# ESTUDIO EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS DE SCATTERING Y TRANSPORTE EN LA PROPAGACIÓN DE UN PULSO ACÚSTICO.

por

Lic. Guillermo Cortela Tiboni

Universidad de la República

Setiembre de 2002

Dirigida por Dr. Carlos Negreira

Universidad de la República Facultad de Ciencias

# ESTUDIO EXPERIMENTAL DE PARÁMETROS DE SCATTERING Y TRANSPORTE EN LA PROPAGACIÓN DE UN PULSO ACÚSTICO.

En este trabajo de tesis se realiza un estudio experimental de los parámetros que caracterizan a la propagación de una onda ultrasónica (régimen impulsional) en un medio con fuerte presencia de dispersores desordenados. El análisis de la propagación del pulso acústico permitió obtener parámetros que caracterizan al scattering simple, scattering múltiple y a la difusión. A estos parámetros se los comparó con los predichos por la teoría del scattering simple, múltiple y difusión basada, respectivamente, en la primera aproximación de Born, la ecuación de Dyson y la ecuación de Bethe-Salpeter. El modelo teórico subyacente está basado en la solución promedio de la ecuación heterogénea de Green. Basados en la aproximación a la difusión se muestra fenómenos originales en acústica, como ser el cono de backscattering coherente. Variando la profundidad de la muestra, midiendo los campo transmitidos, se determina $\ell, \ell^*$ (libre recorrido medio elástico y de transporte, respectivamente) y las velocidades de fase y grupo. Estos parámetros, junto con el coeficiente de difusión ($D$) son los parámetros claves en la determinación del tipo de régimen en la propagación de un pulso acústico en un medio desordenado, permitiendo determinar la zona de la transición de uno a otro. El estudio se realizó para diferentes medios de propagación y, para cada uno de ellos, diferentes configuraciones de la muestra, variando el tamaño de los dispersores como la fracción de volumen. El método para estimar valores de $D$ y $\ell^*$ se baso en existencia del cono de backscattering coherente. Si bien el régimen de propagación depende de la razón $\ell/z$ y $\lambda/\ell$, donde $z$ es la profundidad de la muestra y $\lambda$ es la longitud de onda, se evidencia una zona extensa de coexistencia de los regimenes de scattering simple y múltiple, originándose un nuevo estado intermedio de propagación no observado en óptica.

"Io stimo più il trovare un vero
benchè di cosa leggiera,
che'l disputar longamente
delle máxime questioni
senza conseguir verità nissuna"

Galileo Galilei

(Yo prefiero encontrar una verdad
de una cosa sencilla,
que discutir largamente
de las cosas más profundas
sin llegar a ninguna conclusión)

TABLA DE CONTENIDO

## LISTA DE ILUSTRACIONES

*Número* *Página*

LISTA DE TABLAS

GLOSARIO

**Coeficiente de difusión** Coeficiente de repuesta de un sistema a un gradiente de concentración

**Coseno medio** Coeficiente de anisotropía

**Fracción de volumen** Volumen de los dispersores referido al volumen de la muestra

**Libre recorrido medio elástico** Longitud de extinción de la coherencia debido al scattering

**Libre recorrido medio de transporte** Longitud de extinción de la directividad debido al scattering

**Pulso balístico.** Parte de la señal transmitida que viaja en la muestra a la misma velocidad que en el medio de propagación y arriba primero en cada realización del desorden

**Pulso coherente** Campo que surge del promedio en realizaciones de las señales transmitidas. Consiste en el pulso balístico más los eventos de scattering emergentes de la muestra con la misma dirección de la onda incidente

**Sección eficaz** Función que proporciona la distribución de la intensidad del campo esparcido por un elemento dispersor individual

**Sección eficaz total** Intensidad dispersada total sobre una esfera de radio unidad

**Velocidad de transporte.** Razón entre flujo de energía y la densidad de energía. Se corresponde con la velocidad local promedio de transporte de energía en los procesos de difusión

# LISTA DE SIMBOLOS

| | |
|---|---|
| $\phi$ | Fracción de volumen |
| $(\theta,\varphi)$ | Ángulos polares |
| $(x,y)$ | Coordenadas cartesianas |
| $\sigma$ | Sección eficaz de scattering |
| $\sigma_T$ | Sección eficaz total |
| $\rho$ | Densidad del medio donde se propaga la onda |
| $\Psi(\vec{r},t)$ | Función de ondas |
| $\lvert\langle\Psi\rangle\rvert^2$ | Intensidad coherente |
| $d\Omega$ | Diferencial ángulo sólido |
| $\Delta\theta$ | Ancho angular del cono coherente de backscattering |
| $c$ | Velocidad de fase (formalismo general) |
| $c(\vec{r})$ | Velocidad local de fase |
| $\overline{\cos}$ | Índice de anisotropía |
| $\vec{k}$ | Vector numero de ondas |
| $\vec{k}_0$ | Vector numero de ondas incidente |
| $f(\theta)$ | Función forma o función amplitud de scattering |
| $\ell$ | Libre recorrido medio elástico |
| $\ell^{\bullet}$ | Libre recorrido medio de transporte |
| $n$ | Concentración de dispersores |
| $z$ | Profundidad de la muestra |
| $u_f$ | Campo fluctuante del campo $u$ |
| $v_e$ | Velocidad de transporte |
| $v_g$ | Velocidad de grupo |
| $v_f$ | Velocidad de fase |
| $A_0$ | Amplitud del campo |
| $D$ | Constante de difusión |
| $G(\vec{r})$ | Función de Green |
| $I(\theta,t)$ | Intensidad temporalmente dependiente |
| $I_c$ | Intensidad coherente |
| $I_{es}$ | Intensidad esparcida |
| $I_i$ | Intensidad instantánea |
| $I_{in}$ | Intensidad incidente |
| $I_{inc}$ | Intensidad incoherente |
| $M_L$ | Sensibilidad del hidrófono |

| | |
|---|---|
| $P_c$ | Presión coherente |
| $P_{es}$ | Presión esparcida |
| $P_{inc}$ | Presión incoherente |
| $T_{co}$ | Coeficiente de transmisión coherente |
| $S$ | Potencia total esparcida |
| $V(t)$ | Tensión eléctrica |
| $\langle \cdots \rangle$ | Promedio en ensambles |
| $\langle k \vert T \vert k_0 \rangle$ | Elemento de la matriz de scattering |
| $\langle u \rangle$ | Campo coherente del campo $u$ |

# INTRODUCCIÓN

El diagnóstico por ultrasonido hace cuarenta años, era una curiosidad de laboratorio. Ahora, es el método de imagen de preferencia en obstetricia, cardiología, y es indispensable en el diagnóstico óptimo y valorización de numerosas condiciones clínicas en medicina interna, oncología y oftalmología. Actualmente está en camino a sustituir algunas técnicas quirúrgicas.

Hay varias razones para la popularidad de diagnosticar por ultrasonido en medicina. En primer lugar, los niveles de exposición y dosis de ultrasonido parecen ser adecuados. Segundo, la imagen ultrasónica en tiempo real es un proceso interactivo que proporciona información tridimensional sobre la estructura y función.

Por la mitad de lo sesenta, había grupos activos trabajando en diagnostico por ultrasonido en Europa, Japón, Escandinava, UK y USA. Los pioneros reales se ubican en lo cincuenta donde encontramos a D. Howry en Denver y J. Wild y J. Reid en Miniápolis. Asimismo, I. Donald y T. Brown fundaron una moderna clínica de ultrasonidos en Glasgow.

Por supuesto, este progreso ha sido posible por la mejor comprensión de las interacciones de ondas ultrasónicas y los medios complejos, los nuevos métodos de análisis de señales y procesamiento de imágenes, el desarrollo de nuevos materiales para transductores, y la evolución de la electrónica digital. Entre los fenómenos de interés que se pueden estudiar actualmente se encuentra el scattering (simple y múltiple) y la difusión que sufre una onda de ultrasonido al propagarse en un medio complejo (algunos tejidos biológicos, composites, medios granulares, etc.).

La compresión y puesta a punto de las técnicas de medidas de estos fenómenos permiten aplicaciones que darían una alternativa muy interesante a las técnicas clásicas ultrasónicas de caracterización de este tipo de medios. El scattering de una onda debido a su pasaje a través de un medio complejo, se evidencia como la pérdida de la dirección inicial de propagación. A modo de ejemplo, vemos que en un día despejado observamos en forma inmediata la radiación inmediata del sol. Cuando pasa una nube delante de él, la luz primero se torna más débil y difusa; cuándo la nube, se ha vuelto bastante densa, el sol se torna invisible. En un día nublado no hay ninguna vista directa del sol, pero hay todavía, una ligera luz esparcida que viene de muchas direcciones. Se ha esparcido la luz a través de la nube y emerge en direcciones al azar, parte de ella en la dirección que estamos mirando. El análisis de las ondas esparcidas se ha iniciado con los estudios realizados por los astrofísicos. Ellos quisieron entender cómo la radiación, que se generó en el centro de las estrellas, es afectada al cruzar una nube interestelar. Ya en la década de los '60 Chandrasekhar ha escrito sobre esta temática, en 1978 Ishimaru realiza una descripción para la detección de un pez por medio de ondas acústicas.

Al scattering de una onda con los dispersores de un medio se lo clasifica en simple, múltiple y difusión. Se puede tener una idea del tipo de scattering analizando el campo emergente del medio. Cuando el campo emergente del medio se debe a la superposición de ondas provenientes de la interacción de la onda incidente con los dispersores, habiendo a lo sumo una única interacción por dispersor, nos referirnos a scattering simple. Si además se suma al campo emergente ondas provenientes de un dispersor que haya sido alcanzado por una onda generada en otros, hablamos de scattering múltiple. Cuando el número de interacciones crece lo suficiente para hacer indistinguible la contribución individual de los dispersores al campo emergente, hablaremos de difusión.

El problema del scattering simple y múltiple en un medio aleatorio se lo puede encontrar dentro de diferentes dominios de la física, como ser la óptica, la física nuclear o física de sólidos. Si bien en cada campo existen diversas aproximaciones, en todos ellos hay conceptos universales para el estudio de todo fenómeno multi esparcidor.

En áreas de la física, las interacciones que originan absorción y scattering de una onda con la materia pueden describirse en términos de la sección eficaz de las partículas del medio. En general, no se pueden medir individualmente la sección eficaz de las componentes de un medio complejo, pero sí se encuentran cantidades macroscópicas que permiten determinar el scattering volumétrico y la absorción.

Estos parámetros no alcanzan para caracterizar medios muy complejos como los ya citados. Es por ello que se necesitan otros parámetros físicos, vinculados a la interacción de la onda con el medio para ese fin.

Es en esta dirección que está orientado el trabajo de la tesis. En la misma se realiza un estudio experimental de los parámetros que caracterizan a la propagación de una onda ultrasónica en un medio con fuerte presencia de dispersores desordenados. Los resultados se comparan a los obtenidos a partir de los modelos teóricos originados al analizar el scattering en otras áreas de la física (por ejemplo: cuántica, óptica, estadística).

El proceso de scattering acústico, tema central de esta tesis, es debido a los fenómenos de reflexión, refracción y absorción que sufre la onda al encontrar, en su propagación en el medio, elementos con diferentes impedancias acústicas.

En años recientes se ha renovado el interés y progresado en el estudio de la propagación de ondas ultrasonoras en medios complejos fuertemente esparcidores. Por ejemplo, la aproximación a la difusión da una excelente descripción de la propagación de ondas ultrasonoras que han sufrido scattering múltiple y ha permitido mostrar fenómenos, como ser el cono de backscattering coherente, observados recientemente en óptica.

Sin embargo aun quedan temas abiertos como la composición de la componente coherente del campo al propagarse en un medio fuertemente dispersor. Este tema es muy relevante ya que esta componente aporta información sobre el medio (velocidades de fase, grupo y transporte, libre recorrido medio, etc.)

En este trabajo se realiza el análisis del scattering de ondas ultrasónicas obteniendo parámetros que caracterizan al medio esparcidor. En el régimen de scattering múltiple dichos parámetros son función velocidad de fase, de grupo y el libre recorrido medio elástico, y en el régimen de difusión encuentra la velocidad de transporte, el libre recorrido de transporte y el coeficiente de difusión.

A partir de la obtención de estos parámetros se analiza el cambio de régimen de scattering, simple a múltiple y a la difusión. El régimen de propagación depende de la razón $\ell/L$ y $\lambda/\ell$, donde $\ell$ es el libre recorrido medio elástico, L es la profundidad de la muestra y $\lambda$ es la longitud de onda. El libre recorrido medio elástico da la longitud característica del decaimiento exponencial de la onda coherente, es decir la parte de la onda, en promedio, que se propaga en la dirección inicial. El promedio, es un promedio estadístico sobre todas las configuraciones de dispersores.

En una primera parte se presenta el análisis, basado en el formalismo de Green, del scattering que sufre un pulso ultrasónico al propagarse en un medio con presencia de dispersores. Al considerar la primera aproximación de Born, se evidencia la caída exponencial que sufre la energía coherente y surge como parámetro fundamental el libre recorrido medio elástico, parámetro que caracteriza la longitud de extinción de la coherencia. Al abandonar la hipótesis de scattering simple se ingresa al scattering múltiple y a la difusión; pudiéndose determinar la longitud en la cual la onda no ha perdido la memoria de su dirección inicial, el libre recorrido medio de transporte, $\ell^*$

En una segunda parte se muestra el análisis experimental que permiten obtener los parámetros característicos del scattering simple y múltiple de la propagación de ondas ultrasónicas en un régimen impulsional. Se los compara con los predichos por la teoría del scattering simple, múltiple y difusión basada, respectivamente, en la aproximación de Born, la ecuación de Dyson y la ecuación de Bethe-Salpeter.

A partir del estudio de la contribución de la energía coherente e incoherente se determina el tipo de régimen esparcidor asociado a la profundidad de la muestra.

*Capítulo 1*

# FUNDAMENTOS TEÓRICOS

*Este capitulo da los fundamentos teóricos necesarios que describen al scattering simple, múltiple, la aproximación a la difusión y el backscattering coherente. El modelo subyacente es la solución del promedio, en configuraciones, de la ecuación heterogénea de Green.*

*A partir de la primera aproximación de Born y del promedio en ensambles se obtiene la expresión del campo coherente para el scattering simple, el cual se relaciona con el coeficiente de transmisión coherente. La solución de Dyson contiene toda la información del scattering múltiple, así como la solución de Bethe-Salpeter describe a la energía esparcida en el proceso de difusión del pulso ultrasonoro.*

*Se pone especial hincapié en la relación existente entre el libre recorrido medio elástico y el coeficiente de transmisión coherente, tanto en el scattering simple y múltiple.*

*Por ultimo se detalla la expresión clásica del potencial de la señal acústica A-scan. En este punto se detallan los efectos de difracción que sufre la señal debido a los elementos generadores y receptores de la señal.*

## 1.1 SECCIÓN EFICAZ TOTAL

Cuando una onda plana incide sobre un dispersor, la amplitud del campo, luego de la interacción, puede ser descrito como suma de dos términos: una parte de la energía incidente es esparcida en todo el espacio, y eventualmente en ciertas direcciones privilegiadas y el resto de la onda incidente continúa propagándose en la misma dirección inicial. La onda esparcida se reduce a una onda esférica (campo lejano) emergiendo del centro del dispersor, ponderada por un coeficiente de directividad que depende fuertemente de la geometría del dispersor y la longitud de onda incidente. De manera que la presión esparcida en campo lejano, puede expresarse como [1] [2] [3]

$$P_{es} = A_0 f(\theta,\varphi)\frac{e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}}{|\vec{r}|} \qquad \text{Ec. 1}$$

donde $f(\theta,\varphi)$ es la función forma o función amplitud de scattering, $\omega$ la frecuencia angular y $\vec{r}$ la posición desde el centro del dispersor. La razón entre las intensidades esparcida e incidente muestran la relación existente entre la función forma y la sección eficaz de scattering.

$$\frac{I_{es}}{I_{in}} = \frac{|f(\theta,\varphi)|^2}{r^2} = \frac{\sigma(\theta,\varphi)}{r^2} \qquad \text{Ec. 2}$$

donde $\sigma$ es la sección eficaz de scattering y se define como la razón entre la potencia total esparcida, $S$ , y la intensidad incide sobre el dispersor, $I$ ,

$$\sigma = \frac{S}{I} \qquad \text{Ec. 3}$$

La sección eficaz total $\sigma_T$ de un dispersor es definida por

$$\sigma_T = \int_{4\pi} \frac{d\sigma(\theta,\varphi)}{d\Omega} d\Omega \qquad \text{Ec. 4}$$

donde $[d\sigma(\theta,\varphi)]/d\Omega$ es el diferencial sección eficaz de scattering y representa la energía esparcida en la dirección $(\theta,\varphi)$, en coordenadas esféricas, en el ángulo sólido $d\Omega$ cuando el dispersor es sonificado por una onda plana de intensidad unitaria.

$\sigma(\theta,\varphi)$ determina la distribución angular de la intensidad esparcida, la cual es anisótropa y puede presentar direcciones privilegiadas. Se puede definir un índice de la anisotropía del scattering, $\overline{\cos}$ . Para todas las direcciones esparcidas posibles, $\hat{o}$ , a la dirección incidente, $\hat{i}$ , se define

$$\overline{\cos} = \frac{1}{\sigma_T} \int \sigma(\Omega) \cos(\hat{o},\hat{i}) d\Omega \qquad \text{Ec. 5}$$

Para un dispersor con simetría cilíndrica, viene dado por

$$\overline{\cos} = \frac{1}{\sigma_T} \int_0^{2\pi} \sigma(\theta) \cos(\theta) d\theta \qquad \text{Ec. 6}$$

y la sección eficaz total es

$$\sigma_T = \int_0^{2\pi} |f(\theta)|^2 d\theta \qquad \text{Ec. 7}$$

y tiene dimensión de longitud al cuadrado en el caso tridimensional

Alternativamente, la teoría clásica de scattering introduce el concepto de la matriz *T,* además de la sección eficaz de scattering.

El scattering, en el espacio del vector numero de ondas, $\vec{k}$ , está descrito por la matriz *T* [4], la cual relaciona la onda saliente del medio (con un vector de ondas $\vec{k}$ ) y la onda plana incidente ($\vec{k}_0$) de modo que el elemento matricial $\langle k|T|k_0\rangle$ es proporcional a la amplitud esparcida en la dirección $(\vec{k}_0, \vec{k})$. En el campo lejano, la función forma o amplitud de scattering y la matriz *T* se relacionan a través de

$$f(\theta) = -\frac{1+i}{4\sqrt{\pi k_0}}\langle k|T|k_0\rangle \qquad \text{Ec. 8}$$

En particular, la función forma en la dirección de ida o transmisión $(\theta = 0;\ \vec{k} = \vec{k}_0)$, se relaciona con la sección eficaz total de scattering mediante el teorema óptico o teorema de scattering[1] de ida por medio [3] [4]

$$\sigma_T = \frac{1}{k_0}\Im\{\langle k_0|T|k_0\rangle\} \qquad \text{Ec. 9}$$

## 1.2 CAMPO COHERENTE E INCOHERENTE

A los comienzos de 1945 Foldy [5] comienza el estudio del scattering que sufre un pulso ultrasónico al propagarse en un medio formado por dispersores, no necesariamente idénticos, embebidos en un substrato homogéneo. Expresó que el campo luego de interactuar con los dispersores

[1] Ver apéndice A

viene dado por la superposición de las ondas esparcidas en cada uno de ellos e introduce los conceptos de coherencia e incoherencia.

Para explicar los campos coherentes e incoherentes consideremos a una onda continua de frecuencia central $\omega_0$. Como esta onda se propaga en un medio aleatorio, su amplitud y fase fluctuante aleatoriamente en tiempo y espacio. Como el campo $\Psi(\vec{r},t)$ es una función real del tiempo y de la posición. Puede expresarse en término de un campo complejo $u(\vec{r},t)$, de la amplitud $A(\vec{r},t)$ y la fase $\varsigma(\vec{r},t)$ como

$$\Psi(\vec{r},t)=\Re\left[u(\vec{r},t)e^{-i\omega_0 t}\right] \quad u(\vec{r},t)=A(\vec{r},t)e^{-i\varsigma(\vec{r},t)} \qquad \text{Ec. 10}$$

donde $A(\vec{r},t)$ y $\varsigma(\vec{r},t)$ son funciones que varían suavemente con el tiempo.

El campo $u(\vec{r},t)$ es una función aleatoria de la posición y del tiempo. Entonces podemos escribir a $u$ como la suma del campo medio $\langle u \rangle$ y de la fluctuación $u_f$

$$u(\vec{r},t)=\langle u(\vec{r},t)\rangle+u_f(\vec{r},t)$$

$$\langle u_f(\vec{r},t)\rangle=0 \qquad \text{Ec. 11}$$

donde el promedio es sobre los diferentes ensambles.

El campo promedio $\langle u \rangle$ es también llamado campo coherente y al campo fluctuante $u_f$ es denominado campo incoherente. El cuadrado de la magnitud del campo coherente es llamado intensidad coherente, y al promedio del cuadrado del campo incoherente es llamado intensidad incoherente, denotados por $I_c$ e $I_{inc}$ respectivamente. La suma de ambos da la intensidad promedio $\langle I \rangle$:

$$\langle I \rangle = \langle |u|^2 \rangle = I_c + I_{inc},$$
$$I_c = |\langle u \rangle|^2 \qquad \text{Ec. 12}$$
$$I_{inc} = \langle |u_f|^2 \rangle$$

La intensidad $I$ puede ser expresada como la suma de la intensidad promedio $\langle I \rangle$ y la intensidad fluctuante $I_f$:

$$I = |u|^2 = \langle I \rangle + I_f \qquad \text{Ec. 13}$$

La varianza $\sigma_I^2$ de la intensidad fluctuante $I_f$ viene dada por

$$\sigma_I^2 = \langle I_f^2 \rangle = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 \qquad \text{Ec. 14}$$

donde

$$\langle I^2 \rangle = \langle |u|^4 \rangle = \langle u^2 (u^2)^* \rangle$$

Obviamente, $\langle I^2 \rangle$ involucra el momento de cuarto orden del campo $u$.

La función correlación intensidad $\langle I_1 I_2 \rangle$ viene dada por

$$\langle I_1 I_2 \rangle = \langle u_1 u_1^* u_2 u_2^* \rangle \qquad \text{Ec. 15}$$

donde

$$I_1 = u_1 u_1^*$$

$$I_2 = u_2 u_2^*,$$

$$u_1 = u(\vec{r}_1, t_1)$$

$$u_2 = u(\vec{r}_2, t_2)$$

La intensidad se relaciona con la presión mediante

$$I = \frac{P^2}{\rho c} \qquad \text{Ec. 16}$$

donde $\rho$ es la densidad y *c* es la velocidad de fase. Para cada configuración fija de dispersores, donde todos los dispersores son temporalmente coherentes, el campo de ondas que emergen de ellos contiene una parte coherente y otra incoherente. El análisis anterior nos permite expresar a la presión coherente, $P_c$ , por el promedio de campo de ondas sobre las diferentes "ensembles" (conjunto de configuraciones espaciales), $\langle P \rangle$. Foldy observa que éste obedece a la ecuación de ondas homogénea con velocidad de propagación modificada por la presencia de dispersores y además no contribuye a la onda esparcida. La parte incoherente, $P_{inc}$ es la parte que fluctúa sobre las diferentes configuraciones, y es la parte que contribuye a la dispersión. Entonces

$$\begin{aligned} P &= P_c + P_{inc} \\ \langle P \rangle &= P_c \\ \langle P_{inc} \rangle &= 0 \end{aligned} \qquad \text{Ec. 17}$$

y por lo tanto

$$\langle P\rangle^2 = \left|\langle P_c\rangle\right|^2 + \left|\langle P_{inc}\rangle^2\right| \qquad \text{Ec. 18}$$

### 1.2.1 *CAMPO COHERENTE EN UNA MUESTRA TIPO "SLAB"*

Considere a una onda plana que incide normalmente sobre la superficie anterior de una muestra de caras planas y paralelas de profundidad *d* como muestra la figura. La onda incidente es

$$\Psi_{in}(r) \propto e^{ikz} \qquad \text{Ec. 19}$$

El campo coherente $\langle \psi \rangle$ dentro de la muestra satisface la ecuación integral de Foldy – Twersky

$$\langle \psi^a \rangle = \Psi_i^a + \int \langle \psi^a \rangle_s \rho(\vec{r}_s) d\vec{r}_s \qquad \text{Ec. 20}$$

donde $\langle \psi^a \rangle$ es el campo coherente en $\vec{r}_a$, $\langle \psi^a \rangle_s$ es el campo coherente en $\vec{r}_a$ debido a los dispersores en $\vec{r}_s$ cuando incide $\langle \psi^s \rangle$, $\Psi_i^a$ es la onda incidente en ausencia de partículas en $\vec{r}_a$ y $\rho(\vec{r}_s)$ es el número de dispersores por unidad de volumen. Debido a la geometría de caras planas y paralelas y la onda incidente es independiente de las coordenadas x e y, el campo coherente $\langle \psi \rangle$ es también independiente de x e y, y así $\langle \psi \rangle$ debe comportarse como una onda plana que se propaga en la dirección +z

Cuando el punto a evaluar el campo, $\vec{r}_a$, se encuentra ubicado en campo lejano de las partículas $\vec{r}_s$, $\langle \psi^a \rangle_s$ puede ser aproximado por

$$\langle \psi^a \rangle_s \propto \frac{e^{ik|\vec{r}_a - \vec{r}_s|}}{|\vec{r}_a - \vec{r}_s|} \langle \psi^s \rangle \qquad \text{Ec. 21}$$

donde la constante de proporcionalidad adecuada es la función amplitud de scattering o función forma dependiente de la dirección de propagación $\langle \psi^s \rangle$ y del vector unitario en la dirección $\vec{r}_a - \vec{r}_s$

Ishimaru [3], muestra que el campo coherente, despreciando los efectos de backscattering, dentro de la muestra viene dado por

$$\langle \psi(z) \rangle = e^{ikz} \left[ 1 + \frac{2\pi f(0,0)}{k} \rho \int_0^z e^{-ikz} \langle \psi(z_s) \rangle dz_s \right] \qquad \text{Ec. 22}$$

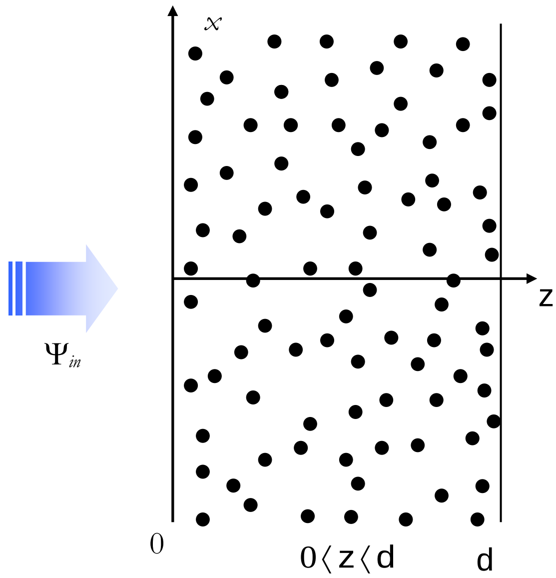



Figura 1 Onda plana incidiendo normalmente sobre una muestra de caras planas paralelas de profundidad *d*

En forma general el campo promedio para cualquier onda en un medio con dispersores distribuidos en forma aleatoria puede asumirse que satisface la ecuación de ondas

$$\left(\nabla^2 + K^2\right)\langle \psi(\vec{r}) \rangle = 0 \qquad \text{Ec. 23}$$

donde $K = k + (2\pi f(0,0)\rho)/k$. La intensidad coherente viene dada por

$$\left|\langle\psi(z)\rangle\right|^2 = e^{-\frac{4\pi\rho}{k}\Im\{f(0,0)\}z} \qquad \text{Ec. 24}$$

Teniendo en cuenta el teorema óptico o de scattering de ida

$$\frac{4\pi}{k}\Im\{f(0,0)\} = \sigma_T \qquad \text{Ec. 25}$$

donde $\sigma_T$ es la sección eficaz total, entonces la intensidad coherente es

$$\left|\langle\psi(z)\rangle\right|^2 = e^{-\rho\sigma_T z} \qquad 0\langle z \langle d \qquad \text{Ec. 26}$$

### 1.3 FORMALISMO DE GREEN PARA EL SCATTERING

El problema básico a resolver es la ecuación de ondas

$$\nabla^2\Psi + \frac{1}{c^2}\partial_t^2\Psi = 0 \qquad \text{Ec. 27}$$

en la presencia de una serie de dispersores distribuidos al azar pero fijos. Aquí $\Psi$ es la amplitud de ondas, $\nabla^2$ el Laplaciano y *c* es la velocidad del sonido en ausencia de dispersores. Para el caso típico de sistemas hidrodinámicos $\phi$ es el potencial de velocidades y $\vec{v} = -\nabla\Psi$. Como el fluido no puede entrar en un dispersor rígido, las condiciones de borde impuestas a la ecuación 1 es que la derivada normal a $\Psi$ tiende a desaparecer en la superficie de cada dispersor

$$\partial_n\Psi\big|_{\text{superficie}} = 0 \qquad \text{Ec. 28}$$

donde $\partial_n$ denota derivada normal.

Es razonable pensar las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} &\Psi(\vec{r}, t \le 0) = 0 \\ &\partial_y \Psi(\vec{r}, t = 0) = c^2 q(\vec{r}) \end{aligned} \qquad \text{Ec. 29}$$

donde $q(\vec{r})$ es una función dada. En términos de la función de Green la ecuación 27 viene dada por

$$\Psi(\vec{r}, t) = \int dr' G(r, t, r')\, q(\vec{r}\,')$$

con

$$\left[\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\partial_t^2\right] G(r, t, r') = 0 \qquad \text{Ec. 30}$$

y

$$G(\vec{r}, t \le 0, \vec{r}\,') = 0,$$

$$\partial_y G(\vec{r}, t = 0, \vec{r}\,') = c^2 \delta(\vec{r} - \vec{r}\,')$$

$$\partial_n G(\vec{r}, t, \vec{r}\,')\Big|_{\text{superficie}} = 0$$

### 1.3.1 *APROXIMACIÓN AL SCATTERING SIMPLE O INDEPENDIENTE*

En presencia de dispersores en el medio la ecuación de onda escalar puede ser escrita como:

$$\left[\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c(\vec{r})^2}\right] \Psi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{Ec. 31}$$

donde $\Psi$ denota la amplitud de onda y $c(\vec{r})$es la velocidad local de fase. La dependencia en la posición denota la inhomogeneidad del medio debido a la presencia de dispersores. Esta presencia se puede evidenciar más explícitamente en el número de ondas $k = \omega/c$

Se puede rescribir el término $k^2(\vec{r})$de la forma

$$k^2(\vec{r}) = k_0{}^2(1 - \delta k(\vec{r})) \qquad \text{Ec. 32}$$

al insertarla en la ecuación de propagación (31) queda

$$\nabla^2\Psi(\vec{r}) + k_0{}^2\Psi(\vec{r}) = k_0{}^2\delta k(\vec{r})\Psi(\vec{r}) \qquad \text{Ec 33}$$

El campo incidente $\Psi_{in}(\vec{r})$ solución de la ecuación de propagación en un medio homogéneo

$$\nabla^2\Psi + k_0{}^2\Psi = 0 \qquad \text{Ec. 34}$$

y la función de Green $G(\vec{r})$del medio homogéneo que verifica la ecuación

$$\nabla^2 G + k_0{}^2 G = \delta(\vec{r}) \qquad \text{Ec. 35}$$

permiten obtener la solución de la ecuación (33) expresada en su forma integral

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_{in}(\vec{r}) + k_0{}^2\iiint d^3\vec{r}\,'G(\vec{r} - \vec{r}\,')\delta k(\vec{r}\,')\Psi(\vec{r}\,') \qquad \text{Ec. 36}$$

Esta expresión del campo $\Psi(\vec{r})$ es auto consistente, $\Psi(\vec{r})$aparece a la vez en el lado derecho. La determinación de $\Psi(\vec{r})$por esa ecuación supone el conocimiento a priori de $\Psi(\vec{r})$. La solución de la ecuación (36) se puede obtener por diversas aproximaciones, siendo la más clásica de desarrollar la integral en una suma de integrales, y se obtiene

$$\begin{aligned}\Psi(\vec{r}) = \Psi_{in}(\vec{r}) + k_0^{\,2}\iiint d^3\vec{r}\,'G(\vec{r}-\vec{r}\,')\delta k(\vec{r}\,')\Psi_{in}(\vec{r}\,') \\ + k_0^{\,4}\iiint d^3\vec{r}\,'d^3\vec{r}\,''G(\vec{r}-\vec{r}\,')\delta k(\vec{r}\,')G(\vec{r}-\vec{r}\,'')\delta k(\vec{r}\,'')\Psi_{in}(\vec{r}\,')\end{aligned}$$ Ec. 37

La sustitución puede ser reiterada, arribando así a la aproximación de Born del campo esparcido. Utilizaremos la aproximación de scattering simple, también denominada aproximación primer orden de Born: para ello retenemos la primera integral del desarrollo (37), reemplazamos $\Psi(\vec{r})$ por $\Psi_{in}(\vec{r})$ en el término derecho de la expresión (36) Podemos considerar que solo la onda incidente es susceptible de ser esparcida, dado que las ondas ya esparcidas son demasiado débiles de ser esparcidas nuevamente. Así, los términos de orden superior de la aproximación de Born corresponden a la contribución al campo total de las ondas múltiplemente esparcidas.

Se puede a partir de la aproximación de Born, calcular el promedio en "ensambles" del campo $\Psi(\vec{r})$ El campo medio obtenido, promedio sobre el desorden, es en general llamado *contribución coherente*, se corresponde con la parte remanente de la onda, que no es múltiplemente esparcida, la contribución de las ondas múltiplemente esparcidas se denomina *contribución incoherente*.

Luego de la propagación de una onda plana incidente sobre una distancia $z$ de un medio multi esparcidor, el promedio del campo coherente está dado por

$$\langle\Psi(\vec{r})\rangle = \Psi_0 e^{i(k_{ef}z-\omega t)}$$ Ec. 38

donde $k_{ef}$ es el número de ondas efectivo del medio (complejo), que difiere del número de onda incidente $k_0$. En el parámetro $k_{ef}$ se incluyen dos efectos de la difusión sobre la parte coherente de la onda: una parte real de $k_{ef}$ (ligeramente diferente de $k_0$) asociada a un cambio en la velocidad media de propagación, y la parte imaginaria de $k_{ef}$, que se relaciona con la atenuación de la onda debida al scattering, se traduce en una transferencia de una parte de la energía incidente coherente en ondas multi esparcidas.

El coeficiente de transmisión en intensidad coherente viene dado por

$$T_{co} = \frac{\left|\left\langle \Psi(\vec{r}) \right\rangle\right|^2}{\left|\Psi_{in}\right|^2} = \exp\left(-2\pi\Im\{k_{ef}\}\right) = \exp\left(-zn\sigma_T\right) \qquad \text{Ec. 39}$$

donde $\sigma_T$ es la sección eficaz total de un elemento dispersor y $n$ es la concentración de dispersores

Se puede definir un nuevo parámetro, el *libre recorrido medio elástico,* $\ell$,

$$\ell = \frac{1}{n\sigma_T} \qquad \text{Ec. 40}$$

que se puede interpretar como la longitud de extinción de la coherencia.

La relación 40 proporciona un método para calcular el libre recorrido medio elástico cuando son conocidas la densidad de los dispersores y la sección eficaz de scattering de los mismos.

### 1.3.2 *SCATTERING MÚLTIPLE*

En un modelo líquido con heterogeneidades, estas pueden ser descritas por una dependencia espacial de la compresibilidad $\chi$ y $\rho$ de densidad. La ecuación de Green se torna, para una onda del escalar monocromática y una fuente del punto localizada en r' [1] [3] [6]

$$\begin{aligned}\nabla^2 G(\omega,\vec{r},\vec{r}\,')+k^2(\omega,\vec{r})\,G(\omega,\vec{r},\vec{r}\,')=\\ -\left[\nabla \log\rho(\vec{r})\cdot\nabla\right]G(\omega,\vec{r},\vec{r}\,')\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')\end{aligned} \qquad \text{Ec. 41}$$

con $k^2(\omega,\vec{r})=\omega^2/c^2(\vec{r})$ , siendo $c(\vec{r})$ la velocidad espacialmente dependiente.

Así, las heterogeneidades no sólo se manifiestan en la dependencia espacial de la velocidad sino además en un nuevo término fuente. Definiendo al operador potencial, $V(\vec{r})$, como

$$V(\vec{r})=k^2(\omega,\vec{r})-k_0{}^2(\omega)-\left[\nabla \log\rho(\vec{r})\cdot\nabla\right]$$

donde $k_0=\omega/c_0$ es el número de onda para el medio homogéneo, la solución de la ecuación 41 se vuelve

$$G(\omega,\vec{r},\vec{r}\,')=G_0(\omega,\vec{r}-\vec{r}\,')+\int G_0(\omega,\vec{r}-\vec{r}_1)\;V(\vec{r}_1)\;G(\omega,\vec{r}_1,\vec{r}\,')dr' \qquad \text{Ec. 42}$$

$G_0(\omega,\vec{r}-\vec{r}\,')$es la solución de la ecuación de Green en el medio homogéneo que en $\vec{k}$ espacio se escribe como

$$G_0(\omega,\bar{k})=\frac{1}{k_0{}^2(\omega)-k^2} \qquad \text{Ec. 43}$$

La ecuación 42 simplemente revela que, dado una fuente puntual en $\vec{r}\,'$, la amplitud del campo en la posición $\vec{r}$ es la suma de la onda incidente y la onda esparcida. Esta última resulta de la suma de todas las ondas esparcidas por las heterogeneidades en $\vec{r}_1$. La dificultad está en el hecho que la onda incidente en cada $\vec{r}_1$ ya incluye eventos de scattering.

La ecuación 42 puede expandirse reemplazando la función de Green en el lado derecho por su expresión en el izquierdo. Para muchas aplicaciones que involucran ultrasonido, es suficiente limitar esta expansión al primer orden "primera aproximación de Born" que significa que la onda incidente en cada dispersor es el campo incidente $G_0$ Esta aproximación es cierta, a la frecuencia usual de trabajo (próximas a 5 MHz), para medios biológicos o materiales donde se lleva a cabo la aproximación de scattering simple. Al contrario, para medios cuyas estructuras típicas tienen el mismo tamaño que la longitud de onda o presenta una gran concentración de dispersores, deben tenerse en cuenta scattering múltiple.

En la mayoría de los casos la teoría de la Función de Green para medios estadísticamente aleatorios es obtenida mediante promedio sobre todos las posibles posiciones de las partículas, si es necesario, teniendo en cuenta la correlación partícula-partícula. Para obtener la función de Green promedio se define

$$\left\langle G\left(\vec{k}_1, \vec{k}_2\right)\right\rangle \equiv G(k)\, \delta\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)$$

o en el espacio real

$$\left\langle G\left(\vec{r}_1, \vec{r}_2\right)\right\rangle \equiv G\left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right)$$

La diferencia entre la función de Green en el espacio libre y la función de Green promedio es que la primera relaciona al medio homogéneo sin la presencia de esparcidores, mientras que la última se asocia a un promedio estadístico sobre el conjunto de posibles configuraciones espaciales de las partículas presentes en el medio.

Tomando el promedio en la ecuación 42, uno obtiene la ecuación de Dyson [7]

$$\langle G(\omega,\vec{r}-\vec{r}\,')\rangle = G_0(\omega,\vec{r}-\vec{r}\,') + \int G_0(\omega,\vec{r}-\vec{r}_1)\,\Sigma(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\langle G(\omega,\vec{r}_2-\vec{r})\rangle dr_1 dr_2 \qquad \text{Ec. 44}$$

donde el operador energía $\Sigma$ (análogo al operador masa en electrodinámica cuántica) es un operador no local que depende solo de la distancia $|\vec{r}_2-\vec{r}_1|$ en el cual toda la información del proceso de scattering múltiple está contenida.

Para una posible manipulación de la solución de 44 podemos introducir la notación matricial [8]

$$G = G_0 + G_0\,\Sigma\, G$$

cuya solución formal es

$$G = \left[G_0^{-1} - \Sigma\right]^{-1}$$

Invirtiendo esta en el espacio de vector de ondas se obtiene

$$\langle G(\omega,k)\rangle = \langle G_0(\omega,k)\rangle + \langle G_0(\omega,k)\rangle\Sigma\langle G(\omega,k)\rangle$$

lo que resulta

$$\langle G(\omega,\vec{k})\rangle = \left[G_0^{-1}(\omega,\vec{k}) - \Sigma\right]^{-1} = \left[k_0^2 - k^2 - \Sigma\right]^{-1}$$

En el dominio de $\vec{k}$, la solución es

$$\langle G(\omega,\vec{k})\rangle = \frac{1}{k_0^{\,2}(\omega) - \sum(\omega,\vec{k}) - k^2} \qquad \text{Ec. 45}$$

Si los dispersores no son demasiado grandes comparado con la longitud de onda y no están correlacionados, el operador energía, para un rango de frecuencias, puede expresarse en forma independiente de $\vec{k}$. Esta es la aproximación de scattering independiente [1]. Es de hacer notar que la aproximación de medio diluido es diferente a la aproximación de scattering de primer orden de Born. Esta concierne a un promedio mientras que el operador energía contiene información del scattering múltiple.

Podemos derivar a la función de Green promedio a partir de la función de Green del espacio libre, mediante la definición del vector de ondas efectivo

$$\vec{K}_{ef} \equiv \vec{K}' + i\vec{K}''$$

cuya magnitud viene dada por

$$k_{ef}^{\,2}(\omega) = k_0^{\,2}(\omega) - \sum(\omega) \qquad \text{Ec. 46}$$

La parte real de $K_{ef}(K')$ describe del índice de refracción la renormalizado y la parte imaginaria de $K_{ef}(K'')$ se conecta con el libre recorrido medio

La solución de 45 es de la misma forma que 43 en un medio homogéneo con $k_0^{\,2}(\omega)$ reemplazado por $k_{ef}^{\,2}(\omega)$. Se introduce así el concepto de medio efectivo. En promedio por encima de varios libres recorridos medios, la onda ultrasónica puede ser descripta como una onda propagándose en un medio homogéneo con una velocidad renormalizada y una amplitud que decae exponencialmente. El calculo de la parte imaginaria de $k_{ef}$ para el decaimiento de la onda coherente es debido al scattering elástico. Esto implica que el coeficiente de transmisión en amplitud de la onda coherente varía como

$$T_{co} = e^{-L/2\ell} \qquad \text{Ec. 47}$$

donde la distancia característica del decaimiento $\ell$ definida como el libre recorrido medio elástico viene dada por

$$\ell = \frac{1}{2\Im(k_{ef})} \qquad \text{Ec. 48}$$

A diferencia que en la aproximación del scattering independiente o simple, donde $\ell$ es estimado por

$$\ell = \frac{1}{n\sigma_T}$$

### 1.3.3 *CAMINO A LA DIFUSIÓN*

Después de algunos recorridos libres medio, la onda coherente no es más "visible" dado que casi toda la energía se ha transferido a las ondas esparcidas $\langle G \rangle \to 0$. Esto hace que generalmente se admite que el scattering múltiple pueda ser tratado como un problema de una partícula moviéndose al azar. Esta hipótesis se justifica si no existe ninguna correlación y por lo tanto ninguna posibilidad de interferencia, entre dos caminos multidifusores diferentes. Si uno desprecia los efectos de interferencia, nada separa a una onda, de una partícula cuántica, o de una esfera clásica que sufre choques aleatorios repetitivos, el libre recorrido medio puede ser interpretado como una distancia media entre dos colisiones. Consideramos a una fuente puntual que emite pulsos breves dentro de un medio difusor. Determinar la intensidad recibida en un punto en función del tiempo se torna calcular la probabilidad de una partícula de ir desde la fuente al punto en un tiempo $t$, conociendo el libre recorrido medio y la sección eficaz de scattering característica de cada colisión. Es aquí donde interviene la ecuación de difusión. Donde generalmente el coeficiente de difusión, $D$, mide la respuesta del sistema a un gradiente de concentración. Consideremos un conjunto de partículas repartidas en un espacio, $\xi(\vec{r})$ En el equilibrio, las partículas están distribuidas uniformemente y $\xi$ es una constante. Si $\xi$ no es mas constante existe un gradiente de concentración no nulo y el sistema tiende a volver al equilibrio, se puede mostrar que $\xi$ obedece a la ecuación de difusión, la ley de Fick[2]

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} - D\nabla^2 \xi = 0 \qquad \text{Ec. 49}$$

En un medio multidifusor sin pérdidas por absorción (dentro del campo ultrasonoro es despreciable las pérdidas por disipación de energía acústica en forma de calor) la difusión es isótropa, la intensidad incoherente obedece a la ecuación en todo punto, el coeficiente de difusión del medio viene dado por

$$D = \frac{c\,\ell}{d}$$

donde $c$ es la velocidad media de propagación, $\ell$ el libre recorrido medio y $d$ la dimensión del problema.

En física estadística la ecuación de difusión describe correctamente la difusión de moléculas de gas, líquido o sólidos isótropos [9] Si la difusión no es isótropa, el transporte de la energía incoherente es descripta por una ecuación de difusión en la cual se sustituye el libre recorrido medio por un libre recorrido medio de transporte.

Para las muestra que analizaremos (fracción de volumen grandes, y/o profundas), es necesario estudiar la intensidad promedio en el medio. La onda de sonido al propagarse sufre muchos eventos de scattering y en esas regiones de scattering múltiple el problema de propagación puede ser tratado

[2] Ver apéndice B

utilizando la teoría de la difusión. Para un medio sin bordes la ecuación de difusión puede ser escrita como

$$\left[D\nabla^2 + \partial_t\right]G(\vec{r},t,\vec{r}\,',t') = \delta(\vec{r}-\vec{r}\,')\delta(t-t')$$

Esta formula describe la propagación de la densidad de energía relacionada en el punto $\vec{r}\,'$ al tiempo $t'$ a la localizada en $\vec{r}$ al tiempo $t$ despreciando efectos de absorción

Puede mostrarse que la energía esparcida, $\langle I\rangle = \langle GG^*\rangle$ obedece una ecuación formalmente análoga a la ecuación 44 [7] [8] [10] [11], la ecuación de Bethe–Salpeter[3]

$$\left\langle G(\vec{r}\,',\vec{r}_0')G^*(\vec{r}\,'',\vec{r}_0'')\right\rangle = \left\langle G(\vec{r}\,',\vec{r}_0')\right\rangle\left\langle G^*(\vec{r}\,'',\vec{r}_0'')\right\rangle$$
$$+\int\left\langle G(\vec{r}\,',\vec{r}_1)\right\rangle\left\langle G^*(\vec{r}\,'',\vec{r}_2)\right\rangle U(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3,\vec{r}_4)\left\langle G(\vec{r}_3,\vec{r}_0')G^*(\vec{r}_4,\vec{r}_0'')\right\rangle dr_1dr_2dr_3dr_4 \qquad \text{Ec. 50}$$

En esta expresión, la función $U(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3,\vec{r}_4)$ de las cuatro posiciones es la función Vórtice irreductible.

Se puede utilizar la aproximación de difusión para resolver la ecuación de transferencia radiativa (ec. 50), para ello se trata a la propagación de intensidad en el medio como un camino aleatorio. En este caso, se ha mostrado que la intensidad promedio (temporalmente dependiente) [3] [10] [11]

$$\left\langle I(\vec{r},\vec{r}\,';t,t')\right\rangle = \left\langle\left|G(\vec{r},\vec{r}\,';t,t')\right|^2\right\rangle \qquad \text{Ec. 51}$$

3 En la aproximación de Boltzmann, la ecuación 50 conduce a la ecuación de transferencia radiativa la cual fue obtenida por los astrofísicos.

obedece a la ecuación de difusión (49), siendo $I(\vec{r},\vec{r}';t,t')$ la función de Green asociada a la intensidad.

$$D\nabla^2\langle I(\vec{r}-\vec{r}',t)\rangle - \frac{\partial\langle I(\vec{r}-\vec{r}',t)\rangle}{\partial t} = \delta(\vec{r}-\vec{r}')\delta(t) \qquad \text{Ec. 52}$$

donde $D$ es la constante de difusión [4]. Es un parámetro dinámico que representa una área barrido por unidad de tiempo y se relaciona con la velocidad de transporte $v_e$ (velocidad de crecimiento del halo difuso en el medio) y con un parámetro estacionario, el recorrido libre medio de transporte $\ell^*$ mediante

$$D = \frac{v_e \ell^*}{d} \qquad \text{Ec. 53}$$

donde $d$ representa la dimensión espacial. La velocidad de transporte, no es ni la velocidad de la fase ni la velocidad de grupo, mide el flujo de energía en el régimen difusivo [12]

El libre recorrido medio de transporte difiere del libre recorrido medio elástico introducido anteriormente. De hecho, los dos libres recorridos medios están relacionados por una expresión en la cual aparece la anisotropía individual del dispersor

$$\ell^* = \frac{\ell}{1-\overline{\cos}} \qquad \text{Ec. 54}$$

[4] En física estadística la ecuación 52 es similar a la que describe la difusión de las moléculas de gas, líquidos o sólidos isótropos.

En 2-D la solución a la ecuación 52 en espacio libre viene dada por

$$\left\langle I\left(\vec{r},\vec{r}\,';t\right)\right\rangle = \frac{1}{4\pi Dt} e^{-\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^2/4Dt} \qquad \text{Ec. 55}$$

La probabilidad de que un pulso incidente, de intensidad $I$, pueda viajar durante un tiempo $t$ antes de abandonar el medio, viene dada, para una muestra de caras planas y paralelas ("*slab*") de profundidad *L*, por $\mathcal{P}(t;L)$ [13]

$$\mathcal{P}(t;L) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{1/2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ e^{-\frac{\left[(2n-1)L-10l^*/3\right]^2}{4Dt}} - e^{-\frac{\left[(2n-1)L\right]^2}{4Dt}} \right\} \qquad \text{Ec. 56}$$

No obstante, las ondas coherentes e incoherentes pueden coexistir experimentalmente en un extenso rango de la razón $\ell/L$. Así, una parte de la energía, que puede estar en la parte difusiva dada por (56) en un régimen puramente multidifusor, permanece en la parte coherente. Por lo que, la aproximación a la difusión sólo es válida para las muestras profundas.

## 1.4 BACKSCATTERING COHERENTE

La observación del backscattering coherente se ha iniciado en la óptica y ha dado evidencia experimental a una débil localización de luz en un medio desordenado. Este efecto ocurre como resultado de la interferencia constructiva de un múltiplo par de rayos esparcidos que propagan a lo largo del mismo camino pero en direcciones contrarias.

Este fenómeno es descrito teóricamente resolviendo la ecuación de la onda con condiciones de borde adecuadas para un medio desordenado [6] [14] [15] y predicen la formación de un pico en la razón entre la intensidad retro esparcida y la incidente presenta un pico con un valor máximo de 2. (En diversos experimentos ópticos, el valor del pico observado usualmente es menor a 2) La razón se ha atribuido parcialmente a la rotación de la polarización en el proceso de scattering múltiple.

La existencia de la interferencia constructiva en el backscattering se debe a que, contrariamente a lo que frecuentemente se cree, la ecuación de transferencia radiativa y la aproximación de Boltzmann para scattering múltiple, no obedece a la reciprocidad [10] [14] [16]. En la teoría de transporte la reciprocidad es definida a menudo por el intercambio de la ubicación del detector y fuente, ambos midiendo la misma señal (en intensidad). Recordando que la función de Green en intensidad

$$L(x,y) = \langle G(x,y) G^*(x,y) \rangle$$

donde $L(x,y)$ es la parte espacial del promedio sobre las realizaciones del campo escalar $\Psi(\vec{r},t)$. La reciprocidad entre fuente y detector requiere que

$$L(x,y) = L(y,x)$$

Sin embargo, esto es necesario pero no suficiente. En principio cuatro posiciones entran en juego

$$L(x,y,x',y') = \langle G(x,y) G^*(x',y') \rangle$$

y la reciprocidad subyacente de la ecuación de onda requiere que

$$L(x,y,x',y') = L(y,x,y',x') = L(y,x,x',y')$$

En la primera igualdad la onda y su conjugado complejo ambos se han dado vuelta, esto se corresponde con el intercambio de detector y fuente. Esa identidad sola es satisfecha por la ecuación de transferencia radiactiva. La segunda igualdad no obedece a la teoría de Boltzmann. Se corresponde sólo a dar la vuelta al camino propagado por la propia onda, guardando la huella del camino de su complejo conjugado [17]. En la aproximación de Boltzmann la onda y su complejo conjugado viajan por el mismo camino. Es necesaria la inclusión de la interferencia para restablecer el principio de reciprocidad.

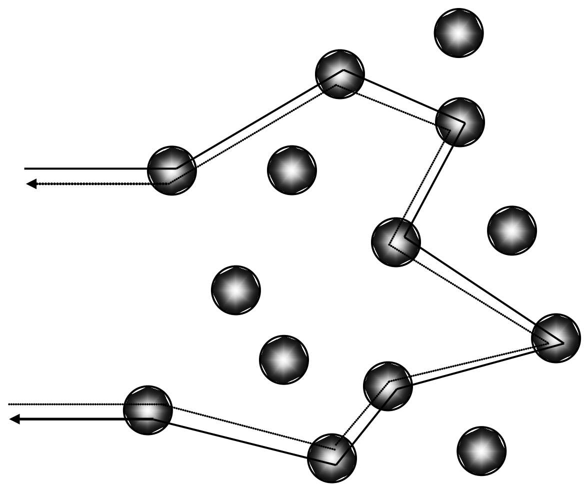


Figura 2 Backscattering coherente.

Consiste en la interferencia de dos ondas que viajan en direcciones opuestas, a lo largo del mismo camino. La interferencia retro esparcida siempre es constructiva y para ángulos $\theta\rangle 1/k\ell$ se desfasan rápidamente

Las experiencias realizadas en acústica han confirmado la existencia de las interferencias en scattering múltiple [18]. Las ondas acústicas propagándose en líquidos solo tienen un modo longitudinal y no sufren el efecto anterior de rotación de la polarización.

La determinación del cono coherente de backscattering de una onda acústica se halla calculando la intensidad, $I(\theta)$, para un ángulo dado a partir de las medidas de la amplitud de la señal retro esparcida en la muestra. A partir de estas medidas podemos considerar la intensidad estacionaria

$$I(\theta) = \int A^2(\theta, t)dt \qquad \text{Ec. 57}$$

o la intensidad temporalmente dependiente [19]

$$I(\theta, t) = \int_t^{t+T} A^2(\theta, \tau)d\tau \qquad \text{Ec. 58}$$

donde $A(\theta, t)$ es la amplitud del campo de backscattering y $T$ es pequeño comparado con la duración temporal de la onda incidente.

La anchura angular del pico para el caso de intensidad estacionaria es proporcional a la longitud de ondas dividido por el libre recorrido medio [10] [19] [20].

$$\Delta\theta \propto \frac{1}{k\ell} \qquad \text{Ec. 59}$$

Al considerar la intensidad temporalmente dependiente, el ancho angular del pico es proporcional a

$$\Delta\theta \propto \frac{1}{k\sqrt{Dt}} \qquad \text{Ec. 60}$$

donde $D$ es el coeficiente de difusión

El efecto de backscattering coherente, observado experimentalmente en el scattering de la luz, es la primera evidencia experimental que la teoría de

Boltzmann y la ecuación de transferencia radiativa son incompletas para explicar la interferencia en el scattering múltiple.

## 1.5 EXPRESIÓN DEL CAMPO ULTRASÓNICO

Consideremos al medio sin absorción y pero que presenta pequeñas fluctuaciones de la densidad y compresibilidad $\rho_1$ y $\chi_1$ alrededor de los valores constantes $\rho_0$ y $\chi_0$ dentro del volumen V que contiene a las inhomogeneidades. Fuera de ese volumen $\rho_1$ y $\chi_1$ son nulos de modo que

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_0 + \rho_1(r) \\ \chi(r) = \chi_0 + \chi_1(r) \end{cases} \quad \text{dentro de } V$$

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_0 \\ \chi(r) = \chi_0 \end{cases} \quad \text{fuera de } V$$

con

$$\frac{\partial \rho(r)}{\partial n} = \frac{\partial \chi(r)}{\partial n} = 0 \quad \text{en el contorno de V}$$

Es conveniente definir los parámetros

$$\overline{\rho}(r) = \frac{\rho_1(r)}{\rho_0} \qquad \overline{\chi}(r) = \frac{\chi_1(r)}{\chi_0}$$

La ecuación de ondas queda

$$\nabla^2 P(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 P(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 P(\vec{r},t)}{\partial t^2}\overline{\chi}(\vec{r}) + \nabla \cdot \left[\overline{\rho}(\vec{r})\nabla P(\vec{r},t)\right] \qquad \text{Ec. 61}$$

donde $c = (\rho_0 \chi_0)^{-1/2}$. Puede obtenerse la solución a la ecuación utilizando el método de las funciones de Green, en la cual el lado derecho es considerado como término fuente. La solución según Morse [1] viene dada por

$$P(\vec{r},t) = P_i(\vec{r},t) + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \int_V \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P(r_0,t_0)}{\partial t^2} \overline{\chi}(r_0) + \nabla[\overline{\rho}(r_0)\nabla \cdot P(r_0,t_0)] G(\vec{r}_0,\vec{r} : t_0,t) \right\} d^3 r_0 \qquad \text{Ec. 62}$$

donde $G(\vec{r}_0,\vec{r} : t_0,t)$ es la función de Green

Solo es posible obtener la solución de la ecuación integral para *P* en ciertos objetos con geometrías simples. El caso general tiene solución por aproximaciones. Como ya vimos, la aproximación a emplear es la aproximación de Born: el término $P(\vec{r},t)$ de la integral es reemplazado por $P_i(\vec{r},t)$, que es la onda incidente que viaja a través del volumen V como si este fuera homogéneo (en ausencia de dispersores) y usualmente es conocida. La aproximación es solo valida si la dispersión es suave y ambos $\overline{\rho}$ y $\overline{\beta}$ son pequeños. Si eso no es verdadero entonces es posible solucionar la ecuación (62) por técnicas iterativas utilizando aproximaciones sucesivas.

La ecuación anterior se puede expresar como

$$P(\vec{r},t) = P_i(\vec{r},t) + P_{es}(\vec{r},t) \qquad \text{Ec. 63}$$

donde el subíndice es indica esparcida (scattered), con la aproximación de Born se expresa al término $P_{es}(\vec{r},t)$ como

$$P_{es}(\vec{r},t) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \int_V \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_i(\vec{r},t_0)}{\partial t^2} \overline{\chi}(r_0) + \nabla[\overline{\rho}(r_0)\nabla \cdot P_i(r_0,t_0)] G(\vec{r}_0,\vec{r}_1 : t_0,t) \right\} d^3 r_0 \qquad \text{Ec. 64}$$

La solución para una onda incidente monocromática es conocida, entonces en principio la solución de un pulso de banda finita puede obtenerse por superposición de las correctas componentes de Fourier.

La onda esparcida está dada por

$$P_{es}(\vec{r},t)= -\int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \int_{V_1} d^3r_0 \left[\nabla P_i(\vec{r}_0,t)\cdot\nabla\overline{\rho}+\nabla^2 P_i(\vec{r}_0,t)\rho(r_0)+\overline{\chi}(r_0)\right]G(\vec{r},t,\vec{r}_0,t_0) \qquad \text{Ec. 65}$$

La señal obtenida, en A-scan, $V(t)$, está dada por la integral de la presión esparcida sobre toda la cara del receptor $S(r)$.

$$V_t \propto \int_S P_{es}(\vec{r},t)dS(r) \qquad \text{Ec. 66}$$

La onda de presión incidente en el dispersor, es producida por el transductor y esta dado por la siguiente expresión (Stephanishen 1970)

$$P_i(\vec{r},t)=\int \frac{A\left(t-\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|/c\right)}{4\pi\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|}dS(\eta) \qquad \text{Ec. 67}$$

donde $A\left(t-\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|/c\right)$ es la función empuje del pistón, asumiendo un pistón plano situado en una pared rígida e infinita. Insertando esa ecuación en 65 la señal A-scan se expresa como

$$\begin{aligned} V(t)= \int_{S(r)} dS(r)\int_{-\infty}^{\infty} dt_0 \int_{V_0} \Bigg\{ & \nabla_0\overline{\rho}(r_0)\nabla\cdot\int_{S_e}\frac{A\left(t-\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|/c\right)}{4\pi\left|r_0-\eta\right|}dS(\eta)+ \\ & \left[\overline{\rho}(r_0)+\overline{\beta}(r_0)\right]\nabla^2\int_{S_r}\frac{A\left(t-\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|/c\right)}{4\pi\left|\vec{r}_0-\vec{\eta}\right|}dS(\eta)\Bigg\} G(\vec{r},t,\vec{r}_0,t_0)d^3r_0 \end{aligned} \qquad \text{Ec. 68}$$

Esa es una suma de dos términos la cual será considerada separadamente. Insertando la función de Green (considerada como fuente puntual) dentro del primer término e integrando sobre $t_0$ se obtiene

$$\int_{V_0} d^3 r_0 \nabla \overline{\rho}(r_0)\, \nabla_0 \cdot \int_{S_r} dS(r) \int_{S_e} dS(\eta) \frac{A\left(t - |\vec{r} - \vec{r}_0|/c - |\vec{\eta} - \vec{r}_0|/c\right)}{(4\pi)^2 |\vec{r} - \vec{\eta}||\vec{r}_0 - \vec{\eta}|} \qquad \text{Ec. 69}$$

ahora el término

$$\int_{S_r} dS(r) \int_{S_e} dS(\eta) \frac{A\left(t - |\vec{r} - \vec{r}_0|/c - |\vec{\eta} - \vec{r}_0|/c\right)}{(4\pi)^2 |\vec{r} - \vec{\eta}||\vec{r}_0 - \vec{\eta}|} \qquad \text{Ec. 70}$$

es la respuesta en transmisión desde un dispersor puntual ubicado en la posición $\vec{r}_0$, equidistante de los elementos emisor y receptor, y puede ser expresada como

$$q(\vec{r}, t) = A(t) h_e(\vec{r}, t) \otimes h_r(\vec{r}, t) \qquad \text{Ec. 71}$$

donde $\otimes$ representa convolución temporal siendo[5]

$$h(\vec{r}, t) = \int_S \frac{\delta\left(t - |\vec{r} - \vec{\eta}|/c\right)}{4\pi |\vec{r} - \vec{\eta}|} dS(\eta) \qquad \text{Ec. 72}$$

---

[5] Los subíndices e y r en la respuesta impulsional de difracción hacen referencia a la emisión y recepción respectivamente. En el caso que se trabaje en modo pulso eco se consideran idénticas.

En el campo lejano $q(\vec{r},t)$ puede aproximarse como

$$Q\left(t-\frac{2x}{c},y,z\right)$$

y la expresión (69) se rescribe

$$\int_{V_0} d^3r_0 \nabla_0 \overline{\rho}(r_0) \nabla_0 \cdot \left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_0^2}\right] Q\left(t-\frac{2x_0}{c},y_0,z_0\right) \qquad \text{Ec. 73}$$

luego de integrar por partes

$$= \int_{V_0} d^3r_0 Q\left(t-\frac{2x_0}{c},y_0,z_0\right)\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_0^2}\right]\overline{\rho}(r_0) \qquad \text{Ec. 74}$$

Un tratamiento similar de la segunda parte de la ecuación (68) se obtiene

$$- \int_{V_0} d^3r_0 Q\left(t-\frac{2x_0}{c},y_0,z_0\right)\left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_0^2}\right]\left[\overline{\rho}(r_0)+\overline{\beta}(r_0)\right] \qquad \text{Ec. 75}$$

Combinando los dos términos se tiene

$$V(t) \propto \int Q\left(t-\frac{2x_0}{c},y_0,z_0\right) T(x_0,y_0,z_0) d^3r \qquad \text{Ec. 76}$$

.con

$$T(r_0)=\frac{1}{2}\frac{\partial^2\left[\overline{\rho}(r_0)-\overline{\beta}(r_0)\right]}{\partial x_0^2}-\left[\frac{\partial^2}{\partial y_0^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_0^2}\right]\overline{\beta}(r_0)$$

## Resumen

*A lo largo de este capítulo se han dado los conceptos y expresiones fundamentales que permitirán, a partir de las medidas experimentales, extraer información sobre el régimen de scattering que presenta un pulso acústico al propagarse en un medio con dispersores.*

*Cuando una onda penetra en un medio con dispersores, una parte de la energía incidente continúa propagándose de manera coherente y la otra parte (contribución incoherente) sufre un proceso de scattering. Más allá del libre recorrido medio, la casi totalidad de la energía incidente se propaga de manera incoherente, el transporte de energía es puramente difusiva y es bien descrito por una ecuación de difusión caracterizada por un coeficiente de difusión.*

*En general los parámetros esenciales de un problema de scattering son los que a continuación se detallan.*

*La sección eficaz de scattering de un elemento dispersor representa la distribución angular anisótropa de la energía (pudiendo presentar direcciones privilegiadas). El índice de la anisotropía se obtiene a través del coseno medio. El análisis del promedio en ensembles o realizaciones del campo permite separarlo en partes coherente e incoherente. A partir del análisis de Green se evidenció la relación entre el coeficiente de transmisión coherente y el libre recorrido medio elástico a partir del campo en un régimen de scattering simple y múltiple. En el régimen difuso se mostró la relación existente entre el coeficiente de difusión, la velocidad de transporte de energía y el libre recorrido medio de transporte. Éste último se relaciona con el libre recorrido medio elástico y el coeficiente de anisotropía. En el estudio del backscattering, por medio de la intensidad estacionaria y de la intensidad temporalmente dependiente se obtiene el libre recorrido medio elástico y el coeficiente de difusión respectivamente.*

*Por último, se mostró la expresión del campo acústico en su representación de señal A-scan y la influencia del emisor y receptor.*

*C a p í t u l o 2*

# RESULTADOS EXPERIMENTALES

*En este capitulo se determinan experimentalmente los parámetros acústicos que nos permite clasificar el tipo de scattering presente del campo acústico en función de la profundidad de la muestra.*

*A diferencia de lo realizado por Zhang y otros, donde ellos prevén teórica y experimentalmente la profundidad mínima para el cruce de régimen scattering simple a régimen difusivo variando la concentración de volumen de dispersores, se halló experimentalmente que el cambio de régimen también se puede analizar en función de la profundidad de la muestra (manteniendo la concentración) el cual esta íntimamente relacionada con el libre recorrido medio elástico del pulso coherente.*

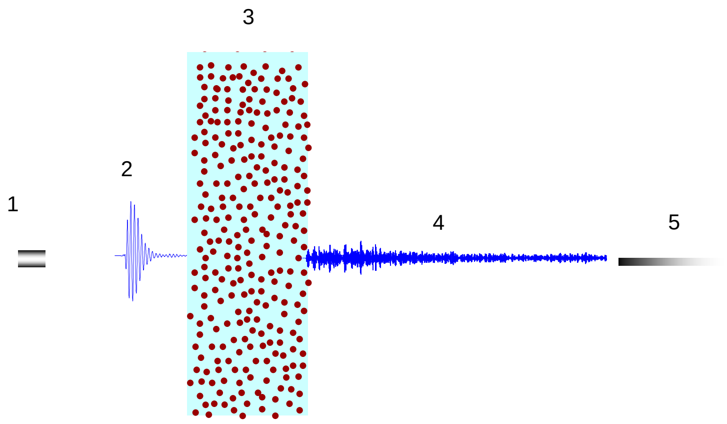
*Para dicho análisis, utilizamos técnicas que nos permiten separar el campo coherente del campo esparcido que conforman la señal transmitida. A partir de ello obtenemos los parámetros que caracterizan al régimen de propagación del pulso ultrasónico: la longitud de coherencia y la de pérdida de directividad. Además, se evidencia el cambio de régimen en el análisis del comportamiento de las velocidades de fase y grupo con la profundidad de la muestra.*

*En una primera sección se detallan las muestras ha analizar y el conjunto de instrumental que nos permiten realizar las medidas. En la segunda sección se realiza un análisis teórico experimental de la función amplitud de scattering, de manera que nos permite dar una base sustentable para el estudio de los diferentes parámetros. En la tercera sección, se analiza la dependencia del pulso coherente con la fracción de volumen de la muestra. En la cuarta sección se determina experimentalmente el coeficiente de transmisión coherente en intensidad y se determina el libre recorrido medio elástico.*

*Por último se analiza el tipo de scattering presente mediante el análisis de las diferentes velocidades*

## 2.0 INTRODUCCIÓN

En este capitulo se realiza un exhaustivo análisis de las características de las muestras objeto de estudio, medios de propagación y de los parámetros que caracterizan al régimen de propagación del pulso ultrasónico dentro de las muestras. El caso típico de estudio se muestra en la figura




1-Emisor de señal ultrasonora 2-Señal incidente 3-Muestra 4-Señal transmitida 5-Elemento receptor

Los parámetros analizados son función forma, coeficiente de transmisión en amplitud, libre recorrido medio elástico, libre recorrido medio de transporte y la velocidad de propagación del pulso sónico a través de la muestra. Solo la función forma depende del tipo y forma del elemento dispersor que constituyen las muestras, pero el resto de los parámetros están ligados a la conformación y profundidad de ellas.

La función forma o función de amplitud de scattering determina la directividad de un elemento cuando es sonificado. El libre recorrido medio elástico proporciona una distancia característica, la longitud de extinción de la coherencia. Se puede decir que es una distancia donde parte de la energía incidente continúa propagándose en forma coherente y luego de ella comienza a propagarse en un régimen de scattering múltiple. El libre recorrido medio de transporte caracteriza el transporte de energía en un régimen multidifusor y se considera como la longitud característica de pérdida de la directividad, es decir la distancia a la cual la onda ha perdido la memoria de su dirección inicial. Las velocidades que se determinan son de fase, grupo y transporte. El análisis de la velocidad de grupo en función de la profundidad de la muestra nos permite determinar el régimen de scattering presente en la propagación

En una primera sección se detallan las muestras ha analizar y el conjunto de instrumental que nos permiten realizar las medidas. Las muestras están constituidas por un medio de propagación y una colección de cilindros de cobre dispuestos con sus ejes axiales paralelos. Presentan una dimensión vertical lo suficientemente grande, comparada con la longitud de onda y radio del cilindro utilizado. Esto nos permite despreciar los efectos de borde de los cilindros y considerar al conjunto como bidimensional (2D), simplificando así el análisis. La longitud promedio de los cilindros es de 230 milímetros, la mayor longitud de onda es 1,9 mm y el mayor radio de los cilindros empleado es de 1,5 mm. Las configuraciones empleadas presentan una relación entre el radio de los cilindros y la longitud de onda incidente que abarca valores desde 1,12 hasta 0,2. Las fracciones de volumen de las muestras, razón de volumen total de los dispersores y volumen de la muestra, (en los casos bidimensionales coincide con la concentración) se extienden de 0,03 hasta valores de 0,45.

Se presentan brevemente las características de los transductores y receptores empleados en los experimentos, las técnicas e instrumentos utilizados.

En la segunda sección se realiza un análisis teórico experimental de la función forma de manera de obtener una base sustentable para el estudio posterior de los diferentes parámetros. Se analiza en función de: los radios del dispersor, del medio de propagación, de la frecuencia a la cual se sonifica y de la distancia al elemento receptor de la señal acústica. Además se estudia la contribución debida a la elasticidad del material constituyente de los cilindros dispersores.

A partir de la tercera sección se comienza ha analizar la propagación del campo acústico en las muestras y se discuten los valores de los parámetros físicos, que son relevantes en la determinación del tipo de régimen esparcidor presente (scattering simple, múltiple o difusión), en función de la profundidad.

En la sección tercera, se analiza la dependencia del pulso coherente con la fracción de volumen de la muestra. En particular se muestra la evidente perdida de la frecuencia fundamental de la onda incidente a la muestra debido al fuerte scattering.

En la cuarta sección se determina experimentalmente el coeficiente de transmisión coherente en intensidad y se determina el libre recorrido medio elástico. Se realiza un detenido análisis de que porción de la señal acústica se toma para la determinación del coeficiente de transmisión y de la evolución que sufre el libre recorrido medio en función de la profundidad de la muestra. Se mostrará que la forma de onda esparcida y el orden o régimen del scattering depende de la profundidad de la muestra. Para una profundidad dada, si ésta es comparable con el libre recorrido medio elástico, el scattering múltiple no es predominante, a medida que aumenta la relación profundidad y libre recorrido el régimen multidifusor es muy notorio. Se evidencia el cambio de régimen esparcidor a través de la determinación del libre recorrido medio de transporte.

Por último se realiza un análisis de los parámetros que nos permiten determinar la profundidad de la muestra donde ocurre el cambio de régimen de scattering. Uno de ellos es el retardo temporal, por el método de la correlación cruzada, que sufre el pulso balístico de la señal transmitida a través de la muestra. Se evidencia un notorio cambio en el comportamiento de la velocidad de grupo del pulso ultrasónico en función de la profundidad de la muestra.

En particular decidiremos el tipo de régimen esparcidor midiendo la onda ultrasónica transmitida en la muestra a diferentes espesores. El análisis del scattering se realiza teniendo en cuenta los conceptos de campo balístico y campo coherente. (A diferencia de la óptica, la señal eléctrica recepcionada es una medida directa del campo y no de la intensidad)

Si ese pulso se propaga con la misma velocidad que la que posee en el medio de propagación, es como si no existieran dispersores, ese pulso se atenúa poco y es denominado "pulso o frente balístico". El frente balístico, cuando existe una baja concentración de dispersores, fluctúa de un elemento dispersor a otro manteniendo las mismas características. Al aumentar la profundidad de la muestra y/o la concentración de dispersores, la amplitud del campo balístico disminuye de forma tal que la parte balística se torna despreciable y domina los momentos de alto orden del scattering (scattering múltiple), la señal transmitida aumenta notoriamente su duración (hasta 200 veces la duración temporal del pulso de entrada) y se torna incoherente.

Dada la complejidad del problema y el orden alto de scattering es imposible dar una predicción analítica del pulso transmitido a través de la muestra. Usualmente se considera una muestra simple para estudiar el momento de primer orden de la onda esparcida, también referida como onda coherente. Los estudios realizados [10] [12] [13] [16] [19] del scattering de un pulso ultrasonoro consideran, en su gran mayoría, en una muestra con un espesor dado, la cual contiene dispersores en suspensión con movimiento Browniano. En nuestro caso, estudiamos el scattering de un pulso ultrasónico a medida que avanza en la muestra, los dispersores están fijos y solo accedemos a una realización en el tiempo (dada por un pulso medido en un punto determinado). Idealmente deberíamos construir otra muestra con diferentes posiciones de los dispersores que obedezca a la misma estadística y repetir el experimento. En lugar de ello para simular el conjunto promedio, la muestra queda fija y movemos el receptor (en general utilizamos un micro hidrófono) Es así que adquieren mas de 100 posiciones (dentro del haz sónico, previamente determinado por el método de Schlierin) obteniéndose la misma cantidad de realizaciones del pulso transmitido.

Uno de los parámetros experimentales que caracterizan al tipo de régimen esparcidor que presenta en la muestra a estudiar, es el libre recorrido medio elástico. Éste nos da una distancia característica, la longitud de extinción de la coherencia. Se puede decir que es una distancia donde parte de la energía incidente continúa propagándose en forma coherente y el resto sirve para la creación de ondas multidifusoras.

## 2.1 SETUP EXPERIMENTAL

### 2.1.1 *MUESTRAS Y MEDIOS DE PROPAGACIÓN*

El diseño de las muestras ha sufrido una evolución a lo largo del trabajo experimental, al comienzo se realizaron medidas sobre muestras de esferas de grafito inmersas en un baño de agar-agar. Se continúo con elementos cilíndricos de grafito de dimensiones pequeñas hasta evolucionar a las actuales

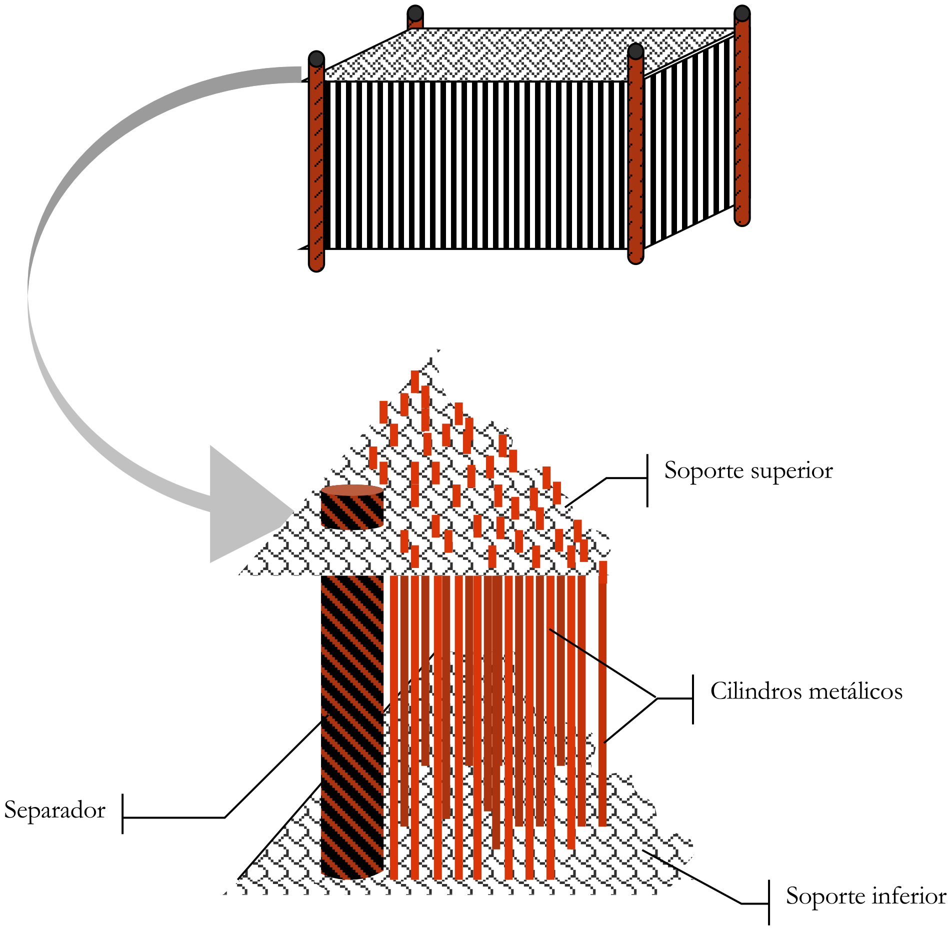



Figura 3 Diagrama de las muestras.

En ella se observa la disposición de los cilindros en forma paralela que ofician de elementos esparcidores. El separador de las mallas metálicas (soportes superior e inferior) se encuentra ubicados de tal manera que no intervienen en la propagación del ultrasonido.

configuraciones de cilindros de grandes dimensiones comparadas con las longitudes de ondas utilizadas. Lo que significó el pasaje al caso bidimensional, que simplifica el estudio de las propiedades básicas de propagación del ultrasonido en un medio multidifusor, quedando en el debe el análisis de las muestras tridimensionales.

Las muestras están formadas con cilindros rectos de metal (cobre), de una longitud promedio de 230 mm. Se encuentran fijos en sus extremos por un sistema constituido por dos paredes paralelas (techo y piso), formada por una malla metálica (acero inoxidable), separadas por soportes, de forma tal que no interfieren en la propagación del pulso acústico. Este sistema permite distribuir en forma aleatoria a los cilindros y ubicarlos con sus ejes axiales paralelos.

Ellas, las muestras, están hechas de forma tal que permite la regulación en profundidad. Las variables que se tomaron en cuenta para conformarlas son: el radio de los cilindros, la densidad espacial que presentan y el medio de propagación. De esa manera se realizaron tres muestras con una fracción de volumen ($\phi$) 0,33, 0,35 y 0,51 para cilindros de 0,3 milímetros de radio, muestras de 0,34 y 0,50 para los cilindros de 0,6 milímetros y de 0,30 para los cilindros de 1,2 milímetros de radio. Para el análisis de la velocidad de propagación se implementaron muestras con cilindros de cobre de 0,75 mm de radio con una $\phi = 0,20$

Supondremos que el medio de propagación es homogéneo, isótropo y no dispersivo. Los medios líquidos están desgasificados, con lo que la ecuación de ondas es lineal en el rango de frecuencias trabajadas (1 a 10 MHz.) y la velocidad del sonido se puede considerar constante en él dado que la variación es de $1/10^6$ a temperatura constante.

Las propiedades de los materiales utilizados en las muestras y las del medio están descriptas en las tablas 1 y 2 respectivamente.

| Medio de propagación | Velocidad mm/μs | Densidad (gr/cm$^3$) |
|---|---|---|
| Agua | 1,494 | 1,000 |
| Agua salada | 1,531 | 1,025 |
| Aceite | 1,7 | 0,870 |
| Glicerina | 1,904 | 1,260 |

Tabla 1 Propiedades de los medios de propagación

Los materiales que conforman las muestras hacen que exista una desigualdad muy grande en la impedancia acústica r *v*

DISPEERSOR

| | | | |
|---|---|---|---|
| Razón de Poisson | 0,35 | | |
| Densidad | 8,9 (gr/cm$^3$) | | |
| Velocidad en volumen | 5,0 (mm/μs) | 2,5 (mm/μs) | |
| Radio | 0,3 (mm) | 0,6 (mm) | 1,2 (mm) |

Tabla 2 Propiedades físicas de los dispersores

### 2.1.2 *EMISORES Y RECEPTORES*

Los transductores ultrasónicos emiten y detectan variaciones de presión en amplitud y fase a diferencia con la óptica que solo detectan variaciones en intensidad. Los transductores utilizados presentan una frecuencia central 1,0, 2,25, 5,0 y 10,0 MHz y son excitados en régimen impulsional mediante un pulso eléctrico breve. Suponemos que todos los transductores se comportan como un sistema L.T.I, tanto a la emisión como a la recepción, para poder relacionar las señales de entrada con la salida mediante un producto de convolución [21] [22].

Los receptores ultrasónicos utilizados son: un micro hidrófono en la mayoría de los casos, y transductores planos. El micro hidrófono, modelo NTR, tiene una respuesta plana entre los 0,5 a 10 MHz, presenta una superficie de recepción efectiva de 0,1 mm de radio. Los transductores planos presentan, en cada caso, un ancho de banda grande centrada en la frecuencia del emisor.

#### 2.1.2.1 *MEDICIÓN DE LA INTENSIDAD ULTRASÓNICA*

En general, el haz ultrasónico puede ser entendido como una onda de presión de amplitud $P_0$ que es absorbida por el blanco, en forma de energía mecánica. La tasa de pasaje de esa energía por la muestra es llamada potencia del haz de la fuente y es medido en Joules.$s^{-1}$ o Watts. Cuando esa potencia es transferida a través de un área perpendicular a la dirección de propagación de la onda de presión, se puede determinar la intensidad transferida para aquella región del blanco. La intensidad es medida en $W/m^2$ y puede ser definida como [23]

$$I = \frac{P_0^2}{\rho c}$$

donde $P_0$ es la amplitud de presión para una onda plana, $\rho$ es la densidad del medio y $c$ es la velocidad del sonido en el medio.

En nuestro experimento, es importante conocer los niveles de intensidad de los transductores ultrasónicos que van a sonificar la muestra a analizar, tanto en la determinación de la función forma (amplitud de scattering) como en el análisis de las ondas envolventes (creeping waves).

La metodología recomendada para la medición de intensidad de campos ultrasónicos para el análisis del comportamiento en su eje axial, es el mapeo del campo acústico del transductor utilizando un mini hidrófono dentro de una cuba de agua [24].

El micro hidrófono tienen como función transformar las variaciones de presión acústica (unidad de medida es el pascal) presente en el campo acústico, en un valor de tensión de potencial eléctrico (medida en volt) proporcional a esas variaciones. El mapeo del campo acústico proporciona una matriz de las tensiones proporcionales a las variaciones espaciales de presión del campo. El factor de proporcionalidad entre tensión del hidrófono y la presión del campo es conocido como *sensibilidad del hidrófono* ($M_L$)

#### 2.1.2.2 *SENSIBILIDAD DEL HIDRÓFONO*

Unos de los parámetros importantes para calcular la intensidad y potencia ultrasónica utilizando hidrófonos es su sensibilidad

La sensibilidad del hidrófono, $M_L(f)$, cuando se utiliza un campo de onda continua (CW) a una determinada frecuencia $f$, se define:

$$M_L(f) = \frac{V}{P} \quad (V/Pa) \qquad \text{Ec. 77}$$

Donde V es la amplitud de la tensión obtenida en las terminales del hidrófono (o el conjunto de hidrófono+amplificador) y $P$ es la presión acústica a campo libre [24]

Una forma común de presentar la sensibilidad de un transductor es a través del factor de respuesta en intensidad $K_f^2$ definido por la relación [25]

$$I_{inst}(x) = \frac{[V(x)]^2}{K_f^2} \qquad \text{Ec. 78}$$

Donde $V(x)$ es la tensión instantánea del hidrófono cuando es colocado en un determinado punto del campo ultrasónico e $I_{inst}(x)$ es la intensidad instantánea. Esta relación es válida cuando, la posición en que es colocado el hidrófono, la presión acústica y la velocidad de la partícula, están en fase. La expresión 78 muestra la relación entre $K_f^2$ y $M_L(f)$ [24] [26]

$$K_f^2 = 10^{-8} M_L^2 \rho c \quad (V^2\ W^{-1}\ cm^2)$$

Idealmente, el hidrófono debe convertir la forma de la onda de presión acústica directamente en una réplica de la forma de onda en tensión. Esa reproducción implica que el hidrófono tiene una respuesta en frecuencia plana sobre una banda ancha, equivalente a un $M_L(f)$ constante.

A continuación veremos algunas de las curvas de calibración de los diferentes transductores utilizados en el presente trabajo. La curva de calibración del hidrófono es la dada por su fabricante.

Para obtener las curvas de sensibilidad de los transductores, con los cuales se realizarán las medidas, en lugar de trabajar con onda continua (CW), se ha excitado al transductor con burst de cinco ciclos a diferentes frecuencias. La señal emitida fue relevada en el eje axial, en el foco del transductor, con un micro hidrófono y son las que se muestran a continuación

Como fue visto anteriormente, en la ecuación 77, la tensión obtenida en el mapeo se relaciona con la presión a partir de la sensibilidad del hidrófono. Con la curva de calibración del hidrófono se determina la sensibilidad del hidrófono en función de la frecuencia de excitación de los transductores. Conociendo la sensibilidad, la matriz de tensión y la impedancia del medio de propagación (en nuestro caso son agua, agua salada sobresaturada, aceite y glicerina), se obtiene

$$I_{inst} = \frac{P_i^2}{Z_0} = \frac{V_i^2}{M_L^2 Z_0} \qquad \text{Ec. 79}$$

que presenta la intensidad instantánea, $I_{inst}$, en cada punto del espacio.

La intensidad media en el eje ultrasónico se obtiene mediante

$$I_m = \frac{\sum_{1}^{n} I_{inst}}{n} \qquad \text{Ec. 80}$$

En el caso de este trabajo, se ha utilizado un burst y en el mapeo realizado se detectó el pico máximo en cada punto del eje (mapeo transversal en los ejes a nivel del foco) y se realizó la media espacial de estos puntos [23]

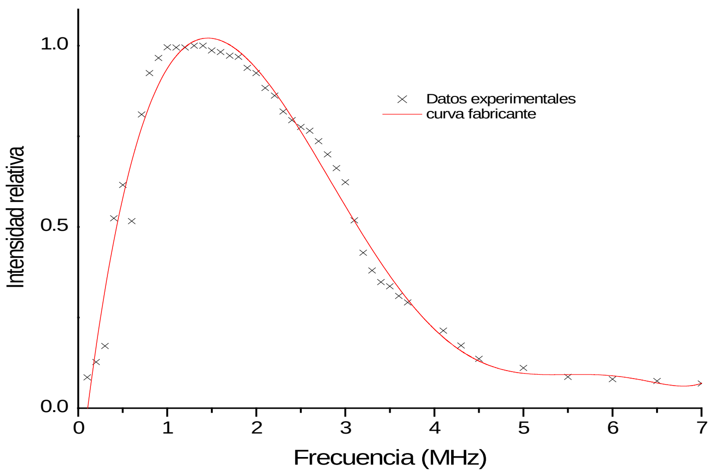
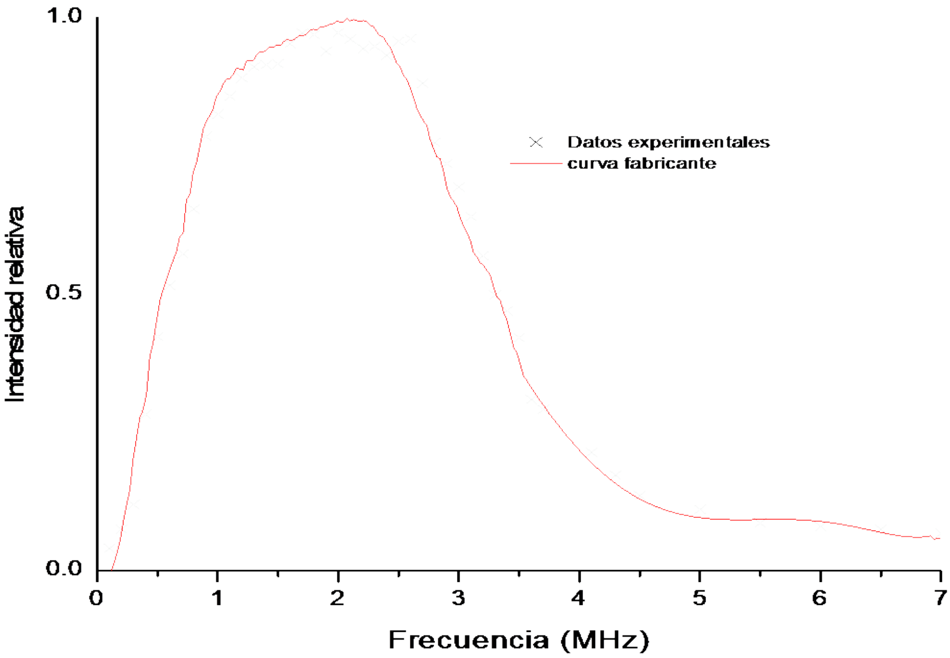



Figura 4 Curva de sensibilidad

Transductor Panametric V-303 frecuencia central 1,0 MHz. Línea continua: curva dada por el fabricante; **x** : Datos experimentales



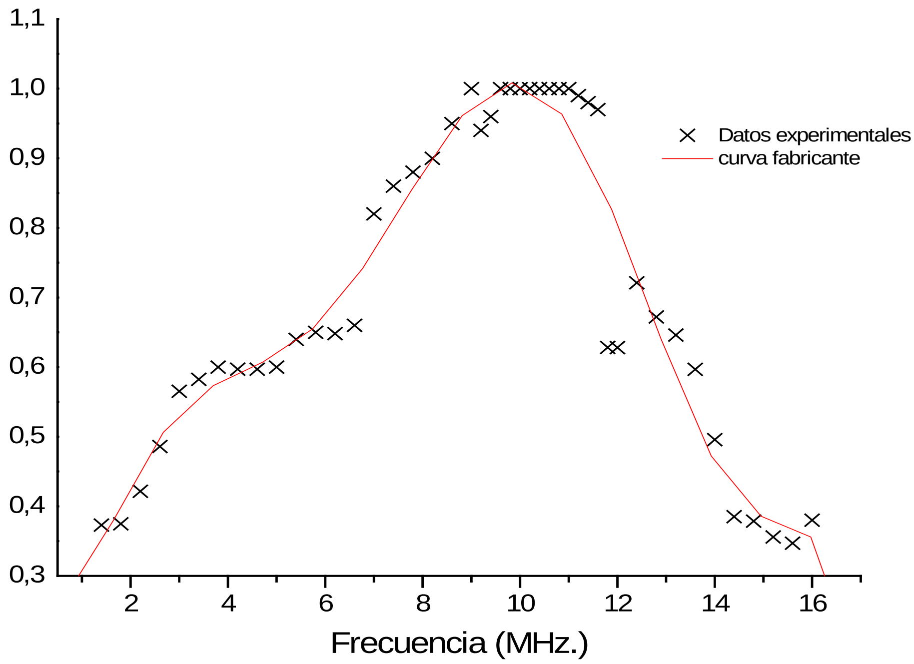




Figura 5 Curva de sensibilidad Transductor. Superior: Panametric V-306 (frecuencia central 2,25 MHz). Inferior: Panametric V-309 (frecuencia central10,0 MHz) Línea continua: curva dada por el fabricante; x : Datos experimentales

### 2.1.3 *ELECTRÓNICA Y BANCO DE MEDIDAS*

La emisión y recepción del ultrasonido se realiza por medio de la tarjeta SOFRATEST; el programa que la acompaña trabaja en ambiente D.O.S. Básicamente esta tarjeta ISA es una conversora análogo-digital que permite la generación de la excitación eléctrica del transductor y la recepción de la señal eléctrica. Ésta permite la captura de la señal trabajando en modo pulso-eco o en transmisión. La diferencia entre estas técnicas experimentales reside en que, en la primera el elemento emisor es el mismo que el receptor y, en la técnica de transmisión, los elementos emisor y receptor son diferentes.

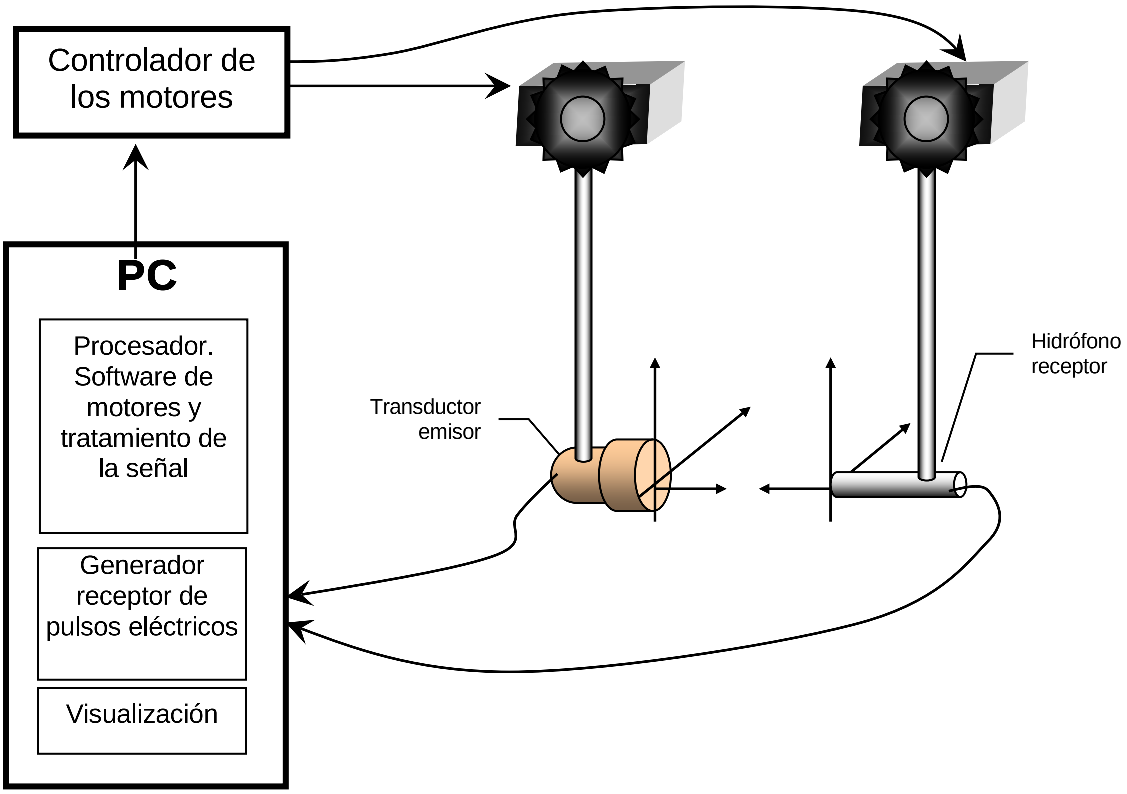



Figura 6 Diagrama de bloques para la adquisición en transmisión

Sistema de adquisición para la determinación experimental de las señales. Se distingue dos bloques: uno destinado al posicionamiento de los transductores por medio de motores paso a paso comandados a través del controlador y el otro que centraliza la generación y recepción del pulso ultrasónico, comando de los controladores y la visualización y el procesamiento primario de la señal

Las especificaciones de la tarjeta son las siguientes:

- Pulso

  Pulso cuadrado

  Ancho temporal programable en pasos de 2ns entre 50 500 ns

  Amplitud variable con un máximo de 200 V

- Receptor

  Ancho de banda de 20 MHz a –3dB (30 dB ganancia)

- Delay programable desde 100 ns a 6,4 ms en pasos de 100 ns

- Reloj propio, frecuencia de muestreo variable de 10 MHz, 20 MHz, 40 MHz y 80 MHz (12,5 ns)

- Bus de datos, 8 bits

Con esas características, se programó la generación de un pulso eléctrico de 70 ns de duración y 200 V de amplitud; la recepción de las señales se digitalizaron con una frecuencia de muestreo de 80 MHz, originando una señal de 32000 puntos y las cuales se promedian (99 veces) para eliminar el ruido electrónico.

Para la determinación de la sensibilidad de los transductores se utiliza un equipo marca CORELEC que presenta una tarjeta análogo-digital. El software que lo acompaña (MARCUS) trabaja en ambiente WINDOWS. Éste permite la configuración de los parámetros de emisión y recepción; en particular permite regular la cantidad de ciclos que componen al pulso eléctrico que excitará al transductor.

Las especificaciones de la tarjetas son las siguientes:

- Pulso

  Pulso cuadrado, regulación de cantidad de ciclos

  Frecuencia central programable en pasos de 1Hz entre 0 Hz a 20 MHz

  Amplitud variable con un máximo de 255 V

- Receptor

  ganancia 0, –10dB, –20dB

- Numero de muestras 1 K, 2K, 4K

- Reloj propio, frecuencia de muestreo fija de 40 MHz (25 ns)

- Bus de datos, 8 bits

Los soportes de los transductores y muestras son cilindros macizos que lo sujetan en forma solidaria mediante el ajuste de tornillos. Dicho soporte está adosado a posicionadores lineales y angulares. Estos nos permiten variar la posición con una precisión de 10 μm y 0,01 grado para los movimientos lineales y angulares respectivamente. El cambio de posición del receptor se realizó mediante motores paso a paso los cuales permitieron movimientos discretos en los tres ejes cartesianos con una precisión de 100 μm. Los motores están comandados desde el computador mediante un software desarrollado en el Laboratorio o en forma manual.

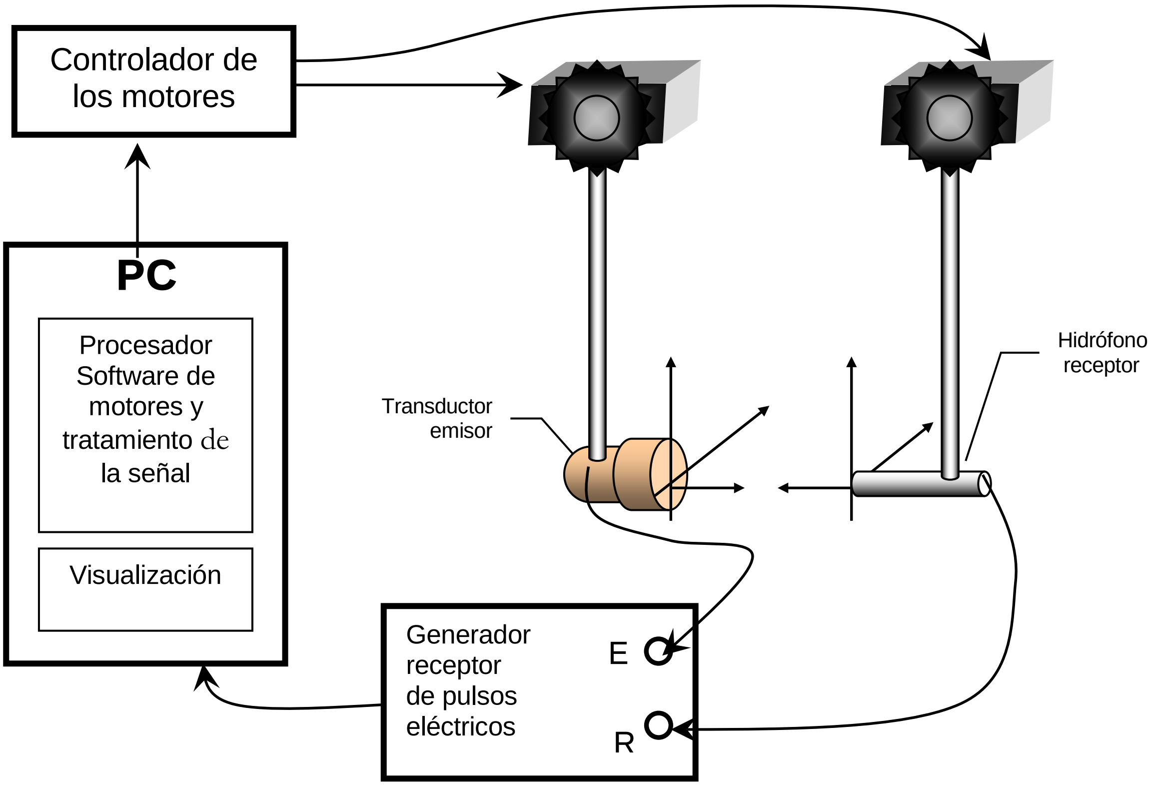



Figura 7 Diagrama para las medidas de sensibilidad

Sistema de adquisición para la determinación experimental de la sensibilidad de los transductores y de la función forma para la técnica de transmisión (para el modo pulso-eco se elimina el elemento receptor y el transductor emisor es también el elemento receptor, se debe unir los conectores E y R del generador receptor de pulsos). Se distingue tres bloques: uno destinado al posicionamiento mecánico de los transductores, otro a la generación del pulso ultrasónico y por último otro destinado al procesamiento general y visualización.

## 2.2 FUNCIÓN AMPLITUD DE SCATTERING

En esta sección se muestra la variación de la función amplitud de scattering (también denominada función forma o factor forma) con el radio del dispersor y el medio circundante; además se analiza la relación entre la sección eficaz total y la función amplitud de scattering. Se verifican las medidas realizadas con los valores teóricos. La razón de detenernos en este punto es la de proporcionar una base sustentable para la determinación de los demás parámetros.

### 2.2.1 *MARCO TEÓRICO*

En general, cuando una onda plana monocromática incide normalmente sobre un dispersor, la amplitud del campo luego del scattering puede describirse en función de dos términos: una parte de la energía incidente que se esparce en todo el espacio con ciertas direcciones privilegiadas, y el resto de la onda incidente que se continúa propagando en la misma dirección.

$$\Psi_{inc} = \Psi_0 e^{-i\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)}$$

$$\Psi_{esp} = \Psi_0 e^{-i\omega t}\ f(r,\theta,\varphi) \qquad \text{Ec. 81}$$

La contribución de la onda plana esparcida se puede pensar como una onda emergente del centro del dispersor, ponderada por un coeficiente de directividad que depende fuertemente de la geometría del dispersor y de la longitud de onda incidente

Consideremos a una onda plana continua que incide normalmente sobre un cilindro infinito. El eje acústico axial es ortogonal al eje longitudinal del cilindro, ambos coinciden con el eje *z*. La expresión analítica de la presión esparcida fue obtenida por Faran [2] y puede ser escrita como

$$P_{esp} = P_0 \sqrt{\frac{x}{2kr}} f_\infty(x) e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} \qquad \text{Ec. 82}$$

donde se ha suprimido la dependencia temporal. Aquí, $P_0$, es la amplitud de onda incidente, $\vec{r}$ es la distancia perpendicular desde el cilindro al punto del campo, $x = ka$, donde $k$ es el número de onda en el fluido y $a$ es el radio del cilindro dispersor. En la ecuación 82, $f_\infty(x)$ es la función forma del campo lejano que ha sufrido scattering, y puede expresarse como

$$f_\infty(x) = -\frac{2i}{\sqrt{\pi x}}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \varepsilon_n \sin\eta_n e^{-i\eta_n} \qquad \text{Ec. 83}$$

donde el factor Neumann $\varepsilon = 1$ para $n = 0$, y $\varepsilon = 2$ para $n \geq 1$; $\eta_n$ es la diferencia de fase de la enésima onda parcial [1] [2] [3]

Dada la simetría cilíndrica del dispersor y recordando que es de longitud "infinita" la función amplitud de scattering se re-escribe como:

$$f_\infty(\theta) = \frac{-2}{x}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\operatorname{sen}\eta_n e^{-i\eta_n} P_n(\cos\theta) \qquad \text{Ec. 84}$$

siendo $x = k_c a$, $\eta_n$ el cambio de fase de la enésima onda dispersada y $P_n(\cos\theta)$son los polinomios de Legendre de orden $n$. La función amplitud de scattering se relaciona con la sección eficaz a través de la ecuación 7

$$\sigma_T = \int_0^{2\pi} |f(\theta)|^2 d\theta$$

La sección eficaz determina el patrón de distribución de la intensidad esparcida, que por ser anisótropa presenta direcciones privilegiadas. Recordemos que el "*coseno medio*", $\overline{\cos}$, cuantifica esa anisotropía por medio de la ecuación 6

$$\overline{\cos} = \frac{1}{\sigma_T}\int \sigma(\theta)\cos(\theta)d\theta$$

Las simulaciones teóricas del factor forma están realizadas para los diferentes medios con los cuales se han hecho las mediciones, ellos son: agua, agua salada, aceite y glicerina. Las propiedades de dichos medios así como las características del elemento dispersor se detallan en las tablas 1 y 2.

El estudio teórico nos permite, conociendo la densidad y velocidad acústica del elemento dispersor, el cálculo de la sección eficaz para cualquier frecuencia y radio.

En la secuencia de las figuras 8 y 9 se puede realizar dos observaciones sobre la función amplitud de scattering: al aumentar el radio del elemento dispersor en un mismo medio, la función aumenta la amplitud y se reduce el ancho angular del máximo central, se hace mas directiva, y para un mismo radio a diferentes medios de propagación, la directividad cambia con la longitud de onda. Por lo que, para un mismo medio, a medida que se hace mayor la razón entre el radio y la longitud de onda que sonifica al cilindro, se torna mas direccional el scattering (la intensidad esparcida tiende a uniformizarse, conllevando a un scattering isótropo).
Además se observa, exceptuando a la glicerina, una gran similitud en la "*rubrica*" de la función forma para los diferentes medios de propagación. La razón entre las amplitudes y ancho angular de los lóbulos primarios y secundarios son, para cada elemento dispersor, próximas a la unidad. Se evidencia una diferencia con los resultados obtenidos para la glicerina, figura 9 superior, donde casi no existe lóbulo secundario. Una explicación de esto es que si bien existe una diferencia muy grande entre las impedancias acústicas, $\rho v$, entre el medio y los elementos dispersores, los valores de esta para el agua (1,49), agua salada (1,57) y aceite (1,48) son muy similares, diferenciándose de la glicerina (2,40) (figuras 8 y 9).

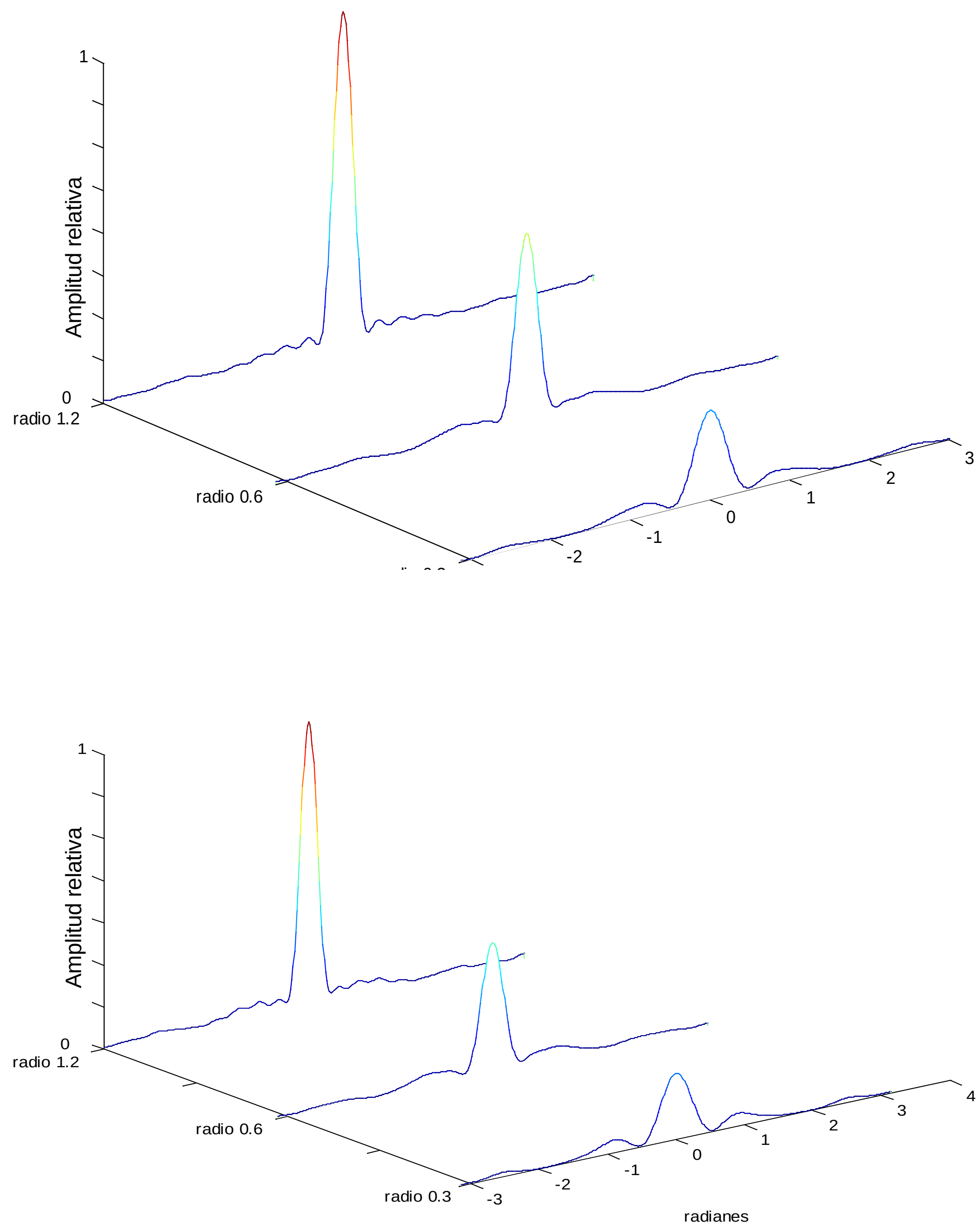



Figura 8 Modelo teórico de la función forma

Dispersores: cilindros rectos de cobre de radios 0,3, 0,6 y 1,2 mm sumergidos en agua (superior) y en solución de agua y sal (inferior) sonificados a 2,25 MHz.

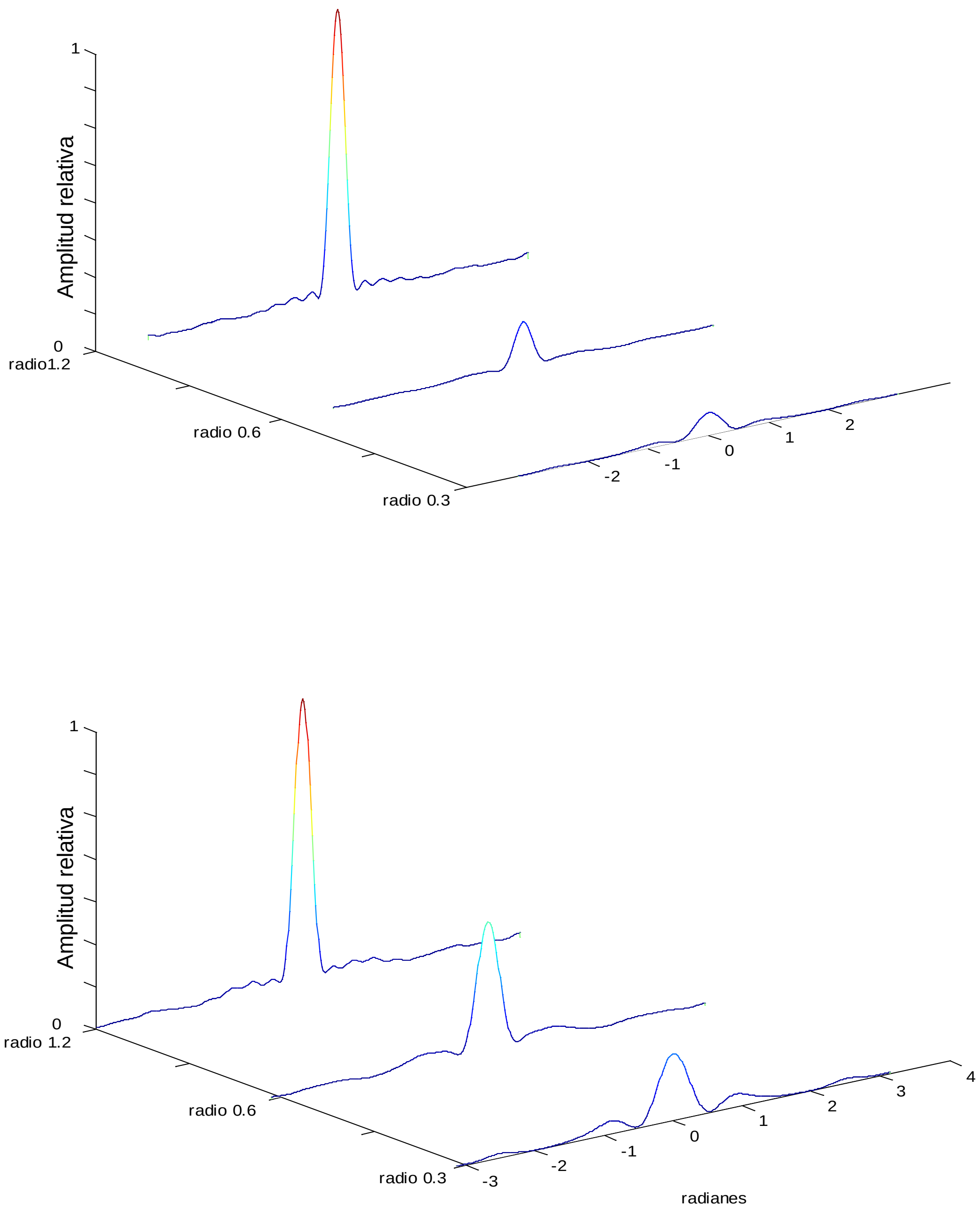



Figura 9 Modelo teórico de la función forma

Dispersores: cilindros rectos de cobre de radios 0,3, 0,6 y 1,2 mm sumergidos en aceite (inferior) y en glicerina (superior), sonificados con una onda plana de 2,25 MHz.

Por medio de las ecuaciones 7 y 83 se analiza la evolución teórica de la sección eficaz de scattering en función del radio del dispersor (figura 10) y de la frecuencia que lo sonifica (figura 11). Se puede observar que a medida que el radio aumenta, el lóbulo principal de $\sigma_T$ predomina sobre el resto, presentando un patrón más directivo.

Lo mismo sucede con la frecuencia, para un mismo elemento dispersor, (figura 11), al aumentar la frecuencia (disminuir $\lambda$) se torna mas directiva

De manera general podemos afirmar que cuando mayor es la razón ente radio del elemento dispersor y la longitud de onda que lo sonifica el "coseno medio" tiende a la unidad. Por lo contrario que en el caso del scattering isótropo, donde la intensidad es esparcida uniformemente, la sección eficaz es constante y el coseno medio es nulo

Los valores teóricos del "coseno medio" obtenidos por la ecuación 6 se muestran en la tabla 3.

| Frecuencia (MHz) | Radio (mm) | $\overline{\cos}$ |
|---|---|---|
| 1,0 | 0,3 | 0,0387 |
| 2,25 | 0,3 | 0,1242 |
| | 0,6 | 0,2023 |
| | 1,2 | 0,5137 |
| 5,0 | 0,3 | 0,1989 |
| 10,0 | 0,3 | 0,4496 |

Tabla 3 Evolución de la anisotropía en relación al radio y a la frecuencia.

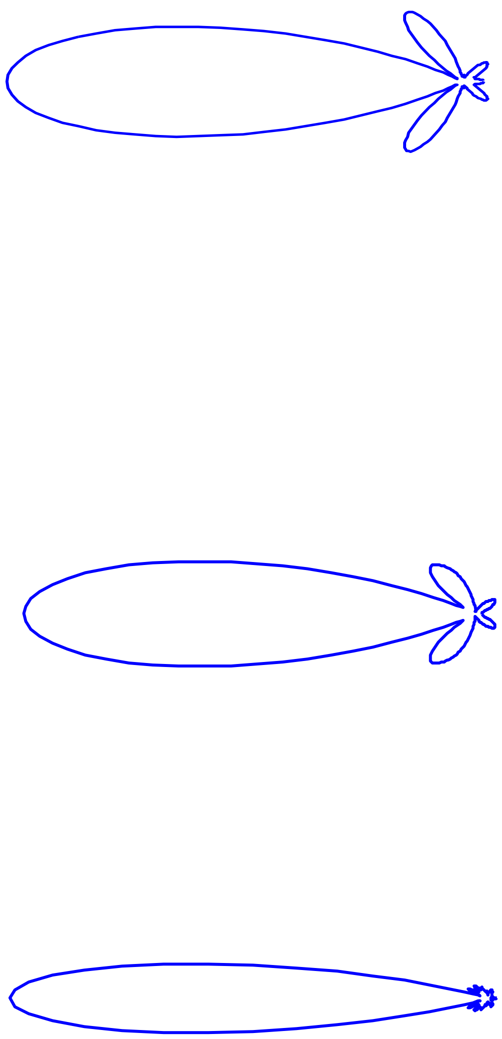


Figura 10 Evolución teórica de la sección eficaz de scattering con el radio del dispersor

Representación polar de la sección eficaz de scattering para un cilindro recto de cobre sumergidos en agua, sonificados con un transductor de frecuencia central 2,25 MHz, el receptor es un micro hidrófono. Los radios son 0,3 mm (superior), 0,6 (medio) y 1,2 (inferior). A la izquierda, ángulo $\theta$=0º se corresponde al scattering de ida

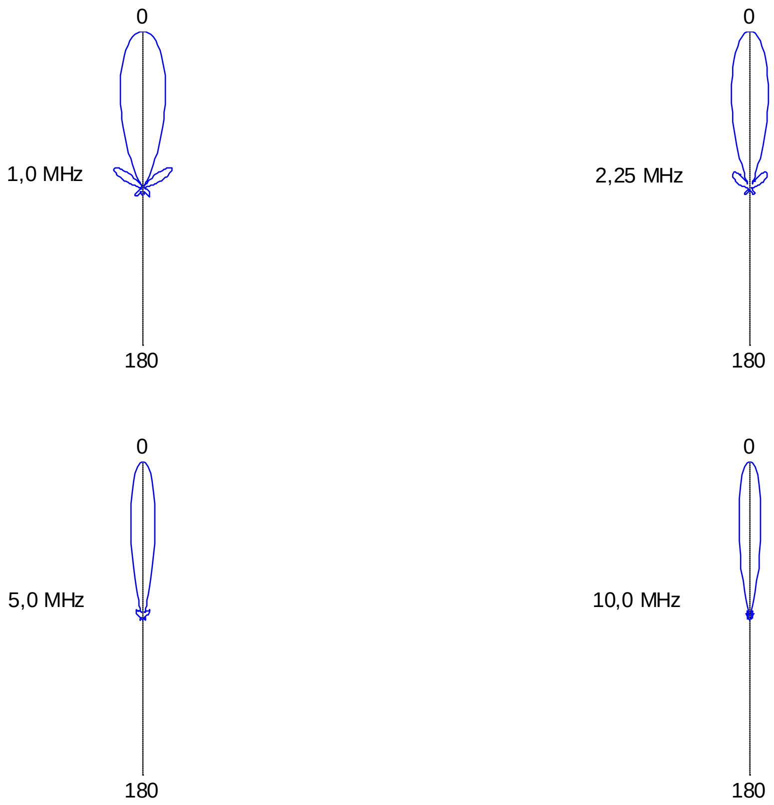



Figura 11 Evolución teórica de la sección eficaz de scattering con el cambio de frecuencia

Representación polar del cálculo teórico de la sección eficaz de scattering para un cilindro recto de cobre de radio 0,3 mm sumergido en agua para las frecuencias de trabajo. Al aumentar la frecuencia del puso acústico que sonifica al cilindro, disminuye la razón $\lambda/a$, el lóbulo principal se angosta y tiende a desaparecer los lóbulos secundarios, haciéndose más direccional.

### 2.2.2 *DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA FUNCIÓN FORMA*

La función forma se obtuvo experimentalmente mediante la razón de la intensidad incidente al elemento dispersor y la intensidad recepcionada a un ángulo dado, tomando como centro el elemento dispersor.

Para ello, las medidas se realizaron utilizando la técnica de transmisión, donde el elemento emisor es un transductor, el receptor un micro hidrófono y el elemento dispersor es una varilla recta cilíndrica.

La configuración experimental para medir los campos ultrasónicos se muestra en la figura 12. Los transductores son excitados en régimen impulsional por medio de la tarjeta SOFRATEST, (pulso eléctrico de 70 ns y 200 V); la recepción se realiza con un hidrófono y la señal se digitaliza a 80 MHZ.

Una vez ubicado el transductor emisor y el dispersor (cilindro de cobre), se coloca el hidrófono en un posicionador angular para recepcionar las señales esparcidas a los diferentes ángulos. El hidrófono está sujeto, mediante un brazo metálico, a un posicionador angular, lo cual le permite trasladado en un arco de circunferencia, tomando como centro el eje del dispersor. El desplazamiento angular se realiza con un paso de 0,5 grados (el sistema lo permite con mejor precisión).

Si bien para la obtención de la función forma se trabajaron con cuatro transductores, solo se mostrarán los resultados obtenidos para el cilindro de 0,6 mm de radio, con el transductor focalizado Panametric, modelo V 306, el cual presenta una distancia focal de 50,8 mm y una frecuencia central de 2,25 MHz y para el transductor plano Aerotech de frecuencia central 1,0 MHz y 66,8 mm de distancia focal.

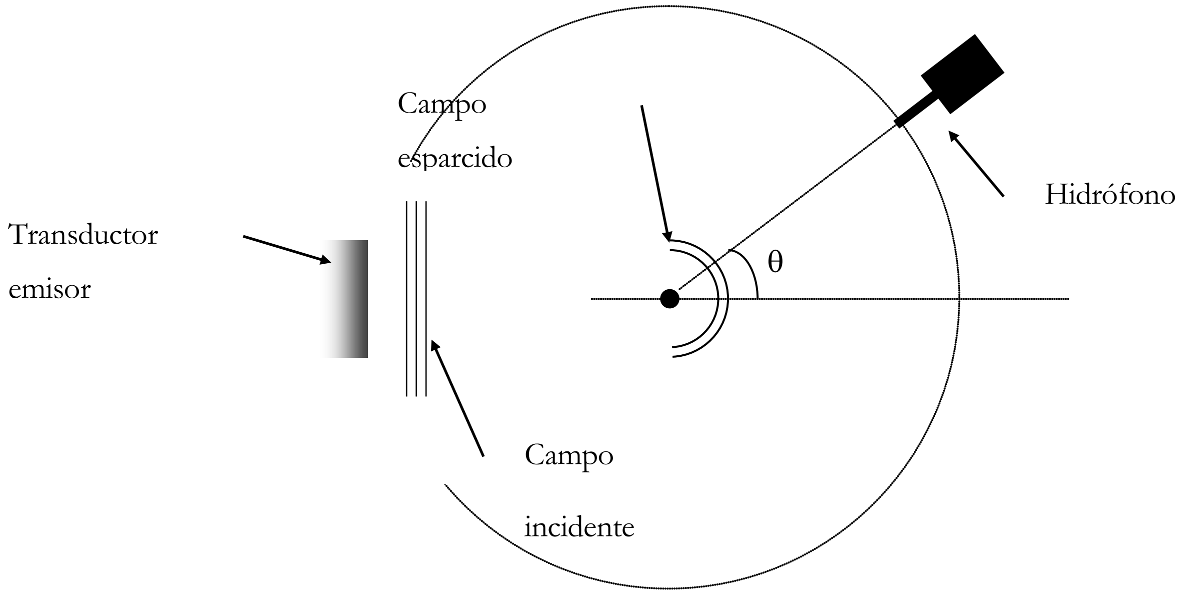
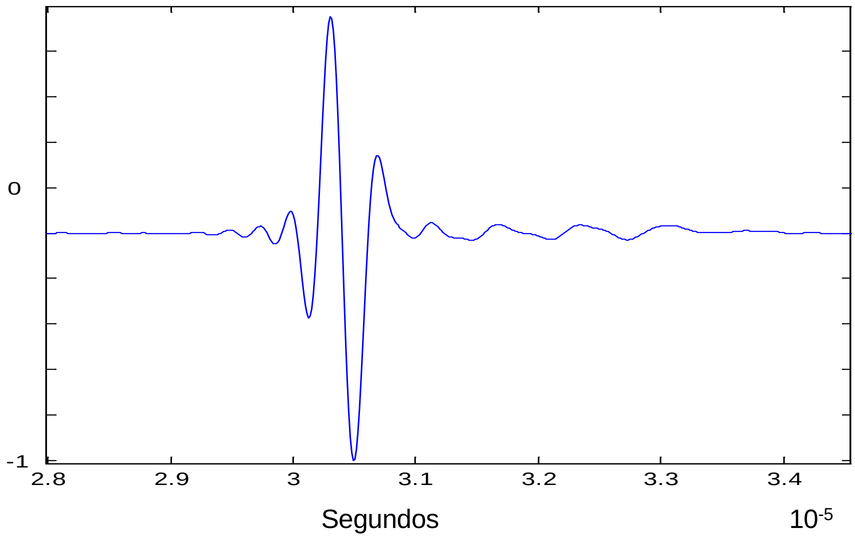



Figura 12 Diagrama experimental para la medida de la función forma

Configuración experimental para la determinación de la función sección forma de un dispersor cilíndrico recto metálico ubicado en el foco del transductor

En una primera instancia, se adquirieron las señales acústicas, en ausencia del elemento dispersor, para todas las posiciones donde se realizó la toma de señales esparcidas por el cilindro. Estas medidas se realizaron para poder diferenciar la señal debida al propio scattering que produce el elemento dispersor, de la posible superposición de la señal que llega en forma directa. (Recordemos que el ancho del haz de campo ultrasónico producido por un transductor plano es del orden del tamaño de la cerámica piezoeléctrica que lo produce)

La señal de referencia tiene una duración temporal que no se extiende mas allá de 2 microsegundos; presentando una frecuencia central de 2,25 MHz (figuras 13 superior e inferior)



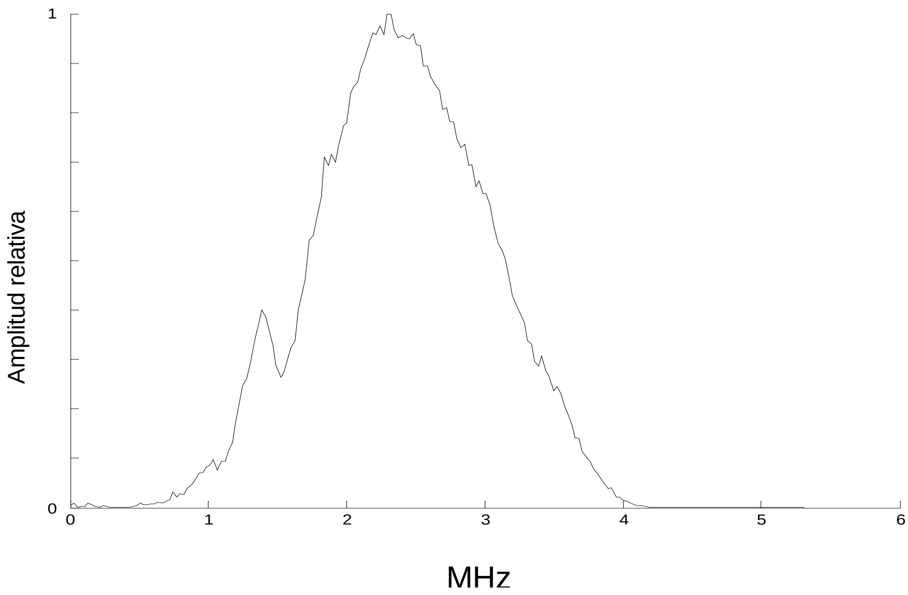




Figura 13 Pulso incidente A.-scan y espectro

Medida experimental del pulso incidente o pulso de entrada que sonificará al cilindro metálico dispersor. Señal acústica generado por un transductor piezoeléctrico de 2,25 MHz de frecuencia central cuando es excitado con un pulso eléctrico de 70 ns Superior :A-scan. Inferior: espectro de amplitud

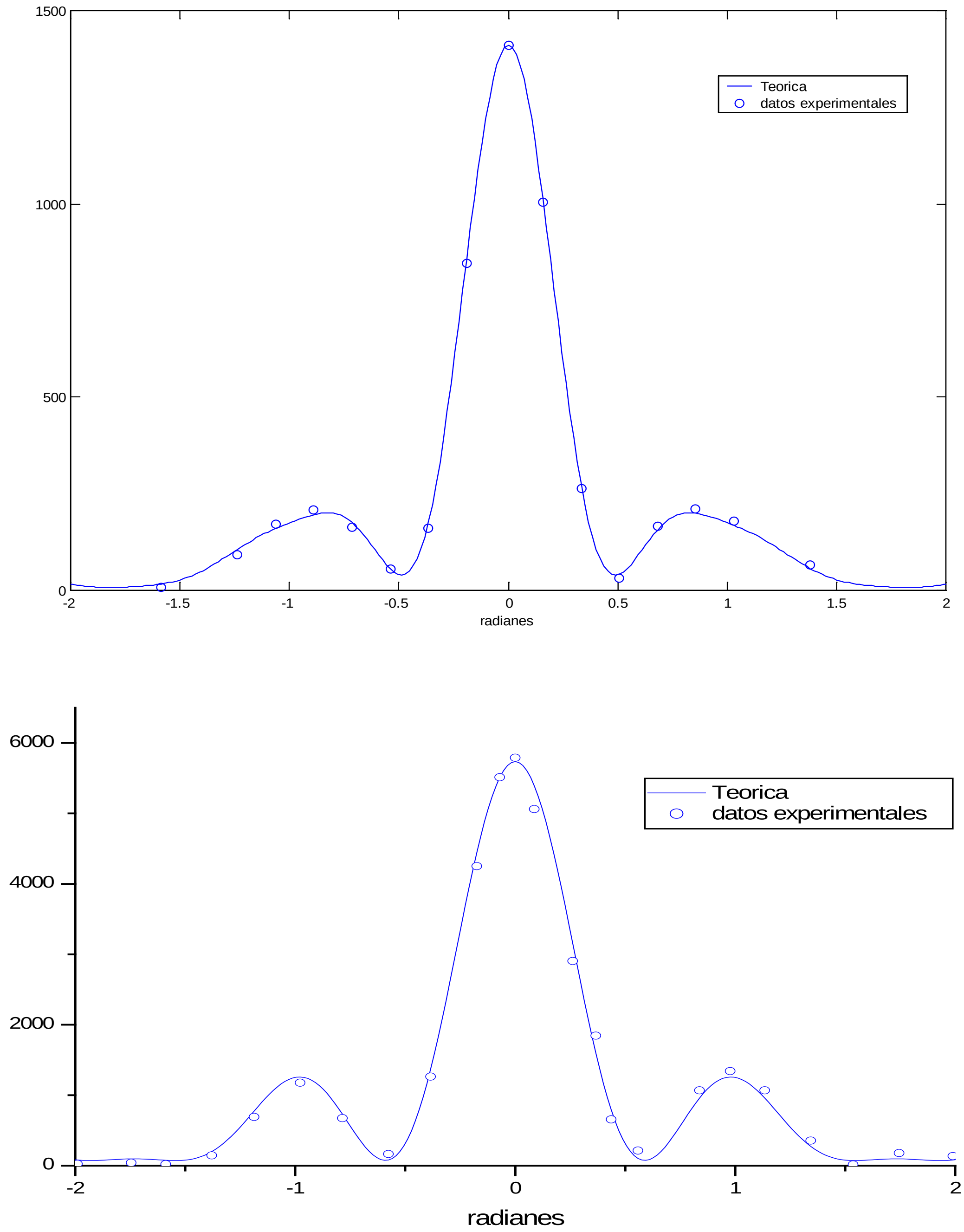



Figura 14 Función forma teórica y experimental

Superposición de las medidas experimentales de la función amplitud de scattering con el ajuste teórico. Cilindro de 0,6 mm de radio inmerso en agua sonificado a 2,25 MHz (superior) y 1,0 MHz (inferior)

Luego de obtener las señales esparcidas por el cilindro se realiza la razón entre los espectros de amplitud de dichas señales y la señal de referencia. Las medidas experimentales obtenidas muestran un total acuerdo con los resultados teóricos (ecuación 2) como se observa la figura 14. Esto nos permite, por otro lado, estar seguros de las diferentes hipótesis realizadas (atenuación despreciable, velocidad de agua constante)

### 2.2.3 *VARIACIÓN CON LA FRECUENCIA Y EL TAMAÑO*

Se realiza el análisis de la sección eficaz para diferentes frecuencias, tamaño de los dispersores y posición del receptor. El cálculo teórico se realiza a partir de la ecuación 7, teniendo en cuenta la expresión de la función forma (ecuación 84). El valor teórico se lo comparará con los valores experimentales obtenidos por la razón entre las intensidades, esparcida e incidente (en la dirección de ida $\theta = 0$), multiplicada por el cuadrado de la distancia al receptor (ecuación 2). La tabla 4 muestra los diferentes valores de $ka$ para las configuraciones experimentales analizadas

| **a** (mm) | **ka** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Agua** | | | **Agua salina** | | |
| | **1 MHz** | **2,25 MHz** | **5,0 MHz** | **1 MHz** | **2,25 MHz** | **5,0 MHz** |
| **0.3** | 1,257 | 2,827 | 6,285 | 1,232 | 2,770 | 6,158 |
| **0.6** | 2,514 | 5,656 | 12,57 | 2,463 | 5,541 | 12,31 |
| **1.2** | 5,028 | 11,313 | 25,14 | 4,926 | 11,084 | 24,63 |
| **a** (mm) | **ka** | | | | | |
| | **Aceite** | | | **Glicerina** | | |
| | **1 MHz** | **2,25 MHz** | **5,0 MHz** | **1 MHz** | **2,25 MHz** | **5,0 MHz** |
| **0.3** | 1,109 | 2,49 | 5,546 | 0,969 | 2,180 | 4,845 |
| **0.6** | 2,218 | 4,99 | 11,05 | 1,938 | 4,360 | 9,690 |
| **1.2** | 4,436 | 9,98 | 22,18 | 3,876 | 8,720 | 19,38 |

Tabla 4 Valores de los $ka$ utilizados

Radios de los cilindros y valores de los ka para los diferentes medios y frecuencias estudiadas

Los valores experimentales mostrados en las figuras 15 y 16 se adquirieron trabajando en transmisión y ubicando tanto al emisor y al receptor a unos 10 cm del elemento dispersor.

Los resultados para las medidas realizadas con frecuencia mayores a 10,0 MHz, no se muestran, debido a que se observó una diferencia apreciable entre los valores teóricos y experimentales. La causa de esa diferencia es que, a esas frecuencias, las medidas son muy sensibles a la orientación del cilindro dispersor.

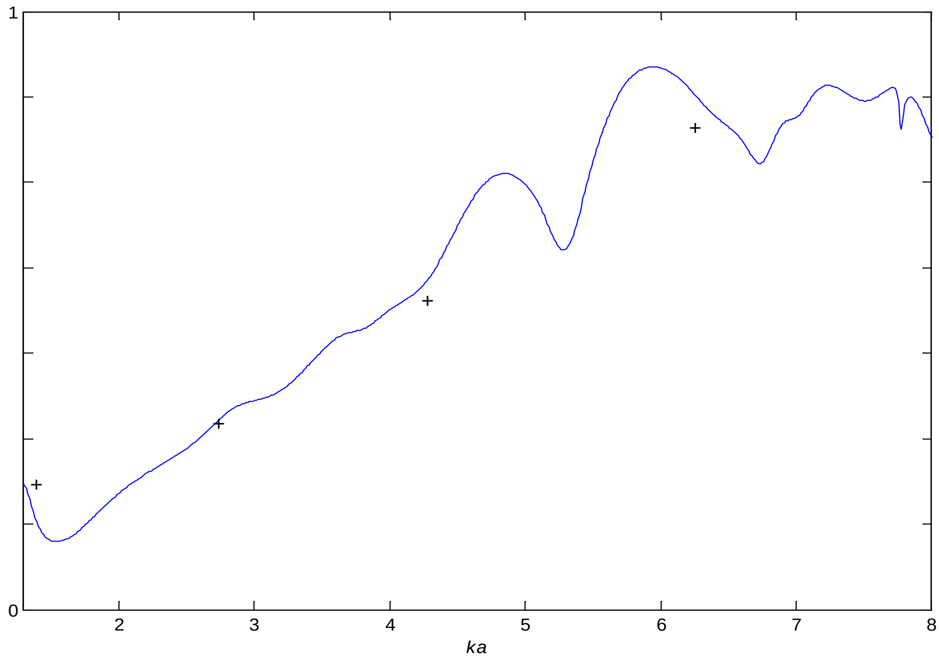
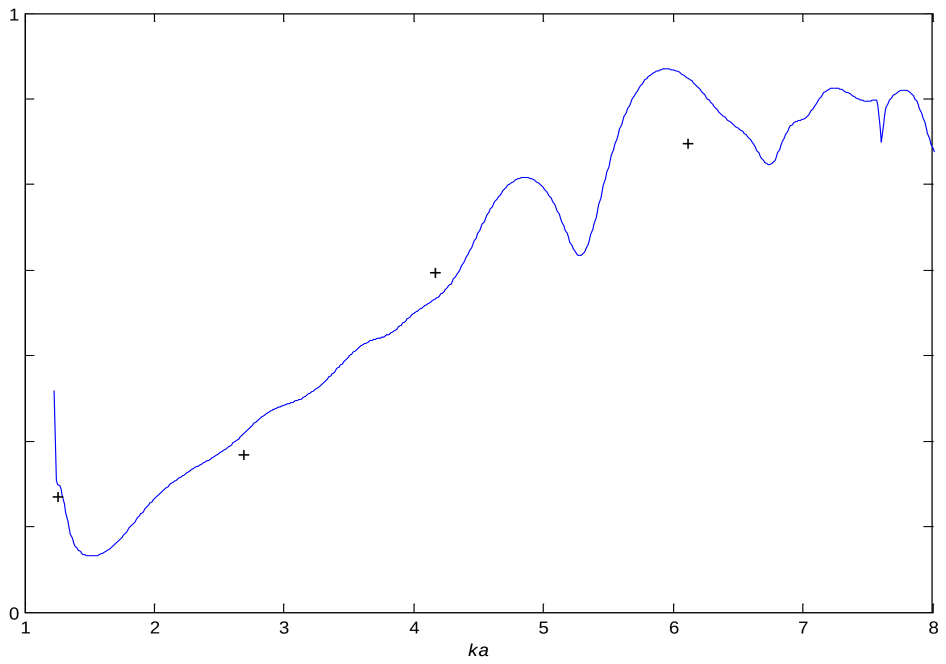



Figura 15 Sección eficaz total de scattering

Sección eficaz total normalizada con 4 radios del cilindro dispersor (a=0,3 mm.). Línea continua: curva teórica, cruz (+): valores experimentales para 1,0, 2,25, 3,5, y 5,0 MHZ. Frecuencias de trabajo. Distancia al transductor emisor: 0,10 metros. Distancia del micro hidrófono receptor: 0,10 m. Medio de propagación: agua



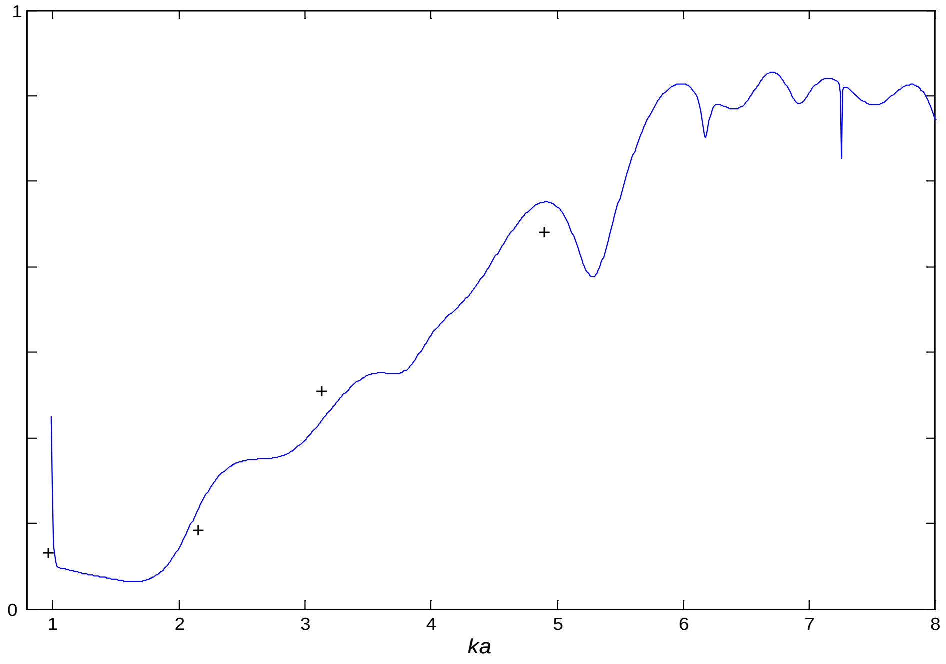




Figura 16 Sección eficaz total de scattering

Sección eficaz total normalizada con 4 radios del cilindro dispersor (a=0,3 mm.).. Línea continua: curva teórica, cruz (+): valores experimentales para 1,0, 2,25, 3,5, y 5,0 MHZ. Frecuencias de trabajo Distancia al transductor emisor: 0,10 metros. Distancia del micro hidrófono receptor: 0,10 m. Medio de propagación: agua en solución sobresaturada de sal (superior) y glicerina. (inferior)

Las medidas de la sección eficaz para varias posiciones del emisor se muestran en la figura 17, en la cual se evidencia un buen acuerdo entre la teoría y los valores experimentales.

Se puede observar que la sección eficaz experimental, para los diferentes valores de ka, no se ven modificadas por la longitud de los cilindros dispersores (23 cm). Es decir, si la longitud efectiva del cilindro es mucho mayor que el diámetro de la primera zona de Fresnel puede ser considerado infinitamente largo [27] Las pequeñas diferencias de los valores en general puede atribuirse a la perdida de alineación del micro hidrófono al ser trasladado.

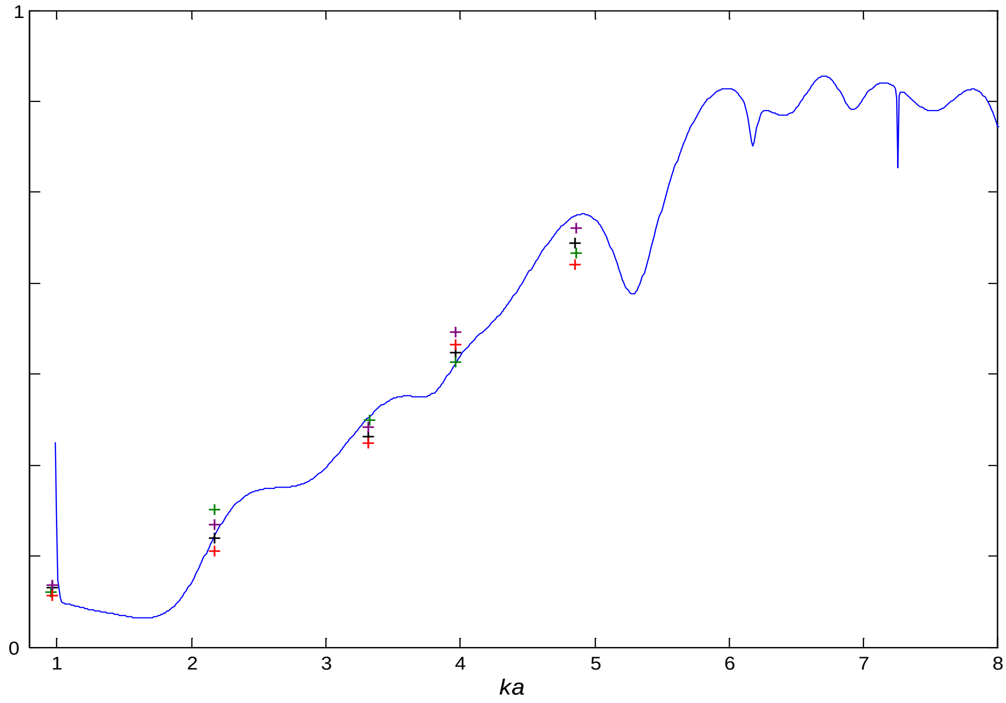



Figura 17 Influencia del la longitud del dispersor en la sección eficaz

Sección eficaz total normalizada con 4 radios del cilindro dispersor (a=0,3 mm.). Línea continua: curva teórica, cruz (+): valores experimentales para diferentes posiciones del micro hidrófono: 0,10 m (negro), 0,15 m (verde), 0,20 m (rojo) y 0,25 m (violeta) La velocidad del medio de propagación, glicerina, es 1,904 mm/µs; radios de los cilindros analizados 0,3 mm.

En las figuras 15, 16 y 17 se observa claramente que luego del régimen de bajas frecuencias (régimen de Rayleigh) la curva presenta fluctuaciones. Los picos y valles que presenta la función amplitud de scattering se originan, ambos, en la resonancia del cilindro debido a las propiedades elásticas (En el apéndice C se muestra la presentación tradicional de la presión esparcida cuando se considera las propiedades elásticas del dispersor). Esto hace que la amplitud de scattering se deba a la contribución elástica y rígida:

$$f(\theta) = f_{rig}(\theta) + f_{res}(\theta)$$

La contribución rígida $f_{rig}(\theta)$ es la respuesta de un objeto perfectamente impenetrable, mientras que el término elástico $f_{res}(\theta)$ se relaciona con las resonancias ligadas a la geometría y elasticidad del cilindro. Esto nos permite expresar a la sección eficaz total como suma de tres términos

$$\sigma = \sigma_{rig} + \sigma_{res} + 2\Re\left\{\int f^{*}_{rig}(\theta) f_{res}(\theta) d\theta\right\} \qquad \text{Ec. 85}$$

La sección total rígida $\sigma_{rig}$ crece monoticamente con la frecuencia y tiende al diámetro del cilindro, mientras que $\sigma_{res}$ presenta una serie de picos a las frecuencias de resonancias. La sección total eficaz no es la mera suma de $\sigma_{rig}$ y $\sigma_{res}$ sino que también interviene el tercer termino de la ecuación anterior, él denota la interferencia entre la contribución rígida y resonante. A él se le debe los valles que presenta la sección eficaz total [1] [3] [4] [28]. Debido a esto se elige trabajar lejos de las zonas de resonancias, lo que seria la zona de Rayleigh

## DISCUSIÓN

*El total acuerdo existente entre la función forma teórica y la experimental, junto con la concordancia de los valores experimentales de la sección eficaz total tomados a diferentes profundidades demuestra la validez de la hipótesis de despreciar* *los efectos de atenuación del medio y tener una base sustentable para la determinación de los demás parámetros de scattering.*

*Se mostró la influencia de las propiedades elásticas del dispersor sobre la sección eficaz total evidenciando la conveniencia de trabajar en la zona de Rayleigh para el análisis del scattering simple*

## 2.3 DEPENDENCIA DEL PULSO BALÍSTICO CON LA FRACCIÓN DE VOLUMEN DE DISPERSORES

Se investigó experimentalmente la dependencia de la fracción de volumen de dispersores[6] (razón entre el volumen de dispersores presentes y el volumen de la muestra) con el pulso balístico utilizando ondas ultrasónicas pulsadas. Mediante técnicas estadísticas podemos encontrar el pulso balístico débil incluso cuando se halla inmerso en una señal incoherente debida al scattering múltiple del sonido.

La onda transmitida a través de una muestra contiene dos componentes: un pulso balístico coherente, de amplitud pequeña, que consiste en la onda no esparcida (parte delantera de la señal) y una componente esparcida. Esta última se sobrepone al pulso balístico, se extiende más tiempo y es progresivamente mayor a medida que aumenta la profundidad de la muestra que provoca el scattering.

Para extraer el pulso balístico coherente de la dominante onda esparcida nos basamos en el hecho de que el pulso balístico es coherente, espacial y temporalmente con el pulso incidente. En contraste, las ondas esparcidas llegan incoherentemente al detector debido a las diferentes longitudes de camino que realizan a través de la muestra y las diferentes diferencias de fase que experimentan originadas en el proceso de scattering.

[6] Notemos que dada la configuración de las muestras y la longitud infinita de los cilindros hace que el análisis sea bidimensional y no existe diferencia al referirse a la concentración superficial y a la fracción de volumen.

Las propiedades de los materiales utilizados en las muestras y las del medio están descriptas en las tablas 1 y 2 respectivamente. El medio de propagación y el elemento dispersor presentan una desigualdad muy grande en la impedancia acústica r v dado que la velocidad de sonido en el fluido, en el caso del agua, es 1,49 mm /ms y su densidad es 1,00x$10^3$ kg/$m^3$, mientras la velocidad longitudinal en el cobre es 5,0 mm/ms, la velocidad transversal en el cobre es 2,2 mm/ms, y la densidad es 8,90 x$10^3$ kg/$m^3$

Las muestras estudiadas (cilindros de cobre de 0,3 mm de radio, distribuidos en forma aleatoria, manteniendo sus ejes axiales paralelos) presentan un ancho máximo de 66,5 y 31 mm para las fracciones de volumen de 0,11 y 0,45, que corresponden aproximadamente a 111 y 52 veces los diámetros de los cilindros, respectivamente.

Las medidas se realizaron en una cuba con medios de propagación líquidos para proporcionar acoplamiento eficaz entre los transductores ultrasónicos y las muestras. Se utilizó un transductor ultrasónico cuya frecuencia central es de 2,25 MHz para generar el pulso incidente y un micro hidrófono[7] para recibir la señal transmitida a través de la muestra (longitud de onda de 2,2 veces el radio del cilindro). Ambos, emisor y receptor, se alinearon a lo largo de un eje común con la muestra interpuesta entre ellos (ubicada en el campo lejano del transductor)

Puesto que el micro hidrófono detecta el campo instantáneo, para cancelar la fluctuación aleatoria de fase de la onda esparcida debida a la fluctuación aleatoria originada por la electrónica, realizamos un promedio sobre cada una

[7] Se evita así las posibles cancelaciones de fase en la cara anterior si el detector fuera un transductor con una cerámica piezoeléctrica plana. Se considera un receptor puntual dado que el tamaño de la superficie receptora es más pequeño que la longitud de onda ultrasónica incidente a la muestra.

de las señales[8]. Este promedio se realiza manteniendo fijas las posiciones de los transductores (emisor y receptor) y la profundidad de la muestra.

Para obtener la componente coherente del sonido transmitido, se realiza un promedio sobre diferentes realizaciones. Para ello se mantiene constante la ubicación y la profundidad de la muestra, modificándose las posiciónes del transductor emisor y del receptor (manteniendose las posiciones relativas ente ambos) dentro del haz de sonido.

El ancho de dicho haz es previamente determinado por el método de Schlierin, en ausencia de la muestra a analizar, para las diferentes profundidades de trabajo [30].

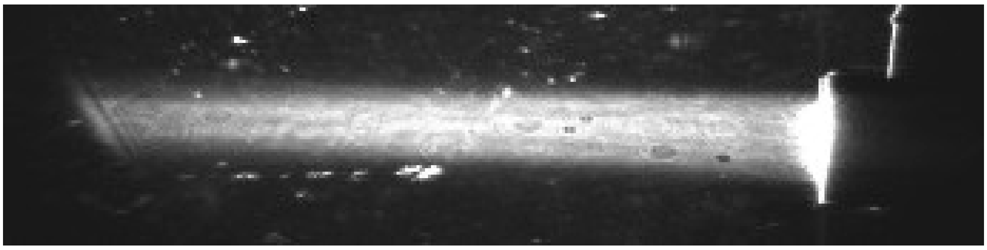


Figura 18 Campo ultrasónico (método de Schlierin)

Campo de radiación del transductor emisor Panametric V-306, frecuencia central 2,25 MHz y radio 9 mm utilizado en la experiencia.

El promedio sobre muchas realizaciones del pulso transmitido, es un promedio sobre muchos conjuntos ("*ensembles*") diferentes de dispersores, $\left\langle \Psi(\vec{r}) \right\rangle$ y proporciona la cancelación de la componente esparcida del sonido transmitido, como se muestra en las figuras 19 y 20.

En la parte superior de dichas figuras se observan la superposición de los campos detectados para varios conjuntos diferentes de dispersores, a dos fracciones de volumen de dispersores.

[8] Se realizan un máximo de 99 promedios previamente a adquirir una señal

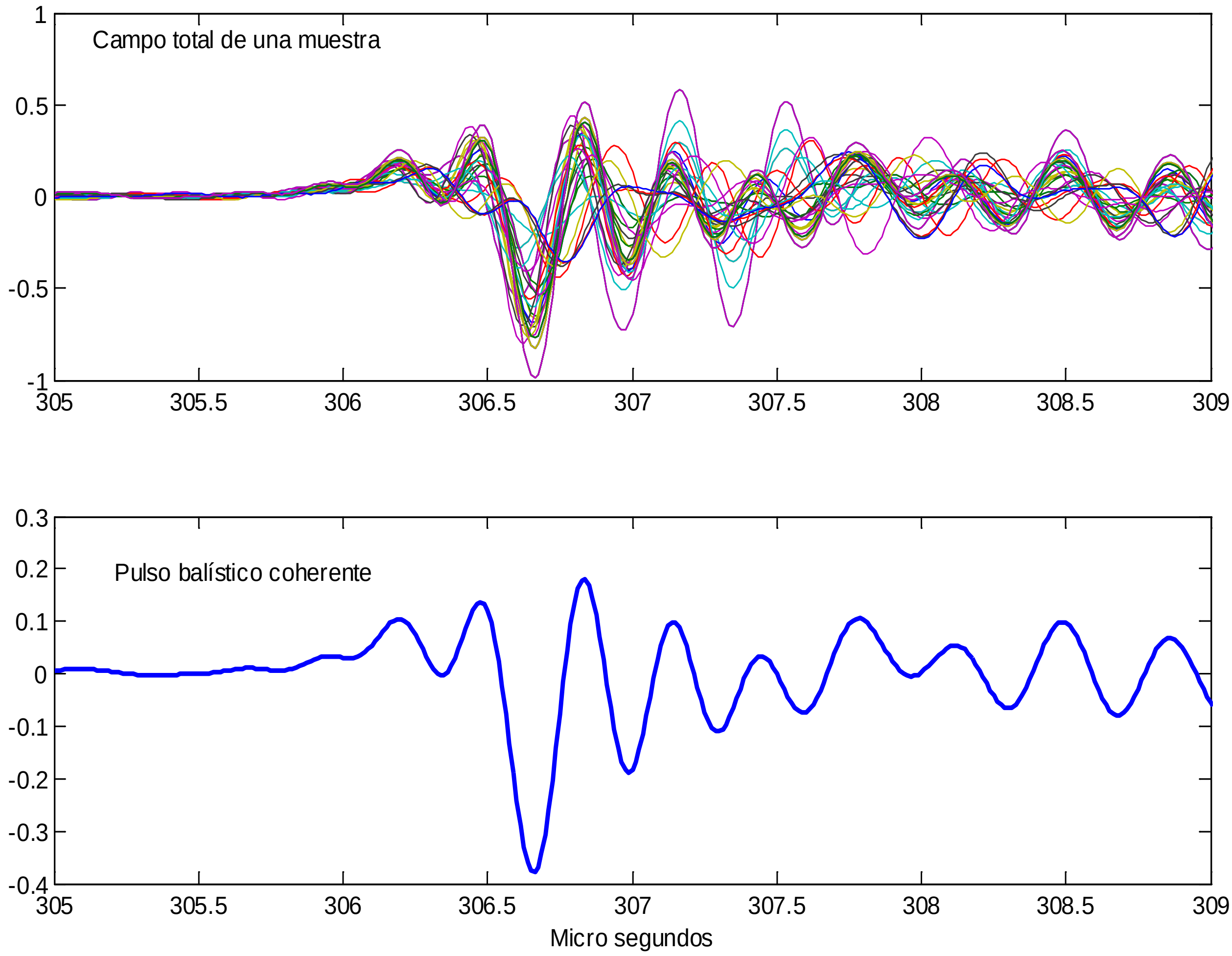



Figura 19 Conjunto de señales transmitidas y su campo coherente $\phi$=0,45

Forma de onda transmitida a través de una muestra de fracción de volumen 0,11. Se muestra el campo total dado por la superposición de las señales incoherentes. El pulso balístico es extraído a partir del promedio del campo total sobre un número de 147 configuraciones. La frecuencia central del pulso es de 2,25 MHz y la muestra presenta una profundidad de 66,5 mm. ($\ell$ = 1,70 mm)

A la fracción de volumen más baja, $f$ = 0,11, donde el scattering es más débil, $\ell$ = 1,70 mm, se evidencia que la componente coherente del campo puede ser vista claramente (figura 19 superior), como una fracción sustancial del campo detectado a los inicios de la señal (los primeros seis o siete oscilaciones del pulso llegan en fase para cada conjunto). Así la señal balística coherente es extraída por un promedio de la señal transmitida de más de 100 realizaciones de las configuraciones.

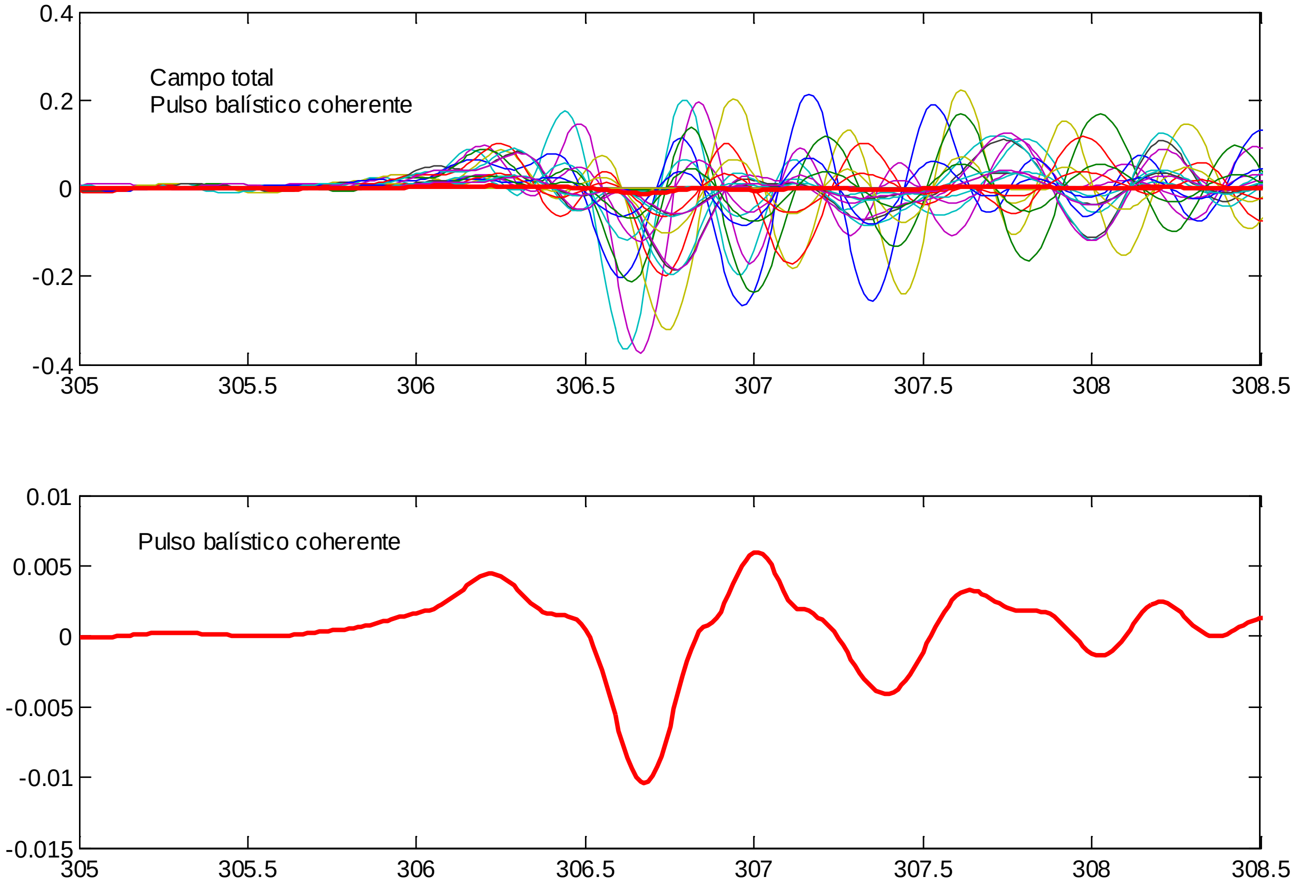



Figura 20 Conjunto de señales transmitidas y su campo coherente $\phi$=0,45

Forma de onda transmitida a través de una muestra de fracción de volumen 0,45. Se muestra el campo total dado por la superposición de las señales incoherentes. El pulso balístico es extraído a partir del promedio del campo total sobre un número de 147 configuraciones. La frecuencia central del pulso es de 2,25 MHz y la muestra presenta una profundidad de 31 mm. ($\ell$ = 0,84 mm)

Cuando la fracción de volumen se aumenta a $f = 0{,}45$, se pone de manifiesto el poder de la técnica de promediar las diferentes configuraciones. Como resultado del incremento de esparcidores, la amplitud relativa balística del sonido esparcido disminuye y la componente coherente aparentemente no se observa en la figura 20 (superior); sin embargo, después de promediar el campo de un conjunto, que de nuevo se realiza con más de 100 configuraciones, los campos esparcidos se eliminan eficazmente y la pequeña señal balística surge claramente con una aceptable relación de señal-ruido.

Todos estos experimentos se realizaron tomando como señal de entrada un pulso corto (70 ns de duración y una amplitud de 200 V), para que las frecuencias contenidas en él se extiendan sobre el espectro de frecuencia del transductor.

A medida que la señal penetra en la muestra, se va tornando cada vez más incoherente; presentando un aumento temporal y una disminución de la amplitud. Esto último se corresponde con la sobreposición de la componente esparcida al pulso balístico coherente.

A pequeñas profundidades, no más de seis veces la longitud de onda incidente, el pulso balístico transmitido conserva las componentes de frecuencia del pulso incidente. Esto se observa en la figura 21 (superior), donde la parte balística coherente de la señal puede distinguirse claramente del resto de la señal (además, presenta una débil contribución de las componentes de scattering en la dirección de la onda incidente). No se observa el mismo fenómeno a una profundidad mayor, figura 21 (inferior). Se evidencia el crecimiento de la parte incoherente de la señal perdiéndose totalmente la rúbrica del pulso balístico.

Una vez digitalizado el pulso incidente y el pulso balístico transmitido, se compararon los espectros de amplitud de los pulsos (transforma rápida de Fourier, FFT).

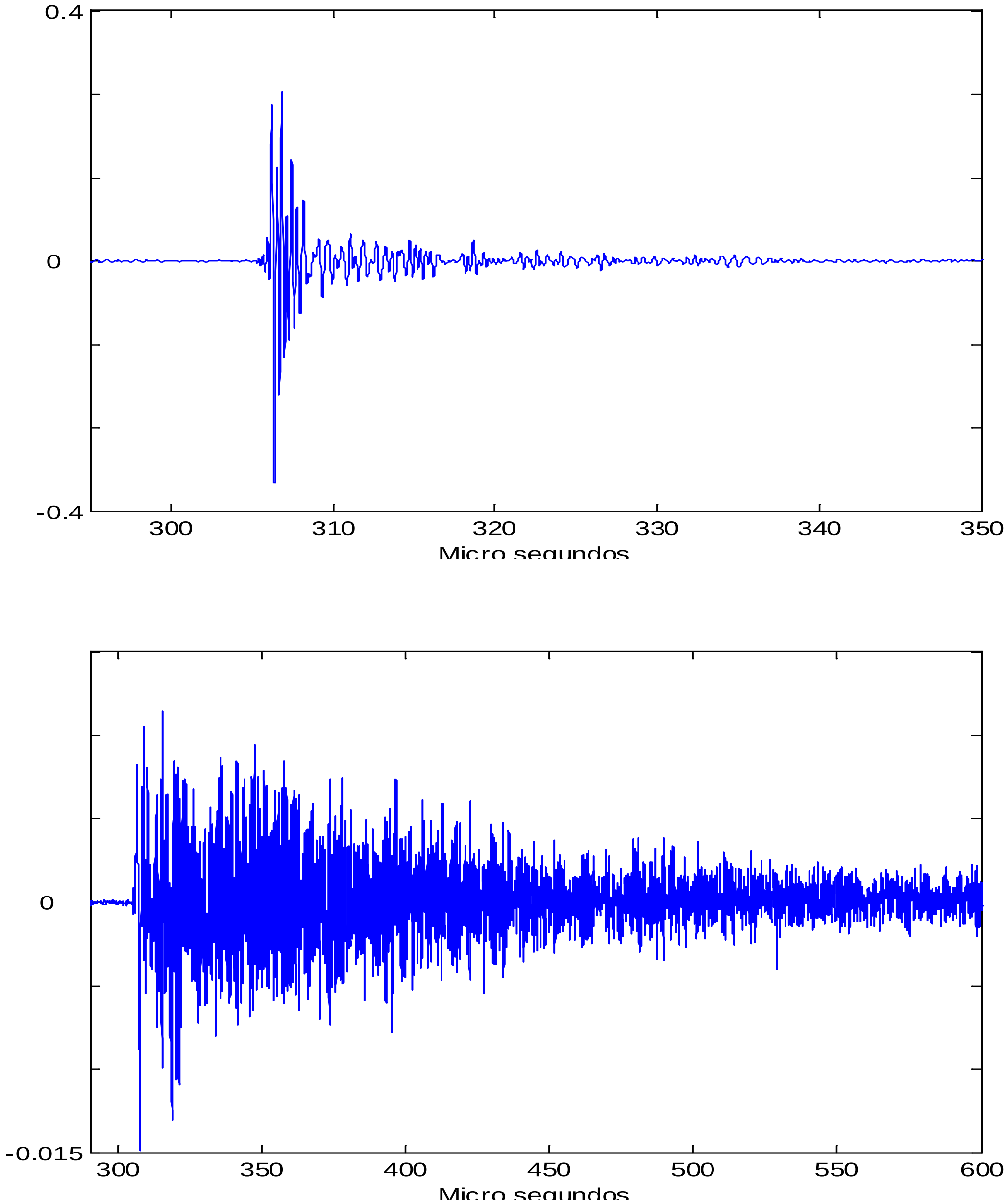
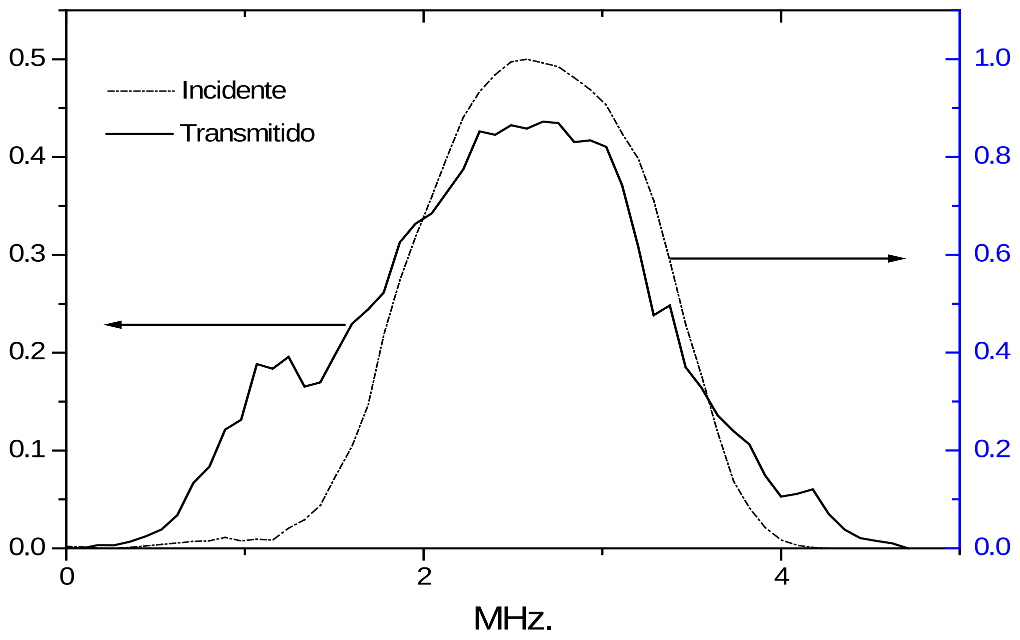



Figura 21 Señal transmitida a z=1,6 y z=12 mm

Forma de onda transmitida a través de una muestra de fracción de volumen 0,45. Se muestra el campo coherente dado por la superposición de las señales. El pulso balístico es extraído a partir del promedio del campo total sobre un número de 147 configuraciones. La frecuencia central del pulso es de 2,25 MHz La muestra presenta una profundidad de 1,6 mm. (superior) y de 12 mm (inferior). Se observa que a mayor profundidad un aumento temporal notorio de la señal y una disminución en amplitud (referida al pulso incidente).



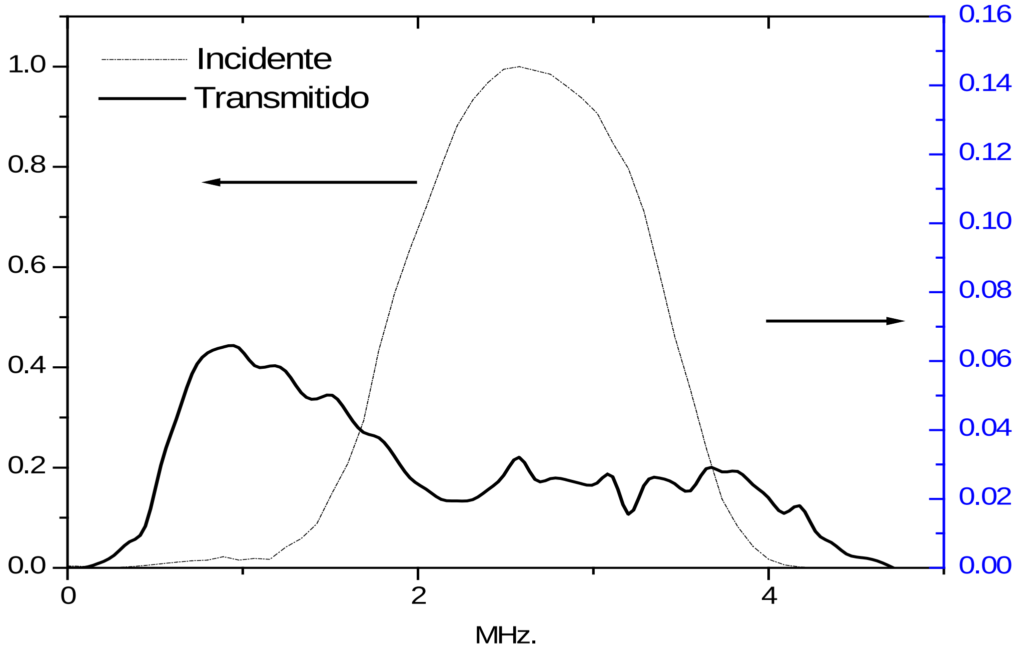




Figura 22 FFT para la señal incidente y la transmitida

Transformada rápida de Fourier (FFT) para el pulso incidente a la muestra y el pulso balístico transmitido a través de la muestra con una f = 0.45 y a una profundidad de z = 1,6 mm (superior) y z = 12 mm (inferior)

Se puede observar (figura 22 superior) que la tercera parte de la energía incidente continúa propagándose en forma coherente y además se conservan las frecuencias del pulso incidente [13]. A medida que avanza el campo en la muestra, $z$ =12 mm se evidencia que el espectro de la señal que sufre scattering presenta un valle pronunciado entorno de la frecuencia central de la señal incidente (figura 22 inferior).

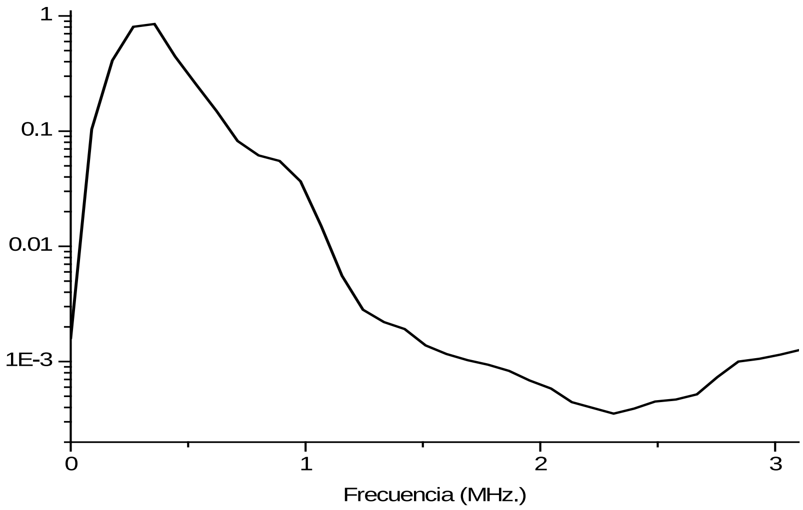



Figura 23 Razón de las FFT

Razón entre las FFT de la señal transmitida y el pulso incidente, presenta un mínimo profundo cerca de los 2,5 MHz evidenciando un fuerte scattering

La razón entre los espectros de amplitud de la señal transmitida a $z$ = 12 mm y el correspondiente al pulso incidente (figura 23) presenta características que nos permite evidenciar la pérdida de la frecuencia fundamental del pulso incidente. Ello es debido la pérdida de energía coherente y el aumento de la incoherente por el scattering presente.

A frecuencias bajas, la proporción tiende a la unidad y eso muestra que hay una atenuación debida al scattering muy pequeña del pulso balístico, (se corresponde con el extremo final, en frecuencia, de un régimen débil esparcidor de Rayleigh). Sin embargo, cuando la frecuencia aumenta por encima de 0,9 MHz, la razón cae rápidamente y alcanza un mínimo profundo a aproximadamente 2,25 MHz como resultado de un fuerte scattering del pulso acústico en la muestra.

Esta razón da la reducción frecuencia-dependiente en la intensidad transmitida de la señal balística. Es un método para determinar el libre recorrido medio elástico, $\ell$ , para un espesor dado y $\phi$ dado utilizando

$$\frac{E}{E_0} \propto e^{-L/\ell}$$

donde $E$ es la energía transmitida, $E_0$ es la energía incidente, y $L$ es el espesor de la muestra.

## DISCUSIÓN

*Se evidenció que tanto un aumento en la fracción de volumen como un aumento de la profundidad de la muestra conllevan a fenómenos de scattering similares que se resumen en una señal transmitida con un débil campo coherente y una fuerte presencia de componentes de alto orden de scattering.*

*Se mostró que el promediar en ensambles hace emerger claramente el campo coherente de la señal transmitida aun cuando el frente balístico no es claramente visible en una simple realización. Además se evidenció que para el caso de scattering simple un tercio de la energía se continúa propagándose en forma coherente*

## 2.4 LIBRE RECORRIDO MEDIO ELÁSTICO $\ell$

### 2.4.1 *COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN*

La figura 24 exhibe la configuración básica experimental para la medida del coeficiente de transmisión en intensidad y del libre recorrido medio elástico de un pulso ultrasónico que atraviesa un medio. En ella vemos a dos transductores de inmersión (uno emisor y el otro receptor) alineados en sus ejes axiales, ejes perpendiculares a las caras emisora y receptora.

El pulso acústico producido por el transductor emisor se propaga en el medio de propagación y llega al micro hidrófono receptor luego de viajar a través de la muestra.

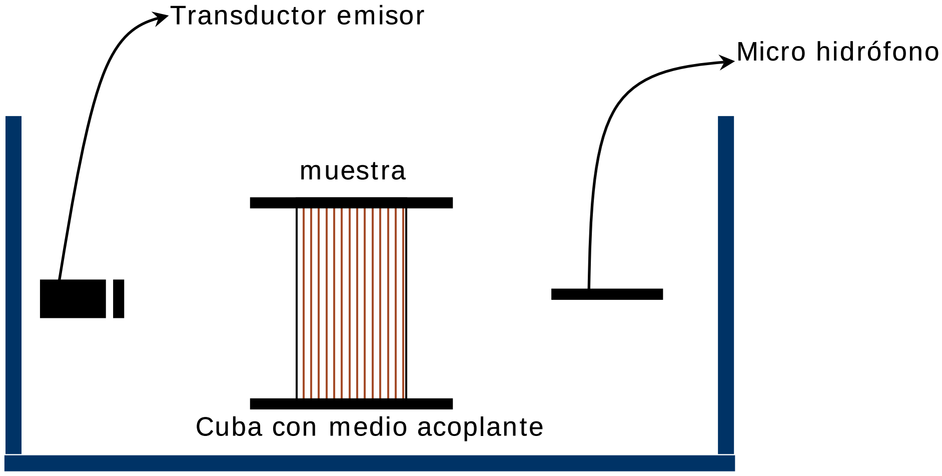



Figura 24 Configuración experimental (método de transmisión)

Se observa la muestra interpuesta ente los transductores alineados por sus ejes axiales.

La muestra debe estar alineada con los ejes de los transductores emisor y receptor, es decir, la superficie donde incide el pulso acústico de entrada debe estar paralela al plano que contiene la superficie emisora del transductor emisor. Para lograr este paralelismo se optimizó la señal reflejada en una superficie reflectora metálica adosada a la cara anterior de la muestra. Esta señal se origina en el transductor emisor trabajando, aquí, en modo pulso-eco[9]

#### **2.4.1.1** *MARCO TEÓRICO*

Aquí se evidenciará la dependencia exponencial del coeficiente de atenuación total con la profundidad de la muestra y la relación del coeficiente de transmisión con el espectro de intensidad.

En forma general podemos utilizar a $U_1(t)$ para designar al pulso emitido por el transductor. Basado en el principio de superposición y en la linealidad del sistema, podemos representar a $U_1(t)$ mediante la transformada de Fourier por

$$U_1(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U_1(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad \text{Ec. 86}$$

donde $U_1(\omega)$ es la transformada de Fourier de $U_1(t)$ y viene dado por

$$U_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_1(t)e^{-j\omega t}d\omega \qquad \text{Ec. 87}$$

La función espectral del pulso transmitido a través de la muestra puede ser expresada mediante

$$U_{2S}(\omega) = A_1(\omega)e^{[(-\alpha_M - j\kappa_M)L_1]}T_1e^{[(-\alpha - j\kappa)L]}T_2e^{[(-\alpha_M - j\kappa_M)L_2]}A_2(\omega)U_1(\omega) \qquad \text{Ec. 88}$$

donde

$A_1(\omega)$ es la respuesta espectral del transductor en modo emisor

[9] El modo pulso-eco también llamado ecográfico o emisor-receptor, se caracteriza por ser el mismo transductor que emite y recibe.

$A_2(\omega)$ es la respuesta espectral del transductor en modo receptor

$\alpha_M$ es el coeficiente de atenuación del medio de propagación

$\alpha$ es el coeficiente de atenuación de la muestra

$\kappa_M$ es la constante de propagación del medio de propagación

$\kappa$ es la constante de propagación de la muestra

$L_1$ es la distancia del transductor a la cara anterior de la muestra

$L$ es el ancho de la muestra

$L_2$ es la distancia de la cara posterior de la muestra al micro hidrófono

$T_1$ es el coeficiente de transmisión de la frontera medio de propagación-muestra

$T_2$ es el coeficiente de transmisión de la frontera muestra-medio de propagación

La función espectral anterior es normalizada con la función espectral del pulso transmitido sin la muestra. Si no hay muestra en el medio de propagación, la función espectral viene dada por

$$U_w(\omega) = A_1(\omega) e^{[(-\alpha_M - j\kappa_M)(L_1 + L + L_2)]} A_2(\omega) U_1(\omega) \qquad \text{Ec. 89}$$

Cuando normalizamos obtenemos

$$U_N(\omega) = e^{[(-\alpha + \alpha_M - j\kappa + j\kappa_M)L]} T_1 T_2 \qquad \text{Ec. 90}$$

donde los coeficientes de transmisión se encuentran relacionados con el coeficiente de reflexión medio de propagación-especimen mediante:

$$T_1 T_2 = 1 - R^2$$

Asumiendo que los coeficientes de transmisión son idénticos la ecuación 90 muestra un decaimiento exponencial en la función espectral normalizada.

El método empleado para determinar experimentalmente el coeficiente de transmisión en intensidad, consiste en emitir un pulso ultrasonoro, generado por un transductor piezoeléctrico y la recepción es con un micro hidrófono.

El coeficiente de transmisión en intensidad, $T$ , se determina por la razón de los espectros en intensidad en el ancho de banda de interés, de la señal que ha sido esparcida y la señal que se recepciona sin la muestra (pulso acústico incidente o de entrada a la muestra).

$$T = \frac{I_m}{I_i} \qquad \text{Ec. 91}$$

Donde $I_m$ es el espectro en intensidad de la señal que ha atravesado la muestra y $I_i$ es espectro en intensidad de la señal sin interponer la muestra (señal de referencia). A partir del coeficiente de transmisión se determina el libre recorrido medio elástico de la onda ultrasónica en el medio.

Como ya se vio, los modelos teóricos del scattering aportan que, el coeficiente de transmisión en amplitud se ajusta con una exponencial; dependiendo el coeficiente de la exponencial del tipo de scattering, simple o múltiple, ecuaciones (39) y (47) respectivamente.

#### 2.4.1.2 *RESULTADOS EXPERIMENTALES*

Las señales son obtenidas mediante la técnica de transmisión; el setup experimental utilizado para la adquisición está representado en el siguiente diagrama de bloques.

La señal ultrasónica es generada por transductores piezoeléctricos planos, no focalizados (el ancho del haz en toda la longitud de trabajo no disminuye mas de un 10% del radio de la superficie emisora). En general se ha utilizado como receptor un hidrófono, pero en algunas experiencias se ha utilizado un transductor plano de frecuencia central próxima a la emisora, de forma tal que el ancho de banda fuera lo suficientemente grande para no perder ninguna frecuencia.

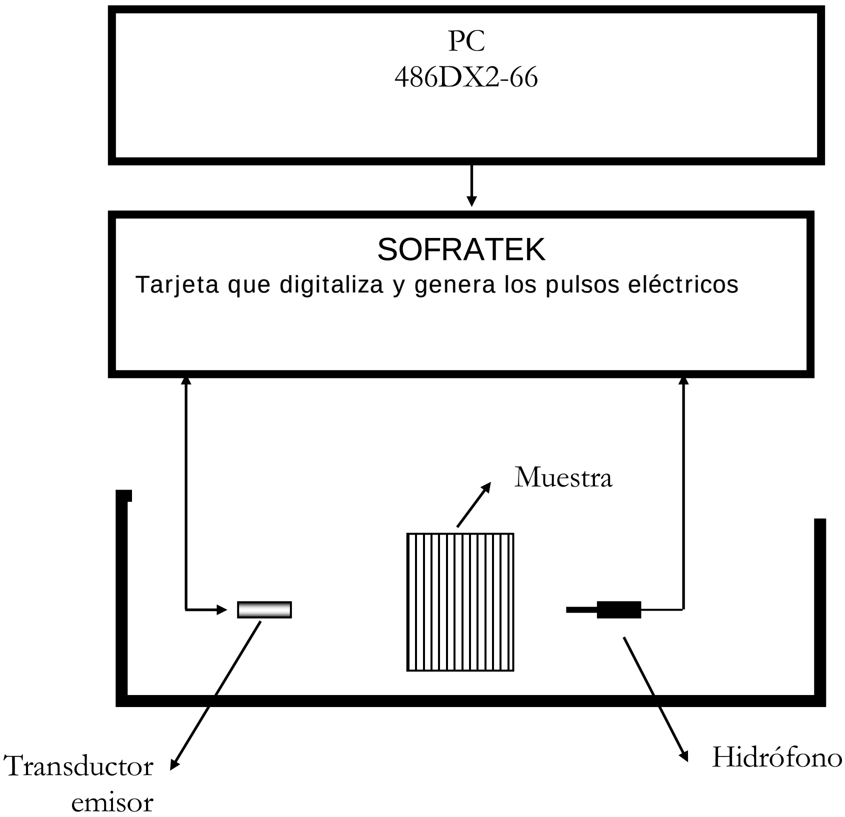
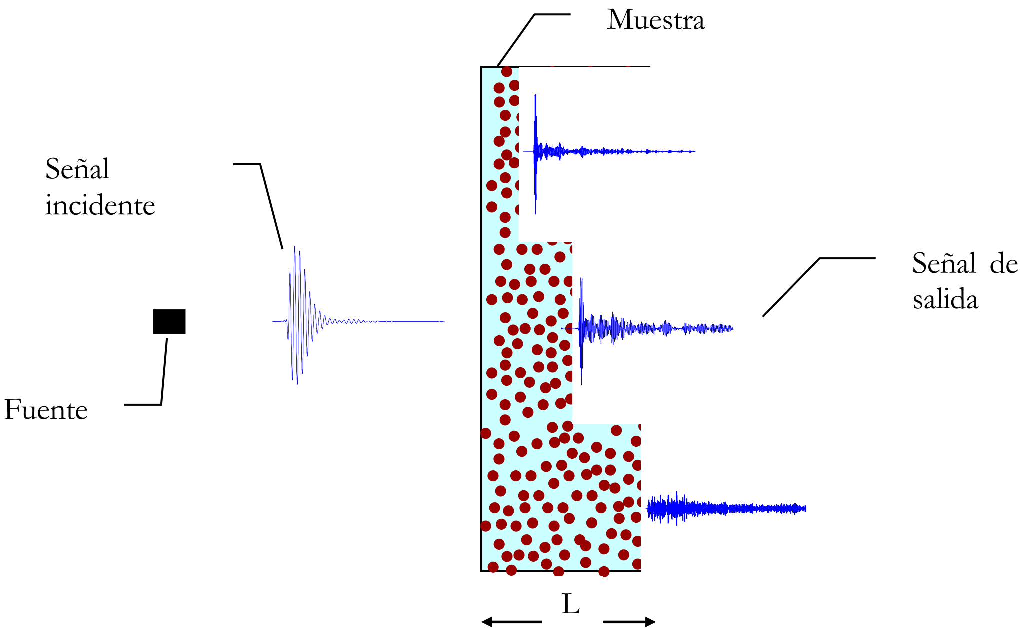



Figura 25 Diagrama de bloques para la transmisión

Diagrama de bloques para la determinación experimental del coeficiente de transmisión en amplitud

Tanto el hidrófono como el transductor emisor están montados en un sistema de posición que mediante motores paso a paso le permiten movimientos discretos en los tres ejes cartesianos con una precisión de 100 μm. Los motores están comandados desde el computador mediante un software desarrollado en el Laboratorio.

La muestra, tipo feta (*slab*), está formada por dispersores cilíndricos de cobre, distribuidos de tal forma que mantienen una densidad espacial constante y además permite variar la profundidad a analizar manteniendo las otras propiedades constantes. La modificación de la profundidad se realizó agregando o extrayendo los elementos dispersores en forma manual. La separación entre la muestra–transductor y muestra–hidrófono se mantuvo constante para todas las configuraciones estudiadas; de esa forma los efectos de la atenuación debida al medio de propagación se mantienen constantes, (ecuación 90)




Señales acústicas emergentes a las diferentes profundidades de la muestra. Se observa en muestras poco profundas que luego del pulso balístico arriban contribuciones de scattering debido a las fluctuaciones desde un elemento a otro, además hay una pérdida del pulso balístico con la profundidad.

Experimentalmente se midieron los campos a medida que se aumentó la profundidad de la muestra y el campo incidente a ella. A partir de ello se calculo el coeficiente de transmisión en intensidad por la razón (ec. 39)

$$T = \frac{\left|\left\langle \Psi(\vec{r}) \right\rangle\right|^2}{\left|\Psi_{inc}\right|^2}$$

donde $\Psi_{inc}$ es campo instantáneo incidente y $\left\langle \Psi(\vec{r}) \right\rangle$ es el campo coherente de la onda transmitida a través de la muestra. La medida del campo coherente se obtuvo para cada espesor de la muestra, promediando no menos de 100 señales; en todas ellas se ubicó al micro hidrófono receptor en posiciones, previamente determinadas, que contendría al haz de sonido[10] incidente sin muestra.

El modelo de scattering simple prevé un decrecimiento exponencial de la intensidad coherente transmitida en función de la profundidad de la muestran (ecuación 39 y 40).

$$T = e^{-z/\ell}$$

Para apreciar ese decaimiento en las señales, observamos la energía presente en cada señal transmitida por medio de la envolvente de la señal transmitida (figura 26).

A una profundidad de $z$ = 7,0 mm, por detrás del frente coherente, la señal acústica no se extiende significativamente. Por lo contrario, en la parte inferior de la figura 26 se observa a la señal emergente para la misma muestra pero a una profundidad de $z$ = 45mm; por detrás del frente coherente, la señal se extiende 78μs, (esa prolongación temporal se corresponde con una profundidad de la muestra de 117mm, asumiendo a $v = 1{,}5\,\mathrm{mm}/\mu s$).

[10] El ancho del haz de sonido se determinó por el método de Schlierin para cada transductor empleado

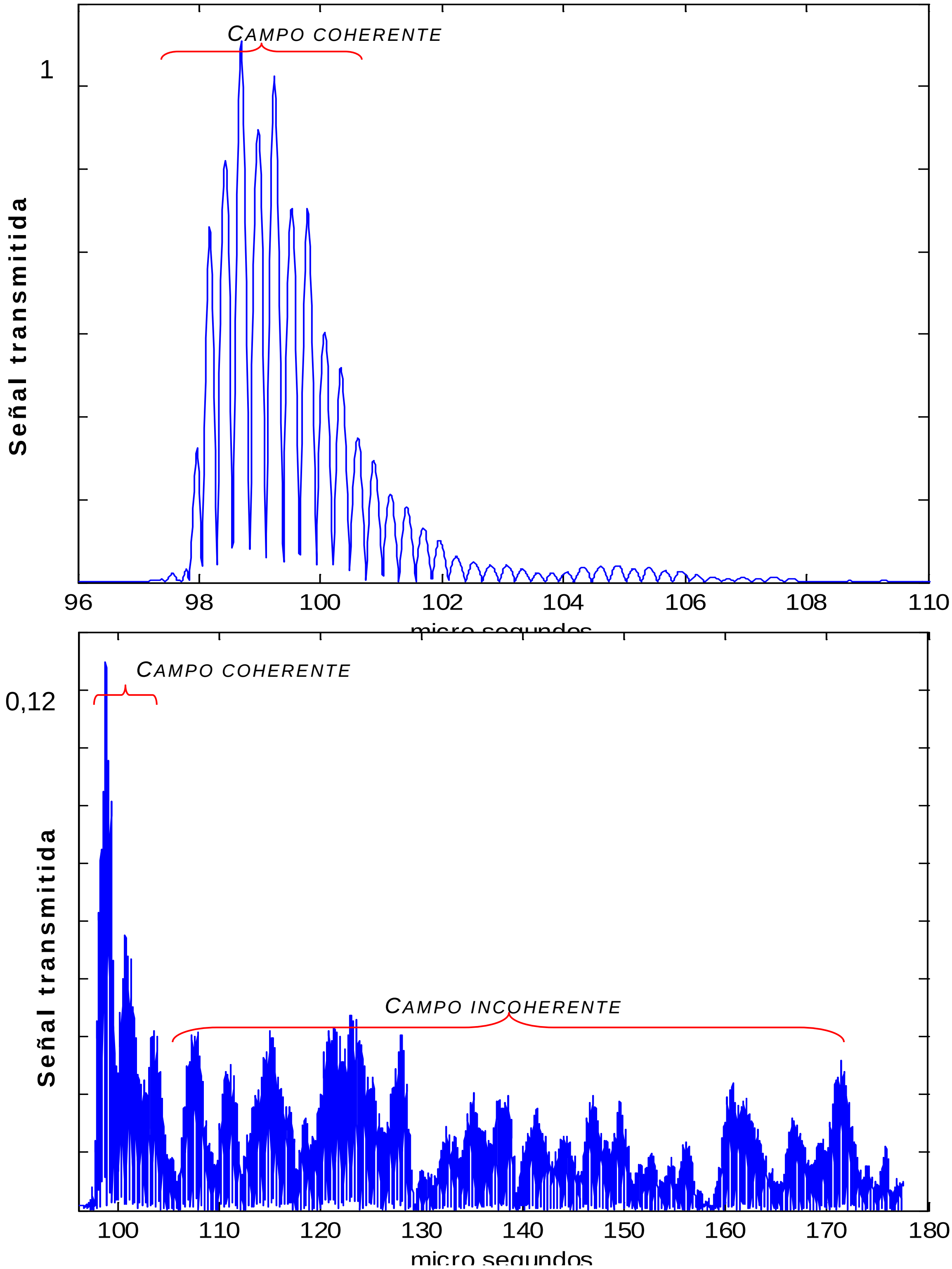



Figura 26 Campo coherente e incoherente a z=7 y 45 mm

Envolvente de la señal recibida por el hidrófono a través de una muestra esparcidora de cilindros de radios 0,6 mm (ϕ = 0,18). señal transmitida a una profundidad de 7,0 mm (superior) y a 45 mm (inferior)

La evolución de la envolvente de la señal transmitida (figura 27) evidencia el decaimiento en amplitud y el aumento temporal debido a la contribución de la energía incoherente.

La secuencia de las señales transmitidas en una baja fracción de volumen (0,02) muestran dicho decaimiento en amplitud y aumento temporal del campo coherente (figura 28) Se observa claramente que el campo coherente, a pequeñas profundidades, está constituido en su totalidad por el pulso balístico y cuando avanza en profundidad, no pierde la *rubrica*

A medida que la señal penetra en la muestra, la señal se va tornando cada vez más incoherente; se puede apreciar un aumento temporal y una disminución de la amplitud en el campo coherente. Es por ello que no se evidencia un crecimiento importante de la parte incoherente de la señal debido a que la fracción de volumen, $\phi = 0,02$, es muy pequeña (no se pierde la rubrica del pulso balístico)

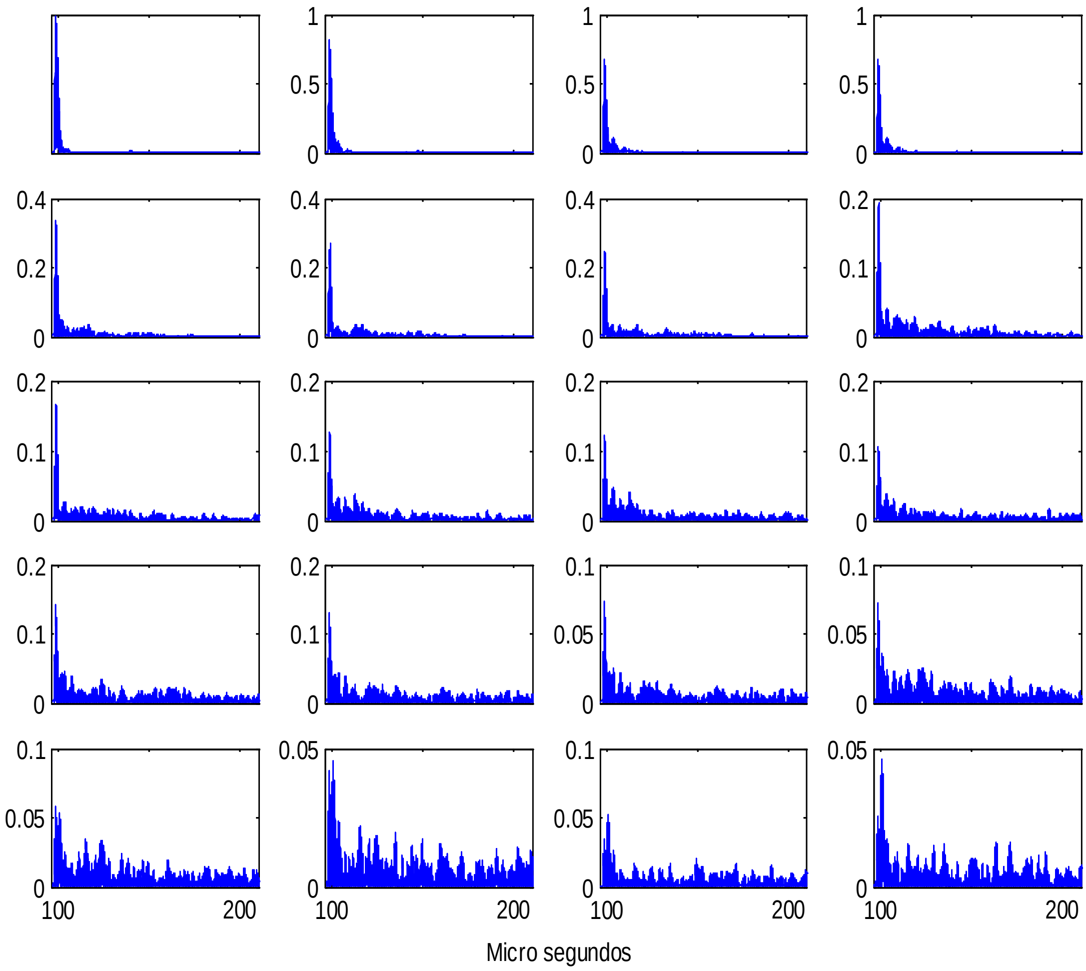
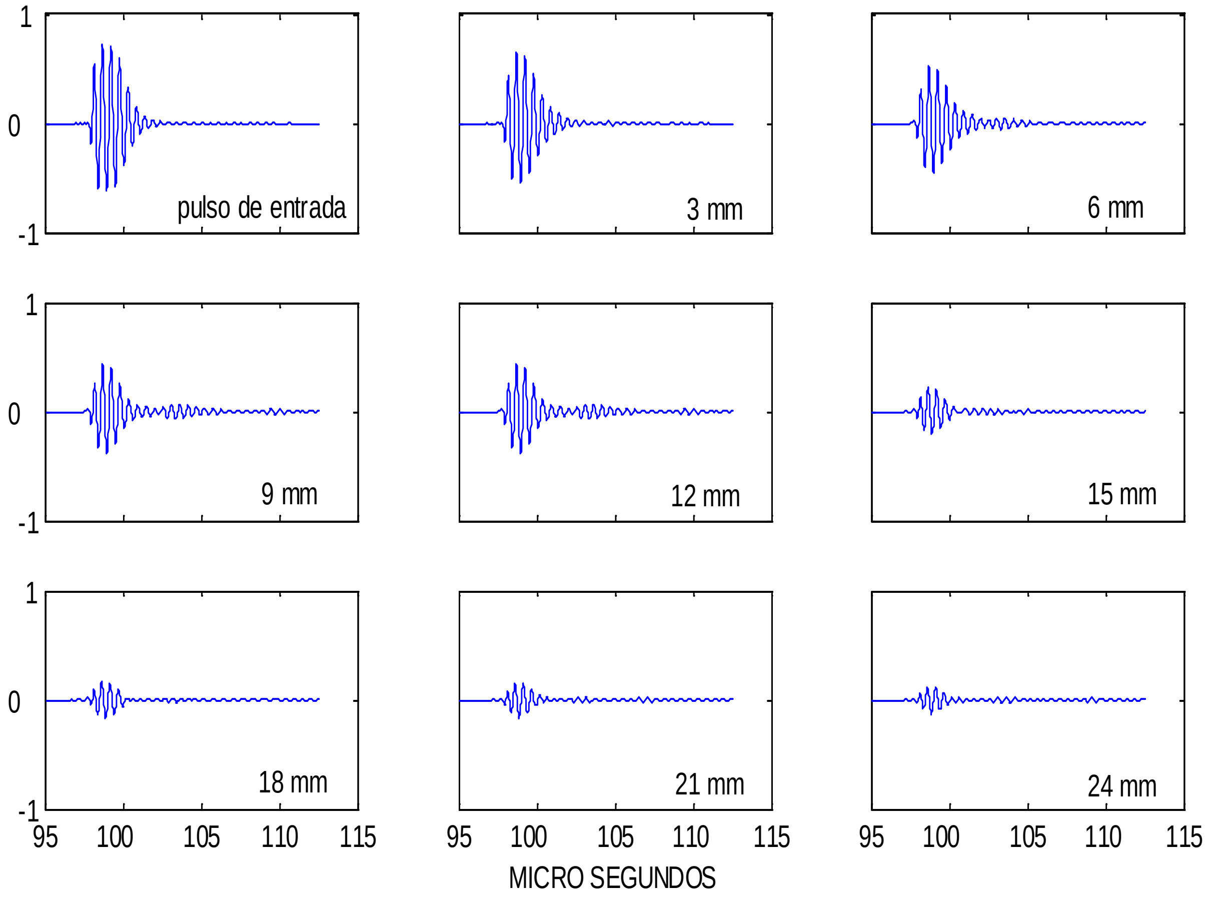



Figura 27 Evolución del frente coherente en una muestra de $\phi = 0{,}18$

Evolución de la señal recibidas a diferentes profundidades una muestra esparcidora de cilindros de radios 0,6 mm ($\phi = 0{,}18$). La señal de referencia (cuadro superior izquierdo), a medida que atraviesa la muestra, va aumentando temporalmente y disminuyendo en amplitud. Las señales están referidas a la amplitud de la señal incidente. La secuencia de los cuadros, paso con que varía la profundidad, es de 3 mm, partiendo de sin muestra (señal incidente) hasta 57 mm


1
0
-1
pulso de entrada
3 mm
6 mm
9 mm
12 mm
15 mm
18 mm
21 mm
24 mm
95
100
105
110
115
MICRO SEGUNDOS

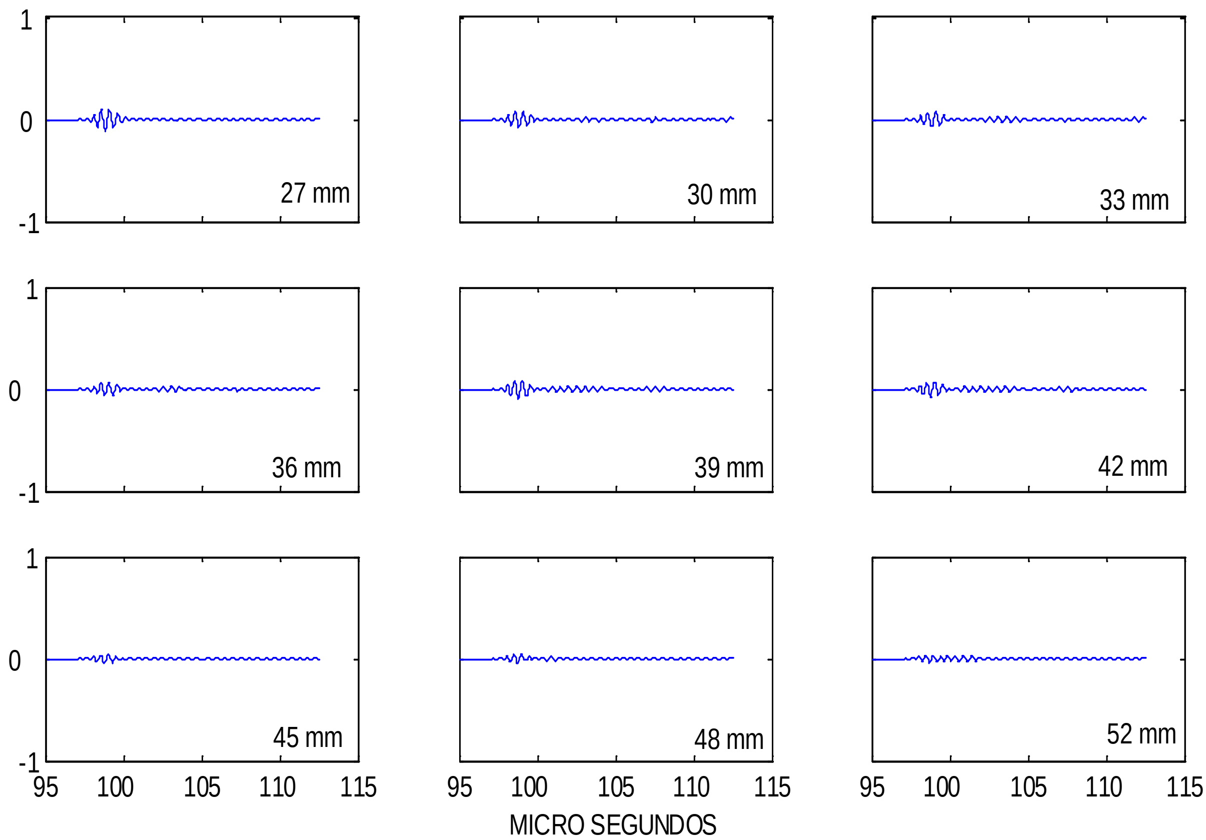



Figura 28 Evolución del campo coherente con la profundidad.

Secuencia de señales temporales emitidas por el transductor Panametric's, frecuencia central 2,25 MHz y excitado por un pulso de 90 ns de duración temporal. La muestra sonificada consiste en cilindros de cobre de 0,75 mm de radio sumergido en agua con $\phi$=0,02. Las amplitudes están relativas al pulso de entrada

### 2.4.2 *LIBRE RECORRIDO MEDIO ELÁSTICO* $\ell$

El libre recorrido medio elástico, $\ell$, se determinó a partir del ajuste exponencial del coeficiente de transmisión coherente, $T_{cohe}(z)$ Para ello se tomó la intensidad coherente de la señal esparcida para diferentes profundidades de la muestra $(z)$. El régimen ultrasónico impulsional permite observar y distinguir (en una muestra con una baja fracción de volumen) parte de la contribución coherente, el pulso balístico, que arriba en un primer tiempo al receptor, de la contribución incoherente originada en el scattering, que si bien está presente en toda la señal se hace evidente a partir de la cola del pulso balístico (figura 29).

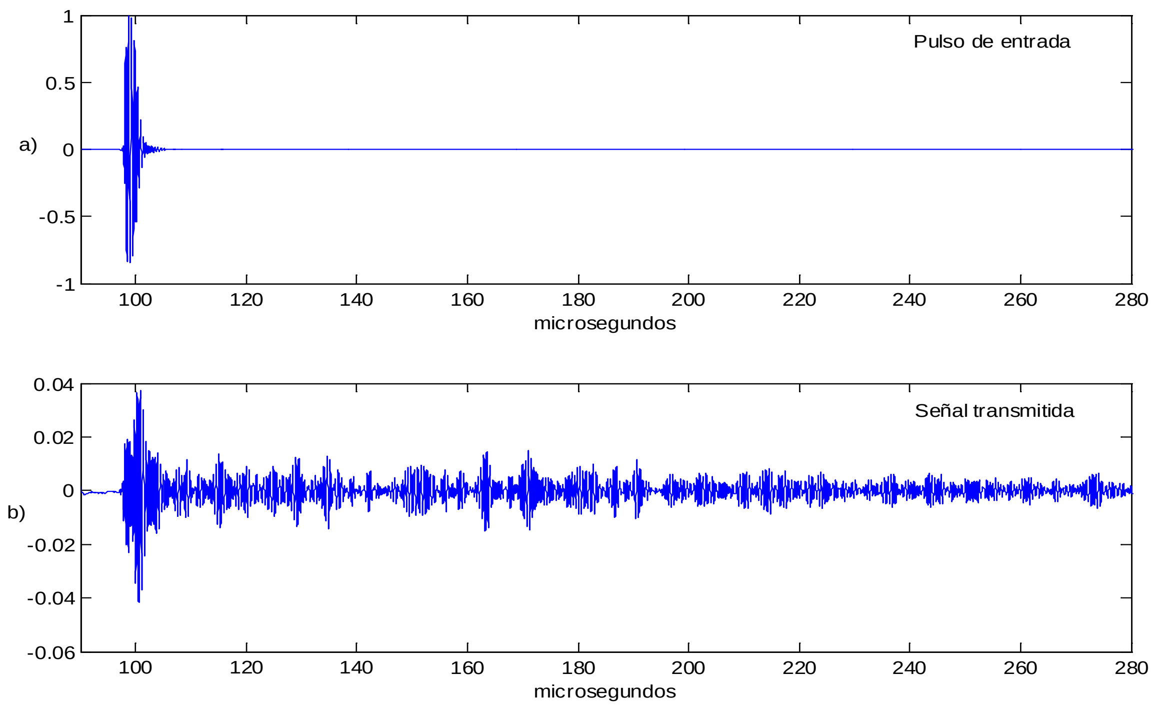



Figura 29 Señal incidente y transmitida para una muestra de $\phi$=0,35

Señal emitida por un transductor de frecuencia central 2,25 MHz y recepcionada por un micro hidrófono a) Pulso de entrada a la muestra b)Señal transmitida a través de una muestra de 7,5 mm de espesor conformada por cilindros metálicos de 0.75 mm de radio, con una fracción de volumen, $\phi$=0,35. Se identifica la pequeña componente coherente seguida del múltiple scattering. Observar la disminución en amplitud y el aumento temporal (la señal a) dura 10 μs y la esparcida, b), se extiende por mas de 150 μs)

Recordemos que el coeficiente de transmisión coherente en intensidad, se relaciona con el libre recorrido medio, en la teoría del scattering simple, a través de

$$T_{cohe}(z) = e^{-z\phi\sigma_T} = e^{-z/\ell}$$

donde $z$ es la profundidad, $\phi$ es la fracción de volumen, $\sigma_T$ es la sección eficaz total del dispersor[11] y $\ell$ es el libre recorrido medio elástico. El coeficiente se calcula, como ya mencionamos, por la razón de la intensidad coherente de la señal esparcida a la intensidad medida en ausencia de dispersores (señal de referencia)

Si bien el número de configuraciones estudiadas excede la posibilidad de detallar a cada una de ellas (solo mostraremos en las tablas el resultado teórico esperado y el obtenido) concentrarnos el análisis en unas pocas configuraciones. En particular se analiza la muestra formada por un conjunto de dispersores en diferentes medios de propagacións. Los dispersores son cilindros metálicos rectos de 0,75 mm de radio, distribuidos de forma tal que presenta paralelismo en sus ejes axiales, conformando una fracción de volumen de $\phi = 0{,}20$.

#### 2.4.2.1 AJUSTES IMPORTANTES

En este punto nos planteamos que señal y cual porción de ella se debe tener en cuenta al determinar el $\ell$ Se mostrará la importancia de considerar, en las medidas del coeficiente de transmisión, $T$, las configuraciones espaciales "*ensambles*" y al pulso balístico coherente. Para ello, se comienza mostrando el ajuste del $T$ a partir del análisis para una única señal, una señal coherente tomándola en toda su extensión y, por último, la porción inicial de la señal coherente.

[11] Las muestras están conformadas por dispersores idénticos

La figura 30 se corresponde con el coeficiente de transmisión en intensidad en función de la profundidad para los dispersores descriptos anteriormente sumergidos en agua; los valores experimentales son obtenidos a partir de la señal *cruda*

El cálculo del coeficiente de transmisión se ha realizado tomando la señal en una única posición espacial por lo que se considera tanto la contribución coherente como la incoherente de la señal. Se observa un pobre ajuste de los datos experimentales con la curva teórica, de hecho el valor obtenido por el ajuste exponencial de los datos es de (4,05±0,28) mm, el valor teórico determinado por los cálculos es de 3,46 mm. (difieren un 17%)

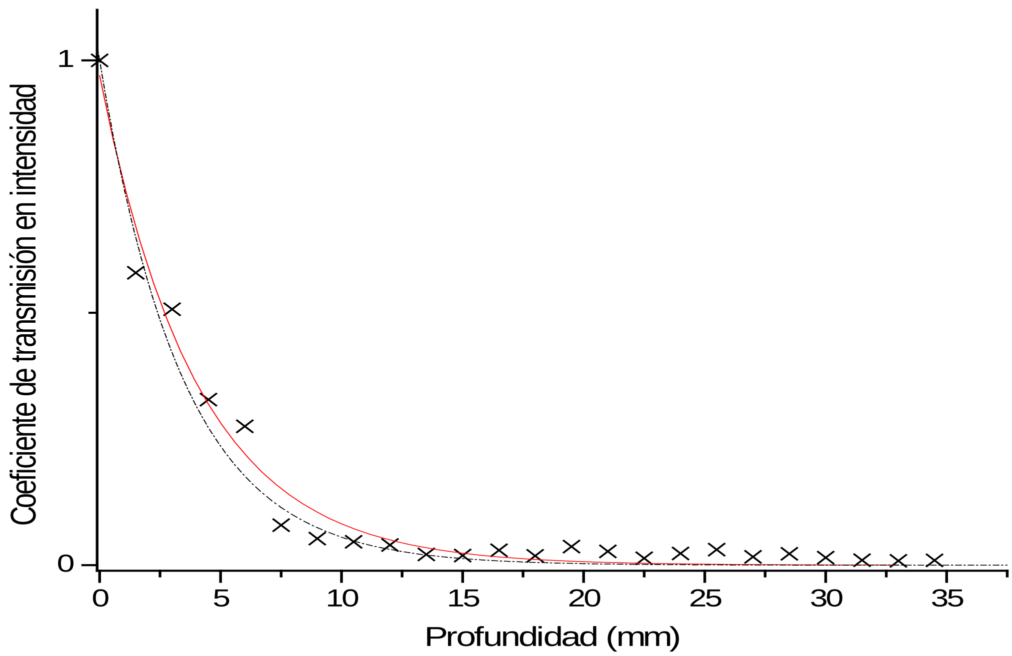



Figura 30 Coeficiente de transmisión en intensidad para una señal

T en función de la profundidad de la muestra (ϕ=0,20). Se presenta los datos experimentales (×), el ajuste de los datos (——) y la curva teórica (- - -) El $\ell$ teórico es de 3,46 mm y el ajuste es (4,05 ± 0,28) mm

En una segunda instancia se calculó los coeficientes de transmisión en intensidad coherente, $T_{cohe}(z)$, para las diferentes profundidades de la muestra considerando toda la señal. Se realizó más de 100 medidas para cada profundidad de la muestra analizada. Los resultados muestran que el ajuste de las medidas experimentales es más certero (figura 31). Para ello alcanza con comparar los $\ell$ obtenidos mediante el ajuste exponencial (3,36±0,11) mm, con el libre recorrido medio elástico obtenido por los cálculos 3,46 mm. (difieren un 2,9 %)

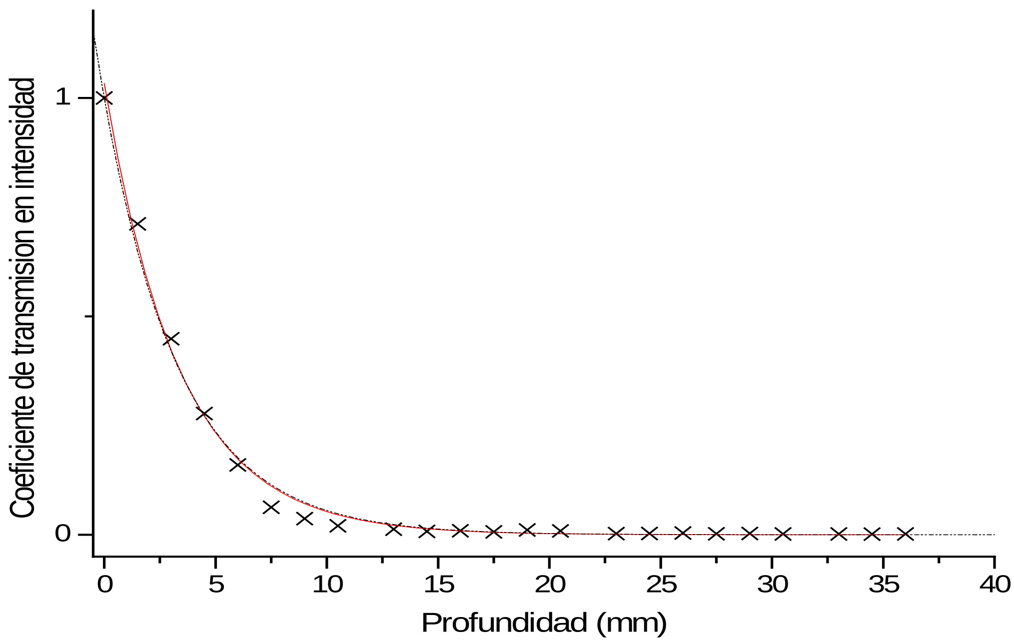


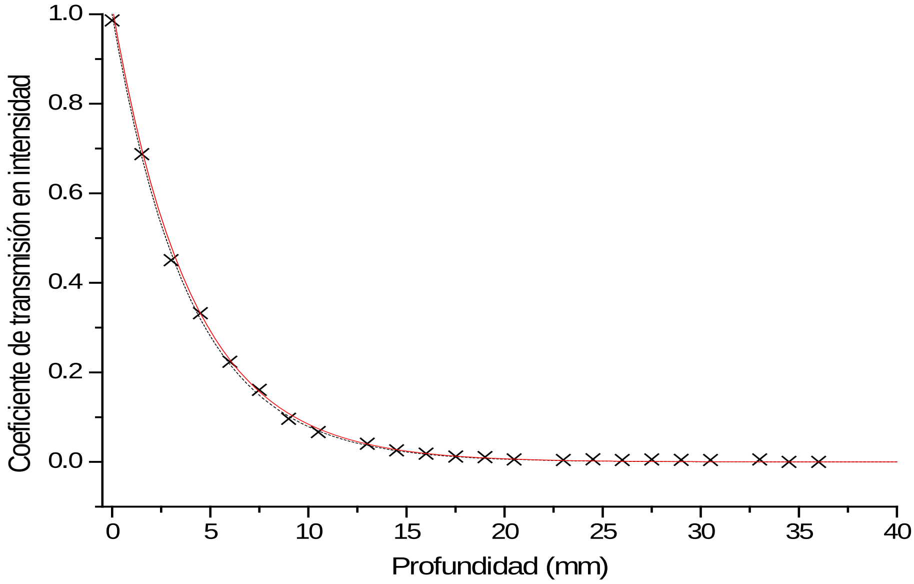

Figura 31 Coeficiente de transmisión coherente en amplitud

T en función de la profundidad de la muestra (ϕ=0,20). Se presenta los datos experimentales (×), el ajuste de los datos (——) y la curva teórica (- - -) El $\ell$ teórico es de 3,46 mm y el ajuste es (3,36 ± 0,11) mm

Por último, el ajuste del libre recorrido medio al considerar la señal coherente balística en lugar de toda la señal coherente, proporciona un valor de $\ell$=3,38±0,21mm (difiere un 2,1 %). Entendiendo como señal balística a la primera porción de la señal coherente aproximadamente 2 veces la duración temporal del pulso incidente

Se puede observar en las figuras 30 y 31 que, aproximadamente a partir de los 5 mm de profundidad, el campo incoherente de la señal comienza a ser relevante. Esto concuerda con la perdida de directividad ($\ell^{*}$ libre recorrido medio de transporte) en régimen de scattering múltiple. Los cálculos determinan un $\overline{\cos}$ = 0,3217, que por medio de la ecuación 54 determina un valor de $\ell^{*}$ = 4,98 mm

Las medidas realizadas con los medios de propagación aceite y glicerina son las mostradas en la figura 32. Para ello solo se cambió el medio de propagación, manteniendo la misma configuración de los dispersores tanto en la distribución espacial como en las características de los cilindros metálicos. Si bien hay un aparente mejor ajuste en la medida que se incrementa la profundidad o la razón entre $\ell$ y $z$ (figura 32), el error asociado en la longitud del pulso balístico debido a la contribución de los dispersores al campo coherente aumenta potencialmente con el número de eventos que generan scattering (apéndice D).



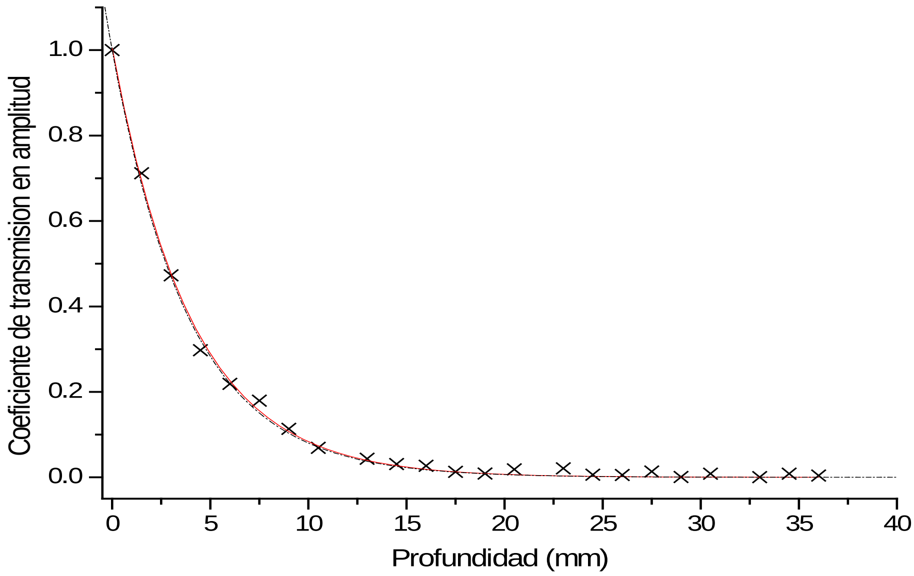



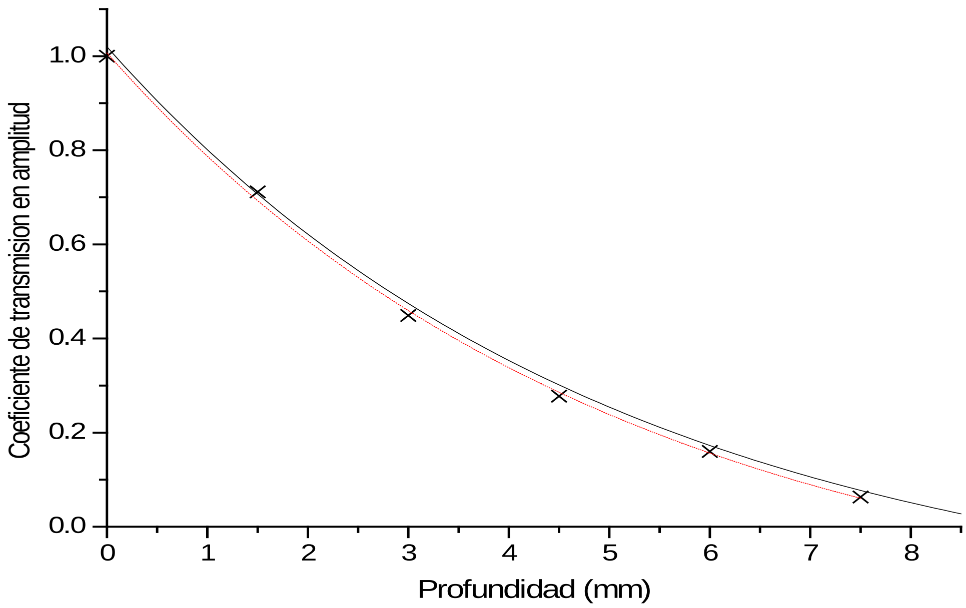

Figura 32 Coeficiente de transmisión coherente en amplitud

T en función de la profundidad de la muestra (ϕ=0,20) Datos experimentales (×), curva de ajuste (——) y curva teórica (- - -) Medio acoplante: (superior) aceite, $\ell$ teórico es de 3,948 mm y el ajuste es (4,013 ± 0,097)mm (inferior) glicerina, l teórico es de 3,961 mm y el ajuste es (4,019 ± 0,068) mm

Cabe preguntarnos como evoluciona el ajuste del $T_{cohe}$ con la profundidad, en cuanto influye la energía incoherente en la determinación de $\ell$ Cuando se toma una $z$ pequeña ($z \approx 2\ell$) se observa que los datos experimentales presentan un mejor ajuste que cuando se duplica la profundidad (figura 33), pero no se observa discontinuidad alguna que denote un cambio de régimen. Esto nos hace pensar que existe una extensa zona donde la energía originada en el scattering múltiple se superpone con la energía coherente, escondiendo así la profundidad a la cual ocurre el cambio de régimen

Para valores de $z$ comparable con $\ell$, el scattering múltiple no es predominante. Primero el frente de onda plano atraviesa la muestra, se propaga con la misma velocidad que en el medio de propagación, como si la muestra presentara una débil fracción de volumen o no se sintiera el efecto de los dispersores. Esa porción de la señal es denominada onda balística. El frente balístico, cuando existe una concentración baja de dispersores, fluctúa de un elemento a otro, determinando una fluctuación en la velocidad de propagación del pulso balístico.

Al aumentar la profundidad de la muestra, $z$, la amplitud del pulso balístico disminuye mientras que las otras contribuciones crecen y duran más tiempo. Para una profundidad grande la parte balística de la señal se torna totalmente despreciable y domina el scattering múltiple, provocando un cambio en la velocidad de propagación del pulso.



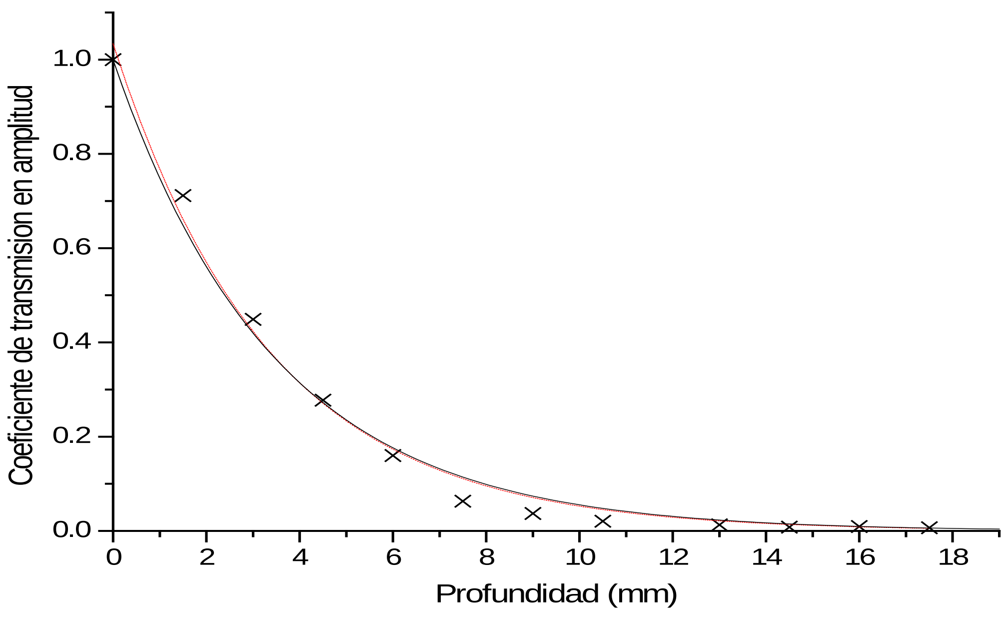




Figura 33 Coeficiente de transmisión coherente en amplitud

T en función de la profundidad de la muestra (ϕ=0,20) Se presenta los datos experimentales (x), el ajuste de los datos (- - -) y la curva teórica (——) El $\ell$ teórico es de 3,46 mm, el ajuste para las profundidades de 7,5 y 18,0 mm (figura superior e inferior) son de (3,41 ± 0,07) mm y (3,38 ± 0,15) mm respectivamente.

#### 2.4.2.2 *RESULTADOS EXPERIMENTALES DE* $\ell$

A continuación se detalla en las tablas siguientes las medidas del libre recorrido medio elástico para las diferentes configuraciones estudiadas. Recordemos que los cilindros son rectos y de longitud tal que se realiza un análisis bidimensional (los efectos de borde no son considerados); los medios de propagación utilizados son agua, agua salada sobresaturada, aceite y glicerina; se sonificó con las frecuencias centrales de 1,0, 2,25, 5,0 y 10 MHz.

| Frecuencia (MHz) | Radio del cilindro 0,30 mm | | | | Medio de propagación: agua |
|---|---|---|---|---|---|
| | *Libre recorrido medio* $\ell$ | *Fracción de volumen* (ϕ) 0,20 | 0,27 | 0,35 | |
| 1,0 (λ=1,5mm) | Teórico | 0,73 | 0,54 | 0,42 | |
| | Experimental | 0,719±0,085 | 0,577±0,026 | 0,65±0,05 | |
| 2,25 (λ=0,67mm) | Teórico | 1 | 0,74 | 0,57 | |
| | Experimental | 1,069±0,076 | 0,755±0,013 | 0,661±0,018 | |
| 5,0 (λ=0,30mm) | Teórico | 1,38 | 0,99 | 0,77 | |
| | Experimental | | 1,041±0,011 | 0,939±0,023 | |
| 10,0 (λ=0,15mm) | Teórico | 1,74 | 1,26 | 0,99 | |
| | Experimental | 1,71±0,16 | 1,11±0,12 | 1,25±0,23 | |

Tabla 5 Valores teóricos y experimentales del libre recorrido medio

Muestras de cilindros de cobre de radio 0,3 mm en agua conformando tres fracciones de volumen de 0,20, 0,27 y 0,35.Se sonifica con una longitud de onda incidente de 1,5, 0,67, 0,30 y 0,15 mm

Se puede observar que el crecimiento de la fracción de volumen no mantiene la relación esperada para el libre recorrido medio elástico. Cuando la fracción de volumen aumenta en un factor de 1,75 (de 0,20 a 0,35) los valores teóricos de $\ell$, dada por la relación $\ell = 1/n\sigma_T$ , aumentan en la misma proporción (1 y

0,57 mm, para la muestra de dispersores cilíndricos de 0,3 mm de radio inmersos en agua, sonificados a 2,25 MHz.) Los valores experimentales hallados por la medida de la pendiente del $T_{cohe}$ (en escala logarítmica) en función de la profundidad de la muestra son $\ell = 1{,}07 \pm 0{,}08$ mm y para la más densa de $\ell = 0{,}66 \pm 0{,}02$ mm disminuyendo en un factor de 1,61

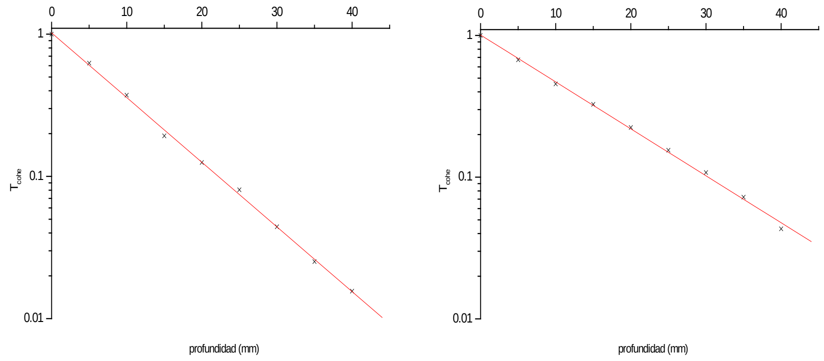



Figura 34 coeficientes de transmisión en función de la profundidad

Muestra con una fracción de volumen de 0.20 (izquierda) y 0,35 (derecha)

El valor teórico de $\ell$ difiere del experimental a medida que aumenta la concentración de dispersores (o la fracción de volumen), ello se debe a que la concentración de dispersores se torna muy grande y que no se puede más considerar que cada dispersor se encuentra en el campo lejano de su vecino: el libre recorrido medio decrece mas rápidamente que la concentración. La onda ingresa en regiones donde predomina el scattering múltiple y no es más válido el ajuste exponencial basado en la teoría del scattering simple

El análisis del $\ell$ con la fracción de volumen para la misma configuración experimental (manteniendo la posición del emisor y receptor de señales), muestra que hasta fracciones cercanas a 0,20 los valores experimentales, asociados a la teoría de scattering simple, presentan un buen acuerdo con la previsión teórica.

| FRACCIÓN DE VOLUMEN ($\phi$) | LIBRE RECORRIDO MEDIO $\ell$ (mm) *Teórico* | *Experimental* |
|---|---|---|
| 0,35 | 0,57 | 0,661±0.018 |
| 0,27 | 0,74 | 0,755±0,013 |
| 0,20 | 1 | 1,069 ±0,076 |
| 0.10 | 2 | 2,03±0,09 |
| 0,08 | 2,5 | 2,654±0,025 |
| 0.05 | 4,0 | 4,1±0,1 |
| 0,03 | 6,6 | 6,89±0,15 |

Tabla 6 Valores teóricos y experimentales del libre recorrido medio

Muestras de cilindros de cobre de radio 0,3 mm en agua. Las diferentes fracciones de volumen son bajas. Se sonifica con una longitud de onda incidente de 0,67 mm. (2,25 MHz.)

Otra observación importante sobre el $\ell$, es que una pequeña variación en el radio medio de los dispersores induce a un cambio notable en el libre recorrido medio elástico, ello se debe a que cambia su frecuencia de resonancia. Para observar esto alcanza con analizar el libre recorrido medio elástico teórico, para una muestra de agua con cilindros dispersores de 0,3 mm de radio, con una fracción de volumen de 0,03, sonificada con un pulso de 2,25 MHz de frecuencia central. El $\ell$ teórico es de 6,6 mm mientras que el experimental es de 6,89±0,15 mm. Como la sección eficaz total, $\sigma$, presenta un mínimo alrededor de 2,25 MHz (figura 35) el libre recorrido medio elástico (basados en la teoría de scattering simple) muestra un máximo a esa frecuencia. $\ell$ =6,5 mm a 2,0 MHz, $\ell$ =6,6 mm a 2,25 MHz y $\ell$ =6,35 mm a 2,5 MHz.

La resonancia es la rubrica de la propagación de las ondas elásticas superficiales propagándose alrededor de los cilindros y reradiando una onda esparcida dentro del medio de propagación. En sí la resonancia ocurre cuando la onda superficial tiene un número exacto de longitudes de onda alrededor del cilindro. Entonces la onda reradiada por la onda superficial está fuera de fase con el término rígido; en la resonancia aparece un pico que es trasladado a la sección eficaz total (ec. 84 y 85) y por ende al libre recorrido medio en forma de máximo (como ocurre alrededor de los 2,25 MHz)

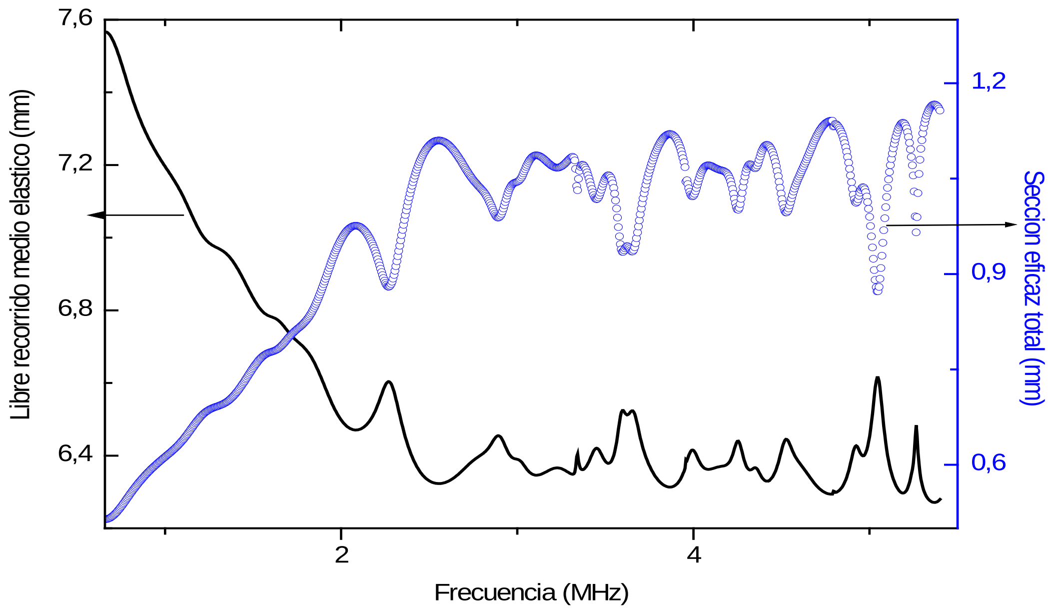



Figura 35 Sección eficaz total y libre recorrido medio elástico

Calculo numérico de Sección eficaz total (o) y libre recorrido medio elástico (--) en función de la frecuencia (MHz) para una muestra de cilindros de radio 0,3 mm y fracción de volumen 0,03 ($\ell$ teórico a 2,25 MHz es de 6,6 mm)

| Frecuencia (MHz) | Radio del cilindro 0,60 mm | | | Medio de propagación: Agua |
|---|---|---|---|---|
| | *Libre recorrido medio* $\ell$ | *Fracción de volumen* (ϕ) 0,27 | 0,35 | |
| 1,0 | Teórico | 2,20 | 1,69 | |
| | Experimental | 2,19±0,12 | 1,82±0,10 | |
| 2,25 | Teórico | 2,11 | 1,63 | |
| | Experimental | 2,23±0,31 | 1,64±0,15 | |
| 5,0 | Teórico | 2,54 | 1,96 | |
| | Experimental | 2,49±0,11 | 2,03±0,08 | |
| 10,0 | Teórico | 3,90 | 3,01 | |
| | Experimental | 3,84±0,16 | 3,37±0,03 | |

| Frecuencia (MHz) | Radio del cilindro 1,2 mm | | Medio de propagación: Agua |
|---|---|---|---|
| | *Libre recorrido medio* $\ell$ | *Fracción de volumen* (ϕ=0,27) | |
| 1,0 | Teórico | 3,30 | |
| | Experimental | 3,61±0,72 | |
| 2,25 | Teórico | 4,12 | |
| | Experimental | 4,46±0,51 | |
| 5,0 | Teórico | 6,02 | |
| | Experimental | 6,13±0,13 | |
| 10,0 | Teórico | 11,0 | |
| | Experimental | 12,2±0,27 | |

Tabla 7 Valores teóricos y experimentales del libre recorrido medio

Muestras de cilindros de cobre de radio 0,6 (superior) y 1,2 mm (inferior) en agua conformando una fracción de volumen de 0,27.Se sonifica con una longitud de onda incidente de 1,5, 0,67, 0,30 y 0,15 mm

| Frecuencia (MHz) | | Radio del cilindro 0,30 mm | | | Medio de propagación: Agua salina |
|---|---|---|---|---|---|
| | Libre recorrido medio $\ell$ | Fracción de volumen ($\phi$) | | | |
| | | 0,20 | 0,27 | 0,35 | |
| 1,0 ($\lambda$=1,60mm) | Teórico | 1,17 | 0,84 | 0,66 | |
| | Experimental | 1,19±0,04 | 0,91±0,52 | 0,96±0,35 | |
| 2,25 ($\lambda$=0,71mm) | Teórico | 1,65 | 1,19 | 0,93 | |
| | Experimental | 1,62±0,10 | 1,23±0,13 | 1,02±0,28 | |
| 5,0 ($\lambda$=0,32mm) | Teórico | 1,54 | 1,11 | 0,86 | |
| | Experimental | 1,58±0,07 | 1,20±0,31 | 0,99±0,09 | |
| 10,0 ($\lambda$=0,16mm) | Teórico | 1,80 | 1,3 | 1,01 | |
| | Experimental | 1,83±0,14 | 1,42±0,23 | 1,34±0,48 | |

| Frecuencia (MHz) | | Radio del cilindro 0,60 mm | | Medio de propagación: Aceite |
|---|---|---|---|---|
| | Libre recorrido medio $\ell$ | Fracción de volumen ($\phi$) | | |
| | | 0,27 | 0,35 | |
| 1,0 ($\lambda$=1,70mm) | Teórico | 2,54 | 1,96 | |
| | experimental | 2,53±0,07 | 2,63±0,14 | |
| 2,25 ($\lambda$=0,77mm) | Teórico | | | |
| | Experimental | | | |
| 5,0 ($\lambda$=0,34mm) | Teórico | 2,754 | 2,12 | |
| | Experimental | 2,72±0,20 | 2,33±0,11 | |
| 10,0 ($\lambda$=0,17mm) | Teórico | 4,08 | 3,14 | |
| | Experimental | 4,01±0,03 | 3,43±0,15 | |

Tabla 8 Valores teóricos y experimentales del libre recorrido medio

Muestras de cilindros de cobre de radio 0,3 mm en agua salada sobresaturada (superior) y 0,6 mm en aceite (inferior)

| Frecuencia (MHz) | Radio del cilindro 1,2 mm | | Medio de propagación: Glicerina |
|---|---|---|---|
| | *Libre recorrido medio* $\ell$ | *Fracción de volumen* $\phi$=0,27 | |
| 1,0 ($\lambda$=1,90mm) | Teórico | 4,79 | |
| | Experimental | 4,81±0,01 | |
| 2,25 ($\lambda$=0,85mm) | Teórico | 4,29 | |
| | Experimental | 5,31±0,08 | |
| 5,0 ($\lambda$=0,38mm) | Teórico | 6,58 | |
| | Experimental | 6,53±0,09 | |
| 10,0 ($\lambda$=0,19mm) | Teórico | 11,8 | |
| | Experimental | 12,2±0,07 | |

Tabla 9 Valores teóricos y experimentales del libre recorrido medio
Muestras de cilindros de cobre de radio 1,2 mm en glicerina

| Emisor | Receptor | *Radio (mm)* | *Fracción de volumen* ($\phi$) | LIBRE RECORRIDO MEDIO $\ell$ *(mm)* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Teórico | Experimental |
| Panametric 2,25 MHz | Hidrófono (100 mm) Medio agua | 0,75 | 0,20 | 3,46 | 3,36±0,11 |
| | Hidrófono (100 mm) Medio aceite | 0,75 | 0,20 | 3,9477 | 4,01±0,10 |
| | Hidrófono (100 mm) Medio glicerina | 0,75 | 0,20 | 3,961 | 4,02±0,07 |

Tabla 10 Configuraciones utilizadas en la determinación del cambio de régimen.

## DISCUSIÓN

*Se puso de manifiesto la importancia de realizar el promedio en ensembles para la obtención de la señal coherente (además contribuye a la eliminación de las fases espurias que se generan en el detector por más pequeña que sea el speckle) y tomar la porción de la señal que contenga al pulso balístico para el cálculo del coeficiente de transmisión coherente y poder así determinar el libre recorrido medio elástico. Éste está en un total acuerdo con los valores teóricos calculados, basados en la teoría de scattering simple.*

*Además, el promedio en realizaciones proporciona información sobre la energía coherente presente en la señal. Se evidencia, a través del peso de la energía incoherente originada en el scattering, la pérdida de memoria que sufre la onda de su dirección inicial a una profundidad dada. Ello nos indica un apartamento del modelo teórico empleado, lo que conlleva a un cambio de régimen de scattering. El libre recorrido medio de transporte,* $\ell^*$*, nos determina la profundidad en la cual se da el cambio de régimen; este concuerda con el apartamiento de los valores experimentales al ajuste (teórico y experimental) del coeficiente de transmisión coherente basados en la teoría de scattering simple.*

*Se encontró que el desacuerdo entre los valores esperados y los experimentales está presente en los diferentes medios que he analizado lo que induce a un estado intermedio entre el scattering simple y el múltiple*

## 2.5 CAMBIO DE REGIMEN DE SCATTERING

### 2.5.1 *EXCESO DE ATENUACIÓN*

Unos de los parámetros comúnmente utilizados para la determinación del régimen esparcidor es el exceso de atenuación [2]. Dicho parámetro es definido como la razón entre la atenuación total debido a la muestra (medio de propagación + dispersor) y la atenuación del medio de propagación.

La expresión general viene dada por

$$\Delta\alpha = -\frac{1}{L}\ln\left(\frac{A_s}{A_m}\right)$$

donde $A_s$ y $A_m$ son las amplitudes de ondas medidas con y sin la muestra respectivamente y $L$ es el ancho de la muestra.

En una primera instancia, la teoría de Foldy para el análisis del scattering simple, relaciona el exceso de atenuación con la fracción de volumen, $\phi$, de dispersores de manera lineal [5]

$$\Delta\alpha = m\phi + y$$

Para modelar el scattering múltiple en general se ha utilizado la ecuación de Foldy-Lax

$$k_{ef} = \frac{\omega}{c^*} + i\alpha_{ef}$$

donde $k_{ef}$ es la constante de propagación efectiva de la muestra, $\alpha_{ef}$ es la atenuación efectiva, $c^*$ es la velocidad en el medio. A partir de esta se obtiene

$$\left(\frac{k_{ef}}{k_0}\right)^2 = 1 + \frac{4\pi n f(0)}{k_0^2}$$

donde $f(0)$ es la función forma (en transmisión), $n$ es el número de esparcidores, $k_0$ es el numero de onda en medio de propagación.

Esto permite expresar al exceso de atenuación, despreciando órdenes superiores, de la siguiente manera para el scattering múltiple

$$\Delta\alpha = q\phi^2 + m\phi + y$$

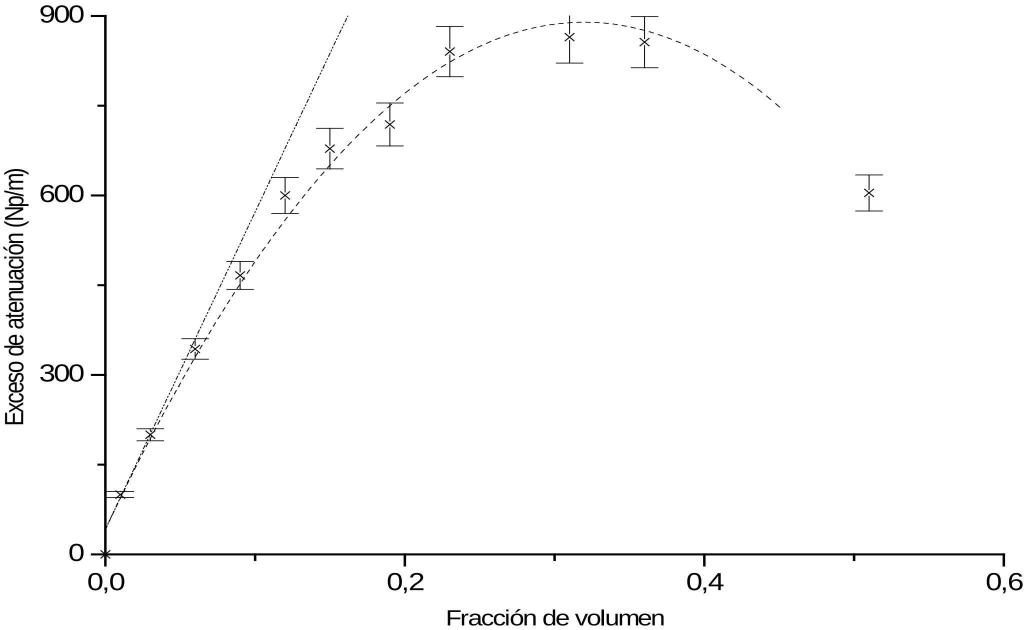



Figura 36 Exceso de atenuación en función de la fracción de volumen

$\Delta\alpha$, en función de la fracción de volumen, $\phi$ para cilindros de cobre de 0,6 mm de radio sonificados con un pulso de frecuencia central de 5,0 MHz. Cruces ×: Datos experimentales, Línea punteada - - - $\Delta\alpha = q\phi^2 + m\phi + y$ (q = -8300, m = 5305,55 y = 41,72). Línea punteada+puntos -.-.: $\Delta\alpha = m\phi + y$ (ajuste lineal) Se ha considerado un error del 5% como cambio significante del exceso de atenuación

### 2.5.2 *CUANTIFICACIÓN DEL SCATTERING MÚLTIPLE*

A pesar que el exceso de atenuación no es el objetivo del estudio, podemos notar que las medidas experimentales realizadas concuerdan con los ajustes teóricos propuestos. (Las medidas se realizaron para muestras de cilindros de 0,6 mm en agua y una profundidad de $L$=26 mm. Se sonificó con un pulso de 5,0 MHz de frecuencia central, $\lambda$=0,3 mm, y el rango de fracción de volumen entre $0 \leq \phi \leq 0{,}51$)

Los resultados experimentales muestran la desviación de la linealidad debida a los efectos de scattering múltiple (figura 36). Esta desviación de la linealidad ocurre a baja fracción de volumen, a partir de $\phi$ = 0,12 se separan las dos teorías de scattering. De esa manera queda determinado a que fracción de volumen ocurre el cambio de régimen.

En nuestro estudio, el análisis del libre recorrido medio elástico nos proporciona información de la profundidad de coherencia del medio esparcidor. Se puede decir que es una medida de la distancia que caracteriza la propagación de la energía incidente de forma tal que continúe propagándose de manera coherente. Así a partir del libre recorrido medio elástico, la energía comienza a ser transferida a las ondas de scattering múltiple y comienza a ser fuerte la componente incoherente de la señal.

La teoría (ecuación 12) predice que el campo se puede expresar como la suma del campo medio y de la fluctuación, o la intensidad promedio $\langle I \rangle$ es la suma de la intensidad coherente, y la intensidad incoherente, denotados por $I_c$ e $I_{inc}$ respectivamente. Podemos analizar el "peso" que va teniendo la contribución incoherente en la señal transmitida a medida que atraviesa una muestra. Para ello analizamos la razón entre la intensidad incoherente y la coherente, en un rango de frecuencia adecuado. Cuando esa razón tiende a un valor constante, podemos pensar que la propagación del pulso acústico en el medio obedece a un determinado régimen. Se abandona el régimen de scattering simple y comienza el scattering múltiple.

La razón ente las intensidades de las partes incoherente y coherente balística de la señal transmitida (en escala logarítmica) en función de la profundidad de la muestra se observan en la figuras 37 y 38. Se observa la existencia de dos pendientes claramente diferentes. La menor pendiente indica un régimen de scattering simple mientras que la otra denota scattering múltiple.

La extrapolación de la profundidad en la intersección de ambos ajustes nos determina que a partir de esa profundidad ($z_T$), el régimen es de scattering múltiple, pero no que antes de ella es puramente scattering simple. Existe una zona de transición que se extiende desde $z = \ell$ hasta $z = z_T$ que no es bien definido el régimen.

No obstante, las ondas coherentes e incoherentes pueden coexistir experimentalmente en un dominio grande de la relación $\ell/L$. Así, una parte de la energía, que estaría en la parte difusiva en un régimen puramente de multidifusor, permanece en la parte coherente. Uno esperaría un cambio en las medidas que denotaran la presencia del régimen de difusión puro. Ello no se logró debido a que la aproximación de difusión es sólo válida para las muestras muy profundas, para las fracciones de volumen analizadas.

La intersección de las dos pendientes ocurre a $z_T = 3{,}7\,\ell$ (agua), $z_T = 4{,}7\,\ell$ (aceite) y $z_T = 4{,}5\,\ell$ (glicerina).

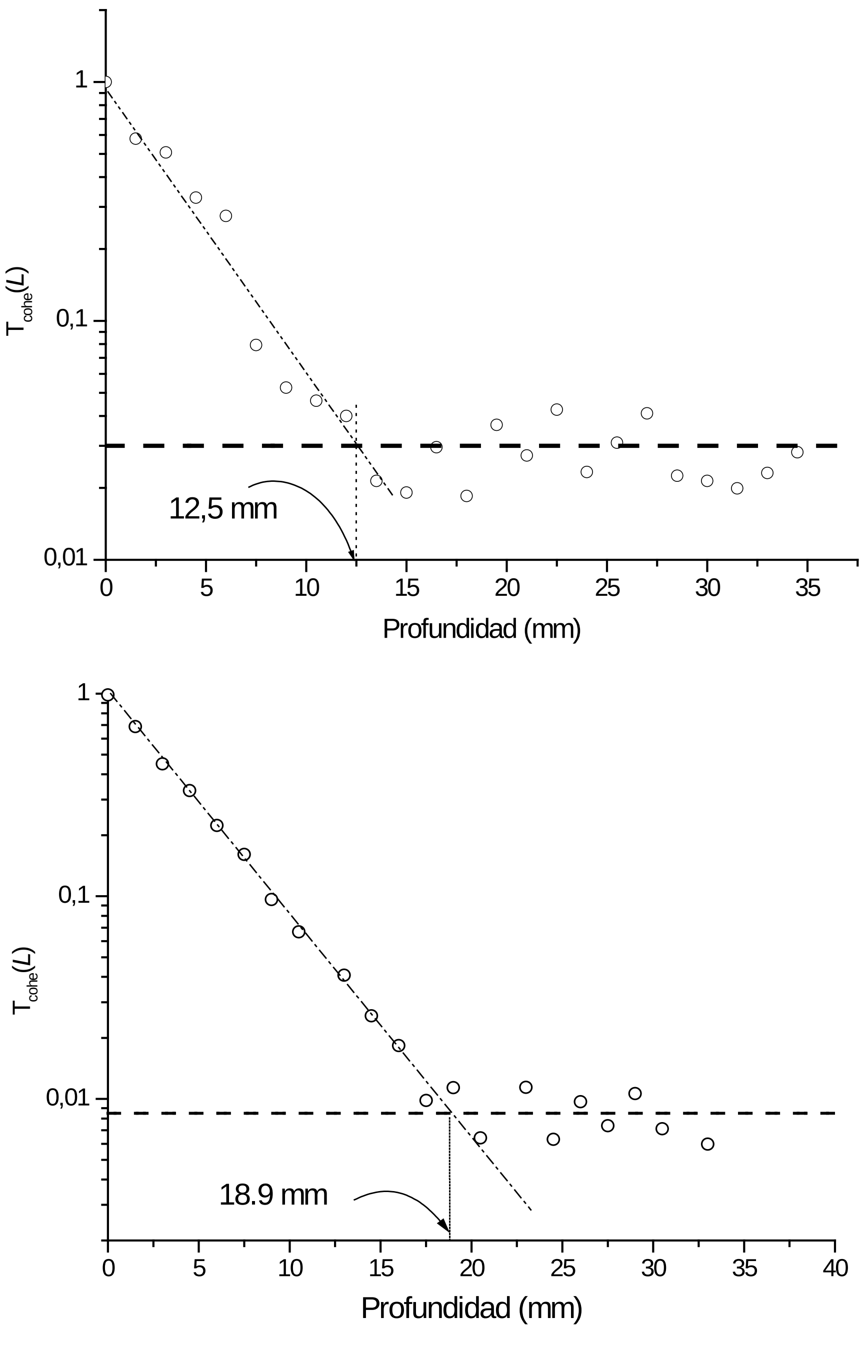



Figura 37 Coeficiente de Transmisión en amplitud para el agua y aceite

T en función de la profundidad. Muestra de $\phi$=0,20 formada por cilindros de 0,75 mm de radio Sonificada con un pulso de 2,25 MHz (frecuencia central) - - - Indica el promedio de los valores a partir de los 15 mm de profundidad. La intersección de las dos pendientes nos determina la profundidad a partir de la cual no ocurre más scattering simple. Medio acoplante: agua (superior) y aceite (inferior).

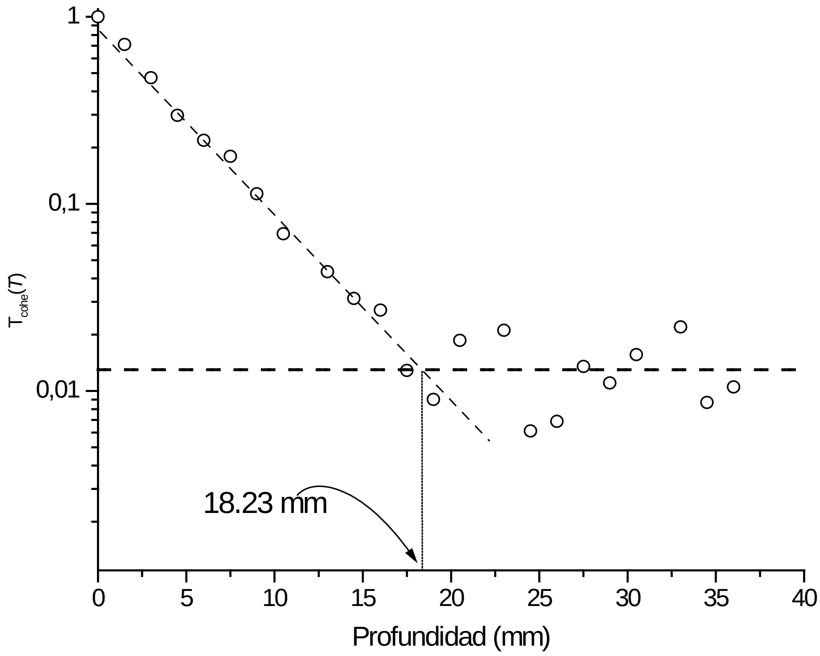



Figura 38 Coeficiente de Transmisión en amplitud para la glicerina

T en función de la profundidad para una muestra de $\phi$=0,20 formada por cilindros de 0,75 mm de radio y glicerina. Sonificada con un pulso de 2,25 MHz (frecuencia central) - - - Indica el promedio de los valores a partir de los 15 mm de profundidad. La intersección de las dos pendientes ocurre a una profundidad de $z_T = 4{,}5\,\ell$

### 2.5.3 *VELOCIDAD DE FASE, GRUPO Y DE TRANSPORTE*

Otros parámetros importantes en el estudio del scattering son las velocidades de fase y grupo del sonido en la muestra. Todos los trabajos de investigación realizados se basan en el estudio de esas velocidades en función de la concentración de dispersores o fracción de volumen de la muestra. Más recientemente incorporan una nueva velocidad diferente a la de grupo y fase, la *velocidad de energía o de transporte*. Las primeras están asociadas a las componentes coherentes de la onda. La velocidad de transporte, $v_e$, es la razón del flujo de energía a la densidad de energía [4] y se corresponde con la velocidad promedio local del transporte de energía en el proceso de difusión [5].

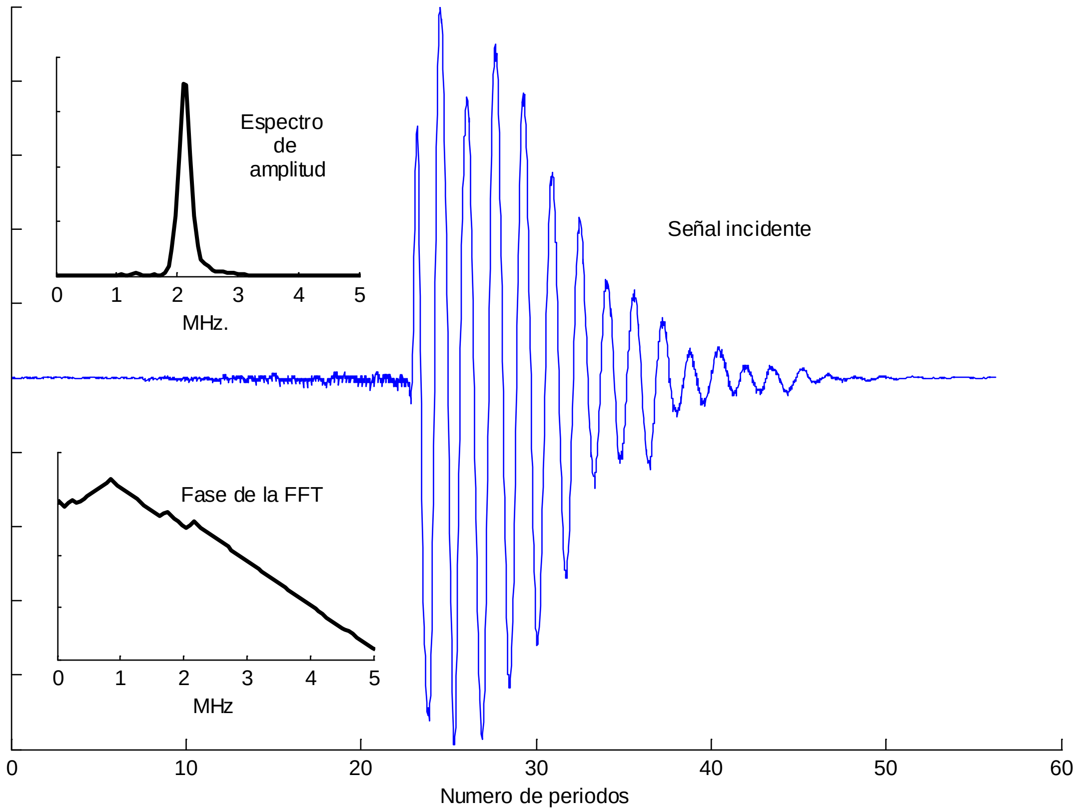



Figura 39 Señal (amplitud y fase) incidente a la muestra

Pulso incidente A-scan, módulo y fase de la transformada de Fourier (figura pequeña superior e inferior, respectivamente)

La velocidad de fase, $v_f$, de la onda ultrasonora se puede determinar a partir de la fase y profundidad de muestra mediante

$$v_f = \omega \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^{-1}$$

donde $\varphi$ es la fase y $\omega$ es la frecuencia angular de la onda. La onda que sonifica la muestra es generada por un pulso corto, por lo que para poder hacer uso de la ecuación anterior analizamos la evolución de la componente fundamental del conjunto de frecuencias de la onda, de esa manera se estudia una onda $\approx \exp[i(\omega t - kz)]$ [1]. La componente fundamental queda determinada por la frecuencia central del pulso incidente

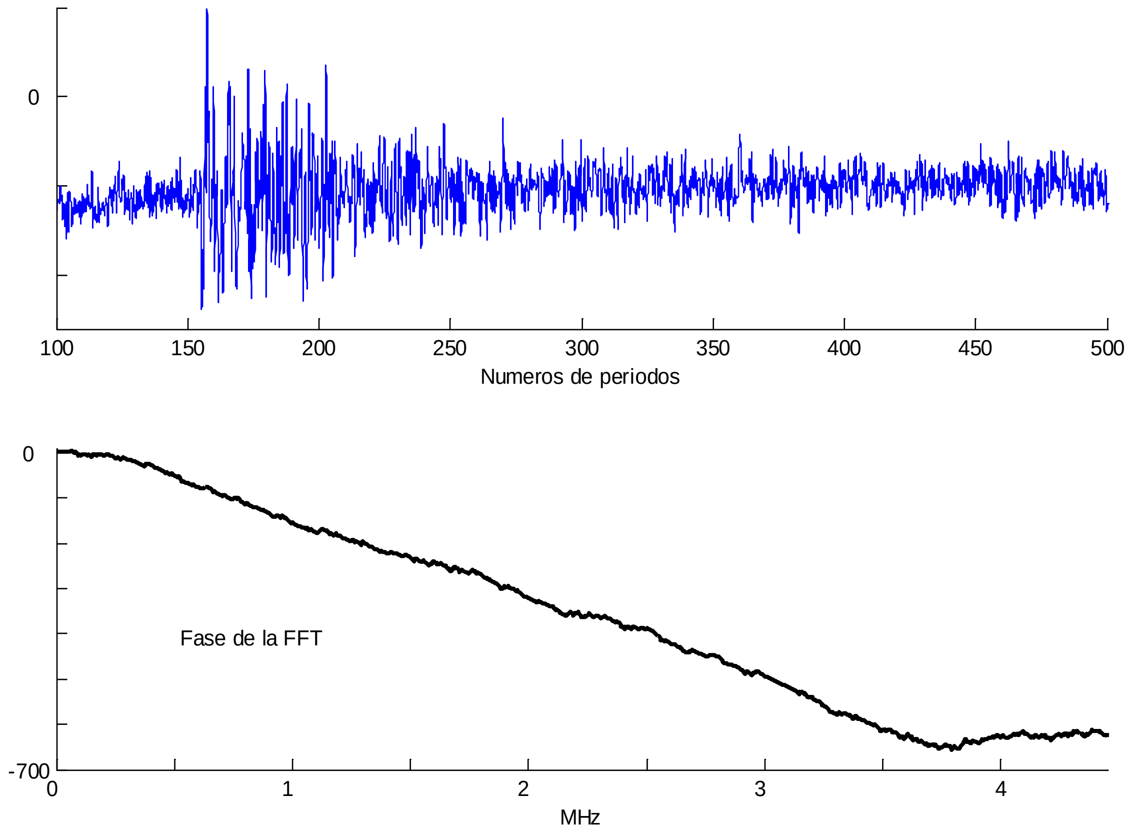



Figura 40 Señal transmitida (A-scan y fase)

Superior: señal transmitida en función del número de período del pulso incidente a una profundidad de 20 mm Inferior: su respectiva fase

La velocidad de fase, se calcula a partir de la inversa de la pendiente del grafico de la fase en función de la profundidad de la muestra. Las medidas se realizaron con una precisión del 5% debido al montaje experimental de la muestra. Ésta esta constituida por cilindros de cobre de 0,75 mm de radio, sumergidos en agua; sonificados con un pulso de 2,25 MHz de frecuencia central.

Las curvas de la fase y modulo son obtenidas por análisis de Fourier. Para obtener la velocidad de fase se calcula la diferencia de fase entre la señal transmitida a las diferentes profundidades (figura 40) y la señal incidente (figura 39) a la frecuencia central del pulso incidente.

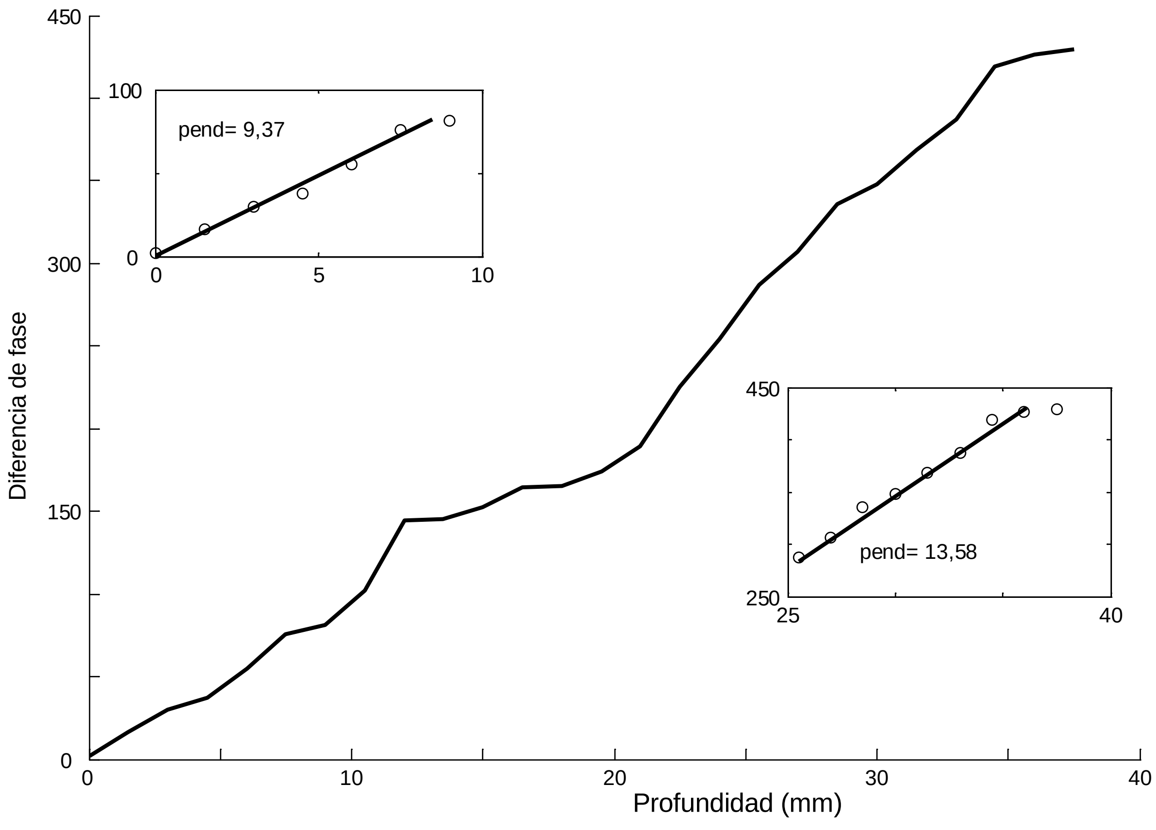



Figura 41 Fase relativa de la señal transmitida

Diferencia entre la fase de la señal transmitida y la incidente en función de la profundidad. Cuadro superior: Ajuste para los primero 10 mm de profundidad. Cuadro inferior: Ajuste para los últimos 20 mm de profundidad

A partir del ajuste lineal del grafico de fase relativa en función de la profundidad (figura 41) se puede determinar la velocidad de fase sola de la componente fundamental de la señal. Se puede observar que existen dos zonas separadas por una "*meseta*". Hasta la profundidad de 10 mm el ajuste lineal determina una pendiente de 9,37, la cual se corresponde con una velocidad de fase de (1,51±0,08) mm/µs. A partir de los 25 mm queda definida otra pendiente la cual se corresponde con una velocidad de fase de (1,14±0,21) mm/µs cambia

La velocidad de grupo se determino mediante dos maneras, realizando medidas de tiempo de vuelo y medidas de correlación.

La técnica de tiempo de vuelo considera medidas de tiempo de vuelo del sonido en transmisión y ecografía. Los tiempos de vuelo son determinados de las señales obtenidas de la digitalización de las señales reflejadas en la cara anterior y posterior de la muestra y de los ecos captados por el hidrófono con y sin muestra

La velocidad de fase del sonido es calculada mediante la siguiente ecuación:

$$c_m = c_H \left[ 1 + \frac{2(t_H - t_M)}{t_{pos} - t_{ant}} \right]$$

donde

$c_H$: es la velocidad del sonido en el agua

$c_M$: es la velocidad del sonido en la muestra

$t_H$: es el tiempo de vuelo del ultrasonido que viaja en el fluido desde el transductor al micro hidrófono,

$t_M$: es el tiempo de vuelo del ultrasonido que viaja en el fluido y atraviesa la muestra desde el transductor al micro hidrófono,

$t_{ant}$: es el tiempo de vuelo del ultrasonido (ida y vuelta) que viaja en el fluido desde el transductor a la cara anterior de la muestra, y

$t_H$: es el tiempo de vuelo del ultrasonido (ida y vuelta) que viaja en el fluido desde el transductor, penetra la muestra y se refleja en la cara posterior de ella,

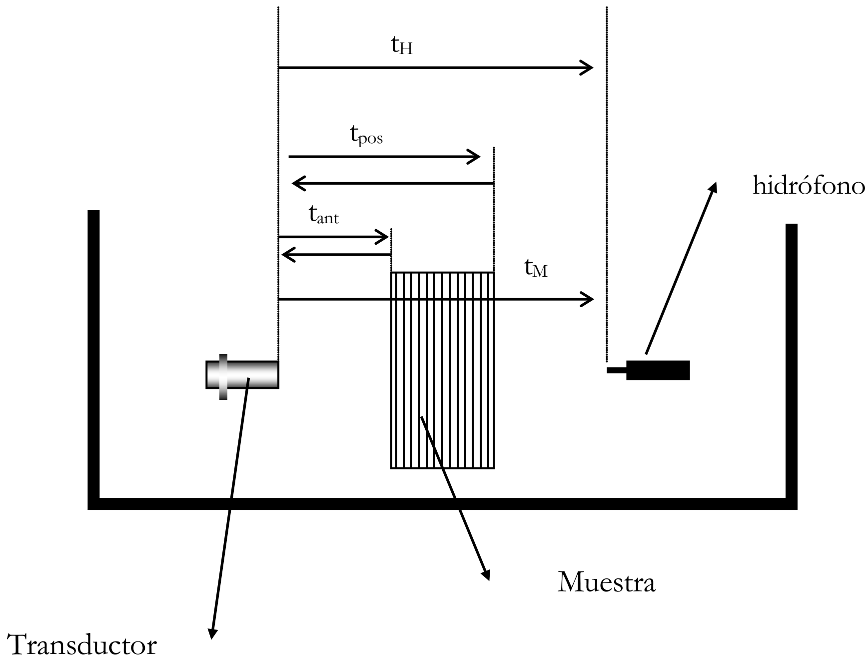



Figura 42 Setup experimental de la técnica tiempo de vuelo

La técnica de tiempo de vuelo involucra los métodos de pulso-eco y de transmisión y es independiente de medidas de posición y de profundidad de la muestra.

Por otro lado realizamos medidas del retraso temporal que presenta la señal al atravesar la muestra a diferentes profundidades. Estos retrasos se determinan a partir de la correlación de las señales obtenidas por transmisión con el pulso incidente. Conociendo la profundidad de la muestra que produce ese retraso y la velocidad en el solvente se determina la velocidad de grupo.

Los errores asociados a las medidas son en tiempo 0,025μs (dos veces el paso temporal) y en la profundidad le 0,05 mm (cinco veces la apreciación del calibre)

El análisis de la velocidad de grupo de la muestra constituida por cilindros metálicos de 0,75 mm de radio distribuidos de forma tal que determinan un $\phi$=0,20, sumergidos en los diferentes medios de propagación (agua, aceite y glicerina) muestran todas que a partir de cierta profundidad hay un cambio en la pendiente de la velocidad de grupo.

Al comparar los resultados obtenidos por las dos técnicas, vemos que la técnica de correlación cruzada es más precisa que la técnica de tiempo de vuelo, a pesar de ser valores muy próximos (figura 43). Por ello presentaremos únicamente los resultados de la correlación cruzada.

El cambio en la pendiente de la velocidad de grupo es otra evidencia de la coexistencia de las ondas coherentes e incoherentes. A medida que se profundiza en la muestra se tiende a mantener constante la velocidad y comienza a ser importante la aproximación a la difusión. En el grafico 43 podemos notar que próximo a una profundidad de $z_T = 3,1\,\ell$ la velocidad de grupo presenta un cambio en su pendiente para la muestra en agua. Esto está de acuerdo con la profundidad de transición hallada anteriormente. La velocidad en el aceite (figura 44 superior) presenta un comportamiento similar alrededor de $z_T = 4,5\,\ell$ y en la glicerina (figura 44 inferior) el cambio se presenta a los $z_T = 4,9\,\ell$

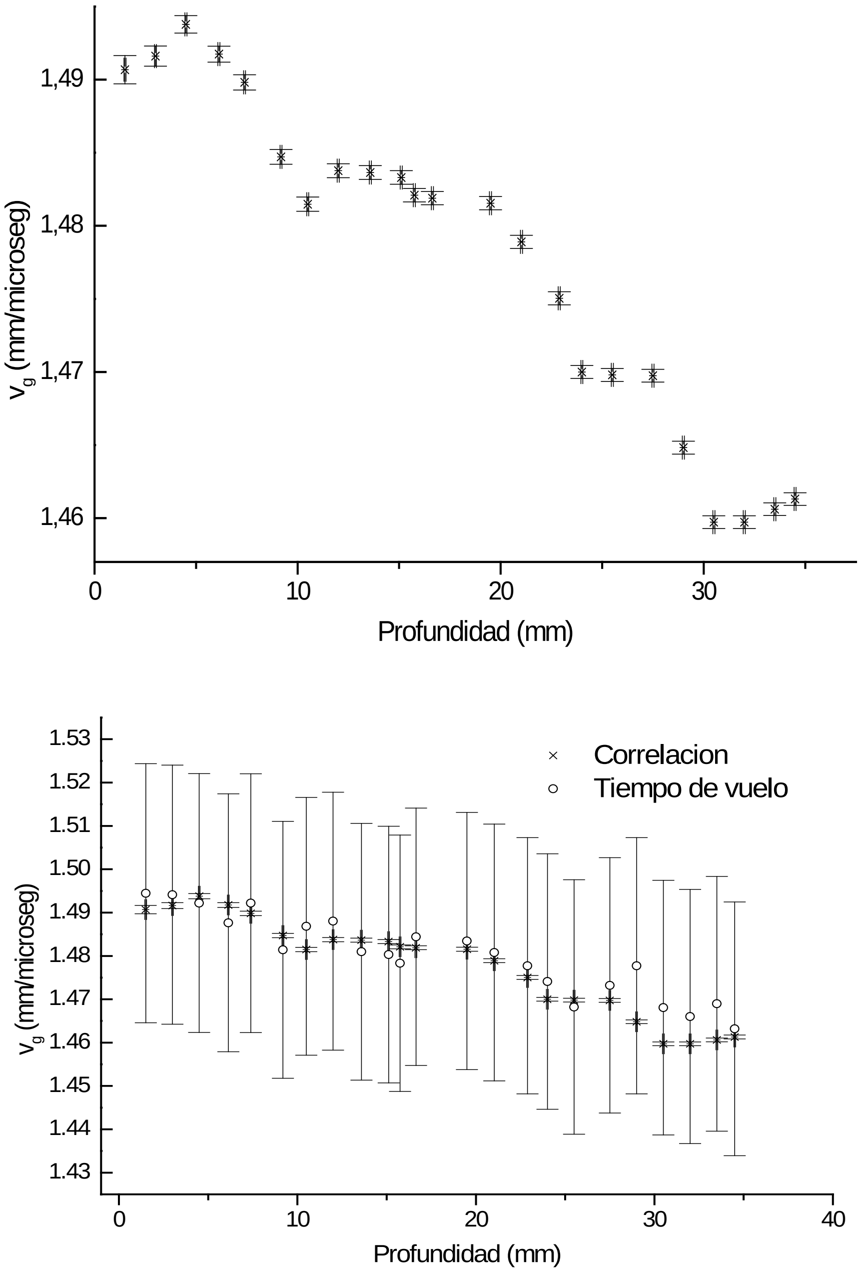



Figura 43 Comparación entre las técnicas de vuelo y correlación cruzada

Velocidad de grupo del pulso transmitido a través de una muestra de $\phi$=0,20 en agua (cilindros de 0,75 mm de radio) mediante la técnica de correlación (superior) y comparación de los resultados entre las dos técnicas (inferior): tiempo de vuelo (o) y correlación cruzada (×). Se observa que el error asociado en la técnica de tiempo de vuelo es mayor que el de la correlación.

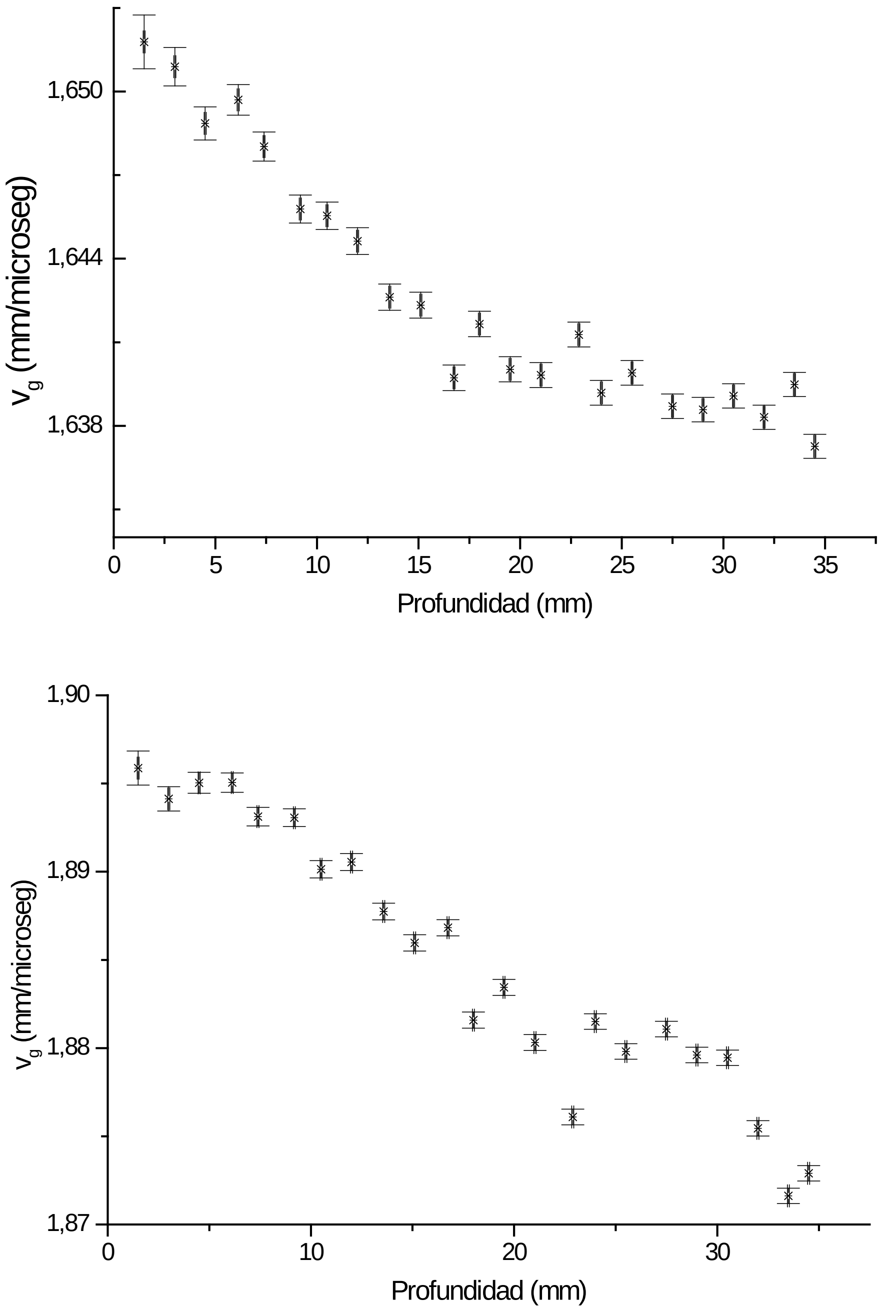



Figura 44 Velocidad de grupo (técnica de correlación)

Pulso ultrasónico transmitido a través de una muestra de $\phi$=0,20 (cilindros de 0,75 mm de radio) en función de la profundidad determinada por la técnica de correlación. Medio acoplante aceite (superior) y glicerina (inferior)

La velocidad de transporte se relaciona con el coeficiente de difusión, *D*, mediante

$$v_e = \frac{Dd}{\ell^*}$$

donde $\ell^*$ es el libre recorrido medio de transporte o coeficiente de anisotropía y $d$ es la dimensión (2 en nuestro estudio). Veremos un método exacto y elegante de determinar los parámetros $D$ y $\ell^*$

### 2.5.4 COEFICIENTE DE DIFUSIÓN

Una manera de determinar el coeficiente de anisotropía es mediante la ecuación 54, que requiere conocimiento a priori de la muestra, a partir de las medidas del libre recorrido medio elástico y del cálculo del "coseno medio".

$$\ell^* = \frac{\ell}{1-\overline{\overline{\cos}}}$$

Otra forma de determinar los parámetros es mediante el análisis del efecto coherente en el backscattering. Esta técnica a sido iniciada en la óptica a fines del siglo pasado (1985) y evidencio experimentalmente la falla en la descripción de la ecuación de transferencia radiativa.

El cálculo del coeficiente de difusión se realiza mediante el ajuste en escala logarítmica de la mitad del ancho angular a la mitad del máximo de la energía recibida en un intervalo dado de la señal.

La técnica de medida emplea un transductor emisor de frecuencia central 2,25 MHz y un micro hidrófono receptor, ambos situados a 50 cm de la cara de la muestra que será sonificada. Si bien el camino de la onda antes y luego de incidir en la muestra es grande la atenuación que sufre debido al medio de propagación (agua) no es significante en nuestro estudio. Esa disposición espacial necesaria debido a las dimensiones del transductor emisor (0,4 cm de radio) El paralelismo entre el emisor y la muestra se realizo maximizando la señal recepcionada trabajando en pulso-eco.

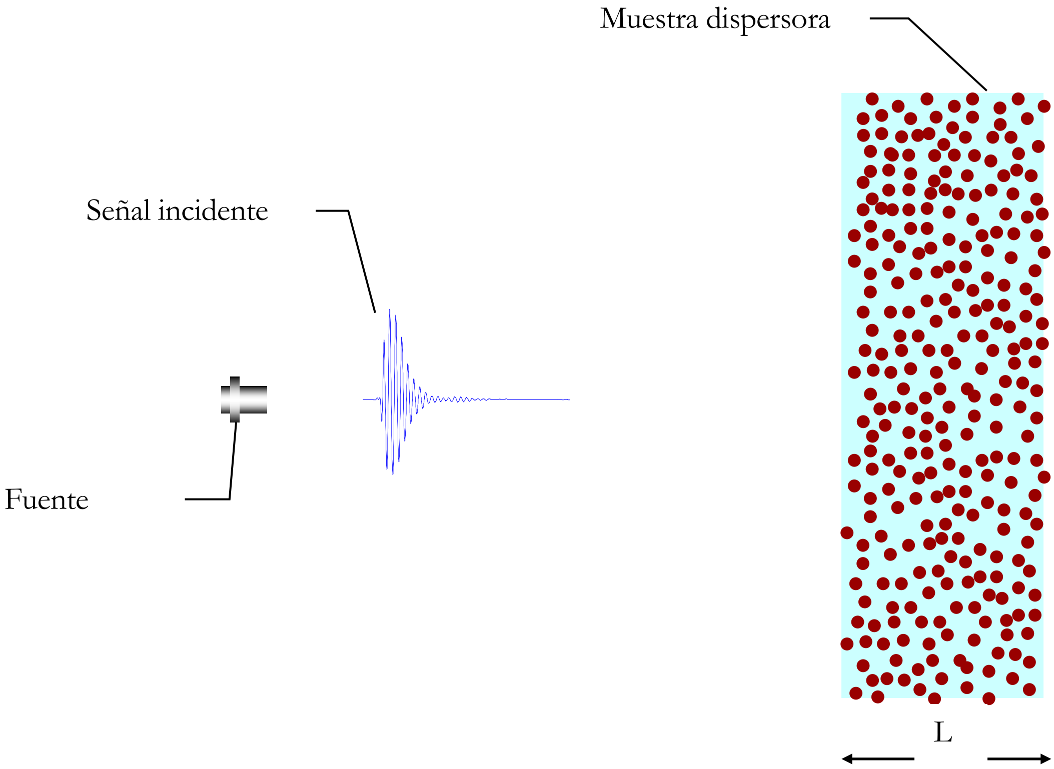



Figura 45 Campo incidente a la muestra esparcidora

Muestra constituida con una $\phi$=0,20, radio de los cilindro = 0,75, medio de propagación agua. Sonificada a una frecuencia central de 2,25 MHz

En la figura 45 se observa la llegada de la onda incidente a la muestra dispersora formada por cilindros metálicos de 0,75 mm de radio constituyendo una fracción de volumen $\phi$ = 0,20 sumergidos en agua y con un libre recorrido medio elástico $\ell_{exp}$ = (3,36 ± 0,11) mm En la figura 46 se muestra la geometría del sistema y las señales de backscattering obtenidas por el micro hidrófono a diferentes ángulos (centrado a la cara que se sonificará)

De esa señal mediremos la intensidad estacionaria (como usualmente se realiza en óptica) y la intensidad dependiente del tiempo (ecuaciones 57 y 58 respectivamente) [5] [6].

En el primer caso integramos en forma exacta el cuadrado de la amplitud sobre toda la señal, excluyendo el primer eco, para dejar de lado la contribución del scattering simple. En el segundo caso, se integra el cuadrado de la amplitud sobre pequeñas ventanas temporales, tomadas a diferentes tiempos. El posicionamiento del receptor se ha realizado con un paso de 1/10 grados. En cada posición angular se ha tomado 14 realizaciones, para ello se ha trasladando angularmente al micro hidrófono con un paso de 1/100 grados en una mancha de 5/100 grados radio. Con estos desplazamientos evitamos el solapamiento de las zonas correspondientes para cada posición angular.

Luego de promediar las realizaciones no se observa una distribución isotrópica en la intensidad promedio como se presenta en una sola realización.

En la onda que sufre backscattering, se observan picos debidos a los arbitrarios ángulos de reflexión. Pero, si se aplica un promedio en las configuraciones, tienden a desaparecer, (si el desorden de la muestra es lo suficientemente fuerte la intensidad se distribuye uniformemente). No obstante, hay un pico particular que existe en todas las realizaciones de desorden. En realidad, cualquier configuración dispersora dada, origina un "camino de rayos" y como contraparte, siempre hay una interferencia constructiva en la dirección de vuelta (y también en la de ida). Es por esta razón que emerge el scattering coherente luego de promediar en las configuraciones.

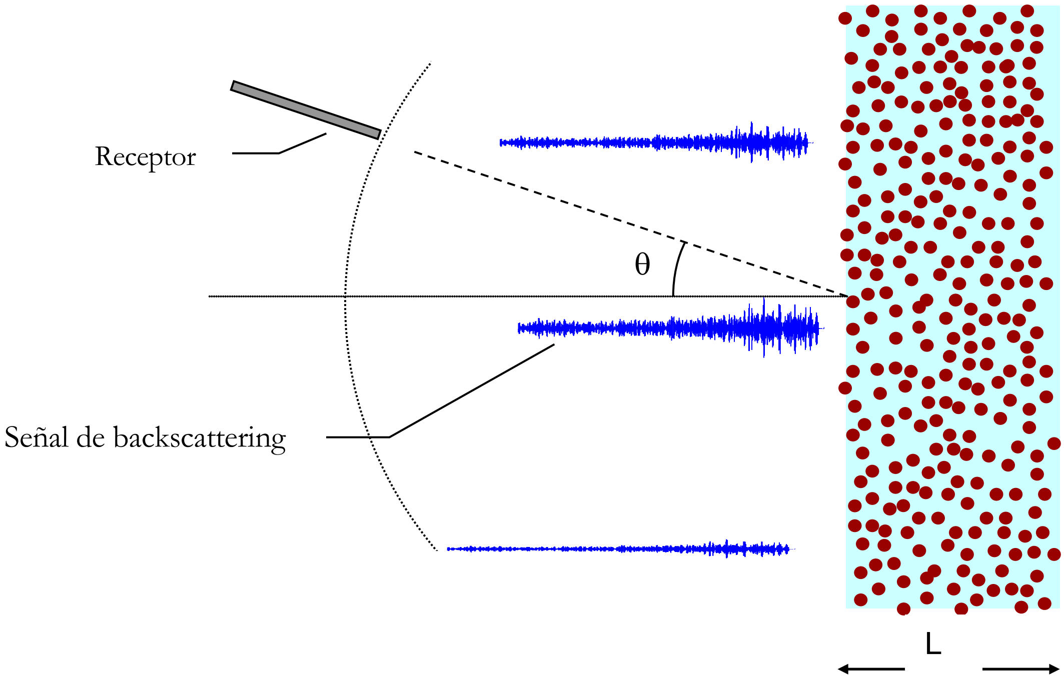



Figura 46 Setup de adquisición de las señales de backscattering

El hidrófono recepciona las señales a diferentes posiciones angulares con un paso de 1/100 grados

En el análisis de la intensidad estacionaria, se puede ver que en el caso bidimensional la mitad del ancho angular, a la mitad del máximo, se relaciona con el libre recorrido medio elástico de transporte mediante la siguiente relación [7]

$$\frac{\Delta\theta}{2} = 1{,}08\frac{1}{k\,\ell^*}$$

Las medidas experimentales del $\ell^*$ =4,81 mm se encuentra en perfecto acuerdo con el cálculo basada en la relación (54), conociendo el libre recorrido medio elástico y el coseno promedio (para el cilindro de radio 0,75 mm es $\overline{\cos} = 0{,}3217$) proporciona un valor de $\ell^{*} = (4{,}95 \pm 0{,}18)$ mm

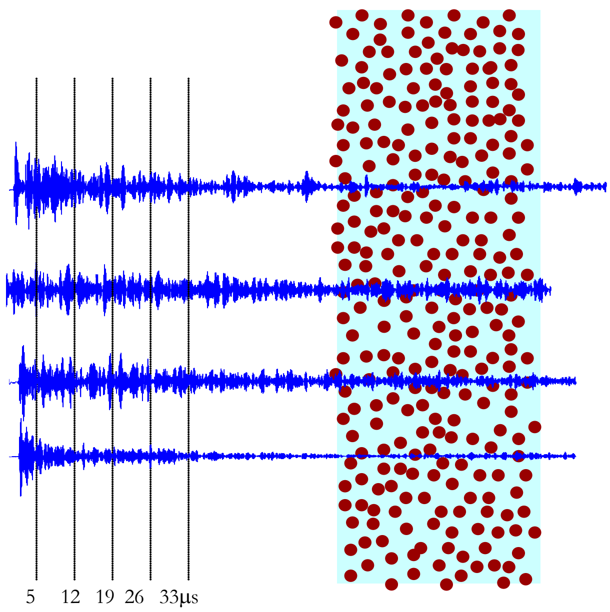



Figura 47 Señales que sufrieron backscattering a diferentes angulos

Para cada posición angular, se calcula la intensidad dependiente temporal por integración del cuadrado de la amplitud de la señal. Los tiempos considerados son 5, 12, 19, 26,y 33 μs. El ancho temporal de la ventana es de 6 μs

Este método, caso estacionario, es una forma efectiva para evaluar $\ell^{*}$ y además si el medio es a priori desconocido (en especial si se desconoce la sección eficaz del dispersor)

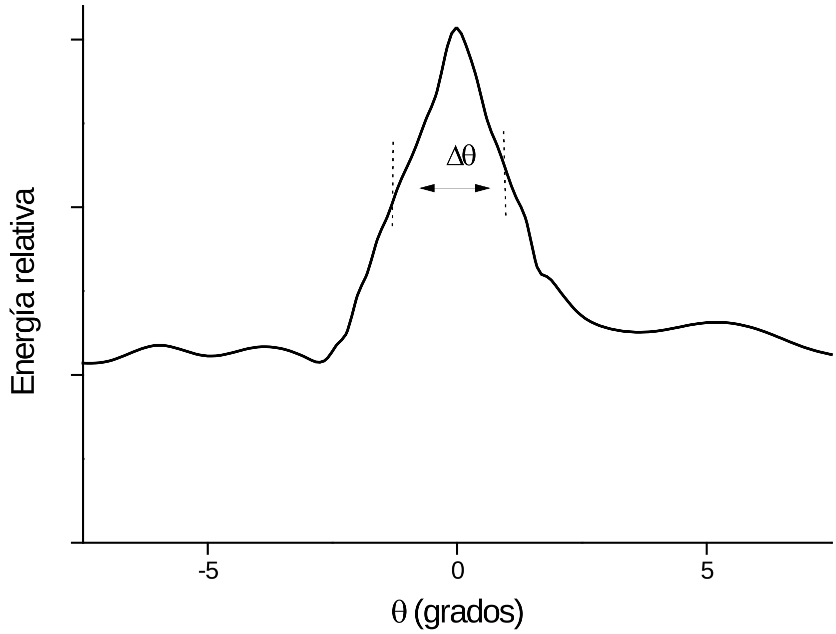



Figura 48 Cono de backscattering coherente (Intensidad estacionaria.)

La energía es calculada por la integración del cuadrado de la amplitud sobre toda la señal recibida, sin considerar la parte balística

En el caso dinámico el ancho del pico encontrado decrece con el tiempo. Se sabe que la mitad del ancho angular, a la mitad del máximo, se relaciona con el coeficiente de difusión D [7], mediante

$$\frac{\Delta\theta}{2} = 1{,}12\frac{1}{k\sqrt{Dt}}$$

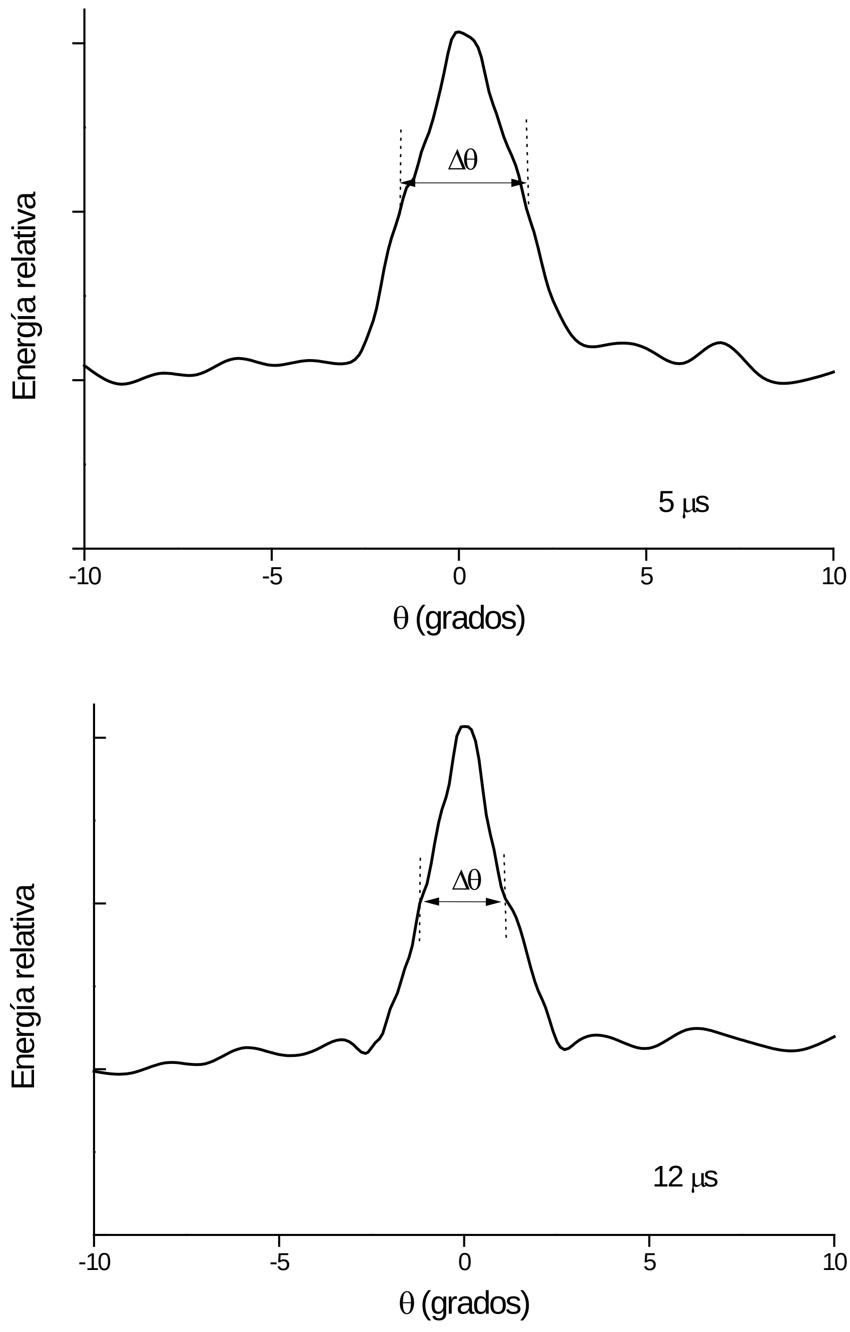



Figura 49 Cono de backscattering coherente (5 y 12 microsegundos)

La energía es calculada por la integración del cuadrado de la amplitud sobre toda la señal recibida a partir de los 5 μs (superior) y 12 μs (inferior) en función del ángulo

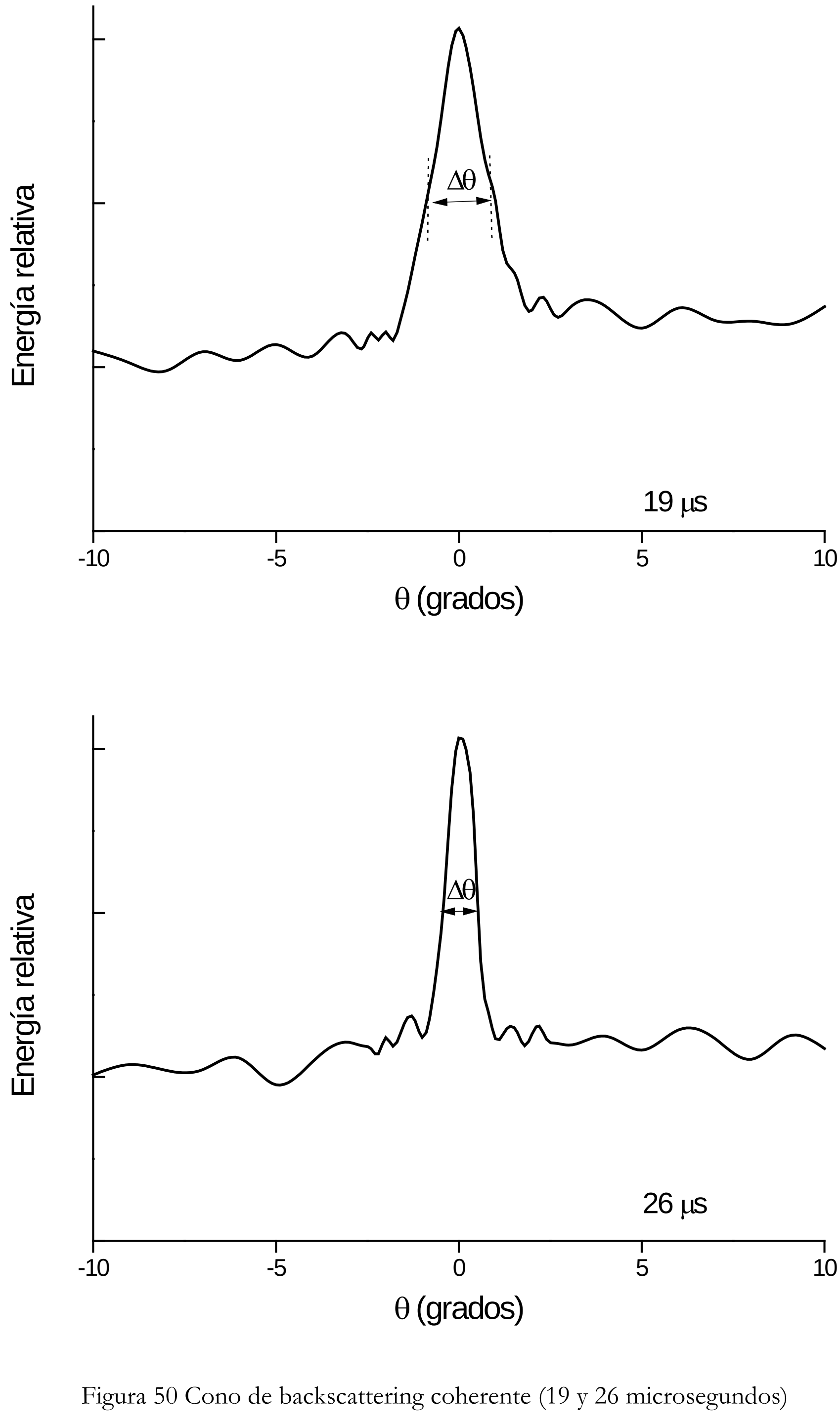



Figura 50 Cono de backscattering coherente (19 y 26 microsegundos)

La energía es calculada por la integración del cuadrado de la amplitud sobre toda la señal recibida a partir de los 19 μs (superior) y 26 μs (inferior) en función del ángulo

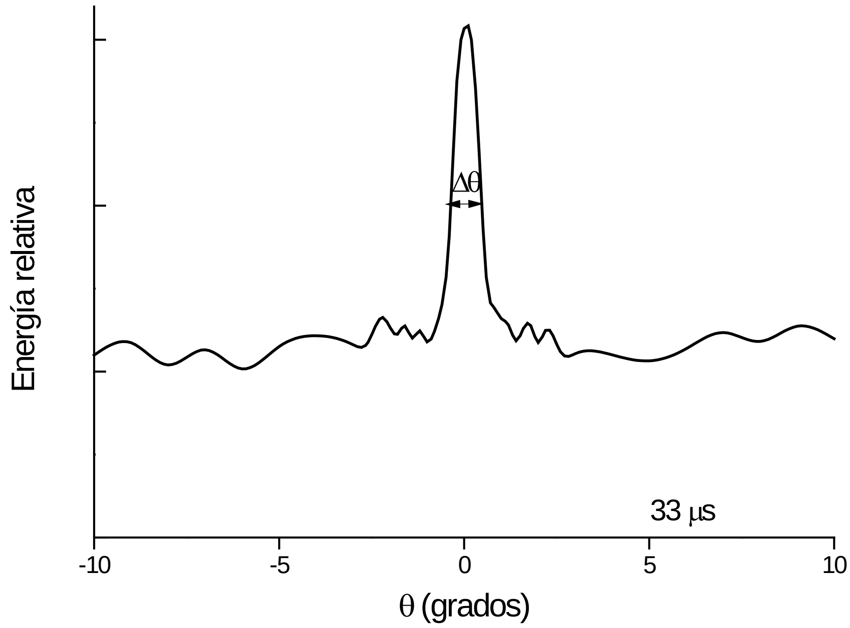



Figura 51 Cono de backscattering coherente (33 microsegundos)

La energía es calculada por la integración del cuadrado de la amplitud sobre toda la señal recibida a partir de los 33 μs en función del ángulo

| $t_{parcial}$ μs | Δθ (grado) |
|---|---|
| 5 | 3.50 |
| 12 | 1,94 |
| 19 | 1,73 |
| 26 | 1,33 |
| 33 | 1,31 |

La tabla muestra la evolución del ancho del pico de energía a medida que se aumenta el tiempo de partida para el cálculo de la intensidad. Para tiempos de integración superiores a 33μs el ancho no es diferenciable y tiende a desaparecer

El ajuste de los datos determina $\ln(\Delta\theta/2) = -2{,}768 - \frac{1}{2}\ln(t_{parcial})$. A partir del término independiente y dado que se conoce el número de ondas y asumiendo la velocidad de la onda en el agua constante (1,5 mm/μs, $k$=9,42mm$^{-1}$) determina una constante de difusión $D$ = 3,59 mm$^2$/μs Como vimos anteriormente, la velocidad de fase de la onda no permanece constante a medida que penetra la muestra, tomando el valor obtenido de la velocidad de fase para la muestra de profundidad entre 25 mm y 35 mm da una constante de difusión menor  La velocidad de energía calculada (ecuación 53) es de 1,45 mm/μs

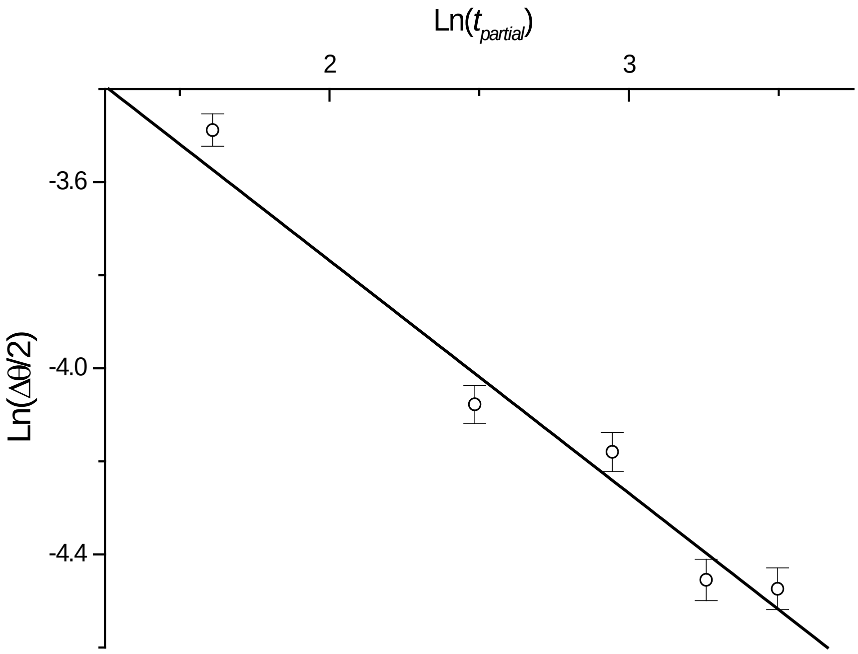



Figura 52  Coeficiente de difusión

Logaritmo neperiano de la mitad del ancho a la mitad del máximo en función del logaritmo neperiano del tiempo.

La constante de difusión calculada para la profundidad de 35 mm (tomando el número de ondas a partir de la velocidad de fase determinada experimentalmente, 1,14 mm/μs) da un valor de 2,07 $mm^2$/μs

Mediante el método de transmisión uno podría determinar en forma inexacta el coeficiente de difusión. Ello se debe a que un largo dominio de la razón $\ell/L$ coexisten los campos coherentes e incoherentes, lo que implicaría una profundidad grande de la muestra para ser valida la aproximación a la difusión. Esto implica que los efectos de atenuación debido a la muestra comienzan a ser importante de tal forma que se define un nuevo parámetro, la longitud de absorción. En la literatura determinan la longitud de absorción por las medidas de la "distribución del tiempo de vuelo" [9] [10]

Un resumen de los valores experimentales del libre recorrido medio elástico y de trasporte, junto con la profundidad de transición de régimen se presentan en las siguientes tablas

| Muestra / Parámetro | Φ=0,20 Agua | Φ=0,20 Agua salada | Φ=0,20 Aceite | Φ=0,20 Glicerina |
|---|---|---|---|---|
| $\ell$ (mm) | 3,38 | 3,59 | 4,01 | 4,02 |
| $\ell^*$ (mm) | 4,98 | 5,28 | 6,01 | 6,03 |
| | 4,81 | (*método de intensidad estacionaria*) | | |

Tabla 11 Cuadro comparativo de libres recorrido medio

Evolución del libre recorrido medio elástico y de transporte para muestras de cilindro de 0,75mm de radio sumergidos en los diferentes medios de propagación.

| Técnica experimental | $z_T$ (mm) | | | $z_T/\ell$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | agua | aceite | glicerina | agua | aceite | glicerina |
| Ponderación de la energía | 12,5 | 18,9 | 18,23 | 3,7 | 4,7 | 4,5 |
| Velocidad de fase | 10,4 | 17,6 | 18,7 | 3,1 | 4,4 | 4,6 |
| Velocidad de grupo | 10,5 | 18,0 | 19,6 | 3,1 | 4,5 | 4,9 |

Tabla 12 Cuadro comparativo de la transición de régimen de scattering para las diferentes técnicas

## DISCUSIÓN

*Si bien no encaramos el estudio del régimen de scattering en función de la fracción de volumen de la muestra, a través del análisis del exceso de atenuación se pudo determinar a partir de que fracción de volumen domina un determinado régimen de scattering.*

*Por lo contrario se determinó a partir de que profundidad se ingresa en un régimen de scattering múltiple, para una fracción de volumen dada. Para ello se analizó varios parámetros: la presencia de la energía incoherente en función de la profundidad, la velocidad de fase, velocidad grupo y por el coeficiente de difusión.*

*Todas las medidas concuerdan en que si bien se pudo determinar los parámetros de libre recorrido medio y de transporte, se presenta un largo dominio de coexistencia de los campos coherentes e incoherentes impidiendo dar con certeza la profundidad donde se produce el cambio de régimen simple a múltiple. Además para muestras más profundas, la* *distancia límite en que los procesos de scattering pueden ser considerado difusivos no es unánimemente aceptada, debido a que las componentes coherentes (en particular la balística) y difusivas coexisten en el proceso de scattering.*

*Los valores encontrados de la transición de simple a múltiple coinciden para las diferentes técnicas empleadas en los diferentes medios estudiados. Para la técnica de peso del tipo de energía presente da una profundidad de transición de 12,5mm, el quiebre de la velocidad de fase comienza a los 12 mm, la velocidad de grupo denota un cambio en la pendiente a los 12mm. Si bien estas profundidades concuerdan entre sí es cuatro veces el libre recorrido medio elástico ($z=3,7\ \ell$), evidenciándose así la coexistencia de la energía coherente e incoherente.*

*El análisis para muestras profundas, varios recorridos libre medio, el transporte de energía en el medio no obedece a los modelos de scattering simple y múltiple, probándose que se corresponde con el modelo de difusión. El transporte se caracterizó por dos parámetros: uno estacionario, el libre recorrido medio de transporte $\ell^*$ y otro dinámico la constante de difusión* D. *El primero proporcionó la longitud a la cual la onda ha perdido la memoria de su dirección inicial, la longitud de extinción de la directividad en scattering múltiple; el segundo se relaciona con la velocidad de propagación del halo difuso en el medio. Ambos,* D *y $\ell$, fueron estimados por medio del efecto de backscattering coherente y se evidenció una correspondencia con los valores obtenidos por el modelo de scattering, para el libre recorrido medio elástico.*

# 3 CONCLUSIONES

Se analizó y determinó los parámetros de scattering y de transporte asociados a la propagación de una onda acústica en un medio con débil y fuerte presencia de dispersores. A diferencia de los estudios realizados hasta el presente, los cuales analizan el scattering en función de la fracción de volumen, se encontró que el régimen de scattering presente también depende del recorrido de la onda en la muestra.

Las técnicas acústicas empleadas en el trabajo de tesis permitieron determinar y diferenciar los parámetros de scattering y de transporte En ellas se adquirieron señales en el modo A-scan por su rapidez de operación.

Los parámetros de scattering estudiados son: el libre recorrido medio elástico y el libre recorrido medio de transporte. Además de éstos, el comportamiento de las velocidades de fase y grupo de la onda, junto con el peso que adquiere la energía incoherente respecto a la coherente, permitieron determinar la profundidad a la cual se encuentra presente el scattering simple y el múltiple. Todos estos parámetros fueron analizados en muestras con idénticos dispersores e igual distribución volumétrica a diferentes profundidades, aportando un punto de vista original en la determinación del régimen presente. Así mismo, por primera vez, se realizó el estudio del comportamiento de la velocidad de fase y grupo en función de la profundidad para muestras con igual constitución con diferentes medios de propagación.

Los parámetros de transporte analizados experimentalmente son: el libre recorrido medio elástico de transporte (mediante la intensidad estacionaria del cono de backscattering) y el coeficiente de difusión (mediante la intensidad dinámica del cono de backscattering)

Para muestras cuya profundidad no es muy grande comparadas con el libre recorrido medio elástico se probó que la onda coherente, promedio de la amplitud del campo que se propaga en el medio, decae exponencialmente con la profundidad de la muestra. Se mostró que la onda coherente incluye además del pulso balístico, contribuciones del scattering de ida. El libre recorrido medio elástico se determinó midiendo la variación de la amplitud coherente con la profundidad de la muestra y por el decaimiento que presenta el coeficiente de transmisión coherente.

Para muestras muy profundas, varios recorridos libre medio, o con una fracción de volumen grande, el transporte de energía en el medio es difuso y caracterizado por dos parámetros: uno estacionario, el libre recorrido medio de transporte, que proporciona la longitud a la cual la onda ha perdido la memoria de su dirección inicial; y otro dinámico la constante de difusión la cual se relaciona con la velocidad de propagación del halo difuso en el medio. Ambos, $D$ y $\ell$ pueden ser estimados por medio del efecto de backscattering coherente.

Verificamos la importante propiedad particular de las ondas acústicas que, contrariamente a la óptica, los resultados muestran que no se puede determinar en forma exacta la profundidad donde ocurre el cambio de régimen. Ello se debe a que la onda coherente y la incoherente pueden coexistir en un largo dominio de $\ell/L$

En resumen, la metodología experimental desarrollada y el estudio teórico han permitido analizar, en buena concordancia con los valores teóricos esperados, la casi totalidad de los parámetros macroscópicos de scattering simple y múltiple, débil y muy fuerte.

# 4 Futuros Trabajos

En esta sección queremos presentar algunos de los posibles trabajos que se desprenden de la investigación realizada. Ellos son:

- Análisis del pulso balístico en la señal esparcida. ¿Cómo se puede diferenciar de la componente coherente?

- Influencia de las propiedades elásticas de los dispersores: propagación de creeping waves [31] y ondas de Lamb [32] en dispersores huecos

- Como cambia el libre recorrido medio cuando la propagación se realiza en un medio fuertemente absorbente. A partir de la ecuación 56 (ya no vale $1 \approx e^{-L/\ell_a}$) y el conocimiento del coeficiente de difusión D, se podría estimar el libre recorrido medio de absorción y poder determinar la dependencia exacta del libre recorrido medio con la longitud de absorción $\ell_a$ y de scattering $\ell_s$. (Las muestras que fueron analizadas presentan un $\ell_a \gg \ell_s$ por lo que $\ell^{-1} = \ell_a^{-1} + \ell_s^{-1} \approx \ell_s^{-1}$)

- La realización de las experiencias en diferentes medios de propagación, permite pensar en diferentes aplicaciones como ser estudio de las cerámicas piezoeléctricas (polímero-cerámica)[33], oceanográficas (plancton), médicas (caracterización de tejidos, osteoporosis, etc.)

- Localización. Este fenómeno físico observado en óptica (que conduce a una re-normalización del coeficiente de difusión), surge al analizar muestras con una fracción de volumen muy grande, donde el libre recorrido medio y la longitud de onda son comparables. He analizado situaciones donde el libre recorrido medio es muy grande comparado con la longitud de onda, excluyendo de nuestros propósitos los efectos de localización. Es de hacer notar que se han analizado las situaciones donde el libre recorrido medio es muy grande comparado con la longitud de onda, excluyendo de nuestros propósitos los efectos de localización observados en óptica, que conducen a una re-normalización del coeficiente de difusión

A continuación presentaremos algunos indicios de los primeros puntos. Queremos estudiar la evolución que sufre la primera parte del pulso, parte balística, con la profundidad de la muestra. Para ello analizamos la componente coherente de una señal transmitida.

La onda balística no es la única contribución a la onda coherente. La onda coherente es la parte de la onda transmitida que no cambia con el promedio. La onda balística contribuye a la onda coherente pero el evento scattering múltiple también puede adicionarse a él.

Actualmente la onda coherente consiste en la onda balística mas todas las contribuciones emergentes hacia fuera de la muestra con la misma dirección que la onda incidente. Esta es la razón por la cual aparecen otros frentes de ondas arribando por detrás, cerca del tiempo balístico. Luego del promedio permanece el frente balístico más la contribución del scattering de ida.

Al ser elementos dispersores metálicos, podemos relacionar otras contribuciones, como ser debida a la resonancia de los elementos. Esto se pone de manifiesto en la curva de la sección eficaz total (figuras 15,16,17 y35) en la cual se observa que se inicia un pozo alrededor de los 4,8 MHz ($ka$ = 4,76).

El correspondiente "dwell time" (tiempo de permanencia) puede ser asociada con la resonancia. En una primera instancia, ese tiempo, se puede aproximar al inverso del ancho de la resonancia (0,83$\mu$s). Se observa en la señal esparcida de la figura anterior, cerca de finalizar el pulso balístico (75μs) comienza el un nuevo frente de onda, aproximadamente alrededor de los 77μs. Un análisis espectral de la onda coherente nos confirma que las dos contribuciones no pertenecen a las mismas físicas.

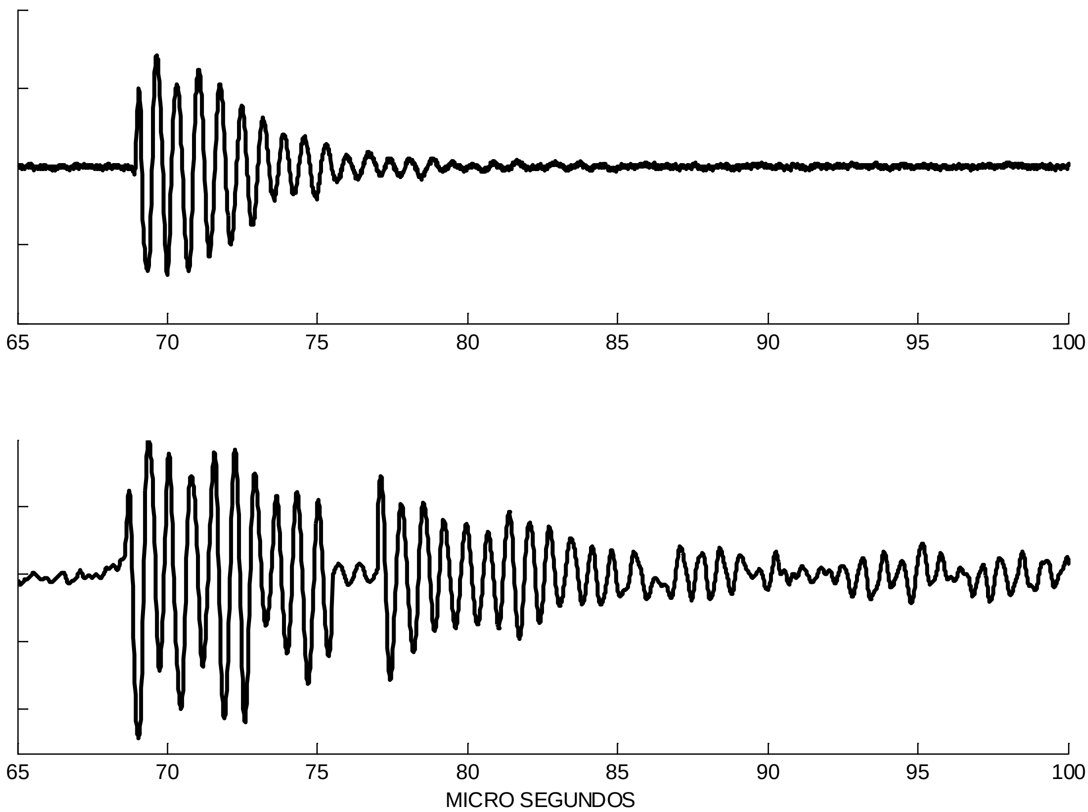



Figura 53 Pulso balístico

Señales transmitidas en una muestra de glicerina y cilindros de 0,3 mm de radio medio, $\phi$ = 0,27 ($\ell_{exp}$ = 2,41±0,15). Emisor de 5,0 MHz (frecuencia central) y receptor un micro hidrófono. La onda balística (superior) surge al promediar las señales transmitidas (inferior) en los diferentes "ensembles" a una profundidad de 1,8 mm ($z < \ell_{exp}$)

El análisis espectral denota la diferencia de las componentes del pulso acústico para una señal transmitida una pequeña profundidad ($z$ = 1,8 mm).

La línea cortada es el espectro de la señal balística, la línea fina se corresponde con la señal coherente y la línea gruesa es espectro del pulso incidente

Los espectros del pulso incidente y de la onda balística son casi los mismos. Es como si el pulso balístico no vio el medio, aun cuando no es rigurosamente cierto. La envolvente de la contribución coherente presenta un pico cercano a los 4,8 MHz (frecuencia a la que la sección eficaz total presenta un pozo)

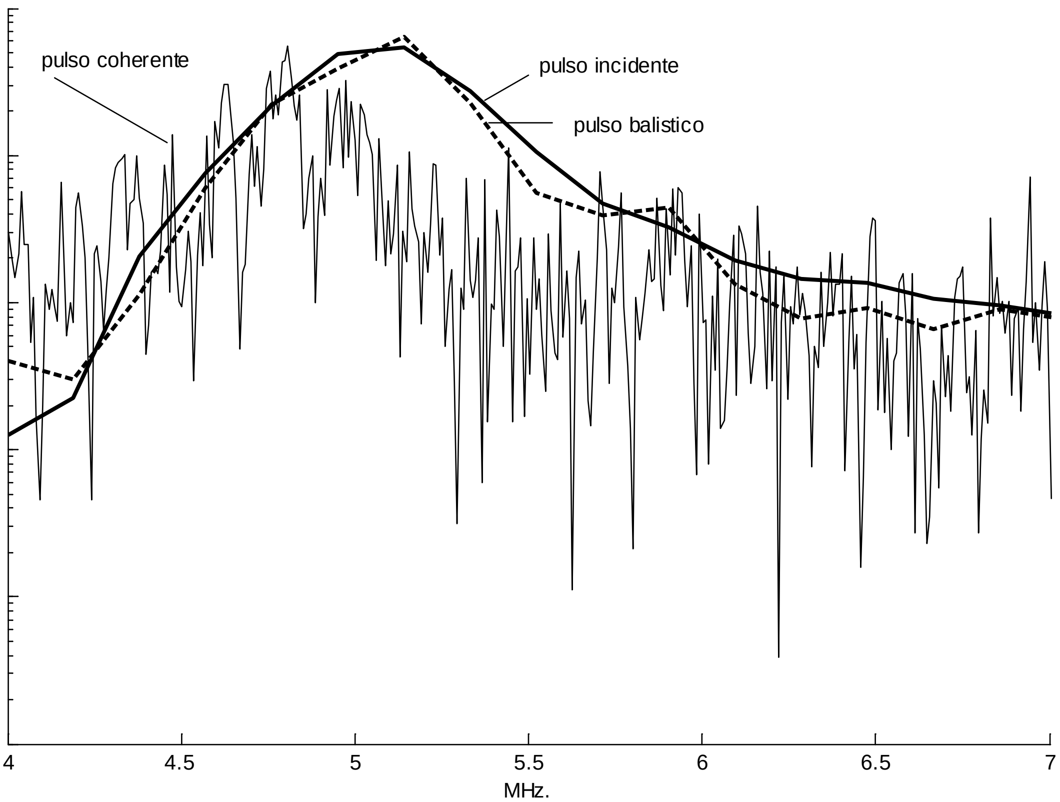



Figura 54 Comparación de los espectros de la señal incidente, pulso balístico y coherente

Espectro en intensidad para las componentes de una señal sónica de frecuencia central de 5,0 MHz. línea gruesa: Señal incidente línea cortada: pulso balístico línea fina: Contribución coherente

# APÉNDICES

## A Teorema de scattering de ida

Consideremos una onda linealmente polarizada $\overline{E}_i$ con un vector de Poynting $\overline{S}_i$ la cual incidente sobre un objeto

$$\overline{E}_i = e^{-jk\bar{r}\cdot\hat{i}} \tag{A 1}$$

$$\overline{S}_i = \frac{1}{2}\overline{E}_i \times \overline{H}_i^* = \frac{|E_i|^2}{2\eta_0}\hat{i}, \qquad \eta_0 = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2}$$

El campo total $\overline{E}$ y $\overline{H}$ viene dado por

$$\begin{aligned} \overline{E} &= \overline{E}_i + \overline{E}_s \\ \overline{H} &= \overline{H}_i + \overline{H}_s \end{aligned} \tag{A 2}$$

donde $\overline{E}_s$, $\overline{H}_s$ son las ondas dispersadas. Primero consideremos la potencia total absorbida $P_a$ por el objeto. Éste viene dado por

$$P_a = S_i\sigma_a = -\int_S \Re\left[\tfrac{1}{2}\overline{E} \times \overline{H}^*\right] \cdot d\overline{S} \tag{A-3}$$

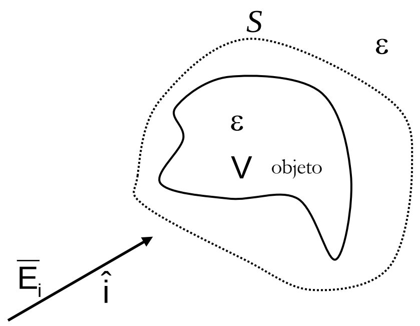



Figura 55 Diagrama de la onda incidente y el objeto.

Notar que

$$\overline{E}\times\overline{H}^{*}=\overline{E}_{i}\times\overline{H}_{i}^{*}+\overline{E}_{s}\times\overline{H}_{s}^{*}+\overline{E}_{i}\times\overline{H}_{s}^{*}+\overline{E}_{s}\times\overline{H}_{i}^{*} \tag{A-4}$$

Al Sustituir (A-4) dentro de (A-3) se obtiene la potencia dispersada $P_s$

$$P_{s}=S_{i}\sigma_{s}=\int_{S}\Re\left[\tfrac{1}{2}\overline{E}_{s}\times\overline{H}_{s}^{*}\right]\cdot d\overline{s} \tag{A-5}$$

Para ello se observa que

$$\begin{aligned}
&\int_{S}\overline{E}_{i}\times\overline{H}_{i}^{*}\cdot d\overline{s}=0\\
&\Re\left(\overline{E}_{i}\times\overline{H}_{s}^{*}\right)=\Re\left(\overline{E}_{i}^{*}\times\overline{H}_{s}\right)\\
&\int_{S}\overline{E}_{i}\times\overline{H}_{s}^{*}\cdot d\overline{s}=\int_{S}\overline{E}_{i}\times\overline{H}^{*}\cdot d\overline{s}\\
&\int_{S}\overline{E}_{s}\times\overline{H}_{i}^{*}\cdot d\overline{s}=\int_{S}\overline{E}\times\overline{H}_{i}^{*}\cdot d\overline{s}
\end{aligned} \tag{A-6}$$

El vector de Poynting queda

$$S_{i}(\sigma_{a}+\sigma_{s})=-\int\Re\left[\tfrac{1}{2}\left(\overline{E}_{i}^{*}\times\overline{H}+\overline{E}\times\overline{H}_{i}^{*}\right)\right] \tag{A-7}$$

ahora se nota que

$$\begin{aligned}
&\int_{S}\overline{E}_{i}^{*}\times\overline{H}\cdot d\overline{s}=\int_{V}\nabla\cdot\left(\overline{E}_{i}^{*}\times\overline{H}\right)dV,\\
&\nabla\cdot\left(\overline{E}_{i}^{*}\times\overline{H}\right)=\overline{H}\cdot\nabla\times\overline{E}_{i}^{*}-\overline{E}_{i}^{*}\cdot\nabla\times\overline{H}=\overline{H}\cdot\left(j\omega\mu_{0}\overline{H}_{i}^{*}\right)-\overline{E}_{i}^{*}\cdot\left(j\omega\varepsilon\overline{E}\right),\\
&\nabla\cdot\left(\overline{E}\times\overline{H}_{i}^{*}\right)=\overline{H}_{i}^{*}\cdot\nabla\times\overline{E}-\overline{E}\cdot\nabla\times\overline{H}_{i}^{*}=\overline{H}_{i}^{*}\cdot\left(j\omega\mu_{0}\overline{H}\right)-\overline{E}\cdot\left(j\omega\varepsilon\overline{E}_{i}^{*}\right)
\end{aligned} \tag{A-8}$$

Se tiene por lo tanto

$$S_{i}(\sigma_{a}+\sigma_{s})=-\Re\int_{V}\tfrac{1}{2}\left[-j\omega(\varepsilon-\varepsilon_{0})\right]\overline{E}\cdot\overline{E}_{i}^{*}dV=-\Im\int_{V}\frac{\omega(\varepsilon-\varepsilon_{0})}{2}\overline{E}\cdot\overline{E}_{i}^{*}dV \tag{A-9}$$

No obstante, la amplitud de dispersión de ida $\bar{f}(\hat{i},\hat{i})$ viene dada por

$$\bar{f}(\hat{i},\hat{i})=\frac{k^{2}}{4\pi}\int_{V}\frac{\varepsilon-\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{0}}\overline{E}e^{jk\bar{r}'\cdot\hat{i}}dV \tag{A-10}$$

Notamos que $\overline{E}_i$ en (A-1), se obtiene

$$\bar{f}(\hat{i},\hat{i})\cdot\hat{e}_i = \frac{k^2}{4\pi}\int_V \frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\overline{E}\cdot\overline{E}_i^{*}dV \qquad \text{(A-11)}$$

Combinando (A-9) con (A-11) podemos encontrar el teorema de dispersión de ida ó teorema óptico

$$\sigma_a + \sigma_s = -\frac{4\pi}{k^2}\Im\left[\bar{f}(\hat{i},\hat{i})\right]\cdot\hat{e}_i \qquad \text{(A-12)}$$

## B Ecuación de difusión

Cuando se analiza el proceso de difusión debido a una diferencia de concentración de partículas, la fuerza motriz de la difusión es el gradiente de concentración de partículas.

Cuando se analiza el flujo a través de un plano situado en z obtenemos que el número de partículas que pasan a través de la unidad de área por unidad de tiempo en la dirección positiva de $z$ es $n(z)c_z$ y en la dirección negativa de $z$ es $n(z+\ell_z)c_z$. El flujo en la dirección *z* viene dado por

$$J_n = [n(z)-n(z+\ell_z)]c_z = -\ell_z c_z\frac{dn}{dz} \qquad \text{(A 13)}$$

Aquí $\ell_z = \ell\cos\theta$ y $c_z = c\cos\theta$ son las proyecciones del libre recorrido medio y de la velocidad sobre el eje *z* respectivamente, (el ángulo polar con el eje $z$ es $\theta$) se toma la media sobre la superficie de un hemisferio, puesto que todas las direcciones en el espacio son igualmente probable. El elemento de área de la superficie es $2\pi\,\mathrm{sen}\,\theta d\theta$; así

$$\langle\ell_z c_z\rangle = lc\frac{\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\, 2\pi\,\mathrm{sen}\,\theta d\theta}{2\pi} = \frac{\ell c}{3} \qquad \text{(A 14)}$$

En el caso bidimensional $\langle\ell_z c_z\rangle = \ell c/2$.

Podemos expresar al flujo como

$$\vec{J}_n = -\frac{\ell c}{3}\nabla n \tag{A 15}$$

donde podemos definir la constante de difusión como

$$D = \frac{\ell c}{3} \tag{A 16}$$

lo que

$$\vec{J}_n = -D\nabla n \tag{A 17}$$

## C Influencia de la elasticidad en el campo de presión

Tradicionalmente la presión total se puede expresar como suma de dos términos, uno debido a la elasticidad del material y el otro a la rigidez.

La expresión de la presión total es

$$p_T = p_{rig} + p_{res}$$

donde $p_T$ es la presión total esparcida, $p_{rig}$ y $p_{res}$ son la presión esparcida debida a la rigidez y elasticidad respectivamente.

La presión esparcida es considerada como función de las variables cilíndricas $(r, z, \phi)$ y de la variable de borde $r = r/\varepsilon$, donde $\varepsilon = a/L \langle\langle 1$, lo que permite realizar la expansión de la vibración en modos normales.

La presión esparcida debida a la elasticidad del material, para el caso de un cilindro se puede expresar, omitiendo la dependencia temporal, como

$$p_{res} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{|p|\rangle 0}\varepsilon_n i^n \cos n\phi\, \mathrm{sen}\left[k_p(z+1)\right] a_{np}^{res}(r,z) G_n(\alpha_p r) \tag{A 18}$$

donde

$$G_n = \begin{cases} H_n^{(1)}(\alpha_p r), & \text{para} \quad |k_p| \langle k \\ K_n(\alpha_p r), & \text{para} \quad |k_p| \rangle k \end{cases} \tag{A 19}$$

donde $H_n^{(1)}$ y $K_n$ son las funciones cilíndricas de Bessel y la función de Bessel modificada de orden *n y* $k_p = \pi p/2$ es el numero de onda del modo p-ésimo y $\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & \text{para}\, n = 1 \\ 2 & \text{para}\, n \rangle 0 \end{cases}$ es el factor de Neumann.

$$a_{np}^{res}(r,z) = \begin{cases} b_{np}^{res}\left(z - \dfrac{rk_p}{\left|k^2 - k_p^2\right|^{1/2}}\right), & \text{para} \quad \left|k_p\right| \langle\, k \\ b_{np}^{res}\left(z - \dfrac{irk_p}{\left|k^2 - k_p^2\right|^{1/2}}\right), & \text{para} \quad \left|k_p\right| \rangle\, k \end{cases} \tag{A 20}$$

La presión esparcida debida a la parte rígida puede ser expresada, omitiendo la dependencia temporal, como

$$p_{rig} = e^{ik_z z}\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \cos n\phi \left[J_n(kr) - b_n(z-r)\right] H_n^{(1)}(kr) \tag{A 21}$$

donde $b_n(u)$ es igual a

$$b_n(u) = \begin{cases} 0, & \text{para}\ |u| \rangle 1 \\ J_n' / H_n^{(1)'}(kr), & \text{para}\ |u| \langle 1 \end{cases} \tag{A 22}$$

## D Error en la longitud de camino en un pulso balístico

El scattering isotrópico de partículas es invariante y requiere que la velocidad y el parámetro de impacto, b, de las partículas se conserven durante el scattering y (en 2-D) el ángulo de scattering es lineal con el parámetro de impacto:

$$\Theta = \pi\left(\frac{\sigma - 2b}{\sigma}\right) \qquad \textit{para} \quad |b| \leq \sigma/2 \tag{A 23}$$

donde σ es la sección eficaz.

Consideremos que el parámetro de impacto b es perturbado a b+Δ. La divergencia de las trayectorias viene dada por

$$\left|\vec{r}_{b+\Delta}(t)-\vec{r}_b(t)\right| \approx vt\left(\Theta(b+\Delta)-\Theta(b)\right)=\frac{2\pi vt}{\sigma} \qquad \text{(A 24)}$$

Esto implica que el error de salida, Δsal, está relacionada con el entrante, Δen, teniendo en cuenta que el promedio de vt es el libre recorrido medio, por medio de

$$\Delta_{sal}=2\pi\left(\frac{\ell}{\sigma}\right)\Delta_{en} \qquad \text{(A 25)}$$

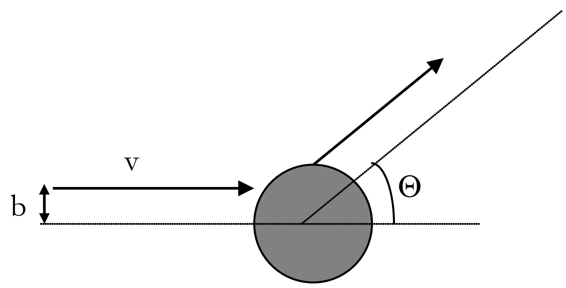



Figura 56 Parámetros de impacto

Cuando la partícula es esparcida n tiempos, el error Δn se obtiene por recursión

$$\Delta_n=\left(2\pi\frac{\ell}{\sigma}\right)^n\Delta_0 \qquad \text{(A 26)}$$

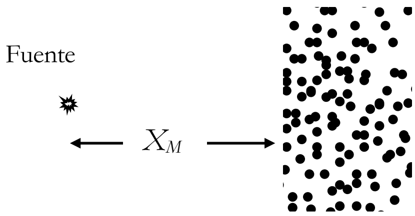
El número de dispersores encontrados en promedio viene dado por $n=vt/\ell$. El error en la transmisión viene dado por

$$\delta = X_M \frac{d\Theta}{db} \Delta_n \tag{A 27}$$

por lo que

$$\delta = \frac{2\pi X_M}{\sigma} \left( \frac{2\pi l}{\sigma} \right)^n \Delta_0 \tag{A 28}$$

donde XM es la distancia a la posición del emisor a la región esparcidora




El efecto de la perturbación en la componente i-ésima del vector posición del dispersor j en la longitud de camino Lp se obtiene a partir de la derivada

$$\frac{\partial L_p}{\partial x_i^{(j)}} = \frac{x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}}{\left| \vec{r}^{\,(j)} - \vec{r}^{\,(j-1)} \right|} - \frac{x_i^{(j+1)} - x_i^{(j)}}{\left| \vec{r}^{\,(j+1)} - \vec{r}^{\,(j)} \right|}$$

lo cual implica que

$$\sum_i \left( \frac{\partial L_p}{\partial x_i^{(j)}} \right)^2 = 2 - 2 \frac{\left( \vec{r}^{\,(j)} - \vec{r}^{\,(j-1)} \right) \cdot \left( \vec{r}^{\,(j+1)} - \vec{r}^{\,(j)} \right)}{\left| \vec{r}^{\,(j)} - \vec{r}^{\,(j-1)} \right| \left| \vec{r}^{\,(j+1)} - \vec{r}^{\,(j)} \right|} = 2\left(1 - \cos\Theta_j\right)$$

donde $\Theta_j$ es el ángulo de "scattering" del dispersor j. Este ángulo está relacionado con γj por la relación $\Theta_j = \gamma_j - \gamma_{j-1}$. Como la perturbación de los diferentes dispersores es independiente, la varianza total en la longitud de camino de la onda esta dada por

$$\sigma_L^2 = \sum_{j=1} 2\left(1-\cos\Theta_j\right)\delta^2 \tag{A 29}$$

Para una onda que se propaga a lo largo de la línea que une el emisor y receptor, solo el "scattering" de ida es relevante. En ese caso el término $\left(1-\cos\Theta_j\right) \approx \Theta_j^{\,2}/2$ es pequeño dado que el ángulo de scattering es pequeño. Por lo que la varianza en la longitud del camino a seguir por el pulso acústico viene dado por

$$\sigma_L^2 = \sum_{j=1} \left\langle \Theta_j^{\,2} \right\rangle \delta^2 \tag{A 30}$$

Se puede asumir, en el modelo de scattering simple, que los n dispersores estén equidistantes

$$\Delta = \frac{L}{n+1} \tag{A 31}$$

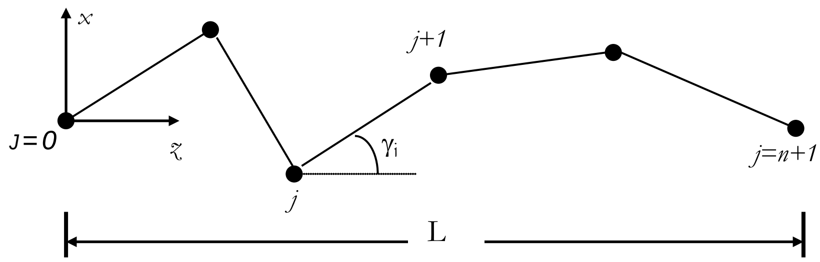



Figura 57 Geometría de la longitud de la onda coherente

Definición geométrica de las variables utilizadas para el cálculo de la varianza de la longitud de la onda coherente

La posición fija del emisor y receptor están denotadas como ($x_0$, $z_0$) y ($x_{n+1}$,$z_{n+1}$) respectivamente. La posición del dispersor j-ésimo esta determinada por la distancia $x_j$ a la línea emisor-receptor, el ángulo del camino entre el dispersor $j$ y $j+1$ es denotado por $\gamma_j$ Si el ángulo es pequeño se puede expresar como

$$\gamma_j = \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta}$$

de modo que

$$\Theta = \gamma_j - \gamma_{j-1} = \frac{x_{j+1} - 2x_j + x_{j-1}}{\Delta} \qquad \text{(A 32)}$$

La varianza en la longitud del camino se obtiene insertando esta (A3) en (A1). El termino cruzado tiende a desaparecer en el promedio dado que las posiciones de los dispersores son independientes $\langle x_{j+1} x_j \rangle = 0$. Cuando todos los dispersores tienen la misma distancia promedio a la línea emisor-receptor se encuentra que

$$\sigma_L^2 = \frac{6\delta^2}{\Delta^2} n \langle x^2 \rangle \qquad \text{(A 33)}$$

La distancia $\langle x^2 \rangle$ es hasta este punto desconocida; la longitud $L_j$ del dispersor j-ésimo al $j+1$ está dada por:

$$L_j = \sqrt{\Delta^2 + (x_{j+1} - x_j)^2} \approx \Delta + \frac{(x_{j+1} - x_j)^2}{2\Delta}$$

El desvío de la onda esparcida referido a la onda directa viene dado por

$$d = \sum_{j=0}^{n} L_j - L = \frac{1}{2\Delta} \sum_{j=0}^{n} (x_{j+1} - x_j)^2 \qquad \text{(A 34)}$$

Utilizando el hecho que las posiciones de los dispersores no están correlacionadas y el hecho que $x_0 = x_{n+1} = 0$ el promedio de las desviaciones es

$$\langle d \rangle = \frac{n\langle x^2 \rangle}{\Delta} \tag{A 35}$$

La contribución de los dispersores a la onda coherente ocurre cuando el desvío es menor que media longitud de ondas. Asumiendo que ello corresponde a un desvío medio de $\lambda/4$ se puede expresar a la varianza $\langle x^2 \rangle$

$$n\langle x^2 \rangle = \frac{\lambda\Delta}{4} \tag{A 36}$$

Por lo que sustituyendo en A4 y utilizando A2 para eliminar $\Delta$ se obtiene

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{3(n+1)}{2}}\sqrt{\frac{\lambda}{L}}\,\delta \tag{A 37}$$

BIBLIOGRAFÍA


1. P. Morse, K. Ingard, "*Theoretical acoustics*", Princeton University Press
2. James Faran, Jr , "*Sound scattering by solid cylinders and spheres.*" The Journal of the acoustical society of America. Vol. 23 Nº4, 1951, pp. 405-418
3. A. Ishimaru, "*Electromagnetic wave propagation, radiation and scattering*". Prentice Hall 1991
4. D. Sornette, *"Acoustic Waves in random media I. Weak disorder regime"* Acustica, Vol. 67, 1989, pp. 199-215
5. L. Foldy, "*The múltiple scattering waves 1. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatters*" Physical Review Vol. 67, 1945, pp. 107
6. M. Cowan, K. Beaty, J. Page, Z.Liu, P.Sheng, *"Group velocity of acoustic waves in strongly scattering media: Dependence on the volume of scatteres"* Physical Review E Vol. 58 Nº5, 1998, pp. 6626
7. A. Lagendijk, A. Van Tiggelen "*Resonant multiple scattering of light*" Physics Reports Vol. 270, 1996, pp. 143
8. Landau, Lifshitz. "*Statistical Physics. Part 2"* Ed. Pergamon Press
9. Pathria, "*Statistical Mechanics*", 2ª edición 1996
10. M. van der Mark, M. Van Albdala, A. Lagendijk, "*Ligth scattering in strongly scattering media: Multiple scattering and weak localization*" Physical Review B Vol. 37, 1988, pp. 3575
11. B van Tiggelen, A Lagendijk, D. Wiersma. "*Radiative transfer of localized waves. A local diffusion theory*" .Photonic Crystals and light localization in the 21 st Century, pp. 475-487.
12. M. Van Albdala, A. Lagendijk, "*Speed of Propagation of Classical wave in strongly scattering media*" Physical Review Letters Vol. 66, 1991, pp. 3132
13. A. Derode, *"La coherence des ondes ultrasonores en milieu heterogene"* Tesis doctoral. Universidad Paris VII 1994

14. E. Wolf, G. Maret "*Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media*" Physical Review Letters Vol. 55, 1985, pp. 2696
15. T. Kirpatrick. "*Localization of acoustic waves"* Physical Review B Vol. 31, 1985, pp. 5746
16. M. Kaveh, M. Rosenbluh, I. Edrei, I. Freund "*Weak localization and ligth scattering from disordered solids*" Physical Review Letters Vol. 57, 1986, pp. 2049
17. M. Stephen, G. Cwilich, "R*ayleigh scattering and weak localization: effects of polarization*" Physical Review B Vol. 34, 1986, pp. 7564
18. G.Bayer, *"Weak localization of acoustic waves in strongly scattering media"* Physical Review Letters Vol. 70, 1996, pp. 3884
19. A.Tourin, A. Derode, P. Roux, B van Tiggelen, M. Fink. "*Time-Dependent Coherent Backscattering of Acoustic Waves*" Physical Review Letters Vol. 79, 1997, pp. 3637-3169
20. M.Rossum, M. Nieuwenhuizen "*Multiple scattering of classical waves: microscopy, mesoscopy and diffusion*" Review of Modern Physics Vol. 71. 1999, pp. 313
21. G. Cortela, *"Estudio experimental de la atenuación ultrasonora. Linealidad, causalidad y relaciones de dispersión"* Trabajo de seminario 1993
22. A. Arzúa, "*Fenómenos físicos en la composición espacial de señales ultrasónicas pulsadas. Su relación con la coherencia de medios difusores*" Tesis de maestría. De la Universidad de la República:2000
23. P. Fish, *Physics and Instrumentation of Diagnostic Medical Ultrasound*, 1st ed., Chichester, England, John Wiley & Sons, 1990.
24. A.I.U.M., "*Acoustic Output Measurement and Labeling Standard for Diagnostic Ultrasound Equipment*", American Institute of Ultrasound in Medicine., 1992.
25. AIUM/NEMA, *"Standard for Diagnostic Ultrasound Equipment"*, American Institute of Ultrasound in Medicine., 1981

26. G. Harris, "*A Discussion of Procedures for Ultrasonic Intensity and Power Calculations from Miniature Hydrophone Measurements*", Ultrasound in Medicine & Biology, Vol. 11, Nº 6, 1985, pp. 803-817
27. T.K.Stanton, *"Sound scattering by cylindres of finite length. I. Fluid cylinders"* The Journal of the acoustical society of America. Vol. 83 Nº1, 1990, pp. 64-67
28. K. Varadan, T. Ma y V. Varadan "*A múltiple scattering theory for elastic wave propagation in discrete random media*" Vol. 77, 1985, pp. 375
29. M. Tran-Van-Nhieu, *"Scattering from cylinders shell"* The Journal of the acoustical society of America. Vol. 91 Nº2, 1992, pp. 670-679
30. I. Nuñez, C. Negreira, *"Avoiding diffraction grid effects in 1-3 PZT polymer transducer"* IEEE Transactions on UFFC, Vol. 46, Nº 2, 1999, pp. 467-472.
31. J. Shim, H. Kim, *"Dominance of creeping wave modes of backscattered field from a conducting cylinder with dielectric coating"* Progress in Electromagnetics Research Pier. 21, 1999, pp293-306
32. I. Núñez, Ros K. Ing, C. Negreira and Mathias Fink, *"Transfer and Green functions based on modal analysis for Lamb waves generation"*. Journal of Acoustical Society of America, May 2000, Vol. 107, Issue 5, pp. 2370-2378.
33. H. Gómez, C. Negreira, A. Aulet, J, Eiras, L. Basora, *"Transductores piezocomposites 1-3 para diagnóstico clínico"*, Anais do III Forum Nacional de Ciencia e Tecnología em Saude, 1996, pp. 355-356.