

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA, URUGUAY
Instituto de Física



DINÁMICA DE FUENTES TURBULENTAS EN MEDIOS ESTRATIFICADOS

T E S I S

Maestría en Física

Autor:
Lic. Daniel Freire

Directores:
Dra. Cecilia Cabeza
Dr. Arturo Martí

IGUÁ 4225, FACULTAD DE CIENCIAS, MONTEVIDEO, URUGUAY.

A mi querida vieja, incansable luchadora y mi principal motivación para progresar.

A pesar de su crucial importancia y de los indudables avances que se han logrado no tenemos una teoría predictiva de la turbulencia. Se ha dicho que la turbulencia es un gran cementerio de teorías. Una anécdota muy famosa que ilustra la dificultad de la turbulencia, la debemos a Sir Horace Lamb (1849-1934), destacado investigador inglés en el campo de la mecánica de fluidos. En un homenaje internacional que se le brindó al cumplir los ochenta años, en 1929, declaró lo siguiente: *“Cuando muera, espero ir al cielo. Ahí, espero ser iluminado sobre la solución de dos problemas, la electrodinámica cuántica y la turbulencia. Sobre el primero, soy muy optimista...”*

Resumen

En esta tesis se estudia experimentalmente un ejemplo particular de flujos turbulentos: las fuentes turbulentas. Una fuente se genera cuando un chorro de fluido ingresa verticalmente en una atmósfera de menor densidad, experimentando así una fuerza de flotación que se opone a la dirección de movimiento. La dinámica de interacción de fuentes turbulentas con la atmósfera se observa en la naturaleza en fenómenos tales como las cámaras de magma, las plantas desalinizadoras o la calefacción de una habitación que utilice equipos de aire acondicionado que operan en un ciclo inverso. Otro ejemplo de fuente turbulenta es un dispositivo, desarrollado por una empresa nacional, para el control de heladas sobre campos cultivados, denominado “Sumidero Invertido Selectivo” (SIS).

En el presente trabajo se estudia la dinámica de fuentes que ingresan en medios estratificados, cuyo perfil de densidades representa, a escala de laboratorio, la atmósfera real bajo ciertas condiciones. Las fuentes con las que se trabajó tienen distintas características cuando ingresan en la atmósfera, de manera de comparar su interacción posterior con el medio. Se analizó la situación en que el flujo es laminar al ingresar (fuente laminar), el caso en que es turbulento (fuente turbulenta) y la configuración en que ingresa con cierto arremolinamiento o “swirling” (fuente con swirling).

Los estudios realizados en la presente tesis se dividen en dos etapas. En primera instancia se caracterizaron los chorros laminar, turbulento y con swirling, comparando sus comportamientos cuando ingresan a una atmósfera no estratificada y de la misma densidad que el fluido del chorro. Se estudiaron varios aspectos relativos a los campos de velocidades, tales como los perfiles de velocidad promedio, las fluctuaciones o la pérdida de correlación a medida que avanza el chorro. La segunda etapa se centró fundamentalmente en el estudio de fuentes turbulentas en una atmósfera estratificada.

La fuente ingresa en la atmósfera hasta cierta altura máxima en la cual se detiene y comienza a caer hacia los costados. Sin embargo, debido a la mezcla permanente con fluido menos denso del ambiente, su densidad disminuye paulatinamente y cuando cae, se deposita a cierta altura intermedia, a la que avanza radialmente, alejándose del eje del chorro. Esta altura se denomina “altura de intrusión”. En esta tesis se midieron la altura máxima y la altura de intrusión en función del tiempo para las distintas fuentes estudiadas. Además se estudió la eficacia de la mezcla en cada configuración. Los resultados muestran cómo la turbulencia no afecta las alturas máxima ni de intrusión que alcanza la fuente laminar, a diferencia de la fuente con swirling, que las reduce apreciablemente. Sin embargo, la configuración de fuente turbulenta mostró mejorar considerablemente la mezcla respecto de la situación laminar. Lo mismo sucedió con la fuente con swirling, pero el incremento fue bastante menor.

Agradecimientos

Es mi más sincero deseo pronunciar mis palabras de mayor agradecimiento a mis dos orientadores de tesis, pero principalmente compañeros y amigos: la Dra. Cecilia Cabeza y el Dr. Arturo Martí. El apoyo incondicional que me brindó Cecilia, su constante preocupación y motivación para seguir en momentos en que los resultados no se encontraban, los llevo y llevaré siempre en mis mejores recuerdos. Gracias a la interminable paciencia de Arturo, quien a pesar de sus innumerables tareas siempre tuvo tiempo para discutir resultados y planear los pasos a seguir, me hizo sentir plenamente respaldado, y es un detalle que valoro enormemente y que no siempre se encuentra.

A Cecilia y Arturo: son dos personas de enorme calidad humana y les agradezco, de corazón, la confianza que depositaron en mí, que hayan aceptado ser mis orientadores, y es un enorme placer trabajar con Uds.

Hay muchas personas por detrás del “telón” en este trabajo, que han colaborado tanto directa como indirectamente. Sería muy injusto y no es mi voluntad olvidarme de ninguna de ellas al intentar nombrarlas a todas, por esa razón, a mi familia, a mis amigos, a mis compañeros y colegas:

¡Gracias, por acompañarme hoy y siempre!

Índice general

1. Introducción y motivación	7
2. Marco Teórico	11
2.1. Chorros, fuentes y plumas	11
2.2. Descripción cualitativa del flujo de fuentes	13
2.3. Ecuaciones del problema	16
2.3.1. Solución por el Método Integral Euleriano	19
2.4. Revisión de resultados conocidos	23
3. Nociones básicas de DPIV	26
3.1. Principales características de la técnica	26
3.2. Componentes del sistema	27
3.2.1. Partículas trazadoras	27
3.2.2. Iluminación y elementos ópticos	29
3.2.3. Etapa de grabación	30
3.3. Análisis de imágenes	30
4. Montaje experimental	34
4.1. Estratificación de la atmósfera	35
4.2. Procedimiento para generación de la fuente	37
4.2.1. Características de los jets inyectados	38
4.3. Sistemas de iluminación y trazadores	40
4.3.1. Tinta como trazador	40
4.3.2. Imágenes para DPIV	41
5. Chorros turbulentos y con arremolinamiento	44
5.1. Características de los montajes	45
5.2. Medidas y análisis	46
5.2.1. Medición de campos medios	46
5.2.2. Medición de las fluctuaciones	50
5.2.3. Correlación espacial del campo de velocidades	54
6. Caracterización de la fuente	58
6.1. Medidas utilizando tinta como trazador	58
6.1.1. Definición de parámetros	59
6.1.2. Resultados obtenidos con visualización por tinta	62
6.2. Resultados a partir de la técnica DPIV	64
7. Conclusiones y perspectivas	68

Capítulo 1

Introducción y motivación

La turbulencia, movimiento desordenado e impredecible en un fluido, atrajo la atención de los seres humanos desde el comienzo de los tiempos. Podemos decir que la turbulencia está en todos lados, desde una pequeña cascada a la inmensidad del océano, en el humo de una hoguera hasta la más intensa de las tormentas. Se presenta también con enormes dimensiones en el interior de las estrellas o en las pequeñas dimensiones en el flujo sanguíneo en el interior de los seres vivos.

La turbulencia no solo nos cautiva por su interés poético. La respuesta a muchas cuestiones prácticas depende de nuestro conocimiento de los fluidos turbulentos. ¿Cómo hacer modelos para predecir el clima? ¿Cuál es el espesor adecuado de los vidrios en edificios altos? ¿Por qué en determinados sitios se concentra la riqueza pesquera de los mares? ¿Cuáles fueron las causas de un desastre aéreo?

A pesar de su crucial importancia y de los indudables avances que se han logrado, aún no se cuenta con una teoría predictiva de la turbulencia debido fundamentalmente a la no linealidad de las ecuaciones que la modelan. Así, pequeñas variaciones de las propiedades del fluido, como pueden ser su densidad, viscosidad o tensión superficial, desembocan en comportamientos completamente diferentes del flujo, aún estando sometido a las mismas fuerzas y condiciones de borde.

La turbulencia sigue siendo un tema sumamente atractivo para los Físicos, dado que permite estudiar fenómenos de la naturaleza en un rango muy amplio: desde escalas geofísicas hasta la generación de pequeños patrones regulares debido a la excitación de fluidos a escala de laboratorio. Paralelamente esta también es un área de gran interés para los Ingenieros, donde su preocupación radica en sus posibles aplicaciones tecnológicas en problemas industriales. La implementación y desarrollo tecnológico requieren de un estudio físico fundamental acerca de su viabilidad, prestando particular atención en las características del medio en que será aplicado.

Los flujos se clasifican en dos tipos. Por un lado, cuando un flujo muestra ser ordenado, con variaciones suaves de las velocidades, se denomina *flujo laminar*. Allí, las líneas de corrientes son suaves y el fluido se mueve en láminas paralelas que no se entremezclan. En oposición al caso laminar, el flujo puede ser totalmente irregular y caótico, con las partículas de fluido moviéndose de manera desordenada, pudiéndose observar además la formación de vórtices. Esa situación es conocida como *flujo turbulento*. La característica principal de los flujos turbulentos es la variación significativa e irregular del campo de velocidades, tanto en espacio como en tiempo [30] [22]. Exhiben grandes fluctuaciones de las velocidades, que a su vez, lejos de ser periódicas, presentan variaciones en un amplio rango de escalas temporales.

Por las características mencionadas, la turbulencia resulta ser una de las áreas de investigación más complejas. Sin embargo, a la vez muestra propiedades con importantes

aplicaciones tecnológicas como son su mayor eficiencia en fenómenos de mezcla, difusión, o la transferencia de masa y calor, en comparación con flujos laminares.

Entre los ejemplos más destacados de flujos turbulentos se encuentran las *fuentes* y *plumas turbulentas*. Una fuente se produce cuando se inyecta fluido verticalmente en una atmósfera de distinta densidad y de manera tal que la fuerza de flotación que sufre sea en dirección opuesta a la de su avance. Por el contrario, una pluma se genera si la fuerza de flotación actúa en la misma dirección que el flujo. Existen dos configuraciones posibles para la presencia de fuentes, que son inyectar fluido hacia arriba en una atmósfera de menor densidad, o hacia abajo pero en una atmósfera de mayor densidad [33]. Estos flujos aparecen en fenómenos como el humo que emana de un chimenea, una erupción volcánica o el depósito de desechos tóxicos en el fondo del mar.

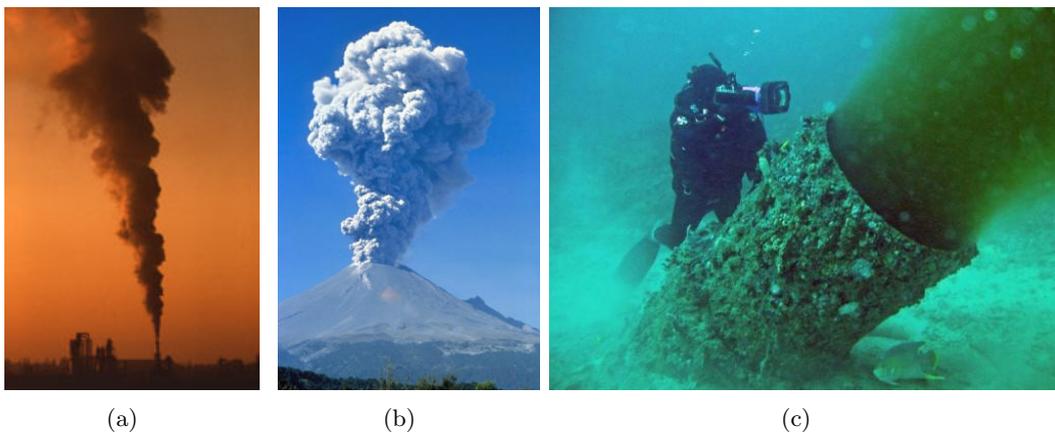


Figura 1.1: Ejemplos de fuentes y plumas: (a) humo que sale de una chimenea; (b) erupción de un volcán; (c) desechos tóxicos depositados en el océano.

Una aplicación de la interacción de fuentes turbulentas con la atmósfera estratificada, debido al impacto que tiene sobre la agricultura y la producción de alimentos en el mundo, es el estudio de dispositivos de control de heladas. Las heladas pueden ser clasificadas como heladas de advección o heladas de radiación. Las heladas de advección ocurren debido al pasaje de una masa de aire polar seca y fría sobre una determinada región. Estas heladas, cuyos efectos son devastadores son poco frecuentes en las regiones templadas. Sin embargo, en estas zonas es común la ocurrencia de heladas de radiación, fundamentalmente en noches claras de invierno o primavera. Este tipo de heladas se producen cuando la superficie terrestre irradia calor durante la noche, enfriándose así el suelo y las capas más bajas de la atmósfera, y se crea una estratificación de la atmósfera en donde las capas más bajas son más frías y las superiores más cálidas, fenómeno que se conoce como “inversión térmica”. Además, es necesario que se den condiciones de vientos calmos para que no se mezclen las capas de aire, y con cielo despejado para que la pérdida de calor de la superficie terrestre sea mayor. Una alta frecuencia de heladas de radiación ocasiona importantes pérdidas en la agricultura. El aire frío en la superficie terrestre daña a los cultivos, provocando importantes pérdidas para los productores (figura (1.2(a))).

Existen diversos dispositivos para el control de heladas de radiación en los cultivos, uno de ellos, que ha motivado este estudio de tesis, fue desarrollado por una empresa nacional, denominado “Sumidero Invertido Selectivo” (SIS). Estos dispositivos SIS se colocan en valles porque el aire frío (más denso) desciende a los niveles más bajos, donde se estaciona y continúa enfriándose. El sistema SIS extrae selectivamente, mediante una turbina (figura

(1.2(b))), las capas más frías de las cercanías del suelo y las impulsa hacia arriba. Este aire más denso sube hasta alcanzar una altura máxima y cae hacia sus costados, pero debido a la mezcla con la atmósfera estratificada (menos densa), el mismo aumenta su temperatura, se hace más liviano y se deposita a una altura intermedia, denominada “altura de intrusión”, en la que se propaga radialmente alejándose del eje de la fuente, no regresando así al nivel del suelo. De esta manera, las capas de aire inferiores se calientan y los cultivos ya no corren peligro. En la figura (1.2(c)) se muestra una fotografía del sistema.

El dispositivo SIS demostró ser más eficiente [40], más económico y no contaminante, en comparación con otras técnicas, como la generación de cortinas de humo (que aprovecha la baja conductividad del aire, generando una especie de barrera de humo que reduce la emisión de calor por parte del suelo) o la quema de tarros de petróleo (que calienta el aire frío que rodea a las plantas). Todas estas razones hacen que el estudio de su funcionamiento sea de gran interés.

En esta tesis se hace un estudio experimental de fuentes con diferentes características en un medio estratificado que representa, a escala de laboratorio, el perfil de densidades típico que ocasionan las heladas de radiación. Se comparan la evolución del flujo de una fuente que ingresa la atmósfera en régimen laminar, una fuente con características de flujo turbulento y un fuente con cierto grado de arremolinamiento o *swirling* (es decir, con una mayor componente de velocidad tangencial). Las dos últimas características son propias del aire impulsado por el sistema SIS, debido a que es impulsado por una turbina. Se miden parámetros característicos de la evolución de la fuente como son la altura máxima que alcanza, la altura a la que se deposita luego de que cae, la velocidad de mezcla con la atmósfera estratificada, pero además se miden los campos de velocidades para comprender mejor su circulación, así como encontrar regiones de la atmósfera con bajo movimiento. Este último estudio no se ha encontrado en la literatura relacionada.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.2: Heladas en cultivos y sistema SIS: (a) arándanos congelados debido a las fuertes heladas; (b) vista superior del sistema SIS; (c) sistema SIS dispuesto en un terreno a proteger.

La presente tesis fue organizada dividiéndola en seis capítulos. En el capítulo (2) se definen varios conceptos relacionados a plumas y fuentes turbulentas y se realiza un análisis teórico de su dinámica. En el capítulo (3) se exponen los detalles de una técnica de medición experimental de campos de velocidades en mecánica de fluidos, denominada *Digital Image Particle Velocimetry* (DPIV). En el capítulo (4) se explican los detalles del experimento realizado, describiendo además las dos técnicas de medición que se usaron, y en el capítulo (5) se caracterizan tres tipos de fuentes según las condiciones a la salida (laminar, turbulenta y con swirling), trabajando en un ambiente no estratificado. Finalmente, en el capítulo (6) se exponen y analizan los resultados acerca de los parámetros característicos del flujo de fuentes en medios estratificados y, finalmente, en el capítulo (7) se resumen las conclusiones que se obtuvieron a lo largo de la presente tesis y se mencionan algunas perspectivas para trabajos futuros relacionados con el tema.

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo presentaremos algunos modelos utilizados para describir la dinámica del sistema estudiado, así como una descripción cualitativa de la evolución del flujo. Para comenzar, en la sección (2.1) se define una *fente* y se diferencia de otros flujos tales como *plumas* y *chorros*. En la sección (2.2) se describen las principales etapas por las que atraviesa el flujo de la fuente, citando estudios de la temática. La sección (2.3) está destinada a mostrar las ecuaciones que modelan el problema y en la sección (2.4) se resumen los principales resultados que actualmente se conocen sobre el comportamiento del flujo.

2.1. Chorros, fuentes y plumas

Cuando un flujo se impulsa verticalmente en una atmósfera de diferente densidad está sometido a una fuerza de flotación, que depende fundamentalmente de la diferencia de densidades entre ambos. Así, una clasificación de estos flujos resulta de comparar la dirección de la fuerza de flotación que experimenta en relación a la de flujo [33]. Si la densidad del flujo es la misma que la de la atmósfera, no existe fuerza de flotación y el flujo se denomina simplemente “chorro” o “jet”. Si la flotación favorece continuamente el movimiento vertical del fluido, estamos ante una “pluma” (*plume*), mientras que si lo hace sólo en alguna región acotada, se denomina “térmica” (*thermal*). La figura (2.1) ilustra la diferencia entre los flujos de jets, térmicas y plumas.

Por otro lado, cuando la fuerza de flotación actúa continuamente, pero en dirección opuesta al flujo, estamos ante una “fuente”. Esta situación se puede dar tanto cuando un fluido ingresa verticalmente hacia abajo en una atmósfera de mayor densidad que él, como cuando un fluido ingresa hacia arriba en un ambiente de menor densidad. La segunda situación es precisamente nuestro caso de interés, y sus principales características se exponen en la sección (2.2).

El flujo de una pluma, por ejemplo el humo que emana de una chimenea, tiene un comportamiento muy distinto al de una fuente, observadas por ejemplo en geofísica en cámaras de magma. Mientras que en el primer caso la flotación favorece la continua elevación del chorro, en la segunda el fluido no podrá ir más allá de cierta altura máxima.

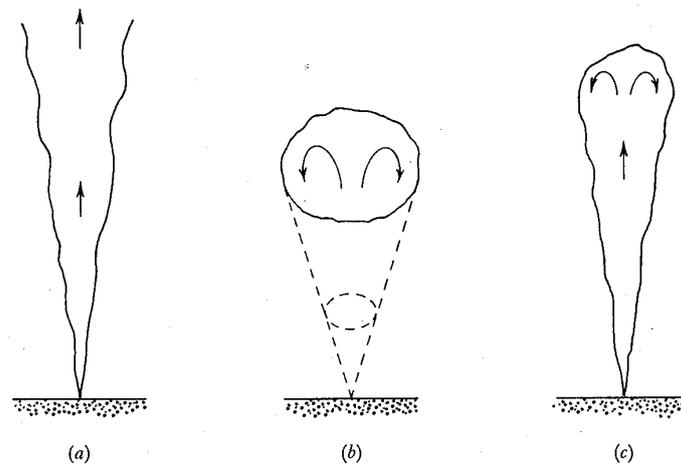


Figura 2.1: Representación de (a) un jet, (b) una térmica y (c) una pluma [33].

La principal característica de plumas y fuentes turbulentas es el proceso de incorporación (*entrainment*) de fluido ambiente hacia el chorro. Se observa en ambas situaciones una separación relativamente pronunciada entre el fluido del chorro y el del ambiente. Esa frontera está marcada por grandes remolinos y el proceso de mezcla tiene dos etapas, donde en primera instancia esos grandes remolinos atrapan fluido ambiente seguido del proceso de mezcla llevado a cabo por pequeños vórtices.

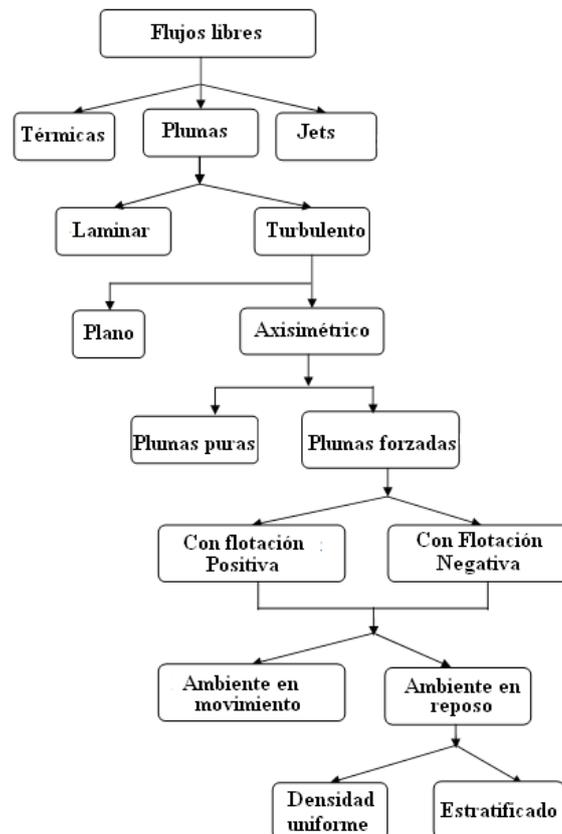


Figura 2.2: Esquema de la clasificación de los flujos según sus características y la del medio en el que ingresa [3].

Otro factor a tener en cuenta es la forma del origen de donde emana el fluido. El mismo puede ser un “origen puntual” (*point source*), un origen tipo “rendija” (*line source*), donde la boquilla por donde ingresa el fluido es un pequeño segmento de recta, o un “origen axisimétrico”. En el presente trabajo el fluido ingresa a la atmósfera a través de una boquilla circular por lo que nuestra situación corresponde a la de origen axisimétrico.

En la figura (2.2) se muestra un esquema completo con las distintas características que puede tener el flujo, y se puede observar la posición de las fuentes turbulentas dentro del mismo. En dicho esquema aparecen conceptos como pluma “forzada”, “floja” y “pura”, que se explican con mayor detalle en la sección (2.4) y permiten hacer una clasificación de los flujos.

2.2. Descripción cualitativa del flujo de fuentes

Los efectos de flotación y mezcla son los de principal influencia sobre la evolución de la fuente, aunque otros como la viscosidad del fluido o las condiciones de borde del flujo no deben ser omitidos, a pesar de que su efecto sea menor. La fuente a medida que asciende va incorporando fluido ambiente, por lo cual disminuye su densidad y debido al efecto de la gravedad se va frenando hasta alcanzar una cierta altura máxima. El fluido comienza entonces a caer lateralmente hasta alcanzar ya sea una altura final intermedia (atmósfera estratificada), por tener ahora una densidad también intermedia, o hasta la superficie del recipiente (atmósfera homogénea). A esa altura final, se le llama de “intrusión” (*spreading*) debido a que allí el fluido comienza a avanzar radialmente, con pequeñas oscilaciones verticales entorno a ese nivel, que a su vez se van reduciendo a medida que se aleja del eje de la fuente. En la figura (2.3) se muestra un esquema de la evolución típica de una fuente. En la figura (2.3-b), la fuente alcanzó la máxima altura y comienza a descender. En la figura (2.3-c), el fluido comienza a avanzar radialmente a la altura de intrusión [7].

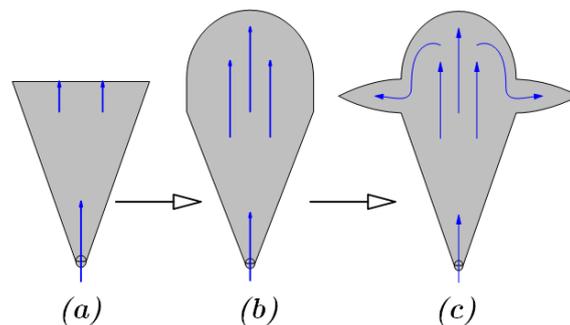


Figura 2.3: Esquema de evolución típica de una fuente [3].

En un ambiente homogéneo, el fluido descendente alcanza la base del tanque, donde comienza a avanzar radialmente en una delgada capa, condicionada por las paredes del recipiente [4]. Este comportamiento se esquematiza en la figura (2.4).

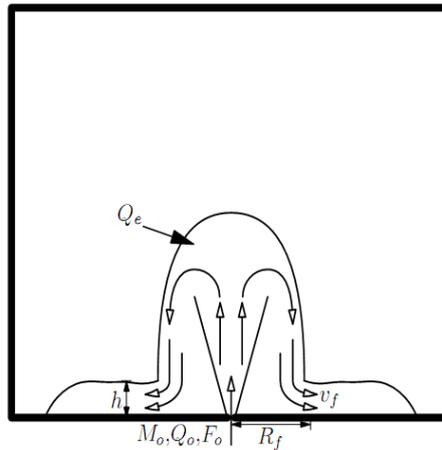


Figura 2.4: Esquemas de evolución de una fuente en una atmósfera homogénea [2].

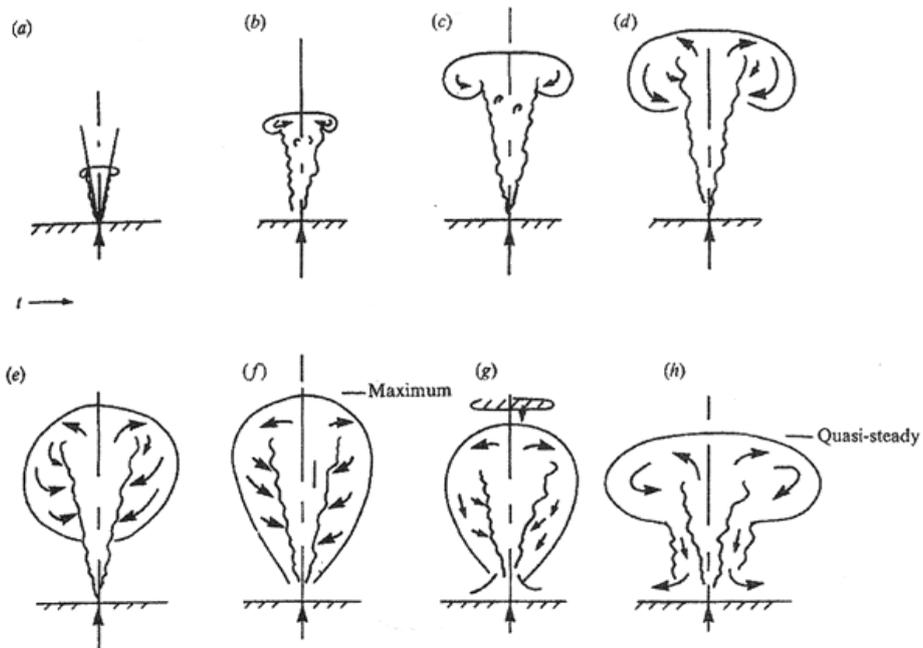


Figura 2.5: Esquema de la evolución del flujo de una fuente en ambiente homogéneo [4].

En los trabajos de Baines [4] se describe el flujo de fuentes en un ambiente homogéneo. Inicialmente el flujo se comporta como si fuera un jet (figuras (2.5-a) y (2.5-b)), cuyo radio se expande linealmente al avanzar, y a su vez va incorporando fluido del ambiente. El fluido ambiente va ingresando en la “cabeza” del jet, la cual consiste básicamente en dos fluidos rotantes. Progresivamente el frente va avanzando cada vez más lentamente y la cabeza va aumentando su tamaño, lo cual se observa en las figuras (2.5-c) y (2.5-f). Cuando el jet alcanza la altura máxima, la cabeza es grande y comienza a caer fluido a los costados. Enseguida el frente comienza a perder altura y deja atrás una pequeña capa de fluido, que, al ser más pesada que el ambiente que la rodea, cae y vuelve a ser parte de la fuente (figura (2.5-g)). Esta disminución de la altura máxima de la fuente es debida a que ahora el jet incorpora fluido más denso, que es el que está descendiendo a sus costados, mientras que

al principio incorporaba fluido más liviano del propio ambiente. Esto genera una mayor fuerza de flotación, que ofrece así mayor resistencia al avance de la fuente. En ese momento, la cabeza ha seguido creciendo y es inestable. Es difícil definir una altura máxima, dado que el punto más alto de la fuente presenta pequeñas oscilaciones verticales y laterales, permaneciendo el flujo en un estado cuasi-estacionario (figura (2.5-h)). Se muestra en la figura (2.6) una imagen extraída del trabajo de Baines [4], donde el flujo de la fuente en el ambiente homogéneo ya ha alcanzado su estado cuasi-estacionario.

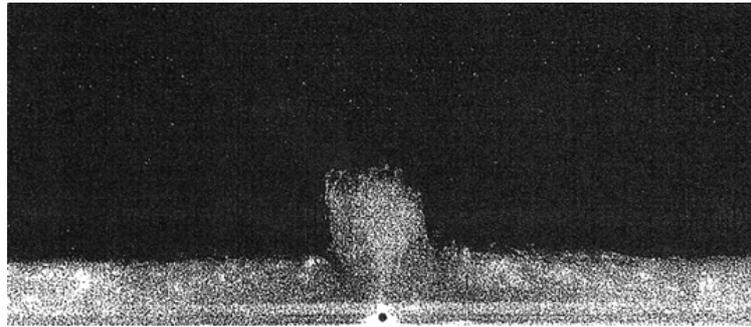


Figura 2.6: Fotografía de una fuente axisimétrica en un ambiente homogéneo, cuando el flujo ya alcanzó el estado cuasi-estacionario [4].

Consideraremos ahora el caso en el cual la atmósfera está estratificada, ver figura (2.7). Como ya se explicó anteriormente la fuente se expande radialmente a la altura de intrusión después de alcanzar la altura máxima. Esta altura depende fuertemente de la estratificación y de las características de la fuente.

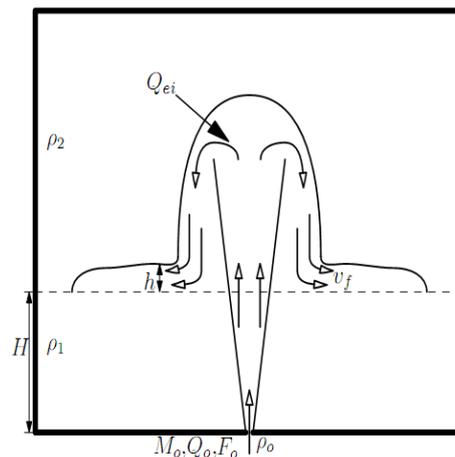


Figura 2.7: Esquemas de evolución de una fuente en una atmósfera estratificada [2].

Cuando el fluido cae y llega a la altura de intrusión, aún posee cierto momento vertical y desciende un poco más allá de esa altura, hasta que efectivamente comienza a penetrar al ambiente en dirección radial. La figura (2.8) corresponde a una fotografía del trabajo de Bloomfield y Kerr [7] y, en particular, en la imagen (2.8-b) se puede apreciar como el flujo descendente sobrepasa levemente la altura de intrusión para luego expandirse radialmente. Se observa que el espesor de la capa de fluido que se expande radialmente, en las cercanías

de la pluma es similar a la altura de intrusión, pero rápidamente va disminuyendo a medida que avanza y nos alejamos así radialmente del eje del flujo (ver figura (2.8-c)).

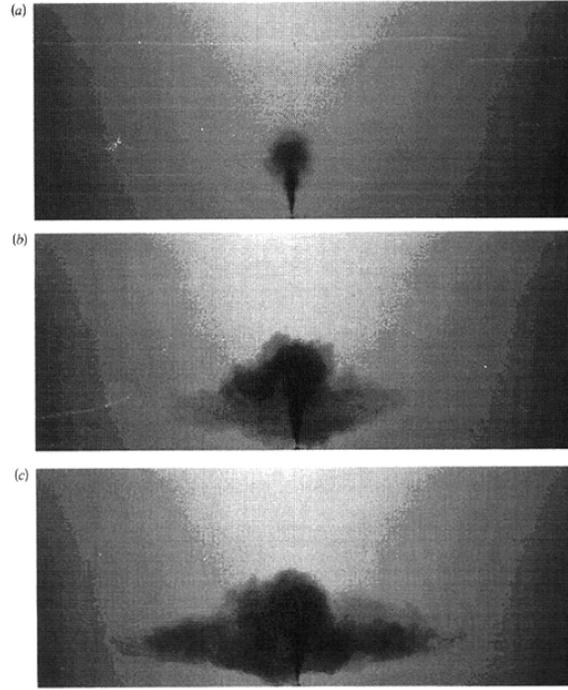


Figura 2.8: Fotografías mostrando la evolución de una fuente axisimétrica en un ambiente estratificado [7].

2.3. Ecuaciones del problema

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un flujo axisimétrico de un fluido no viscoso e incompresible de densidad ρ_T ¹, expresadas en coordenadas cilíndricas (r, θ, z) están dadas por [3]:

$$\rho_T \left(\frac{\partial v_T}{\partial t} + v_T \frac{\partial v_T}{\partial r} + w_T \frac{\partial v_T}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p_T}{\partial r} \quad (2.1a)$$

$$\rho_T \left(\frac{\partial w_T}{\partial t} + v_T \frac{\partial w_T}{\partial r} + w_T \frac{\partial w_T}{\partial z} \right) = -g\rho_T - \frac{\partial p_T}{\partial z} \quad (2.1b)$$

$$\frac{\partial (rv_T)}{\partial r} + \frac{\partial (rw_T)}{\partial z} = 0 \quad (2.1c)$$

$$\frac{\partial \rho_T}{\partial t} + v_T \frac{\partial \rho_T}{\partial r} + w_T \frac{\partial \rho_T}{\partial z} = 0 \quad (2.1d)$$

donde v_T representa la componente radial de la velocidad y w_T la vertical, ρ_T es la densidad, p_T es la presión y g la aceleración gravitatoria. Las ecuaciones (2.1a) y (2.1b) son las componentes radial y axial respectivamente de las ecuaciones de *Navier-Stokes*. La ecuación (2.1c) es la ecuación de continuidad y (2.1d) corresponde a la ecuación de la densidad. Las dos últimas surgen de la ecuación de conservación de la masa, $D\rho_T/Dt = -\rho_T \nabla \cdot \mathbf{u}$. Para un fluido incompresible, la derivada material de la densidad es nula, es decir, más allá

¹La etiqueta “ T ” indica variable turbulenta.

de deformaciones, si “siguiéramos” una porción de fluido ρ_T no cambia. Tenemos así que $D\rho_T/Dt = 0$ y entonces $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, donde $\mathbf{u} = (v_T, 0, w_T)$ es el campo de velocidades en coordenadas cilíndricas.

Siguiendo el método propuesto por Reynolds [30], toda variable turbulenta f_T se puede descomponer como la suma de su promedio \bar{f} , sobre distintas realizaciones del experimento, y su fluctuación f' , de promedio nulo:

$$f_T = \bar{f} + f' \quad (2.2)$$

Consideremos que el flujo es estadísticamente estacionario. Aplicando esta descomposición y tomando el promedio sobre realizaciones, de las ecuaciones (2.1a)-(2.1d), obtenemos las ecuaciones promediadas de Reynolds [30]

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - \rho \left(\frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial r} + \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial z} + \frac{\overline{v'^2}}{r} \right) \quad (2.3a)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -g\rho - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho \left(\frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial r} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} + \frac{\overline{v'w'}}{r} \right) \quad (2.3b)$$

$$\frac{\partial (rv)}{\partial r} + \frac{\partial (rw)}{\partial z} = 0 \quad (2.3c)$$

$$w \frac{\partial \rho}{\partial z} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho'v'}) - \frac{\partial (\overline{\rho'w'})}{\partial z} \quad (2.3d)$$

donde \bar{f} indica el promedio de f .

Introduciendo la diferencia de densidad $\Delta\rho = \rho_a(z) - \rho(r, z)$, siendo ρ_a la densidad del ambiente sin perturbar, y ρ la densidad del fluido de la fuente, se puede reescribir la ecuación (2.3d) como:

$$\frac{\partial rw \Delta\rho}{\partial z} + \frac{\partial rv \Delta\rho}{\partial r} = rw \frac{d\rho_a}{dz} + \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (r \overline{\rho'w'}) \quad (2.4)$$

que muestra explícitamente la estratificación del ambiente $\frac{d\rho_a}{dz}$. Cuando la estratificación es debida a diferencias en la temperatura T , $\Delta\rho$ será sustituida por ΔT (en esta tesis la flotación será debida justamente a diferencias de temperatura, pero mantendremos las ecuaciones expresadas en función de ρ).

Para pequeñas diferencias de densidad, las ecuaciones del problema se simplifican usando la aproximación de Boussinesq, reemplazando la densidad por una densidad de referencia constante ρ_∞ excepto en el término proveniente de la fuerza gravitatoria g .

Agragando la aproximación de capa límite, en la que comparando órdenes de magnitud de las velocidades y de los gradientes se simplifican notablemente las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido viscoso, se obtiene:

- * $v \ll w$: la componente axial de la velocidad es mucho mayor que la componente radial.
- * $\frac{\partial}{\partial z} \ll \frac{\partial}{\partial r}$: los gradientes de velocidad en la dirección radial son mucho más grandes que en la dirección axial.

Con estas aproximaciones, la ecuación (2.3a) se reduce a

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial r} - \rho \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial r} \quad (2.5)$$

Integrando la ecuación (2.5) en la dirección radial, desde r a infinito, *i.e.* hasta distancias muy lejanas del chorro, tenemos

$$p_\infty - p = \overline{\rho v'^2} \quad (2.6)$$

donde p_∞ es la presión en el ambiente y hemos asumido que $\overline{v'^2}$ tiende a cero cuando r tiende a infinito. Derivando la ecuación (2.6) respecto de z y sustituyendo $\partial p/\partial z$ en la ecuación (2.3b) se obtiene

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -g\rho - \frac{dp_\infty}{dz} - \rho \left(\frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial r} + \frac{\overline{v'w'}}{r} + \frac{\partial}{\partial z} [\overline{v'^2} - \overline{w'^2}] \right) \quad (2.7)$$

El último término es despreciable frente a los otros porque $\overline{v'^2} \sim \overline{w'^2}$ [34] [23]. Además, usando que $\frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial r} + \frac{\overline{v'w'}}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{v'w'})$, la ecuación (2.7) resulta

$$\rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -g\rho - \frac{dp_\infty}{dz} - \rho \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{v'w'}) \quad (2.8)$$

Por otro lado, en la región del ambiente donde no hay flujo existe una distribución hidrostática de la presión

$$\frac{dp_\infty}{dz} = -\rho_a(z)g \quad (2.9)$$

Definiendo la densidad de referencia $\rho_{00} \equiv \rho_a(0)$, y haciendo la aproximación de Boussinesq, de la ecuación (2.8) se obtiene

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g' - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{v'w'}) \quad (2.10)$$

donde $g' \equiv \frac{(\rho_a - \rho)}{\rho_{00}}g$ es la *gravedad reducida*.

Finalmente, las ecuaciones que gobiernan el flujo resultan a la luz de las aproximaciones utilizadas:

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g' - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{v'w'}) \quad (2.11a)$$

$$\frac{\partial (rv)}{\partial t} + \frac{\partial (rw)}{\partial z} = 0 \quad (2.11b)$$

$$\frac{\partial (rw\Delta\rho)}{\partial z} + \frac{\partial (rv\Delta\rho)}{\partial r} = rw \frac{d\rho_a}{dz} + \frac{\partial}{\partial r} (r\overline{\rho'v'}) \quad (2.11c)$$

Resumiendo, la ecuación (2.11a) corresponde a la ecuación para la componente vertical del momentum, la ecuación (2.11b) es el promedio temporal de la ecuación de continuidad, y la ecuación (2.11c) es la ecuación para la densidad, que resulta de la aproximación de capa límite aplicada a la ecuación (2.4).

En principio, dadas las condiciones de borde apropiadas, sólo se podrán obtener v , w y $\Delta\rho$ de las ecuaciones (2.11a)-(2.11c) en caso de que se puedan escribir las covarianzas $\overline{v'w'}$ y $\overline{\rho'v'}$ en términos de las variables de campo medio (conocido como *problema de clausura*).

Las condiciones de borde se especifican por medio de las simetrías del flujo. En $r = 0$ (eje del chorro), tanto las covarianzas como las derivadas respecto a r son nulas. Por otro lado, cuando $r \rightarrow \infty$, las covarianzas y todas las variables de campo medio tienden a cero, dado que ninguna perturbación finita en las cercanías del eje del chorro puede provocar una perturbación finita a una distancia radial infinita [27].

El intento de la resolución del problema escribiendo las covarianzas en términos de las variables de campo medio, no ha tenido éxito. Conseguir una solución completa del problema es muy complejo, porque se deben solapar las soluciones interior y exterior al chorro. Así, aunque se conozca la solución dentro de la fuente, poco se sabe del flujo impuesto en el ambiente. Una forma de sortear esta dificultad es resolver el flujo dentro de la misma y usar una aproximación que contemple el fluido que incorpora desde el ambiente. Esta es conocida como la “hipótesis de incorporación” (*entrainment assumption*), postulada por Morton [25], cuya validez ha sido testeada en un gran número de experiencias [11] y será discutido en la sección 2.3.1.

Un método usado frecuentemente para resolver este sistema de ecuaciones es el “Método Integral Euleriano” [33] (ver sección 2.3.1), que consiste en integrar las ecuaciones a lo largo del ancho completo de la fuente, haciendo que se cancelen todos los términos que involucren fluctuaciones. Un método alternativo, que no será discutido en esta tesis, es la “Aproximación Lagrangeana”, en la cual se utilizan las ecuaciones de conservación del flujo turbulento de un fluido incompresible y se aplican las aproximaciones de Boussinesq y de capa límite, para luego integrar el sistema de ecuaciones resultante con el Método Integral Euleriano (sección 2.3.1).

2.3.1. Solución por el Método Integral Euleriano

Este método resuelve el problema integrando el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (2.11a)-(2.11c) en todo el ancho del chorro. Para ello se especifica una forma para el perfil de velocidades a la salida del jet y se convierte el problema en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, conocido como “Modelo MTT”² [25], que es muy citado en la literatura.

Utilizando la ecuación de continuidad (ecuación (2.11b)) se reescribe la ecuación para el momento vertical (ecuación (2.11a)) como

$$\frac{\partial (rvw)}{\partial r} + \frac{\partial (rw^2)}{\partial z} = rg' - \frac{\partial}{\partial r} (rv'w') \quad (2.12)$$

Multiplicando la ecuación (2.12) por 2π e integrando entre $r = 0$ e infinito, se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w^2 dr + 2\pi [rvw]_0^\infty = \int_0^\infty 2\pi r g' dr - 2\pi [rv'w']_0^\infty \quad (2.13)$$

Como vw y $v'w' \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow \infty$, y además suponiendo que allí decrecen como $1/r$, la ecuación 2.13 pasa a ser

$$\frac{d}{dz} \underbrace{\int_0^\infty 2\pi r w^2 dr}_M = \int_0^\infty 2\pi r g' dr \quad (2.14)$$

donde la integral del lado izquierdo de la ecuación es el flujo de momento (\dot{M}). La ecuación (2.14) establece que el flujo de momento crecerá al subir en altura mientras la flotación (integral del lado derecho de la ecuación) sea positivo, *i.e.* $g' > 0$, que corresponde al caso de una pluma. En el caso de una fuente la flotación siempre es negativa, y el momento decrece con la altura hasta llegar a cero en la altura máxima que alcance.

²En alusión a los tres autores del artículo correspondiente, B. R. Morton, G. I. Taylor y J. S. Turner.

Multiplicamos ahora la ecuación (2.11b) por 2π e integramos entre $r = 0$ e infinito

$$\int_0^\infty 2\pi \frac{\partial(rw)}{\partial z} dr = - \int_0^\infty 2\pi \frac{\partial(rv)}{\partial r} dr \quad (2.15)$$

y por lo tanto:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w dr = -2\pi [rv]_0^\infty \quad (2.16)$$

Cuando r tiende a infinito, v tiende a cero, pero el producto rv se mantiene finito [27] [23]. Este producto es una medida de la “incorporación” de fluido ambiente por el chorro. Definimos ese “flujo de incorporación” como $Q_E = 2\pi b v_e$, donde b es el radio característico del chorro, y v_e es la velocidad de incorporación. Morton *et al.* [25] definieron el radio del chorro como el ancho del perfil suponiendo que sea plano, es decir suponiendo perfil “top hat”, pero en general se define, para cada altura, como la distancia radial a la que la velocidad y la flotación cayeron en un factor e^{-1} de sus valores sobre el eje. La ecuación (2.16) puede escribirse como:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w dr = Q_E \quad (2.17)$$

La ecuación (2.17) establece que el *flujo de volumen* en el chorro (integral del lado izquierdo de la ecuación) aumenta con la altura debido a la incorporación de fluido ambiente por parte del jet.

Finalmente, integrando la ecuación para la densidad, ecuación (2.11c), entre $r = 0$ e infinito se obtiene:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty r w \Delta \rho dr + [rv \Delta \rho]_0^\infty = \frac{d\rho_a}{dz} \int_0^\infty r w dr + [r \overline{\rho' v'}]_0^\infty \quad (2.18)$$

Cuando r tiende a infinito rv se mantiene acotado pero $\Delta \rho$ tiende a cero, al igual que $\overline{\rho' v'}$. Entonces, tomando estos límites y además multiplicando por $2\pi g / \rho_{00}$, la ecuación (2.18) puede escribirse como:

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w g' = 2\pi \frac{g}{\rho_{00}} \frac{d\rho_a}{dz} \int_0^\infty r w dr \quad (2.19)$$

En resumen, el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se debe resolver está dado por las ecuaciones (2.17), (2.14) y (2.19)

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w dr = 2\pi b v_e \quad (2.20a)$$

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w^2 dr = \int_0^\infty 2\pi r g' dr \quad (2.20b)$$

$$\frac{d}{dz} \int_0^\infty 2\pi r w g' = 2\pi \frac{g}{\rho_{00}} \frac{d\rho_a}{dz} \int_0^\infty r w dr \quad (2.20c)$$

donde las incógnitas son w , g' y b .

Para resolver el sistema se debe dar alguna información sobre la forma de la velocidad y de la gravedad reducida. Los dos perfiles de velocidad más utilizados en la literatura son el gaussiano y el top-hat, que se esquematizan en la figura (2.9).

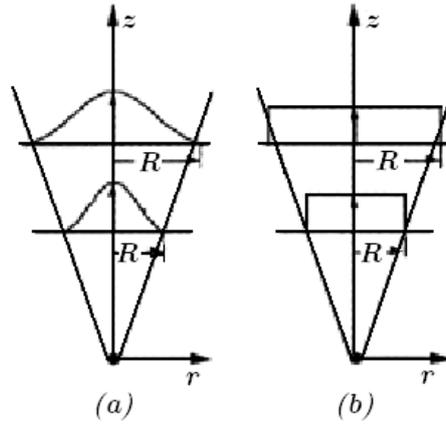


Figura 2.9: Esquemas de (a) flujo con perfil gaussiano y (b) flujo con perfil “top-hat”.

Solución bajo la hipótesis de perfil de velocidades gaussiano

Se asume que los perfiles de velocidad y de densidad del chorro desarrollado tienen forma gaussiana

$$w(z, r) = w_m(z) e^{-\left(\frac{r}{b}\right)^2} \quad (2.21a)$$

$$g'(z, r) = g'_m(z) e^{-\left(\frac{r}{\lambda b}\right)^2} \quad (2.21b)$$

donde b y λb son los radios característicos para el perfil de velocidad y densidad respectivamente. Basándose en resultados experimentales se justifican las diferentes escalas en los dos perfiles [31]. Sustituyendo (2.21a) y (2.21b) en las ecuaciones (2.20a)-(2.20c), se obtiene:

$$\frac{d}{dz} (\pi b^2 w_m) = 2\pi b v_e \quad (2.22a)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{2} \pi b^2 w_m^2 \right) = \pi g'_m \lambda^2 b^2 \quad (2.22b)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\pi b^2 w_m g'_m \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} \right) = \pi b^2 w_m \frac{g}{\rho_{00}} \frac{d\rho_a}{dz} \quad (2.22c)$$

La información restante necesaria para resolver el problema de clausura, es hacer alguna hipótesis sobre la velocidad de incorporación v_e de fluido ambiente por parte del chorro. Eso se hace por la hipótesis de incorporación, que se discute a continuación.

Hipótesis de incorporación (*entrainment assumption*)

La hipótesis de incorporación establece que la velocidad de incorporación v_e de fluido ambiente hacia el chorro, es proporcional a la velocidad axial del jet $w(z)$

$$v_e = \alpha w(z) \quad (2.23)$$

donde α se denomina *coeficiente de incorporación*. La hipótesis se atribuye a Morton *et al.* (1956) [25], y ha sido exitosa en la modelación de plumas con diferentes condiciones de salida. Batchelor [6] sugirió que la idea de fondo es que las fluctuaciones de la velocidad turbulenta dentro de la pluma son proporcionales a la velocidad vertical media, y que a su vez la velocidad con la que ingresa fluido ambiente hacia la pluma es proporcional a dicha velocidad turbulenta.

En un primer momento se pensaba que el coeficiente de incorporación era una constante universal, pero estudios teóricos y experimentales posteriores mostraron lo contrario. Su valor depende del perfil de velocidades elegido. Para un perfil gaussiano es aproximadamente $\alpha_g \approx 0,083$, mientras que para un perfil tipo top-hat (tratado en la siguiente sección) es $\alpha_t \approx 0,12$ [14].

Sustituyendo la ecuación (2.23) en la ecuación (2.22a), se obtiene la ecuación de continuidad de un chorro gaussiano:

$$\frac{d}{dz} (\pi b^2 w_m) = 2\pi b \alpha w \quad (2.24)$$

Solución asumiendo perfil de velocidades constante (“top-hat”)

Al asumir perfiles de velocidad y densidad constantes, o “top-hat”, se establece que:

$$w(r, z) = \begin{cases} \bar{w}(z) & \text{si } r < b \\ 0 & \text{si } r > b \end{cases} \quad (2.25a)$$

$$g'(r, z) = \begin{cases} \bar{g}'(z) & \text{si } r < b \\ 0 & \text{si } r > b \end{cases} \quad (2.25b)$$

donde se ha supuesto el mismo esparcimiento (*spreading*) para ambos perfiles ($\lambda \approx 1$) [26]. Sustituimos nuevamente estos perfiles en las ecuaciones (2.20a)-(2.20c)

$$\frac{d}{dz} (\pi b^2 \bar{w}) = 2\pi b \alpha \bar{w} \quad (2.26a)$$

$$\frac{d}{dz} (\pi b^2 \bar{w}^2) = 2\pi b^2 g'(z) \quad (2.26b)$$

$$\frac{d}{dz} (\pi b^2 \bar{w} g') = \pi b^2 \bar{w} \frac{g}{\rho_{00}} \frac{d\rho_a}{dz} \quad (2.26c)$$

Es conveniente escribir estas ecuaciones en función del *flujo de momento* M , del *flujo de volumen* Q y del *flujo de flotación* F , para obtener:

$$M \equiv 2\pi \int_0^\infty w^2 r dr = \pi b^2 \bar{w}^2 \quad (2.27a)$$

$$Q \equiv 2\pi \int_0^\infty w r dr = \pi b \bar{w}^2 \quad (2.27b)$$

$$F \equiv 2\pi \int_0^\infty w g' r dr = \pi b \bar{w}^2 g' \quad (2.27c)$$

y así se obtiene:

$$\frac{dQ}{dz} = 2\alpha \sqrt{M} \quad (2.28a)$$

$$\frac{dM}{dz} = FQ/M \quad (2.28b)$$

$$\frac{dF}{dz} = -QN^2 \quad (2.28c)$$

donde N es la “frecuencia de flotación” (también conocida como “frecuencia de Brunt-Väisälä”), relacionada con la estratificación del ambiente:

$$N^2 \equiv -\frac{g}{\rho_{00}} \frac{d\rho_a}{dz} \quad (2.29)$$

2.4. Revisión de resultados conocidos

En esta sección se resumen algunas soluciones conocidas del problema según la literatura, para fuentes y plumas con diferentes condiciones del ambiente y del flujo.

Varios modelos teóricos para el comportamiento de plumas turbulentas han sido usados por más de 50 años. Las ecuaciones (2.28a)-(2.28c) corresponden al modelo *MTT* [25], que ha sido extraordinariamente efectivo en el modelado de plumas en medios estratificados. El modelo *MTT* se ha extendido para examinar otras situaciones como las plumas con flujo de flotación variable con la altura o variables en tiempo.

Cabe mencionar que, así como en las ecuaciones (2.28a)-(2.28c), todos los resultados mencionados en esta sección corresponden a perfiles tipo top-hat.

Para una pluma en ambiente no estratificado, el campo lejano es autosimilar y el flujo es controlado únicamente por la distancia al origen del chorro z , por una escala de longitud L asociada al origen y por el flujo de flotación F [20]. En el caso de una fuente con origen puntual, se asocian las longitudes características [26] “radio del origen escalado” L_{Q0} , la “longitud del momento del chorro” L_{M0} y la “escala de longitud de la aceleración” L_{A0} (todos definidos a partir de los flujos de momento M_0 , de volumen Q_0 y de flotación F_0 en el origen).

$$L_{Q0} \equiv \frac{5Q_0}{6\alpha M_0^{1/2}} \quad (2.30a)$$

$$L_{M0} \equiv \left(\frac{5M_0^{3/2}}{9\alpha F_0} \right)^{1/2} \quad (2.30b)$$

$$L_{A0} \equiv Q_0^{3/5} F_0^{-1/5} \quad (2.30c)$$

Debemos notar que L_{A0} se puede construir a partir de las otras dos longitudes, por lo que no son independientes. Si además la pluma está en un ambiente estratificado, se define una cuarta escala L_{H0} que depende además de la frecuencia de flotación N_0 (ecuación (2.29), evaluada en una altura de referencia z_0)

$$L_{Q0} \equiv \frac{5F_0^{1/4}}{9\alpha N_0^{3/4}} \quad (2.31)$$

Dadas tres escalas de longitud independientes se pueden escribir dos parámetros adimensionados para clasificar cualquier tipo de pluma:

$$\Gamma_0 = \frac{8Q_0^2 F_0}{5\alpha M_0^{5/2}} = \left(\frac{L_{Q0}}{L_{M0}} \right)^2 \quad (2.32a)$$

$$\Delta_0 = \frac{N_0^2 M_0^2}{F_0^2} = \left(\frac{L_{M0}}{L_{H0}} \right)^{8/3} \quad (2.32b)$$

El parámetro Γ_0 es el “número de Richardson” y representa el balance entre los flujos de flotación y momentum. En el caso en que $\Gamma_0 = 1$ los flujos de momentum y de flotación están equilibrados y se denomina pluma “pura” (*pure plumes*). Cuando $\Gamma_0 < 1$, el flujo tiene cierto “exceso” de flujo de momentum en el origen y se denomina pluma “forzada” (*forced plumes*). Finalmente, cuando $\Gamma_0 > 1$ existe cierto déficit de flujo de momento, y la pluma se clasifica “floja” (*lazy plumes*).

Una de las principales referencias sobre fuentes turbulentas en medios estratificados corresponden a los trabajos de Bloomfield y Kerr [7, 8]. Entre otros, consideraron el caso

particular de fuentes axisimétricas con flujo de flotación nulo en el origen, $F_0 = 0$, que se corresponde con el estudio del presente trabajo de tesis. En esa situación, el flujo sólo depende de dos parámetros, M_0 y N . Mediante análisis dimensional se llega a que la única escala de longitud que se puede obtener a partir de esos parámetros es $M_0^{1/4}N^{-1/2}$ [14]. Por lo tanto, la máxima altura alcanzada por la fuente, así como la altura de intrusión deben ser de la forma:

$$z = CM_0^{1/4}N^{-1/2} \quad (2.33)$$

donde C es una constante a determinar.

Experimentalmente, Bloomfield y Kerr comprobaron que las alturas características de la evolución de la fuente respondían razonablemente a la ecuación (2.33). Además observaron que la razón entre la altura máxima inicial y la altura máxima en régimen es significativamente menor (del orden del 70 %) que la registrada en ambientes homogéneos [32]. Esto se puede explicar basándose en el hecho de que la fuente comienza su intrusión a una altura intermedia, a diferencia del caso en que el ambiente es homogéneo, donde el fluido cae hasta la base del recipiente ($z = 0$) para recién ahí propagarse radialmente. Existe así una menor distancia durante la cual interactúan el fluido ascendente y el que está cayendo, lo que conduce a una menor reducción de la altura inicialmente alcanzada por la fuente.

Bloomfield y Kerr también observaron que si la diferencia de densidades entre la fuente y la atmósfera es suficientemente grande, la intrusión se dará a lo largo de la base del recipiente, siendo su comportamiento cualitativamente muy similar al caso de ambiente homogéneo.

Para una fuente con origen puntual en un medio no estratificado, la solución de las ecuaciones (2.28a)-(2.28c) es:

$$Q = \left(\frac{5F}{8\alpha}\right)^{1/3} \left(\frac{6\alpha z}{5}\right)^{5/3} \quad M = \left(\frac{5F}{8\alpha}\right)^{2/3} \left(\frac{6\alpha z}{5}\right)^{4/3} \quad (2.34a)$$

Para el caso de un ambiente estratificado, las soluciones han sido calculadas para un rango de Γ y Δ por Morton y Middleton (1973) [28]. En particular, hallaron numéricamente la máxima altura alcanzada por la pluma en un medio linealmente estratificado (N constante) y, variando Δ , vieron que la altura máxima disminuía al aumentar dicho parámetro.

Recientemente se ha demostrado [19] que las ecuaciones MTT pueden ser escritas, para el caso de atmósfera no estratificada, en función de Γ y del radio adimensionado de la pluma b/b_0 , conduciendo a:

$$\frac{d\Gamma}{d\zeta} = \frac{10\Gamma}{3(b/b_0)} (1 - \Gamma) \quad (2.35a)$$

$$\frac{d(b/b_0)}{d\zeta} = \frac{1}{3} (5 - 2\Gamma) \quad (2.35b)$$

donde la coordenada vertical ha sido adimensionada con L_Q ($\zeta = z/L_Q$). Se puede ver como $\Gamma_0 = 1$ conduce al caso de la pluma *pura*, que se extiende radialmente a ritmo constante. Para $\Gamma_0 > 5/3$ la pluma se contrae, confirmando los resultados de Caulfield (1991) [12].

Una fuente es simplemente una pluma con $\Gamma_0 < 0$, por lo que definiendo $\Gamma' \equiv -\Gamma$, podemos escribir Ecs. (2.35a) y (2.35b) como:

$$\frac{d\Gamma'}{d\zeta} = -\frac{10\Gamma'}{3(b/b_0)} (1 + \Gamma') \quad (2.36a)$$

$$\frac{d(b/b_0)}{d\zeta} = \frac{1}{3} (5 + 2\Gamma') \quad (2.36b)$$

Para plumas puras y forzadas con origen puntual, se han hallado las soluciones analíticas para las alturas máximas alcanzadas por una pluma pura z_{pp} y por una pluma forzada z_{pf} [36]:

$$z_{pp} = 2^{5/4} \left(\frac{10}{9} \right)^{1/2} \left[\frac{F_0}{4\alpha^2 \rho_0 N^3} \right]^{1/4} \quad (2.37a)$$

$$z_{pf} = 2^{1/2} \left[\frac{(1+\theta)^3}{1-\theta} \right]^{1/8} \left[\frac{(N^2 M_0^2 + F_0^2)^{1/2}}{4\alpha^2 \rho_0 N^3} \right]^{1/4} \quad (2.37b)$$

donde $\theta \equiv F_0/[N^2 M_0^2 + F_0^2]^{1/2} = 1/\sqrt{1+\Delta}$, siendo $\theta = 1$ para una pluma pura y $\theta < 1$ para una forzada.

Friedman y Katz (2000) [16] y Kaye y Hunt (2006) [21] sugirieron que el flujo radial de la pluma a la altura *neutral*, o sea cuando $g' = 0$, debía también influenciar en la altura máxima que luego alcanza. En ambos trabajos se examinó la dependencia de la altura máxima de fuentes turbulentas en función del “número de Froude del origen” definido por:

$$Fr \equiv \frac{v_0}{\sqrt{b_0 g'_0}} \Gamma_0^{-1/2} \quad (2.38)$$

Advirtieron que una fuente es similar a una pluma una vez que pasó la altura neutral, es decir a partir de cuando la flotación se opone al momento. Encontraron que para Fr suficientemente grande la altura máxima se predice correctamente por el modelo MTT. Sin embargo, la máxima altura alcanzada por fuentes con Fr bajo es controlada por el flujo radial hacia afuera del chorro, que se manifiesta cuando la fuente comienza a caer hacia el origen, siendo el modelo MTT inapropiado.

Este caso, en que un flujo turbulento de corte es impulsado hacia arriba por el flujo de momento y con un flujo de flotación en dirección opuesta, ha sido usado como analogía en problemas más generales de mezcla en flujos estratificados. El resultado de esos estudios sugieren que la mezcla es función del número de Froude del flujo en el origen. Para pequeños Fr , la mezcla, descrita en términos del fluido incorporado por el chorro, aumenta al aumentar Fr . Sin embargo, a partir de cierto número de Froude crítico, la incorporación de fluido ambiente pasa a ser independiente de Fr .

Estudios previos también suponen que la incorporación de fluido a través de la interfase es independiente de la naturaleza del flujo (pluma o fuente) y que sólo depende del número de Froude. Sin embargo, Cotel *et al.* (1997) [13] discreparon con estas suposiciones. Sus estudios condujeron a que la naturaleza del flujo juega un papel muy importante, y que la incorporación es independiente del número de Froude sólo para Fr suficientemente grande o suficientemente pequeño.

En sus estudios sobre la altura máxima alcanzada por fuentes, Kaye y Hunt (2006) [21] y Friedman y Katz (2000) [16] coinciden en que el flujo tiene tres regímenes. Para flujos con Fr grande la altura máxima es controlada por el flujo de momento en el origen, para Fr intermedio es controlada por la energía cinética en el origen, mientras que para Fr pequeño la altura alcanzada es controlada por el flujo radial (saliente) de la fuente. O sea, para flujos con Fr pequeño, la mezcla a través de la interfase depende del ritmo al cual el fluido mezclado es removido de la región de mezcla.

Capítulo 3

Nociones básicas de DPIV

En las últimas décadas, el avance tecnológico de la óptica, láser, electrónica, video y computadoras han facilitado el desarrollo de técnicas de visualización y medición de flujos basadas en el procesamiento de imágenes. La técnica *DPIV*¹, o “*Velocimetría digital por imágenes de partículas*”, ha sido desarrollada y ampliamente utilizada en investigaciones aerodinámicas e hidráulicas por ser un método no intrusivo capaz de proporcionar medidas cuantitativas de la velocidad del fluido en regiones relativamente grandes y en un conjunto limitado de puntos simultáneamente. Esto la diferencia de otras técnicas, como la Velocimetría Laser Doppler o la Anemometría de Hilo Caliente, que sólo pueden medir velocidades en un punto. Con DPIV la velocidad se mide de manera indirecta, por estimación del desplazamiento de trazadores o de ciertos “patrones” en pequeñas regiones (áreas de interrogación) en una secuencia de imágenes capturadas.

Así, la técnica es de las más utilizadas, en particular para el estudio de flujos turbulentos, y se han desarrollado métodos para aplicar la técnica a flujos bifásicos, como pueden ser mezcla de agua con burbujas de aire o sedimentos.

3.1. Principales características de la técnica

En esta sección describiremos las principales características de la técnica “*DPIV*”.

La velocidad del flujo es estimada mediante el movimiento de partículas trazadoras, que en la mayoría de los casos deben ser añadidas al fluido, aceptando la aproximación de que siguen el movimiento del fluido. En particular, el vector velocidad es calculado usando la definición de velocidad:

$$\vec{U} = s \frac{\overline{\Delta \vec{X}}}{\Delta t} \quad (3.1)$$

donde s es un factor de escala, Δt es el paso temporal entre dos observaciones consecutivas y $\overline{\Delta \vec{X}}$ es el desplazamiento de las partículas en ese intervalo de tiempo.

Un típico sistema DPIV tiene cuatro componentes:

- sembrado de partículas
- iluminación
- captura de imágenes
- procesamiento de las imágenes capturadas

¹DPIV del inglés *Digital Particle Image Velocimetry*

Como el desplazamiento de los trazadores es evaluado comparando la posición de las partículas en dos instantes consecutivos, se requiere de una luz pulsada. La duración del pulso de luz debe ser lo suficientemente pequeño, de manera que las partículas permanezcan “quietas” durante la duración del pulso, sin generar trazas. En caso de utilizar iluminación continua, se deben recoger imágenes con tiempos de exposición de la cámara suficientemente cortos. El uso de pequeñas partículas, con área de dispersión de luz chica, y la necesidad de recoger imágenes en períodos muy cortos de tiempo, implican que la fuente de iluminación sea suficientemente potente, por lo cual se emplea generalmente luz láser de gran intensidad.

Un sistema DPIV estándar incluye un láser de alta intensidad con una lente cilíndrica, que genere un plano de luz en el flujo con partículas, una cámara digital y una computadora que controle la captura de imágenes y almacene los datos. Un esquema del sistema de medición se muestra en la figura (3.1).

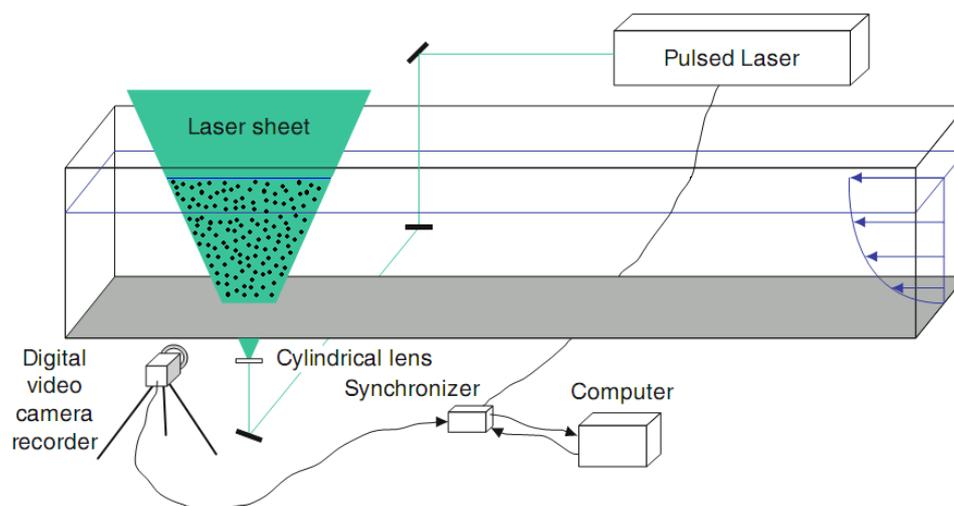


Figura 3.1: Esquema del montaje experimental para DPIV en 2D [35]

Con este tipo de montaje, se mide la proyección de los campos de velocidades sobre el plano iluminado, obteniéndose las dos componentes de la velocidad que se encuentran en este plano. Existe, sin embargo, la posibilidad de medir la tercer componente de la velocidad con el denominado “*DPIV Estereoscópico*”, así como muchas otras posibles mejoras [35] que implican la utilización de equipos más costosos.

Se han generado una amplia variedad de partículas trazadoras, técnicas de filmación y metodologías para el procesamiento de las imágenes. De hecho, la tarea más importante al usar DPIV es elegir los componentes apropiados, de manera de capturar las características de interés del flujo en estudio.

3.2. Componentes del sistema

En las siguientes secciones se dará una breve descripción de cada componente del montaje típico usado para la técnica DPIV.

3.2.1. Partículas trazadoras

Como ya fue mencionado, con DPIV se miden de manera indirecta las velocidades, evaluando el desplazamiento de las partículas trazadoras. Idealmente, los trazadores deben

seguir perfectamente el movimiento del fluido, no influenciar sobre el flujo, y no debe haber interacción alguna entre las partículas. Por esto, el tamaño de dichas partículas, su densidad, composición y concentración son factores muy importantes al momento de su elección.

Un requerimiento fundamental es que el flujo sea “*sembrado*” con partículas apropiadas para minimizar posibles discrepancias entre su movimiento y el del fluido. Una medida para la tendencia de los trazadores de seguir el flujo es “tiempo de relación” (*relation time*), τ_P , definida como el tiempo que necesita una partícula en reposo para ser acelerada hasta alcanzar aproximadamente el 63 % de la velocidad del fluido [18], que puede ser estimado usando la expresión:

$$\tau_P \equiv \frac{\rho_P d_P^2}{\rho 18\nu} \quad (3.2)$$

donde ρ_P y d_P son respectivamente la densidad y diámetro de las partículas (suponiendo todos los trazadores iguales y esféricos), ρ y ν la densidad y viscosidad cinemática del fluido.

A pesar de que la ecuación (3.2) corresponde a una aproximación, igualmente proporciona el orden de magnitud y no es necesario una estimación más precisa. Un menor tiempo de relación se asocia con una alta frecuencia de respuesta y con una mayor capacidad de la partícula de seguir rápidas fluctuaciones del flujo, comparándose siempre τ_P con el tiempo característico de los vórtices del flujo en estudio.

El desplazamiento $\overrightarrow{\Delta X}$ de las partículas trazadoras en un intervalo finito de tiempo $\Delta t = t'' - t'$ se puede obtener con:

$$\overrightarrow{\Delta X} = \int_{t'}^{t''} \mathbf{v}[\mathbf{X}(t), t] dt \quad (3.3)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de la partícula trazadora y, para trazadores ideales, \mathbf{v} coincide con la velocidad local del fluido $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$. Además, la ecuación (3.3) implica que el campo de desplazamientos sólo provee información acerca de la velocidad media sobre el trayecto en el intervalo de tiempo Δt . Esto es ilustrado en la figura (3.2).

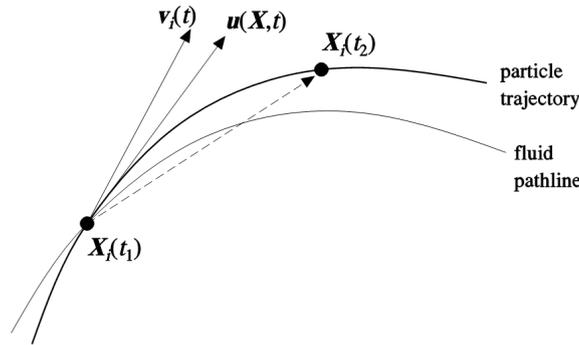


Figura 3.2: El desplazamiento de las partículas trazadoras es una aproximación de la velocidad del fluido [39].

El desplazamiento $\overrightarrow{\Delta X}$ no conduce a una representación exacta de \mathbf{u} , pero la aproxima con un error finito ϵ :

$$\left\| \overrightarrow{\Delta X} - \mathbf{u} \cdot \Delta t \right\| < \epsilon \quad (3.4)$$

Este error puede ser despreciado, considerando que las escalas espacial y temporal características del flujo son grandes comparadas con la resolución espacial de las imágenes y el tiempo de exposición respectivamente. Para satisfacer la ecuación (3.4) se debe muestrear

el desplazamiento con una densidad de partículas acorde a la escala espacial más pequeña de variaciones de $\overrightarrow{\Delta X}$.

Además de la necesidad de usar partículas suficientemente pequeñas y livianas como para seguir al flujo, estas tienen que reflejar una señal de luz posible de ser registrada por el dispositivo de grabación, al pasar por el plano láser. Por esto, es muy importante las propiedades de dispersión de la luz por parte de las partículas. En general, la luz dispersada depende de la razón entre el índice de refracción de las partículas y el del medio que las rodea, así como del tamaño y forma de dichos trazadores. En particular, un mayor diámetro de las partículas favorece la intensidad de la luz dispersada, y si poseen superficies de forma irregular dispersan mejor la luz en todas direcciones. En el caso de flujos de agua, se suele sembrar con partículas de metal o vidrio de algunas decenas de micras.

La concentración de trazadores es otro aspecto muy importante y será discutido en la sección (3.3), debido a su fuerte influencia sobre la elección del algoritmo de procesamiento.

3.2.2. Iluminación y elementos ópticos

La fuente de luz que se suele usar en aplicaciones de la técnica DPIV es láser, debido a su propiedades de emitir luz monocromática con alta densidad de energía, confinable en delgados planos de luz. Sin embargo, en ocasiones se puede usar fuentes de luz blancas, como lámparas de xenón, pero con la limitante de que no es posible colimar la luz para que sea monocromática y su aplicación se adapta sólo a situaciones particulares, como pueden ser medidas a gran escala.

En general, pulsos de luz pueden ser obtenidos con láseres pulsados, o con láseres de onda continua combinados con algún sistema de bloqueo del haz de luz de manera de generar pulsos de luz y/o una cámara de grabación con control de disparo. En montajes estándar de la técnica DPIV se usa comúnmente láser pulsado de estado sólido de Nd:Yag (Neodyn-Yag²), debido a su alta capacidad de amplificación y por sus propiedades térmicas. Con fuentes de enfriamiento ya incorporadas es fácil su manipulación y posicionamiento. Típicamente estos láseres emiten pulsos de energía del orden de 120mJ, e inicialmente en una longitud de onda de 1064nm y sus armónicos, pero con un filtro pasa-banda se selecciona únicamente el armónico con frecuencia de 532nm (luz verde), que es el único perceptible a ojo descubierto. Debido al alto costo de los láseres pulsados, es frecuente utilizar simplemente láseres de emisión continua. En esta tesis se utilizó un láser continuo de Nd:Yag de 500mW de potencia.

Los dos parámetros importantes que caracterizan al sistema de iluminación son el “*tiempo de exposición*”, que es el tiempo de duración de cada pulso de luz, y el “*tiempo de retraso*” o de “*delay*”, que corresponde al tiempo entre dos pulsos consecutivos. Existe un compromiso al elegir el tiempo de exposición de la cámara, de manera que sea lo suficientemente corto como para ver a las partículas quietas durante la iluminación y evitar así la presencia de trazos en las imágenes, pero a la vez lo suficientemente largo, de manera de garantizar una buena iluminación de los trazadores y poder ser visualizados en las imágenes capturadas. Otra razón para utilizar tiempos de exposición largos es que se debe lograr ver un desplazamiento apreciable de los trazadores cuando se comparan imágenes consecutivas y evitar así encontrar partículas superpuestas. Por el contrario, otra razón para usar tiempos cortos es para impedir que las partículas se escapen del plano de luz, con lo que se “perderían” partículas y aparecerían otras nuevas en las sucesivas imágenes. El tiempo de delay

²El material del láser (encargado de la emisión) está compuesto por cristal de *Yag* (Yttrium-aluminium-garnet) y el haz es generado por iones de Nd^{3+} .

Δt limitará también que tan “instantánea” es la medida de la velocidad media calculada con la ecuación (3.1).

En cuanto a los elementos ópticos, se usan combinaciones de espejos y lentes esféricas y cilíndricas para generar un delgado plano de luz a partir del rayo emitido por el láser. Los espejos se usan para direccionar el rayo, la lente esférica expande el haz y la lente cilíndrica lo confina a un plano. Según el equipo óptico que se disponga, el espesor del plano láser puede ser fijo o regulable.

3.2.3. Etapa de grabación

Los modos de grabación de imágenes pueden separarse principalmente en dos tipos: el método *CS-ED*, cuadro simple con exposición doble y el *DC-ES*, doble cuadro con exposición simple. El método *CS-ED* captura en una misma foto a las partículas iluminadas en dos instantes consecutivos de tiempo, como se ve en la figura (3.3-a). De esta manera se procedía antiguamente, haciendo luego una autocorrelación sobre la fotografía para estimar los desplazamientos. Por otro lado, el método *DC-ES* captura una única imagen por cada pulso de iluminación, como se ve en la figura (3.3-b), y se correlacionan las dos imágenes capturadas.

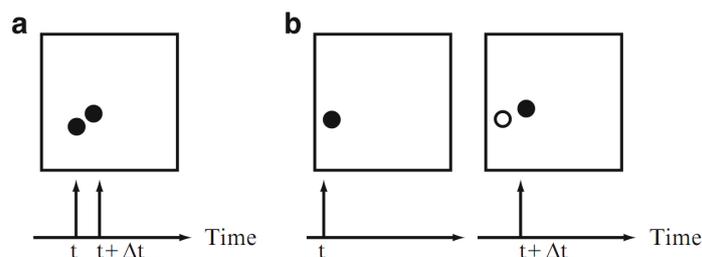


Figura 3.3: Representación de los esquemas de recolección de datos: métodos *CS-ED* (a), y *DC-ES* (b) [35].

La principal diferencia entre los métodos es que el de cuadro simple no proporciona información sobre el orden temporal de los dos pulsos de luz, es decir, habrá ambigüedad en cuanto a las direcciones de las velocidades y eso significa un esfuerzo adicional para identificar el resultado correcto (se implementan códigos de colores, por ejemplo). En el método de doble cuadro las direcciones de las velocidades quedan determinadas automáticamente. Se ha observado que la correlación cruzada entre dos imágenes diferentes es más precisa que la autocorrelación con doble exposición, por lo que el método *DC-ES* es el adoptado usualmente, habiendo además disponible una amplia gamma de cámaras CCD de alta velocidad.

3.3. Análisis de imágenes

El algoritmo para analizar las imágenes está íntimamente relacionado con el proceso de grabación y con la densidad de trazadores en las imágenes. Existen básicamente tres situaciones diferentes: imágenes con alta, media y baja densidad, como se ejemplifica en la figura (3.4).

En caso de tener alta densidad de partículas, no será posible distinguir partículas individuales, dado que se superponen y se generan así “manchas”. Esta situación se trata

con la técnica LSV^3 (Velocimetría Láser de Manchas), que no consideramos aquí. Cuando la densidad es baja, se pueden detectar las partículas individuales y es posible identificar sus nuevas posiciones por simple inspección de las dos imágenes. Por otro lado, el caso de densidad media permite distinguir partículas individuales, pero no es posible identificar las nuevas posiciones en la segunda imagen. El método DPIV trabaja en estas condiciones, y la velocidad se evalúa siguiendo el movimiento de pequeños grupos de partículas, o ciertos patrones en las imágenes, asumiendo que las partículas no cambian sus posiciones relativas dentro de dichos grupos durante el lapso de tiempo entre dos capturas consecutivas.

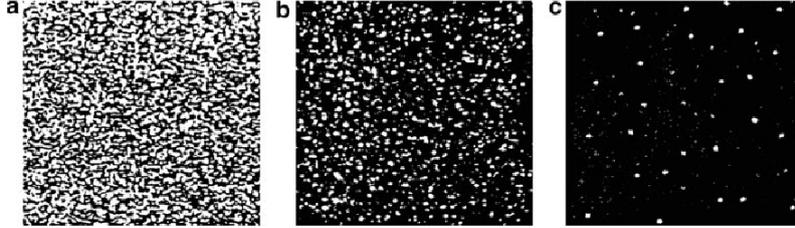


Figura 3.4: Ejemplos de imágenes con alta (a), media (b) y baja (c) densidad de partículas trazadoras [35].

En la técnica DPIV el desplazamiento de los patrones son evaluados mediante promedios estadísticos, computando correlaciones bidimensionales, autocorrelacionando o por *correlación cruzada*, en pares de imágenes. En esta tesis se ha utilizado el método de doble cuadro con exposición simple, aplicando luego correlación cruzada.

El concepto general de la técnica de correlación cruzada es identificar los patrones de partículas en las dos imágenes usando un *coeficiente de correlación cruzada* C . En imágenes digitales, cada píxel tiene un valor asociado que es la intensidad del nivel de gris en esa posición. Considerando dos imágenes I_1 e I_2 como en la figura (3.5), tomadas en un lapso de tiempo Δt , se define una grilla de puntos donde serán determinadas las velocidades.

Se define entonces un “área de interrogación” (*interrogation area*, I.A.), A_1 de tamaño $l_w \times l_z$, centrada en el punto $P(i, j)$. Esa área contiene un grupo de partículas, que conforman un patrón dentro del flujo, caracterizado por alguna distribución de intensidades. Luego se define en la segunda imagen, capturada un intervalo de tiempo Δt posterior, un área más grande que A_1 , ya sea rectangular o circular, de dimensión r como se ve en la figura (3.5), que contiene al mismo punto P y que llamaremos “área de búsqueda”. En esa área buscamos la correspondiente área de interrogación A_2 , del mismo tamaño $l_w \times l_z$ que A_1 , que contiene el mismo patrón de partículas. Así, son consideradas diferentes áreas A_2 con corrimientos $\overrightarrow{PP_2}$, siendo $P_2(i + x, j + y)$, y se comparan con A_1 . El corrimiento $\overrightarrow{PP_2}$ con la mejor correspondencia, representa el movimiento de las partículas en el intervalo de tiempo Δt y es usada para calcular el vector velocidad.

La mejor correspondencia puede ser seleccionada evaluando el coeficiente de correlación cruzada:

$$C(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{l_w} \sum_{j=1}^{l_z} (I_1(i, j) - \mu_1) (I_2(i + x, j + y) - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1 \sigma_2}} \quad (3.5)$$

siendo $I_1(i, j)$ y $I_2(i, j)$ los valores de cada píxel en las imágenes 1 y 2; μ_1 , μ_2 y σ_1 , σ_2 los valores de los promedios y de las desviaciones estándar de la intensidad en las áreas de interrogación A_1 y A_2 respectivamente. El algoritmo busca las coordenadas (x, y) tal que

³Del inglés *Laser Speckle Velocimetry*.

$C(x, y)$ es máximo, obteniendo así el vector desplazamiento $\overrightarrow{\Delta X}$ de la ecuación (3.1). En la figura (3.5) se puede también ver un esquema con la secuencia de pasos que se han indicado. El coeficiente de correlación puede ser calculado también a través de la *transformada rápida de Fourier* [17].

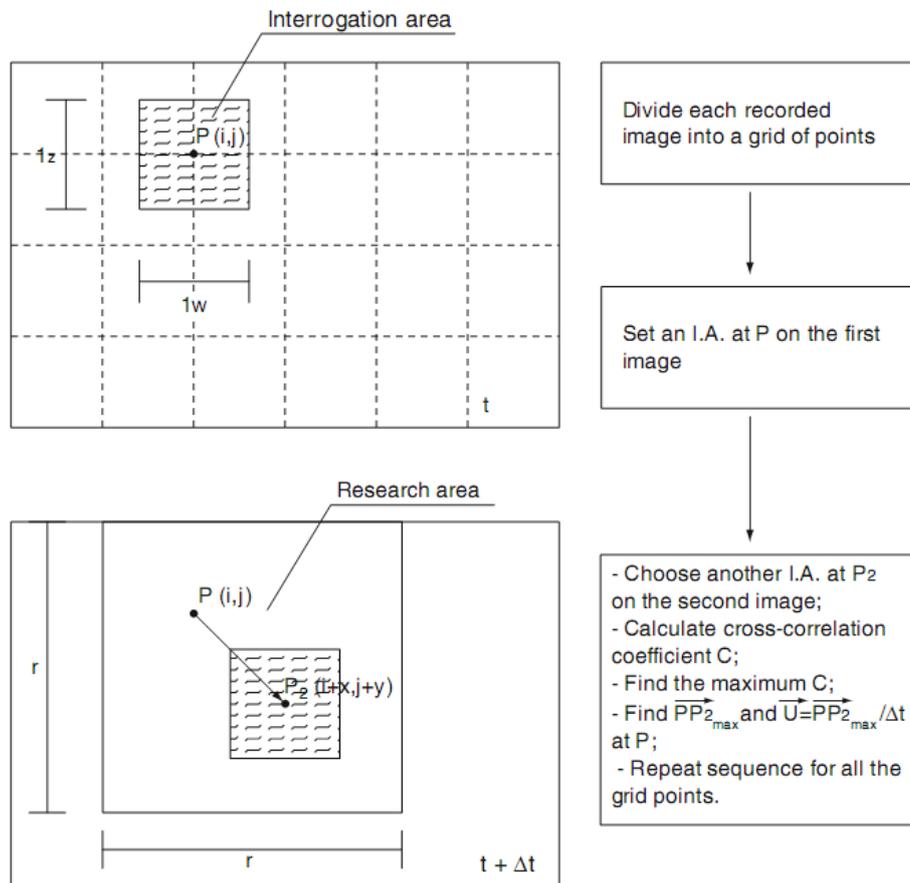


Figura 3.5: Algoritmo general de DPIV para el procesamiento de imágenes por correlación cruzada [35].

Para lograr una buena calidad de los resultados, son muy importantes la elección de un tiempo de delay Δt , de áreas de interrogación y de búsqueda, y de un espaciamiento entre puntos de la grilla adecuados. De hecho, los cocientes $r/\Delta t$ y $1/\Delta t$, multiplicados por el ancho de cada píxel, dan las máxima y mínima velocidades respectivamente que la técnica puede resolver. Disminuyendo el área de interrogación, disminuye el costo computacional, pero a su vez también disminuye la fiabilidad estadística de las medidas. Existen técnicas para mejorar la resolución y precisión del análisis, que determinan la posición de los coeficientes de correlación máximos con precisión de sub-píxeles.

Cuando la densidad de partículas es baja, la técnica que se usa es *PTV*⁴ (Velocimetría por Seguimiento de Partículas), para la cual se han desarrollado métodos de correlación cruzada similares a los de DPIV. La principal diferencia entre las dos técnicas es que en la PTV los vectores velocidad son evaluados en el centro de cada partícula, y no habrá entonces una distribución uniforme en el plano de la imagen. Para regularizar los campos de velocidades se han implementados varios esquemas de interpolación.

⁴Del inglés *Particle Tracking Velocimetry*.

Para ambas técnicas se aplican técnicas de preprocesamiento para remover aspectos no deseados y mejorar la calidad de las imágenes antes de aplicar el algoritmo de procesamiento. Entre ellas están la resta de una imagen *background*, binarización, acotación por umbrales, análisis de histogramas, suavización, etc. Se debe ser muy cuidadoso en estos procedimientos, porque una mala aplicación puede empeorar los resultados procesados.

Dado el procedimiento probabilístico para determinar los desplazamientos de las partículas o imperfecciones en las imágenes pueden generar vectores de velocidad incorrectos. Se debe entonces validar los resultados para no almacenar datos dudosos, recurriendo a algoritmos de postprocesamiento. Actualmente grandes compañías comerciales dedicadas al desarrollo de DPIV producen softwares para el análisis de imágenes, preprocesamiento y postprocesamiento, aunque existen también versiones de distribución gratuita.

Capítulo 4

Montaje experimental

En este capítulo describiremos detalladamente el montaje experimental utilizado en esta tesis. El diseño, montaje, puesta a punto y calibración de este dispositivo insumió muchos meses de trabajo hasta lograr un sistema que garantizara la repetibilidad de las medidas y una determinación precisa de los parámetros relevantes.

La figura (4.1) corresponde a una fotografía del dispositivo en pleno desarrollo del experimento en la cual puede observarse la fuente en el estado final (tinta roja). En la cuba de acrílico (1), se genera la atmósfera de agua estratificada y por una boquilla existente en la base inferior se inyecta el fluido denso que generará la pluma. Diseñamos un sistema (2) que, conjuntamente con un sistema de regulación y medición del caudal (3) permite un control preciso del fluido inyectado. Las imágenes son registradas mediante una cámara CMOS (4) y un sistema de iluminación acorde a la configuración que se desea analizar.

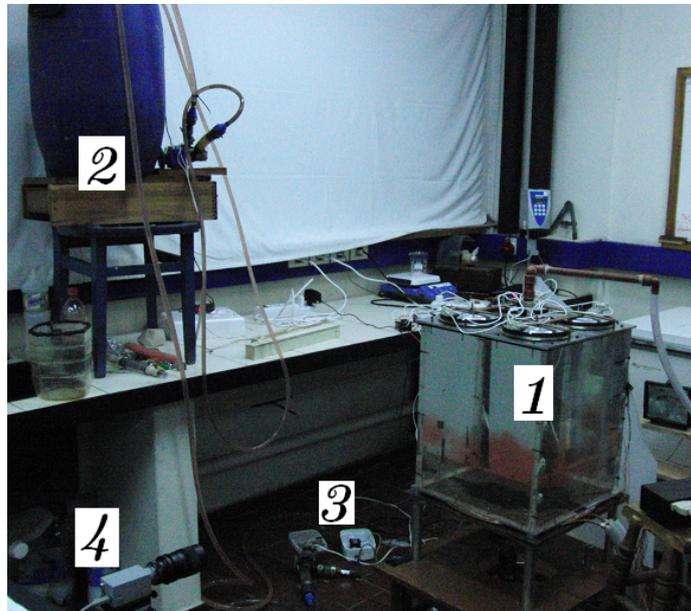


Figura 4.1: Fotografía del montaje experimental. (1) cuba contenedora de la atmósfera estratificada; (2) reservorio de donde se extrae la fuente con caudal constante; (3) medidor de flujo y la llave de regulación; (4) cámara CMOS para la recolección de datos.

Los diferentes componentes del dispositivo experimental serán detallados en las siguientes secciones. En la sección 4.1 se describe la técnica utilizada para la estratificación de la

atmósfera. La sección 4.2 corresponde a la descripción de la generación de la fuente. Por último en la sección 4.3 se describen las técnicas de iluminación utilizadas.

4.1. Estratificación de la atmósfera

En esta sección describimos el procedimiento que llevamos a cabo para la generación de la atmósfera estratificada, así como la elección del fluido y del perfil de densidades usados. Además, especificamos los mecanismos de control de las variables del sistema.

El fluido que usamos a lo largo de todas las experiencias realizadas fue agua, y la estratificación fue generada mediante variaciones en la temperatura. Si bien el dispositivo de control de heladas SIS opera en una atmósfera de aire, el modelo a escala que se utilizó en esta tesis trabaja en una atmósfera de agua. Por lo tanto, para poder obtener conclusiones aplicables al flujo de aire del dispositivo SIS fue necesario realizar la adimensionalización del sistema, recalculando los parámetros flujo de momento M , flujo de volumen Q y frecuencia de Brunt-Väisälä N de nuestro modelo. La elección de una atmósfera de agua en nuestro modelo se debe a razones experimentales. Como la estratificación se obtuvo por variación de temperatura, el hecho de trabajar con agua garantiza una estratificación mucho más estable que la que conseguiríamos con aire debido básicamente a la significativa diferencia entre los coeficientes de difusión de los dos fluidos. Además, las técnicas de visualización, ya sea tinta o por sembrado de partículas, son mucho más fáciles de implementar en líquidos que en gases.

La figura (4.2) corresponde a una fotografía más detallada de algunos componentes del montaje que ya indicamos en la figura (4.1). La cuba, (1 en la figura (4.1)), es prismática de base cuadrada. Las dimensiones de su volumen interior son 40cm de lado en la base y 50cm de altura. Las paredes laterales son de acrílico y las tapas inferior y superior son de aluminio. Inyectamos el fluido fuente por una boquilla circular de 8mm de diámetro situada en el centro de la base de la cuba.

Para mantener la temperatura constante tanto de la tapa inferior (15°C) como de la superior ($27,5^{\circ}\text{C}$), se diseñó un sistema de control mediante la utilización de termocuplas colocadas en ambas tapas. Las termocuplas están conectadas a sistema electrónico que permite activar un sistema de enfriamiento (tapa inferior) o de calentamiento (tapa superior) si se produce una variación en la temperatura de la tapa respectiva.

En el caso de la tapa inferior, se anexó un serpetín. Si la temperatura aumenta, se activa el sistema de control que está conectado a una bomba mediante un relay, y comienza a circular agua a 5°C hasta que la tapa recupera la temperatura de trabajo (15°C). En la tapa superior, se colocaron cuatro calentadores eléctricos, de forma tal que si la temperatura disminuye, se activa el sistema de control y enciende los calentadores hasta alcanzar la temperatura de trabajo ($27,5^{\circ}\text{C}$). Evidentemente en ambos sistemas existe una inercia térmica, por lo cual fue necesario realizar una calibración muy cuidadosa de las temperaturas de corte para ambos sistemas.

Para estratificar la atmósfera, comenzamos llenando completamente la cuba con agua a 15°C de temperatura con el sistema de enfriamiento de la tapa inferior encendido. Con una resistencia del estilo de las usadas en calentadores de agua domésticos calentamos el fluido atmósfera en diferentes alturas. La figura (4.3) es una fotografía de la resistencia usada. La sumergimos en la cuba manteniéndola horizontalmente a una determinada altura, comenzando desde el nivel de la base del recipiente y en su región central.

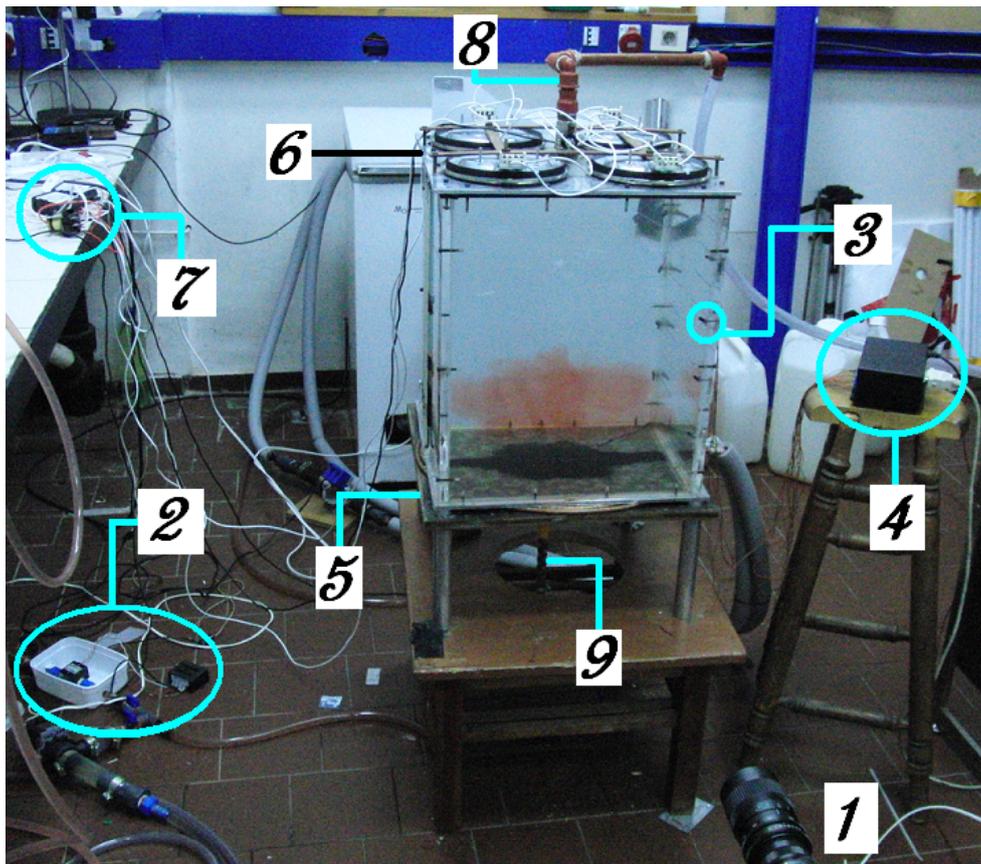


Figura 4.2: Fotografía detallada del sistema contenedor de la atmósfera, filmación y control de flujo. En la figura, la numeración corresponde a: (1) cámara CCD; (2) caudalímetro y válvula de regulación; (3) termistores para control de la temperatura en la atmósfera; (4) interfase para monitorear la temperatura desde la computadora; (5) tapa inferior refrigerada; (6) tapa superior con sistema de calentamiento; (7) sistema de control de temperatura de las tapas; (8) cañería de desagote; (9) tramo de la cañería previo al ingreso de la fuente a la atmósfera, donde se coloca el sistema de swirling cuando corresponde.

Para controlar la temperatura de las diferentes capas de fluido atmósfera, montamos dos series de cuatro termistores equiespaciados sobre dos aristas verticales de la cuba, como se señala con el número (3) en la figura (4.2). Esos termistores, previamente calibrados, los conectamos a través de una interfase (número (4) en la figura (4.2)) a la computadora. De esta manera monitoreamos permanentemente las temperaturas del fluido a cada altura. Una vez alcanzadas las temperaturas deseadas en los cuatro termistores, colocamos la tapa superior, y encendimos el sistema de calentamiento. En caso de ser necesario, por un orificio en el centro de la placa superior agregamos cuidadosamente una escasa cantidad de fluido que pudiera faltar para llenar completamente la cuba. Ese fluido debe estar a $27,5^{\circ}\text{C}$, para que se deposite lentamente en la capa superior de la atmósfera, minimizando así su posible intrusión en capas más frías.

Cuando completamos el proceso de estratificación del ambiente colocamos la cañería indicada con el número (8) en la figura (4.2), que funcionó como desagote cuando el fluido fuente ingresaba en la atmósfera. Finalmente, cubrimos las cuatro caras laterales de la cuba con planchas rectangulares de poliestireno expandido (*espuma plast*) de manera de aumentar el aislamiento con el exterior y dejamos estabilizar, manteniendo siempre encendidos los

controles de temperatura de las tapas superior e inferior y monitoreando las temperaturas de los termistores. Se debieron hacer numerosos ensayos para perfeccionar la técnica de estratificación, y finalmente se logró disminuir su tiempo de preparación a aproximadamente de 4 horas (dependiendo además de si se desea sembrar o no la atmósfera con partículas trazadoras).



Figura 4.3: Fotografía de la resistencia usada para calentar el fluido de la atmósfera.

La figura (4.4) muestra perfiles típicos de temperatura (4.4(a)) y densidad (4.4(b)) obtenidos en el laboratorio. Estos perfiles a primera aproximación son una buena representación de la densidad real en las capas más bajas de la atmósfera.

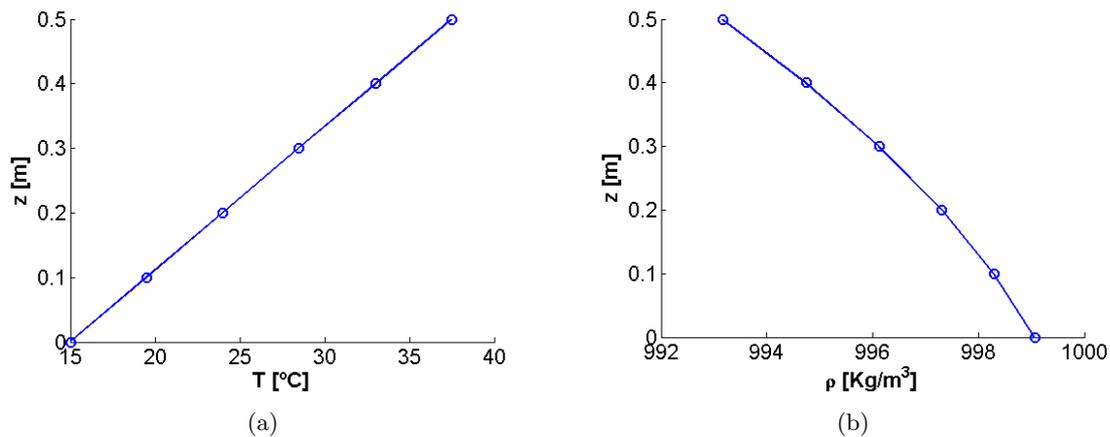


Figura 4.4: Perfiles característicos de la estratificación usada. Las figuras corresponden a: (a) perfil de temperatura; (b) perfil de densidad.

4.2. Procedimiento para generación de la fuente

La figura (4.5) corresponde a un esquema para explicar el funcionamiento del dispositivo de donde extrajimos agua para inyectar en la cuba, señalado con el número (2) en la figura (4.1). Se utilizó un tanque de desborde con el objetivo de garantizar que la diferencia de presiones entre el nivel de agua en dicho tanque y el de la cuba se mantuviera constante, garantizando así que el caudal de la fuente permaneciera invariable. Para ello se colocó un tanque pequeño (1) dentro del repositorio y una bomba que fuerza la circulación entre el tanque de desborde y el repositorio, circuito indicado con (3) y (4) en la figura (4.5). Un sistema de mangueras (2) conecta la cuba con el tanque de desborde permitiendo la circulación por gravedad debido a la diferencia de alturas entre las superficies libres del

tanque y de la cuba. Un caudalímetro digital permite monitorear el caudal con el cual es inyectado el chorro en el valor que utilizamos de 330mL/min. La temperatura del agua se mantuvo a 15°C para garantizar que el fluido que ingrese a la cuba tenga la misma temperatura que la capa inferior de la estratificación.

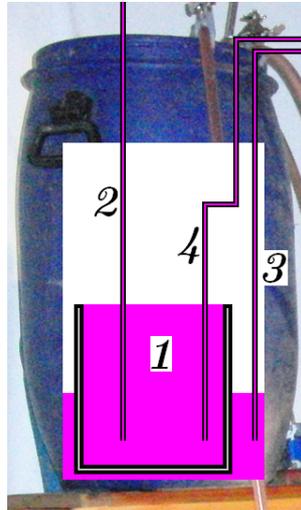


Figura 4.5: Sistema de suministro del fluido fuente a flujo constante.

4.2.1. Características de los jets inyectados

En este trabajo utilizamos tres configuraciones. En la primera, el jet pasa a través de la boquilla de la base sin obstáculo alguno y lo denominaremos “jet laminar”. En la segunda configuración se coloca una rejilla de aluminio a la salida de la boquilla. El fluido es perturbado, ingresando así a la atmósfera con cierto grado de “desorden” y lo denominaremos “jet turbulento”. Las fluctuaciones de ese flujo fueron apreciablemente mayores que en ausencia de la rejilla (como mostraremos en el capítulo 5). Finalmente, en la tercera configuración se colocó una espiral helicoidal de bronce en la cañería que transporta el fluido de la fuente que perturba el camino del flujo previamente a ingresar en la atmósfera. De esa manera, el fluido se vió forzado a recorrer un tramo de trayectoria de forma helicoidal antes de entrar a la cuba, con lo que adquirió cierto grado de “arremolinamiento” o “*swirling*”.

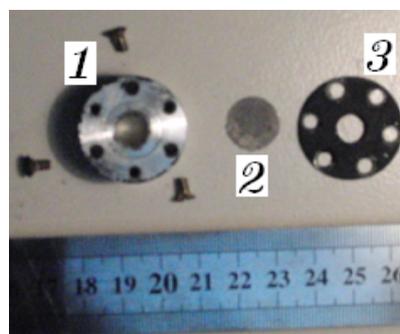
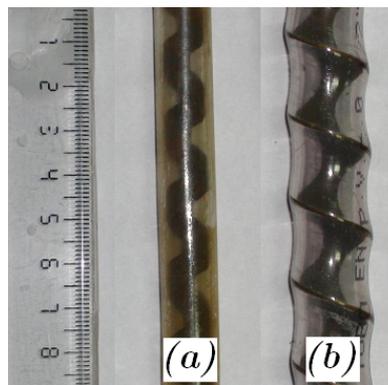


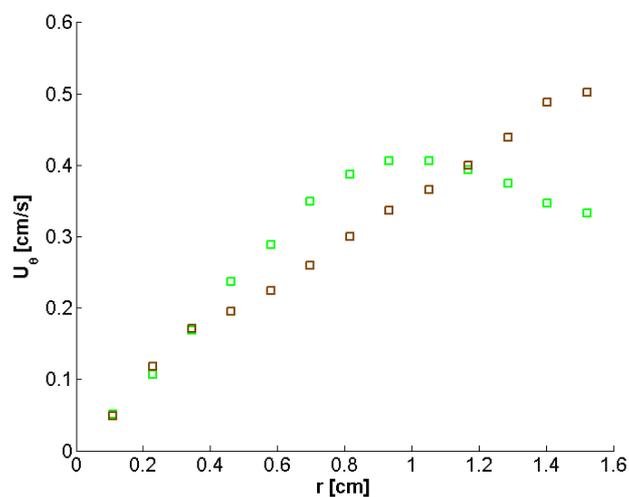
Figura 4.6: Boquilla de entrada de la fuente. La rejilla, señalada con el número (2) en la figura, se dispone entre las piezas (1) y (3), y el conjunto se coloca en centro de la base de la cuba.

La boquilla de entrada, figura (4.6), fue diseñada para permitir intercambiar fácilmente el tipo de grilla que se utilizó para las medidas correspondientes a la segunda configuración. Se utilizaron dos tipos de grilla, donde una la denominamos “grilla fina”, con una densidad de entramado de 80hilos/pulgada y un tamaño de malla, que es el espacio entre hilos, de $M = 0,18\text{mm}$, y otra que llamamos “grilla gruesa” con 40hilos/pulgada de entramado y $M = 0,45\text{mm}$.

El sistema que se utilizó para darle cierto swirling a la fuente consiste en piezas metálicas de forma helicoidal colocadas en el tramo de cañería previo al ingreso del fluido en la atmósfera. Dicho tramo cañería es señalado con el número (9) en la figura (4.2), mientras que las piezas se muestran en la figura (4.7(a)). Las piezas fueron colocadas 10cm antes de la boquilla de la base del recipiente debido a limitaciones del diseño de la propia cuba.



(a)



(b)

Figura 4.7: Generación de swirling: (a) piezas colocadas en el recorrido del fluido previamente a ingresar a la atmósfera; (b) velocidad tangencial media, medida en un plano horizontal a una altura de $2D$ sobre la salida de la boquilla para la piezas (a) (■) y (b) (■).

Para caracterizar la influencia de cada swirling, se midió la velocidad tangencial media del fluido mediante la técnica DPIV. El plano láser se dispuso de manera horizontal y la cámara se colocó por encima de la cuba, capturando el movimiento de las partículas en ese plano desde una vista vertical. Se trabajó además en una atmósfera no estratificada,

obteniendo la gráfica de la figura (4.7(b)). A partir de esta gráfica se calcula el parámetro de swirling S característico de cada situación, como se explicará en la sección (5.1), a partir de la velocidad angular Ω' que definimos como la constante de proporcionalidad entre U_θ y r en el tramo de la gráfica que se ajusta por una recta ($r \lesssim D$).

4.3. Sistemas de iluminación y trazadores

El sistema de iluminación depende del tipo de trazador que se use, que a su vez debe escogerse según las medidas que se quieran obtener. En esta tesis usamos dos tipos de trazadores. En primera instancia, y buscando mayormente una descripción cualitativa del flujo, usamos colorante. Dando un tinte rojizo al fluido fuente, diluyendo pequeñas cantidades de permanganato de potasio en el mismo, se pudo distinguir la fuente del resto de la atmósfera. Se utilizaron esas medidas para analizar varias características del flujo, así como para cuantificar en buena aproximación la mezcla de los dos fluidos, como se explicará en la sección (4.3.1).

A pesar de la amplia caracterización que nos aportó la visualización con tinta, no nos dió información acerca del campo de velocidades de la fuente. Es por eso que además implementamos la técnica DPIV descrita en la sección (3.1).

En la sección (4.3.2) expondremos las configuraciones que usamos para capturar los campos de velocidades en el centro de la fuente y en las cercanías de la boquilla. El montaje se debe ajustar a las medidas que se estén realizando, por lo que su disposición dependió fuertemente del rango de velocidades que manejamos.

4.3.1. Tinta como trazador

Más allá de lo llamativo que siempre resulta la visualización de flujos por contraste de colores, nos permite dar una descripción cualitativa del movimiento del fluido, apreciar pequeñas estructuras que se formen y, en la mayoría de los casos, cuantificar alguna característica de su evolución, por ejemplo radio y altura de intrusión, altura máxima, etc.

Por todo esto, en primera instancia atacamos el problema de medición utilizando colorante como trazador. Agregamos pequeñas cantidades de permanganato de potasio al fluido fuente en el tanque de desborde, de modo de teñir de color rojo al fluido fuente pero sin provocar saturación de color en las imágenes capturadas.

Para iluminar el flujo, usamos tubos de luz de neón verticales, que se colocaron detrás de la pared posterior de la cuba y a una distancia de 40 a 50cm. Para obtener una iluminación uniforme colocamos una placa dispersora semitransparente entre la cuba y los tubos de forma tal que el campo capturado por la cámara tenga una buena homogeneidad lumínica.

Para estudiar la evolución global del flujo capturamos imágenes a 4 cuadros por segundo (4fps¹) en un campo amplio, utilizando una cámara CMOS Pixelink, modelo PL-A774. La figura (4.8) corresponde a uno de los experimentos en los que usamos tinta como trazador, como se puede observar en un tinte rojo.

Como se explicó en la sección (2.2), uno de los aspectos importantes y que a su vez regulan la evolución de la fuente es su mezcla con la atmósfera como se ve evidenciado en la figura (4.8), donde la fuente presenta distintas tonalidades de rojo. De ahí se pudo extraer información acerca de qué tipo de fuente (laminar, turbulenta o con swirling) conduce a un mayor ritmo de mezcla.

¹Del inglés *frames per second*.

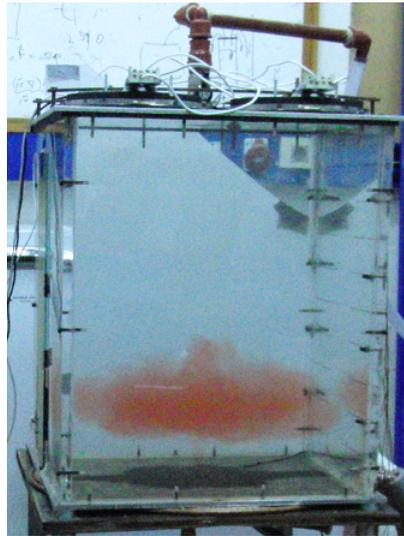


Figura 4.8: Fotografía de la cuba en pleno desarrollo del experimento usando tinta como trazador. En color rojo, el fluido fuente.

4.3.2. Imágenes para DPIV

Implementamos la técnica DPIV en tres etapas distintas de nuestro estudio. Por un lado, dispusimos el montaje para estudiar el campo global de velocidades. Como ya mencionamos, la parte principal de la fuente se mueve a velocidades reducidas, y fáciles de registrar. Sin embargo, el registro de las velocidades a la salida del jet involucra velocidades considerablemente altas, y requiere una cámara de mayor frecuencia de muestreo. Así, para caracterizar las fluctuaciones del campo de velocidades y contrastarlos en las diferentes condiciones del jet, utilizamos otra cámara, de mayor velocidad, pero capaz de capturar regiones más pequeñas que la anterior. En el laboratorio se tiene una cámara CCD Jai Pulnix, modelo TMC-6740GE, que permite muestrear a una frecuencia de 200fps utilizando una ventana de 640×480 píxeles². El elevado costo de las cámaras CCD de alta velocidad fue el factor limitante a la hora de decidir el montaje a usar.

Usando la segunda cámara también estudiamos el campo de velocidades transversal, es decir, colocamos la cámara perpendicularmente a la cuba pero desde la parte superior y quitamos la tapa de aluminio, registrando así las componentes radial y azimutal del campo de velocidades del fluido en un plano horizontal a cierta distancia de la salida del jet. Como en esa etapa nos interesaba caracterizar el chorro, la distancia del plano donde medimos estaba a escasos centímetros de la boquilla.

La figura (4.9) corresponde al montaje experimental que implementamos para medir, con la técnica DPIV, el campo de velocidades en un plano que pase por el eje de la fuente. Las componentes principales son el dispositivo láser y el sistema óptico acoplado. El láser que usamos es de Nd:Yag de emisión continua y 500mW de potencia, como se explicó en la sección (3.2.2). El sistema óptico consiste en una lente cilíndrica, señalada con el número (2) en la figura (4.9), que distribuye la luz del haz láser en un plano. La luz del plano láser es dispersada por las partículas trazadoras con las que sembramos el ambiente, como se ve señalado con el número (4) en la misma figura. Los trazadores que usamos son partículas esféricas de poliamida de $50\mu\text{m}$ de diámetro, por su efectividad en cuanto a la cantidad de luz dispersada y la densidad similar a la del agua. Además, se colocó un espejo plano en la cara lateral de la cuba sobre la que incide el plano de luz láser, de manera de reflejarlo y

así conseguir iluminación más uniforme y de mayor intensidad.

Para la etapa en que medimos las velocidades en un plano horizontal, rotamos la lente cilíndrica 90° respecto al eje del haz láser, sacamos la tapa superior de la cuba y dispusimos la cámara perpendicularmente al plano iluminado, o sea, enfocando verticalmente desde arriba, mirando a través de la superficie libre del agua atmósfera.

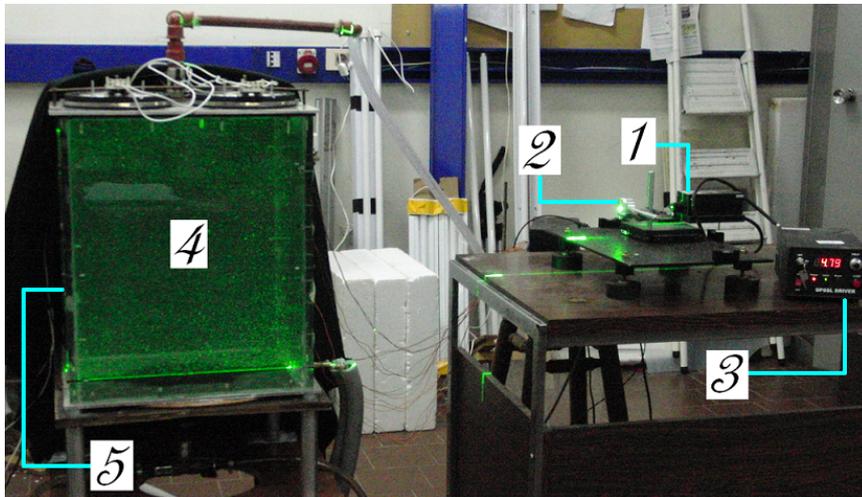


Figura 4.9: Fotografía del montaje experimental para DPIV en un plano vertical. Con el número (1) se señala el láser; (2) indica la lente cilíndrica, con la que se genera un plano láser a partir del haz generado por (1); (3) señala la fuente de alimentación del equipo láser, que además regula su intensidad; (4) indica el plano que pasa por el eje del chorro y cuyas partículas trazadoras son iluminadas por el láser en color verde; (5) señala la pared lateral izquierda de la cuba, sobre la que incide perpendicularmente el plano láser y donde se colocó un espejo para reflejarlo y conseguir mayor intensidad y uniformidad de iluminación.

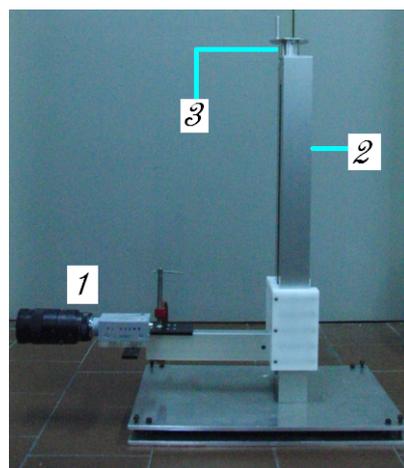


Figura 4.10: Fotografía del sistema de elevación estable de la cámara CCD. (1) señala la cámara CCD previamente nivelada para asegurar su horizontalidad; (2) indica el riel vertical sobre el cual desliza el soporte de la cámara; (3) señala la manivela, con que se regula la altura del soporte por medio de un sistema de cremallera.

Como ya se explicó, usamos dos cámaras diferentes, según el rango de velocidades que

medimos. Para el campo global de velocidades, el movimiento es considerablemente lento, y logramos registrarlo con la cámara Pixelink, que nos permitió capturar imágenes del campo completo iluminado. Sin embargo, de esa manera no registramos el movimiento del fluido a la salida del jet, por presentar a un rango considerablemente mayor de valores. Por esa razón, debimos recurrir a una cámara de mayor velocidad, la cámara Pulnix, que permitió registrar el movimiento de la fuente apenas ingresa a la atmósfera, pero en regiones más pequeñas.

En el capítulo (5) mostramos la caracterización de los jets implementados en nuestros experimentos, para lo cual necesitamos medir velocidades y sus fluctuaciones a lo largo del eje central del chorro. La cámara Pulnix nos permitió registrar las variaciones en las velocidades, pero en regiones muy acotadas. Surge así el problema de cómo relevar las fluctuaciones a lo largo del eje del chorro, estando restringidos a medir en regiones del orden de centímetros de longitud. Resolvimos esta situación con el dispositivo que se muestra en la figura (4.10), que consiste en un soporte para la cámara CCD que permite su elevación de manera estable. Así, capturamos las fluctuaciones de velocidad en diferentes niveles y luego concatenamos los resultados obtenidos.

Capítulo 5

Chorros turbulentos y con arremolinamiento

En este capítulo se estudia y caracteriza la dinámica de jets circulares con distintas condiciones iniciales. Se tratan los casos de jet laminar, jet turbulento y jet con swirling. El estudio de fuentes y plumas turbulentas y con swirling ha dado lugar a numerosas publicaciones científicas dadas sus vastas aplicaciones, pero previamente se deben conocer características del jet que conforma la fuente o la pluma. En esta tesis dicho estudio se realizó midiendo el efecto provocado por distintas condiciones iniciales del flujo inyectado sobre su evolución cuando la atmósfera es homogénea y de igual densidad que el chorro que inyectamos. Se usó el mismo montaje experimental del capítulo 4, pero con la atmósfera a una temperatura uniforme de 20°C, al igual que el jet. Las situaciones de jet turbulento (con una rejilla a la salida del chorro) y de jet con swirling (usando la espiral helicoidal de bronce) fueron comparadas con el caso de jet laminar.

En la literatura se encuentran varios trabajos del tema, entre los que se destacan los de Burattini *et al.* sobre jets turbulentos [9] [10], o los de Örlü *et al.* [29] sobre chorros con swirling. Nos basamos en sus trabajos para comparar los parámetros de importancia con los mismos en la situación de jet laminar. Estos trabajos se centran en medidas en la región de “campo cercano”, es decir, sobre distancias del orden del diámetro de la boquilla, y los chorros ingresando en atmósferas no estratificadas a través de boquillas circulares. Sin embargo a diferencia de nosotros, que inyectamos verticalmente agua, Burattini y Örlü usaron chorros horizontales de aire. Sin embargo, la diferencia más importante radica en el número de Reynolds que utilizamos, definido en este caso en base al diámetro del jet a la salida D , la viscosidad cinemática del fluido ν , y la velocidad de “bulk” U_0 , tomada como la velocidad media del chorro a la salida promediada sobre el área total de la boquilla y es la correspondiente a un jet de fluido ideal (con perfil de velocidades top hat):

$$Re = \frac{U_0 \cdot D}{\nu} \quad (5.1)$$

En los experimentos de Burattini se usa $Re = 4,9 \times 10^4$ y Örlü del orden de $2,4 \times 10^4$, mientras que en esta tesis usamos un Reynolds un orden de magnitud menor, $Re \approx 1,1 \times 10^3$. Esta diferencia del adimensionado característico de los flujos se manifestó en diferencias apreciables entre los comportamientos, como mostraremos en la siguiente sección.

5.1. Características de los montajes

Describiremos aquí las características de los montajes experimentales usados en los trabajos de Burattini y Örlü, y los componentes que seleccionamos para nuestro trabajo.

En el primer caso, Burattini usa una boquilla de 55mm de diámetro y compara sus mediciones correspondientes a tres situaciones distintas. La configuración *A*, que corresponde a un jet sin rejilla a la salida, la situación *B*, que corresponde a una rejilla de $M = 3,2\text{mm}$ y $t = 0,7\text{mm}$, y la situación *C*, con rejilla de $M = 1,6\text{mm}$ y $t = 0,4\text{mm}$. Nosotros medimos y comparamos dos situaciones, la de jet laminar y la de jet turbulento, usando en la segunda situación la rejilla fina (4).

Por otro lado, Örlü compara mediciones del jet laminar y con swirling, con una forma de generación del swirling distinta a la nuestra. En su trabajo utiliza el último tramo de cañería, de longitud $100D$, rotante con velocidad angular Ω controlada, como se puede ver en la figura (5.1).

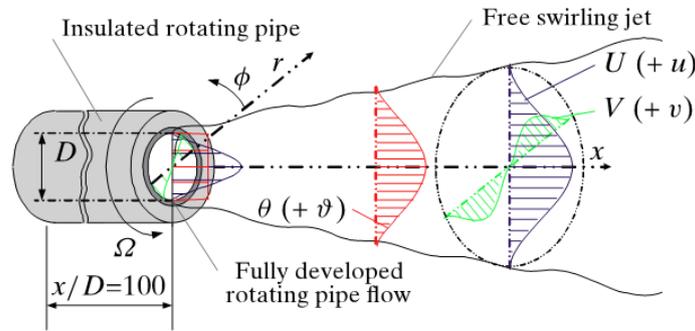


Figura 5.1: Esquema del montaje utilizado por Örlü en su trabajo para la generación del jet con swirling [29]

En base a las características de su montaje, Örlü define el “coeficiente de swirling” S como:

$$S \equiv \frac{R\Omega}{U_0} \quad (5.2)$$

Nuestro sistema de generación de swirling diferente, y definimos otro número de swirling midiendo la componente tangencial U_θ de la velocidad media en un plano horizontal a $2D$ (o sea, $1,6\text{cm}$) de distancia por encima del nivel de la boquilla, como se explicó en la sección (4.2.1), obteniendo así la gráfica de la figura (4.7(b)). En esa gráfica, se puede ver una región en la que U_θ es proporcional a r , es decir, rotando de manera similar a un rígido (“rotación rígida”), hasta aproximadamente una distancia de un diámetro del eje del jet. Llamamos Ω' a la pendiente de esa recta y el swirling que definimos es:

$$S' \equiv \frac{R\Omega'}{U_0} \quad (5.3)$$

En este capítulo se trabajó con el mayor swirling, entre los dos disponibles, que corresponde al (b) (figura (4.7(a))), con $S' \approx 0,02$. Por otro lado, el swirling resultó ser $S \approx 0,5$ en los experimentos de Örlü, aunque en principio S y S' no serían comparables por la diferencia entre sus definiciones.

5.2. Medidas y análisis

Dividimos el análisis de datos en tres partes. La sección 5.2.1 analizaremos el comportamiento de los campos medios de velocidad en las distintas situaciones. En la sección 5.2.2 compararemos las fluctuaciones de la velocidad y en la sección 5.2.3 veremos la velocidad con la que decrece la correlación de las velocidades a medida que nos alejamos de la boquilla.

Se debe tener en cuenta un cambio en la notación utilizada para este capítulo. De manera de facilitar la comparación con los artículos citados se usó la notación que en ellos se sigue, la cual consiste en nombrar con x a la dirección del flujo (dirección vertical para la presente tesis) y con y a la dirección radial (horizontal en nuestro experimentos).

5.2.1. Medición de campos medios

El primer estudio, común a las referencias citadas en esta sección, es el análisis del comportamiento del campo medio de velocidades. En la figura (5.2) se exponen algunos perfiles de velocidad vertical media U normalizada por U_0 correspondientes a diferentes alturas x que obtuvimos en nuestros experimentos. Se puede observar cómo los perfiles son similares inmediatamente a las salida de la boquilla (figura (5.2(a))) y que luego la rapidez con que se dispersan son diferentes.

Una forma de validar los resultados que obtuvimos fue estimando el caudal medio a la entrada ($x = 0$) y verificando que es aproximadamente el medido en el caudalímetro, $Q \approx 330\text{mL}/\text{min}$. Para la estimación del caudal a partir de las medidas U_i en puntos discretos y_i sobre el nivel $x = 0$ y por ser un jet axisimétrico calculamos: $Q \approx \sum_i \pi U(y_i) |y_i| |\Delta y_i|$. Por ejemplo, este cálculo sobre las medidas del jet laminar dió como resultado $Q \approx 347\text{mL}/\text{min}$, lo que significa un error relativo inferior al 5%.

Según Örlü [29], el valor máximo del perfil de velocidades para el jet con swirling toma inicialmente valores mayores que para el caso del jet laminar, situación que se revierte cuando se avanza en altura. En este trabajo verificamos el mismo efecto comparando, por ejemplo, las figuras (5.2(a)) y (5.2(b)) [15].

Para cada altura se definen tres longitudes características utilizadas en las referencias citadas para las adimensionalizaciones:

- “Espesor de desplazamiento” (*displacement thickness*), para fluido incompresible:

$$\delta^*(x) \equiv \int_0^\infty \left(1 - \frac{U(x,y)}{U_0}\right) dy \quad (5.4)$$

- “Espesor de momento” (*momentum thickness*), para fluido incompresible:

$$\theta(x) \equiv \int_0^\infty \frac{U(x,y)}{U_0} \left(1 - \frac{U(x,y)}{U_0}\right) dy \quad (5.5)$$

- $R_{0,5}(x)$, que corresponde a la distancia radial a la que la velocidad vertical media $U(x,y)$ decae a la mitad de su valor máximo $U_{mx}(x)(= U(x,0))$.

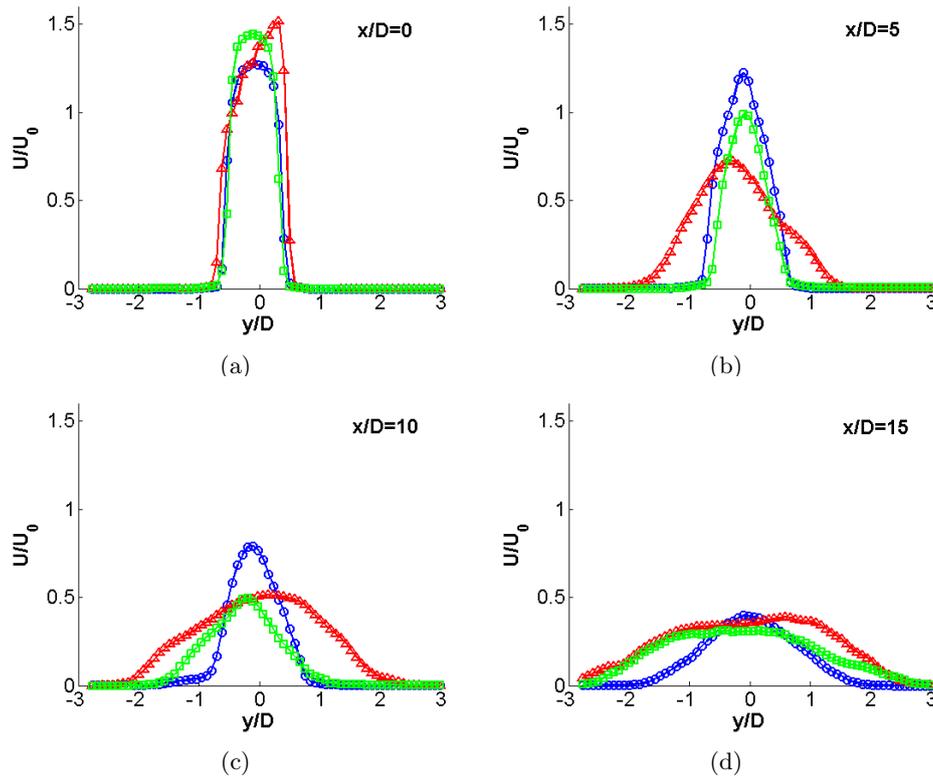


Figura 5.2: Medidas obtenidas en nuestros experimentos sobre los perfiles de velocidad vertical media a diferentes alturas sobre la salida del jet. En la figura, los marcadores corresponden a: chorro laminar (●), chorro turbulento (▲), chorro con swirling (■). Las distancias a la salida son: (a) $x/D = 0$ (base de la cuba); (b) $x/D = 5$; (c) $x/D = 10$; (d) $x/D = 15$.

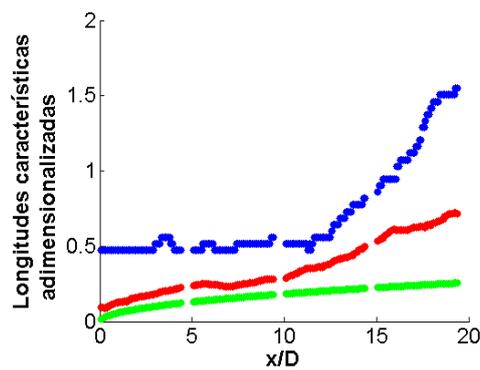


Figura 5.3: Longitudes usadas para la adimensionalización en función de la altura adimensionalizada, en el caso de jet laminar. La referencia de colores es: $R_{0,5}/D$ (●); θ/D (●); δ^*/D (●).

En la figura (5.3) mostramos las medidas de los parámetros δ^* , θ y $R_{0,5}$ que obtuvimos en el presente trabajo para la situación de jet laminar. Vemos que a una altura aproximada de $12D$ existe un cambio en la pendiente en la curva de $R_{0,5}$. Graficamos los perfiles de

U/U_0 a esas dos alturas en la figura (5.4) y observamos un cambio significativo en el ancho de los perfiles para la situación de jet laminar.

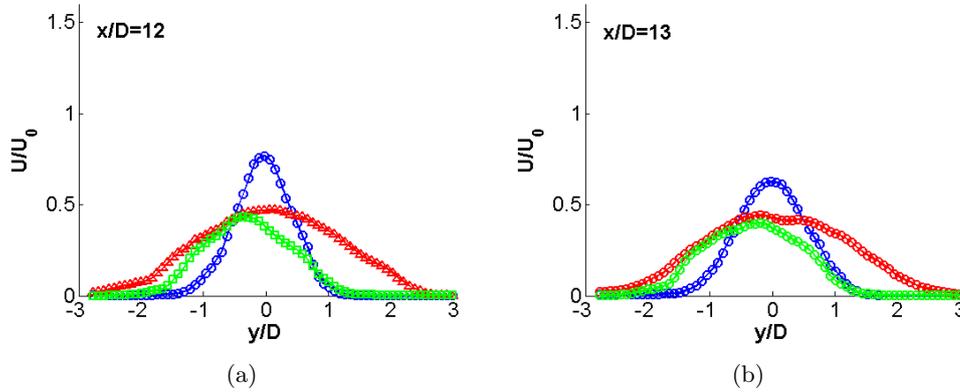


Figura 5.4: Perfiles de velocidad vertical media a diferentes alturas sobre la salida del jet. Mismo código de colores que la figura (5.2). Los pies de figura corresponden a: (a) $x/D = 12$ (base de la cuba); (b) $x/D = 13$.

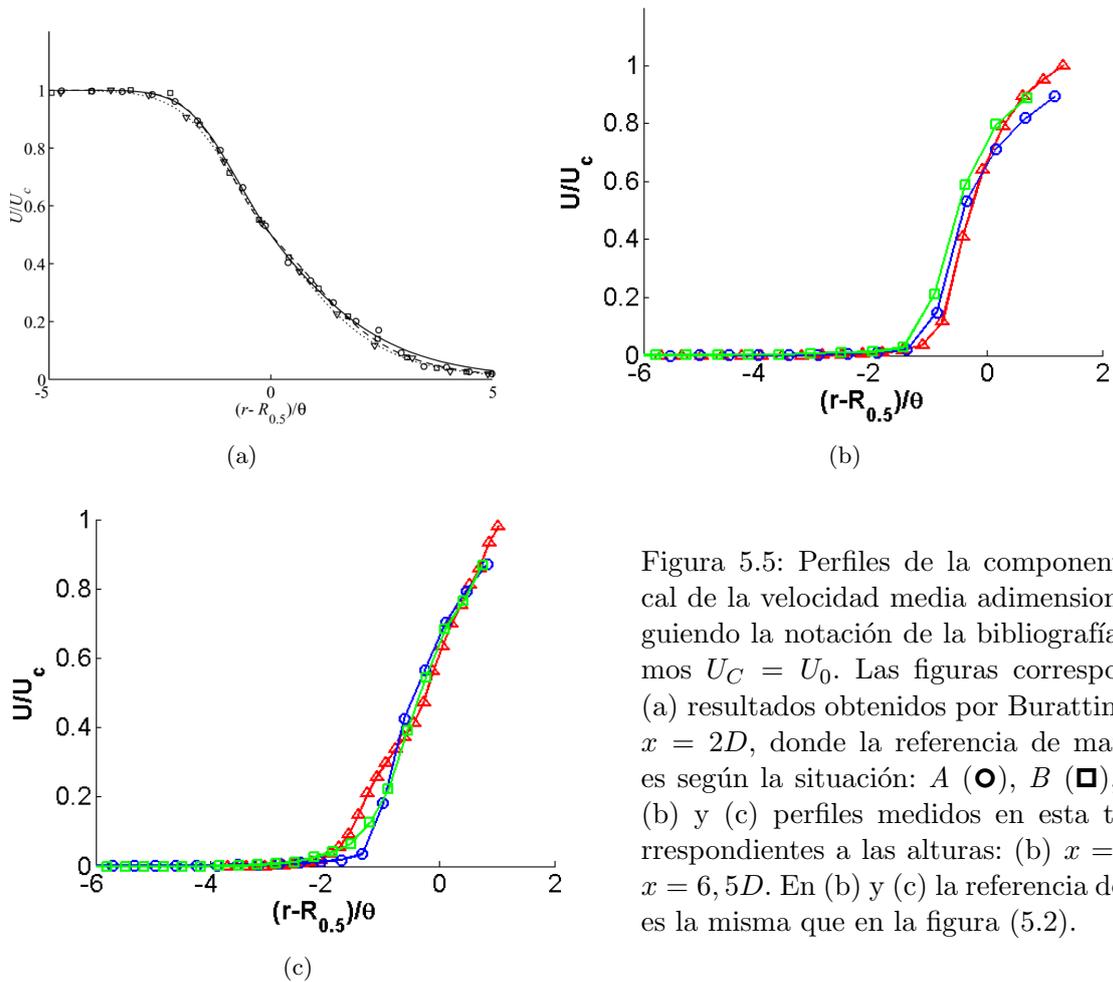


Figura 5.5: Perfiles de la componente vertical de la velocidad media adimensionalizada. Siguiendo la notación de la bibliografía, definimos $U_C = U_0$. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Burattini [10] en $x = 2D$, donde la referencia de marcadores es según la situación: A (\bullet), B (\blacksquare), C (∇); (b) y (c) perfiles medidos en esta tesis, correspondientes a las alturas: (b) $x = 2D$; (c) $x = 6,5D$. En (b) y (c) la referencia de colores es la misma que en la figura (5.2).

A continuación estudiamos el comportamiento autosimilar de los perfiles de velocidad media vertical. En la figura (5.5(a)) se muestran los resultados que obtuvo Burattini [10], en los que observó dicho comportamiento autosimilar en $x = 2D$, comparando las gráficas de U/U_0 en función de $(r - R_{0,5})/\theta$ para las tres situaciones que estudió A , B y C . En las figuras (5.5(b)) y (5.5(c)) se muestran los resultados que obtuvimos en la presente tesis. No sólo observamos que el comportamiento autosimilar se repite a mayores alturas, sino que además el jet con swirling responde de igual manera.

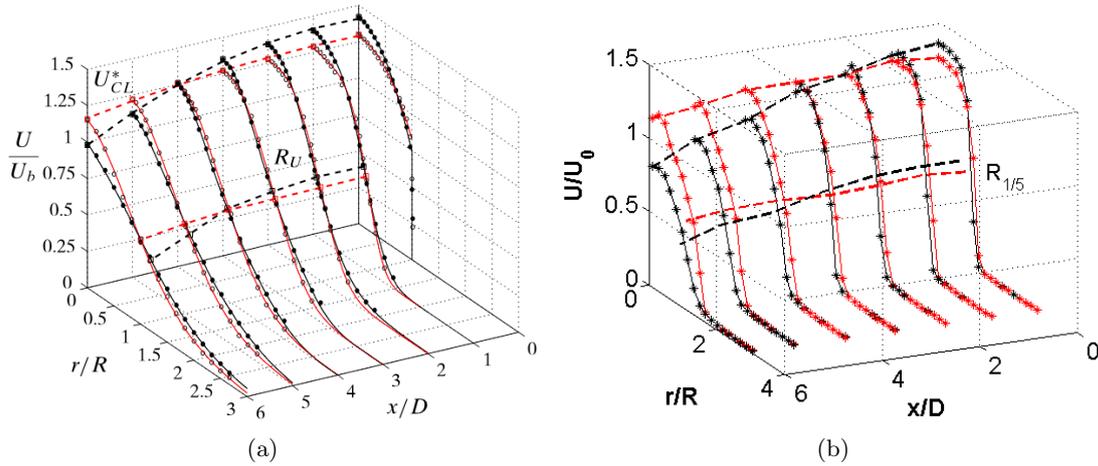


Figura 5.6: Evolución de los perfiles de velocidad vertical media adimensionalizada con la altura. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Örlü [29], donde seguimos su notación $U_b = U_0$; (b) resultados de la presente tesis. La referencia de colores es rojo para jet laminar y negro para jet con swirling.

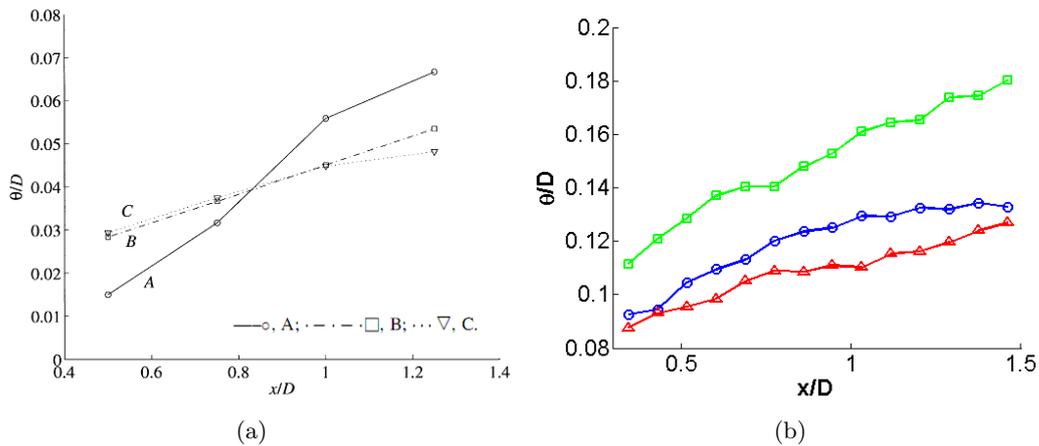


Figura 5.7: Evolución del espesor de momento (θ) con la altura (x). Las figuras corresponden a: (a) resultados de Burattini [10], mismas referencias de marcadores que la figura (5.5(a)); (b) resultados de la presente tesis, mismas referencias de colores que la figura (5.2).

En la figura (5.6) se muestran los resultados que obtuvimos al analizar el comportamiento del parámetro $R_{0,5}$. Los resultados de Örlü [29] (figura (5.6(a))) muestra excelente

concordancia con las medidas que obtuvimos en la presente tesis (figura (5.6(b))). Observamos la misma concordancia cuando comparamos la evolución de la velocidad máxima con la altura entre la misma figura (5.6).

Finalizamos esta sección mostrando el comportamiento observado del espesor de momento. Burattini [10] observó que, para campos cercanos, el crecimiento de θ con la altura es prácticamente lineal, y que a pesar de que para el jet laminar comienza tomando valores menores, cuando se aproxima a una altura de un diámetro ($x \approx D$) la situación se revierte, y θ de la configuración *A* supera los medidos en las situaciones de jet turbulento *B* y *C*. Estos resultados son mostrados en la figura (5.7(a)). Sin embargo, este efecto no lo vimos reflejado en nuestras medidas, como se puede apreciar en la figura (5.7(b)). Las situaciones de jet laminar, turbulento y con swirling muestran un crecimiento similar, y las curvas no se intersectan en ningún punto en la región de estudio.

5.2.2. Medición de las fluctuaciones

En esta sección se analiza el comportamiento de las fluctuaciones de las velocidades en las tres situaciones que se estudian en este capítulo. Nuevamente, se comparan los resultados obtenidos con los encontrados en la literatura.

A modo de ejemplo, la figura (5.8), muestra la evolución temporal de las fluctuaciones de la componente vertical de la velocidad ($u - U$), en un punto arbitrario del flujo, para las tres distintas configuraciones. La situación turbulenta (color rojo en la figura) es la que muestra claramente una mayor amplitud de las fluctuaciones [15].

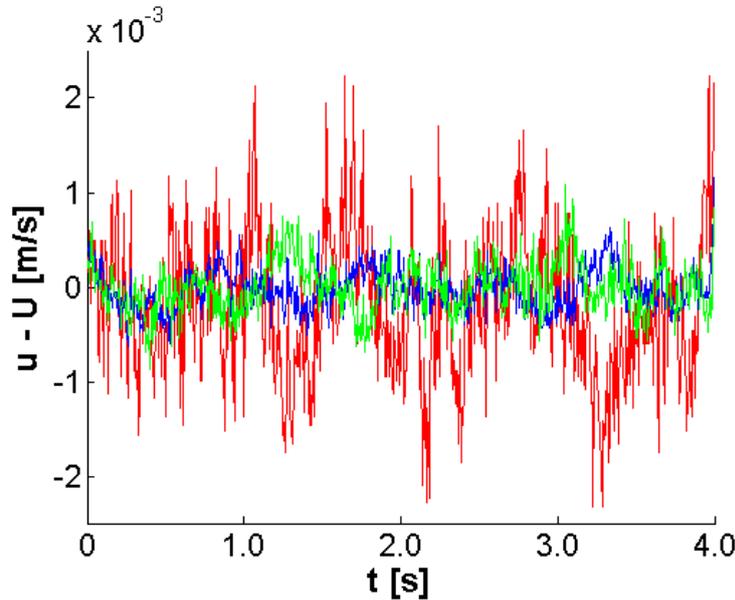


Figura 5.8: Fluctuación de la componente vertical de velocidad con el tiempo en el punto $x/D = 2,1$ y $y/R = 0,8$ (mismas referencias de colores que la figura (5.2)).

La figura (5.9(a)) corresponde a la configuración *A* del trabajo de Burattini [10]. Allí muestra las medidas que obtuvo para la velocidad media vertical U/U_0 y sus fluctuaciones, $u'/U_0 \equiv \sqrt{((u - U)^2)_t}/U_0$ (más precisamente, u' es la desviación estándar de las fluctuaciones de la componente vertical de la velocidad), ambas medidas realizadas a la salida del jet ($x = 0$) y en el rango de distancias radiales $0 < r < R$, son $R = D/2$ (radio de la boquilla). En la figura (5.9(b)) se muestran los resultados que obtuvimos en el presente

trabajo. Se observa gran similitud entre las dos figuras, a pesar de que cuantitativamente hay discrepancias en cuanto a los valores de las distancias radiales. Una explicación a esta diferencia significativa está en la diferencia entre los Re de los trabajos y la dependencia del espesor de capa límite con dicho adimensionalizado [22]. El espesor de capa límite δ' es proporcional al inverso de \sqrt{Re} (es decir, $\delta' \propto 1/\sqrt{Re}$). Así, el cociente entre los espesores de capa límite del trabajo de Burattini [10] y del nuestro es proporcional a la raíz del cociente de los números de Reynolds correspondientes, que en este caso resulta ser aproximadamente 7, con lo que esperamos que las distancias características de nuestra gráfica (5.9(b)) sea, como obtuvimos, aproximadamente siete (7) veces mayor que las medidas por Burattini en la figura (5.9(a)).

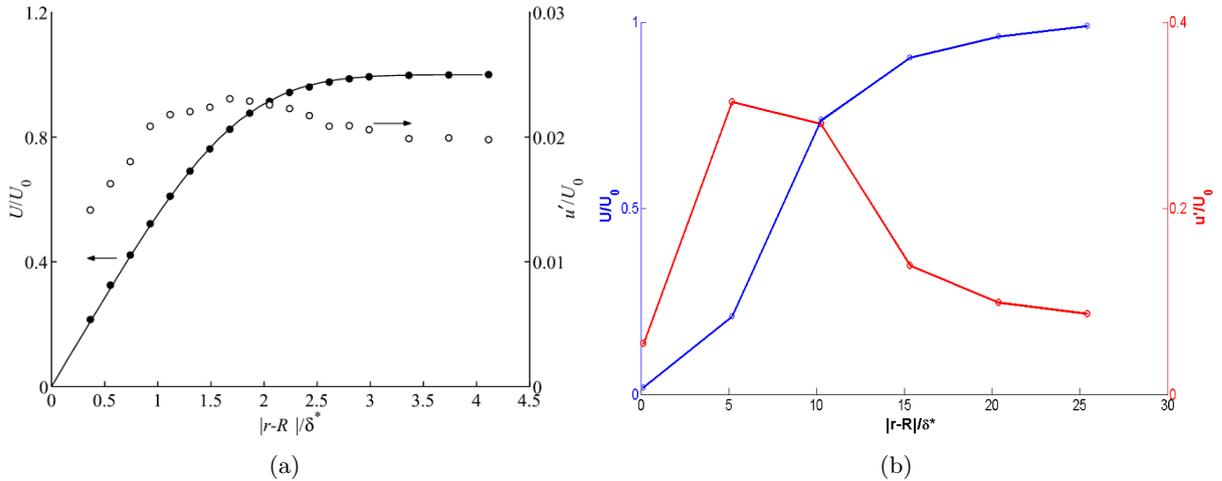


Figura 5.9: Promedio (U) y desviación estándar (u') de la componente vertical de la velocidad en $x = 0$. Las figuras corresponden a: (a) resultados de Burattini [10], siendo las referencias de marcadores: círculos sin rellenar para U/U_0 , círculos rellenos para u'/U_0 ; (b) resultados experimentales de la presente tesis, siendo la referencia de colores: azul para U/U_0 , rojo para u'/U_0 .

Otra aspecto que comparamos entre las tres situaciones es la forma en que evoluciona la desviación estándar de la componente vertical de la velocidad u' sobre el eje del jet ($y = 0$) a medida que nos alejamos de la boquilla ($x = 0$). Las medidas que obtuvo Burattini son mostradas en la figura (5.10(a)), y las que obtuvimos en la presente tesis se muestran en la figura (5.10(b)). Nuevamente observamos comportamientos similares en los dos resultados, tanto en la situación de jet laminar como en la de jet turbulento (Burattini no estudia jets con swirling), aunque cualitativamente los valores de las velocidades, así como de las distancias a la que se ven máximos y mínimos de las curvas, difieren considerablemente. Consideramos que al ser números de Reynolds muy diferentes, esperamos que las cantidades no sean comparables, sin embargo, de comportamiento cualitativo similar. Extendiendo las medidas de Burattini y agregando en la presente tesis el comportamiento de u' correspondiente a la situación de jet con swirling, observamos que la desviación estándar crece hasta un valor máximo de la misma manera que en el caso de jet laminar, pero tanto la fluctuación máxima como la altura a la que es alcanzada son considerablemente mayores. Debido a que en estas dos situaciones el jet pasa libremente a través de la boquilla, sus fluctuaciones al ingresar a la cuba ($x \gtrsim 0$) son menores que en la situación de jet turbulento. Sin embargo, observando la figura (5.10(b)), vemos que existe una considerable similitud en la forma en

que crece u' en las situaciones de jet con swirling y de jet turbulento. Suponemos que la forma en que u' decae para el jet turbulento a la salida también se repite en la situación de jet con swirling pero, por limitaciones propias del montaje, como debió colocarse el sistema de generación de swirling 10cm antes de la salida, se perdió antes del ingreso del jet y no pudimos registrarlo.

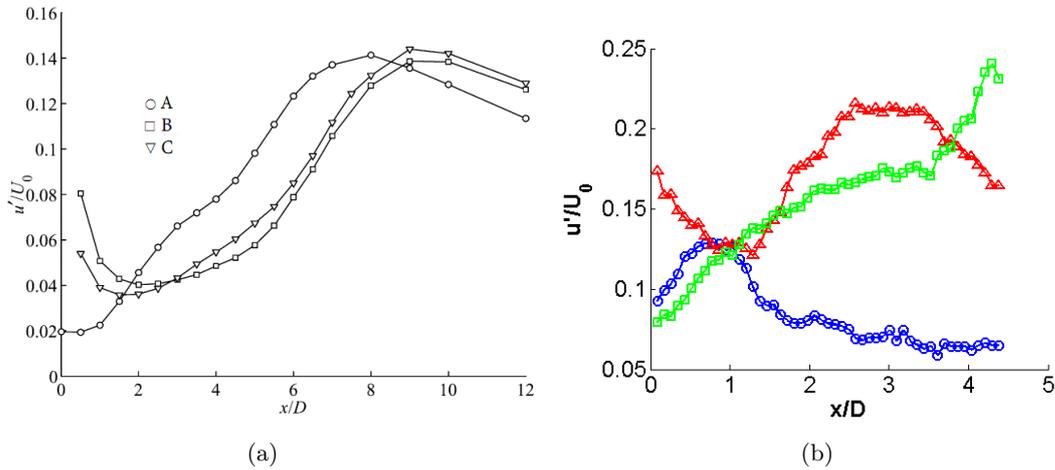


Figura 5.10: Intensidad de la turbulencia (u') en la dirección del flujo. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Burattini [10], mismas referencias de marcadores que la figura (5.5(a)); (b) resultados de la presente tesis, mismas referencias de colores que la figura (5.2).

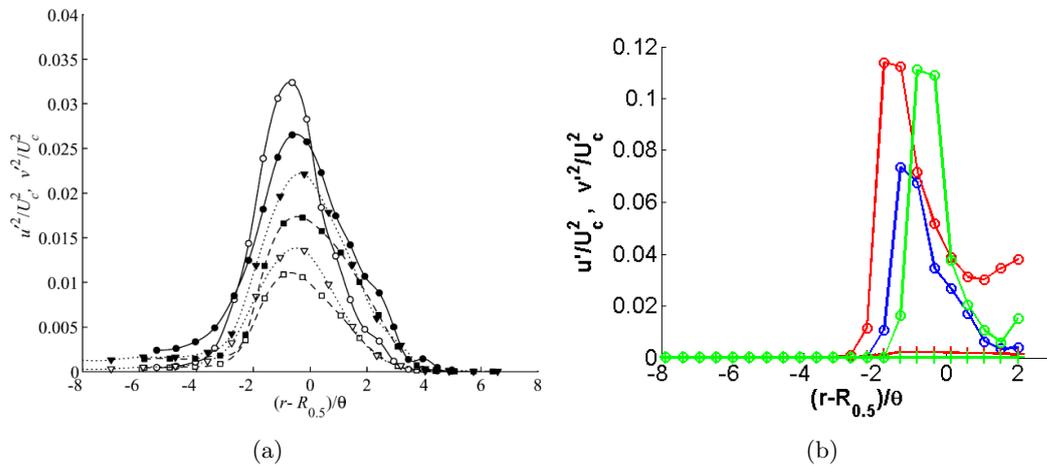


Figura 5.11: Perfiles de intensidad de turbulencia en la capa de corte (o *shear layer*, que es la capa sobre el borde de la fuente y donde se da la mezcla con el fluido de la atmósfera [37]) en $x/D = 2$. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Burattini [10], mismas referencias de marcadores que la figura (5.5(a)), correspondiendo los marcadores no rellenos a u' y los rellenos a v' ; (b) resultados de la presente tesis, las referencias de colores son las mismas que la figura (5.2), correspondiendo los círculos a u' y las cruces a v' .

En la figura (5.11) se grafican los perfiles de la desviación estándar de las componentes vertical u' y horizontal v' de la velocidad. En sus estudios, Burattini [10] ve comportamientos similares de los perfiles de jet laminar y de jet turbulento, lo que significa que la turbulencia

generada por las rejillas en sus experimentos es isotrópica. Sin embargo, observando la figura (5.11(b)), se ve una notoria diferencia de comportamiento entre las fluctuaciones de las dos componentes de la velocidad. Como se espera turbulencia isotrópica a grandes Re , y ese no es nuestro caso, se espera la diferencia existente entre los dos perfiles en nuestro experimento.

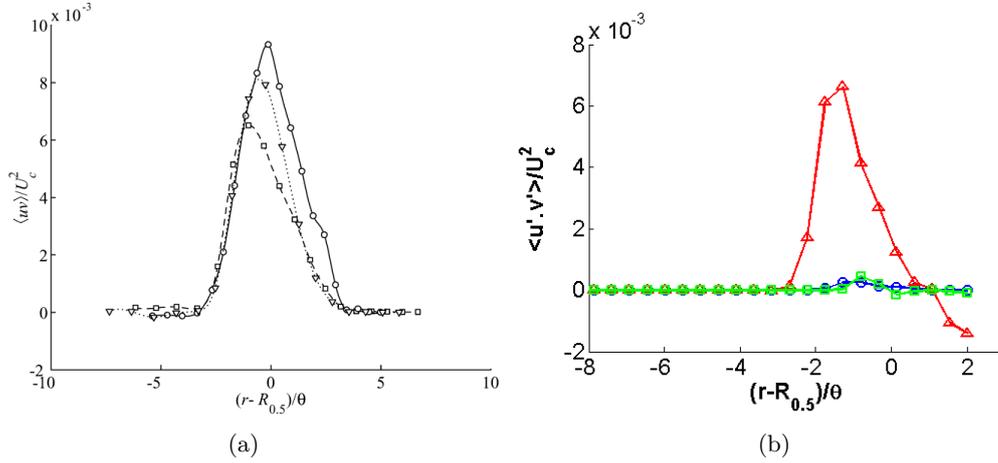


Figura 5.12: Perfiles de los esfuerzos de Reynolds (o *Reynolds stress*, que se define como $\tau_{i,j} = -\langle \rho \cdot u_i \cdot u_j \rangle$, y es la contribución del movimiento turbulento al tensor de esfuerzos que actúa sobre el fluido [37]) en la capa de corte y en $x/D = 2$. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Burattini [10], mismas referencias de marcadores que la figura (5.5(a)); (b) resultados de la presente tesis, mismas referencias de colores que la figura (5.2).

La anisotropía de la turbulencia que generamos en la presente tesis y que ya mostramos en la figura (5.11(b)) se manifiesta en la figura (5.12(b)), en la que se graficó el tensor de Reynolds. Dicho tensor vincula las fluctuaciones de ambas componentes de la velocidad. A pesar de ser curvas muy similares, la situación de jet turbulento presenta valores considerablemente mayores que las situaciones de jet laminar y con swirling. Aunque la desviación estándar u' presenta comportamientos similares en las tres situaciones de nuestro experimento (figura (5.11(b))), la rejilla provoca mayores fluctuaciones, que no son posibles de alcanzar por las otras dos situaciones por el bajo Reynolds al que trabajamos. En la figura (5.12(a)) se muestran los resultados de Burattini, con un comportamiento similar de u' para las tres situaciones que estudia [10].

Para cerrar la presente sección, estudiamos la evolución de los perfiles del tensor de Reynolds a diferentes alturas, trabajando en la región de “campos cercanos”, es decir, en la región $0 \lesssim x \lesssim D$. En la figura (5.13(a)) se muestran los resultados de Burattini [9] que comparamos con los obtenidos en el presente trabajo, que se ven en la figura (5.13(b)). Burattini observa que en las situaciones de jet turbulento (situaciones *B* y *C*) los perfiles son autosimilares a partir de alturas menores que en la situación de jet laminar (situación *A*). Observando la figura (5.13(b)) vemos que las situaciones de jet laminar y con swirling muestran comportamientos similares, aunque la autosimilaridad se acentúa más para la situación con swirling. Sin embargo, nuestra situación de jet turbulento no manifestó comportamiento autosimilar en la región de campo cercano.

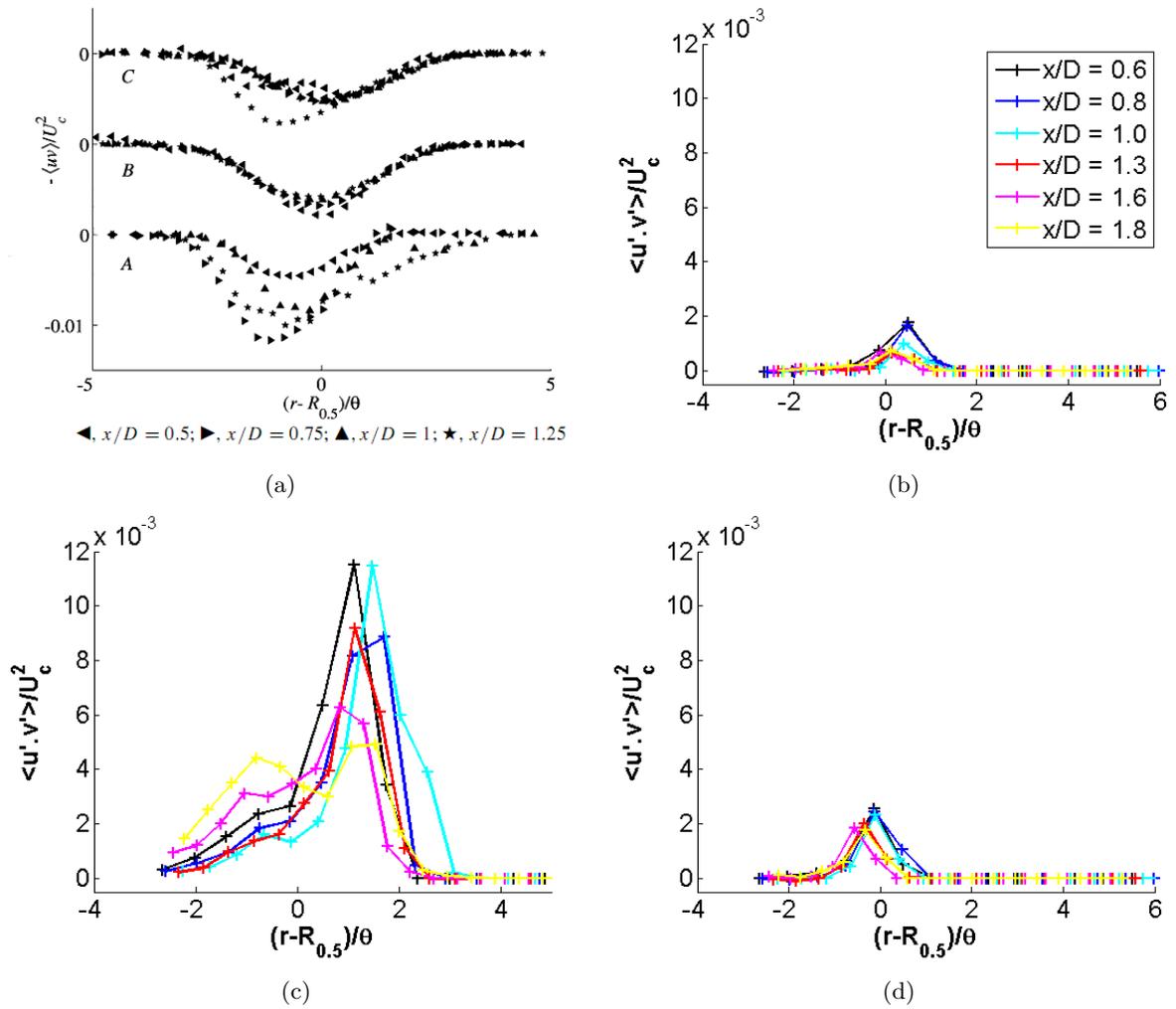


Figura 5.13: Perfiles del tensor de Reynolds para diferentes alturas. Las figuras corresponden a: (a) resultados obtenidos por Burattini *et al* [9], en la propia figura se indican las referencias de alturas y situaciones; (b), (c) y (d) corresponden a los resultados obtenidos en la presente tesis para las tres situaciones: (b) jet laminar; (c) jet turbulento; (d) jet con swirling. Las referencias de colores de (b), (c) y (d) se señalan en la figura (b).

5.2.3. Correlación espacial del campo de velocidades

Estudiaremos aquí el comportamiento de las correlaciones espacial y temporal de las fluctuaciones de la velocidad $\vec{u}(\vec{r}, t)$ comparando los resultados entre las tres situaciones estudiadas a lo largo del capítulo.

Definimos el coeficiente de correlación espacial entre los puntos \vec{r}_1 y \vec{r}_2 como:

$$\text{corr}(\vec{u}(\vec{r}_1), \vec{u}(\vec{r}_2)) \equiv \frac{\langle \vec{u}(\vec{r}_1, t) \cdot \vec{u}(\vec{r}_2, t) \rangle_t}{\sqrt{\langle \vec{u}(\vec{r}_1, t)^2 \rangle_t \cdot \langle \vec{u}(\vec{r}_2, t)^2 \rangle_t}} \quad (5.6)$$

donde $\langle f \rangle_t$ representa el promedio temporal de f (en el capítulo (2) le llamamos \bar{f}). Este promedio se calculó sobre tiempos de 4 a 8s sin observar cambios apreciables. Elegimos promediar los resultados en períodos de 5s.

La figura (5.14) corresponde a gráficas del coeficiente de correlación espacial entre puntos sobre el eje del jet, o sea puntos $\vec{r} = (y, x)$ con $y = 0$. En la figura (5.14(a)) se correlacionó

el punto a la salida del jet $x_1 = 0$ con puntos x_2 a mayores alturas, mientras que en la figura (5.14(b)) se tomó $x_1 = 6D$ y $x_2 \geq x_1$. Comparando estas gráficas, vemos cómo las tres situaciones (jet laminar, jet turbulento y jet con swirling) muestran comportamientos similares, aunque con diferencias apreciables sólo a bajas alturas (figura (5.14(a))). La situación de jet turbulento pierde rápidamente la correlación, mientras que el jet laminar, ordenado, mantiene cierta correlación a distancias de $4D$. Sin embargo, cuando calculamos la correlación a distancias mayores no encontramos diferencias apreciables de comportamiento entre las tres situaciones. Esto significa que el flujo se independiza de las condiciones a la salida del jet y la turbulencia que presenta se deben al propio flujo.

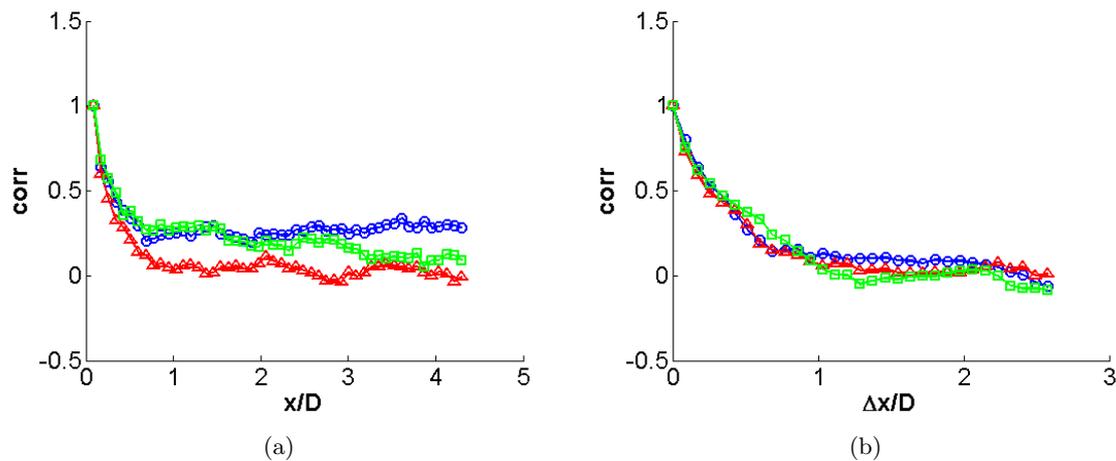


Figura 5.14: Correlación espacial entre puntos sobre el eje del jet. Las figuras corresponden a: (a) correlación con el punto $x_1 = 0$, x corresponde a x_2 en la ecuación (5.6); (b) correlación con el punto $x_1 = 6D$, aquí $\Delta x \equiv x_2 - x_1$. Las referencias de colores es la misma que la figura (5.2).

En sus estudios, Burattini [9] calcula la correlación radial, es decir, entre puntos situados a la misma altura. Compara puntos a la altura de $2D$, estando uno de ellos sobre el eje, este significa que en la ecuación (5.6) usamos $x_1 = x_2 = 2D$, $y_1 = 0$ e $y_2 \geq 0$. La figura (5.15(a)) corresponde a los resultados obtenidos por Burattini. El comportamiento de la correlación radial es muy similar en las tres situaciones que estudia, aunque se observa cómo para la situación de jet laminar (situación *A*) dicha correlación toma valores levemente mayores que en las situaciones de jet turbulento (situaciones *B* y *C*) en las cercanías del eje, pero luego decrece más rápidamente, a medida que compara puntos a mayor distancia radial, y la situación *A* pasa a tener menor correlación. En la figura (5.15(b)) graficamos los resultados obtenidos en la presente tesis. No sólo observamos un comportamiento similar entre las situaciones de jet laminar y de jet turbulento, sino que también para la situación de jet on swirling. No se ve el mismo efecto que Burattini, respecto a la mayor correlación que presenta el jet laminar en las cercanías al eje, y además en nuestro trabajo la correlación se pierde ($corr \approx 0$) más rápidamente (en $y \approx D/2$ la correlación es prácticamente nula, mientras que eso sucede para $y \approx D$ en el caso de Burattini). Nuevamente, hay diferencias en cuanto al comportamiento de las fluctuaciones, a sus características y a las distancias características que manejamos, que atribuimos a la gran diferencia entre los números de Reynolds que estamos manejando.

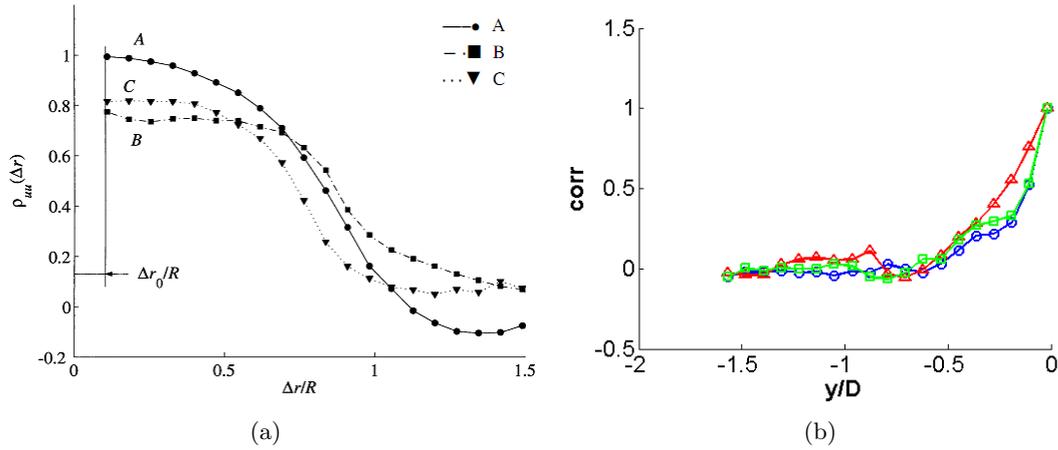


Figura 5.15: Correlación espacial entre puntos a la misma altura $x = D$ pero diferentes radios. Las figuras corresponde a: (a) resultados obtenidos por Burattini [9], correspondiendo x_1 a $r_1 = 0$ y $\Delta r = r_2 - r_1$, con las mismas referencias de marcadores que la figura (5.5(a)); (b) resultados de la presente tesis, siendo $y_1 = 0$ el eje del jet ($r_1 = 0$) e $y = r_2$, las referencias de colores es la misma que la figura (5.2).

Para finalizar el análisis de las correlaciones analizamos la autocorrelación temporal. Partiendo de las matrices de las fluctuaciones del campo de velocidades en cada instante t en que medimos, $\vec{u}(i, j, t)$ (para cada instante t tenemos dos matrices, una para la componente vertical $u(i, j, t)$ y otra para la radial $v(i, j, t)$), de tamaño $N_F \times N_C$ (cantidad de puntos en que calculamos las velocidades según la técnica DPIV, descrita en la sección (3.1)) definimos coeficientes de autocorrelación temporal punto a punto en la matriz. Si registramos los campos cada intervalos de tiempo $dt = 5\text{ms}$ durante un período de tiempo $T = 5\text{s}$, el número total de matrices será $N = T/dt = 1000$. Consideramos una señal temporal de N_T puntos (con $N_T < N$) de la fluctuación de la velocidad en el punto del espacio de la región de captura que corresponde al lugar (i, j) de la matriz. En cada tiempo de correlación τ ($\tau < (N - N_T) \cdot dt$) definimos la matriz de autocorrelación temporal $c(i, j, \tau)$ como:

$$c(i, j, \tau) \equiv \frac{\frac{1}{N_F \cdot N_C} \sum_{k=1}^{N-N_T} \vec{u}(i, j, k \cdot dt) \cdot \vec{u}(i, j, k \cdot dt + \tau)}{\sqrt{\left(\frac{1}{N_F \cdot N_C} \sum_{k=1}^{N-N_T} (\vec{u}(i, j, k \cdot dt))^2\right) \cdot \left(\frac{1}{N_F \cdot N_C} \sum_{k=1}^{N-N_T} (\vec{u}(i, j, k \cdot dt + \tau))^2\right)}} \quad (5.7)$$

donde $\tau = n \cdot dt$ con $n = 1, \dots, N - N_T$, o sea:

$$c(i, j, \tau) \equiv \frac{\sum_{k=1}^n \vec{u}(i, j, k \cdot dt) \cdot \vec{u}(i, j, k \cdot dt + \tau)}{\sqrt{\left(\sum_{k=1}^n (\vec{u}(i, j, k \cdot dt))^2\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n (\vec{u}(i, j, k \cdot dt + \tau))^2\right)}} \quad (5.8)$$

A partir de la matriz de autocorrelación temporal definimos para cada τ el parámetro característico $\tilde{C}(\tau)$ como el promedio espacial de la matriz $c(i, j, \tau)$, es decir:

$$\tilde{C}(\tau) \equiv \frac{1}{N_F \cdot N_C} \sum_{i=1, j=1}^{i=N_F, j=N_C} c(i, j, \tau) \quad (5.9)$$

Para ejemplificar, mostramos en la figura (5.16) los mapas de $c(i, j, \tau)$ para $\tau = 10\text{ms}$, en las tres situaciones que estudiamos en la presente tesis.

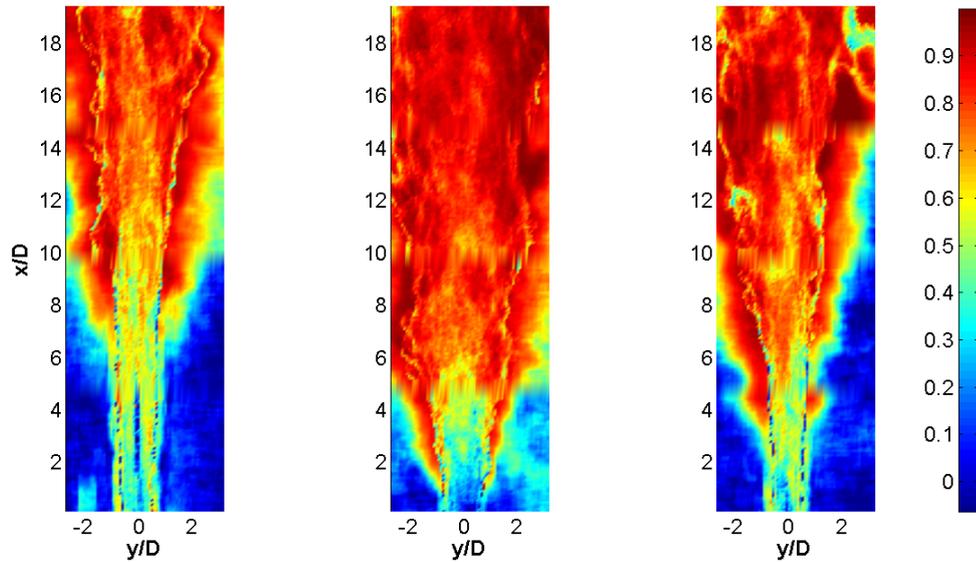


Figura 5.16: Mapas del coeficiente \tilde{C} para el tiempo de autocorrelación $\tau = 2dt$. A la izquierda: situación de jet laminar; en el centro: situación de jet turbulento; a la derecha: jet con swirling. La referencia de colores se adjunta a la derecha de la figura.

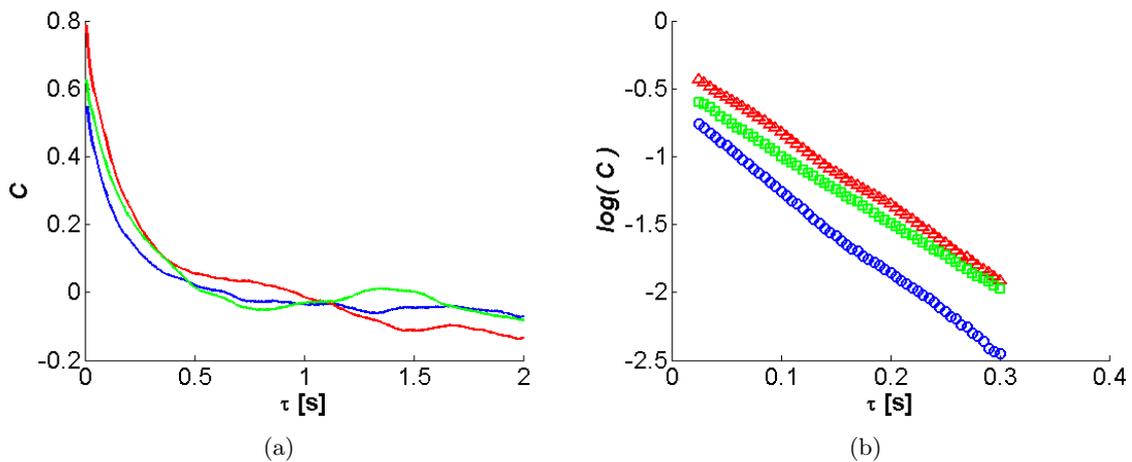


Figura 5.17: Gráficas del comportamiento del coeficiente \tilde{C} . Las figuras corresponden a: (a) \tilde{C} en función del tiempo de correlación τ ; (b) gráfica de $\tilde{C}(\tau)$ en escala logarítmica. Las referencias de colores es la misma que la figura (5.2)

Para finalizar, en la figura (5.17) se muestra la evolución temporal del parámetro \tilde{C} en las tres situaciones estudiadas y observamos (con mayor claridad en la figura (5.17(b))) cómo decae exponencialmente con el tiempo de autocorrelación τ (el decaimiento exponencial es característico de los sistemas disipativos). Si bien en las tres situaciones $\tilde{C}(\tau)$ decae de manera similar, se observa que la situación con swirling pierde más lentamente la autocorrelación.

Capítulo 6

Caracterización de la fuente

Este capítulo está dedicado a mostrar los resultados experimentales obtenidos en esta tesis sobre el comportamiento de ciertos parámetros característicos de la evolución de fuentes en medios estratificados, así como sobre la medición de los campos de velocidades, que es un punto no tratado en la literatura del tema. Entre la enorme cantidad de datos recabados, se seleccionó solo una serie de imágenes representativas y que se mostrarán en las siguientes secciones.

Se trabajó con una estratificación de la atmósfera cuyo gradiente vertical de temperatura es constante, como se explicó en la sección (4.1). La gráfica correspondiente al perfil de temperaturas se encuentra en la figura (4.4(a)). Se midió en tres condiciones de la salida de fuente, ya expuestas en la sección (4.2.1): fuente laminar, fuente turbulenta y fuente con swirling. Se realiza un análisis y discusión de los resultados y se proyectan, de manera de sacar conclusiones de interés para el sistema SIS.

En la sección (6.1) se miden con visualización por tinta (sección (4.3.1)), ciertas alturas características así como el volumen que ocupa la fuente, para obtener una aproximación del volumen que incorpora debido a la mezcla.

Luego, en la sección (6.2), se miden los campos de velocidades por medio de la técnica DPIV (sección (4.3.2)) para obtener una visión más precisa del flujo. Estas medidas también permitieron confirmar algunos resultados obtenidos utilizando tinta como trazador, a la vez que determinar el movimiento del fluido. Si bien las observaciones con tinta permiten intuir el movimiento del fluido, es necesaria la técnica DPIV para su confirmación, así como para encontrar zonas de recirculación o regiones donde el movimiento de la atmósfera es nulo.

Para la situación de fuente turbulenta se utilizaron dos rejillas: la rejilla gruesa, de 40hilos/pulgada, y la rejilla fina, de 80hilos/pulgada. Para la situación con swirling se utilizaron dos swirlings: (a) con $S = 0,012$ y (b) con $S = 0,020$. Estos sistemas ya fueron descritos en la sección (4.2.1).

6.1. Medidas utilizando tinta como trazador

En la sección (2.2) se hizo una descripción cualitativa del flujo de fuentes. Al ingresar a la atmósfera, la fuente comienza su avance vertical, siendo sometida a la fuerza de flotación que actúa en dirección opuesta. Continúa elevándose hasta que alcanza una altura máxima en la cual se detiene y comienza a caer lateralmente, mientras más fluido fuente sigue llegando continuamente, al mantener el caudal constante. Debido a su permanente mezcla con el fluido de la atmósfera, el fluido descendente se hace menos denso y no llega a caer hasta la superficie de la cuba, donde la densidad de la atmósfera es mayor, sino que comienza a

propagarse radialmente a cierta altura intermedia que llamamos altura intrusión, donde la flotación evita que caiga excepto por pequeñas oscilaciones que disminuyen a medida que se aleja radialmente.

En esta sección se caracteriza el flujo de fuentes en diferentes situaciones utilizando tinta como trazador (ver sección (4.3.1)) y manteniendo siempre el mismo caudal de flujo, 330mL/min (sección (4.2)), midiendo las alturas máxima y de intrusión en cada una de las situaciones, y además se analizan las velocidades de mezcla en cada caso. Dada la dificultad para determinar con claridad los parámetros que caracterizan la evolución de la fuente, se debieron fijar ciertos criterios que se explican en la sección (6.1.1). Luego, en la sección (6.1.2), se muestra los resultados de los experimentos realizados en esta tesis.

6.1.1. Definición de parámetros

Es necesario fijar criterios para la medición de parámetros característicos de la fuente usando tinta como trazador, de manera de descartar cualquier posible ambigüedad. En esta sección se explican los adaptados en el presente trabajo.

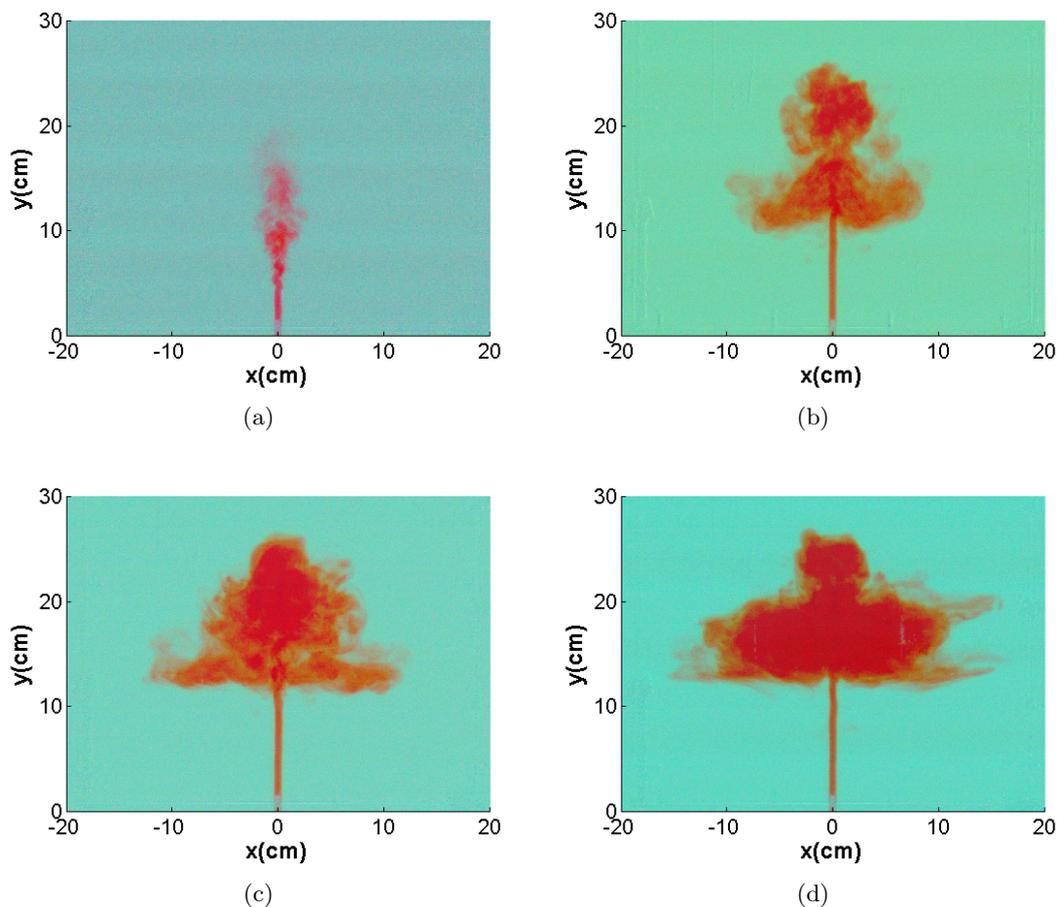


Figura 6.1: Evolución de la fuente laminar: (a) $t = 3s$; (b) $t = 26s$; (c) $t = 38s$; (d) $t = 70s$.

Para comenzar, se muestran en la figura (6.7) imágenes capturadas de la evolución de la fuente en la situación laminar, a la que se le ha restado el background (una fotografía de la cuba previa al ingreso de la fuente) para obtener una imagen más “limpia”. Por ejemplo,

en la figura (6.3(a)) se puede ver una imagen sin filtrar (allí la medida corresponde a la situación de fuente turbulenta pero con grilla de 40hilos/pulgada). En la figura (6.1(a)) la fuente apenas ha comenzado su ingreso a la atmósfera y cómo su radio va aumentando a medida que asciende. En la figura (6.7(a)) la fuente ya alcanzó la altura máxima y el fluido cae lateralmente, hasta una altura de menor densidad. Luego, ese fluido descendente vuelve a elevarse en altura, debido a la fuerza de flotación hacia arriba, hasta que se estabiliza a la altura de intrusión, en que empieza a avanzar radialmente. En la figura (6.7(b)) el frente de avance radial aún no ha estabilizado su nivel mientras que en el la figura (6.7(c)) ya se encuentra completamente desarrollado y a un nivel estable.

Dos variables que caracterizan el flujo de las fuentes son, como se explicó en la sección (2.2), la máxima altura que alcanza la fuente y su altura de intrusión. En este capítulo se muestran las medidas que realizamos sobre esas cantidades y cómo evolucionan con el tiempo. Debemos definir en primera instancia los criterios para medir esos niveles, y para eso nos apoyamos en la figura (6.2). Si bien el nivel de máxima elevación es fácil de identificar, la altura de intrusión no está claramente definida. Esto se debe al hecho de que existe un rango de alturas en que el frente avanza, además de pequeñas asimetrías propias del trabajo experimental. En esta tesis se eligió medir la altura de intrusión en la parte central de la nube que se forma cuando el flujo avanza radialmente, como se señala en la figura (6.2).

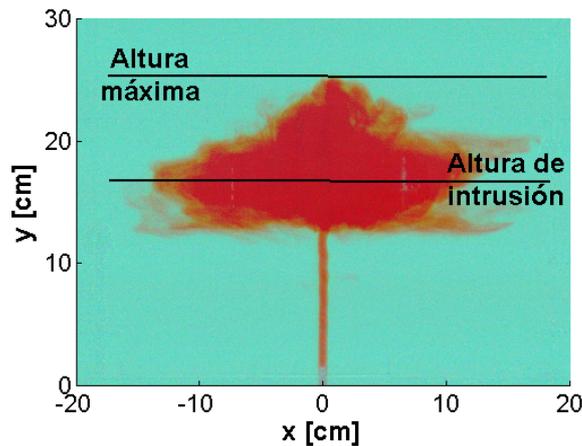


Figura 6.2: Criterio para medir las alturas características de la fuente. La imagen corresponde a la situación de fuente turbulenta con rejilla fina (80hilos/pulgada), en $t = 80s$.

Por otro lado, una medida de gran interés en particular para estudiar el desempeño del sistema SIS, es la cantidad de fluido ambiente que incorpora la fuente en cada situación. Relevamos esos datos a partir del volumen coloreado en las imágenes. Para esto, procesamos las imágenes capturadas aplicando los dos siguientes filtros. El primero consiste en restar una imagen “background”, que corresponde a una fotografía del ambiente cuando la fuente aún no ha ingresado. Así, si restamos la imagen background a la figura (6.3(a)) se obtiene la figura (6.3(b)). El segundo filtro consiste en elegir un umbral de tonalidad de gris apropiado y asignar a los píxeles cuyo valor se encuentre por debajo de ese umbral (puntos en tonalidades de rojo en la figura (6.3(a))) el valor 1 (uno) y a los que están por encima (que corresponden al resto de la atmósfera) el valor 0 (cero). Se consigue así la figura (6.3(c)), donde todos los puntos que antes estaban en todos de color rojo ahora se encuentran en color blanco, y los píxeles correspondientes tienen asignado el valor 1. Luego, consideramos por separado cada mitad de la imagen, derecha e izquierda, divididas por el eje de la fuente,

y medimos con cada una de ellas el volumen de la mezcla asumiendo simetría de revolución, y finalmente promediamos los volúmenes estimados. Este cálculo es equivalente a:

$$V_{tinta} \approx \pi \sum_{i,j} I(i,j) \cdot r^2(i,j) \cdot \Delta r \quad (6.1)$$

siendo I la imagen filtrada y convertida a ceros y unos, $r(i,j)$ la distancia del punto (i,j) de la imagen al eje de la fuente y Δr el tamaño que representa cada píxel.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.3: Figuras que muestran el procesamiento de las imágenes para estimar el volumen de la fuente. La fotografía corresponde a la fuente turbulenta con rejilla gruesa (40hilos/pulgada) en $t = 75s$: (a) fotografía del experimento; (b) fotografía en tonos de grises sin background; (c) imagen pasada a blanco y negro mediante un umbral de gris.

6.1.2. Resultados obtenidos con visualización por tinta

En esta sección se muestran los resultados obtenidos de la medición de los parámetros definidos en la sección anterior [15], trabajando en cinco situaciones distintas:

- laminar
- turbulenta con grilla fina: 80hilos/pulgada
- turbulenta con grilla gruesa: 40hilos/pulgada
- con swirling (a): $S = 0,012$
- con swirling (b): $S = 0,020$

En la figura (6.4) se graficaron los valores de la altura máxima que alcanza la fuente en función del tiempo. En todos los casos hay una fluctuación del orden de 2cm, encontrándose en un estado cuasi-estacionario (como se explicó en la sección (2.2)), pero al promediar se puede observar cómo la fuente con swirling provoca una disminución apreciable en la altura máxima, siendo del orden del 80 % de la altura que alcanzan las fuentes turbulentas. A su vez, estas últimas llegan a niveles similares del de la fuente laminar. Resumiendo, en los experimentos realizados la colocación de rejillas a la salida de la fuente no altera significativamente la altura máxima a la que llega en el caso laminar. Por otro lado, hay una importante reducción de dicha altura cuando a la fuente se le impone cierto swirling. En ese caso, parte del momento de la fuente es transferido a la velocidad tangencial.

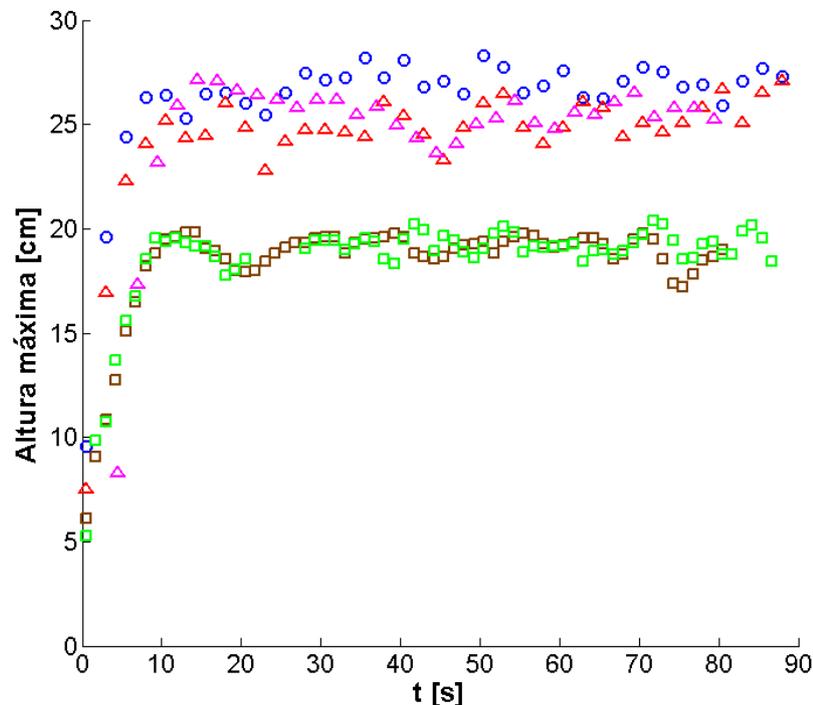


Figura 6.4: Altura máxima alcanzada por la fuente. En la figura, los marcadores corresponden a las fuentes: \circ laminar; \blacktriangle turbulenta con rejilla 40hilos/pulgada; \blacktriangle turbulenta con rejilla 80hilos/pulgada; \square con swirling (a); \square con swirling (b).

En segundo lugar se muestran las medidas correspondientes a la altura de intrusión del frente. Esa altura representa en la situación real del SIS qué tan lejos de la salida del equipo se “depositó” el fluido extraído selectivamente de la superficie del terreno. Los resultados se muestran en la figura (6.5). Si bien también existen fluctuaciones en estas alturas, la situación con swirling es la que logra expulsar el fluido a una menor distancia, resultando el caso menos eficiente en ese sentido. Las fuentes turbulentas muestran comportamientos similares entre sí, existiendo apenas una disminución de la altura de intrusión del orden de 5 % respecto de la fuente laminar. Estos resultados junto a los relativos a la altura máxima de la fuente muestran comportamientos similares entre los casos laminar y turbulento.

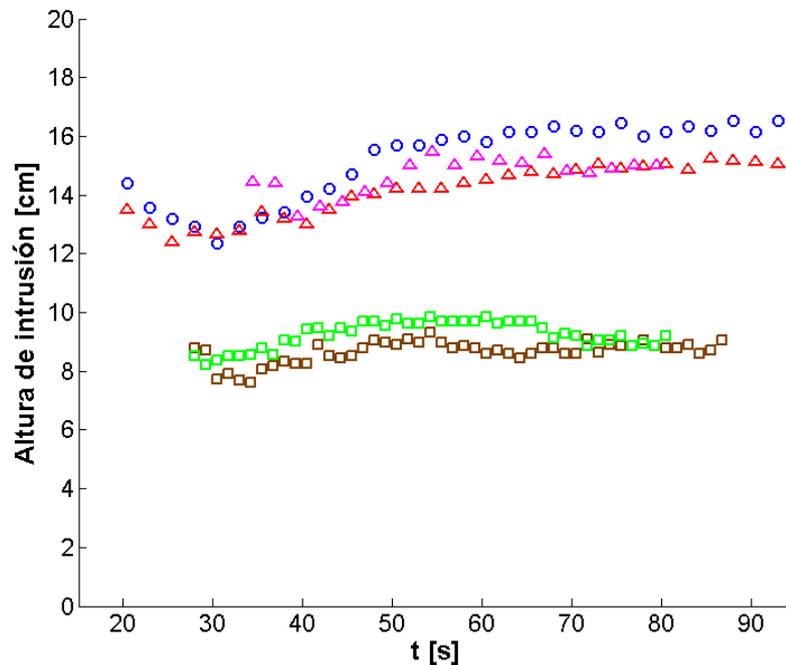


Figura 6.5: Altura de intrusión de la fuente. Mismas referencias que la figura (6.4).

Finalmente se analiza la eficiencia en cuanto a la mezcla, o incorporación de fluido ambiente, que es un mecanismo clave en cuanto a la evolución de la fuente. Se midió haciendo uso de la ecuación (6.1), el volumen de fluido marcado con el trazador (tinta) en función del tiempo, obteniendo la gráfica de la figura (6.6). Se observa cómo la situación en que la fuente incorpora fluido de la atmósfera más rápidamente es el caso turbulento, más aún cuando se usó la rejilla fina. La situación que sigue en velocidad de mezcla es la de fuente con swirling, siendo a su vez mayor a medida que se aumenta el swirling (S), y el caso menos eficiente en cuanto a la mezcla resulta ser la situación laminar.

Con todos los datos recabados podemos decir que la fuente turbulenta no altera prácticamente las alturas características de la fuente laminar pero mejora sustancialmente la mezcla, con lo que resulta ser la situación óptima desde el punto de vista del SIS. Si bien el caso con swirling aparece como perjudicial respecto a las alturas características de la fuente laminar, favorece, aunque en menor medida que el caso turbulenta, la mezcla del fluido fuente.

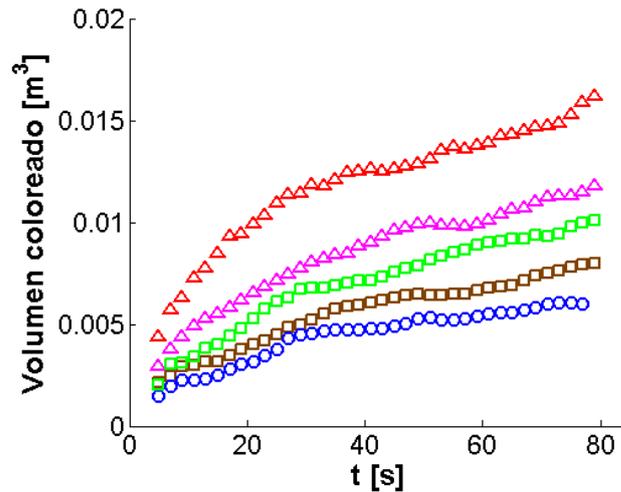


Figura 6.6: Volumen de mezcla. Mismas referencias que la figura (6.4).

6.2. Resultados a partir de la técnica DPIV

Se presentan a continuación los resultados obtenidos para la fuente, utilizando la técnica DPIV, en tres situaciones distintas seleccionadas entre las cinco que se estudiaron en la sección anterior. Estas corresponden a la situación de fuente laminar, fuente turbulenta con rejilla fina y fuente con swirling, con swirling (*b*) o $S = 0,020$.

Para comenzar, se muestra la superposición del campo de velocidades medido y la imagen en el mismo instante con tinta como trazador, habiendo recolectado los datos en experimentos diferentes. En la figura (6.7) se puede apreciar la excelente concordancia entre ambas medidas. Si bien la evolución de la fuente ya fue explicada cualitativamente, se requiere la medición de los campos de velocidades para su confirmación. Además, los campos de velocidades se permiten observar cómo las capas del fluido atmosférico inferiores prácticamente no se mueven, y que en el caso del dispositivo SIS efectivamente se realiza una extracción selectiva del aire más denso.

Buscando la manifestación de patrones del flujo generamos mapas temporales de velocidad radial. Algunos mapas correspondientes a la situación de rejilla fina se exponen en la figura (6.8). Los mismos se construyeron registrando los valores de dicha componente de la velocidad a distintas distancias del eje, a partir del perfil vertical del campo medido, para cada instante de tiempo. Se puede observar cómo a medida que nos alejamos del eje, el movimiento radial del fluido demora más en comenzar. Además, se puede identificar claramente la región donde avanza el frente de intrusión, que tiene velocidad radial que lo aleja del eje. Dicha región de intrusión presenta fluctuaciones que tienden a atenuarse a medida que avanza radialmente, hasta que finalmente se estabilizan a alturas que coinciden con las ya medidas y representadas en la figura (6.5). En la figura (6.8) la intrusión se da en el entorno de los 15cm, en excelente concordancia con la figura (6.5). Lo mismo se observó en las situaciones de fuente laminar y con swirling (*b*), aunque no se exponen los mapas correspondientes.

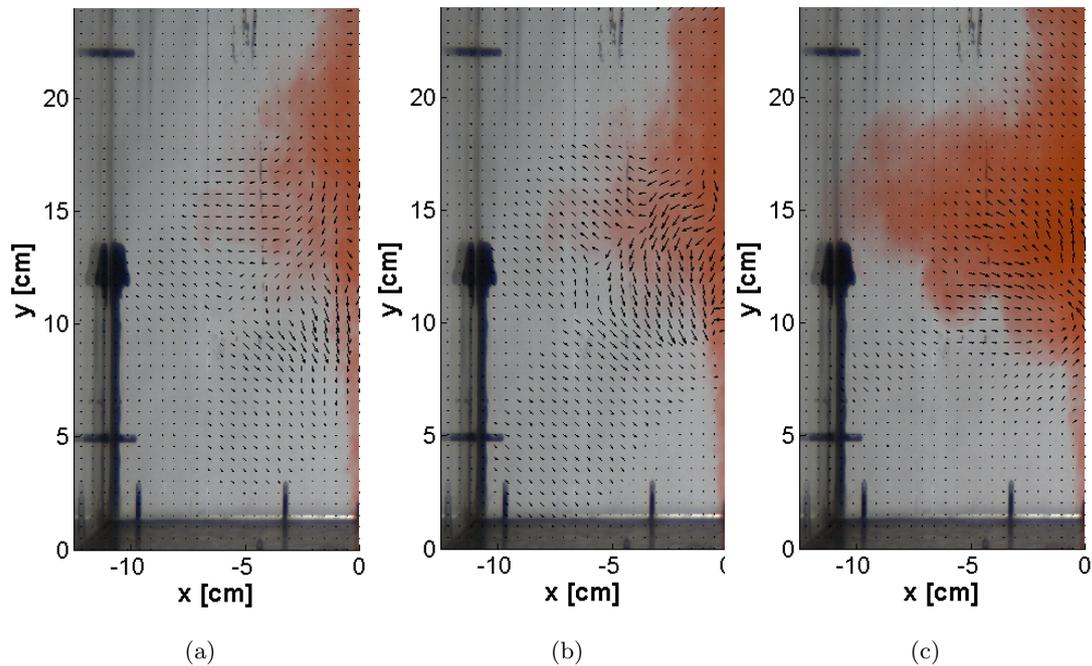


Figura 6.7: Evolución de la fuente turbulenta con rejilla fina ($80 \frac{\text{hilos}}{\text{pulgada}}$). Los pies de figura corresponden a: (a) $t = 20s$; (b) $t = 25s$; (c) $t = 60s$.

Otros resultados que se corresponden a medidas ya expuestas, se pueden apreciar en la figura (6.9), donde se ven algunos perfiles de la velocidad radial a distancias del orden de los 10cm del eje de la fuente. A esa distancia ya se halla estabilizada la altura de intrusión, y se ve el fenómeno ya descrito, en que las fuentes turbulenta y laminar presentan alturas de intrusión similares, mientras que para la fuente con swirling las medidas se alejan apreciablemente. Se puede ver cómo los valores de las alturas de intrusión coinciden con las medidas de la figura (6.5). Otra observación interesante es que la velocidad de intrusión es muy similar en las tres situaciones, y que muestra que el flujo por encima y por de bajo de dicha zona de intrusión avanza a velocidades significativamente menores pero en sentido opuesto, en parte camino a ser incorporado por la fuente.

Los perfiles anteriores muestran una gran irregularidad cuando son medidos a menores distancias del eje. Por ejemplo, en la figura (6.10) se pueden ver las medidas registradas a 7cm del eje, en el instante 18s para la situación de fuente turbulenta con rejilla fina. Un detalle importante de observar es cómo el fluido de la atmósfera en las capas más bajas no se mueve. Este es un punto muy importante en cuanto al mecanismo de extracción selectiva del sistema SIS.

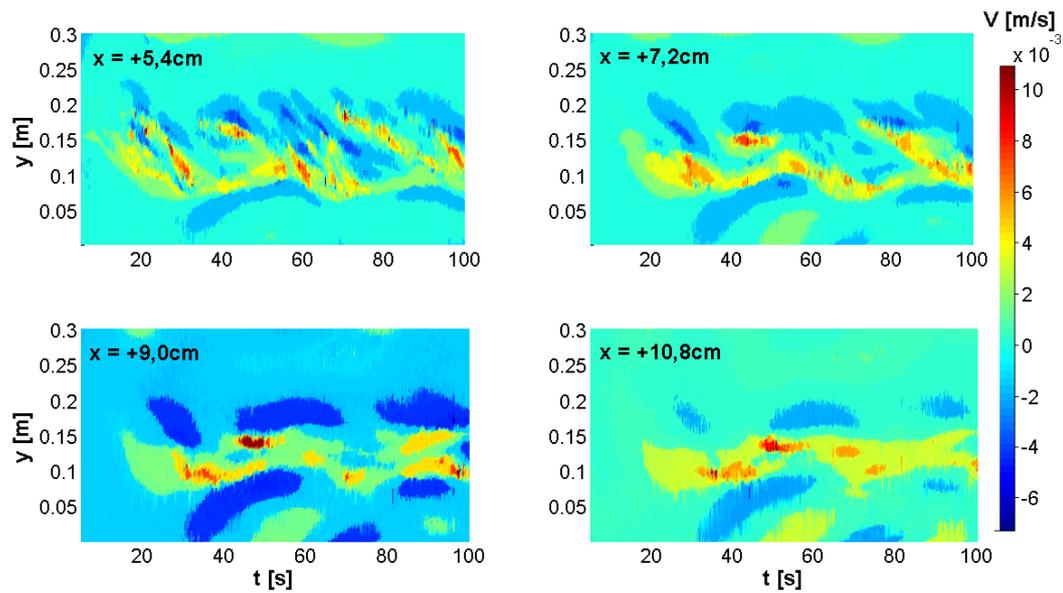


Figura 6.8: Mapas temporales de la componente radial de la velocidad para la situación de fuente turbulenta con rejilla fina ($x > 0$ corresponde a puntos a la derecha de la boquilla por la que se inyecta la fuente, y $V > 0$ indica componente radial de la velocidad hacia la derecha).

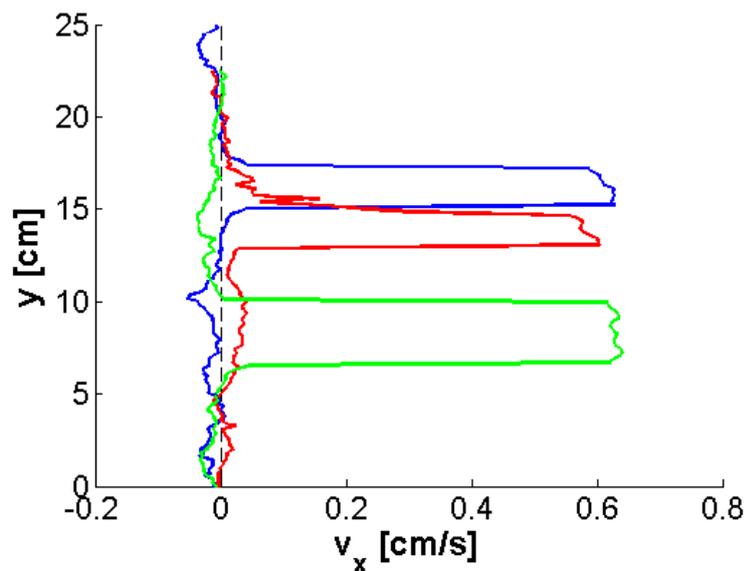


Figura 6.9: Algunos perfiles seleccionados de la velocidad radial. En azul: fuente laminar, a 17cm a la derecha del eje en el instante $t = 60$ s; en rojo: fuente turbulenta con rejilla fina, a 9cm a la derecha del eje en el instante $t = 18$ s; en verde: fuente con swirling (b), a 11cm a la derecha del eje en el instante $t = 40$ s

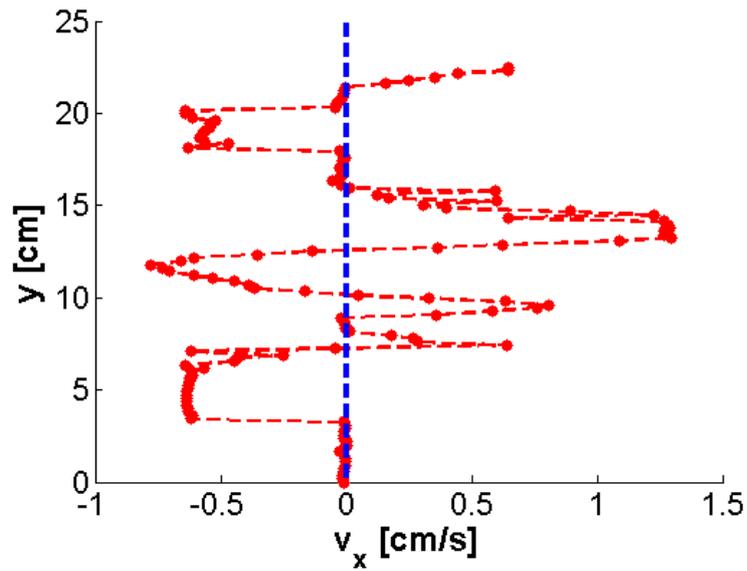


Figura 6.10: Perfil de velocidad radial correspondiente a la situación de fuente turbulenta, a 10cm de distancia a la derecha del eje de la fuente y en $t = 43s$.

En resumen, los resultados obtenidos con la técnica DPIV muestran excelente concordancia con los resultados de las medidas con tinta como trazador. Además aportó detalles sobre el campo de velocidades en el interior de la región de intrusión, que es un estudio ausente en la literatura relativa a fuentes turbulentas y que es necesaria su medición para ser afirmar la circulación que parece intuirse. La técnica DPIV también mostró las regiones donde el movimiento de la atmósfera es prácticamente nulo.

Capítulo 7

Conclusiones y perspectivas

En esta tesis se han mostrado resultados de experimentos que realizamos, a escala de laboratorio, para estudiar la dinámica de fuentes en una atmósfera estratificada. La estratificación elegida fue de perfil lineal de temperatura con la altura, de manera que la densidad del medio disminuye con la altura, y la fuente fue inyectada verticalmente hacia arriba, desde la base del recipiente contenedor, y a la misma temperatura que la capa más baja de la atmósfera. Manteniendo la temperatura de la fuente, su caudal de entrada y la estratificación del medio, realizamos diferentes experimentos con diferentes características de las velocidades de ingreso de la fuente. Analizamos la dinámica en tres configuraciones: flujo laminar, turbulento y con cierto grado de arremolinamiento.

El trabajo se dividió en dos partes. En primera instancia se caracterizaron los diferentes flujos, trabajando en una atmósfera no estratificada y a la misma temperatura que el chorro incidente. De esta manera, se caracterizaron los flujos por comparación de cantidades como los perfiles de velocidad media, la desviación estándar de sus fluctuaciones y las correlaciones espacial y temporal. Se observaron que sus comportamientos son diferentes, pudiéndose utilizar estas cantidades para identificar los distintos flujos. Cabe destacar un punto alcanzado en esta etapa, que es la puesta a punto del montaje experimental. Se utilizó la técnica DPIV, para cuya implementación se debieron hacer numerosas pruebas, ya sea de iluminación, sembrado de partículas, velocidades de captura de las cámaras o sobre el algoritmo de procesamiento que correlaciona las imágenes almacenadas. Además, se trabajó con dos posiciones del plano láser que ilumina a los trazadores, por un lado se dispuso horizontalmente, para poder medir el swirling filmando el flujo desde arriba, y por otro se dispuso verticalmente para capturar el flujo vertical, que es la dirección en que ingresa la fuente.

En la segunda etapa se trabajó con la atmósfera estratificada, para estudiar la dinámica de las fuentes cuyas condiciones de ingreso al medio ya fueron caracterizadas. Aquí se puso a punto otra técnica de visualización, que fue usando tinta como trazador. También se necesitaron realizar varias pruebas hasta conseguir la estratificación deseada, así como para conseguir un caudal constante de entrada de la fuente. Lograr una estratificación estable es quizás el proceso más delicado de todo este trabajo experimental e insumió un tiempo considerable (de entre cinco y seis horas) para cada serie de medidas.

En busca de caracterizar la dinámica de las fuentes en un medio estratificado, se encontraron interesantes resultados que no están presentes en la literatura sobre el tema. En primer lugar se midió la máxima altura a la que asciende la fuente luego de ingresar a la atmósfera en las tres configuraciones mencionadas. Se observó cómo las situaciones de fuente laminar y fuente turbulenta tuvieron mayor alcance que la fuente con swirling y que, a pesar de que la configuración turbulenta provocó una disminución en la altura máxima

frente a la laminar, los valores medidos fueron muy similares. Resultados similares se encontraron al medir la altura de intrusión. Las fuentes laminar y turbulenta mostraron que logran depositar el fluido de la fuente a una mayor altura, respecto al caso con swirling. Nuevamente, hay pequeñas diferencias entre los resultados de la configuración laminar y de la turbulenta, pero la diferencia relativa no supera el 5%. Sin embargo, la disminución en la altura de intrusión que provocó la configuración con swirling frente a la laminar superó el 40%. Finalmente, un aspecto de gran interés, sobre todo por sus posibles aplicaciones tecnológicas, fueron los resultados obtenidos sobre la mezcla de la fuente con la atmósfera en las diferentes configuraciones. La fuente turbulenta mostró ser notoriamente la más eficiente en la mezcla, aumentando en ocasiones más del doble de lo que logra incorporar la fuente laminar. La fuente con swirling también mejoró la mezcla respecto al caso laminar, incorporando hasta un 40% más de fluido ambiente durante su movimiento, pero sus valores fueron muy inferiores a los medidos para la configuración turbulenta. Todas estas observaciones fueron confirmadas usando dos grillas diferentes para la situación turbulenta y dos diferentes sistemas de swirling para la fuente con arremolinamiento.

Los resultados de esta tesis se presentaron en diversos congresos regionales e internacionales, y algunos de ellos han dado lugar a una publicación en una revista arbitrada [15]. Se está trabajando en la preparación de una nueva publicación con los restantes resultados.

Se ha logrado de esta manera ajustar el funcionamiento del dispositivo experimental, que abre camino a varias líneas de investigación relativas a la dinámica de fuentes. Por ejemplo, se puede investigar cuál es el efecto conjunto de imponer un swirling y un mayor grado de turbulencia. En este trabajo se estudiaron por separado las dos configuraciones que permitiría dar respuestas *a priori*, pero es necesario realizar los experimentos pertinentes para su confirmación. Por otro lado, y ya apuntando a sus aplicaciones tecnológicas, se puede avanzar en busca de representar el funcionamiento del dispositivo SIS. En ese camino, se propone la colocación de un pequeño sistema de aspas o turbina (de dimensiones similares a la apertura de la boquilla de ingreso de la fuente), que succione el fluido de las capas más inferiores de la propia atmósfera y lo impulse verticalmente hacia arriba, en lugar de lo que se hizo en este trabajo, donde que la fuente fue extraída de un reservorio controlado e inyectada con un caudal constante. Además, es de interés ver la influencia de la vegetación sobre la evolución posterior de la fuente, para lo que se podría cubrir la base de la cuba con algún material que simule la presencia de cultivos.

Bibliografía

- [1] G. ABRAHAM 1963 Jet diffusion in stagnant ambient fluid. *Technical Report* **29**. Delft Hydraulics Lab.
- [2] J. K. ANSONG, P. J. KYBA, B. R. SUTHERLAND 2008 Fountains impinging on a density interface. *J. Fluid Mech.* **595**, 115-139.
- [3] J. K. ANSONG 2009, “Plumes in stratified environments”, *Ph.D. Thesis*, University of Alberta, Canada.
- [4] W. D. BAINES, J. S. TURNER, I. H. CAMPBELL 1990 Turbulent fountains in an open chamber. *J. Fluid Mech.* **212**, 557-592.
- [5] W. D. BAINES, V. H. CHU “Jets and Plumes in Environmental Hydraulics”. Kluwer Academic Publishers.
- [6] G. K. BATCHELOR 1954 Heat convection and buoyancy effects in fluids. *Quart. J. R. Met. Soc.* **80**, 339-358.
- [7] L. J. BLOOMFIELD, R. C. KERR 1998 Turbulent fountains in a stratified fluid. *J. Fluid Mech.* **358**, 335-356.
- [8] L. J. BLOOMFIELD, R. C. KERR 1999 Turbulent fountains in a confined stratified environment. *J. Fluid Mech.* **389**, 27-54.
- [9] P. BURATTINI, L. DJENIDI 2004 Velocity and Passive Scalar Characteristics in a Round Jet with grids at the Nozzle Exit. *Flow, Turbulence and Combustion* **72** 199-218
- [10] P. BURATTINI, R. A. ANTONIA, S. RAJAGOPALAN, M. STEPHENS 2004 Effect of initial conditions on the near-field development of a round jet. *Experiments in Fluids* **37** 56-64
- [11] G. CARAZZO, E. KAMINSKI, S. TAIT 2006 The route to self-similarity in turbulent jets and plumes. *J. Fluid Mech.* **547**, 137-148.
- [12] C. P. CAULFIELD 1991 “Stratification and buoyancy in geophysical flows”. *Ph.D. Thesis*, University of Cambridge, UK.
- [13] A. J. COTEL, J. A. GJESTVANG, N. N. RAMKHELAWAN, R. E. BREIDENTHAL 1997 Laboratory experiments of a jet impinging on a stratified interface. *Exp Fluids* **23** 155-160
- [14] H. B. FISCHER, E. J. LIST, J. S. IMBERGER, N. H. BROOKS 1979 *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press.

- [15] D. FREIRE, C. CABEZA, S. PAULETTI, L. G. SARASÚA, I. BOVE, G. USERA, A. C. MARTÍ 2010 Effect of turbulent fluctuations on the behaviour of fountains in stratified environments. *Journal of Physics: Conference Series XI Latin American Workshop on Nonlinear Phenomena* **246** (2010) 012015 doi: 10.1088/1742-6596/246/1/012015.
- [16] P. D. FRIEDMAN, J. KATZ 2000 Rise height of negatively buoyant fountains and depth of penetration of negatively buoyant jets impinging in interface. *ASME J. Fluid Eng.* **122** 779-782.
- [17] L. GUI, W. MERZKIRCH 1998 Generating arbitrary sized interrogation windows for correlation-based analysis of particle image velocimetry recordings. *Exp Fluids* **24** 6669.
- [18] G. HETSRONI 1989 Particles-turbulence interaction. *Int. J. Multiph. Flow* **15** 735746.
- [19] G. R. HUNT, N. B. KAYE 2005 Lazy plumes. *J. Fluid Mech.* **533** 329-338.
- [20] N. B. KAYE, G. R. HUNT 2004 Time-dependent flows in a emptying filling box. *J. Fluid Mech.* **520** 135-156.
- [21] N. B. KAYE, G. R. HUNT 2006 Weak fountains. *J. Fluid Mech.* **558** 319-328.
- [22] J. S. TURNER 1973 “*Fluid Mechanics*”. Academic Press.
- [23] J. H. W. LEE, V. H. CHU 2003 “*Turbulent buoyant jets and plumes: A langrangian approach*”. Kluwer Academic Publishers.
- [24] J. H. MIDDLETON 1975 The asymptotic behaviour of a starting plume. *J. Fluid Mech.* **72**, 753771.
- [25] B. R. MORTON, G. TAYLOR, J. S. TURNER 1956 Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. *Proceedings of the Royal Society, Series A*, **234**, 1-23.
- [26] B. R. MORTON 1959b Forced plumes. *J. Fluid Mech.* **5**, 151163.
- [27] B. R. MORTON 1971 The choice of conservation equations for plume models. *J. Geophys. Res.* **76**, 74097416.
- [28] B. R. MORTON, J. MIDDLETON 1973 Scale diagrams for forced plumes. *J. Fluid Mech.* **58** 165-176.
- [29] R. ÖRLÜ, P. H. ALFREDSSON 2008 An Experimental Study of the Near-Field Mixing Characteristics of the Swirling Jet. *Flow, Turbulence and Combustion* **80** 323-350
- [30] S. B. POPE 2000 “*Turbulent flows*”. Cambridge University Press.
- [31] H. ROUSE, C. S. YIH, H. W. HUMPHREYS 1952 Gravitational convection from a boundary source. *Tellus* **4**, 201.
- [32] J. S. TURNER 1966 Jets and plumes with negative or reversing buoyancy. *Journal of Fluid Mechanics* **26**, 779792.
- [33] J. S. TURNER 1973 “*Buoyancy effects in fluids*”. Cambridge University Press.
- [34] N. RAJARATNAM 1976 “*Turbulent jets*”. Elsevier.

- [35] P. ROWINSKI 2011 “*Experimental methods in hydraulic research*”. Springer.
- [36] M. M. SCASE, C. P. CAULFIELD, S. B. DALZIEL 2006a Boussinesq plumes and jets with decreasing source strengths in stratified environments. *J. Fluid Mech.* **563** 463-472.
- [37] H. TENNEKES, J. L. LUMLEY 2000 “*A first course in turbulence*”. The MIT Press.
- [38] ING-KIET TOH, D. HONNERY, J. SORIA 2010 Axial plus tangential entry swirling jet. *Experiments in Fluids* **48** 309-325
- [39] J. WESTERWEEL 1997 Fundamentals of digital image particle velocimetry. *Meas. Sci. Technol.* **8** 13791392
- [40] H. YAZDANPANAHI, C. J. STIGTER Selective inverted sink efficiency for spring frost protection in almond orchards northwest of Isfahan, Iran. *Theoretical and Applied Climatology* Vol. **105**, Ediciones 1-2, 27-35