bb} \quad (2.44c)$$

$$\dot{\rho}_{ab} = i\omega_{ab} \rho_{ab} - i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) + i\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{ac} - \frac{\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}}{2} \rho_{ab} \quad (2.44d)$$

$$\dot{\rho}_{cb} = -i\omega_{cb} \rho_{cb} + i\Omega_2 e^{i\omega_2 t} (\rho_{cc} - \rho_{bb}) + i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ca} - \frac{\Gamma_{ba} + \Gamma_{bc}}{2} \rho_{cb} \quad (2.44e)$$

$$\dot{\rho}_{ac} = i\omega_{ac} \rho_{ac} + \Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{bc} - \Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{ab} - \kappa \rho_{ac} \quad , \quad (2.44f)$$

con  $\omega_{ab} = \omega_b - \omega_a$ ,  $\omega_{bc} = \omega_b - \omega_c$  y  $\omega_{ac} = \omega_c - \omega_a$ .

De forma análoga al problema de un sistema de dos niveles, se puede introducir las variables lentas

$$\rho_{jj} = \sigma_{jj} \quad , \quad j = a, b, c \quad (2.45a)$$

$$\rho_{ab} = e^{i\omega_1 t} \sigma_{ab} \quad (2.45b)$$

$$\rho_{cb} = e^{i\omega_2 t} \sigma_{cb} \quad (2.45c)$$

$$\rho_{ac} = e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} \sigma_{ac} \quad (2.45d)$$

de forma a eliminar toda dependencia rápida con el tiempo. Por simplicidad, suponemos que  $\Gamma_{ba} = \Gamma_{bc} = \Gamma/2$ . Así, obtenemos

$$\dot{\sigma}_{aa} = -i\Omega_1 \sigma_{ba} + i\Omega_1^* \sigma_{ab} + \frac{\Gamma}{2} \sigma_{bb} \quad (2.46a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = -i\Omega_1^* \sigma_{ab} + i\Omega_1 \sigma_{ba} - i\Omega_2^* \sigma_{cb} + i\Omega_2 \sigma_{bc} - \Gamma \rho_{bb} \quad (2.46b)$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = -i\Omega_2 \sigma_{bc} + i\Omega_2^* \sigma_{cb} + \frac{\Gamma}{2} \sigma_{bb} \quad (2.46c)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -i\Delta_1 \sigma_{ab} - i\Omega_1 (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) + i\Omega_2 \sigma_{ac} - \frac{\Gamma}{2} \sigma_{ab} \quad (2.46d)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = i\Delta_2 \sigma_{bc} - i\Omega_2^* (\sigma_{cc} - \sigma_{bb}) - i\Omega_1^* \sigma_{ac} - \frac{\Gamma}{2} \sigma_{bc} \quad (2.46e)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = i\delta_R \sigma_{ac} - i\Omega_1 \sigma_{bc} + i\Omega_2^* \sigma_{ab} - \kappa \sigma_{ac} \quad , \quad (2.46f)$$

donde fueron definidas las desintonías

$$\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{ab} \quad (2.47)$$

$$\Delta_2 = \omega_2 - \omega_{cb} \quad (2.48)$$

$$\delta_R = -\Delta_1 + \Delta_2 \quad (2.49)$$

El sistema (2.46a–2.46f) es un conjunto de ecuaciones de primer orden a coeficientes constantes que puede ser escrito en la forma

$$\frac{d}{dt} x = Mx + A \quad , \quad (2.50)$$

cuya solución se obtiene de forma similar a lo que fue presentado en la sección anterior. A menos del mayor número de ecuaciones, no hay muchas dificultades del punto de vista numérico.

Conviene observar que en el caso del sistema de dos niveles solamente existe una única escala de tiempo que determina la evolución del sistema, que es dada por el inverso del tiempo de vida del estado excitado  $\Gamma^{-1}$ . En el caso del sistema en  $\Lambda$  aparece una nueva escala de tiempo, dada por  $\kappa^{-1}$ , donde  $\kappa^{-1} \gg \Gamma^{-1}$ . Eso permite el apareamiento de una resonancia estrecha, que está asociada con la existencia de la coherencia establecida entre los niveles fundamentales.

Muchas de las características espectrales ya conocidas sobre el fenómeno de EIT pueden ser extraídas de la solución estacionaria, tales como el ancho, contraste, dependencia con las intensidades de los campos, etc. A continuación, vamos a efectuar algunas simplificaciones y consideraremos la evolución temporal del sistema de tres niveles en  $\Lambda$ .

### 2.3.1 Solución perturbativa y seguimiento adiabático

La solución analítica exacta del sistema (2.46a–2.46f) es evidentemente compleja debido al gran número de ecuaciones. Con el fin de obtener una expresión analítica simplificada para la absorción del campo sonda (que es proporcional al elemento de matriz  $\sigma_{bc}$ ), se puede suponer que el campo sonda sea suficientemente débil, de modo que se puede buscar una solución perturbativa de primer orden en  $\Omega_2$ .

Escribimos entonces

$$\sigma(t) \simeq \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} \quad , \quad (2.51)$$

donde  $\sigma^{(0)}$  y  $\sigma^{(1)}$  son de orden 0 y 1 en  $\Omega_2$ , respectivamente. Sustituyendo (2.51) en (2.46a–2.46f) y despreciando los términos donde aparecen productos  $\sigma^{(1)}\Omega_2$  (que son de segundo orden en  $\Omega_2$ ) se obtiene

$$\dot{\sigma}_{aa}^{(1)}(t) = -i\Omega_1\sigma_{ba}^{(1)} + i\Omega_1^*\sigma_{ab}^{(1)} + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{(1)} \quad (2.52a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb}^{(1)}(t) = -i\Omega_1^*\sigma_{ab}^{(1)} + i\Omega_1\sigma_{ba}^{(1)} - \Gamma\sigma_{bb}^{(1)} \quad (2.52b)$$

$$\dot{\sigma}_{cc}^{(1)}(t) = -i\Omega_2\sigma_{bc}^{(0)} + i\Omega_2^*\sigma_{cb}^{(0)} + \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bb}^{(1)} \quad (2.52c)$$

$$\dot{\sigma}_{ab}^{(1)}(t) = -i\Delta_1\sigma_{ab}^{(1)} - i\Omega_1\left(\sigma_{bb}^{(1)} - \sigma_{aa}^{(1)}\right) + i\Omega_2\sigma_{ac}^{(0)} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ab}^{(1)} \quad (2.52d)$$

$$\dot{\sigma}_{bc}^{(1)}(t) = i\Delta_2\sigma_{bc}^{(1)} - i\Omega_2^*\left(\sigma_{cc}^{(0)} - \sigma_{bb}^{(0)}\right) - i\Omega_1^*\sigma_{ac}^{(1)} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bc}^{(1)} \quad (2.52e)$$

$$\dot{\sigma}_{ac}^{(1)}(t) = (i\delta_R - \kappa)\sigma_{ac}^{(1)} - i\Omega_1\sigma_{bc}^{(1)} + i\Omega_2^*\sigma_{ab}^{(0)} \quad . \quad (2.52f)$$

La condición  $\Omega_2 \ll \Omega_1$ , implica que toda la población es rápidamente bombeada para el nivel  $c$  y el estado inicial del sistema es tal que

$$\sigma_{cc}^{(0)} \simeq 1 \quad (2.53a)$$

$$\sigma_{aa}^{(0)} = \sigma_{bb}^{(0)} = \sigma_{ab}^{(0)} = \sigma_{ac}^{(0)} = \sigma_{bc}^{(0)} \simeq 0 \quad . \quad (2.53b)$$

Estas condiciones iniciales representan la solución estacionaria en ausencia de un campo sonda. Esto equivale a decir que el campo de bombeo fue encendido en un tiempo  $t = -\infty$  y que el acoplamiento con el campo sonda se establece en  $t = 0$ .

Con esta aproximación las dos últimas ecuaciones se desacoplan de las demás y quedamos con un sistema de dos ecuaciones para  $\sigma_{bc}^{(1)}$  y  $\sigma_{ac}^{(1)}$

$$\dot{\sigma}_{cb}^{(1)}(t) = \left(-i\delta_R - \frac{\Gamma}{2}\right) \sigma_{cb}^{(1)} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \sigma_{ca}^{(1)} \quad (2.54)$$

$$\dot{\sigma}_{ca}^{(1)}(t) = -(i\delta_R + \kappa) \sigma_{ca}^{(1)} + i\Omega_1^* \sigma_{cb}^{(1)} \quad , \quad (2.55)$$

donde, por simplicidad, fue hecho  $\Delta_1 = 0$ , o sea, el campo de bombeo está siempre resonante con la transición  $a \leftrightarrow b$  y el campo sonda puede ser barrido en frecuencia, cambiando  $\delta_R$ .

Analizando la ecuación (2.54) se ve que la constante de decaimiento del término  $\dot{\sigma}_{cb}$  es del orden de  $\Gamma/2$ , mientras que la coherencia del estado fundamental  $\dot{\sigma}_{ac}$  tiene constante de decaimiento del orden de  $\kappa$ . Como  $\kappa \ll \Gamma$  se puede suponer que la coherencia óptica  $\sigma_{cb}$  alcanza su estado estacionario en un tiempo suficientemente más corto que la coherencia  $\sigma_{ca}^{(1)}$ . Esto nos lleva a la hipótesis del *seguimiento adiabático*, que consiste en suponer que la coherencia óptica tiene tiempo suficiente para llegar a su estado estacionario para un intervalo de tiempo del orden del tiempo característico de la coherencia  $\sigma_{ca}^{(1)}$ ,

La tasa  $\kappa$  representa las colisiones que destruyen la coherencia del nivel fundamental. En un vapor a muy bajas presiones el libre camino medio entre los átomos es del orden de 1 m, generando una frecuencia de colisiones entre átomos muy baja. Así, vamos a tomar  $\kappa = 0$  en desarrollo que sigue.

Tomando  $\dot{\sigma}_{cb}^{(1)} \simeq 0$ , se obtiene

$$\sigma_{cb}^{(1)}(t) = \frac{i\Omega_2 + i\Omega_1 \sigma_{ca}^{(1)}}{\left(i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}\right)} \quad (2.56)$$

$$\dot{\sigma}_{ca}^{(1)}(t) = -i\delta_R \sigma_{ca}^{(1)} + i\Omega_1^* \sigma_{cb}^{(1)} \quad (2.57)$$

Sustituyendo (2.56) en (2.57), la ecuación para  $\dot{\sigma}_{ca}^{(1)}$  queda

$$\dot{\sigma}_{ca}^{(1)} = - \left[ i\delta_R + \frac{|\Omega_1|^2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \right] \sigma_{ca}^{(1)} - \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \quad . \quad (2.58)$$

Esta ecuación puede ser fácilmente integrada con la condición inicial  $\sigma_{ca}^{(1)}(0) = 0$ , que es la solución de orden cero, resultando en

$$\sigma_{ca}^{(1)}(t, \delta_R) = \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \frac{[e^{-\lambda_{ca} t} - 1]}{\lambda_{ca}} \quad , \quad (2.59)$$

donde fueron definidos

$$\lambda_{ca} = i\delta_R + \frac{|\Omega_1|^2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \quad . \quad (2.60)$$

Con el fin de obtener la solución más sencilla posible, otras dos simplificaciones pueden ser hechas. Si estamos interesados en la resonancia estrecha se puede expandir  $\lambda_{ca}$  en primer orden en  $\delta_R/\Gamma$  y se supone que el campo de bombeo no sea saturante, o sea  $\Omega_1 \ll \Gamma$ .

Quedamos entonces con

$$\lambda_{ca} \simeq i\delta_R + \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma} \quad . \quad (2.61)$$

Usando eso, se puede escribir finalmente

$$\sigma_{cb}^{(1)}(t, \delta_R) = \frac{i\Omega_2}{(i\delta_R + \frac{\Gamma}{2})} + \frac{i\Omega_2}{(i\delta_R + \frac{\Gamma}{2})} \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma} \left[ \frac{e^{-\lambda_{ca}t} - 1}{\lambda_{ca}} \right] \quad (2.62)$$

cuya parte imaginaria es proporcional a la absorción del campo sonda como función del tiempo y de su desintonía con respecto a la transición atómica. El primer término de (2.62) resulta en una resonancia con ancho  $\Gamma$ , que es la absorción lineal del campo sonda en ausencia del campo de bombeo. El segundo término da una resonancia estrecha, cuyo ancho cae linealmente con el tiempo de interacción hasta su valor límite dado por  $\beta = \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma}$ . Se ve entonces que la absorción estacionaria del campo sonda está centrada a la frecuencia  $\delta_R = 0$  con un ancho dado por

$$\beta = \frac{2|\Omega_1|^2}{\Gamma} \quad . \quad (2.63)$$

Como la resonancia estrecha está asociada con la formación de un estado oscuro en el nivel fundamental, la constante de decaimiento  $\beta$  puede ser interpretada como la tasa de bombeo óptico hacia el estado oscuro, que determina el tiempo característico para que el dipolo atómico alcance su estado estacionario. Este resultado ya había sido obtenido en las referencias [5, 23, 24] por otros métodos de cálculo.

Resulta conveniente introducir las variables adimensionales

$$y = \delta_R/\Gamma \quad (2.64)$$

$$x = \beta/\Gamma \quad (2.65)$$

$$\tau = \Gamma t \quad (2.66)$$

donde (2.62) queda dada por

$$\sigma_{cb}^{(1)}(t, \delta) = \frac{i\Omega_2}{(i\delta_R + \frac{\Gamma}{2})} - i\frac{\beta\Omega_2}{\Gamma^2} F(y, \tau; x) \quad (2.67)$$

donde la función  $F(y, \tau; x)$  representa la dinámica de la resonancia coherente, siendo dada por

$$F(y, \tau; x) = \frac{1}{(iy + \frac{1}{2})} \left[ \frac{1 - e^{-(iy+x)\tau}}{(iy + x)} \right] \quad . \quad (2.68)$$

Las curvas experimentales que serán presentadas en el capítulo 4 representan la absorción no lineal del medio, o sea, la diferencia entre la absorción del campo sonda en presencia del bombeo y la absorción del sonda sin campo de bombeo.

Así, la parte no lineal de la resonancia es dada por el segundo término de (2.67), quedando

$$\sigma_{cb}^{NL}(t, \delta) = -i \frac{\beta \Omega_2}{\Gamma^2} F(y, \tau; x) \quad . \quad (2.69)$$

Finalmente, la absorción no lineal del campo sonda es obtenida usando (2.27)

$$Abs_{\Lambda} \propto -\text{Re}[F(y, \tau; x)] \quad (2.70)$$

La función  $F(y, \tau; x)$  está graficada en la Figura 2.5, y contiene las características principales que serán vistas en el experimento. De acuerdo con la condición inicial  $F(y, 0; x) = 0$ . Para tiempos suficientemente grandes  $F(y, \infty; x)$  se acerca a una Lorentziana con ancho dado por  $x$ . Para un tiempo  $\tau$  fijo,  $F$  es una función par de  $y$  con un pico centrado en  $y = 0$ , con un ancho de  $\sim 4\pi/\tau$ , presentando oscilaciones en  $y$  con período del orden de  $\sim 2\pi/\tau$ . Para un cierto valor de  $y$   $F(y, \tau; x)$  presenta oscilaciones amortiguadas con frecuencia de  $y/2\pi$  y amortiguamiento  $x$ .

Tal como en el caso de dos niveles, la resonancia sólo puede ser totalmente resuelta para un tiempo de interacción suficientemente más grande que el inverso del ancho estacionario de la línea espectroscópica. En aquél caso el inverso del ancho natural  $\Gamma$  determina el tiempo mínimo necesario para resolver la línea espectral. En el caso del sistema en  $\Lambda$  la existencia de un estado coherente en el nivel fundamental, con tiempo de vida largo, da origen a una segunda escala de tiempo. Así, la resonancia estrecha empieza a ser construida para tiempos suficientemente mayores que  $1/\beta$ , donde  $\beta$  es el ancho de la curva estacionaria. Así, para tiempos cortos el ancho de la resonancia está esencialmente limitada por el tiempo de interacción. Las oscilaciones en función de la desintonía son la evidencia de que el dipolo atómico asociado con la transición  $c \rightleftharpoons b$  no ha alcanzado su estado estacionario.

Es interesante comparar las curvas de la Figura 2.5a con la Figura 2.2a, para notar que  $\beta \ll \Gamma$ . Vale notar que aunque hayamos tomado el límite de  $\kappa \rightarrow 0$ , la curva estacionaria no es una línea espectral infinitamente estrecha, pero está limitada por la intensidad del campo de bombeo a través de la constante  $\beta$ .

## 2.4 Absorción inducida

Dando un paso más en el grado de complejidad de los modelos atómicos, vamos a considerar un sistema atómico de 4 estados. Dos de estos estados están ubicados en el nivel fundamental y dos en el nivel excitado, siendo ambos niveles degenerados los que interactúan con dos campos monocromáticos, tal como muestra la Figura 2.6.

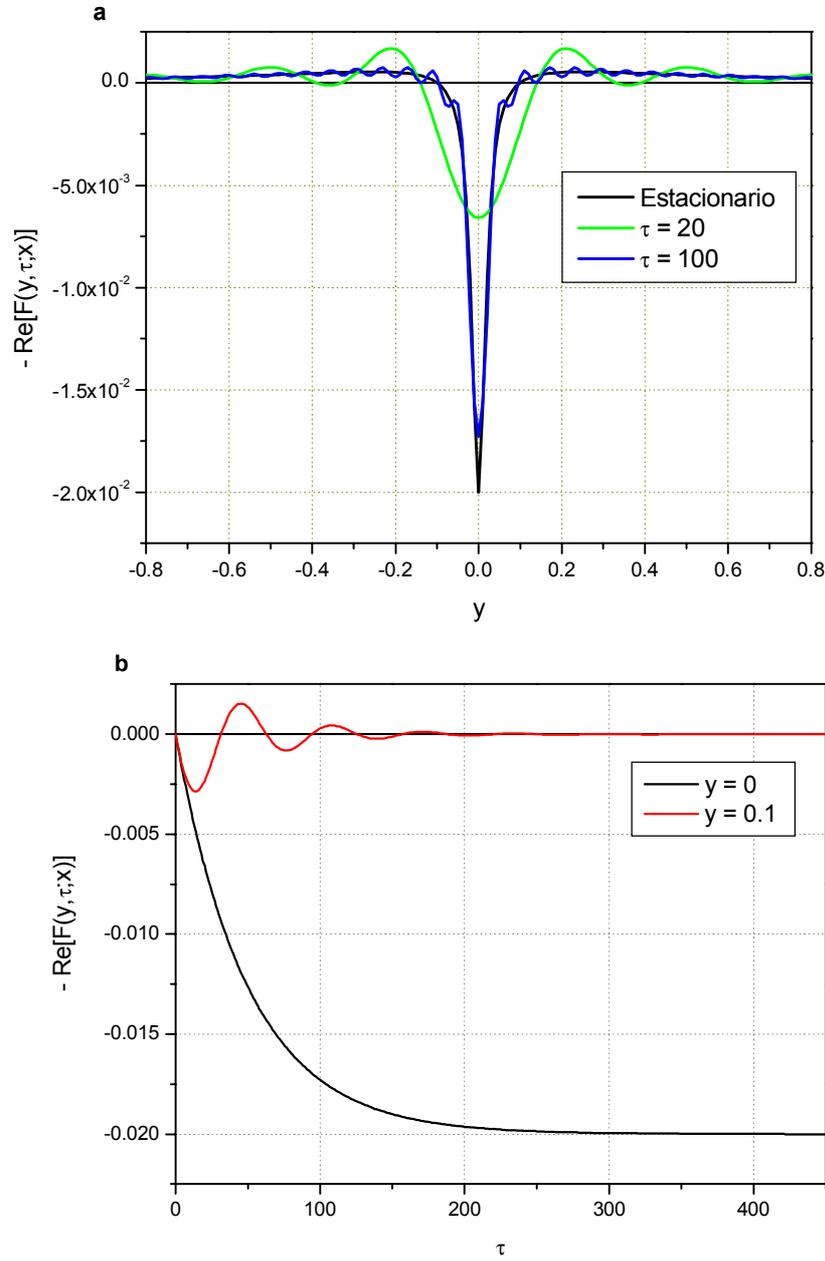


Figura 2.5: Análisis de la parte real de la función  $F(y, \tau; x)$ .  $\Omega_1 = 0.1\Gamma$ ,  $\Omega_2 = 0.01\Gamma$ ,  $\beta = 0.02\Gamma$ . (a)  $F(y)$  para diferentes valores de  $\tau$ . (b)  $F(\tau)$  para diferentes valores de  $y$ .

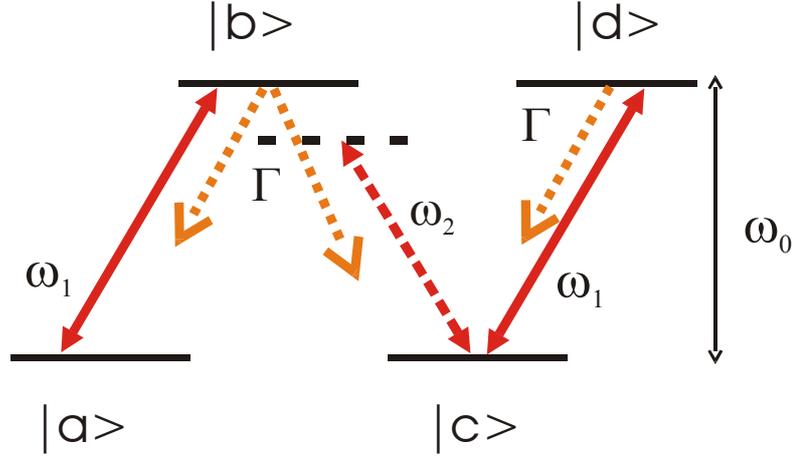


Figura 2.6: Esquema de niveles para un sistema de 4 niveles en  $N$  en interacción con dos campos.

El sistema en  $N$  fue primeramente propuesto en [29] con el fin de obtener una descripción física para el fenómeno de absorción inducida utilizando el sistema físico más sencillo posible. Ellos calcularon la absorción del campo sonda en el régimen estacionario. Una de las contribuciones originales presentadas en esta tesis consiste en el cálculo de la evolución temporal de la absorción del campo sonda para la resonancia coherente de EIA, que será presentado en esta sección.

Vamos a suponer que el campo de bombeo acopla los estados  $a \rightleftharpoons b$  y el  $c \rightleftharpoons d$ , mientras que el campo sonda acopla la transición  $c \rightleftharpoons b$ . Las transiciones  $a \rightleftharpoons d$ ,  $b \rightleftharpoons d$  y  $a \rightleftharpoons c$  están prohibidas.

El Hamiltoniano atómico puede ser escrito como

$$H_N = \hbar\omega_0 [|b\rangle \langle b| + |d\rangle \langle d|] \quad ,$$

mientras que el campo total está dado por (2.38–2.39). El Hamiltoniano de interacción (2.8) queda

$$V = -D [AE_1(t) + E_1(t) + BE_2(t)] \quad , \quad (2.71)$$

donde  $A^2$  y  $B^2$  son números que definen las probabilidades de transición entre las respectivas transiciones (análogos a los coeficientes de Clebsh-Gordan), de tal manera que  $A^2 + B^2 = 1$ , y  $D$  es el momento de dipolo reducido de la transición.

En la aproximación de onda giratoria el Hamiltoniano de interacción queda

$$V_{RWA} = \hbar A \Omega_1 e^{i\omega_1 t} |a\rangle \langle b| + \hbar \Omega_1 e^{i\omega_1 t} |c\rangle \langle d| + \hbar B \Omega_2 e^{i\omega_2 t} |c\rangle \langle b| + c.h.$$

donde

$$\Omega_1 = -\frac{DE_1}{2\hbar} \quad (2.72)$$

$$\Omega_2 = -\frac{DE_2}{2\hbar} \quad (2.73)$$

son las frecuencias de Rabi asociadas a cada campo y *c.h.* representa el conjugado hermitico.

El conjunto de ecuaciones para la matriz densidad queda entonces

$$\dot{\rho}_{aa} = -iA\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ba} + iA\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ab} \quad (2.74)$$

$$\dot{\rho}_{bb} = iA\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{12} - iB\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{cb} + iA\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ba} + iB\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{bc} \quad (2.75)$$

$$\dot{\rho}_{cc} = -i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{dc} - iB\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{bc} + i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{cd} + iB\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{cb} \quad (2.76)$$

$$\dot{\rho}_{dd} = -i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{cd} + i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{dc} \quad (2.77)$$

$$\dot{\rho}_{ab} = i\omega_o \rho_{ab} - iA\Omega_1 e^{i\omega_1 t} (\rho_{bb} - \rho_{aa}) + iB\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{ac} \quad (2.78)$$

$$\dot{\rho}_{ac} = -iA\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{bc} + iB\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{ab} + i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ad} \quad (2.79)$$

$$\dot{\rho}_{ad} = i\omega_o \rho_{ad} - iA\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{bd} + i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{ac} \quad (2.80)$$

$$\dot{\rho}_{bc} = -i\omega_o \rho_{bc} - iA\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ac} - iB\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} (\rho_{cc} - \rho_{bb}) + i\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{bd} \quad (2.81)$$

$$\dot{\rho}_{bd} = -iA\Omega_1^* e^{-i\omega_1 t} \rho_{ad} - iB\Omega_2^* e^{-i\omega_2 t} \rho_{cd} + i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} \rho_{bc} \quad (2.82)$$

$$\dot{\rho}_{cd} = +i\omega_o \rho_{cd} - i\Omega_1 e^{i\omega_1 t} (\rho_{dd} - \rho_{cc}) - iB\Omega_2 e^{i\omega_2 t} \rho_{bd} \quad (2.83)$$

Los términos de decaimiento radiativo para tal sistema quedan[29, 46]

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \{P_e, \rho\} + \Gamma \sum_{q=1}^2 Q_q^\dagger \rho Q_q \quad (2.84)$$

$$P_e = |b\rangle \langle b| + |d\rangle \langle d| \quad (2.85)$$

$$Q_1 = A |b\rangle \langle a| + |d\rangle \langle c| \quad (2.86)$$

$$Q_2 = B |b\rangle \langle c| \quad , \quad (2.87)$$

donde  $\{\dots, \dots\}$  representa el anti-comutador.

El primer término de (2.84) contabiliza los decaimientos desde los niveles excitados y de las coherencias ópticas, mientras que el segundo término se refiere a las tasas de aporte sobre el nivel fundamental. Vamos a dar una mejor comprensión de la forma de estos términos al analizar el modelo de sistema de dos niveles degenerados, en el capítulo que sigue, donde se va a ver que los operadores  $Q_q$  representan las posibles polarizaciones del campo electromagnético. Analogamente al caso anterior, también es posible introducir una pérdida en la coherencia establecida entre los niveles fundamentales,  $\kappa$ .

Se puede buscar un cambio de variables de manera a eliminar la dependencia temporal

con los campos ópticos. La transformación utilizada es

$$\sigma_{ab} = e^{-i\omega_1 t} \rho_{ab} \quad (2.88)$$

$$\sigma_{bc} = e^{i\omega_2 t} \rho_{bc} \quad (2.89)$$

$$\sigma_{cd} = e^{-i\omega_1 t} \rho_{cd} \quad (2.90)$$

$$\sigma_{ac} = e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} \rho_{ac} \quad (2.91)$$

$$\sigma_{bd} = e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} \rho_{bd} \quad (2.92)$$

$$\sigma_{ad} = e^{-i(2\omega_1 - \omega_2)t} \rho_{bd} \quad (2.93)$$

y el conjunto de ecuaciones para las variables lentas  $\sigma$  queda dado por

$$\dot{\sigma}_{aa} = -iA\Omega_1\sigma_{ba} + iA\Omega_1^*\sigma_{ab} + A^2\Gamma\sigma_{bb} \quad (2.94a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = -iA\Omega_1^*\sigma_{ab} - iB\Omega_2^*\sigma_{cb} + iA\Omega_1\sigma_{ba} + iB\Omega_2\sigma_{bc} - \Gamma\sigma_{bb} \quad (2.94b)$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = -i\Omega_1\sigma_{dc} - iB\Omega_2\sigma_{bc} + i\Omega_1^*\sigma_{cd} + iB\Omega_2^*\sigma_{cb} + \Gamma\sigma_{dd} + B^2\Gamma\sigma_{bb} \quad (2.94c)$$

$$\dot{\sigma}_{dd} = -i\Omega_1^*\sigma_{cd} + i\Omega_1\sigma_{dc} - \Gamma\sigma_{dd} \quad (2.94d)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -\left(i\Delta_1 + \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{ab} - iA\Omega_1(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) + iB\Omega_2\sigma_{ac} \quad (2.94e)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = (i\delta_R - \kappa)\sigma_{ac} + \Gamma A\sigma_{bd} - iA\Omega_1\sigma_{bc} + iB\Omega_2^*\sigma_{ab} + i\Omega_1^*\sigma_{ad} \quad (2.94f)$$

$$\dot{\sigma}_{ad} = i\left(-\Delta_1 + \delta_R - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{ad} - iA\Omega_1\sigma_{bd} + i\Omega_1\sigma_{ac} \quad (2.94g)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = \left(i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{bc} - iA\Omega_1^*\sigma_{ac} - iB\Omega_2^*(\sigma_{cc} - \sigma_{bb}) + i\Omega_1^*\sigma_{bd} \quad (2.94h)$$

$$\dot{\sigma}_{bd} = (i\delta_R - \Gamma)\sigma_{bd} - iA\Omega_1^*\sigma_{ad} - iB\Omega_2^*\sigma_{cd} + i\Omega_1\sigma_{bc} \quad (2.94i)$$

$$\dot{\sigma}_{cd} = -\left(i\Delta_1 + \frac{\Gamma}{2}\right)\sigma_{cd} - i\Omega_1(\sigma_{dd} - \sigma_{cc}) - iB\Omega_2\sigma_{bd} \quad (2.94j)$$

donde se hicieron las siguientes definiciones

$$\Delta_1 = \omega_1 - \omega_0 \quad (2.95)$$

$$\Delta_2 = \omega_2 - \omega_0 \quad (2.96)$$

$$\delta_R = \omega_2 - \omega_1 \quad (2.97)$$

Es importante decir que el pasaje a variables lentas sólo fue posible porque en el modelo cada transición sólo está acoplada con un único campo. Como será analizado en el capítulo que sigue, en el caso de un sistema degenerado en interacción simultánea con dos campos, en general no se puede obtener un sistema de ecuaciones a coeficientes constantes para todos los órdenes de perturbación. Análogamente a los casos anteriores, este sistema de ecuación es de primer orden a coeficientes constantes y puede ser escrito en la forma matricial

$$\frac{d}{dt}x = Mx + K \quad . \quad (2.98)$$

La coherencia  $\dot{\sigma}_{ac}$  contiene una pérdida de coherencia del orden de  $\kappa$ . Tal como en el sistema en  $\Lambda$  el tiempo de vida de la coherencia del estado fundamental impone una nueva escala de tiempo que es bastante más grande que el tiempo de vida del estado excitado. Esto indica que el sistema de 4 niveles en  $N$  puede presentar resonancias estrechas.

Sin embargo, tal término tiene otra contribución que es dada por  $\Gamma A \sigma_{bd}$  y que es inexistente en el sistema en  $\Lambda$ . Este término corresponde a la tasa de transferencia de coherencia establecida en el nivel excitado hacia la coherencia de los niveles fundamentales, que existe para sistemas degenerados, de forma general. Debe ser notado que este término representa un “aporte” de coherencia. Fue mostrado por Taichenacev *et al* [29] que la existencia de este término es fundamental para el fenómeno de absorción inducida. Fue visto que el signo de la interferencia entre la evolución de la coherencia del estado excitado con la coherencia del estado fundamental depende fuertemente del valor del término  $\Gamma A \sigma_{bd}$ . Reduciendo (artificialmente) esta tasa fue mostrado que la interferencia puede llegar a ser destructiva, pero en general la interferencia es constructiva, dando origen al aumento en la absorción.

Una característica interesante que es común a los sistemas en  $N$  y  $\Lambda$ , es el hecho de que el proceso de interferencia cuántica que da origen a los fenómenos de absorción y transparencia inducida es independiente de la diferencia de fase entre el campo de bombeo y el campo sonda. Las fases de ambos campos fueron eliminadas en el pasaje a variables lentas, ecuaciones (2.88–2.93) y (2.45a–2.45d), lo que dice que la fase de la evolución atómica se ajusta constantemente a las fases de los campos.

## 2.4.1 Solución perturbativa y seguimiento adiabático

De forma análoga al caso anterior, vamos a buscar una solución en primer orden en el campo sonda. En la solución de orden cero (cuando solamente el campo  $E_1$  es aplicado) toda la población se acumula en los niveles  $c$  y  $d$ . De esa manera, la condición estacionaria en ausencia de campo sonda es aquella conocida del problema de dos niveles puros, en este caso los niveles  $c$  y  $d$ . Así, la conservación de la población impone que

$$\sigma_{dd}^{(0)} + \sigma_{cc}^{(0)} = 1 \quad (2.99)$$

y los términos de orden cero son

$$\sigma_{dd}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)} = -\frac{\Delta_1^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}{\Delta_1^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 2|\Omega_1|^2} \quad (2.100)$$

$$\sigma_{cd}^{(0)} = \frac{-i\Omega_1}{i\Delta_1 + \frac{\Gamma}{2}} \left( \sigma_{dd}^{(0)} - \sigma_{cc}^{(0)} \right) \quad (2.101)$$

$$\sigma_{aa}^{(0)} = \sigma_{bb}^{(0)} = \sigma_{bc}^{(0)} = \sigma_{ab}^{(0)} = \sigma_{bd}^{(0)} = \sigma_{ac}^{(0)} = \sigma_{ad}^{(0)} \simeq 0 \quad (2.102)$$

Haciendo  $\Delta_1 = 0$  y quedando con términos hasta orden uno en el sonda, el sistema

(2.94a–2.94j) queda

$$\dot{\sigma}_{aa} = -iA\Omega_1\sigma_{ba} + iA\Omega_1^*\sigma_{ab} + A^2\Gamma\sigma_{bb} \quad (2.103a)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = -iA\Omega_1^*\sigma_{ab} - iB\Omega_2^*\sigma_{cb}^{(0)} + iA\Omega_1\sigma_{ba} + iB\Omega_2\sigma_{bc}^{(0)} - \Gamma\sigma_{bb} \quad (2.103b)$$

$$\dot{\sigma}_{cc} = -i\Omega_1\sigma_{dc} - iB\Omega_2\sigma_{bc}^{(0)} + i\Omega_1^*\sigma_{cd} + iB\Omega_2^*\sigma_{cb}^{(0)} + \Gamma\sigma_{dd} + B^2\Gamma\sigma_{bb} \quad (2.103c)$$

$$\dot{\sigma}_{dd} = -i\Omega_1^*\sigma_{cd} + i\Omega_1\sigma_{dc} - \Gamma\sigma_{dd} \quad (2.103d)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = -iA\Omega_1(\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ab} \quad (2.103e)$$

$$\dot{\sigma}_{ac} = i\delta_R\sigma_{ac} - iA\Omega_1\sigma_{bc} + iB\Omega_1^*\sigma_{ab} + i\Omega_1^*\sigma_{ad} + \Gamma A\sigma_{bd} \quad (2.103f)$$

$$\dot{\sigma}_{ad} = i\delta_R\sigma_{ad} - iA\Omega_1\sigma_{bd} + i\Omega_1\sigma_{ac} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{ad} \quad (2.103g)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = -i\delta_R\sigma_{bc} - iA\Omega_1^*\sigma_{ac} - iB\Omega_2^*(\sigma_{cc}^{(0)} - \sigma_{bb}^{(0)}) + i\Omega_1^*\sigma_{bd} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{bc} \quad (2.103h)$$

$$\dot{\sigma}_{bd} = i\delta_R\sigma_{bd} - iA\Omega_1^*\sigma_{ad} - iB\Omega_2^*\sigma_{cd}^{(0)} + i\Omega_1\sigma_{bc} - \Gamma\sigma_{bd} \quad (2.103i)$$

$$\dot{\sigma}_{cd} = -i\Omega_1(\sigma_{dd} - \sigma_{cc}) - iB\Omega_2\sigma_{bd}^{(0)} - \frac{\Gamma}{2}\sigma_{cd} \quad (2.103j)$$

Se nota que el siguiente sistema de cuatro ecuaciones se desacopla de las demás, simplificando bastante el problema.

$$\dot{\sigma}_{ac} = i\delta_R\sigma_{ac} - iA\Omega_1^*\sigma_{bc} + i\Omega_1\sigma_{ad} + \Gamma A\sigma_{bd} \quad (2.104)$$

$$\dot{\sigma}_{ad} = \left[ i\delta_R - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ad} - iA\Omega_1^*\sigma_{bd} + i\Omega_1^*\sigma_{ac} \quad (2.105)$$

$$\dot{\sigma}_{bc} = - \left( i\delta_R + \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{bc} - iA\Omega_1\sigma_{ac} - iB\Omega_2^*\sigma_{cc}^{(0)} + i\Omega_1\sigma_{bd} \quad (2.106)$$

$$\dot{\sigma}_{bd} = (i\delta_R - \Gamma)\sigma_{bd} - iA\Omega_1\sigma_{ad} - iB\Omega_2^*\sigma_{cd}^{(0)} + i\Omega_1^*\sigma_{bc} \quad (2.107)$$

Vamos entonces a buscar la absorción del campo sonda (que es proporcional a  $\sigma_{bc}(t)$ ) como función del tiempo. Como las tasas de decaimiento de las coherencias ópticas y también de  $\sigma_{bd}$  son del orden de  $\Gamma$  se puede seguir los mismos pasos utilizados para el caso anterior y efectuar la aproximación adiabática. En otras palabras, los elementos de matriz  $\sigma_{ad}$ ,  $\sigma_{bd}$  y  $\sigma_{bc}$  alcanzan su estado estacionario mucho más rápido que  $\sigma_{ac}$ . Entonces, haciendo  $\dot{\sigma}_{ad} = \dot{\sigma}_{bd} = \dot{\sigma}_{bc} = 0$  en (2.104–2.107) se obtiene un sistema de tres ecuaciones algebraicas

$$\left[ i(\Delta_1 + \delta_R) - \frac{\Gamma}{2} \right] \sigma_{ad} - iA\Omega_1\sigma_{bd} + i\Omega_1\sigma_{ac} = 0 \quad (2.108)$$

$$- \left( i\Delta_2 + \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{bc} - iA\Omega_1^*\sigma_{ac} - iB\Omega_2^*\sigma_{cc}^{(0)} + i\Omega_1^*\sigma_{bd} = 0 \quad (2.109)$$

$$(i\delta_R - \Gamma)\sigma_{bd} - iA\Omega_1^*\sigma_{ad} - iB\Omega_2^*\sigma_{cd}^{(0)} + i\Omega_1\sigma_{bc} = 0 \quad (2.110)$$

Despejando  $\sigma_{bc}$ ,  $\sigma_{bd}$  y  $\sigma_{ad}$  y insertando en  $\dot{\sigma}_{ac}$  se obtiene una ecuación para la coherencia de los niveles inferiores en la forma

$$\dot{\sigma}_{ac} = \lambda_{ac}\sigma_{ac} + K_{ac} \quad , \quad (2.111)$$

cuya solución es

$$\sigma_{ac}(t, \delta_R) = \frac{K_{ac}}{\lambda_{ac}} (e^{\lambda_{ac}t} - 1) \quad . \quad (2.112)$$

$\lambda_{ac}$  y  $K_{ac}$  son funciones de los parámetros físicos, determinando las frecuencias características, las tasas de decaimiento, etc. Una solución más sencilla aparece si mantenemos los términos de primer orden en  $|\Omega_1|^2/\Gamma$  y  $\delta_R/\Gamma$ , de forma análoga al caso anterior. Esta aproximación permite una comparación más directa entre los dos sistemas físicos discutidos en este capítulo.

$$\lambda_{ac} \simeq -2\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma} (1 - A^2) + i\delta_R \left[ 1 - 4\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} (1 - 2A^2) \right] \quad (2.113)$$

$$K_{ac} = \frac{4AB\Omega_1^*\Omega_2^*}{\Gamma^2} \left( i\delta_R + \frac{\Gamma}{2} \right) \quad . \quad (2.114)$$

El término  $4\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} (1 - 2A^2)$  en el corchete que multiplica  $i\delta_R$  representa nada más que una corrección chica en la frecuencia de oscilación de la coherencia como consecuencia del efecto Stark causado por el campo de bombeo. Como se supone que el campo de bombeo no es saturante, esta contribución será despreciada en este estudio de la resonancia de EIA. Tenemos entonces

$$\lambda_{ac} \simeq i\delta_R - \beta' \quad (2.115)$$

$$\beta' = 2\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma} (1 - A^2) \quad (2.116)$$

Además, el término proporcional a  $\sigma_{cc}^{(0)}$  también debe ser expandido hasta primer orden en el campo de bombeo, o sea

$$\sigma_{cc}^{(0)} \simeq 1 - 4\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} \quad . \quad (2.117)$$

y entonces

$$\sigma_{bc}(t, \delta_R) = \frac{iB\Omega_2^*}{i\delta_R - \frac{\Gamma}{2}} \left\{ 1 - 4\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} + 4A^2\frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} \left( i\delta_R + \frac{\Gamma}{2} \right) \left( \frac{e^{\lambda_{ac}t} - 1}{\lambda_{ac}} \right) \right\} \quad (2.118)$$

Se nota que el primer término de esta ecuación, corresponde a la absorción del campo sonda en ausencia de bombeo, que llamamos de absorción lineal. La parte no lineal queda

$$\sigma_{cb}^{NL}(t, \delta_R) = -\frac{iB\Omega_2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} 4 \frac{|\Omega_1|^2}{\Gamma^2} + \frac{2A^2 |\Omega_1|^2}{\Gamma} \frac{iB\Omega_2}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \left[ \frac{e^{-(i\delta_R + \beta')t} - 1}{i\delta_R + \beta'} \right] \quad (2.119)$$

Esta expresión puede ser escrita en términos de la función  $F(y, \tau; x')$ , discutida en la sección anterior, pero en este caso con  $x' = \beta'/\Gamma$ .

$$\sigma_{cb}^{NL}(t, \delta_R) = -\frac{i4B}{i\delta_R + \frac{\Gamma}{2}} \frac{\Omega_2 |\Omega_1|^2}{\Gamma^2} + i2BA^2 \frac{\Omega_2 |\Omega_1|^2}{\Gamma^3} F(y, \tau; x') \quad (2.120)$$

Finalmente, la absorción no lineal del campo sonda es dada por

$$Abs(t, \delta_R) \propto \text{Im} [\Omega_2^* \sigma_{cb}^{NL}(t, \delta_R)] \quad (2.121)$$

Comparando el último resultado con la ecuación (2.70) que fue obtenida para el caso de EIT, vemos en (2.120) el apareamiento de un término no lineal e independiente del tiempo, que causa una resonancia de ancho  $\Gamma$ . En el caso de EIT, el estado estacionario en ausencia del campo sonda, equivale a toda la población acumulada en uno de los niveles fundamentales independientemente de la intensidad del campo de bombeo, mientras que la solución de orden cero para el sistema en  $N$  reparte la población entre los estados  $|c\rangle$  y  $|d\rangle$ . La absorción del sonda depende entonces del acoplamiento existente entre el campo de bombeo y el átomo.

Vemos que además del cambio de signo en la resonancia estrecha otra comparación con respecto a la transparencia inducida es la diferencia en el ancho de la solución estacionaria dada por la constante de decaimiento  $\beta'$ . En el caso del sistema en  $N$  el ancho de la solución estacionaria es reducido por el factor  $(1 - A^2)$  con respecto al caso del sistema en  $\Lambda$ . Los coeficientes  $A$  y  $B$  caracterizan los acoplamientos de dos transiciones cercanas en el sistema de niveles degenerados, siendo análogos a los coeficientes de Clebsh-Gordan. La transición de EIA será entonces más lenta que la transición de EIT (y consecuentemente más estrecha) si los acoplamientos entre dos transiciones cercanas son próximas, que es el caso de transiciones atómicas entre estados de momento angular grande, tal como el caso realista de una transición  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  que será tratada en el capítulo 4.

## 2.5 Implementación de los modelos simplificados en átomos reales

Para finalizar nuestra discusión de los modelos sencillos, analizamos brevemente algunas posibles implementaciones de esos sistemas en átomos reales. Como es mostrado en la

Figura 4.1 (capítulo 4) la estructura hiperfina del átomo de rubidio tiene dos estados en el nivel fundamental separados por algunos GHz. Un sistema en  $\Lambda$  puede ser implementado si cada uno de los niveles fundamentales están acoplados a un mismo nivel hiperfino excitado, lo que puede ser logrado por ejemplo utilizando dos láseres.

La Figura 2.7 muestra algunos ejemplos donde los subniveles Zeeman de un sistema de dos niveles degenerados cumplen con la función de los estados atómicos. Los sistemas sencillos pueden ser logrados de forma aproximada con una adecuada elección de la polarización de los campos ópticos.

Un caso especial se trata de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 1$ , en interacción con dos campos de polarización  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ , como está mostrado en la Figura 2.7a. Un sistema en  $\Lambda$  es formado de forma bastante aproximada, porque la transición  $|F_a = 1, m_a = 0\rangle \leftrightarrow |F_b = 1, m_b = 0\rangle$  es prohibida. Como será analizado con más detalle en los capítulos que siguen, la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  también puede ser vista como un sistema en  $\Lambda$  abierto.

Un sistema en  $N$  puede ser implementado en una transición  $F_a = 1/2 \rightarrow F_b = 3/2$  donde el campo de bombeo tiene polarización circular ( $\sigma^+$ ) y el campo sonda tiene polarización  $\pi$ , tal como mostrado en la Figura 2.7c. En ausencia del campo sonda, la población tiende a acumularse en el subnivel  $|F_a = 1/2, m_b = +1/2\rangle$ . Así, si el campo sonda es suficientemente débil, se puede despreciar la población del estado  $|F_b = 3/2, m_b = -1/2\rangle$ , que es inexistente en el sistema en  $N$  ideal. Un análisis similar puede ser hecho para una transición entre estados de momento angular entero, tal como el que está mostrado en la Figura 2.7d. Si el campo de bombeo es débil, la mayoría de la población se mantendrá en el estado  $|F_a = 1, m_a = -1\rangle$ . Un razonamiento similar es válido para ambos casos si se considera que la polarización del campo de bombeo es  $\sigma^-$ .

## 2.6 Conclusiones

En este capítulo hemos presentado algunos modelos atómicos sencillos en interacción con el campo electromagnético. El sistema de dos niveles en interacción con un campo fue utilizado como ejemplo para exponer los conceptos básicos y algunos resultados generales asociados con el proceso de interacción átomo-campo, tales como la evolución con el tiempo de la forma y ancho de una línea de absorción.

La resonancia coherente de transparencia inducida fue estudiada en un sistema de 3 niveles en interacción con dos campos, donde se mostró el surgimiento de una resonancia estrecha asociada con la existencia de un término de coherencia en el nivel fundamental. Hemos mostrado que, utilizando la aproximación de seguimiento adiabático para las coherencias ópticas, la absorción no lineal del campo sonda como función del tiempo y de la desintonía puede ser escrita en términos de la función  $F(y, \tau; x)$ . Para tiempos cortos, el ancho de la línea de absorción está dado por el inverso del tiempo de interacción y para tiempos largos el ancho está limitado por la potencia del campo de bombeo a través de

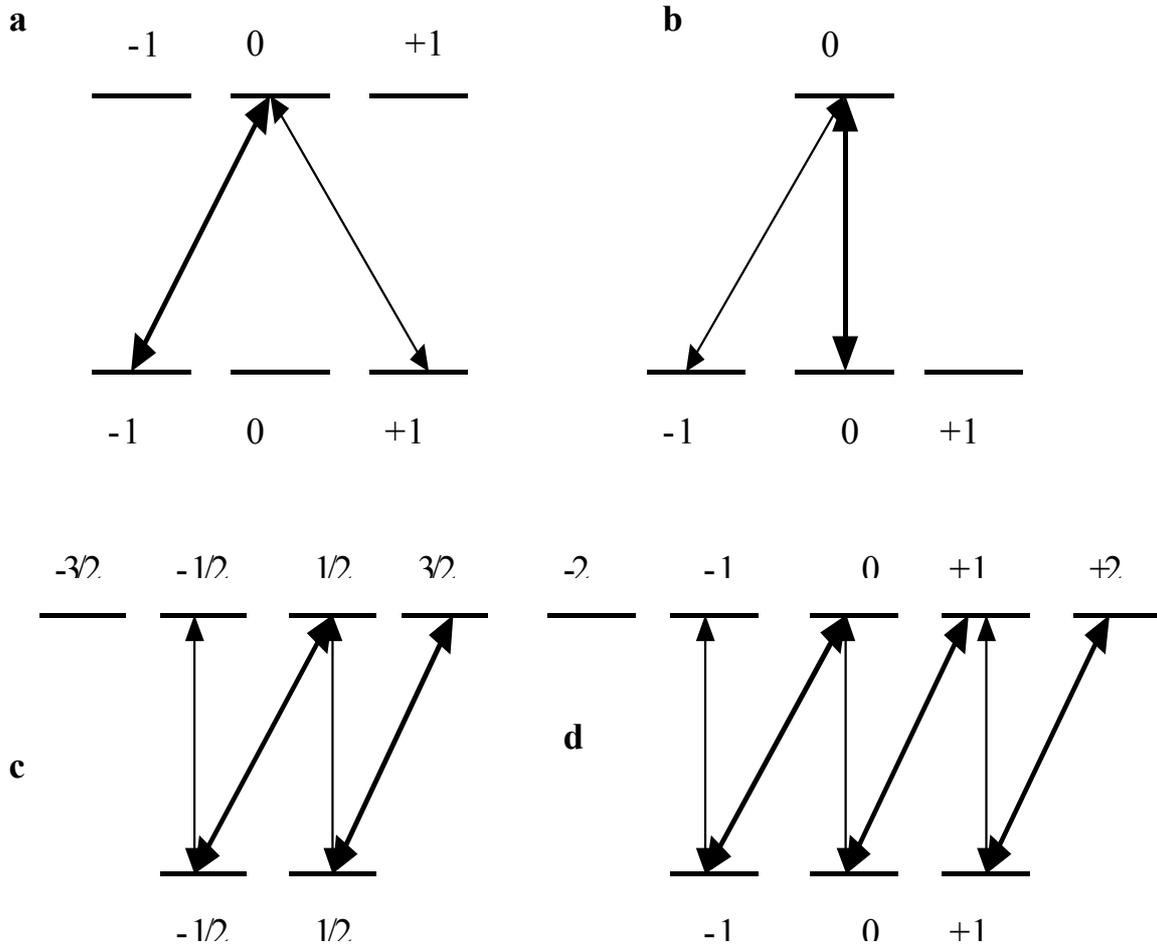


Figura 2.7: Esquema de niveles de algunos sisemas degenerados. **(a)** Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 1$ , bombeo  $\sigma^+$  y sonda  $\sigma^-$ . **(b)** Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ , bombeo  $\pi$  y sonda  $\sigma^+$ . **(c)** Transición  $F_a = 1/2 \rightarrow F_b = 3/2$ , bombeo  $\sigma^+$  y sonda  $\pi$ . **(d)** Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ , bombeo  $\sigma^+$  y sonda  $\pi$ .

la tasa  $\beta$ .

También hemos considerado el sistema más sencillo dando origen a EIA, el sistema en  $N$ . Utilizando las mismas aproximaciones que en el caso del sistema en  $\Lambda$  la evolución temporal de la absorción no lineal del campo sonda puede ser descrita por la función  $F(y, \tau; x')$ , pero en el caso de EIA la evolución es más lenta que en el caso de EIT.

# Capítulo 3

## Sistema de dos niveles con degeneramientos

En el Capítulo 2 hemos presentado modelos atómicos simplificados que, con algunas aproximaciones, se acercan a las situaciones experimentales pertinentes. No obstante, un átomo real contiene muchos niveles de energía (usualmente degenerados) lo que implica una mayor complejidad en el tratamiento analítico. Al buscar un tratamiento teórico más cercano a la realidad experimental se puede utilizar un modelo que tiene en cuenta el degeneramiento completo de los niveles atómicos involucrados, pero las soluciones estarán casi siempre limitadas al cálculo numérico. En este capítulo presentamos el modelo teórico más realista para el tratamiento de las resonancias coherentes que serán estudiadas.

### 3.1 El modelo atómico general

El modelo a ser presentado trata de un átomo de dos niveles con degeneramientos arbitrarios que interactúa con un campo magnético y con uno o más campos electromagnéticos de polarizaciones arbitrarias. El momento angular total  $\mathbf{F}$  es un operador vectorial y cada una de sus componentes  $(F_x, F_y, F_z)$  es una constante de movimiento. Del punto de vista de la mecánica cuántica esto impone la necesidad de otro número cuántico  $m_F$  para definir completamente el estado atómico. Cada nivel hiperfino es entonces degenerado, con degeneramiento  $d_F = 2F + 1$ . Dicho degeneramiento es quebrado a causa de la interacción del momento magnético atómico con un campo magnético externo, lo que es conocido como efecto Zeeman. Para campos magnéticos no muy grandes el desplazamiento en energía  $E_F$  de los estados magnéticos con respecto al nivel hiperfino es lineal con el campo magnético, siendo proporcional al factor giromagnético del nivel atómico, o sea

$$E_F = \mu_B g_F m_F B \quad .$$

donde  $g_F$  es el factor de Landé para el nivel  $F$  y  $\mu_B = -9.274 \times 10^{-24}$  J/T es al magnetón de Bohr. En términos de frecuencia,

$$\Delta_{\text{Zeeman}} = \gamma_F m_F B \quad (3.1)$$

$$\gamma_F = \frac{\mu_B g_F}{\hbar} \quad (3.2)$$

Los distintos  $\gamma_F$  están calculados en la tabla 4.1 para las transiciones hiperfinas del átomo de rubidio tratadas en esta tesis.

Consideremos entonces un sistema de dos niveles degenerados  $a$  y  $b$  cuya separación en energía entre ellos es  $\hbar\omega_o$ . El momento angular total de cada nivel es  $F_a$  y  $F_b$ , con degeneramientos  $d_a = 2F_a + 1$  y  $d_b = 2F_b + 1$ , respectivamente. Un estado cualquiera de los niveles es designado por los vectores  $|F_a m_a\rangle$  y  $|F_b m_b\rangle$ . Un elemento de matriz entre dos estados cualesquiera del operador de dipolo  $\mathbf{D}$  puede ser calculado vía el Teorema de Wigner-Eckart, que dice que los componentes de un elemento de matriz de un operador tensorial irreducible  $\mathbf{T}^{(k)}$  es dado por

$$\langle \alpha_a F_a m_a | T_q^{(k)} | \alpha_b F_b m_b \rangle = \frac{1}{\sqrt{2F_a + 1}} \langle F_b k m_b q | F_b k F_a m_a \rangle \langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle \quad (3.3)$$

$$= (-1)^{F_a - m_a} \begin{pmatrix} F_a & k & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{pmatrix} \langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle \quad (3.4)$$

donde  $k$  es el orden del tensor (en el caso de un operador vectorial  $k = 1$ ),  $\alpha$  es un número cuántico asociado con la parte radial de la función de onda necesario para especificar completamente el estado atómico,  $\langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle$  es el elemento de matriz reducido que es independiente del número cuántico azimutal  $m$ , y  $\langle F_b k m_b q | F_b k F_a m_a \rangle$  es un coeficiente de Clebsch-Gordan. La segunda expresión, en términos de los símbolos  $3j$ , es más conveniente para fines prácticos. En el caso de que solamente una transición hiperfina esté siendo considerada (sistema de dos niveles degenerados),  $\langle \alpha_a F_a || \mathbf{T}^{(k)} || \alpha_b F_b \rangle$  representa una constante y se puede definir el operador momento de dipolo reducido como

$$\mathbf{Q} = \frac{\mathbf{D}}{\langle \alpha_a F_a || \mathbf{D} || \alpha_b F_b \rangle} \quad (3.5)$$

Para la transición considerada se puede definir  $\mathbf{Q}_{ab} = P_a \mathbf{Q} P_b$ , donde  $P_a$  y  $P_b$  son los operadores de proyección sobre cada nivel, o sea

$$P_a = \sum_{m_a} |F_a m_a\rangle \langle F_a m_a|, \quad P_b = \sum_{m_b} |F_b m_b\rangle \langle F_b m_b| \quad , \quad (3.6)$$

de manera que  $P_a + P_b = \mathcal{I}$ , siendo  $\mathcal{I}$  el operador identidad.

Al incluir el efecto de un campo magnético, el Hamiltoniano atómico queda

$$H_0 = \hbar\omega_0 P_b + H_{\text{mag}} \quad (3.7)$$

$$H_{\text{mag}} = (\gamma_a P_a + \gamma_b P_b) F_z B \quad (3.8)$$

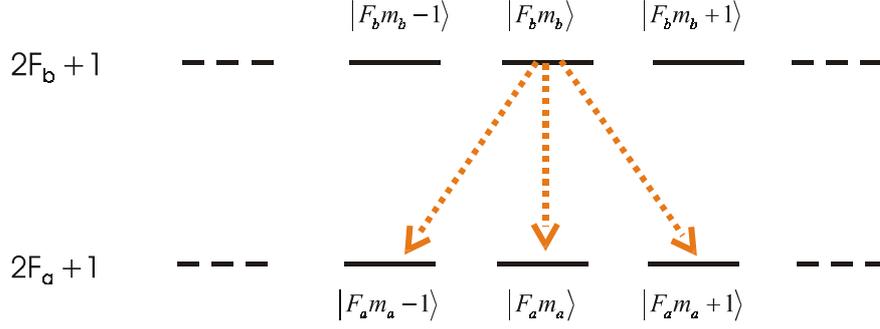


Figura 3.1: Decaimiento espontáneo desde un subnivel Zeeman del nivel excitado. Los tres canales de decaimiento representan las posibles polarizaciones del campo.

donde  $\gamma_a$  y  $\gamma_b$  son los factores giromagnéticos de cada uno de los niveles definidos por (3.2).  $F_z$  es la proyección del operador momento angular en la dirección del campo magnético, que fue tomado como eje de cuantización.

## 3.2 Tasas de decaimiento

Las tasas de decaimiento radiativas para un sistema de dos niveles degenerados están calculadas en [51], donde al considerar la interacción del átomo con los modos vacíos del campo se obtiene una generalización del conjunto de ecuaciones (2.17–2.19). Para una mejor comprensión de los fenómenos de resonancia coherente en sistemas degenerados, presentamos algunos resultados importantes.

La figura 3.1 muestra los posibles canales de decaimiento desde un cierto nivel excitado cuando se consideran interacciones dipolares. La suma de las 3 tasas corresponden a la tasa de decaimiento radiativo total del nivel excitado, mientras que el nivel fundamental no tiene decaimientos radiativos. Usando (3.4) y la propiedad de ortogonalidad de los símbolos  $3j$  [52]

$$\sum_{m_1} \sum_{m_2} \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F'_3 \\ m_1 & m_2 & m'_3 \end{pmatrix} = \frac{\delta(F_3, F'_3) \delta(m_3, m'_3)}{2F_3 + 1}, \quad (3.9)$$

se puede mostrar que la tasa de emisión espontánea  $\Gamma_{m_b \rightarrow m_a}$  para una de las transiciones posibles es dada por

$$\Gamma_{m_b \rightarrow m_a} = \Gamma(2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} \begin{pmatrix} F_a & 1 & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{pmatrix}^2. \quad (3.10)$$

Sumando  $\Gamma_{m_b \rightarrow m_a}$  sobre todos los estados finales se demuestra que la tasa de emisión espontánea de todos los estados excitados es la misma. Así, la pérdida total de población

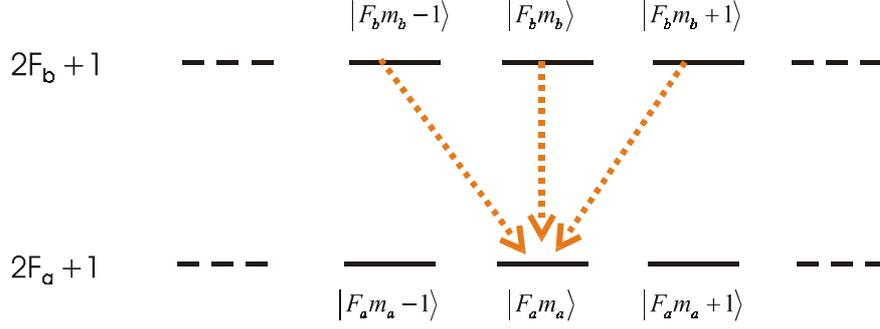


Figura 3.2: Decaimiento espontáneo hacia un subnivel Zeeman del nivel fundamental. Los tres canales de decaimiento corresponden a las tres polarizaciones del campo.

para un estado excitado es dada por la tasa de pérdida de este nivel multiplicada por su población, o sea

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_b m_b}}{\partial t} \right|_{rel} = - \sum_{m_a} \Gamma_{m_b \rightarrow m_a} \rho_{m_b m_b} = -\Gamma \rho_{m_b m_b} \quad , \quad (3.11)$$

Por otra parte, la figura 3.2 muestra que la población de un estado fundamental debe crecer con una tasa dada por  $\Gamma_{m_b \rightarrow m_a} \rho_{m_b m_b}$  sumada sobre todos los estados iniciales, o sea

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m_a}}{\partial t} \right|_{rel} = \sum_{m_b} \Gamma_{m_b \rightarrow m_a} \rho_{m_b m_b} \quad . \quad (3.12)$$

Usando (3.10)

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m_a}}{\partial t} \right|_{rel} = \Gamma (2F_b + 1) \sum_{m_b} \sum_{q=-1,0,1} \begin{pmatrix} F_a & 1 & F_b \\ -m_a & q & m_b \end{pmatrix}^2 \rho_{m_b m_b} \quad . \quad (3.13)$$

Se puede demostrar que la pérdida de una coherencia óptica queda

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m_b}}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{m_a m_b} \quad . \quad (3.14)$$

La pérdida de coherencia desde los niveles excitados son calculados de una forma general con

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_b m'_b}}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{1}{2} \left[ \sum_{m_c \neq m_b} \Gamma_{m_b \rightarrow m_c} + \sum_{m_c \neq m'_b} \Gamma_{m'_b \rightarrow m_c} \right] \rho_{m_b m'_b} + \sum_{\substack{m_1 \neq m_b \\ m_2 \neq m'_b}} \Gamma_{m_1 m_2 \rightarrow m_b m'_b} \rho_{m_1 m_2} \quad . \quad (3.15)$$

El nivel  $b$  es el único nivel excitado y por lo tanto, el segundo término es cero. Como  $\Gamma_{m_b \rightarrow m_c} = \Gamma_{m'_b \rightarrow m_c} = \Gamma$ , quedamos con

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_b m'_b}}{\partial t} \right|_{rel} = -\Gamma \rho_{m_b m'_b} \quad . \quad (3.16)$$

Aquí vale observar que la pérdida de coherencia entre subniveles del estado excitado es mayor que la pérdida de coherencia óptica. Como el estado fundamental no tiene pérdidas radiativas, al escribir una ecuación análoga a (3.15) solamente el segundo término da contribución. Es posible mostrar que el resultado de la suma sobre  $m_1$  y  $m_2$  es

$$\left. \frac{\partial \rho_{m_a m'_a}}{\partial t} \right|_{rel} = \Gamma \sum_{m_b, m'_b} \sum_{q=-1,0,1} \langle F_a m_a | Q_q | F_b m_b \rangle \langle F'_b m'_b | Q_q | F'_a m'_a \rangle \rho_{m_b m'_b} \quad . \quad (3.17)$$

Esto muestra que la coherencia establecida entre los distintos estados del nivel excitado es transferida de forma coherente para el nivel fundamental con tasa de transferencia  $\Gamma$ . Esta propiedad general de sistemas degenerados es la causa física del fenómeno de absorción inducida discutido a lo largo de este trabajo. Tal efecto fue visto en el análisis del sistema en  $N$  donde se mostró que la existencia de relaciones análogas a (3.16, 3.17) son responsables por el fenómeno de absorción inducida.

Cuando sólo se consideran dos niveles de energía del átomo toda la población se conserva en estos niveles. Si otros niveles de energía son considerados, de tal manera que el decaimiento desde el nivel excitado  $b$  no sea necesariamente hacia el nivel fundamental  $a$ , la probabilidad de decaimiento hacia el nivel  $a$  es  $\alpha\Gamma$ , donde  $\alpha$  es un número entre 0 y 1. Para un sistema cerrado,  $\alpha = 1$ . Las ecuaciones (3.11, 3.12, 3.14, 3.16, 3.17) pueden ser escritas en forma matricial como

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel} = -\frac{\Gamma}{2} \{P_b, \rho\} + \alpha\Gamma (2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} Q_{ab}^q \rho Q_{ba}^q \quad (3.18)$$

La ecuación (3.18) contabiliza solamente los decaimientos radiativos, asociados con el proceso de emisión espontánea. Sin embargo la matriz densidad también es afectada por otros efectos presentes en el problema, como por ejemplo las colisiones y el flujo de átomos por la región de interacción. La cuantificación precisa de estos efectos sobre la matriz densidad es relativamente compleja. Una primera aproximación es introducir una constante de decaimiento fenomenológica  $\kappa$  (normalmente  $\kappa \ll \Gamma$ ), describiendo la salida de átomos de la región de interacción, afectando todos los elementos de la matriz densidad. Este escape de átomos es compensado con la llegada de átomos “frescos” (que no han empezado a interactuar con la luz), cuya matriz densidad puede ser escrita como una mezcla estadística homogéneamente distribuida entre los estados fundamentales. Así, se puede sumar a la ecuación (3.18)

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|^\kappa = -\kappa (\rho - \rho_0) \quad (3.19)$$

donde

$$\rho_0 = P_a / (2F_a + 1) \quad . \quad (3.20)$$

### 3.3 Interacción con un único campo

En esta sección presentamos el modelo de interacción del átomo con un campo magnético lentamente variable y una onda monocromática de frecuencia constante. Como será visto en el capítulo 5, tal sistema presenta fenómenos interesantes, tales como el efecto Faraday, además de las resonancias coherentes de Transparencia y Absorción inducida [36, 53, 54].

Usando (3.5) se puede escribir el Hamiltoniano de interacción (2.8) en la aproximación de onda giratoria como

$$\begin{aligned} W &= \hbar \frac{E \langle F_b \| \mathbf{D} \| F_a \rangle}{2\hbar} \mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba} e^{i\omega_L t} + \hbar \frac{E^* \langle F_b \| \mathbf{D} \| F_a \rangle^*}{2\hbar} \mathbf{e}^* \cdot \mathbf{Q}_{ab} e^{-i\omega_L t} \\ &= \hbar (V_{ba} e^{-i\omega_L t} + V_{ab} e^{i\omega_L t}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde  $V_{ba} = \Omega_1 \mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba} = (V_{ab})^\dagger$ . Se define la frecuencia de Rabi reducida de la transición hiperfina como

$$\Omega_1 = \frac{E \langle F_b \| \mathbf{D} \| F_a \rangle}{2\hbar} \quad . \quad (3.22)$$

El Hamiltoniano total del sistema es dado por

$$H = H_0 + W \quad (3.23)$$

y la evolución de la matriz densidad  $\rho$  es dada por la ecuación de Bloch

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W, \rho] + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|^\kappa \quad (3.24)$$

donde el primer término cuenta la evolución con los Hamiltonianos libre y de interacción, mientras que los otros términos representan las relajaciones y bombeos externos, dados por (3.18) y (3.19).

#### 3.3.1 Representación en el espacio de Liouville

En esta sección se generaliza el procedimiento que en el capítulo 2 ha permitido escribir la ecuación de Bloch en el espacio de Hilbert, ecuación (2.7) en la forma (2.21). Vamos a mostrar que es posible eliminar la dependencia rápida con el tiempo, de modo de escribir una ecuación diferencial a coeficientes constantes para la interacción del sistema degenerado con un único campo.

Consideramos un espacio vectorial complejo  $\mathbb{L}$  cuya dimensión es dada por el número de componentes de la matriz densidad. A un dado valor de la matriz densidad  $\rho$  se asocia un vector  $y$  en el espacio de Liouville, cuyos componentes son los elementos de la matriz densidad. Así

$$\rho \longleftrightarrow y \quad (3.25)$$

Para un operador  $O$  que actúa sobre la matriz  $\rho$  se asocian operadores en el espacio de Liouville del tipo

$$\begin{aligned} O\rho &\longleftrightarrow \mathcal{L}(O)y \\ \rho O &\longleftrightarrow \mathcal{R}(O)y \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde  $\mathcal{R}(O)$  y  $\mathcal{L}(O)$  son la representación en el espacio de Liouville del operador  $O$  cuando actúa por la derecha y por la izquierda (en el espacio de Hilbert), respectivamente. No es difícil de notar que  $\mathcal{L}(O)$  y  $\mathcal{R}(O)$  son operadores lineales y conmutan entre sí para cualquier  $O$  y  $O'$ , o sea

$$[\mathcal{L}(O), \mathcal{R}(O')] = 0 \quad . \quad (3.27)$$

Con el fin de explicitar la dependencia rápida con la frecuencia óptica, se puede definir la transformación unitaria

$$U = P_b e^{i\omega_L t} + P_a \quad , \quad (3.28)$$

de manera que  $U^\dagger U = 1$  y también

$$[P_a, U] = [P_b, U] = 0 \quad . \quad (3.29)$$

Escribiendo explícitamente  $\mathcal{L}(U) \mathcal{R}(U^\dagger)$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(U) \mathcal{R}(U^\dagger) &= \mathcal{L}(P_b) \mathcal{R}(P_b) + e^{i\omega_L t} \mathcal{L}(P_b) \mathcal{R}(P_a) \\ &\quad + e^{-i\omega t} \mathcal{L}(P_a) \mathcal{R}(P_b) + \mathcal{L}(P_a) \mathcal{R}(P_a) \end{aligned} \quad (3.30)$$

se puede definir una matriz  $\mathcal{N}$  tal que

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= \mathcal{L}(P_b) \mathcal{R}(P_a) - \mathcal{L}(P_a) \mathcal{R}(P_b) \\ &= \mathcal{L}(P_b) \mathcal{R}(\mathcal{I} - P_b) - \mathcal{L}(\mathcal{I} - P_b) \mathcal{R}(P_b) \\ &= \mathcal{L}(P_b) - \mathcal{R}(P_b) \end{aligned}$$

de manera que

$$\mathcal{L}(U) \mathcal{R}(U^\dagger) = \exp i\mathcal{N}\omega_L t \quad (3.31)$$

donde  $\mathcal{N}$  es una matriz compuesta solamente de 0, +1 y -1 en la diagonal y todos los otros elementos nulos. Aplicando la transformación (3.28) sobre todos los términos de (3.24) se puede mostrar que la ecuación de Bloch queda

$$\frac{dy}{dt} = \exp[-i\mathcal{N}\omega_L t] \mathcal{A} \exp[i\mathcal{N}\omega_L t] y + y_0 \quad , \quad (3.32)$$

donde la matriz  $\mathcal{A}$  es la representación en el espacio de Liouville de todos los términos de la ecuación (3.24). Así,

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &\equiv -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{L}(H_0 + V) - \mathcal{R}(H_0 + V)] - \frac{\Gamma}{2} [\mathcal{L}(P_b) + \mathcal{R}(P_b)] \\ &\quad - \kappa \mathbb{I} + \Gamma(2F_b + 1) \left[ \sum_{q=-1,0,1} \mathcal{L}(Q_{ab}^q) \mathcal{R}(Q_{ba}^q) \right] \\ \kappa \rho_0 &\leftrightarrow y_0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

y  $V = V_{ba} + V_{ab}$ .

La forma (3.32) permite definir las variables lentas  $x$  como

$$x = \exp[i\mathcal{N}\omega_L t] y \quad (3.34)$$

y finalmente escribir las ecuaciones de Bloch a coeficientes constantes como

$$\frac{dx}{dt} = \mathcal{B}x + y_0 \quad (3.35)$$

donde las matrices  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{H}_{mag}$ ,  $\mathcal{V}$  son las respectivas representaciones en el espacio de Liouville de la Hamiltoniana total dadas por

$$\mathcal{B} = i\mathcal{N}\delta + \mathcal{H}_{mag} + \mathcal{V} + \mathcal{R} \quad (3.36)$$

$$\mathcal{H}_{mag} = -\frac{i}{\hbar} B\gamma_a [\mathcal{L}(P_a F_z) - \mathcal{R}(P_a F_z)] - \frac{i}{\hbar} B\gamma_b [\mathcal{L}(P_b F_z) - \mathcal{R}(P_b F_z)] \quad (3.37)$$

$$\mathcal{V} = \hbar\Omega_1 \mathcal{D}_+ + \hbar\Omega_1^* \mathcal{D}_- \quad (3.38)$$

$$\mathcal{R} = -\frac{\Gamma}{2} [\mathcal{L}(P_b) + \mathcal{R}(P_b)] - \kappa \mathbb{I} + \Gamma(2F_b + 1) \sum_{q=-1,0,1} \mathcal{L}(Q_{ab}^q) \mathcal{R}(Q_{ba}^q) \quad (3.39)$$

$$\delta = \omega_L - \omega_0 \quad (3.40)$$

Los operadores  $\mathcal{D}_+$  y  $\mathcal{D}_-$  son definidos como

$$\mathcal{D}_+ = -i [\mathcal{L}(\mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba}) - \mathcal{R}(\mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba})] \quad (3.41)$$

$$\mathcal{D}_- = -i [\mathcal{L}(\mathbf{e}^* \cdot \mathbf{Q}_{ab}) - \mathcal{R}(\mathbf{e}^* \cdot \mathbf{Q}_{ab})] \quad (3.42)$$

La polarización atómica dada por (2.6) es calculada como

$$\mathbf{P}(t) = u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg}) x(t) \quad , \quad (3.43)$$

donde  $u$  es el vector que representa el operador identidad en el espacio de Liouville. Vea que la expresión (3.43) representa la operación de traza, ecuación (2.6) en el espacio de Liouville.

Como la solución de la ecuación (3.35) es dada por la ecuación (2.33) el estudio del comportamiento transitorio del sistema atómico puede ser hecho utilizando el método de los valores propios. En el capítulo 5 utilizamos este resultado para estudiar el problema específico donde los átomos evolucionan según un campo magnético constante.

En la sección que sigue veremos el problema de la interacción de un sistema de dos niveles degenerados en interacción con *dos* campos ópticos, donde se verá que *no es posible* eliminar la dependencia explícita con el tiempo en los coeficientes de la matriz de Bloch. La solución del problema *no se resume* a una ecuación del tipo (2.33) y el método de calcular los valores y vectores propios de la matriz de evolución no es directamente aplicable.

### 3.4 Interacción con dos campos

La ecuación (3.35) es conveniente para tratar de un sistema de dos niveles degenerados en interacción con un único campo. La interacción simultánea con dos campos de frecuencias diferentes es más compleja.

En esta sección analizamos el problema de un sistema degenerado cuando dos campos ópticos interactúan con la misma transición hiperfina. Vamos a mostrar como obtener una solución perturbativa en primer orden en el campo sonda para la ecuación (3.24). El Hamiltoniano de interacción (2.8) es dado por

$$W = W^{(0)} + W^{(1)} \quad (3.44)$$

de manera que  $W^{(0)}$  y  $W^{(1)}$

$$W^{(0)} = \hbar V_{ba}^{(0)} e^{i\omega_1 t} + c.h. \quad (3.45)$$

$$W^{(1)} = \hbar V_{ba}^{(1)} e^{i\omega_2 t} + c.h. \quad (3.46)$$

son los acoplamientos del átomo con cada uno de los campos. En la aproximación de onda giratoria, tenemos

$$V_{ba}^{(0)} = \Omega_1 \mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba} \quad (3.47)$$

$$V_{ba}^{(1)} = \Omega_2 \mathbf{e} \cdot \mathbf{Q}_{ba} \quad . \quad (3.48)$$

Buscaremos soluciones de la ecuación de Bloch (3.24) del tipo

$$\rho \simeq \rho^{(0)} + \rho^{(1)} \quad (3.49)$$

donde  $\rho^{(0)}$  y  $\rho^{(1)}$  son de orden cero y uno en  $\Omega_2$ , respectivamente. Sustituyendo (3.44) y (3.49) en (3.24) se obtiene para el orden cero

$$\frac{d\rho^{(0)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W^{(0)}, \rho^{(0)}] + \left. \frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|^\kappa$$

y para el primer orden

$$\frac{d\rho^{(1)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + W^{(0)}, \rho^{(1)}] - \frac{i}{\hbar} [W^{(1)}, \rho^{(0)}] + \left. \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|^\kappa$$

En estas ecuaciones, hacemos un cambio de variables similar a (2.15a-2.15d), de manera a eliminar la dependencia explícita con el tiempo para el campo de bombeo, o sea

$$\rho_{ab} = e^{i\omega_1 t} \sigma_{ab} \Rightarrow \dot{\rho}_{ab} = e^{i\omega_1 t} (i\omega_1 \sigma_{ab} + \dot{\sigma}_{ab}) \quad (3.50a)$$

$$\rho_{ba} = e^{-i\omega_1 t} \sigma_{ba} \Rightarrow \dot{\rho}_{ba} = e^{-i\omega_1 t} (-i\omega_1 \sigma_{ba} + \dot{\sigma}_{ba}) \quad (3.50b)$$

$$\rho_{bb} = \sigma_{bb} \quad (3.50c)$$

$$\rho_{aa} = \sigma_{aa} \quad (3.50d)$$

donde ahora

$$\sigma \simeq \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} \quad (3.51)$$

La solución de orden cero queda

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_0 + V^{(0)} - \hbar\omega_1 P_b, \sigma^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma^{(0)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \sigma^{(0)}}{\partial t} \right|^\kappa \quad (3.52)$$

y el sistema de ecuaciones para el primer orden queda en las variables lentas

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{aa}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} V_{ab}^{(1)} e^{i\delta t} \sigma_{ba}^{(0)} + \frac{i}{\hbar} \sigma_{ab}^{(0)} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} \\ &\quad - \frac{i}{\hbar} [V_{ab}^{(0)} \sigma_{ba}^{(1)} - \sigma_{ab}^{(1)} V_{ba}^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma_{aa}^{(1)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \sigma_{aa}^{(1)}}{\partial t} \right|^\kappa \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{bb}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} \sigma_{ab}^{(0)} + \frac{i}{\hbar} \sigma_{ba}^{(0)} V_{ab}^{(1)} e^{i\delta t} \\ &\quad - \frac{i}{\hbar} [V_{ba}^{(0)} \sigma_{ab}^{(1)} - \sigma_{ba}^{(1)} V_{ab}^{(0)}] + \left. \frac{\partial \sigma_{bb}^{(1)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \sigma_{bb}^{(1)}}{\partial t} \right|^\kappa \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\sigma_{ba}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} [\hbar(\omega_{ba} - \omega_1) + B\hbar(m_b\gamma_b - m_a\gamma_a)] \sigma_{ba}^{(1)} \\
&+ \frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(1)} e^{-i\delta t} (\sigma_{bb}^{(0)} - \sigma_{aa}^{(0)}) + \frac{i}{\hbar} V_{ba}^{(0)} (\sigma_{bb}^{(1)} - \sigma_{aa}^{(1)}) \\
&+ \left. \frac{\partial \sigma_{ba}^{(1)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \sigma_{ba}^{(1)}}{\partial t} \right|_{rel}^{\kappa}.
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Este sistema presenta tres clases de términos: términos independientes del tiempo asociados con la solución de orden cero y dos términos que oscilan a la frecuencia  $\delta = \omega_2 - \omega_1$ .

Es posible hacer un nuevo cambio de variables, tal como

$$\sigma^{(1)} = \sigma^{(+)} e^{i\delta t} + \sigma^{(-)} e^{-i\delta t} \tag{3.56}$$

de manera a separar la contribución de primer orden en sus componentes de frecuencia positiva y negativa.

De esa manera, la ecuación de movimiento para la matriz  $\sigma^{(+)}$  queda

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^{(+)}}{dt} &= -i\delta\sigma^{(+)} - \frac{i}{\hbar} [H_0 + V^{(0)} - \hbar\omega_1 P_b, \sigma^{(+)}] - i[V^{(1)}, \sigma^{(0)}] \\
&+ \left. \frac{\partial \sigma^{(+)}}{\partial t} \right|_{rel} + \left. \frac{\partial \sigma^{(+)}}{\partial t} \right|_{rel}^{\kappa}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

donde

$$\sigma^{(+)}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{aa}^{(+)}(t) & \sigma_{ab}^{(+)}(t) \\ \sigma_{ba}^{(+)}(t) & \sigma_{bb}^{(+)}(t) \end{pmatrix}$$

es una matriz no hermítica que contiene toda la información relevante sobre el sistema, ya que  $\sigma^{(+)} = (\sigma^{(-)})^\dagger$ .

Para una mejor comprensión de las componentes de  $\sigma^{(+)}$ , analizamos la polarización atómica, dada por (2.6)

$$\mathbf{P}(t) = N \left[ e^{i\omega_1 t} \sigma_{ab}^{(0)}(t) + e^{i\omega_2 t} \sigma_{ab}^{(+)}(t) + e^{i(2\omega_1 - \omega_2)t} \sigma_{ab}^{(-)}(t) \right] \mathbf{D}_{ba} + c.h. \tag{3.58}$$

Como es de esperarse, el término de orden cero no depende del campo sonda.

En las situaciones presentadas en esta tesis, siempre estaremos interesados en la componente sincrónica con el campo sonda, dada por

$$\mathbf{P}_S(t) = N \sigma_{ab}^{(+)}(t) e^{i\omega_2 t} \mathbf{D}_{ba}, \tag{3.59}$$

que corresponde al término que oscila con frecuencia  $\omega_2$  siendo proporcional a los elementos  $\sigma_{ab}^{(+)}$  (o  $\sigma_{ba}^{(-)}$ ), que determinan la absorción, como se ve en la ecuación (2.27). Tal como

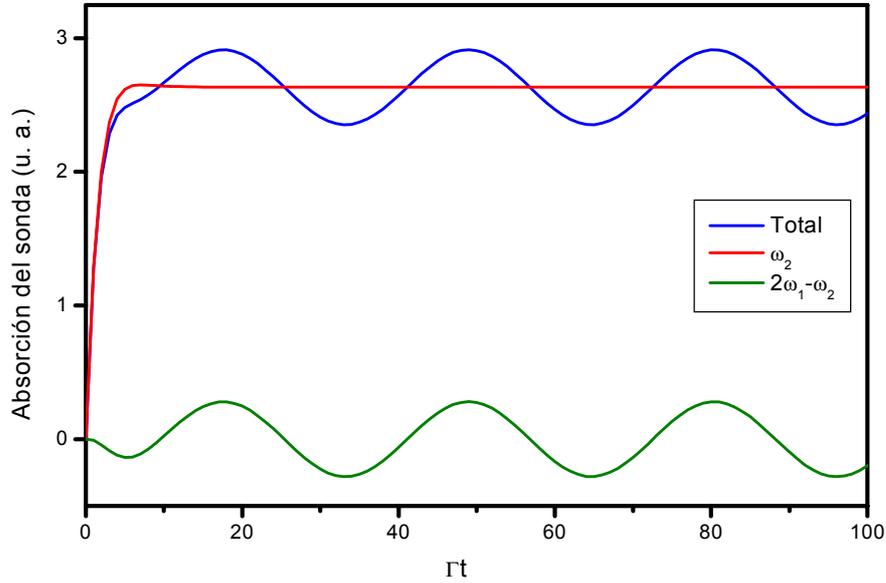


Figura 3.3: Comportamiento transitorio de la absorción del campo sonda de un sistema de dos niveles puros.  $\Omega_1 = 0.08\Gamma$ ,  $\delta = 0.1\Gamma$ . S es la componente sincronizada y FWM es la contribución de mezcla de cuatro ondas.

fue comentado para el caso de los sistemas sencillos discutidos en el capítulo anterior, esta contribución es independiente de la fase relativa entre los dos campos.

Los elementos diagonales de la matriz  $\sigma^{(+)}$  describen la modulación en las poblaciones, estando asociados con los fenómenos coherentes en la señal de fluorescencia.

También se nota que la polarización atómica induce el apareamiento de un nuevo campo, que oscila a la frecuencia  $2\omega_1 - \omega_2$  proporcional al elemento  $\sigma_{ab}^{(-)}(t)$  (o  $\sigma_{ba}^{(+)}(t)$ ). Este término es responsable por el efecto de mezcla de cuatro ondas (FWM – *Four Wave Mixing*). Vamos a discutir con un poco de detalle el origen y importancia de este término.

En el sistema planteado, una única transición atómica es excitada por dos campos ópticos. Como consecuencia, la polarización atómica tiene las componentes de frecuencia  $(\omega_1, \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2)$ , tal como fue mostrado en (3.58). Como es explicitado arriba, la absorción del campo sonda presenta una modulación al doble de la frecuencia de batido  $\delta = \omega_2 - \omega_1$ . Es importante notar que esta componente existe en un sistema de dos niveles puros, no siendo una propiedad particular de sistemas degenerados.

La figura 3.3 muestra el comportamiento transitorio de la absorción del campo sonda para un sistema de dos niveles puros, separando las contribuciones sincronizada (S, proporcional a  $\sigma_{ab}^{(+)}(t)$ ) y FWM (proporcional a  $e^{i2\delta t}\sigma_{ab}^{(-)}(t)$ ).

Llamamos la atención para dos características importantes con respecto a la componente FWM: (1) la oscilación permanente de periodo  $1/\delta$ , mientras que la componente S puede manifestar una oscilación amortiguada; (2) la oscilación de FWM depende fuertemente de la fase relativa entre los dos campos ópticos[55]. Como se verá en el capítulo que sigue, ambas características contribuyen para la dificultad de observación de esta componente en un experimento.

## 3.5 Conclusiones

En este capítulo hemos presentado el formalismo matemático necesario para el tratamiento adecuado de un sistema de dos niveles degenerados. Fueron mostrados los pasos que permiten que la ecuación de Bloch en el espacio de Hilbert (en función de conmutadores) sean escritas en el espacio de Liouville, que representa el sistema de ecuaciones lineales. Para la interacción con un único campo fue posible eliminar la dependencia explícita con el tiempo de modo que el sistema de ecuaciones que deben ser resueltos es a coeficientes constantes, dado por la ecuación (3.35). La solución del sistema con esta característica es conocido, dado por (2.33) y el problema puede ser resuelto vía el análisis de los valores y vectores propios de la matriz de evolución. Esta ecuación será utilizada en el capítulo 5 al analizar la dependencia con el campo magnético del sistema atómico en interacción con un campo linealmente polarizado.

En el capítulo que sigue vamos a estudiar el problema de la interacción de un sistema atómico degenerado en interacción con dos campos ópticos, donde presentamos los resultados del modelo desarrollado en este capítulo aplicado a un problema concreto.

# Capítulo 4

## Evolución temporal de las resonancias coherentes

En los capítulos anteriores hemos presentado modelos simplificados donde los fenómenos de resonancia coherente pueden manifestarse, así como el formalismo necesario para tratar los problemas en átomos de dos niveles degenerados. En este capítulo estudiaremos el problema concreto de la evolución temporal de las resonancias coherentes de Transparencia Inducida y Absorción Inducida en átomos de rubidio, cuando dos campos ópticos excitan una misma transición hiperfina. Con la intención de poder acompañar la construcción de la resonancia coherente en función del tiempo de interacción fue hecho un experimento en un haz atómico de rubidio. En un haz los átomos viajan de forma casi paralela, constituyendo una buena herramienta para la observación de efectos dependientes del tiempo. La segunda característica importante con respecto al experimento en un haz atómico es la eliminación del efecto Doppler. Hemos explorado el problema de una transición hiperfina excitada por dos campos ópticos, un campo de bombeo y otro de sonda, donde efectuamos medidas de la absorción del campo sonda.

Con el fin de comprender mejor los resultados experimentales presentamos la estructura hiperfina del átomo de rubidio. En seguida, haremos un repaso del efecto Doppler sobre las líneas de absorción en un vapor isotrópico, para luego mostrar los principios básicos de funcionamiento del haz de átomos, determinando el ancho Doppler residual a través del conocimiento del perfil de velocidades. De esa manera se podrá mostrar la reducción de la incertidumbre en la medida del tiempo de interacción con la luz. A continuación, explicamos el montaje experimental y presentamos los resultados experimentales. Finalmente, mostramos el resultado del cálculo numérico utilizando el modelo de sistemas degenerados en interacción con dos campos y complementamos la discusión efectuando la comparación con los resultados de los modelos simplificados del capítulo 2. Resaltamos que los principales resultados de este capítulo pueden ser visto en [56]

## 4.1 El átomo de rubidio y la estructura hiperfina

Una muestra natural de rubidio posee una mezcla de los isótopos  $^{85}\text{Rb}$  y  $^{87}\text{Rb}$  en una proporción de aproximadamente 72 y 28%, respectivamente. El rubidio está ubicado en la primera columna de la tabla periódica, lo que dice que tiene un único electrón de valencia en la última capa atómica. Como las capas anteriores están electrónicamente completas el átomo tiene una estructura de niveles hidrogenoide para energías del orden de las transiciones ópticas (1 eV). El estado fundamental en la escala de estructura fina es el  $5S_{1/2}$ , en la notación espectroscópica significa que el momento angular total del electrón es  $J = 1/2$ . Los primeros dos niveles excitados son el  $5P_{1/2}$  y  $5P_{3/2}$  que tienen líneas de emisión en 795 nm (línea D1) y 780 nm (línea D2), respectivamente y un tiempo de vida medio de aproximadamente 27 ns, generando un ancho natural de 6 MHz para cada línea[57, 58].

Debido a la interacción entre el spin del electrón y del núcleo, los estados estacionarios del Hamiltoniano atómico son estados de momento angular total (rotulados por el número cuántico  $F$ ) definidos como

$$F = L + S + I$$

donde  $L$  es el momento angular orbital del electrón que depende de su nivel de energía,  $S = 1/2$  es el spin del electrón y  $I$  es el spin del núcleo, que es diferente para cada isótopo, siendo

$$\begin{aligned} I &= 5/2 && ^{85}\text{Rb} \\ I &= 3/2 && ^{87}\text{Rb} \end{aligned} .$$

Un nivel fino dado puede entonces tener varios niveles, dando origen a la estructura hiperfina. Los valores posibles de  $F$  varían desde un máximo de  $|J + I|$  hasta un mínimo de  $|J - I|$  espaciados de un entero. Los niveles de energía hiperfinos del rubidio son mostrados en la Figura (4.1).

Como ya fue comentado, el degeneramiento de los niveles puede romperse debido a la aplicación de un campo magnético, siendo la separación en energía dada por (3.1) y los factores giromagnéticos están calculados en la Tabla 4.1.

De una forma general, el sistema de dos niveles degenerados en interacción con dos campos ópticos es fuertemente influenciado por los campos magnéticos. La combinación entre las polarizaciones de los campos ópticos y el valor y dirección del campo magnético influyen en el número y la posición de los picos de resonancia coherente. Como ejemplo, existe una única resonancia, centrada en  $\delta = 0$ , en la situación de campo magnético nulo. Si el campo magnético es longitudinal y las polarizaciones de los dos campos son lineales y ortogonales, existirán tres picos de resonancia estrecha, asociados a tres condiciones de resonancia Raman posibles,  $\Delta m_F = \pm 2$  y  $\Delta m_F = 0$ . Vea por ejemplo [4, 59] para un estudio extensivo de la influencia del campo magnético sobre las resonancias de EIT y EIA.

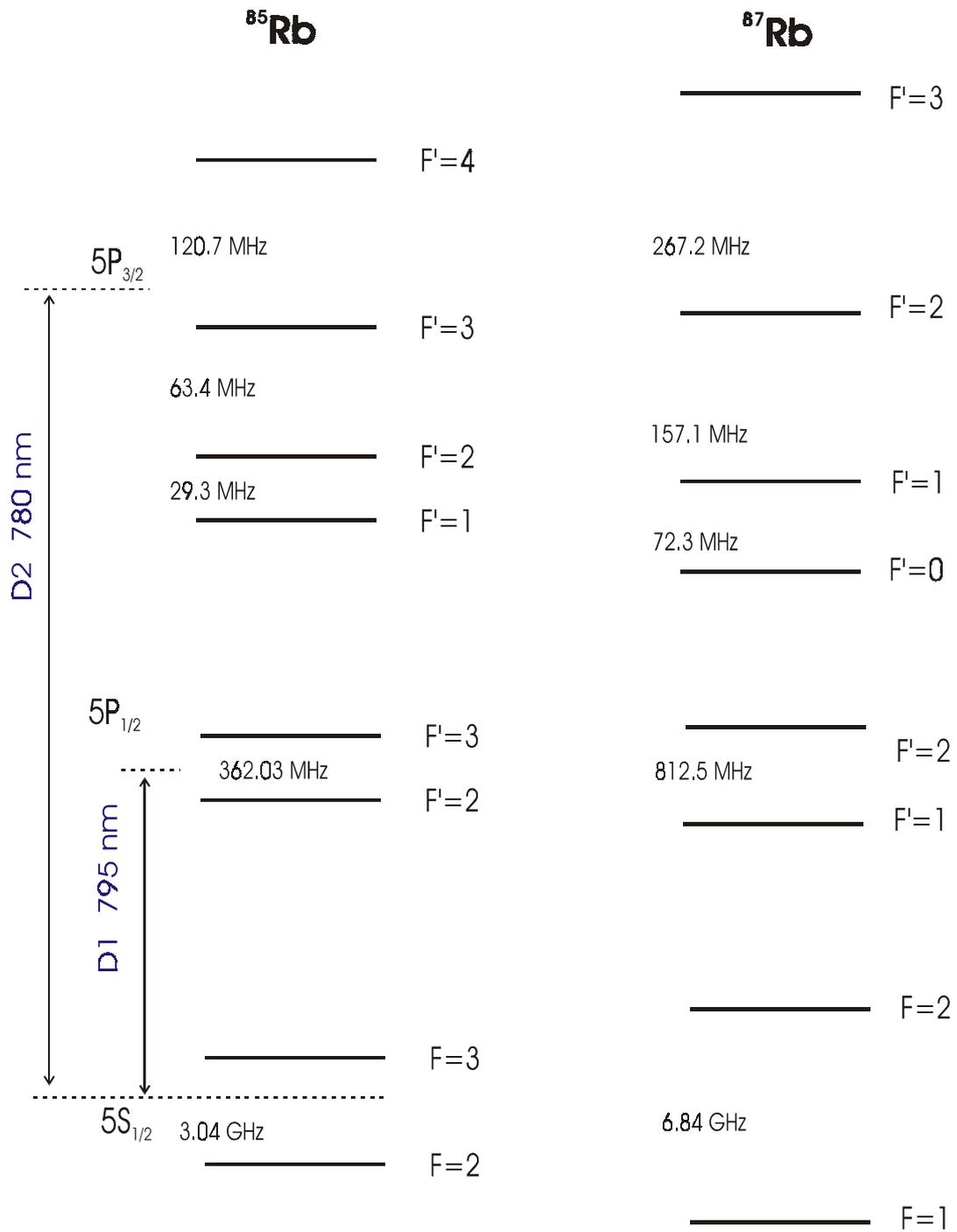


Figura 4.1: Representación esquemática de la estructura de niveles para las líneas D1 y D2 de los isótopos  $^{85}\text{Rb}$  y  $^{87}\text{Rb}$ .

	Rubidio 85		Rubidio 87	
<b>5S<sub>1/2</sub>(Fundamental)</b>	F=2	-0,46722391	F=1	-0.70186
	F=3	0,46639862	F=2	0.69906
<b>5P<sub>1/2</sub>(Línea D1)</b>	F=2	-0.1557	F=1	-0,23457586
	F=3	0.15487	F=2	0,23177906
<b>5P<sub>3/2</sub>(Línea D2)</b>	F=1	-0.140013	F=0	—
	F=2	0.15511	F=1	0,9322424
	F=3	0.54392	F=2	0,9322424
	F=4	0.69945	F=3	0,9322424

Tabla 4.1: Factores Gyromagnéticos para algunas transiciones del rubidio, en kHz/mGauss.  $\mu_B = -9.274 \times 10^{-24} J/T$ .

Usualmente, las resonancias observadas son suficientemente estrechas de modo a ser sensibles a pequeños cambios en el campo magnético (inhomogeneidades) y un muy buen control del campo es necesario. Sin embargo, este control puede ser relativamente difícil en la geometría del haz atómico. Las inhomogeneidades en el campo pueden causar un ensanchamiento de los picos laterales, pero no afectan la estructura central, que es independiente del campo aplicado, ya que está asociado a la regla de selección  $\Delta m_F = 0$ . Con el fin de evitar dichas inhomogeneidades, se optó por aplicar un campo magnético longitudinal suficientemente grande (tal que  $B_z \gg B_x, B_y$ ) de manera a alejar los picos laterales causados por transiciones del tipo  $\Delta m_F = \pm 2$  y quedarse solamente con el pico central.

## 4.2 Efecto Doppler en un vapor

En una muestra de vapor a temperatura ambiente la distribución de velocidades es dada por la distribución de Maxwell,

$$f(\mathbf{v})d\mathbf{v} = \frac{N}{\sqrt{\pi^3}v_p^3} e^{-\left(\frac{\mathbf{v}}{v_p}\right)^2} d\mathbf{v} \quad (4.1)$$

siendo  $v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$  la velocidad más probable,  $N$  es el número de átomos por unidad de volumen,  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $m$  es la masa de un átomo y  $T$  es la temperatura absoluta de la muestra.

Debido al efecto Doppler, el átomo ve el campo con un cierto desplazamiento en frecuencia dado por

$$\omega' = \omega_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{k}$  es el vector de onda del campo y  $\mathbf{v}=(v_x, v_y, v_z)$  es la velocidad del átomo. De esa manera, la desintonía pasa a ser función de la velocidad, o sea

$$\delta' = \omega' - \omega_0 = \omega_L - (\omega_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \quad . \quad (4.3)$$

La absorción total debe ser la integral del perfil de absorción individual de un átomo sobre todas las clases de velocidades ponderada por la distribución (4.1). Así, para una onda plana que se propaga en la dirección  $\mathbf{e}_z$  con módulo  $|\mathbf{k}|=k_z = \omega_L/c$  y usando (2.31), la absorción de un vapor de átomos de dos niveles queda

$$Abs(\delta) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \frac{f(v_x)f(v_y)f(v_z)}{\left(\delta - \frac{\omega_L v_z}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad . \quad (4.4)$$

Como solamente las componentes de velocidad paralelas a la propagación de la luz dan contribución al efecto Doppler se puede efectuar las integrales sobre las componentes  $v_x$  y  $v_y$ , resultando que

$$Abs(\delta) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \frac{f(v_z)}{\left(\delta - \frac{\omega_L v_z}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (4.5)$$

$$f(v_z) = N \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_z^2}{2k_B T}} dv_z \quad . \quad (4.6)$$

Usando (4.2) se puede transformar la integral en  $dv_z$  para una integral en frecuencia, o sea

$$Abs(\delta) \propto N \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{c}{\omega_L} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \frac{e^{-\frac{m}{2k_B T} \left(\frac{c}{\omega_L}\right)^2 (\omega' - \omega_L)^2}}{(\omega' - \omega_A)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2\Omega^2} \quad (4.7)$$

La curva de absorción es, entonces la convolución del perfil de absorción Lorentziano de cada átomo por el perfil Gaussiano de la distribución de velocidades. En general, el ancho de la curva (4.7) es dado aproximadamente por la suma del ancho de la distribución Gaussiana de velocidades con el ancho natural de la transición atómica. A temperatura ambiente el ancho de (4.1) cuando se sustituye (4.3) es dado por

$$\Delta\omega_{Doppler} \simeq \frac{2\omega_L}{c} v_p \sqrt{\ln 2} \quad (4.8)$$

$$\Delta\omega_{Doppler} = 2\pi \Delta\nu_{Doppler} \quad , \quad (4.9)$$

que es bastante más grande que  $\Gamma$ . Típicamente en el caso del rubidio  $\Delta\nu_{Doppler} \simeq 517$  MHz, o sea  $\Delta\omega_{Doppler}/\Gamma \sim 100$ . Así, se puede aproximar el ancho de la convolución (4.7) por  $\Delta\nu_{Doppler}$ . De esa manera, la absorción lineal de un sistema de dos niveles en una celda de vapor siempre está ensanchada por efecto Doppler. Como cada átomo causa un efecto distinto en el espectro, tal ensachamiento es llamado de inhomogeneo.

Como se ve en la Figura 4.1 en la línea D2, la separación en energía de los niveles excitados es mayor que sus anchos naturales, pero es bastante menor que el ancho Doppler típico, lo que impide que las diferentes transiciones hiperfinas del estado excitado sean resueltas en la absorción lineal de una muestra de vapor.

Se debe notar que la condición de resonancia Raman discutida en los sistemas  $\Lambda$  y  $N$  depende de la diferencia entre los vectores de campo, o sea que

$$\begin{aligned}\delta_R &= (\Delta_1 - \Delta_2) = \omega_{L1} - \omega_{ab} - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{v} - \omega_{L2} + \omega_{bc} + \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{v} \\ \delta_R &= \omega_{L1} - \omega_{ab} - \omega_{L2} + \omega_{bc} + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{v} \quad .\end{aligned}\quad (4.10)$$

Si los dos campos tienen longitudes de onda próximos y son copropagantes, o sea  $\mathbf{k}_2 \simeq \mathbf{k}_1$ , la desintonía Raman depende muy poco de la velocidad del átomo. Como ejemplo, si  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_1$  representan el vector de onda de dos campos que acoplan las dos transiciones hiperfinas del estado fundamental del  $^{87}\text{Rb}$  con alguno de los estados excitados, el ancho Doppler residual para la temperatura ambiente es de aproximadamente

$$\Delta\nu_{\text{Doppler\_Raman}} \simeq 5.6 \text{ kHz} \quad (4.11)$$

En el caso de un sistema de dos niveles degenerados, si los haces son perfectamente paralelos,  $\mathbf{k}_2 \simeq \mathbf{k}_1$  y por lo tanto las resonancias coherentes son prácticamente independientes del perfil de velocidades. Eso indica que para campos copropagantes todas las clases de velocidad contribuyen a las señales de EIT y EIA [6].

### 4.3 Distribución de velocidades en el haz atómico

De acuerdo con (4.2) si el campo tiene una dirección de propagación ortogonal con la trayectoria del átomo, el efecto Doppler es nulo. De esa manera, un haz de átomos colimados constituye una técnica antigua en que el ensanchamiento Doppler puede ser fuertemente reducido [60]. Esto permite el acceso directo a las líneas espectrales individuales siempre que el ancho Doppler residual (provocada por la divergencia del haz) sea menor que la separación entre las líneas atómicas de interés.

Para lograr la reducción del ancho Doppler es necesario eliminar al máximo las componentes de velocidad paralelas a la propagación del haz de luz, lo que se hace con la rendija de colimación. La figura 4.2 muestra el esquema básico del haz atómico, donde se puede comprender como el ancho Doppler puede ser reducido. Sea  $\vartheta$  el ángulo tal que

$$\tan \vartheta = \frac{d}{D} \quad . \quad (4.12)$$

Así, los átomos que pueden cruzar la rendija son aquellos cuya componente de velocidad en la dirección  $\mathbf{e}_z$  cumple con la condición

$$v_z \leq v_x \tan \vartheta \quad (4.13)$$

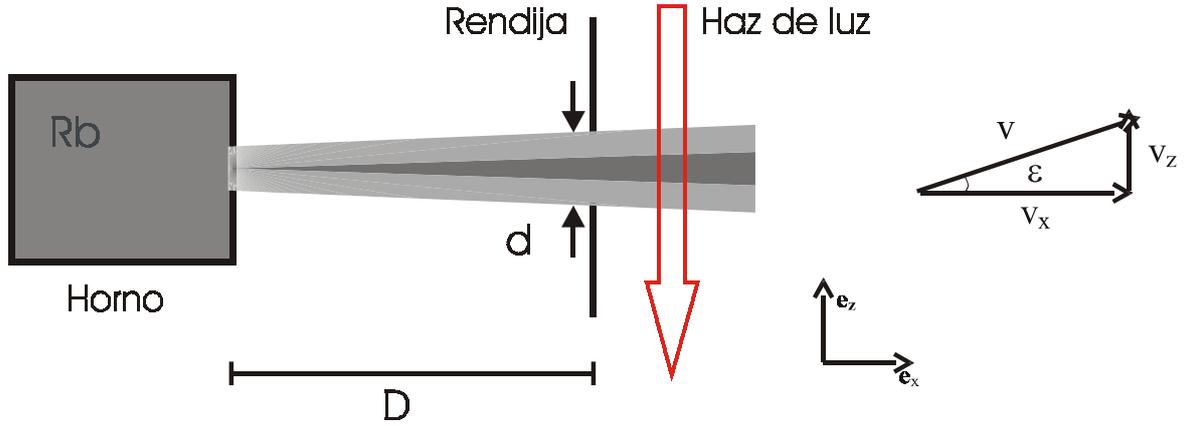


Figura 4.2: Esquema de colimación del haz atómico que permite la reducción del ancho Doppler.

De esa manera si  $d \ll D$  entonces la componente de velocidad máxima en la dirección  $\mathbf{e}_z$  también será  $v_{z\max} \ll v_x$  y el ancho Doppler residual queda reducido para un haz de luz que se propaga en la dirección  $\mathbf{e}_z$ . Es posible mostrar que el coeficiente de absorción del flujo de átomos queda [2]

$$Abs(\delta) \propto N \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \frac{e^{-\frac{mv_z^2}{2k_B T} \frac{1}{\sin^2 \vartheta}}}{\left( \delta - \frac{\omega_L v_z}{c} \right)^2 + \left( \frac{\Gamma}{2} \right)^2 + 2\Omega^2} . \quad (4.14)$$

De esa manera, comparando este resultado con la ecuación (4.7), se ve que el ancho Doppler residual queda determinado por la geometría del haz, siendo dado por

$$\Delta\omega_{\text{residual}} = \sin \vartheta \Delta\omega_{\text{Doppler}} . \quad (4.15)$$

Un aspecto importante en un haz atómico es el hecho de que el tiempo de interacción medio de un átomo con el campo electromagnético está mejor definido que en una celda de vapor, ya que el recorrido de todo el conjunto de átomos es el mismo.

Para saber el tiempo medio de interacción es necesario conocer la distribución del módulo de las velocidades en el haz. En régimen efusivo este puede ser deducido a partir de la distribución de Maxwell para un vapor, ecuación (4.1), siendo dado por [60, 61]

$$f_{\text{haz}}(\mathbf{v}) d^3\mathbf{v} \propto v \cos \theta f(\mathbf{v}) d^3\mathbf{v} , \quad (4.16)$$

con  $v = |\mathbf{v}|$ . Esta es la ley de coseno para un proceso de efusión por un orificio, cuyo diámetro sea más chico que el libre camino medio adentro del horno. Cuando la salida del horno es a través de un canal con un cierto largo los átomos que inciden con un ángulo casi paralelo al eje del canal de salida tendrán mayor probabilidad de escape y la ley de

coseno es modificada[60]. La consecuencia es una menor divergencia a la salida del haz y un menor flujo de átomos, pero la dependencia con el módulo de las velocidades no es afectada.

La distribución del módulo de las velocidades se obtiene transformando  $f_{\text{haz}}(\mathbf{v})d\mathbf{v}$  para coordenadas esféricas e integrando sobre los ángulos. Así, hacemos

$$d\mathbf{v} = v^2 \sin\theta dv d\theta d\varphi \quad , \quad (4.17)$$

con los límites de integración dados por

$$0 < v < \infty \quad (4.18)$$

$$0 < \theta < \pi/2 \quad (4.19)$$

$$0 < \varphi < 2\pi \quad . \quad (4.20)$$

El límite de integración impuesto sobre el ángulo  $\theta$  es equivalente a seleccionar solamente las componentes positivas de  $v_x$ . El resultado es dado por

$$f_{\text{haz}}(v)dv = \frac{2I_{\text{haz}}}{v_p^4} v^3 e^{-\left(\frac{v}{v_p}\right)^2} dv \quad , \quad (4.21)$$

donde se ha normalizado con la condición de que la integral del flujo sobre todas las velocidades sea la intensidad total del haz  $I_{\text{haz}}$ . De esa manera, la velocidad más probable  $v_{p,\text{haz}}$ , la velocidad media  $\bar{v}_{\text{haz}}$  y la velocidad cuadrática media  $v_{\text{rms},\text{haz}}$  para el haz atómico para una temperatura absoluta de  $T = 450 \text{ K}$  quedan dadas por [60]

$$v_{p,\text{haz}} = \sqrt{\frac{3}{2}}v_p = 1.22v_p \simeq 360 \text{ m/s} \quad (4.22)$$

$$\bar{v}_{\text{haz}} = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}v_p = 1.33v_p \simeq 395 \text{ m/s} \quad (4.23)$$

$$v_{\text{rms},\text{haz}} = \sqrt{2}v_p = 1.42v_p \simeq 420 \text{ m/s} \quad (4.24)$$

donde  $v_p$  tiene la función de un parámetro de referencia, que es la velocidad más probable para un vapor.

Para calcular el tiempo de interacción con la luz es conveniente hacer la sustitución[62]

$$f_{\text{haz}}(v)dv \longrightarrow g_{\text{haz}}(t)dt \quad (4.25)$$

usando que  $v = x/t$  y se considera que para el haz atómico la distancia recorrida  $x$  es la misma para todos los átomos, se obtiene que

$$g_{\text{haz}}(t)dt = -\frac{x}{t^2}f_{\text{haz}}\left(\frac{x}{t}\right)dt \quad . \quad (4.26)$$

De esa manera, el tiempo medio de interacción puede ser calculado promediando con la distribución (4.26), o sea

$$\langle t_{\text{int}} \rangle_g = x \int_0^\infty \frac{1}{t} f_{\text{haz}}\left(\frac{x}{t}\right) dt \quad . \quad (4.27)$$

En la Figura 4.3a están graficadas las distribuciones de velocidades para el haz atómico y para una muestra de vapor. Se nota que el ancho de la distribución del módulo de velocidades no cambia significativamente de una situación a otra, pero como la velocidad más probable es mayor en el caso del haz atómico el error relativo es menor. A partir de la Figura 4.3a se puede estimar el error relativo en la velocidad con

$$\left. \frac{\Delta v}{v_{\text{rms,haz}}} \right|_{\text{haz}} \simeq 0.82 \quad , \quad (4.28)$$

donde  $\Delta v$  es el ancho a media altura de la distribución  $f_{\text{haz}}(v)dv$  y  $v_{\text{rms,haz}}$  está dado por (4.24). Vea que en un haz atómico las componentes de velocidad en las direcciones ortogonales a la propagación pueden ser despreciadas, así,  $v \simeq v_x$ , como consecuencia  $f_{\text{haz}}(v_x)dv_x \simeq f_{\text{haz}}(v)dv$ . De esa manera, el error relativo en la componente de velocidad será bastante menor que en una muestra de vapor, cuya distribución de velocidades está centrada en  $v_x = 0$ .

En la Figura 4.3b está graficada la función  $g_{\text{haz}}(t)$ , de donde se puede estimar el error relativo en la medida de tiempo para el haz atómico. Para una temperatura de 450 K tenemos

$$\left. \frac{\Delta t}{t} \right|_{\text{haz}} \simeq 0.82 \quad . \quad (4.29)$$

A continuación presentamos algunos detalles técnicos del diseño del haz atómico.

## 4.4 Diseño básico

Un esquema básico del haz atómico es mostrado en la Figura 4.4. Este es compuesto de un horno a alta temperatura conectado a una cámara de vacío. Los átomos pueden escapar del horno por medio de un conjunto de tubos de diámetro  $a$  (0.5 mm) y largo  $l_o$  (1 cm), tal como una ducha. El horno es calentado con una resistencia controlada por un Variac y su temperatura es mantenida alrededor de 180 °C. Cada parte que compone el conjunto es unida por “O-rings” de sellamiento que no soportan temperaturas mayores que 150 °C. De esa manera, inmediatamente después del horno el sistema es enfriado con un serpentín de cobre por donde circula agua a temperatura ambiente (no mostrado en la Figura). Para evitar que se eleve la presión de vapor en la trayectoria de los átomos existe una salida lateral enfriada con  $N_2$  líquido, lo que fuerza la condensación de una cierta fracción

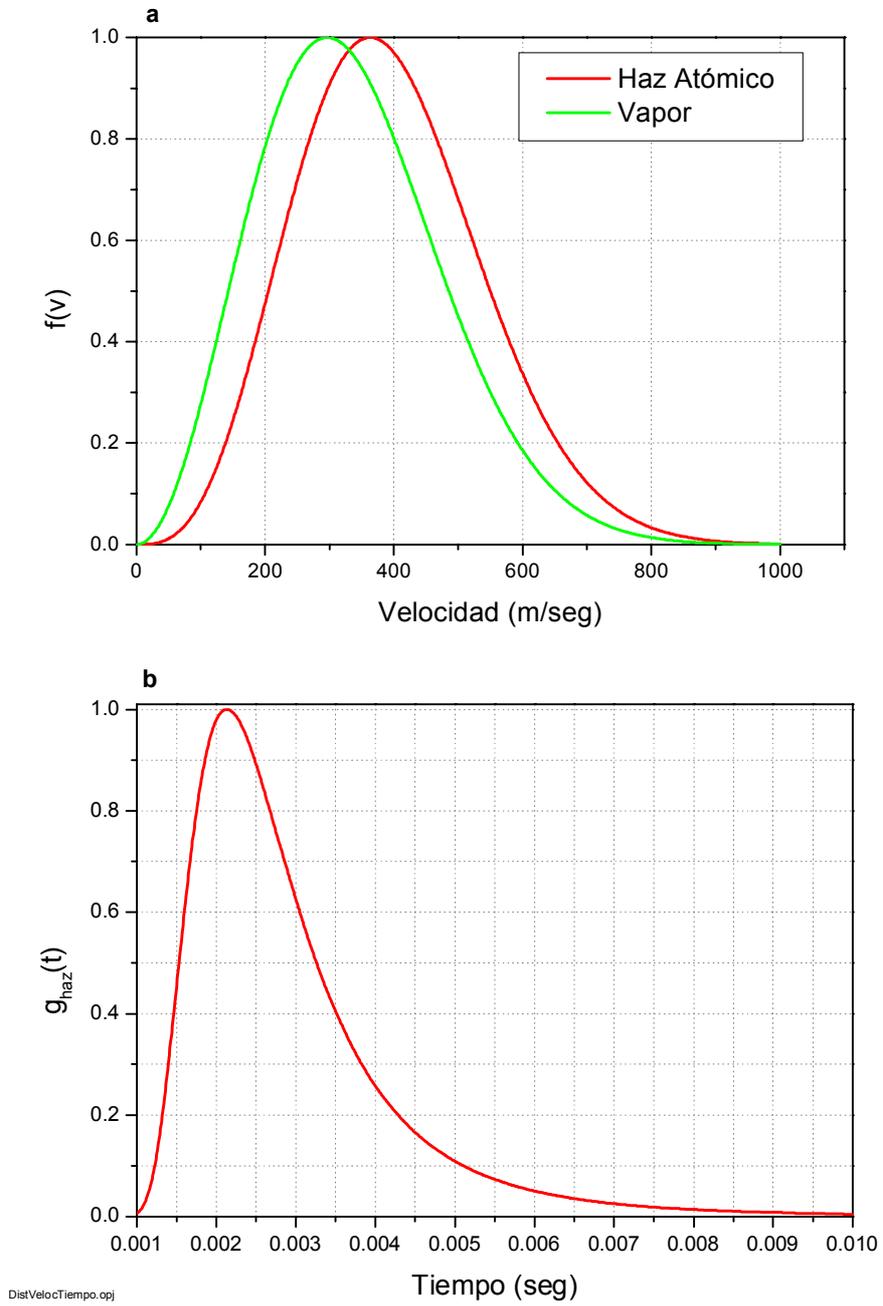


Figura 4.3: Comparación entre las distribuciones de velocidad para un haz atómico y una muestra de vapor.  $T = 450\text{K}$ . (a)  $f(v)dv$  (b)  $g_{\text{haz}}(t)dt$ .

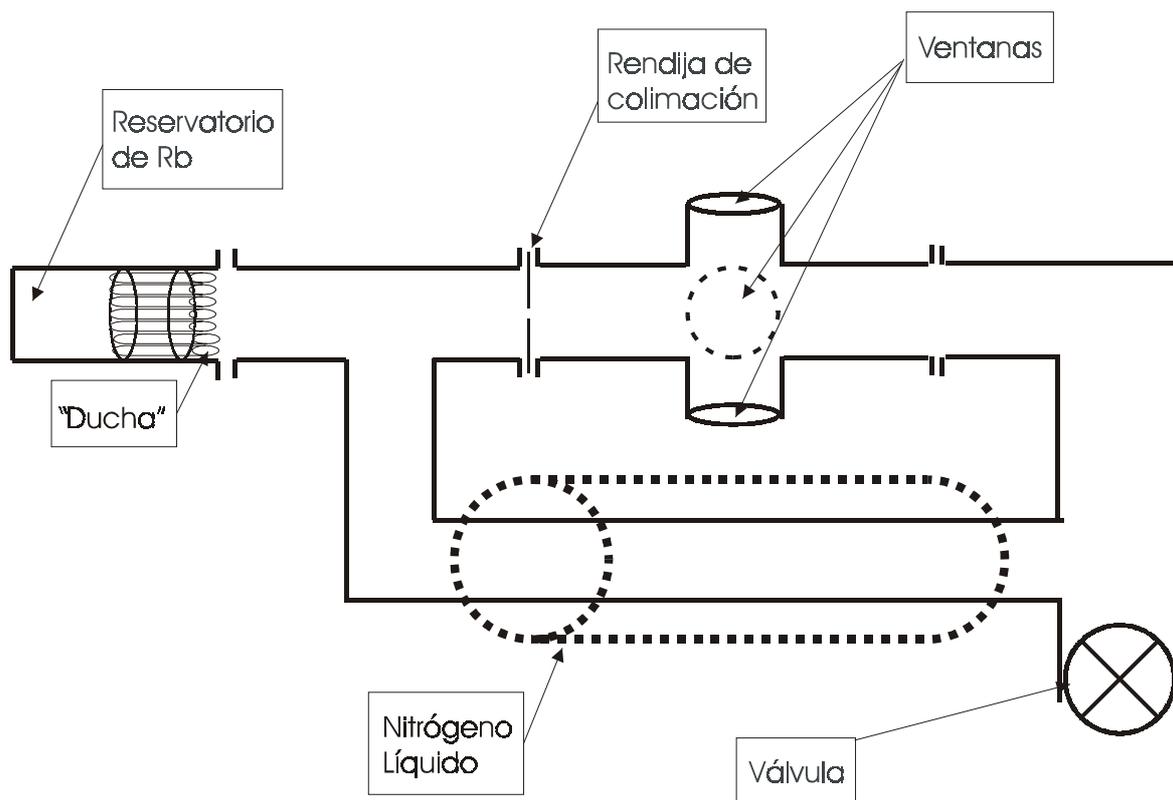


Figura 4.4: Esquema del Haz Atómico

de átomos. A una distancia  $D$  (25 cm) es colocada una rendija de colimación de ancho horizontal  $\mathbf{e}_z$   $d$  (1 cm) y ancho vertical  $\mathbf{e}_y$   $b$  (1 mm). Después de la rendija, una pieza en forma de cruz (cruceta) con cuatro ventanas de vidrio constituye la región de interacción. La cruceta permite el paso de la luz en las dos direcciones ortogonales al flujo de átomos. Se elige la dirección horizontal como la dirección de incidencia para el haz de luz logrando una mayor longitud de absorción. En las dos ventanas verticales se acoplan un detector de área ancha y una cámara CCD que detectan la fluorescencia atómica. Todo el sistema queda sometido a una bomba de alto vacío que mantiene la presión de vapor en un nivel constante. Durante el trayecto de los átomos, se debe evitar al máximo las colisiones, lo que se logra manteniéndose una presión de vapor bastante baja.

Se puede estimar el orden de magnitud de la presión máxima en la cámara de vacío para que las colisiones sean despreciables de la siguiente manera. El libre camino  $l$  es función de la densidad  $N$  y de la sección eficaz  $\sigma$  por la relación

$$l \simeq \frac{1}{N\sigma} \quad . \quad (4.30)$$

Al considerar solamente colisiones que cambien la velocidad, la sección eficaz en primera aproximación es del orden de la sección transversal del átomo, o sea  $\sigma \sim \pi r_o^2$ , donde  $r_o$  es el radio atómico. Para el rubidio el estado fundamental del electrón de valencia está en la quinta capa atómica, de manera que el estado fundamental es del orden de 5 veces el radio de Bohr, o sea  $r_o \sim 5a_o^1$ , siendo  $a_o = 5,29 \times 10^{-11}$  m el radio de Bohr.

Por otra parte, la densidad es función de la temperatura y presión a través de una ecuación de estado, que se puede suponer que la fase de vapor se comporte como un gas ideal, o sea

$$P = Nk_B T \quad , \quad (4.31)$$

donde  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J / K es la constante de Boltzman y  $T$  es la temperatura absoluta. Sustituyendo (4.30) en (4.31) se ve que la presión es proporcional la relación  $T/l$ . Para  $l \sim 1$  m se llega que  $P_{\max} \sim 5 \times 10^{-5}$  torr, mientras que la presión utilizada en los experimentos fueron del orden de  $10^{-6} \sim 10^{-7}$  torr.

El libre camino medio dentro del horno  $l_{\text{horno}}$  es la magnitud responsable por determinar el régimen de operación del haz[61]. Existen básicamente dos regímenes:

1. Régimen *efusivo* cuando  $l_{\text{horno}} \gg a$ .
2. Régimen *hidrodinámico* cuando  $l_{\text{horno}} \ll a$ .

En el régimen hidrodinámico la frecuencia de colisiones será tan grande que cualquier átomo que se acerque a la salida será “empujado” por todos los otros de su entorno;

---

<sup>1</sup>Un amplio conjunto de datos sobre los elementos de la tabla periódica puede ser encontrado en <http://www.webelements.com>

la probabilidad de escape será bastante mayor, generando mayor flujo. Si la reserva de átomos en el horno es pequeña (como en nuestra situación experimental), el flujo de átomos será tal que rápidamente las propiedades termodinámicas del horno cambiarán a causa del rápido consumo.

En el régimen efusivo, la probabilidad de escape es baja ocasionando un bajo flujo. En este caso, los átomos escapan del horno en régimen balístico, representando nuestra situación de interés. Para lograr un buena intensidad es posible aumentar la temperatura del horno hasta que el libre camino se acerque al diámetro del orificio de salida, pero teniendo el cuidado de no entrar en el régimen hidrodinámico. Para determinar cuál es la temperatura máxima se puede razonar de la siguiente manera. La presión de vapor de una sustancia pura es función de su temperatura a través de la fórmula empírica [63]

$$\log P = A - \frac{B}{T} + CT + D \log T \quad (4.32)$$

donde la presión está medida en torr ( $1 \text{ torr} \simeq 133,3 \text{ Pa}$ ) y para el rubidio en la fase líquida ( $T_{\text{fusión}} \simeq 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ) las constantes empíricas son

$$\begin{aligned} A &= 15,88253 \\ B &= 4529,635 \\ C &= 0,00058663 \\ D &= -2,99138 \quad . \end{aligned}$$

Insertando (4.31) en (4.32) y usando (4.30) se obtiene que la temperatura máxima para que  $l_{\text{horno}} \sim a$  es de  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ , mientras que la temperatura utilizada en los experimentos fue de  $180 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 4.5 Montaje Experimental

En esta sección describimos el experimento de espectroscopía de dos campos en el haz atómico de rubidio. Hemos estudiado el comportamiento temporal de las resonancias coherentes de EIT y EIA en la línea  $D2$  del  $^{85}\text{Rb}$  ( $\lambda = 780 \text{ nm}$ ) usando el esquema mostrado en la Figura 4.5. Los dos campos ópticos son formados a partir de un mismo láser de diodo en un sistema de inyección. Una pequeña porción de la luz es enviada para el sistema de control y estabilización de frecuencia que utiliza una señal de absorción saturada y un amplificador Lock-in[59]. De esa manera, el láser puede ser sintonizado exactamente sobre la transición hiperfina deseada. Otra pequeña parte es enviada para el análisis del espectro en un Fabry-Perot para chequear que durante todo el experimento los láseres operan de forma monomodo. Los campos de bombeo y sonda son obtenidos con dos moduladores acusto-óptico (AOM – *Acousto Optical Modulator*), guardando un alto grado de coherencia entre si [49]. El haz transmitido por el AOM1 está sintonizado

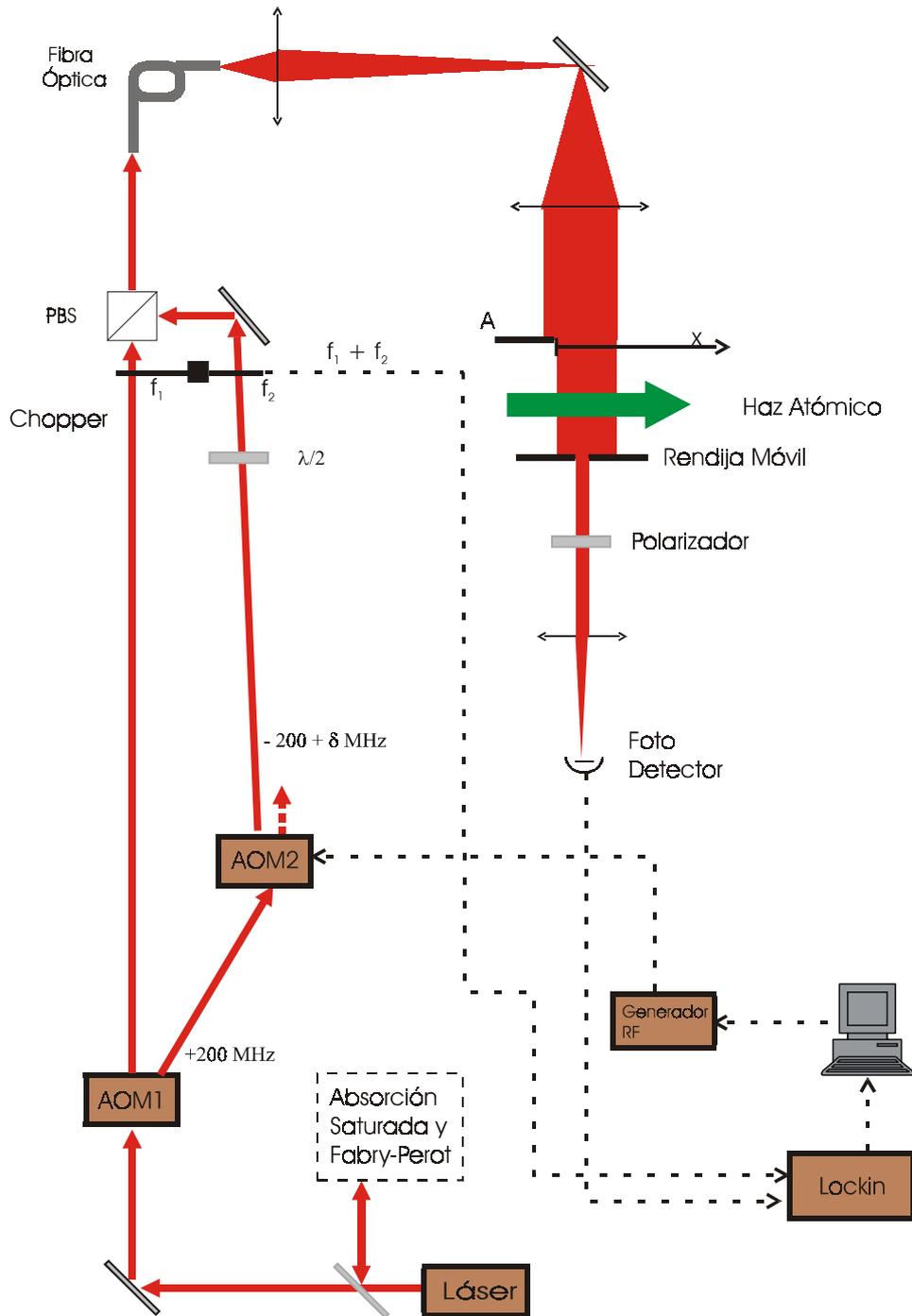


Figura 4.5: Montaje experimental para la espectroscopía de bombeo y sonda en el haz atómico.

en la frecuencia de la transición atómica de interés ( $\omega_1 = \omega_0$ ) constituyendo el campo de bombeo. El haz difractado por el AOM1, que está corrido en frecuencia por un valor constante de +200 MHz, es enviado al AOM2. Este segundo modulador tiene la función de correr la frecuencia del campo incidente un valor  $-200 + \delta_R$  MHz, de manera que la frecuencia del haz difractado queda  $\omega_2 = \omega_1 + \delta_R$ , que constituye el campo sonda. El AOM2 es controlado por un generador de radio frecuencia permitiendo el barrido en la frecuencia  $\delta_R$ , que representa la desintonía entre el bombeo y el sonda. El generador de RF puede ser controlado por el computador, permitiendo un barrido lento y preciso sobre la diferencia de frecuencia entre los campos. Una lámina de media onda es colocada para girar  $90^\circ$  la polarización del campo sonda con respecto al campo de bombeo. Como ya fue discutido en la Introducción la configuración de polarizaciones lineales y ortogonales es aquella que produce la señal no lineal más grande en las resonancias de EIT y EIA [27].

Para observar el efecto no lineal de la interacción con los dos campos es importante que la superposición entre ellos sea la mejor posible en toda región de interacción. Además, es necesario que los vectores de onda de los dos campos sean lo más paralelos posible, para evitar un ensanchamiento Doppler residual – ecuación (4.10). Para lograr eso los campos son enviados a una fibra óptica monomodo (aproximadamente 50 cm de largo y que preserva la polarización). Además de garantizar un único haz bicromático a la salida, la fibra actúa como un filtro espacial logrando un haz de perfil aproximadamente Gaussiano. Después de la fibra, el haz es expandido por medio de un telescopio y solamente la porción central del perfil es seleccionada para interactuar con la muestra, de modo que la intensidad varía un máximo de 30% en la región de interacción. La Figura 4.6 muestra el perfil de intensidad del campo de bombeo como función de la distancia recorrida  $x$ . Una pantalla opaca es colocada de modo de provocar un cambio brusco entre la región de sombra y la región iluminada, de manera que la posición de la pantalla corresponde a  $x = 0$ . Dos bobinas en configuración de Helmholtz están puestas para producir un campo magnético paralelo con la dirección de propagación de la luz y relativamente uniforme en la región de interacción. Luego de interactuar con la muestra, una rendija vertical móvil selecciona una pequeña porción de la luz para ser detectada. De esa manera, al variar la posición  $x$  de la rendija, estamos seleccionando la luz emitida por átomos que interactuaron con los campos durante diferentes tiempos. Para cada posición de la rendija fue registrado un espectro de absorción del campo sonda. El ancho de la rendija debe ser tal que no introduzca una gran incertidumbre en la medida del tiempo medio, pero debe ser suficientemente grande para coleccionar una buena cantidad de luz.

Una importante dificultad en este tipo de experimento es el bajo número de átomos participando del proceso, lo que reduce bastante la longitud de absorción de la muestra. Esto impone la necesidad de aplicar técnicas de detección de alta sensibilidad cuando se quiere detectar señales atómicas no lineales.

La señal de absorción de las resonancias coherentes depende de la intensidad de los campos de bombeo y sonda (ver capítulo 2), o sea, la señal atómica a ser detectada es proporcional a  $E_1^2 E_2^2$ . Naturalmente, esta señal es bastante más chica que la absorción

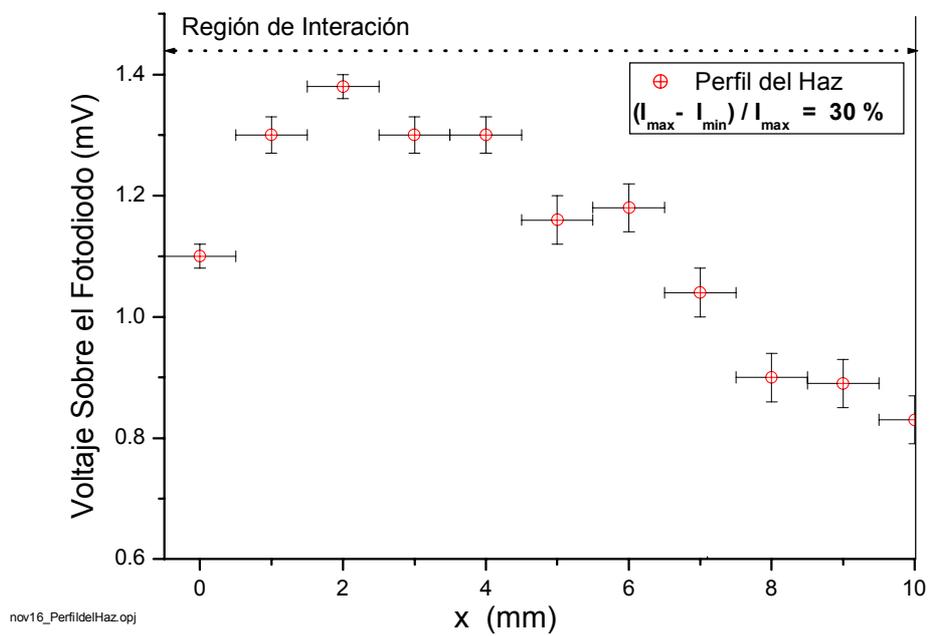


Figura 4.6: Perfil de intensidad del haz de luz en la región de interacción.  $I_{\text{medio}} \simeq 150 \mu\text{W} / \text{cm}^2$

lineal que sería obtenida en ausencia del campo de bombeo y que está siempre presente. Esto nos induce a buscar una técnica de espectroscopía de mayor sensibilidad, tal como una detección sincrónica, utilizando un amplificador Lock-in. Utilizamos una doble detección sincrónica, donde los dos campos son modulados en intensidad con el uso de un *chopper*, siendo que el campo sonda es modulado con una frecuencia  $f_1$  y el bombeo es modulado con frecuencia  $f_2$ . Si el Lockin es sincronizado a la frecuencia  $f = f_1 + f_2$  se puede tener acceso directo a la parte no lineal de la interacción. En resumen, si a la señal total le llamamos  $S(t)$ ,

$$S(t) = S_{\text{lineal}}(t) + S_{\text{no lineal}}(t) \quad (4.33)$$

$$S_{\text{no lineal}}(t) \propto I_1 I_2 \quad , \quad (4.34)$$

y si el chopper introduce una modulación del tipo  $I_1(t) \propto e^{if_1 t}$  y  $I_2(t) \propto e^{if_2 t}$ , entonces

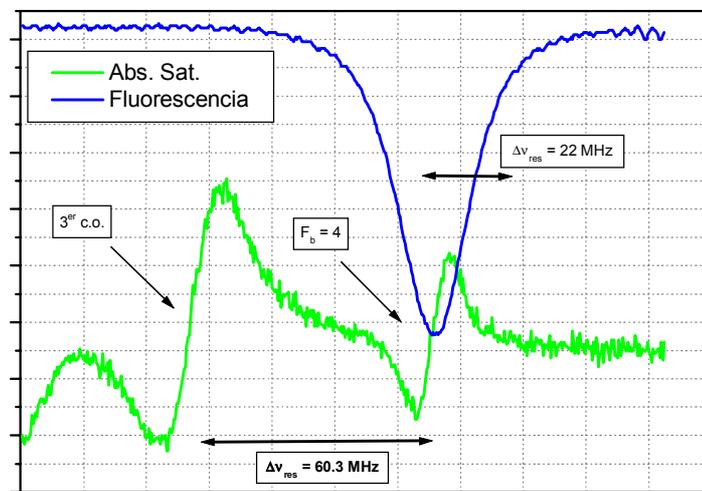
$$S_{\text{no lineal}}(t) \propto e^{ift} \quad . \quad (4.35)$$

La función del Lockin consiste en filtrar toda la señal cuya frecuencia sea diferente de  $f$ . Sin embargo la señal  $S(t)$  no es la única contribución que llegaría al detector, ya que también están presentes las contribuciones de los campos originales, cuyo término de batido oscila a la frecuencia  $f/2$ . En una situación idealizada, tal componente no afectaría la señal. Sin embargo, a causa de posibles no linealidades en el detector o modulaciones de orden superior, se verifica que la contribución de los campos originales aumenta el nivel de ruido. Se puede reducir bastante esta contribución colocándose un polarizador delante del detector de forma a neutralizar el campo de bombeo y quedarse solamente con la contribución cuya polarización sea paralela al campo sonda.

Una importante fracción del ruido es causada por un fondo de luz que llega al detector sin haber interactuado con la muestra, lo que ocurre porque el flujo de átomos tiene una forma “achatada” y el haz de luz tiene un perfil circular. Para minimizar esta fuente de ruido se utilizó un lente cilíndrico que enfoca el haz de luz sobre el flujo de átomos, de esa manera la mayor parte de la luz que llega al detector realmente interactuó con la muestra. A continuación presentamos el conjunto de resultados experimentales.

## 4.6 Alineación y caracterización del haz atómico

Si el haz atómico no está perpendicular a la dirección de propagación de la luz, se puede observar un desplazamiento de la línea de absorción atómica debido al efecto Doppler. Se puede sintonizar el campo con una transición hiperfina cualquiera, observando simultáneamente la señal de fluorescencia del haz atómico y la señal de absorción saturada del láser es posible ajustar la posición de los espejos de modo que el pico de fluorescencia coincide con la parte central de la línea de absorción saturada, como se puede verificar en la Figura 4.7. Además, usando la señal de absorción saturada como referencia de frecuencia, se puede



ago13\_1\_CalibracionDoppler.opj

Figura 4.7: Curva de calibración del ancho Doppler residual. Transición  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$   $^{85}\text{Rb}$ . 3<sup>er</sup> c.o. indica la transición de *cross-over* entre las líneas  $F_b = 3$  y  $F_b = 4$ .

medir el ancho Doppler residual de la fluorescencia. A partir de la ecuación (4.15) y de la geometría del haz se estima que el ancho Doppler residual es de 20.7 MHz, mientras que la medida experimental da un ancho de 22.0 MHz. Se puede chequear (Figura 4.1) que este ancho Doppler residual es menor que la separación en frecuencia de los dos niveles excitados más próximos del rubidio.

Cuando el haz de luz está lo más ortogonal posible con el haz de átomos, son tomados los espectros en función de la posición de la rendija, a partir de la posición  $x = 0$  dada por la pantalla opaca A (Figura 4.5) correspondiendo a  $t_0 = 0$ .

## 4.7 Resultados experimentales

Hemos analizado el espectro de absorción del campo sonda para las transiciones  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  y  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  de la línea  $D2$  del  $^{85}\text{Rb}$ , que dan origen a EIA y EIT, respectivamente. Para cada una hemos tomado espectros a cada 1 mm, desde la posición  $x = 1$  hasta  $x = 8$  mm, correspondiendo al límite de la ventana de observación. Como fue comentado optamos por aplicar un campo magnético longitudinal con la dirección de propagación del haz de luz de manera a observar solamente la resonancia asociada con la regla de selección  $\Delta m_F = 0$ . La Figura 4.8 muestra la secuencia de espectros para ambas transiciones.

La Figura 4.8a muestra la absorción no lineal como función de la desintonía entre los campos de bombeo y sonda (eje  $y$ ) y el recorrido de los átomos (eje  $x$ ) para la transición  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$ , que representa el caso de EIA; en ese caso el eje vertical (eje  $z$ ) representa un incremento en la absorción. La Figura 4.8b indica la transmisión para el caso de la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ , que representa EIT; en ese caso el eje vertical representa una reducción en la absorción. Note que el rango en el barrido de la frecuencia del campo sonda (eje  $y$ ) es de un máximo de 1 MHz. En ambos casos el fondo representa aproximadamente el nivel de absorción lineal<sup>2</sup>. En ambas curvas es posible ver un estrechamiento y un crecimiento del espectro en función de la posición de la rendija. Sin embargo, algunas diferencias son importantes.

Para la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  (EIT) el estrechamiento y el máximo de transparencia son alcanzados aproximadamente en la tercera curva ( $x = 3$  mm). A partir del cuarto espectro, prácticamente no se observa ningún cambio en función del recorrido. Para la transición de  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  (EIA) se nota un continuo estrechamiento del perfil de absorción durante todo el recorrido de los átomos, simultáneamente con el crecimiento del valor de la absorción para  $\delta_R = 0$ . La característica más marcante de la transición de EIA está en la forma de línea no Lorentziana. De la comparación entre las dos series de curvas, también se puede concluir que el ancho mínimo alcanzado por la transición de

---

<sup>2</sup>En realidad, en presencia de un campo magnético las poblaciones se distribuyen de forma no isotrópica, mientras que la absorción lineal se refiere a una distribución isotrópica de la población del estado fundamental.

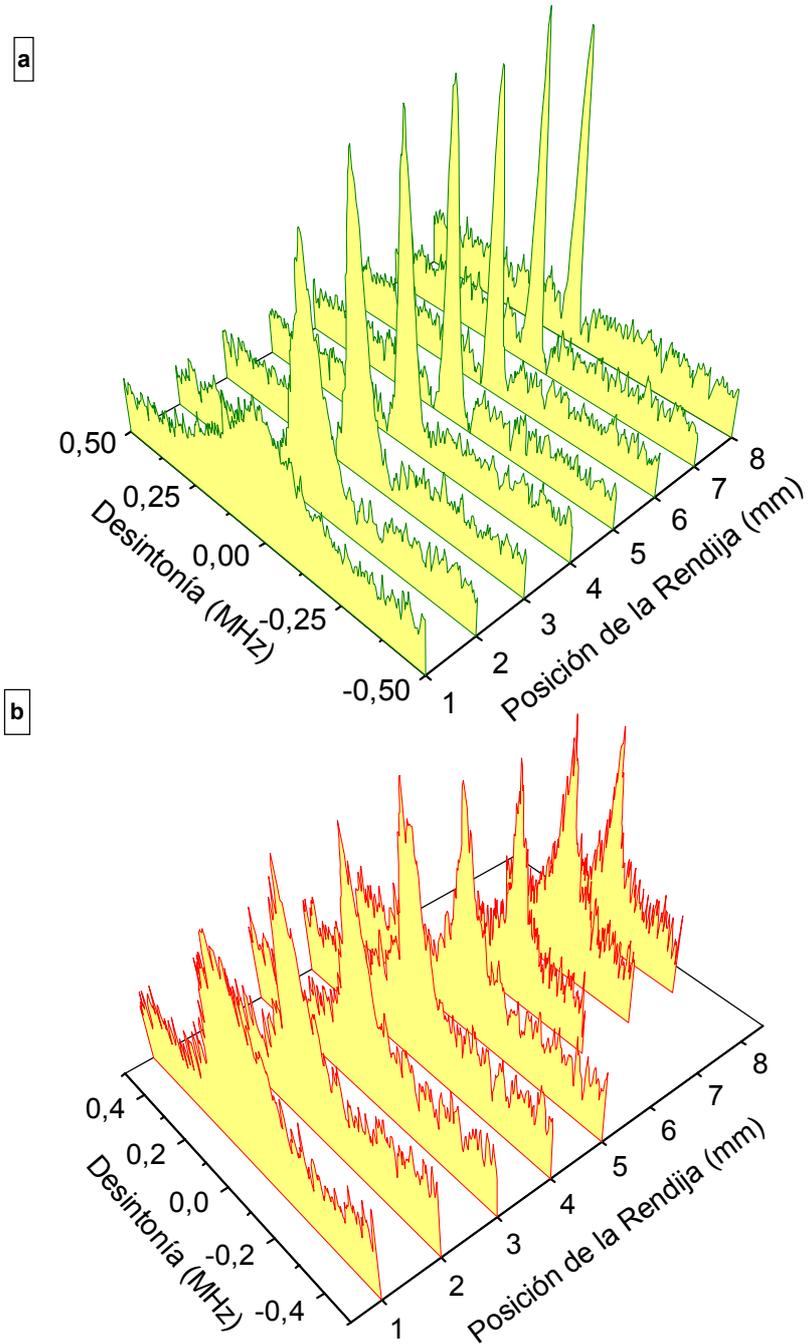


Figura 4.8: Absorción **(a)** y transmisión **(b)** del campo sonda como función de la desintonía y de la distancia recorrida por los átomos. Línea  $D2$  del  $^{85}\text{Rb}$ .  $I_{\text{sonda}} \simeq 140 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $I_{\text{bombeo}} \simeq 110 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $B \simeq 2.2 \text{ G}$ . **(a)**  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  y **(b)**  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ .

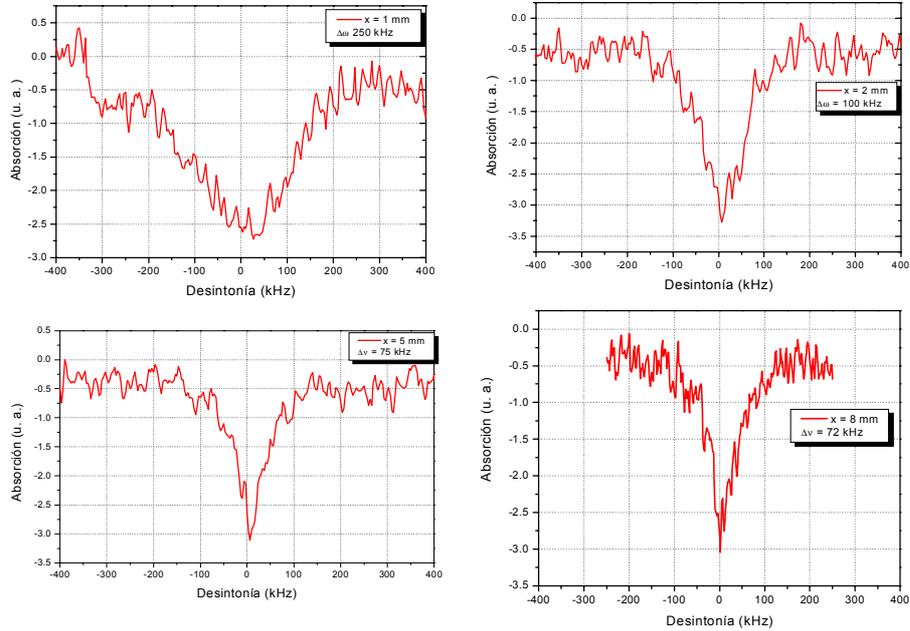


Figura 4.9: Absorción del campo sonda en función de la diferencia de frecuencia entre el bombeo y el sonda. La leyenda muestra las respectivas posiciones de la rendija y el ancho a media altura aproximado. Transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  (EIT), D2  $^{85}\text{Rb}$ . Mismos parámetros que en la Figura 4.8

EIA es menor que el alcanzado por la transición de EIT.

Tales características, pueden ser mejor vistas en la Figuras 4.9 y 4.10, donde están seleccionados algunos espectros de la Figura 4.8 de las transiciones de EIA y EIT, respectivamente. A partir de estas curvas se puede estimar el ancho a media altura de cada espectro y analizar mejor la forma de línea. La posición de la rendija correspondiente a cada espectro y el ancho a media altura medido es mostrado en cada leyenda. En el caso de la transición de EIT correspondiendo a las dos curvas de mayor tiempo de interacción, no se ve prácticamente ningún cambio de ancho, a menos de errores experimentales. También se nota que, aparte del ruido experimental, la forma de línea es esencialmente Lorentziana en todo el recorrido. Para la transición de EIA, la forma de línea no Lorentziana se manifiesta hasta nuestro límite de observación y el ancho a media altura parece no haber llegado a su valor mínimo. Tales características (ancho mínimo y forma de línea) marcan las diferencias fundamentales entre las transiciones de EIT y EIA,

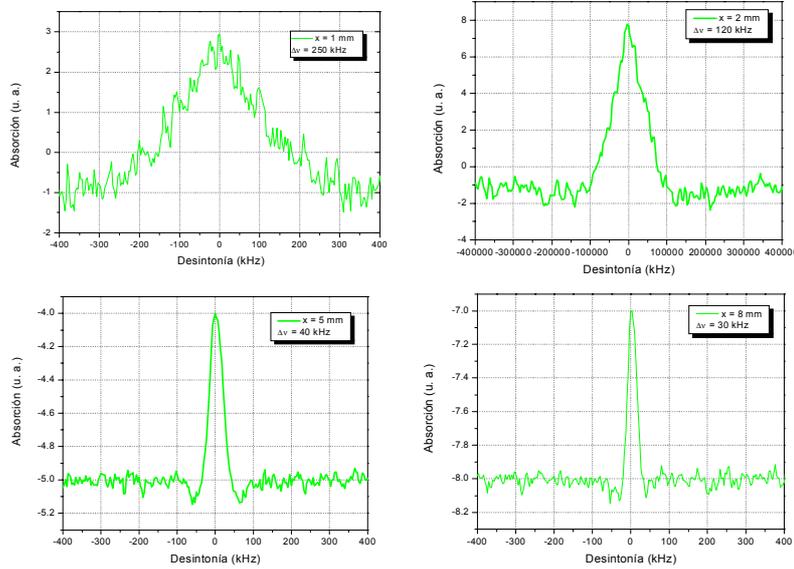


Figura 4.10: Absorción del campo sonda en función de la diferencia de frecuencia entre el bombeo y el sonda. La leyenda muestra las respectivas posiciones de la rendija y el ancho a media altura aproximado. Transición  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  (EIA), D2  $^{85}\text{Rb}$ . Mismos parámetros que en la Figura 4.8

además del evidente cambio de signo.

Un estudio detallado de la dependencia de ambas transiciones con la intensidad del campo de bombeo fue hecho en [7, 27] para experimentos en una celda de vapor. En este trabajo hemos aumentado la intensidad del campo de bombeo por un factor de aproximadamente 3 con respecto a los datos mostrados. Fue observado que el ancho de la transición de EIT aumenta con el valor de la intensidad del campo de bombeo. Sin embargo, el estado estacionario es alcanzado en el mismo valor de la posición de la rendija. De esa manera, se puede concluir que para tiempos cortos el ancho de la transición de EIT está limitado por el tiempo de vuelo, mientras que, para un tiempo suficientemente largo, el ancho es limitado por potencia. Con respecto a esta variación de intensidad, el comportamiento de la transición de EIA es similar.

A partir de los datos experimentales, se puede obtener el tiempo característico de las transiciones de Transparencia y Absorción Inducida en el experimento de bombeo y sonda hechos en el haz atómico de Rb. Desde la Figura 4.8 se puede concluir entonces que la

transición de EIT alcanza su estado estacionario después de un tiempo característico de

$$\tau_{EIT} \approx 7 \mu\text{s} \quad (4.36)$$

mientras que para la transición de EIA, ese tiempo debe ser mayor que aquél necesario para recorrer toda la distancia disponible en nuestro experimento, así podemos decir que

$$\tau_{EIA} \geq 19 \mu\text{s} \quad . \quad (4.37)$$

Antes de presentar los resultados teóricos obtenidos con el modelo de sistemas degenerados desarrollado en el capítulo 3 y poder ampliar nuestra discusión, vamos a comparar los resultados experimentales con un breve análisis de los sistemas simplificados del capítulo 2. En aquellos modelos, la evolución con el tiempo y la desintonía de las resonancias coherentes fue descrito por la función  $F(\delta/\Gamma, \Gamma t; \beta/\Gamma)$ , dada por la ecuación (2.68). Para un tiempo fijo, esta función prevé para la curva de absorción un ancho dado aproximadamente por el inverso del tiempo de interacción y la forma de línea con alas oscilantes, alcanzando la forma Lorentziana para tiempos largos. La diferencia fundamental entre los resultados de los modelos  $\Lambda$  y  $N$  (EIT y EIA, respectivamente) está en el factor de estrechamiento  $(1 - A^2)$  del sistema en  $N$ . El modelo indica que cuando  $A^2$  se acerca de 1, la transición de EIA se vuelve más lenta y su ancho estacionario es más estrecho, cuando comparado con la resonancia de EIT. El resultado experimental expuesto indica que la transición de EIA es efectivamente más lenta que la transición de EIT, en que se observa la forma de línea no Lorentziana en el espectro. Como la resonancia coherente de EIT alcanza su estado estacionario más rápidamente, las oscilaciones en función de la desintonía son amortiguadas. Esto indica que el factor  $(1 - A^2)$  tiene un papel importante en las transiciones consideradas. Como los coeficientes  $A$  y  $B$  son análogos a los coeficientes de Clebsch-Gordan para un sistema de niveles degenerados, su importancia quedará más clara al hacer el análisis de los resultados numéricos.

Analicemos ahora el comportamiento de las transiciones con el tiempo de interacción para un valor de desintonía fijo. La función  $F(\delta/\Gamma, \Gamma t; \beta/\Gamma)$  prevé una evolución puramente exponencial para el caso de  $\delta = 0$ . Tal comportamiento se repite en el caso experimental, lo que se observa al acompañar el máximo de las curvas mostradas en la Figura 4.8. Para un dado valor de  $\delta$  la función  $F(\delta/\Gamma, \Gamma t; \beta/\Gamma)$  describe una oscilación con periodo de  $2\pi/\delta$ , que representa una oscilación de Rabi. En principio, tal oscilación puede ser vista en el experimento con el haz atómico si nos fijamos a un cierto valor para la desintonía y acompañamos la absorción en función de la posición de la rendija. Sin embargo, la detección de esta oscilación es naturalmente difícil, porque la señal es grande para desintonías muy chicas, donde el período de la oscilación es demasiado grande, comparada con la ventana de observación, que es del orden de

$$\frac{\text{distancia total recorrida}}{\bar{v}_{\text{haz}}} \simeq 20 \mu\text{s} \quad . \quad (4.38)$$

$x(mm)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta t(\mu s)$	3.1	5.1	6.0	9.0	11.0	13.9	14.9	17.8	18.8

Tabla 4.2: Error absoluto en la medida de tiempo de interacción como función de la posición de la rendija.

Por otro lado, la señal cae con la desintonía y rápidamente se vuelve comparable con el nivel de ruido, imposibilitando su detección. Para tener una idea de la resolución temporal, es necesario conocer el error experimental en la medida de tiempo, que tiene dos contribuciones: el ancho de la rendija y el error proveniente de la distribución de velocidades, dado por la expresión (4.29). Hemos usado una rendija de ancho de  $\Delta x = 0,5$  mm, que nos da un error absoluto en la medida de tiempo causado por la rendija de

$$\Delta t|_{\text{rendija}} = \frac{\Delta x}{\bar{v}_{\text{haz}}} \simeq 1.3 \mu s \quad . \quad (4.39)$$

El error relativo total es dado por

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta t|_{\text{rendija}}}{t} + 0.82 \quad . \quad (4.40)$$

Así, si  $t \gtrsim 1.5 \mu s$  el error dominante se debe a la distribución de velocidades y no a la rendija. Si el periodo de oscilación  $\tau$  es menor que la resolución temporal la oscilación no podrá ser observada.

Un ejemplo donde fue posible detectar dicha oscilación, está mostrado en la Figura 4.11, en que la desintonía es de  $\delta = 100$  kHz (periodo de oscilación es  $\tau = 10 \mu s$ ), en que al largo de un período los átomos viajan una distancia  $x_\tau$

$$x_\tau = v_{\text{rms,haz}} \tau \simeq 4 \text{ mm} \quad (4.41)$$

## 4.8 Resultados teóricos y discusiones

Hemos calculado la absorción del campo sonda en función de la desintonía para diversos tiempos de interacción utilizando el resultado obtenido en la sección 3.4, ecuación (3.57). Con el fin de simplificar el cálculo, se optó por el estudio de las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ , que da origen al EIT y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ , para EIA, para el caso del  $^{87}\text{Rb}$ . Ambas transiciones fueron consideradas cerradas, en el sentido de que el escape hacia otras transiciones hiperfinas es nulo. Se consideró el campo de bombeo siempre resonante mientras que el campo sonda es barrido en frecuencia.

En todos los casos, hemos detectado la componente de la polarización atómica que oscila en con la frecuencia del campo sonda. Desde el resultado del capítulo anterior –

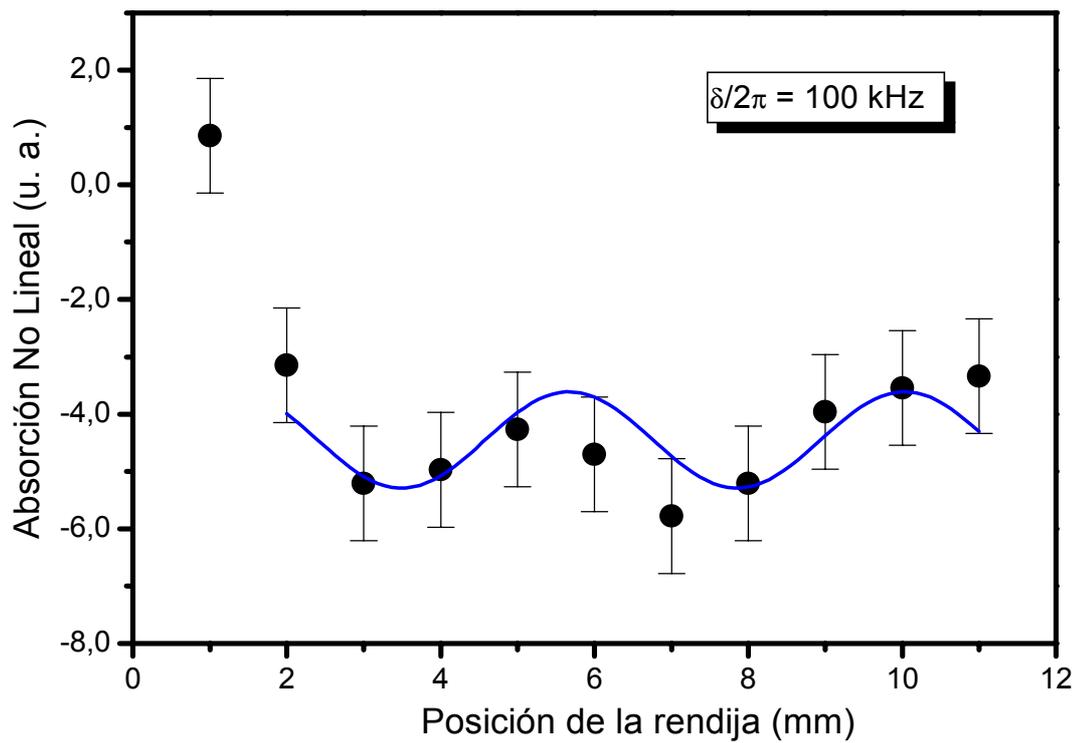


Figura 4.11: Evolución de la absorción no lineal del campo sonda como función del tiempo de vuelo. Extraído de la Figura 4.8a.

ecuación (3.58) – la polarización atómica tiene dos componentes que dependen del campo sonda. El primer término de la ecuación (3.59) está sincronizado con la frecuencia del campo sonda, constituyendo la magnitud de mayor interés.

Conviene volver a analizar el comportamiento de la componente de FWM discutida en el capítulo anterior, recordándose de que esta componente tienen una oscilación permanente de periodo  $1/\delta$  y además depende de la fase relativa entre los dos campos. Típicamente, el tiempo de adquisición  $\tau_{\text{adq}}$  usado en el experimento (escala de tiempo del Lockin, por ejemplo) es siempre bastante más grande que  $1/\delta$ . Además, las rápidas fluctuaciones de la fase relativa entre los campos (del orden de la longitud de onda óptica) acaban por promediar a cero esta componente. Esta componente puede ser importante cuando la desintonía es chica,  $1/\delta \gtrsim \tau_{\text{adq}}$ . En especial, cuando  $\delta = 0$ , se nota un fuerte exceso de “ruido” asociado con las fluctuaciones en la diferencia de fase entre los campos, cuyo resultado puede ser una interferencia constructiva o destructiva. En nuestros experimentos volveremos nuestra atención para la componente sincronizada.

La solución la ecuación (3.57) depende de la solución de orden cero, que es dada por la ecuación (3.52). Una posibilidad es suponer que el campo de bombeo empieza a interactuar con los átomos en un tiempo  $t = -\infty$ . Así, cuando el campo sonda empieza a interactuar con los átomos el sistema ya ha alcanzado su estado estacionario, tal como fue hecho en el análisis de los sistema sencillos del capítulo 2. De esa manera la solución de orden cero es una constante y consecuentemente la ecuación (3.57) es a coeficientes constantes. Esta suposición simplifica bastante los cálculos, pero no es muy adecuada a nuestra situación experimental.

En la situación experimental presentada la superposición del campo de bombeo con el campo sonda, hace con que en  $t = 0$  los átomos evolucionen de forma simultánea con los dos campos. De esa manera, la solución de orden 0 (matriz  $\sigma^{(0)}(t)$ ) depende del tiempo y la solución para el orden 1 (ecuación (3.57)) no es una suma de exponenciales del tipo (2.33), lo que impide el análisis del problema por el método de valores y vectores propios. En ese caso se requiere una integración numérica de la ecuación para  $\dot{\sigma}^{(+)}(t)$  (3.57).

La condición inicial para la solución de orden cero más apropiada al experimento es suponer que la matriz densidad sea una mezcla estadística homogéneamente distribuida entre los estados del nivel fundamental, definida por la ecuación (3.20). La solución  $\sigma^{(0)}(t)$  es entonces calculada con el método de los valores y vectores propios. Este resultado es entonces utilizado para efectuar la integración de la ecuación (3.57) usando la condición inicial  $\sigma^{(+)}(0) = 0$ , así, la condición inicial para la matriz densidad es

$$\sigma(0) = \frac{P_a}{2F_a + 1} \quad (4.42)$$

La Figura 4.12 muestra el esquema de niveles de las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  para el caso de campo magnético nulo. El eje de cuantización fue elegido según la dirección del campo magnético. Las Figuras 4.13a y b muestran la evolución de la absorción no lineal del campo sonda como función del tiempo de interacción para

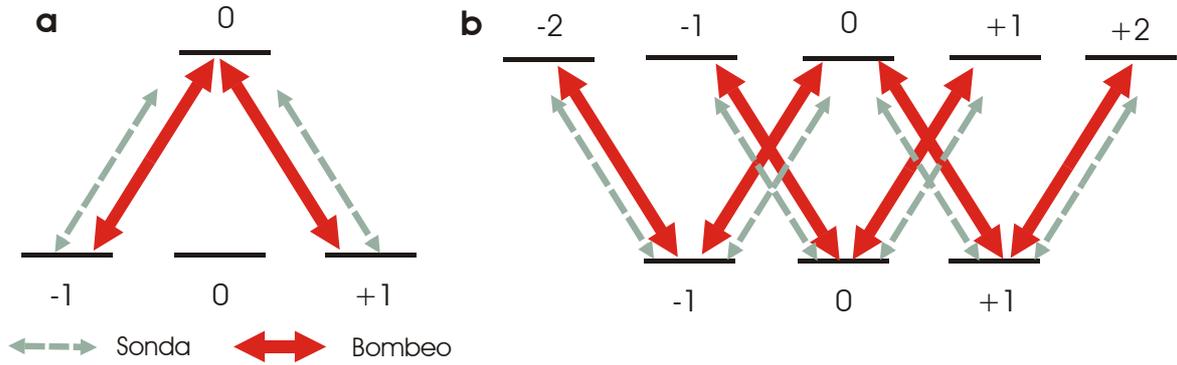


Figura 4.12: Esquema de niveles para las transiciones consideradas en el cálculo numérico. Bombeo y sonda tienen polarizaciones ortogonales. Los números cuánticos  $m_F$  correspondientes a cada nivel Zeeman están mostrados. Ejes de cuantización paralelos con la dirección de propagación de la luz. (a)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . (b)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ .

las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  (EIA) y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  (EIT), respectivamente. Para la transición de EIA el eje vertical representa la absorción, mientras que para EIT el eje vertical representa transmisión y ambas curvas fueron calculadas usando los mismos parámetros.

Para la transición de EIT (Figura 4.13b) se ve un fondo ( $\delta \neq 0$ ) que cae rápidamente con el tiempo, representando un aumento en la absorción del campo sonda debido a una redistribución en la población del estado fundamental debido al bombeo óptico causado por el campo de bombeo. También para  $\delta \neq 0$  el comportamiento con el tiempo presenta oscilaciones con periodo del orden de  $1/\delta$ . Para tiempos cortos el perfil de absorción en función de la desintonía muestra una resonancia central con un ancho del orden de  $1/t$  y “alas” oscilantes. Para tiempos largos (Figura 4.13d) la forma de línea se acerca a una Lorentziana cuyo ancho está limitado por la intensidad del campo de bombeo. Tal limitación en el ancho de la resonancia es una consecuencia del tratamiento perturbativo en el campo sonda. En otras palabras, si el campo sonda es suficientemente débil, no modifica la población de los niveles Zeeman del estado fundamental.

En la transición de EIA (Figura 4.13a) se nota un crecimiento más lento que en el caso de EIT. Para el rango de tiempo observado, se nota que la transición de EIA todavía no ha alcanzado su estado estacionario, lo que puede ser visto de dos maneras. Acompañando la evolución para desintonía  $\delta_R = 0$  (cima de la curva de absorción) se ve un crecimiento continuo, mientras que para el caso de la transición de EIT, la transparencia parece haber alcanzado un máximo. La segunda evidencia de que la resonancia de EIA todavía se encuentra en el régimen transitorio está en la forma de línea no Lorentziana, mostrada en la Figura 4.13c.

Un punto a ser resaltado es la similitud de los resultados de este cálculo con lo que fue

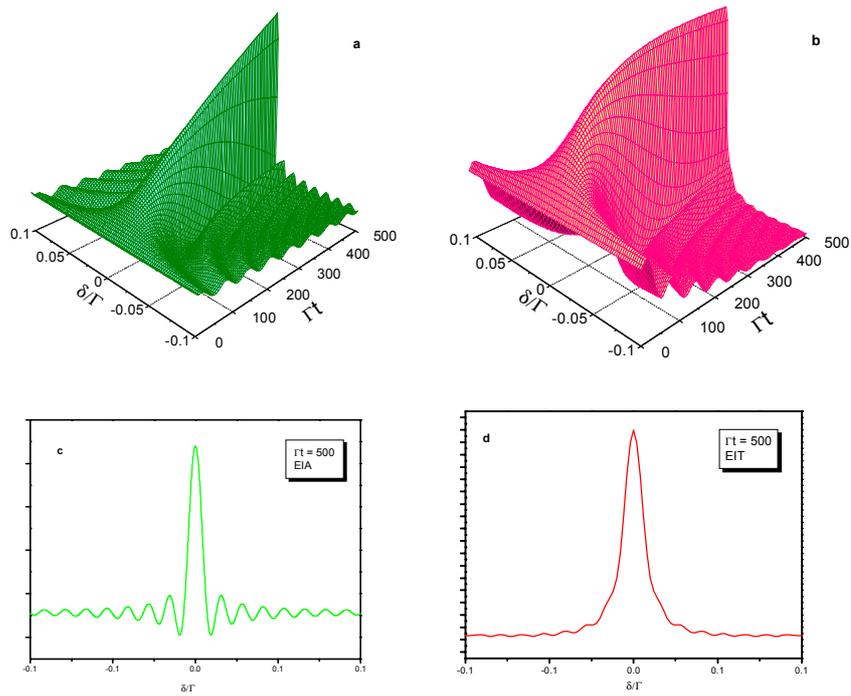


Figura 4.13: Absorción (**a** y **c**) y transmisión (**b** y **d**) del campo sonda calculados numéricamente para las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  (**a** y **c**) y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  (**b** y **d**), ambas consideradas cerradas. Ambos campos son prendidos en  $t = 0$ .  $\Omega_1 = 0.2\Gamma$ .  $\Omega_2 = 0.02\Gamma$ . Campo magnético nulo.

obtenido a partir del análisis de los modelos simplificados del capítulo 2. Para la resonancia de EIT el análisis del sistema  $\Lambda$  muestra que la tasa de bombeo óptico hacia el estado oscuro (dada por  $\beta$ ) determina el ancho del estado estacionario y su inverso es el tiempo característico del problema. Para la transición de EIA el comportamiento del sistema en  $N$  es cualitativamente el mismo (a menos de la inversión de signo), pero el tiempo de bombeo es aumentado por el factor  $(1 - A^2)^{-1}$ . En un sistema realista los coeficientes de Clebsh-Gordan (CCG) asociados con dos transiciones adyacentes son análogos a los números  $A^2$  y  $B^2$ . Cuando el momento angular total de las transiciones involucradas aumenta, los CCG asociados con los estados de mayor número cuántico  $m_F$  quedan más próximos. Es posible verificar que para tiempos largos el ancho de la transición de EIA en el sistema de dos niveles degenerados cae con el aumento del momento angular total del estado excitado. Volviendo a comparar con el sistema en  $N$  tomar una transición de alto momento angular es equivalente a hacer  $A^2 \simeq 1$ . El ancho de la resonancia coherente en el sistema en  $N$  ya había sido obtenido en [29], pero  $(1 - A^2)$  no había sido identificado como un factor de estrechamiento.

## 4.9 Conclusiones

En este capítulo hemos discutido el proceso de formación de una resonancia coherente. Los resultados del cálculo numérico utilizando el sistema de dos niveles degenerados en interacción con dos campos ópticos fueron comparados con un experimento en un haz atómico de rubidio. Fue visto que para las transiciones estudiadas, la resonancia coherente de EIA tiene un proceso de formación más lento que la resonancia de EIT. Como consecuencia la forma de línea del estado estacionario será más estrecha. Tanto los resultados del cálculo numérico como los resultados experimentales están en un buen acuerdo con los resultados de los modelos simplificados estudiados en el capítulo 2, donde fue visto que la causa del estrechamiento de la resonancia de EIA se debe a la estructura de niveles de la transición considerada.

Por último señalamos la similitud entre los sistemas de niveles realistas considerados en los cálculos numéricos, mostrados en la Figura 4.12, con los modelos simplificados del capítulo 2. La transición de  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  forma dos sistemas en  $\Lambda$  simétricos, y la transición de  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  forma una simetría similar con el sistema en  $N$ , cuando se descarta la participación de los estados de número cuántico  $m = 0$ . La similaridad de los resultados parecen indicar que los niveles Zeeman de momento angular más grande son aquellos responsables por la existencia de las resonancias coherentes.

# Capítulo 5

## Efectos transitorios en magneto-óptica

Para las transiciones observadas en capítulo anterior, en un experimento de bombeo y sonda la resonancia de EIT alcanza su estado estacionario en un tiempo más corto que la resonancia de EIA una vez que la condición de resonancia Raman es alcanzada. La constante de decaimiento para EIA será tanto más chica cuanto mayor sea el valor del momento angular total de la resonancia estudiada.

En este capítulo vamos a hacer un estudio comparativo entre las resonancias de EIT y EIA en una situación un poco distinta. Estudiaremos los transitorios asociados cuando la condición de resonancia Raman es cambiada bruscamente. Fue comentado en la introducción que un sistema de dos niveles degenerados en interacción con un único campo es un ambiente apropiado para la existencia de los fenómenos de EIT y EIA. En analogía con los modelos sencillos abordados en el capítulo 2, los diferentes niveles Zeeman son responsables por la existencia de las resonancias coherentes y la presencia de un campo magnético determina las posibles condiciones de resonancia por dos fotones. En este capítulo estudiaremos los efectos de interacción de un sistema de niveles degenerados con un campo óptico, en combinación con un campo magnético, conocidos como efectos *magneto-ópticos*.

### 5.1 Efectos magneto-ópticos

Las resonancias coherentes que iremos estudiar están asociadas con los efectos magneto-ópticos conocidos como el *efecto Faraday* y el *efecto Hanle*.

El efecto Faraday lineal consiste en un giro en la polarización de un campo óptico que se propaga en un medio en presencia de un campo magnético. En presencia de un campo magnético el medio atómico pasa a ser anisotrópico, en el sentido de que la polarización atómica no es necesariamente paralela al campo eléctrico aplicado sobre el medio. Como consecuencia, el índice de refracción asociado con las componentes de polarización circu-

lar del campo óptico (que llamamos  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ ) pasan a ser distintas<sup>1</sup>. A lo largo de la propagación por el medio, se acumula una diferencia de fase entre las componentes  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$ , ocasionando un giro en la polarización del campo que se propaga[64]. El caso más sencillo donde se puede ilustrar el efecto está mostrado en la Figura 5.1, que corresponde al caso de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . El efecto Faraday no lineal [12] está asociado a las resonancias de dos fotones. Cualitativamente, el efecto es bastante similar, pero el giro en la polarización pasa a depender de la intensidad de la luz, estando asociado con las resonancias coherentes en el nivel fundamental.

El efecto Faraday está asociado con el efecto Hanle, que consiste en el apareamiento de una resonancia estrecha en la respuesta atómica cuando el campo magnético es barrido lentamente alrededor de su valor nulo [13]. Para comprender mejor el Efecto Hanle consideremos un campo de luz monocromático polarizado en la dirección  $\mathbf{e}_y$  y que se propaga en la dirección  $\mathbf{e}_z$

$$\mathbf{E}(t) = \frac{E}{2} e^{-i(\omega t - kz)} \mathbf{e}_y + cc \quad .$$

Un típico experimento Hanle consiste en observar la polarización de la fluorescencia en la dirección  $\mathbf{e}_y$  como función del campo magnético. Para campo nulo, los dipolos atómicos sólo oscilan en la dirección  $\mathbf{e}_y$  paralela con el campo incidente y por lo tanto no pueden emitir radiación en esta dirección. Sin embargo, con un campo magnético distinto de cero los dipolos atómicos pasan a tener una componente alineada perpendicularmente al campo incidente y la luz emitida en esta dirección no es necesariamente nula a causa de la anisotropía impuesta por el campo magnético. Además, para un campo magnético constante  $\mathbf{B} = B_o \mathbf{e}_z$  el momento magnético atómico precesiona alrededor del campo  $\mathbf{B}$  con la frecuencia de Larmor  $\Delta_{\text{Larmor}} = \frac{2g_F \mu_B B_o}{\hbar}$ , lo que causa una modulación en la polarización de la luz emitida. De esa manera, al variar el campo magnético alrededor del cero, se ve una resonancia de forma Lorentziana, cuyo ancho depende en principio de todos los parámetros físicos relevantes, tales como la intensidad de la luz, y las tasas de decaimiento de los niveles atómicos involucrados. A pesar de que el efecto Hanle fue primero observado en el estado excitado, el fenómeno también existe cuando la coherencia se establece en el nivel fundamental.

Con el fin de comprender el comportamiento de las resonancias estrechas en un sistema de dos niveles degenerados en interacción con un campo, vamos a analizar el caso sencillo de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  en interacción con un campo con polarización lineal, mostrado en la Figura 5.1a. La diferencia entre este sistema y el sistema  $\Lambda$  discutido en el capítulo 2 es la existencia del estado  $|F_a = 1; m_a = 0\rangle$ . Utilizando como eje de cuantización la dirección de propagación de la luz, se nota que este estado no interactúa con el campo óptico, pero recibe átomos vía un proceso de emisión espontánea. Tal sistema puede ser visto como un sistema  $\Lambda$  abierto, que fue discutido por Renzoni *et al* [34] y Korsusnky *et*

---

<sup>1</sup>Esto puede ser comprendido notando que, en general, el índice de refracción es una función impar de la desintonía.

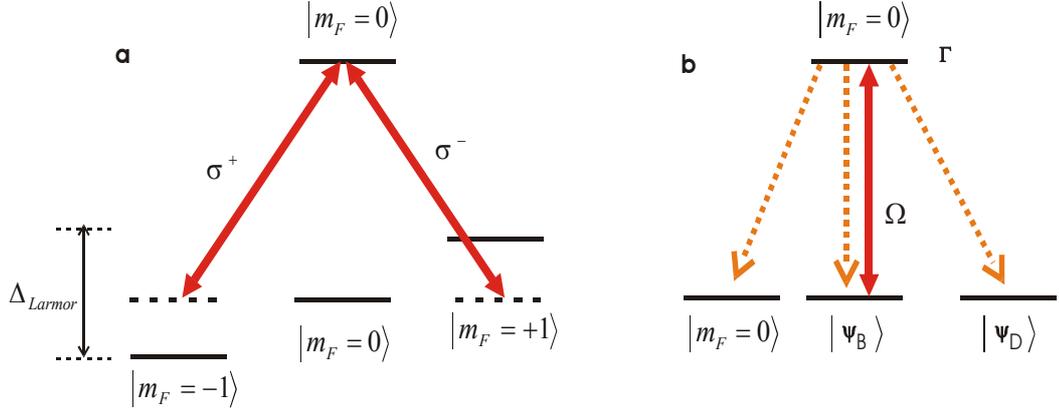


Figura 5.1: Esquema de niveles para la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  en presencia de un campo magnético.  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  representan las componentes de polarización circular del campo óptico linealmente polarizado. **(a)** Eje de cuantización paralelo con el campo magnético, base de estados propios del Hamiltoniano del átomo libre. **(b)** Campo magnético nulo, base de estados estacionarios del Hamiltoniano total

*al* [24]. Si despreciamos el estado  $|F_a = 1; m_a = 0\rangle$ , el sistema es idéntico a un sistema en  $\Lambda$  donde los niveles fundamentales son degenerados en ausencia de campo magnético. Es posible hacer un cambio de base en el nivel fundamental de modo a buscar los estados propios del Hamiltoniano total, así definiendo

$$|\Psi_D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|F_a = 1; m_a = -1\rangle - |F_a = 1; m_a = +1\rangle] \quad (5.1)$$

$$|\Psi_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|F_a = 1; m_a = -1\rangle + |F_a = 1; m_a = +1\rangle] \quad , \quad (5.2)$$

es posible mostrar que

$$\langle F_b = 0; m_b = 0 | V | \Psi_D \rangle = 0 \quad (5.3a)$$

$$\langle F_b = 0; m_b = 0 | V | \Psi_B \rangle = \frac{\hbar\Omega}{2} \exp[-i\omega t] \quad , \quad (5.3b)$$

donde el estado  $|\Psi_D\rangle$  no evoluciona con el Hamiltoniano de interacción  $V$  — dado por (2.8) — representando el estado oscuro, y  $|\Psi_B\rangle$  representa el estado brillante. En esta nueva base, el sistema puede ser visto como el sistema de la Figura 5.1**b**. Si una fracción de átomos está en el estado  $|\Psi_B\rangle$  estos serán excitados hacia el estado  $|F_b = 0; m_b = 0\rangle$ . Después de algunos ciclos de absorción y emisión espontánea toda la población es atrapada en el estado  $|\Psi_D\rangle$  a causa del mecanismo irreversible del bombeo óptico.

La situación cambia a causa de la interacción con el campo magnético. Los estados oscuro y brillante dejan de ser estacionarios, pasando a evolucionar con el campo magnético. Esto puede ser visto calculándose la evolución del estado atómico (representación

de Schrödinger) con el Hamiltoniano magnético (3.8) a partir del estado inicial dado por (5.1), así

$$|\Psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\Psi_D, t_0\rangle \quad , \quad (5.4)$$

donde  $U(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}H_{mag}(t-t_0)}$  es el operador de evolución. Con eso la probabilidad de transición entre los estados  $|\Psi_D\rangle$  y  $|\Psi_B\rangle$  es dada por

$$|\langle \Psi_B, t | \Psi_D, t_0 = 0 \rangle|^2 = \frac{1}{2} [1 - \cos(2\Delta_{Zeeman}t)] \quad . \quad (5.5)$$

En este punto es interesante introducir una discusión relacionando el concepto de coherencias y el concepto de bombeo óptico. En la Figura 5.2 se ilustran algunos casos de transiciones entre dos niveles degenerados en interacción con un campo óptico de polarización lineal y campo magnético nulo. En cada línea la misma transición es analizada según dos ejes de cuantización distintos. Los círculos grises representan la población de cada estado en el régimen estacionario.

El primer punto a ser resaltado es notar que en la base de estados  $\{|\Psi_B\rangle, |\Psi_D\rangle, |m_a = 0\rangle\}$  de la Figura 5.1b el concepto de estado coherente fue perdido, y el efecto de transparencia puede ser visto como consecuencia del bombeo óptico, pudiendo ser descrito por ecuaciones de tasa. Vea que esta nueva base de estados es equivalente a elegir el eje de cuantización según la dirección de propagación de la luz, como también está mostrado en la Figura 5.2a. En ese caso la transición que es excitada por el campo es la  $|F_a = 1, m_a = 0\rangle \rightarrow |F_b = 0, m_b = 0\rangle$ . Después de algunos ciclos de absorción y emisión espontánea, toda la población es atrapada en los subniveles  $|F_a = 1, m_a = +1\rangle$  y  $|F_a = 1, m_a = -1\rangle$ . Vea que en ambos casos el número de estados de atrapamiento es el mismo, independientemente de la base o eje de cuantización elegido. Así, para la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ , la transparencia puede ser vista de dos maneras. Como la consecuencia de la formación del estado coherente  $|\Psi_D\rangle$ , o como consecuencia del bombeo óptico y subsecuente pérdida de población en el subnivel  $|F_a = 1, m_a = 0\rangle$ .

Ahora consideremos el caso de una transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ , que también da origen a la transparencia inducida, que está mostrada en las Figuras 5.2c y d. De la Figura 5.2c se puede concluir que deben existir dos estados de atrapamiento. Una diferencia con respecto a la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  es vista en la Figura 5.2d. Con este eje de cuantización, todos los estados estacionarios del átomo libre están acoplados con la luz y necesariamente, los dos estados oscuros estarán formados de combinaciones lineales. Así, ambos estados oscuros dependen del valor del campo magnético, mientras que en la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  el estado  $|F_a = 1, m_a = 0\rangle$  es un estado oscuro independiente del valor del campo magnético.

Un análisis semejante se puede hacer sobre la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ , que da origen al fenómeno de Absorción Inducida. La Figura 5.2e muestra la redistribución de poblaciones en los subniveles Zeeman como consecuencia del bombeo óptico. El subnivel

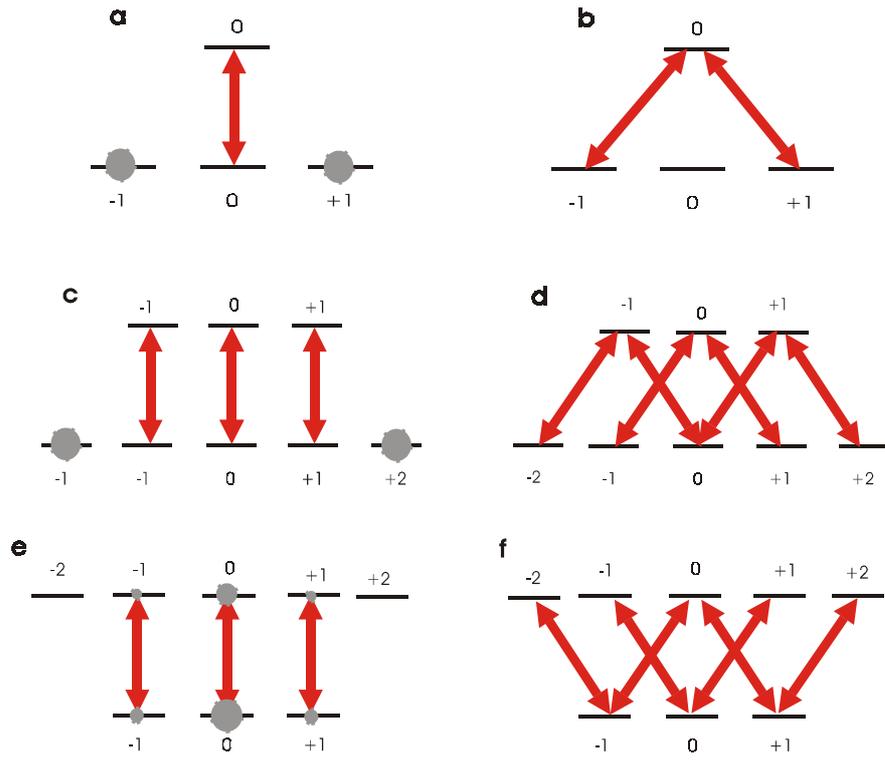


Figura 5.2: Esquema de niveles de algunas transiciones para el sistema de dos niveles degenerados. Columna derecha: eje de cuantización paralelo a la propagación de la luz. Columna izquierda: eje de cuantización paralelo a la polarización del campo óptico. Los círculos representan las poblaciones de cada subnivel Zeeman. (a) y (b) transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . (c) y (d) transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ . (e) y (f) transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$

$|F_a = 1, m_a = 0\rangle$  tiene el mayor coeficiente de acoplamiento con el nivel excitado y mayor probabilidad de ser poblado, causando el aumento en la absorción para campo magnético nulo. Por otro lado, si tomamos como eje de cuantización la dirección de propagación de la luz (Figura 5.2f) el aumento en la absorción es una consecuencia de la transferencia de la coherencia establecida el estado excitado para el estado fundamental, tal como fue discutido por Taichenacev *et al* [29] y en el análisis del sistema en  $N$  en el capítulo 2.

## 5.2 Esquema experimental

En esta sección describimos los experimentos en que se observan las oscilaciones previstas en la ecuación (5.5) haciendo cambios bruscos sobre el valor del campo magnético.

Hemos efectuado un experimento de un único campo monocromático con polarización lineal en interacción con una muestra de vapor de rubidio. El campo óptico es producido por un láser de diodo en el esquema de inyección y sintonizado en la línea  $D2$  (780 nm). De acuerdo a lo que se ve en la Figura 5.3 el haz de luz pasa por un filtraje espacial constituido de un telescopio y una fibra óptica monomodo, de modo a obtener un haz aproximadamente Gaussiano a la salida. Para tener un campo con una polarización más pura posible, un polarizador es colocado inmediatamente antes de la muestra. Un solenoide alrededor de la celda genera un campo magnético longitudinal y ambos fueron envueltos en una hoja de  $\mu$ -metal con el fin de eliminar los campos magnéticos transversos, de manera que el campo magnético residual longitudinal es de 10mG. El control del diámetro del haz es hecho con un diafragma inmediatamente antes de la celda ( $D_1$ ) y después de esta un segundo diafragma ( $D_2$ ) selecciona solamente la porción central del haz. De esa manera se reduce el efecto de inhomogeneidades de campo magnético, así como también se selecciona la señal proveniente de los átomos que hicieron un recorrido diametral por el haz, descartando la contribución de los átomos que cruzaron el haz de luz tangencialmente, obteniendo un control aproximado del tiempo de vuelo. La luz transmitida es colectada por un lente, detectada por un fotodiodo de 1 GHz de ancho de banda y enviada para un osciloscopio digital. Para eliminar el ruido electrónico, la señal es promediada hasta un máximo de 256 veces y adquirida por una computadora. La celda de vapor utilizada está enriquecida en  $^{87}\text{Rb}$  de manera que las densidades de los dos isótopos son aproximadamente iguales. El uso de esta celda permite una mejor relación señal-ruido en las resonancias del  $^{87}\text{Rb}$ . Con el fin de obtener mayor densidad la temperatura de la celda es mantenida alrededor de  $60^\circ\text{C}$ .

Con el esquema descripto arriba hemos efectuado medidas de la luz transmitida en dos situaciones distintas: (1) Haciendo una variación lenta sobre el valor del campo magnético y (2) cambiando bruscamente su valor, desde campo nulo a un valor constante. El valor exacto de tensión en la bobina que corresponde a un campo magnético nulo pudo ser determinado a partir de la señal atómica.

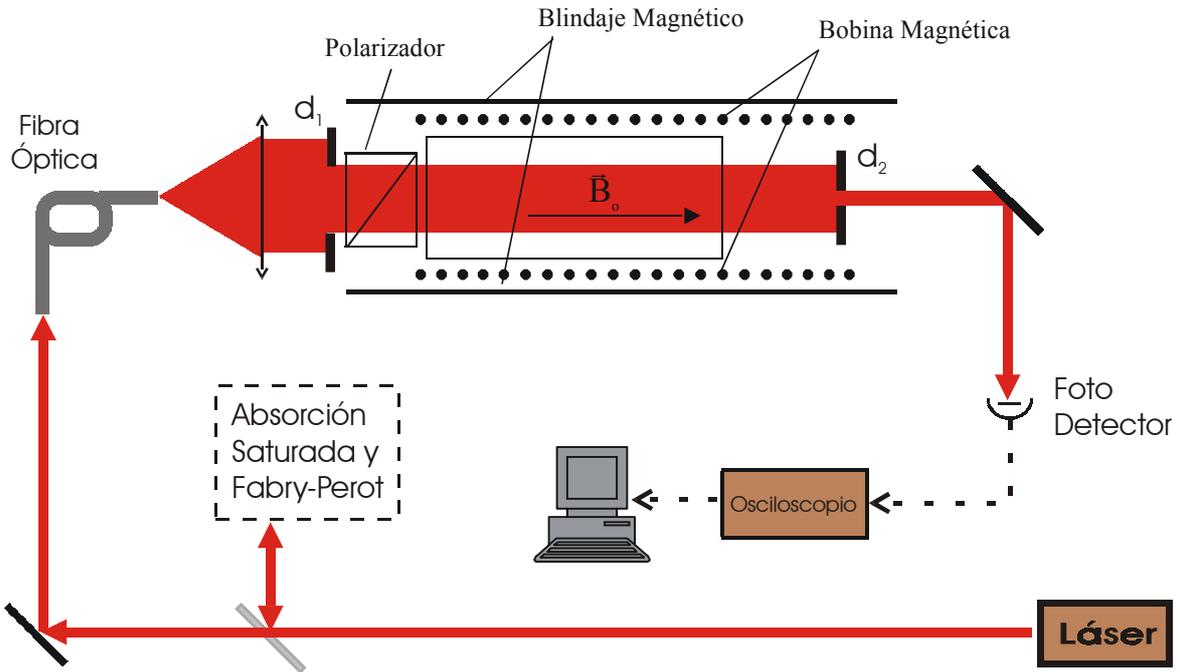


Figura 5.3: Esquema experimental para la observación del efecto Hanle en el nivel fundamental.  $d_1$ ,  $d_2$  Diafragmas.

### 5.3 Variación lenta con el campo magnético

Vamos a presentar brevemente el experimento donde el campo magnético es variado lentamente donde se observa la existencia de la resonancia Hanle de transparencia y absorción inducida. Estudios más detallados de estas resonancias pueden ser encontrados en [32, 36, 37].

#### 5.3.1 Resultados experimentales

La Figura 5.4 muestra la absorción de la celda de vapor al variar lentamente el campo magnético alrededor de cero para las transiciones del  $^{87}\text{Rb}$ . En ambos casos la frecuencia del láser está fija, en resonancia con la transición hiperfina correspondiente. Tal forma de línea es conocida como resonancia Hanle del estado fundamental. Se observa que las resonancias de ambas transiciones tienen formas de línea bastante similar, a parte del cambio de signo. En el caso de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  se nota un aumento en la transmisión de la celda para campo magnético nulo, mientras que para la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$  se ve un aumento en la absorción de la muestra.

Note que la variación total de campo magnético es del orden de 1 G. En el caso del rubidio, eso produce una separación en frecuencia para los estados Zeeman pertenecientes

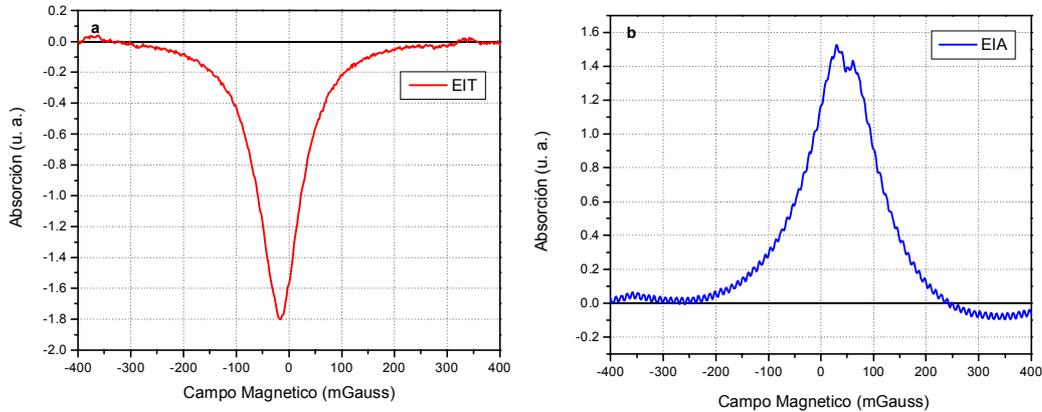


Figura 5.4: Absorción de una muestra de vapor cuando se varia lentamente el campo magnético alrededor del valor 0.  $^{87}\text{Rb}$  línea D2. (a)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ ; (b)  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$ .  $I \simeq 280 \mu\text{W} / \text{cm}^2$ .

al nivel excitado del orden de 1 MHz (ver Tabla 4.1). Siendo el ancho del estado excitado de 6 MHz, queda claro que la resonancia observada es un efecto asociado al nivel fundamental.

Cuando el campo magnético es nulo los niveles fundamentales son degenerados y la condición de resonancia Raman es satisfecha para las componentes  $\sigma^+$  y  $\sigma^-$  del campo linealmente polarizado, ocasionando el apareamiento de las resonancias estrechas por dos fotones. De esa manera, tales resonancias son análogas a aquellas observadas en el capítulo anterior, y vamos a referirnos a tales resonancias por EIT/Hanle y EIA/Hanle, respectivamente.

Hemos efectuado medidas del contraste de la resonancia Hanle de forma comparativa entre las distintas transiciones de la línea D2. Nuestra definición de contraste es la razón entre la amplitud de la señal Hanle ( $I_{Hanle}$ ) y la amplitud de la absorción Doppler de la transición hiperfina ( $I_{Doppler}$ ). El resultado aproximado es visto en la tabla 5.1. Se nota que cuando la transición cerrada es del tipo EIT (donde  $F_a \rightarrow F_a - 1$ ) el contraste de la señal Hanle es bastante más grande que en el caso de EIA ( $F_a \rightarrow F_a + 1$ ).

### 5.3.2 Resultados teóricos

En la sección 3.3 se llegó a la ecuación (3.35), que describe la evolución del sistema atómico en interacción con un campo óptico de polarización arbitraria, y un campo magnético. Como la variación de campo magnético es lenta, la situación estacionaria (límite de  $t \rightarrow$

Transición	$I_{Hanle}/I_{Doppler}$	Fuerza de Oscilador
$F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ ( $^{87}Rb$ )	23%	0.25
$F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ ( $^{85}Rb$ )	37%	0.75
$F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$ ( $^{87}Rb$ )	5%	1.75
$F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$ ( $^{85}Rb$ )	3%	2.25

Tabla 5.1: Comparación entre el contraste de la resonancia Hanle de las diferentes transiciones hiperfinas del rubidio

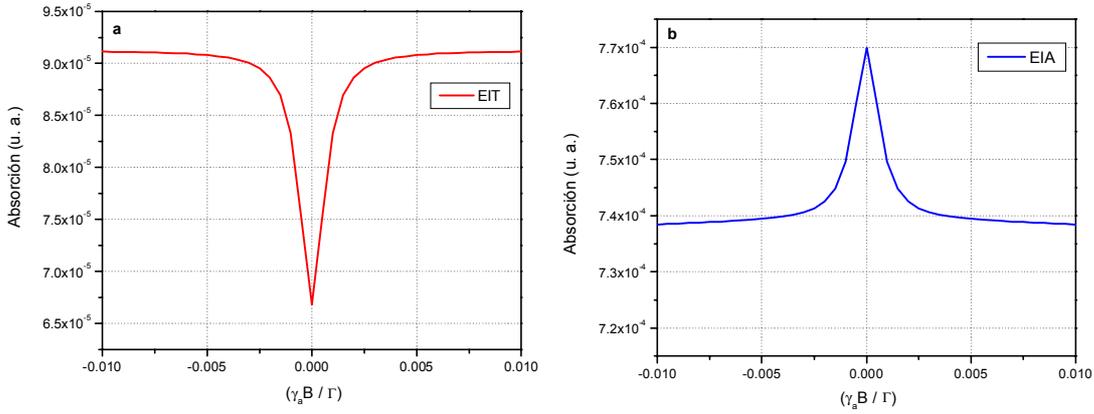


Figura 5.5: Resonancia Hanle calculadas numéricamente en función del desplazamiento Zeeman. (a) Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  (b) Transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$ .

$\infty$ ) puede ser calculada haciendo  $\frac{dx}{dt} = 0$  en (3.35), o sea

$$x_{est} = -\mathcal{B}^{-1}y_0 \quad . \quad (5.6)$$

Así es posible calcular la absorción a través de su solución estacionaria. Considerando que la matriz de Bloch es una función del campo magnético, es posible hacer un barrido en el campo magnético usando

$$x_{est}(B) = -\mathcal{B}(B)^{-1}y_0 \quad . \quad (5.7)$$

Los espectros de absorción para las transiciones de EIT/Hanle y EIA/Hanle están mostrados en la Figura .5.5, que está de buen acuerdo con los resultados observados en el experimento.

## 5.4 Variación brusca con el campo magnético

En el estudio de los transitorios hemos analizado dos situaciones físicas distintas: (1) transitorios asociados con campo magnético nulo y (2) transitorios asociados con campo magnético distinto de cero, con un valor constante. Del punto de vista práctico, el sistema cambia de forma periódica entre las dos situaciones con una frecuencia muy baja, tal que al final de cada semiperiodo el sistema alcanza su nuevo estado de equilibrio.

### 5.4.1 Resultados Experimentales

Efectuamos un estudio de la señal en función de la intensidad del campo incidente para las distintas transiciones hiperfinas de la línea D2 del rubidio. El resultado está mostrado en la Figura 5.6. Las curvas 5.6a y c muestran los resultados de transiciones del tipo EIT, mientras que b y d representan transiciones del tipo EIA. El cambio en la intensidad del campo fue hecho utilizando filtros de densidad neutra ( $I_{\max} = 2.8 \text{ mW} / \text{cm}^2$ ), mientras que el diámetro del haz se mantiene constante ( $D = 1.3 \text{ cm}$ ). En la Figura 5.6a es mostrada una leyenda que describe las intensidades y el comportamiento con el tiempo del campo magnético, ambas cosas válidas para todas las transiciones. Las curvas fueron normalizadas de manera que la diferencia entre los dos estados estacionarios sea un valor constante.

En primer lugar vemos algunas características que son generales para todas las curvas. Como se ve en la Figura 5.6a en la primera mitad de las curvas el transitorio corresponde a la etapa de campo magnético nulo (primeros  $50 \mu\text{s}$ ). En seguida, el campo magnético sufre un salto yendo a un valor constante  $B \simeq 250 \text{ mG}$ . Los transitorios para  $B = 0$  presentan un decaimiento suave, puramente amortiguado. En esta situación la condición de resonancia Raman es satisfecha y se puede decir que el transitorio asociado representa la preparación de la coherencia que se establece en el nivel fundamental. En el caso de las transiciones de EIT, eso corresponde al estado oscuro  $|\Psi_D\rangle$ , mientras que en el caso de EIA corresponde a un estado super absorbente[53, 37]. Como el estado estacionario es alcanzado a través del proceso de absorción y emisión espontánea según una tasa de bombeo óptico, es de esperarse la ausencia de oscilaciones. Note que en el caso de EIT eso representa una decrecimiento en la absorción, mientras que el caso de EIA existe un aumento. Esta inversión de signo es la única diferencia significativa entre las transiciones de EIT y EIA para los transitorios de  $B = 0$ .

Los transitorios asociados a  $B = \text{cte}$  presentan un comportamiento bastante diferente. El campo magnético rompe el degeneramiento existente entre los niveles Zeeman y el sistema evoluciona con oscilaciones amortiguadas, como muestra el segundo semiperiodo de las curvas 5.6 ( $50 - 100 \mu\text{s}$ ). Con una calibración previa del campo magnético generado por la bobina, se puede chequear que la frecuencia de oscilación en todos los casos es de  $2\Delta_{\text{Zeeman}}$ . Así, las oscilaciones pueden ser interpretadas como la precesión de Larmor del estado coherente previamente preparado alrededor de un campo magnético constante. En

todos los casos, el aumento de intensidad causa el acortamiento del régimen transitorio, representando un aumento de la tasa de decaimiento.

Para los transitorios de campo  $B = cte$  el análisis intuitivo de los datos indican que la evolución del sistema puede ser descrita con una función tipo seno amortiguado. Sin embargo, una diferencia significativa entre las transiciones que dan origen a EIT ( $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  ( $^{87}Rb$ ) y  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{85}Rb$ )) y las demás aparece en el régimen de intensidades altas para la etapa de  $B = cte$  (Figura 5.6a y c). Para estas curvas el decaimiento se diferencia de un seno amortiguado y requiere que le sea sumado un decaimiento exponencial.

Los datos fueron ajustados para las transiciones de  $^{87}Rb$  según el método de mínimos cuadrados (Microcal. Origin 5.0) usando diferentes funciones para cada uno de los transitorios. Para el transitorio de campo magnético nulo fue suficiente una función del tipo

$$y_1(t) = y_0 + Ae^{-\eta_1 t} \quad , \quad (5.8)$$

mientras que el caso de  $B = cte$  las curvas se ajustan mejor con la función

$$y_2(t) = y_0 + Ce^{-\eta_2 t} + De^{-\eta_3 t} \sin(2\pi ft + \phi) \quad , \quad (5.9)$$

donde  $y_0, A, C, D, \eta_1, \eta_2, \eta_3, f$  y  $\phi$  son parámetros a ajustar. El parámetro  $C$  es significativo en régimen de intensidad alta en el caso de las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  ( $^{87}Rb$ ) y  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{85}Rb$ ). En todos los otros casos es posible tomar  $C = 0$ . En todos los casos, fue usado el mismo campo magnético, y se pudo chequear que  $f$  corresponde a la frecuencia de Larmor del isótopo correspondiente. La Figura 5.7 muestra la calidad del ajuste de las curvas (5.8) y (5.9) con los datos experimentales, tanto para bajas como altas intensidades.

Con el resultado de estos ajustes se obtiene las constantes  $\eta_1, \eta_2$  y  $\eta_3$ , que caracterizan los transitorios. Los resultados de los ajustes están mostrados en la Figura 5.8 para el caso de las transiciones del  $^{87}Rb$ . Vea que todas las tasas de decaimiento son del mismo orden de magnitud y en ambas transiciones los parámetros  $\eta_1$  y  $\eta_3$  son funciones crecientes de la intensidad de la luz. La tasa  $\eta_2$ , sólo estimada para la transición de EIT (altas intensidades), permanece aproximadamente constante en la escala de intensidades explorada.

En función de este resultado se puede suponer que  $\eta_2$  sea una función del tiempo de vuelo, que constituye un importante tiempo característico en el problema. Efectuamos medidas para averiguar como varia el parámetro  $\eta_2$  según el diámetro del haz de luz. El diafragma  $d_2$  (Figura 5.3) selecciona los átomos cuyo tiempo de vuelo han sido

$$t_{\text{vuelo}} \simeq \frac{D}{v_p} \quad , \quad (5.10)$$

donde  $D$  es el diámetro del haz (determinado por  $d_1$ ) y  $v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ . Manteniendo el diafragma  $d_2$  cerrado a 2 mm de diámetro, hemos variado el diámetro del haz utilizando

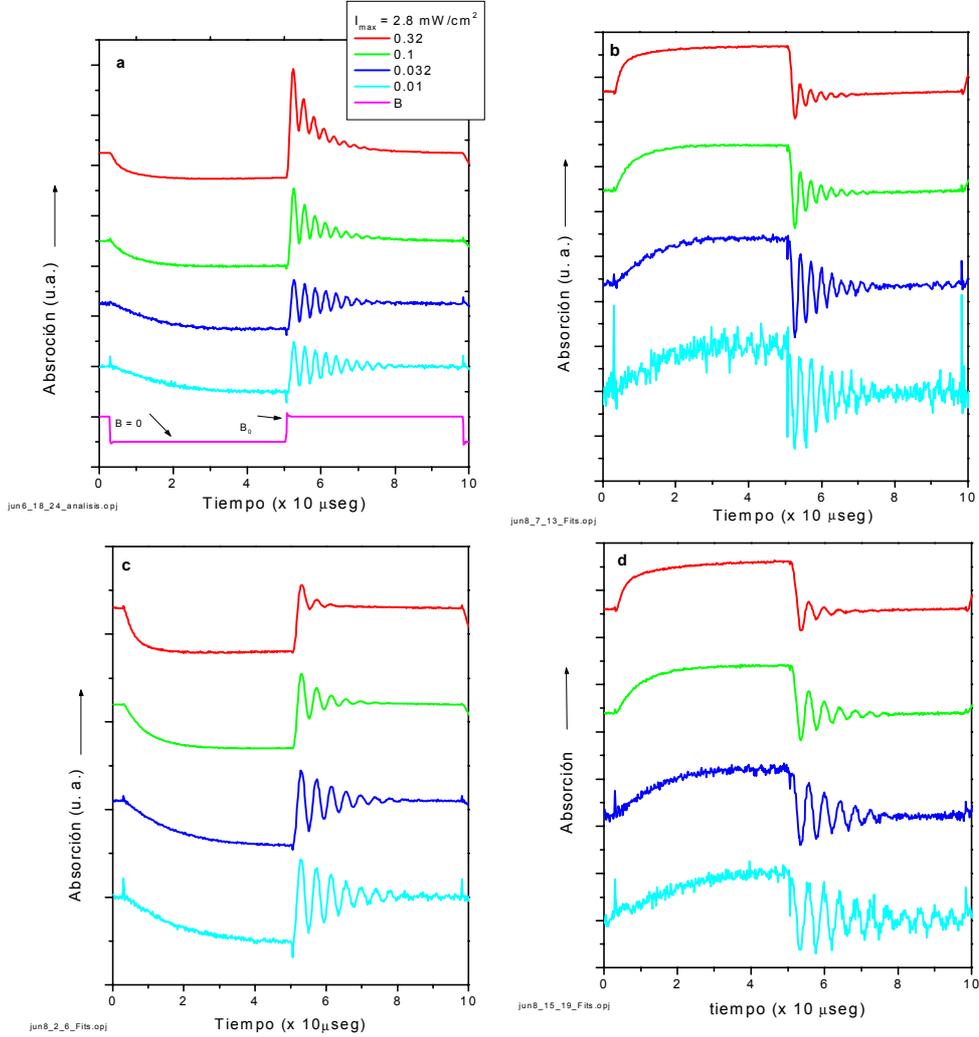


Figura 5.6: Observación de la absorción para los transitorios magnéticos. Las diferentes curvas en cada Figura se refieren a diferentes valores de intensidad del campo. Una leyenda mostrando los valores relativos de intensidad y la forma del campo magnético ( $B \simeq 250\text{mG}$ ) es mostrada solamente en (a). Cada figura corresponde a las diferentes transiciones de la línea D2 del Rb. Las curvas fueron normalizadas de manera que la diferencia entre las dos situaciones estacionarias sea constante. (a)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  ( $^{87}\text{Rb}$ ), (b)  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$  ( $^{87}\text{Rb}$ ); (c)  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{85}\text{Rb}$ ); (d)  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  ( $^{85}\text{Rb}$ ).

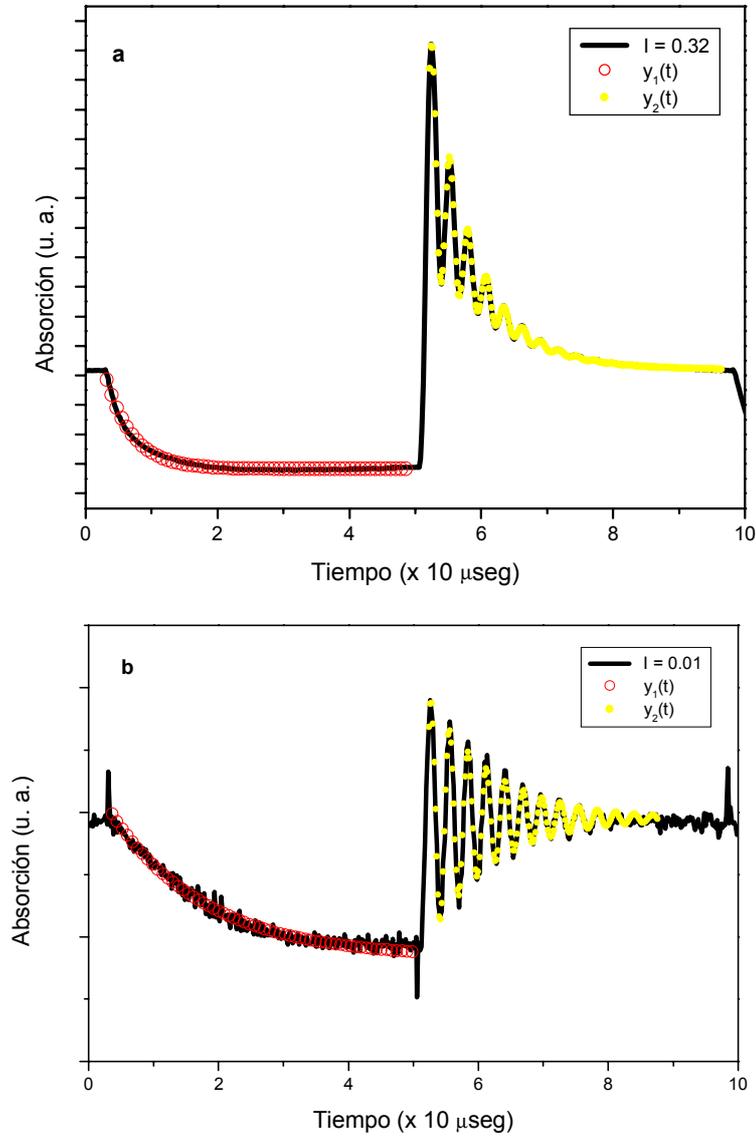


Figura 5.7: Ejemplo de ajuste de las curvas experimentales usando las funciones  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ . Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  ( $^{87}Rb$ ). (a)  $I = 0.32$ , ; (b)  $I = 0.01$ ,  $C = 0$ .

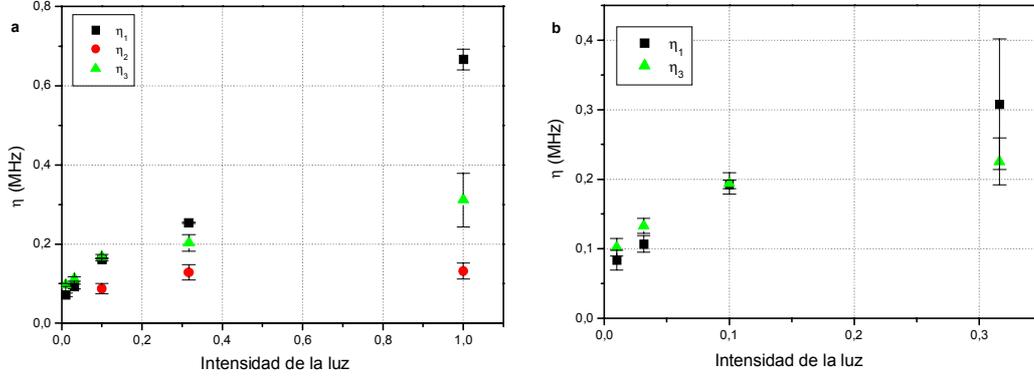


Figura 5.8: Resultados de los ajustes con las funciones  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ , para las transiciones (a)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0(^{87}\text{Rb})$  y (b)  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3(^{87}\text{Rb})$ .

el diafragma  $d_1$ . De esa manera, la mayor contribución a la señal proviene de los átomos que cruzan diametralmente el haz de luz. En la figura 5.9 se ve la dependencia de  $\eta_2$  con el inverso del diámetro del haz. Para diámetros grandes, la dependencia de  $\eta_2$  es aproximadamente lineal con el inverso del tiempo de vuelo. La extrapolación de la recta indica que para un haz infinitamente grande, la tasa de decaimiento tiene un límite de aproximadamente  $\eta_{2,\text{min}} \simeq 70 \text{ kHz}$ . Para tiempos de vuelo muy cortos, el error en la medida es bastante mayor, ya que  $d_1 \simeq d_2$ .

El comportamiento de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0(^{87}\text{Rb})$  puede ser sintetizado como sigue. Para bajas intensidades, la tasa  $\eta_3$  es suficientemente más chica que la tasa  $\eta_2$ , entonces la exponencial  $Ce^{-\eta_2 t}$  se amortigua más rápidamente que la exponencial  $De^{-\eta_3 t}$ , permitiendo la observación de las oscilaciones. Para altas intensidades,  $\eta_3$  pasa a ser comparable con  $\eta_2$ . Así las oscilaciones se amortiguan más rápido que el término  $Ce^{-\eta_2 t}$ , que pasa a ser el término dominante en la señal.

Para las otras transiciones la tasa de decaimiento  $\eta_3$  es la que determina la escala de tiempo del transitorio.

A continuación, analizamos los resultados del modelo teórico presentado en el capítulo 3 para la interacción del sistema de dos niveles degenerados en interacción con un campo óptico y ampliar la discusión.

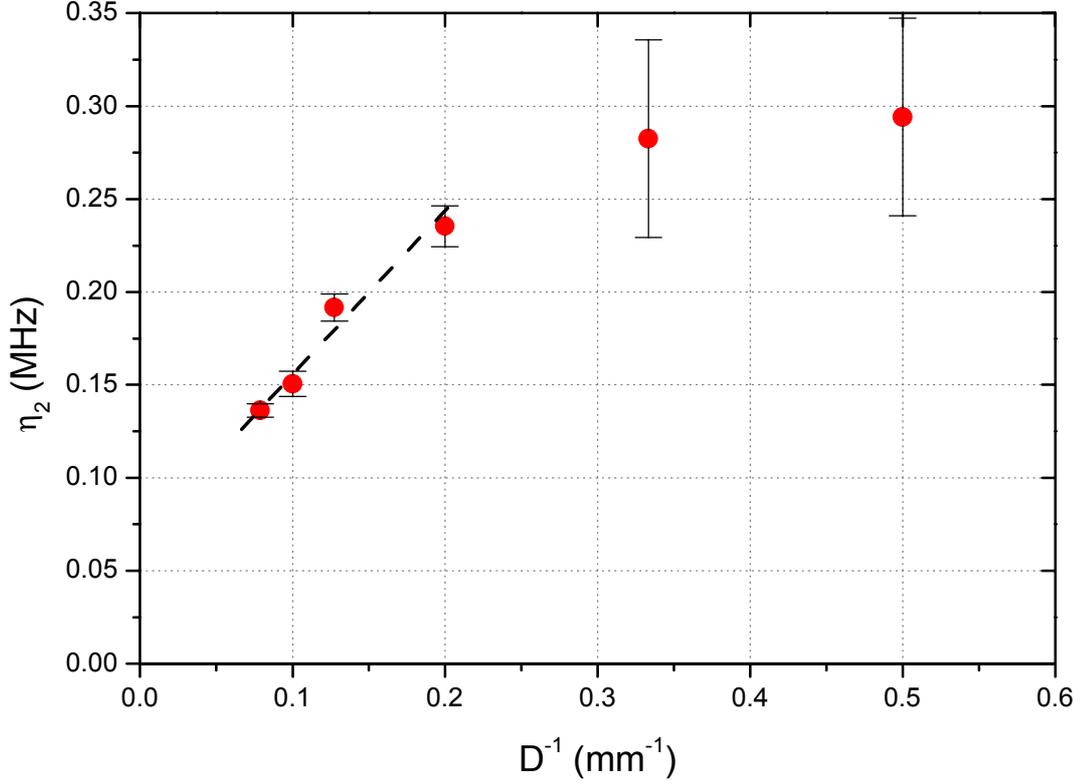


Figura 5.9: Dependencia de la tasa  $\eta_2$  con el inverso del diámetro del haz de luz.  $I = 0.32$ , transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  ( $^{87}\text{Rb}$ ). La recta tracejada muestra una dependencia lineal adecuada para diámetros grandes.

### 5.4.2 Resultados teóricos

Para calcular la solución temporal de la ecuación (3.35), se puede utilizar la solución general dada por

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j L_j e^{\lambda_j t} + x_{est} \quad , \quad (5.11)$$

donde  $c_j$  son constantes a ser determinadas por las condiciones iniciales y los  $L_j$  y  $\lambda_j$  son los vectores y valores propios de la matriz  $\mathcal{B}$ . La matriz  $\mathcal{B}(B, \delta, \kappa, \Omega_1, \Gamma, \mathbf{e})$  es función de todos los parámetros físicos del sistema, por lo tanto, el estudio de sus valores propios da información sobre los tiempos característicos de la evolución correspondiente. En un sistema real el número de estados  $n$  puede ser muy grande para la manipulación analítica. Por ejemplo, si consideramos la transición más sencilla del rubidio  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ , tenemos  $n = 16$ . Sin embargo, es posible obtener soluciones numéricas sin muchas

dificultades, sea haciendo una integración numérica, o por el método de los valores y vectores propios. Con el fin de simplificar el máximo el tratamiento, se consideró dos transiciones del tipo  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ , que representan las dos transiciones más sencillas que dan origen a las resonancias de EIT y EIA, respectivamente. Ambas fueron consideradas cerradas, en el sentido de que no hay escape de átomos hacia otras transiciones hiperfinas y se considera que los átomos están en reposo.

El cálculo de los transitorios mostrados en la Figura 5.10 fue hecho a través del cálculo de los valores propios. Para cada valor de campo, se ha calculado  $x(t)$  con condiciones iniciales distintas. Para el transitorio de  $B = 0$  la condición inicial es el estado estacionario de  $B = cte$  y vice-versa. Todas las curvas fueron calculadas para los mismos valores de campo magnético, y varias intensidades distintas. Antes de hacer un análisis más detallado del problema, resaltamos algunas características generales vistas en el experimento y que están bien reproducidas en el modelo teórico.

Todos los transitorios asociados a campo magnético nulo son puramente amortiguados para las dos transiciones tratadas y todo el rango de intensidad, mientras que para campo  $B = cte$  la absorción oscila a una frecuencia determinada por  $\gamma_a B$ . Para bajas intensidades y  $B = cte$  el comportamiento de las dos transiciones es similar, aparte de la fase opuesta. Sin embargo, para  $B = cte$  y altas intensidades los transitorios asociados con la transición de EIA son tan cortos cuanto el transitorio de  $B = 0$  (Figura 5.10b). La diferencia aparece en la transición del tipo EIT, donde para altas intensidades, el transitorio de  $B = cte$  tiende a un amortiguamiento puramente exponencial, mientras que el transitorio de  $B = 0$  tiende a cero. Se puede chequear que esta constante de decaimiento puramente exponencial cambia muy poco con la intensidad del campo y está dada principalmente por  $\kappa$ .

Una mejor comprensión del comportamiento del sistema puede ser obtenido con el análisis de los valores propios de la matriz de evolución  $\mathcal{B}$ . En los casos considerados, la matriz  $\mathcal{B}$  tiene dimensiones  $n=16$  (transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ ) y  $n=64$  ( $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ ). El conjunto de los valores propios de  $\mathcal{B}$  puede ser separado en dos grupos. Un grupo tiene constantes de decaimiento del orden de  $\Gamma$  (grupo 1), mientras que un segundo grupo decae con constante de decaimiento  $\kappa$  (grupo 2). Como  $\kappa \ll \Gamma$  este grupo de valores propios debe ser el relevante para la descripción de los transitorios de tiempos largos, tales como los que fueron observados. Es una regla general que el valor propio más chico es aquél que sobrevivirá por más tiempo en el régimen transitorio. El término  $\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_{rel}^{\kappa} = -\kappa(\rho - \rho_0)$  que aparece en la ecuación de Bloch (3.24) describe la salida de átomos de la región de interacción, entonces la parte real de ningún otro valor propio del problema puede ser más chica que  $\kappa$ . Es posible verificar que este es un valor propio siempre presente, pero su observación es imposible, debido a la compensación impuesta por la llegada de átomos “frescos”.

La Figura 5.11 muestra la dependencia con la intensidad del campo óptico de los valores propios del segundo grupo, donde solamente están mostrados los valores propios

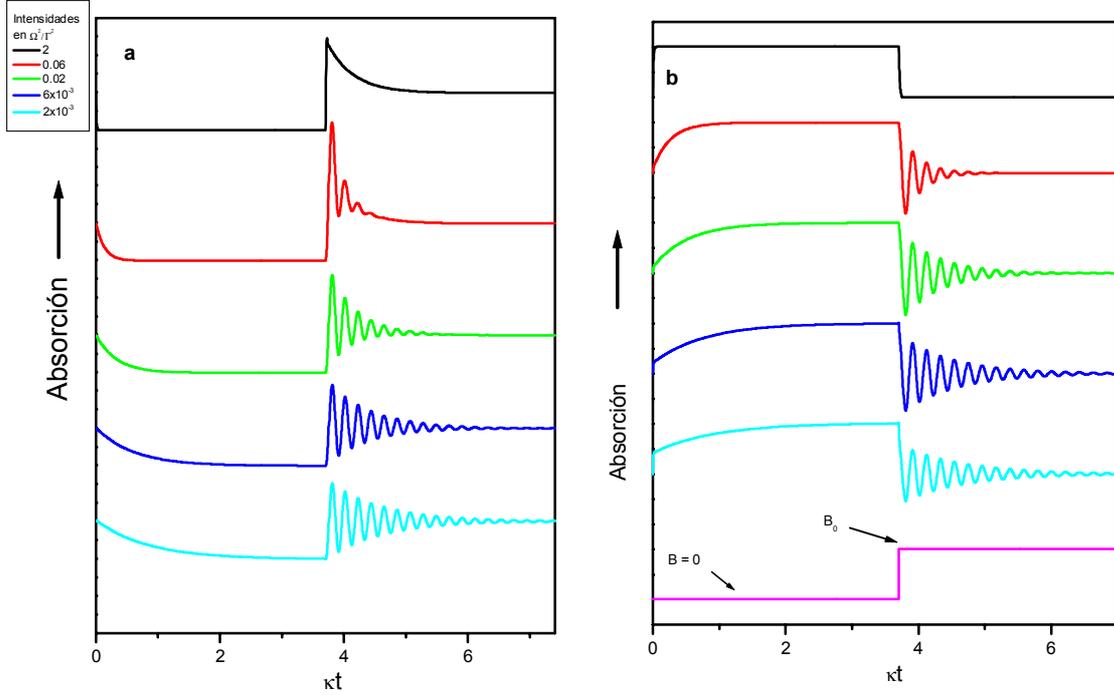


Figura 5.10: Transitorios calculados numericamente para diferentes valores de intensidad del campo óptico. Campo magnético mostrado apenas en (b), Valores de intensidad en la leyenda.  $\frac{\gamma_a B}{\hbar} = .003\Gamma$ ,  $\kappa = 0.001$ ,  $\delta = 0$ . (a)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . (b)  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ .

que son observables. Las Figuras 5.11a y b representan los casos de las transiciones  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  (EIT) y  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  (EIA).

Primero analicemos el caso de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . Ya hemos notado que esta transición puede ser vista como un sistema en  $\Lambda$  abierto, ya que el estado  $|F_a = 1; m_a = 0\rangle$  actúa como un sumidero de poblaciones. Para el caso de campo magnético nulo, Renzoni *et al* [34] calcularon analíticamente los valores propios para el caso ideal de  $\kappa = 0$  y bajas intensidades. Cuando esta tasa es incorporada en las ecuaciones, es posible mostrar que el valor propio dominante para el transitorio de  $B = 0$  es dado por (ver Figura 5.11a)

$$\lambda'_2 \simeq -\kappa - \mathcal{O}(\Omega^2/\Gamma) \quad , \quad (5.12)$$

representando la única tasa de decaimiento relevante.

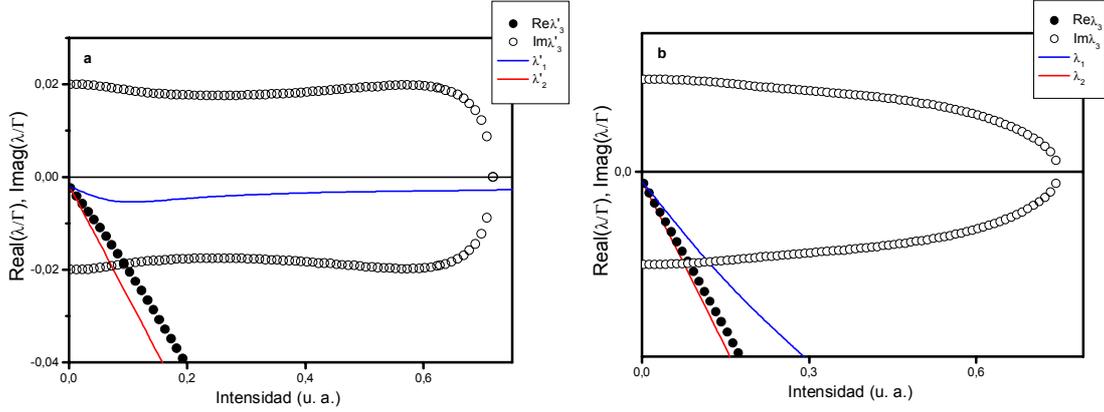


Figura 5.11: Resultados numéricos del cálculo de valores propio de  $\mathcal{B}$  correspondiendo al grupo 2 ( $\sim \kappa$ ) como función de la intensidad de la luz. Línea roja, valores propios reales para el transitorio  $B = 0$ . Línea azul, valores propios reales para el transitorio  $B = cte$ . Círculos representan las partes real e imaginarias de valores propios complejos para  $B = cte$ . (a) Transición del tipo EIT  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$  y (b) transición del tipo EIA  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$ .

Para el caso de  $B = 0$  el valor propio más chico es dado por  $-\kappa$ , independientemente de la intensidad de la luz. Sin embargo, el modo asociado a este valor propio es el estado oscuro  $|\Psi_D\rangle$ , que está desacoplado de la luz, lo que impide la observación de este valor propio. La situación cambia en presencia de un campo magnético, porque en este caso el estado oscuro no es estacionario. Los estados  $|\Psi_D\rangle$  y  $|\Psi_B\rangle$  están acoplados por el campo magnético, tal como prevé la ecuación (5.5). De esa manera, el modo asociado con el valor propio  $\lambda'_1 \sim -\kappa$  está acoplado con el estado excitado y puede ser observado. La Figura 5.11a muestra que  $\lambda'_1$  tiene una dependencia no lineal (pero suave) con la intensidad.

El valor propio que sigue lo llamamos  $\lambda'_3$  que es complejo. Su parte real crece de forma aproximadamente lineal con la frecuencia de Rabi y su parte imaginaria es aproximadamente constante, siendo determinada principalmente por la frecuencia de Larmor. En suma, para intensidades suficientemente bajas, tenemos que  $|\text{Re}\lambda'_3| \ll |\lambda'_1|$ , permitiendo que las oscilaciones con el campo magnético sean preservadas. Al aumentar la intensidad, las oscilaciones con el campo magnético son amortiguadas y el decaimiento puramente exponencial se hace notar en los transitorios (ver Figura 5.10a). Debe ser notado que el valor propio  $\lambda'_1$  presenta un mínimo para un valor de intensidad crítico  $I_c$ . Abajo de este valor,  $\lambda'_1$  es una función creciente de la intensidad, pero arriba de  $I_c$  el aumento de intensidad pasa a enlentecer el decaimiento del sistema. Además, en el límite de intensidades muy altas las oscilaciones con el campo magnético son totalmente eliminadas y el sistema evoluciona según  $\lambda'_1$ .

El análisis de valores propios de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 2$  está mostrado en la Figura 5.11b, donde se nota un comportamiento un poco distinto. En ese caso, la parte real de todos los valores propios observables son funciones crecientes de la intensidad. Para esta transición, en la situación de campo magnético nulo todos los estados están acoplados con la luz, implicando en una condición inicial distinta para la evolución con  $B = cte$ . Como consecuencia, la parte real de todos los valores propios crece con la intensidad de la luz, no existiendo un valor propio análogo a  $\lambda'_1$ . Al aumentar la intensidad  $|\text{Re } \lambda_3| \sim |\lambda_1|$ , así las oscilaciones con el campo se amortiguan simultáneamente con la componente puramente exponencial, no existiendo ningún decaimiento lento.

Hemos efectuado experimentos de observación de transitorios magnéticos en las transiciones hiperfinas de ambos isótopos del *Rb*, pero hemos presentado resultados teóricos solamente para las transiciones del  $^{87}\text{Rb}$ . Analizamos entonces el caso de la transición del  $^{85}\text{Rb}$ . Vemos que el caso de la transición  $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  ( $^{85}\text{Rb}$ ) es muy similar al caso de la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$  ( $^{87}\text{Rb}$ ) ambas del tipo EIA. Sin embargo, el decaimiento lento visto en la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$   $^{87}\text{Rb}$  es menos importante en la transición del tipo EIT del  $^{85}\text{Rb}$  ( $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ ). Se puede conjeturar que eso sea una consecuencia de que en la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$   $^{85}\text{Rb}$  en presencia de un campo magnético todos los estados están acoplados con la luz, no existiendo un estado análogo al estado  $|F_a = 1; m_a = 0\rangle$  (de la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ ), que está desacoplado del campo magnético y de los campos ópticos. Es posible chequear la existencia de un valor propio análogo a  $\lambda'_1$  en la transición ( $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$ ).

Vemos que los resultados del modelo teórico presentado en capítulo 3 contiene las principales características asociadas con los datos experimentales. Llamamos la atención para algunas simplificaciones del modelo teórico con respecto al experimento. La primera simplificación es no llevar en consideración los efectos de propagación del haz sobre la muestra, lo que es equivalente a decir que el medio es ópticamente fino. Efectivamente, no hemos visto ningún cambio cualitativo en las señales al variar la densidad del vapor en la celda. Tampoco se considera en el modelo las inhomogeneidades en el campo magnético y en el perfil de intensidad del campo óptico. Ambos factores son minimizados en el experimento al coleccionar solamente la porción central del haz de luz (diafragma  $d_2$  en la Figura 5.3). Por último, hemos despreciado en el modelo el movimiento de los átomos, mientras que los experimentos fueron hechos en una celda de vapor, donde el efecto Doppler está presente. Esto puede ser justificado por el hecho de que las transiciones de dos fotones que hemos tratado son independientes de la velocidad del átomo, tal como predice la ecuación (4.10).

Debido al efecto Doppler, cuando se sintoniza el láser para que la clase de velocidades nula esté en resonancia con una de las transiciones hiperfinas de la línea D2 del rubidio, los otros niveles hiperfinos del estado excitado serán excitados por otras clases de velocidades (ver Figura 4.1). La contribución de las diferentes transiciones para la absorción total es función de su fuerza de oscilador, de la posición exacta de la frecuencia del láser con respecto al perfil de absorción Doppler y de la intensidad de la luz. Así, al excitar la

muestra a partir de un nivel fundamental, el nivel excitado es compuesto por todo el grupo de niveles. En cada grupo Doppler existe una transición que es cerrada, cuyo escape de átomos hacia el otro nivel hiperfino es nulo. En muchas situaciones, esta transición es la que da mayor contribución a la señal. Sin embargo, en general la señal total proviene de la competencia entre todas las transiciones permitidas. En ambos isótopos, cuando la transición excitada parte del nivel inferior del estado fundamental, todas las transiciones posibles son del tipo EIT ( $F_a \geq F_b$ ), y no es ninguna sorpresa que el resultado global también sea la transparencia. La situación es diferente cuando el nivel superior del estado fundamental es excitado. En ese caso las transiciones cerradas de ambos isótopos dan origen a EIA ( $F_a = 3 \rightarrow F_b = 4$  ( $^{85}\text{Rb}$ ) y  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 3$  ( $^{87}\text{Rb}$ )) mientras que las otras dos transiciones posibles dan origen a EIT. Así, el efecto global será la absorción inducida si dos condiciones principales son satisfechas: (1) si la posición en frecuencia del láser no está lejos de la transición cerrada correspondiente; (2) si la frecuencia de Rabi no es alta comparada con la separación en frecuencia de los estado hiperfinos. Efectivamente, hemos observado distorsiones significativas, tanto en los transitorios como en el barrido de campo magnético, en situaciones donde las condiciones (1) o (2) no son satisfechas.

## 5.5 Interpretación de los resultados en términos de la teoría cuántica de la medida

Quizás el resultado más interesante mostrado en este capítulo sea el apareamiento de una componente lenta en el transitorio en el régimen de intensidades altas para el caso de las transiciones de EIT, y de forma más acentuada en la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . En todos los otros casos, la intensidad actúa como un factor de amortiguamiento en los transitorios. Se puede decir que este comportamiento es bastante sorprendente y hasta mismo contra-intuitivo, ya que el campo óptico actúa de manera a retardar la evolución del sistema.

En esta sección, vamos a hacer una interpretación de este fenómeno según el postulado de la proyección de la Mecánica Cuántica. Considere entonces, un observable  $A$  que es diagonal en una cierta base de estados  $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ , cuyos valores propios son  $a_1$  y  $a_2$ , respectivamente. Según el postulado de la proyección, si el resultado de la medida resultó ser  $a_1$  el estado del sistema fue proyectado sobre el vector propio  $|1\rangle$  (reducción del paquete de onda).

Veamos, entonces el problema concreto mostrado en la Figura 5.12, que es equivalente al sistema descrito en la Figura 5.1b. Si el estado inicial del sistema es  $|\psi_D\rangle$ , en presencia del campo magnético la probabilidad de transición entre los estados oscuro y brillante ( $|\psi_D\rangle$  y  $|\psi_B\rangle$ ) es dada por la ecuación 5.5. Ahora supongamos que queremos efectuar una medida sobre el sistema de manera a saber si el sistema se encuentra en el estado oscuro o brillante, después de un cierto tiempo  $t$ . Una forma de efectuar tal medida es enviar un fotón que esté resonante con algún estado excitado del átomo, simbolizado por  $\Omega$  en

la Figura 5.12. Existen dos posibles resultados: si el sistema absorbe un fotón significa que el sistema se encuentra en el estado  $|\psi_B\rangle$ , pero si el fotón no es absorbido el sistema se encuentra en el estado  $|\psi_D\rangle$  que no está acoplado con la luz. Digamos entonces que en  $t = 0$  efectuamos una medida cuyo resultado fue la *no* absorción del fotón. De acuerdo con el postulado de la proyección, en  $t = 0$  el sistema fue proyectado sobre el estado  $|\psi_D\rangle$  (condición inicial de la ecuación (5.5)). Es inmediato notar que para un tiempo suficientemente corto, la probabilidad de encontrar el sistema en el estado  $|\psi_B\rangle$  es dada por

$$P_B(t) \simeq 2\Delta_{\text{Zeeman}}^2 t^2 \quad (5.13)$$

y la probabilidad de encontrar el sistema en el estado  $|\psi_D\rangle$  es aproximadamente

$$P_D(t) \simeq 1 \quad . \quad (5.14)$$

El sistema tiende a evolucionar según el Hamiltoniano magnético, cuyo periodo característico es  $1/2\Delta_{\text{Larmor}}$ . Itano *et al* [65] consideraron un sistema similar mostrando que si  $n$  medidas son efectuadas sobre el sistema en un cierto intervalo de tiempo  $T$ , la probabilidad de encontrar el sistema en el estado inicialmente preparado es dada aproximadamente por

$$P_D^n(T) \simeq 1 - \frac{2\Delta_{\text{Zeeman}}^2 T^2}{n} \quad , \quad (5.15)$$

indicando que en el límite  $n \rightarrow \infty$  tenemos

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_D^n(T) \simeq 1 \quad , \quad (5.16)$$

y el sistema se estaciona en el estado  $|\psi_D\rangle$ . Esta es la esencia del efecto Zenon en Mecánica Cuántica.

En nuestros experimento, el sistema es preparado sobre el estado oscuro al anular el campo magnético, que salta a un valor constante en  $t = 0$ . En ese contexto, el campo óptico actúa como una medida continua sobre el sistema, acoplado el estado  $|\psi_B\rangle$  con el estado excitado. En un caso idealizado, si la frecuencia de Rabi  $\Omega$  es suficientemente grande la evolución según el Hamiltoniano magnético puede ser evitada, tal como discutido por Luis [66]. De esa manera, nuestros resultados pueden ser vistos como la preparación del sistema en un cierto estado cuántico y su posterior preservación por el efecto Zenon. Sin embargo, este análisis no tiene en cuenta las tasas de decaimiento de los estados atómicos y no se adecua perfectamente a la realidad experimental. Por un lado, en el sistema físico real existe una tasa de decaimiento hacia el subnivel  $|F_a = 1; m_a = 0\rangle$ , y los propios estados  $|\psi_D\rangle$  y  $|\psi_B\rangle$  son afectados por el tiempo de tránsito finito del átomo con la luz. Ambos factores contribuyen para una pérdida de población y la evolución del sistema según este proceso irreversible no puede ser evitada por el acoplamiento con la luz.

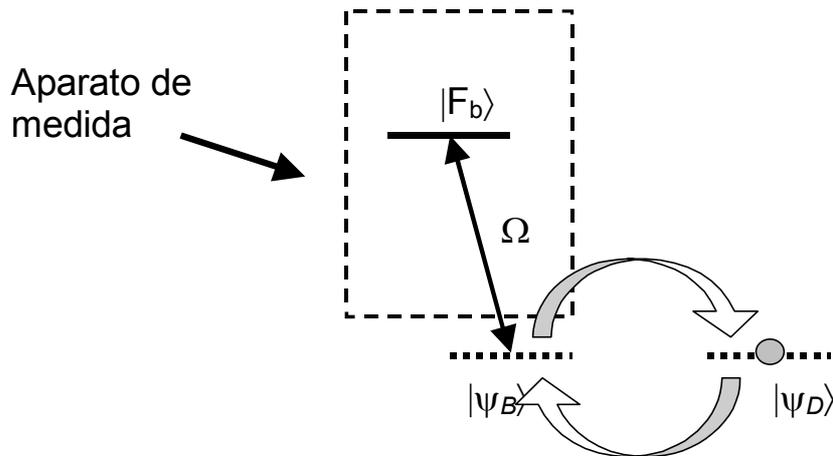


Figura 5.12: Esquema para la interpretación del Efecto Zenon

Vea que en el caso de la transición de EIA, todos los estados del sistema están acoplados con la luz y la absorción de un fotón del campo incidente no proyecta el sistema sobre ningún estado específico, y por lo tanto el estado inicial no es preservado.

## 5.6 Conclusiones

En este capítulo hemos estudiado fenómenos magneto-ópticos asociados con las resonancias coherentes de transparencia y absorción inducida. Hemos dado especial interés al estudio de los transitorios asociados con cambios bruscos sobre el valor del campo magnético. Cuando el campo magnético es cambiado hacia el valor nulo, todas las transiciones estudiadas mostraron transitorios puramente amortiguados, donde la intensidad de la luz es la causa principal del amortiguamiento. En todos los casos, las tasas de decaimiento son del mismo orden de magnitud. Típicamente, el tiempo característico  $\tau_{Hanle}$  para tales transitorios fueron de

$$\tau_{Hanle} \sim 20 \mu s \quad (5.17)$$

siendo del orden del inverso del ancho de las resonancias Hanle asociadas con el barrido lento del campo magnético.

Las características principales asociadas con el experimento fueron bien reproducidas con el modelo teórico presentado en el capítulo 2 y una mejor comprensión del fenómeno fue obtenida con el análisis de los valores propios. Tales transitorios pueden ser comprendidos según dos conceptos distintos. El concepto de coherencia o el concepto de bombeo óptico, tal como discutido en la sección 5.1. Así, el transitorio de campo nulo puede ser visto como el tiempo de preparación de los estados coherentes responsables por los

fenómenos de absorción o transparencia inducida, o como el tiempo de bombeo óptico necesario para redistribuir las poblaciones en los subniveles Zeeman.

Los transitorios asociados a campo magnético constante pueden ser interpretados como la destrucción de la coherencia establecida entre los subniveles Zeeman, ya que el campo magnético induce el acoplamiento entre todos los subniveles.

# Capítulo 6

## Espectroscopía de ruido en resonancias coherentes

En los capítulos anteriores hemos estudiado la evolución transitoria del dipolo atómico en sistemas de dos niveles degenerados. En todos los casos, estuvimos interesados en la evolución temporal del valor medio del dipolo atómico y el campo electromagnético fue considerado como un campo clásico perfectamente monocromático cuyas fluctuaciones fueron totalmente despreciadas. Sin embargo, la luz presenta fluctuaciones tanto en amplitud como en fase, que son responsables por el espectro óptico del campo. Una muestra atómica que interactúa con tal campo puede ser sensible a las fluctuaciones, provocando la existencia de transitorios. Dichos transitorios estarán por lo tanto relacionados al ruido de los láseres, cuyas componentes de frecuencia pueden extenderse muy lejos en el espectro. Se puede intuir que el análisis del espectro de las fluctuaciones de la luz transmitida por una muestra es potencialmente una herramienta espectroscópica poderosa.

En este capítulo, estudiamos el espectro de potencia de los transitorios atómicos causados por las fluctuaciones del campo incidente. De forma general, no estamos interesados en el valor medio de los observables atómicos como en los capítulos anteriores, sino en las respuestas fluctuantes (AC) del átomo debidas a las fluctuaciones del campo que excita la transición atómica.

### 6.1 Espectroscopía de ruido

Uno de los primeros trabajos donde se trata el problema de la interacción de un campo estocástico con un átomo de dos niveles es de Avan y Cohen-Tannoudji [67]. Ellos consideraron un campo cuya fase tiene un comportamiento análogo a una partícula en un medio viscoso que sigue un movimiento Browniano. Así, fueron establecidas las bases físicas fundamentales y pudieron calcular el espectro de fluorescencia atómico de forma no perturbativa para obtener la influencia del ancho del campo sobre el ancho y las alturas relativas del triplete de fluorescencia. La influencia del ancho del láser sobre la fluorescen-

cia de una resonancia del tipo  $J_a = 0 \rightarrow J_b = 1$  también fue estudiado en [68]. Agarwal [69] obtuvo soluciones exactas de las ecuaciones de la evolución atómica para diversas magnitudes, tales como el espectro de absorción y la emisión espontánea, donde resulta que el ancho del láser se suma al ancho natural de las resonancias atómicas. Georges [70] presentó un tratamiento teórico más general para el cálculo de observables atómicos usando diferentes modelos para la estadística de fluctuaciones del campo. Anderson *et al* [71] observaron la dependencia de fluctuaciones en la fluorescencia con el ancho del láser, lo que ya había sido propuesto como método de caracterización de ruido de fase del campo [72], [73].

Arnett *et al* [74] han estudiado la influencia del ancho espectral del campo sobre la fluorescencia en un experimento tipo Hanle en el estado excitado. Para una intensidad suficientemente mayor que la intensidad de saturación, ellos detectaron que al variar el campo magnético el ensanchamiento por potencia de la transición estrecha cerca de campo nulo es reducido cuando el ancho espectral del campo crece. Esto porque para contribuir al ensanchamiento lo que cuenta es la cantidad de energía del campo que está en resonancia, así cuando el ancho del campo pase a ser mayor que el ancho natural de la transición considerada, más intensidad será necesaria para saturar la transición. Al ensanchar el espectro del campo, la cantidad de energía transferida al átomo de forma resonante es menor.

Al inicio de la década de 1990 ya existían una buena cantidad de trabajos donde se estudió la importancia de las fluctuaciones del campo sobre la dinámica atómica, pero en la mayoría de los casos estaban interesados en el cálculo y en la observación de espectros de fluorescencia y fluctuaciones en las poblaciones en sistemas de dos niveles [75, 73, 76]. Vemuri *et al* [76] trató el caso en que el campo que actúa sobre los átomos es la suma de un campo monocromático con un campo estocástico.

El punto de partida para los experimentos que iremos a describir puede ser tomado del trabajo de Yabuzaki *et al* [77]. En ese trabajo se ha mostrado que cuando un campo de luz conteniendo fluctuaciones de fase interactúa de forma resonante con una muestra atómica, el análisis espectral de las fluctuaciones de la luz transmitida contiene información sobre la estructura espectral del medio material. Tal hecho ha dado origen a una nueva técnica espectroscópica, que tiene la ventaja de utilizar dos componentes importantes y comunes en los actuales laboratorios de espectroscopía: los láseres de diodo, que tienen alto grado de ruido de fase y bajo ruido de amplitud, y los detectores de estado sólido que son insensibles a la fase del campo. El medio material actúa de manera de convertir las fluctuaciones de fase del campo incidente en fluctuaciones de intensidad en el campo transmitido. Tales fluctuaciones de intensidad podrán ser sentidas por el detector. La técnica resultó ser extremadamente sencilla ya que no es necesario ningún barrido en la frecuencia del láser ni tampoco utiliza ningún tipo de modulación además de aquellas inherentes al propio campo. Uno de los resultados de este trabajo es la observación de las resonancias Zeeman en la línea D1 del Cs para campos magnéticos del orden de centenas de Gauss. En [78] fue hecho un experimento similar en que se observó las transiciones de la línea D2 del Rb

en el espectro de ruido. Walser *et al* [79] estudiaron de forma teórica el problema de un campo con ruido de fase en un problema de absorción saturada. Una aplicación de un campo ruidoso a una proceso de dos fotones es visto en [80]. Jyotsna *et al* [81] usan la teoría de la respuesta lineal para evidenciar el hecho de que el campo irradiado por los átomos contiene informaciones sobre la estructura de niveles del átomo.

La modulación en frecuencia es una herramienta conocida cuando se desea implementar la sensibilidad en espectroscopía [82, 83]. Dos bandas laterales simétricas con respecto a la portadora de un campo con modulación de frecuencia tienen signos opuestos y por lo tanto el batido entre ellas y la portadora es idénticamente nulo. En presencia de átomos, las bandas laterales son absorbidas de forma desbalanceada resultando en una modulación de intensidad en el campo transmitido por la muestra. Por otro lado, un campo con fluctuaciones de fase puede ser visto como un campo monocromático con modulación en frecuencia, pero en ese caso la modulación es aleatoria. Así, la técnica de espectroscopía de ruido también resulta ser de alta sensibilidad y cuenta con dos ventajas: (1) la modulación es intrínseca al campo, (2) no existe una única frecuencia de modulación, sino todo el continuo de frecuencias hasta donde llega el espectro del campo.

El papel del ancho del láser sobre el espectro de la luz transmitida quedaría más claro con el trabajo de Camparo *et al* [84]. Dichos autores analizaron la intensidad de ruido relativa (RIN - *Relative Intensity Noise*) — definido como la raíz cuadrada de la variancia en la intensidad de la luz dividida por su valor medio (o sea  $RIN = \delta I / \langle I \rangle$ ) — en función del ancho del láser de forma teórica y experimental para un sistema de dos niveles, mostrando que el efecto de conversión del ruido de fase en ruido de amplitud tiene un máximo cuando el ancho espectral del láser se acerca del ancho homogéneo de la muestra. Para un vapor con ensanchamiento inhomogéneo, un máximo secundario existe cuando el ancho del láser es próximo al ancho inhomogéneo. Vemuri *et al* [85] estudiaron experimentalmente la configuración Hanle (estado excitado) en el caso de que a un campo con difusión de fase se ha agregado una modulación sinusoidal en amplitud. Uno de los primeros usos de la observación de ruido en el estudio de coherencias cuánticas está en [86].

Mitsui [87], observaron la importancia del proceso de emisión espontánea del átomo sobre el espectro de fluctuaciones. Una muestra de vapor de rubidio sujeta a un campo magnético constante es excitada por un láser de diodo con ancho espectral reducido a 500 Hz. Como el proceso de emisión espontánea es responsable por disparar transitorios, cuya frecuencia característica es la frecuencia de Larmor, fue posible observar una resonancia en el espectro, cuya posición en frecuencia es proporcional al campo magnético. Los experimentos que iremos a describir pueden ser interpretados de forma análoga, pero los transitorios son disparados por las fluctuaciones del campo electromagnético.

Garrido-Alzar *et al* [88] efectuaron medidas de correlación entre el campo de bombeo y el campo sonda en una situación de EIT, lo que constituye el primer análisis de resonancias coherentes en el espectro de ruido. En los experimentos descritos en [89] en una situación de EIT, hemos constatado que la correlación entre el campo de bombeo y el campo sonda

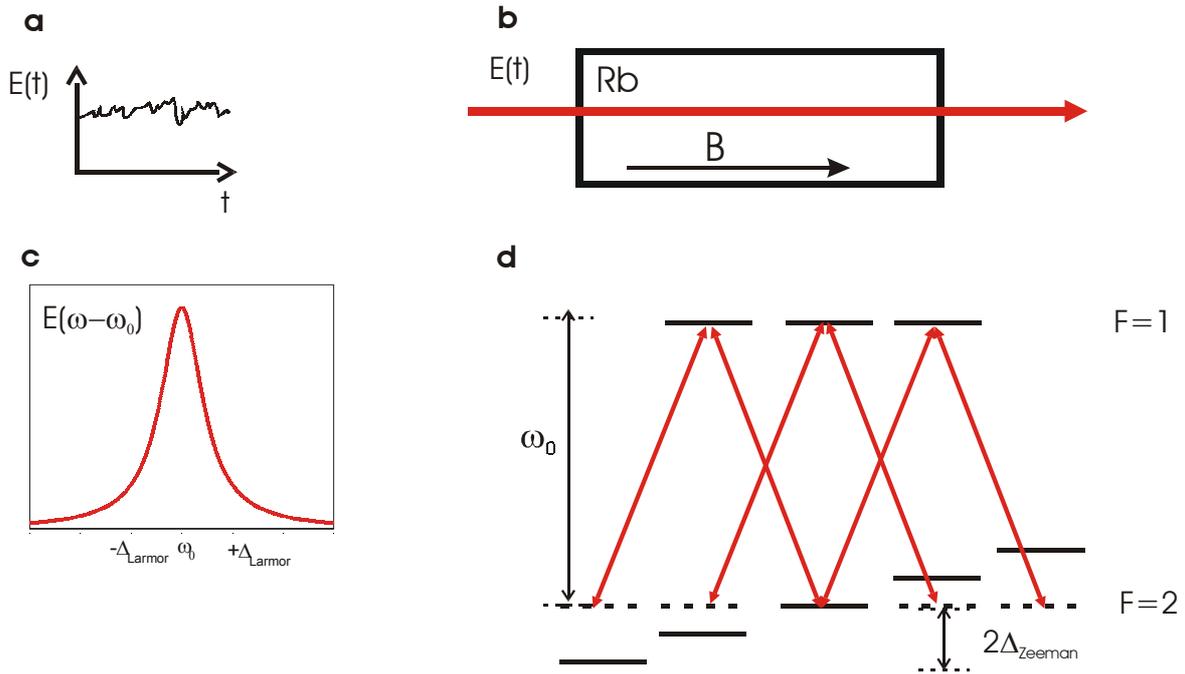


Figura 6.1: (a) y (b) Concepto básico del experimento de espectroscopía de ruido para observación de la precesión de Larmor. (c) Espectro Lorentziano para un campo con fluctuaciones de fase. (d) Esquema de niveles para la transición utilizada en los experimentos.

es positiva para bajas intensidades y es negativa (anti-correlación) para altas intensidades de los campos ópticos.

## 6.2 Planteo del problema

En este capítulo vamos a utilizar la técnica de espectroscopía de ruido aplicada a la observación de las resonancias coherente de Transparencia Inducida. A pesar de que el estudio de la importancia de las fluctuaciones del campo sobre transiciones atómicas es extenso, la aplicación de la técnica de espectroscopía de ruido para la observación de fenómenos asociado a resonancias coherentes es bastante nueva, representando una contribución de esta tesis. En [90], hemos estudiado las fluctuaciones de la luz transmitida como función del campo magnético en un esquema de detección balanceada.

Vamos a considerar una muestra de vapor de rubidio sujeta a un campo magnético constante, sobre la cual hacemos incidir un campo electromagnético con polarización lineal proveniente de un láser de diodo y que está resonante con la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  de la línea D1 del  $^{87}Rb$ , tal como se esquematiza en la Figura 6.1.

Como fue analizado en capítulos anteriores, en la situación planteada, para campo

magnético nulo se establece una coherencia en el estado fundamental, dando origen a un estado oscuro que no interactúa con la luz. En presencia de un campo magnético los estados  $|\Psi_D\rangle$  y  $|\Psi_B\rangle$  no son estados estacionarios del sistema y los transitorios asociados tienen frecuencia característica  $2\Delta_{\text{Zeeman}}$  (ver ecuación (5.5)). Las fluctuaciones de fase del campo electromagnético disparan transitorios asociados con la coherencia del estado fundamental, cuya evolución hacia el estado estacionario contiene la frecuencia de Larmor. Nuestro objetivo será hacer el análisis espectroscópico del ruido de la luz transmitida por la muestra con el fin de observar las componentes de Fourier de la polarización atómica a la frecuencia de Larmor. Debe ser notado que existen algunas dificultades en detectar tales componentes de frecuencia, ya que la detección de un efecto coherente en el espectro de ruido es enmascarada por la presencia de ruido de fondo asociado a la interacción del campo fluctuante con la transición óptica[77].

Una forma de facilitar la observación de la contribución de las resonancias coherentes al espectro de fluctuaciones es aprovechar el efecto de rotación no lineal de la polarización. En presencia de un campo magnético, la polarización atómica macroscópica posee una componente ortogonal a la polarización del campo incidente  $\mathbf{e}_x$ . En principio se puede colocar un polarizador alineado en la dirección  $\mathbf{e}_y$  para filtrar el campo incidente y detectar solamente la polarización en la dirección ortogonal. Otra opción para eliminar esta componente de polarización y ganar en resolución, es hacer una interferencia con un segundo campo cuya polarización esté en la dirección  $\mathbf{e}_y$ .

Una segunda dificultad, de carácter técnico, es que para campos magnéticos moderados ( $\sim 1$  G) las frecuencias de Larmor para el rubidio son algo menores que 1 MHz, que es una zona espectral de bastante ruido técnico. Es posible alejarse de la zona de bajas frecuencias, si desplazamos en frecuencia el campo de referencia con respecto al campo incidente. Este segundo campo, llamado de heterodinado, no interactúa con la muestra y la diferencia de frecuencia con respecto al campo incidente, llamada de frecuencia de batido, será designada por  $\omega_b$ . En resumen, el campo total que llega al detector es

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_T(t)e^{-i\omega_L t} + \mathbf{E}_{het}(t)e^{-i(\omega_L + \omega_b)t} \quad (6.1)$$

donde,  $\mathbf{E}_{het}$  y  $\mathbf{E}_T$  representan la amplitud del campo de heterodinado y transmitido, respectivamente. Para un medio ópticamente fino  $\mathbf{E}_T$  puede ser escrito como

$$\mathbf{E}_T(t) = \mathbf{E}_1(t) + i\beta\mathbf{P}(t) \quad (6.2)$$

donde  $\mathbf{E}_1$  es el campo incidente,  $\mathbf{P}$  es la polarización atómica y  $\beta$  es una constante proporcional al coeficiente de absorción y a la longitud de la muestra.

La intensidad de la luz que se superpone en el detector es definida por

$$I(t) = \mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{E}^*(t) \quad (6.3)$$

De esa manera, el término de interferencia (la señal de batido)  $G(t)$  alrededor de  $\omega_b$  será dada por

$$G(t) = \mathbf{E}_{het}(t) \cdot [\mathbf{E}_1^*(t) - i\beta\mathbf{P}^*(t)] e^{i\omega_b t} + cc \quad , \quad (6.4)$$

que es proporcional a la amplitud del campo de heterodinado. Claramente, si el campo de heterodinado tiene polarización ortogonal al campo incidente el primer término no da contribución al batido lo que muestra que la técnica de heterodinado con polarizaciones cruzadas permite un acceso directo a la contribución atómica de la señal.

De una forma general, la polarización atómica en ambas direcciones  $\mathbf{e}_x$  y  $\mathbf{e}_y$  tienen una dependencia lineal y otra no lineal con la intensidad del campo. La componente no lineal en la dirección del campo de heterodinado  $P_y^{NL}$  está asociada a las transiciones de dos fotones entre los niveles Zeeman del estado fundamental, que dan contribución alrededor de la frecuencia de Larmor y será más grande que la componente lineal  $P_y^L$  para intensidades suficientemente grandes[64].

Debe ser notado que en el caso de que la polarización de ambos campos sean paralelas ambos términos dan contribución a la señal de batido existiendo la posibilidad de interferencia.

### 6.3 Ruido de fase y amplitud en láseres de diodo

Como estamos interesados en conocer la respuesta atómica debida a las fluctuaciones del campo incidente, en esta sección, presentamos un breve repaso de las características de los láseres de diodo asociadas con sus fluctuaciones de amplitud y fase.

Las características de ruido de fase de los láseres de diodo y su relación con el espectro ha sido ampliamente estudiado [91, 92, 93, 94]. En muchos láseres (por ejemplo un He-Ne) el ruido está dominado por causas técnicas. Por otro lado, en un láser de diodo la cavidad resonante tiene un volumen muy pequeño y una baja reflectividad de los espejos. De esa manera, las fluctuaciones causadas por la emisión espontánea son más significativas y representan la principal causa del ancho espectral. Además en un láser de diodo el índice de refracción es fuertemente modificado por la corriente de bombeo (número de portadores presentes en el medio activo). Una variación en la intensidad (emisión de un fotón en modo de oscilación principal) causa también un cambio en la densidad de portadores. Esto genera un cambio en el índice de refracción del medio activo, provocando un cambio adicional en la fase del campo. El acoplamiento de las fluctuaciones de amplitud y fase para el láser de diodo es controlada por el factor de ensanchamiento  $1 + \alpha^2$  [92], donde  $\alpha$  es definido por

$$\alpha = \frac{\frac{d\text{Re}[n]}{dN_e}}{\frac{d\text{Im}[n]}{dN_e}} \quad , \quad (6.5)$$

donde  $\frac{d\text{Re}[n]}{dN_e}$  y  $\frac{d\text{Im}[n]}{dN_e}$  es la variación de la parte real y la parte imaginaria del índice de refracción  $n$  del medio activo con respecto al número de portadores de carga  $N_e$ . El ancho espectral del láser de diodo queda entonces dado por

$$\Delta\omega_L = \frac{R}{N_{ft}} (1 + \alpha^2) \quad (6.6)$$

donde  $R$  es la tasa de emisión espontánea y  $N_{ft}$  es el número medio de fotones en la cavidad. Cuando  $\alpha = 0$ , el ancho coincide con la fórmula de Schalow-Townes[94]. A pesar de estar siempre presente en los láseres de diodo, el acoplamiento entre las fluctuaciones de fase y amplitud son más importantes cuando la corriente de operación no es muy alta ( $I_{operación} / I_{umbral} \sim 2 - 3$ ), correspondiendo a nuestras situaciones experimentales.

Zhang *et al* [95] han realizado la medición de la potencia de ruido de las contribuciones de amplitud y fase para tres situaciones distintas: (1) un láser de diodo libre estabilizado apenas en temperatura y corriente; (2) un láser de diodo con cavidad extendida; (3) un láser de diodo libre inyectado por un láser maestro, en el caso un láser de Ti:Saphira, cuyo nivel de ruido en ambas cuadraturas está limitado básicamente por el ruido cuántico fundamental (*shot-noise*) hasta 10MHz. Ellos observaron reducciones de ruido de fase para los casos (2) y (3) de aproximadamente 10dB y 36dB con respecto al caso (1) usando una frecuencia de análisis de 10MHz. Ellos observaron que en cada uno de los casos el ruido de amplitud fue aproximadamente constante en una faja de 7 a 30MHz. Ellos pudieron medir el ancho espectral del láser con cavidad extendida utilizando una cavidad Fabry-Perot, encontrando 2Mhz de ancho espectral.

En los experimentos que describimos a continuación, utilizamos dos configuraciones distintas para los láseres. El primero es un láser de diodo libre, estabilizado activamente en temperatura y alimentado por una fuente de corriente “estable”. El segundo láser funciona en un esquema de inyección, donde el láser libre es alimentado por otro láser con cavidad extendida, que hace la función del láser maestro. El principal efecto de la cavidad es forzar el láser a oscilar en alguno de los modos posibles de la cavidad. Como el ancho espectral de la cavidad es menor que el ancho original de la cavidad láser, causada básicamente por su mayor volumen, eso provoca la reducción del ancho espectral de la luz emitida y consecuente reducción del ruido de fase del campo. Como indican los resultados de [95] y [77], se puede esperar que las fluctuaciones de fase del campo sean las causas principales de los espectros de fluctuaciones observados en este capítulo.

## 6.4 Montaje Experimental

El esquema experimental está presentado en la figura 6.2. Los dos campos (el incidente y el de heterodinado) son originados a partir de un mismo láser de diodo. Una pequeña parte de la luz es usada para el monitoreo de la absorción en una celda de rubidio auxiliar con el fin de sintonización de la línea atómica y otra parte es enviada para el análisis del espectro en un Fabry-Perot.

En el experimento fueron usados dos tipos de láser de diodo. Un *láser libre* estabilizado en corriente y temperatura, con un ancho espectral de aproximadamente 35 MHz; el otro es un *láser inyectado* consistiendo en un sistema *maestro-esclavo*. En este caso, el láser maestro es un láser de diodo con cavidad extendida cuyo ancho espectral debe ser menor que 1 MHz y la inyección es hecha a través de la “puerta de rechazo” del aislador óptico.

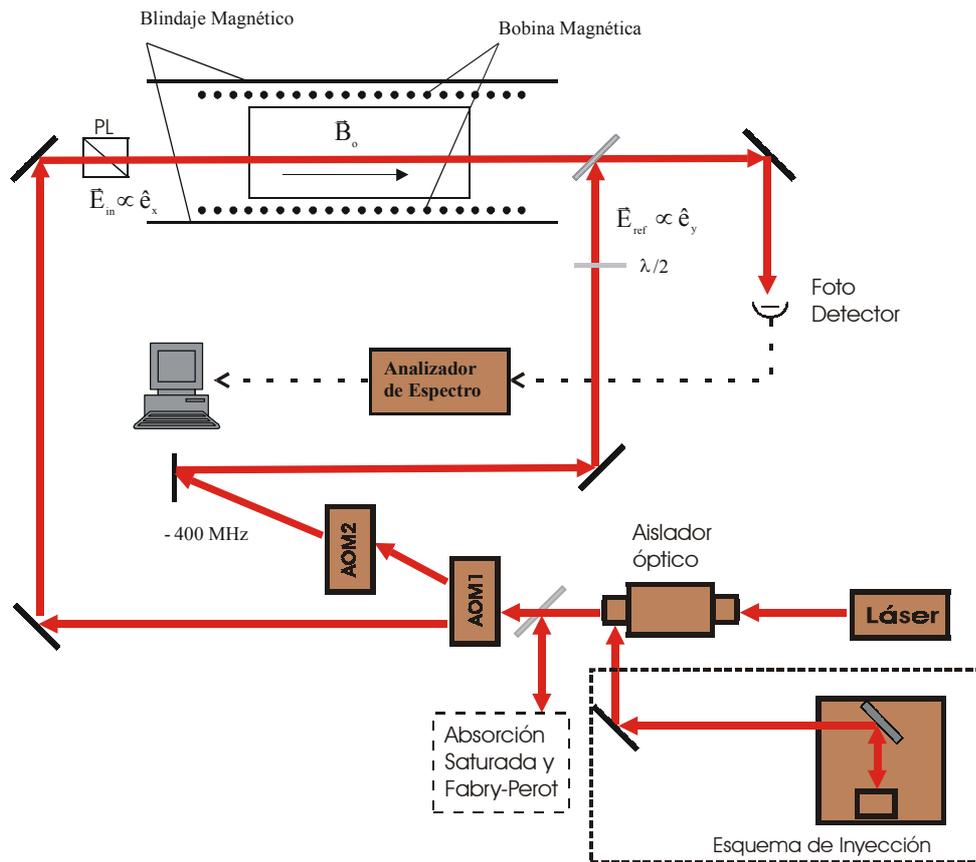


Figura 6.2: Esquema experimental para la observación del espectro de fluctuaciones usando el esquema de detección heterodinada. PL: polarizador. AOM: Modulador Acústico Óptico.

El haz de luz pasa por un primer modulador acusto óptico (AOM1) modulado a 200 MHz. El campo transmitido sin difracción por este modulador constituye el campo incidente, resonante con la transición atómica. El haz difractado es enviado a un segundo modulador acusto óptico (AOM2) modulado a la misma frecuencia. El haz doblemente difractado constituye el campo de heterodinado distante 400 MHz del campo incidente, mientras que el campo transmitido por el segundo modulador es bloqueado y no participa del experimento. Una lámina de media onda es usada para girar  $90^\circ$  la polarización de uno de los campos. El campo incidente pasa por una línea de atraso variable que permite ajustar la diferencia de camino óptico entre los dos campos y es enviado a la región de interacción. Inmediatamente antes de la celda (5 cm de largo), se coloca un polarizador de manera de garantizar una polarización lineal lo más perfecta posible en el proceso de interacción con el medio atómico. Para cada uno de los campos el factor de rechazo de la polarización es menor que  $|E_x|^2 / |E_y|^2 \simeq 1/1000$ . Con el uso de un divisor de haces, la luz transmitida por la celda se superpone con el campo de heterodinado sobre el detector. Un solenoide (15 cm de largo) es usado para generar un campo magnético lo más uniforme posible en la región de interacción. La calibración en corriente del campo generado por el solenoide pudo ser hecha previamente con un Gaussímetro y chequeada posteriormente a través de la señal atómica. Con el objetivo de eliminar campos magnéticos espurios la celda y la bobina son revestidas con una capa de  $\mu$ -metal y el campo magnético residual es del orden de  $10^{-3}$  G. La luz transmitida por la celda es colectada por un fotodiodo rápido (1 GHz) y la señal es enviada directamente a un analizador de espectro. Con el fin de lograr una mayor densidad de átomos y aumentar la contribución atómica a la señal la celda es mantenida a una temperatura de aproximadamente  $50^\circ\text{C}$  por medio de un calentador resistivo.

## 6.5 Caracterización del ruido de los láseres

En esta sección presentaremos los principales resultados obtenidos con el montaje descrito arriba, empezando por algunas medidas de la señal de batido en ausencia del medio atómico, que tiene como objetivo obtener informaciones acerca del ruido de fase y amplitud de los láseres utilizados y una mejor comprensión de la técnica de heterodinado.

### 6.5.1 Ruido de Amplitud

Para medir el espectro de ruido de amplitud de ambos láseres es suficiente usar solamente el campo incidente, bloqueando el campo de heterodinado. La señal que llega al detector es entonces enviada al analizador de espectro y el resultado puede ser visto en la Figura 6.3, donde fue restado el ruido electrónico. Además de medir el espectro de los dos láseres, efectuamos la comparación con el espectro de una lámpara incandescente (fuente térmica) a la misma intensidad, cuyo ruido de amplitud corresponde al *shot-noise*. La

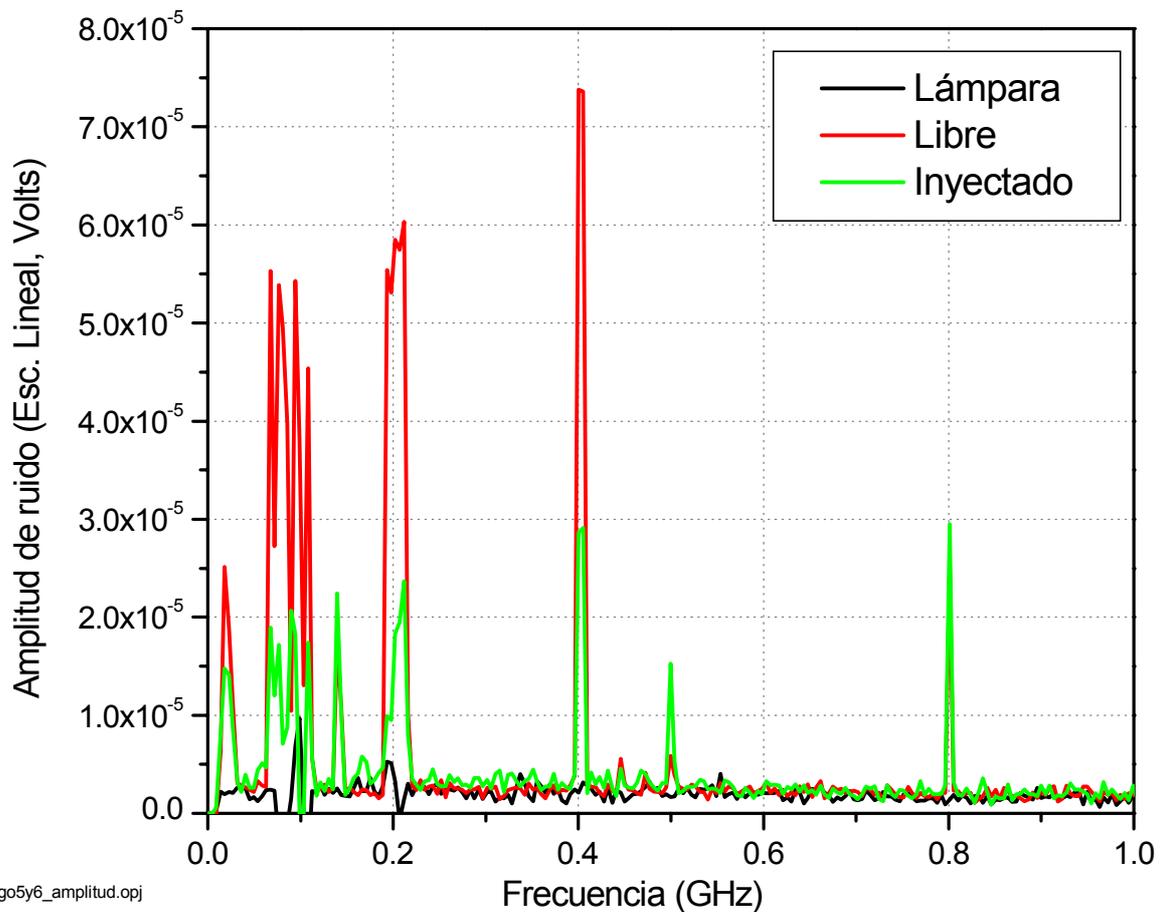


Figura 6.3: Ruido de Amplitud de los láseres de diodo utilizados. El nivel cero corresponde al ruido electrónico.  $RBW = 3 \text{ MHz}$ .  $Pot = 2.8 \text{ mW}$ .

fuente térmica posee un espectro mucho más ancho que el espectro de los láseres, que está centrado en el infrarrojo. Con el fin de eliminar las componentes de bajo longitud de onda en el espectro de la lámpara, hicimos incidir la luz de la lámpara sobre un espejo dieléctrico, cuya curva de reflectividad cae a cero en la región del ultravioleta. Además, el propio fotodetector utilizado tiene la curva de ganancia centrada en la región del infrarrojo.

La característica más evidente en la Figura 6.3 es la gran cantidad de picos discretos de ruido en la zona de bajas frecuencias (hasta 200 MHz) contenidos en el espectro de amplitud de los láseres, pero que no existen en el espectro de la lámpara. Tales picos en el espectro son provenientes de emisiones de radio y TV, además de aquellas emisiones causadas por el funcionamiento de los aparatos electrónicos del propio laboratorio. Se nota también la existencia de un pico centrado a  $\omega = \omega_b = 400 \text{ MHz}$ . Como en cada

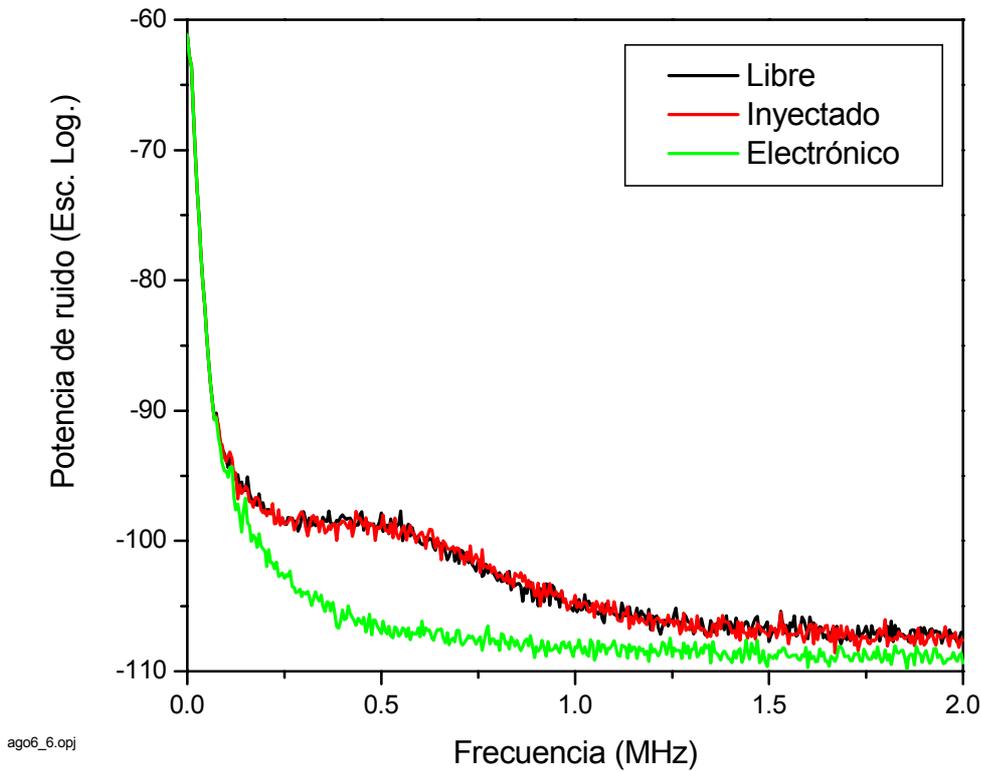


Figura 6.4: Ruido de amplitud en la zona de bajas frecuencias.  $I \simeq 5 \text{ mW} / \text{cm}^2$ .  $RBW = 10 \text{ kHz}$ . Escala vertical logarítmica.

curva solo existe el campo incidente, no se esperaría la existencia de ningún batido a esta frecuencia. Sin embargo, el campo incidente posee una componente de frecuencia a 400 MHz, causada por un alto índice de modulación por parte del AOM, lo que hace con que tanto el campo difractado como el transmitido carguen componentes de frecuencia en múltiplos enteros de la frecuencia de modulación.

A menos de los picos espurios, la comparación entre las curvas de la Figura 6.3 indica que el fondo de ruido de amplitud de ambos láseres está aproximadamente en el mismo nivel de ruido de la lámpara, siendo dado esencialmente por el *shot-noise*.

Estando en las mismas condiciones, efectuamos también una medida del ruido de amplitud en la zona de bajas frecuencias, tal como está mostrado en la Figura 6.4. Para ambos láseres se nota un pequeño aumento de ruido con un ancho de aproximadamente 1 MHz.

Vale la pena comentar que para el láser libre puede haber un aumento de ruido debido a retroalimentación sobre el diodo causada por un mal ajuste de los aisladores ópticos. Este efecto no se manifiesta para el láser inyectado. Sin embargo, optimizando al máximo la alineación de los aisladores ópticos se puede lograr que los dos láseres tengan ruidos de

amplitud prácticamente idénticos.

### 6.5.2 Ruido de fase

Una vez conocida la distribución espectral del ruido de amplitud de ambos láseres, vamos a analizar el comportamiento del ruido de fase, que determina su ancho espectral. Para tener una estimativa del ancho del láser libre (y por lo tanto de su ruido de fase), utilizamos un interferómetro Fabry-Perot (FP). La figura 6.5 muestra la transmisión del Fabry-Perot conjuntamente con la absorción lineal de la línea D1 del rubidio, cuando el láser es barrido en corriente. La Figura 6.5a permite medir el ancho espectral libre (FSR - *Free Spectral Range*) del instrumento usando la separación en energía de las transiciones hiperfinas del rubidio como calibración. La separación entre las dos transiciones más lejanas es de aproximadamente 6.8 GHz lo que da  $FSR \simeq 506$  MHz, con un error de aproximadamente 10%. La Figura 6.5b permite medir el ancho del láser usando el FSR como calibración, resultando en

$$\Delta\nu_{\text{libre}} \simeq 36 \text{ MHz} \quad . \quad (6.7)$$

Utilizando un láser suficientemente estrecho, como por ejemplo el láser inyectado, hemos medido el ancho de la curva de transmisión del FP. que es del orden de 20 MHz. Basándose en otros láseres con cavidad extendida, se estima que el ancho del láser inyectado debe ser del orden de 1 MHz[96, 95]. Eso indica que el ancho medido en el caso del láser libre se aproxima al ancho del láser.

### 6.5.3 Esquema de detección heterodinada

En el esquema experimental (Figura 6.2) un mismo campo es dividido, corrido en frecuencia debido a la acción de los moduladores acusto-ópticos y en seguida superpuesto en el detector. La diferencia de camino óptico entre los dos campos genera un atraso entre ellos, lo que permite que las fluctuaciones de fase puedan ser convertidas en fluctuaciones de amplitud, que son detectadas por el fotodiodo [97][98]. Si la diferencia de camino es nula, no existe atraso y el resultado del batido es una función delta de Dirac centrada a la frecuencia de batido. Por otro lado, si la diferencia de camino es mayor que la longitud de coherencia del campo, el espectro de batido tiene un ancho determinado por el doble del ancho espectral del láser. Como la longitud de coherencia de los láseres utilizados son del orden de metros ( $\sim 10$  m para el láser libre y 300 m para el inyectado) no resulta sencillo construir una línea de atraso suficientemente larga para medir el espectro de los láseres usando este esquema.

Como ejemplo del funcionamiento del esquema de heterodinado, la Figura 6.6 muestra el espectro de batido para el láser libre y el láser inyectado cuando la diferencia de camino óptico entre el campo incidente y el heterodinado es del orden de 1 m (que es menor que la longitud de coherencia de ambos láseres) y polarizaciones paralelas. Note que una buena

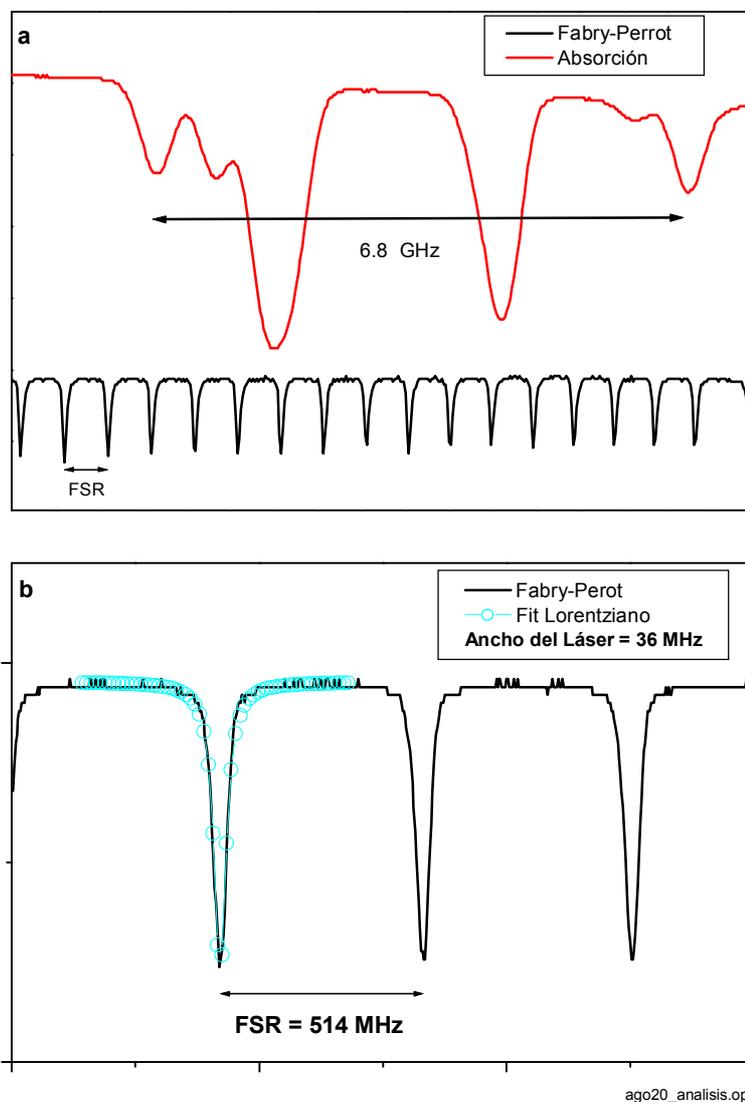
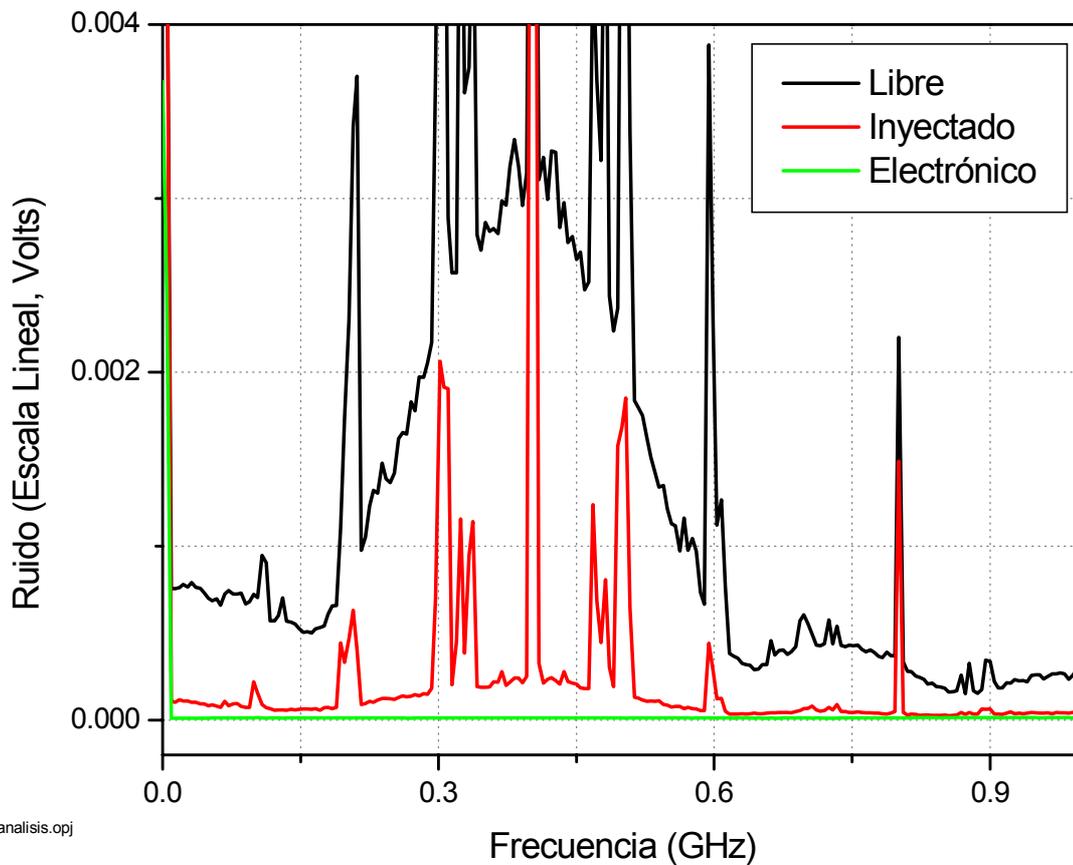


Figura 6.5: Estimación del espectro óptico del láser libre. **(a)** Absorción lineal de la línea D1 del Rb sincrónicamente con la transmisión del Fabry-Perot. FSR: Rango espectral libre del FP. **(b)** Medida del ancho de la curva de transmisión del FP.



ago6\_14\_analisis.opj

Figura 6.6: Señal de interferencia entre el campo incidente y el de heterodinado en ausencia de átomos. Polarizaciones paralelas.

cantidad de ruido espurio visto en la Figura 6.3 vuelve a aparecer en la Figura 6.6. El espectro del láser libre muestra una envolvente oscilante, con una curva ancha centrada a la frecuencia de batido. El ancho de esta estructura es dado aproximadamente por el inverso del tiempo de retraso.

Una característica importante es la caída del nivel de ruido en el espectro del láser inyectado para frecuencias distantes de la frecuencia de batido, mientras que se nota un crecimiento en el pico centrado a esa frecuencia. Este comportamiento es razonable, ya que el láser inyectado tiene la mayor parte de su potencia de ruido concentrada en un ancho de aproximadamente 1 MHz[95]. Sin embargo, un resultado importante visto en estas medidas es que el láser inyectado contiene componentes de ruido en sobre una faja de frecuencias bastante ancha, comparable con el láser libre. Las características más importantes de estos espectros pudieron ser reproducidas utilizando el modelo de un campo con difusión de fase, que está descrito en el apéndice A. El resultado del modelo

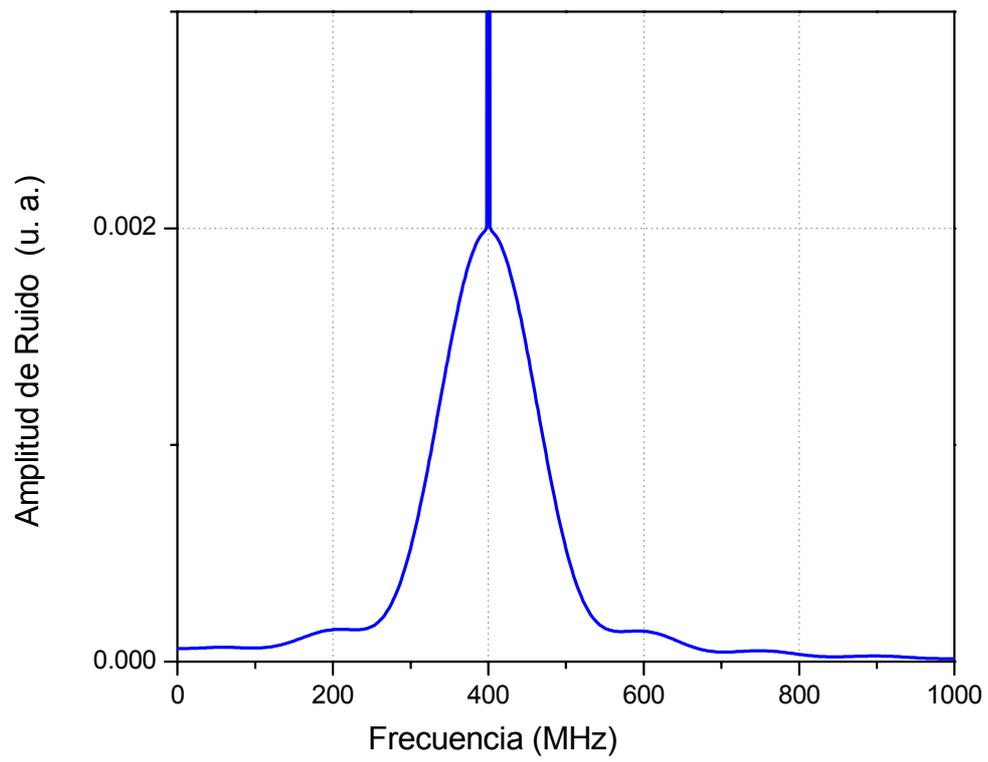


Figura 6.7: Resultado del modelo con difusión de fase.  $D = 2\pi 30$ ,  $T_0 = 1.3D$ . ver apéndice.

está mostrado en la Figura 6.7

Es de interés para los experimentos que vamos a describir, conocer el espectro de potencia próximo a la frecuencia de batido, donde se espera que estén las señales atómicas dependientes del campo magnético. La Figura 6.8 muestra el espectro de batido en un rango de 4 MHz alrededor de  $\omega_b$  para dos situaciones distintas. En la Figura 6.8a la diferencia de camino entre los dos campos es del orden de 3 cm, mientras que la Figura 6.8b fue obtenida ajustándose la diferencia de camino de modo a bajar el exceso de ruido a un mínimo alrededor de la frecuencia de batido, quedando apenas con la contribución de la función  $\delta(\omega - \omega_b)$ . Note que la función delta de Dirac es una idealización y del punto de vista técnico la curva vista en la Figura 6.8b tiene un cierto ancho finito dado por la resolución del analizador de espectro (*RBW*).

Los experimentos con el medio atómico fueron hechos en estas condiciones, de manera que el ruido que aparezca en el espectro de batido será consecuencia de la interacción del campo con el medio atómico.

## 6.6 Estudio del ruido en presencia del medio atómico

Hecho el análisis del espectro de ruido de los láseres, vamos a discutir la influencia del medio atómico sobre el espectro de la luz transmitida por la muestra. Para evidenciar el proceso de conversión de ruido de fase en ruido de amplitud por parte del medio atómico es suficiente utilizar un único campo, bloqueando el campo de heterodinado. Efectuamos entonces un barrido de la frecuencia del campo incidente y enviamos la señal del fotodetector a un osciloscopio con ancho de banda de 100 MHz. La figura 6.9 muestra el perfil de absorción Doppler de la línea D1, donde se ve el incremento de ruido de intensidad cuando el campo está en resonancia con el medio. Este exceso de ruido proveniente de la interacción resonante con el medio atómico fue visto por Yabuzaki[77]. Como este exceso de ruido se extiende por todo el ancho Doppler, eso representa un nivel de ruido de fondo al estudiar el espectro de ruido de las resonancias estrechas. Cuando el campo está lejos de resonancia el ruido observado corresponde esencialmente al *shot-noise*.

Vamos entonces a analizar el espectro de batido alrededor de 400 MHz cuando el medio atómico está sujeto a un campo magnético constante y el campo incidente tiene polarización lineal y está resonante con la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  de la línea D1 del  $^{87}\text{Rb}$ , tal como muestra la Figura 6.1.

Superponemos en el detector la luz transmitida por la muestra con el campo de heterodinado, cuya polarización está ortogonal al campo incidente. La señal es enviada para el analizador de espectro donde se observa la señal vista en la Figura 6.10.

De inmediato se nota la existencia de un pico central visible apenas en parte en la escala de la Figura 6.10, que representa el batido existente entre los campos originales y son por lo menos dos órdenes de magnitud más grandes que las bandas laterales. Como la polarización de los dos campos son ortogonales, en principio no se esperaría una contribu-

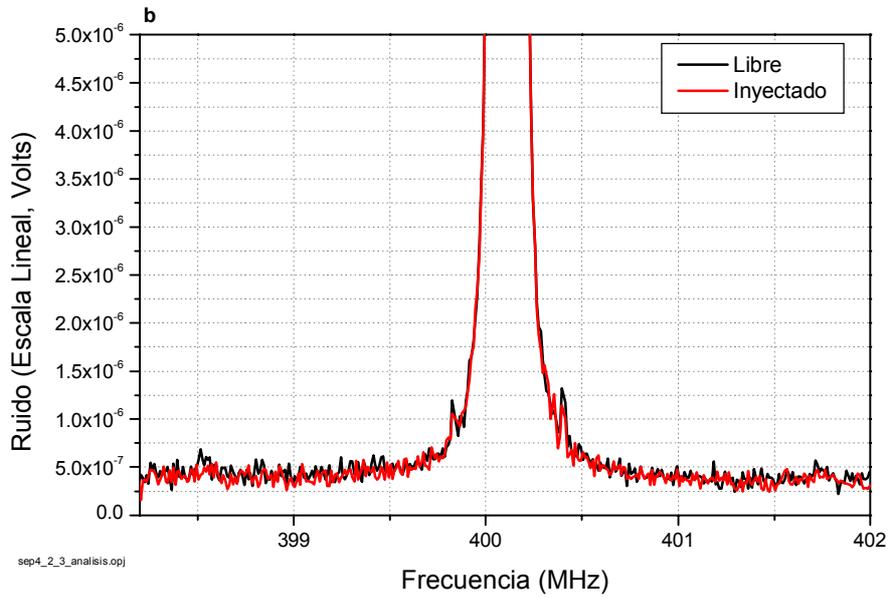
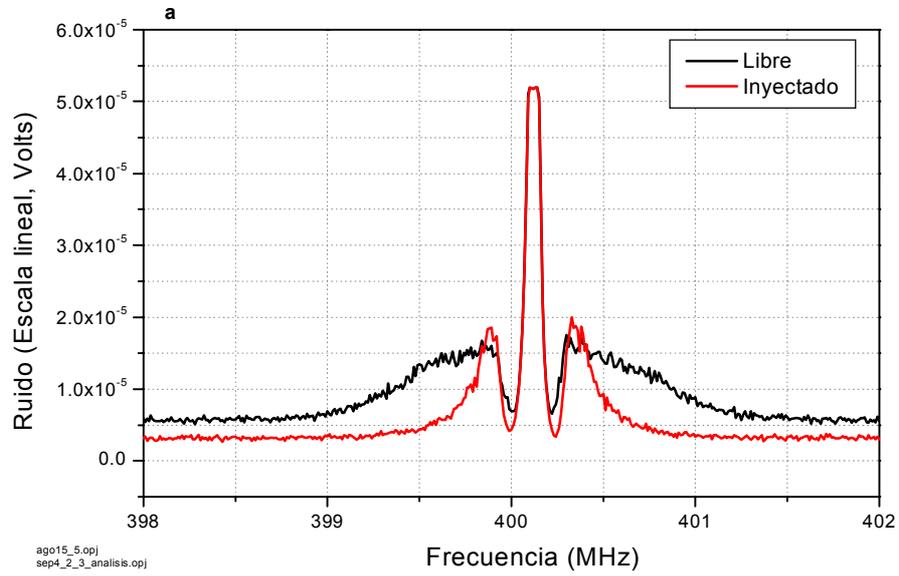


Figura 6.8: Ajuste de la diferencia de camino entre el campo incidente y el campo de heterodinado. Polarizaciones paralelas. En ausencia de medio atómico.  $RBW = 10$  kHz. (a) Diferencia de camino  $\simeq 3$  cm. (b) Diferencia de camino  $\simeq 0$ .

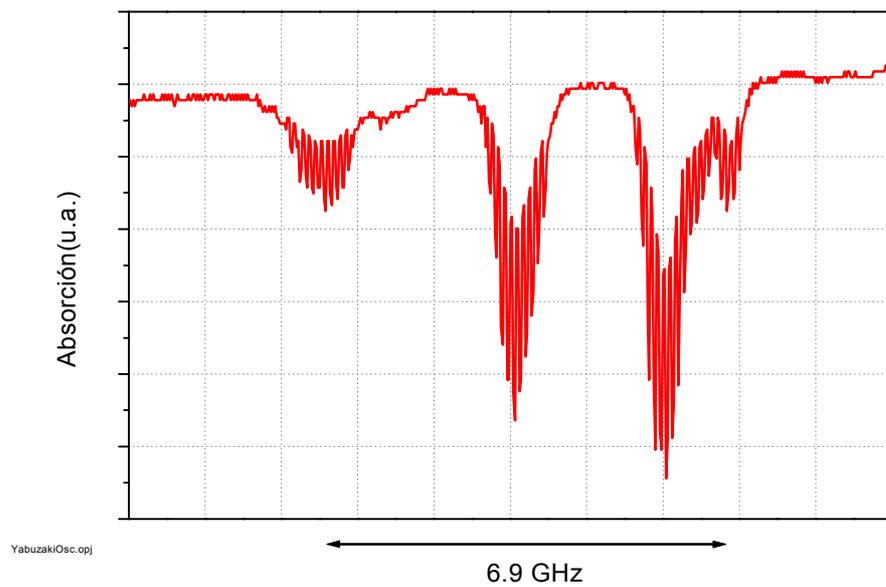


Figura 6.9: Intensidad de la luz transmitida en función de la frecuencia del campo. Línea D1 del rubidio (795 nm). Osciloscopio en modo de detección de picos.  $I \simeq 5mW/cm^2$ . Temperatura  $\simeq 60^\circ C$ , Largo de la celda 5cm.

ción de este tipo (vea ecuación (6.4)). Sin embargo, debido al efecto Faraday, la propia contribución atómica tiene una componente en la dirección  $\mathbf{e}_y$  que estará centrada a la frecuencia de batido. Además, existen varias causas físicas que justifican la existencia de la estructura central. La primera de ellas ya fue comentada: cada uno de los campos ya carga la frecuencia de batido; una otra posible causa es el hecho de que las polarizaciones no son perfectamente puras, ya que en principio están limitadas por la eficiencia de los polarizadores utilizados.

La parte más interesante es la existencia de dos bandas laterales, simétricas con respecto a la frecuencia de batido y que son provenientes de la contribución atómica para un campo magnético distinto de cero. Es fácil de chequear que la separación en frecuencia de las bandas laterales es proporcional al valor del campo magnético. Además, manteniendo el mismo valor de campo magnético y sintonizando el láser en una transición del otro isótopo del rubidio se puede también chequear que la separación en frecuencia es proporcional al factor giromagnético del átomo. Precisamente, si  $\omega_r$  es la frecuencia que determina la posición del máximo de las bandas laterales, tenemos que

$$|\omega_r - \omega_b| = 2\gamma_a B \quad . \quad (6.8)$$

Como  $\Delta_{\text{Zeeman}} = \gamma_a B$ , se puede decir entonces que la posición en frecuencia de las bandas laterales corresponde a la frecuencia de precesión del dipolo atómico en presencia de un campo magnético (ver ecuación (5.5)). Esta señal corresponde a la observación en un espectro de ruido de los transitorios asociados con la resonancia de EIT, ya discutida en los capítulos anteriores. La observación de estas resonancias en el espectro de ruido puede ser comprendida haciendo una analogía entre un campo con fluctuaciones de fase y un campo modulado en frecuencia. La resonancia ocurre cuando las componentes de frecuencia del campo (sintonizado sobre la transición hiperfina) satisfacen la condición de resonancia por dos fotones (ver Figura 6.1). Aquí se expresa una diferencia fundamental entre la espectroscopía de ruido con respecto a la espectroscopía con modulación en frecuencia. Como el espectro del campo que excita la muestra es un continuo de frecuencias en torno de la frecuencia óptica, todas las resonancias atómicas contenidas en el ancho del láser aparecen simultáneamente en el espectro de la luz transmitida.

La Figura 6.10 muestra dos curvas que fueron tomadas usando los dos láseres utilizados. Se ve que el nivel de ruido promedio crece para la señal con el láser libre, especialmente la amplitud del ruido asociado a la resonancia coherente. Sin embargo, en la señal del láser inyectado se ve un aumento del nivel de ruido en la vecindad de la frecuencia de batido, cuya posición en frecuencia es independiente del valor del campo magnético. Vea que este exceso de ruido es muy similar al que está mostrado en la Figura 6.8a en ausencia de átomos y desapareció cuando se ha anulado la diferencia de camino óptico entre los campos incidente y de heterodinado. Esto parece indicar que el exceso de ruido cercano a la frecuencia de batido es consecuencia de un atraso en la fase del campo incidente debido al índice de refracción del medio atómico. Este efecto será naturalmente mayor para el láser inyectado, que tiene la mayor parte de su potencia de ruido centrada en un rango

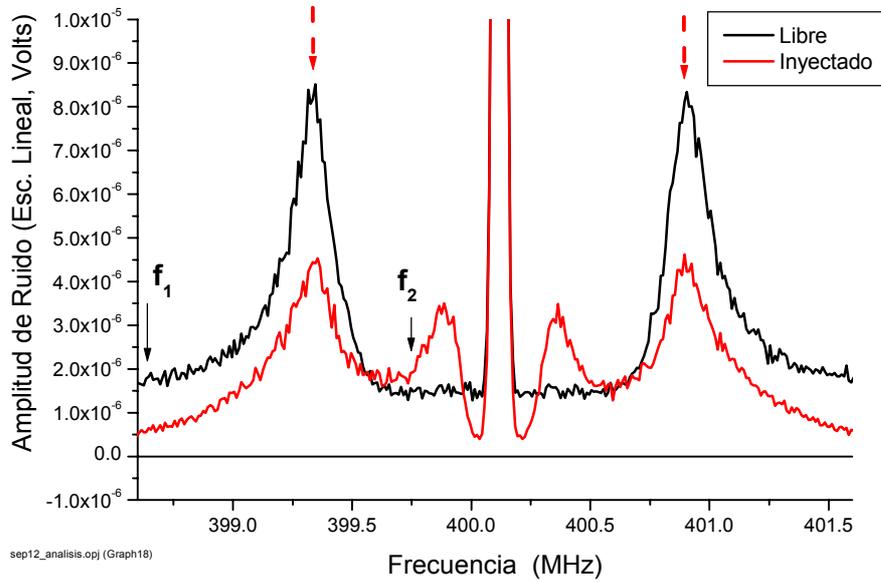


Figura 6.10: Típico espectro de fluctuaciones en la luz transmitida usando la técnica de heterodinado. Las curvas muestran la señal según los dos láseres utilizados.  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{87}\text{Rb}$ )  $RBW = 10\text{kHz}$ .  $I_{\text{incidente}} \simeq 60\mu\text{W}/\text{cm}^2$ . Polarizaciones ortogonales. Las flechas en rojo muestran la contribución de las resonancias coherente al espectro de ruido.

menor que 1MHz. Como el láser libre tiene su potencia de ruido distribuida en un ancho mucho mayor, el efecto no es tan evidente.

A continuación, presentamos los resultados experimentales correspondiendo al estudio de la contribución de la parte magnética a la señal (bandas laterales) según algunos parámetros experimentales, tales como: intensidad y polarización de la luz, campo magnético y distintas transiciones de la línea D1 del  $^{87}\text{Rb}$ . En todos los casos, fue de nuestro interés estudiar la influencia de la estadística de fluctuaciones del campo sobre el espectro de ruido de la luz transmitida asociado con la resonancia coherente de EIT. Para ello, una misma medida fue repetida para ambos láseres utilizados, el libre y el inyectado.

### 6.6.1 Dependencia con la polarización

En esta sección vamos a efectuar la comparación de la señal de batido en dos casos distintos: (1) cuando la polarización del campo de heterodinado es *paralela* con la polarización del campo incidente; (2) cuando la polarización del campo de heterodinado es *ortogonal* a la polarización del campo incidente. La Figuras 6.11a y b muestran la señal de batido

en estos dos casos cuando se utiliza el láser libre y las Figuras 6.11c y d presentan la misma comparación para el caso del láser inyectado. En todos los casos está presente un campo magnético constante longitudinal con la propagación de la luz. La columna de la izquierda representa curvas tomadas con alta intensidad del campo incidente y la columna de la derecha se refiere a intensidad moderada (ver descripción de la Figura). En la sección que sigue, describiremos el comportamiento de la señal con respecto a la intensidad de la luz.

Vamos a discutir primero la situación de polarizaciones paralelas (curvas en azul en la Figura 6.11). Se observa un alto nivel de ruido de fondo para ambos láseres en ambos regímenes de intensidad. Este exceso de ruido es similar a lo que fue observado en la Figuras 6.10 para el láser libre y en la Figura 6.8 para ambos láseres. Vea que la situación de polarizaciones paralelas ya fue vista en la Figura 6.8, pero en aquél caso el medio atómico estaba ausente y el exceso de ruido en el espectro se debía a un atraso en la fase causada por una diferencia de camino entre los dos campos. En la situación de la Figura 6.11 la diferencia de camino fue reducida a cero (mismas condiciones de la Figura 6.8b), pero el campo está resonante con la muestra atómica. Eso parece indicar que el medio atómico introduce un atraso en el campo incidente debido al índice de refracción de la muestra, provocando el exceso de ruido. Un buen argumento para esa explicación es que el exceso de ruido puede ser eliminado si se re-introduce una diferencia de camino entre los dos campos de modo a compensar el atraso causado por el medio atómico.

El otro punto interesante en el caso de la configuración de polarizaciones paralelas está en la *reducción* de ruido que se observa alrededor de la frecuencia de Larmor en la Figura 6.11b. Note que la contribución del campo incidente a la señal de batido (primer término de la ecuación (6.4)) corresponde a una delta de Dirac centrada a la frecuencia de batido, ya que la diferencia de camino entre los dos campos ha sido anulada (ver Figura 6.8b). Sin embargo, la polarización atómica en la dirección paralela al campo incidente es dada por una componente lineal y otra no lineal, o sea

$$P_x = P_x^L + P_x^{NL} \quad . \quad (6.9)$$

De esa manera, las Figuras 6.11b y d parecen mostrar la interferencia destructiva entre las componentes  $P_x^L$  y  $P_x^{NL}$  de polarización atómica cuando la frecuencia de análisis coincide con la frecuencia de precesión atómica.

Al girar la polarización del campo de heterodinado, la señal detectada corresponde a la polarización atómica ortogonal al campo incidente, que sólo existe debido al efecto Faraday, y la contribución proveniente del batido con el campo incidente es bastante reducida. Se nota una importante reducción del ruido de *fondo* mientras que la contribución de la parte magnética queda resaltada.

La componente de polarización ortogonal al campo incidente tiene básicamente dos contribuciones. Una contribución viene del proceso de interacción resonante del campo incidente con la transición óptica, que está asociada con el efecto Faraday lineal[64] y es independiente de la intensidad del campo. La segunda contribución viene del proceso de

dos fotones asociados con la transición del tipo Raman entre los subniveles Zeeman, que representa la resonancia de transparencia inducida. Así,

$$P_y = P_y^L + P_y^{NL} \quad . \quad (6.10)$$

La componente  $P_y^{NL}$  está asociada a una rotación no lineal de la polarización atómica, que es más grande que la parte lineal para intensidades suficientemente grande y cuando la condición de resonancia Raman es satisfecha. De esa manera, es posible tener mejor contraste en el espectro de ruido para los picos asociados a la resonancia Raman siempre que se cumpla la relación

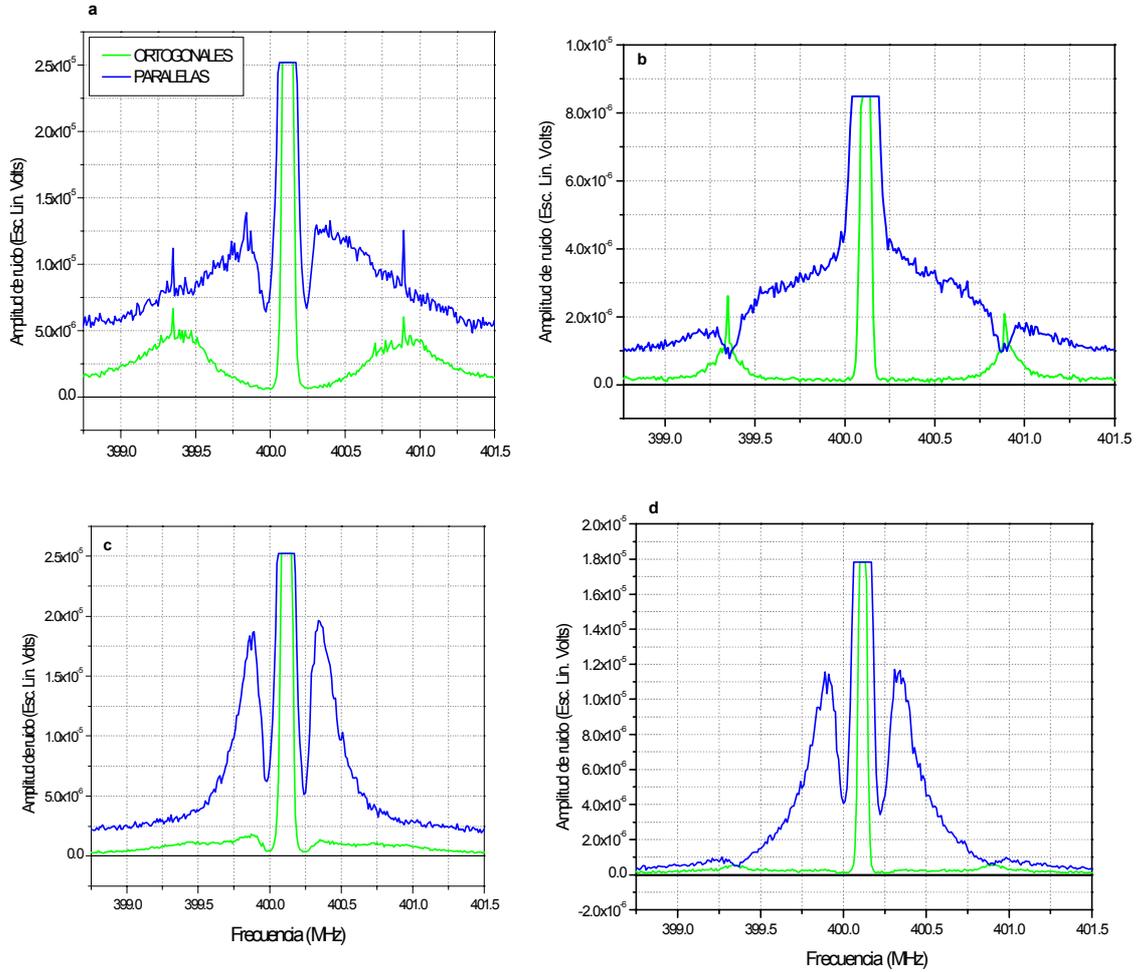
$$\frac{P_x^{NL}}{P_x^L} < \frac{P_y^{NL}}{P_y^L} \quad (6.11)$$

A seguir, vamos a analizar el comportamiento del espectro de ruido con la intensidad de la luz transmitida, donde, entre otras cosas, se podrá comprender algunas diferencias encontradas para los dos láseres utilizados.

## 6.6.2 Dependencia con la intensidad

Estando en la configuración de polarizaciones ortogonales efectuamos un estudio de la señal con la intensidad del campo incidente. La figura 6.12 muestra algunos de los espectros de fluctuaciones para el láser libre y el láser inyectado, una vez restado el ruido electrónico (ruido de oscuridad). La reducción en intensidad fue hecha usando filtros de densidad neutra y en cada caso la intensidad media fue tomada como el valor DC sobre el detector.

Un análisis inmediato de las Figuras 6.12a y b muestra un crecimiento en el nivel general de ruido con el aumento de intensidad. Tal exceso de ruido representa el proceso de conversión de ruido de fase del campo en ruido de amplitud, tal como fue visto en la Figura 6.9. En el caso del láser inyectado, la mayor contribución al ruido de fondo está concentrada cerca de la frecuencia de batido. Esa diferencia de comportamiento con relación al ruido de fondo puede ser comprendida a partir de la distribución espectral de ambos láseres. La potencia de ruido del láser libre está distribuida en una escala de aproximadamente 30MHz. Por lo tanto, el láser libre tiene una distribución espectral aproximadamente constante en el rango de frecuencias mostrado en las curvas de la Figura 6.12. Eso no es verdad para el caso del láser inyectado, cuya potencia de ruido está principalmente concentrada en un rango de aproximadamente 1MHz. Como una consecuencia, para un campo magnético relativamente chico los picos de ruido asociados a la resonancias coherentes quedan superpuestos con el ruido de “fondo”. Se observa además que al bajar la intensidad de la luz, el máximo de esta estructura central cae más rápidamente que los picos de ruido asociada a la resonancia Raman.



oct15\_analisis.opj (Layout3)

Figura 6.11: Dependencia del espectro de batido con la polarización del campo de heterodinado. La leyenda indica la polarización relativa entre el campo incidente y el campo de heterodinado.  $B \simeq 570mG$ .  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{87}Rb$ ) (a)  $I = 5mW/cm^2$ , láser libre (b)  $I = 75\mu W/cm^2$ , láser libre. (c)  $I = 5mW/cm^2$ , láser inyectado (d)  $I = 75\mu W/cm^2$ , láser inyectado.

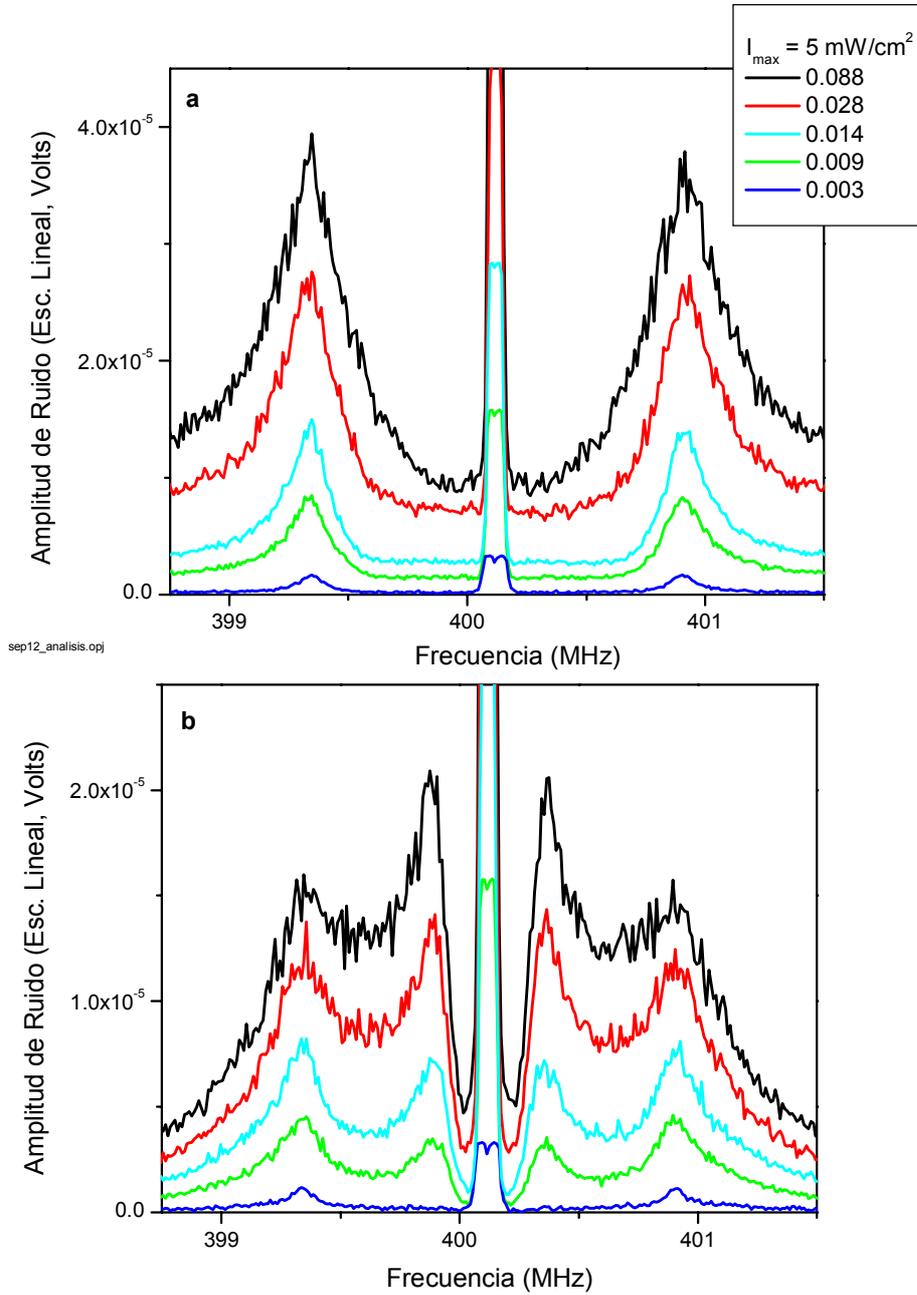


Figura 6.12: Espectro de fluctuaciones en la luz transmitida con la detección heterodinada. Polarizaciones ortogonales. La leyenda muestra los valores de Intensidad relativos a la intensidad máxima,  $I_{\max} \simeq 5 \text{ mW/cm}^2$ ,  $B \simeq 570 \text{ mG}$ .  $\omega_b = 400.135 \text{ MHz}$ .  $RBW = 10 \text{ kHz}$ .  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{87}\text{Rb}$ ) (a) Láser libre, (b) Láser inyectado.

Con el fin de comprender mejor el comportamiento del pico de resonancia coherente con la intensidad de la luz, hemos medido la potencia total de ruido debido a la contribución de las bandas laterales de la señal. Para ello, se ha calculado numéricamente la integral de la curva de potencia de ruido (cuadrado de la curva de amplitud) con los límites de integración dados por las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  tal como está mostrado en la Figura 6.10. Veamos que estos límites son, en principio, arbitrarios pero fueron tomados con la intención de separar aproximadamente la contribución asociada a las resonancias Raman al espectro de ruido. En el caso del láser inyectado, existe una clara superposición de esta contribución con la estructura central, generando un error grande en el cálculo del ruido total.

La Figura 6.13a muestra la dependencia de la potencia de ruido en función de la intensidad de la luz para las distintas contribuciones al espectro. Cada punto está dado por el promedio entre las integrales de sus respectivas bandas laterales. Con el fin de cuantificar la dependencia con la intensidad, los puntos fueron graficados en escala logarítmica. Fue trazada manualmente una recta que muestra una dependencia cuadrática. Comparando los datos experimentales con esta recta, se puede decir que la dependencia de la potencia de ruido por parte de la contribución magnética es aproximadamente cuadrática, como es esperado para las transiciones Raman. Además, la contribución de la estructura central existente sólo en el láser inyectado también parece tener el mismo comportamiento. Dicho de esa forma, parece haber una contradicción con los datos presentados en la Figura 6.12a, donde se nota que el máximo de la estructura central cae más rápidamente que la contribución magnética. Sin embargo, esta contribución se estrecha al mismo tiempo que se reduce en amplitud cuando la intensidad disminuye, mientras que la estructura central se reduce en amplitud sin estrecharse. Así, es posible que la variación de la potencia total de ambas contribuciones (estructura central y resonancias Raman) sean próximas, mientras que el comportamiento de sus respectivos máximos sean distintos.

La Figura 6.13b muestra la potencia total de ruido dividida por la potencia media del campo ( $RIN$ ) en función de la intensidad media de la luz. Se nota que, para ambos láseres, existe una región de intensidad para la cuál el efecto se maximiza. Así, el  $RIN$  puede ser comprendido como una medida del contraste. Vemos que para intensidades suficientemente bajas el contraste de ambos láseres tiende a ser el mismo. Veamos que para el láser libre, la intensidad de ruido relativa es siempre más grande, tal como puede ser visto en la Figura 6.10. Para intensidades muy altas o muy bajas, el efecto de ambos láseres tienden a asemejarse. Con un fin didáctico, en la figura 6.14 destacamos un espectro (no mostrado en la Figura 6.12) correspondiendo a una zona de buen contraste, en que la contribución de la estructura central para el láser inyectado ya se ha amortiguado.

### 6.6.3 Dependencia con el campo magnético

La figura 6.15 muestra algunos espectros tomados con diferentes campos magnéticos para un valor de intensidad bajo (mismas condiciones de la Figura 6.14). La primera evidencia es observar el desplazamiento en frecuencia de las bandas laterales al variar el valor del

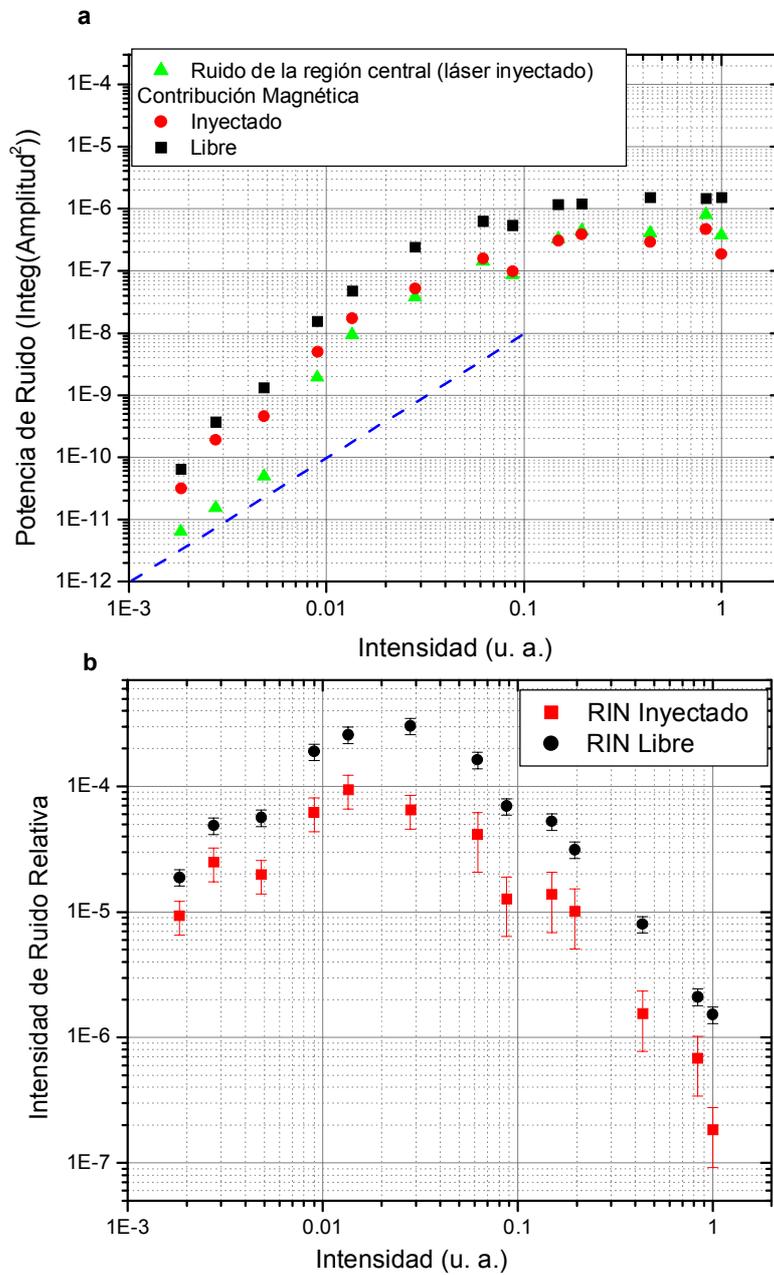


Figura 6.13: (a) Medidas de la potencia total de ruido como función de la intensidad relativa para las distintas contribuciones al espectro. La recta representa una hipotética dependencia cuadrática con la señal. (b) Potencia total relativa,  $RIN = (\delta I/I)^2$ .

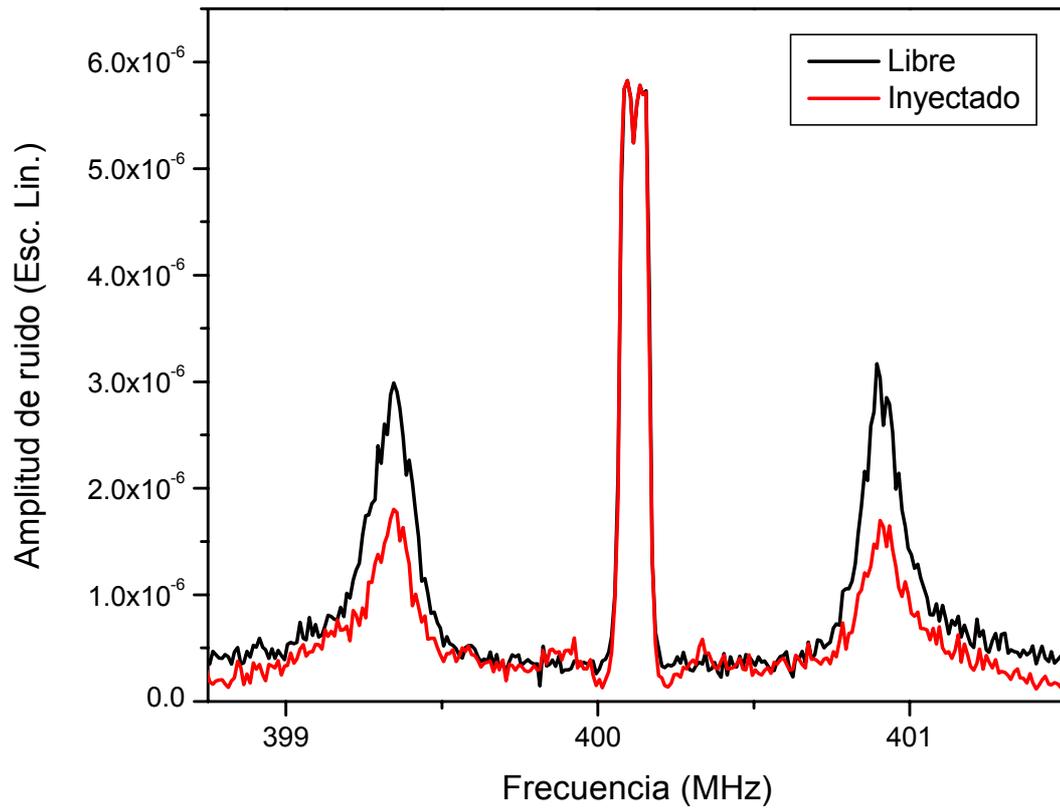


Figura 6.14: Espectro de batido en una zona de buen contraste.  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{87}\text{Rb}$ )  $I = 0.005I_{max}$ .  $RBW = 10 \text{ kHz}$ .  $B \simeq 570\text{mG}$ .  $\omega_b = 400.135 \text{ MHz}$ . Polarizaciones ortogonales.

campo magnético. Para comprender como varia la amplitud de los picos en función del campo magnético y del espectro de ruido de los campos, vamos a hacer un análisis comparativo entre las Figuras 6.15a y b.

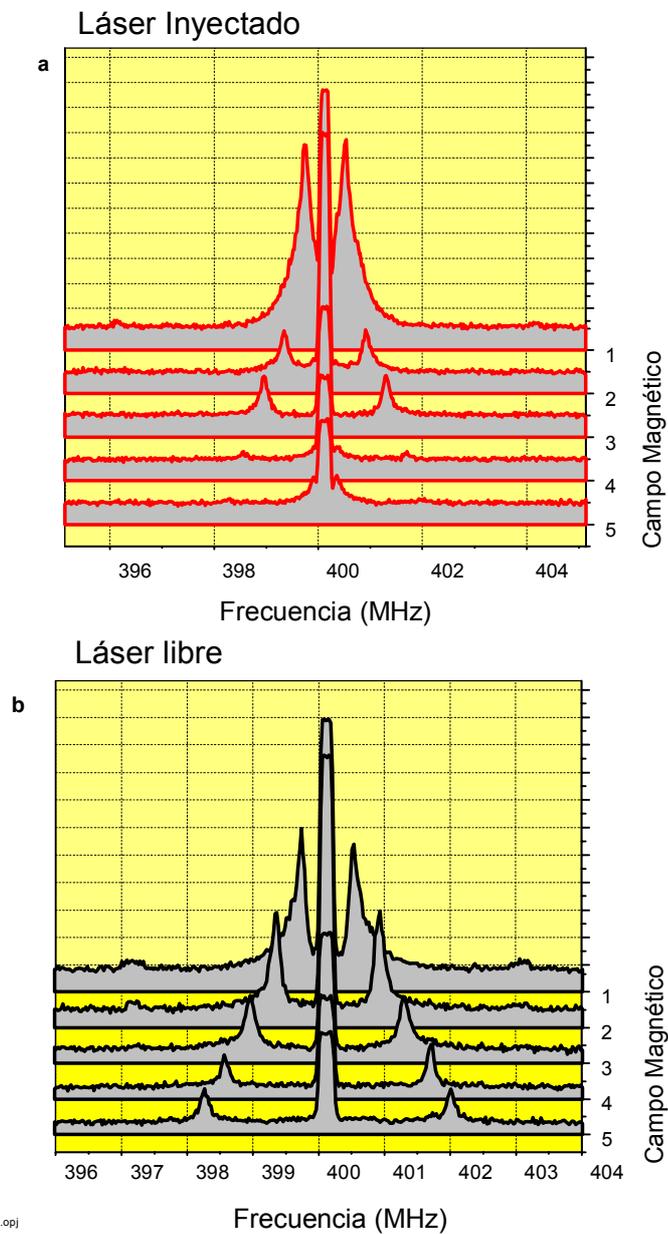
Si empezamos del valor más chico de campo magnético, vemos que la amplitud de los picos es más grande para el caso del láser inyectado. Sin embargo, en este caso la amplitud de las bandas laterales cae rápidamente para campos mayores. Para el caso del láser libre la amplitud de los picos cae de forma bastante más suave. Este comportamiento está asociado con el espectro de ruido de cada láser en el rango de frecuencias observado.

Para el láser inyectado, la mayor parte de la potencia de ruido está concentrada en un ancho de aproximadamente 1 MHz, pero una cierta fracción de ruido se extiende hasta frecuencias muy altas. El láser libre tiene un ancho aproximadamente 30 veces mayor y la potencia de ruido cae más lentamente en esa región de frecuencia. Este resultado indica que cuando la frecuencia de precesión del dipolo se acerca del ancho espectral del campo, el efecto de conversión de ruido de fase en ruido de amplitud para la resonancia coherente es amplificado. De forma análoga, fue mostrado en [84] para un sistema de dos niveles que si el ancho del láser se acerca del ancho natural de la transición atómica el efecto de conversión de ruido fase en ruido de amplitud se maximiza. De esa manera, observar la variación de la potencia de ruido en función del campo magnético puede ser propuesto como método de caracterización de ruido de bajas frecuencias de láseres de diodo.

Conviene también analizar como debe comportarse el fondo de ruido en función del campo magnético. En la referencia [90] hemos efectuado un experimento que puede ser visto como complementario al que está mostrado en la Figura 6.15. Manteniendo el analizador de espectro en una frecuencia de análisis fija (2.5 MHz) hemos analizado la amplitud del ruido en función del campo magnético en un esquema de detección balanceada. Vimos un alto incremento de ruido cuando el campo magnético se aproxima de su valor nulo, cayendo rápidamente a un mínimo cuando el valor del campo es exactamente cero. Tal comportamiento fue comprendido en términos del efecto Faraday no lineal. Si en la Figura 6.15 nos fijamos en una frecuencia de análisis (por ejemplo 401MHz) y pasamos una recta vertical de manera de observar la variación del fondo de ruido con el campo magnético, se puede observar una semejanza a lo que se observa en la referencia [90]. También de forma análoga a los experimentos mostrados aquí, en aquél trabajo hemos observado un pico en el espectro de ruido cuando la frecuencia de precesión del dipolo atómico coincide con la frecuencia de análisis.

#### 6.6.4 Dependencia con la densidad del vapor

Con el fin de comprender la dependencia de la amplitud del ruido de la contribución de resonancia coherente con el número de átomos, fueron tomados espectros en función de la temperatura de la celda para un valor fijo de intensidad. Si el campo incidente es suficientemente débil para asegurar que la interacción entre el átomo y el campo es lineal, el número de átomos que participan del proceso de interacción es proporcional al



sep12\_16\_20\_analisis.opj

Figura 6.15: Espectros de ruido en la luz transmitida para distintos valores de campo magnético.  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  ( $^{87}Rb$ ) Polarizaciones ortogonales.  $I \simeq 23 \mu\text{W} / \text{cm}^2$ ,  $\omega_b = 400.13 \text{ MHz}$ .  $RBW = 30 \text{ kHz}$ . (a) Láser Inyectado, (b) Láser Libre.

$^{87}\text{RbD1}$	$F_b = 1$	$F_b = 2$
$F_b = 1$	0.25	1.25
$F_b = 2$	1.25	1.25

Tabla 6.1: Peso de las diferentes transiciones de la línea D1 del rubido 87

coeficiente de absorción  $Abs$  definido como

$$Abs \simeq \ln \left( \frac{I_{\text{total}}}{I_{\text{transmitido}}} \right) . \quad (6.12)$$

Para cada valor de temperatura, se efectuó secuencialmente la medida del espectro y la absorción lineal de un campo débil. El resultado general está resumido en la Figura 6.16 que muestra la amplitud del pico de ruido de las bandas laterales en función del coeficiente de absorción. Se nota una dependencia aproximadamente lineal de la señal atómica con el coeficiente de absorción. Esto indica que posibles interferencias entre las emisiones de átomos distintos no están siendo detectadas. Llamamos la atención para el gran error en la medida del coeficiente de absorción. Como la transición estudiada es abierta — en el sentido de que permite el escape hacia otros niveles hiperfinos — el parámetro de saturación es muy chico. Como consecuencia, una buena medida del coeficiente de absorción lineal de la muestra requiere un campo extremadamente débil, lo que dificulta su detección.

### 6.6.5 Las diferentes transiciones de la línea D1

En todos los experimentos descriptos en este capítulo hemos trabajado en la transición  $F_a = 2 \rightarrow F_b = 1$  de la línea D1 del  $^{87}\text{Rb}$ . En esta sección presentamos algunos espectros obtenidos cuando el campo incidente está resonante con las otras transiciones de la línea D1 del mismo isótopo. La figura 6.17 muestra los espectros de batido para dichas transiciones. En cada leyenda se identifica la transición sobre la cual el láser está sintonizado. Una característica interesante es que solo se nota los picos correspondientes a las resonancias coherentes para las transiciones que respetan la condición  $F_a \geq F_b$ , que dan origen a EIT. En las transiciones del tipo  $F_b > F_a$ , que dan origen a EIA, la contribución de la resonancia coherente para el ruido no pudo ser detectada. En principio, los resultados vistos en el capítulo 5 (Hanle) muestran que la precesión del dipolo atómico a la frecuencia de Larmor existe independientemente de la transición. Sin embargo, existe una gran dificultad en observar transiciones del tipo EIA/Hanle en transiciones abiertas, tal como ha sido reportada en [36, 30]. Por otro lado la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 1$  tiene un peso bastante menor que las demás (ver Tabla 6.1), dificultando la observación.

## 6.7 Discusiones

El tratamiento teórico utilizado en los capítulos anteriores supuso la interacción de un sistema atómico con campo perfectamente monocromático. La interacción de un sistema atómico con un campo con fluctuaciones de fase es un problema más complicado, ya que las ecuaciones de Bloch van a contener los términos asociados con la estadística del campo.

Para poder calcular los observables físicos relevantes es necesario hacer hipótesis sobre el comportamiento de las fluctuaciones del campo. Sin embargo, no existe un modelo único que describa las fluctuaciones del láser de una forma general, ya que las dinámicas de los diversos tipos de láseres pueden generar características bastante diferentes en términos de sus fluctuaciones de amplitud y fase. Un estudio riguroso de la influencia de las fluctuaciones del campo en procesos electrodinámicos necesitaría un tratamiento completamente cuantizado tanto para el átomo como para el campo ya que, en último análisis, tales fluctuaciones están impuestas por la naturaleza cuántica de la luz. En el tratamiento semi-clásico las fluctuaciones del campo electromagnético tanto de fase como de amplitud pueden ser incorporadas con la introducción de magnitudes estocásticas, cuyas propiedades dependen del modelo específico. Un modelo frecuentemente utilizado es el modelo con difusión de fase considera un campo con amplitud constante, mientras que la fase es una variable estocástica que sigue un proceso Markoviano del tipo Wiener-Levy[70]. Los resultados obtenidos con este modelo para tratar la interacción con un sistema de dos niveles se mostró satisfactoria en muchos casos[78, 79], pero la interacción con sistemas degenerados es naturalmente más compleja, especialmente cuando se está interesado en la respuesta atómica coherente. Análisis más detallados, donde el espectro óptico del campo puede variar entre los perfiles Gaussiano y Lorentziano (según las estadísticas de fase y frecuencia) también han sido utilizados en problemas de interacción con átomos[78], [74].

En el apéndice B presentamos un modelo donde las fluctuaciones del campo son consideradas hasta primer orden en las fluctuaciones del campo incidente. De esa manera fue posible calcular la respuesta atómica fluctuante a partir de las ecuaciones de Bloch (3.35) y calcular el espectro de fluctuaciones en torno a la frecuencia de batido, tal como planteado en la ecuación (6.4).

Hemos calculado el espectro de fluctuaciones cerca de la frecuencia de batido utilizando la expresión  $\tilde{S}(\omega_-)$  obtenida en el apéndice B. Los resultados experimentales para las bandas laterales en el espectro de batido muestran una diferencia de amplitud entre los casos de los láseres libre e inyectado. Como pudimos chequear que el ruido de amplitud de los dos láseres son muy próximos, en el tratamiento teórico estuvimos interesados en el término proporcional al ruido de fase del campo  $\tilde{S}_b(\omega_-)$ . Por simplicidad, hemos tratado la transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . El espectro de ruido proporcional al ruido de fase puede ser visto en la Figura 6.18. El espectro del campo fue supuesto como una Lorentziana centrada en la frecuencia de batido. Note el apareamiento de dos bandas laterales cuya separación en frecuencia es proporcional al campo magnético. Esta característica es esperada al notar

que las fluctuaciones en la polarización atómica  $\widetilde{\delta\mathbf{P}}(\omega)$  contienen el factor  $[i\omega + \mathcal{B}]^{-1}$ , indicando el apareamiento de una resonancia alrededor de las frecuencias características de la matriz de evolución  $\mathcal{B}$ .

Un resultado inmediato del modelo lineal es que cuando el ancho a media altura del espectro del campo se acerca a la frecuencia de precesión, ocurre un máximo para el pico de ruido asociado con la resonancia coherente. Vea que esta característica puede ser vista inmediatamente a partir de la expresión (B.51), donde la distribución espectral  $|\widetilde{b}(\omega)|^2$  es multiplicada por la contribución de origen atómica.

La desintonía óptica tiene un papel importante sobre el espectro de fluctuaciones. Para un campo magnético distinto de cero, las componentes de polarización circular del campo linealmente polarizado no son absorbidas de forma simétrica. Para una desintonía óptica no nula, existe una pendiente en el fondo de ruido, tal como muestra la Figura 6.19. Como en el experimento todas las clases de velocidad son excitadas, esta asimetría es compensada. Así, en la curva mostrada en la Figura 6.18 hemos efectuado una suma sobre varios valores de desintonía, lo que equivale a una integral sobre diferentes clases de velocidades.

La dependencia con la intensidad del campo incidente representa la principal debilidad del modelo lineal. Los resultados del modelo linealizado se parecen a la realidad experimental solamente para intensidades no muy altas (caso mostrado en la Figura 6.18). Para intensidades altas, ocurre un acentuado incremento del nivel de fondo de ruido, mientras que los picos de resonancia coherente parecen no sufrir un ensanchamiento significativo. En la referencia [90] ya fue evidenciado un comportamiento no satisfactorio del modelo lineal cuando la frecuencia de análisis coincide con  $2\Delta_{\text{Larmor}}$ . Como la precesión del dipolo está relacionado a un proceso de dos fotones, se puede conjeturar que la contribución de segundo orden en las fluctuaciones del campo incidente también sean importantes para las fluctuaciones asociadas a esta precesión. Además, los resultados experimentales mostrados en la Figura 6.13 muestran una dependencia de segundo orden de la potencia de ruido con la intensidad de los campos para intensidades no saturantes.

## 6.8 Conclusiones

Hemos demostrando el uso de la técnica de espectroscopía de ruido en la observación de la resonancia coherente asociada al proceso de EIT. Debido a las fluctuaciones de fase del campo el proceso de interacción resonante con la muestra atómica sufre transitorios. En presencia de un campo magnético constante, la frecuencia característica de estos transitorios está determinada básicamente por la frecuencia de Larmor. Asociado con el proceso de resonancia Raman, ocurre una rotación no lineal en la polarización del campo transmitido por la muestra que se manifiesta alrededor de la condición de resonancia Raman. Hemos mostrado como es posible hacer uso de este efecto para eliminar el fondo de ruido proveniente de la contribución del campo incidente y tener un mejor contraste en la

observación de la contribución atómica al espectro de fluctuaciones. Además, la técnica de heterodinado permite alejarse de la zona de bajas frecuencias, donde el excesivo ruido de origen técnico dificultaría la observación de la frecuencia de Larmor. Fue visto que el concepto básico involucra en la técnica de espectroscopía de ruido es similar a la espectroscopía de modulación en frecuencia, pero en este caso el campo posee un continuo de frecuencias. En el caso especial de los láseres de diodo, eso representa una ventaja, porque sus componentes espectrales pueden extenderse a frecuencias bastante altas.

Hemos analizado la dependencia del espectro de fluctuaciones con respecto a algunos de los parámetros físicos relevantes, tales como la intensidad de la luz, valor del campo magnético, polarización relativa entre el campo incidente y el campo de heterodinado y la densidad de átomos en la muestra. Vimos que para intensidades no saturantes, la potencia de ruido entregada a las bandas laterales tiene una dependencia aproximadamente cuadrática, lo que es esperado del proceso Raman. Para valores de campo magnético moderados fue posible observar un aumento de ruido cuando la precesión de Larmor se acerca del ancho espectral del campo. La dependencia con el número de átomos es aproximadamente lineal, descartando la posibilidad de que existan efectos de coherencia entre átomos distintos.

Los resultados experimentales fueron comparados con los resultados de un modelo teórico linealizado donde se puede calcular las fluctuaciones en la respuesta atómica hasta primer orden en las fluctuaciones del campo incidente. A pesar de poco realista, el modelo permite comprender el mecanismo asociado a la existencia de resonancias en la frecuencia de análisis. Sin embargo, el modelo se muestra limitado en algunos aspectos, especialmente con respecto a la dependencia de la forma de línea de las bandas laterales cuando la intensidad es relativamente alta.

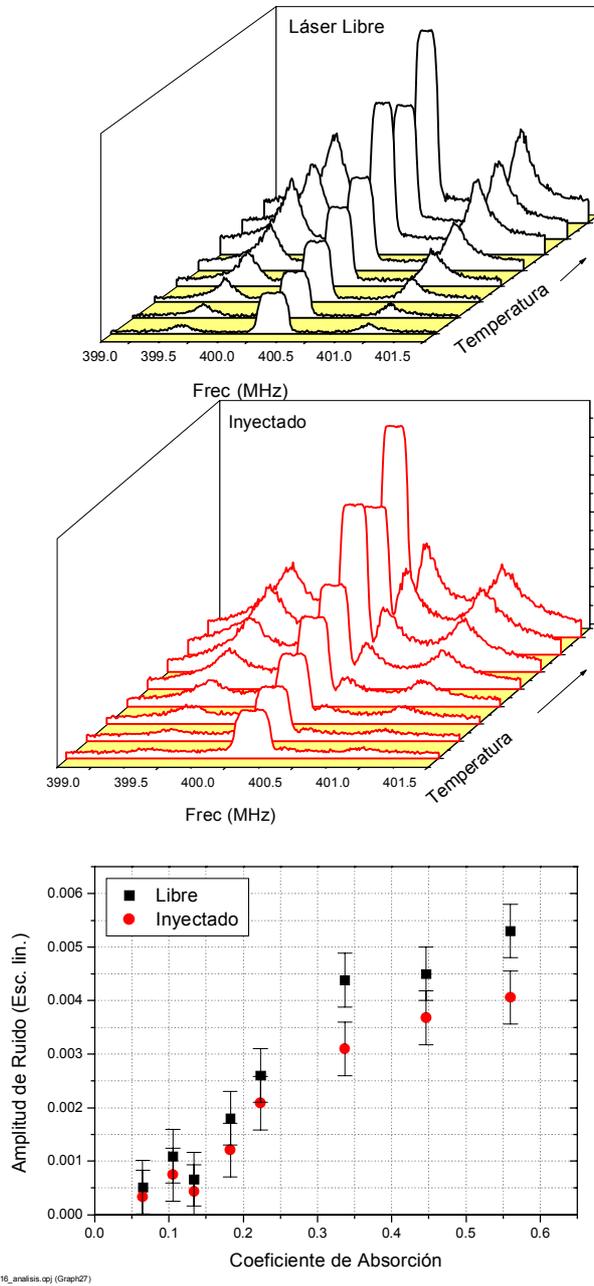


Figura 6.16: Dependencia de la amplitud de ruido asociado a la resonancia coherente con la densidad de átomos.  $RBW = 30 \text{ kHz}$ .  $I \simeq 45 \mu\text{W} / \text{cm}^2$ .

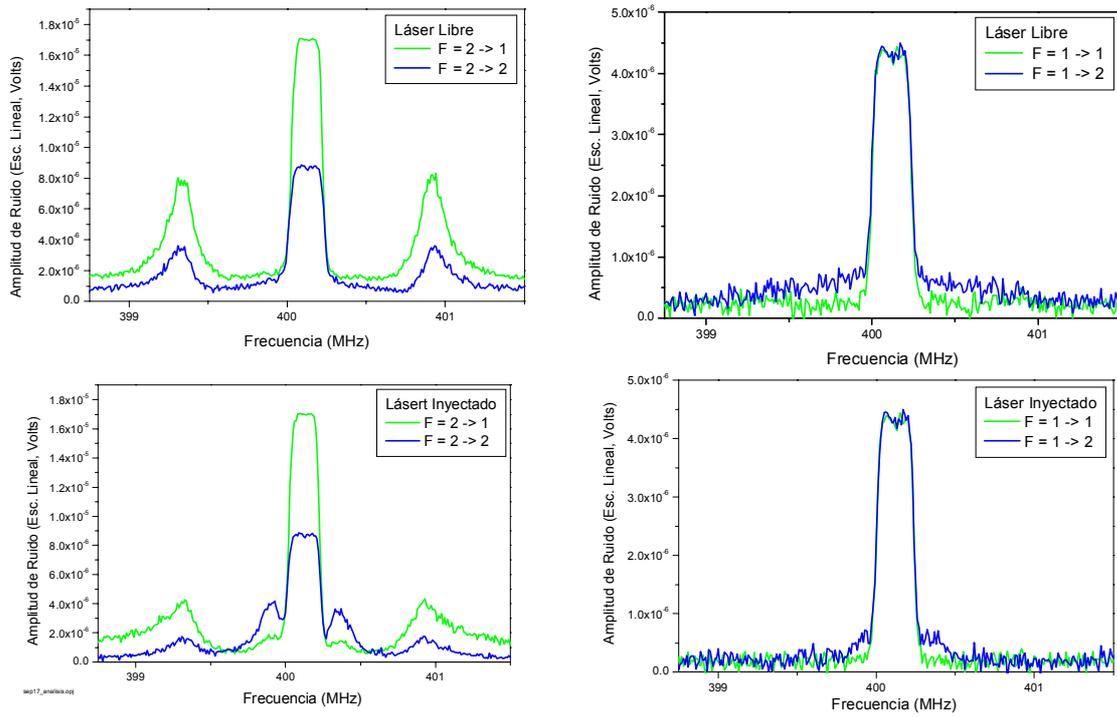


Figura 6.17: Espectro de ruido para diferentes transiciones de  $^{87}\text{Rb}$ . En cada curva la leyenda indica la transición correspondiente.  $I \simeq 44 \mu\text{W} / \text{cm}^2$ ,  $B \simeq 570\text{mG}$ .  $\omega_b = 400.13 \text{ MHz}$ .  $RBW = 30 \text{ kHz}$ .

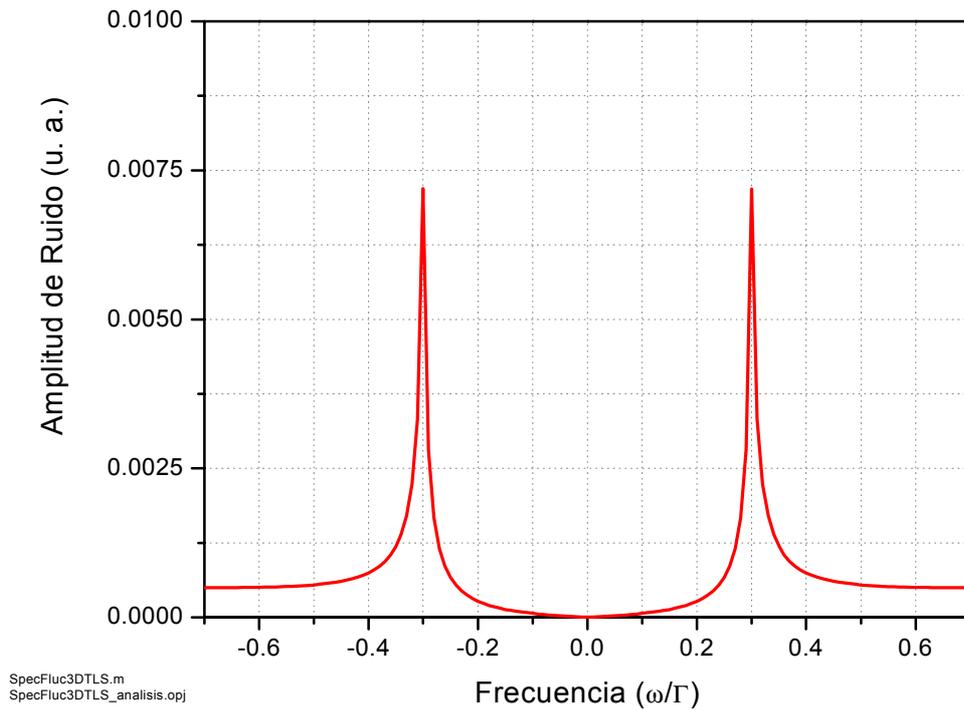


Figura 6.18: Espectro de ruido proporcional a las fluctuaciones de fase,  $\tilde{S}_b(\omega_-)$ , Se tomó  $|\tilde{b}(\omega)|^2$  como una Lorentziana centrada en  $\omega_b$  con ancho  $6\Gamma$ .  $\Omega_1 = 0,5\Gamma$ ,  $\gamma_a B = 0,15\Gamma$ . Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . Polarizaciones ortogonales.

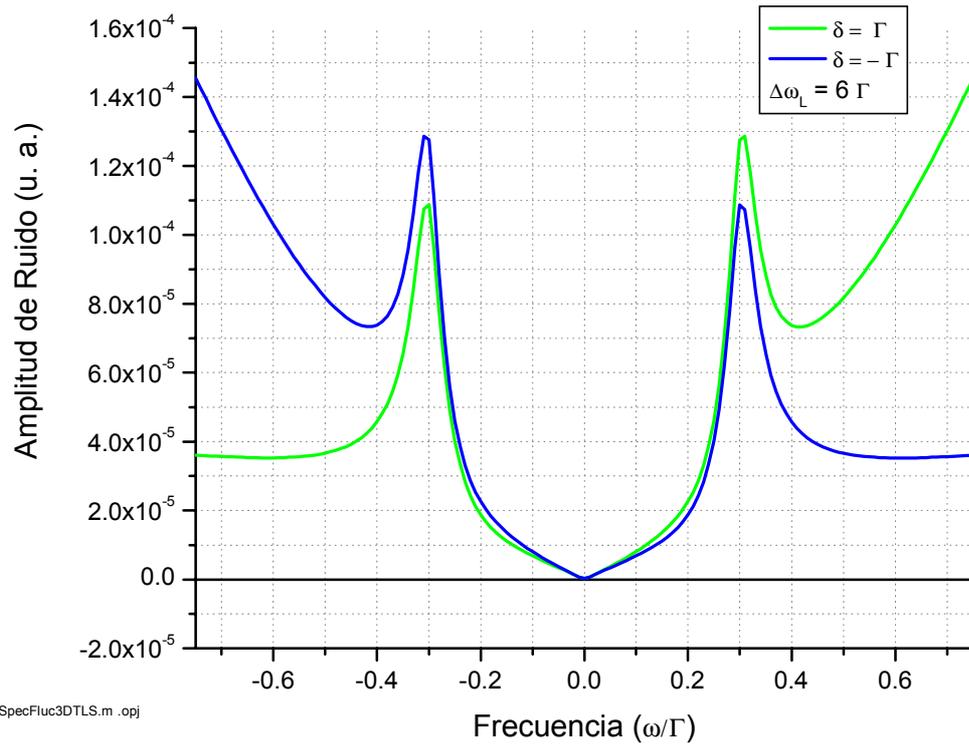


Figura 6.19: Espectro de ruido proporcional a las fluctuaciones de fase,  $\tilde{S}_b(\omega_-)$ , para dos valores simétricos de desintonía óptica.  $\Omega_1 = \Gamma$ ,  $\gamma_a B = 0,15\Gamma$ . Transición  $F_a = 1 \rightarrow F_b = 0$ . Polarizaciones ortogonales.

# Capítulo 7

## Conclusiones Generales y Perspectivas

En esta tesis se han estudiado algunos efectos transitorios asociados a la existencia de resonancias coherentes que se establecen en el nivel fundamental. En especial, estudiamos las resonancias coherentes de Transparencia y Absorción Inducida. La pregunta fundamental que pudimos responder, fue cuanto tiempo es requerido por el sistema atómico para que se establezca el estado coherente en el nivel fundamental. Fue posible comprender algunas diferencias en la evolución dinámica de estos dos tipos de resonancias, que son importantes para una posible aplicación práctica.

De una forma general, la coherencia atómica tiende a desaparecer a causa de la interacción del átomo con su entorno. Tratamos, entonces de preguntar cuanto tiempo un estado coherente puede sobrevivir después de haber sido preparado, y cuales son las principales causas de la decoherencia. Vimos que en el caso de la resonancia de Hanle/EIT el acoplamiento con el campo luminoso puede contribuir para mantener el sistema en su estado de origen. Tal efecto pudo ser interpretado como consecuencia del efecto Zenon. De esa manera, es posible conjeturar que, una vez formado el estado coherente es posible mantenerlo si la intensidad es suficientemente grande y otros factores de pérdida de coherencia son evitados, lo cual podría ser relevante en posibles aplicaciones del fenómeno en procesos de información cuántica.

En el experimento propuesto en el capítulo 6, hemos mostrado que es posible la observación de resonancias coherentes en el espectro de ruido de la luz transmitida por la muestra. Esta observación, a la vez que pone de manifiesto una nueva técnica de observación de la dinámica atómica, plantea un conjunto de cuestiones sobre las características de ruido relacionadas a dichas resonancias.

La resonancia de EIT presenta algunas características que pueden ser útiles con respecto al procesamiento de la información. La más evidente es la alta reducción en la absorción, implicando en menor disipación de la información [42]. Además, en la situación de EIT la velocidad de propagación de un pulso de luz en un medio puede ser controlada adia-

baticamente hasta ser completamente detenido, de manera que la información contenida en el campo sea mapeada sobre el medio[38, 43, 99]. En experimentos propuestos de procesamiento cuántico de la información, el estado del campo electromagnético carga la información que deberá ser procesada vía interacción con el medio material. Así, las propiedades disipativas del medio representan una fuerte dificultad para la preservación de la coherencia. Las posibilidades de futuras aplicaciones de los fenómenos de coherencia cuántica, en especial de la resonancia de EIT, en el proceso de almacenamiento de información en un medio material resaltó el interés sobre las características de ruido asociadas a dichas resonancias coherentes. Como las fluctuaciones cuánticas representan un límite fundamental para el nivel de ruido del campo electromagnético (límite de *shot-noise*), una cuestión no menos importante, se refiere a la influencia de dichas fluctuaciones sobre los observables atómicos. Se puede decir que el experimento propuesto en el capítulo 6 representan un primer avance en la comprensión de este problema.

Por otro lado, la interacción resonante con el medio atómico puede producir reducciones de ruido con respecto al *shot-noise* (*squeezing*) para una de las cuadraturas del campo[100, 101]. El origen de tales efectos está fuertemente asociado al carácter cuántico del campo, y también puede ser de interés en los procesos de información cuántica.

Podemos finalizar resaltando algunos aspectos que no fueron tratados o comprendidos al final de este trabajo. De una forma general, las principales características experimentales observadas pudieron ser reproducidas con modelos teóricos semi-clásicos. En especial, un tratamiento donde el campo electromagnético fue considerado monocromático fue satisfactorio cuando estuvimos interesados en calcular los valores medios de observables atómicos. Cuando estuvimos interesados en reproducir la respuesta atómica fluctuante vista en el experimento propusimos un modelo donde las fluctuaciones de un campo clásico fueron consideradas hasta primer orden. Este tipo de aproximación demostró ser inapropiada para reproducir algunos de los resultados experimentales. Algunos caminos pueden ser propuestos para adecuar el modelo utilizado a la realidad experimental. Por ejemplo, se puede utilizar un modelo donde las fluctuaciones del campo sean descritas por un proceso de difusión de fase y puedan ser incorporadas en las ecuaciones de Bloch. De hecho, tal modelo ya ha sido testeado en carácter preliminar y parece dar resultados coherentes.

# Apéndice A

## Modelo con difusión de fase en ausencia del medio atómico

En este apéndice presentamos el cálculo del espectro de batido en ausencia de átomos utilizando un modelo con difusión de fase.

Para campos no perfectamente monocromáticos, el campo total en el detector es

$$\mathbf{E}(t) = [\mathbf{E}_1(t - T_0)e^{-i\omega_1(t-T_0)} + \mathbf{E}_2(t)e^{-i\omega_2t}] + c.c. \quad (\text{A.1})$$

donde  $T_0$  es el atraso en la fase debido a la diferencia de camino,  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_b$  y  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$  son amplitudes complejas.

La intensidad media vista por el detector es

$$I(t) = \mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{E}^*(t) \quad (\text{A.2})$$

$$I(t) = [\mathbf{E}_1(t - T_0)e^{-i\omega_1(t-T_0)} + \mathbf{E}_2(t)e^{-i\omega_2t}] \times [\mathbf{E}_1^*(t - T_0)e^{i\omega_1(t-T_0)} + \mathbf{E}_2^*(t)e^{i\omega_2t}] \quad (\text{A.3})$$

Así, quedamos con.

$$I(t) = I_1 + I_2 + \mathbf{E}_2(t) \cdot \mathbf{E}_1^*(t - T_0)e^{-i(\omega_b t + \omega_1 T_0)} + \mathbf{E}_2^*(t) \cdot \mathbf{E}_1(t - T_0)e^{i(\omega_b t + \omega_1 T_0)} \quad (\text{A.4})$$

Donde

$$I_1 = |\mathbf{E}_1|^2 = \mathbf{E}_1(t - T_0) \cdot \mathbf{E}_1^*(t - T_0) \quad (\text{A.5})$$

$$I_2 = |\mathbf{E}_2|^2 = \mathbf{E}_2(t) \cdot \mathbf{E}_2^*(t) \quad (\text{A.6})$$

El término de interferencia, es dado por la intensidad alrededor de la frecuencia de batido

$$I_b(t) = \mathbf{E}_2(t) \cdot \mathbf{E}_1^*(t - T_0) e^{-i(\omega_b t + \omega_L T_0)} + c.c. \quad (\text{A.7})$$

De acuerdo a Gardiner[102], la función de correlación debe ser escrita como

$$G(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \langle I_b(t) I_b(t + \tau) \rangle dt \quad (\text{A.8})$$

donde  $\langle \dots \rangle$  denota el promedio estocástico sobre las fases aleatorias del campo y  $T$  representa el tiempo requerido para una observación. Así,

$$G(\tau) = \langle \mathbf{E}_1(t - T_0) \mathbf{E}_1^*(t - T_0 + \tau) \mathbf{E}_2^*(t) \mathbf{E}_2(t + \tau) \rangle e^{i\omega_b \tau} + \langle \mathbf{E}_1^*(t - T_0) \mathbf{E}_1(t - T_0 + \tau) \mathbf{E}_2(t) \mathbf{E}_2^*(t + \tau) \rangle e^{-i\omega_b \tau} \quad (\text{A.9})$$

El espectro de potencia es dado por la transformada de Fourier de la función de correlación  $G(\tau)$ . Los promedios estadísticos que figuran en la ecuación (A.9) son invariantes por translación, así que se puede hacer  $t = 0$  en la ecuación de arriba.

$$G(\tau) = \langle \mathbf{E}_1(-T_0) \mathbf{E}_1^*(\tau - T_0) \mathbf{E}_2^*(0) \mathbf{E}_2(\tau) \rangle e^{i\omega_b \tau} + \langle \mathbf{E}_1^*(-T_0) \mathbf{E}_1(\tau - T_0) \mathbf{E}_2(0) \mathbf{E}_2^*(\tau) \rangle e^{-i\omega_b \tau} \quad (\text{A.10})$$

En el espacio de frecuencias, tenemos

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{i\omega \tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{E}_1^*(-T_0) \mathbf{E}_1(\tau - T_0) \mathbf{E}_2(0) \mathbf{E}_2^*(\tau) \rangle e^{-i(\omega_b - \omega)\tau} d\tau \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{E}_1(-T_0) \mathbf{E}_1^*(\tau - T_0) \mathbf{E}_2^*(0) \mathbf{E}_2(\tau) \rangle e^{i(\omega_b + \omega)\tau} d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

En nuestro caso, se puede escribir

$$\mathbf{E}_1 = \alpha_1 E \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{E}_2 = \alpha_2 E \quad (\text{A.13})$$

Entonces,

$$\begin{aligned} S(\omega) &= |\alpha_1|^2 |\alpha_2|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{E}^*(-T_0) \mathbf{E}(\tau - T_0) \mathbf{E}(0) \mathbf{E}^*(\tau) \rangle e^{i(\omega - \omega_b)\tau} d\tau \\ &\quad + |\alpha_1|^2 |\alpha_2|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mathbf{E}(-T_0) \mathbf{E}^*(\tau - T_0) \mathbf{E}^*(0) \mathbf{E}(\tau) \rangle e^{i(\omega_b + \omega)\tau} d\tau \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Nos interesan las fluctuaciones en las proximidades de la frecuencia de batido, entonces nos quedamos solamente con el primer término.

## A.1 El promedio sobre las fases

Vamos a suponer que el campo puede ser descrito con un modelo con difusión de fase, o sea, el campo posee un módulo constante, pero los cambios en la fase ( $\varphi - \varphi_0$ ) son una variable aleatoria con distribución Gaussiana dada por

$$\mathcal{P}(\varphi, t; \varphi_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D |t - t_0|}} \exp \left[ -\frac{(\varphi - \varphi_0)^2}{2D |t - t_0|} \right], \quad (\text{A.15})$$

que representa la probabilidad de que el campo tenga una fase  $\varphi$  en instante  $t$  siendo que tuvo una fase  $\varphi_0$  en el instante  $t_0$ . Así,  $G_-(\tau)$  es dada por

$$G_-(\tau) = \langle \mathbf{E}_1^*(-T_0) \mathbf{E}_1(\tau - T_0) \mathbf{E}_2(0) \mathbf{E}_2^*(\tau) \rangle \quad (\text{A.16})$$

$$S(\omega - \omega_b) = \int_{-\infty}^{\infty} G_-(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (\text{A.17})$$

y el promedio sobre las fases aleatorias[103] requiere el cálculo de tres integrales. De forma general, el cálculo de un promedio sobre varios tiempos se calcula a través de la integral

$$G(t_n; t_0) = \int \mathcal{P}(\varphi_n, t_n; \varphi_{n-1}, t_{n-1}) \dots \mathcal{P}(\varphi_1, t_1; \varphi_0, t_0) \times F(t_0) \dots F(t_n) d\varphi_n \dots d\varphi_0 \quad (\text{A.18})$$

Como es una probabilidad condicionada, la ordenación en el tiempo es un aspecto importante. El resultado es

$$G_-(\tau) = \begin{cases} I^2 \exp(i\omega_b\tau - DT_0), T_0 < \tau < \infty \\ I^2 \exp(i\omega_b\tau - D\tau), 0 < \tau < T_0 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

$$G_-(\tau) = G_-(-\tau) \quad (\text{A.20})$$

El espectro queda dado por

$$S(\omega - \omega_b) = I^2 |\alpha_1|^2 |\alpha_2|^2 \left[ \frac{[e^{(i(\omega - \omega_b) - D)T_0} - 1]}{i(\omega - \omega_b) - D} + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} e^{-DT_0} \frac{[e^{(i(\omega - \omega_b) - \varepsilon)T_0}]}{i(\omega - \omega_b) - \varepsilon} + c.c. \right]. \quad (\text{A.21})$$

Para una diferencia de camino del orden de un metro, la Figura 6.7 muestra el resultado de la curva teórica, que se adecua bastante bien a la curva de la Figura 6.6.

La función  $S(\omega - \omega_b)$  tiene las principales características asociadas con la curva experimental. El ancho de la estructura ancha alrededor de  $\omega_b$  es del orden de  $1/T_0$ . Sumada a esa estructura, existe un pico estrecho cuyo ancho es dado por  $\varepsilon$ . Para  $T_0 \gg 1/D$ , (atraso mucho mayor que el tiempo de correlación del láser), la estructura ancha desaparece y

centrada la frecuencia de batido hay una Lorentziana con ancho igual a  $2D$ . Esto es razonable, ya que para diferencias de camino mayores que la longitud de coherencia del campo, el batido es como la superposición de dos campos independientes y el espectro de batido es el producto del espectro de los dos campos. Vea que en este límite solamente el primer término de  $S(\omega - \omega_b)$  da una contribución. En el límite opuesto, cuando la diferencia de camino es cero, el primer término se anula y el espectro es dado por una Lorentziana de ancho  $\varepsilon$ , lo que es equivalente a hacer el batido entre dos campos monocromáticos.

## Apéndice B

# Modelo linealizado para el cálculo de las fluctuaciones

Vamos a calcular las fluctuaciones en la respuesta atómica con un modelo linealizado, en que se expanden las fluctuaciones tanto de fase como de amplitud hasta primer orden[90]. El modelo supone una serie de simplificaciones que deberán ser criticadas al comparar sus resultados con los resultados experimentales.

En este modelo se supone que la componente lenta de cada uno de los campos puede ser escrita como un término constante sumado a un término fluctuante dependiente del tiempo. O sea,

$$\mathbf{E}_1(t) = \overline{\mathbf{E}}_1 + \delta\mathbf{E}_1(t) \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{E}_2(t) = \overline{\mathbf{E}}_2 + \delta\mathbf{E}_2(t) \quad (\text{B.2})$$

donde la barra denota el valor medio y

$$\overline{\delta\mathbf{E}_1(t)} = \overline{\delta\mathbf{E}_2(t)} = 0 \quad . \quad (\text{B.3})$$

En los experimentos descritos los campos  $\mathbf{E}_1(t)$  y  $\mathbf{E}_2(t)$  no son independientes, ya que son originados en el mismo láser de diodo y separados por medio de los AOM. Se puede decir entonces que los dos campos son perfectamente correlacionados, lo que nos permite escribir

$$\delta E_1(t) = \alpha_1 \delta E(t) \quad (\text{B.4})$$

$$\delta E_2(t) = \alpha_2 \delta E(t) \quad (\text{B.5})$$

y

$$E_1 = \alpha_1 E \quad (\text{B.6})$$

$$E_2 = \alpha_2 E \quad (\text{B.7})$$

donde  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son números reales.

Las fluctuaciones  $\delta E(t)$  son proporcionales a la propia amplitud del campo y pueden ser separadas en una parte real e imaginaria, representando las dos cuadraturas del campo. Así,

$$\delta E(t) = E(a(t) + ib(t)) \quad (\text{B.8})$$

$$\delta E^*(t) = E^*(a(t) - ib(t)) \quad (\text{B.9})$$

con  $a(t)$  y  $b(t)$  funciones reales estocásticas de media estadística nula ( $\overline{a(t)} = \overline{b(t)} = 0$ ).

Para el cálculo de los espectros nos interesará la transformada de Fourier y su inversa, definidas como

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i\omega t} dt \quad (\text{B.10})$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{B.11})$$

De esa manera, siendo  $a(t)$  y  $b(t)$  funciones reales,

$$\widetilde{\delta E}(\omega) = E(\tilde{a}(\omega) + i\tilde{b}(\omega)) \quad (\text{B.12})$$

$$\widetilde{\delta E}^*(-\omega) = E^*(\tilde{a}(\omega) - i\tilde{b}(\omega)) \quad (\text{B.13})$$

Una aproximación de este modelo consiste en despreciar la correlación existente entre las fluctuaciones de fase y amplitud del campo[90], o sea

$$\overline{\tilde{a}(\omega)\tilde{b}^*(\omega)} = \overline{\tilde{a}^*(\omega)\tilde{b}(\omega)} = \overline{\tilde{a}(\omega)\tilde{b}(\omega)} = \overline{\tilde{a}(\omega)\tilde{b}(\omega)} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Con esta aproximación, la distribución espectral de las fluctuaciones de amplitud y fase del campo son determinadas por las funciones  $|\tilde{a}(\omega)|^2 = \overline{\tilde{a}(\omega)\tilde{a}^*(\omega)}$  y  $|\tilde{b}(\omega)|^2 = \overline{\tilde{b}(\omega)\tilde{b}^*(\omega)}$ .

## B.1 Señal de detección heterodinada

Vamos a calcular la señal de detección heterodinada, tal como fue planteada en la ecuación (6.4). Para un medio ópticamente fino, el campo total que llega al detector es dado por la ecuación (6.1). Para calcular las fluctuaciones hasta primer orden en la intensidad, debemos hacer la sustitución

$$\mathbf{E}(t) \rightarrow \overline{\mathbf{E}}_1 + \delta\mathbf{E}_1(t) \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{E}_{het}(t) \rightarrow \overline{\mathbf{E}}_2 + \delta\mathbf{E}_2(t) \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{P}(t) \rightarrow \overline{\mathbf{P}} + \delta\mathbf{P}(t) \quad (\text{B.17})$$

Así, el campo total que llega al detector para un medio ópticamente fino es

$$\mathbf{E}(t) = (\overline{\mathbf{E}}_1 + \delta\mathbf{E}_1(t)) e^{-i\omega_L t} + (\overline{\mathbf{E}}_2 + \delta\mathbf{E}_2(t)) e^{-i(\omega_L + \omega_b)t} + i\beta (\overline{\mathbf{P}} + \delta\mathbf{P}(t)) e^{-i\omega_L t} , \quad (\text{B.18})$$

donde no se considera ningún atraso en la fase debido a una diferencia de camino óptico entre los dos campos. Usando (6.3) la intensidad de la luz que llega al detector es

$$\begin{aligned} I + \delta I(t) &= |\overline{\mathbf{E}}_1|^2 + |\overline{\mathbf{E}}_2|^2 + \beta^2 |\overline{\mathbf{P}}|^2 + i\beta (\overline{\mathbf{P}} \cdot \overline{\mathbf{E}}_1^* - cc) - i\beta (\overline{\mathbf{E}}_1 \cdot \delta\overline{\mathbf{P}}^*(t) - cc) \\ &+ (\overline{\mathbf{E}}_1 \cdot \delta\mathbf{E}_1^*(t) + cc) + (\overline{\mathbf{E}}_2 \cdot \delta\mathbf{E}_2^*(t) + cc) - i\beta (\delta\overline{\mathbf{E}}_1(t) \cdot \overline{\mathbf{P}}^* - cc) + \\ &+ \beta^2 (\overline{\mathbf{P}} \cdot \delta\mathbf{P}^*(t) + cc) + (\overline{\mathbf{E}}_1 \cdot \overline{\mathbf{E}}_2^* e^{i\omega_b t} + cc) \\ &+ (\overline{\mathbf{E}}_2 \cdot \delta\mathbf{E}_1^*(t) e^{-i\omega_b t} + cc) + (\overline{\mathbf{E}}_1 \cdot \delta\mathbf{E}_2^*(t) e^{i\omega_b t} + cc) + \\ &+ i\beta (\delta\mathbf{P}(t) \cdot \overline{\mathbf{E}}_2^* e^{i\omega_b t} - cc) + i\beta (\overline{\mathbf{P}} \cdot \overline{\mathbf{E}}_2^* e^{i\omega_b t} - cc) \\ &+ i\beta (\overline{\mathbf{P}} \cdot \delta\mathbf{E}_2^*(t) e^{i\omega_b t} - cc) + \mathcal{O}(\delta E^2, \delta P^2, \delta E \delta P) \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Todos los términos independientes del tiempo son proporcionales a deltas de Dirac en el espacio de frecuencias. Tales términos siempre dan contribuciones importantes al espectro de potencia, estando asociadas con la frecuencia portadora de cada campo. Sin embargo, estamos interesados en obtener el espectro de fluctuaciones en torno a la frecuencia de batido (bandas laterales) y no vamos a considerar las componentes monocromáticas de aquí adelante. Todos los términos independientes de la frecuencia de batido  $\omega_b$  dan contribuciones al espectro cerca de frecuencia nula, y tampoco nos interesan. Finalmente las fluctuaciones en la intensidad en el dominio del tiempo para los términos son dadas por

$$\begin{aligned} \delta I(t) &\simeq (\overline{\mathbf{E}}_2 \cdot \delta\mathbf{E}_1^*(t) e^{-i\omega_b t} + cc) + (\overline{\mathbf{E}}_1 \cdot \delta\mathbf{E}_2^*(t) e^{i\omega_b t} + cc) + i\beta (\delta\mathbf{P}(t) \cdot \overline{\mathbf{E}}_2^* e^{i\omega_b t} - cc) \\ &+ i\beta (\overline{\mathbf{P}} \cdot \delta\mathbf{E}_2^*(t) e^{i\omega_b t} - cc) + \mathcal{O}(\delta E^2, \delta P^2, \delta E \delta P) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

A continuación, vamos a distinguir dos casos particulares según la polarización relativa entre el campo incidente y el campo de heterodinado.

## B.2 Polarizaciones ortogonales

Considerando que los dos campos tienen polarizaciones ortogonales, o sea

$$\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{E}_2 \quad (\text{B.21})$$

$$\delta\mathbf{E}_1 \parallel \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.22})$$

$$\delta\mathbf{E}_2 \parallel \mathbf{E}_2 \quad . \quad (\text{B.23})$$

De esa manera, términos proporcionales al producto de  $\mathbf{E}_1$  por  $\mathbf{E}_2$  no contribuyen al batido y uno queda con

$$\delta I(t)|_{\omega_b} = i\beta\delta\mathbf{P}(t).\bar{\mathbf{E}}_2^*e^{i\omega_b t} - i\beta\delta\mathbf{P}^*(t).\bar{\mathbf{E}}_2e^{-i\omega_b t} \quad (\text{B.24})$$

$$+i\beta\bar{\mathbf{P}}.\delta\mathbf{E}_2^*(t)e^{i\omega_b t} - i\beta\bar{\mathbf{P}}^*.\delta\mathbf{E}_2(t)e^{-i\omega_b t} \quad (\text{B.25})$$

La transformada de Fourier nos dá contribuciones a las frecuencias  $\omega_+ = \omega + \omega_b$  y  $\omega_- = \omega - \omega_b$ .

$$\begin{aligned} \tilde{\delta I}(\omega)|_{\omega_b} &= i\beta \left[ \tilde{\delta\mathbf{P}}(\omega_+).\bar{\mathbf{E}}_2^* - \tilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega_-).\bar{\mathbf{E}}_2 \right] \\ &+ i\beta \left[ \bar{\mathbf{P}}.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2^*(-\omega_+) - \bar{\mathbf{P}}^*.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2(\omega_-) \right] . \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Como estamos interesados en el espectro en torno de la frecuencia  $\omega_b$  podemos despreciar los términos dependientes de  $\omega_+$ . Así,

$$\tilde{\delta I}(\omega_-) = -i\beta \left[ \bar{\mathbf{P}}^*.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2(\omega_-) + \tilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega_-).\bar{\mathbf{E}}_2 \right] \quad (\text{B.27})$$

que representa las fluctuaciones alrededor de la frecuencia de batido.

El espectro de las fluctuaciones debe ser dado por

$$\tilde{S}(\omega_-) \propto \left| \bar{\mathbf{P}}^*.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2(\omega_-) + \tilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega_-).\bar{\mathbf{E}}_2 \right|^2 \quad (\text{B.28})$$

Utilizando el modelo de sistemas de dos niveles degenerados presentado en el Capítulo 3 se puede calcular la función  $\tilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega_-)$ , lo que será presentado más adelante.

## B.3 Polarizaciones paralelas

A partir de la ecuación (B.20), se hace

$$\mathbf{E}_1 \parallel \mathbf{E}_2 . \quad (\text{B.29})$$

Tomando solamente los términos que dependen de la frecuencia de batido se obtiene

$$\begin{aligned} \delta I(t)|_{\omega_b} &= (\bar{\mathbf{E}}_2.\delta\mathbf{E}_1^*(t)e^{-i\omega_b t} + cc) + (\bar{\mathbf{E}}_1.\delta\mathbf{E}_2^*(t)e^{i\omega_b t} + cc) + \\ &+ i\beta (\delta\mathbf{P}(t).\bar{\mathbf{E}}_2^*e^{i\omega_b t} - cc) + i\beta (\bar{\mathbf{P}}.\delta\bar{\mathbf{E}}_2^*e^{i\omega_b t} - cc) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

En el espacio de frecuencias nos quedamos con el término dependiente de  $\omega_-$ , así tenemos

$$\tilde{\delta I}(\omega_-) = -i\beta \left[ \bar{\mathbf{P}}^*.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2(\omega_-) + \tilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega_-).\bar{\mathbf{E}}_2 \right] + \bar{\mathbf{E}}_2.\tilde{\delta\mathbf{E}}_1^*(-\omega_-) + \bar{\mathbf{E}}_1^*.\tilde{\delta\mathbf{E}}_2(\omega_-) \quad (\text{B.31})$$

Se nota que en este caso hay un término proveniente de los átomos y otro proporcional al campo incidente, tal como fue comentado en la sección 6.2. Tanto la intensidad relativa como la relación de fase existente entre los dos términos son relevantes para el espectro.

## B.4 Fluctuaciones en la polarización atómica en un sistema de dos niveles con degeneramientos

Para calcular  $\delta\mathbf{P}(t)$  se puede partir de las ecuaciones de Bloch en el espacio de Liouville (3.35) y hacer las sustituciones

$$\mathbf{E} \rightarrow \bar{\mathbf{E}}_1 + \delta\mathbf{E}_1(t) \quad (\text{B.32})$$

$$\mathbf{E}^* \rightarrow \bar{\mathbf{E}}_1^* + \delta\mathbf{E}_1^*(t) \quad (\text{B.33})$$

$$x \rightarrow \bar{x} + \delta x(t) \quad (\text{B.34})$$

preservando apenas los términos de primer orden. Después de alguna álgebra quedamos con

$$\bar{x} = -\mathcal{B}^{-1}Y_o \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{d\delta x(t)}{dt} = \mathcal{B}\delta x(t) + \delta\mathcal{B}\bar{x} \quad (\text{B.36})$$

$$\delta\mathcal{B} = [\mathcal{D}_+\delta E_1(t) + \mathcal{D}_-\delta E_1^*(t)] \quad (\text{B.37})$$

$$\mathcal{D}_- = -i \left[ \mathcal{L} \left( \frac{\mathbf{e}^* \cdot \mathbf{D}_{ge}}{\hbar} \right) - \mathcal{R} \left( \frac{\mathbf{e}^* \cdot \mathbf{D}_{ge}}{\hbar} \right) \right] \quad (\text{B.38})$$

$$\mathcal{D}_+ = -i \left[ \mathcal{L} \left( \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{D}_{eg}}{\hbar} \right) - \mathcal{R} \left( \frac{\mathbf{e} \cdot \mathbf{D}_{eg}}{\hbar} \right) \right] \quad (\text{B.39})$$

donde  $\bar{x}$  es la solución estacionaria de la matriz densidad. Tomando la transformada de Fourier de (B.36) nos quedamos con

$$\widetilde{\delta x}(\omega) = -[i\omega + \mathcal{B}]^{-1} [\mathcal{D}_+\widetilde{\delta E}_1(\omega) + \mathcal{D}_-\widetilde{\delta E}_1^*(-\omega)] \bar{x} \quad (\text{B.40})$$

Las fluctuaciones en la polarización atómica  $\delta\mathbf{P}(t)$  pueden ser calculadas a partir de la ecuación (3.43), siendo proporcionales a  $\delta x(t)$ , o sea

$$\delta\mathbf{P}(t) = u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg})\delta x(t) \quad (\text{B.41})$$

y su transformada de Fourier es

$$\widetilde{\delta\mathbf{P}}(\omega) = u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg})\widetilde{\delta x}(\omega) \quad (\text{B.42})$$

En la ecuación (B.40) se puede sustituir (B.12) y (B.13), obteniéndose

$$\widetilde{\delta\mathbf{P}}(\omega) = -u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg}) [i\omega + \mathcal{B}]^{-1} [\mathcal{D}_+ + \mathcal{D}_-] \bar{x}\widetilde{a}(\omega) \quad (\text{B.43})$$

$$-iu^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg}) [i\omega + \mathcal{B}]^{-1} [\mathcal{D}_+ - \mathcal{D}_-] \bar{x}\widetilde{b}(\omega) \quad (\text{B.44})$$

Tal sustitución es útil para identificar la respuesta de la polarización atómica debido a las fluctuaciones de fase y amplitud del campo incidente quedando finalmente,

$$\widetilde{\delta\mathbf{P}}(\omega) = \alpha_1 E \left( \mathbf{f}_a(\omega) \widetilde{a}(\omega) + i \mathbf{f}_b(\omega) \widetilde{b}(\omega) \right) \quad (\text{B.45})$$

$$\widetilde{\delta\mathbf{P}}^*(-\omega) = \alpha_1 E^* \left( \mathbf{f}_a^*(-\omega) \widetilde{a}(\omega) - i \mathbf{f}_b^*(-\omega) \widetilde{b}(\omega) \right) \quad (\text{B.46})$$

con

$$\mathbf{f}_a(\omega) = -u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg}) [i\omega + \mathcal{B}]^{-1} [\mathcal{D}_+ + \mathcal{D}_-] \bar{x} \quad (\text{B.47})$$

$$\mathbf{f}_b(\omega) = -u^\dagger \cdot \mathcal{L}(\mathbf{D}_{eg}) [i\omega + \mathcal{B}]^{-1} [\mathcal{D}_+ - \mathcal{D}_-] \bar{x} \quad (\text{B.48})$$

Junto con (B.28) o (B.31) la ecuación (B.45) determina la contribución atómica al espectro de fluctuaciones alrededor de la frecuencia de batido. Para el caso de polarizaciones ortogonales, el espectro de batido queda

$$\widetilde{S}(\omega_-) \propto \widetilde{S}_a(\omega_-) + \widetilde{S}_b(\omega_-) \quad (\text{B.49})$$

$$\widetilde{S}_a(\omega_-) \propto \left| \mathbf{e}_2 \cdot \overline{\mathbf{P}}^* + \alpha_1 E^* \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{f}_a^*(-\omega) \right|^2 |\widetilde{a}(\omega)|^2 \quad (\text{B.50})$$

$$\widetilde{S}_b(\omega_-) \propto \left| \mathbf{e}_2 \cdot \overline{\mathbf{P}}^* - \alpha_1 E^* \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{f}_a^*(-\omega) \right|^2 |\widetilde{b}(\omega)|^2 \quad (\text{B.51})$$

# Bibliografía

- [1] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics*, John Wiley and Sons, 1977.
- [2] W. Demtröder, Visible and Ultraviolet Spectroscopy: Physical Aspects, in *Atomic and Molecular Beam Methods*, edited by G. Scoles, volume 2, pages 213–260, Oxford university press, 1988.
- [3] S. E. Harris, Electromagnetically Induced Transparency, *Phys. Today* **50**(7), 36 (1997).
- [4] A. M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lezama, Electromagnetically Induced Absorption and Transparency Due to Resonant Two-Field Excitation of Quasidegenerate Levels in Rb Vapor, *Phys. Rev. A* **57**(4), 2996–3002 (1998).
- [5] B. D. Agaptëv, M. B. Gornyi, and B. G. Matisov, Coherent Population Trapping in Quantum Systems, *Physics - Uspekhi* **36**(9), 763–793 (1993).
- [6] E. Arimondo, Coherent Population Trapping, *Prog. Opt.* **XXXV**, 257 (1996), y referencias.
- [7] A. Lezama, S. Barreiro, and A. M. Akulshin, Electromagnetically Induced Absorption, *Phys. Rev. A* **59**(6), 4732–4735 (1999).
- [8] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, An Experimental Method for the Observation of RF Transitions and Laser Beat Resonances in Oriented Na Vapour, *Il Nuovo Cimento* **36 B**(1), 5–20 (1976).
- [9] E. Arimondo and G. Orriols, Nonabsorbing Atomic Coherences by Coherent Two-Photon Excitations in a Three-Level Optical Pumping, *Letera al Nuovo Cimento* **17**(10), 333–338 (1976).
- [10] G. Alzetta, L. Moi, and G. Orriols, Nonabsorbing Hyperfine Resonances in a Vapour Sodium Irradiated in a Multimode Dye Laser, *Il Nuovo Cimento* **52**(2), 209–218 (1979).

- [11] G. Orriols, *Il Nuovo Cimento A* **53**, 1 (1979).
- [12] D. Budker, V. Yaschuk, and M. Zolotarev, Nonlinear magneto-optical effects with ultranarrow widths, *Phys. Rev. Lett* **81**(26), 5788–5791 (1998).
- [13] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, 1997.
- [14] G. Grynberg, A. Aspect, and C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*, Ellipses, 1997.
- [15] P. M. Radmore and P. L. Knight, Population Trapping and Dispersion in a Three-Level System, *J. of Phys. B: At. Mol. Phys.* **15**, 561–573 (1982).
- [16] S. Swain, Conditions for Population Trapping in a Three-Level System, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **15**, 3405–3412 (1982).
- [17] K. J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, Observation of Electromagnetically Induced Transparency, *Phys. Rev. Lett.* **66**(20), 2593–2596 (1991).
- [18] Y. Li and M. Xiao, Observation of Quantum Interference Between Dressed States in an Electromagnetically Induced Transparency, *Phys. Rev. A* **51**(6), 4959–4962 (1995).
- [19] S. E. Harris and Z. Luo, Preparation Energy for Electromagnetically Induced Transparency, *Phys. Rev. A* **52**(2), R928–931 (1995).
- [20] B. Lü, W. H. Burkett, and M. Xiao, Electromagnetically Induced Transparency with Variable Coupling-Laser Linewidth, *Phys. Rev. A* **56**(1), 976–979 (1997).
- [21] H. Y. Ling, Y. Li, and M. Xiao, Coherent Population Trapping and Electromagnetically Induced Transparency in Multi-Zeeman-Sublevel Atoms, *Phys. Rev. A* **53**(2), 1014–1026 (1996).
- [22] Y. Li and M. Xiao, Transient Properties of an Electromagnetically Induced Transparency in Three-Level Atoms, *Opt. Lett.* **20**(13), 1489–1491 (1997).
- [23] I. V. Jyotsna and G. S. Agarwal, Coherent Population Trapping at Low Light Levels, *Phys. Rev. A* **52**(4), 3147–3152 (1995).
- [24] E. A. Korsunsky, W. Maichen, and L. Windholz, Dynamics of Coherent Optical Pumping in a Sodium Atomic Beam, *Phys. Rev. A* **56**(5), 3908–3915 (1997).
- [25] H. X. Chen, A. V. Durrant, J. P. Marangos, and J. A. Vaccaro, Observation of Transient Electromagnetically Induced Transparency in a Rubidium  $\Lambda$  system, *Phys. Rev. A* **58**(2), 1545–1548 (1998).

- [26] A. D. Greentree, T. B. Smith, S. R. Echaniz, A. V. Durrant, J. P. Marangos, A. V. Segal, and J. A. Vaccaro, Resonant and Off-Resonant Transients in Electromagnetically Induced Transparency: Turn-on and Turn-Off Dynamics, *Phys. Rev. A* **65**, 055801 (2001).
- [27] A. Lezama, S. Barreiro, A. Lipsich, and A. M. Akulshin, Coherent Two-Field Spectroscopy of Degenerate Two-Level Systems, *Phys. Rev. A* **61**, 013801–1 a 11 (1999).
- [28] A. V. Taïchenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, and Ol’shanyi, Nonuniform stationary coherent states (the CPT effect) for the  $j_g = 3/2 \rightarrow j_e = 1/2$  and  $j_g = 2 \rightarrow j_e = 1$  in a resonant interaction with a nonuniformly polarized fields, *Sov. Phys. JETP* **74**(6), 952–956 (1992).
- [29] A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin, Electromagnetically Induced Absorption in a Four-State System, *Phys. Rev. A* **61**, 011802(R) (1999).
- [30] H. Failache, P. Valente, G. Ban, V. Lorent, and A. Lezama, Inhibition of electromagnetically induced absorption due to excited-state decoherence in Rb vapor, *Phys. Rev. A* **67**, 043810 (2003).
- [31] A. Kastler, The Hanle effect and its use for the measurements of very small magnetic fields, in *Nuclear instruments and methods*, volume 110, chapter IV, pages 259–265, North-Holland Amsterdam, 1973.
- [32] F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz, and E. Arimondo, Coherent population trapping with losses observed on the Hanle effect of the D1 sodium line, *Phys. Rev. A* **55**(5), 3710–3718 (1997).
- [33] F. Renzoni and E. Arimondo, Population-loss-induced narrowing of dark resonances, *Phys. Rev. A* **58**(6), 4717–4722 (1998).
- [34] F. Renzoni, A. Lindner, and E. Arimondo, Coherent population trapping in open systems: a coupled/noncoupled analysis, *Phys. Rev. A* **60**(1), 450–455 (1999).
- [35] A. M. Tumaikin and V. I. Yudin, Coherent stationary states in the interactions of atoms with polarized resonant light in a magnetic field, *Sov. Phys. JETP* **71**(1), 43–47 (1990).
- [36] Y. Dancheva, G. Alzetta, S. Cartaleva, and C. Taslakov, M. Andreeva, Coherent effects on the Zeeman sublevels of hyperfine states in optical pumping of Rb by monomode diode laser, *Opt. Commun.* **178**, 103–110 (2000).

- [37] F. Renzoni, C. Zimmermann, P. Verkerk, and E. Arimondo, Enhanced absorption Hanle effect on the  $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$  closed transitions, *J. Opt. B: Quantum and Semiclass. Opt.* **3**, S7–S14 (2001).
- [38] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Behroozi, Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas, *Nature* **397**(18), 594–560 (1999).
- [39] M. Kash, V. Sautenkov, A. Zibrov, L. Hollberg, G. Welch, M. Lukin, E. Rostovtsev, Y. Fry, and M. Scully, Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas, *Phys. Lett.* **82**(26), 5229–5232 (1999).
- [40] A. M. Akulshin, S. Barreiro, and A. Lezama, Steep anomalous dispersion in coherently prepared Rb vapor, *Phys. Rev. Lett.* **83**(21), 4277–4280 (1999).
- [41] L. J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu, Gain-assisted superluminal light propagation, *Nature* **406**(20), 277–279 (2000).
- [42] M. Lukin and A. Imamoglu, Controlling photons using electromagnetically induced transparency, *Nature* **413**(20), 273–276 (2001).
- [43] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. Walsworth, and M. Lukin, Storage of light in atomic vapor, *Phys. Rev. Lett.* **86**(5), 783–786 (2001).
- [44] K. Kim, M. Kwon, H. D. Park, H. S. Moon, H. S. Rawat, K. An, and J. B. Kim, Electromagnetically Induced Absorption Spectra Depending on Intensities and Detunings of Coupling Field in Cs Vapour, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **34**, 4801–4808 (2001).
- [45] M. Kwon, K. Kim, H. S. Moon, H. D. Park, and J. B. Kim, Dependence of Electromagnetically Induced Absorption on Two Combinations of Orthogonal Polarized Beams, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **34**, 2951–2961 (2001).
- [46] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions, Basic Processes and Applications*, John Wiley and Sons, 1992.
- [47] L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Dover, 1975.
- [48] C. Cohen-Tannoudji, Introduction to quantum electrodynamics, in *Les Houches, Session XXXVIII 1982 - New trends in atomic physics*, edited by G. Grynberg and R. Stora, Elsevier, 1984.
- [49] A. Yariv, *Quantum electronics*, John Wiley and Sons, 1989.
- [50] N. Lu and P. R. Berman, Transient probe spectra in a driven two-level atom, *Phys. Rev. A* **36**(8), 3845–3861 (1987).

- [51] C. Cohen-Tannoudji, Atoms in strong resonant fields, in *Frontiers in laser spectroscopy*, edited by Balian, volume XXVII, chapter Course 1, pages 3–104, North-Holland Publishing Company, 1977.
- [52] M. Weissbluth, *Atoms and Molecules*, Academic Press, 1978.
- [53] F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta, and E. Arimondo, Enhanced absorption Hanle effect in the configuration of crossed laser beam and magnetic field, *Phys. Rev. A* **63**, 065401–4 (2001).
- [54] P. Valente, H. Failache, and A. Lezama, Comparative study of transient evolution of Hanle electromagnetically induced transparency and absorption resonances, *Phys. Rev. A* **65**, 023814 (2002).
- [55] V. S. Letokhov and V. P. Chebotayev, *Nonlinear laser spectroscopy*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1977.
- [56] P. Valente, H. Failache, and A. Lezama, Temporal Buildup of electromagnetically induced transparency and absorption resonances in degenerate two-level transitions, *Phys. Rev. A* **67**, 013806 (2003).
- [57] S. Nakayama, Theoretical analysis of Rb and Cs D2 lines in saturation spectroscopy with optical pumping, *Jap. J. of App. Phys.* **23**(7), 879–883 (1984).
- [58] R. W. Schmieder, A. Lurio, W. Happer, and A. Khadjavi, Level-Crossing Measurement of Lifetime and Hfs Constants of the  $^2P_{3/2}$  States of the Stable Alkali Atoms, *Phys. Rev. A* **2**(4), 1216–1228 (1970).
- [59] S. Barreiro, Estudio Espectral de Resonancias Coherentes En Sistemas de Dos Niveles Degenerados, Master’s thesis, Facultad de Ciencias - Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, 2000.
- [60] N. F. Ramsey, *Molecular beams*, The international series of monographs on physics, Oxford university press, 1956.
- [61] F. Reif, *Fundamentals of thermodynamics and statistical mechanics*, Mcgraw Hill, 1965.
- [62] D. J. Auerbach, Velocity measurements by time of flight methods, in *Atomic and Molecular Beam Methods*, edited by G. Scoles, volume 1, chapter 7, pages 362–379, Oxford university press, 1988.
- [63] G. J. V. Wylen, R. E. Sontag, and C. Borgnakke, *Fundamentos de Termodinámica*, Limusa Wiley, segunda edition, 1999.

- [64] D. Budker, W. Gawlik, D. F. Kimball, S. M. Rochester, V. V. Yashchuk, and A. Weis, Resonant nonlinear magneto-optical effects in atoms, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1153–1201 (2002).
- [65] W. M. Itano, D. J. Heinzen, J. J. Bollinger, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. A* **41**, 2295 (1990).
- [66] A. Luis, Quantum-state preparation and control via Zeno effect, *Phys. Rev. A* **63**, 052112 (2001).
- [67] P. Avan and C. Cohen-Tannoudji, Two-level atom saturated by a fluctuating resonant laser beam. Calculation of the fluorescence spectrum, *J. Phys. B* **10**(2), 155–170 (1977).
- [68] P. Avan and C. Cohen-Tannoudji, Hanle resonances for a  $J=0$  to  $J=1$  transition excited by a fluctuating laser beam, *J. Phys. B* **10**(2), 171–185 (1977).
- [69] G. S. Agarwal, Quantum Statistical Theory of Optical Resonance Phenomena in Fluctuating Laser Fields, *Phys. Rev. A* **18**(4), 1490–1506 (1978).
- [70] A. T. Georges, Resonance fluorescence in Markovian stochastic fields, *Phys. Rev. A* **21**(6), 2034–2049 (1980).
- [71] M. H. Anderson, R. D. Jones, J. Cooper, S. J. Smith, D. S. Elliott, H. Ritsch, and P. Zoller, Observation of population fluctuations in two-level atoms driven by a phase diffusing field, *Phys. Rev. Lett* **64**(12), 1346–1349 (1990).
- [72] T. Haslwanter, H. Ritsch, J. Cooper, and P. Zoller, Laser-noise-induced population fluctuations in two-level systems, *Phys. Rev. A* **38**(11), 5652–5659 (1988).
- [73] H. Ritsch, P. Zoller, and J. Cooper, Power Spectra and Variance of Laser-Noise-Induced Population Fluctuations in Two-Level Atoms, *Phys. Rev. A* **41**(5), 2653–2667 (1990).
- [74] K. Arnett, S. J. Smith, R. E. Ryan, T. Bergeman, H. Metcalf, M. W. Hamilton, and J. R. Brandenberger, Hanle effect in spectrally broadened light, *Phys. Rev. A* **41**(5), 2580–2593 (1990).
- [75] M. H. Anderson, R. D. Jones, J. Cooper, S. J. Smith, D. S. Elliott, H. Ritsch, and P. Zoller, Variance spectra of fluorescence-intensity fluctuations from two-level in a phase-diffusing field, *Phys. Rev. A* **42**(11), 6690–6703 (1990).
- [76] G. Vemuri and G. S. Agarwal, Fluctuations in fluorescence from an ensemble of two-level atoms pumped simultaneously by a coherent and a chaotic field, *Phys. Rev. A* **42**(3), 1687–1692 (1990).

- [77] T. Yabuzaki, T. Mitsui, and U. Tanaka, New Type of High-Resolution Spectroscopy with Diode Laser, *Phys. Rev. Lett* **67**(18), 2453–2456 (1991).
- [78] D. H. McIntyre, C. E. Fairchild, J. Cooper, and R. Walser, Diode-laser noise spectroscopy of rubidium, *Opt. Lett.* **18**(21), 1816–1818 (1993).
- [79] R. Walser, J. Cooper, and P. Zoller, Saturated absorption spectroscopy using diode-laser phase noise, *Phys. Rev. A* **50**(5), 4303–4309 (1994).
- [80] R. E. Ryan, L. A. Westling, R. Blümel, and H. J. Metcalf, Two-photon spectroscopy: a technique for characterizing diode-laser noise, *Phys. Rev. A* **52**(4), 3157–3169 (1995).
- [81] I. V. Jyotsna, G. S. Agarwal, and G. Vemuri, Deriving spectroscopy information from intensity-intensity correlations, *Phys. Rev. A* **51**(4), 3169–3173 (1995).
- [82] G. C. Bjorklund, Frequency-Modulation Spectroscopy: A New Type for Measuring Weak Absorptions and Dispersions, *Opt. Lett.* **5**(1), 15–17 (1980).
- [83] J. M. Suplee, E. A. Whittaker, and W. Lenth, Theoretical Description of Frequency Modulation and Wavelength Modulation Spectroscopy, *Appl. Opt.* **33**(27), 6294–6302 (1994).
- [84] J. C. Camparo and G. Coffey, Conversion of Laser Phase Noise to Amplitude Noise in a Resonant Atomic Vapor: The Role of Laser Linewidth, *Phys. Rev. A* **59**(1), 728–735 (1999).
- [85] G. Vemuri, M. H. Anderson, J. Cooper, and S. J. Smith, Observation of modulated Hanle resonances in phase-diffusing optical fields, *Phys. Rev. A* **44**(11), 7635–7641 (1991).
- [86] O. Kinrot, I. S. Averbukh, and Y. Prior, Measuring Coherence While Observing Noise, *Phys. Rev. Lett.* **75**(21), 3822–3825 (1995).
- [87] T. Mitsui, Spontaneous Noise Spectroscopy of an Atomic Magnetic Resonance, *Phys. Rev. Lett.* **84**(23), 5292–5295 (2000).
- [88] C. Garrido-Alzar, L. S. d. Cruz, J. Aguirre-Gómez, M. F. Santos, and P.Ñussenzeig, Super-Poissonian intensity fluctuations and correlations between pump and probe fields in electromagnetically induced transparency, *Europhys. Lett.* **61**(4), 485–491 (2003), aceptado para publicación.
- [89] C. Garrido-Alzar, L. S. d. Cruz, J. Aguirre-Gómez, M. Martinelli, M. F. Santos, D. Felinto, P. Valente, H. Failache, A. Lezama, and P.Ñussenzeig, Statistical Properties of Macroscopic Laser Fields After Coherent Interaction with an Atomic Vapor., *J. Opt. B: Quantum and Semiclass. Opt.* , aceptado para publicación.

- [90] M. Martinelli, P. Valente, H. Failache, D. Felinto, L. S. Cruz, P. Nussenzveig, and A. Lezama, Noise spectroscopy of non-linear magneto optical resonances in Rb vapor, *Phys. Rev. A* **69**, 043809 (2004).
- [91] C. H. Henry, Theory of Linewidth of Semiconductor Lasers, *IEEE J. of Quantum Electron.* **QE-18**(2), 259–264 (1982).
- [92] C. H. Henry, Theory of Phase Noise and Power Spectrum of a Single Mode Injection Laser, *IEEE J. of Quantum Electron.* **QE-19**(9), 1391–1397 (1983).
- [93] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Long-Wavelength Semiconductor Lasers*, Van Nostrand Reinhold, 1986.
- [94] M. Osinski and J. Buus, Linewidth Broadening Factor in Semiconductor Lasers - an Overview, *IEEE J. of Quantum Electron.* **QE-23**(1), 9–29 (1987).
- [95] T. C. Zhang, J. P. Poizat, P. Grelu, J. F. Roch, P. Grangier, F. Martin, A. Bramati, V. Jost, M. D. Levenson, and E. Giacobino, Quantum Noise of Free-Running and Externally-Stabilized Laser Diodes, *Quantum Semiclass. Opt.* **7**, 601–613 (1995).
- [96] K. B. MacAdam, A. Steinbach, and C. Wieman, A narrow-band tunable diode laser system with grating feedback, and a saturated absorption spectrometer for Cs and Rb, *Am. J. Phys.* **60**(12), 1098–1111 (1992).
- [97] J. A. Armstrong, Theory of Interferometric Analysis of Laser Phase Noise, *J. Opt. Soc. Am.* **56**(8), 1024–1031 (1966).
- [98] E. D. Hinkley and C. Free, Direct Observation of the Lorentzian Lineshape as Limited by Quantum Phase Noise in a Laser Above Threshold, *Phys. Rev. Lett* **23**(6), 277–280 (1969).
- [99] M. Fleischhauer and C. Mewes, "Stopping" of light and quantum memories for photons, arXiv:quantum-ph/0110056 v1 (2001).
- [100] A. B. Matsko, I. Novikova, G. R. Welch, D. Budker, D. Kimbal, and S. Rochester, Vacuum squeezing in atomic media via self-rotation, *Phys. Rev. A* **66**, 043815 (2002).
- [101] J. Ries, B. Brezger, and A. I. Lvovsky, Experimental Vacuum Squeezing in Rubidium Vapor Via Self-Rotation, *Phys. Rev. A* **68**, 025801 (2003).
- [102] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1983.
- [103] Mandel and Wolf, *Optical Coherence and quantum optics*, Cambridge University Press, 1995.