

BOLETIN DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA Y AGRIMENSURA  
DE MONTEVIDEO

Director: Prof. Ing. GERMAN E. VILLAR

HERRERA Y REISSIG 565, MONTEVIDEO, URUGUAY

AÑO XXX

OCTUBRE 1966

Vol. IX, Nº 7

SUMARIO

|   | <i>Págs.</i> |
|---|--------------|
| Ricardo Pérez Iribarren y Víctor Herrero. — Desarrollo de un patrón de frecuencia con oscilador de Meacham a cristal, en cámara termostática de precisión ..... | 821          |



# Desarrollo de un patrón de frecuencia con oscilador de Meacham a cristal, en cámara termostática de precisión

RICARDO PÉREZ IRIBARREN y VÍCTOR HERRERO

Departamento de Comunicaciones

Instituto de Electrotécnica de la Facultad de Ingeniería y Agrimensura  
de Montevideo

*Presentado a las Segundas Jornadas sobre Enseñanza e Investigación en Ingeniería Eléctrica celebradas en La Plata durante el mes de Setiembre de 1965.*

## ABSTRACT

Most important time scales now in use, primary standards which keep them, and frequency comparison methods used between laboratories are described. Equations for a Meacham type oscillator are developed, finding the stability coefficients relative to phase and modulus of the amplifier. — The oscillator is amplitude controlled by a d.c. amplifier to reduce the power in the crystal to a level smaller than  $1 \times 10^{-6}$  watt. — The equivalent circuits for a cristal, near both resonances, are derived, including resistance, equivalent  $Q$  and influence of a series trimming capacitor. — Measurements of the unit used, with a  $Q$ -meter and in the oscillator circuit itself, are described, showing excellent agreement between them. — Different methods of temperature control are described, and the one used in our case, as well as temperature measurements, are analyzed in detail. — The stability achieved is better than  $10^{-3}\text{°C}$  for  $15\text{°C}$  variation of environment temperature. — Frequency measurement are described, and results for the long term stability of the crystal are given.



## I. ESCALAS DE TIEMPO

Para establecer escalas de tiempo se utilizan distintos fenómenos periódicos cuya frecuencia se supone constante, tomándose como unidad de medida un múltiplo o submúltiplo del período considerado.

Las principales escalas de tiempo son:

a) Tiempo universal (*U.T.*) (1). Utiliza como fenómeno periódico la rotación diurna de la Tierra observada con respecto a un círculo de ascensión recta que pasa por el sol medio (2). Este es un punto ideal obtenido al aproximar con un movimiento uniforme el movimiento del sol verdadero.

El período del movimiento uniforme resultante se denomina día solar medio.

Ahora bien, es conocido que la rotación de la Tierra está sujeta a distintos tipos de variaciones. Cuando no se efectúan correcciones debidas a esas variaciones, la unidad de tiempo universal es el segundo solar medio (1/86 400 del día solar medio) y esta escala de tiempo es identificada como la escala  $UT_0$ . Si se tienen en cuenta las variaciones del eje polar se obtiene la escala  $UT_1$  y si se incluyen las variaciones periódicas anuales en la velocidad de rotación resulta la escala  $UT_2$ . Aún con estas correcciones el  $UT_2$  no es suficientemente uniforme debido a variaciones irregulares y seculares de la rotación de la Tierra.

Fue así que en Octubre de 1956 el Comité Internacional de Pesas y Medidas adoptó una nueva escala de tiempo.

b) Tiempo de Efemérides (*ET*).

El segundo de *ET* es la fracción  $1/31\ 556\ 925,974\ 7$  del año trópico para Enero 0 (Diciembre 31), a las 12<sup>h</sup>, del tiempo de efemérides del año 1900. Se sobreentiende, en esta definición, que el tiempo de efemérides coincide con la variable  $t$  en las ecuaciones del movimiento de los astros.

El año trópico, para un instante, es el intervalo de tiempo necesario para que la longitud del sol se incremente en 360° suponiendo que en ese instante cesen las fuerzas perturbadoras que actúan sobre el movimiento de la Tierra. Desgraciadamente las medidas astronómicas disponibles para determinar el *ET* son considerablemente menos precisas que las que se tienen para deter-



minar el  $UT_2$  y deben ser obtenidas sobre intervalos de tiempo de varios años para lograr la aproximación requerida (3).

### c) Tiempo Atómico ( $AT$ )

El descubrimiento de resonancias atómicas y moleculares extremadamente agudas e independientes de condiciones externas ha hecho posible construir patrones de gran estabilidad. Estos patrones obedecen a muy variados sistemas constructivos. Vamos a describir brevemente el sistema utilizado en el resonador de cesio. El patrón utiliza la resonancia atómica ( $F=4, m_F=0$ )  $\longleftrightarrow$  ( $F=3, m_F=0$ ) del  $Cs^{133}$ , átomo de tipo alcalino.

En el estado normal, el electrón de valencia tiene números cuánticos  $n=6$  (principal),  $l=0$  (orbital) y  $s=1/2$  (spin).

Siendo el átomo alcalino, los números cuánticos de la estructura electrónica serán  $L=0$ ,  $S=1/2$  y  $J=1/2$  (número cuántico angular total).

El núcleo tiene un momento angular al que corresponde el número cuántico  $I=7/2$ . Resulta entonces que el momento angular total del átomo está determinado por un número cuántico  $F$  que puede tomar cualquiera de los valores  $I+J$ ,  $I+J-1, \dots$ ,  $|I-J|$  o sea, en nuestro caso,  $F=4$  ó  $F=3$ .

Se tienen así dos posibles niveles energéticos correspondientes a  $F=4$  y  $F=3$ . En presencia de un campo magnético cada uno de estos niveles se desdobra en varios. En efecto,  $F$  determina el valor del momento angular total del átomo  $\sqrt{F(F+1)} \hbar$ . La proyección de dicho vector sobre la dirección del campo puede tomar los valores  $m_F$  en que  $m_F=F, F-1, \dots, -F$  de modo que para  $F=4$  se tendrán nueve valores (niveles) de  $m_F$  y para  $F=3$  siete valores.

En resumen, tenemos el resultado de la figura 1.

Las transiciones posibles (en general) son aquellas en que  $\Delta F=0, \pm 1$  y  $\Delta m_F=0, \pm 1$ . En nuestro caso resultan las transiciones de  $F=4$  a  $F=3$  y con  $\Delta m_F=0, \pm 1$ .

En el patrón atómico de cesio se ha elegido la transición de  $m_F=0$  a  $m_F=0$  en virtud de ser la que da una frecuencia menos dependiente del campo magnético.

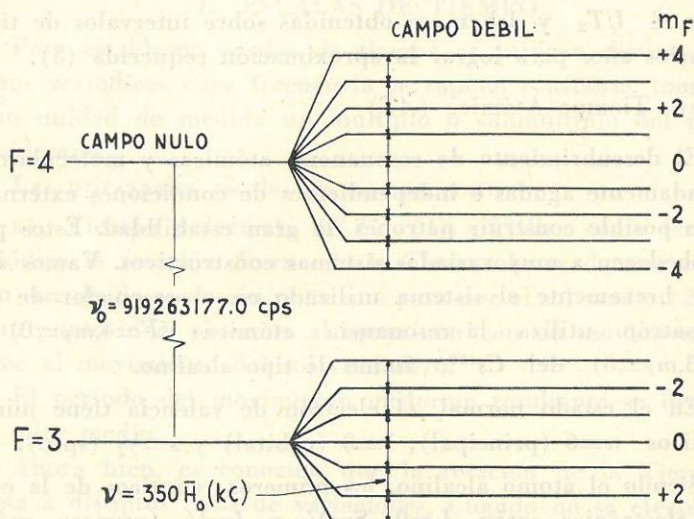


Figura 1. — Estructura hiperfina del estado de base del  $Cs^{133}$  en campo débil.

En efecto la frecuencia de la transición de  $F=4$  a  $F=3$  y  $\Delta m_F=0$  está dada por: (4)

$$\nu = \nu_0 + 7,0062 \times 10^5 m_F H_o + 26,699 (16 - m_F^2) H_o^2$$

donde  $H_o$  se expresa en oersted y  $\nu$  en hertz.

En las figuras 2 y 3 se indican medidas hechas por la compañía Hewlett-Packard con  $H_o=50 \times 10^{-3}$  oersted, valor usual en los patrones atómicos (5).

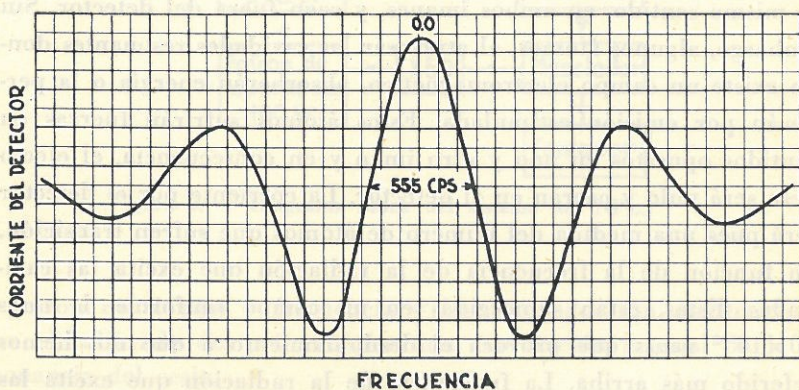
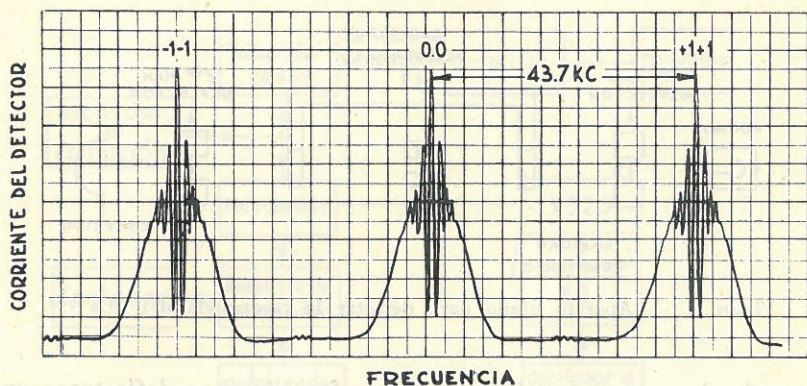
El valor de  $\nu_0$  resulta ser  $9\,192\,631\,770 \pm 20$  Hz usando el segundo de *ET* de acuerdo con las medidas efectuadas en colaboración entre el U.S. Naval Observatory y el National Physical Laboratory (6) (NPL).

Essen y Parry, del NPL usaron el método indicado en la fig. 4 para detectar la resonancia.

En un crisol, se calienta cesio, que escapa a un ambiente en el que se ha hecho un vacío elevado.

Los dos imanes indicados crean campos con fuerte gradiente en la misma dirección que  $H$  (perpendicular al eje del aparato).





Figuras 2 y 3. — Espectro del  $Cs^{133}$  en un entorno de la frecuencia de 9 192,631 770 Mc/seg. a diversas escalas.

Si  $W$  es la energía de un átomo de cesio (función de  $H$ ) se tendrá una fuerza

$$F = -\nabla W = -\frac{\partial W}{\partial H} \nabla H$$

Es posible ver que las fuerzas serán iguales y opuestas sobre átomos que estén en uno u otro nivel de energía.

En ausencia de campo transversal, el dispositivo de enfoque del aparato concentra todos los átomos en el detector. Con el campo transversal, los átomos que permanecen en el mismo nivel de

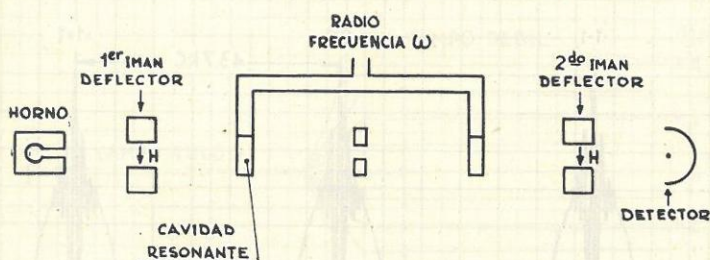


Figura 4. — Aparato usado para detectar la resonancia del  $Cs^{133}$ .

energía durante todo el recorrido, sufren fuerzas deflectoras en el mismo sentido, en ambos imanes, y caen fuera del detector. Sin embargo, algunos átomos, al atravesar las cavidades resonantes donde existe un campo electromagnético, absorberán energía o la perderán por emisión estimulada. Estos átomos sufrirán fuerzas en sentidos opuestos en uno y otro imán y en consecuencia, el efecto neto será nulo y caerán en el detector. La corriente por el detector será pues una medida del número de átomos que sufren transición, en función de la frecuencia de la radiación que excita las cavidades. Estas, están sumergidas en un campo uniforme de unos  $50 \times 10^{-3}$  gauss que provoca el desdoblamiento a que nos hemos referido más arriba. La frecuencia de la radiación que excita las cavidades resonantes se varía hasta tener un máximo de corriente en el detector. Este consiste en un alambre de tungsteno incandescente que ioniza los átomos de cesio que inciden sobre él para ser recogidos por una placa a potencial negativo ( $-20$  V). Un electrómetro de lámina vibrante transforma la tensión de continua que se desarrolla sobre una resistencia de  $10^{10}$  ohm en tensión alterna que se amplifica y rectifica y mueve un instrumento medidor. La curva de resonancia presenta un ancho de 330 c/seg. entre los puntos de potencia mitad. La precisión de la medida (7) es de 1 en  $10^{10}$ . El diagrama block del sistema del NPL se ve en la figura 5.

Debemos destacar la importancia que tienen en este aparato los tres osciladores de cristal de cuarzo de alta estabilidad; uno es



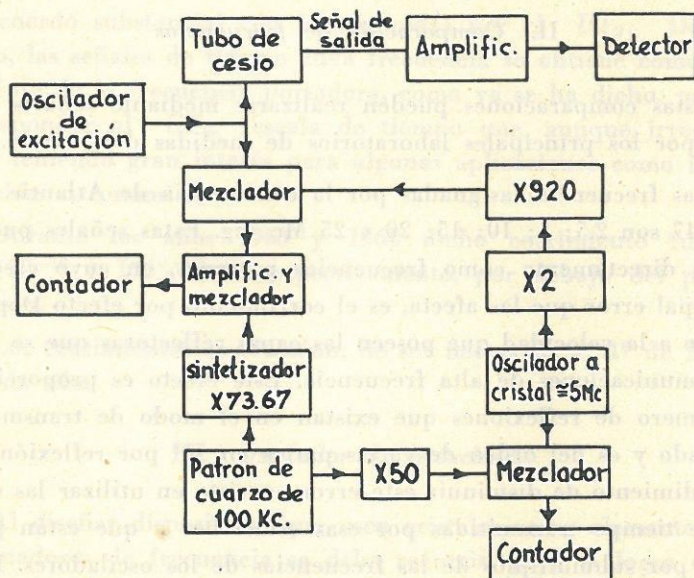


Figura 5. — Diagrama block del sistema del NPL.

el patrón de tiempo y frecuencia y los otros dos son auxiliares para el calibrado del primero por una exploración manual de la resonancia del cesio.

Con esto termina una breve reseña sobre las escalas de tiempo.

Solamente queda por considerar la relación entre ellas. La frecuencia del patrón de cesio es (8) de 9 192 631 830 c/seg. usando como unidad de tiempo el segundo de  $UT_2$  en junio de 1955. Desde 1955 a 1958 el segundo de  $UT_2$  aumentó  $5 \times 10^{-9}$  por año (9). No hay sin embargo, resultados definitivos de comparación entre el  $ET$  y el  $AT$  en razón del tiempo que demanda la obtención de observaciones astronómicas apropiadas. En el momento actual, los principales laboratorios han tomado como unidad de tiempo el segundo determinado por 9 192 631 770 oscilaciones de la transición  $(F=4, m_F=0) \longleftrightarrow (F=3, m_F=0)$  del  $Cs^{133}$ . La 12ª Conferencia General de Pesas y Medidas reunida en París el 8 de octubre de 1964 ha autorizado la precedente definición atómica del segundo (10).



## II. *Comparación de frecuencias*

Estas comparaciones pueden realizarse mediante señales emitidas por los principales laboratorios de medidas del mundo.

Las frecuencias asignadas por la conferencia de Atlantic City de 1947 son 2,5; 5; 10; 15; 20 y 25 Mc/seg. Estas señales pueden usarse directamente como frecuencias patrones, en cuyo caso, el principal error que las afecta, es el corrimiento por efecto Doppler debido a la velocidad que poseen las capas reflectoras que se usan en comunicaciones de alta frecuencia. Este efecto es proporcional al número de reflexiones que existan en el modo de transmisión utilizado y es del orden de varias partes en  $10^8$  por reflexión. Un procedimiento de disminuir este error consiste en utilizar las señales de tiempo transmitidas por esas estaciones y que están generadas por submúltiplos de las frecuencias de los osciladores. Estas señales llegan al observador con retardos variables, pero la observación durante períodos largos tiende a cancelar estos errores. Un método considerablemente más preciso para la comparación de frecuencias es el uso de las emisiones en las bandas de ondas miramétricas o VLF (Very Low Frequency), estas señales se transmiten en el rango de 10 a 80 Kc/seg. y existen numerosas emisoras principalmente en Europa y Estados Unidos. La estabilidad de las condiciones de propagación en esta zona del espectro permite obtener una precisión en la contrastación de 1 parte en  $10^{11}$  en condiciones óptimas y 1 parte en  $10^{10}$  en condiciones corrientes (11). Debe aclararse, sin embargo, que existen variaciones diurnas de fase que pueden llegar a un ciclo, especialmente para longitudes de propagación muy grandes, como se presentan en las comparaciones intercontinentales (12). Estas variaciones están en relación, sobre todo, con la porción del camino de propagación que está iluminada por el sol, por lo que se explica la periodicidad diaria.

Las señales se emiten con frecuencias ligeramente desplazadas respecto a las definidas por el tiempo atómico a fin de que estén



de acuerdo substancial con las definidas por el  $UT_2$ . De este modo, las señales de tiempo cuya frecuencia se obtiene como submúltiplo de la frecuencia portadora, como ya se ha dicho, podrán corresponder al  $UT_2$ , escala de tiempo que, aunque irregular, sigue teniendo gran interés para algunas aplicaciones como la navegación astronómica.

Durante los años 1963 y 1964 dicho corrimiento fue de  $130 \times 10^{-10}$  y  $150 \times 10^{-10}$  respectivamente, por debajo del patrón de cesio.

Los corrimientos se efectúan, de ser necesario, el 1º de Enero de cada año.

### III. Oscilador de Meacham

Al diseñar dispositivos que usen cristales como elementos determinadores de frecuencia se debe recurrir, para el logro de la deseada estabilidad, al uso de:

- a) cristales adecuadamente tratados para hacer mínimo el efecto de deriva por variación de masa.
- b) potencias muy bajas para operar dichos cristales.
- c) circuitos de alta ganancia, capaces de lograr niveles de excitación suficientemente bajos pero, al mismo tiempo, de una estabilidad de características tal que su efecto sea despreciable frente al de la deriva del cristal.
- d) cámaras termostáticas de precisión elevada. Se logran variaciones menores de  $10^{-3}^\circ\text{C}$  para las variaciones usuales de la temperatura ambiente.
- e) cristales con cortes de bajo coeficiente de temperatura que hagan despreciable el efecto de las variaciones residuales de temperatura.

Todo circuito oscilador, para esta aplicación, debe ser en esencia, un montaje que haga despreciable la influencia del elemento de amplificación y realimentación en la determinación de la frecuencia de oscilación.

Sin pretender una clasificación exhaustiva de los numerosos

circuitos que se han concebido en este sentido, podemos destacar dos grandes tipos:

a) Los derivados del circuito Colpitts detalladamente estudiado por Clapp (13), (14), (15), (16).

b) Los derivados del oscilador de Meacham (17).

En líneas generales, se puede afirmar que el oscilador de Meacham presenta ventajas con respecto a los del primer tipo para frecuencias bajas, inferiores a los 500 Kc/seg. aproximadamente.

En nuestro caso, con un cristal de 100 Kc/seg. la elección del tipo Meacham resultaba francamente ventajosa.

Una característica común a todos los osciladores de alta estabilidad es la existencia de circuitos altamente elaborados para el control de amplitud, puesto que, en última instancia, toda variación de amplitud puede considerarse como inestabilidad de frecuencia o falta de monocromatismo en el espectro del oscilador. Otra característica común a estos osciladores, también ineludible, y que aumenta las dificultades de su puesta a punto, es el hecho de que funcionan a nivel extremadamente bajo, del orden del microwatt, por razones de estabilidad a largo plazo.

El circuito sigue básicamente el esquema de la fig. 6.

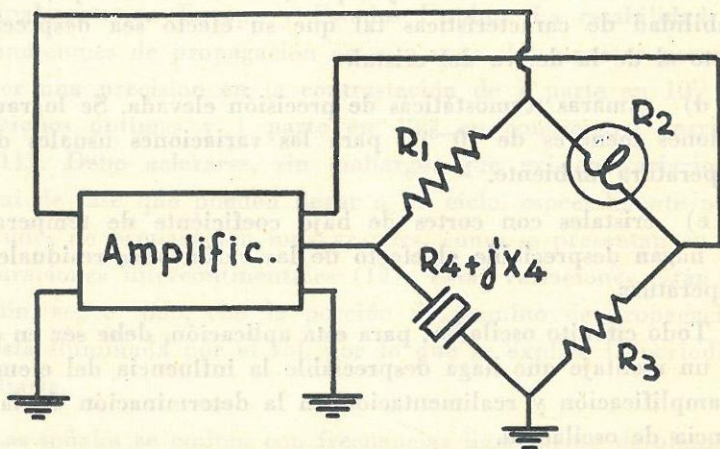


Figura 6. — Esquema de principio del oscilador de Meacham.



$R_1$ ,  $R_3$  (resistencias fijas) y  $R_2$  (lámpara) equilibran el puente de Wheatstone, cuya cuarta rama está formada por el cristal patrón que funciona muy cerca de la condición de resonancia serie. En lugar de una lámpara puede usarse un termistor, de coeficiente negativo de temperatura, a condición de ponerlo en una rama apropiada del puente. En nuestro circuito se utilizó una lámpara que trabajaba muy por debajo de su corriente nominal (64 mA), prácticamente fría.

En la fig. 7 se representa la resistencia de dicha lámpara, en

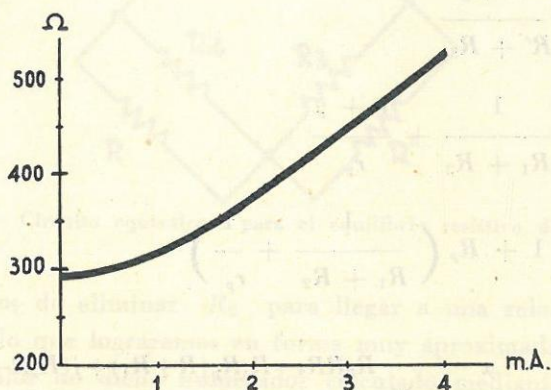


Figura 7. — Característica estática  $R(I)$  de la lámpara de control.

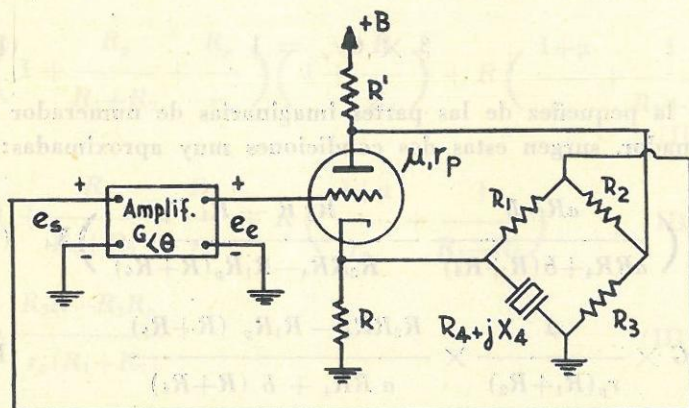


Figura 8. — Esquema simplificado del circuito utilizado.

función de la corriente en el rango de trabajo, para la temperatura de la cámara termostática.

Antes de describir el circuito real, vamos a estudiar la versión simplificada que se esquematiza en la fig. 8.

El análisis tiene por objeto calcular la influencia de las variaciones de ganancia y fase del amplificador principal (17), (14), (18).

Con referencia a la fig. 8, llamando:

$$R_p = \frac{R' R_3}{R' + R_3} \quad (\text{III.1})$$

$$a = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1 + \mu}{r_p} \quad (\text{III.2})$$

$$b = 1 + R_p \left( \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{r_p} \right) \quad (\text{III.3})$$

resulta

$$\frac{e_s}{e_e} = \beta = \frac{\mu}{r_p(R_1 + R_2)} \times \frac{R_2 R R_4 - R_1 R_p (R + R_4) + j(R_2 R - R_1 R_p) X_4}{a R R_4 + b(R + R_4) + j(a R + b) X_4} \quad (\text{III.4})$$

La condición de oscilación es

$$\beta \times G / \theta = 1 \quad (\text{III.5})$$

Dada la pequeñez de las partes imaginarias de numerador y denominador, surgen estas dos condiciones muy aproximadas:

$$\theta = \left( \frac{a R + b}{a R R_4 + b(R + R_4)} - \frac{R_2 R - R_1 R_p}{R_2 R R_4 - R_1 R_p (R + R_4)} \right) X_4 \quad (\text{III.6})$$

$$1 = G \times \frac{\mu}{r_p(R_1 + R_2)} \times \frac{R_2 R R_4 - R_1 R_p (R + R_4)}{a R R_4 + b(R + R_4)} \quad (\text{III.7})$$

Si  $G$  es grande, el numerador del tercer factor de (III.7)



$$R_2 R R_4 - R_1 R_p (R + R_4)$$

será pequeño, lo que significa que el puente de la figura 9 estará cerca del equilibrio.

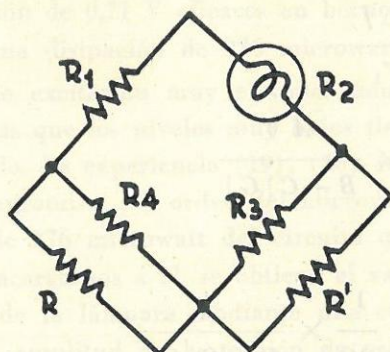


Figura 9. — Circuito equivalente para el equilibrio resistivo del puente.

Tratemos de eliminar  $R_2$  para llegar a una relación entre  $R_4$  y  $X_4$ , lo que lograremos en forma muy aproximada substituyendo el valor de dicho numerador calculado mediante (III.7), en (III.6).

Sea

$$A = \left( 1 + \frac{R_p}{R_1 + R_2} + \frac{R_p}{r_p} \right) \left( 1 + \frac{R}{R_4} \right) + R \left( \frac{1 + \mu}{r_p} + \frac{1}{R_1 + R_2} \right) \quad (\text{III.9})$$

$$B = 1 + \frac{R_p}{R_1 + R_2} + \frac{R_p}{r_p} + R \left( \frac{1 + \mu}{r_p} + \frac{1}{R_1 + R_2} \right) \quad (\text{III.10})$$

$$C = \mu \frac{R_2 R - R_1 R_p}{r_p (R_1 + R_2)} \quad (\text{III.11})$$

$$\text{Resulta } \frac{X_4}{R_4} = \frac{A \theta}{B + C | G |} \quad (\text{III.12})$$

Llamando  $Q$  al factor de calidad del circuito equivalente de la rama que contiene el cristal, en la resonancia serie, y  $\Delta f = f - f_1$  al apartamiento de la frecuencia  $f$  de oscilación respecto de la frecuencia  $f_1$  de dicha resonancia, resulta

$$\frac{X_4}{R_4} = 2Q \frac{\Delta f}{f_1} \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{\Delta f}{f_1} = \frac{1}{2Q} \times \frac{A \theta}{B + C |G|} \quad (\text{III.14})$$

de modo que

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\Delta f}{f_1} = \frac{1}{2Q} \times \frac{A}{B + C |G|} \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{\partial}{\partial |G|} \frac{\Delta f}{f_1} = - \frac{1}{2Q} \times \frac{AC \theta}{(B + C |G|)^2} \quad (\text{III.16})$$

Para nuestro circuito

$$\mu = 20$$

$$r_p = 7700 \text{ ohm}$$

$$R_1 = R_2 = 372 \text{ ohm}$$

$$R_3 = R_4 = 1830 \text{ ohm}$$

$$R = 10\,300 \text{ ohm}$$

$$R' = 10\,000 \text{ ohm}$$

$$Q = 19\,700$$

$$A = 64$$

$$B = 45$$

$$C = 11$$

$$G = 2250$$

$$\frac{df}{f_1} = 6,3 \times 10^{-8} d\theta - 2,8 \times 10^{-12} d|G|.$$

Este orden de estabilidad permite utilizar adecuadamente los mejores cristales de cuarzo que se pueden obtener comercialmente.



El examen de la característica de resistencia de la lámpara de control de amplitud muestra que, para obtener una variación apreciable de la resistencia en función de la corriente es necesario emplear valores de ésta superiores a 1,5 mA. En nuestro caso trabajamos con 1,91 mA eficaces que corresponde a 372 ohms y representa una tensión de 0,71 V eficaces en bornes del cristal. Esa tensión provoca una disipación de 276 microwatt.

Los niveles de excitación muy elevados aumentan la deriva del cristal, mientras que los niveles muy bajos tienden a sumergir la señal en el ruido. La experiencia (19), (20) recomienda el uso de valores de compromiso, del orden del microwatt. Este valor es muy inferior al de 276 microwatt del circuito que hemos estado estudiando. Para acercarnos a él, se obtiene el valor de equilibrio de la resistencia de la lámpara mediante una corriente continua proporcional a la amplitud de la tensión de oscilación. Esta corriente se logra mediante un amplificador seguido de un detector, lo que permite obtener la corriente buscada a partir de una tensión de oscilación tan baja como se desee. El esquema de principio se representa en la figura 10 y el esquema real en la fig. 11.

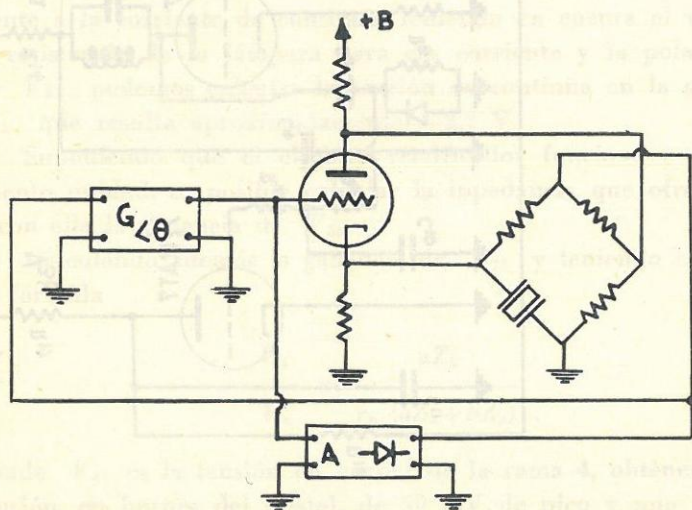


Figura 10. — Diagrama block del control de amplitud.

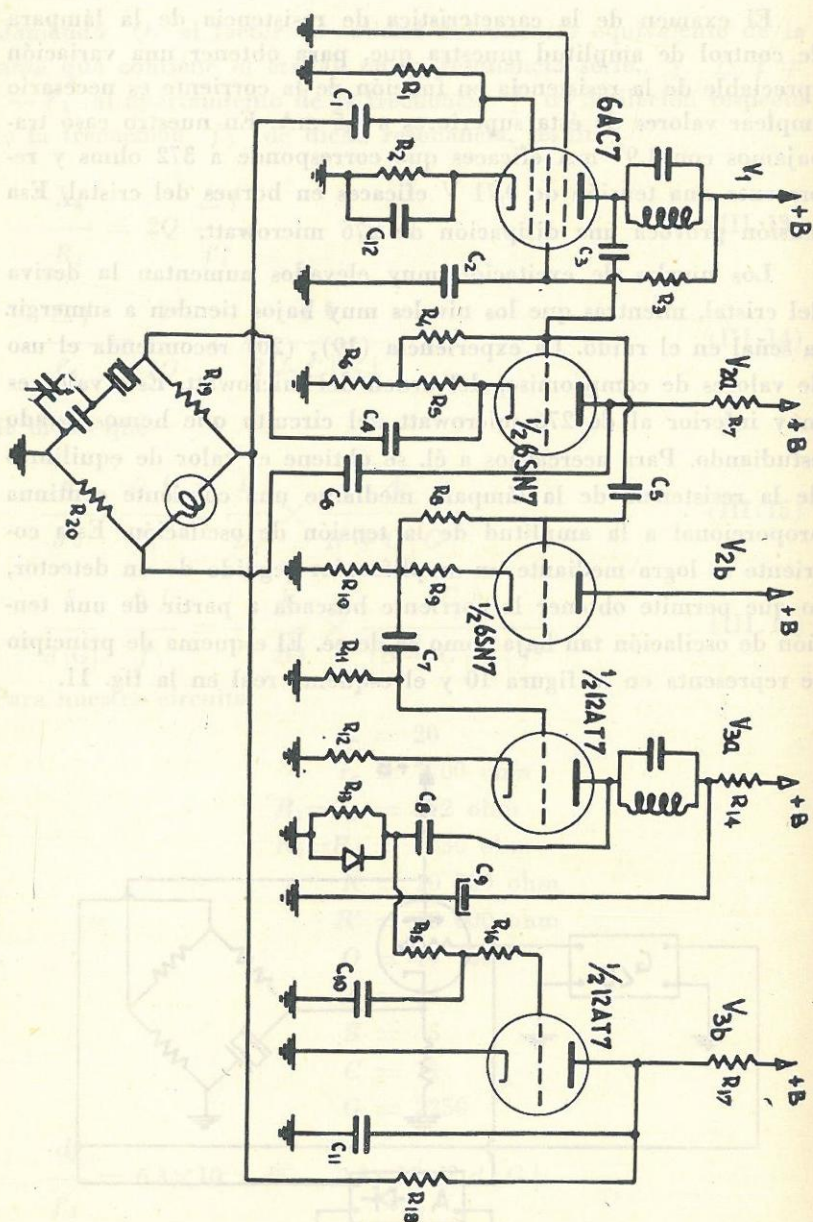


Figura 11. — Circuito del oscilador.



|                |         |                 |       |
|----------------|---------|-----------------|-------|
| $C_1 = .01$    | $\mu f$ | $R_1 = 1$       | M ohm |
| $C_2 = .022$   | "       | $R_2 = 170$     | "     |
| $C_3 = .0068$  | "       | $R_3 = 66$      | K "   |
| $C_4 = .25$    | "       | $R_4 = 1$       | M "   |
| $C_5 = .006$   | "       | $R_5 = 330$     | "     |
| $C_6 = .25$    | "       | $R_6 = 10$      | K "   |
| $C_7 = .022$   | "       | $R_7 = 10$      | K "   |
| $C_8 = .00033$ | "       | $R_8 = 1$       | M "   |
| $C_9 = .25$    | "       | $R_9 = 2,2$     | K "   |
| $C_{10} = .25$ | "       | $R_{10} = 47$   | K "   |
| $C_{11} = .25$ | "       | $R_{11} = 1$    | M "   |
| $C_{12} = 200$ | "       | $R_{12} = 270$  | "     |
|                |         | $R_{13} = 470$  | K "   |
|                |         | $R_{14} = 5,5$  | K "   |
|                |         | $R_{15} = 470$  | K "   |
|                |         | $R_{16} = 470$  | K "   |
|                |         | $R_{17} = 27$   | K "   |
|                |         | $R_{18} = 100$  | K "   |
|                |         | $R_{19} = 372$  | "     |
|                |         | $R_{20} = 1830$ | "     |

Despreciando la corriente de radiofrecuencia en la lámpara frente a la corriente de continua, teniendo en cuenta el valor de la resistencia de la lámpara para esa corriente y la polarización de  $V_{3b}$  podemos calcular la tensión de continua en la grilla de  $V_{3b}$  que resulta aproximadamente  $-2,7$  V.

Suponiendo que el circuito rectificador funciona con rendimiento unidad, es posible calcular la impedancia que ofrece (21) y con ella la ganancia de  $V_{3a}$ .

Calculando además la ganancia de  $V_{2b}$  y teniendo en cuenta la fórmula

$$\frac{V_4}{V_e} = \frac{\mu Z_k}{r_p (aZ_k + bZ_p)} \quad (\text{III.12})$$

donde  $V_4$  es la tensión en bornes de la rama 4, obtenemos una tensión, en bornes del cristal, de 50 mV de pico y una potencia de 0,68 microwatt, que es del orden deseado. Los cristales moder-

nos para uso en patrones de frecuencia corresponden al corte *AT*, especialmente contorneado, con una cara esférica en substitución de lo que sería una cara plana en un corte corriente. Esta cara esférica tiene por objeto disminuir la amplitud de la vibración en los bordes, donde se apoya el cristal contra los vástagos del montaje, reduciendo por consiguiente el amortiguamiento mecánico y aumentando el factor de calidad del circuito eléctrico equivalente (22), (23).

Se comprende que la fabricación de una pieza de este tipo es un trabajo de suma precisión, por lo que las unidades resultan sumamente caras, constituyendo el precio del cristal una fracción substancial del costo de todo el oscilador.

En las etapas experimentales de un trabajo de esta naturaleza, no se justificaría el uso de un cristal de primera calidad, por lo que los resultados obtenidos no representan, de ningún modo, la estabilidad que se podría lograr si el oscilador estuviese dotado de un cristal especialmente concebido para patrones de frecuencia, del tipo antes mencionado.

#### IV. Medida de parámetros de cristales piezoeléctricos

En un entorno de la resonancia fundamental de un cristal, su comportamiento eléctrico está regido por el circuito de la figura 12 (24).

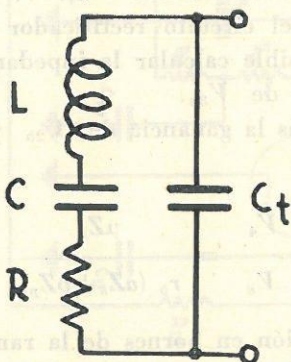


Figura 12. — Circuito equivalente del cristal.



Hay dos frecuencias de la tensión aplicada para las que el circuito se comporta como puramente resistivo.

Llamando

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{IV.1})$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad (\text{IV.2})$$

$$X = L\omega_0 \quad (\text{IV.3})$$

$$Q = \frac{X}{R} \quad (\text{IV.4})$$

$$n = \frac{C_t}{C} \quad (\text{IV.5})$$

los valores de  $\beta$  correspondientes a dichas frecuencias resultan, despreciando potencias superiores de  $Q$ :

$$\beta_1 = \frac{n}{Q^2} \quad (\text{IV.6})$$

$$\beta_2 = \frac{1}{n} - \frac{n}{Q^2} \quad (\text{IV.7})$$

y las resistencias respectivas, dentro del mismo orden de aproximación:

$$R_1 = R \quad (\text{IV.8})$$

$$R_2 = \frac{Q^2}{n^2} R \quad (\text{IV.9})$$

En un entorno de la pulsación correspondiente a  $\beta_1$ , que llamaremos  $\omega_1$ , el circuito indicado puede aproximarse por un circuito resonante serie, cuya impedancia estaría dada por:

$$Z = R \left[ 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right) \right] \quad (\text{IV.10})$$

El oscilador de Meacham trabaja precisamente en una pulsación muy próxima a  $\omega_1$ . Como, en general, la pulsación  $\omega_1$  difiere del valor nominal que queremos alcanzar, será necesario disponer de algún medio de ajuste. Puede utilizarse una capacidad en serie con el cristal. Estudiemos entonces el circuito de la fig. 13.

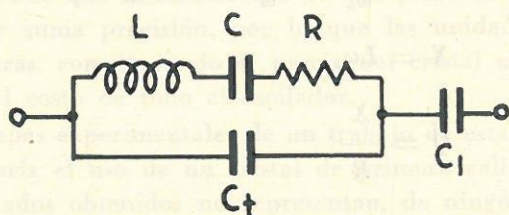


Figura 13. — Circuito equivalente del cristal con capacidad en serie.

Nuevamente se tienen dos frecuencias para las que la impedancia del circuito es resistiva, y sólo nos interesa aquélla para la que el circuito se comporta como resonante serie, que llamaremos  $\omega'_1$ .

$$\text{Sea } m = \frac{C_1}{C} \quad (\text{IV.11})$$

$$\text{Resulta } \beta'_1 = \frac{1}{n+m} + \frac{n}{Q^2} \left( 1 + \frac{n}{m} \right) \quad (\text{IV.12})$$

$$R'_1 = R \left( 1 + \frac{C_t}{C_1} \right)^2 \quad (\text{IV.13})$$

$$Z = R'_1 \left[ 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega'_1} - \frac{\omega'_1}{\omega} \right) \right] \quad (\text{IV.14})$$

Obsérvese que la presencia de una capacidad en serie aumenta la resistencia equivalente en la resonancia, mientras que el factor de calidad equivalente del cristal no varía.



Habiendo expuesto las principales fórmulas relativas al circuito equivalente del cristal, pasamos a describir diversos métodos que permiten determinar los elementos que lo integran (25).

a) Medidas mediante el uso del "Q-meter" (26).

De (IV.6) y (IV.7), llamando  $f_1$  y  $f_2$  a las frecuencias correspondientes a  $\beta_1$  y  $\beta_2$  resulta:

$$\log (f_2 - f_1) \cong \log (1/2 f_1 C) - \log C_t \quad (\text{IV.15})$$

De (IV.9) se obtiene:

$$\log R_2 = \log \frac{1}{\omega_0^2 R} - 2 \log C_t \quad (\text{IV.16})$$

De modo que, si se representan en diagramas doblemente logarítmicos  $f_2 - f_1$  y  $R_2$  en función de  $C_t$ , deben obtenerse rectas.  $C_t$  representa la suma de la capacidad intrínseca del cristal, que llamaremos  $C_o$ , más cualquier capacidad, que llamaremos  $\Delta C$ , que se hubiese puesto en paralelo con la unidad.

En las unidades normales esto se verifica salvo que, para las capacidades  $C_t$  que dan valores elevados de  $R_2$  adquiere importancia el efecto de las pérdidas introducidas por la montura, que aparecen en paralelo con el cristal.

Representando (IV.16) se obtendrá una porción lineal, para bajos valores de  $\log R_2$  y otra porción de curvatura más acentuada. Ajustando con una recta la porción lineal, se puede deducir el valor de  $R$ . Con un valor de  $R_2$  correspondiente a un  $C_t$  próximo a  $C_o$  se puede deducir el valor de la resistencia en paralelo que introduce el montaje. Análogamente, de la representación de (IV.15) se deduce el valor de  $C$ . Para la medida se utilizó un instrumento tipo 260-AP de la Boonton Radio Corporation (27). Este aparato consta esencialmente (Fig. 14) de un voltímetro a válvula  $Q$ , en paralelo con el circuito resonante, y un generador  $G$  en serie.

Entre  $HI$ , terminal vivo y  $GR$ , tierra, se conecta la impedancia a medir. Previamente se sintoniza el condensador  $C_o$  de modo de obtener máxima lectura en  $Q$ ; se conecta la impedancia

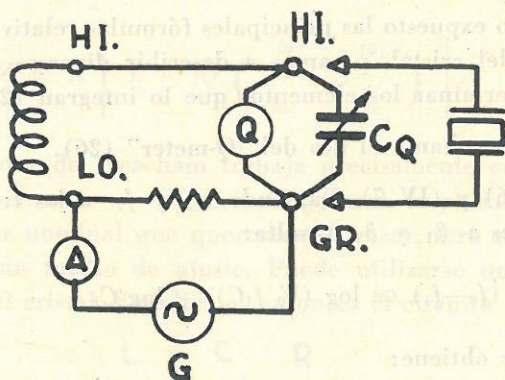


Figura 14. — Montaje paralelo en el Q-meter.

y se restablece la condición de máximo leyéndose  $\Delta C$ , variación de capacidad, y  $\Delta Q$ , variación en la lectura de  $Q$ , que está convenientemente calibrado. En el caso de un cristal, la dificultad principal radica en la agudeza de la resonancia. Para medir la frecuencia con suficiente precisión, se usó un frecuencímetro BC-221. Este instrumento a su vez se controla con las emisiones de frecuencias patrones del National Bureau of Standards y del Observatorio Naval Argentino. Para la capacidad estática  $C_0$ , medida a una frecuencia lejana a la de resonancia, se obtuvo un valor de 25,7 pF. En la figura 15 se ha representado (IV.16). Como se puede observar, se trata de un cristal normal y es posible calcular  $R$  y  $C$  como se ha indicado anteriormente.

Resultaron  $R = 1070$  ohm

$C = 0,075$  pF

$Q = 19\ 700$

Como verificación se midió la impedancia del cristal, en la frecuencia de resonancia serie, mediante el montaje de la fig. 16.

Resultó un valor sensiblemente igual al anterior.

b) Medidas realizadas en el propio circuito oscilador.

Se ajustó el condensador  $C_1$ , para tener la frecuencia nominal. Su valor se midió y resultó ser 90,4 pF.



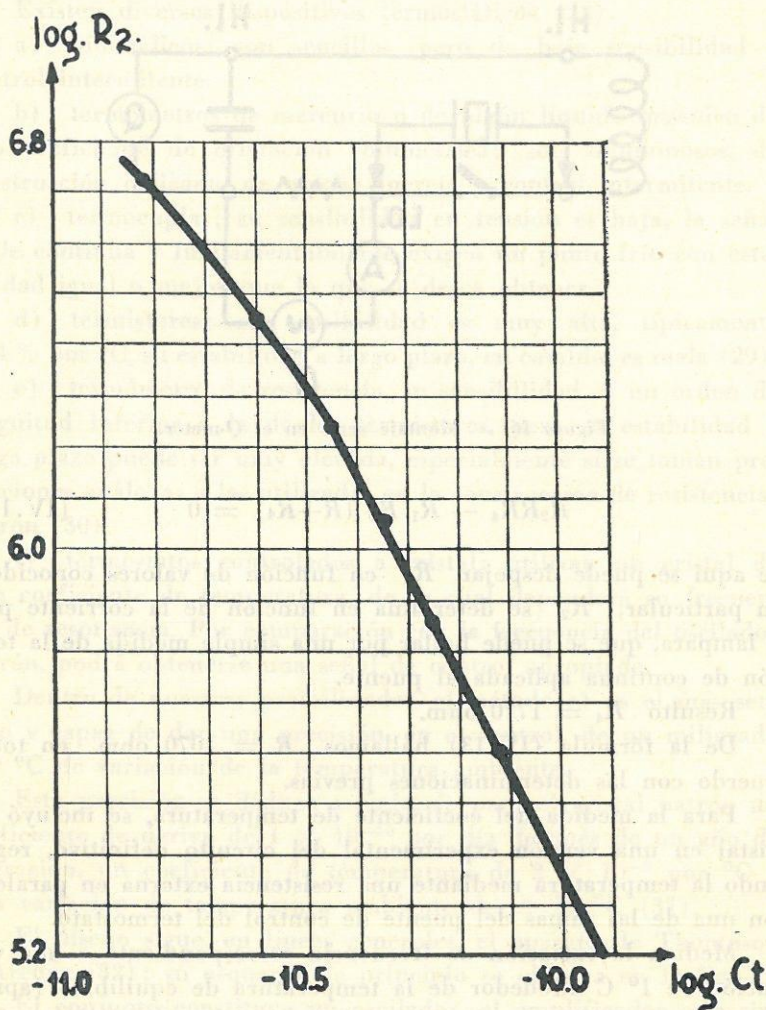


Figura 15. — Resistencia paralelo del cristal (ohms) para diversos valores de  $C_t$  (faradios).

La variación de frecuencia es, en esas condiciones, de 30 Hz. De acuerdo con (IV.12) resulta  $C = 0,070$  pF contra 0,075 pF por el método precedente.

Habíamos visto que, en el equilibrio del puente oscilador, se cumple muy aproximadamente:

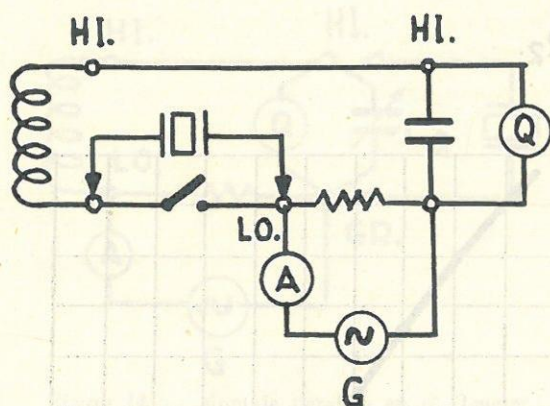


Figura 16. — Montaje serie en el Q-meter.

$$R_2 R R_4 - R_1 R_p (R + R_4) = 0 \quad (\text{IV.17})$$

De aquí se puede despejar  $R_4$  en función de valores conocidos. En particular,  $R_2$  se determina en función de la corriente por la lámpara, que se puede hallar por una simple medida de la tensión de continua aplicada al puente.

Resultó  $R_4 = 1770$  ohm.

De la fórmula (IV.13) hallamos  $R = 1070$  ohm, en total acuerdo con las determinaciones previas.

Para la medida del coeficiente de temperatura, se incluyó el cristal en una versión experimental del circuito definitivo, regulando la temperatura mediante una resistencia externa en paralelo con una de las ramas del puente de control del termostato.

Medida la variación de frecuencia correspondiente a una variación de  $1^\circ$  C alrededor de la temperatura de equilibrio (aproximadamente  $50^\circ\text{C}$ ) resultó un coeficiente de  $-2 \times 10^{-6}$  por  $^\circ\text{C}$ .

### V. El termostato

Es esencial, para mantener la estabilidad de frecuencia, que todos los elementos que integran el puente de Meacham se encuentren en un ambiente de temperatura precisamente controlada. Naturalmente que la mayor exigencia está impuesta por el coeficiente de temperatura del cristal.



Existen diversos dispositivos termostáticos (28).

a) bimetalicos; son sencillos, pero de baja sensibilidad y control intermitente.

b) termómetros de mercurio o de algún líquido orgánico de alto coeficiente de dilatación volumétrica; son voluminosos, de construcción delicada, de mucha inercia y control intermitente.

c) termocuplas; su sensibilidad en tensión es baja, la señal es de continua y fundamentalmente exigen un punto frío con estabilidad igual o mejor que la que se desea obtener.

d) termistores; su sensibilidad es muy alta, típicamente  $-4\%$  por  $^{\circ}\text{C}$ , su estabilidad a largo plazo, en cambio, es mala (29).

e) termómetro de resistencia, su sensibilidad es un orden de magnitud inferior a la de los termistores, pero su estabilidad a largo plazo puede ser muy elevada, especialmente si se toman precauciones análogas a las utilizadas en la construcción de resistencias patrón (30).

f) termostatos controlados a cristal; utilizan un cristal de alto coeficiente de temperatura, de la cual dependerá su frecuencia de resonancia. Por comparación con la frecuencia del oscilador patrón, podrá obtenerse una señal de control apropiada.

Dentro de nuestras posibilidades, el método e) es el más sencillo y capaz de dar una precisión, en el control, de un miligrado por  $^{\circ}\text{C}$  de variación de la temperatura ambiente.

Esta precisión se deduce asumiendo para el cristal patrón un coeficiente de deriva de  $1 \times 10^{-10}$  por día después de un año de operación, un coeficiente de temperatura de  $2 \times 10^{-8}$  por  $^{\circ}\text{C}$  y una variación de temperatura ambiente de  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  (31).

El diseño sigue, en líneas generales, el aparato de Thompson y Archer (32); su esquema de principio se observa en la fig. 17.

El conjunto constituye un oscilador, el amplificador está sintonizado a 1000 Hz y su ganancia es A. El puente indicado y el calefactor, junto con la realimentación de carácter térmico que existe entre ellos a través de la cámara térmica, constituyen el control de amplitud.

El puente está constituido por dos ramas opuestas de bajo coeficiente de temperatura y otras dos de alto coeficiente de temperatura. La atenuación del puente será, pues, función de la temperatura. Para aquella temperatura en que se cumpla la relación

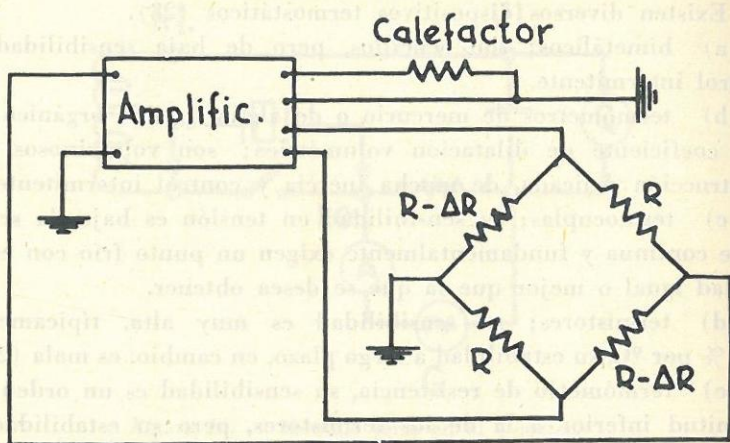


Figura 17. — Esquema simplificado del control de temperatura.

$A\beta = 1$  se tendrá la condición de oscilación estable. De aquí resulta

$$\frac{A \Delta R}{2R} = 1 \quad (\text{V.1})$$

Para que la temperatura de estabilización sea sensiblemente independiente de la ganancia del amplificador, ésta deberá ser suficientemente elevada.

El aparato de control presentará una oscilación (hunting) alrededor de la condición de equilibrio que se podrá hacer pequeña dimensionando generosamente el espesor de las paredes de la cámara térmica.

En la fig. 18 se aprecia un corte de la cámara térmica.

El recinto controlado es el interior de un cilindro de cobre con tapas de bronce. La superficie del cilindro fue fileteada con un paso de 1 mm. en toda su extensión. En la ranura resultante se dispusieron los diversos bobinados del calefactor y del puente, salvo una parte del calefactor que, para mejorar la homogeneidad del calentamiento, se dispuso en bobinados de telaraña entre las tapas de bronce y sendas protecciones. Se utilizó alambre de manganina para las resistencias de bajo coeficiente de temperatura y



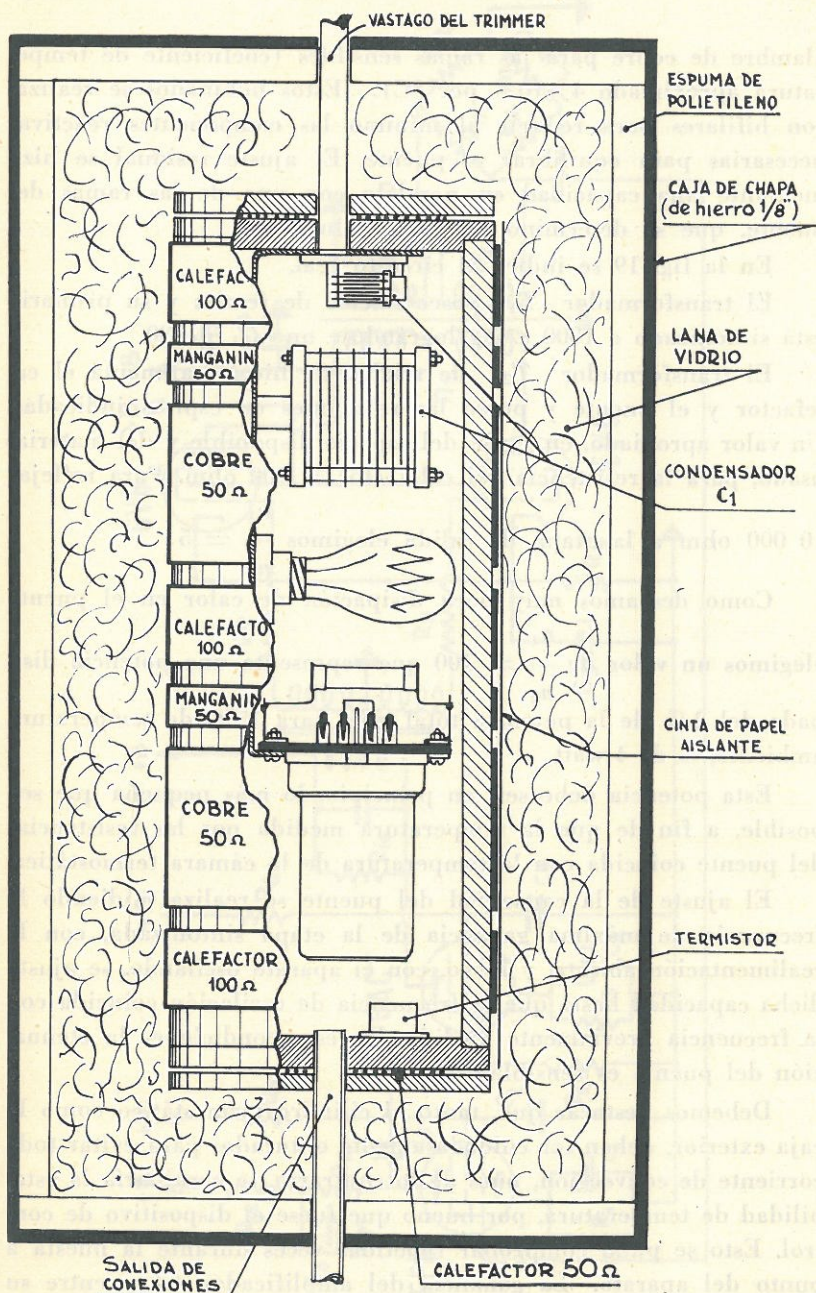


Figura 18. — Corte de la cámara térmica.

alambre de cobre para las ramas sensibles (coeficiente de temperatura aproximado  $4 \times 10^{-3}$  por  $^{\circ}\text{C}$ ). Estos bobinados se realizaron bifilares para reducir al mínimo las componentes reactivas necesarias para equilibrar el puente. El ajuste residual se hizo mediante una capacidad en paralelo con una de las ramas del puente, que se determinó experimentalmente.

En la fig. 19 se indica el circuito real.

El transformador  $T_1$  posee núcleo de ferrita y su primario está sintonizado a 1000 c/seg lográndose un  $Q$  de 80.

El transformador  $T_2$ , de núcleo de hierro, alimenta el calefactor y el puente y posee las relaciones de espiras indicadas. Un valor apropiado, en razón del espacio disponible y del material usado, para la resistencia del calefactor es 400 ohm. Para reflejar

10 000 ohm a la etapa de salida elegimos  $\frac{n_1}{n_3} = 5$ .

Como deseamos muy poca disipación de calor en el puente

elegimos un valor de  $\frac{n_1}{n_2} = 100$  que representa una potencia disipada del 2% de la potencia total que, para  $15^{\circ}\text{C}$  de temperatura ambiente, es de 4 watt.

Esta potencia debe ser, en principio, lo más pequeña que sea posible, a fin de que la temperatura medida por las resistencias del puente coincida con la temperatura de la cámara termostática.

El ajuste de la capacidad del puente se realiza midiendo la frecuencia de máxima ganancia de la etapa sintonizada, con la realimentación abierta, y luego, con el aparato oscilando, se ajusta dicha capacidad hasta que la frecuencia de oscilación coincida con la frecuencia previamente medida. En esas condiciones la atenuación del puente es sensiblemente real.

Debemos destacar que, tanto el cilindro termostático como la caja exterior, deben ser cuidadosamente obturados para evitar toda corriente de convección, pues de lo contrario, se arruinaría la estabilidad de temperatura, por bueno que fuese el dispositivo de control. Esto se pudo comprobar repetidas veces durante la puesta a punto del aparato. La ganancia del amplificador ( $A$ ), entre su entrada y la salida balanceada al puente, vale 130 000.



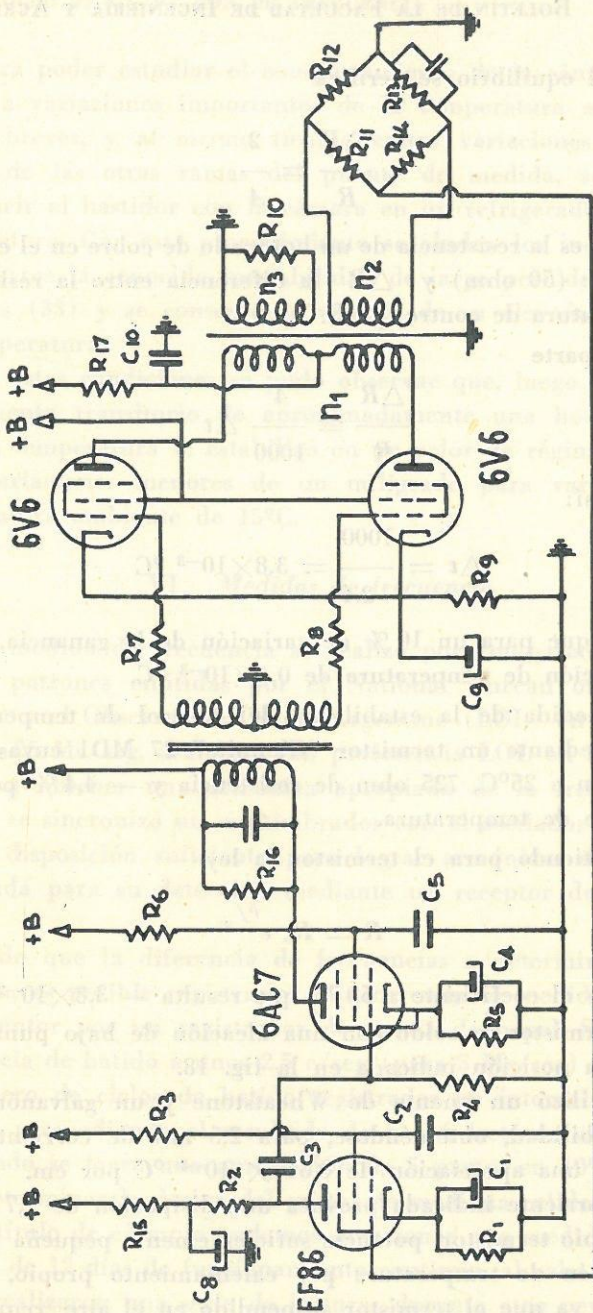


Figura 19. — Circuito del control de temperatura.

En el equilibrio se verifica

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{2}{A} \quad (\text{V.2})$$

donde  $R$  es la resistencia de un bobinado de cobre en el equilibrio del puente (50 ohm) y  $\Delta R$  la diferencia entre la resistencia a la temperatura de control y  $R$ .

Por otra parte

$$\frac{\Delta R}{R} \cong \frac{4}{1000} \Delta t \quad (\text{V.3})$$

Resulta así:

$$\Delta t = \frac{1000}{2A} = 3,8 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}$$

de modo que para un 10 % de variación de la ganancia, se tiene una variación de temperatura de  $0,4 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}$ .

La medida de la estabilidad del control de temperatura se realizó mediante un termistor "Glennite" 27 MD1 cuyas características son a  $25^\circ\text{C}$ , 725 ohm de resistencia y  $-4,4 \%$  por  $^\circ\text{C}$  de coeficiente de temperatura.

Admitiendo para el termistor la ley

$$R = R_0 e^{\beta/T}$$

deducimos el coeficiente a  $50^\circ\text{C}$  que resulta  $-3,8 \times 10^{-2}$  por  $^\circ\text{C}$ .

El termistor se soldó con una aleación de bajo punto de fusión en la posición indicada en la fig. 18.

Se utilizó un puente de Wheatstone y un galvanómetro de alta sensibilidad, obteniéndose, para 2,5 mA de corriente por el termistor, una apreciación de  $0,64 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}$  por cm.

La corriente indicada provoca una disipación de 1,7 miliwatt en el propio termistor, potencia suficientemente pequeña para que la elevación de temperatura por calentamiento propio, sea despreciable, ya que el termistor suspendido en el aire, requiere 150 miliwatt para elevar su temperatura  $1^\circ\text{C}$ .



Para poder estudiar el comportamiento de la cámara térmica frente a variaciones importantes de la temperatura ambiente en lapsos breves, y al mismo tiempo evitar variaciones de temperatura de las otras ramas del puente de medida, se optó por introducir el bastidor con la cámara en un refrigerador a  $5^{\circ}\text{C}$  de temperatura. Con este procedimiento se eluden los inconvenientes que acarrea la conocida inestabilidad de largo período de los termistores (33) y se conserva la ventaja de su elevado coeficiente de temperatura.

En estas condiciones se pudo observar que, luego de un comportamiento transitorio de aproximadamente una hora de duración, la temperatura se estabilizó en un valor de régimen, midiéndose variaciones menores de un miligrado para variaciones de temperatura ambiente de  $15^{\circ}\text{C}$ .

## VI. Medidas de frecuencia

La medida de frecuencia se realizó por comparación con las señales patrones emitidas por el National Bureau of Standards (WWV) y el Observatorio Naval Argentino (LOL) en 2,5; 5; 10; 15; 20; 25 Mc/seg, usándose con preferencia LOL en 5 Mc/seg.

Para obtener una armónica apropiada de la frecuencia del patrón, se sincronizó un multivibrador con el oscilador siendo esta simple disposición suficiente para lograr armónicas de amplitud apropiada para su detección mediante un receptor de comunicaciones.

Dado que la diferencia de frecuencias a determinar es muy pequeña, es posible registrarla substituyendo el medidor de nivel del receptor por un registrador de banda de papel. Se ajusta la frecuencia de batido a unos 2,5 c/seg (para 5 Mc/seg) y se cuenta el número de ciclos de batido registrados en intervalos de 4 segundos, promediando el resultado de 5 ó 6 lecturas sucesivas. De este modo se logra una apreciación de 5 partes en  $10^8$ , suficiente para determinar la deriva del cristal de mediana calidad utilizado.

A título de ejemplo podemos mencionar una medida realizada al cabo de 12 días de funcionamiento continuo, al cabo de los cuales se realizaron una serie de lecturas durante otro período igual, según se aprecia en la fig. 20.

La deriva media que se deduce es de  $1,6 \times 10^{-8}$  por día. Esta cifra puede mejorarse en dos órdenes de magnitud utilizando un cristal de primera calidad.

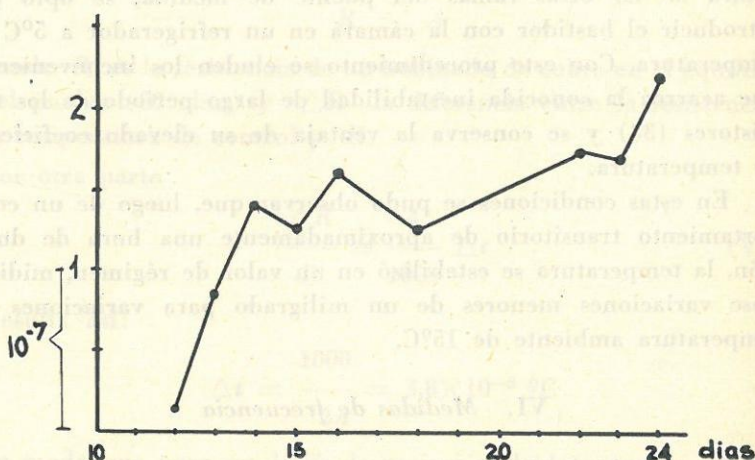


Figura 20. — Error relativo de una serie típica de medidas.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1) *Smith, H. M.* — The determination of time and frequency, Proc. Inst. Elect. Engrs, 98 II, 143 (1951).
- 2) *H. M. Nautical Almanac Office.* — Explanatory supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac. London 1961. Chapter 3. Systems of Time Measurement.
- 3) *Essen, L., Parry, J. V. L., Steele, J. McA.* — Frequency variations of quartz oscillators and the earth's rotation in terms of the N.P.L. Caesium Standard, Proc. Inst. Elect. Engrs, 107 B, 229 (1960).
- 4) *Mockler, R. C.* — Atomic Beam Frequency Standards, Advances in Electronics and Electron Physics, T XV, Academic Press, New York 1961.
- 5) *Cutler, L. S.* — Examination of the atomic spectral lines of a cesium beam tube with the — HP — frequency synthesizer, Hewlett-Packard J., 15, 8 (1963).
- 6) *Vigoreux, P.* — Electrical units and standards, Proc. Inst. Elect. Engrs, 107 B, 235 (1960).
- 7) Ver ref. 6 pág. 237.
- 8) *Holloway, J., et al.* — Comparison and evaluation of cesium atomic beam frequency standards, Proc. Inst. Radio Engrs, 47, 1730 (1959).



- 9) *Essen, L.* — Frequency standardization, Proc. Inst. Elect. Engrs, 98 II, 154 (1951).
- 10) Atomic definition of second adopted as new time standard; Spectrum, December 1964, 146.
- 11) *Lewis, F. D.* — V-LF Standard frequency calibration, Gen. Radio Exper., 36, 6, 1 (1962).
- 12) *Thompson, A. M., Archer, R. W., Harvey, I. K.* — Some observations on VLF standard frequency transmissions as received at Sydney, N.S.W., Proc. Inst. Elect. Electronics Engrs, 51, 1487 (1963).
- 13) *Clapp, J. K.* — An inductance-capacitance oscillator of unusual frequency stability, Proc. Inst. Radio Engrs, 36, 356 (1948).
- 14) *Hansen, H. N.* — A crystal oscillator for carrier supply, Commun. News, 10, 1 (1949).
- 15) *Clapp, J. K.* — Frequency stable L.C. oscillators, Proc. Inst. Radio Engrs, 42, 1295 (1954).
- 16) *Bernard, W. B.* — Frequency stable L.C. oscillators, Proc. Inst. Radio Engrs, 43, 875 (1955).
- 17) *Meacham, L. A.* — The bridge-stabilized oscillator, Proc. Inst. Radio Engrs, 26, 1278 (1938).
- 18) *Clapp, J. K.* — A bridge controlled oscillator, Gen. Radio Exper., 18.11, 1 (1944); An analysis of the bridge-controlled oscillator, Gen. Radio Exper., 18. 12, 6 (1944).
- 19) *Frank, R. W., Lewis, F. D., Stratemeyer, H. P.* — The new GR frequency standard, Gen. Radio Exper., 35. 4, 3 (1961).
- 20) *Sulzer, P. G.* — High-Stability bridge-balancing oscillator, Proc. Inst. Radio Engrs, 43, 701 (1955).
- 21) *Langford-Smith, F.* — Radiotron Designer's Handbook, Radio Corporation of America, Harrison, N. Y. (1952), pág. 1077.
- 22) *Warner, A. W.* — High-frequency crystal units for primary frequency standards, Proc. Inst. Radio Engrs, 40, 1030 (1952).
- 23) *Stratemeyer, H. P.* — The stability of standard-frequency oscillators, Gen. Radio Exper., 38. 6, 1 (1964).
- 24) *Van Dyke, K. S.* — The electrical network equivalent of a piezo-electric resonator, Phys. Rev. 25, 895 (1925).
- 25) *Gerber, E. A.* — A review of methods for measuring the constants of piezo-electric vibrators, Proc. Inst. Radio Engrs, 41, 1103 (1953).
- 26) *George, W. D., Selby, M. C., Scolnik, R.* — Precision measurement of electrical characteristics of quartz crystal units, Proc. Inst. Radio Engrs, 36, 1122 (1948).
- 27) Instruction manual for the Q meter type 260-A, Boonton Radio Corporation. New Jersey, U.S.A.

- 28) *Turner, L. B.* — Constant temperature: A study of principles in electric thermostat design; and a mains-operated isothermal chamber constant to one-thousandth of a degree centigrade, *Journal Inst. Electr. Engrs*, 81, 399 (1937).
- 29) *Becker, J. A., Green, C. B., Pearson, G. L.* — Properties and uses of thermistors-thermally sensitive resistors, *Bell Syst. Tech. J.*, 26, 170 (1947).
- 30) *Thomas, J. L.* — Precision resistors and their measurement, *National Bureau of Standards Handbook 77-Vol. 1*, 111 (1961).
- 31) An ultra high stability crystal, *Bulletin 528*, Bliley Electric Company, Erie, Pennsylvania (1962).
- 32) *Thompson, A. M., Archer, R. W.* — A thermostat with control temperature independent of ambient temperature, *Proc. Inst. Elect. Engrs*, 101, II, 450 (1954).
- 33) *Beck, A.* — The stability of thermistors, *J. Sci. Instrum.*, 33, 16 (1956).