



Modelado cuantitativo para sistemas silvopastoriles

Proyecto de Grado - Ingeniería de Producción

Estudiantes

Malena Costa

Juan Diego González

Victoria Martínez

Tutores

Héctor Cancela

Pedro Piñeyro

Victor Viana

Fecha

Julio 2023

Resumen ejecutivo

En este informe, se presenta el desarrollo, análisis y conclusiones del trabajo realizado en el marco del proyecto final para la carrera de Ingeniería de Producción. El objetivo del mismo consistía de la aplicación de métodos cuantitativos para optimizar la ganancia en un sistema silvopastoril. Con este fin, se realizó una revisión bibliográfica sobre este tipo de sistemas, al igual que acerca de la aplicación de modelos cuantitativos en sistemas agropecuarios, forestales o agroforestales.

Los sistemas silvopastoriles son un tipo de práctica agroforestal en la que se combina en el mismo predio actividades forestales y ganaderas. Dichos sistemas buscan potenciar las interacciones entre los árboles, las pasturas y el ganado de manera de obtener el mayor beneficio económico y ambiental.

Para optimizar la ganancia en conjunto de ambas actividades, se desarrolló un modelo matemático de programación lineal. El mismo sugiere la disposición espacial óptima de los árboles y brinda información de la evolución del sistema para los años de corte de la madera posibles. A su vez, indica la carga ganadera máxima de cada año y las ganancias finales para la actividad ganadera y forestal. El objetivo de este modelo es que los productores que están considerando aplicar un sistema silvopastoril en sus predios tengan de referencia las salidas para tomar decisiones fundamentadas.

Se realizó una experimentación numérica para analizar la variación de las soluciones al modificar el valor de parámetros de entrada. En primer lugar, se estudió un caso base con alto grado de detalle para interpretar los resultados del modelo. Para el mismo se obtuvieron soluciones que muestran un beneficio económico mayor para la forestación que para la ganadería. Luego, se escogieron casos de interés en los que se modificaron características del sistema, llegando a soluciones que presentaron variaciones coherentes con la realidad en cuanto a cantidad de árboles a plantar, ganancia de forestación y ganancia de ganadería.

Por último, se concluye que se logró desarrollar un modelo matemático que facilita el entendimiento y la evolución en el tiempo de los componentes de los sistemas silvopastoriles. De esta manera las salidas del modelo propuesto, pueden ser útiles para el apoyo en la toma de decisiones de los productores que buscan implementar sistemas de este tipo.

Palabras clave: Sistemas Silvopastoriles, Sistemas Agroforestales, Programación Matemática, Optimización.

Agradecimientos

En primer lugar, nos gustaría agradecer a nuestros tutores Héctor Cancela, Pedro Piñeyro y Víctor Viana. Su motivación, interés y buena disposición fueron en todo momento tan importantes como su conocimiento para acompañarnos en este largo proyecto. Además, su experiencia en esta clase de trabajos se vio reflejada en cada uno de los consejos que fueron nuestra guía para avanzar.

Asimismo, agradecemos profundamente al productor José Luis Dutra Da Silveira. “Pepe” fue nuestro referente para todo tipo de dudas relacionadas a los sistemas silvopastoriles. Nos aportó información, fotos, y muchas horas de interesantes reuniones. Con sus relatos, logró despertar en nosotros un interés que llevó a involucrarnos aún más en el tema.

Nos gustaría hacer mención especial a todos los involucrados en el Proyecto Semillero. El mismo se lanzó en el año 2022 bajo el título «Nuevos Desafíos en la Gestión Ambiental Integrada en Instituciones Públicas» con el fin de integrar distintas disciplinas de la Udelar poniendo foco en la gestión ambiental.

De la misma forma, queremos dar las gracias a cada uno de los docentes y funcionarios de la facultad que nos acompañaron en estos años. Su conocimiento y su guía fue fundamental para llegar al desarrollo de este proyecto.

Por último, agradecemos a nuestras familias y amigos por acompañarnos y respaldarnos en todo momento.

Índi

1	Introducción	10
2	Marco teórico	12
2.1	Sistemas agroforestales y SSP en Uruguay.....	12
2.2	Componentes de los Sistemas Silvopastoriles.....	13
2.3	Conceptos de forestación.....	15
2.4	Ciclos de los componentes de los SSP.....	16
2.5	Interacciones entre componentes.....	17
2.6	Biodiversidad.....	19
3	Descripción del problema y formulación del modelo	21
3.1	Descripción del problema.....	21
3.2	Modelo matemático para sistemas silvopastoriles.....	25
3.2.1	Formulación matemática.....	27
3.2.2	Determinación de la Función Objetivo.....	31
3.2.3	Procedimiento de resolución.....	34
3.3	Validación del modelo.....	35
3.3.1	Tamaño de predio pequeño.....	35
3.3.2	Decisión de forestación.....	36
3.3.3	Decisión de ganadería.....	37
3.3.4	Factor de conversión de materia seca a <i>kg</i> carne nulo.....	38
3.3.5	Alto valor del <i>kg</i> de carne producido (<i>V_{cp}</i>).....	38
3.3.6	Alto valor de precio de venta de madera (<i>P_{vm}</i>).....	39
4	Experimentación numérica	41
4.1	Caso base.....	41
4.2	Estudio de casos de interés.....	51
4.2.1	Modificación del valor del porcentaje de árboles comercializables a la fecha de corte (<i>V</i>).....	51
4.2.2	Modificación del factor de crecimiento (<i>Z</i>).....	52
4.2.3	Modificación de la densidad de referencia (<i>D_p</i>).....	53
4.2.4	Variación del consumo de materia seca (<i>C_{ss}</i> y <i>C_{cs}</i>).....	54
4.2.5	Variación del factor de pisoteo, orina y heces (<i>FP</i>).....	55
5	Conclusiones	57
	Referencias	59
	Anexo I: Estado del Arte	61
	Anexo II: Definición de conjuntos, parámetros y variables	88
	Anexo III: Casos de Validación	91
	Anexo IV: Conjuntos y parámetros del Caso Base	98
	Anexo V: Casos de Experimentación numérica	99

Índice de

1	Evaluación del área de ganado y del área forestada entre 1995 y 2013. Fuente: MGAP 2013	13
2	Componentes de los SSP. Fuente: Elaboración propia.....	14
3	Esquema de un SSP. Fuente: Adaptado y simplificado de [1].....	14
4	Conceptos filas y callejones. Fuente: [2].....	15
5	Conceptos filas y callejones. Fuente: Productor José Luis Dutra Da Silveira.....	16
6	Ciclos de los componentes en SSP. Fuente: [5].....	16
7	Interacciones entre los componentes. Fuente: [10].....	17
8	Gráfico crecimiento pasturas según método tradicional y método integrado. Fuente: [12]	19
9	Interacción entre los componentes del SSP. Fuente: Productor José Luis Dutra Da Silveira	19
10	Gráfico capacidad de almacenamiento de fósforo. Fuente: [12].....	20
11	Diagrama de configuración de los árboles con dos filas por hilera en un sistema silvo- pastoril. Fuente: Elaboración propia.....	21
12	Diagrama de configuración de los árboles en un sistema silvopastoril. Fuente: Elabora- ción propia.....	22
13	Área de forma irregular aproximada por múltiplo del patrón unitario. Fuente: Elabora- ción propia.....	22
14	Ganancia total del sistema silvopastoril en función de Tc . Fuente: Elaboración propia .	49
15	Ganancia promedio anual en función de Tc . Fuente: Elaboración propia.....	49
16	Evolución de m^3 de madera según t . Fuente: Elaboración propia.....	50
17	Evolución de kg de carne según t . Fuente: Elaboración propia.....	50
I.1	Evaluación del área de ganado y del área forestada entre 1995 y 2013. Fuente: MGAP 2013	64
I.2	Porcentaje de artículos por colección o repositorio. Fuente: Elaboración propia.....	65
I.3	Porcentaje de artículos por fecha de publicación. Fuente: Elaboración propia.....	66
I.4	Porcentaje de artículos por País. Fuente: Elaboración propia.....	66
I.5	Componentes de los SSP. Fuente: Elaboración propia.....	67
I.6	Esquema de un SSP. Fuente: Adaptado y simplificado de [1].....	68
I.7	Conceptos filas y callejones. Fuente: [2].....	69
I.8	Ciclos de los componentes en SSP. Fuente: [5].....	69
I.9	Interacciones entre los componentes. Fuente: [10].....	70
I.10	Gráfico crecimiento pasturas según método tradicional y método integrado. Fuente: [12]	72
I.11	Gráfico de capacidad de almacenamiento de fósforo. Fuente: [12].....	73
I.12	Estructura de un sistema agropastoral circular en Aldea Donglin. Fuente: [18].....	74
I.13	Comparación del consumo de energía en el sistema original y en el sistema optimizado. Fuente: [18].....	75
I.14	Diagrama analítico del trade-off. Fuente: [20].....	76
I.15	Características de las soluciones óptimas. Arriba: Distribución del área. Abajo: Dimen- sión lograda. Fuente: [20].....	77
I.16	Resultados de agricultura, carbono y biodiversidad según la distribución del área. Fuen- te: [20].....	77
I.17	Curva de isocostos para la producción de madera y un cultivo de agricultura y sus posibles relaciones. Fuente: [25].....	81
I.18	Diversas situaciones y sus curvas de isogancia e isocostos. Fuente: [25].....	82
I.19	Esquema multi periodo para programación lineal. Fuente: [25].....	82
I.20	Resultados obtenidos a partir de las entrevistas con los agricultores y los indicadores elegidos para el uso de las tierras. Fuente: [27].....	84

I.21 Resultados obtenidos de la optimización de las tierras. Fuente: [27].....84

Índice de Tablas

1	Kilogramos de Materia Seca por hectárea para cada año.....	32
2	Salidas del modelo para $L_1 = 2 m$ y $L_2 = 3 m$	36
3	Salidas del modelo para $Pvm = 10$ USD.....	36
4	Salidas del modelo para $Pvm = 5$ USD.....	36
5	Salidas del modelo para $Pvm = 1$ USD.....	36
6	Salidas del modelo para $Vcp = 1.9$ USD.....	37
7	Salidas del modelo para $Vcp = 1$ USD.....	37
8	Salidas del modelo para $Vcp = 0.09$ USD.....	38
9	Salidas del modelo para $Ccs = 0$ y $Css = 0$	38
10	Salidas del modelo para $Vcp = 20$ USD.....	39
11	Salidas del modelo para $Vcp = 10$ USD.....	39
12	Salidas del modelo para $Pvm = 50$ USD.....	39
13	Análisis tratamientos para $Pvm = 50$ USD.....	40
14	Valores de parámetros del caso base.....	41
15	Valores de conjuntos del caso base.....	41
16	Tratamiento escogido para $Tc = 8$	42
17	Ganancias asociadas a $Tc = 8$	42
18	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 8$	42
19	Tratamiento escogido para $Tc = 9$	42
20	Ganancias asociadas a $Tc = 9$	42
21	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 9$	43
22	Tratamiento escogido para $Tc = 10$	43
23	Ganancias asociadas a $Tc = 10$	43
24	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 10$	43
25	Tratamiento escogido para $Tc = 11$	44
26	Ganancias asociadas a $Tc = 11$	44
27	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 11$	44
28	Tratamiento escogido para $Tc = 12$	44
29	Ganancias asociadas a $Tc = 12$	45
30	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 12$	45
31	Tratamiento escogido para $Tc = 13$	45
32	Ganancias asociadas a $Tc = 13$	45
33	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 13$	46
34	Tratamiento escogido para $Tc = 14$	46
35	Ganancias asociadas a $Tc = 14$	46
36	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 14$	47
37	Tratamiento escogido para $Tc = 15$	47
38	Ganancias asociadas a $Tc = 15$	47
39	Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 15$	48
40	Salidas del modelo para $V = 40$ %.....	51
41	Salidas del modelo para caso base $V = 70$ %.....	51
42	Salidas del modelo para $V = 100$ %.....	51
43	Salidas del modelo para caso base $Z = 21.5$	52
44	Salidas del modelo para caso base $Z = 16.5$	52
45	Salidas del modelo para $Z = 11.5$	52
46	Salidas del modelo para $Z = 6.5$	52
47	Salidas del modelo para $Z = 1.5$	53

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

48	Salidas del modelo para $Dp = 150$	53
49	Salidas del modelo para $Dp = 200$	53
50	Salidas del modelo para caso base, $Dp = 250$	53
51	Salidas del modelo para $Dp = 300$	54
52	Salidas del modelo para $Dp = 350$	54
53	Salidas del modelo para caso base $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.036$	54
54	Salidas del modelo para $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.136$	54
55	Salidas del modelo para $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.236$	55
56	Salidas del modelo para $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.336$	55
57	Salidas del modelo para $Css = 0.13$ y $Ccs = 0.036$	55
58	Salidas del modelo para $Css = 0.23$ y $Ccs = 0.036$	55
59	Salidas del modelo para $FP = 1$	56
60	Salidas del modelo para el caso base $FP = 0.8$	56
61	Salidas del modelo para $FP = 0.6$	56
62	Salidas del modelo para $FP = 0.4$	56
63	Salidas del modelo para $FP = 0.2$	56
III.1	Valores parámetros Caso 1 validación.....	91
III.2	Salidas del modelo para Caso 1 validación.....	91
III.3	Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 10$	92
III.4	Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 10$	92
III.5	Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 5$	92
III.6	Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 5$	92
III.7	Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 1$	93
III.8	Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 1$	93
III.9	Valores parámetros Caso 3 validación, con $Vcp = 1.9$	93
III.10	Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $Vcp = 1.9$	94
III.11	Valores parámetros Caso 3 validación, con $Vcp = 1$	94
III.12	Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $Vcp = 1$	94
III.13	Valores parámetros Caso 3 validación, con $Vcp = 0.09$	94
III.14	Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $Vcp = 0.09$	95
III.15	Valores parámetros Caso 4 validación, con $Css = 0$ y $Ccs = 0$	95
III.16	Salidas del modelo para Caso 4 validación, con $Css = 0$ y $Ccs = 0$	95
III.17	Valores parámetros Caso 5 validación, con $Vcp = 20$	96
III.18	Salidas del modelo para Caso 5 validación, con $Vcp = 20$	96
III.19	Valores parámetros Caso 5 validación, con $Vcp = 10$	96
III.20	Salidas del modelo para Caso 5 validación, con $Vcp = 10$	96
III.21	Valores parámetros Caso 6 validación, con $Pvm = 50$	97
III.22	Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 50$	97
IV.1	Valores de conjuntos del caso base.....	98
IV.2	Valores de parámetros del caso base.....	98
V.1	Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 40\%$	99
V.2	Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 40\%$	99
V.3	Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 70\%$	99
V.4	Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 70\%$	100
V.5	Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 100\%$	100
V.6	Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 100\%$	100
V.7	Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 21.5$	101
V.8	Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 21.5$	101
V.9	Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 16.5$	101

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

V.10 Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 16.5$	101
V.11 Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 11.5$	102
V.12 Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 11.5$	102
V.13 Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 6.5$	102
V.14 Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 6.5$	102
V.15 Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 1.5$	103
V.16 Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 1.5$	103
V.17 Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 150$	103
V.18 Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 150$	104
V.19 Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 200$	104
V.20 Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 200$	104
V.21 Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 250$	104
V.22 Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 250$	105
V.23 Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 300$	105
V.24 Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 300$	105
V.25 Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 350$	105
V.26 Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 350$	106
V.27 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.036$	106
V.28 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.036$	106
V.29 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.136$	107
V.30 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.136$	107
V.31 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.236$	107
V.32 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.236$	107
V.33 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.336$	108
V.34 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.336$	108
V.35 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.130$ y $Ccs = 0.036$	108
V.36 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.130$ y $Ccs = 0.036$	108
V.37 Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.230$ y $Ccs = 0.036$	109
V.38 Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.230$ y $Ccs = 0.036$	109
V.39 Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 1$	109
V.40 Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 1$	110
V.41 Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.8$	110
V.42 Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.8$	110
V.43 Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.6$	110
V.44 Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.6$	111
V.45 Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.4$	111
V.46 Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.4$	111
V.47 Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.2$	111
V.48 Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.2$	112

1. Introducción

En este documento se presenta el trabajo realizado sobre el desarrollo de un modelo cuantitativo para la optimización de un sistema silvopastoril. Dicho trabajo se desarrolló dentro del contexto del proyecto de fin de carrera de Ingeniería de Producción. Previo a la etapa de modelado matemático, se llevó a cabo una revisión bibliográfica acerca de la temática de manera de recabar los conceptos más importantes de los sistemas silvopastoriles, al igual que la aplicación de modelos cuantitativos en los mismos.

Los sistemas agroforestales se caracterizan por el aumento de productividad proveniente de combinar la producción forestal, de cultivos y/o animales en un mismo predio [1]. En particular, los sistemas silvopastoriles (SSP) son aquellos sistemas agroforestales donde se integran árboles, ganado y pasturas buscando maximizar la producción del sistema de manera sostenible. En un informe de consultoría realizado por el Ministerio de Ganadería Agricultura y Pesca, los productores mencionan que existe falta de asesoramiento integrado para la práctica de estos sistemas [2]. El problema que se intenta abordar en el proyecto se centra en la toma de decisiones para combinar la actividad ganadera y forestal para obtener el mayor beneficio económico y ambiental en conjunto.

Los SSP tienen ciclos de duración de entre 8 y 15 años, dándose por finalizados el año en que se corta la madera. La forestación se realiza con una distribución espacial particular en forma de hileras compuestas por filas de árboles con una densidad de árboles por hectárea inferior a la forestación de monte tradicional, para dar lugar a la presencia de pasturas en una cantidad razonable para la ganadería. La implementación de este tipo de sistemas debe tener en cuenta la competencia por la energía solar y los nutrientes del suelo.

El objetivo principal del proyecto es desarrollar y evaluar un modelo matemático que maximice la ganancia de un SSP en base a tres decisiones principales:

- Disposición espacial de los árboles.
- Año de corte de la madera.
- Carga ganadera máxima posible por año.

Para el desarrollo del modelo se debe tomar en cuenta la naturaleza de las interacciones entre los tres componentes principales de un SSP que son los árboles, el ganado y las pasturas. A su vez, se deben contemplar los costos y beneficios asociados a la forestación y ganadería.

El modelo determina los resultados económicos de ambas actividades para el escenario que se quiera contemplar. El mismo, brinda información de la evolución en el tiempo de las cantidades de madera y carne producidas a lo largo de los años que dura el ciclo. De esta manera, el productor puede usar los resultados para tomar decisiones fundamentadas en base a sus preferencias y limitaciones.

Se validó el modelo matemático con una serie de casos con el fin de asegurar su correcto funcionamiento. En esta etapa se corrigieron detalles del modelo para evitar errores en casos que no habían sido contemplados inicialmente. Luego se analizó con detenimiento un caso base para interpretar los resultados. Dicho caso base se graficó la evolución de la cantidad de madera y de kg de carne a lo largo del tiempo así como la ganancia del sistema dependiendo del año de corte. Además, se analizó el impacto del año de corte en la ganancia promedio anual del sistema.

Por último, se estudió el impacto en los resultados al variar los valores de ciertos parámetros y comparándolos con los resultados del caso base. Uno de los parámetros que se eligió fue el crecimiento

de la madera en el tiempo. Se pudo observar que reducir este parámetro conduce a una menor ganancia por parte de la forestación. Además cuando la reducción es significativa, cambia la disposición sugerida de los árboles por una de menor densidad generando que las pasturas aumenten beneficiando a la ganadería. Con estos casos, se confirmó que el modelo es sensible a las variaciones en los datos de entrada arrojando resultados que representan las interacciones entre los componentes de los SSP.

Para realizar este proyecto, se consultó previamente la literatura disponible sobre el tema, con el objetivo de buscar los enfoques que se habían estudiado para este problema. Una gran proporción de los artículos fueron publicados en los últimos años, lo cual indica que es una temática que está en pleno crecimiento. En particular, este trabajo es parte del Proyecto Semillero que fue aprobado por la Universidad de la República en el año 2022 enfocado en la gestión y optimización de SSP, tomando en cuenta aspectos económicos y ambientales. El proyecto fue presentado con el título «Semillero Interdisciplinario en Sistemas Silvopastoriles».

El resto del documento está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta el marco teórico donde se introducen los principales aspectos de los SSP; en la Sección 3 se presenta el problema que se quiere resolver con el modelo matemático que se desarrolló al igual que la validación del mismo. En la Sección 4 se presentan los resultados obtenidos para el caso base y para otros casos de interés. Por último, en la Sección 5 se presentan las conclusiones obtenidas del trabajo y posibles líneas de trabajo futuro.

2. Marco teórico

En esta sección se introducen los conceptos que se entienden más relevantes relacionados a los sistemas silvopastoriles. En primer lugar se llevó a cabo una revisión bibliográfica en diferentes repositorios utilizando como palabras clave *Silvopasture*, *Agroforestry*, *Mathematical Programming* y *Optimization*. El detalle del procedimiento seguido para la revisión bibliográfica se puede ver en el Anexo I (Estado del Arte).

2.1. Sistemas agroforestales y SSP en Uruguay

Previo a definir los sistemas silvopastoriles, se entiende pertinente presentar el concepto de sistemas agroforestales. Los sistemas agroforestales son aquellos sistemas en los que se lleva a cabo un uso integrado de la tierra. Esto implica que el mismo predio sea utilizado tanto para árboles como para cultivos y/o ganado. Mediante esta inclusión se busca obtener un beneficio económico al igual que ecológico [3], [4].

En base a la estructura de los sistemas agroforestales, estos pueden clasificarse en 3 tipos:

- **Agrosilvicultura:** Sistema compuesto por cultivo y árboles.
- **Agrosilvopastoral:** Sistema compuesto por cultivo, pasturas, animales y árboles.
- **Silvopastoral:** Sistema compuesto por pasturas, animales y árboles.

A lo largo de este documento se profundiza acerca de los SSP que se podrían definir como: “Integración deliberada y a largo plazo de árboles, ganado y pasturas, que interactúan en forma armónica, propendiendo a la sinergia de sus componentes, con el objetivo de maximizar la producción del sistema en forma sostenible” [2].

En términos generales, la ganadería ha sido históricamente, un sector fundamental en la economía de Uruguay dado que se tienen condiciones climáticas y geográficas favorables que facilitan su desarrollo [5]. De todas maneras, en las últimas décadas se han observado transformaciones significativas en este ámbito. La superficie destinada a la ganadería disminuyó de forma significativa desde el año 2000 hasta el 2013, pasando de 10.2 millones de hectáreas a 8.4 millones de hectáreas. Esto representa una disminución del 17 % en solo 13 años y evidencia un cambio en la utilización de los suelos [6]. Dicho comportamiento se puede observar en la Figura 1.

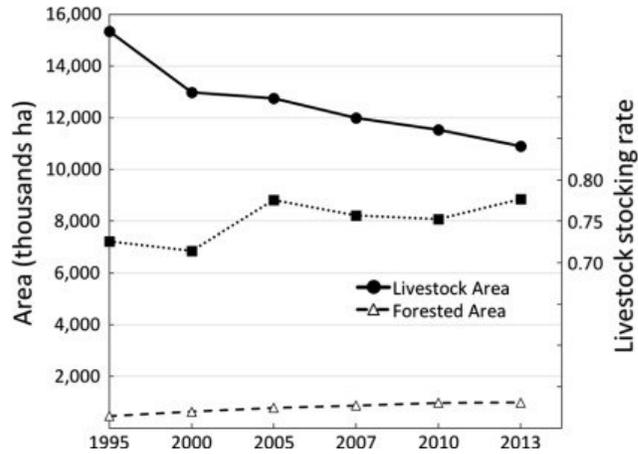


Figura 1: Evaluación del área de ganado y del área forestada entre 1995 y 2013. Fuente: MGAP 2013

El cambio sensible en el uso de los suelos en Uruguay, es una gran motivación para la promoción del desarrollo de los sistemas silvopastoriles [6].

La transición del cambio del uso de los suelos se dio de muchas maneras distintas generando tipos de SSP diferentes. En Uruguay particularmente, se realizó un estudio [7] para cuantificar y clasificar los tipos de sistemas en el que los autores parten de la base de que se encontrarían 3 tipos:

1. Productores ganaderos que plantaron montes en sus tierras.
2. Compañías forestales que a su vez tenían ganado.
3. Compañías forestales que acordaban con productores ganaderos permitiendo el pastoreo en sus montes.

Todos estos casos como mencionamos son parte de una transición en la que el enfoque es la ganadería o la forestación pero no el sistema combinado. Productores que pertenecen a la Sociedad Uruguaya de Silvopastoreo no consideran que esos sistemas sean verdaderamente SSP. Son sistemas en los que se aprovecha una actividad para complementarse con la otra pero que no están diseñados originalmente como una integración para interacciones armónicas en el largo plazo. Es importante recordar que en los SSP el foco está puesto en las dos actividades y que el objetivo es que se complementen para sacar el mejor resultado posible de ambas.

En el desarrollo de este trabajo, se toma como referencia la definición de la Sección 2.1 del Marco Teórico. Hace falta un cambio de pensamiento y de cultura en los productores para que los SSP no sean un medio para mitigar algún riesgo sino un fin en sí mismo [8].

2.2. Componentes de los Sistemas Silvopastoriles

En la definición expuesta en la Sección 2.1 se reconocen tres componentes principales de los SSP que se encuentran representados en la Figura 2.

MODELA DO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

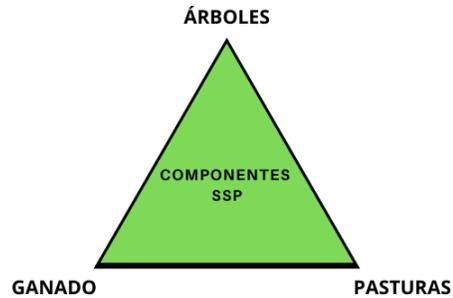


Figura 2: Componentes de los SSP. Fuente: Elaboración propia

Los tres componentes que conforman el sistema interactúan entre sí y tienen como resultado dos salidas principales. Estas salidas representan una fuente de ingresos económicos para los productores y son la producción de madera y carne. En la Figura 3 se muestran los cuatro elementos que ingresan al sistema para lograr estos resultados.

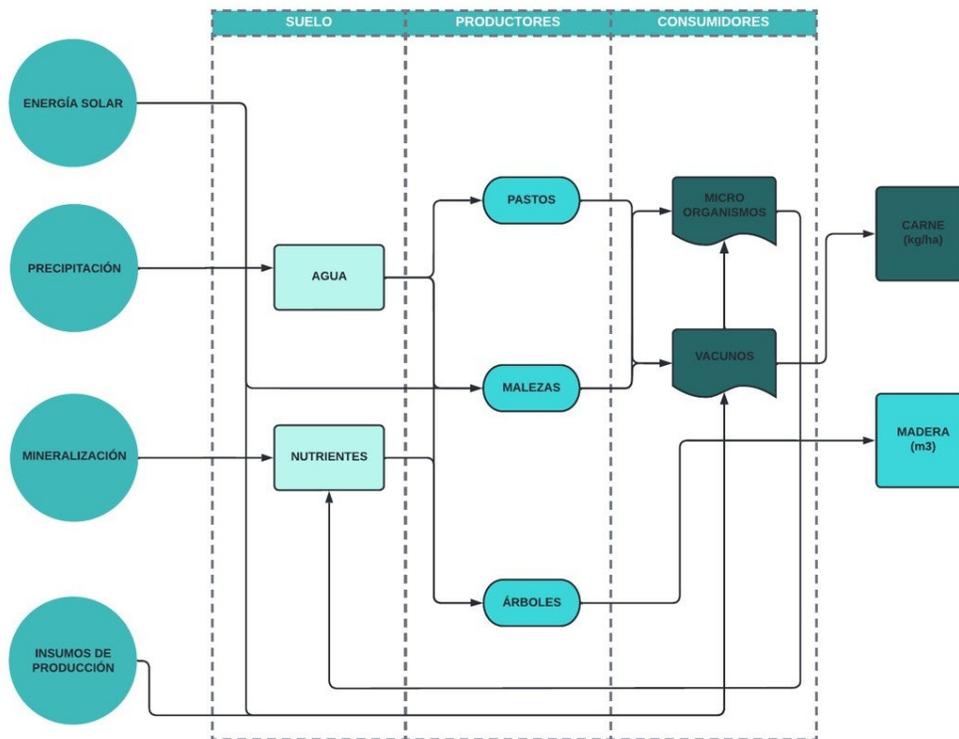


Figura 3: Esquema de un SSP. Fuente: Adaptado y simplificado de [1]

Uno de los elementos que ingresan a los SSP son las precipitaciones. Estas son la principal fuente de agua y dependen del régimen de lluvias asociado con la posición geográfica y las condiciones climáticas. Es de gran importancia para el ecosistema ya que actúa como un disolvente universal tanto de sustancias orgánicas como de sustancias inorgánicas [1].

La energía solar ocupa también un lugar clave en los SSP. Proporciona luz para la fotosíntesis en los árboles y pasturas, al igual que energía térmica en forma de calor al sistema [1]. En el correr del ciclo de vida de los árboles, su copa captará una mayor proporción de energía solar generando un impacto negativo en las pasturas pero con incidencias positivas sobre el ganado en épocas de altas temperaturas.

La mineralización es el fenómeno que implica la formación de componentes minerales útiles para la nutrición de las plantas. La descomposición de la materia orgánica y otros procesos, como la fijación de nitrógeno de la atmósfera por parte de las leguminosas presentes en las pasturas, son ejemplos de maneras en las que se incorporan nutrientes al sistema [1].

Por último, también se tiene como entrada a los insumos de producción, siendo fertilizantes y hormiguicidas entre otros.

2.3. Conceptos de forestación

A la hora de hablar de SSP, se considera pertinente definir conceptos específicos de la forestación por su impacto en las interacciones con el resto de los componentes. Estos se pueden observar en la Figura 4 y son distancia entre filas, distancia entre árboles, ancho de corredores e hileras.

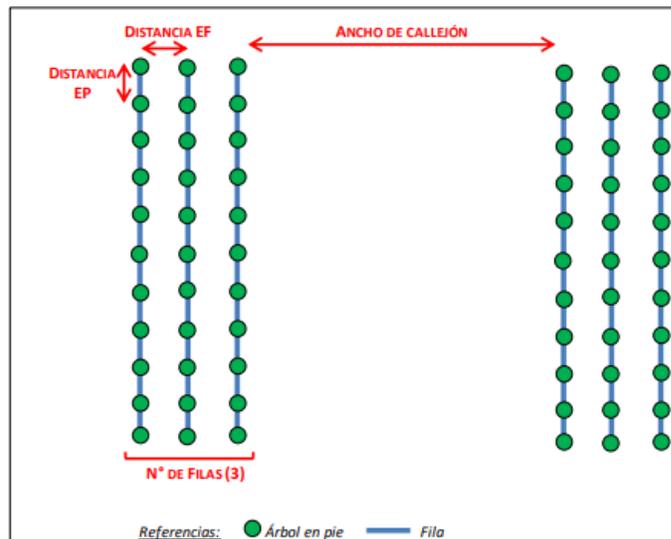


Figura 4: Conceptos filas y callejones. Fuente: [2]

- Distancia EF: Distancia entre filas.
- Distancia EP: Distancia entre árboles de una misma fila.
- Hilera: Conjunto de filas, en el caso de la Figura 4 la hilera está compuesta por 3 filas.

- Callejón: Distancia entre hileras, también denominado *corredor*.

En la Figura 4 se muestra la representación gráfica de árboles cuyas distancias son analizadas y cuidadosamente respetadas con el fin de optimizar el uso del suelo. Los conceptos expuestos pueden considerarse variables a tener en cuenta en el modelado de los sistemas silvopastoriles. En la Figura 5 se muestra un sistema real de hileras de dos filas.



Figura 5: Conceptos filas y callejones. Fuente: Productor José Luis Dutra Da Silveira

2.4. Ciclos de los componentes de los SSP

Los ciclos de los árboles, del ganado y de las pasturas no tienen la misma duración y esto se debe tener en cuenta para la gestión de los SSP. Se puede observar la duración de cada ciclo y las diferencias entre los mismos en la Figura 6.

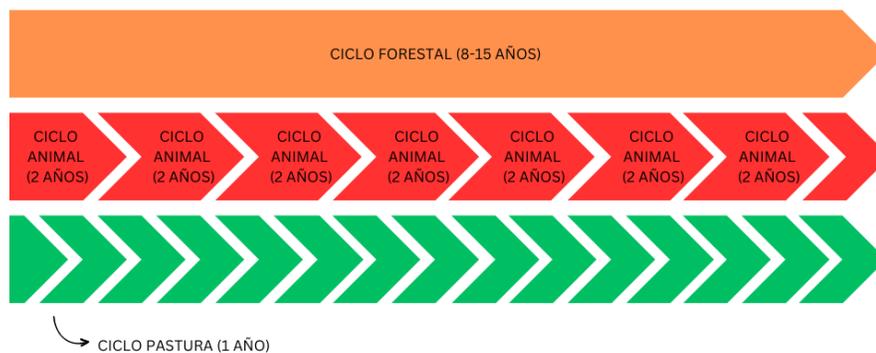


Figura 6: Ciclos de los componentes en SSP. Fuente: [5]

Los ciclos forestales son considerablemente más extensos que los ciclos del ganado y de las pasturas. Por otro lado, no hay que tener en cuenta únicamente la diferencia de longitud de los ciclos sino que también el hecho de que no todos los ciclos suelen comenzar en el mismo tiempo. Particularmente, el ganado no puede ser liberado en el monte en los primeros años hasta que los árboles sean capaces de

resistir la presencia de los animales [5].

Se puede destacar que dentro del ciclo del sistema, el impacto que tiene cada componente y la interacción entre componentes va variando al correr de los años. La sombra de un árbol de 3 años no va a ser la misma que la sombra de un árbol de 8 años. De igual manera, el consumo de materia seca de un animal de pocos meses, no va a ser el mismo que el de un animal adulto, siendo materia seca “el peso total de un alimento menos su contenido de agua” [9]. Al mismo tiempo, el comportamiento de los componentes de los SSP también tienen variaciones dependiendo en la estación del año [5]. Dichas consideraciones deben ser contempladas por los productores a la hora de tomar decisiones.

2.5. Interacciones entre componentes

Un aspecto clave de los SSP es la interacción entre sus componentes por la posibilidad de generar impactos positivos o negativos en el sistema. En la Figura 7 se pueden observar algunos de los efectos que son producto de las interacciones. Por ejemplo, el hecho de que haya menor radiación solar debajo de los árboles, implica una mejor calidad de las pasturas. Esto deriva en un incremento en el bienestar animal al igual que en la producción de carne. De todas maneras, al contar con menor cantidad de radiación solar la producción de forraje disminuye. Por otro lado, el sistema tendrá mayor humedad y menor variación de temperatura generando mayor materia orgánica, lo que deriva en una mayor producción de forraje.

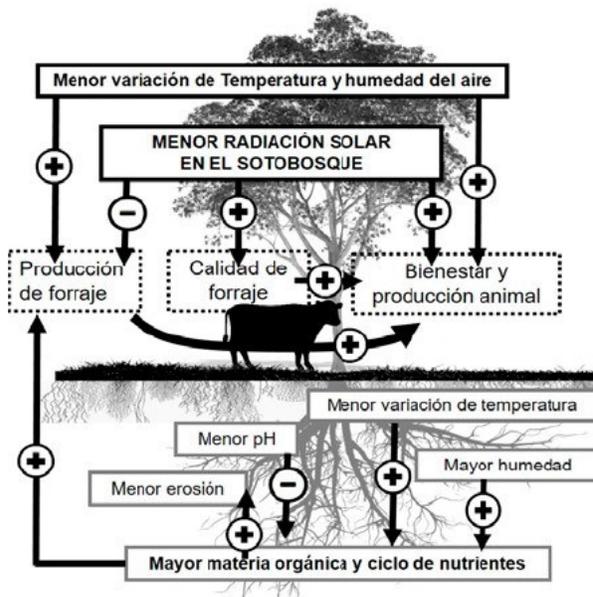


Figura 7: Interacciones entre los componentes. Fuente: [10]

A continuación, se desarrollan algunos de los factores claves que se dan a raíz de la interacción entre componentes.

- **Forestal-Ganadería**

Uno de los efectos positivos de esta interacción es la sombra y el abrigo generado por los árboles. Durante el verano, la sombra hace que los animales rumien más de lo que lo hacen al sol.

Permiten reducir las temperaturas y el estrés animal generando mayor confort. En invierno los árboles sirven como abrigo para el ganado mejorando su calidad de vida y aumentando bienestar animal. Por otra parte también deriva en que el suelo debajo de los árboles quede más compacto, afectando de esta manera a las pasturas [11].

En épocas de calor, cuando el ganado tiene sombra disponible hace un corte entre su actividad de la mañana y de la tarde. En caso de tener sombra, dicha actividad se extiende durante toda la mañana y tarde. La sombra reduce los niveles de estrés, impactando positivamente en la ganancia de peso vivo de los animales [5].

El hecho de que haya árboles en el sistema, deriva en el aumento de carbono captado y almacenado en el suelo ya que actúan como sumideros de carbono liberado por los animales en forma de metano. A raíz de esto, se genera una mejoría de la estructura química y de la composición de los suelos, además de una disminución de producción de gases de efecto invernadero [12].

- **Ganadería-Pastura**

El suelo se ve impactado de manera positiva por la presencia de ganado ya que estos cumplen la función de catalizador, dado que introducen nuevas vías de flujo tanto de nutrientes como de agua. El efecto generado es una intensificación del reciclaje de nutrientes y de la actividad biológica del suelo [10]. Por otro lado, el pastoreo controlado lleva a un aumento en el crecimiento de las pasturas, y por consiguiente a una mejor adsorción de nutrientes por parte de las plantas [10].

En cuanto a efectos negativos desprendidos de la interacción entre la ganadería y la pastura, se debe considerar la compactación del suelo por causa del ganado. Dicha compactación aumenta la dureza del suelo generando una disminución de fertilidad del mismo. De querer revertir esta situación, se deberán usar fertilizantes, aumentando el costo de dedicación del suelo [12]. Además, el pisoteo, orina y heces de la ganadería reduce la cantidad de materia seca disponible como alimento.

- **Forestal-Pastura**

La interacción entre los árboles y la pastura se caracteriza por la competencia de algunos elementos como por ejemplo, nutrientes, luz y espacio. Existen ciertos aspectos de los árboles que determinan la cantidad de luz disponible para las pasturas. Estos son: cantidad de árboles, edad de los mismos, especie, forma de la copa, entre otras. La cantidad de luz que puedan recibir las pasturas está directamente relacionada con el crecimiento y calidad de las mismas [5].

Por otra parte, un efecto de dicha interacción es el hecho que las pasturas no obedecen el mismo patrón de crecimientos que en sistemas que no son SSP. Como se puede ver en la Figura 8, en los SSP el crecimiento de las pasturas toma valores menos extremos y más estables durante las estaciones que en los sistemas tradicionales.

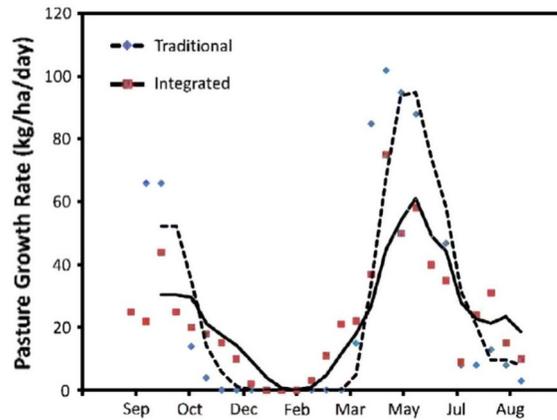


Figura 8: Gráfico crecimiento pasturas según método tradicional y método integrado. Fuente: [12]

En la Figura 9 se pueden identificar los conceptos relacionados a las interacciones. El ganado cuenta con sombra y en esas zonas la pastura presenta menor volumen por pisoteo y la falta de energía solar. Los callejones cuentan con buena cantidad de pastura para que la ganadería se pueda desarrollar sin problema.



Figura 9: Interacción entre los componentes del SSP. Fuente: Productor José Luis Dutra Da Silveira

2.6. Biodiversidad

Cuando la práctica de los SSP es gestionada de manera adecuada, aporta una serie de beneficios ambientales [12]. Las praderas con árboles tienen una menor tendencia a perder fósforo, al contrario de los terrenos que no tienen forestación. La diferencia entre ambos sistemas en cuanto a la capacidad de almacenaje de fósforo se puede observar en la Figura 10. Allí se puede ver que al aumentar la profundidad de la tierra aumenta la capacidad de almacenar fósforo en los sistemas con árboles (color rojo en el gráfico). Por otro lado, al aumentar la profundidad, la capacidad de captar fósforo va disminuyendo en los sistemas de pastura que sin presencia de árboles (línea verde del gráfico).

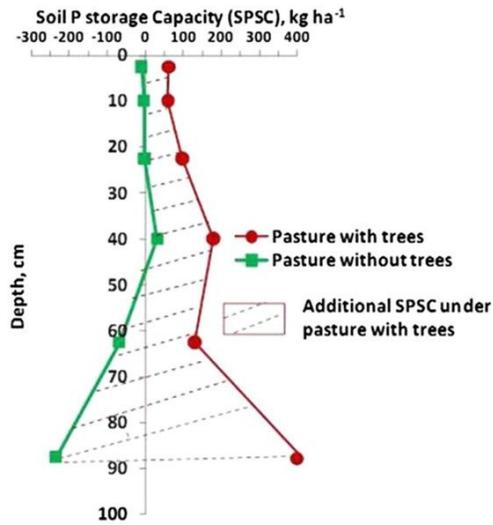


Figura 10: Gráfico capacidad de almacenamiento de fósforo. Fuente: [12]

La utilización de antibióticos no es una práctica común en Uruguay. De todas maneras, cuando es llevada a cabo tiene como consecuencia entre un 30 % y un 80 % de los mismos terminan cayendo al suelo generando efectos negativos en la calidad del agua y de la tierra. Sin embargo, en los SSP esto se neutraliza de mayor manera que en los sistemas sin árboles [12].

3. Descripción del problema y formulación del modelo

En esta sección se presenta la descripción del problema, definiendo a su vez conceptos y factores que se tuvieron en cuenta para la formulación del modelo matemático. Luego de definido el problema de optimización, se presenta el modelo matemático desarrollado, con el detalle de los conjuntos, parámetros, variables y restricciones que fueron definidas. Por último, se describe el proceso de validación del mismo.

3.1. Descripción del problema

Se cuenta con un predio, de dimensiones conocidas no nulas, en el que se quiere producir bajo un sistema silvopastoril, plantando *Eucaliptus*. Con este fin, se busca definir la manera de introducir los árboles influyendo en el potencial ganadero de una forma tal que permita obtener los mejores resultados posibles del sistema en conjunto. Se considera que al inicio del ciclo no hay árboles en el predio en cuestión.

Los árboles son plantados en conjuntos de 2, 3 o 4 filas a los que se los denomina *hileras*. Estas filas están separadas por una distancia Df entre sí. La distancia entre árboles consiguientes de una misma fila es denominada Da . Por último, las hileras son separadas entre sí por corredores de ancho A como se muestra en la Figura 11. El predio se modela con forma rectangular, con un lado de valor L_1 y otro de valor L_2 .

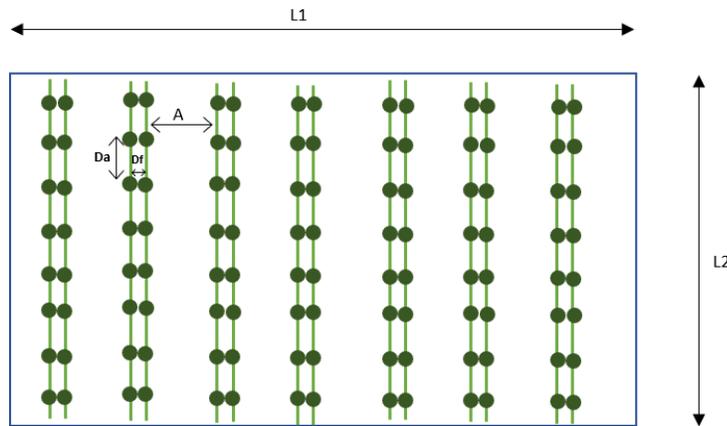


Figura 11: Diagrama de configuración de los árboles con dos filas por hilera en un sistema silvopastoril.
Fuente: Elaboración propia

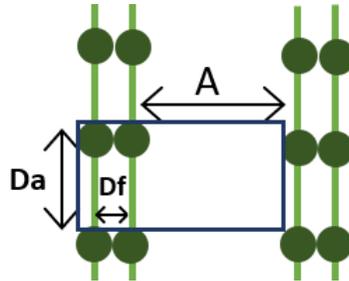


Figura 12: Diagrama de configuración de los árboles en un sistema silvopastoril. Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la Figura 12, el área queda cubierta por la repetición de un mismo patrón cuya densidad define la densidad de árboles total. Si se piensa en un predio grande, el área total puede ser aproximada por un múltiplo de éstos patrones extendiendo la validez del modelo a predios con formas irregulares como podemos ver en la Figura 13.

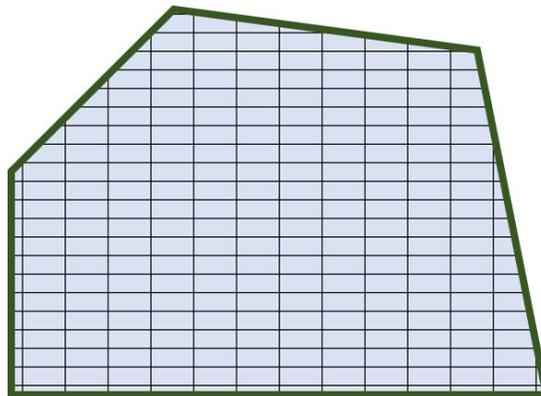


Figura 13: Área de forma irregular aproximada por múltiplo del patrón unitario. Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, para determinar la distribución de los árboles, el problema se reduce a determinar:

- N_f : Cantidad de filas por hilera.
- D_f : Distancia entre filas.
- D_a : Distancia entre árboles en una misma fila.
- A : Distancia entre hileras (ancho corredores).

Denominaremos tratamiento a los valores que tomen la cantidad de filas, la distancia entre filas, la distancia entre árboles y el ancho de corredores. Por lo tanto existirán tantos tratamientos como combinaciones posibles entre los valores de estos parámetros.

En la práctica, estos parámetros toman valores acotados dentro de ciertos rangos que se consideran razonables. Como consecuencia, se trabajará con valores de referencia, discretizando los valores que

hacen alusión a estas medidas. De esta forma se tendrá una cantidad limitada de tratamientos que serán los posibles tratamientos para definir el sistema.

Para un cierto tratamiento, queda definida la cantidad de madera que tendrá el sistema a lo largo del tiempo para ser comercializada a un precio que también depende del tiempo. En los primeros 8 años se toma para el modelado que el precio de la madera es nulo porque se considera despreciable respecto a los años siguientes. También se asumió que entre el año 8 y 12 la madera tendría como destino principal el mercado de la pulpa de celulosa donde no es necesario madera de alta calidad. Por último, a partir del año 13, el destino cambiaría a madera para muebles y el precio aumenta junto con la calidad. Se puede notar que el año de corte es muy significativo en el retorno de la inversión por forestación. Antes de los 8 años no parecería razonable cortar los árboles.

No todos los árboles que son plantados al inicio cumplen el ciclo completo para llegar a ser comercializados porque algunos árboles se caen, otros no crecen y otros pueden ser de mala calidad. Estas son algunas de las razones para descartar unidades. Se estima que el 70 % de los árboles plantados al inicio son comercializables una vez completado el ciclo.

La cantidad de volumen de madera en un determinado año también depende del crecimiento anual de m^3 de madera. Dicho crecimiento anual está sujeto a la competencia por nutrientes y energía solar entre los árboles. Por lo tanto, la densidad del tratamiento afecta el crecimiento de los mismos.

La actividad forestal genera una serie de costos que deben ser considerados. A continuación se enumeran los costos fijos a los que se incurre una sola vez en el ciclo, al comienzo del mismo:

- **Costo por control de hormigas:** Costo fijo por hectárea correspondiente al control de hormigas que incluye producto, mano de obra, tractor y aplicadores.
- **Costo por preparación de la tierra:** Costo fijo por hectárea atribuido a la preparación de la tierra previo a la plantación de los árboles. Incluye mano de obra, tractor, gasoil y arado forestal.
- **Costo post siembra:** Costo fijo por hectárea debido a los procedimientos requeridos luego de sembrar los árboles. Los mismos consisten en reposición de plantas y control de hormigas.
- **Costo por seguros:** Costo fijo por hectárea correspondiente a seguros.
- **Costo por proyecto:** Costo fijo por hectárea del proyecto, permisos, DINAMA, timbres, análisis de suelo, entre otros.

Además, existen costos variables asociados a la forestación que dependen directamente de la cantidad de árboles en el sistema, los cuales son expuestos a continuación.

- **Costo por podas y raleos:** Costo variable asociado a las podas realizadas con el fin de aumentar la calidad de la madera y a los raleos.
- **Costo por marcado de líneas:** Costo variable de marcado de líneas con estacas que luego facilita la colocación de herbicida y la preparación de las tierras. Incluye mano de obra, tractor, zorra y estacas.
- **Costo compra de plantines:** Costo variable de compra de plantines. Implica el precio por unidad.

- **Costo plantación:** Costo variable de plantación de los plantines, consiste en la mano de obra requerida para el trabajo.
- **Costo por fertilizante:** Costo variable de fertilizante. Se realiza una aplicación post siembra de 100 gramos de fosfato amonio en 2 puntos a 20 cm de la planta. Comprende mano de obra y producto.

El tratamiento elegido tiene un impacto significativo en la cantidad de materia seca del sistema, la cual a su vez también es dependiente del tiempo. Con el correr de los años el tamaño de los árboles aumenta y dado que la sombra de los mismos crece, la cantidad de materia seca disminuye como fue expresado al describir las interacciones entre componentes en la Sección 2. Por otro lado, también el pisoteo, orina y heces del ganado reduce la cantidad de materia seca en un factor dado, como fue descrito también en la Sección 2.

Es un factor clave para la determinación del tratamiento el hecho de que haya sombra disponible en el predio o no. Ya que la ganancia de kilogramos de carne del ganado por cada kilogramo de materia seca que consume, depende de si hay sombra disponible en el predio o no. Los animales tienen mayor facilidad para aumentar su peso cuando hay sombra en el predio, como fue mencionado en la Sección 2.

En cada año del ciclo la cantidad de materia seca disponible determina una cantidad máxima posible para la carga ganadera. A su vez, la ganadería genera los siguientes costos que deben ser tenidos en cuenta.

- **Costo por mano de obra del ganado:** Costo fijo por hectárea correspondiente a la mano de obra que trabaja con el ganado.
- **Costo por veterinaria:** Costo fijo por hectárea atribuido a los servicios de veterinaria necesarios para el ganado, mano de obra, medicación, vacunas, etc.
- **Costo por suplementación:** Costo fijo por hectárea debido a la suplementación requerida para el ganado.

A continuación en la Sección 3.2.1 se presenta un modelo matemático para el problema de determinar el tratamiento, dentro de un conjunto de alternativas posibles, que maximice la ganancia respetando la naturaleza de los sistemas silvopastoriles en base a las siguientes decisiones:

- Tratamiento de forestación
- Año de corte de la madera
- Carga ganadera máxima por año

El mismo toma en consideración los costos fijos y variables presentados anteriormente, al igual que las ganancias correspondientes. También se contemplan factores mencionados en esta sección, que representan el comportamiento de los sistemas a lo largo del tiempo.

3.2. Modelo matemático para sistemas silvopastoriles

A continuación se describirán los conjuntos, parámetros y variables utilizados para representar la interacción entre los componentes del sistema en busca del mayor beneficio para un sistema silvopastoril.

Conjuntos

- **I** : Cantidad de filas en una hilera.
- **J** : Distancias posibles entre filas.
- **K** : Distancias posibles entre árboles.
- **L** : Anchos posibles de los corredores.
- **T** : Períodos de tiempo (años).
- **S** : Cantidad de filas en una hilera incluyendo el 0 para los escenarios sin árboles.

Parámetros

- **P_{vm_t}** : Precio de venta de un m^3 de madera en el tiempo t , $\forall t \in T$.
- **V_{cp}** : Valor de kilogramo de carne producida.
- **FD_t** : Factor de descuento por período t , con $\forall t \in T$.
- **L_1** : Largo del predio en metros.
- **L_2** : Ancho del predio en metros.
- **H** : Factor de conversión de metros cuadrados a hectáreas.
- **M** : Área mínima de predio en m^2 .
- **FP** : Factor de pisoteo, orina y heces.
- **C_{ss}** : Ganancia de kg de carne por cada kg de materia seca consumida en un sistema sin sombra. **C_{cs}** : Ganancia de kg de carne por cada kg de materia seca consumida en un sistema con sombra. **MS_{st}** : kg de materia seca por año y tratamiento por hectárea, con $\forall s \in S$, $\forall t \in T$.
- **P_{max}** : Cantidad máxima de kg de materia seca por hectárea.
- **$Q_{a_{ijk}}$** : Cantidad de árboles, $\forall i \in I$, $\forall j \in J$, $\forall k \in K$, $\forall l \in L$.
- **Q_{g_t}** : Carga ganadera máxima en kg de peso vivo por período t , con $\forall t \in T$.
- **T_{cm}** : Año mínimo de corte de la madera.
- **T_{max}** : Año máximo del ciclo silvopastoril.
- **D_p** : Densidad de valores de referencia en unidad de árboles por hectárea.
- **Z** : Crecimiento promedio de m^3 de madera por hectárea por año.

- V : Porcentaje de árboles comercializables a la fecha de corte.
- C_{ff} : Costos fijos de forestación en dólares por hectárea.
- C_{vf} : Costos variables de forestación en dólares, por hectárea, por año.
- C_{fg} : Costos fijos de ganadería en dólares, por hectárea, por año.

Variables

- $X_{ijkl} \in \{0, 1\}$: Elección del tratamiento, toma el valor de 1 si se selecciona el tratamiento $\{i, j, k, l\}$, o en caso contrario.
- $V a_t \in \{0, 1\}$: Elección de tiempo de venta de la madera, toma el valor de 1 si se escoge cortar los árboles en el tiempo t , o si no.
- $T c \in T$: Año de corte de la madera.
- $X g_t \in Z^+$: Cantidad de ganado en el tiempo t .
- $G_t \in \{0, 1\}$: Variable de decisión para el ganado, toma el valor de 1 si se escoge tener ganado en el tiempo t , o en caso contrario.
- $a_f \in \{0, 1\}$: Variable de decisión para la cantidad de filas por hilera, toma el valor de 1 si el tratamiento seleccionado tiene f cantidad de filas, o si no.

3.2.1. Formulación matemática

Se realiza un modelo de optimización en el que se toman 3 decisiones principales:

- El tratamiento a utilizar, es decir, los valores i, j, k, l .
- El tiempo en el que cortar y vender la madera.
- Carga ganadera máxima para cada tiempo.

Al escoger el tratamiento, queda definido el potencial forestal y ganadero del sistema a lo largo del tiempo. Esto ocurre porque al establecer el tratamiento, se determina la cantidad de pastura disponible en el predio para cada tiempo, lo que a su vez limita la cantidad de ganado que puede pastar en el mismo para cada tiempo.

Por otra parte, el ciclo del sistema silvopastoril llega a su fin en el tiempo de corte y venta de la madera que hay que definir. El precio de la madera es variable en el tiempo dado que es un “commodity” que depende del mercado internacional. Por distintas circunstancias externas, el precio de la madera podría subir abruptamente resultando conveniente vender antes de lo que suele durar un ciclo forestal. Por esta razón, se busca tener sensibilidad en este sentido decidiendo el tiempo de corte y venta de la madera teniendo en cuenta cómo puede variar en el tiempo.

Con el fin de potenciar la ganancia del sistema, se buscará la mayor utilidad de la tierra de manera independiente del tiempo. Por esta razón, la función objetivo del modelo, se divide por el tiempo T_c que dura el ciclo. De esta forma, se permite evaluar la ganancia promedio por unidad de tiempo del sistema silvopastoril.

El objetivo de las salidas del modelo es proporcionar información a los productores acerca de los resultados que podrían tener al aplicar sistemas silvopastoriles. El modelo ayuda a entender cómo se comportaría la producción ganadera y forestal en el tiempo para cada escenario. De todas maneras, a la hora de tomar una decisión el productor por su parte debería contemplar varios factores más. Por ejemplo, la cantidad de años que el productor está dispuesto a esperar para obtener el retorno de su inversión asociado a la forestación, la disponibilidad de la tierra para que esté ocupada en este tipo de sistema, entre otros.

A continuación se presentará el modelo matemático realizado, el cual es un modelo de programación no lineal entera mixta (MINLP).

$$\begin{aligned}
 \max \quad & Dp \times L^2 \times L^2 \times Z \times Tc \times FD_{Tc} \times Pvm_{Tc} \times V - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} \\
 & + Vcp \sum_{t \in T} FD_t \times Xg_t \\
 & - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} [Cff \times X_{ijkl} + Cfg \sum_{t \in T} FD_t \times G_t] \\
 & - Cvf \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} \times Qa_{ijkl} \times \frac{1}{Tc}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} \leq 1 \tag{2}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} (L_1 \times L_2 - M) \geq 0 \tag{3}$$

$$\frac{L_1 \times L_2}{M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} \times \frac{1}{L_1} \times \frac{1}{L_2} + 1 \tag{4}$$

$$\sum_{t \in T} Va_t = 1 \tag{5}$$

$$Tcm \leq Tc \tag{6}$$

$$Xg_t \leq Qg_v \quad \forall t \in T \tag{7}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} = a_i \quad \forall i \in I \tag{8}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} + a_0 = 1 \tag{9}$$

$$Xg_t \geq G_v \quad \forall t \in T \tag{10}$$

$$Xg_t \left(\frac{H}{Pmax \times Ccss \times L \times L_2} \right) \leq G_v \quad \forall t \in T \tag{11}$$

$$Xg_t = 0, \quad t \in \{1, 2\} \tag{12}$$

$$X_{ijkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in L \tag{13}$$

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS.

$$\forall \alpha_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T$$

(14)

$$a_f \in \{0, 1\} \quad f \in \{0, 2, 3, 4\} \quad (15)$$

$$G_t \in \{0, 1\} \quad \forall t \in T \quad (16)$$

$$Xg_t \in Z^+, \quad \forall t \in T \quad (17)$$

$$Tc \in T \quad (18)$$

A continuación se describen las restricciones del modelo matemático presentado previamente.

- **Unicidad de tratamiento:** En el caso que se decida plantar árboles, la restricción (2) indica que debe determinarse solamente un tratamiento. Por lo tanto, la sumatoria de X_{ijkl} según i, j, k y l debe ser menor o igual a 1.
- **Área mínima para forestación:** Se entiende necesario que el área del predio sea mayor a un cierto valor M para que justifique practicar la forestación considerando que la madera hay que colocarla en el mercado. De esta manera, si el predio es menor a este valor, no se elije un tratamiento. Esto se ve representado en la restricción (3).
- **Elección de un tratamiento:** Dado que se trabaja con sistemas silvopastoriles, es necesario elegir al menos un tratamiento siempre que el área del predio supere lo mínimo necesario. Sin esta elección, no se estaría respetando la naturaleza de estos sistemas. Cómo se muestra en (4), cuando $L_1 L_2$ supera a M , se fuerza a activar alguno de los componentes de la familia de variables X_{ijkl} .
- **Unicidad de tiempo de corte de la madera:** La restricción (5) hace referencia a que se debe determinar un solo tiempo en el que se corte y venda la totalidad de la madera plantada al comienzo del ciclo silvopastoril.
- **Tiempo de corte de la madera:** La madera no es comercializable previo a los 8 años por lo que el tiempo de corte no puede ser menor a esta cantidad de tiempo, cómo se muestra en la restricción (6). A su vez, el tiempo de corte es una variable que pertenece al conjunto de tiempo T (18).
- **Capacidad de ganado:** Las restricciones (7) hacen alusión al hecho de que no se puede tener más kilogramos de carne que los definidos cómo capacidad máxima para cada tiempo.
- **Activación de la variable a_f , parte 1:** La variable de activación a_f toma el valor de 1 solamente cuando el tratamiento escogido por el modelo consiste en plantar f filas de árboles por hilera, cómo se puede notar en las restricciones (8).
- **Activación de la variable a_f , parte 2:** En la restricción (9) se hace referencia a a_0 , la misma se activa para contemplar el escenario en el que no se decide plantar.
- **Activación de la variable G_t :** La variable G_t toma el valor de 1 cuando se decide tener ganado en el predio en el tiempo t , o en el caso contrario. Este comportamiento queda definido en las restricciones (10) y (11).

- **Restricción ganadera inicial:** Las restricciones (12) hacen referencia a que en los primeros 2 años desde que se plantan los árboles, la ganadería no es compatible con la forestación. El ganado podría alimentarse de los plantines o aplastarlos comprometiendo la productividad forestal.
- **Variables binarias:** Las restricciones (13) hacen referencia a que la variable de decisión X_{ijkl} solo toma el valor de 1 cuando se elige el tratamiento con los valores de i, j, k y l y 0 en caso contrario.

La variable de decisión $V a_t$ toma el valor de 1 en el tiempo t que se decide cortar y vender la madera, 0 en todo el resto de los casos. Esta decisión se toma al contemplar todos los tiempos y determinar el caso en el que el beneficio sea mayor. Dicho comportamiento se muestra en (14).

En las restricciones (15) la variable de activación α_f toma el valor de 1 cuando el tratamiento escogido implica plantar f filas de árboles por hilera y 0 en caso contrario.

Por último, en (16) la variable de activación G_t toma el valor de 1 cuando se escoge tener ganado en el tiempo t .

- **Variable entera positiva:** La cantidad de ganado que se tiene en el predio no puede tomar valores negativos y debe pertenecer al conjunto de los enteros (17).

En la Sección 3.2.2 se profundizará sobre los parámetros y los términos utilizados en la función objetivo del modelo. Por otro lado, en la Sección 3.2.3 se comenta acerca del procedimiento de resolución del modelo.

3.2.2. Determinación de la Función Objetivo

A partir del modelo expuesto en la Sección 3.2.1 se intenta maximizar la ganancia de un sistema silvopastoril. Con este fin, se toman las decisiones de qué tratamiento elegir, cuando cortar y vender la madera y la cantidad ganadera. A continuación, se detalla el significado de los parámetros y términos que componen a la función objetivo.

- **Cantidad de árboles (Qa_{ijkl}):** Para conocer el número de árboles del sistema es necesario saber la cantidad de veces que entra el patrón unitario en el área total. Este resultado, multiplicado por la cantidad de árboles de un patrón nos da la cantidad total de árboles en el predio. El formato del patrón se puede observar en la Figura 12.
 - Área total predio: $L_1 \times L_2$
 - Área del patrón unitario: $Da(A + Df(Nf - 1))$
 - Cantidad de árboles en cada patrón: Nf

Por lo que la ecuación que determina la cantidad de árboles en el predio según el tratamiento escogido es la siguiente.

$$Qa_{ijkl} = \frac{Nf \times L_1 \times L_2}{Da(A + Df(Nf - 1))} \quad (19)$$

Con los subíndices correspondientes:

$$Qa_{ijkl} = \frac{i \times L_1 \times L_2}{k(l + j(i - 1))} \quad (20)$$

Es interesante observar que la cantidad de árboles depende del área total del predio sin importar su forma.

- **Cantidad máxima de ganado (Qg_t):**

Para estimar la cantidad máxima de ganado es necesario saber la disponibilidad de materia seca para el consumo animal. Esta cantidad va disminuyendo a lo largo del tiempo por el crecimiento de los árboles y varía con el tratamiento elegido.

En la Tabla 1, se muestran datos extraídos del Proyecto Semillero [13] acerca de la cantidad de materia seca producida por hectárea para cada año. Como se puede ver, los datos dependen de la cantidad de filas que componen las hileras.

Tabla 1: Kilogramos de Materia Seca por hectárea para cada año

Año	0 filas	2 filas	4 filas
1	4500	4500	4500
2	4500	4500	4500
3	4500	3980	3600
4	4500	3980	3600
5	4500	3613	3105
6	4500	3613	3105
7	4500	3613	3105
8	4500	3184	2520
9	4500	3184	2520
10	4500	2520	1800
11	4500	2520	1800
12	4500	2520	1800
13	4500	2520	1800
14	4500	2520	1800
15	4500	2520	1800

El modelo contempla tratamientos con 3 filas por lo que se agregó una nueva fila con el promedio en cada año entre los datos correspondientes a 2 y 4 filas. De esta manera, se cuenta con los datos de cantidad de pastura para cada uno de los escenarios posibles para todos los tiempos. El parámetro MS_{st} hace referencia a los valores de esta tabla dependiendo de la cantidad de filas y del tiempo.

Por otro lado, no toda el área con pastura está disponible para el consumo de los animales, sino que un 20 % de la misma es desperdiciada por el pisoteo, orina y heces del ganado. Por este motivo, la cantidad de pastura existente en el predio debe ser multiplicada por FP . Por último, para saber la cantidad máxima posible de carga ganadera en dicho predio, se multiplica la cantidad de materia seca disponible por el factor Ccs y Css que contempla la cantidad de materia seca necesaria para ganar un kilogramo de carne dependiendo de la disponibilidad de sombra.

$$Qg_t = \frac{L_1 \times L_2 \times FP}{H} \left(\sum_{f \in \{2,3,4\}} a_f \times MS_{f,t} \times Ccs + a_0 \times MS_{0,t} \times Ccs \right) \quad (21)$$

Tiempo de corte de la madera (T_c):

- Tiempo en el que se decide finalizar el ciclo del sistema silvopastoril, cortando los árboles y vendiendo la madera en su totalidad. La ecuación (22) representa la definición de T_c , multiplicando t por una variable de decisión binaria. Cuando $\forall a_t$ valga 1, T_c va a tomar el valor del tiempo en el que se toma la decisión de vender la madera.

$$T_c = \sum_{t \in T} \forall a_t \times t \quad (22)$$

▪ **Función de crecimiento m^3 de madera en el tiempo T_c**

Para estimar el volumen de madera en el año T_c se utilizaron datos de referencia proporcionados por un productor con experiencia en sistemas silvopastoriles [14]. Para densidades de 250 árboles

por hectárea se estima que todos los años la cantidad de madera aumenta entre 15 y 18 m^3 por hectárea. Esta densidad de referencia es el parámetro Dp , mientras que el aumento anual por hectárea es el parámetro Z .

Dividiendo la densidad de referencia Dp entre la densidad del tratamiento escogido, se construyó un factor que al multiplicarlo por el crecimiento anual de la madera representa la competencia entre los árboles por luz y nutrientes del suelo. Si la densidad del tratamiento es menor a la de referencia, entonces el aumento será mayor.

Por último, se multiplica el crecimiento anual ajustado con el factor por la cantidad de hectáreas y por el tiempo total del ciclo Tc para obtener la cantidad total de madera.

$$Dp \times L^2 \times L^2 \times Z \times Tc \quad (23)$$

$$H^2 \times Qa_{ijkl}$$

▪ **Ganancia potencial ganadero**

Para monetizar el potencial ganadero del sistema se toma la cantidad de ganado que se decide utilizar Xg_t y se multiplica por el factor de descuento y su precio correspondiente.

$$Vcp \sum_{t \in T} FD_t \times Xg_t \quad (24)$$

▪ **Costos fijos**

Los costos fijos de los árboles se incurren solamente una vez al comienzo del ciclo silvopastoril y están en unidades de USD por hectárea. Por lo tanto, en la función se encuentran multiplicados por la cantidad de hectáreas del predio: $\frac{L_1 \times L_2}{H}$. Por otro lado, los costos fijos asociados a la ganadería tienen unidades de USD por hectárea por año. Es por esto que dichos costos se encuentran multiplicados por la cantidad de años que se tenga ganado en el predio, al igual que por la cantidad de hectáreas del predio.

$$\frac{L_1 \times L_2}{H} [Cff \sum_{i \in T} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} X_{ijkl} + Cfg \sum_{t \in T} FD_t \times G_t] \quad (25)$$

▪ **Costos variables**

Los costos variables están definidos como costos por árbol. Por este motivo se multiplican por la cantidad de árboles en el predio dependiendo del tratamiento escogido.

$$Cvf \times Qa_{ijkl} \quad (26)$$

Dado que se quiere considerar únicamente los costos variables para el tratamiento escogido, la ecuación (26) es multiplicada por la sumatoria en i, j, k, l de la variable de decisión del tratamiento (X_{ijkl}).

3.2.3. Procedimiento de resolución

El objetivo de esta sección es describir el procedimiento de resolución del modelo matemático. Se considera pertinente debido a que se realizaron modificaciones para simplificar su resolución, las cuales se detallan en los siguientes párrafos.

El modelo se resuelve por primera vez previo a comenzar el ciclo silvopastoril. En base al resultado obtenido se decide el tratamiento, la carga ganadera promedio y un tiempo de corte de la madera preliminar. La primer decisión que se toma es la disposición en la cual plantar los árboles, la misma quedará fija por la totalidad del ciclo.

Luego, se sigue resolviendo el modelo a medida que se notan variaciones en parámetros de entrada o en las funciones utilizadas para las interacciones entre los tres componentes. En estas ocasiones, el tratamiento ya no es una decisión y está establecido. El objetivo en estas instancias es actualizar las decisiones acerca de la cantidad de ganado y el tiempo de corte con los parámetros que varían en el tiempo ajustados. Las funciones que modelan las interacciones del sistema, así como los pronósticos de los precios del ganado y de la madera cambian con el tiempo, lo que puede tener impacto en las decisiones.

La manera expuesta en la Sección 3.2.2 de formular la función objetivo cuenta con una desventaja para su resolución. Al tener variables de decisión dividiéndose (X_{ijkl} y Tc), el problema es no lineal generando que el costo computacional de resolver el modelo pueda ser muy grande. Sin embargo, la no linealidad es causada por dividir entre el tiempo de corte (Tc) que es una variable que no necesariamente tiene que ser continua. Si por el contrario vemos el tiempo como un parámetro discreto, se podría resolver el modelo para cada valor posible de Tc escogiendo luego la opción que devuelva mayor utilidad. Los valores de Tc para los que se debe resolver el modelo serían desde el momento que es viable la venta de madera (T_{cm}) hasta T_{max} , tiempo en el que termina el ciclo forestal. Por este motivo, la función objetivo es igual a la de la Sección 3.2.2 con la diferencia de que Tc pasa a ser un parámetro en vez de una variable. Al estar dividida por dicho parámetro y no más por una variable de decisión, el problema pasa a ser lineal.

Con las consideraciones mencionadas anteriormente, deja de existir la variable $V a_t$ que definía el tiempo de corte de la madera, pasando a ser un parámetro. Por lo tanto, las restricciones correspondientes a las ecuaciones (5), (6) y (14) ya no son necesarias.

3.3. Validación del modelo

Se realizaron pruebas con distintos escenarios para validar el modelo matemático presentado en la Sección 3.2.3. Una vez llevada a cabo la prueba, se efectúa una comparación entre el resultado esperado y el obtenido. Para los casos en los que el resultado obtenido no coincidía con el esperado, se analizaron los resultados, para determinar el motivo de las diferencias. Una de las razones podía ser que los resultados esperados no eran correctos, mientras que otra razón podía ser un error de modelado. Para estos últimos casos se realizaron modificaciones al modelo hasta obtener resultados alineados a los esperados.

A continuación se describen los casos utilizados para la validación. Todos estos fueron resueltos en GLPK, el cual es un software de optimización que utiliza el lenguaje de programación *mathprog*. Resuelve sistemas lineales y diferentes algoritmos de optimización para problemas de programación. Para realizar las validaciones se utilizó un equipo con las siguientes características:

- Procesador: Intel(R) Core(TM) i3-8145U CPU @ 2.10GHz 2.30 GHz.
- RAM: 12.0 GB (11.8 GB usable).
- Sistema Operativo: Windows 11, sistema operativo de 64 bits, procesador x64.

El tiempo de procesamiento del modelo para todos los casos de validación fue de 0,0 segundos.

Los valores de la totalidad de las entradas y salidas del modelo para cada caso se pueden obtener en el Anexo III.

3.3.1. Tamaño de predio pequeño

Objetivo: Comprobar que no se asigne un tratamiento para predios con tamaños menores al mínimo M . En caso de ser demasiado pequeño también se verifica que no se asigne carga ganadera.

Solución obtenida y análisis: Resolviendo el modelo para valores de área de predios muy pequeños ($L_1 = 2 m$ y $L_2 = 3 m$) se tomaba igualmente la decisión de un tratamiento de árboles, es decir que un componente de la familia de variables X_{ijkl} tomaba el valor de 1. A raíz de este resultado, se notó que la restricción de unicidad del tratamiento era estricta, por lo cual siempre se forzaba a escoger un tratamiento sin importar las condiciones. Para resolver este inconveniente la restricción (2) pasó a no ser estricta.

Por otro lado, también se detectó la necesidad de definir un área mínima de predio en el cual sea posible implementar un sistema silvopastoril, ya que no tiene sentido practicar el silvopastoreo en áreas muy pequeñas. A partir de esto, se generó un parámetro (M) y una nueva restricción (3) que evita que se escoja un tratamiento si el predio no es mayor o igual al área mínima necesaria.

Se realizaron nuevas pruebas con las modificaciones nombradas, verificando que sólo se decida plantar árboles si el área del predio es mayor a la mínima. En la Tabla 2 se pueden ver las salidas del modelo, luego de implementadas las modificaciones. Dado que el tamaño del predio es menor que el valor de M , no se escoge ningún tratamiento. Por otro lado, el tamaño del predio no provee la cantidad de pastura necesaria para tener ganado por lo cual tampoco se decide tener ganado.

Tabla 2: Salidas del modelo para $L_1 = 2 m$ y $L_2 = 3 m$

Salida	Valor
$X_{ijkl} \forall i, j, k, l$	0
Ganancia de forestación	0 USD
Ganancia de ganadería	0 USD

3.3.2. Decisión de forestación

Objetivo: Se busca evaluar el tratamiento elegido por el modelo al disminuir la ganancia de la forestación. Al resolver el modelo para valores de Pvm progresivamente más chicos, se espera que se tome la decisión de cada vez tener menos árboles.

Solución obtenida y análisis: Planteándose casos donde el precio de venta de la madera se va reduciendo progresivamente y los costos se mantienen, se esperaría obtener resultados en los cuales la cantidad de árboles se reduce a medida que se reduce el Pvm .

En las Tablas 3, 4 y 5 se puede ver que al disminuir el valor de Pvm , disminuye la cantidad de filas por hilera de los tratamientos escogidos.

Tabla 3: Salidas del modelo para $Pvm = 10$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	3592 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 4: Salidas del modelo para $Pvm = 5$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	1214 USD
Ganancia de ganadería	2683 USD

En el caso de la Tabla 5 se puede notar como se escoge el tratamiento con menor cantidad de filas por hilera posible y que al tener un $Pvm = 1$, los costos son mayores que los ingresos, resultando en una ganancia negativa. La elección de tener árboles a pesar que su ganancia sea negativa se da por la restricción (4) la cual obliga a elegirse un tratamiento siempre y cuando el área del predio sea mayor que el área mínima definida (M). Esto se da ya que al estar trabajando sobre sistemas silvopastoriles, es vital la existencia de los árboles para cumplir con la naturaleza de los mismos.

Tabla 5: Salidas del modelo para $Pvm = 1$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	-541 USD
Ganancia de ganadería	3028 USD

Recordando la manera de calcular la cantidad de árboles del sistema expuesta en (23), en el escenario representado por la Tabla 3, la cantidad de árboles total es de 714. En el segundo caso se reduce a 612 árboles mientras que en el tercero y último la cantidad es 476 árboles. Es razonable que si el precio de la madera se reduce entonces la cantidad de árboles baje notoriamente.

Se verifica de esta manera que las variaciones en la decisión de forestación son coherentes con la realidad.

3.3.3. Decisión de ganadería

Objetivo: Se busca evaluar aquellos casos límites en los cuales la ganancia obtenida a partir del ganado es considerablemente menor que los costos que conlleva.

Solución obtenida y análisis: Planteando casos donde el valor de la carne producida (V_{cp}) se reduce drásticamente y los costos se mantienen, se espera que a medida que baja el V_{cp} disminuya la ganancia de la ganadería.

En primer lugar se obtuvieron resultados en los cuales a pesar del bajo valor de la carne, se tomaba la decisión de introducir ganado en el predio. Se notó que estas soluciones se estaban dando porque los costos fijos de ganadería se estaban considerando en la función objetivo como que ocurrían solamente una vez en el ciclo silvopastoril y no que se repetían cada año que se toma la decisión de tener ganado como verdaderamente ocurre. A partir de esto, se creó una variable de activación (G_t) la cual toma el valor de 1 cuando se decide tener ganado en el predio en el tiempo t y 0 en caso contrario. Esta variable se asoció a las restricciones (10) y (11).

Por otro lado, se incluyó el término que se puede observar en (27) en la función objetivo de manera que se consideraran los costos fijos de ganadería para cada año en que se practica la misma.

$$\sum_{t \in T} (G_t \cdot C_{fg}) \frac{L_1 \cdot X}{L_2} \quad (27)$$

H

Luego de realizadas las modificaciones, se obtienen resultados coherentes a lo que se esperaba a medida que se reduce el valor de la carne producida. Como se puede observar en las Tablas 6, 7 y 8, las reducciones en el V_{cp} generan una disminución de la ganancia asociada a la ganadería al punto de generar que no se desarrolle la actividad.

Tabla 6: Salidas del modelo para $V_{cp} = 1.9$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 7: Salidas del modelo para $V_{cp} = 1$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	815 USD

Tabla 8: Salidas del modelo para $V_{cp} = 0.09$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	0 USD

Se verifica de esta manera que la decisión de ganadería es coherente con la realidad.

3.3.4. Factor de conversión de materia seca a kg carne nulo

Objetivo: Se busca evaluar la situación en la cual si el factor de conversión de consumo de materia seca a carne es cero, la ganancia del ganado sea también cero.

Solución obtenida y análisis: Para este caso de validación se introdujo como entrada al modelo los parámetros correspondientes a los consumos de materia seca con sombra y sin sombra tomando valor nulo ($C_{cs} = 0$ y $C_{ss} = 0$).

En la Tabla 9 podemos observar cómo la variación en la entrada lleva a que la ganancia derive en su totalidad de la madera. Esto resulta coherente con la definición de la cantidad máxima de ganado Qg_t , la cual se puede ver en (21).

Tabla 9: Salidas del modelo para $C_{cs} = 0$ y $C_{ss} = 0$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	0 USD

Esta decisión es coherente con la realidad ya que la manera de obtener la mayor ganancia teniendo únicamente árboles en el predio es escogiendo el tratamiento que de la mayor cantidad de filas por hilera posible, de manera de obtener más m^3 de madera.

3.3.5. Alto valor del kg de carne producido (V_{cp})

Objetivo: Evaluar el caso donde el valor de la carne producida (V_{cp}) es considerablemente mayor que el real. Se espera que la solución devuelva el tratamiento menos denso para tener más ganado.

Solución obtenida y análisis: Para este caso de validación se introdujo como parámetros $V_{cp} = 20$ USD y $V_{cp} = 10$ USD, siendo el valor original de $V_{cp} = 1.9$ USD.

En la Tabla 10 se puede observar que el tratamiento elegido es el menos denso ya que se escogieron los mayores valores posibles de j , k y l . Por otro lado, se escogió el menor valor de i , dado que al ser el ganado más rentable que la forestación se decide tener la menor cantidad de filas, de manera de tener más pastura disponible y por ende mayor cantidad de ganado. Esto lleva a que se obtenga más ganancia por parte del ganado que por parte de la forestación.

Tabla 10: Salidas del modelo para $V_{cp} = 20$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	7529 USD
Ganancia de ganadería	40242 USD

Tabla 11: Salidas del modelo para $V_{cp} = 10$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	10491 USD
Ganancia de ganadería	17867 USD

Se verifica que la solución es coherente con la realidad ya que lo esperable es que al poder obtener más dinero mediante el ganado, el modelo elija un tratamiento con cada vez menos filas. Esto se puede ver en las Tablas 10 y 11, en el primer caso ($V_{cp} = 20$), dado que el V_{cp} es mayor, se toma una menor cantidad de filas por hilera que en el segundo caso ($V_{cp} = 10$), dónde el parámetro V_{cp} toma un valor menor, obteniendo de esta manera una baja en la ganancia por la ganadería.

3.3.6. Alto valor de precio de venta de madera (P_{vm})

Objetivo: Evaluar el caso donde el precio de los árboles toma un valor muy elevado. Se espera que el modelo devuelva como solución un tratamiento más denso para tener más ganancia a partir de los árboles y tener menos ganado que en una situación normal.

Solución obtenida y análisis: En la Tabla 12 se puede observar que se eligió el tratamiento con mayor cantidad de filas ($i = 4$). De todas maneras, no se tomó el tratamiento más denso, sino que se eligieron los valores más grandes posibles para j , k y l . En un principio se creyó que había un error en el modelo, pero a partir de un análisis más profundo se llegó a la conclusión de que el resultado esperado no era correcto.

Tabla 12: Salidas del modelo para $P_{vm} = 50$ USD

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	20292 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Luego de obtenida la solución presentada anteriormente, se analizó el resultado obtenido. Se calcularon los siguientes valores para cierta variedad de tratamientos:

- La cantidad de árboles en el predio (Qa)
- La densidad resultante de árboles por hectárea (D)
- La relación entre la densidad de referencia y la densidad del predio ($\frac{Dp}{D}$)
- El crecimiento de m^3 de madera por hectárea por año ($\frac{ZDp}{Dp}$)

- La ganancia por hectárea por año correspondiente a la venta de madera

En la Tabla 13 se pueden ver los cálculos realizados para 4 tratamientos diferentes, teniendo todos la misma cantidad de filas por hilera y variando los valores de distancia entre filas (j), distancia entre árboles (k) y ancho de corredores (l). Se puede notar que los tratamientos que son más densos, es decir, que tienen mayor cantidad de árboles por hectárea tienen una peor relación con la densidad de referencia. Esto deriva en que el crecimiento de m^3 de madera por hectárea por año sea menor que en los tratamientos menos densos. De esta manera se tiene mayor cantidad de árboles en el predio pero no necesariamente más m^3 de madera. Esto se da ya que al estar más juntos entre ellos los árboles, estos van a competir por luz, agua, nutrientes y espacio, lo que deriva en un menor crecimiento de los mismos. Por otro lado, al tener mayor cantidad de árboles, se van a tener costos variables más grandes ya que los mismos dependen de la cantidad de árboles por hectárea.

Tabla 13: Análisis tratamientos para $Pvm = 50$ USD

Tratamiento	Qa	D	Dp	$\frac{Dp}{D}$	$\frac{Z \times Dp}{D}$	Ganancia de forestación
{4, 6, 3.5, 30}	714	238	250	1.05	17.3	866
{4, 5, 3.5, 30}	762	254	250	0.98	16.2	812
{4, 5, 3, 30}	889	296	250	0.84	13.9	696
{4, 6, 3.5, 25}	797	266	250	0.94	15.5	797

A raíz de los resultados expuestos en la Tabla 13, se verifica la validez de la solución propuesta por el modelo que se puede observar en la Tabla 12. Dado que al resolverse el modelo para un Pvm de alto valor, se toma el tratamiento con mayor cantidad de filas por hilera (priorizando la forestación por encima de la ganadería) y con el resto de las medidas tal que se obtenga la mayor ganancia con los menores costos variables posibles.

4. Experimentación numérica

En esta sección se presenta el estudio computacional llevado a cabo con el modelo matemático desarrollado en la Sección 3 y el análisis de los resultados obtenidos para el mismo. En primer lugar, se presentan y analizan los resultados para el caso base. Luego, se realiza una experimentación numérica para estudiar las salidas del modelo al variar los valores de ciertos parámetros.

4.1. Caso base

A continuación se presentan los resultados obtenidos al resolver el modelo para el caso base. Se resolvió el modelo en 8 oportunidades variando el tiempo de corte de los árboles entre los años 8 y 15. De esta manera, se puede observar cómo varía la elección del tratamiento y las ganancias según cada año de corte. Por otra parte, también se puede ver la evolución del crecimiento de la madera y de la carga ganadera también dependientes del año de corte. En la Tabla 14 se pueden observar los valores de algunos parámetros correspondientes al caso base para el que se resolvió el modelo, mientras que en la Tabla 15 se pueden ver los valores de algunos conjuntos para el caso base. La totalidad de los valores correspondientes a los parámetros y conjuntos del caso base se encuentran el Anexo IV.

Tabla 14: Valores de parámetros del caso base.

Parámetro	Valor
L_1	150m
L_2	200m
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD
Vcp	1.9 USD
Ccs	0.030
Css	0.036

Tabla 15: Valores de conjuntos del caso base.

Conjuntos	Valor
I	{2, 3, 4}
J	{4.5, 5, 5.5, 6}
K	{2, 2.5, 3, 3.2, 3.5}
L	{18, 20, 22, 24, 26, 30}

En las Tablas 16 a 39 se pueden observar para cada año de corte, los valores correspondientes a la ganancia total del sistema, al igual que la ganancia separada en ganadería y forestación y la ganancia promedio anual. Por otro lado, también se muestra el tratamiento elegido y la evolución del sistema al correr de los años, tanto para el volumen de madera como la cantidad de carne.

En las Tablas 16, 17 y 18 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 8 como año de corte.

Tabla 16: Tratamiento escogido para $T_c = 8$

Tratamiento	
i	4 filas
j	6 m
k	3.5 m
l	30 m

Tabla 17: Ganancias asociadas a $T_c = 8$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	7014
Ganancia ganadería	1744
Ganancia total	8759
Ganancia promedio anual	1095

Tabla 18: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 8$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217

En las Tablas 19, 20 y 21 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 9 como año de corte.

Tabla 19: Tratamiento escogido para $T_c = 9$

Tratamiento	
i	4 filas
j	6 m
k	3.5 m
l	30 m

Tabla 20: Ganancias asociadas a $T_c = 9$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	7375
Ganancia ganadería	1902
Ganancia total	9277
Ganancia promedio anual	1031

Tabla 21: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 9$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217

En las Tablas 22, 23 y 24 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 10 como año de corte.

Tabla 22: Tratamiento escogido para $T_c = 10$

Tratamiento	
i	4 filas
j	6 m
k	3.5 m
l	30 m

Tabla 23: Ganancias asociadas a $T_c = 10$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	7604
Ganancia ganadería	1989
Ganancia total	9593
Ganancia promedio anual	959

Tabla 24: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 10$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155

En las Tablas 25, 26 y 27 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 11 como año de corte.

Tabla 25: Tratamiento escogido para $T_c = 11$

Tratamiento	
<i>i</i>	4 filas
<i>j</i>	6 m
<i>k</i>	3.5 m
<i>l</i>	30 m

Tabla 26: Ganancias asociadas a $T_c = 11$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	7702
Ganancia ganadería	2070
Ganancia total	9772
Ganancia promedio anual	888

Tabla 27: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 11$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155
11	1286	155

En las Tablas 28, 29 y 30 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 12 como año de corte.

Tabla 28: Tratamiento escogido para $T_c = 12$

Tratamiento	
<i>i</i>	4 filas
<i>j</i>	6 m
<i>k</i>	3.5 m
<i>l</i>	30 m

Tabla 29: Ganancias asociadas a $T_c = 12$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	7866
Ganancia ganadería	2145
Ganancia total	10011
Ganancia promedio anual	834

Tabla 30: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 12$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155
11	1286	155
12	1403	155

En las Tablas 31, 32 y 33 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 13 como año de corte.

Tabla 31: Tratamiento escogido para $T_c = 13$

Tratamiento	
<i>i</i>	4 filas
<i>j</i>	6 m
<i>k</i>	3.5 m
<i>l</i>	30 m

Tabla 32: Ganancias asociadas a $T_c = 13$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	12188
Ganancia ganadería	2214
Ganancia total	14402
Ganancia promedio anual	1108

Tabla 33: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 13$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155
11	1286	155
12	1403	155
13	1520	155

En las Tablas 34, 35 y 36 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 14 como año de corte.

Tabla 34: Tratamiento escogido para $T_c = 14$

Tratamiento	
<i>i</i>	4 filas
<i>j</i>	6 m
<i>k</i>	3.5 m
<i>l</i>	30 m

Tabla 35: Ganancias asociadas a $T_c = 14$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	12139
Ganancia ganadería	2279
Ganancia total	14418
Ganancia promedio anual	1029

MODELA DO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla 36: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $T_c = 14$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155
11	1286	155
12	1403	155
13	1520	155
14	1637	155

En las Tablas 37, 38 y 39 se muestran los resultados obtenidos considerando el año 15 como año de corte.

Tabla 37: Tratamiento escogido para $T_c = 15$

Tratamiento	
<i>i</i>	4 filas
<i>j</i>	6 m
<i>k</i>	3.5 m
<i>l</i>	30 m

Tabla 38: Ganancias asociadas a $T_c = 15$

Ganancias (USD)	
Ganancia forestación	11942
Ganancia ganadería	2338
Ganancia total	14280
Ganancia promedio anual	952

Tabla 39: Evolución de m^3 de madera y kg de carne para $Tc = 15$

Año	m^3 de madera	kg de carne
1	166	0
2	233	0
3	350	311
4	467	311
5	584	311
6	701	268
7	818	268
8	935	217
9	1052	217
10	1169	155
11	1286	155
12	1403	155
13	1520	155
14	1637	155
15	1754	155

Un comportamiento que es importante analizar de las soluciones es el tratamiento escogido. Se puede observar en las Tablas 16 a 39 que para todos los años de corte se escogió el mismo tratamiento:

- Cantidad de filas (i): 4
- Distancia entre filas (j): 6 m
- Distancia entre árboles (k): 3.5 m
- Ancho de corredores (l): 30 m

El tratamiento escogido cuenta con la mayor cantidad de filas por hilera posible y el resto de los valores que definen la distribución toman los valores que derivan en la menor densidad posible.

La cantidad de filas afecta directamente a la carga ganadera ya que la cantidad de materia seca en el predio se definió según las filas del tratamiento. De esta manera, a mayor cantidad de filas, menor es la materia seca disponible. La forestación brinda mayores ganancias que la ganadería por lo que el modelo define tener la mayor cantidad de filas posibles para aumentar el volumen de madera a costas de una menor cantidad de ganado.

En cuanto a la densidad, siempre escoje la menor posible, es decir los valores más grandes de j , k y l . A priori, esto parecería contradictorio, pero como se vio en la Sección 3.3, una menor densidad genera mayor producción de madera por que los árboles alcanzan volúmenes mayores. Esto resulta de que en la función objetivo se multiplica el factor de crecimiento (Z) por la división entre la densidad de referencia (Dp) sobre la densidad resultante del modelo. Para los tratamientos de menor densidad, el resultado de la división es mayor, y el crecimiento de los árboles por hectárea y por año aumenta. De esta manera, con menos árboles, y por ende menos costos variables, se obtiene mayor cantidad de m^3 de madera. Este comportamiento se puede observar en la Tabla 13 de la Sección 3.3.

Por otro lado, teniendo en cuenta la información de los resultados, un factor a tener en cuenta para determinar el año de corte de los árboles podría ser la ganancia total o la ganancia anual promedio. En los gráficos de barras de las Figuras 14 y 15 se pueden ver las ganancias totales y ganancias promedio

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

anuales según el año de corte correspondiente. Se puede notar que el año de corte que provee mayor ganancia total (año 13) es el mismo que provee mayor ganancia promedio anual. En este año, la ganancia total es de 14402 USD y la ganancia promedio anual es de 1108 USD superando al resto de los años. Este resultado se puede explicar dado que la madera se vende en su totalidad en el último año del ciclo, por lo que su precio se ve afectado en mayor medida por el factor de descuento con el avance del tiempo. Por otro lado, cómo se describió en la Sección 3.1 el precio de la madera aumenta a partir del año 13 ya que la misma pasa a ser de mayor calidad.

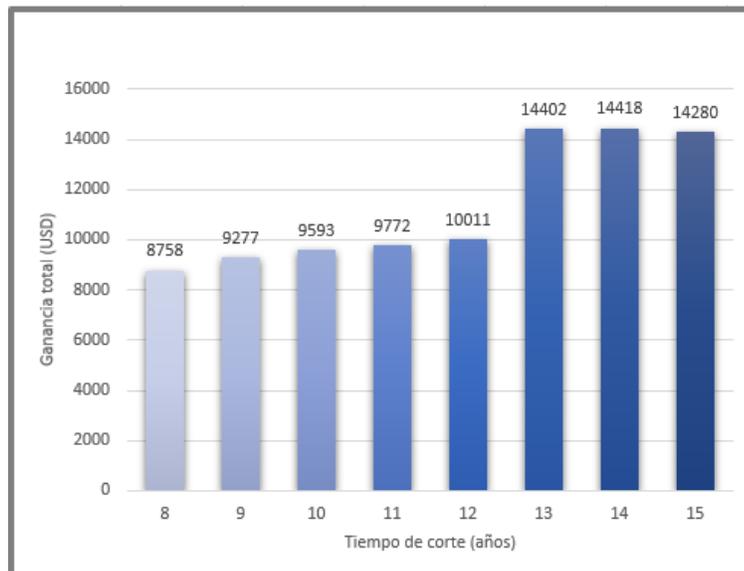


Figura 14: Ganancia total del sistema silvopastoril en función de T_c . Fuente: Elaboración propia

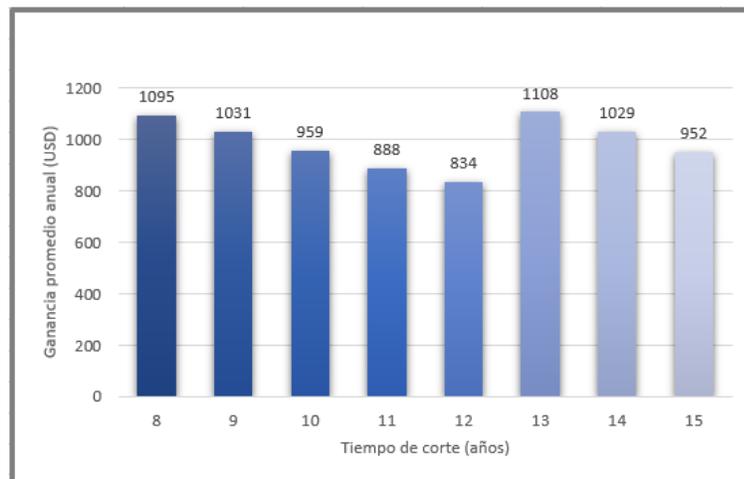


Figura 15: Ganancia promedio anual en función de T_c . Fuente: Elaboración propia

En las Figuras 16 y 17 se presentan las gráficas de la evolución de crecimiento en m^3 de madera y de kg de ganado para el escenario en el que se toma como año de corte el año 15 ($T_c = 15$).

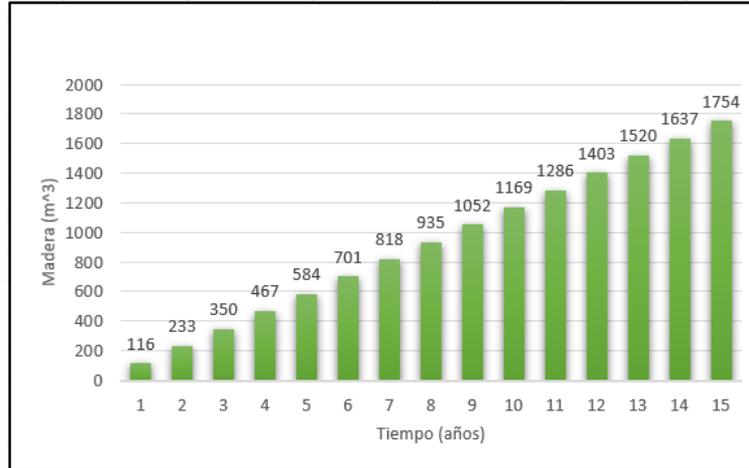


Figura 16: Evolución de m^3 de madera según t . Fuente: Elaboración propia

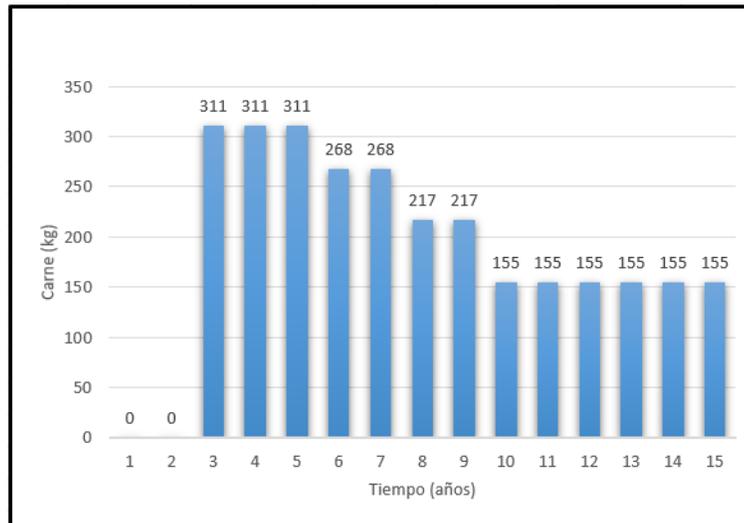


Figura 17: Evolución de kg de carne según t . Fuente: Elaboración propia

Se puede notar en las Figuras 16 y 17, como la cantidad de m^3 de madera y la carga ganadera tienen comportamientos opuestos. Se comienza teniendo un bajo valor de m^3 de madera y unos altos valores de carga ganadera. Al ir aumentando el volumen de madera en el predio, va disminuyendo la cantidad de ganado que se puede tener en el mismo. Esto condice con la realidad ya que al crecer los árboles, aumenta la superficie de sombra, crece menos pastura, y por ende hay menos alimento para el ganado en la misma área que en años anteriores. Se puede observar en la Figura 17 una estrecha relación entre la carga ganadera y la Tabla 1 de materia seca disponible según la cantidad de filas. Esta tabla de datos repite valores de cantidad de materia seca para algunos años consecutivos estabilizándose para los últimos 6 años del sistema, por este motivo la carga ganadera también se estabiliza en los últimos años.

4.2. Estudio de casos de interés

La experimentación numérica de un modelo es la realización de alteraciones o variaciones en los parámetros de entrada para analizar cómo responde el modelo a los cambios y también para estudiar la estabilidad de las soluciones.

A continuación se detallan los distintos casos a estudiar. Para cada uno de ellos, se escogieron los valores correspondientes a los parámetros de manera sistemática.

Los valores de la totalidad de las entradas y salidas del modelo para cada caso se pueden observar en el Anexo V.

4.2.1. Modificación del valor del porcentaje de árboles comercializables a la fecha de corte (V)

Para este caso se modificó el valor del porcentaje de árboles comercializables a la fecha de corte, cuyo valor para el caso base es del $V = 70\%$.

En las Tablas 40, 41 y 42 se pueden ver las salidas del modelo, para el caso base al igual que para casos en los que se varía el V un 30%. Se puede notar que en los 3 casos se escoge el mismo tratamiento, por lo que se obtiene la misma ganancia por el ganado, pero obteniendo diferente ganancia de forestación. Dicha ganancia aumenta a medida que aumenta el valor de V porque el parámetro aparece multiplicando en la función objetivo por lo que la ganancia aumenta proporcionalmente. El tratamiento escogido es $\{4, 6, 3.5, 30\}$, el cual tiene la mayor cantidad de filas por hilera posibles. Esto se da por el hecho de que hasta en el caso menos favorable de árboles remanentes, la forestación implica un mayor ingreso que la ganadería. Por este motivo se escoge el tratamiento con mayor cantidad de filas y por ende menor cantidad de ganado.

Tabla 40: Salidas del modelo para $V = 40\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	6575 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 41: Salidas del modelo para caso base $V = 70\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 42: Salidas del modelo para $V = 100\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	17310 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Por otro lado, se puede ver que la ganancia con respecto a la ganadería no se modifica al variar el factor de V . Esto es por el motivo que dicho parámetro hace alusión a que los árboles sean comercializables, lo que no implica que los mismos no estén dentro del predio. De esta manera, por más de que pueda haber menos cantidad de árboles que la inicial, el ganado va a seguir teniendo sombra y abrigo disponible por lo cual su ganancia es estable en los casos estudiados presentados en las Tablas 40, 41 y 42.

4.2.2. Modificación del factor de crecimiento (Z)

Se buscó ver cómo se comportaba el modelo al variar el valor del factor de crecimiento Z , que para el caso base del problema toma el valor de 16.5. Se decidió variar el valor del parámetro de manera sistemática, sumando y restando de 5 el valor del Z .

En las Tablas 43, 44, 45 y 46 se pueden observar las salidas del modelo para diversos valores. En estas se puede ver que para los valores de $Z = 21.5$, $Z = 16.5$, $Z = 11.5$ y $Z = 6.5$ se escoge el mismo tratamiento, variando únicamente la ganancia de los árboles en las salidas del modelo. Para todos estos casos, la ganancia de forestación implica un mayor beneficio que la mayor ganancia posible correspondiente a la ganadería. Por este motivo se toma la decisión de plantar la mayor cantidad de filas por hilera posibles, priorizando la forestación por encima de la ganadería.

Tabla 43: Salidas del modelo para caso base $Z = 21.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	15738 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 44: Salidas del modelo para caso base $Z = 16.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 45: Salidas del modelo para $Z = 11.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	8147 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 46: Salidas del modelo para $Z = 6.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	4351 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Por otro lado, al disminuir el valor de Z drásticamente en relación al valor del caso base ($Z = 1.5$), la forestación pasa a ser menos beneficiosa económicamente por lo que se puede ver en la Tabla 47 que se elige un tratamiento con menor cantidad de filas por hilera. La ganancia de la forestación se reduce y la de ganadería aumenta. Esto refleja correctamente la interacción entre las dos actividades.

Tabla 47: Salidas del modelo para $Z = 1.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	370 USD
Ganancia de ganadería	2683 USD

4.2.3. Modificación de la densidad de referencia ($D\rho$)

Se desea analizar como varían las salidas del modelo, dependiendo del valor de la densidad de referencia. El valor utilizado para la solución primaria fue de $D\rho = 250$. Para este caso se aumentó y disminuyó sistemáticamente el valor del $D\rho$.

En las Tablas 48, 49, 50, 51 y 52 se pueden observar los valores de las salidas del modelo para los valores de $D\rho = 150$, $D\rho = 200$, $D\rho = 250$, $D\rho = 300$ y $D\rho = 350$ respectivamente. En dichas tablas, se puede notar que la elección de tratamiento no varía al modificarse la densidad de referencia. Siempre se escoge el tratamiento con mayor cantidad de filas y luego menor densidad posible. Esto sucede porque hasta en el caso con densidad menor, la forestación provee un mayor ingreso que la ganadería. Por ende, siempre se elige la mayor cantidad de filas. Por otro lado, cómo fue mencionado en la Sección 3.3, al tener menor densidad, se tendrá una mayor cantidad de m^3 de madera por hectárea por año incurriendo a su vez en menores costos variables.

Tabla 48: Salidas del modelo para $D\rho = 150$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	6932 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 49: Salidas del modelo para $D\rho = 200$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	9437 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 50: Salidas del modelo para caso base, $D\rho = 250$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 51: Salidas del modelo para $D\rho = 300$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	14447 USD
Ganancia de ganadería	2338USD

Tabla 52: Salidas del modelo para $D\rho = 350$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	16952 USD
Ganancia de ganadería	2338USD

De esta manera se tiene el mismo valor de ganancia por parte de la ganadería en las 5 situaciones, mientras que la ganancia de árboles va aumentando a medida que aumenta el valor de la densidad de referencia.

4.2.4. Variación del consumo de materia seca (C_{ss} y C_{cs})

Se desea estudiar la variación en la salida del modelo si se varía la cantidad de materia seca necesaria para generar un kg de carne. Se decidió variar los valores sistemáticamente de a 0.1.

En la Tabla 53 se puede ver los valores para el caso base.

Tabla 53: Salidas del modelo para caso base $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

En las Tablas 54, 55 y 56, se puede observar que al aumentar los valores del parámetro C_{cs} , cada vez es más beneficiosa la ganadería por lo que se va escogiendo tener cada vez menor cantidad de árboles, eligiendo tratamientos con cada vez menor cantidad de filas por hilera. Para $C_{cs} = 0.136$ se decide tener 4 filas de árboles, mientras que para $C_{cs} = 0.236$ se toma la decisión de tener 3 filas por hilera y para $C_{cs} = 0.336$ se toma la decisión de tener 2 filas por hilera. En los tres casos aumenta notoriamente la ganancia correspondiente a la ganadería.

Tabla 54: Salidas del modelo para $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.136$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	11288 USD

Tabla 55: Salidas del modelo para $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.236$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	10491 USD
Ganancia de ganadería	22503 USD

Tabla 56: Salidas del modelo para $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.336$

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	7529 USD
Ganancia de ganadería	35642 USD

Como se puede ver en las Tablas 57 y 58, en el caso que el consumo de materia seca en un sistema sin sombra fuera más beneficioso que el consumo en un sistema con sombra, se continúa escogiendo el tratamiento con mayor cantidad de árboles. Esto es coherente con la salida esperada ya que estos resultados fueron obtenidos teniendo como entrada $L_1 = 150 m$ y $L_2 = 200 m$, dado que el área del predio es mayor que el área mínima para practicar silvopastoreo (M), entonces el modelo escoge siempre una configuración de árboles. Por este motivo, el valor de C_{ss} podría seguir aumentando y de no ser que haya un cambio en el tamaño del predio, nunca se escogerá tener únicamente ganado.

Tabla 57: Salidas del modelo para $C_{ss} = 0.13$ y $C_{cs} = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 58: Salidas del modelo para $C_{ss} = 0.23$ y $C_{cs} = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

4.2.5. Variación del factor de pisoteo, orina y heces (FP)

Se busca identificar cómo varía la solución del modelo al modificarse el valor del factor de pisoteo, orina y heces. Se decidió variar el valor de FP de manera sistemática, de a 0.2.

En la Tabla 59 se pueden observar las salidas del modelo correspondientes a $FP = 1$. El tratamiento escogido es el mismo que para el caso base, al igual que la ganancia correspondiente a la forestación. Por otro lado, al tener el 100 % del pasto disponible para que pascen los animales, la ganancia correspondiente a los mismos aumenta con respecto a la solución base.

Tabla 59: Salidas del modelo para $FP = 1$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	3143 USD

Como se puede ver en las Tablas 60, 61, 62 y 63, al disminuir la cantidad de pasto disponible para que los animales pasten, la ganancia correspondiente a la ganadería va disminuyendo. En cuanto al tratamiento escogido y la ganancia de forestación los mismos se mantienen constantes al disminuir el FP . Esto se debe a que el FP se utiliza para calcular el Qg , por lo que la variación de valor de dicho parámetro únicamente afecta la ganancia ganadera y no a la ganancia de forestación.

Tabla 60: Salidas del modelo para el caso base $FP = 0.8$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD

Tabla 61: Salidas del modelo para $FP = 0.6$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	1532 USD

Tabla 62: Salidas del modelo para $FP = 0.4$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	725 USD

Tabla 63: Salidas del modelo para $FP = 0.2$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	58 USD

5. Conclusiones

A continuación se presentan los resultados principales obtenidos, las conclusiones y las oportunidades para futuros trabajos.

En el proyecto se cumplió con el objetivo principal que consistía en realizar un estudio de la aplicación de métodos cuantitativos para sistemas silvopastoriles. Se realizó una revisión de la literatura acerca de la temática en cuestión, generando a partir de la misma un estado del arte en el que se puede ver reflejado el grado de avance en el conocimiento sobre la temática. Luego se desarrolló un modelo matemático, formulando un problema de programación lineal que busca la maximización de la ganancia para un sistema silvopastoril en un predio. El modelo fue validado exitosamente y se realizó una etapa de experimentación numérica. Se trabajó con un caso base donde se analizaron los resultados pudiendo concluir que el modelo es sensible a las variaciones de las condiciones de entrada representando la realidad de los sistemas. Por ejemplo, para los casos en que se bajó de manera drástica el factor de crecimiento de la madera, la solución indica una forestación menos densa para dejar lugar a un aumento en la pastura que beneficia a la ganadería.

Se buscó en todo momento respetar la naturaleza de este tipo de sistemas en los que se desarrollan la actividad ganadera y forestal de manera complementaria. En el caso base, económicamente la forestación parece conveniente frente a la ganadería lo cual explica que el modelo apunta a tratamientos con la mayor cantidad de filas posibles por hilera priorizando la forestación. Sin embargo, los conjuntos para los valores que definen el tratamiento determinan una densidad máxima de árboles que no puede ser superada. De esta forma, se asegura que se respete la integración balanceada entre las dos actividades. El tratamiento escogido para todos los años de corte estudiados (año 8 al año 15) fue el mismo dado que en todos los escenarios, la ganancia correspondiente a la forestación era considerablemente mayor que la recibida por ganadería. Del análisis del caso base, también se notó que en cuanto a los resultados correspondientes al año conveniente de corte, el año 13 representaba el año de corte con mayor ganancia promedio anual al igual que ganancia total del sistema. Esto se da principalmente por el aumento de calidad y precio en la madera a partir de este año. Por este motivo, sería conveniente desde el punto de vista económico finalizar el ciclo silvopastoril cortando la madera en el año 13.

Modelar interacciones de la naturaleza entre los componentes que conforman este tipo de sistemas no fue una tarea sencilla por la falta de información disponible. Mediante experimentación y recolección de datos el modelo tiene un alto potencial de mejora en este sentido. En el modelo desarrollado el crecimiento de los árboles según el tratamiento varía de manera lineal con un factor relacionado al cociente entre la densidad real y una densidad de referencia. Además, la cantidad de materia seca en el tiempo varía únicamente en función de la cantidad de filas por hilera. No se tuvieron en cuenta funciones de sombra. Por esta razón, se considera que dentro del modelado de las interacciones entre los componentes del sistema se encuentra el principal campo de mejora. Con funciones de crecimiento de pastura, de árboles y de sombra más detalladas se podría llegar a un modelo con una mayor sensibilidad en la elección de tratamientos. Podría resultar conveniente incorporar una función de sombra de los árboles para entender el efecto que tiene sobre la materia seca del sistema y consecuentemente en la cantidad de ganado que se puede tener por año. Asimismo, sería útil incorporar una función en la que el crecimiento de los árboles esté relacionado con las distancias entre árboles de cada tratamiento.

Las actividades forestales y ganaderas en Uruguay tienen una importancia significativa en la matriz productiva por lo que el estudio de estos sistemas es un aporte interesante. El proyecto brinda un enfoque científico y se espera que sea útil como fuente de información para trabajos futuros. Como se mencionó en la Sección 2.1, en Uruguay los productores notan la falta de

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

asesoramiento para este tipo de sistemas. Creemos que el modelo propuesto es una herramienta que sirve de referencia para

comprender las interacciones entre la práctica integrada de las actividades. Del mismo modo, cumple la función de insumo de información para la toma de decisiones de los productores.

Durante la elaboración del estado del arte se notó que gran parte de los trabajos relacionados a esta clase de problemas son de años recientes. Se pudo verificar que está aumentando el interés por este tipo de sistemas en los que se analiza el impacto ambiental además del rendimiento de cada ciclo productivo. De todas formas, de la consultoría realizada por el Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca [2] se evidencian falencias en la comunicación para compartir el avance en el conocimiento.

Los factores ambientales son una de las principales motivaciones para los SSP. Incorporar estos beneficios en el modelo sería una mejora significativa en la información de los resultados. En Uruguay, la carne producida en sistemas en que se logra secuestrar emisiones de carbono a la atmósfera obtiene una certificación bajo protocolos internacionales. En el mercado se nota una tendencia cada día mayor por productos amigables con el ambiente [15].

Por último, es importante mencionar que para el modelo desarrollado no se tuvo en cuenta el importante beneficio de los SSP frente a los sistemas de forestación tradicionales en el uso de los suelos. El desgaste de los suelos en los SSP es significativamente menor que para la actividad forestal con alta densidad de árboles. Esto permite que el potencial del sistema no disminuya de manera significativa luego de finalizados los ciclos, logrando trabajar la tierra durante una mayor cantidad de años teniendo esta el mismo rendimiento. Considerando lo previamente dicho, sería una buena incorporación al modelo en un futuro, el poder representar la conservación de la calidad de la tierra al poner en práctica sistemas silvopastoriles.

Referencias

- [1] H. Fassbender. *Modelos edafológicos de sistemas agroforestales*. 2.^a ed. Bib. Orton IICA/CATIE, 1993. ISBN: 9789977570211.
- [2] Sancho, L. *Definición, caracterización y cuantificación del área bajo sistemas silvopastoriles, para el seguimiento de las contribuciones establecidas en la Contribución Determinada a nivel Nacional de Uruguay*. Consultoría. Ministerio de Ganadería Agricultura y Pesca (Uruguay), 2021.
- [3] P. Nair. "Classification of agroforestry systems". En: *Agroforestry Systems* 3 (1985), págs. 97-128.
- [4] A. Atangana, D. Khasa, S. Chang y A. Degrande. *Tropical Agroforestry*. 1.^a ed. Springer, 2014.
- [5] E. Varela. "Modelo de simulación para sistemas de silvopastoreo en regiones centro sur y sur-este de Uruguay". Tesis de maestría en Ciencias Agrarias, opción Ciencias Animales. Uruguay: Universidad de la República. Facultad de Agronomía, 2019.
- [6] A. Bussoni, J. Alvarez, F. Cubbage, G. Ferreira y V. Picasso. "Diverse strategies for integration of forestry and livestock production". En: *Agroforestry Systems* 93 (2019), págs. 333-344.
- [7] A. Bussoni, F. Cubbage y J. Giambruno. "Silvopastoral systems and multi-criteria optimization for compatible economic and environmental outcomes". En: *Agricultural Systems* 190 (2021), pág. 103118.
- [8] M. Boscana y A. Bussoni. *Comparación económica-financiera de Sistemas Silvopastoriles en la región este del Uruguay*. Uruguay: Universidad de la República. Facultad de Agronomía. Departamento de Ciencias Sociales. 2019. url: http://fagro.edu.uy/images/stories/DptoCCSS/doc/resumenes/trabajos_completos/Comparaci%C3%B3n_econ%C3%B3mica_financiera_de_Sistemas_Silvopastoriles_en_la_regi%C3%B3n_este_del_Uruguay.pdf (visitado 24-05-2023).
- [9] Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria. "Determinación de la materia seca de una pastura". En: *Ficha técnica INIA* 34 (2018). url: <http://www.ainfo.inia.uy/digital/bitstream/item/11189/1/Ficha-tecnica-34-Determinacion-de-MS-de-una-pastura.pdf> (visitado 24-05-2023).
- [10] J. Fedrigo, V. Benitez, R. Santa Cruz, J. Posse, R. Santiago Barro, J. Hernández, C. Mantero, V. Morales Olmos, E. Silveira y C. Viñoles. "Oportunidades y desafíos para los sistemas silvopastoriles en Uruguay". En: *Veterinaria (Montevideo)* 54 (2018), págs. 26-41.
- [11] L. Gallo. "Sistemas Silvopastoriles". En: *Revista del Plan Agropecuario* 119 (2006), págs. 30-36.
- [12] J. Shibu, D. Walter y B. Mohan Kumar. "Ecological considerations in sustainable silvopasture design and management". En: *Agroforestry Systems* 93 (2019), págs. 317-331.
- [13] C. Viñoles y P. González, eds. *Semillero Interdisciplinario en Sistemas Silvopastoriles*. Espacio Interdisciplinario, Universidad de la República, Uruguay. 2022. url: <https://ei.udelar.edu.uy/index.php/grupos-financiados/sigla-acronimo/semillero-interdisciplinario-sistemas-silvopastoriles> (visitado 27-05-2023).
- [14] J.L. Dutra Da Silveira. *Productor con experiencia en SSP*. Entrevista por Zoom. Mar. de 2023.
- [15] *Primer sello de carne carbono neutral del Uruguay*. Ministerio de Ambiente (Uruguay). 2021. url: <https://www.gub.uy/ministerio-ambiente/comunicacion/noticias/primer-sello-carne-carbono-neutral-del-uruguay> (visitado 26-05-2023).
- [16] J. Alonso. "Los sistemas silvopastoriles y su contribución al medio ambiente". En: *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* 45 (2011), págs. 107-115.

- [17] S. Boinot, K. Barkaoui, D. Mézière, P. Lauri, J. Sarthou y A. Alignier. “Research on agroforestry systems and biodiversity conservation: what can we conclude so far and what should we improve?” En: *BMC Ecology and Evolution* 22 (2022), págs. 1-6.
- [18] Y. Shen, L. Shi, Y. Tao, H. Wang, C. Lu, S. Li y M. Shen. “Sustainability Evaluation and Optimization on the Modern Agro-Pastoral Circular System Integrating Emergy Analysis and Life Cycle Assessment”. En: *Sustainability* 14 (2022), pág. 4890.
- [19] M. Bugalho, F. Dias, B. Briñas y J. Cerdeira. “Using the high conservation value forest concept and Pareto optimization to identify areas maximizing biodiversity and ecosystem services in cork oak landscapes”. En: *Agroforestry systems* 90 (2016), págs. 35-44.
- [20] E. A Law, L. Macchi, M. Baumann, J. Decarre, G. Gavier-Pizarro, C. Levers, M. Mastrangelo, F. Murray, D. Müller, M. Piquer-Rodríguez et al. “Fading opportunities for mitigating agriculture- environment trade-offs in a south American deforestation hotspot”. En: *Biological Conservation* 262 (2021), pág. 109310.
- [21] T. Kharel, A. Ashworth, P. Owens, D. Philipp, A. Thomas y T. Sauer. “Teasing apart silvopasture system components using machine learning for optimization”. En: *Soil Systems* 5 (2021), pág. 41.
- [22] E. Gosling, E. Reith, T. Knoke y C. Paul. “A goal programming approach to evaluate agroforestry systems in Eastern Panama”. En: *Journal of environmental management* 261 (2020), pág. 110248.
- [23] M. Tato, T. Pukkala, A. Rodríguez, E. Fernández y R. Mosquera. *Optimización según criterios económicos del diseño de sistemas silvopastorales en áreas agrícolas abandonadas de Galicia*. 1.ª ed. Sociedad Española para el Estudio de los Pastos, 2011. ISBN: 978-84-614-8713-4.
- [24] F. Castedo-Dorado, U. Diéguez-Aranda y J. Álvarez-González. “A growth model for Pinus radiata stands in north-western Spain”. En: *Annals of Forest Science* 64 (2007), págs. 453-465.
- [25] R. Morales, C. McKetta y T. Case. “Agroforestry farm systems as joint production systems and applicability of linear programming modeling”. Masters of Science in Forest Resources. University of Idaho, Moscow, 1991.
- [26] C. Rodríguez, M. Olivera y P. Ovando. “A mathematical model for agroforestry optimization”. En: *WSEAS TRANSACTIONS ON SYSTEMS AND CONTROL* 17 (2022), págs. 1-16.
- [27] E. Gosling, E. Reith, T. Knoke, A. Gerique y C. Paul. “Exploring farmer perceptions of agroforestry via multi-objective optimisation: a test application in Eastern Panama”. En: *Agroforestry Systems* 94 (2020), págs. 2003-2020.

Anexo I: Estado del Arte

ESTADO DEL ARTE

Introducción

El objetivo de este documento es hacer una revisión del material académico nacional e internacional existente sobre el modelado cuantitativo en sistemas silvopastoriles (SSP), para divulgar el conocimiento.

Previo a definir los SSP, se entiende necesario introducir el concepto de sistemas agroforestales.

Los sistemas agroforestales son aquellos en los que se realiza un uso integrado de la tierra que implica la inclusión de árboles con cultivos y/o ganado de manera de generar un beneficio tanto económico como ecológico a partir de las interacciones del sistema [3], [4]. A partir de la estructura de los sistemas agroforestales los mismos pueden ser clasificados en 3 tipos:

- Agrosilvicultura (Cultivo + Árboles)
- Agrosilvopastoral (Cultivo + Pasturas/Animales + Árboles)
- Silvopastoral (Pasturas/Animales + Árboles)

En esta clasificación distinguimos a los SSP que son una alternativa para la práctica agroforestal en la que conviven árboles, animales y pastura en un mismo predio. Son sistemas gestionados por productores en busca de la optimización de las interacciones entre sus componentes, el bienestar animal y la conservación o incluso mejora en la fertilidad de los suelos.

Históricamente la ganadería ha ocupado un importante lugar en la matriz productiva de Uruguay por las condiciones climáticas y geográficas que naturalmente benefician la actividad [5]. Sin embargo, en las últimas décadas se comenzaron a observar cambios en esta materia. Tanto es así, que entre los años 2000 y 2013, el territorio ocupado por la actividad ganadera se redujo de 10.2 a 8.4 millones de hectáreas [6]. Una reducción mayor al 17 % en tan solo 13 años que evidencia un cambio en el uso de los suelos.

Por su parte, la forestación ha tomado un fuerte impulso de inversiones extranjeras orientadas a este sector. Se estima que entre los años 1990 y 2011 el área dedicada a la forestación aumentó en un 62 % [5].

Como se puede observar en la Figura I.1, el crecimiento del sector forestal redujo gradualmente el territorio ocupado por la ganadería. La transición provocó, en algunos casos, que las actividades coexistieran. Por lo tanto, el cambio en el uso de los suelos en Uruguay es una de las principales motivaciones al desarrollo de los SSP [6].

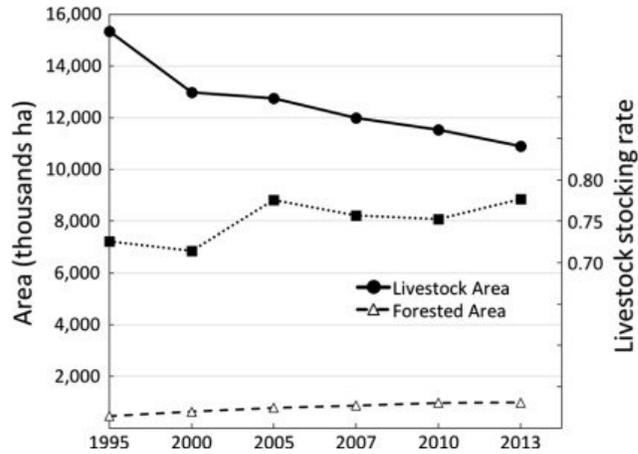


Figura I.1: Evaluación del área de ganado y del área forestada entre 1995 y 2013. Fuente: MGAP 2013

En el año 2021, el Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca (MGAP) realizó una consultoría [2] en la que se identificaron preocupaciones generalizadas de los productores por la escasez de información técnica para el manejo de los SSP. Además, el informe es crítico con las instituciones académicas y el gobierno por no proporcionar un tipo de SSP que sea viable económica y ambientalmente.

Procedimiento de la revisión bibliográfica

Se relevó información realizando búsquedas en diferentes repositorios, utilizando las siguientes palabras claves:

- Silvopasture
- Agroforestry
- Mathematical Programming
- Optimization

Dichas palabras claves fueron usadas en distintos grupos y con distintos conectores, algunas de las búsquedas que se efectuaron se exponen a continuación:

- Silvopasture AND Mathematical Programming
- Agroforestry AND Mathematical Programming
- (Silvopasture OR Agroforestry) AND Mathematical Programming
- Silvopasture AND Optimization
- Agroforestry AND Optimization
- (Silvopasture OR Agroforestry) AND Optimization

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Al llevar a cabo la búsqueda, primero se limitó la misma buscando trabajos académicos desde la fecha hasta el 2015, pero luego se amplió la búsqueda a años anteriores con el fin de lograr comprender mejor la evolución de los SSP.

Para la búsqueda de artículos se utilizaron los repositorios Timbó, Colibrí, Google Scholar, Research Gate, Academia y Jstor. Un repositorio web permite el acceso a artículos académicos de distintas colecciones con el fin de poder acercar a los usuarios a una gran cantidad de información. En estos repositorios se encontraron artículos de Springer Link, ScienceDirect, Ainfo, Scopus, entre otros. A su vez, también se realizaron búsquedas en algunas revistas académicas directamente.

Con el fin de observar de dónde proviene cada documento relevado, se realizó un diagrama circular como se muestra en la Figura I.2. Los artículos que están contados como provenientes de los repositorios son aquellos que no pertenecen a una revista. Se puede observar que se obtuvo la mayor cantidad de artículos académicos del portal web, ScienceDirect.

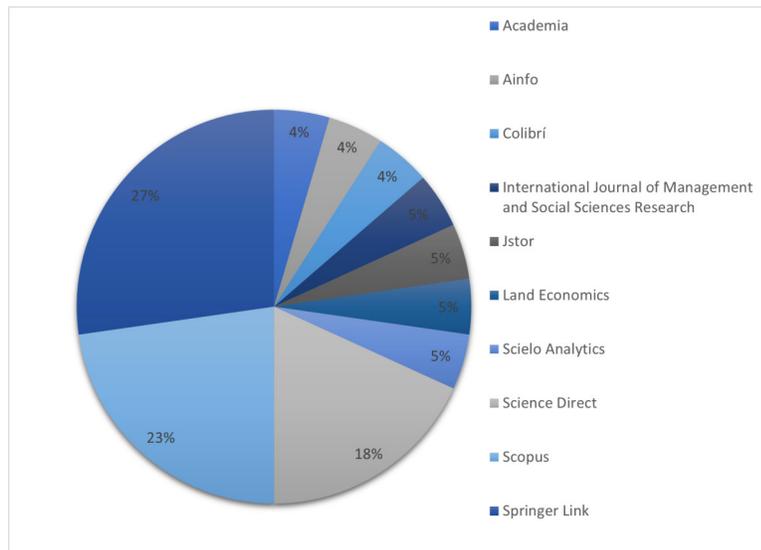


Figura I.2: Porcentaje de artículos por colección o repositorio. Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, podría resultar interesante analizar la fecha de los artículos publicados. Para esto se realizó otro diagrama circular, reflejado en el gráfico de la Figura I.3 que muestra el porcentaje de artículos obtenidos en la búsqueda realizada según la fecha de publicación. Se puede notar, que los SSP son una temática sobre la que hasta hace 5 años no había gran cantidad de información. Por este motivo, se puede percibir a partir del 2017 un creciente interés y cantidad de investigación académica acerca del tema.

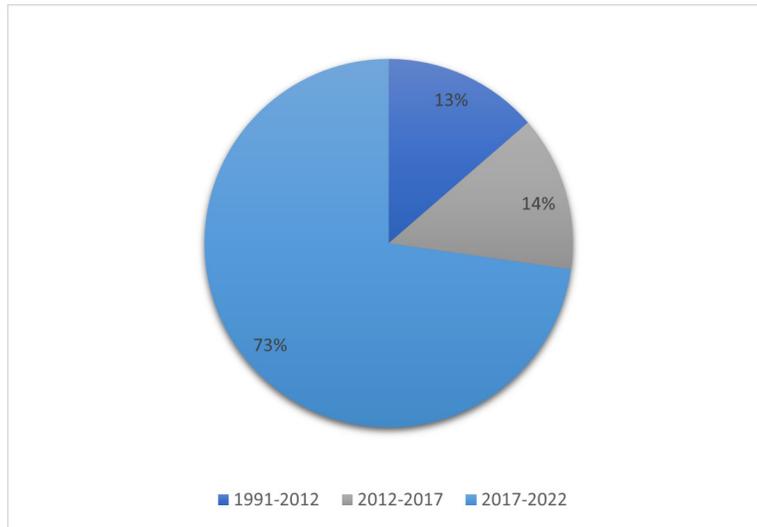


Figura I.3: Porcentaje de artículos por fecha de publicación. Fuente: Elaboración propia.

Por último, se realizó un tercer diagrama de torta para analizar el país de origen de los artículos académicos, cómo se muestra en el gráfico de la Figura I.4. Se puede concluir que la amplia mayoría son de Europa y Estados Unidos, siendo el segundo el cuál se encontró más información acerca de la temática en cuestión. Por otro lado, cómo se muestra en el mismo gráfico, se encontraron trabajos académicos de autores uruguayos. La mayor parte de estos son tesis de doctorado o de maestría de las Facultades de Agronomía o de Veterinaria publicadas en Colibrí, el cual es el repositorio institucional de la Universidad de la República.

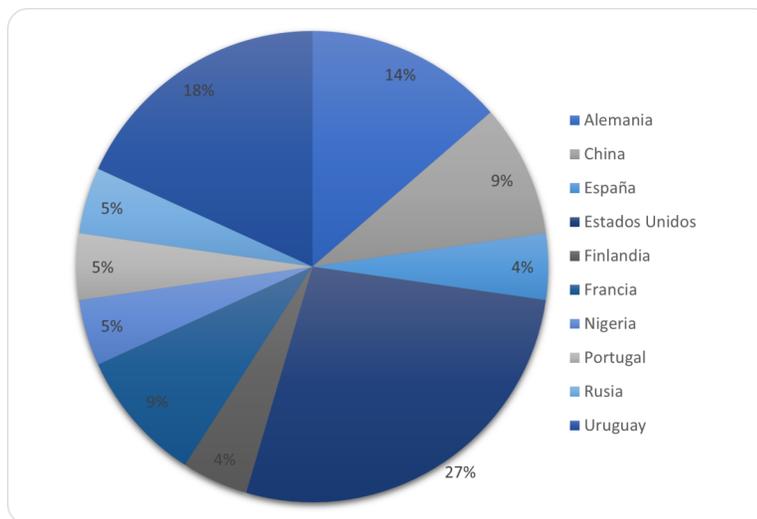


Figura I.4: Porcentaje de artículos por País. Fuente: Elaboración propia.

Resumiendo lo expuesto en los párrafos anteriores, como resultado de la búsqueda se obtuvieron trabajos académicos diversos. El mayor porcentaje de los mismos de los últimos 5 años y de autores provenientes de Estados Unidos y Europa.

Sistemas Silvopastoriles

Previo a la revisión académica orientada hacia el modelado cuantitativo en los SSP, se considera necesario definir los componentes que los conforman, sus ciclos, la interacción entre los mismos y los tipos de sistemas que existen.

Componentes de los Sistemas Silvopastoriles

En 2021, en la consultoría realizada por el MGAP [2] se identificó que en Uruguay no existía una definición para los SSP. Uno de los objetivos principales de la misma, fue llegar a una definición creada de manera conjunta entre técnicos y profesionales de distintos institutos del país. Como resultado se obtuvo la siguiente definición:

“Integración deliberada y a largo plazo de árboles, ganado y pasturas, que interactúan en forma armónica, propendiendo a la sinergia de sus componentes, con el objetivo de maximizar la producción del sistema en forma sostenible” [2].

En la definición se reconocen tres componentes principales: árboles, ganado y pasturas, representados en la Figura I.5.

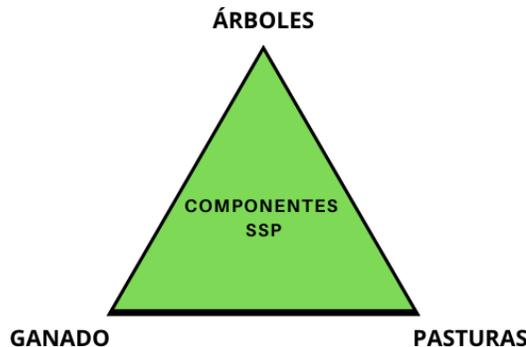


Figura I.5: Componentes de los SSP. Fuente: Elaboración propia.

Los componentes interactúan en un sistema en el que se tienen dos salidas principales que son fuentes de ingreso económico para los productores: la carne y la madera. Como se puede ver en la Figura I.6, hay a su vez cuatro entradas al sistema.

MODELA DO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

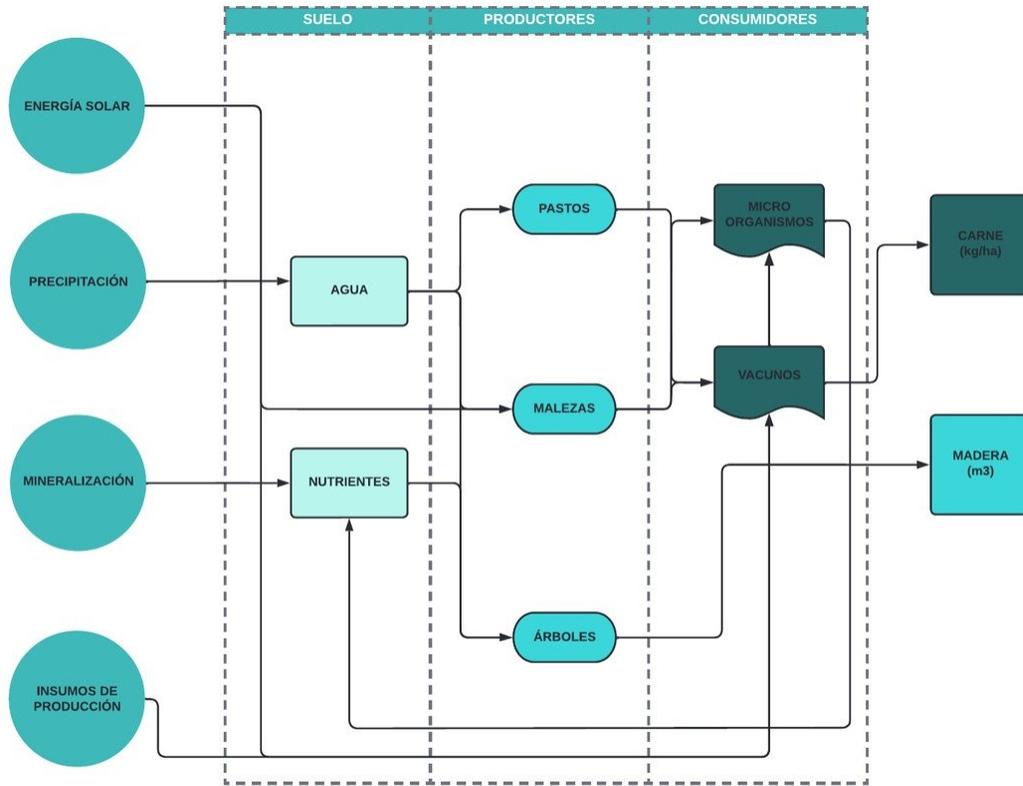


Figura I.6: Esquema de un SSP. Fuente: Adaptado y simplificado de [1]

Las precipitaciones son la fuente principal de ingreso del agua que está atada al régimen de lluvias asociado a la posición geográfica y a las condiciones climáticas. Es un elemento de suma importancia para el ecosistema por ser solvente universal orgánico e inorgánico [1].

La energía solar es un factor que aporta luz a los árboles y pasturas para la fotosíntesis. Además, aporta energía térmica en forma de calor al sistema [1]. Las copas de los árboles a lo largo de su ciclo irán captando una proporción cada vez mayor impactando negativamente en las pasturas pero de manera positiva en el ganado en épocas de altas temperaturas.

La mineralización es un fenómeno que consta de la formación de componentes minerales que son de utilidad para que la nutrición de las plantas. La descomposición de materia orgánica y otros procesos como por ejemplo la fijación de nitrógeno de la atmósfera por parte de las leguminosas presentes en las pasturas son ejemplos para el ingreso de nutrientes al sistema [1].

Por último, son fuentes de entradas también los insumos de producción, como por ejemplo fertilizantes y hormiguicidas entre otros.

Es importante la comprensión de conceptos específicos de la forestación que impactan en las interacciones con los demás componentes.

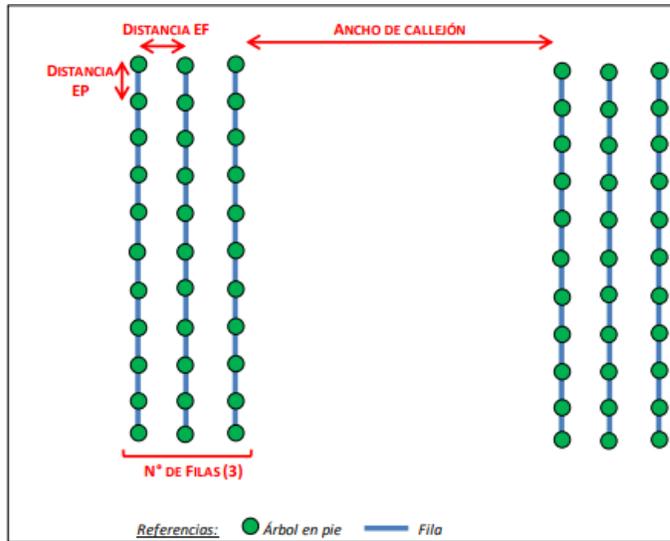


Figura I.7: Conceptos filas y callejones. Fuente: [2]

- Distancia EF: Distancia entre filas.
- Distancia EP: Distancia entre árboles de una misma fila.
- Callejón: Separación de conjuntos de filas.

En la Figura I.7 vemos la representación gráfica de árboles cuyas distancias son analizadas y cuidadosamente respetadas con el fin de optimizar el uso del suelo. La distancia entre las filas, la cantidad de corredores y la distancia entre árboles de una misma fila son variables a tener en cuenta en el modelado de los SSP.

Ciclos de los componentes del sistema

Cada uno de los componentes mencionados en el sistema presentan ciclos diferentes y esto afecta la gestión de los SSP.

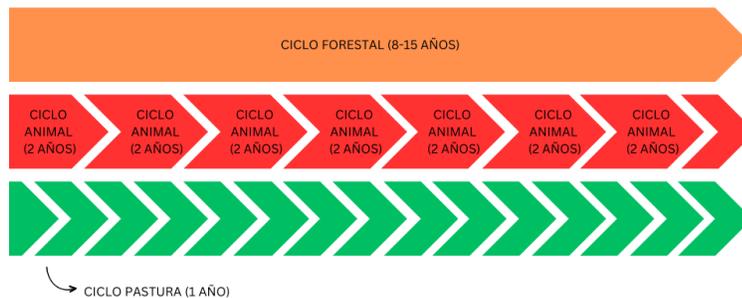


Figura I.8: Ciclos de los componentes en SSP. Fuente: [5]

El ciclo forestal como se muestra en la Figura I.8 es de entre 8 y 15 años. Sin embargo, el ganado no puede ser liberado en el monte en los primeros años hasta que los árboles sean capaces de resistir la presencia de los animales [5]. Por su parte, el ganado y las pasturas como se puede ver tienen ciclos más cortos.

Esta diferencia de ciclos es un ejemplo de uno de los beneficios de los SSP en diversificar la inversión en el largo y el corto plazo.

Es interesante destacar que dentro del ciclo mismo, el efecto del componente en el sistema va mutando. No es lo mismo las sombra de un árbol de 3 años con uno de 8 años. Tampoco es lo mismo el consumo de pasto de un animal de pocos meses con uno adulto. A esto podemos sumar que el comportamiento de los componentes también varía a lo largo del año dependiendo de la estación en la que se este [5]. Todos estos factores deben de ser tenidos en cuenta en la decisiones del productor que se dan cada vez que termina el ciclo de un componente.

Interacciones entre componentes

La definición existente en Uruguay para los SSP, esquematizada en la Figura I.5, destaca la importancia de la interacción armónica de los componentes. Se entiende esencial la optimización de las interacciones para que la sinergia entre los tres elementos del sistema conduzca a un tipo de SSP viable económicamente.

Dichas interacciones pueden generar impactos positivos y negativos a la vez dentro del sistema. En el diagrama de la Figura I.9 se muestran algunos ejemplos de los efectos mencionados.

A continuación se enumeran y explican factores clave de las interacciones entre los componentes.

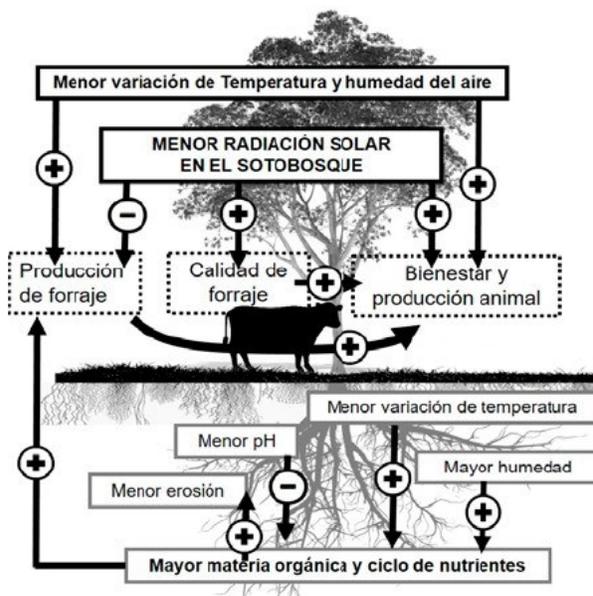


Figura I.9: Interacciones entre los componentes. Fuente: [10]

Forestal-Ganadería

Una consecuencia de la interacción entre los componentes forestales y ganaderos es el hecho de que la sombra generada por los árboles deriva en que los animales rumien más de lo que lo hacen al sol [11]. Otro factor a considerar es que la sombra de los árboles regula la temperatura del ambiente y protege a los animales de la insolación directa. Sin embargo, el hecho de que los animales tengan donde refugiarse del sol hace que el suelo quede más compacto, afectando la cobertura herbácea.

En épocas de calor, cuando el ganado tiene sombra disponible hace un corte entre su actividad de la mañana y de la tarde. En caso de tener sombra, dicha actividad se extiende durante toda la mañana y tarde. Por otra parte, tener una cortina densa de árboles genera que la velocidad del viento se pueda reducir. Estos factores causan que las condiciones de confort de los animales mejoren, lo que conduce a una reducción su estrés y como consecuencia se logra una ganancia en el peso de los animales [5].

En relación a la sombra que generan los árboles, también se puede observar un impacto psicológico y de comportamiento en los animales, que de igual manera tiene un impacto en su productividad. Cuando el ganado no tiene acceso a zonas de sombra, el ritmo de respiración es más elevado y baja la actividad como consecuencia del calor; estos factores generan que la productividad sea negativamente afectada [12].

El hecho de que haya árboles en el sistema, deriva en el aumento de carbono captado y almacenado en el suelo ya que actúan como sumideros de carbono liberado por los animales en forma de metano. A raíz de esto, se genera una mejoría de la estructura química y de la composición de los suelos, además de una disminución de producción de gases de efecto invernadero [12].

Ganadería-Pastura

Con respecto a la interacción entre el ganado y las pasturas, el suelo se ve afectado por la presencia de los animales ya que los mismos se transforman en un agente catalizador debido a que se introducen nuevas vías de flujo de nutrientes y agua. Todo esto además deriva en que se intensifique la actividad biológica del suelo y el reciclaje de los nutrientes. [10]

Otro factor a considerar es el hecho de que realizar un pastoreo controlado genera que haya un mayor crecimiento del pasto, y esto implica que mejora la adsorción de nutrientes por las plantas [10].

No todas las consecuencias de las interacciones son positivas, sino que también hay un impacto negativo generado por los animales. Los mismos pueden compactar el suelo generando que la dureza del mismo aumente y con esto que disminuya su fertilidad. Esto luego implica un aumento en la utilización de fertilizantes y el costo de dedicación del suelo [12].

Forestal-Pastura

La interacción entre los árboles y la pastura se basa principalmente en la competencia. Dicha competencia es tanto por los nutrientes, como por el espacio en el suelo y por la luz. La cantidad de árboles, la especie, la edad de los mismos, la amplitud y forma de su copa, entre otros factores, determinan la cantidad de luz a la que van a poder acceder las pasturas. Esto tiene efecto directo en el crecimiento y calidad de las mismas [5]. Sin embargo, existen ciertas especies con mayor tolerancia a la sombra que no se verían influenciadas de manera negativa por el exceso de la misma.

Por otro lado, los árboles pueden generar que haya una disminución de los efectos negativos del sol, agua y viento. También pueden resultar en que se modifique su estructura, logrando que se in-

cremente los valores de la materia orgánica, la capacidad que tendrán del intercambio catiónico y la disponibilidad de N, P y K [10]. Los efectos de los árboles en el suelo se puede observar tanto en las capas superficiales como en las más profundas, dependiendo del tiempo de explotación del sistema [16].

Otro efecto de la interacción entre la forestación y la pastura estén relacionados en SSP, es que implica un crecimiento distinto de las pasturas. Dicho comportamiento se puede observar en la Figura I.10, cabe destacar que el gráfico representa el comportamiento para el hemisferio norte. Se puede ver que en los SSP el crecimiento de las pasturas toma valores menos extremos que los sistemas tradicionales. Durante los meses de octubre a marzo, en los sistemas integrados se da un mayor crecimiento de las pasturas. En los meses de marzo a julio son los sistemas tradicionales los que poseen un mayor crecimiento de pasturas.

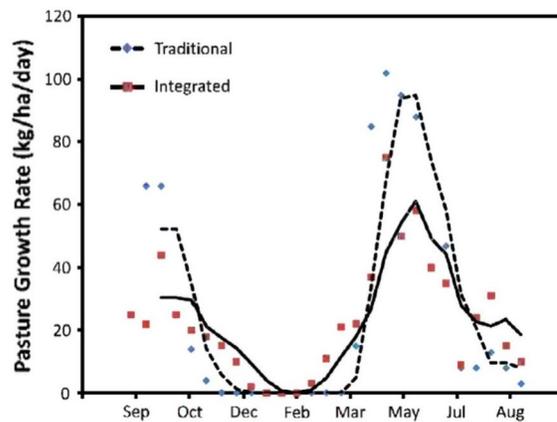


Figura I.10: Gráfico crecimiento pasturas según método tradicional y método integrado. Fuente: [12]

Tipos de Sistemas Silvopastoriles en Uruguay

La transición del cambio del uso de los suelos se dio de muchas maneras distintas generando tipos de SSP diferentes. En Uruguay particularmente, se realizó un estudio [7] para cuantificar y clasificar los tipos de sistemas en el que los autores parten de la base de que se encontrarían 3 tipos:

1. Productores ganaderos que plantaron montes en sus tierras.
2. Compañías forestales que a su vez tenían ganado.
3. Compañías forestales que acordaban con productores ganaderos permitiendo el pastoreo en sus montes.

Sin embargo, en el estudio [7] se logró ir más allá de los tres grupos encontrando que las estrategias para integrar la ganadería con la forestación eran aún más variadas de lo pensado. Llegaron a identificar 7 grupos distintos.

Todos estos casos como mencionamos son parte de una transición en la que el enfoque es la ganadería o la forestación pero no el sistema combinado. Hace falta un cambio de pensamiento y de cultura en los productores para que los SSP no sean un medio para mitigar algún riesgo sino un fin en sí mismo [8].

Sostenibilidad y Biodiversidad

Dentro de las preocupaciones mencionadas por los productores en Uruguay en la consultoría, se hizo referencia a la falta de garantías o de evidencia científica sobre los beneficios ambientales de los SSP.

En este sentido, no existe una opinión generalizada sobre el impacto de las prácticas agroforestales en la biodiversidad. En primer lugar, cabe destacar que varios autores solo consideran el aspecto de riqueza de especies para dar resultados de biodiversidad, [17] lo que implica no tener en cuenta si las composiciones funcionales de las especies fueron afectadas o no. Evaluando la biodiversidad en base a la riqueza de especie, diversos trabajos académicos identifican un impacto positivo en la misma en los sistemas agroforestales. Por ejemplo, que las mariposas eran tres veces más abundantes, y tres veces más diversas que en sistemas no agroforestales [17].

Por otro lado, en el trabajo académico [12] se asegura que si la práctica de los SSP es gestionada de una buena manera, entonces que la misma aporta varios beneficios. Uno de ellos es que las praderas con árboles son menos propensas a tener una pérdida de fósforo en comparación con las praderas que no tienen forestación. Esto se puede observar en la Figura I.11.

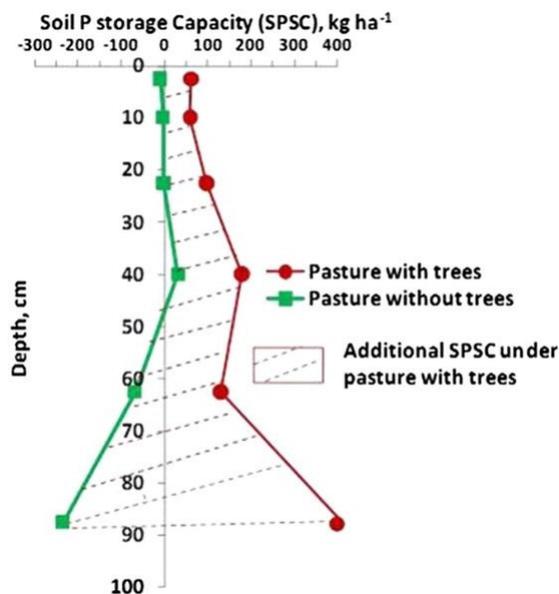


Figura I.11: Gráfico de capacidad de almacenamiento de fósforo. Fuente: [12]

La utilización de antibióticos no es una práctica común en Uruguay. De todas maneras, cuando es llevada a cabo tiene como consecuencia entre un 30 suelo generando efectos negativos en la calidad del agua y de la tierra. Sin embargo, en los SSP esto se neutraliza de mayor manera que en los sistemas sin árboles[12].

A la fecha, hay quienes creen que no se puede realizar la afirmación de que las prácticas agroforestales generan efectos positivos en la biodiversidad por la falta de estudios realizados sobre el tema. Sin embargo, se comenta que la lógica indica que estas deben tener consecuencias positivas y que es solo cuestión de tiempo que haya más información que apoye esta tesis [17].

Con respecto a la sostenibilidad y los SSP, estos pueden poseer una relación muy positiva, dependiendo como sean gestionados los diversos factores. En la Aldea Donglin, China identificó la posibilidad de poner en práctica un sistema agropastoral circular como el que se puede observar en la Figura I.12. Los productos secundarios, como puede ser el excremento de las ovejas para fertilizar, son utilizados para el proceso. Esto reduce tanto los insumos como los desperdicios [18].

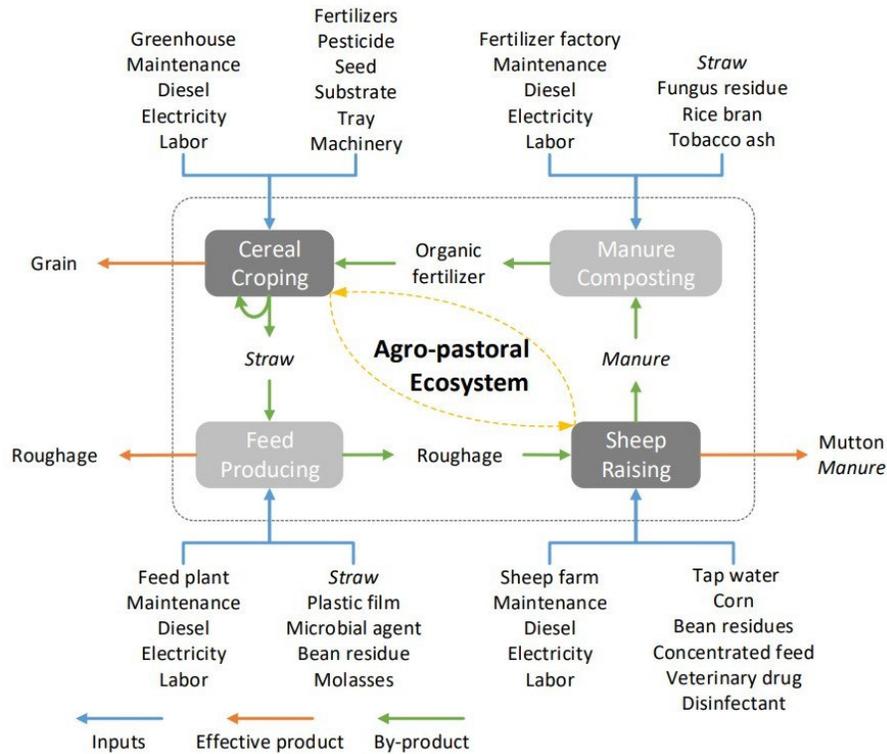


Figura I.12: Estructura de un sistema agropastoral circular en Aldea Donglin. Fuente: [18]

Optimizando el uso de los productos secundarios, decreció a aproximadamente la mitad de la cantidad de energía consumida de forma directa o indirecta para obtener el producto final (emergy). Dicho impacto se puede observar en la Figura I.13.

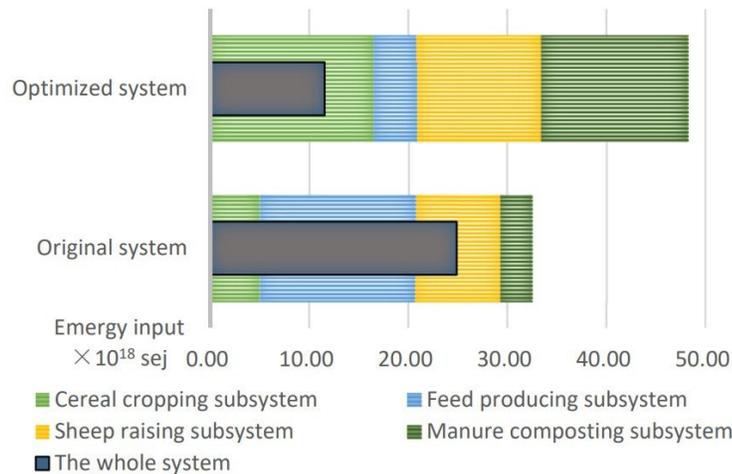


Figura I.13: Comparación del consumo de energía en el sistema original y en el sistema optimizado. Fuente: [18]

Resulta interesante que los SSP parecerían tener mayor cantidad de productos finales y subproductos que los sistemas agropecuarios. En tal caso, sería una gran oportunidad para poner en práctica un sistema circular, derivando en que el mismo sea más sostenible.

Clasificación de resultados de la búsqueda académica

Cómo resultado de la búsqueda realizada, se hallaron trabajos en el que se modelan problemas en sistemas agroforestales con distintos enfoques. A continuación, se expone una clasificación de los mismos en base a el tipo de problema que intentan modelar.

Definición de factores prioritarios

En esta sección se comentarán los trabajos académicos recabados en los que antes de comenzar a resolver el problema, los autores fijan factores que definen como prioritarios. Luego de establecidos los mismos, se resuelve el problema planteado en base a ellos.

Una de las varias modalidades de SSP es el Montado, la cual es una práctica muy común en la zona sur de Portugal. Dicha modalidad, cuando es bien gestionada es considerada beneficiosa para la conservación de la biodiversidad [19]. A partir de esto, dado que su finalidad es salvaguardar la biodiversidad, es que el trabajo [19] toma como prioridad definir las zonas en las cuales hay un gran nivel de biodiversidad, de manera de implementar el Montado en las mismas, y así optimizar los atributos de dichas zonas.

Para definir el nivel de biodiversidad en las zonas, el trabajo académico [19] se basa en especies que se encuentran bajo amenaza, tanto de aves como de reptiles, el ratio de recarga de los acuíferos, los atributos de biodiversidad y el almacenamiento de carbono. Teniendo en cuenta todas estas variables y utilizando optimización de Pareto se llegan a definir las zonas deseadas para implementar el Montado. Como resultado, se obtuvo que sería beneficioso que en 30 % del área de estudio (140.000 hectáreas) se utilicen SSP.

Por otro lado, un estudio realizado en el Chaco, Argentina [20] busca definir el trade off que se genera por pasar de una metodología tradicional a emplear SSP. La motivación de este cambio es volcarse a una modalidad de uso de la tierra más sustentable.

Al definir el problema, [20] definen 3 variables prioritarias de las que es clave definir el trade off entre las mismas. Estas son biodiversidad, almacenaje de carbono y el beneficio generado por actividades agrícolas; estas son usadas también para definir fronteras de posibilidad. De esta manera quedan definidas las combinaciones de tierra factibles al igual que las óptimas. Esto se puede observar en la Figura I.14.

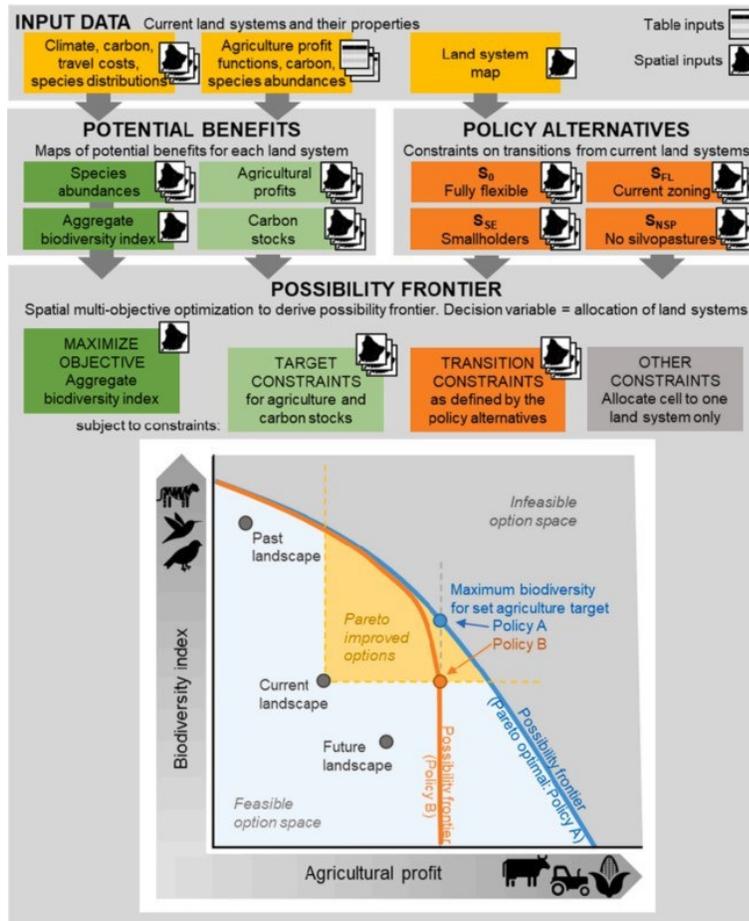


Figura I.14: Diagrama analítico del trade-off. Fuente: [20]

Como resultados principales, se llega a una alta compatibilidad entre el almacenamiento de carbono y la biodiversidad, mientras que con el beneficio agrícola no tienen alta compatibilidad. Esto se nota claramente en la segunda fila de la Figura I.15, correspondiendo cada una de la gráficas a una de las restricciones establecidas previamente.

MODELA DO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

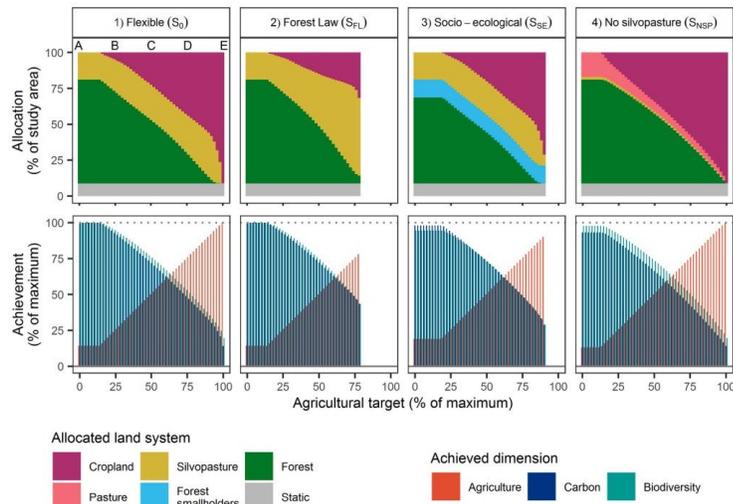


Figura I.15: Características de las soluciones óptimas. Arriba: Distribución del área. Abajo: Dimensión lograda. Fuente: [20]

Por su parte, la ganancia se puede observar en la Figura I.16 según como fue distribuida y utilizada la tierra.

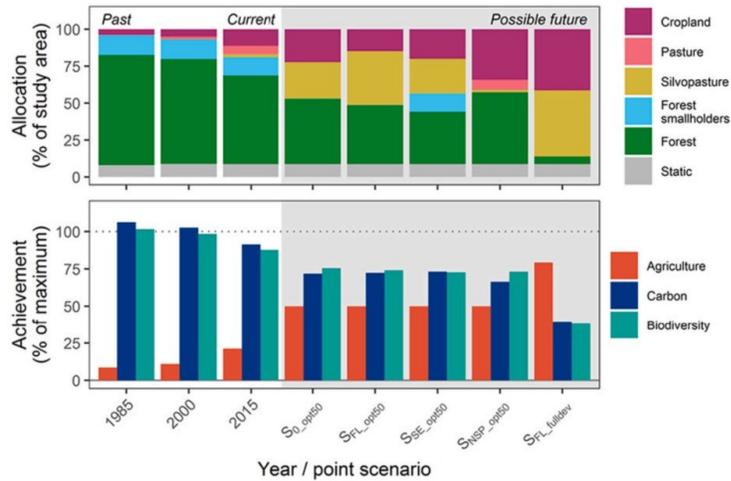


Figura I.16: Resultados de agricultura, carbono y biodiversidad según la distribución del área. Fuente: [20]

Finalmente, en [20] se realiza un estudio teórico y se concluye afirmando que no se debe esperar mucho para tomar acciones, ya que la ventana de oportunidad se está cerrando. Esto es por el motivo de que los suelos y la biodiversidad van a llegar a cierto punto en el que no haya retorno ni posibilidad de aplicar técnicas de SSP con los resultados explicitados en el documento.

Por otra parte, en una investigación realizada en Maldonado, Uruguay, se tuvieron en cuenta otras

tres variables que se utilizaron en un modelo matemático para su optimización. Estas fueron: el valor neto presente del bosque, el valor neto presente de la producción del ganado vacuno y el balance positivo de carbono durante el período de tiempo que se consideró. Es importante destacar que se realizaron encuestas a los agricultores para que los mismos determinaran sus prioridades en relación a las tres variables [7]. El caso de estudio en el que se basó es de una plantación de *Eucalyptus globulus ssp globulus*. Se separó el área total en zonas de uso exclusivo para el ganado o para la forestación y zonas donde se daba una combinación de las actividades. A su vez, la rotación varió de 8 a 14 años.

Los resultados obtenidos por el trabajo de [7] demostraron que en ninguno de los modelos diseñados se obtuvo el valor objetivo de las variables a tener en cuenta. Por otro lado, también se observa una conexión entre las variables, dado que solamente es posible obtener el valor objetivo perjudicando a las otras variables consideradas.

Buscando una perspectiva diferente sobre los SSP surge un estudio realizado por la Universidad de Arkansas [21]. En el mismo se utilizó Machine Learning para determinar las variables más importantes. La motivación para la elección del método surge de que a veces al utilizar métodos clásicos se pierde el efecto de las variables no lineales y de su interacción. Luego se agruparon las variables utilizando un algoritmo de agrupamiento hasta que constituya un grupo con aquellas que comparten mayores similitudes entre sí. A continuación se utilizaron las variables seleccionadas para predecir cómo sería el pastoreo de los animales.

Las variables se agruparon en cuatro grupos. La mayoría constituye el grupo uno, donde se encuentran principalmente las relacionadas al terreno y los árboles. El segundo grupo estaba relacionado con los parámetros de la tierra y sus metales, además de la textura y el pH. El tercero y el cuarto mayormente estaban compuestos de los parámetros del forraje, su biomasa y sus nutrientes [21].

Una de las variables importantes que se halló fue la cantidad de horas que los animales se alimentan del suelo en verano. Se observó que esto depende de las especies de árboles encontradas en las cercanías y se pudo analizar que esta cantidad de horas varía dependiendo de distintos componentes del suelo [21].

A modo de resumen, se pudo ver en esta sección la posibilidad de formular los problemas en base a los factores que cada productor o investigador académico consideró pertinente. Mostrando de esta manera, que a los SSP se les pueden dar enfoques distintos según ciertas prioridades.

Distribución de tierras entre agricultores

Como ocurre en un estudio realizado en Panamá, a veces los pequeños agricultores, cada uno con sus propios objetivos, quieren distribuir determinadas tierras de manera de intentar cumplir determinados objetivos [22].

Para este estudio se plantearon ciertas preguntas como: "¿Aparecerá la agroforestación en un uso optimizado de determinada tierra de cultivo que reduce las situaciones de ganancia-perdida entre múltiples objetivos pre-definidos?", "¿Cuales de los objetivos pre-definidos describe mejor la situación de los agricultores en relación a las decisiones de la tierra de cultivo, y es la agroforestación compatible con estos objetivos?"

El procedimiento que se realizó fue entrevistar a los agricultores para identificar sus objetivos e intentar que los ordenen según su prioridad. También se les preguntó por la zona y tipo de tierra que preferían. Luego se aplicó el modelo y se les pidió que evaluaran su desempeño. Un factor a

destacar

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS.

es que para muchos, decidir cuál objetivo era más importante fue algo casi imposible por lo que al final esto no se pudo tener en cuenta.

Entre los resultados de este artículo se pudo observar los distintos desempeños al tener en cuenta determinados objetivos así como las distintas preferencias de los agricultores entre las actividades a realizar y cómo estas también afectan el desempeño. También se puede observar cómo los agricultores prefieren priorizar objetivos a corto plazo que a largo plazo.

Análisis de las interacciones entre componentes en el tiempo

Algunos estudios tienen un enfoque especial en el comportamiento de las interacciones entre los componentes a lo largo del tiempo. Esta forma de ver el problema busca entender como conviven los componentes en el sistema para así optimizar el valor esperado de los suelos.

Las interacciones entre los componentes en los SSP son un interesante objeto de estudio para los productores. Es importante entender como se relacionan los componentes en el presente y a futuro.

En una tesis de maestría de la Facultad de Agronomía, [5], se realizó un estudio planteando tres objetivos. El principal, era la construcción de un modelo de simulación que permita entender las interacciones entre componentes. Se estableció como objetivo secundario obtener resultados productivos y económicos. Por último, se buscó elaborar una herramienta informática para hacer las simulaciones con el modelo.

La metodología de trabajo fue por etapas. En una primera etapa se relevaron y definieron todas las variables que inciden en el problema. Se estableció para cada una de ellas las unidades en las que iban a ser trabajadas, si eran entradas o salidas del modelo y breves definiciones. La siguiente etapa consistió en el desarrollo del modelo basado en diagramas de clase, de actividad y de secuencia. En la tercera etapa, se realizaron estimaciones basadas en casos de estudio para algunas de las funciones. Por último, se creó la herramienta informática y se realizó un análisis de los resultados.

En el presente modelo, a través de análisis de las interacciones se simula la producción de carne y de madera. Estos resultados, junto con variables de costos permiten llegar a resultados económicos del sistema. El modelo permite entender a lo largo del tiempo las interacciones y anticiparse, por ejemplo, a momentos de déficit de forraje.

Identificamos como limitación del modelo el hecho de que trabaja en base a casos de estudio. El modelo necesita un caso como entrada y lo evalúa en vez de proponer una distribución o analizar el escenario para proponer la mejor distribución posible como en otros modelos. Es razonable que esto suceda porque el objetivo primario de la investigación era entender las interacciones y se logran resultados interesantes en ese sentido.

Una importante interacción con impacto directo en el rendimiento del sistema que se estudia con detalle en otros trabajos es la relación Forestal-Pastura. Características como la densidad de árboles y el número de claras inciden en el crecimiento de las pasturas que son alimento para el ganado. Las claras son operaciones forestales selectivas que potencian la producción de pasto controlando la densidad del arbolado. Algunos autores, pusieron el foco en optimizar esta interacción con el objetivo maximizar el valor esperado del suelo.

En el artículo [23], se realiza un estudio de distintos escenarios con el fin de encontrar la combinación que brinde mayor rentabilidad a largo plazo.

En Galicia históricamente la producción de madera ha sido una actividad central en la gestión forestal por sus bosques altamente productivos. Sin embargo, con el tiempo se identificaron algunas desventajas como los riesgos de incendios y la falta de beneficios en el corto plazo. Esto motivó y condujo a la práctica con SSP diversificando así la producción y mitigando los riesgos mencionados. El principal problema para la transición era la carencia de estudios que aseguraran la rentabilidad de estos sistemas [23].

En el artículo se trabaja en el caso de suelos abandonados reforestados con *Pinus radiata*. Se menciona que el objetivo del estudio era analizar económicamente las distintas alternativas de SSP. Con este fin, se utilizó un algoritmo optimizador junto con simuladores para conocer el crecimiento de árboles y pastos [23].

Siguiendo la línea de lo que se menciona en los objetivos, en el artículo se presenta el estudio de un modelo para buscar la relación entre la producción de pastos y las características con las que se plantaron los árboles. Se parte de la base de que se trabaja en suelos agrícolas abandonados en donde se pretende plantar árboles y sembrar praderas.

Para construir distintos escenarios, se utilizaron dos índices de sitio, tres densidades de plantación distintas formando seis masas forestales de diferentes características. En cada una de ellas se probaron números de claras distintas (de 0 a 2) y variedad de precios de pasto.

El crecimiento de los árboles se simuló con un modelo desarrollado en el trabajo [24] en el que se estima el volumen total y comercial de masa según la edad a partir de tres variables iniciales: número de árboles por hectárea, área basimétrica y altura dominante.

Por otra parte, el crecimiento de pasto se simuló mediante el siguiente modelo:

$$\ln grass = 0,09SI - 0,12G - 1,25$$

En donde:

- SI: índice de sitio de la masa arbolada.
- G: área basimétrica de la masa de radiata.

Por último, utilizando la simulación de los crecimientos, se elaboró una función objetivo que maximiza el valor esperado del suelo en función de su valor actual, la tasa de interés, y el turno de corte en años.

Tanto para el valor actual como para el cálculo del valor esperado del suelo se tomaron datos del Departamento de Producción Vegetal de la Universidad de Santiago de Compostela para estimar precios de madera y pastos.

Luego de la simulación y posterior optimización para cada escenario se obtuvieron resultados destacando la rentabilidad de algunas alternativas por sobre las demás. La alternativa con dos claras y una densidad de 1500 árboles por hectárea fue la que resultó más beneficiosa en este sentido [23].

El número óptimo de claras depende de la densidad escogida. Se destacan otras conclusiones como que la densidad de plantación mayor (2500 árboles por ha) nunca es vista como buena opción; ni

siquiera en los casos en que se orienta a la producción de madera.

Como se mencionó anteriormente, las claras en estos sistemas son un medio de prevención contra los incendios. Sin embargo, se comenta que esto no fue tenido en cuenta dentro del modelo. Un punto a mejorar podría ser incluir el riesgo de incendios al problema.

Otro factor importante que debe ser estudiado es cómo se relacionan las diferentes especies que se tienen en un mismo predio. En el trabajo [25] se estudian las relaciones entre forestación (timber en inglés) y un cultivo. Para la realización del mismo, primero se entiende necesario definir si la relación entre las plantaciones son complementarias, suplementarias o competitivas entre sí, estudiando estas situaciones a través de curvas de isocostos como se puede ver en la Figura 1.17.

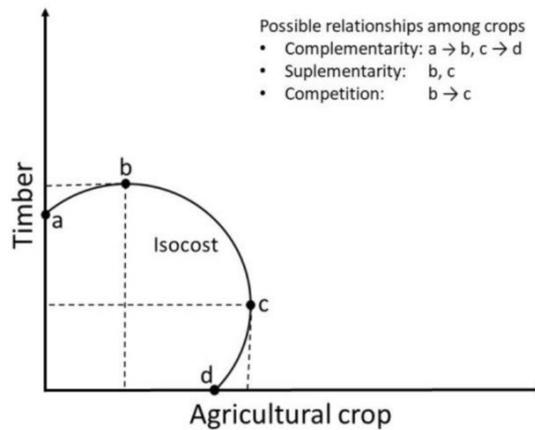
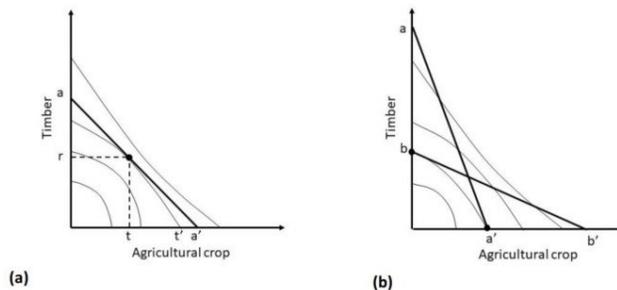


Figura 1.17: Curva de isocostos para la producción de madera y un cultivo de agricultura y sus posibles relaciones. Fuente: [25]

La relación entre la producción de madera y el cultivo puede tener diversos escenarios, algunos de estos son expuestos en la Figura 1.18, expresados a través de curvas de isogancia e isocostos.



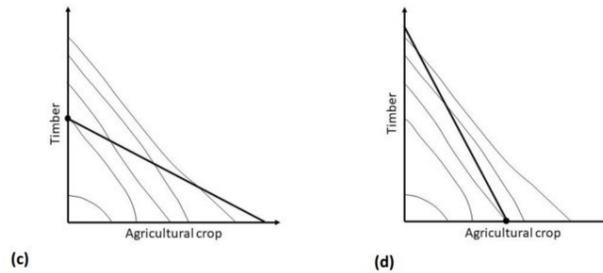


Figura I.18: Diversas situaciones y sus curvas de isogancia e isocostos. Fuente: [25]

Una vez ya definida la relación entre los cultivos, el trabajo académico [25] busca la solución óptima en base a una función objetivo y ciertas restricciones pero teniendo en cuenta el tiempo. Se plantea que con el correr del tiempo, las relaciones van cambiando, por lo cual se debe hallar la combinación de cultivo óptima para cada tiempo estipulado. Esto se puede ver de manera gráfica en la Figura I.19.

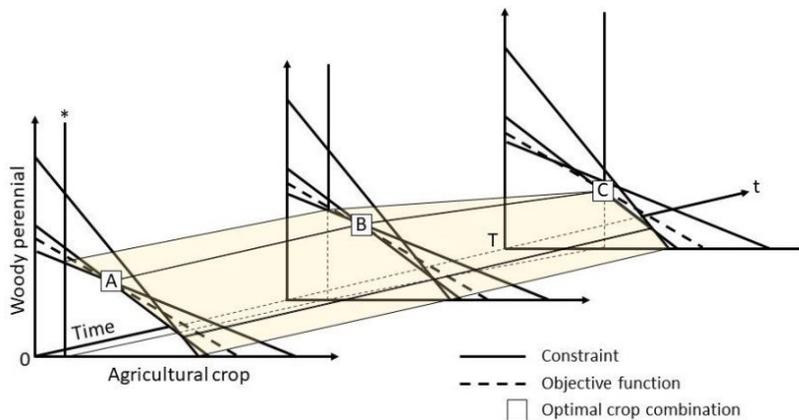


Figura I.19: Esquema multi periodo para programación lineal. Fuente: [25]

Es importante destacar que a pesar que este modelo no incluye ganado, provee una visión a tener en cuenta que es el hecho de que la relación entre los componentes va cambiando al correr del tiempo. Por este motivo es que es importante a la hora de poner en práctica un SSP evaluar las relaciones entre los componentes en los diferentes períodos.

Simulación de distribuciones iniciales

Otra forma interesante de modelar los SSP podría ser en base a las posibles distribuciones iniciales de los componentes en el espacio. El productor al inicio de un ciclo debe de planificar, por ejemplo, la posición de zonas arboladas y zonas de pastoreo tradicional. En algunos trabajos, se realizó una simulación con las posibles distribuciones para obtener la de mayor beneficio para apoyar al productor en esta decisión.

En el artículo [26] se trabaja en extensiones de un modelo agroforestal y se implementan computacionalmente. El modelo base busca la optimización económica de sistemas puestos en práctica en la zona de Andalucía, España, donde convive ganado, pasturas y árboles. La

distribución inicial que

define las zonas arboladas debe de estar dada por el productor y es parte de las condiciones iniciales del modelo. Luego a través de optimización lineal, se buscan maximizar las ganancias forzando a través de restricciones que se cumplan condiciones de rotación de tierras para hacer un uso sustentable de los suelos y restricciones características del sistema como los límites de suelo disponible. A través de MATLAB se realiza la optimización en etapas y los resultados sirven de información para un modelo dinámico que describe el sistema a lo largo del tiempo.

Los autores del artículo identificaron algunas debilidades en la solución al problema como por ejemplo lo específico de las restricciones para el uso de suelos según cada caso en particular sumado a que el modelo solo funcionaba con dos tipos de árboles. Además, había que definir la distribución de las zonas en cada etapa y eso llevaba costos elevados y tiempo de estudio sin garantizar la mejor elección. Por estas razones, los autores proponen una generalización en la que incluyen nuevos tipos de árboles y cambios en las restricciones considerando sistemas de costos no lineales. A su vez, en la etapa inicial y luego de cada época de corte, se crean en base a restricciones el total de escenarios posibles para la distribución de las zonas arboladas y no arboladas. A cada uno de estos se les aplica una segunda etapa de optimización para saber cuál tendría mejor desempeño económico. De esta manera, se obtiene una anticipación del resultado que tendría usar cada distribución y esa decisión pasa a estar fundamentada y no a cargo de un análisis costoso y trabajoso por parte del productor.

Tanto el modelo base como la extensión son de tiempo discreto y con un horizonte temporal definido.

El problema que se identifica en la manera de estudiar el problema radica en que el análisis de todos los escenarios lleva un tiempo de procesamiento para las simulaciones de una semana. Para evitar esto, se hace un recorte de escenarios previo a las simulaciones que igual demora 48 horas con el riesgo de traer problemas que tenía el modelo base por hacer el recorte.

Adaptabilidad de los SSP

Dado que se está intentando de que una mayor cantidad de productores pongan en práctica los SSP, es interesante estudiar la posibilidad de que un productor que no lo hace actualmente adapte el sistema en un futuro.

En este enfoque se busca analizar los tipos de productores más propensos a evaluar la utilización de SSP por el uso que le dan actualmente a sus tierras [27]. Se encontró que los productores que lo utilizan principalmente para cultivos tienen más posibilidades de considerarlo que los agricultores que dependen más económicamente del ganado.

Este análisis partió de las siguientes preguntas: "¿Cómo los agricultores con diferentes estrategias para el uso de sus tierras y para sus ingresos perciben los SSP en relación a su actual sistema?", "¿Puede el sistema proveniente de un análisis de optimizar sus tierras diferir de su actual sistema?"

En este estudio se llegó a distintos indicadores que los agricultores consideraban importantes y se analizó como los distintos sistemas podían cumplirlos. Se tuvo en cuenta si actualmente las tierras eran utilizadas para ganadería o agricultura. Algunos resultados obtenidos se muestran en la Figura

1.20. Se puede observar cómo los SSP obtuvieron relativamente buenos resultados.

MODELA DO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

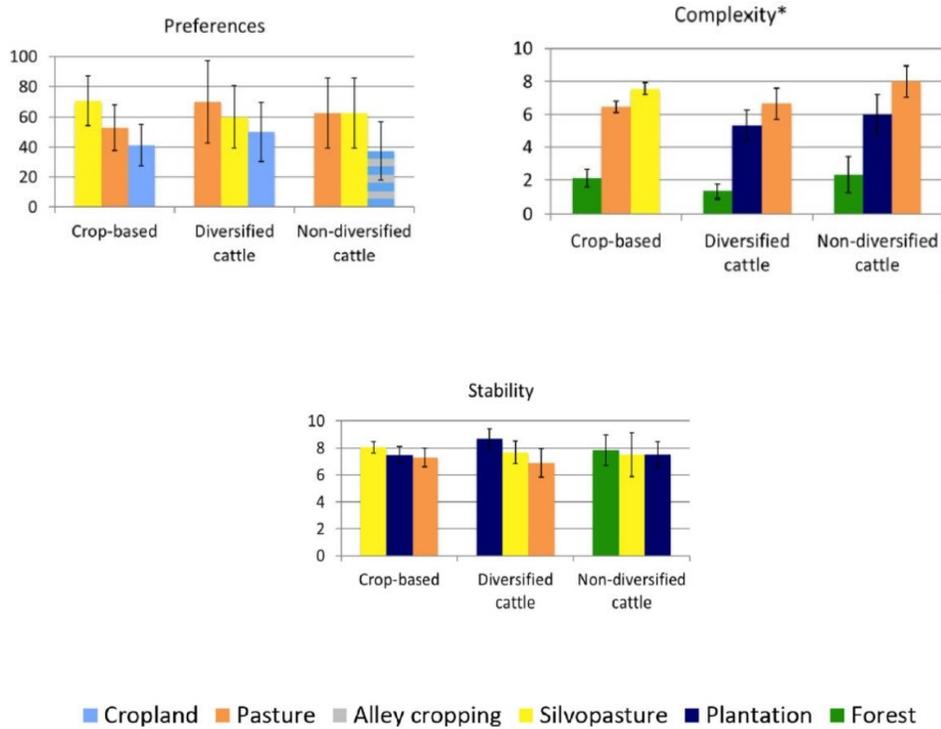


Figura I.20: Resultados obtenidos a partir de las entrevistas con los agricultores y los indicadores elegidos para el uso de las tierras. Fuente: [27]

Entre los resultados obtenidos, se obtuvo la forma óptima para explotar las tierras intentando balancear los indicadores, como se puede observar en la Figura I.21.

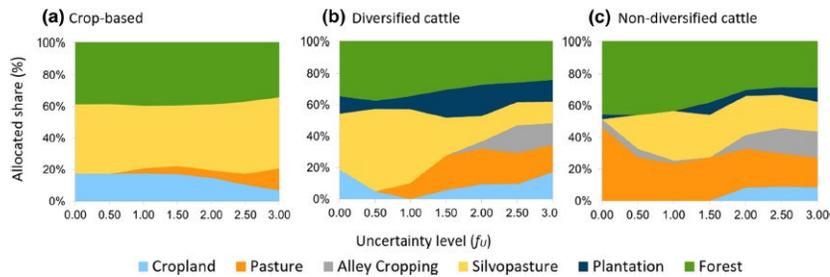


Figura I.21: Resultados obtenidos de la optimización de las tierras. Fuente: [27].

Otra observación a destacar es que pudieron observar que los agricultores prefieren los SSP por sobre un sistema basado en cultivar en filas. Esto está relacionado a que en América Central y América del Sur es prestigioso obtener premios relacionados con el ganado.

Conclusiones

Se logró encontrar un número de estudios académicos considerables de los cuales la mayor parte son de los últimos 5 años. Esto parece indicar que es un tema del que cada vez se están realizando más estudios y se espera que la información acerca del mismo siga aumentando. Es un aspecto muy positivo dada la preocupación por la falta de información en el tema que se repetía en los trabajos académicos, principalmente los de Uruguay.

Como se menciona en la Introducción de este documento, los productores eran críticos con la falta de un SSP que sea viable económicamente. Entendemos que dentro de los trabajos académicos se encontraron herramientas que pueden ser de gran utilidad para los productores. Sin embargo, la información en muchos está en un lenguaje técnico de modelado difícil de comprender. Un paso interesante a futuro para seguir avanzando podría ser la elaboración de material de divulgación con un lenguaje amigable para el lector.

Los productores también fueron críticos con la falta de compromiso por parte del gobierno y de las instituciones académicas. Tanto la consultoría como las tesis de grado son una clara evidencia de que el tema comenzó a preocupar y ocuparlos.

Por las razones mencionadas en los párrafos anteriores, entendemos que se puede notar un fuerte interés en los últimos años por el tema. Consideramos que para que los SSP empiecen a ocupar un lugar más importante en nuestro país, el involucramiento por parte del gobierno es muy importante intentando incentivar a los agricultores e instituciones académicas.

Por último, es importante destacar nuevamente que hace falta un cambio cultural en la manera de ver los SSP por parte de los productores. Que deje de ser un sistema de transición y que pase a ser un sistema que se busque de manera planificada.

Referencias

- [1] H. Fassbender. *Modelos edafológicos de sistemas agroforestales*. 2.^a ed. Bib. Orton IICA/CATIE, 1993. ISBN: 9789977570211.
- [2] Sancho, L. *Definición, caracterización y cuantificación del área bajo sistemas silvopastoriles, para el seguimiento de las contribuciones establecidas en la Contribución Determinada a nivel Nacional de Uruguay*. Consultoría. Ministerio de Ganadería Agricultura y Pesca (Uruguay), 2021.
- [3] P. Nair. "Classification of agroforestry systems". En: *Agroforestry Systems* 3 (1985), págs. 97-128.
- [4] A. Atangana, D. Khasa, S. Chang y A. Degrande. *Tropical Agroforestry*. 1.^a ed. Springer, 2014.
- [5] E. Varela. "Modelo de simulación para sistemas de silvopastoreo en regiones centro sur y sureste de Uruguay". Tesis de maestría en Ciencias Agrarias, opción Ciencias Animales. Uruguay: Universidad de la República. Facultad de Agronomía, 2019.
- [6] A. Bussoni, J. Alvarez, F. Cubbage, G. Ferreira y V. Picasso. "Diverse strategies for integration of forestry and livestock production". En: *Agroforestry Systems* 93 (2019), págs. 333-344.
- [7] A. Bussoni, F. Cubbage y J. Giambruno. "Silvopastoral systems and multi-criteria optimization for compatible economic and environmental outcomes". En: *Agricultural Systems* 190 (2021), pág. 103118.
- [8] M. Boscana y A. Bussoni. *Comparación económica-financiera de Sistemas Silvopastoriles en la región este del Uruguay*. Uruguay: Universidad de la República. Facultad de Agronomía. Departamento de Ciencias Sociales. 2019. url: http://fagro.edu.uy/images/stories/DptoCCSS/doc/resumenes/trabajos_completos/Comparaci%C3%B3n_econ%C3%B3mica_-_financiera_de_Sistemas_Silvopastoriles_en_la_regi%C3%B3n_este_del_Uruguay.pdf (visitado 24-05-2023).
- [9] Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria. "Determinación de la materia seca de una pastura". En: *Ficha técnica INIA* 34 (2018). url: <http://www.ainfo.inia.uy/digital/bitstream/item/11189/1/Ficha-tecnica-34-Determinacion-de-MS-de-una-pastura.pdf> (visitado 24-05-2023).
- [10] J. Fedrigo, V. Benitez, R. Santa Cruz, J. Posse, R. Santiago Barro, J. Hernández, C. Mantero, V. Morales Olmos, E. Silveira y C. Viñoles. "Oportunidades y desafíos para los sistemas silvopastoriles en Uruguay". En: *Veterinaria (Montevideo)* 54 (2018), págs. 26-41.
- [11] L. Gallo. "Sistemas Silvopastoriles". En: *Revista del Plan Agropecuario* 119 (2006), págs. 30-36.
- [12] J. Shibu, D. Walter y B. Mohan Kumar. "Ecological considerations in sustainable silvopasture design and management". En: *Agroforestry Systems* 93 (2019), págs. 317-331.
- [13] C. Viñoles y P. González, eds. *Semillero Interdisciplinario en Sistemas Silvopastoriles*. Espacio Interdisciplinario, Universidad de la República, Uruguay. 2022. url: <https://ei.udelar.edu.uy/index.php/grupos-financiados/sigla-acronimo/semillero-interdisciplinario-sistemas-silvopastoriles> (visitado 27-05-2023).
- [14] J.L. Dutra Da Silveira. *Productor con experiencia en SSP*. Entrevista por Zoom. Mar. de 2023.
- [15] *Primer sello de carne carbono neutral del Uruguay*. Ministerio de Ambiente (Uruguay). 2021. url: <https://www.gub.uy/ministerio-ambiente/comunicacion/noticias/primer-sello-carne-carbono-neutral-del-uruguay> (visitado 26-05-2023).
- [16] J. Alonso. "Los sistemas silvopastoriles y su contribución al medio ambiente". En: *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* 45 (2011), págs. 107-115.

- [17] S. Boinot, K. Barkaoui, D. Mézière, P. Lauri, J. Sarthou y A. Alignier. “Research on agroforestry systems and biodiversity conservation: what can we conclude so far and what should we improve?” En: *BMC Ecology and Evolution* 22 (2022), págs. 1-6.
- [18] Y. Shen, L. Shi, Y. Tao, H. Wang, C. Lu, S. Li y M. Shen. “Sustainability Evaluation and Optimization on the Modern Agro-Pastoral Circular System Integrating Emergy Analysis and Life Cycle Assessment”. En: *Sustainability* 14 (2022), pág. 4890.
- [19] M. Bugalho, F. Dias, B. Briñas y J. Cerdeira. “Using the high conservation value forest concept and Pareto optimization to identify areas maximizing biodiversity and ecosystem services in cork oak landscapes”. En: *Agroforestry systems* 90 (2016), págs. 35-44.
- [20] E. A Law, L. Macchi, M. Baumann, J. Decarre, G. Gavier-Pizarro, C. Levers, M. Mastrangelo, F. Murray, D. Müller, M. Piquer-Rodríguez et al. “Fading opportunities for mitigating agriculture- environment trade-offs in a south American deforestation hotspot”. En: *Biological Conservation* 262 (2021), pág. 109310.
- [21] T. Kharel, A. Ashworth, P. Owens, D. Philipp, A. Thomas y T. Sauer. “Teasing apart silvopasture system components using machine learning for optimization”. En: *Soil Systems* 5 (2021), pág. 41.
- [22] E. Gosling, E. Reith, T. Knoke y C. Paul. “A goal programming approach to evaluate agroforestry systems in Eastern Panama”. En: *Journal of environmental management* 261 (2020), pág. 110248.
- [23] M. Tato, T. Pukkala, A. Rodríguez, E. Fernández y R. Mosquera. *Optimización según criterios económicos del diseño de sistemas silvopastorales en áreas agrícolas abandonadas de Galicia*. 1.^a ed. Sociedad Española para el Estudio de los Pastos, 2011. ISBN: 978-84-614-8713-4.
- [24] F. Castedo-Dorado, U. Diéguez-Aranda y J. Álvarez-González. “A growth model for Pinus radiata stands in north-western Spain”. En: *Annals of Forest Science* 64 (2007), págs. 453-465.
- [25] R. Morales, C. McKetta y T. Case. “Agroforestry farm systems as joint production systems and applicability of linear programming modeling”. Masters of Science in Forest Resources. University of Idaho, Moscow, 1991.
- [26] C. Rodríguez, M. Olivera y P. Ovando. “A mathematical model for agroforestry optimization”. En: *WSEAS TRANSACTIONS ON SYSTEMS AND CONTROL* 17 (2022), págs. 1-16.
- [27] E. Gosling, E. Reith, T. Knoke, A. Gerique y C. Paul. “Exploring farmer perceptions of agroforestry via multi-objective optimisation: a test application in Eastern Panama”. En: *Agroforestry Systems* 94 (2020), págs. 2003-2020.

Anexo II: Definición de conjuntos, parámetros y variables

En esta sección se presentan, definen y explicitan los valores de los conjuntos. Por otro lado, se definen y se presentan las unidades de los parámetros. Por último, se definen las variables utilizadas en el modelo matemático expuesto en el documento.

Conjuntos

A continuación se describen los conjuntos a utilizar en el modelo.

- **Cantidad de filas en una hilera:** Se define el conjunto $I = \{2, 3, 4\}$ para cantidad de filas en una hilera. En el silvopastoreo se estila trabajar con hileras compuestas por 2, 3 o 4 filas de árboles. Para el modelado se asume que todas las hileras tienen la misma cantidad de filas.
- **Distancia entre filas:** El conjunto consiste de los siguientes valores $J = \{4.5, 5, 5.5, 6\}$.
- **Distancia entre árboles:** El conjunto de valores de distancia entre árboles es $K = \{2, 2.5, 3, 3.5\}$.
- **Ancho de los corredores:** El ancho de los corredores puede tomar los valores del siguiente conjunto $L = \{18, 20, 22, 24, 25\}$.
- **Tiempo:** El conjunto correspondiente al tiempo es definido como $T = 1, 2, 3, \dots, T_{max}$ Se toma cada período de tiempo equivalente a 1 año.

Parámetros

A continuación se enumeran y describen los parámetros a utilizar:

- **Precio venta madera (P_{vm}):** Precio de venta asociado a un m^3 de madera. Unidad: [$\frac{USD}{m^3}$].
- **Precio compra madera (P_{cm}):** Valor correspondiente al precio de compra de un plantín. Unidad: [$\frac{USD}{m^2}$].
- **Valor carne producida (V_{cp}):** Corresponde al valor por kilogramo de carne producida en el sistema silvopastoril. Unidad: [$\frac{USD}{kg}$].
- **Factor de descuento (FD_t):** Factor de descuento, representa la incertidumbre de los años futuros por lo que depende del tiempo.
- **Largo del predio (L_1):** Valor de largo del predio en metros. Unidad: [m].
- **Ancho del predio (L_2):** Valor de ancho del predio en metros. Unidad: [m].
- **Hectárea (H):** Valor factor de conversión a una hectárea en metros cuadrados. Unidad: [m^2].
- **Área mínima de predio (M):** Valor de área mínima de un predio para que se pueda poner en práctica un sistema silvopastoril en la misma. Unidad: [m^2].
- **Factor de pisoteo, orina y heces (FP):** El mismo toma el valor de 0,8 ya que se estima la pérdida del 20 % de la pastura disponible en el predio por pisoteo, orina y heces.
- **Consumo de materia seca sin sombra (C_{ss}):** Ganancia de kg de carne por cada kg de materia seca consumida en un sistema sin sombra. Unidad: [$\frac{kg_{Carne}}{kg_{Materia\ Seca}}$].

- **Consumo de materia seca con sombra (Ccs):** Ganancia de kg de carne por cada kg de materia seca consumida en un sistema con sombra. Dado que en un predio con sombra, el ganado está protegido de las condiciones climáticas, el consumo de materia seca por kilogramo de carne en un predio con sombra es mayor que en uno sin. Unidad: [$\frac{kgCarne}{kgCarne}$]
- **Cantidad de árboles (Qa_{ijkl}):** Cantidad de árboles dependiendo del tratamiento. Unidad: [$\#arboles$].
- **Cantidad máxima de ganado (Qg_i):** Cantidad máxima de ganado medida en peso vivo en función del tiempo. Unidad: [$\#kgCarne$].
- **Tiempo de corte de la madera (Tc):** Tiempo de corte de la madera en años. Unidad: [años].
- **Tiempo máximo del ciclo silvopastoril ($Tmax$):** Se toma un tiempo máximo de ciclo silvopastoril. Unidad: [años].
- **Densidad de valores de referencia (Dp):** Se toma una densidad de árboles (cantidad de árboles por hectárea), correspondiente a los valores de referencia de crecimiento promedio de m^3 de madera por hectárea por año. Unidad: [$\#arboles$].
- **Crecimiento promedio de m^3 de madera por ha por año (Z):** Cantidad de m^3 que crecen por hectárea, por año para la densidad de referencia. Unidad: [$\frac{m^3}{año}$].
- **Porcentaje de árboles remanentes a la fecha de corte (V):** No todos los árboles que son plantados en el $t = 0$ cumplen el ciclo completo para llegar a ser comercializados. Algunos árboles se caen, otros no crezcan, pueden haber de mala calidad, entre otras razones para descartar unidades. Se estima que el 70 % de los árboles plantados al inicio completan el ciclo.
- **Costo fijo de forestación (Cff):** Los costos fijos de forestación están compuestos por los siguientes costos.
 - **Costo por tratamiento de hormigas (Cho):** Costo fijo por hectárea correspondiente al tratamiento contra hormigas que incluye producto, mano de obra, tractor y aplicadores. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].
 - **Costo por preparación de la tierra (Cpt):** Costo fijo por hectárea atribuido a la preparación de la tierra previo a la plantación de los árboles. Incluye mano de obra, tractor, gasoil y arado forestal. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].
 - **Costo por post siembra (Cps):** Costo fijo por hectárea debido a los procedimientos requeridos luego de sembrar los árboles. Los mismos consisten en reposición de plantas y control de hormigas. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].
 - **Costo por Seguros (Cs):** Costo fijo por hectárea correspondiente a seguros. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].
 - **Costo por Proyecto (Cp):** Costo fijo por hectárea del proyecto, permisos, DINAMA, timbres, análisis de suelo, entre otros. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].
- **Costos variables de forestación (Cvf):** Los costos variables de forestación están compuestos por los siguientes costos.
 - **Costo por marcado de líneas (Cl):** Costo variable de marcado de líneas con estacas que luego facilita la colocación de herbicida y la preparación de las tierras. Incluye mano de obra, tractor, zorra y estacas. Unidad: [$\frac{USD}{ha}$].

- **Costo compra de plantines (C_{cp}):** Costo variable de compra de plantines. Implica el precio por unidad. Unidad: [$\frac{USD}{}$].
- **Costo plantación (C_{pl}):** Costo variable de plantación de los plantines, consiste en la mano de obra requerida para el trabajo. Unidad: [$\frac{USD}{}$].
- **Costo por fertilizante (C_{fe}):** Costo variable de fertilizante. Se realiza una aplicación post siembra de 100 gramos de fosfato amonio en 2 puntos a 20 cm de la planta. Comprende mano de obra y producto. Unidad: [$\frac{USD}{}$].
- **Costos fijos de ganadería (C_{fg}):** Los costos fijos de ganadería están compuestos por los siguientes costos.
 - **Costo por mano de obra del ganado (C_{mo}):** Costo fijo por hectárea correspondiente a la mano de obra que trabaja con el ganado. Unidad: [$\frac{USD}{}$].
 - **Costo por veterinaria (C_{vet}):** Costo fijo por hectárea atribuido a los servicios de veterinaria necesarios para el ganado, mano de obra, medicación, vacunas, etc. Unidad: [$\frac{USD}{}$].
 - **Costo por suplementación (C_{sup}):** Costo fijo por hectárea debido a la suplementación requerida para el ganado. Unidad: [$\frac{USD}{}$].

Variables

A continuación se enumeran y describen las variables a utilizar en el modelo:

- **Elección del tratamiento (X_{ijkl}):** Familia de variables binarias, donde i representa el número de filas por hilera, j la distancia entre filas de árboles, k la distancia entre árboles y l el ancho de los corredores. Toma el valor de 1 si se escoge poner en práctica el tratamiento correspondiente a los valores de i, j, k, l , y 0 en caso contrario.
- **Elección tiempo de venta de la madera ($V a_t$):** Variable binaria que toma valor 1 cuando se decide cortar y vender la madera en el tiempo t , 0 en caso contrario. Se toma el supuesto de que todos los árboles existentes en el predio se cortan en el mismo tiempo, y que el corte de la madera y la venta de la misma ocurren en el mismo momento.
- **Cantidad de ganado (Xg_t):** Cantidad de ganado en kg de peso vivo promedio que se tiene en el predio en cuestión en el tiempo t .
- **Variable activación del ganado (G_t):** Variable binaria que toma valor de 1 cuando se decide tener ganado en el tiempo t y 0 en caso contrario.
- **Variable activación según la cantidad de filas por hilera (a_f):** Variable binaria la cual se activa tomando el valor de 1 cuando el tratamiento escogido por el modelo consiste en la plantación de f filas de árboles por hilera. De lo contrario la variable asume valor 0. Con a_0 se entiende que no se decidió plantar árboles.

Anexo III: Casos de Validación

En esta sección se presentan los valores de los parámetros para cada caso de validación expuesto en la Sección 3.3. También se pueden observar las salidas para cada caso, siendo las mismas el tratamiento escogido, la cantidad de árboles, la ganancia de forestación, la ganancia de ganadería y por último la ganancia total.

Caso 1: Tamaño de predio pequeño

A continuación, en las Tablas III.1 y III.2, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo frente a un predio de tamaño pequeño.

Tabla III.1: Valores parámetros Caso 1 validación

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2m	H	10000 m ²
L_2	3m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.2: Salidas del modelo para Caso 1 validación

Salida	Valor
Tratamiento	{0, 0, 0, 0}
Cantidad de árboles	0
Ganancia de forestación	0 USD
Ganancia de ganadería	0 USD
Ganancia total	0 USD

Caso 2: Decisión de forestación

A continuación, en las Tablas III.3 a III.8, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo frente a una disminución del precio de venta de la madera.

Tabla III.3: Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 10$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	10 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.4: Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 10$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	3592 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	5930 USD

Tabla III.5: Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	5 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.6: Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 5$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	612
Ganancia de forestación	1214 USD
Ganancia de ganadería	2683 USD
Ganancia total	3897 USD

Tabla III.7: Valores parámetros Caso 2 validación, con $Pvm = 1$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	1 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.8: Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 1$

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	476
Ganancia de forestación	-541 USD
Ganancia de ganadería	3028 USD
Ganancia total	2487 USD

Caso 3: Decisión de ganadería

A continuación, en las Tablas III.9 a III.14, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo frente a una disminución del valor de kg de carne.

Tabla III.9: Valores parámetros Caso 3 validación, con $V_{cp} = 1.9$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla III.10: Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $V_{cp} = 1.9$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14281 USD

Tabla III.11: Valores parámetros Caso 3 validación, con $V_{cp} = 1$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.12: Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $V_{cp} = 1$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	815 USD
Ganancia total	12758 USD

Tabla III.13: Valores parámetros Caso 3 validación, con $V_{cp} = 0.09$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	0.09 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.14: Salidas del modelo para Caso 3 validación, con $V_{cp} = 0.09$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	0 USD
Ganancia total	11942 USD

Caso 4: Factor de conversión de materia seca a kg de carne nulo

A continuación, en las Tablas III.15 y III.16, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo frente a un factor de conversión de materia seca a kg de carne nulo.

Tabla III.15: Valores parámetros Caso 4 validación, con $C_{ss} = 0$ y $C_{cs} = 0$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.8
$P_{vm} (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$P_{vm} (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$P_{vm} (t \geq 13)$	30 USD	C_{ff}	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	C_{vf}	1.5 USD
C_{cs}	0	C_{fg}	40 USD
C_{ss}	0	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.16: Salidas del modelo para Caso 4 validación, con $C_{ss} = 0$ y $C_{cs} = 0$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	0 USD
Ganancia total	11942 USD

Caso 5: Alto valor de precio del kg de carne

A continuación, en las Tablas III.17 a III.20, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo alto valor de precio del kg de carne.

Tabla III.17: Valores parámetros Caso 5 validación, con $V_{cp} = 20$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$P_{vm} (0 < t < 8)$	0 USD	D_p	250 árboles
$P_{vm} (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$P_{vm} (t \geq 13)$	30 USD	C_{ff}	106 USD
V_{cp}	20 USD	C_{vf}	1.5 USD
C_{cs}	0.036	C_{fg}	40 USD
C_{ss}	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	T_c	15

Tabla III.18: Salidas del modelo para Caso 5 validación, con $V_{cp} = 20$

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	476
Ganancia de forestación	7529 USD
Ganancia de ganadería	40242 USD
Ganancia total	47771 USD

Tabla III.19: Valores parámetros Caso 5 validación, con $V_{cp} = 10$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$P_{vm} (0 < t < 8)$	0 USD	D_p	250 árboles
$P_{vm} (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$P_{vm} (t \geq 13)$	30 USD	C_{ff}	106 USD
V_{cp}	10 USD	C_{vf}	1.5 USD
C_{cs}	0.036	C_{fg}	40 USD
C_{ss}	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	T_c	15

Tabla III.20: Salidas del modelo para Caso 5 validación, con $V_{cp} = 10$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	612
Ganancia de forestación	10491 USD
Ganancia de ganadería	17867 USD
Ganancia total	23358 USD

Caso 6: Alto valor de precio de venta de madera

A continuación, en las Tablas III.21 y III.22, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de validación en el que se evalúa el funcionamiento del modelo alto valor de precio de venta de madera.

Tabla III.21: Valores parámetros Caso 6 validación, con $Pvm = 50$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	50 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla III.22: Salidas del modelo para Caso 2 validación, con $Pvm = 50$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	20929 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	23267 USD

Anexo IV: Conjuntos y parámetros del Caso Base

En este anexo se presentan los valores para la totalidad de conjuntos y parámetros del caso denominado como caso base para la resolución del modelo matemático presentado en este documento. Los valores de los mismos se pueden observar en las Tablas IV.1 y IV.2.

Tabla IV.1: Valores de conjuntos del caso base.

Conjuntos	Valor
<i>I</i>	{2, 3, 4}
<i>J</i>	{4.5, 5, 5.5, 6}
<i>K</i>	{2, 2.5, 3, 3.2, 3.5}
<i>L</i>	{18, 20, 22, 24, 26, 30}
<i>S</i>	{0, 2, 3, 4}
<i>T</i>	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}

Tabla IV.2: Valores de parámetros del caso base.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	150m	<i>H</i>	10000 m ²
L_2	200m	<i>FP</i>	0.8
<i>Pvm</i> ($0 < t < 8$)	0 USD	<i>Dp</i>	250 árboles
<i>Pvm</i> ($8 < t < 13$)	20 USD	<i>V</i>	0.7
<i>Pvm</i> ($t \geq 13$)	30 USD	<i>Cff</i>	106 USD
<i>Vcp</i>	1.9 USD	<i>Cvf</i>	1.5 USD
<i>Ccs</i>	0.036	<i>Cfg</i>	40 USD
<i>Css</i>	0.030	<i>H</i>	10000 m ²

Anexo V: Casos de Experimentación numérica

En este anexo se presentan los valores de los parámetros para cada caso de experimentación numérica expuesto en la Sección 4.2. También se pueden observar las salidas para cada caso, siendo las mismas el tratamiento escogido, la cantidad de árboles, la ganancia de forestación, la ganancia de ganadería y por último la ganancia total.

Caso 1: Modificación del valor del porcentaje de árboles comercializables a la fecha de corte

A continuación, en las Tablas V.1 a V.6, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de experimentación numérica en el que se desea analizar el impacto que tiene la variación de valor del parámetro V en la solución provista por el modelo.

Tabla V.1: Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 40\%$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.4
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.2: Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 40\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	6575 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	8913 USD

Tabla V.3: Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 70\%$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.4: Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 70\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Tabla V.5: Valores parámetros Caso 1 experimentación numérica, con $V = 100\%$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	1
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.6: Salidas del modelo para Caso 1 experimentación numérica, con $V = 100\%$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	17310 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	19648 USD

Caso 2: Modificación del factor de crecimiento

A continuación, en las Tablas V.7 a V.16, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de experimentación numérica en el que se desea analizar el impacto que tiene la variación de valor del parámetro Z en la solución provista por el modelo.

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla V.7: Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 21.5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	21.5	Tc	15

Tabla V.8: Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 21.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	15738 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	18076 USD

Tabla V.9: Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 16.5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.10: Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 16.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla V.11: Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 11.5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	11.5	Tc	15

Tabla V.12: Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 11.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	8147 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	10485 USD

Tabla V.13: Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 6.5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	6.5	Tc	15

Tabla V.14: Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 6.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	4351 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	6689 USD

Tabla V.15: Valores parámetros Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 1.5$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	1.5	Tc	15

Tabla V.16: Salidas del modelo para Caso 2 experimentación numérica, con $Z = 1.5$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	612
Ganancia de forestación	370 USD
Ganancia de ganadería	2683 USD
Ganancia total	3053 USD

Caso 3: Modificación de la densidad de referencia

A continuación, en las Tablas V.17 a V.26, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de experimentación numérica en el que se desea analizar el impacto que tiene la variación de valor del parámetro Dp en la solución provista por el modelo.

Tabla V.17: Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 150$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	150 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla V.18: Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 150$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	6932 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	9270 USD

Tabla V.19: Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 200$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	200 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.20: Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 200$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	9437 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	11775 USD

Tabla V.21: Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 250$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla V.22: Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 250$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Tabla V.23: Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 300$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	300 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.24: Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 300$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	14447 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	16785 USD

Tabla V.25: Valores parámetros Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 350$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	350 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.036	Cfg	40 USD
Css	0.030	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.26: Salidas del modelo para Caso 3 experimentación numérica, con $Dp = 350$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	16952 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	19290 USD

Caso 4: Variación del consumo de materia seca

A continuación, en las Tablas V.27 a V.38, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de experimentación numérica en el que se desea analizar el impacto que tiene la variación de valor del los parámetros Ccs y Css en la solución provista por el modelo.

Tabla V.27: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.036$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Ccs	0.030	Cfg	40 USD
Css	0.036	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.28: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $Css = 0.030$ y $Ccs = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Tabla V.29: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.136$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$P_{vm} (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$P_{vm} (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$P_{vm} (t \geq 13)$	30 USD	C_{ff}	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	C_{vf}	1.5 USD
C_{ss}	0.030	C_{fg}	40 USD
C_{cs}	0.136	H	10000 m ²
Z	16.5	T_c	15

Tabla V.30: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.136$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	11288 USD
Ganancia total	23230 USD

Tabla V.31: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.236$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$P_{vm} (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$P_{vm} (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$P_{vm} (t \geq 13)$	30 USD	C_{ff}	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	C_{vf}	1.5 USD
C_{ss}	0.030	C_{fg}	40 USD
C_{cs}	0.236	H	10000 m ²
Z	16.5	T_c	15

Tabla V.32: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.236$

Salida	Valor
Tratamiento	{3, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	612
Ganancia de forestación	10491 USD
Ganancia de ganadería	22503 USD
Ganancia total	32994 USD

Tabla V.33: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.336$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
C_{ss}	0.030	Cfg	40 USD
C_{cs}	0.336	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.34: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.030$ y $C_{cs} = 0.336$

Salida	Valor
Tratamiento	{2, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	476
Ganancia de forestación	7529 USD
Ganancia de ganadería	35642 USD
Ganancia total	43171 USD

Tabla V.35: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.130$ y $C_{cs} = 0.036$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
C_{ss}	0.130	Cfg	40 USD
C_{cs}	0.036	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.36: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.130$ y $C_{cs} = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Tabla V.37: Valores parámetros Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.230$ y $C_{cs} = 0.036$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
C_{ss}	0.230	Cfg	40 USD
C_{cs}	0.036	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.38: Salidas del modelo para Caso 4 experimentación numérica, con $C_{ss} = 0.230$ y $C_{cs} = 0.036$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Caso 5: Variación del factor de pisoteo, orina y heces

A continuación, en las Tablas V.39 a V.48, se presentan las entradas y salidas del modelo correspondientes al caso de experimentación numérica en el que se desea analizar el impacto que tiene la variación de valor del parámetro FP en la solución provista por el modelo.

Tabla V.39: Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 1$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	1
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
V_{cp}	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
C_{ss}	0.030	Cfg	40 USD
C_{cs}	0.036	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.40: Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 1$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	3143 USD
Ganancia total	15085 USD

Tabla V.41: Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.8$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.8
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Css	0.030	Cfg	40 USD
Ccs	0.036	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.42: Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.8$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	2338 USD
Ganancia total	14280 USD

Tabla V.43: Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.6$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m ²
L_2	3 m	FP	0.6
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Css	0.030	Cfg	40 USD
Ccs	0.036	H	10000 m ²
Z	16.5	Tc	15

MODELADO CUANTITATIVO PARA SISTEMAS

Tabla V.44: Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.6$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	1532 USD
Ganancia total	13474 USD

Tabla V.45: Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.4$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.4
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Css	0.030	Cfg	40 USD
Ccs	0.036	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.46: Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.4$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	725 USD
Ganancia total	12667 USD

Tabla V.47: Valores parámetros Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.2$

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
L_1	2 m	H	10000 m^2
L_2	3 m	FP	0.2
$Pvm (0 < t < 8)$	0 USD	Dp	250 árboles
$Pvm (8 < t < 13)$	20 USD	V	0.7
$Pvm (t \geq 13)$	30 USD	Cff	106 USD
Vcp	1.9 USD	Cvf	1.5 USD
Css	0.030	Cfg	40 USD
Ccs	0.036	H	10000 m^2
Z	16.5	Tc	15

Tabla V.48: Salidas del modelo para Caso 5 experimentación numérica, con $FP = 0.2$

Salida	Valor
Tratamiento	{4, 6, 3.5, 30}
Cantidad de árboles	714
Ganancia de forestación	11942 USD
Ganancia de ganadería	58 USD
Ganancia total	12000 USD