"Cerámicas piezocomposites 1-3 (PZT-Polímero) para emisión-recepción de ultrasonidos"

Lic. Alina Aulet Ruiz

Tesis de Maestría en Física

Tribunal:

Dr. José Antonio Eiras

Dr. Eduardo Moreno

Dr. Alejandro Romanelli

Dr. Ariel Moreno Gobbi

Dr. Carlos Negreira Director de Tesis.

Laboratorio de Acústica Ultrasonora.

Instituto de Física.

Facultad de Ciencias.

Universidad de la República. Montevideo. R.O.U.

Julio 2001.

Resumen......4 1.1.- Importancia y motivación del trabajo......5 1.3.- Organización de la tesis......8 1.4.- Análisis histórico. Revisión bibliográfica.10 Capítulo 2.- Materiales piezoeléctricos para transductores electromecánicos.......16 Introducción al capítulo......16 2.1.- Materiales piezoeléctricos......17 2.1.1.- PZT(sistema con simetría polar cilíndrica)......18 Propiedades dieléctricas......19 Propiedades electromecánicas......24 2.3.1.1.- Modo de vibración: espesor60 2.3.2.1.-Modo de vibración: espesor67 Introducción al capítulo......79 3.1.- Características geométricas de PZT y piezocomposites 1-3 utilizados......80 Resultados de propiedades dieléctricas a temperatura ambiente.......82

TABLA DE ÍNDICE

Resultados de propiedades piezoeléctricas97
3.5 Propiedades acustoeléctricas. Función de transferencia102
Resultados de propiedades acustoeléctricas102
Capítulo 4 Conclusiones y perspectivas futuras134
Bibliografía y referencias138
Anexos
ANEXO A Otras geometrías y sus modos de vibración143
ANEXO B Detalles del equipamiento utilizado154
ANEXO C Programas elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos138
ANEXO D Métodos de obtención de PZT y piezocomposites168
ANEXO E Notación tensorial y las ecuaciones constitutivas para los materiales
piezoeléctricos171
ÍNDICE DE FIGURAS181
ÍNDICE DE TABLAS

Resumen

Propiedades dieléctricas, electromecánicas, acústicas, entre otras, de muestras cerámicas piezoeléctricas de Titanato-Zirconato de Plomo (*PZT*) y piezocomposites del tipo 1-3 (material cerámico piezoeléctrico y polímero), con diferentes concentraciones de *PZT*, fueron caracterizadas en este trabajo de tesis, en nuestro Laboratorio de Acústica Ultrasonora.

En el caso de las propiedades eléctricas, las medidas realizadas se comparan con un modelo teórico de circuito equivalente, a fin de verificar el comportamiento de las mismas en la resonancia para la utilización de las muestras como transductores en el campo del ultrasonido.

Los parámetros fundamentales obtenidos experimentalmente por vía independiente, se comparan con el modelo teórico de Smith para materiales piezocomposites 1-3.

Se detalla la implementación, en nuestros laboratorios, de técnicas de caracterización de materiales piezoeléctricos y piezocomposites, así como la automatización de las medidas, para cada tipo de propiedades estudiadas en este trabajo.

Capítulo 1.- Introducción

- 1.1.- Importancia y motivación del trabajo.
- 1.2.- Objetivos.
- 1.3.- Organización de la tesis.
- 1.4.- Análisis histórico. Revisión bibliográfica.

1.1.- Importancia y motivación del trabajo.

El ultrasonido se utiliza en la vida diaria para obtener imágenes médicas, en diagnóstico clínico y terapia, en osciladores, sonares, para el ensayo no destructivo de materiales, entre otras aplicaciones. Debido a las aplicaciones, se hace necesario e imprescindible el análisis y estudio detallado del mecanismo de generación y detección de ultrasonido en materiales piezoeléctricos.

Cualquier material piezoeléctrico puede ser utilizado como emisor ó receptor de ultrasonidos ya que el ultrasonido representa la propagación de ondas elásticas de alta frecuencia en medios de diferentes tipos ^[1].

Por ejemplo, las imágenes médicas por ultrasonido, de los órganos internos de un paciente, se forman enviando un pulso de sonido de corta duración (de alta frecuencia, del orden de 1-20 MHz) al órgano a investigar y detectando los picos de reflexión a partir de la estructura interna en el tejido. El elemento clave en la formación de esas imágenes es el transductor, el cual genera el pulso acústico y detecta los picos de los ecos ^[1].

En la Figura 1.1, se muestra el esquema de un transductor de ultrasonido.

Consta de un encapsulado, conexiones a la cerámica piezoeléctrica, una capa de adaptación de impedancias entre la cerámica y el medio (llamada "matching"), un material absorbente detrás de la cerámica, llamado contramasa ("backing"), a efectos de evitar que retornen a la muestra, las reflexiones producidas por la cara trasera de la misma, y se superpongan con los ecos y reflexiones del material bajo estudio. Su principal función es bajar el factor de calidad del transductor , lo que implica generar

^{1.1.-} Importancia y motivación del trabajo

pulsos de corta duración temporal, esto es: obtener gran ancho de banda en frecuencia para lograr una mayor resolución axial.



Figura 1. 1.- Esquema general de un transductor piezoeléctrico.

Los transductores son usados como emisores y receptores de vibraciones mecánicas, convirtiendo energía eléctrica en acústica y viceversa. Los más utilizados son transductores de materiales piezoeléctricos. Así el diseño o selección de un transductor en particular viene dado por su aplicación específica.

El elemento activo de un transductor típico ultrasónico es un disco delgado de material piezoeléctrico, que funciona como un resonador en el modo espesor para la generación y detección de ondas longitudinales ó en el modo transversal para la generación y detección de ondas transversales.

En este trabajo, luego de tratar con la física de la piezoelectricidad y estudiar el modo fundamental de vibración de discos cerámicos piezoeléctricos, se realiza la caracterización de propiedades dieléctricas, electromecánicas, piezoeléctricas, y acústicas de muestras cerámicas piezoeléctricas y piezocomposites del tipo 1-3, con diferentes concentraciones de PZT, a los efectos de diseñar transductores ultrasonoros. Con este trabajo, se implementan en nuestro Laboratorio técnicas de medidas experimentales para la caracterización de muestras piezoeléctricas.

1.2.- Objetivos.

Estudio de materiales piezoeléctricos composites para transductores electromecánicos, sus ecuaciones constitutivas y modos de vibración.

Caracterización de propiedades de cerámicas piezoeléctricas del tipo *PZT* (Titanato-Zirconato de Plomo) y piezocomposites 1-3 (compuestos de *PZT*-polímeros).

Dejar implementado en nuestro Laboratorio de Acústica Ultrasonora, técnicas experimentales de medidas para la caracterización dieléctrica, electromecánica, piezoeléctrica y acústica de nuevas muestras piezoeléctricas fabricadas.

1.3.- Organización de la tesis.

Se ha organizado el trabajo de la siguiente forma:

Índice de contenidos, Tablas y Figuras.

En el Capítulo 1 se destaca la importancia y la motivación del tema elegido como trabajo de tesis, así como los objetivos del mismo; se sitúa el tema en el contexto histórico, su evolución y avances. Se muestra una relación de textos y artículos donde es posible encontrar un tratamiento detallado de la operación de transducción y sus aplicaciones en diseños tecnológicos.

En el Capítulo 2 se estudia la física de los materiales piezoeléctricos para transductores electromecánicos, y se obtienen las ecuaciones constitutivas piezoeléctricas de las cerámicas PZT y piezocomposites 1-3. Se hace referencia a nuevos materiales piezoeléctricos como el PVDF. Se estudian los modos de vibración en discos piezoeléctricos y piezocomposites, mediante dos análisis: la ecuación de movimiento y los circuitos equivalentes; obteniéndose los parámetros más importantes que caracterizan a las muestras.

En el Capítulo 3 se realiza el estudio experimental de dichos parámetros fundamentales que caracterizan a las muestras, y se detalla el sistema de las técnicas experimentales implementadas en nuestro laboratorio, para las medidas de propiedades dieléctricas, electromecánicas, piezoeléctricas y acústicas. Se muestran y se discuten los resultados de todas las medidas realizadas.

En el Capítulo 4 se brindan las conclusiones del trabajo y sugerencias de trabajo futuro.

Finalizando la tesis se detalla la bibliografía y referencias utilizadas en la realización de la misma.

^{1.3. -} Organización de la tesis

En los anexos se adicionan temas que brindan una complementación al análisis del modo de vibración de espesor, en muestras con otras geometrías, detalles del equipamiento utilizado en este trabajo, los programas de computación elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos, brevemente se explica el método tradicional de obtención de cerámicas PZT y piezocomposites y por último se anexa una descripción de la notación tensorial y las ecuaciones constitutivas utilizadas, para los materiales piezoeléctricos.

1.4.- Análisis histórico. Revisión bibliográfica.

El tema de la transducción electromecánica es un elemento esencial en las aplicaciones tecnológicas de ondas acústicas (sistemas pulso-eco para imágenes acústicas, líneas de retardo para procesamiento de señales, sonares, ensayo no destructivo de materiales.)

En todo el equipamiento diseñado para aplicaciones de ultrasonido es de gran importancia la caracterización cuantitativa del transductor (elemento básico que convierte energía eléctrica en mecánica y viceversa).

Este trabajo se centra en los transductores piezoeléctricos y su caracterización, sin entrar en otros tipos de transducción: magnetostrictiva, electrostictiva y electromagnética-acústica^[1].

La importancia práctica de los materiales piezoeléctricos radica en que proporcionan el más efectivo método para excitar ondas acústicas de alta frecuencia.

El efecto piezoeléctrico representa la interacción entre sistemas eléctrico y mecánico y fue descubierto por Pierre y Jacques Curie en 1880. Consiste en el cambio de dimensiones del cristal bajo la aplicación de un voltaje, y fue predicho teóricamente por Lippman a partir de principios termodinámicos y verificado experimentalmente en 1881 por los hermanos Curie^[2]. Citando a Silk^[3], el efecto fue descubierto en 1880 por los hermanos Curie, quienes observaron que, cuando ciertos materiales se deformaban, aparecían cargas eléctricas en sus superficies. Luego, el efecto inverso fue observado en los mismos materiales, los que colocados en un campo eléctrico sufrían una deformación. Estos efectos evidenciaron la base de los receptores y emisores de ultrasonido. El fenómeno de la piezoelectricidad se presenta en un número de materiales naturales de los cuales el más conocido es el cuarzo.

La naturaleza de la piezoelectricidad está conectada íntimamente con la simetría del cristal y de hecho, no puede existir en materiales completamente isótropos. La generación de un desplazamiento eléctrico producido por una deformación mecánica en un material ferroeléctrico resulta del desplazamiento de cargas microscópicas en la red del cristal. Estos desplazamientos pueden ocurrir como un movimiento de iones o como una polarización de iones individuales por deformación de las distribuciones

orbitales electrónicas y se manifiesta en todos los materiales, pero el efecto piezoeléctrico existe solamente si los mismos dan como resultado un cambio neto del momento dipolar eléctrico por unidad de volumen del material. Que esto ocurra o no depende de la simetría de la red del cristal ^[3]. La condición necesaria para que ocurra la piezoelectricidad es la ausencia de centro de simetría, por tanto, los materiales piezoeléctricos son anisotrópicos ^[4] en la dirección del campo eléctrico aplicado.

Se dice entonces que, el término "piezoelectricidad" describe la generación de polarización eléctrica en un material, mediante la aplicación de una tensión mecánica e inversamente: la deformación del material cuando es aplicado un campo eléctrico ^[6].

Las primeras aplicaciones de la piezoelectricidad consistieron en generar vibraciones mecánicas en sólidos, líquidos y gases excitándolos eléctricamente. Estos dispositivos electromecánicos dieron paso al desarrollo de resonadores piezoeléctricos para ser usados en osciladores de frecuencia controlada y en filtros de frecuencia selectiva.

El material utilizado era el cuarzo por su bajo amortiguamiento elástico, requerido para equipamientos de selección de banda estrecha de frecuencia y por su buena estabilidad con la temperatura ^[3]. El mismo también fue utilizado en la Primera Guerra Mundial para generar ondas acústicas y localizar embarcaciones sumergidas y en 1927 para aplicaciones de alta potencia.

Un cristal que reemplazó al cuarzo fue la Sal de Rochelle, siendo este el primero en mostrar propiedades de material ferroeléctrico, aquel que posee polarización espontánea a lo largo de un eje del cristal. Con el tiempo se fueron conociendo gran cantidad de materiales ferroeléctricos, de interés considerable para aplicación en transductores, en los cuales se obtiene una polarización inducida aplicando un campo eléctrico. Algunas de las ventajas de la sal de Rochelle frente al cristal de cuarzo están relacionadas con una mayor sensibilidad y un mayor acoplamiento electromecánico^[2].

Las cerámicas piezoeléctricas reemplazaron rápidamente a la Sal de Rochelle, de alto acoplamiento piezoeléctrico pero de inestabilidad mecánica y frágil, como materiales usados en transductores y también a los cristales de cuarzo en las aplicaciones de osciladores y filtros ^[6]. En 1940 se descubrió el efecto piezoeléctrico remanente en la cerámica titanato de bario: BaTiO₃. En 1957 esta fue reemplazada por el titanatozirconato de plomo: Pb(Ti,Zr)O₃ (llamado comúnmente PZT), el cual permite trabajar en altos rangos de temperatura y presenta fuerte efecto piezoeléctrico ^[7].

Pasados los años, con la nueva generación de equipos trabajando con altas frecuencias, fueron utilizándose otros tipos de policristales ferroeléctricos. Otros

materiales ferroeléctricos, son de gran importancia, como el polímero de PVDF (polyvinilidene fluoride) para hidrófonos y el LiTiO₃ con alto coeficiente de acoplamiento y baja atenuación acústica, utilizado para propagación de ondas acústicas de superficie $(SAW)^{[2]}$.

Las cerámicas piezoeléctricas poseen adecuados valores de acoplamiento electromecánico, esto es: buena conversión de energía eléctrica en mecánica y viceversa, altos valores de impedancia acústica que los limita en aplicaciones donde la impedancia acústica del medio es baja, y acoplamientos de modos de vibración, debido a la geometría de la muestra, no deseados, por ejemplo: acople entre modo radial y modo espesor de vibración de un disco cerámico piezoeléctrico. En la búsqueda de materiales con mejor desempeño, y modos desacoplados, surgen los materiales piezocompuestos ("piezocomposites"), que se estudian en este trabajo. Los mismos poseen óptimo acoplamiento electromecánico, en determinadas condiciones que serán explicadas más adelante, bajos valores de impedancia acústica, mayor flexibilidad y lo más importante: desacoplamiento de los modos de vibración: radial y espesor.

En resumen, cristales y cerámicas piezoeléctricas son utilizados como generadores y detectores de potencia acústica. Dentro de las aplicaciones de bajas y altas frecuencias, así como de baja y alta potencia de las cerámicas piezoeléctricas se pueden citar: sonares, generadores de ultrasonido, limpieza por ultrasonido, filtros de FM, relojes de microprocesadores (resonadores en modo espesor, resonadores en modo radial), ensayo no destructivo de materiales, diagnóstico y terapia clínica, nebulizadores, estudio de atenuación, entre otros ^[6].

El tratamiento del acoplamiento piezoeléctrico entre una tensión mecánica y la carga eléctrica en régimen lineal ha sido explicado por Tiersten ^[7]. Teniendo en cuenta las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo y la ecuación elástica del movimiento, el acoplamiento de las mismas tiene lugar a través de las ecuaciones constitutivas de la piezoelectricidad.

Aunque varias de las relaciones entre la piezoelectricidad y la estructura de los cristales fueron establecidas por los Curie, fue Woldemar Voigt en 1894 el que estableció con mayor rigurosidad estas relaciones ^[2]. En la actualidad, la formulación utilizada en la física de los cristales aparece en su libro: "Lehrbuch der Kristallphysik", publicado en 1910^[9].

Textos y artículos fundamentales, dedicados al tratamiento detallado de la operación de transducción y sus aplicaciones en diseños tecnológicos:

Dieulesaint, E. and Royer, D. "Elastic Waves in Solids", Ed. John Wiley and Sons. Chichester- New York- Brisbane-Toronto.

Bernard Jaffe, William R.Cook and Hans Jaffe "Piezoelectric Ceramics" Academic Press- London and New York (1971)

Kino, Gordon S. "Acoustic Waves: Devices, Imaging and Analog Signal Processing", Prentice-Hall, Inc. New Jersey. 1987

V.M.Ristic "Principles of Acoustic Devices" Wiley, New York, 1983.

Silk, M. G. "Ultrasonic Transducers for Nondestructive Testing" Adam Hilger Ltd, Techno House, Redliffe Way, Bristol (1984)

Auld, B. A. - "Wave propagation and resonance in piezoelectric materials" JASA, Vol.70 No. 6 (Dec. 1981) pp 1577-1585.

Auld, B. A. – "Acoustic Fields and Waves in Solids" Krieger Publishing Company, Florida. Second Edition 1990.

Berlincourt, D. A., Curran D. R. and Jaffe, H: "Piezoelectric and Piezomagnetic Materials and their Function in Transducers" Electronic Research Division.

Berlincourt D. - "Piezoelectric ceramics: characteristics and applications" JASA, Vol.70 No. 6 (Dec. 1981) pp 1586-1595.

Ikeda, Takuro "Fundamentals of Piezoelectricity", Oxford University Press, 1990.

^{1.4-} Análisis histórico. Revisión bibliográfica.

Smith, W.A. "The role of piezocomposites in ultrasonic transducers" Ultrasonic Symposium IEEE 1989, pp 755-766.

Gururaja, T.R.; Schulze,W.A.; Shrout,T.R.; Safari,A.; Webster,L. And Cross, L.E. "High Frequency Applications of PZT/Polymer Composite Material". Ferroelectrics, 1988, Vol.87.

Smith, W.A. and Shaulov, A.A.; "Composite Piezoelectrics: Basic Research to a Practical Device", Ferroelectrics, vol. 87, pp. 309-320 (1988).

Auld, B.A. et al, "Dynamic behavior of periodic piezoelectric composites." IEEE Ultrasound Symp., pp. 554-558, (1984).

San Emeterio, J.L.; Ramos, A.; Sanz, P.T. y Riera, E. "Modelo de transductores piezoeléctricos multicapa para ecografía". Mundo Electrónico, Julio 1988, pp 85-90.

Desilets, C.S.; Fraser, J.D. and Kino, G.S. "The design of efficient broad-band piezoelectric transducers". IEEE Trans. on Sonic and Ultrason. Vol. SU-25, No. 3, pp 115-125 May 1978.Freq. Controls Vol. 37 No. 6 Nov. 1990.

Gururaja,T.R.et al, "Piezoelectric composite materials for ultrasonic transducer applications." IEEE Trans. Sonics Ultras. SU-32, (1985).

Gordon Hayward and John A. Hossack, "Unidimensional modeling of 1-3 composite transducer" JASA, Vol.88 No. 2 (Aug. 1990) pp 599-608.

John A. Hossack and Gordon Hayward, "Assessment of different pillar geometries for 1-3 composite transducer using finite element analysis" Ultrasonics Symposium 1990 pp 389 – 392.

R.G.Kepler and R.A. Anderson "Theory of piezoelctricity in polymers." Ferroelectric Polymers in Physics Vol. 41. pp 1-57.

^{1.4-} Análisis histórico. Revisión bibliográfica.

T.T.Wang; J.M.Herbert and A.M.Glass (Editors) "Applications of piezoelecric polymers." 1988.

Fukada, E. And Furukawa, T. "Piezoelectricity and ferroelectricity in polyvinylidene fluoride" Ultrasonics 20 - 1981 (1) pp 31-39.

Galantree, H.R. "Review of transducer applications of polyvinylidene fluoride", IEE Proceedings 130 Part 5, 1983 pp 219-224.

Furukawa, T. "Recent advances in ferroelectric polymers", Ferroelectrics 104 (1990) pp 229-240.

Plate, M. "PVDF Ultrasonic Transducers" Ferreoelectrics 75, 1987 pp 327-337.

En las siguientes revistas:

IEEE Transation, Sonics and Ultrasonics. Ultrasonics. Ferroelectrics. Journal Acostical Society of American.

Capítulo 2.- Materiales piezoeléctricos para transductores electromecánicos.

Introducción al capítulo.

Este capítulo trata el fenómeno de la piezoelectricidad en materiales tales como las cerámicas ferroeléctricas PZT (Zirconato- Titanato de Plomo) y los piezocomposites, mencionándose otros tipos de materiales que también se utilizan como transductores ultrasonoros.

Se desarrollan las ecuaciones constitutivas de esos materiales piezoeléctricos para el modo de vibración fundamental: modo espesor.

Se obtienen las magnitudes que caracterizan las propiedades dieléctricas, electromecánicas, piezoeléctricas y acústicas.

Se estudia el modo espesor de vibración, a través de muestras con geometría en forma de disco, mediante las ecuaciones de movimiento y a través del análisis de circuitos equivalentes. El estudio de los modos de vibración en materiales piezoeléctricos con otro tipo de geometría se muestra en el Anexo A. Para el caso de materiales piezocomposites 1-3, se estudian los modos laterales de vibración, debidos al acoplamiento entre los materiales constituyentes, esto es: material cerámico piezoeléctrico y polímero.

2.1.- Materiales piezoeléctricos.

Nuestro estudio se realiza con muestras de geometría en forma de disco. Debido a esta geometría, estarán presentes los modos de vibración radial y espesor^[37]. Se adicionan los modos laterales, para el caso de los materiales piezocomposites, como se detalla en la Figura 2.1:



Figura 2. 1.- Modos de vibración en discos piezoeléctricos y piezocomposites 1-3.

2.1.1.- PZT(sistema con simetría polar cilíndrica).

Las cerámicas piezoeléctricas son dieléctricos cristalinos^[10] que pertenecen al grupo de los ferroeléctricos. La mayoría de las composiciones de las cerámicas piezoeléctricas se basa en los compuestos químicos que se expresan a través de la fórmula ABO₃ (estructura cristalina del tipo perovskita) ejemplo del cual se tiene el titanato de bario (BaTiO₃); aunque también presentan interés práctico los compuestos del tipo AB₂O₆ como el PbNb₂O₆ que poseen alto punto de Curie ($\equiv 570 \ ^{\circ}C$)^[11]. La temperatura de Curie nos proporciona el límite de utilización de la cerámica como un dispositivo ferroeléctrico, ya que a esta temperatura el movimiento térmico destruye los dominios desapareciendo así las propiedades ferroeléctricas de la muestra.

La estructura perovskita puede ser descrita como una simple celda unitaria cúbica con un grande ión positivo A en los vértices del cubo, un pequeño ión positivo B en el centro del cubo e iones de oxígeno en el centro de las caras del cubo (como se muestra en la Figura 2.2).



Figura 2.2 - Estructura perovskita. (Por debajo de la temperatura de Curie la estructura está ligeramente deformada con respecto a esta)^[12].

Propiedades dieléctricas

Para caracterizar a las cerámicas piezoeléctricas como dieléctricos, nos referiremos a la permitividad dieléctrica y a las pérdidas dieléctricas de las mismas ^[12].

Los dieléctricos pertenecen a los sólidos en los cuales el ancho de la banda prohibida es mayor que 2 ó 3 eV, por lo que a temperatura ambiente, el salto de electrones de la banda de valencia a la de conducción es prácticamente improbable, o sea, la concentración de portadores libres es muy pequeña. Puede decirse entonces que, en un dieléctrico ideal no hay manifestación de corriente de conducción. No obstante, en un dieléctrico pueden presentarse varios tipos de conductividad, entre otros:

- Conductividad por impurezas: Si en el dieléctrico hay presencia de átomos de impureza, pueden surgir portadores de carga libres debido a la activación térmica de los niveles de impureza. Los portadores pueden ser tanto electrones como huecos; si la impureza tiene carácter donador, exceso de electrones, entonces los portadores mayoritarios serán los electrones; si la impureza es aceptora, deficiencia de electrones, los portadores mayoritarios serán los huecos.
- Conductividad electrónica: Surge cuando se aplica un campo eléctrico al dieléctrico, de forma tal que los portadores libres comienzan a acelerarse. Como la concentración de portadores es muy pequeña, la conductividad sigue siendo insignificante (oscila entre 10⁻¹⁰ y 10⁻²² ohm⁻¹cm⁻¹).
- Conductividad iónica: Los cristales ferroeléctricos exhiben principalmente este tipo de conducción; cuando se aplica un campo eléctrico surge cierta cantidad de iones que en su mayoría, saltan la barrera en la dirección del campo. Así la corriente es transportada por los iones positivos ó negativos.

La dependencia de la conductividad iónica con la temperatura es ^[12]:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}_{0} \exp\left(\frac{E_{A}}{k_{B}T}\right)$$

k_B : cte. Boltzmann

E_A: energía de activación asociada al proceso de ionización.

T: temperatura

 σ_0 : cte. que depende de la movilidad de los portadores y de la temperatura.

La parte de la energía eléctrica que se transforma en calor en un dieléctrico, se conoce como pérdidas. Aunque la conductividad eléctrica sea muy insignificante, en los dieléctricos se desprende calor de Joule en un campo eléctrico constante. Bajo la acción de un campo eléctrico alterno, se calientan también con mayor intensidad.

El monocristal del dieléctrico está dividido en regiones espontáneamente polarizadas llamadas dominios. La polarización espontánea de los dominios es el resultado de la orientación de los momentos dipolares de las moléculas que hay dentro del dominio, en una dirección determinada. En ausencia de un campo eléctrico externo, los vectores de polarización de los diversos dominios están orientados caóticamente y para un cristal grande o policristal, el promedio de la polarización total es nulo. Bajo la aplicación de los momentos eléctrico alterno, en el ferroeléctrico se produce la reorientación de los momentos eléctricos de los dominios y aparece una polarización total distinta de cero.

Por tanto, el desprendimiento de calor en un dieléctrico se debe, no solamente a la acción de la corriente que pasa por él sino también a los procesos de establecimiento de la polarización dentro de un campo eléctrico alterno.

En un campo eléctrico alterno de la forma:

 $E = E_0 \exp(i\mathbf{w}t)$

a través del dieléctrico pasa una corriente:

$$j = j_1 + j_2$$
 (2.1)

siendo

2.1.1.- PZT- Propiedades dieléctricas.

$$j_1 = \mathbf{s}E$$

la densidad de corriente que pasa por el dieléctrico (s: conductividad eléctrica) y

$$j_2 = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial (\mathbf{e}E)}{\partial t}$$

la densidad de corriente de desplazamiento (e: permitividad dieléctrica).

En los campos eléctricos alternos, la permitividad es función compleja de la frecuencia:

$$e^{*}(w) = e'(w) - ie''(w)$$
 (2.2)

Su sentido físico está relacionado con las dos componentes que presenta el vector desplazamiento D: una componente igual a e'E (en fase con el campo eléctrico) y otra componente igual a e''E (fuera de fase p/2 con el campo eléctrico).

La densidad de corriente de desplazamiento, en función de la permitividad compleja, es:

$$j_2 = \boldsymbol{e}^* \frac{\partial E}{\partial t} = i \boldsymbol{w} \boldsymbol{e}^* E$$

Y la corriente total que pasa por el dieléctrico es:

$$j = (\mathbf{s} + \mathbf{w}\mathbf{e}'')E + i\mathbf{w}\mathbf{e}'E$$
(2.3)

Es decir, la densidad total de corriente presenta una componente activa y una componente reactiva dadas por:

$$j_a = \mathbf{s}E + \mathbf{w}\mathbf{e}''E$$
 y $j_r = \mathbf{w}\mathbf{e}'E$.

2.1.1.- PZT- Propiedades dieléctricas.

En la práctica, se determina la tangente del ángulo de pérdidas dieléctricas. Del diagrama vectorial de las corrientes para un condensador relleno con un dieléctrico, se caracterizan las pérdidas con el ángulo d. Se define la tangente de ese ángulo como la razón de la corriente activa a la reactiva:

$$\tan(\boldsymbol{d}) = \frac{j_a}{j_r}$$

Al igual que la permitividad, la magnitud tan(d) es una característica macroscópica del dieléctrico. Asumiendo que la corriente j_1 es relativamente pequeña, entonces:

$$\tan(\boldsymbol{d}) = \frac{j_a}{j_r} = \frac{\boldsymbol{e}''}{\boldsymbol{e}'} = F.D.$$
 F.D.: factor de disipación. (2.4)



Figura 2. 3.- Gráfico de las densidades de corriente y la intensidad del campo en un dieléctrico.

Los métodos usuales de medidas de constantes dieléctricas están basados en la medida de la capacidad *C* de un condensador entre cuyas armaduras se sitúa la sustancia a medir. De esta forma, el cálculo de la permitividad dieléctrica se realiza considerando a las muestras con electrodos, como capacitores de placas paralelas de área circular *A*, distanciadas por el espesor *t* de la muestra ^{[13],[14]}.

$$C = \mathbf{e} \frac{A}{t} \tag{2.5}$$

2.1.1.- PZT- Propiedades dieléctricas.

Una vez calculada la permitividad eléctrica se puede obtener la constante dieléctrica *K* relativa, definida como:

$$K = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{e}_0} \tag{2.6}$$

e : permitividad eléctrica del medio,

 e_0 : permitividad eléctrica del vacío (8.854 x 10⁻¹² F m⁻¹).

Para medir o determinar esta magnitud, hay que tener en cuenta ciertas condiciones. Cuando las medidas se realizan a baja frecuencia (1 kHz) en condiciones de tensión mecánica constante (deformación libre) se obtienen^{[11], [46], [47]} los valores de la constante dieléctrica: K_{33}^T . También puede medirse la constante dieléctrica a deformación cero, o sea K_{33}^S a altas frecuencias. Los dos valores pueden diferir grandemente en materiales que presentan una gran piezoelectricidad.

Debido a las dificultades para las medidas de la permitividad dieléctrica a deformación constante, o "clamped", a altas frecuencias, esto es: K_{33}^{S} , los valores para esta constante dieléctrica se obtienen ^{[15], [16]} de la relación con el factor de acoplamiento electromecánico (del que se hablará más adelante):

$$K_{33}^S = K_{33}^T (1 - k_t^2)$$
(2.7)

Resumiendo:



2.1.1.- PZT- Propiedades dieléctricas.

Propiedades electromecánicas.

Para caracterizar a las cerámicas piezoeléctricas en cuanto a sus propiedades electromecánicas, se determinan las frecuencias de resonancia y antiresonancia del modo de vibración. Las mismas son usadas para evaluar los efectos piezoeléctricos en muestras polarizadas, y para obtener el factor de acoplamiento electromecánico, que mide la raíz cuadrada de la fracción de energía mecánica convertida en energía eléctrica o viceversa.

El circuito equivalente de la cerámica piezoeléctrica vibrando, en el modo espesor, (próximo a su frecuencia de resonancia), se muestra a continuación:



Figura 2. 4.- Circuito equivalente de una cerámica piezoeléctrica cerca de la resonancia fundamental ^[11].

Aquí *L*, *R* y *C* representan la masa, el amortiguamiento mecánico y la constante elástica respectivamente, transformadas en magnitudes eléctricas mediante el efecto piezoeléctrico. A través de este efecto, al producirse ondas elásticas, se puede observar la interacción de la resonancia mecánica con el comportamiento eléctrico (esto es: el efecto piezoeléctrico es una forma de excitar ondas elásticas para permitir observar el comportamiento eléctrico)^[11]. Esto se puede ver en el circuito eléctrico representado anteriormente. Los valores de *L* y *C* son tales que, a la frecuencia de resonancia *f_r*, las reactancias (parte compleja de la impedancia):

$$X_L = 2\mathbf{p}f_r L \qquad \qquad X_C = \frac{1}{2\mathbf{p}f_r C}$$

2.1.1.- PZT- Propiedades electromecánicas.

son opuestas en signo e iguales en magnitud; siendo la impedancia total de esta rama mecánica, en estas condiciones, igual a la resistencia mecánica R, la cual es muy pequeña. (por eso a la f_r también se le denomina frecuencia de mínima impedancia o de máxima admitancia). La frecuencia resultante se le denomina frecuencia de resonancia en serie. [Así la frecuencia de resonancia es aquella de la onda estacionaria bajo condiciones de cortocircuito (cero campo ó E=cte.)]

Para frecuencias mayores que la frecuencia de resonancia, la rama mecánica se convierte en inductiva ($X_c \otimes 0$), la impedancia de esta rama en serie es igual y opuesta a la impedancia de G_0 , alcanzando un valor máximo la impedancia del cristal ya que la corriente opuesta fluye por las dos ramas, corresponde a la frecuencia de antiresonancia f_a (denominada frecuencia de máxima impedancia ó de mínima admitancia). Esta condición de resonancia en paralelo, significa carga constante en el cristal (D=cte). Así, la frecuencia de antiresonancia es aquella de la onda estacionaria bajo condiciones de circuito abierto.

Utilizaremos^[15] entonces:

$$f_{resonancia} \approx f_{minima \ impedancia} \approx f_{serie}$$

 $f_{antiresonancia} \approx f_{maxima \ impedancia} \approx f_{paralelo}$

Resumiendo:

Propiedades electromecánicas a obtener:



2.1.1.- PZT- Propiedades electromecánicas.

Propiedades piezoeléctricas

Para la caracterización piezoeléctrica debemos tener en cuenta que, la claridad y precisión de las informaciones sobre el material que se desea estudiar, viene dada por la obtención de una amplitud máxima en la señal ecográfica, en respuesta a la excitación impulsional del transductor, y una adecuada duración temporal de la citada señal^[17]. Un buen transductor de ultrasonido para ecografía requiere que genere pulsos acústicos cortos y los reciba con alta sensibilidad y gran ancho de banda en frecuencia. Esto equivale a que el transductor posea un alto coeficiente de acoplamiento electromecánico (k_t), o sea, que exista una excelente conversión de energía eléctrica en mecánica y viceversa^[18].

El siguiente esquema muestra la relación de los diferentes factores de acoplamiento electromecánicos dependiendo del modo de vibración fundamental a considerar ^[36] y la geometría de la muestra.



2.1.1.- PZT- Propiedades piezoeléctricas.

El factor de acoplamiento electromecánico del modo espesor (k_t) , de las muestras piezoeléctricas, con geometría en forma de disco, se obtiene a partir de las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas medidas en el Analizador de Impedancia HP 4194 A a través de:

$$k_t^2 = \frac{\mathbf{p}}{2} \frac{f_r}{f_a} \cot\left(\frac{\mathbf{p}}{2} \frac{f_r}{f_a}\right)$$
(2.8)

expresión que se obtendrá mediante el estudio de las ecuaciones de movimiento. Resumiendo:

Propiedades piezoeléctricas a obtener:

Coeficiente de acoplamiento electromecánico k_t

^{2.1.1.-} PZT- Propiedades piezoeléctricas.

Propiedades acustoeléctricas

En las propiedades acústicas de las muestras piezoeléctricas, es importante conocer el valor de la impedancia acústica del material piezoeléctrico que constituirá el elemento clave en un transductor, a los efectos de verificar un óptimo acoplamiento entre el mismo y el material bajo investigación, para lograr trabajar dentro de un ancho de banda en frecuencia adecuado y una buena respuesta impulsional (sin reflexiones múltiples).

El valor de la misma se puede determinar a partir de la densidad y la velocidad de propagación del ultrasonido a través de las muestras.

$$Z_a = \mathbf{r} V_l \tag{2.9}$$

La densidad se calcula a partir del volumen y peso de la muestra^{[20], [21]}.

La velocidad longitudinal se obtiene a partir de la medida de la frecuencia de antiresonancia eléctrica ^[21], correspondiente a la frecuencia de mínima admitancia en condición de circuito abierto (D: cte).

$$V_l = 2f_a t \tag{2.10}$$

La impedancia acústica de un transductor *PZT* típico, es del orden de 30 Mrayl y la de un piezocomposite es mucho más baja, cercana a la del agua (1.5 Mrayl).

Por otro lado la respuesta acusto-eléctrica (*RAE*) ó función de transferencia de las cerámicas piezoeléctricas, es la propiedad que caracteriza al transductor como elemento emisor, ó receptor, ó emisor-receptor de ultrasonido. Entender el comportamiento de la cerámica, operando en el modo pulso-eco, implica combinar las características de emisión y recepción. En diagnóstico médico, por ejemplo: se aplica al cuerpo humano una limitada energía acústica^[19]. La importancia de estudiar estas funciones de transferencia, radica en verificar si se puede obtener un aumento en la sensibilidad de recepción, cuando el órgano humano bajo estudio, es "interrogado" con niveles bajos de energía.

El factor de calidad acústico: *Qa* define la banda de frecuencia característica del transductor y viene dado por:

$$Q_a = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}$$
(2.11)

donde f₀ corresponde a la frecuencia central del transductor (la máxima amplitud en el espectro de frecuencia) y Δf_{3dB} corresponde al ancho de banda en frecuencia a 3 dB. Esa información nos la brinda el eco de la muestra que se obtiene cuando se

Refiriéndonos al ancho de banda en frecuencia, cabe mencionar que, en todas las aplicaciones que requieran gran ancho de banda, se necesita buena resolución y gran penetración del pulso acústico en el material bajo estudio. Esto condiciona en qué rangos de frecuencias trabajar. Por ejemplo, para aplicaciones médicas, la longitud de onda con que se irradia al material obedece la relación: $I f = V_l$. Utilizando la velocidad del sonido en el cuerpo humano del orden de 1500 *m/s*, para un rango de frecuencias, mayores resoluciones, pero las altas frecuencias están limitadas por la atenuación que sufre el pulso dentro del órgano a investigar, estableciéndose por tanto un compromiso entre el rango de frecuencias y la resolución que se desea obtener, así como la gran penetración del pulso en el material que se estudia.

Resumiendo:

caracteriza su respuesta acusto-eléctrica.



2.1.1.- PZT- Propiedades acusto-eléctricas.

2.1.2.- Piezocomposites. (sistema de dos fases)

Para aplicaciones médicas, algunas de las características más importantes para el desempeño de un buen transductor, no se satisfacen simultáneamente en un mismo material. Entre ellas: poseer un alto coeficiente de acoplamiento electromecánico, lo que significa una óptima conversión de energía eléctrica en mecánica y viceversa, así como una impedancia acústica cercana a la del cuerpo ó tejido a ser estudiado.

Para realizar ensayo no destructivo de materiales, la pieza a estudiar se sumerge en una cuba con agua, el cual sirve como medio transmisor entre el transductor y la pieza. La impedancia acústica del agua es de 1.5 Mrayl mientras que la de un transductor típico es del orden de 30 Mrayl. Este problema de acoplamiento entre impedancias también ocurre en aplicaciones de medicina por ultrasonido^[41], donde la impedancia del tejido biológico es baja (cercana a la del agua).

Es decir, las cerámicas piezoeléctricas convencionales poseen un alto factor de acoplamiento electromecánico pero una impedancia acústica muy alta en comparación con la del tejido biológico. Esta limitación física, natural de estos materiales con los cuales se fabrican los transductores, puede ser reducida utilizando composites piezoeléctricos.

Un composite piezoeléctrico surge de la combinación de una cerámica piezoeléctrica y un polímero no piezoeléctrico, conectados entre sí de diferentes maneras, para formar un nuevo material piezoeléctrico ^[22].

La ventaja que proporcionan sobre los primeros es que, las propiedades que resultan de la conexión entre las dos fases pueden ser ajustadas para que sean superiores a aquellas que exhiben por separado cada fase individual. Esto se logra realizando una adecuada elección de las fases individuales y variando la fracción de volumen de cada una en la mezcla. En resumen, los piezocomposites constituyen una mezcla de cerámicas piezoeléctricas de gran coeficiente de acoplamiento electromecánico y polímeros no piezoeléctricos de baja impedancia acústica ^[23].

Cuando hablamos de un piezocompuesto de, por ejemplo: 34 % de *PZT*, nos referimos a la cantidad de material cerámico piezoeléctrico que presenta esa muestra en relación con el polímero donde está inmerso el material. En el siguiente esquema, se muestran las propiedades físicas que pueden ser controladas por la manera en que se encuentren vinculadas las dos fases: la piezoeléctrica y la no piezoeléctrica.

Propiedades físicas que pueden ser controladas por la CONECTIVIDAD en COMPOSITES PIEZOELÉCTRICAS



La conectividad se refiere a de qué manera se encuentran interrelacionadas la fase piezoeléctrica y la no piezoeléctrica entre sí ^[24]. La convención introducida por Newnham (ver Figura 2.5), referidas a dos números, indica la dimensión en la cual cada componente ó fase es continua, es decir, cada fase puede estar conectada en una, dos, tres direcciones ó en ninguna de estas direcciones. En nuestro caso, que trabajamos con conectividad del tipo 1-3, indica la dimensión en que es continua la cerámica piezoeléctrica (fase 1) en forma de barras de base cuadrada ("palitos"), embebidas en una matriz de polímero (fase 2) continua en las tres direcciones.

Diferentes estudios en esta década ^[25] identificaron a la conectividad del tipo 1-3 como la más promisoria para aplicaciones médicas y ensayos no destructivo de materiales por ultrasonido^[42].



CONECTIVIDADES

Figura 2. 5 Conectividad usada para describir composites de dos fases^[48].

Se aprovechan las ventajas de las *PZT* con alto coeficiente de acoplamiento electromecánico del modo espesor (0.4 - 0.5) y las ventajas de los polímeros con baja impedancia acústica (~ 4 Mrayls) obteniéndose un composite piezoeléctrico con alto

 k_t (0.6 - 0.75) y baja Z_a (< 10 Mrayls) además de gran flexibilidad mecánica para un buen acoplamiento.

Otra de las ventajas fundamentales para la utilización de los piezocomposites 1-3, frente a las convencionales *PZT*, está relacionada con el desacoplamiento que se obtiene, entre los modos fundamentales de vibración: radial y espesor. De esta manera, son aprovechados para ser utilizados como arreglos ("arrays"), en aplicaciones donde se requiere bajo o nulo "cross-coupling", esto es: nula comunicación entre los elementos adyacentes.

Por lo tanto, también se caracterizan a los piezocomposites, a través de sus propiedades dieléctricas, eléctricas, acústicas y piezoeléctricas teniendo en cuenta las dos fases constituyentes.

2.1.3.- Otros materiales (PVDF)

El Polyvinylidene Fluoride ó PVDF es un tipo de polímero piezoeléctrico. Kawai^[26] descubrió que la piezoelectricidad en este material es mucho mayor que la del cuarzo. Este descubrimiento abrió las puertas a una creciente investigación para entender el origen de este fenómeno y aprovechar su utilidad en aplicaciones prácticas ^[27].

El PVDF es un polímero (-CH₂ -CF₂) que tiene una cristalinidad de 40 - 50 %.

El cristal PVDF es bimorfo (los dos tipos son designados por I ($\delta \beta$) y II ($\delta \alpha$).

El tipo I es polar y piezoeléctrico. Sin entrar en los detalles de su estructura cristalina, que aparecen en las Referencias [28] y [29], podemos decir que su uso en aplicaciones de ultrasonido viene dado por su valor de impedancia acústica, cercano al valor de la impedancia acústica del agua ó del tejido humano, de forma tal que se puede obtener un óptimo acople acústico entre el medio y el polímero. Su limitación consiste en su baja constante dieléctrica a los efectos de lograr un buen acoplamiento eléctrico con la electrónica del sistema trasmisor/receptor (que excita a la muestra) y en el pobre valor del coeficiente de acoplamiento electromecánico, así como en las altas pérdidas dieléctricas (tan $\delta \sim 0.15$).

A la vez, estos polímeros piezoeléctricos son flexibles y presentan una gran "compliance" (inverso de la constante elástica de rigidez), características estas que los hacen inmejorables para aplicaciones en audífonos y micrófonos.

Un transductor de film delgado de este polímero también los hace aplicables a generadores de ultrasonido de alta frecuencia.

Gran progreso se ha realizado recientemente en el desarrollo de los materiales polímeros piezoeléctricos utilizando copolímeros, estos son: VDF-TrFE (vinylidene fluoride – trifluoride ethylene) y el VDF-TeFE (vinylidene fluoride – tetrafluoride ethylene)^[30].

Con el VDF-TrFE se ha reportado un 30 % en el coeficiente de acoplamiento electromecánico del modo espesor, así como el mantenimiento de este característica a bajas temperaturas. (~ 10 K)^[31].

Otro material reportado, con alto coeficiente de acoplamiento electromecánico del modo espesor (38 %) ha sido el copolímero de Vinilidene cianido y vinili acetato, utilizado para transductor de ultrasonido de pulso-eco.

2.2.- Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas.

2.2.1.- PZT.

Mencionamos anteriormente que las propiedades piezoeléctricas son inherentes en cristales cuyas estructuras presentan cierto tipo de asimetría. Cualquier presión que distorsiona al cristal resulta en una distribución de los elementos cargados que forman la red. El resultado neto de esta presión es la aparición de cargas en la superficie del cristal, y con el efecto inverso: si el material es colocado en un campo eléctrico resultará una deformación neta del cristal. Esta deformación depende del alineamiento de los ejes cristalográficos con respecto al campo aplicado. De esta forma es posible "cortar" el cristal buscando la deformación máxima del tipo espesor o transversal.

Un rasgo distintivo esencial de la piezoelectricidad es la validez de la interrelación lineal entre el campo aplicado y la tensión mecánica o el desplazamiento que ocurre solamente en materiales con ausencia de centro de simetría. A pesar que un gran número de sólidos satisfacen estos criterios, los transductores piezoeléctricos son fabricados a partir de un número reducido de materiales que exhiben una óptima o favorable combinación de propiedades eléctricas, mecánicas y piezoeléctricas. Como ejemplo, están cristales como el cuarzo y ciertos materiales cerámicos como el titanato de bario, titanato-zirconato de plomo, metaniobato de plomo. Cristales como el cuarzo son inherentemente piezoeléctricos, con propiedades determinadas por sus características cristalográficas. Por el contrario, cerámicas ferroeléctricas son inicialmente isotrópicas y subsecuentemente polarizadas por encima de la temperatura de Curie mediante la aplicación de un fuerte campo eléctrico para inducir la anisotropía del material, responsable de sus propiedades fuertemente piezoeléctricas. Aunque la piezoelectricidad es una propiedad volumétrica, la conversión de energía eléctrica en mecánica ocurre principalmente en las superficies del dispositivo piezoeléctrico. La base física de esto está relacionada con el término que gobierna la conversión eléctrica a mecánica, el cual "involucra" el gradiente espacial de ciertos parámetros eléctricos y piezoeléctricos. Por tanto, una contribución a este término ocurre solamente en las discontinuidades de las propiedades del material representadas por sus superficies [32].
Las relaciones constitutivas mecánicas para sólidos elásticos y que no presentan piezoelectricidad, expresan la proporcionalidad entre la tensión mecánica T y la deformación *S*. La generalización de la Ley de Hooke toma la forma ^[1]:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl}$$
(2.12)

donde *ijkl* pueden tomar valores de 1 a 3. (se tiene en cuenta la convención de la suma de Einstein para índices repetidos). La tensión *T* (stress) y la deformación *S* ("strain") se representan por tensores de segundo rango mientras que las constantes elásticas de rigidez son representadas por tensores de cuarto rango. Como los subíndices pueden tomar valores de 1 a 3, representando las dimensiones mutuamente ortogonales del espacio, el tensor c_{ijkl} tiene 3⁴ o 81 componentes. De hecho, por la definición, los tensores de tensión y desplazamiento son simétricos, esto es:

$$T_{ij} = T_{ji} \qquad S_{kl} = S_{lk}$$

lo que significa que no más de 36 componentes son independientes.

Este mismo material puede exhibir propiedades eléctricas, estableciéndose relación entre el campo eléctrico aplicado E y el desplazamiento D:

$$D_n = \boldsymbol{e}_{nm} \boldsymbol{E}_m \tag{2.13}$$

donde *D* y *E* están representados por tensores de primer rango (vectores). La matriz ε_{ij} es la permitividad del material y al relacionar a *D* y *E* viene representada por un tensor de segundo orden. Las ecuaciones (2.12) y (2.13) son usualmente llamadas relaciones constitutivas del material.

En un sólido piezoeléctrico, un cambio en la tensión mecánica o en la deformación implica un cambio correspondiente en la distribución de carga del material. Esto da lugar a un acoplamiento entre las propiedades eléctricas y mecánicas del material y los parámetros *T*, *S*, *D* y *E* se interrelacionan. Por analogía con (2.12) y (2.13), *E* y *S* pueden ser tratadas como variables independientes, en cuyo caso, despreciando los subíndices por simplicidad, tenemos ^[1]:

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas 2.2.1.- PZT.

$$T = c^{E}S - eE$$

$$D = eS + e^{S}E$$
(2.14)

En estas ecuaciones los supraíndices E y S indican que las medidas de la constante elástica y de la permitividad dieléctrica se realizan bajo condiciones de campo eléctrico constante y deformación constante respectivamente. La nueva variable e es la constante de acoplamiento piezoeléctrico representada en estas ecuaciones como un tensor de rango tres. Si el valor de e fuera cero, se ve de las ecuaciones (2.14) que se obtienen nuevamente las ecuaciones de los sólidos no piezoeléctricos.

Es posible elegir cualesquiera dos cantidades T, S, D y E como variables independientes y rescribir las ecuaciones (2.14) cada una con diferentes condiciones de acoplamiento piezoeléctrico. Así pueden ser obtenidas las siguientes ecuaciones tensoriales (omitimos los índices por conveniencia):

Sistema de ecuaciones:	Variables independientes:	(2.15)	
$T = c^{E}S - eE$ $D = eS + e^{S}E$	E, S	(2.15 a)	
$T = c^{E}S - dE$ $D = dS + e^{T}E$	E, T	(2.15 b)	
$T = c^{D}S - hE$ $D = hS + \mathbf{e}^{S}E$	D, S	(2.15 c)	

$T = c^{D} S - gE$	РΤ	(2 15 d)
$D = gS + \boldsymbol{e}^{T}E$	<i>D</i> , 1	(2.13 u)

con e, g, dy h constantes piezoeléctricas, representadas por tensores de tercer orden (pues relacionan tensores simétricos de segundo orden con vectores).

Las ecuaciones (2.15) se pueden re-escribir a efectos de visualizar mejor las variables independientes^[9]:

2.2..- Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas 2.2.1. - PZT.

Sistema de ecuaciones:

Variables independientes:

$T = c^{E}S - eE$ $D = eS + e^{S}E$	E, S	Forma e
$S = s^{E}T + dE$ $D = dT + \mathbf{e}^{T}E$	E, T	Forma d
$T = c^{D} S - hD$ $E = -hS + \mathbf{b}^{S} D$	D, S	Forma h
$S = s^{D}T + gD$ $E = -gT + \mathbf{b}^{T}D$	D, T	Forma g

Las constantes piezoeléctricas están relacionadas^[4] entre sí a través de las constantes elásticas y dieléctricas:

$$d_{ma} = \mathbf{e}_{nm}^{T} g_{na} = e_{mb} s_{ba}^{E}$$

$$g_{ma} = \mathbf{b}_{nm}^{T} d_{na} = h_{mb} s_{ba}^{D}$$

$$e_{ma} = \mathbf{e}_{nm}^{S} h_{na} = d_{mb} c_{ba}^{E}$$

$$m, n = 1..3$$
con
$$\mathbf{a}, \mathbf{b} = 1...6$$

$$h_{ma} = \mathbf{b}_{nm}^{S} e_{na} = g_{mb} c_{ba}^{D}$$

Las matrices de las constantes elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas para cristales con simetría polar cilíndrica (como la que posee la cerámica polarizada a lo largo de la barra, en la dirección 3), (los ejes 1 y 2 se refieren a los ejes ortogonales, formando un plano normal a la dirección 3) son^[33]:

(c_{11})	c_{12}	<i>c</i> ₁₃	0	0	0)
<i>c</i> ₁₂	<i>C</i> ₁₁	<i>c</i> ₁₃	0	0	0
<i>c</i> ₁₃	<i>c</i> ₁₃	<i>c</i> ₃₃	0	0	0
0	0	0	C_{44}	0	0
0	0	0	0	C_{44}	0
0	0	0	0	0	c_{44}
					-

con: $c_{44} = 2(c_{11} - c_{12})$

2.2..- Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas 2.2.1.- PZT.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{e}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{e}_{33} \end{pmatrix}$$

Las ecuaciones constitutivas de la cerámica quedan^[33]:

$$T_{1}^{C} = (c_{11}^{E} + c_{12}^{E})S_{1}^{C} + c_{13}^{E}S_{3}^{C} - e_{31}E_{3}^{C}$$

$$T_{3}^{C} = 2c_{13}^{E}S_{1}^{C} + c_{33}^{E}S_{3}^{C} - e_{33}E_{3}^{C}$$

$$con: \qquad S_{1}^{C} = S_{2}^{C}$$

$$T_{1}^{C} = T_{2}^{C}$$

$$D_{3}^{C} = 2e_{31}S_{1}^{C} + e_{33}S_{3}^{C} + e_{33}^{S}E_{3}^{C}$$

$$(2.16)$$

(no hay presencia de ondas transversales o de cizalladura).El supraíndice *C* se refiere a las magnitudes asociadas a las cerámicas.Se ha utilizado la convención de subíndices que aparece en la Ref. [33]:Para las constantes elásticas:

 $c_{\mathbf{a}\mathbf{b}} = c_{ijkl}$ con $\mathbf{a} \leftrightarrow (ij); \mathbf{b} \leftrightarrow (kl)$ $\mathbf{a}, \mathbf{b} = 1, 2, ..., 6$

$$(11) \leftrightarrow 1 \qquad (22) \leftrightarrow 2 \qquad (33) \leftrightarrow 3$$
$$(23) = (32) \leftrightarrow 4 \qquad (13) = (31) \leftrightarrow 5 \qquad (12) = (21) \leftrightarrow 6$$

Lo mismo para las constantes piezoeléctricas e:

 $e_{na} = e_{njk}$ n, j, k = 1, 2, 3. a = 1, 2, ..., 6.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas 2.2.1.- PZT.

2.2.2.- Piezocomposites.

Cuando nos referimos a los materiales piezoeléctricos, vimos que, el propósito fundamental de utilizar piezocomposites para transductores piezoeléctricos es^{[43], [44]} reducir su impedancia acústica, mantener un alto coeficiente de acoplamiento electromecánico y reducir el acoplamiento entre modos de vibración: radial y espesor. A la vez, debe mantenerse un alto valor de la permitividad dieléctrica para un buen acople eléctrico entre el transductor y el equipo que excita al transductor ^[23].

Existe un modelo teórico para el modo de vibración de espesor, propuesto por: Smith et al ^[34], que se basa en considerar el composite en forma de disco delgado piezoeléctrico, como un medio homogéneo con nuevos parámetros efectivos. Pero la periodicidad lateral del piezocomposite 1-3, esto es: el espacio entre las barras ("palitos") de PZT, inmersos en el polímero, da lugar a fenómenos de reflexión internos (reflexiones de Bragg debido a la estructura periódica del composite), ocurriendo resonancias laterales cuando ondas transversales (resonancias de ondas de Lamb), excitadas por la vibración longitudinal de las barras, son reflejadas por el espaciado de los mismos.

En transductores para imágenes médicas, las longitudes de onda utilizadas, son aquellas asociadas a la banda de frecuencia, centrada en la frecuencia de resonancia del modo espesor.

Dependiendo de la escala lateral, las resonancias laterales ocurrirán a frecuencias más cercanas o más lejanas que la frecuencia del modo de vibración fundamental: espesor, ya que la frecuencia de esos modos depende inversamente del espacio entre las barras (y no del espesor de las muestras, como ocurre con las frecuencias del modo fundamental). Así, las frecuencias correspondientes a esas resonancias no deseadas, pueden "colocarse" por encima del rango de frecuencia de interés mediante una escala espacial lateral muy fina en comparación con el espesor del disco composite. Por todo lo anterior, centraremos la atención en el caso de un disco composite y el modo fundamental de resonancia: espesor; con un espaciado "fino" entre las barras ("palitos"). La idea es evaluar las propiedades mecánicas, eléctricas y piezoeléctricas promedio del composite a partir de la combinación de las dos fases individuales y para ello, el diámetro y el espaciado entre las barras, debe ser menor que la longitud de onda relacionada con la frecuencia de interés.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

La frecuencia lateral entre dos barras vecinas, viene dada por ^[19]:

$$f_{l_1} = \frac{V_s}{d}$$
 V_s : velocidad transversal en la muestra.

La frecuencia lateral entre dos barras diagonales vecinas, viene dada por:

$$f_{l_2} = \frac{\sqrt{2} V_s}{d}$$
 d: Periodicidad de los "palitos".

Estas expresiones, según Gururaja, consideran barras de base cuadradas, de gran altura, en comparación con la periodicidad de las mismas, e igual velocidad transversal. En nuestras muestras, la velocidad transversal depende de la frecuencia, y habría que hacer un análisis de ondas de Lamb propagándose en el polímero, que escapa a los objetivos de ese trabajo.

Las relaciones constitutivas del piezocomposite se obtendrán a partir de las ecuaciones individuales de las fases constituyentes. No obstante, un análisis de las mismas se torna muy complicado, por lo que se introducen determinadas aproximaciones a los efectos de extraer la esencia física de las mismas. En estas aproximaciones se calcularán parámetros como promedio serie y otros como promedio paralelo.

Elegimos como variables independientes la deformación y el campo eléctrico. Los "palitos" son polarizados según la dirección \mathbf{k} (ver Figura 2.6)



Figura 2.6 Diseño de un composite piezoeléctrico 1-3.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

Las matrices de las constantes elásticas y dieléctricas para un material homogéneo, isótropo y no piezoeléctrico, como el polímero son ^[23]:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{e}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{e}_{11} \end{pmatrix}$$

con:
$$c_{44} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12})$$

Las ecuaciones constitutivas del polímero quedan, realizando el mismo desarrollo que se hizo para las cerámicas, pero teniendo en cuenta las matrices de las constantes elásticas y dieléctricas para los polímeros:

$$T_{1}^{p} = (c_{11} + c_{12})S_{1}^{p} + c_{12}S_{3}^{p}$$

$$T_{3}^{p} = 2c_{12}S_{1}^{p} + c_{11}S_{3}^{p}$$
con:
$$S_{1}^{p} = S_{2}^{p}$$

$$T_{1}^{p} = T_{2}^{p}$$
(2.17)

 $D_3^{p} = e_{11}E_3^{p}$

El supraíndice p se refiere a los polímeros.

Como se consideran solamente fuerzas de tensión directas, por lo tanto:

$$T_4 = T_5 = T_6 = 0$$
 y $S_4 = S_5 = S_6 = 0$ (2.18)

La primera aproximación que se ha realizado en todo el análisis anterior es asumir que la deformación (*S*) y el campo eléctrico (*E*) son independientes de x e y para las fases individuales, en términos promedio del comportamiento físico. Esto a los efectos de poder asumir al composite prácticamente homogéneo en el plano x-y.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

La segunda aproximación coincide con las simplificaciones usuales en el análisis del modo de vibración de espesor de un disco delgado con electrodos en sus caras mayores (espesor \ll diámetro), existiendo simetría en el plano *x*-*y*:

$$E_1 = E_2 = 0; \qquad E_3 \neq 0$$
 (2.19)

$$D_1 = D_2 = 0$$
; $D_3 \neq 0$ (2.20)

$$S_1 = S_2$$
 y $T_1 = T_2$ (2.21)

Una tercera aproximación se hace al considerar que las dos fases se mueven juntas en la vibración uniforme del modo espesor (modelo de Voigt: deformación constante) ^[5], de forma tal que la deformación según la dirección 3 es la misma en ambas fases (ver Figura 2.7:



Figura 2. 7.- Escala espacial fina del piezocompuesto 1-3^[35].

Por lo que podemos considerar en esta aproximación que:

$$S_3^{\,p} = S_3^{\,C} = S_3 \tag{2.22}$$

Notación: supraíndice *p*: polímero

supraíndice C: cerámica piezoeléctrica sin supraíndice: piezocomposite

Esto es razonable dentro del marco de escala espacial fina entre las barras, de forma tal que las resonancias no deseadas ("espurias") se encuentren corridas hacia valores mayores de frecuencia que el valor de la frecuencia del modo espesor. A diferencia de lo que ocurriría si la escala espacial fuese grande, como se muestra en la Figura 2.8, donde la deformación del polímero y del "palito" de *PZT* sería diferente.



Figura 2. 8.- Escala espacial grande, del piezocompuesto 1-3^[35].

La cuarta aproximación considera al campo eléctrico igual en ambas fases, ya que las caras mayores forman superficies equipotenciales, por tanto:

$$E_3^{\,p} = E_3^{\,C} = E_3 \tag{2.23}$$

(la constante dieléctrica de la cerámica piezocomposite es del orden de 100 veces y más que la del polímero, por lo que se puede despreciar la fase polimérica para ciertas concentraciones de piezocerámicas).

La quinta aproximación se refiere a la interacción lateral entre las fases. En la Figura 2.9, se representa el detalle de una celda unitaria.

Debido a que los "palitos" de *PZT* se expanden y contraen en la dirección de espesor, ocurrirá lo mismo en la dirección lateral (debido al efecto del radio de Poisson). Cada sección del polímero está sujeto a tensiones laterales sobre cada parte, de forma tal que, las líneas de punto que aparecen en la Figura 2.10 no se mueven. Como estas tensiones "que se cancelan", se aplican a cada celda unitaria del composite, este, como un todo se considera lateralmente preso. Se puede asumir que las tensiones laterales en las dos fases son iguales y que la deformación lateral en la cerámica se compensa por una deformación complementaria en el polímero, de modo tal que la muestra, como un todo, está lateralmente fija, aunque no lo estén cada fase por sí misma. De esta manera, la

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

deformación lateral en el composite será la superposición de las contribuciones de cada fase.



Figura 2.9 (a) Disco cerámico con barras *PZT* / polímero. (b) Detalle de una celda.



Figura 2. 10.- Vista de las deformaciones según z y según la dirección lateral.

Esto se traduce en:

$$T_1^{\ p} = T_1^{\ C} = T_1$$
 (lo mismo para T₂) (2.24)

$$(1-\mathbf{n})S_1^p + \mathbf{n}S_1^c = S_1 = 0$$
 (lo mismo para S₂) (2.25)

Con v : fracción de volumen de material cerámico piezoeléctrico (PZT)

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

Así se puede obtener el comportamiento promedio del aprisionamiento lateral de las barras de *PZT* por el polímero.

Igualando en las ecuaciones constitutivas de ambas fases: T_1^P con T_1^C , se pueden escribir entonces las deformaciones laterales, en términos de la deformación y campo eléctrico verticales del composite (S_3 y E_3).

De las ecuaciones (2.16) y (2.17):

$$(c_{11} + c_{12})S_1^p + c_{12}S_3^p = (c_{11}^E + c_{12}^E)S_1^C + c_{13}^ES_3^C - e_{31}E_3^C$$
(2.26)

De la ecuación (2.25):

$$S_1^p = -\frac{\boldsymbol{n} S_1^C}{(1-\boldsymbol{n})}$$

Que sustituyendo en la ecuación (2.26) y teniendo en cuenta (2.22) y (2.23):

$$-\boldsymbol{n}\frac{(c_{11}+c_{12})}{1-\boldsymbol{n}}S_{1}^{C}+c_{12}S_{3}=(c_{11}^{E}+c_{12}^{E})S_{1}^{C}+c_{13}^{E}S_{3}-e_{31}E_{3}$$
(2.27)

Finalmente:

$$S_{1}^{C} = (1 - \mathbf{n}) \left[\frac{(c_{12} - c_{13}^{E})S_{3} + e_{31}E_{3}}{(1 - \mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \right]$$
(2.28)

Para la fase polimérica se procede igual, de la expresión (2.25) obtenemos:

$$S_1^C = -\frac{(1-\boldsymbol{n})S_1^p}{\boldsymbol{n}}$$

2.2..- Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

$$(c_{11} + c_{12})S_1^p - (c_{11}^E + c_{12}^E)\left(-\frac{(1-\boldsymbol{n})S_1^p}{\boldsymbol{n}}\right) = (c_{13} - c_{12})S_3 - e_{31}E_3$$

Arreglando:

$$S_{1}^{p} = \boldsymbol{n} \left[\frac{(c_{13}^{E} - c_{12})S_{3} - e_{31}E_{3}}{(1 - \boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right]$$
(2.29)

Con las expresiones (2.28) y (2.29) se pueden sustituir las deformaciones laterales en las ecuaciones constitutivas quedando las mismas en función de S_3 y E_3 . De (2.17) y teniendo en cuenta (2.22) y (2.24):

$$T_{1}^{C} = T_{1} = (c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) \left[(1 - \mathbf{n}) \left[\frac{(c_{12} - c_{13}^{E})S_{3} + e_{31}E_{3}}{(1 - \mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \right] \right] + c_{13}S_{3} - e_{31}E_{3}$$

$$T_{1} = \frac{(1-\boldsymbol{n})c_{12}(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}c_{13}^{E}(c_{11} + c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} S_{3} - \frac{\boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})e_{31}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} E_{3}$$

que equivale a:

$$T_1 = \bar{c}_{13}^E S_3 - \bar{e}_{31} E_3 \tag{2.30}$$

expresión para la tensión en la dirección 1, del piezocomposite como un todo y donde las nuevas constantes elástica y piezoeléctrica efectivas vienen dadas por:

$$\overline{c_{13}}^{E} = \frac{(1-\boldsymbol{n})c_{12}(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}c_{13}^{E}(c_{11} + c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})}$$
(2.31)

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

Capítulo 2

$$\bar{e}_{31} = \frac{\boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})e_{31}}{(1 - \boldsymbol{n})(c_{11}^E + c_{12}^E) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})}$$
(2.32)

De (2.25): $S_1 = S_2 = 0$ del composite

Retomando las ecuaciones para las tensiones y desplazamiento eléctrico de cada fase, en la dirección 3, pueden escribirse ahora en función de S_3 y E_3 quedando: Para el polímero:

$$T_{3}^{p} = 2c_{12}\boldsymbol{n} \left[\frac{(c_{13}^{E} - c_{12})S_{3} - e_{31}E_{3}}{(1 - \boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] + c_{11}S_{3}$$

y ordenando:

$$T_{3}^{p} = \left[c_{11} + \left[\frac{2\mathbf{n}c_{12}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1 - \mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})}\right]\right]S_{3} - \left[\frac{2\mathbf{n}c_{12}e_{31}}{(1 - \mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})}\right]E_{3}$$
$$D_{3}^{p} = \mathbf{e}_{11}^{s}E_{3}$$
(2.33)

Para la fase cerámica:

$$T_{3}^{C} = 2c_{13}^{E}(1-\boldsymbol{n}) \left[\frac{(c_{12} - c_{13}^{E})S_{3} + e_{31}E_{3}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] + c_{33}^{E}S_{3} - e_{33}E_{3}$$

$$T_{3}^{C} = \left[c_{33}^{E} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})c_{13}^{E}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})}\right]S_{3} - \left[e_{33} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})c_{13}^{E}e_{31}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})}\right]E_{3}$$

У

$$D_{3}^{C} = 2e_{31} \left[\frac{(1-\boldsymbol{n})(c_{12} - c_{13}^{E})S_{3} + e_{31}E_{3}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] + e_{33}S_{3} + \boldsymbol{e}_{33}^{S}E_{3}$$

2.2.2. - Piezocomposites.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

$$D_{3}^{C} = \left[e_{33} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})e_{31}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] S_{3} + \left[e_{33}^{S} + \frac{2(1-\boldsymbol{n})(e_{31})^{2}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] E_{3}$$

Para simplificar estas ecuaciones utilizamos una sexta y última aproximación, considerando el promedio de las contribuciones de cada fase, obteniendo la tensión total y el desplazamiento eléctrico del composite. Así las expresiones para T_3 y D_3 del composite serán:

$$T_{3} = \mathbf{n}T_{3}^{C} + (1 - \mathbf{n})T_{3}^{P}$$

$$D_{3} = \mathbf{n}D_{3}^{C} + (1 - \mathbf{n})D_{3}^{P}$$
(2.34)

que sustituyendo las expresiones para cada fase quedará, para T_3 :

$$T_{3} = \mathbf{n} \left\{ \begin{bmatrix} c_{33}^{E} - \frac{2(1-\mathbf{n})c_{13}^{E}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \end{bmatrix} S_{3} - \begin{bmatrix} e_{33} - \frac{2(1-\mathbf{n})c_{13}^{E}e_{31}}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \end{bmatrix} E_{3} \right\}$$
$$+ (1-\mathbf{n}) \left\{ \begin{bmatrix} c_{11} + \begin{bmatrix} \frac{2\mathbf{n}c_{12}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \end{bmatrix} \right\} S_{3} - \begin{bmatrix} \frac{2\mathbf{n}c_{12}e_{31}}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \end{bmatrix} E_{3} \right\}$$

Por lo tanto:

$$T_{3} = \left\{ \boldsymbol{n} \left[c_{33}^{E} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})(c_{13}^{E} - c_{12})^{2}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] + (1-\boldsymbol{n})c_{11} \right\} S_{3}$$
$$- \left\{ \boldsymbol{n} \left[e_{33} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})e_{31}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] \right\} E_{3}$$

De aquí podemos concluir que para el piezocomposite:

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

Capítulo 2

$$T_3 = \bar{c}_{33}^E S_3 - \bar{e}_{33}^E E_3 \tag{2.35}$$

Las nuevas constantes elástica y piezoeléctrica efectivas (denotadas por una supralínea) vienen dadas por:

$$\bar{c}_{33}^{E} = \boldsymbol{n} \left[c_{33}^{E} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})(c_{13}^{E} - c_{12})^{2}}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right] + (1-\boldsymbol{n})c_{11}$$
(2.36)

$$\bar{e}_{33} = \boldsymbol{n} \left[e_{33} - \frac{2(1-\boldsymbol{n})e_{31}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\boldsymbol{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(c_{11} + c_{12})} \right]$$
(2.37)

Para D_3 , a partir de la ecuación (2.34) (realizando el mismo procedimiento que para T_3):

$$D_{3} = \mathbf{n} \left\{ \left[e_{33} - \frac{2(1-\mathbf{n})e_{31}(c_{13}^{E} - c_{12})}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \right] S_{3} + \left[\mathbf{e}_{33}^{S} + \frac{2(1-\mathbf{n})(e_{31})^{2}}{(1-\mathbf{n})(c_{11}^{E} + c_{12}^{E}) + \mathbf{n}(c_{11} + c_{12})} \right] E_{3} \right\} + (1-\mathbf{n}) \left[\mathbf{e}_{11} E_{3} \right]$$

Ordenando y simplificando:

$$D_3 = \bar{e}_{33}S_3 + \bar{e}_{33}^S E_3$$
(2.38)

La nueva constante dieléctrica efectiva viene dada por:

$$\bar{\boldsymbol{e}}_{33}^{S} = \boldsymbol{n} \left[\boldsymbol{e}_{33}^{S} + \frac{2(1-\boldsymbol{n})(\boldsymbol{e}_{31})^{2}}{(1-\boldsymbol{n})(\boldsymbol{c}_{11}^{E} + \boldsymbol{c}_{12}^{E}) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{c}_{11} + \boldsymbol{c}_{12})} \right] + (1-\boldsymbol{n})\boldsymbol{e}_{11}$$
(2.39)

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

En resumen, las ecuaciones constitutivas del composite serán (2.35) y (2.38):

$$T_{3} = \bar{c}_{33}^{E} S_{3} - \bar{e}_{33}^{E} E_{3}$$

$$D_{3} = \bar{e}_{33}^{E} S_{3} + \bar{e}_{33}^{S} E_{3}$$
(2.40)

Nota: Los supraíndices E, S se utilizaron solamente para las constantes de las cerámicas, estando ausentes en las constantes del polímero.

Con estas ecuaciones pueden evaluarse directamente: la constante de acoplamiento electromecánico del modo espesor (k_i) , la impedancia acústica (Z_a) y la velocidad longitudinal (V_l) a través de ^{[45], [54]} (se obtienen de las ecuaciones de movimiento):

$$k_t = \frac{\bar{h}_{33}}{(\bar{c}_{33}^{\ D} \bar{\boldsymbol{b}}_{33}^{\ S})^{1/2}} = \frac{\bar{e}_{33}}{(\bar{c}_{33}^{\ D} \bar{\boldsymbol{e}}_{33}^{\ S})^{1/2}}$$
(2.41)

$$Z_a = (\bar{c}_{33}^{D} \bar{r})^{1/2}$$
(2.42)

$$V_l = \left(\frac{\begin{pmatrix} -D \\ c_{33} \end{pmatrix}}{\overline{r}}\right)^{1/2}$$
(2.43)

conociendo que:

$$\overline{c}_{33}^{D} = \overline{c}_{33}^{E} + \frac{(\overline{e}_{33})^{2}}{\overline{e}_{33}^{S}} \qquad \overline{h}_{33} = \frac{\overline{e}_{33}}{\overline{e}_{33}^{S}} \qquad \overline{b}_{33}^{S} = \frac{1}{\overline{e}_{33}^{S}}$$

2.2.2. - Piezocomposites.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

Recordar que, las direcciones 33 indican: primero la dirección del campo eléctrico aplicado, y el segundo índice: la dirección de deformación mecánica.

 \bar{e}_{33} , \bar{h}_{33} : se refieren a constantes piezoeléctricas

-S e_{33} : se refiere a la permitividad dieléctrica (a deformación cte.).

 $\frac{-E}{c_{33}}$: se refiere a la constante elástica (en condiciones de corto circuito)

-D*c*₃₃: se refiere a la constante elástica (en condiciones de circuito abierto)

del piezocomposite.

En la Figura 2.11 se muestra el aspecto que deben tomar las curvas de los parámetros principales, en función del volumen por ciento de material cerámico, a partir del modelo de Smith estudiado. Los datos para la simulación de estas curvas fueron tomados de la referencia: [54].

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas



Figura 2. 11.- Curvas teóricas de densidad, constante dieléctrica, coeficiente de acoplamiento electromecánico, impedancia acústica y velocidad longitudinal, en función del porcentaje de PZT. La última curva relaciona al coeficiente de acoplamiento en función de la impedancia acústica.

^{2.2..-} Ecuaciones constitutivas piezoeléctricas

2.3.- Modos de vibración en "discos" piezoeléctricos y piezocomposites

2.3.1.- Ecuaciones de movimiento.

Como vimos anteriormente, materiales piezoeléctricos son anisótropos, por tanto las ecuaciones de onda usadas en el caso general son aquellas desarrolladas originalmente por Christoffel para medios anisótropos^[4]. Para cualquier dirección de propagación existen tres ondas acústicas posibles con direcciones de propagación mutuamente perpendiculares, pero en general con diferentes velocidades. Solamente en ciertos casos, las ondas propagadas son: longitudinales puras ó transversales puras.

En la mayoría de los problemas se trata con ondas propagándose longitudinal ó transversalmente. La propagación de estas ondas en piezoeléctricos es diferente, debido a la interacción entre las propiedades mecánicas y eléctricas del material. Así, la ecuación de movimiento debe combinarse con las relaciones constitutivas mencionadas anteriormente.

Sea x el desplazamiento de una partícula, la segunda ley de Newton tiene la forma:

$$\boldsymbol{r}\frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial t^2} = \nabla . T \tag{2.44}$$

T: la tensión externa (stress) y el campo eléctrico E relacionados de (2.15a):

$$T = c^E S - eE$$

(supraíndice significa campo eléctrico E: cte.)

que combinada con la ecuación anterior resulta en:

$$\boldsymbol{r}\frac{\partial^2 \boldsymbol{x}}{\partial t^2} = c^E \nabla^2 \boldsymbol{x} - \nabla.(eE)$$
(2.45)

Teniendo en cuenta la propagación unidimensional^[14] según x, la ecuación de movimiento toma la forma:

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites 2.3.1.- Ecuaciones de movimiento.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \mathbf{r} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = \mathbf{r} \frac{\partial u}{\partial t} \qquad \qquad u = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$$
(2.46)

con u: velocidad de la partícula. La ecuación (2.45) puede re-escribirse:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} - \frac{\mathbf{r}}{c^E} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^E} \nabla . (eE)$$
(2.47)

Para especificar el problema, podemos asumir que el material piezoeléctrico está preparado en forma de disco con electrodos en caras opuestas. De esta forma, si los electrodos son cortocircuitados, el campo eléctrico será cero y la ecuación (2.47) se reduce a la ecuación de onda homogénea:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} - \frac{\mathbf{r}}{c^E} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = 0$$
(2.48)

siendo la velocidad de propagación ultrasonora:

$$V^{E} = \left(\frac{c^{E}}{r}\right)^{1/2}$$
(2.49)

Por el contrario, si los electrodos están a circuito abierto (no circula corriente), el campo eléctrico es diferente de cero y el valor del mismo se obtiene a partir de (2.15a):

$$E = \frac{D}{e^s} - \frac{e}{e^s} S$$
(2.50)

(supraíndice significa deformación S: cte.)

2.3.- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites 2.3.1.- Ecuaciones de movimiento. con la deformación unidimensional $S_x = \frac{\partial \mathbf{x}_x}{\partial x}$

de forma tal que la ecuación (2.47) queda:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} - \frac{\mathbf{r}}{c^E} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = \frac{e}{c^E \mathbf{e}^S} \frac{\partial D}{\partial x} - \frac{e^2}{c^E \mathbf{e}^S} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2}$$

Como no hay cargas libres dentro del material piezoeléctrico, la ecuación de Maxwell requiere que:

$$\nabla .D = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial D}{\partial x} = 0$$

Tendremos entonces que D_x =cte., lo que significa que D no varía con x, aunque puede variar con el tiempo pues

$$i_D = \frac{\partial D}{\partial t}$$

Así la ecuación anterior se reduce también a una ecuación de onda homogénea:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} - \frac{\mathbf{r}}{c^E \left(1 + \frac{e^2}{e^S c^E}\right)} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial x^2} - \frac{\mathbf{r}}{c^D} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} = 0$$
(2.51)

De esta forma las ecuaciones (2.48) y (2.51) son ecuaciones de onda homogéneas correspondientes en el primer caso a una velocidad de propagación:

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.1.- Ecuaciones de movimiento.

$$V = \left(\frac{c^E}{r}\right)^{1/2}$$

en condiciones de cortocircuito y en el segundo caso a una velocidad de propagación:

$$V = \left(\frac{c^{D}}{r}\right)^{1/2}$$

con la definición de la constante elástica de rigidez a circuito abierto de la placa c^D como:

$$c^{D} = c^{E} \left(1 + \frac{e^{2}}{e^{S} c^{E}} \right)$$
(2.52)

El segundo sumando dentro del paréntesis es el cuadrado de la constante de acoplamiento electromecánico. Esta magnitud se utiliza para medir la intensidad del efecto piezoeléctrico en un material particular en función de las constantes elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas.

A partir de la ecuación de onda, y utilizando las condiciones de frontera apropiadas (mecánicas y eléctricas), se obtiene el desplazamiento radial ó longitudinal, que puede ser usado para determinar el desempeño del transductor, esto es: la admitancia ó impedancia eléctrica, las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas y el coeficiente de acoplamiento electromecánico, entre otros parámetros.

Por lo tanto, el problema de las vibraciones electromecánicas de materiales piezoeléctricos puede ser resuelto de forma similar al correspondiente problema mecánico, pero teniendo en cuenta además las condiciones de frontera adicionales. De esta forma, las condiciones de frontera mecánicas pueden ser usadas para elegir a la tensión T ó a la deformación S como variable independiente; denominándose problema de condición libre (T=0 ó cte., la muestra puede deformarse libremente) ó de condición rígida (S=0 ó cte., la muestra está fija) según la elección. Las condiciones de frontera eléctricas pueden ser impuestas por la geometría y/o por la localización de las

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

superficies equipotenciales (caras con electrodos) dejando a D ó a E como variable independiente, según el caso.

Podemos agregar que, las condiciones de frontera mecánicas: lateralmente libre, se aplican cuando las dimensiones: espesor y ancho de las muestras, son mucho menor que la longitud de las mismas, correspondiendo esta última a la dirección de propagación de la onda. La otra condición de borde mecánica a tener en cuenta es cuando se considera a la barra lateralmente fija, y se elige cuando las dimensiones laterales son mucho mayor que la dirección de propagación de la onda elástica. (Este es el caso de una barra ó disco expandiéndose en el modo espesor).

2.3.1.1.- Modo de vibración: espesor

Consideramos un disco delgado de espesor t^1 con electrodos en las caras mayores de área A, perpendiculares a la dirección x_3 , como se muestra en la Figura 2.12.

En el modo de expansión de espesor, la propagación de la onda elástica es paralela a la dirección de la excitación eléctrica, por tanto, consideramos como condición eléctrica a D - cte.



Figura 2. 12.- Disco delgado piezoeléctrico que se expande según su espesor, excitado con un campo eléctrico paralelo a dicho espesor.

En este caso, el disco puede considerarse como lateralmente fijo, esto es: $S_1 = S_2 = 0$ para una onda plana propagándose en la dirección de espesor, esto es: la propagación elástica se realiza según x_3 en condiciones de rigidez infinita en las direcciones x_1 y x_2 . Aplicando las condiciones de propagación anteriormente descritas a las ecuaciones constitutivas generales, y considerando como variables independientes a S y D tenemos el siguiente sistema de ecuaciones piezoeléctricas:

$$T_{3} = c_{33}^{D}S_{3} - h_{33}D_{3}$$

$$E_{3} = -h_{33}S_{3} + \boldsymbol{b}_{33}^{S}D_{3}$$
(2.53)

¹ No confundir la sigla t de espesor del disco con el símbolo t del tiempo en la exponencial correspondiente a la excitación armónica.

La ecuación de onda para este caso es:

$$\boldsymbol{r}\frac{\partial^2 \boldsymbol{x}_3}{\partial t^2} = c_{33}^D \frac{\partial^2 \boldsymbol{x}_3}{\partial x_3^2} \qquad \text{con} \qquad V^D = \left(\frac{c_{33}^D}{\boldsymbol{r}}\right)^{1/2}$$
(2.54)

La solución para una excitación armónica es:

$$\boldsymbol{x}_{3} = \left[Asen\left(\frac{\boldsymbol{w}x_{3}}{V^{D}}\right) + B\cos\left(\frac{\boldsymbol{w}x_{3}}{V^{D}}\right)\right]\exp(j\boldsymbol{w}t)$$
(2.55)

Se evalúan las constantes *A* y *B*, a partir de las condiciones iniciales ($T_3=0$ en $x_3=0$ y $x_3=t$) en las caras libres. Sustituyendo en (2.53):

$$S_{3} = \frac{h_{33}}{c_{33}^{D}} D_{3} = \frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}}$$
(2.56)

Realizando los cálculos:

$$\frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}} = \frac{\mathbf{w}}{V^{D}} \left[\left[A \cos\left(\frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}}\right) - Bsen\left(\frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}}\right) \right] \exp(j\mathbf{w}t) \right] = \frac{h_{33}}{c_{33}^{D}} D_{3}$$
(2.57)

Aplicando las condiciones iniciales:

$$\frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}}\Big|_{x_{3}=0} = \frac{\mathbf{w}}{V^{D}} A \exp(j\mathbf{w}t) \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{V^{D} h_{33}}{\mathbf{w} c_{33}^{D}} D_{3} \exp(-j\mathbf{w}t) \qquad (2.58)$$

$$\frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}}\Big|_{x_{3}=t} = \frac{\mathbf{w}}{V^{D}} \left[A \cos\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}\right) - Bsen\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}\right) \right] \exp(j\mathbf{w}t) \Rightarrow$$

(sustituyendo A):

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.1.1. - Modo de vibración: espesor.

Capítulo 2

$$B = \frac{V^{D} h_{33}}{\mathbf{w} c_{33}^{D}} D_{3} \frac{\cos\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}} - 1\right)}{\operatorname{sen} \frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}} \exp(-j\mathbf{w}t)$$
(2.59)

Finalmente sustituyendo A y B en la ecuación (2.55):

$$\mathbf{x}_{3} = \frac{V^{D} h_{33}}{\mathbf{w} c_{33}^{D}} D_{3} \left[sen \frac{\mathbf{w} x_{3}}{V^{D}} - tg \frac{\mathbf{w} t}{2V^{D}} \cos \frac{\mathbf{w} x_{3}}{V^{D}} \right]$$
(2.60)

De la expresión de la impedancia eléctrica:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\int_{0}^{t} E_{3} dx_{3}}{j w A D_{3}}$$
(2.61)

Utilizando (2.60) en la segunda de las ecuaciones de (2.53) pues

$$E_{3} = -h_{33} \frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}} + \mathbf{b}_{33}^{s} D_{3} :$$

$$E_{3} = -\frac{h_{33}^{2}}{c_{33}^{D}} D_{3} \left[\cos \frac{\mathbf{w} x_{3}}{V^{D}} + tg \, \frac{\mathbf{w} t}{2V^{D}} \, sen \frac{\mathbf{w} x_{3}}{V^{D}} \right] + \mathbf{b}_{33}^{s} D_{3}$$
(2.62)

Integramos para obtener el voltaje siendo el resultado igual a:

$$V = D_{3} \left[\boldsymbol{b}_{33}^{S} t - \frac{h_{33}^{2}}{c_{33}^{D}} \left(\frac{2V^{D}}{\boldsymbol{w}} tg \, \frac{\boldsymbol{w}t}{2V^{D}} \right) \right]$$
(2.63)

Retomando (2.61):

^{2.3..-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

$$Z = \frac{D_{3} \left[\boldsymbol{b}_{33}^{S} t - \frac{h_{33}^{2}}{c_{33}^{D}} \left(\frac{2V^{D}}{\boldsymbol{w}} tg \, \frac{\boldsymbol{w}t}{2V^{D}} \right) \right]}{j \boldsymbol{w} A D_{3}}$$

que reordenando se obtiene:

$$Z = \frac{1}{j \mathbf{w} A} \left[\mathbf{b}_{33}^{S} t - \frac{h_{33}^{2}}{c_{33}^{D}} \left(\frac{2V^{D}}{\mathbf{w}} tg \, \frac{\mathbf{w} t}{2V^{D}} \right) \right]$$
(2.64)

Cuando se trabajó con la ecuación (2.52) se definió el cuadrado del factor de acoplamiento piezoeléctrico del modo espesor como:

$$\frac{e^2}{\boldsymbol{e}^{\scriptscriptstyle S} c^{\scriptscriptstyle E}}$$

Utilizando las relaciones entre constantes piezoeléctricas, elásticas y dieléctricas, el factor de acoplamiento del modo espesor se puede escribir como:

$$k_t^2 = \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D \boldsymbol{b}_{33}^S}$$
(2.65)

Entonces la expresión de la impedancia queda (multiplicando y dividiendo por $\boldsymbol{b}_{33}^{S}t$):

$$Z = \frac{\boldsymbol{b}_{33}^{S} t}{j \boldsymbol{w} A} \left[1 - \frac{h_{33}^{2}}{c_{33}^{D} \boldsymbol{b}_{33}^{S}} \left(\frac{2V^{D}}{\boldsymbol{w} t} tg \frac{\boldsymbol{w} t}{2V^{D}} \right) \right]$$

$$Z = \frac{\boldsymbol{b}_{33}^{S} t}{j \boldsymbol{w} A} \left[1 - k_{t}^{2} \frac{tg \frac{\boldsymbol{w} t}{2V^{D}}}{\frac{\boldsymbol{w} t}{2V^{D}}} \right]$$

$$Z = \frac{1}{j \boldsymbol{w} C^{S}} \left[1 - k_{t}^{2} \frac{tg \frac{\boldsymbol{w} t}{2V^{D}}}{\frac{\boldsymbol{w} t}{2V^{D}}} \right]$$

$$(2.66)$$

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.1.1. - Modo de vibración: espesor.

utilizando la ecuación (2.5) referida a la capacidad eléctrica.

Se puede ver de (2.66) que, para bajas frecuencias, se obtiene la constante dieléctrica a deformación libre (*T* constante) pues $K^T \propto e^T \propto C^T$ como se vió en el subcapítulo 2.1.1 de las propiedades dieléctricas, midiendo la magnitud de impedancia eléctrica, en este caso a 1 kHz, ya que dicha ecuación se transforma en este caso en:

$$Z = \frac{1}{j \mathbf{w} C^{T}} \qquad \text{con} \qquad C^{T} = \frac{C^{3}}{(1 - k_{t}^{2})} \qquad (2.67)$$

en analogía con la ecuación (2.7).

Las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas se obtienen a partir de la mínima y máxima impedancia (en un rango infinito de frecuencia).

Para Z mínima, la ecuación (2.66) quedaría:

$$1 = k_t^2 \frac{\tan\left(\frac{\mathbf{w}t}{2V^D}\right)}{\frac{\mathbf{w}t}{2V^D}}$$

y luego se determina la frecuencia de resonancia eléctrica aplicando que: $f_{r_{elec.}} = \frac{W}{2p}$ Para Z máxima, del análisis de la ecuación (2.66) resulta que:

$$tg \frac{\mathbf{W}t}{2V^{D}} \to \infty \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\mathbf{W}t}{2V^{D}} = (2n+1)\frac{\mathbf{p}}{2} \Rightarrow \qquad f_{a_{elec}} = \frac{V^{D}}{2t}$$
(2.68)

que coincide con la frecuencia de resonancia mecánica.

Es interesante ver que cuando la impedancia tiende a cero: $(Z \rightarrow 0)$, se obtiene la siguiente expresión ^[6] que relaciona las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas con el factor de acoplamiento piezoeléctrico k_t^2 a partir de la (2.66):

64

^{2.3.-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites2.3.1.1.- Modo de vibración: espesor.

2.3.2.- Circuitos equivalentes.

Hasta aquí, el análisis de resonadores piezoeléctricos o transductores y su aplicación a sistemas de ultrasonido fue desarrollado, utilizando la ecuación de onda. No obstante, con frecuencia es más conveniente el uso del enfoque de circuito equivalente, donde las partes eléctrica y mecánica del transductor o sistema, son representadas por equivalentes eléctricos (o analogías eléctricas). Este enfoque tiene ventajas frente al de utilizar la ecuación de onda, en que se hace uso de los métodos potentes que ofrece la teoría de circuitos (línea de transmisión).

El circuito equivalente puede ser considerado como una representación exacta del transductor electromecánico. Muchos de los trabajos originales sobre los circuitos equivalentes fueron desarrollados por Warren P. Mason, su libro "Electromechanical Transducers and Wave Filters" (1948, Van Nostrand, Priceton, New Jersey, 2nd. de.) es el más utilizado para un tratamiento de partida de los circuitos equivalentes de transductores piezoeléctricos.

El circuito equivalente para cada tipo de transductor piezoeléctrico puede ser derivado usando su ecuación de movimiento (la solución específica a la ecuación de onda) y las ecuaciones piezoeléctricas apropiadas. Las condiciones de frontera de las dos caras activas ó cargadas del transductor y la ecuación piezoeléctrica, integradas a través del transductor, da tres ecuaciones acopladas que describen el sistema en términos de tres variables dependientes y tres variables independientes, representando una red con un par de terminales eléctricas y dos pares de terminales mecánicas. Introduciendo un transformador ideal electromecánico (un convertidor ideal), estas ecuaciones se relacionan con un circuito equivalente, donde los coeficientes de los términos en las ecuaciones representan parámetros eléctricos (ej. impedancia, admitancia).

Los modelos teóricos para predecir las propiedades eléctricas y acústicas son utilizados particularmente en un análisis por computadora para determinar los efectos de cambios en el diseño de transductores, modificaciones electrónicas o cambios en la forma y duración del pulso de excitación, etc. La extensión de estos modelos es muy amplia, proporcionando elección entre simples modelos, más o menos exactos que requieren poco tiempo de cálculo en computadoras y detallados y más complejos modelos, de mayor exactitud y que requieren mayor tiempo de cálculo en PC^[1].

Los modelos más simples ignoran la naturaleza electrónica de las muestras resultando que no tienen en cuenta la transferencia de energía a y desde el circuito eléctrico. Un modelo alternativo y de mayor exactitud fue formulado por Mason (1948). La idea de usar circuitos eléctricos equivalentes es también la base de otros modelos como: el KLM y el Reedwood^[36].

Básicamente en el enfoque de Mason, los elementos acústicos del transductor son reducidos a equivalentes eléctricos y el desempeño del mismo es predicho entonces a partir de la interacción de este circuito con la señal de excitación. Este modelo es esencialmente unidimensional, lo que quiere decir que la transferencia de energía es asumida como independiente de los efectos bi y tridimensional (difracción, filtrado, y otros.)

Deduciremos ahora a partir del enfoque del circuito equivalente de Mason los parámetros obtenidos para el caso anterior.

^{2.3.-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.2.1.-Modo de vibración: espesor



Figura 2. 13.- Disco delgado piezoeléctrico que se expande según su espesor, excitado con un campo eléctrico paralelo a dicho espesor.

En este caso, ya habíamos visto que, el diámetro del disco es mucho mayor que el espesor, que coincide con la dirección de propagación de la onda elástica, por lo tanto consideraremos el mismo sistema de ecuaciones:

$$T_{3} = c_{33}^{D}S_{3} - h_{33}D_{3}$$

$$E_{3} = -h_{33}S_{3} + \boldsymbol{b}_{33}^{S}D_{3}$$
(2.70)

con la solución de la forma:

$$\mathbf{x}_{3} = \left[Asen\left(\frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}}\right) + B\cos\left(\frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}}\right)\right]\exp(j\mathbf{w}t)$$
(2.71)

Evaluaremos nuevamente las constantes $A ext{ y } B$ en términos de las velocidades de la partícula $U_1 ext{ y } U_2$ en los extremos de la barra $(x_1=0, x_1=t)$ para obtener las ecuaciones de las fuerzas en las caras mayores: F_1 , $F_2 ext{ y voltaje para los tres pares de terminales, como en los casos anteriores. De la Figura 2.13 pasamos a la Figura 2.14:$

^{2.3..-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites 2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.



Figura 2. 14 - Red de tres puertos del circuito equivalente del disco piezoeléctrico: dos mecánicos y uno eléctrico.

Consideremos:

$$\mathbf{x}_{3}\Big|_{x_{3}=0} = -U_{1}$$
 y $\mathbf{x}_{3}\Big|_{x_{3}=t} = +U_{2}$ (2.72)

Para hallar A y B en función de la velocidades U_1 y U_2 :

$$\mathbf{x}_{3}\Big|_{x_{3}=0} = B \exp(j\mathbf{w}t) = -U_{1}$$
$$\mathbf{x}_{3}\Big|_{x_{3}=t} = \left[Asen\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}} + B\cos\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}\right] \exp(j\mathbf{w}t) = U_{2}$$

Por lo tanto:

$$B = -\frac{1}{j\mathbf{w}}U_1 \exp(-j\mathbf{w}t)$$
(2.73)

$$A = \frac{1}{j\mathbf{w}} \left[\frac{U_2}{sen \frac{\mathbf{w}t}{V^D}} + \frac{U_1}{\tan \frac{\mathbf{w}t}{V^D}} \right] \exp(-j\mathbf{w}t)$$
(2.74)

2.3.- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.

Capítulo 2

$$\mathbf{x}_{3} = \frac{1}{j\mathbf{w}} \left[\left(\frac{U_{1}}{\tan \frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}} + \frac{U_{2}}{\operatorname{sen} \frac{\mathbf{w}t}{V^{D}}} \right) \operatorname{sen} \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} - U_{1} \cos \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} \right]$$
(2.75)

Para encontrar las expresiones de las fuerzas en las caras partimos de:

$$F_1 = -AT_3\Big|_{x_3=0}$$
 y $F_2 = -AT_3\Big|_{x_3=t}$

Primero obtenemos T_3 de:

$$T_3 = c_{33}^D S_3 - h_{33} D_3$$

$$S_{3} = \frac{\partial \mathbf{x}_{3}}{\partial x_{3}} = \frac{\mathbf{w}}{V^{D}} \left[A \cos \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} - B \sin \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} \right] \exp(j\mathbf{w}t)$$

$$S_3|_{x_3=0} = \frac{\mathbf{W}}{V^D} \left[A \cos \frac{\mathbf{W} x_3}{V^D} \right] \exp(j\mathbf{W} t)$$

$$S_{3}\Big|_{x_{3}=t} = \frac{\mathbf{w}}{V^{D}} \bigg[A\cos\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}} - Bsen\frac{\mathbf{w}t}{V^{D}} \bigg] \exp(j\mathbf{w}t)$$

Y sustituyendo A y B en función de las velocidades:

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.2.1. - Modo de vibración: espesor.

$$S_{3}|_{x_{3}=0} = \frac{1}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] \qquad y$$

$$S_{3}|_{x_{3}=t} = \frac{1}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] \qquad (2.76)$$

De aquí:

$$T_{3}\Big|_{x_{3}=0} = \frac{c_{33}^{D}}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] - h_{33}D_{3}$$
(2.77)

Y finalmente:

$$F_{1} = -\frac{Ac_{33}^{D}}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] + Ah_{33}D_{3}$$
(2.78)

Realizando el mismo procedimiento para obtener F_2 :

$$T_{3}\Big|_{x_{3}=t} = \frac{c_{33}^{D}}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] - h_{33}D_{3}$$
(2.79)

2.3.- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.

$$F_{2} = -\frac{Ac_{33}^{D}}{jV^{D}} \left[\frac{U_{2}}{\tan \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} + \frac{U_{1}}{sen \frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}} \right] + Ah_{33}D_{3}$$
(2.80)

Las ecuaciones (2.78) y (2.80) expresan las fuerzas aplicadas en las caras mayores del disco.

En términos de la impedancia mecánica característica (impedancia por unidad de área), esta se define como:

$$Z_{mc}^{D} = A \mathbf{r} V^{D}$$

y utilizando:

$$V^{D} = \left(\frac{c_{33}^{D}}{\mathbf{r}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

entonces:

$$Z_{mc}^{D} = A \frac{c_{33}^{D}}{V^{D}}$$

La corriente a través del disco está relaconada con D_3 :

$$D_3 = \frac{I}{j w A}$$

2.3.- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.

Sustituyendo esta expresión en (2.78) y (2.80):

$$F_{1} = -\left[\frac{Z_{mc}^{D}}{jsen\frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}}U_{2} + \frac{Z_{mc}^{D}}{j\tan\frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}}U_{1}\right] + \frac{h_{33}}{j\mathbf{W}}I$$
(2.81)

$$F_{2} = -\left[\frac{Z_{mc}^{D}}{j\tan\frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}}U_{2} + \frac{Z_{mc}^{D}}{jsen\frac{\mathbf{W}t}{V^{D}}}U_{1}\right] + \frac{h_{33}}{j\mathbf{W}}I$$
(2.82)

La expresión del transformador electromecánico ideal N (en condiciones estáticas fijas: $S_3=0$) se define como:

$$N = \frac{F_2}{V} \qquad \text{con} \qquad F_2 = -AT_3 \Big|_{x_3=t} = Ah_{33}D_3 = \frac{h_{33}}{j\mathbf{W}}I$$

La ecuación del voltaje a través de la barra es:

$$V = \int_{0}^{t} E_{3} dx_{3}$$

La expresión para E_3 se obtiene de las ecuaciones constitutivas:

$$E_3 = -h_{33}S_3 + \boldsymbol{b}_{33}^{\,s}D_3$$

por lo tanto

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites 2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.
$$V = -h_{33} \int_{0}^{t} S_{3} dx_{3} + \boldsymbol{b}_{33}^{s} D_{3} \int_{0}^{t} dx_{3}$$

$$V = -h_{33} \mathbf{x}_{3} \Big|_{0}^{t} + \mathbf{b}_{33}^{s} D_{3} t$$

De la ecuación (2.75) y en función de la corriente I, el voltaje queda:

$$V = -h_{33} \left[\frac{1}{j\boldsymbol{w}} U_1 + \frac{1}{j\boldsymbol{w}} U_2 \right] + \frac{\boldsymbol{b}_{33}^s t}{j\boldsymbol{w}A} I$$

$$V = -\frac{h_{33}}{j\mathbf{w}} (U_1 + U_2) + \frac{I}{j\mathbf{w}C_0^s}$$
(2.83)

$$\operatorname{con} \quad C_0^s = \frac{A}{\boldsymbol{b}_{33}^s t}$$

Retomando N:

$$N = \frac{\frac{h_{33}}{j\mathbf{w}}I}{\frac{I}{j\mathbf{w}C_0^s}} = h_{33}C_0^s$$
(2.84)

Si se tiene en cuenta que:

2.3.- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.

$$k_t^2 = \frac{h_{33}}{c_{33}^D \boldsymbol{b}_{33}^S}$$

entonces N también puede expresarse (sustituyendo h_{33} y C_0^{S}) como:

$$N = \frac{A}{t} \left(\frac{c_{33}^{D}}{\mathbf{b}_{33}^{S}} \right)^{\frac{1}{2}} k_{t}$$
(2.85)

La Figura 2.15 representa el circuito equivalente completo para este disco que se expande según su espesor (como se muestra en la Figura 2.13).



Figura 2. 15 .- Circuito equivalente de Mason^[6] para un disco delgado piezoeléctrico, que se expande según su espesor, excitado con un campo eléctrico paralelo a dicho espesor.

La forma matricial de este circuito de Mason viene dada por ^[36]:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ V \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} Z_{mc} \cot\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^D}\right) & Z_{mc} \csc\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^D}\right) & \frac{h}{\mathbf{w}} \\ Z_{mc} \csc\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^D}\right) & Z_{mc} \cot\left(\frac{\mathbf{w}t}{V^D}\right) & \frac{h}{\mathbf{w}} \\ \frac{h}{\mathbf{w}} & \frac{h}{\mathbf{w}} & \frac{1}{\mathbf{w}C_0^S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I \end{bmatrix}$$

que corresponde a las expresiones:

$$F_{1} = -\left[\frac{Z_{mc}^{D}}{jsen\frac{\boldsymbol{W}t}{V^{D}}}U_{2} + \frac{Z_{mc}^{D}}{j\tan\frac{\boldsymbol{W}t}{V^{D}}}U_{1}\right] + \frac{h_{33}}{j\boldsymbol{W}}I_{3}$$

$$F_2 = -\left[\frac{Z_{mc}^D}{j\tan\frac{\mathbf{w}t}{V^D}}U_2 + \frac{Z_{mc}^D}{jsen\frac{\mathbf{w}t}{V^D}}U_1\right] + \frac{h_{33}}{j\mathbf{w}}I_3$$

$$V = -\frac{h_{33}}{j\mathbf{w}} (U_1 + U_2) + \frac{I}{j\mathbf{w}C_0^s} \qquad \text{con} \qquad C_0^s = \frac{A}{\mathbf{b}_{33}^s t}$$

(ver que los subíndices 1 y 2 se refieren a ambas caras de la muestra cerámica)^[48]. C_0^{S} es la llamada capacidad estática ó capacidad en ausencia de deformación.

2.3..- Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

2.3.2.1.- Modo de vibración: espesor.

2.3.3.- Modos laterales en piezocomposites.

En el modo de resonancia espesor de las muestras, las barras de *PZT* vibran con gran amplitud actuando a la vez como una fuente de excitación de ondas transversales, propagándose a través del polímero en la dirección perpendicular al eje de las barras ("palitos"). Estas ondas transversales interactúan a la vez, con el arreglo de barras de *PZT*. En una primera aproximación, se puede asumir que la interacción involucra solamente a los "palitos" vecinos entre sí ^[37]. Su efectividad depende de la amplitud y fase de la onda transversal con relación a la de las barras de *PZT*.

Es decir: las resonancias de las ondas longitudinales de un disco de geometría finita, son combinaciones de ondas estacionarias de espesor y laterales, estas últimas debidas al efecto del radio de Poisson: cuando el disco se expande y se contrae en la dirección de espesor, cada elemento de volumen se contrae y expande una cantidad fijada por la relación de Poisson del material ^[38]. Este acoplamiento se presenta fuertemente, cuando las ondas longitudinales y laterales son resonantes simultáneamente.

En el interior del disco piezocomposite, cada tensión lateral se compensa y no produce movimiento, pero para un elemento de volumen en el borde, existe una tensión lateral sobre una parte solamente, esto quiere decir que el elemento de volumen es excitado lateralmente, produciéndose ondas laterales estacionarias (a diferencia de los discos llenos de PZT donde esas ondas son producidas por una tensión piezoeléctrica). Las frecuencias a las cuales ocurren estas resonancias en discos, (combinaciones de ondas laterales y de espesor), dependen del cociente entre el diámetro y el espesor del mismo.

Ya mencionamos anteriormente que, en la estructura periódica del piezomposite, la periodicidad "d" lateral de las barras, da origen a fenómenos de reflexión en su estructura interna y resonancias laterales.

En la Figura 2.16, se representa la periodicidad lateral y diagonal de las barras inmersas en el polímero, en la estructura 1-3.

^{2.3..-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites



Figura 2. 16.- Representación de una celda del piezocomposite 1-3, con la periodicidad d de los "palitos".

La presencia de estos modos laterales disminuye el desempeño del transductor robándole energía al modo de resonancia de espesor, que es el deseado^[49], ^[50].

Un aspecto importante de estas resonancias está asociado con las zonas de bandas prohibidas que aparecen en el espectro de las ondas propagándose lateralmente. En la literatura se proporciona un tratamiento unidimensional del tema ^[23], como se muestra en la Figura 2.17, donde una onda plana, viajando hacia la derecha del composite, es parcialmente reflejada por cada capa de PZT.



Figura 2. 17.- Esquema unidimensional representando las reflexiones de Bragg.

Si se considera el coeficiente de reflexión individual de cada capa muy pequeño (menor que 0.01), esto indica que el coeficiente de trasmisión es cercano a uno, pudiéndose ignorar entonces las múltiples reflexiones. Así las ondas individuales reflejadas por las diferentes capas, se combinan en z=0. Si la periodicidad d es del

orden o múltiplo de I/2, las amplitudes de las ondas reflejadas están en fase y se suman constructivamente. Esta es la condición llamada: "reflexión de Bragg". Cuando se satisface, gran cantidad de reflexiones se acumulan, (aunque la reflexión de cada capa del medio periódico sea pequeña). A la frecuencia en que esto ocurre, y en el entorno de esta frecuencia llamada "de Bragg", la onda resultante reflejada no puede propagarse (o es fuertemente atenuada en esa zona). Es decir, en los piezocomposites, la estructura periódica crea zonas de bandas prohibidas ("stopbands") donde las ondas laterales estacionarias, no se propagan ^[23], (al igual que los electrones resonando en una red atómica, las ondas de Lamb resonando en una red mecánica son fuertemente atenuadas en la banda de frecuencia cercanas a las longitudes de onda de las reflexiones de Bragg).

Se puede aprovechar este fenómeno de bandas de frecuencias prohibidas, para evitar el acoplamiento entre la resonancia del modo espesor y las resonancias laterales; para esto lo óptimo es diseñar muestras, cuya frecuencia de resonancia fundamental "caiga" dentro de esas bandas prohibidas para las ondas laterales "espurias".

En las referencias citadas: [38] y [51], se brinda además, un tratamiento bidimensional del fenómeno de reflexión de Bragg y la formación de las bandas prohibidas mencionadas anteriormente.

Estos modelos citados en la literatura, no reflejan la realidad física del fenómeno, ya que por ejemplo: los coeficientes de reflexión suelen ser de un orden mayor que 0.01, y por otro lado, se realizan consideraciones de muestras con extensión infinita, no siendo este nuestro caso.

El proponer nuevos modelos teóricos más ajustados a la realidad, no se encuentra entre los objetivos de esta tesis, pero sí dentro de los trabajos futuros. Por eso, para analizar los modos de vibración laterales y sus frecuencias de resonancia se aceptan estos modelos aproximados.

^{2.3..-} Modos de vibración en discos PZT y piezocomposites

Capítulo 3.- Estudio experimental.

Introducción al capítulo.

- 3.1.- Características geométricas de PZT y piezocomposites 1-3 utilizados.
- 3.2.- Propiedades dieléctricas.
- 3.3.- Propiedades electromecánicas.
- 3.4.- Propiedades piezoeléctricas.
- 3.5.- Propiedades acustoeléctricas. Función de transferencia.

Introducción al capítulo.

Este capítulo expone el estudio experimental de la caracterización de las propiedades electromecánicas y acustoeléctricas de muestras piezocomposites libres de composición de: 14, 25, 40 y 100 % de material *PZT*, y piezocompuestos con contramasa ("backing") de aire (material amortiguador colocado en la cara trasera de las muestras) de: 11, 32, 42 y 100 % de *PZT*.

Se relevan las características geométricas de todas las muestras utilizadas en este trabajo.

Se detalla la implementación de técnicas de caracterización de materiales piezoeléctricos, para las medidas de propiedades: dieléctricas, electromecánicas, piezoeléctricas y acústicas.

Se muestran los resultados de las medidas obtenidas, y se realiza la interpretación y la vinculación de las mismas con el capítulo teórico anterior.

Las referencias del equipamiento utilizado en cada caso, se adjuntan en el Anexo B.

3.1.- Características geométricas de PZT y piezocomposites 1-3 utilizados.

Las muestras utilizadas para este trabajo, fueron fabricadas en el Dpto. de Cerámicas Ferroeléctricas de la Universidad Federal de San Carlos^{*} y en nuestro Laboratorio de Acústica Ultrasonora.

En las Tablas 3.1 y 3.2 se detallan las características geométricas de las muestras que se caracterizaron, correspondientes a cerámicas libres, con sus dos contactos eléctricos en cada cara, y a cerámicas encapsuladas imitando un transductor con contramasa ("backing") de aire, como se vio en la Figura 1.1.

Volumen de PZT	Diámetro barra	Periodicidad	Diámetro	Espesor
	(mm) (± 0.05)	$(mm) (\pm 0.05)$	(mm) (± 0.02)	$(mm) (\pm 0.02)$
Cerámica 14 %	1.10	1.25	26.90	2.50
Cerámica 25 %	1.30	0.80	26.70	2.80
Cerámica 40 %	1.10	0.30	26.70	3.00
Cerámica 100%			24.30	1.20

Tabla 3. 1.- Características geométricas de las muestras cerámicas libres: de 14, 25,40 y 100 % de PZT.

Volumen de PZT	Diámetro barra	Periodicidad	Diámetro	Espesor
	(mm) (± 0.05)	$(mm) (\pm 0.05)$	$(mm) (\pm 0.02)$	$(mm) (\pm 0.02)$
Cerámica 11 %	1.00	1.50	28.70	2.30
Cerámica 32 %	1.10	0.70	25.90	1.30
Cerámica 42 %	1.10	0.45	25.70	1.26
Cerámica 100%			24.70	2.00

Tabla 3. 2.- Características geométricas de las cerámicas con contramasa ("backing")de aire: de 11, 32, 42 y 100 % de *PZT*.

^{*} Por Luis Bássora.

^{3.1.-} Características geométricas.

3.2.- Propiedades dieléctricas.

La caracterización de las propiedades dieléctricas de las muestras se basó en la obtención, a temperatura ambiente, de:

La constante dieléctrica relativa K_{33}^T

El factor de disipación FD

Descripción del montaje experimental para medidas dieléctricas (temperatura ambiente).

Se trabajó con el analizador de impedancias HP 4194A, midiéndose la capacidad eléctrica de las muestras. El equipo está conectado a una PC para el almacenamiento de los datos. Las medidas se realizaron a baja frecuencia (1 kHz) ^[11] en condiciones de tensión mecánica constante (deformación libre). De esta forma, de las medidas de capacidad y la geometría de las muestras (ec. 2.5) se obtuvieron los valores de la constante dieléctrica: K_{33}^T .

La descripción del sistema experimental se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3. 1.- Montaje experimental para la caracterización dieléctrica de las muestras.

Volumen de PZT	Constante	Factor de
	dieléctrica (K_{33}^{T})	Disipación (FD)
Cerámica 11 %	143	0.04
Cerámica 32 %	422	0.05
Cerámica 42 %	583	0.04
Cerámica 100%	1076	0.05

Resultados de propiedades dieléctricas a temperatura ambiente

 Tabla 3. 3. Características dieléctricas de las muestras con contramasa ("backing")

 de aire.

Volumen de PZT	Constante	Factor de
	dieléctrica (K_{33}^{T})	Disipación (FD)
Cerámica 14 %	149	0.01
Cerámica 25 %	326	0.02
Cerámica 40 %	705	0.03
Cerámica 100%	1374	0.03

Tabla 3. 4.- Características dieléctricas de las cerámicas libres.

Análisis de los resultados de las medidas dieléctricas.

En las Tablas 3.3 y 3.4 se muestran los valores de las constantes dieléctricas (a tensión constante), determinadas a partir de las medidas de capacidad de las muestras. Una vez que se hayan calculado los factores de acoplamiento electromecánico (k_t) de las muestras, se obtendrán las constantes dieléctricas K_{33}^S (ver ecuación 2.7) a los efectos de comparar estos resultados experimentales, con los obtenidos por el modelo teórico de Smith.

Como se desea obtener altos valores de la constante dieléctrica relativa, y bajos valores de pérdidas dieléctricas F.D. puede verse que se debe establecer un compromiso entre dichas propiedades^{[52], [53]}.

3.3.- Propiedades electromecánicas.

Para la caracterización de las propiedades electromecánicas a temperatura ambiente de las muestras se midieron las fecuencias de resonancia y antiresonancia en el modo fundamental de vibración y las laterales que pudieron ser detectadas^[39].

Descripción del montaje experimental para medidas eléctricas .

El montaje experimental utilizado es el detallado en la Figura 3.1. Con el Analizador de Impedancia que trabaja en un rango de frecuencias de 100 Hz a 40 MHz. Se relevaron las curvas eléctricas de impedancia (admitancia) y fase en función de la frecuencia.

En el Anexo B, se brindan detalles de este equipamiento utilizado.

Resultados de propiedades electromecánicas:

Las Figuras 3.2 a 3.5 representan las curvas de admitancia y fase en función de la frecuencia de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire de 11, 32, 42 y 100 % de PZT.



Figura 3. 2.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 11 % .



Figura 3. 3.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 32 %.



Figura 3. 4.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 42 % .



Figura 3. 5.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 100 %.

En la Tabla 3.5 se representan los valores de las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas de las muestras, así como los correspondientes a los modos laterales de vibración, obtenidos de las curvas de admitancia anteriores. El pico máximo en las curvas de admitancia corresponde a la frecuencia de resonancia eléctrica y el mínimo a la frecuencia de antiresonancia eléctrica, (siguiendo las ecuaciones (2. 67) y (2.68)) y teniendo en cuenta que la admitancia es el inverso de la impedancia).

Volumen de PZT	f _r (MHz)	f _a (MHz)	f_{lat1} (MHz)	f_{1at2} (MHz)
	(± 0.02)	(± 0.02)	(± 0.02)	(± 0.02)
Cerámica 11%	0.57	0.67		
Cerámica 32 %	1.07	1.25	1.43	1.48
Cerámica 42 %	1.17	1.34	1.97	1.98
Cerámica 100 %	0.91	0.99		

Tabla 3. 5.- Frecuencias de resonancia (f_r) y antiresonancia (f_a) eléctricas del modo espesor, frecuencia lateral 1 $\oint _{latl}$) y frecuencia lateral 2 $\oint _{lat2}$), de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire ^[30].

Análisis de las medidas de las muestras cerámicas ("backing"-aire):

De las curvas de admitancia de las muestras piezocomposites, pueden identificarse claramente las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas a partir de la máxima y mínima admitancia respectivamente.

Las curvas para la muestra de 11 % de fracción de cerámica *PZT*, no presentan apreciablemente, modos de vibración lateral.

La curva correspondiente a la cerámica de 100 % de *PZT*, presenta a bajas frecuencias los picos correspondientes al modo de vibración radial y sus armónicos.

También se pueden determinar en las curvas de fase, los cambios que indican el fenómeno de la resonancia del modo de vibración espesor, ya que, de la expresión de la admitancia:

$$Y = G + jB \qquad \qquad Y = G + j\left(wC - \frac{1}{wL}\right)$$

se tiene que, para frecuencias inferiores a la frecuencia de resonancia, la susceptancia inductiva es mayor que la capacitiva, con lo que el ángulo de fase de la admitancia es negativo.

^{3.3. -} Propiedades electromecánicas. Resultados.

Las Figuras 3.6 a 3.9 representan las medidas de la admitancia en función de la frecuencia de las cerámicas libres de 14, 25, 40 y 100 % de PZT.



Figura 3. 6.- Curva de admitancia y fase de la cerámica 14 %



Figura 3.7.- Curva de admitancia y fase de la cerámica 25 %.



Figura 3.8.- Curva de admitancia y fase de la cerámica 40 %.



Figura 3.9.- Curva de admitancia y fase de la cerámica 100 %

En la Tabla 3.6 se representan los valores de las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas obtenidas de las curvas de admitancia anteriores para las cerámicas libres. (nuevamente ver ecuaciones (2.67) y (2.68)).

Volumen de PZT	f _r (MHz)	f _a (MHz)	f _{lat1} (MHz)	f _{lat2} (MHz)
	(± 0.02)	(± 0.02)	(± 0.02)	(± 0.02)
Cerámica 14 %	0.57	0.69	1.52	1.98
Cerámica 25 %	0.52	0.60	1.51	1.90
Cerámica 40 %	0.47	0.62	1.84	2.59
Cerámica 100 %	1.80	1.97		

Tabla 3. 6.- Frecuencias de resonancia (f_r) y antiresonancia (f_a) eléctricas del modo espesor, frecuencia lateral 1 $\oint _{latl}$) y frecuencia lateral 2 $\oint _{lat2}$), de las cerámicas libres piezocomposites.

Análisis de las medidas de las muestras cerámicas (libres):

Al igual que en las otras muestras cerámicas, se determinaron las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas en las curvas de admitancia.

En este caso, para las piezocomposites se observan con mayor sensibilidad las frecuencias laterales o "espurias", a diferencia de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire, con el efecto de este como amortiguador de las vibraciones correspondientes al modo lateral.

Comparando las medidas de las muestras de 100 %, una libre y otra con contramasa ("backing") de aire, se observa (si se graficaran a igual escala) que en el caso libre, los picos de las resonancias del modo radial son de mayor sensibilidad, y en la cerámica encapsulada son de menor relevancia.

Comparación con el modelo de circuito equivalente:

Por otro lado se presentan los resultados de las medidas de admitancia eléctrica de varias muestras, las cuales se comparan con un modelo de ajuste realizado, considerando el circuito equivalente cerca de la resonancia como un circuito resonante RLC, como se mostró en la Figura 2.4. En el Anexo C, se presenta el detalle de los programas de simulación elaborados.

En todos los casos, los datos de entrada al programa fueron los parámetros medidos con el Analizador de Impedancias HP 4194 A, o sea: los valores de R, L, C del circuito equivalente RLC y la capacidad C_o (capacidad estática) en paralelo con la rama mecánica del circuito, en el entorno de la resonancia.

Una vez ajustados los valores según la simulación realizada, el programa devuelve los parámetros según el modelo propuesto. Se estima el orden del error relativo porcentual entre los valores medidos y los calculados. Los resultados aparecen en las Tablas 3.7 a 3.10 y en las Figuras 3.10 a 3.13 con las medidas experimentales y las curvas según el modelo utilizado, superpuestas.

Se presentan los resultados para las muestras más representativas: las cerámicas con contramasa ("backing") de aire: 11 y 100 %, y las cerámicas libres: 14 y 100 %.

^{3.3. -} Propiedades electromecánicas.

Resultados para cerámicas con contramasa ("backing") de aire:

1	1	%	•	
Ŧ	T.	/0	٠	
_			-	

Parámetros	Datos de entrada	Datos de salida	Error relativo (%)
R (ohm)	394	303	23
L (Henri)	8.88e-004	6.46e-004	27
C (Faradio)	8.84e-011	1.19e-010	34
Co (Faradio)	3.11e-010	3.32e-010	7

Tabla 3. 7 .- Parámetros experimentales de muestras de cerámicas con "backing" de aire con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC.



Figura 3. 10 .- Valores experimentales y curva de simulación para muestra "backing"-aire de 11 %.

Comparación con el modelo de circuito equivalente.

^{3.3. -} Propiedades electromecánicas.

Parámetros	Datos de entrada	Datos de salida	Error relativo (%)
R (ohm)	82	108	32
L (Henri)	3.76e-004	2.65e-004	30
C (Faradio)	8.15e-011	1.21e-010	48
Co (Faradio)	6.83e-010	9.88e-010	45

Tabla 3. 8.- Parámetros experimentales de muestras de cerámicas con "backing" de aire con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC.



Figura 3. 11.- Valores experimentales y curva de simulación para muestra "backing"-aire de 100 %

100 %

Comparación con el modelo de circuito equivalente.

^{3.3. -} Propiedades electromecánicas.

Resultados para cerámicas libres.

<u>14 %:</u>

Parámetros	Datos de entrada	Datos de salida	Error relativo (%)
R (ohm)	621	509	18
L (Henri)	0.0012	0.0011	6
C (Faradio)	5.84e-011	6.41e-011	10
Co (Faradio)	2.66e-010	1.69e-010	36

 Tabla 3. 9. Parámetros experimentales de muestras de cerámicas libres con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC.



Figura 3. 12.- Valores experimentales y curva de simulación para muestra de 14 %.

Comparación con el modelo de circuito equivalente.

Parámetros	Datos de entrada	Datos de salida	Error relativo (%)
R (ohm)	3	2	33
L (Henri)	1.48e-005	1.56e-005	5
C (Faradio)	5.35e-010	5.03e-010	6
Co (Faradio)	2.65e-009	2.94e-009	11

100 %

 Tabla 3. 10. Parámetros experimentales de muestras de cerámicas libres con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC.



Figura 3. 13.- Valores experimentales y curva de simulación para muestra de 100 %

Análisis de los resultados para cerámicas con contramasa ("backing") de aire y cerámicas libres:

El circuito simplificado RLC para la resonancia de una cerámica piezoeléctrica, vibrando en modo espesor, se derivó del circuito de Mason, mediante aproximaciones que limitan su validez a un pequeño entorno de la resonancia.

Por los valores obtenidos en los errores, en el caso de las muestras piezocomposites, se ve claramente que la presencia de resonancias "espurias" indican que no se comportan exactamente en la resonancia, como un circuito equivalente RLC. Dichas resonancias laterales alteran el comportamiento eléctrico de las muestras.

Para el caso de las muestras de 100 %, la presencia importante de las frecuencias del modo radial con sus armónicos, también distorsiona el comportamiento de las muestras como un circuito RLC en la resonancia.

^{3.3. -} Propiedades electromecánicas.

Comparación con el modelo de circuito equivalente.

3.4.- Propiedades piezoeléctricas.

La caracterización de las propiedades piezoeléctricas se realizó obteniendo el factor de acoplamiento electromecánico a partir de las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas del modo espesor, como vimos en el Capítulo 2, aplicando^[49]:

$$k_t^2 = \frac{\mathbf{p}}{2} \frac{f_r}{f_a} \cot\left(\frac{\mathbf{p}}{2} \frac{f_r}{f_a}\right)$$
(3.1)

Resultados de propiedades piezoeléctricas.

Se detalla en las Tablas 3.11 y 3.12, los valores del coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico para las cerámicas con contramasa ("backing") de aire y cerámicas libres respectivamente, determinados a través de la expresión (3.1), a partir de los valores medidos de las frecuencias de antiresonancia que aparecen en las Tablas 3.5 y 3.6.

Volumen de PZT	k _t
Cerámica 11%	0.52
Cerámica 32 %	0.62
Cerámica 42 %	0.59
Cerámica 100 %	0.43

Tabla 3. 11.- Valores del coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico de las muestras de cerámicas con contramasa ("backing") de aire caracterizados ^[53].

Volumen de PZT	k _t
Cerámica 14 %	0.55
Cerámica 25 %	0.53
Cerámica 40 %	0.62
Cerámica 100 %	0.44

 Tabla 3. 12.- Tabla de valores de coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico para las cerámicas libres.

.

Análisis de los resultados obtenidos.

Teniendo en cuenta el objetivo de trabajar con muestras que posean altos valores de coeficientes electromecánicos de acoplamiento, los mejores valores, como se observa en las Tablas 3.11 y 3.12, se obtuvieron con las muestras piezocomposites, por coeficientes por encima de los valores de las muestras de 100 % de PZT.

En la Tabla 3.13, se muestran los valores de la constante dieléctrica, obtenidos a partir de los valores de K_{33}^T . y k_t como se explicó en el Capítulo 2 (ec. (2.7)).

Volumen de PZT	Constante	
	dieléctrica (K_{33} ^S)	
Cerámica 11 %	105	
Cerámica 32 %	290	
Cerámica 42 %	380	
Cerámica 100%	877	

Volumen de PZT	Constante	
	dieléctrica (K_{33} ^S)	
Cerámica 14 %	97	
Cerámica 25 %	234	
Cerámica 40 %	379	
Cerámica 100%	1108	

Tabla 3. 13.- Valores de la constante dieléctrica K_{33}^{S} de las muestras tanto libres, como con contramasa ("backing") de aire respectivamente.

En las Figuras 3.14 y 3.15 se comparan estos resultados experimentales, con las curvas teóricas obtenidas por el modelo de Smith^{[54], [55], [56]} del comportamiento de los piezocomposites 1-3, para las muestras con contramasa ("backing") de aire.

De la curva del coeficiente de acoplamiento (Figura 3.14), puede interpretarse que, para bajas concentraciones de material *PZT* que vibra, el polímero debe constituir una carga

elástica que causa la disminución del coeficiente^[42], esto significa que toda la energía eléctrica no es convertida en acústica y viceversa, debido a que el material polímero "roba", absorbe parte de la energía. Los valores experimentales concuerdan para este tipo de polímero utilizado. De la ecuación (2.41) se ve la dependencia del k_t con la permitividad del material composite.

Para grandes concentraciones de material piezoeléctrico, la sujeción lateral que realiza el polímero sobre las barras, también causa un decrecimiento del valor del coeficiente de acoplamiento, hasta el valor k_t de la muestra de 100 % de *PZT*. (la muestra se considera lateralmente presa). En el modo de resonancia de espesor, las barras de *PZT* vibran en modo fundamental longitudinal 33, (esto es: dirección de aplicación del campo eléctrico:3, dirección de deformación: 3) y el coeficiente de acoplamiento k_{33} debería ser aplicable a este modo (lateralmente libre de deformarse la muestra). Pero sucede que las barras ("palitos") forman parte de las muestras composite, por lo tanto su modo de vibración fundamental corresponderá al modo de espesor lateralmente sujeto con un coeficiente de acoplamiento k_t ^[19]. Por lo tanto, puede decirse que, para valores intermedios de fracción de *PZT*, el coeficiente de acoplamiento electromecánico es cercano (por debajo del mismo) al valor de k_{33} , para una barra cerámica libre (comportamiento de barras), por la presencia de la carga elástica y el amortiguamiento lateral de las barras debido al polímero.

Debemos recordar que en el modelo estudiado se consideró el modo espesor^[54], libre de otros modos de vibración, aunque en realidad, los composites, por su geometría de disco finito, presentan también las vibraciones laterales producto de ondas laterales estacionarias entre los extremos del disco.



Figura 3. 14.- Valores del coeficiente de acoplamiento electromecánico experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las cerámicas contramasa ("backing")-aire: 11, 32, 42 y 100 %

De la Figura 3.15, correspondiente a la curva de la constante dieléctrica relativa, para las cerámicas con contramasa ("backing") de aire, en condiciones de deformación constante, vemos que presenta una dependencia lineal con la cantidad de material cerámico piezoeléctrico. La curva comienza casi en cero, ya que puede despreciarse la constante dieléctrica del polímero frente al alto valor que presenta un material cerámico piezoeléctrico. Debido a la presencia del polímero en los piezocompuestos, que produce un amortiguamiento lateral, limitando así el movimiento de los "palitos", la constante dieléctrica es menor a menor concentración de PZT (recordar que $\mathbf{e}_{PZT} >> \mathbf{e}_{polímero}$).



Figura 3. 15.- Valores de la constante dieléctrica (a deformación constante) experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las cerámicas contramasa ("backing")-aire: 11, 32, 42 y 100 %

La K_{33}^{S} experimental de la muestra de 100 % de *PZT* tiene un valor de 877, la discrepancia en la superposición con la curva teórica está en el hecho de que fue utilizado el valor dado en la literatura^[54] para una muestra cerámica *PZT5A* comercial, de 830, para modelar este parámetro.

^{3.3.-} Propiedades piezoeléctricas.Resultados.Comparación con el modelo teórico de Smith.

3.5.- Propiedades acustoeléctricas. Función de transferencia.

La caracterización de las propiedades acústicas se efectuó determinando la impedancia acústica de las muestras, la respuesta acustoeléctrica y el factor de calidad acústico.

Resultados de propiedades acustoeléctricas.

En la Tabla 3.14 y 3.15 se muestran los valores experimentales de la densidad, la velocidad longitudinal y la impedancia acústica de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire y cerámicas libres.

Volumen de PZT	Densidad (10^3 kg/m^3)	Velocidad (m/s)	Z _a (Mrayls)
	(Error relativo: 2 %)	(Error relativo: 4 %)	(Error relativo: 6 %)
Cerámica 11%	1.90	3082	6.47
Cerámica 32 %	3.18	3250	10.34
Cerámica 42 %	3.87	3377	13.07
Cerámica 100 %	7.74	4356	33.70

 Tabla 3. 14. Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire.

Volumen de PZT	Densidad (10^3 kg/m^3)	Velocidad (m/s)	Z _a (Mrayls)
	(Error relativo: 2 %)	(Error relativo: 4 %)	(Error relativo: 6 %)
Cerámica 14 %	1.92	3500	6.72
Cerámica 25 %	2.64	3584	9.46
Cerámica 40 %	3.60	3780	13.61
Cerámica 100 %	7.62	4704	35.84

Tabla 3. 15.- Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica de las cerámicas.

En la Figura 3.16 se superponen dichos valores de densidad, velocidad longitudinal e impedancia, en función del porcentaje de material cerámico piezoeléctrico, para todas las muestras, con las curvas predichas por el modelo de Smith.



Figura 3. 16.Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las muestras: 11, 32, 42 y 100 %

Del gráfico de densidad en función del porcentaje de *PZT*, se observa la dependencia lineal que existe entre estas dos magnitudes. Esto significa que la densidad va aumentando linealmente a medida que aumentamos la cantidad de barras de *PZT*. Lógicamente, esta curva comienza en el valor de la densidad para el polímero utilizado. En la curva de V_l , (dada por ec. 2.43), para pequeñas concentraciones de *PZT*, la

velocidad longitudinal está gobernada por los efectos combinados de aumento de densidad y rigidez con la concentración de PZT, de ahí la variación que presenta. Para altas concentraciones de PZT también se observa una variación de la velocidad debida a la rigidez de los "palitos" por las fuerzas laterales que ejerce el polímero que lo rodea.

Observamos también que la impedancia acústica aumenta linealmente con la concentración de *PZT* y rápidamente cerca de 100 % de *PZT*, al valor correspondiente de la impedancia de una cerámica piezoeléctrica *PZT*, lateralmente presa (ver ec. 2.42).

De todo lo anterior, en la búsqueda del material óptimo para un transductor sensible, de gran ancho de banda, hay que ajustar la concentración volumétrica de *PZT* ya que a bajas concentraciones siempre disminuye Z_a , pero hasta un límite pues eventualmente, estas bajas concentraciones causan un deterioro de k_t , como se observa en la Figura 3.17, indicando que se debe buscar un compromiso en la cantidad de barras de *PZT* a los efectos de minimizar Z_a y maximizar k_t .



Figura 3. 17.- Gráfico del coeficiente de acoplamiento en función de la impedancia acústica de las muestras contramasa ("backing")-aire: 11, 32, 42 y 100 %.

En la Figura 3.18, se resumen los gráficos de las medidas experimentales con las muestras con contramasa ("backing") de aire, superpuestas al modelo teórico de Smith de piezocomposites1-3, utilizando los datos de las constantes elásticas, etc, proporcionados por la referencia [52].



Figura 3. 18.-Valores experimentales superpuestos al modelo teórico para cerámicas contramasa ("backing")-aire de 11, 32, 42 y 100 %.

Una importante conclusión que se extrae de las gráficas experimentales, es la evidencia de que, el comportamiento predicho por la teoría de Smith para cerámicas libres, también es válido en este caso para las cerámicas con "backing" de aire o encapsuladas.

^{3.3.-} Propiedades acustoléctricas.Resultados.Comparación con el modelo teórico de Smith.

Para medir la respuesta acustoeléctrica de una muestra cerámica ó transductor (RAE), o sea, la función que caracteriza sus propiedades acustoeléctrica, se utilizaron los métodos de:

- 1.- Pulso-eco.
- 2.- Trasmisión.
- 3.- Recepción.

El primero se basa en emitir y recibir con la cerámica colocada frente a un plano reflector paralelo e "infinito", en el segundo se emite con la cerámica que queremos caracterizar y se recibe con un hidrófono, previamente calibrado, y el tercero se basa en emitir con un transductor conocido y recibir con la cerámica a caracterizar.

Excitar mediante un pulso eléctrico a la cerámica piezoeléctrica, significa aplicar un voltaje a través de sus electrodos. Dicha señal, que provoca vibraciones longitudinales en la cerámica, se propaga como onda acústica (por el efecto piezoeléctrico) a través del medio (agua) hasta llegar al plano reflector. Luego de ser reflejado es captado nuevamente por la cerámica y mediante el efecto piezoeléctrico inverso convertido en voltaje, observándose en la pantalla del emisor-detector, el pulso emitido por este y los ecos producidos por las reflexiones de dicho pulso en los planos paralelos del reflector perfecto. Se optimiza la señal reflejada a partir de un sistema de microposicionadores, buscando el paralelismo entre la superficie emisora y la superficie reflectora del plano. Se obtiene así la respuesta acustoeléctrica de la cerámica a partir de la primera. reflexión.

Con el montaje experimental utilizado, podemos despreciar los efectos de difracción, debidos a la geometría de la superficie de emisión, y los efectos de atenuación debidos a la influencia del medio de propagación.

Una vez ubicado el eco a estudiar en la pantalla del emisor-detector, conectamos este a un osciloscopio digital, cuyo rango de frecuencias permita la aplicación del teorema de muestreo. De esta forma, cuando se realiza la lectura de los valores de amplitud de la señal mediante la PC, que está conectada al osciloscopio, en vez de tomar los datos de la señal original en tiempo real, los toma del barrido efectuado por el osciloscopio. Luego de almacenados en la PC los valores de la señal muestreada, se procede a su análisis espectral mediante algoritmos de tratamiento de señales especialmente adaptados a la experiencia.

Respuesta acustoeléctrica.

^{3.3. -} Propiedades acustoléctricas. Resultados.

Descripción del montaje experimental para medidas acustoeléctricas. Detalle de los tres métodos.

Método PULSO-ECO.

Con un emisor-detector de pulsos de ultrasonido, (en nuestro caso: el Sonic), se envía un pulso eléctrico conocido a la cerámica bajo estudio, que es colocada en un banco acústico de precisión, inmerso en agua, con sus electrodos conectados al emisor-detector y a una distancia a^2/I de un plano reflector, siendo a^2/I la zona de transición del campo cercano-lejano de radiación de la muestra.

(Nota: *a* es el radio de la cerámica, *I*: longitud de onda correspondiente a la frecuencia central de la muestra: I = c/f, con *c*: velocidad del sonido en el agua)

La respuesta ecográfica: E(t), es la señal que se obtiene a la salida del sistema, y depende del pulso de entrada: P(t), que es el pulso del generador de ultrasonidos conectado a la cerámica. Se introduce la respuesta acusto-eléctrica, como la función que caracteriza las propiedades acusto-eléctricas de la muestra (*RAE*), a partir de la siguiente relación^[57]:

$$E(t) = P(t) \otimes RAE_{e}(t) \otimes RAE_{r}(t)$$
(3.2)

 $RAE_e(t)$: Respuesta acustoeléctrica en la emisión.

 $RAE_r(t)$: Respuesta acustoeléctrica en la recepción.

Entonces, teniendo en cuenta las condiciones experimentales y la linealidad del sistema (utilizamos sistemas recíprocos), se obtiene la *RAE* mediante la deconvolución temporal:

$$RAE(\mathbf{w}) = \sqrt{\frac{E(\mathbf{w})}{P(\mathbf{w})}}$$
(3.3)

 $RAE_{e}(\omega) = RAE_{r}(\omega)$

(3.4)

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.

Tanto el pulso de entrada P(t), como la respuesta ecográfica de la cerámica: E(t), son visualizados en el osciloscopio y almacenados en el PC para obtener la respuesta acusto-eléctrica.

En la Figura 3.19 se representa el esquema experimental de este método de medidas.



OSCILOSCOPIO

Figura 3. 19.- Montaje experimental del método pulso-eco.

Las Figuras 3.20 a 3.31 representan las señales temporales de la respuesta acustoeléctrica, por el método pulso-eco, y los respectivos espectros de frecuencia, general y ampliado a la zona de interés, de las muestras con contramasa ("backing") de aire.


Figura 3. 20.- Señal temporal de la RAE de muestra de 11 % en el modo pulso_eco.



Figura 3. 21.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 22 - Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.



Figura 3. 23.- Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo pulso_eco.



Figura 3. 24.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 25.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.



Figura 3. 26.- Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo pulso_eco.



Figura 3. 27.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior



Figura 3. 28.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.



Figura 3. 29.- Señal temporal de la RAE de muestra de 100 % en el modo pulso_eco.



Figura 3. 30.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 31.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.

Datos de las señales temporales adquiridas (método: Pulso-eco). (Se emitió y recibió con las muestras)

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 11 %:	
Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	40 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.025 useg
No. de puntos adquiridos:	2000

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 32 %:

Longitud temporal de la señal:	20.46 useg
Frecuencia de muestreo:	50 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.02 useg
No. de puntos adquiridos:	2000

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 42 %:

Longitud temporal de la señal:	20.46 useg
Frecuencia de muestreo:	50 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.02 useg
No. de puntos adquiridos:	2000
	1

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 100 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	40 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.025 useg
No. de puntos adquiridos:	2000

3.5.- Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco. Análisis de los resultados para el modo de operación: pulso-eco.

De la longitud temporal de las señales adquiridas: T, se obtiene d intervalo de tiempo de muestreo: Δt , que está relacionado con el número de puntos adquiridos: N, esto es:

$$\Delta t = \frac{T}{N-1}$$

La frecuencia de muestreo: F_m , a su vez, depende de este intervalo de tiempo de muestreo:

$$F_m = \frac{1}{\Delta t}$$

La resolución en frecuencia depende, además de la frecuencia de muestreo, del número de puntos adquiridos (utilizados en el cálculo de la transformada de Fourier):

$$\Delta f = \frac{F_m}{N-1}$$

existiendo un compromiso entre obtener una buena resolución temporal o frecuencial.

En el modo de operación pulso-eco, las señales temporales de las muestras de 11 y 100 % de *PZT*, fueron de 50 μ seg, ya que con un tiempo menor, se perdía información contenida en los ecos, no así con las muestras de 32 y 42 % de *PZT*.

En los espectros de potencia en decibeles (dB), de todas las señales temporales, se observan claramente, los picos correspondientes a las frecuencias de vibración excitadas: modo radial, espesor y laterales, así como algunos armónicos. El pico máximo corresponde al modo fundamental de espesor.

Se hizo una ampliación ("zoom") de una zona de dichos espectros: hasta 5 MHz en frecuencia, teniendo en cuenta que la zona de interés fuera cercana a la frecuencia del modo fundamental, y hasta -35 dB como límite fijado en la amplitud de los espectros, a los efectos de visualizar la influencia de los modos de vibración excitados. Solamente en el caso de 100 % de *PZT* aparece el armónico de la frecuencia del modo espesor, junto con el pico del modo fundamental de espesor.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Pulso_eco.

Método TRASMISIÓN.

Con el mismo emisor-detector de pulsos de ultrasonido, el Sonic, se excita a la cerámica a caracterizar, y se recibe a la distancia a^2/I con un hidrófono^[40] u otro transductor de respuestas acusto-eléctricas conocidas.

En la entrada tenemos que, la señal que sale de la muestra viene dada por:

$$S_{PZT}(t) = P_{PZT}(t) \otimes RAE_{e}(t)$$
(3.5)

P_{PZT}(t): Pulso del Sonic con la carga (en este caso las muestras).

Y lo que queremos es obtener la RAE_e como emisor de ultrasonido.

Por otro lado, la señal que sale del hidrófono para el osciloscopio (ver montaje experimental) es el pulso que lo excita (corresponde a la señal que salió de la cerámica), convolucionado temporalmente con su respuesta acusto-eléctrica conocida:

$$S_{\text{hidrófono}}(t) = S_{\text{PZT}}(t) \otimes \text{RAE}_{\text{hidrófono}}(t)$$
(3.6)

De aquí:

$$S_{PZT}(\boldsymbol{w}) = \frac{S_{hidrófono}(\boldsymbol{w})}{RAE_{hidrófono}(\boldsymbol{w})}$$
(3.7)

Entonces de puede obtener la RAE_e , sustituyendo la ecuación anterior en (3.6):

$$RAE_{e}(w) = \frac{S_{hidrófono}(w)}{P_{PZT}(w) \cdot RAE_{hidrófono}(w)}$$
(3.8)

El pulso de entrada $P_{PZT}(t)$ y la señal que sale del hidrófono, son visualizados en el osciloscopio y almacenados en el PC para obtener la respuesta acusto-eléctrica en emisión de la muestra.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.





Figura 3. 32.- Montaje experimental del método trasmisión.

Las Figuras 3.33 a 3.44, representan las señales temporales de las RAE y los espectros de frecuencia de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire mediante el método trasmisión.



Figura 3. 33.- Señal temporal de la RAE de muestra de 11 % en el modo trasmisión.



Figura 3. 34.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 35.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.



Figura 3. 36.- Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo trasmisión.



Figura 3. 37. - Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 38.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.



Figura 3. 39.- Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo trasmisión.



Figura 3. 40. - Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 41.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.



Figura 3. 42.- Señal temporal de la RAE de muestra de 100 % en el modo trasmisión.



Figura 3. 43.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 44.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.

Datos de las señales temporales adquiridas. (método: Trasmisión) (Se recibió con un hidrófono calibrado de respuesta plana en 1-10 MHz)

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 11 %:	
Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 32 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 42 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 100 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024
	II

Análisis de los resultados para el modo de operación: trasmisión.

Todas las señales temporales, en este modo de operación, emitiendo con las muestras a caracterizar, fueron de 50 µseg, pero como se trabajó con 1024 puntos, la resolución en frecuencia quedó del orden de las del modo: pulso-eco. Se recibió con un hidrófono calibrado y de respuesta plana en el intervalo de 1 a 10 MHz.

Puede observarse en los espectros de potencia en dB, para todas las muestras, la presencia también de los picos correspondientes a los modos de vibración: radial, aunque de menor amplitud que en el modo pulso-eco, espesor y laterales.

En los gráficos de "zoom" del espectro en dB, puede observarse que es mayor el ancho de banda en frecuencia si se compara con los gráficos de pulso-eco. En este caso no se observa la presencia de otros modos en esta zona de ampliación del espectro.

3.5. - Propiedades acustoeléctricas. Método Trasmisión.

Método RECEPCIÓN.

Con el Sonic se emite un pulso que excita a un transductor conocido y se recibe en el campo lejano, con la cerámica a estudiar.

Del transductor excitado sale una señal $S_{transd.}(t)$ que excita a la muestra a caracterizar:

$$S_{\text{transd.}}(t) = P_{\text{transd.}}(t) \otimes RAE_{e}(t)$$
(3.9)

siendo aquí la $RAE_e(t)$: Respuesta acustoeléctrica del transductor conocido (que se caracterizó por el método pulso-eco).

La muestra es excitada entonces con un pulso que corresponde a la $S_{transd.}$ por lo que se obtiene:

$$S_{PZT}(t) = S_{transd.}(t) \otimes RAE_r(t)$$
 (3.10)

 $con RAE_r(t)$: Respuesta acustoeléctrica de la muestra a caracterizar.

Para obtener dicha respuesta, deconvolucionando temporalmente las ecuaciones (3.9) y (3.10), y luego sustituyendo en (3.10) queda:

$$RAE_{r}(\mathbf{w}) = \frac{S_{PZT}(\mathbf{w})}{P_{transd.}(\mathbf{w}).RAE_{e}(\mathbf{w})}$$
(3.11)

El pulso de entrada $P_{transd.}(t)$ y la señal que sale de la muestra, son visualizados en el osciloscopio y almacenados en el PC para obtener la respuesta acusto-eléctrica en recepción de la muestra analizada.

En la Figura 3.45 se representa el esquema experimental de este método de medidas.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.

OSCILOSCOPIO



Figura 3. 45.- Montaje experimental del método recepción.

Las Figuras 3.46 a 3.57 representan las señales temporales de las RAE y sus espectros de frecuencia de las cerámicas con contramasa ("backing") de aire mediante el método recepción.

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.



Figura 3. 46.- Señal temporal de la RAE de muestra de 11 % en el modo recepción.



Figura 3. 47.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 48.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

3.5. - Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.



Figura 3. 49.- Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo recepción.



Figura 3. 50.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 51.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.



Figura 3. 52.- Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo recepción.



Figura 3. 53.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 54.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

3.5. - Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.



Figura 3. 55.- Señal temporal de la muestra de 100 % en el modo recepción.



Figura 3. 56.- Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.



Figura 3. 57.- Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.

Datos de las señales temporales adquiridas. (método: Recepción) (Se excitó con un transductor plano de frecuencia central: 2.25 MHz)

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 11 %:	
Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 32 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 42 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

Muestra cerámica con contramasa ("backing") de aire: 100 %:

Longitud temporal de la señal:	50.15 useg
Frecuencia de muestreo:	20 MHz
Tipo de ventana:	Hanning
Intervalo de tiempo de muestreo:	0.05 useg
No. de puntos adquiridos:	1024

3.5.- Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción. Análisis de los resultados para el modo de operación: recepción.

En este caso, como en trasmisión; se trabajó con una longitud temporal de 50 µseg y con 1024 puntos. Se emitió con un transductor previamente calibrado y se recibió con las muestras a caracterizar.

El orden de resolución en frecuencias es el mismo que en los modos de operación anteriores: pulso-eco y trasmisión.

En las curvas correspondientes a los espectros en frecuencia, también se observaron todos los modos de vibración excitados, en este caso con mayor amplitud en dichos espectros, en comparación con los modos de operación: pulso-eco y trasmisión. Esto se visualiza mejor en los gráficos de "zoom", donde aparecen, además del pico correspondiente al modo espesor, los picos de las frecuencias laterales, y del transductor con que se emitió, así como el armónico del fundamental en el caso de la muestra de 100 %

^{3.5.-} Propiedades acustoeléctricas. Método Recepción.

El factor de calidad acústico se obtuvo de

$$Q_a = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}}$$
(3.12)

recordando del Capítulo 2 que f_0 corresponde a la frecuencia central de las muestras cerámicas con contramasa ("backing") de aire y Df_{3dB} al ancho de banda en el espectro de frecuencia a 3 dB, una vez ubicado el eco de la muestra que se obtiene cuando se caracteriza su respuesta acusto-eléctrica.

Para cada método utilizado, se muestran en la Tabla 3.16, los valores de la frecuencia central de las muestras, o sea de la frecuencia correspondiente a la máxima amplitud del eco en el espectro y los valores correspondientes al ancho de banda.

Análisis de los resultados acústicos.

En la caracterización acústica, de las figuras correspondientes a los tres modos de operación de las muestras en régimen de: pulso-eco, trasmisión y recepción, se observan las frecuencias de todos los modos de vibración: radial, espesor y lateral.

Un ancho de banda grande, en frecuencia, significa un bajo valor del factor de calidad acústico. Este hecho se corresponde con las gráficas acústicas, mostradas anteriormente. De la Tabla 3.16 se observa que, se obtuvo mayor ancho de banda en frecuencia, con las muestras trabajando en el modo de operación de emisión, lo que las hace válidas para ser usadas^{[58],[59]} en ensayos no destructivo y aplicaciones médicas.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas. Factor de calidad acústico.

PULSO-ECO:

Volumen de PZT	f _o	Δf_{-3dB}	
	(MHz)	(MHz)	
Cerámica 11%	0.57	0.04	
Cerámica 32 %	1.17	0.07	
Cerámica 42 %	1.22	0.09	
Cerámica 100 %	0.94	0.06	

TRASMISIÓN:

Volumen de PZT	f _o	Δf_{3dB}
	(MHz)	(MHz)
Cerámica 11%	0.60	0.10
Cerámica 32 %	1.14	0.27
Cerámica 42 %	1.20	0.12
Cerámica 100 %	0.92	0.08

RECEPCIÓN:

Volumen de PZT	f _o	Δf_{-3dB}
	(MHz)	(MHz)
Cerámica 11%	0.62	0.09
Cerámica 32 %	1.24	0.10
Cerámica 42 %	1.34	0.10
Cerámica 100 %	0.98	0.06

Tabla 3. 16.- Valores medidos de las frecuencias fundamentales en los métodos: pulso-eco, en el modo emisión, en el modo recepción y los valores del ancho de banda en frecuencia a 3dB.

En la Tabla 3.17, se obtienen los valores del factor de calidad acústico para los modos de emisión y recepción, así como se define una figura de mérito para el factor de calidad en pulso-eco, a partir de los factores de calidad de los dos modos anteriores.

Volumen de PZT	Q _T	Q _R	$Q_{P-E} = Q_T Q_R$
Cerámica 11%	6.00	6.90	41
Cerámica 32 %	4.20	12.40	52
Cerámica 42 %	10.00	13.40	134
Cerámica 100 %	11.50	16.30	187

Tabla 3. 17.- Valores del factor de calidad acústico para los tres modos de operación.

De la Tabla 3.18, el comportamiento de las frecuencias analizadas, estaría indicando que, la frecuencia de resonancia eléctrica estaría en correspondencia con la frecuencia del modo de operación: emisión; la frecuencia de antiresonancia eléctrica con el modo de operación: recepción, y la frecuencia del modo: pulso-eco, estaría ubicada entre las dos frecuencias eléctricas mencionadas. Esto es consistente si consideramos que en emisión, la condición eléctrica es a E: constante, o sea, a corto circuito. En recepción, es a D: constante, o sea en condiciones de circuito abierto, donde la frecuencia de antiresonancia eléctrica, coincide con la frecuencia de resonancia mecánica (máxima vibración), como se obtuvo en la ecuación (2.68).

Volumen de	f _r	f_a	f_0	f_0	f_0
PZT	(eléctrica)	(eléctrica)	(emisión)	(recepción)	(pulso-eco)
Cerámica 11%	0.57	0.67	0.60	0.62	0.57
Cerámica 32 %	1.07	1.25	1.14	1.24	1.17
Cerámica 42 %	1.17	1.34	1.20	1.34	1.22
Cerámica 100 %	0.94	0.99	0.92	0.98	0.94

Tabla 3. 18.- Comparación de las frecuencias de resonancia y antiresonancia eléctricas con las frecuencias caracterizadas en modo acústico: en emisión, recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire.

^{3.5. -} Propiedades acustoeléctricas.

Capítulo 4.- Conclusiones y perspectivas futuras.

Del trabajo realizado se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- 1.-En este trabajo se caracterizaron muestras piezocomposites del tipo 1-3, con diferentes concentraciones de *PZT*, con fines de aplicaciones médicas, determinándose propiedades dieléctricas, electromecánicas, piezoeléctricas y acústicas.
- 2.-Con las medidas electromecánicas realizadas de admitancia eléctrica y fase, se obtuvieron las frecuencias de resonancia y antiresonancias eléctricas correspondientes al modo fundamental de vibración: espesor, así como las frecuencias laterales que están presentes en este tipo de conectividad de piezocomposites 1-3. Comparando dichas medidas, con un modelo eléctrico de ajuste, el correspondiente a un circuito *RLC* próximo a la resonancia, se observó que las muestras de 100 % de *PZT* presentan mayor analogía eléctrica con este circuito, no así las muestras piezocomposites, donde los modos laterales o "espurios" de vibración, interfieren con el modo fundamental de espesor.
- 3.- Las curvas eléctricas, muestran que, la amplitud del modo de vibración radial es mucho menor en muestras piezocomposites que en el disco cerámico de 100 % de *PZT*, lo que conviene en aplicaciones médicas, al ser menor el acoplamiento de los modos de vibración: radial espesor.
- 4.- Se obtuvieron las constantes dieléctricas y las pérdidas, parámetros importantes para el logro de un buen acoplamiento eléctrico entre la muestra y el circuito electrónico del equipo de excitación-recepción. En la literatura se reportan ^[55], para composiciones de piezocompuestos del tipo 1-3, valores entre 200 y 600, estando nuestros valores obtenidos experimentalmente en correspondencia con lo reportado.
- **5.**-Todos los parámetros que caracterizan las propiedades estudiadas de las muestras, obtenidos experimentalmente en este trabajo, fueron comparados con el modelo teórico propuesto por Smith ^[34], para conectividad 1-3, que las considera como un medio homogéneo con nuevos parámetros

efectivos, siempre que la escala espacial lateral, sea suficientemente fina, entre las barras de *PZT*. Se obtuvo una adecuada concordancia con este modelo, en las magnitudes determinadas: constante dieléctrica relativa, velocidad longitudinal a través de la muestra, impedancia acústica y coeficiente de acoplamiento electromecánico, como se mostró en el Capítulo experimental, con los resultados de las muestras libres y con contramasa ("backing") de aire. Este acuerdo refleja la validez de las consideraciones asumidas en el modelo. Se verificó que dichos parámetros varían en el piezocompuesto de acuerdo a la proporción de material cerámico *PZT* utilizado.

- 6.-Los mejores valores de coeficientes de acoplamiento electromecánicos correspondieron a los piezocompuestos, evidenciando un mejor desempeño frente a las cerámicas 100 % de *PZT*, esto es: mejor eficiencia en la conversión de energía eléctrica en acústica y viceversa.
- 7.-Con los valores de la impedancia acústica obtenidos, se observó que la mejor "performance" aparece en aquellas muestras de baja composición de *PZT*, indicando un óptimo acoplamiento entre la muestra y el medio a estudiar, lo que implica una gran penetración del pulso de vibración en el material bajo estudio.
- 8.-Las condiciones anteriores están indicando que, en la búsqueda del material óptimo para construir transductores que sirvan en aplicaciones médicas ^[22], esto es: que posean un $k_t \ \ B \ 100 \ \%$ (óptima conversión de energía), $Z_a \ \ B \ 1.5 \ Mrayls$ (cercana a la del tejido biológico) y $V_l \ B \ 1540 \ m/s$ (cercana a la velocidad del sonido en el agua), hay que seleccionar adecuadamente: la fase activa piezoeléctrica (*PZT*) y la fase pasiva (polímero), ajustar la proporción entre las fases y tener en cuenta la escala espacial lateral (periodicidad entre los "palitos").
- 9.-Una conclusión importante en este trabajo, es que, con la caracterización acústica de las muestras, pueden visualizarse todos los modos de vibración: radial, espesor y lateral de los piezocomposites 1-3, resultados que no están suficientemente documentados en la literatura.
- 10.- Así, en el estudio de la caracterización acústica, con las muestras operando en régimen de pulso-eco, trasmisión y recepción de ondas

ultrasonoras, en los espectros de frecuencia se observaron los picos correspondientes a los modos radiales de todas las muestras, por tratarse de una geometría finita, en forma de disco, siendo de menor sensibilidad que los correspondientes a los modos fundamentales de vibración: espesor, resultados que están en concordancia con las medidas eléctricas.

- 11.- A su vez, dichos picos de modos radiales, son de menor sensibilidad operando con las muestras en el modo de trasmisión (por debajo de los 80 dB), a diferencia de la operación en modo pulso-eco y recepción (entre -60 y -80 dB), como se observa en los gráficos obtenidos para los tres modos de operación.
- 12.- En el análisis de los resultados de esas medidas acústicas, también se desprende que, los picos correspondientes a los modos laterales, operando las muestras en régimen de recepción, son de mayor relevancia que en los otros modos de operación, resultados que tampoco están reportados suficientemente en la literatura..
- 13.- Las respuestas acústicas muestran que, con la disminución de material PZT en un piezocomposite, se obtiene un transductor de mejor resolución axial. No obstante se hace necesario establecer un compromiso con otros factores como ganancia y constante dieléctrica.
- 14.- El polímero actúa de la misma forma que colocando una contramasa ("backing") en una cerámica de 100 % de PZT, con la ventaja adicional de simular una capa de acoplamiento con el medio bajo estudio.

Del trabajo realizado, se proponen las siguientes tareas futuras:

- 1.-En la fabricación de piezocomposites, estudiar la combinación de polímeros, esto es: el efecto de los polímeros de acuerdo a sus constantes elásticas, para extender la validez del modelo de Smith sobre los piezocompuestos 1-3.
- 2.-Estudiar la adhesión de los polímeros con las barras ("palito") de *PZT* en las muestras piezocomposites ^[56], ya que una mala adherencia entre polímero y barra de *PZT* resultará en una degradación de las propiedades que se requieren en los mismos.
- 3.-En la caracterización de las propiedades de las muestras, realizar el estudio variando la temperatura, pues, entre otras cosas, midiendo los valores de la permitividad dieléctrica en función de la temperatura, se puede obtener el valor de la temperatura de Curie de las muestras.
- 4.- Estudiar el efecto de diferentes contramasas ("backing") y capas de adaptación al medio ("matching") en los piezocomposites 1-3.
- 5.- Ajustar los modelos del campo de vibración, mediante modelos numéricos por elementos finitos o diferencias finitas, de los piezocompuestos 1-3.
- 6.- Análisis del campo irradiado por estos materiales, en función del tipo y geometría de piezocomposite.
- 7.- Fabricación de "arrays" piezocomposites para imágenes médicas.
- 8.-Estudio de la influencia del espesor de las muestras, en las frecuencias laterales de piezocompuestos (modos de Lamb).

Conclusiones y perspectivas futuras.

Bibliografía y referencias.

- Silk, M. G. "Ultrasonic Transducers for Nondestructive Testing" Adam Hilger Ltd, Techno House, Redliffe Way, Bristol (1984)
- [2] Mason, Warren P. "Piezoelectricity, its history and applications" JASA Vol.70 No.6 (Dec.1981) pp 1561-1566.
- [3] Auld, B. A. "Wave propagation and resonance in piezoelectric materials" JASA, Vol.70 No. 6 (Dec. 1981) pp 1577-1585.
- [4] Berlincourt, D. A., Curran D. R. and Jaffe, H.: "Piezoelectric and Piezomagnetic Materials and their Function in Transducers" Electronic Research Division,
- [5] S.Lee and C. L. Davidson. IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-24 pp 222-225 (1977)
- [6] Berlincourt D. "Piezoelectric ceramics: characteristics and applications" JASA, Vol.70 No. 6 (Dec. 1981) pp 1586-1595.
- [7] Jaffe, B.; Roth, R.S. and Marzullo, S. (1955) J. Research Natl. Bur. Standards 55, pp 239.
- [8] Tiersten, H. F. "Linear piezoelectric plate vibrations" Plenum, New York, 1969. Clevde Corporation, Cleveland, Ohio.
- [9] Ikeda, Takuro "Fundamentals of Piezoelectricity", Oxford University Press, 1990
- [10] Zheludev, I.S. "Physics of Crystalline Dielectrics" Vol. 2 Electrical Properties. Plenum Press New York – London (1971).
- [11] Bernard Jaffe, William R.Cook and Hans Jaffe "Piezoelectric Ceramics" Academic Press-London and New York (1971)
- [12] Kittel, Charles "Introducción a la física del estado sólido", Ed. Reverté S.A., 1981
- [13] Tesis de maestría de Ducinei Garcia. (del Grupo de Cerámica Ferroléctricas de la UFSCar).
- [14] Reitz-Milford-Christy "Fundamentos de la teoría electromagnética" Cuarta Edición, Adisson-Wesley Iberoamericana, 1996.
- [15]"I.R.E. Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelctric Ceramics", 1961, Proc. IRE 49, pp 1161-1169.
- [16] Hiroshi Takeuchi and Chiose Nakaya "PZT/Polymer composites for medical ulrasonic probes" Ferroelecrics Vol. 68 pp 53-61 (1986).
- [17] San Emeterio, J.L.; Ramos, A.; Sanz, P.T. y Riera, E. "Modelo de transductores piezoeléctricos multicapa para ecografía". Mundo Electrónico, Julio 1988, pp 85-90.
- [18] Desilets, C.S.; Fraser, J.D. and Kino, G.S. "The design of efficient broad-band piezoelectric transducers". IEEE Trans. on Sonic and Ultrason. Vol. SU-25, No. 3, pp 115-125 May 1978.
- [19] Gururaja, T.R. et al, "Piezoelectric composite materials for ultrasonic transducer applications." IEEE Trans. Sonics Ultras. SU-32, (1985).
- [20] M. Grewe, T. Gururaja, T. Shrout and R. Newnham "Acoustic Properties of Particle/Polymer Composites for Ultrasonic Transducers contramasa ("backing") Applications". IEEE Trans. on Ultras., Ferr. and Freq. Controls Vol. 37 No. 6 Nov. 1990.

- [21] Tuan Bui; Helen L.W.Chan and Joe Unsworth "Specific acoustic impedances of piezoelectric ceramic and polymer composites used in medical applications" JASA, Vol.83 No. 6 (June 1988) pp 2416-2421.
- [22] Smith, W.A. "The role of piezocomposites in ultrasonic transducers" Ultrasonic Symposium IEEE 1989, pp 755-766
- [23] Auld, B.A "Acoustic Fields and Waves in Solids" Vol. I-Second Edition (1990) Cap. 8. Krieger Publishing Co., Malabar-Florida.
- [24] Newnham, R.E.; Skinner, D.P. and Cross, L.E.; "Connectivity and Piezoelectric-Pyroeletric Composites"; Mat. Res. Bull, 13 USA 1978, pp 525-536.
- [25] Gururaja, T.R.; Schulze, W.A.; Shrout, T.R.; Safari, A.; Webster, L. And Cross, L.E. "High Frequency Applications of PZT/Polymer Composite Material". Ferroelectrics, 1988, Vol.87
- [26] Kawai,H. "The Piezoelectricity of Poly(vinylidene fluoride) (1969) Japanese Journal of Applied Physics 8, pp 975
- [27] Smith, W.A. "New opportunities in ultrasonic transducers emerging from innovations in piezoelectric materials" SPIE Vol. 1733 (1992) pp 3-26.
- [28] Furukawa, T. "Ferroelectric Properties of Vinylidene Fluoride Copolymers" Phase Transitions", pp 143-211 (1989).
- [29] Furukawa, T. "Piezoelectricity and Pyroelectricity in Polymers", IEEE Transactions on Electrical Insulation 24, pp 375-394 (1989).
- [30] Ohigashi, H; Koga, K.; Suzuki, M.; Nakanishi, T.; Kimura, K. And Hashimoto, N.
 "Piezoelectric and Ferroelectric Properties of PVDF-TrFE) Copolymers and Their Application to Ultrasonic Transducers" Ferroelectrics 60, pp 263-276 (1984).
- [31] Ohigashi, H; Takahashi, S.; Tasaki, Y and Li, G.R. "Piezoelectric Properties of Ferroelectric Polymers at Low Temperatures" Proceedings of the 1990 IEEE Ultrasonics Symposium pp 753-756 (1990).
- [32] Matthew, O'Donnell, L.J. Busse and J.G. Miller "Methods of experimental physics" Vol. XIX Cap. 1 Piezoelectric transducers
- [33] Dieulesaint, E. and Royer, D. "Elastic Waves in Solids", Ed. John Wiley and Sons. Chichester-New York- Brisbane-Toronto.
- [34] Smith, W.A. and Auld, B.A. "Modeling 1-3 Composite Piezoelectrics: Thickness Mode Oscillations" IEEE Trans. On Ultras., Ferroelectrics and Freq. Controls, Vol 38 No. 1 (1991), pp 40-47.
- [35] **Smith, W.A.** "The application of 1-3 piezocomposites in acoustic transducers" Proceedings of the 1990 IEEE International Symposium on applications of ferroelectrics. Pp 145-152.
- [36] Kino, Gordon S. "Acoustic Waves: Devices, Imaging and Analog Signal Processing", Prentice-Hall, Inc. New Jersey. 1987
- [37] Gururaja, T.R.; Schulze, W.A.; Cross, L.E.; Auld, B.A.; Shui, Y.A. and Wang, Y. "Resonant Modes of Vibration in Piezoelectric PZT-Polymer Composites with Two Dimensional Periodicity" Ferroelectrics, Vol. 54 pp 183-186, (1984)

- [38] Auld, B.A. et al, "Dynamic behavior of periodic piezoelectric composites." IEEE Ultrasound Symp., pp. 554-558, (1984).
- [39] "I.R.E. Standards on Piezoelectric Crystals: Determination of the Elastic, Piezoelectric and Dielectric Constants - the Electromechanical Coupling Factor", 1958, Proc. IRE 46, pp 764-778 (April 1958).
- [40] Hayward, G. and Gachagan, A. "An evaluation of 1-3 connectivity composite transducer for air-coupled ultrasonic applications". JASA, Vol.99 No. 4 (April 1996) pp 2148-2157.
- [41] Smith, W.A. and Shaulov, A.A.; "Composite Piezoelectrics: Basic Research to a Practical Device", Ferroelectrics, vol. 87, pp. 309-320 (1988).
- [42] Smith, W.A. and Shaulov, A.A.; "Tailoring the properties of composite piezoelectrics materials for medical ultrasonic", Ultrasonic Symposium pp. 642-647 (1985).
- [43] Smith, W.A.; Shaulov, A.A. and Auld, B.A.; "Design of piezocomposites for ultrasonic transducers" Ferroelectrics, Vol.91 pp 155-162, (1989).
- [44] Smith, W.A. and Auld, B.A. "Modeling 1-3 Composite Piezoelectrics: Hydrostatic Response" IEEE Trans. On Ultras., Ferroelectrics and Freq. Controls, Vol 40 No. 1 Jan. 1993 pp 41-49.
- [45] G. Hayward and J.A.Hossack "Unidimensional modeling of 1-3 composite transducers" J.A.S.A. Vol. 88 No.2, pp 599-608, August 1990.
- [46] Hashimoto, K.Y. and Yamaguchi, M. "Elastic, piezoelectric and dielectric properties of composites materials" IEEE Ultrasonics Symposium., 1986. pp 697-702.
- [47] Powell, D.J.; Mould, J. and Wojcik, G.L. "Dielectric and Mechanical Absorption Mechanisms for Time and Frequency Domain Transducer Modeling" IEEE P.Ultrasonics, 1998.
- [48] Francisco R. Montero de Espinosa Freijo "Curso de transductores parte III: Técnicas de construccion de transductores piezoeléctricos de visualización". Cartagena. Colombia.
- [49] Hayward, Gordon and Bennett, Jeremy "Assessing the Influence of Pillar Aspect Ratio on the Behavior of 1-3 Connectivity Composite Transducers" IEEE Trans. On Ultras., Ferroelectrics and Freq. Controls, Vol 43 No. 1 Jan. 1996 pp 98-107.
- [50] Aulet, A. ;Negreira, C.; Gómez, H.; Eiras, J.E. ; Bassora, L. "Identification of lateral vibration modes of piezo-electric composites 1-3 and their effects." IEEE Ultrasound Symp., Vol.2 pp 1063-1066. Nov. 1994.
- [51] Geng, X. and Zhang, Q.M. "Dynamic behavior of periodic piezoceramic-polymer composite plates" Appl. Phys. Lett. 67 (21) Novembre 1995. pp 3093-3095.
- [52] Tesis de maestría de Luis A. Bássora "Compositos Piezoeléctricos Políemo Cerámica (1-3)." 1993 (Grupo de Cerámica Ferroléctricas de la UFSCar)
- [53] Héctor Gómez, Carlos Negreira, Alina Aulet, J. A. Eiras, Luis Bassora "Influence of elastic characteristics of the polymer/resin in lateral resonances of Piezocomposites 1-3" IEEE P.Ultrasonics, Vol 2, pp 535 - 538, Nov.1996 (USA)
- [54] Hayward, G.; Bennett, J. and Hamilton, R. "A theoretical study on the influence of some constituent material properties on the behavior of 1-3 connectivity composites transducer". JASA, Vol.98 No. 4 (October 1995) pp 2187-2196.

- [55] **Fleury, G and Gondard, C.** "Improvements of Ultrasonic Inspections through the use of piezocomposite transducers" 6th European Conference on non destructive testing. NICE- 1994.
- [56] Takeuchi, H and Nakaya, C. "PZT/Polymer composites for medical ultrasonic probes". Ferroelectrics 1986 Vo. 68, pp 53-61
- [57] Sánchez,T; Anaya,J.J.; Parrila,M.; Ullate,L.G. "Obtención de la respuesta al impulso de sistemas de ultrasonidos utilizando el PSD IMS A100". V Congreso Latinoamericano de control automático-Informática 92.
- [58] Gallego-Juarez, J. A. "Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers". J. Phys. E: Sci. Instrum. 22 (1989) pp 804-816.
- [59] Gómez, H.; Negreira, C.; Aulet, A.; Eiras, J.E.; Bassora, L. "Transductores piezocomposites 1-3 para diagnóstico clínico" Anais do III Forum Nacional de Ciencia e Tecnologia em Saude, pp. 355-356, 1996.
- [60] Santaló Luis A. Vectores y tensores con sus aplicaciones. -- Buenos Aires: Eudeba, 1977.

Anexos

A.-) Otras geometrías y sus modos de vibración.

B.-) Detalles del equipamiento utilizado.

C.-) Programas elaborados para tratamiento de los datos adquiridos.

D.-) Métodos de obtención de PZT y piezocomposites 1-3.

E.-) Notación tensorial y las ecuaciones constitutivas para los materiales piezoeléctricos.

ANEXO A Otras geometrías y sus modos de vibración.

Modo de vibración: longitudinal con E paralelo a su longitud.



Figura A.- 1.- Barra delgada que se expande según su longitud excitada con un campo eléctrico paralelo a la longitud.

Considerar en este caso, una barra con electrodos en sus extremos (normal a la dirección x_3) que es excitada mediante la aplicación de un campo eléctrico *E* paralelo a la dirección de deformación de la barra, expandiéndose esta según su longitud.

En este caso, la permitividad de la barra es suficientemente mayor que la del medio que la rodea, esto es: la e_{barra} es >> que la e_{aire} previéndose campos externos fuera del material, así las líneas de flujo eléctrico serán paralelas a la longitud de la barra y por tanto:

$$D_1 = D_2 = 0$$
 y $\partial D_3 / \partial x_3 = 0$

También teniendo en cuenta que el espesor t y el ancho w de la barra son dimensiones mucho menores que la longitud de la barra, la otra variable independiente a tener en cuenta será T-cte, todas las tensiones serán iguales a cero excepto T_3 . De aquí que elijamos a D y T como variables independientes

Anexo A- Otras geometrías y sus modos de vibración.

Los subíndices, en su orden, se refieren a: excitación según x_3 y vibración ó deformación según x_3).

Las ecuaciones piezoeléctricas a utilizar teniendo en cuenta las condiciones de propagación son:

$$S_{3} = s_{33}^{D}T_{3} + g_{33}D_{3}$$

$$E_{3} = -g_{33}T_{3} + \boldsymbol{b}_{33}^{T}D_{3}$$

(A.- 1)

La ecuación de movimiento para este caso:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = \frac{1}{s_{33}^D} \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial x_3^2}$$
$$V^D = \left(\frac{1}{\rho s_{33}^D}\right)^{1/2}$$
(A.- 2)

desde que: $c_{33}^{D} = (s_{33}^{D})^{-1}$ y $e_{33}^{T} = (b_{33}^{T})^{-1}$

con la solución para una excitación armónica:

$$\xi_{3} = \left[Asen\left(\frac{\omega x_{3}}{V^{D}}\right) + B\cos\left(\frac{\omega x_{3}}{V^{D}}\right) \right] \exp(j\omega t)$$
(A.- 3)

Nuestro análisis vendrá dado en términos de las condiciones de frontera sin carga ó libres en los dos extremos ($x_3=0,l$). En los extremos libres de la barra: $x_3 = 0$, $x_3 = l$, la tensión $T_3 = 0$ por lo tanto de (A.-1) tendremos:

$$S_3 = g_{33}D_3$$
 con $S_3 = \frac{\partial \xi}{\partial x_3}$ (A.-4)

Para hallar los coeficientes A y B de (A.-3)

Anexo A- Otras geometrías y sus modos de vibración.
También de (A.-3):

$$\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} = \frac{\omega}{V^D} \left[A \cos \frac{\omega x_3}{V^D} - B \sin \frac{\omega x_3}{V^D} \right] \exp(j\omega t)$$

y utilizando (A.-1):

$$\frac{\omega}{V^{D}} \left[A \cos \frac{\omega x_{3}}{V^{D}} - B \sin \frac{\omega x_{3}}{V^{D}} \right] \exp(j\omega t) = g_{33} D_{3}$$
(A.- 5)

Para $x_3=0$, de la ecuación anterior se obtiene la expresión para A:

$$\frac{\omega}{V^{D}}A\exp(j\omega t) = g_{33}D_{3} \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{V^{D}g_{33}}{W}D_{3}\exp(-jWt) \qquad (A.-6)$$

Para $x_3 = l$ y sustituyendo A en la ecuación (A.-5) se obtiene la expresión para B:

$$\frac{\omega}{V^{D}} \left[\frac{V^{D} g_{33}}{\omega} \cos \frac{\omega l}{V^{D}} - Bsen \frac{\omega l}{V^{D}} \right] \exp(j\omega t) = g_{33} D_{3}$$

$$B = \frac{V^{D} g_{33}}{\mathbf{w}} D_{3} \left[\frac{\left(\cos \frac{\mathbf{w} l}{V^{D}} - 1 \right)}{sen \frac{\mathbf{w} l}{V^{D}}} \right] \exp(-j\mathbf{w} t)$$
(A.-7)

Al final, sustituyendo A y B en la ecuación (A.-3) obtenemos la expresión para x_3 :

$$\mathbf{x}_{3} = \frac{V^{D}g_{33}}{\mathbf{w}} D_{3} \left[sen \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} + \frac{\left(\cos \frac{\mathbf{w}l}{V^{D}} - 1\right)}{sen \frac{\mathbf{w}l}{V^{D}}} \cos \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} \right]$$

y utilizando la identidad:

$$\tan \frac{\beta}{2} = \frac{1 - \cos \beta}{sen\beta}$$

$$\mathbf{x}_{3} = \frac{V^{D} g_{33}}{\mathbf{w}} D_{3} \left[sen \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} - tg \left(\frac{\mathbf{w}l}{2V^{D}} \right) \cos \frac{\mathbf{w}x_{3}}{V^{D}} \right]$$
(A.- 8)

La impedancia eléctrica se obtiene:

$$Z = \frac{Voltaje}{Corriente} = \frac{\int_{0}^{l} E_{3} dx_{3}}{j \mathbf{w} t w D_{3}}$$
(A.-9)

Siendo *w*: ancho de la barra.

Si re-escribimos la ecuación (A.-1) de la siguiente forma:

$$T_{3} = \frac{S_{3}}{s_{33}^{D}} - \frac{g_{33}}{s_{33}^{D}} D_{3}$$
$$E_{3} = -\frac{g_{33}}{s_{33}^{D}} S_{3} + \left(\frac{g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}} + \beta_{33}^{T}\right) D_{3}$$

y sustituyendo la expresión para S₃:

$$S_{3} = \frac{\partial \xi_{3}}{\partial x_{3}}$$

$$S_{3} = g_{33}D_{3}\left[\cos\frac{\omega x_{3}}{V^{D}} + \tan\left(\frac{\omega l}{2V^{D}}\right)sen\frac{\omega x_{3}}{V^{D}}\right]$$
(A.-10)

expresión necesaria para obtener el valor de E_3 :

$$E_{3} = -\frac{g_{33}^{2}}{s_{22}^{D}} D_{3} \left[\cos \frac{\omega x_{3}}{V^{D}} + \tan \left(\frac{\omega l}{2V^{D}} \right) sen \frac{\omega x_{3}}{V^{D}} \right] + \left(\frac{g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}} + \beta_{33}^{T} \right) D_{3}$$
(A.- 11)

Con esta expresión para E_3 se debe integrar para obtener el voltaje a través de la barra como función del desplazamiento eléctrico:

$$Voltaje = \int_{0}^{l} E_{3} dx_{3} = \left[l \left(\frac{g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}} + \beta_{33}^{T} \right) - \frac{2g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}} \frac{V^{D}}{\omega} \tan\left(\frac{\omega l}{2V^{D}}\right) \right] D_{3}$$
(A.- 12)

La corriente aplicada a la barra se puede obtener a partir de la derivada temporal de D_3 :

$$Corriente = j w t w D_3$$
 siendo t: espesor de la barra (A.- 13)

w: ancho de la barra.

Así el cálculo de la impedancia eléctrica es:

$$Z = \frac{\left[l\left(\frac{g_{33}^{2}}{s_{33}^{D}} + \boldsymbol{b}_{33}^{T}\right) - \frac{2V^{D}g_{33}}{\boldsymbol{w}s_{33}^{D}} tg \frac{\boldsymbol{w}l}{2V^{D}}\right]}{j\boldsymbol{w}t\boldsymbol{w}}$$
(A.- 14)

Cuando se considera un medio sin pérdidas, la frecuencia de antiresonancia f_a coincide con la frecuencia de máxima impedancia llamada f_p , y la frecuencia de resonancia coincide con la de mínima impedancia llamada f_s .

De la expresión de la ecuación (A.-14) realizamos el análisis para máxima y mínima impedancia:

$$tg \frac{\mathbf{w}l}{2V^{D}} \to \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathbf{w}l}{2V^{D}} = \frac{\mathbf{p}}{2} \quad \Rightarrow \quad f_{a} = \frac{V^{D}}{2l}$$
 (A.-15)

Se nota de aquí que, con la condición de propagación eléctrica: *D-cte*. (llamada condición de circuito abierto), la frecuencia de antiresonancia eléctrica coincide con la frecuencia

de resonancia mecánica de la barra con electrodos en sus extremos, pues esta ocurre cuando la longitud de la barra:

$$l = \frac{l}{2} \Rightarrow f_{rmec} = \frac{V^D}{2l}$$
.

Por lo tanto la $f_{aelect.} = f_{rmec.}$

Ocurre lo contrario, como se verá en el próximo caso de la barra con los electrodos en sus caras mayores, donde el campo eléctrico es perpendicular a su longitud, o sea con condiciones de propagación de *E-cte*. (llamada condición de cortocircuito) y donde:

 $f_{relect.} = f_{rmec}$.

Continuando con el análisis de la impedancia, cuando esta es mínima:

$$tg \frac{\mathbf{w}l}{2V^{D}} \to 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\mathbf{w}l}{2V^{D}} = \mathbf{p} \qquad \Rightarrow \qquad f_{r} = \frac{V^{D}}{l}$$
 (A.- 16)

Ese valor de frecuencia de resonancia eléctrica corresponde a la frecuencia de antiresonancia mecánica: $f_{relect.} = f_{amec}$



Modo de vibración: longitudinal con E perpendicular a su longitud.

Figura A.- 2 Barra que se expande según su longitud excitada con un campo eléctrico perpendicular a la longitud.

Considerar la misma barra anterior, de dimensiones laterales mucho menor que su longitud pero con electrodos en sus caras mayores (normal a **a** dirección x_3) y que es excitada mediante la aplicación de un campo eléctrico *E* perpendicular a la dirección de deformación de la barra (ó de propagación de la onda elástica) que se expande según su longitud. Este caso difiere del anterior solamente en sus condiciones de frontera eléctricas. Aquí, las caras con electrodos forman superficies equipotenciales en la dirección del movimiento, esto significa E=cte, por lo tanto se elige a *E* como variable independiente. La tensión *T* es elegida como la otra variable independiente una vez que en las direcciones x_2 y x_3 la barra es libre de expandirse.

En las caras con electrodos: $E_1 = E_2 = 0$ y como el espesor se considera muy chico entonces a través de la barra también ocurre lo mismo: $E_1 = E_2 = 0$. Las tensiones $T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0$ sobre las superficies libres y a través de la barra. Por tanto las ecuaciones piezoeléctricas a utilizar teniendo en cuenta las condiciones de propagación son:

ANEXOS

$$S_{1} = S_{11}^{E} T_{1} + d_{31} E_{3}$$

$$D_{3} = d_{31} T_{1} + \boldsymbol{e}_{33}^{T} E_{3}$$
(A.- 17)

La ecuación de onda es nuevamente derivada a partir de la ecuación de movimiento:

$$\boldsymbol{r}\frac{\partial^2 \boldsymbol{x}_1}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x_1}$$
(A.- 18)

Sustituyendo T_1 de la ecuación (A.-16) y utilizando que:

$$S_{1} = \frac{\partial \mathbf{x}_{1}}{\partial x_{1}}$$
$$\mathbf{r} \frac{\partial^{2} \mathbf{x}_{1}}{\partial t^{2}} = \frac{1}{s_{11}^{E}} \frac{\partial^{2} \mathbf{x}_{1}}{\partial x_{1}^{2}} - \frac{d_{31}}{s_{11}^{E}} \frac{\partial E_{3}}{\partial x_{1}}$$
(A.- 19)

Las caras con electrodos, al ser superficies equipotenciales implican que E_3 sea independiente de x_1 , o sea, en la ecuación anterior:

 $\partial E_{3}/\partial x_{1} = 0$

quedando:

donde V^E es la velocidad longitudinal en la barra (condición: *E-cte.*).

Nuevamente, para una excitación sinusoidal:

 $E_{3} = E_{0} \exp(j\mathbf{w}t),$

resultará:

ANEXOS

$$\mathbf{x}_{1} = \left[Asen\left(\frac{\mathbf{w}x_{1}}{V^{E}}\right) + B\cos\left(\frac{\mathbf{w}x_{1}}{V^{E}}\right)\right]\exp\left(j\mathbf{w}t\right)$$
(A.- 21)

En las superficies libres ($x_1=0$, $x_1=l$), la tensión T_1 debe ser cero y de (A.-17) resultará:

$$S_1 = d_{31}E_3 = d_{31}\frac{V}{t}$$
 con V: voltaje aplicado (A.- 22)

De forma similar al caso anterior se hallan los valores de A y B dando como resultados:

$$A = \frac{V^E d_{31}}{\mathbf{w}} E_3 \exp(-j\mathbf{w}t)$$
 (A.- 23)

$$B = \left(\frac{V^{E}d_{31}}{\mathbf{w}}E_{3}\frac{\left[\cos\frac{\mathbf{w}l}{V^{E}}-1\right]}{sen\frac{\mathbf{w}l}{V^{E}}}\right)\exp\left(-j\mathbf{w}t\right)$$
(A.- 24)

$$\mathbf{x}_{1} = \frac{V^{E} d_{31}}{\mathbf{w}} E_{3} \left[sen\left(\frac{\mathbf{w}x_{1}}{V^{E}}\right) - tg\left(\frac{\mathbf{w}l}{2V^{E}}\right) \cos\left(\frac{\mathbf{w}x}{V^{E}}\right) \right]$$
(A.- 25)

La admitancia eléctrica de la barra es:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{Corriente}{Voltaje} = \frac{j\mathbf{w} lw D_3}{\int\limits_0^t E_3 dx_3}$$
(A.- 26)

Se necesita ahora la expresión para D_3 , por tanto de (A.-25):

$$D_3 = d_{31}T_1 + e_{33}^T E_3$$
 Y $T_1 = \frac{1}{s_{11}^E} S_1 - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} E_3$ $con S_1 = \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial x_1}$

lo cual resulta en:

$$T_{1} = \frac{d_{31}}{s_{11}^{E}} E_{3} \left[\cos \frac{\mathbf{w}x_{1}}{V^{E}} + tg \left(\frac{\mathbf{w}l}{2V^{E}} \right) \sin \frac{\mathbf{w}x_{1}}{V^{E}} \right] - \frac{d_{31}}{s_{11}^{E}} E_{3}$$
(A.- 27)

Sustituyendo T_1 en la expresión para D_3 :

$$D_{3} = \left\{ \frac{d_{31}^{2}}{s_{11}^{E}} \left[\cos \frac{\mathbf{w}_{\chi_{1}}}{V^{E}} + tg\left(\frac{\mathbf{w}_{l}}{2V^{E}}\right) sen \frac{\mathbf{w}_{\chi_{1}}}{V^{E}} \right] + \mathbf{e}_{33}^{T} - \frac{d_{31}^{2}}{s_{11}^{E}} \right\} E_{3}$$
(A.- 28)

Reordenando esta ecuación, aparece el factor de acoplamiento piezoeléctrico k_{31} dado por:

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E e_{33}^T}$$
 (A.- 29)

$$D_{3} = \left\{ \boldsymbol{e}_{33}^{T} k_{31}^{2} \left[\cos \frac{\boldsymbol{w} x_{1}}{V^{E}} + tg \left(\frac{\boldsymbol{w} l}{2V^{E}} \right) sen \frac{\boldsymbol{w} x_{1}}{V^{E}} \right] + \boldsymbol{e}_{33}^{T} \left(1 - k_{31}^{2} \right) \right\} E_{3}$$
(A.- 30)

El término: $\boldsymbol{e}_{33}^{T}(1-k_{31}^{2}) = \boldsymbol{e}_{33}^{S}$ es la permitividad para el disco lateralmente preso (Idenominada en la literatura: clamped), a diferencia de la permitividad libre (free): \boldsymbol{e}_{33}^{T} .

Retomando la ecuación (A.-25) y haciendo los cálculos:

$$Y = \frac{1}{Z} = j \mathbf{w} \frac{h w}{t} \mathbf{e}_{33}^{T} \left\{ (1 - k_{31}^{2}) + k_{31}^{2} \left[\frac{t g \mathbf{w} / 2V^{E}}{\mathbf{w} / 2V^{E}} \right] \right\}$$
(A.- 31)

La ecuación (A.-31) indica que la permitividad libre: e_{33}^{T} puede ser obtenida directamente a partir de medidas de impedancia a baja frecuencia.

La frecuencia de resonancia para esta barra, sin pérdidas, corresponde a la máxima admitancia (admitancia infinita):

$$\operatorname{tg} \frac{\boldsymbol{w}l}{2\boldsymbol{V}^{E}} \to \infty \implies \frac{\boldsymbol{w}l}{2\boldsymbol{V}^{E}} = \frac{\boldsymbol{p}}{2} \implies f_{r} = \frac{\boldsymbol{V}^{E}}{2l}$$
 (A.- 32)

De aquí vemos, como se mencionó en el caso anterior, que las frecuencias de resonancia eléctrica y mecánica coinciden. $f_{relect.} = f_{rmec}$

ANEXO B Detalles del equipamiento utilizado.

ANALIZADOR DE IMPEDANCIAS / ANALIZADOR DE GANANCIA Y FASE, HEWLETT PACKARD MODELO HP 4194A.

El analizador HP 4194 A es un equipo diseñado para proveer medidas de gran precisión hasta frecuencias de 100 MHz (ganancia y fase) y 40 MHz (impedancias). el mismo ha sido diseñado para aplicaciones en investigación de materiales y trabajos de rutina en laboratorios de certificación, por mencionar alguno de sus potenciales usos.

CARACTERISTICAS GENERALES

RANGO DE FRECUENCIA100 Hz - 40 MHz (IMPEDANCIA)
100 Hz - 100 MHz (GANANCIA Y FASE)RANGO DE MEDIDAS DE IMPEDANCIA $10 \text{ m}\Omega \text{ A} 100 \text{ M}\Omega$.PARÁMETROS A MEDIR: $|Z|, |Y|, \theta, R, X,G,B,L,C,D,Q$.INCLUYE SISTEMA DE MEDIDAS PARA MATERIALES DIELECTRICOS:(HP16451B) , MATERIALES SOLIDOS:(HP16451B) , MATERIALES SOLIDOS:(HP16451A) Y LIQUIDOS, OPERATIVOCON FRECUENCIAS HASTA 30 MHz.



Anexo B- Detalles del equipamiento utilizado.

GENERADOR-RECEPTOR DE PULSOS DE ULTRASONIDO SONIC -Model FTS Mark IV.

El SONIC es un emisor-receptor de pulsos de ultrasonido, usado como un tester para la realización de ensayos no destructivos sobre los materiales a investigar y como medidor de espesores de materiales. Genera vibraciones de ultrasonido y los envía a través del objeto bajo estudio, en forma de pulsos cortos de energía. Cualquier discontinuidad en el recorrido del haz de ultrasonido, así como en las caras del objeto, es reflejada hacia el equipo nuevamente. El tiempo requerido para que el pulso inicial viaje hacia el material y los ecos que retornan, son visualizados en la pantalla del equipo, así como el espesor o distancia recorrida por el pulso.

CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE INSTRUMENTACIÓN:

Puede ser utilizado para operaciones en los siguientes modo:

Modo NORMAL: Modo THRU-TRANS: FREQUENCIAS DE TESTEO: CONTROLES DE GANANCIA (dB): ANCHO:

FINO:

Método pulso-eco. Método emisión,recepción. 1, 2.25, 5, 10 mhZ Y ANCHO DE BANDA.

0 a 90 en pasos de 10 dB 0 a 15 en incrementos de 1 dB



Anexo B- Detalles del equipamiento utilizado.

OSCILOSCOPIO PROGRAMABLE DIGITAL DE LA SERIE HP 54600 – 100 MHZ.

CARACTERÍSTICAS GENERALES:

Dos canales, ancho de banda en frecuencia: 100 MHz, Rango de muestreo: 20 Msa/s, Longitud de la señal: 4 K; configuración automática del panel frontal, medidas automáticas y mediante cursores de frecuencia, tiempo y voltaje



SISTEMA DE CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA.

CARACTERÍSTICAS GENERALES:

Consta de una cuba con agua, sistema de posicionadores, accesorios para sujetar las muestras, sistema de conexión entre las muestras, el SONIC, el osciloscopio y la PC. Rango y precisión de los posicionadores angulares: 0 - 360 grados, 1/100 de grado. Rango y precisión de los posicionadores lineales: 0 - 25 mm, 0.01 mm Contamos con un plano reflector de acero inoxidable ("stainless steel"): Espesor ≈ 3cm, y diámetro: 10 cm.

También contamos con transductores industriales: Frecuencia central: 1 MHz, 2.25 MHz, 5 MHz, etc.

Las medidas en modo de operación de recepción se realizan con un hidrófono calibrado de diámetro = 0.6 mm y ancho de banda en frecuencia: 1 - 15 MHz.



Anexo B- Detalles del equipamiento utilizado.

ANEXO C Programas elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos.

HP_4194_F.M

Programa para ser utilizado con los datos adquiridos del Analizador de Impedancias 4194A.

A partir de las curvas de Impedancia (Z) y Fase (theta) vs. Frecuencia, calcular los parámetros de los transductores.

Valor absoluto de $Z = (R^2 * X^2)^2$

El analizador de impedancia da un vector correspondiente al módulo de Z = MAG y uno correspondiente a la fase = FASE.

Hay un vector de frecuencias = F.

Estos datos deben estar en memoria para la ejecución.

%(LOAD Nombre del archivo___)

02/12/98

Alina A.

Nicolas P.

Datos a pedir:

t=input('Ingrese el espesor de la muestra (en m): ');

d=input('Ingrese el diámetro de la cara circular de la muestra (en m): ');

Cálculo del área: $a = pi^*((d^2)/4);$

Pasar los valores de la fase de ángulos a radianes:

FASER = FASE*pi/180;

FREC=1000;

Cálculo de R: Resistencia eléctrica = Valor absoluto de Z * cos

(theta).

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento

de los datos adquiridos.

```
R = abs(MAG).*cos(FASER);
Cálculo de X:
                               Reactancia = Valor absoluto de Z * sen (theta).
X=abs(MAG).*sin(FASER);
Cálculo de C: (Capacidad en serie)
                                              C=(1./(2*pi*FREC*abs(X)));
Factor de disipación (Inverso de Q)
FD = R./abs(X);
Cálculo de la permitividad epsilon
                                               epsilon=C.*(t/a);
Cálculo de la constante dieléctrica
                                               epsilon0=8.854e-12;
K=epsilon./epsilon0;
Gráficos:
Gráfico de la Impedancia vs. Frecuencia
figure(1), plot(F,MAG, '*k'), title('Impedancia vs. Frecuencia')
xlabel('Frecuencia (unidades)'),ylabel('Impedancia (ohm)')
pause
Gráfico de la Admitancia vs. Frecuencia
Y=1./MAG;
figure(2), plot(F,Y, '*k'), title('Admitancia vs. Frecuencia')
xlabel('Frecuencia(unidades)'),ylabel('Admitancia (Siemens)')
pause
Gráfico de la Fase vs. Frecuencia
figure(3), plot(F,FASE, '*k'), title('Fase vs. Frecuencia')
xlabel('Frecuencia (unidades)'),ylabel('Fase (grados)')
pause
```

% SIM_COMPO.M

%Simulación de propiedades de los piezocomposites 1-3
%utilizando datos teoricos de PZT5A y polimero:CY130/HY1300
%expresión para la constante elastica: c33 (E)composite
%p:polimero; c:ceramica piezoelectrica

close all hold off Datos de simulación: c11p=0.53e10; c12p=0.31e10; cE11c=12e10; cE12c=7.54e10; cE13c=7.52e10; cE33c=11.5e10; e31c=-5.4; e33c=14; epsilonS33c=7.354e-9; epsilon11p=3.54e-11; KS33c=830; K11p=4.; Fracción de PZT en las muestras. fc=0.0:0.001:1.0; cE33=(fc.*(cE33c-((2*(1-fc)*((cE13c-c12p)^2))./((fc*(c11p+c12p))+((1fc)*(cE11c+cE12c)))))+((1-fc)*c11p); %cE33: cte. elastica (a campo electrico cte.)del piezocomposite (dccion:33) %fc: fraccion de ceramica %(fp=1-fc): fraccion de polimero %cE33c: cte. elastica (a campo electrico cte.) de la ceramica (dccion:33) %cE13c: cte. elastica (a campo electrico cte.) de la ceramica (dccion:13) %c12p: cte. elastica del polimero (dccion:12)

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos. %c11p: cte. elastica del polimero (dccion:11)

%cE11c: cte. elastica (a campo electrico cte.) de la ceramica (dccion:11)

%cE12c: cte. elastica (a campo electrico cte.) de la ceramica (dccion:12)

e33=(fc.*(e33c-((2*(1-fc)*e31c*(cE13c-c12p))./((fc*(c11p+c12p))+((1-

fc)*(cE11c+cE12c))))));

%e33c: cte.piezoelectrica e de la ceramica(dccion:33)

%e31c: cte.piezoelectrica e de la ceramica(dccion:31)

epsilonS33=(fc.*((epsilonS33c)+((2*(1-fc)*(e31c^2))./((fc*(c11p+c12p))+((1-

```
fc)*(cE11c+cE12c)))))+((1-fc)*epsilon11p);
```

%PROMEDIO

%epsilonS33=fc*epsilonS33c+((1-fc)*epsilon11p);

%epsilonS33c: cte. dielectrica de la ceramica (a deformacion S cte.)(dccion:33)

%epsilon11p: cte. dielectrica del polimero (dccion:11)

cD33=cE33+((e33.^2)./(epsilonS33));

%cD33: cte. elastica (a desplazamiento elect. cte.) del piezocomposite (dccion:33)

%e33: cte.piezoelectrica e del piezocomposite(dccion:33)

%epsilonS33:cte. dielectrica del piezocomposite (a deformacion S cte.)(dccion:33) %Graficos

%Densidad

%roc: densidad del composite

%rop: densidad del polimero

%ro: densidad del piezoelectrico

ro=7.74; %en gr/cm3

rop=1.07; %en gr/cm3

roc=fc*ro+((1-fc)*rop);

figure(1)

plot(fc,roc,'k'),title('Densidad vs Volumen % de PZT')

xlabel('Volumen % de PZT'), ylabel('Densidad del composite 1-3 (gr/cm3)')

hold on

pause

KS33=epsilonS33/8.854e-12;

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento

de los datos adquiridos.

```
KS33=KS33/1e2;
```

%Grafico de permitividad del piezocomposite vs fraccion de ceramica figure(2)plot(fc,KS33,'k'),title('Cte. dieléctrica vs Volumen % de PZT') xlabel('Volumen % de PZT'), ylabel('Cte. dieléctrica del composite 1-3(x 10^2)') hold on pause %Grafico de cte.elastica del piezocomposite vs fraccion de ceramica figure(3) plot(fc,cD33,'k'),title('Constante elástica vs Volumen % de PZT') xlabel('Volumen % de PZT'), ylabel('Cte. elástica del composite 1-3 (N/m2)') hold on pause %Grafico de cte.piezoelectrica del piezocomposite vs fraccion de ceramica figure(4)plot(fc,e33,'k'),title('Cte. piezoeléctrica e33 vs Volumen % de PZT') xlabel('Volumen % de PZT'), ylabel('Cte. piezoeléctrica del composite 1-3 (C/m2)') hold on pause %Factor de acoplamiento piezoelectrico. kt=(e33./(sqrt(cD33.*epsilonS33))); ktp=kt*100; figure(5)plot(fc,ktp,'k'),title('Coef. acopl. piezoeléctrico vs Volumen % de PZT') xlabel('Volumen % de PZT'), ylabel('Coef. acopl. piezoeléctrico del composite 1-3 (%)') hold on pause % Velocidad longitudinal Vl=sqrt(cD33./(roc*1e3)); Vl=Vl/1e3; figure(6)

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento

de los datos adquiridos.

```
plot(fc,Vl,'k'),title('Velocidad longitudinal vs Volumen % de PZT')
xlabel('Volumen % de PZT'),ylabel('Velocidad longitudinal del composite 1-3 (x
10^3 m/seg)')
hold on
pause
% Impedancia acustica
Z=sqrt(cD33.*(roc*1e3));
ZMrayls=Z.*1e-6;
figure(7)
plot(fc,ZMrayls,'k'),title('Impedancia acústica vs Volumen % de PZT')
xlabel('Volumen % de PZT'),ylabel('Impedancia acústica del composite 1-3 (Mrayls)')
hold on
```

pause

% Gráfico de kt vs Z acustica

figure(8)

plot(ZMrayls,ktp,'k'),title('Coefc. de acoplamiento vs Impedancia Acústica')

xlabel('Impedancia acústica del composite 1-3 (Mrayls)')

ylabel('Coef. acopl. piezoeléctrico del composite 1-3 (%)')

hold on

pause

Datos para las muestras cerámicas con contramasa ("backing") de aire:

% CALCULA_NOLIBRES.M

%Superposicion de los valores experimentales de propiedades de los piezocomposites 1-3 utilizando datos experimentales PZT+Nb y polimero (de Luiz)

lc11p=0.42e10; lc12p=0.32e10; lcE11c=12.7e10; lcE12c=7.52e10; lcE13c=7.52e10; lcE33c=14.1e10; le31c=-5.4; le33c=15.8; lepsilonS33c=7.76e-9; lepsilon11p=3.60e-11; lKS33c=876; lK11p=4.1; Programas de simulación para circuito RLC

simula.m

echo off

% programa de simulación de las medidas eléctricas.

% Por ejemplo, para: Cerámica de 100 %

clc,close all,clear

load c100

% Cargar el vector de datos experimentales que tiene formato de 3 columnas

% Primera columna: valores de Amitancia

% Segunda columna: valores de Fase

% Tercera columna: valores de frecuencia

% Datos de entrada: Corresponden a los valores medidos en el HP

disp('Entrada de los valores de los parámetros medidos en el HP 4194 A') disp(")

Rhp=input('Ingrese el valor de R medido(en sistema MKS) R = ');

Lhp=input('Ingrese el valor de L medido(en sistema MKS) L = ');

Chp=input('Ingrese el valor de C medido(en sistema MKS) C = ');

Cohp=input('Ingrese el valor de Co medido(en sistema MKS) Co = ');

%ajuste

% Yo es el vector de condiciones iniciales.

f=c100(:,3);

w=2*pi*f;

% Modelo de Y equivalente del circuito de la cerámica

```
Y1=j*(w*Cohp);
```

Y2=(1./(Rhp+(j*(w*Lhp-(1./(w*Chp))))));

```
Yequi=Y1+Y2;
```

%Plot de datos experimentales

figure(1),plot(c100(:,3),c100(:,1),'ok')

title('Medidas de Admitancia'),xlabel('Frecuencia (Hz)')

ylabel('Medidas de Admitancia (mS)')

pause

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos.

```
%Plot de datos según modelo
figure(2),plot(c100(:,3),abs(Yequi),'r')
title('Modelo de Admitancia'),xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Valores según modelo de Admitancia (mS)')
pause
% superposición
figure(3),plot(c100(:,3),c100(:,1),'.k',c100(:,3),abs(Yequi),'r')
title('Superposición de
                         Admitancia
                                       (Línea
                                                            modelo)'),xlabel('Frecuencia
                                                continua:
(Hz)')
ylabel('Admitancia (mS)')
pause
adm=c100(:,1);
%save frecuencia adm w
Yo=[Rhp Lhp Chp Cohp];
Y=fmins('auxsimul',Yo,[],[],adm,w);
Rhpm=Y(1);
Lhpm=Y(2);
Chpm=Y(3);
Cohpm=Y(4);
Y1hpm=j*(w*Cohpm);
Y2hpm=(1./(Rhpm+(j*(w*Lhpm-(1./(w*Chpm))))));
Yequihpm=Y1hpm+Y2hpm;
%Gráficos resultantes:
figure(4), plot(f,abs(Yequihpm))
title('Admitancia según los parámetros de fmins'), xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Admitancia (mS)')
pause
Rhpm
Lhpm
Chpm
```

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento

de los datos adquiridos.

Cohpm pause figure(5),plot(f,adm,'ok ',f,abs(Yequihpm),'k') de Admitancia (Línea continua: title('Superposición modelo según fmins)'),xlabel('Frecuencia (Hz)') ylabel('Admitancia (mS)') er=abs((Rhp-Rhpm)/Rhp)*100 el=abs((Lhp-Lhpm)/Lhp)*100 ec=abs((Chp-Chpm)/Chp)*100 eco=abs((Cohp-Cohpm)/Cohp)*100

%Programa para hacer el fmins !!!!

function T=auxsimul(p,adm,w); % global Rhp Lhp Chp Cohp % global w adm % load frecuencia

Rhp=p(1); Lhp=p(2); Chp=p(3); Cohp=p(4);

% Modelo de Y equivalente del circuito de la cerámica Y1m=j*(w*Cohp); Y2m=(1./(Rhp+(j*(w*Lhp-(1./(w*Chp)))))); Yequim=Y1m+Y2m; T=sum((abs(Yequim)-adm).^2);

Anexo C- Programas elaborados para el tratamiento de los datos adquiridos.

ANEXO D Métodos de obtención de PZT y piezocomposites.

Piezocerámicas PZT.

Como materia prima se selecciona óxidos y carbonatos de gran pureza, en nuestro caso: óxidos de plomo, de zirconio, de titanio y carbonato de plomo (para conformar el Pb(Ti,Zr)O₃:titanato-zirconato de plomo, llamado abreviadamente PZT). Son deseables partículas de pequeño tamaño ya que las impurezas pueden afectar las propiedades dieléctricas y conductivas de las muestras así como las propiedades piezoeléctricas.

Se mezclan los óxidos en molinos rotatorios, por vía húmeda pues la falta de homogeneidad degrada sus propiedades dieléctricas y piezoeléctricas. Una vez mezclados, se pasa al proceso de calcinado, que consiste en una reacción termoquímica con el polvo para eliminar agua e impurezas volátiles. (Por ejemplo: a 800°C reacciona completamente el TiO₂ y el PbO). Con el polvo calcinado se procede al molido que permite compensar variaciones de homogeneidad formadas durante la calcinación. Se puede realizar manualmente. Un molido grosero da como resultado cerámicas porosas y de baja densidad, de ahí la importancia de este proceso.

Durante la compactación se prensan los polvos calcinados y molidos en moldes de acero (en forma de discos, o dependiendo de la forma que se desee). Se conforma el cuerpo cerámico mediante la aplicación de una presión uniaxial (1 ton/cm^2) y una presión isostática (2 ton/cm^2).

Hasta aquí el cuerpo cerámico es poco resistente y de baja densidad por lo que se realiza la sinterización, esto es: mediante una quema ocurre la concentración volumétrica para la desaparición de los poros. Se debe alcanzar en este proceso una determinada temperatura para que la cerámica densifique pues si la temperatura es muy baja la presencia de poros abiertos causa pérdidas dieléctricas y la resistividad se hace sensible a la humedad. Por otro lado, si la temperatura es muy alta ocurre una recristalización acentuada que aumenta los poros cerrados continuando la baja densidad que dificulta la polarización. Se debe tener en cuenta que la volatilización del óxido de plomo ocurre por arriba de 1000° C implementándose por lo tanto mecanismos para evitar la misma.

En el proceso de pulido se obtienen dimensiones precisas y superficies lisas. Este se realiza con polítrices y manualmente para obtener paralelismo entre las caras.

Los electrodos son constituidos por una pintura de plata metálica (al ser quemada se convierte en una capa conductora continua). Se utiliza plata metálica en forma líquida. cuya temperatura de cura es de aproximadamente 590° C. Como último proceso para lograr el efecto piezoeléctrico se polariza la cerámica, aplicando un fuerte campo eléctrico a través de los electrodos (Ep = 4kV/mm durante 15 min. a 100° C). Así se reorientan los dominios ferroeléctricos y el material está listo para exhibir el efecto piezoeléctrico. Si quedaron poros o fallas físicas en los procesos anteriores se puede producir la quiebra de la muestra, por eso este es uno de los procesos más difíciles de realizar ^{[11],[12]}.

Anexo D-Métodos de obtención de PZT

Piezocomposites 1-3.

Existen diferentes técnicas para la preparación de los piezocomposites 1-3^{[23]-[31]}.

A partir de discos cerámicos de PZT, una vez culminado el proceso de sinterización explicado anteriormente, se realizan cortes transversales en una dirección y perpendicularmente después, a fin de obtener barras ("palitos") cuadradas. (Ver Figura 4.1).

Los espacios vacíos entre las barras ("palito") son llenados con polímero. Las superficies de los discos se pulen y se pintan con plata para la obtención de los electrodos. El tamaño de los cortes varía de muestra en muestra pues el objetivo es obtener composites con diferente porcentaje de material piezoeléctrico PZT para lograr impedancias mecánicas bajas, alto coeficiente de acoplamiento electromecánico y buena flexibilidad.



Figura D. 1.- Fabricación de un piezocomposite PZT/polímero del tipo 1-3.

ANEXO E Notación tensorial y las ecuaciones constitutivas para los materiales piezoeléctricos.

Un par de ecuaciones constitutivas de la piezoelectricidad, utilizada con frecuencia, se muestra a continuación:

$$D_{i} = e_{ijk} S_{jk} + e_{ij}^{S} E_{j}$$

$$T_{jk} = c_{jklm}^{E} S_{lm} - e_{ijk} E_{i}$$
(E. 1)

Donde:

D: desplazamiento eléctricoS: deformación mecánicaE: campo eléctricoT: tensión mecánica c_{jklm}^E : constante elástica de rigidez a campo eléctrico constante e_{ijk} : constante piezoeléctrica e_{ijj}^S : permitividad dieléctrica a deformación constante

En notación "reducida", este par de ecuaciones se transforma en:

$$D_{i} = e_{ia} S_{a} + e_{ij}^{s} E_{j}$$

$$T_{a} = c_{ab}^{E} S_{b} - e_{ia} E_{i}$$
(E.2)

La ecuación de movimiento, la Ley de Hooke, las leyes de la electricidad, los parámetros elásticos, eléctricos y piezoeléctricos de un cristal o policristal, se representan teniendo en cuenta una notación tensorial. Los tensores son magnitudes que

cumplen determinadas reglas de transformación ^[60]. De esta forma, las ecuaciones resultan complicadas en cuanto a los subíndices que contienen para diferenciar sobre qué eje o plano están referidas. También hay que tener en cuenta que no todos los tensores son representables en forma matricial.

Para casos particulares, las ecuaciones pueden simplificarse, introduciendo la llamada "notación reducida" de tensores ^[36].

En cristales y policristales, con propiedades de anisotropía, la dirección de propagación de la onda, puede elegirse a lo largo de un eje principal; así los modos son puros longitudinales o puros transversales. En el caso de propagación acústica, la ecuación de onda básica se refiere al caso longitudinal.

Como el interés de este análisis se utiliza para estudiar el caso de propagación de ondas longitudinales puras o transversales puras a lo largo de un eje de simetría de un cristal o policristal, las ecuaciones serán más simples.

Para deducir el par de ecuaciones anterior, comencemos por tener en cuenta, de forma general, la ley de Hooke para materiales elásticos:

$$T = cS \tag{E. 3}$$

Una deformación ("strain") del material, representado por la letra: S, está relacionada con una fuerza de tensión por unidad de área, denominada esfuerzo ó tensión mecánica ("stress") y representada por T. La constante c es la rigidez elástica del material. En notación tensorial, esta ecuación es:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl}$$
(E. 4)

Se asume la convención de Einstein de la suma sobre los índices repetidos:

$$T_{ij} = \sum_{kl} c_{ijkl} S_{kl}$$
(E. 5)

Esta ecuación con subíndices se deduce del carácter de las componentes tensoriales de T, S y la constante c.

Sea el desplazamiento **x**, un vector con tres componentes cartesianas: x_x , x_y y x_z , cada una de las cuales es una función de las tres componentes cartesianas x, y, z del vector r. De esta forma, la deformación S será un tensor con 9 componentes. Como se observa en la Figura E.1, se puede poner de ejemplo el siguiente caso:



Figura E. 1- Desplazamiento de un cubo elemental.

Una onda longitudinal se tiene cuando el movimiento de una partícula en el medio acústico, está en la dirección de propagación de la onda. Así, cuando una fuerza es aplicada a un medio acústico, el medio se expande o contrae en la dirección z. La representación de esta deformación viene dada por:

$$S_{zz} = \frac{\partial \mathbf{x}_z}{\partial z}$$

Para una onda transversal, se tiene que, la deformación asociada es:

$$S_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \boldsymbol{x}_x}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{x}_y}{\partial x} \right)$$

De manera similar se definen: las deformaciones en las otras direcciones:

$$\boldsymbol{S}_{xz}$$
 , \boldsymbol{S}_{yx} , \boldsymbol{S}_{yy} , \boldsymbol{S}_{yz} , \boldsymbol{S}_{zx} , \boldsymbol{S}_{zy} y \boldsymbol{S}_{zz}

La simetría de la ecuación de S_{xy} muestra que:

$$S_{xy} = S_{yx}$$

ya que la definición para esta última componente de la deformación es:

$$S_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{x}_y}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{x}_x}{\partial y} \right)$$

Por lo tanto, para un movimiento unidimensional, se puede representar la deformación *S* por una sola componente, esto es:

 ${S_{zz}}$: para una deformación longitudinal, ${S_{xy}}$: para una deformación transversal.

Por otro lado, la definición ^{[33],[36]} del tensor de esfuerzo *T*, viene dada por la acción de una fuerza, sobre el área de una de las caras, de un cubo de volumen elemental dxdydz. Por ejemplo: para el volumen elemental representado en la Figura (E.2).



Figura E. 2- Representación de algunas componentes del tensor de tensión.

La tensión sobre la superficie de la cara perpendicular al aje z (en este caso: dx dy) tiene las componentes:

$$T_{zx} = \frac{F_x}{dx dy}$$
 correspondiente a una tensión transversal
$$T_{zy} = \frac{F_y}{dx dy}$$
 correspondiente a una tensión transversal

$$T_{zz} = \frac{F_z}{dxdy}$$
 correspondiente a una tensión longitudinal

El primer subíndice del tensor T se refiere al eje de cordenadas normal al plano donde se aplica la fuerza y el segundo subíndice se refiere al eje donde la fuerza de tensión aplicada, es paralela.

Hay nueve componentes de la tensión, que puede representarse en forma matricial:

$$T = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix}$$
(E. 6)

Los términos T_{xx}, T_{yy}, T_{zz} corresponden a componentes longitudinales de la tensión mecánica o esfuerzo mecánico.

Los términos $T_{xy} = T_{yx}$, $T_{yz} = T_{zy}$, $T_{xz} = T_{zx}$ son componentes transversales de la tensión (simetría entre estas componentes).

Como un ejemplo para visualizar esta notación y utilizando la Ley de Hooke, podemos ver que, la relación entre la componente de la tensión T_{xx} y las deformaciones aplicadas: S_{xx} y S_{yy} será:

$$T_{xx} = c_{xxxx} S_{xx} + c_{xxyy} S_{yy}$$

Otro ejemplo: la relación entre la componente de la tensión T_{xz} y la deformación aplicada: S_{xz} será:

$$T_{xz} = c_{xzxz} S_{xz} + c_{xzzx} S_{zx}$$

que equivale a:

$$T_{xz} = 2c_{xzxz}S_{xz}$$

por las propiedades de simetría vistas anteriormente.

En cada caso, los dos primeros subíndices de la constante elástica, se refieren a los subíndices del tensor de esfuerzo, y los dos subíndices restantes, a los del tensor de deformación.

Debido a las propiedades de simetría de los tensores de tensión y deformación, existen solamente seis componentes independientes para cada uno. La notación puede simplificarse aún más. Los subíndices: i, j, k, l que cumplen:

$$i, j = 1, 2, 3$$
 o $i, j = x, y, z$

serán sustituídos por los subíndices: α , β , para denotar a las componentes tensoriales de interés, en esta nueva notación, llamada: "forma reducida".

De esta manera, podemos escribir: $T_{ij} = T_a$ donde se ha sustituído el par *ij* por α .

Para las componentes del tensor de deformación:

$$S_{ij} = \begin{cases} S_{a} & si \ i = j \\ 2S_{a} & si \ i \neq j \end{cases}$$
(E.7)

La nueva notación será entonces, para las constantes elásticas:

$$c_{\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}} = c_{ijkl}$$
 con $\boldsymbol{a} \leftrightarrow (ij); \ \boldsymbol{b} \leftrightarrow (kl)$ (E.8)

Si denotamos:

$$(xx) \leftrightarrow 1 \qquad (yy) \leftrightarrow 2 \qquad (zz) \leftrightarrow 3$$
$$(yz) = (zy) \leftrightarrow 4 \qquad (xz) = (zx) \leftrightarrow 5 \qquad (xy) = (yx) \leftrightarrow 6$$

entonces los valores que pueden tomar a, b son 1, 2, ..., 6.

Como ejemplo, cuando nos referimos a las componentes del tensor de deformación, estas quedarán:

$$S_1(a = 1, \leftrightarrow i, j = xx) = S_{xx}$$
 (deformación longitudinal en la dirección x)

 $S_3(a = 3, \leftrightarrow i, j = zz) = S_{zz}$ (deformación longitudinal en la dirección z)

 $S_4(a = 4, \leftrightarrow i, j = zy) = 2S_{zy}$ (deformación transversal, movimiento sobre el eje x, transversal en las direcciones y, z

$$S_5(a = 5, \leftrightarrow i, j = zx) = 2S_{zx}$$
 (deformación transversal, movimiento sobre el
eje y, transversal en las direcciones x, z

Para las componentes del tensor de esfuerzo, se pueden ver los siguientes ejemplos:

$$T_1(\mathbf{a} = 1, \leftrightarrow i, j = xx) = T_{xx}$$
 (tensión longitudinal en la dirección x)

 $T_6(a = 1, \leftrightarrow i, j = xy) = T_{xy}$ (tensión transversal sobre el eje z)

En resumen, teniendo en cuenta todos los subíndices, teníamos:

$$T_{xx} = \sum_{kl} c_{xxkl} S_{kl}$$

$$T_{xx} = c_{xxxx} S_{xx} + c_{xxyy} S_{yy} + c_{xxzz} S_{zz} + 2c_{xxyz} S_{yz} + 2c_{xxxz} S_{xz} + 2c_{xxxy} S_{xy}$$

con la notación "reducida", nos queda:

$$T_1 = c_{11}S_1 + c_{12}S_2 + c_{13}S_3 + c_{14}S_4 + c_{15}S_5 + c_{16}S_6$$

Por otra parte, estudiando las relaciones para materiales eléctricos, el desplazamiento eléctrico en términos del campo eléctrico se representa:

$$D_i = \boldsymbol{e}_{ij} \boldsymbol{E}_j \tag{E.9}$$

siendo \boldsymbol{e}_{ij} la constante de permitividad dieléctrica.

Se ha expresado esta relación asumiendo también la convención de Einstein de la suma sobre los índices repetidos:

$$D_i = \sum_j \ \boldsymbol{e}_{ij} \boldsymbol{E}_j \tag{E. 10}$$

que equivale a:

$$D_x = \sum_j \mathbf{e}_{xj} E_j = \mathbf{e}_{xx} E_x + \mathbf{e}_{xy} E_y + \mathbf{e}_{xz} E_z$$
$$D_y = \sum_j \mathbf{e}_{yj} E_j = \mathbf{e}_{yx} E_x + \mathbf{e}_{yy} E_y + \mathbf{e}_{yz} E_z$$
$$D_z = \sum_j \mathbf{e}_{zj} E_j = \mathbf{e}_{zx} E_x + \mathbf{e}_{zy} E_y + \mathbf{e}_{zz} E_z$$

Así, el subíndice *i* denota la componente de interés, mientras que *j* va tomando los valores de x, y, z.

Si el material es piezoeléctrico, se combinan las propiedades eléctricas con las mecánicas y surgen las ecuaciones constitutivas que mencionábamos en la ecuación (E.2):

$$D_{i} = e_{ia} S_{a} + e_{ij}^{s} E_{j}$$

$$T_{a} = c_{ab}^{E} S_{b} - e_{ia} E_{i}$$
(E. 11)

donde podemos interpretar que, una deformación mecánica en el material (además de la aplicación de un campo eléctrico), también produce un reordenamiento de las cargas de desplazamiento eléctrico. Y a la vez, una tensión mecánica puede producirse por la aplicación de un campo eléctrico.

Estas ecuaciones están interrelacionadas a través de la constante piezoeléctrica "*e*". Si esta constante vale cero, nuevamente obtendremos las ecuaciones constitutivas mecánicas y eléctricas.

La notación para las constantes piezoeléctricas e son:

$$e_{ia} = e_{ijk}$$
 $i = 1, 2, 3.$ $a = 1, 2, ..., 6.$ (E. 12)

Si se tiene en cuenta la notación tensorial "no abreviada", como $S_{jk} = S_{kj}$, el tensor e_{ijk} es simétrico con respecto a los dos últimos subíndices, esto es:

ANEXOS

$$e_{ijk} = e_{ikj}$$

De esta forma el número de constantes piezoeléctricas independientes se reduce de 27 a 18.

En notación matricial, el módulo piezoeléctrico se puede escribir entonces:

$$e_{i\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{vmatrix}$$

Asumiendo la simetría de las muestras, y las condiciones de isotropía, pueden simplificarse las constantes involucradas en el fenómeno de la piezoelectricidad.

Anexo E – Notación tensorial y las ecuaciones constitutivas para materiales piezoeléctricos.
ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. 1 Esquema general de un transductor piezoeléctrico6)
Figura 2. 1 Modos de vibración en discos piezoeléctricos y piezocomposites 1-317	7
Figura 2.2 - Estructura perovskita. (Por debajo de la temperatura de Curie la	
estructura está ligeramente deformada con respecto a esta) ^[12]	;
Figura 2. 3 Gráfico de las densidades de corriente y la intensidad del campo en un	
dieléctrico22)
Figura 2. 4 Circuito equivalente de una cerámica piezoeléctrica cerca de la	
resonancia fundamental ^[11] 24	!
Figura 2. 5 Conectividad usada para describir composites de dos fases ^[48]	;
Figura 2. 6 Diseño de un composite piezoeléctrico 1-3)
Figura 2. 7 Escala espacial fina del piezocompuesto 1-3 ^[35]	!
Figura 2. 8 Escala espacial grande, del piezocompuesto 1-3 ^[35]	<u>,</u>
Figura 2. 9 (a) Disco cerámico con barras PZT / polímero. (b) Detalle de una celda.	
	5
Figura 2, 11 - Curvas teóricas de densidad, constante dieléctrica, coeficiente de	
acoplamiento electromecánico, impedancia acústica y velocidad longitudinal, en	
función del porcentaie de PZT. La última curva relaciona al coeficiente de	
acoplamiento en función de la impedancia acústica	l
Figura 2, 12,- Disco delgado piezoeléctrico que se expande según su espesor.	
excitado con un campo eléctrico paralelo a dicho espesor 60)
Figura 2. 13 Disco delgado piezoeléctrico aue se expande según su espesor.	
excitado con un campo eléctrico paralelo a dicho espesor	7
Figura 2, 14, - Red de tres puertos del circuito equivalente del disco piezoeléctrico:	
dos mecánicos v uno eléctrico	3
Figura 2. 15 Circuito equivalente de Mason ^[6] para un disco delgado	
piezoeléctrico, que se expande según su espesor, excitado con un campo eléctrico	
paralelo a dicho espesor	l

Figura 2. 16 Representación de una celda del piezocomposite 1-3, con la	
periodicidad d de los "palitos"	77
Figura 2. 17 Esquema unidimensional representando las reflexiones de Bragg7	77

Figura 3. 1.- Montaje experimental para la caracterización dieléctrica de las Figura 3. 4.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 42 %85 Figura 3. 5.- Curva de admitancia de la cerámica ("backing"-aire) de 100 %.......85 Figura 3. 10. - Valores experimentales y curva de simulación para muestra "backing"-aire Figura 3. 11.- Valores experimentales y curva de simulación para muestra "backing"-aire de 93 Figura 3. 12.- Valores experimentales y curva de simulación para muestra de 14 %..........94 Figura 3. 13. - Valores experimentales y curva de simulación para muestra de 100 %........95 Figura 3. 14.- Valores del coeficiente de acoplamiento electromecánico experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las cerámicas contramasa ("backing")-aire: 11, 32, Figura 3. 15.- Valores de la constante dieléctrica experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las cerámicas contramasa ("backing")-aire: 11, 32, 42 y 100 %......101 Figura 3. 16. Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica experimentales superpuestos al modelo de Smith, para las muestras: 11, 32, 42 y 100 %......103 Figura 3. 17.- Gráfico del coeficiente de acoplamiento en función de la impedancia acústica Figura 3. 18.-Valores experimentales superpuestos al modelo teórico para cerámicas

Figura 3. 21 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	109
Figura 3. 22 -Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	109
Figura 3. 23 Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo pulso_eco	110
Figura 3. 24 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	110
Figura 3. 25 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	110
Figura 3. 26 Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo pulso_eco	111
Figura 3. 27 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	111
Figura 3. 28 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	111
Figura 3. 29 Señal temporal de la RAE de muestra de 100 % en el modo pulso_eco	112
Figura 3. 30 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	112
Figura 3. 31 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	112
Figura 3. 32 Montaje experimental del método trasmisión	116
Figura 3. 33 Señal temporal de la RAE de muestra de 11 % en el modo trasmisión	117
Figura 3. 34 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	117
Figura 3. 35 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	117
Figura 3. 36 Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo trasmisión	118
Figura 3. 37 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	118
Figura 3. 38 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.	118
Figura 3. 39 Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo trasmisión	119
Figura 3. 40 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	119
Figura 3. 41 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.	119
Figura 3. 42 Señal temporal de la RAE de muestra de 100 % en el modo trasmisión	120
Figura 3. 43 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	120
Figura 3. 44 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	120
Figura 3. 45 Montaje experimental del método recepción	124
Figura 3. 46 Señal temporal de la RAE de muestra de 11 % en el modo recepción	125
Figura 3. 47 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	125
Figura 3. 48 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.	125
Figura 3. 49 Señal temporal de la RAE de muestra de 32 % en el modo recepción	126
Figura 3. 50 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	126
Figura 3. 51 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior.	126
Figura 3. 52 Señal temporal de la RAE de muestra de 42 % en el modo recepción	127
Figura 3. 53 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	127

Figura 3. 54 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	127
Figura 3. 55 Señal temporal de la muestra de 100 % en el modo recepción	128
Figura 3. 56 Espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	128
Figura 3. 57 Zoom del espectro en frecuencia de la señal temporal anterior	128

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3. 1 Características geométricas de las muestras cerámicas libres: de 14, 25,
40 y 100 % de PZT
Tabla 3. 2 Características geométricas de las cerámicas con contramasa
("backing") de aire: de 11, 32, 42 y 100 % de PZT80
Tabla 3. 3 Características dieléctricas de las muestras con contramasa
("backing") de aire
Tabla 3. 4 Características dieléctricas de las cerámicas libres
Tabla 3. 5 Frecuencias de resonancia (f_r) y antiresonancia (f_a) eléctricas del modo
espesor, frecuencia lateral 1 (f $_{lat1}$) y frecuencia lateral 2 (f $_{lat2}$), de las cerámicas con
contramasa ("backing") de aire ^[30] 86
Tabla 3. 6 Frecuencias de resonancia (f_r) y antiresonancia (f_a) eléctricas del modo
espesor, frecuencia lateral 1 (f $_{lat1}$) y frecuencia lateral 2 (f $_{lat2}$), de las cerámicas
libres piezocomposites
Tabla 3. 7 Parámetros experimentales de muestras de cerámicas con "backing" de
aire con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC92
Tabla 3. 8 Parámetros experimentales de muestras de cerámicas con "backing" de
aire con los valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC
Tabla 3. 9 Parámetros experimentales de muestras de cerámicas libres con los
valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC
Tabla 3. 10 Parámetros experimentales de muestras de cerámicas libres con los
valores simulados según el modelo de circuito resonante RLC
Tabla 3. 11 Valores del coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico de las muestras
<i>de cerámicas con contramasa ("backing") de aire caracterizados ^[53]97</i>
Tabla 3. 12 Tabla de valores de coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico para las
cerámicas libres97
Tabla 3. 13 Valores de la constante dieléctrica K_{33}^s de las muestras tanto libres,
como con contramasa ("backing") de aire respectivamente
Tabla 3. 14 Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica de las cerámicas
con contramasa ("backing") de aire102
Tabla 3. 15 Valores de densidad, velocidad e impedancia acústica de las cerámicas.

pulso-eco, en el modo emisión, en el modo recepción y los valores del ancho de banda en frecuencia a 3dB	Tabla 3. 16 Valores medidos de las frecuencias fundamentales en los métodos:
 banda en frecuencia a 3dB	pulso-eco, en el modo emisión, en el modo recepción y los valores del ancho de
Tabla 3. 17 Valores del factor de calidad acústico133Tabla 3. 18 Comparación de las frecuencias de resonancia y antiresonanciaeléctricas con las frecuencias caracterizadas en modo acústico: en emisión,recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire.133	banda en frecuencia a 3dB132
Tabla 3. 18 Comparación de las frecuencias de resonancia y antiresonanciaeléctricas con las frecuencias caracterizadas en modo acústico: en emisión,recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire.133	Tabla 3. 17 Valores del factor de calidad acústico
eléctricas con las frecuencias caracterizadas en modo acústico: en emisión, recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire	Tabla 3. 18 Comparación de las frecuencias de resonancia y antiresonancia
recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire	eléctricas con las frecuencias caracterizadas en modo acústico: en emisión,
	recepción y pulso-eco, de las muestras con "backing" aire

Agradecimientos:

Al Dr. Carlos Negreira por dirigir este trabajo de tesis de maestría, por el apoyo y por alentarme durante el mismo.

A mis compañeros del LAU, en especial a Cecilia Cabeza, Alicia Arzúa, Ismael Núñez, Nicolás Pérez, Ariel Moreno, Daniel Latorre y Héctor Gómez, por toda la colaboración y sugerencias útiles, en todo momento.

A Guillermo Cortela por su valiosa ayuda y cooperación, en el diseño de todos los montajes experimentales.

A Carlos Bello por ser un permanente apoyo en las discusiones sobre el tema de las cerámicas piezoeléctricas.

Al Dr. José Antonio Eiras, del Grupo de Cerámicas Ferroeléctricas de la UFSCar-Brasil por recibirme en sus laboratorios y tener siempre respuesta a todas mis preguntas.

Igualmente al Ms. Luis Bássora, del mismo Grupo de Cerámicas, por la fabricación de las muestras que fueron caracterizadas en este trabajo.

Al Dr. Eduardo Moreno, del Grupo de Ultrasónica del ICIMAF-Cuba, por poder contar siempre con él, y a todos los integrantes de ese Grupo, por el intercambio en el conocimiento científico.

Al Dr. Alejandro Romanelli, por aceptar formar parte del tribunal de defensa de esta tesis, y desde ya, por sus comentarios y sugerencias, sin duda y con certeza, de gran utilidad.

A Susana Simone y Mirta Sasiain, secretarias del PEDECIBA y a Claudia Piñeyro y Alejandro Crosa, secretarios del Instituto de Física, que también han contribuido, sin saberlo, con este trabajo.

Al PEDECIBA por el apoyo financiero.

A mis padres, mi hermana y mi familia, cubana y uruguaya, porque me siguen mostrando el camino.

A mi compañero, por demostrar que la paciencia es infinita y por seguir recorriendo juntos el camino.

Agradecimientos.