



UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY

# Optimización de ciclos de Silvopastoreo en Uruguay

Rodrigo Conde Clavijo

Proyecto de grado Ingeniería en Computación  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay  
Noviembre de 2022



UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY

# Optimización de ciclos de Silvopastoreo en Uruguay

Rodrigo Conde Clavijo

Informe de proyecto presentado a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Ingeniero en Computación.

Directores:

Dr. Ing. Prof. Franco Robledo

MSc. Ing. Prof. Agustín López de Lacalle

Montevideo – Uruguay

Noviembre de 2022

Conde Clavijo, Rodrigo

Optimización de ciclos de Silvopastoreo en Uruguay /  
Rodrigo Conde Clavijo. - Montevideo: Universidad de la  
República, Facultad de Ingeniería, 2022.

XIII, 80 p.: il.; 29,7cm.

Directores:

Franco Robledo

Agustín López de Lacalle

Tesis de grado de Computación – Universidad de la  
República, Ingeniería en Computación, 2022.

Referencias bibliográficas: p. 62 – 68.

1. silvopastoreo, 2. programación lineal, 3. decisiones  
de inversión, 4. agroforestación, 5. optimización de  
portfolio, 6. programación entera-mixta. I. Robledo,  
Franco, López de Lacalle, Agustín, . II. Universidad  
de la República, Proyecto de grado de Ingeniería  
en Computación. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS DE GRADO

---

MSc. Ing. Prof. Martín Amorena

---

Dr. Ing. Prof. Antonio Mauttone

---

MSc. Ing. Prof. Bruno Rienzi

---

Dr. Roberto Scoz

Montevideo – Uruguay  
Noviembre de 2022

# Agradecimientos

Quisiera agradecer, antes que nada, a mi familia, por apoyarme en todo momento de este camino. No solo durante este año de trabajo, sino que desde aquella primera vez que "jugué a programar" en una computadora cuando era no más que un niño.

También deseo agradecer a mis tutores, Franco y Agustín, por darme la oportunidad de trabajar en este proyecto tan interesante, y por acompañarme en su desarrollo.

No puedo dejar de agradecer a Roberto Scoz por aportar su visión y su expertise en el área agronómica, tan necesaria en esta clase de proyectos que tienden puentes entre disciplinas tan distintas. Tampoco a Gabriel Bayá por su ayuda en temas de implementación, que permitió que no chocara contra varias paredes técnicas.

Y por último, agradezco a todos los que no están aquí nombrados, pero que de alguna forma u otra aportaron a que este proyecto culminara de manera exitosa.

## RESUMEN

El campo es uno de los motores económicos del Uruguay, por lo que es de interés aportar al avance tecnológico de dicho sector. Cuando un inversor se plantea invertir en un campo, se le presentan varias alternativas, entre ellas: la forestación, la ganadería y el silvopastoreo, que consiste en integrar ambas actividades en un único sistema agroforestal. Este trabajo aborda el problema de diseñar un portfollio de inversiones agroforestales que maximice los resultados económicos. Para esto, se construyó un modelo de programación lineal entera que selecciona la combinación óptima de las tres actividades mencionadas para un campo zonificado. Este modelo fue elaborado con un enfoque nacional, contemplando factores propios de la realidad del Uruguay. A su vez, se desarrolló una implementación del modelo formulado, utilizando herramientas de punta como AMPL y CPLEX. Dicha implementación fue validada empíricamente mediante una batería de 56 casos de prueba, basados en datos reales extraídos de diversas fuentes.

Palabras claves:

silvopastoreo, programación lineal, decisiones de inversión, agroforestación, optimización de portfollio, programación entera-mixta.

## ABSTRACT

The countryside is one of the main drivers of Uruguay's economy, thus, it is of interest to contribute to the technological advance of said sector. When an investor considers investing in agribusiness, several alternatives are presented to him, such as: forestry, livestock raising and silvopastoralism, which consists of integrating both activities into a single agroforestry system. This work considers the problem of designing a portfolio of agroforestry investments that maximizes economic results. With this aim, a mixed integer linear programming model that selects the optimal combination of the three aforementioned activities for a zoned field was devised. This model was crafted with a national perspective, considering factors typical of the Uruguayan reality. In addition, an implementation of the formulated model was developed, using state-of-the-art tools such as AMPL and CPLEX. This implementation was empirically validated through a battery of 56 test cases, based on real data extracted from various sources.

Keywords:

silvopasture, linear programming, investment decisions, agroforestry, portfolio optimization, mixed-integer programming.

# Lista de figuras

2.1	Mapa del Uruguay con suelos aptos para silvopastoreo (Extraído de Soares de Lima et al. <a href="#">2020</a> ) . . . . .	6
2.2	Captura de la interfaz de optimización de Remsoft (Extraída de remsoft.com) . . . . .	13
2.3	Captura de la interfaz de predicciones del SAG (Extraída de Methol, <a href="#">2008</a> ) . . . . .	14
2.4	Captura de la interfaz de predicciones de Maia Grazing (Extraída de <a href="#">www.maiagrazing.com</a> ) . . . . .	15
2.5	Captura de la interfaz de recomendación de especies de árboles por especies de ganado de Regen Farmer (Extraída de <a href="#">regenfarmer.com</a> ) . . . . .	15
4.1	Imagen satelital del establecimiento 4 (extraída de Google Maps)	40
4.2	Zonificación del sistema silvopastoril del establecimiento 4 (extraída de “Geoportal Forestal”, <a href="#">2022</a> ) . . . . .	41
4.3	Proporción de actividades según tipo de suelo . . . . .	51
4.4	Evolución del VAN en función del presupuesto inicial . . . . .	52
4.5	Proporción de actividades según presupuesto inicial . . . . .	52
4.6	Proporción de actividades según presupuesto anual . . . . .	53
4.7	VAN para cada combinación de restricciones de actividad . . . . .	54
4.8	VAN en función de la superficie total del campo . . . . .	55
4.9	Tiempo total de ejecución en función del tamaño del problema . . . . .	56
4.10	Porcentaje del tiempo total de ejecución dedicado a la resolución en función del tamaño del problema . . . . .	57
4.11	Evolución de tiempos de carga y resolución en función de la cantidad de especies forestales ( $ E_f $ ) y ganaderas ( $ E_g $ ) . . . . .	58

3.1	Evolución de tiempo de resolución en función del tamaño del problema . . . . .	74
3.2	Evolución de tiempo de carga en función del tamaño del problema	75
3.3	Evolución de tiempos de carga y resolución en función del tamaño del problema (La notación utilizada es la misma que se emplea en la especificación del modelo.) . . . . .	76

# Lista de tablas

3.1	Costos supuestos para las principales actividades iniciales de la forestación . . . . .	32
3.2	Efecto porcentual sobre el volumen producido por el tipo de suelo	33
3.3	Volumen por árbol ( $m^3$ ) a los 10 años en función de la especie y el suelo . . . . .	34
3.4	Costos supuestos para las principales actividades operativas de la forestación . . . . .	34
3.5	Precios de venta por metro cúbico según especie . . . . .	35
3.6	Producción de materia seca anual y unidades de ganado soportadas por hectárea según región . . . . .	36
3.7	Costos de siembra por especie . . . . .	36
3.8	Costos ganaderos según categoría animal . . . . .	37
3.9	Precios de venta según categoría animal . . . . .	37
4.1	Establecimientos reales considerados . . . . .	40
4.2	Casos de prueba realistas . . . . .	42
4.3	Casos de prueba de sensibilidad . . . . .	44
4.4	Datos de referencia para plantear los casos de prueba de performance . . . . .	45
4.5	Casos de prueba para evaluar la performance . . . . .	45
4.6	Soluciones propuestas por el modelo para los casos realistas . . .	47
4.7	Resultados económicos de las soluciones propuestas para los casos realistas . . . . .	48
4.8	Soluciones propuestas por el modelo para las pruebas de sensibilidad . . . . .	49
4.9	Resultados económicos de las soluciones propuestas para las pruebas de sensibilidad . . . . .	50
4.10	Tiempos de ejecución de las pruebas de performance . . . . .	56

1.1	Tiempos de ejecución de las pruebas realistas . . . . .	70
1.2	Balances anuales de las soluciones propuestas para las pruebas realistas . . . . .	71
2.1	Tiempos de ejecución de las pruebas de sensibilidad . . . . .	72
2.2	Balances anuales de las soluciones propuestas para las pruebas de sensibilidad . . . . .	73

# Tabla de contenidos

<b>Lista de figuras</b>	<b>VIII</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>X</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación y presentación del problema . . . . .	1
1.2 Principales aportes de este trabajo . . . . .	2
1.3 Organización del documento . . . . .	3
<b>2 Reseña bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1 Silvopastoreo . . . . .	4
2.2 Decisiones de inversión . . . . .	7
2.2.1 Evaluación de conveniencia . . . . .	8
2.2.2 Modelado matemático . . . . .	10
2.3 Programación lineal . . . . .	11
2.3.1 Resolución de problemas de programación lineal . . . . .	12
2.4 Software de modelado agroforestal . . . . .	13
2.5 Trabajos relacionados . . . . .	16
2.5.1 Modelado de decisiones de inversión . . . . .	16
2.5.2 Modelado agroforestal . . . . .	18
2.5.3 Silvopastoreo . . . . .	20
2.6 Modelos tomados como base . . . . .	21
<b>3 Materiales y métodos</b>	<b>25</b>
3.1 Supuestos del modelo . . . . .	25
3.1.1 Contexto . . . . .	25
3.1.2 Función objetivo . . . . .	25
3.1.3 Factores considerados . . . . .	26

3.2	Especificación del modelo . . . . .	27
3.2.1	Parámetros del modelo . . . . .	28
3.2.2	VARIABLES del modelo . . . . .	29
3.2.3	Definición del problema de programación lineal entera . .	29
3.3	Determinación de parámetros . . . . .	30
3.3.1	Contexto . . . . .	31
3.3.2	Inversión inicial forestal . . . . .	32
3.3.3	Costo operativo forestal . . . . .	32
3.3.4	Retorno forestal . . . . .	34
3.3.5	Inversión inicial ganadera . . . . .	35
3.3.6	Costo operativo ganadero . . . . .	37
3.3.7	Retorno ganadero . . . . .	37
3.3.8	Tasa de descuento . . . . .	38
3.4	Codificación del modelo . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Evaluación experimental</b>	<b>39</b>
4.1	Diseño de pruebas . . . . .	39
4.1.1	Pruebas realistas . . . . .	40
4.1.2	Pruebas de sensibilidad . . . . .	42
4.1.3	Pruebas de performance . . . . .	43
4.2	Resultados obtenidos . . . . .	45
4.2.1	Pruebas realistas . . . . .	46
4.2.2	Pruebas de sensibilidad . . . . .	48
4.2.3	Pruebas de performance . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Consideraciones finales</b>	<b>59</b>
	<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>62</b>
	<b>Glosario</b>	<b>68</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>69</b>
	Apéndice 1 Resultados extendidos para las pruebas realistas . . . .	70
	Apéndice 2 Resultados extendidos para las pruebas de sensibilidad.	72
	Apéndice 3 Resultados extendidos para las pruebas de performance	74
	<b>Anexos</b>	<b>77</b>
	Anexo 1 Código fuente del modelo desarrollado . . . . .	78

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación y presentación del problema

El Uruguay es sin dudas un país agropecuario. Incluso desde antes de la formación de nuestro país, la economía de este territorio estuvo marcada por la producción agronómica. Al día de hoy, el complejo agroindustrial es uno de los mayores contribuyentes de la economía uruguaya. Expertos estiman que el valor agregado de la cadena agropecuaria representa el 20% del PBI<sup>1</sup>. No hace falta más que recorrer las rutas nacionales para observar las miles de hectáreas dedicadas al pastoreo de ganado. Más allá de la actividad ganadera, ya tradicional y conocida por todos, en los últimos años la forestación ha pasado a cobrar un rol importante en el sector agro. Desde la instalación de plantas de producción de celulosa, la demanda de madera pulpable aumentó considerablemente. Por si fuera poco, esta tendencia de crecimiento no parece que se vaya a detener, ya que la puesta en marcha de la segunda planta de UPM en Paso de los Toros tiene el potencial de posicionar al Uruguay como uno de los mayores productores de celulosa del mundo.

La coyuntura del país hace que la actividad forestal sea altamente rentable. Sin embargo, los plazos de retorno de este sector son muy largos. Un productor debe esperar no menos de 10 años para recibir ingresos. Esto hace que la forestación sea una inversión poco atractiva, y en ocasiones insostenible para algunos inversores. Por otro lado, la ganadería ofrece retornos menores pero en plazos mucho más cortos. Es al enfrentarse a esta disyuntiva que surge una

---

<sup>1</sup>Según informe de la consultora Exante para la Asociación Rural del Uruguay, el valor agregado del sector sería de US\$ 12.400 millones (Fumero, 2022)

tercera alternativa: el silvopastoreo. Esta solución consiste en realizar forestación y ganadería en el mismo predio, desarrollando ambas actividades con menor intensidad que la máxima posible. El silvopastoreo logra mantener los beneficios de ambas inversiones: los retornos a corto plazo de la ganadería y los retornos significativamente mayores de la forestación.

El silvopastoreo suena como una solución ideal, pero tiene sus limitantes. Existen diversos aspectos que hacen que esta no sea la mejor alternativa. Consideraciones como la ubicación geográfica, las características del suelo, la interacción entre el ganado y los árboles, la condición financiera del inversor, entre otros, hacen que no haya una respuesta única. Pero entonces, ¿cómo debería proceder un inversor para decidir qué alternativa tomar? A esto hay que sumarle que un inversor puede tener más de un campo en el cual invertir, por lo que debe tener en cuenta no solo las condiciones de cada campo por separado, sino que también cómo la combinación de todas sus decisiones afecta al resultado global. Es aquí donde se encuentra el problema que este trabajo se plantea abordar.

El problema de diseñar una cartera de inversiones agropecuarias es extremadamente complejo. En la práctica, los inversores encaran este desafío sin una metodología clara, basándose en experiencias previas, intuición y evidencias anecdóticas. No obstante, mediante el uso de técnicas de optimización matemática, es posible presentar una solución de calidad y con fundamento formal. El objetivo de este proyecto es, por lo tanto, desarrollar un modelo de optimización que permita resolver el problema de planificar una cartera de inversiones, seleccionando la combinación de forestación, ganadería y silvopastoreo que genere el mayor beneficio económico bajo las restricciones de la realidad del inversor.

## 1.2. Principales aportes de este trabajo

Los principales aportes de este trabajo son:

- Un modelo de programación lineal entera para resolver el problema de planificar una cartera de inversiones en agronegocios.
- Una metodología para estimar resultados económicos y variables agronómicas de sistemas que aplican silvopastoreo o agroforestación.

- Una implementación concreta del modelo de programación entera, verificada de manera empírica a partir de una batería de 56 casos de prueba.
- Un artículo científico que expone los resultados de este proyecto (Conde et al. [2022](#), manuscrito no publicado).

### **1.3. Organización del documento**

El presente documento se estructura de la siguiente manera. El Capítulo [2](#) expone una reseña bibliográfica del estado del arte de las distintas áreas que se intersecan en este trabajo. El Capítulo [3](#) describe el desarrollo del modelo construido durante este proyecto. El Capítulo [4](#) presenta la evaluación experimental del modelo. Por último, el Capítulo [5](#) comenta las conclusiones finales de este trabajo, así como posibles trabajos a futuro.

# Capítulo 2

## Reseña bibliográfica

Este capítulo presenta una reseña del contexto de este proyecto, así como de las diversas áreas que se articulan en él. Se introduce al silvopastoreo como práctica agroforestal, se detalla el marco teórico asociado a las decisiones de inversión y la programación lineal, se describe el estado del arte, se detallan trabajos relacionados, y finalmente, se comenta sobre los modelos tomados como base.

### 2.1. Silvopastoreo

El silvopastoreo es la práctica de integrar deliberadamente la producción de forraje para el pastoreo y la producción forestal en un único sistema agroforestal (Klopfenstein et al. 1997). Usualmente, implica la conversión desde un sistema específico, incorporando forraje a un sistema forestal, o plantaciones a un sistema ganadero. Existen registros de esta práctica desde tiempos tan lejanos como el 1400 a.e.c.(McRostie, 2014).

La motivación principal de los sistemas silvopastoriles es la generación de ingresos a largo plazo obtenidos de los productos maderables del sistema, e ingresos recurrentes a corto plazo obtenidos de liquidar el ganado. Esto permite aumentar la sostenibilidad del sistema, ya que se combina la mayor rentabilidad de los productos forestales con el flujo constante de capital generado por la producción ganadera. Además, el riesgo asociado a la inversión disminuye debido a esta diversificación (Angima, 2019).

Otro beneficio de esta práctica es la estabilización del ambiente (Klopfenstein et al. 1997). El pastoreo controla las plagas y malezas sin herbicidas

u otros procedimientos invasivos. El abono utilizado para el forraje también afecta positivamente a los árboles, y el estiércol generado por el ganado devuelve nutrientes al suelo. El pastoreo también limita la competencia por recursos entre los árboles y las pasturas. Todo esto logra reducir costos y mejorar el impacto ambiental del sistema.

El ganado también se ve beneficiado por el silvopastoreo. Las plantaciones proveen protección al ganado, tanto del viento como del calor. Crecer bajo la sombra cambia las propiedades del forraje, haciendo que algunas especies sean más apetecibles y afecten el contenido de proteína del ganado (Bueno et al. 2018).

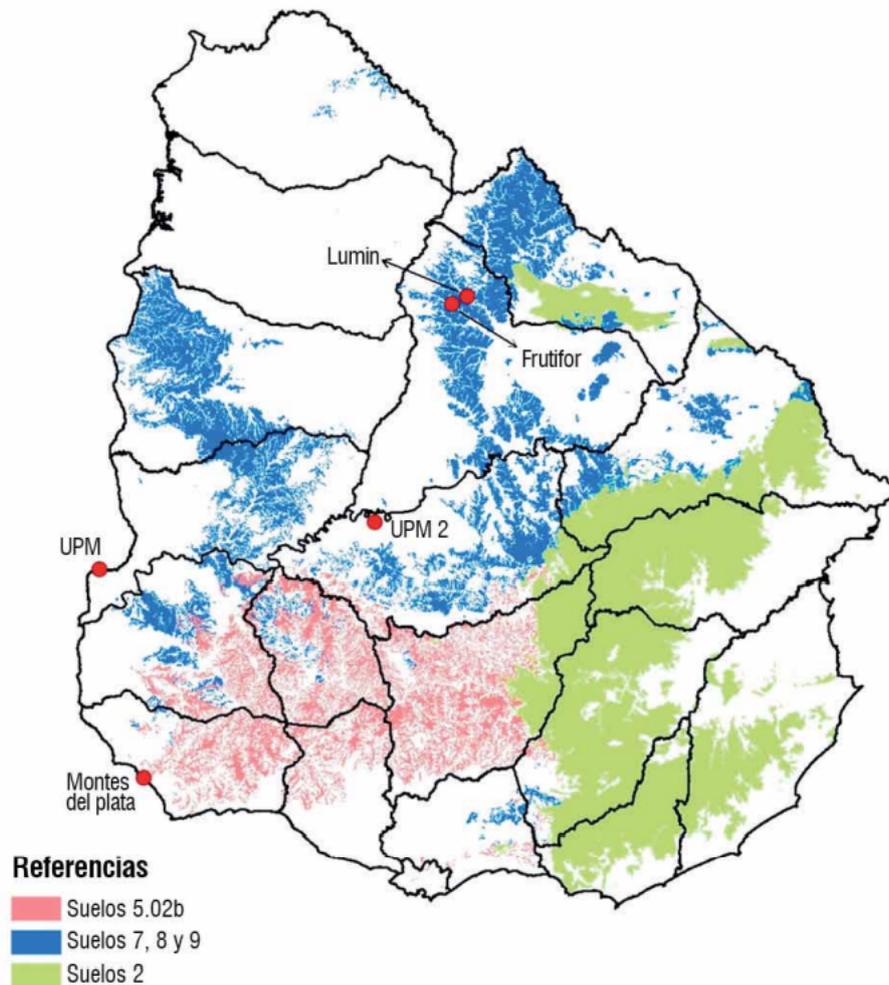
Vale notar que el silvopastoreo también tiene sus limitantes. La conversión de todo sistema forestal o de pastoreo a uno de silvopastoreo no sería práctico a gran escala (Angima, 2019). Es importante considerar las consecuencias de combinar árboles, forraje y ganado en cada caso particular.

En el caso de introducir productos maderables, se deben considerar la aptitud de la especie según el suelo, la posibilidad de que se adecue al ganado existente, la capacidad de venta y las implicancias logísticas. Por ejemplo, las decisiones a tomar por un inversor serían distintas en el centro sur del Uruguay, donde los suelos son aptos y se está cerca de plantas de celulosa y el puerto, que en el norte, donde el suelo se adecua mejor a especies para chipeado y aserrío y existen plantas industriales en la zona (Soares de Lima et al. 2020).

En el caso de introducir ganado en un sistema forestal, se debe considerar la interacción entre el ganado y las especies a plantar. Dependiendo de la especie, podrían dañar los árboles en etapas tempranas, pisándolos o comiendo sus ramas. Estudios han observado que el ganado en sistemas silvopastoriles puede pasar un tiempo considerable del día dañando los árboles, debido a diversos factores como la dieta y el bienestar animal (Jose y Dollinger, 2019). También es importante considerar el sistema ganadero prevalente en la zona (Soares de Lima et al. 2020).

En la Figura 2.1 se presenta un mapa del Uruguay con los suelos aptos para silvopastoreo. Utiliza la caracterización de suelos de la Comisión Nacional de Estudio Agronómico de la Tierra (CO.N.E.A.T.). Cada grupo de suelos conforma una área uniforme, distinguida por su capacidad de producción en relación a la media del país (“CONEAT”, 2020). Soares de Lima et al. 2020, define a la producción de *eucalyptus globulus* para celulosa y la cría de ganado como el sistema silvopastoril característico de los suelos del grupo 2, mientras que en los

suelos 5.02b identifica como típica la producción de *Eucalyptus dunnii* y *maidenis*, también para celulosa, y en los suelos 7, 8 y 9 de *Eucalyptus grandis* para aserrío o chipeado. Además, se marcan consumidores forestales importantes como UPM (planta de celulosa) y Lumin (productora de contrachapado).



**Figura 2.1:** Mapa del Uruguay con suelos aptos para silvopastoreo (Extraído de Soares de Lima et al. 2020)

Ambos casos presentan consideraciones legales y tributarias. Las tierras productivas pueden estar zonificadas para uso exclusivo forestal, agrícola o ganadero. También pueden existir incentivos a ciertos sistemas productivos según la zona. En Uruguay rige desde 1987 la Ley Forestal (Ley N° 15939), que le da la potestad al Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca de definir la política forestal nacional (“Ley N° 15939”, 1987). La promulgación de esta

ley incentivó a los productores ganaderos a forestar sus campos (Bueno et al. 2018).

Teniendo en cuenta estas limitantes, es razonable plantearse la pregunta de si vale la pena dirigirse hacia el silvopastoreo o no. Afortunadamente, es posible ejercer un control más granular de la tierra, subdividiendo la misma en unidades y diseñando un sistema acorde a cada una (Angima, 2019). De esta manera, un inversor no solo puede combinar silvicultura y pastoreo, sino que también puede combinar este modelo con modelos más tradicionales.

Frey et al. 2007 señala que, por más que el silvopastoreo sea una práctica cuyo potencial ha sido demostrado, la adopción de este modelo no es alta. Dicho artículo, centrado en la zona noreste de Argentina, realizó una encuesta para conocer la opinión de los productores. Entre los aspectos negativos nombrados por estos se destacan la incertidumbre asociada a un modelo poco estudiado, el capital inicial necesario, y la complejidad derivada de combinar dos modelos productivos en uno. El informe técnico de Sancho et al. 2020, desarrollado en Uruguay, recoge inquietudes similares a las de los productores argentinos. La carencia de formación y de información hacen difícil la adopción de este sistema.

Se estima que, en Uruguay, el 90 % de las plantaciones de especies comerciales conviven con emprendimientos de pastoreo. Sin embargo, la mayoría de estos sistemas se implementaron de manera ad hoc, sin un diseño previo (Bueno et al. 2018).

Esta realidad no solo se da a nivel regional, sino que es común de este tipo de sistemas. Smith et al. 2022, desarrolla una reseña sistemática de varios trabajos sobre adopción del silvopastoreo en Estados Unidos, arribando a conclusiones similares. Además, dicha reseña realiza una comparativa con reseñas publicadas en otros lugares del mundo, la cual muestra la similitud existente entre sus resultados.

## 2.2. Decisiones de inversión

Cuando el dueño de un campo se plantea invertir en el mismo se enfrenta a un problema: ¿cómo diseñar un sistema agroforestal según las condiciones del campo? ¿Implementar un sistema silvopastoril derivará en mayores beneficios económicos que implementar un sistema puramente forestal o puramente ganadero? Este problema se enmarca en una clase de problemas más grandes:

los problemas de decisiones de inversión.

Una inversión es la asignación de fondos en el presente con la esperanza de obtener beneficios a futuro (Hala et al. 2020). Según Zebian, 1966, una decisión de inversión está definida por tres preguntas:

- **¿Qué acción tomar?** (nótese que no hacer nada constituye una acción posible)
- **¿Sobre qué activo?**
- **¿Cuándo?**

A esto se le suma el hecho de que un inversionista no realiza una única inversión a la vez, sino que realiza varias en paralelo, las cuales conforman un portfolio o cartera. El objetivo es entonces lograr un portfolio óptimo, o sea, un conjunto de inversiones que maximicen el beneficio esperado considerando el riesgo soportado por el inversionista (Oladejo et al. 2020).

### **2.2.1. Evaluación de conveniencia**

El análisis de conveniencia implica la realización de un análisis crítico para determinar en que medida un proyecto de inversión puede satisfacer los objetivos del inversionista (Porteiro, 2007).

Antes de profundizar en el análisis formal de la conveniencia de un proyecto de inversión, es importante hacer una aclaración sobre el manejo de precios. La evaluación de una inversión se basa fuertemente en precios, tanto los precios del capital invertido, de los costos de manutención de la inversión, como de los ingresos obtenidos. Pero el uso de precios trae diversos problemas que se presentarán a continuación.

Una distinción importante se da entre los precios de mercado y los precios de cuenta (Porteiro, 2007). En un modelo de mercado ideal, la oferta y demanda tienden a un equilibrio en el cual los precios de los bienes quedan determinados por su utilidad. Estos son los precios de mercado. Sin embargo, la realidad es mucho más compleja. Los precios se ven afectados por la locación geográfica de comprador y vendedor, por fluctuaciones estacionales, por la presión de mercado de alguna de las partes, entre otros. Es por esto que se plantea el uso de precios de cuenta, que consideran todos estos factores.

Otro aspecto crucial es el impacto del tiempo en el valor del dinero, y en particular el efecto de la inflación (Porteiro, 2007). Es posible manejar precios

constantes o corrientes. Los precios constantes expresan el valor de las cosas en relación a los precios de cierto momento fijo en el tiempo. Este enfoque supone que el efecto de la inflación es neutro, es decir, que a largo plazo, por más que el valor monetario de bienes y servicios cambie, las relaciones de precios se mantendrán. En contraposición, el enfoque de precios corrientes supone que los procesos inflacionarios alteran las relaciones de precios, por lo que intenta predecir las distintas velocidades de variación. La dificultad de estas predicciones hace que el enfoque de precios constantes sea más aplicable.

La inflación no es el único factor relacionado con el paso del tiempo. Nótese que disponer de cierta cantidad de dinero hoy tiene un valor mayor a disponer de la misma cantidad de dinero en el futuro. El dinero de hoy puede ser usado inmediatamente, mientras que en el otro caso se debe esperar. Este es el valor tiempo del dinero (Porteiro, 2007). Otra forma de ver esto es a través del costo de oportunidad. Cuando se decide asignar capital a cierta inversión, se está incurriendo en el costo de perder la oportunidad de emplear dicho capital para otra inversión. A medida que pasa el tiempo, este costo de oportunidad se acumula, generando un descuento en el capital final.

El análisis de conveniencia hace uso extensivo de la observación de los flujos de caja. Estos son los fondos que egresan e ingresan durante la vida útil del proyecto de inversión. Una manera práctica de analizarlos es anualizándolos, o dividiéndolos en otro periodo conveniente. De esta manera,  $FC_j$  representa el flujo de caja neto (ingresos - egresos) en el año  $j$ .

Para poder determinar el retorno potencial de una inversión existen diferentes indicadores. Este trabajo presentará uno de los más utilizados: el valor actual neto (VAN) (Porteiro, 2007).

Primero se procede a definir la suma de los flujos de caja descontados (FCD). Estos son la suma de los flujos de caja de cada año, a los cuales se les aplica una tasa de descuento  $i$ , para representar la pérdida del valor tiempo del dinero.

$$FCD = \sum_{j=1}^{j=n} \frac{FC_j}{(1+i)^j} \quad (2.1)$$

El VAN se define como la resta de la inversión inicial a los FCD.

$$VAN = FCD - I \quad (2.2)$$

Un VAN nulo implica que los flujos de caja obtenidos durante toda la vida útil de la inversión son equivalentes a lo invertido inicialmente. Si el VAN es menor a cero, los flujos de caja no logran compensar la inversión inicial. Por último, si el VAN es mayor a cero, los flujos totales superan la inversión, por lo que se estaría logrando un beneficio. A su vez, a mayor VAN, mayor es el beneficio conseguido. Esto significa que, al comparar diferentes alternativas de inversión excluyentes, es preferible seleccionar la de mayor VAN.

### 2.2.2. Modelado matemático

Un posible acercamiento al problema del portfolio óptimo es a través de la optimización matemática. Nótese que una decisión de inversión es, en esencia, un problema de maximización de beneficios sujeto a las restricciones de capital y del entorno. Es importante aclarar que el modelado matemático parte de la base de suposiciones o creencias sobre el comportamiento del mercado, por lo que requiere una etapa anterior de extraer dichas suposiciones de la observación de la realidad (Markowitz, 1952).

Uno de los primeros antecedentes de modelado matemático de inversiones es el modelo de selección de portfolio de Markowitz, 1952, que se basa en un análisis de la media y la varianza de los retornos de cada opción. En los 50's, Markowitz conoce a George Dantzig (el padre de la programación lineal) y continúa desarrollando su teoría de portfolios con un enfoque de optimización (Focardi y Fabozzi, 2004). En su libro *Portfolio Selection* (Markowitz, 1959), aplica al modelo de selección de portfolio una variante del método SIMPLEX para problemas de optimización cuadrática.

Luego de Markowitz, diversos autores han aplicado y desarrollado nuevas técnicas de optimización para la toma de decisiones de inversión. Sharpe, 1964 extendió el modelo de Markowitz planteando el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model). Young, 1998 aplicó programación lineal al problema de selección de portfolio. También es posible aplicar un modelado mediante programación estocástica como en Zhou y Zhang, 2022.

Otro enfoque posible es utilizar técnicas en auge en este momento como el aprendizaje automático y la inteligencia artificial. Algunos ejemplos de esto son Lipyanina et al. 2020, que aplica aprendizaje automático a la valoración de empresas de TI y Izanloo et al. 2022, que aplica aprendizaje automático para inversiones en energías renovables.

La Sección *Trabajos relacionados* (2.5), profundizará en el estado del arte del modelado matemático de decisiones de inversión.

## 2.3. Programación lineal

Esta sección analizará uno de los posibles enfoques presentados en la sección anterior: la programación lineal. Este será el enfoque a utilizar en el presente proyecto.

El modelo de programación lineal (o LP, por sus siglas en inglés) modela el problema de minimizar (o maximizar) una función objetivo  $f$ , sujeto a una serie de restricciones, donde tanto  $f$  como las restricciones son lineales. En 2.3 se define el modelo LP.

$$\begin{aligned}
 \min f(x) &\sim \min \sum_{i=1}^n c_i x_i + c_0 \\
 \text{s.a.} & \\
 &\sum_{i=1}^n a_{1,i} x_i \leq b_1 \\
 &\dots \\
 &\sum_{i=1}^n a_{m,i} x_i \leq b_m
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Nótese que el modelo de la ecuación 2.3 puede formularse de manera matricial, donde las variables  $x_i$  pasan a ser una variable vectorial  $x \in \mathbb{R}^n$ , los coeficientes de la función objetivo y de las restricciones forman matrices  $C$  y  $A$  respectivamente, y los términos independientes de las restricciones forman un vector  $b$ . Se obtiene entonces el modelo de la ecuación 2.4.

$$\begin{aligned}
 \min C^T x \\
 \text{s.a.} \\
 Ax \leq b
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

En Oladejo et al. 2020 se puede ver un ejemplo de aplicación simple de este modelo al problema de selección de portfolio.

Una variante de este modelo es el de programación lineal entera. En este caso, se restringe el dominio de la solución a los enteros. Esto es de gran utilidad para modelar problemas discretos. Por ejemplo, si las variables de decisión representan cuántas hectáreas asignar a cierta modalidad de producción agroforestal, no tendría sentido práctico obtener como solución 13,7359 hectáreas.

Un caso particular de la programación lineal entera es la programación binaria. En esta, las variables de decisión son 0 o 1. Con este modelo se podría modelar, por ejemplo, una decisión de inversión entre varias alternativas excluyentes. Se observa que este problema tiene una complejidad computacional significativa, siendo un problema NP-completo (Karp, 1972).

### 2.3.1. Resolución de problemas de programación lineal

En la actualidad se dispone de diversas herramientas tecnológicas que permiten representar y resolver problemas de programación lineal.

Los sistemas de optimización matemática poseen por lo general una arquitectura de dos capas. La capa inferior, que denominaremos *solver*, está compuesta por un programa que permite aplicar los distintos algoritmos de resolución a una representación binaria del problema. Esta representación es altamente eficiente pero poco amigable para el usuario. Por esto es necesaria una segunda capa, que ofrezca una interfaz más sencilla.

Esta segunda capa son los lenguajes de programación algebraica. Estos proveen una representación computacional de los problemas de optimización más cercana a la matemática. Otro software, un intérprete, se encarga de traducir el problema especificado en cierto lenguaje al formato del solver.

Este trabajo en particular utilizará como solver CPLEX (IBM, 2022). CPLEX es un software de optimización estándar en la industria de la investigación de operaciones desarrollado por IBM.

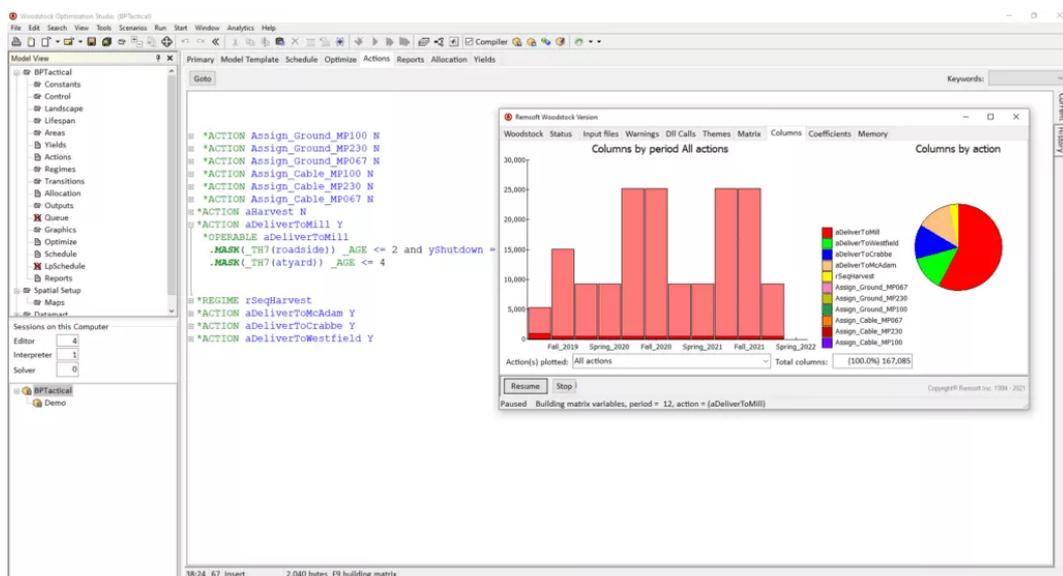
Como lenguaje de programación algebraica se usará AMPL (AMPL, 2022). Este es uno de los lenguajes de optimización más populares del sector y permite conectarse con diversos solvers.

## 2.4. Software de modelado agroforestal

Al día de hoy existen varias herramientas de software para modelar sistemas agroforestales. Muchas de estas proveen funcionalidades para la gestión completa del sistema, comprendiendo la planificación, el diseño, el control de inventarios y ventas, entre otras tareas que hacen a la operativa de estas organizaciones.

En el área forestal, un ejemplo de este tipo de software es *Trimble Connected Forest*. Esta herramienta es un ERP<sup>1</sup> enfocado exclusivamente a la producción forestal. Se destaca la posibilidad de modelar la plantación sobre un mapa y recabar información de la operativa. Esto permite además modelar posibles escenarios futuros para apoyar a la planificación.

Otro ejemplo muy reconocido es *Remsoft*. Este software provee, además de las típicas funcionalidades de un ERP, la generación de modelos de optimización. Con Remsoft, es posible modelar decisiones operativas, tácticas y estratégicas. Esto sirve como soporte para la toma de decisiones clave, como pueden ser el cronograma de ventas, los cronogramas de cosecha y transporte o la rotación de plantaciones.



**Figura 2.2:** Captura de la interfaz de optimización de Remsoft (Extraída de remsoft.com)

<sup>1</sup>Enterprise Resource Planning, sistema de planificación de recursos empresariales. El ejemplo más popular de esta clase de software es SAP.

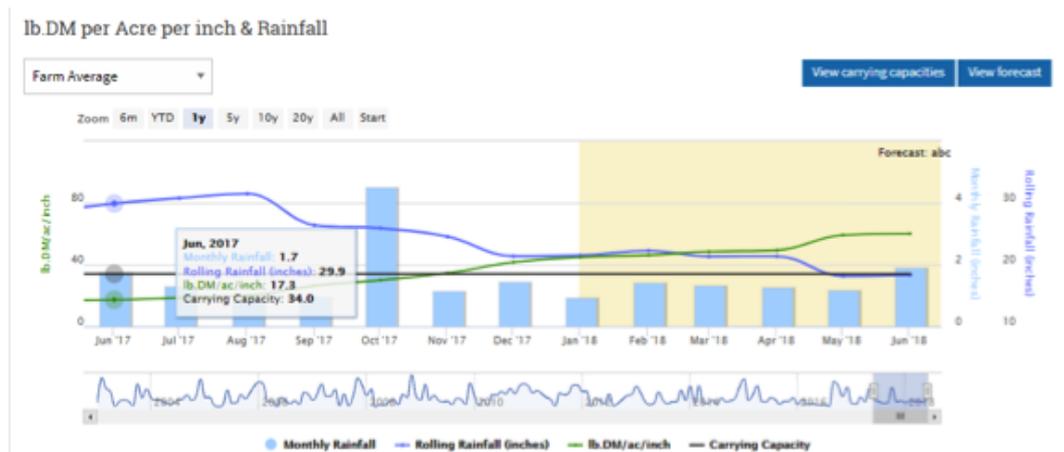
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>INIA SAG eucalyptus - Resumen de la ultima simulacion de Rodal1</b>							
2								
3	<b>Tipo de simulac.</b>	<b>Predicción</b>		<b>Especie</b>			<b>Dunnii</b>	
4	<b>Parcela</b>	demo		<b>Población inicial (arb/ha)</b>			1200	
5	<b>Edad inicial</b>	3.00		<b>Area Basal inicial (m<sup>2</sup>/ha)</b>				
6	<b>Edad final</b>	12.00		<b>Diametro medio (cm)</b>				
7	<b>Indice de sitio</b>	25.0		<b>Diámetro límite de utilización (cm; s.c.)</b>			4.0	
8	Nota: los valores en las <b>celdas celestes</b> se cargarán en el Asistente del Módulo Rodal1 (donde podrán ser modificados).							
9	<b>Costos generales</b>					<b>%</b>	<b>US\$ / m3</b>	<b>US\$ / ha</b>
10	<b>Tasa de descuento</b>					8.0%		
11	<b>Precio de la tierra</b>							1000
12	<b>Costo anual de administración (US\$/ha/año)</b>							15
13	<b>Costo de establecimiento (año 0)</b>							350
14	<b>Costo de mantenimiento (año 1)</b>							150
15	<b>Otros costos o ingresos</b>							
16	<b>Edad</b>	<b>Descripción</b>						<b>US\$/ha</b>
17	2	Costo de desmalezado adicional						-80
18								
19								
20								
21								
22								
23	<b>Ingresos a la cosecha</b>					<b>m<sup>3</sup>/ha</b>	<b>US\$ / m<sup>3</sup></b>	<b>US\$/ha</b>
24	<b>Volumen cosechado hasta</b>	4	<b>cm. s/c minim</b>		359.2			
25	<b>Precio de venta en destino / Ingreso Bruto por hectarea</b>					26.0	9340	
26	<b>Costos de cosecha</b>					9.0	3233	
27	<b>Costos de flete</b>					7.0	2515	
28	<b>Precio en pie / Ingreso neto por hectarea</b>					10.0	3592	
29	<b>Flujo de Fondos e indicadores economicos</b>							
30						<b>VAN (US\$/ha)</b>	153	
31						<b>TIR</b>	8.8%	

**Figura 2.3:** Captura de la interfaz de predicciones del SAG (Extraída de Methol, 2008)

El Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria (INIA) provee, a través del *Sistema de Apoyo a la Gestión Forestal (SAG)*, una serie de herramientas para la gestión de plantaciones de Eucalyptus y Pino. Se puede, por ejemplo, simular diferentes escenarios de producción de madera según factores significativos como la especie, el tipo de suelo, los turnos de raleo, etc. Vale aclarar que estas herramientas no encuentran una solución óptima, sino que permiten realizar un análisis del estilo what-if.

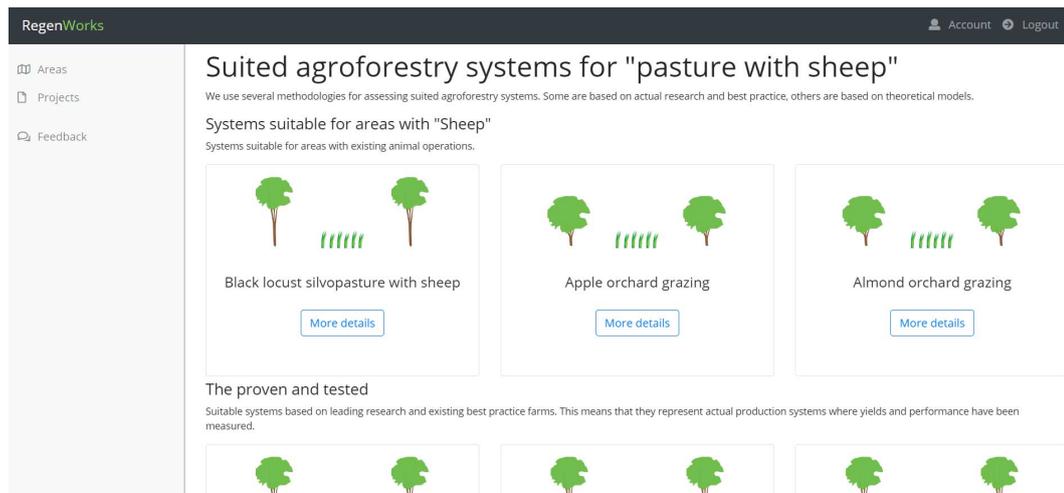
Pasando al sector ganadero, un ejemplo análogo a Trimble Connected Forest es *Ranch Manager*. Este software provee todas las funcionalidades de un ERP ganadero: control de inventarios, rastreo de ganado, diseño geolocalizado de las zonas de pastura, entre otras. También expone modelos para predecir la carga soportada por las pasturas y cuando es el mejor momento para vender.

Un ejemplo más específico del pastoreo es *Maia Grazing*. Este software permite modelar las pasturas y puntos de agua para generar predicciones sobre la carga soportada por las pasturas, recomendar movimientos del ganado de una zona a otra, recomendaciones para equilibrar ventas y capacidad de las pasturas, entre otras decisiones asociadas a la operativa del pastoreo.



**Figura 2.4:** Captura de la interfaz de predicciones de Maia Grazing (Extraída de [www.maiagrazing.com](http://www.maiagrazing.com))

INIA también provee herramientas para la gestión de producción de forrajes. En particular, el Sistema de seguimiento de la productividad forrajera, es un software, todavía en versión preliminar, que permite obtener información sobre la producción forrajera esperada según la zona.



**Figura 2.5:** Captura de la interfaz de recomendación de especies de árboles por especies de ganado de Regen Farmer (Extraída de [regenfarmer.com](http://regenfarmer.com))

Son pocas las herramientas que integran ambos sectores. Una de ellas es

*Regen Farmer*. Este software provee una plataforma basada en digital twins que incorpora herramientas de diseño de sistemas forestales y sistemas de producción de forraje. Permite proyectar crecimiento de los árboles, cubrimiento de sombra, costos de materiales, cronogramas de cultivo, rendimiento, entre otros. Nótese que estas funcionalidades solo simulan los resultados esperados a partir de las condiciones ingresadas, no sirven para determinar que decisiones llevan a un beneficio óptimo, sino que solo para hacer análisis what-if.

En definitiva, el mercado ofrece diversas herramientas para el modelado, pero no con el enfoque que pretende este proyecto. Muy pocas integran los aspectos forestales y ganaderos en un único lugar. También son pocas las que, a partir de las condiciones iniciales, recomiendan acciones a tomar. De las nombradas en esta reseña, solo *Remsoft* provee esta funcionalidad, el resto solo permiten hacer análisis caso a caso. Pero por sobre todo, ninguno de los software relevados se plantea el problema estratégico de decidir en qué modelo invertir, que es lo que se pretende lograr en este proyecto.

## 2.5. Trabajos relacionados

Al ser este un trabajo interdisciplinario, existen trabajos de diversos dominios que se relacionan con el problema en cuestión y con el enfoque utilizado para su resolución.

### 2.5.1. Modelado de decisiones de inversión

Se comienza presentando trabajos vinculados a la optimización de decisiones de inversión. Existen varios enfoques posibles para este problema. El primer acercamiento a considerar, por ser el empleado en este trabajo, es el de aplicar técnicas de la programación lineal.

Los trabajos de Young, 1998, Li et al. 2018, Vesa, 2020 y Nordin et al. 2021, utilizan programación lineal para distintos tipos de decisiones de inversión. Young, 1998, modela el problema de diseñar un portfolio de inversiones financieras como un problema de programación lineal, donde el objetivo es minimizar la máxima pérdida. Este trabajo logra implementar el modelo extrayendo datos de series históricas de precios. Nordin et al. 2021, aplica las mismas técnicas para diseñar un portfolio de inversiones en depósitos a plazo fijo. A diferencia del anterior artículo, se plantea como objetivo maximizar el

retorno total de la inversión. Los autores logran verificar su modelo con una serie de casos de estudio, obteniendo resultados superiores a los alcanzados por los inversores reales. El trabajo de Li et al. 2018, se centra en inversiones en dispositivos de medición PMU<sup>1</sup> para redes eléctricas, sujeto a restricciones financieras y de necesidad de medición. Su modelo minimiza costos, por lo que su objetivo es análogo al del trabajo anterior. Los autores logran reducir el costo de inversión manteniendo el mismo nivel de información, en una batería de casos de estudio. Por último, el artículo de Vesa, 2020, compara el uso de programación lineal contra un análisis manual en base al valor actual neto (VAN). Se destaca el hecho de que, para el modelo de programación lineal, no utiliza el VAN, sino que minimiza el costo total. El autor procede a aplicar ambos métodos en paralelo y plantea algo similar a un árbol de decisión para combinar los resultados. Luego de esto, concluye que dicho método es beneficioso. Sin embargo, no queda claro por qué no se consideró usar el VAN como objetivo del modelo de programación lineal, de manera de unificar los métodos sin definir reglas a posteriori.

Otro enfoque, fuertemente relacionado con la programación lineal, consiste en emplear programación estocástica, la cual incorpora la consideración de incertidumbre a los modelos de programación lineal. Los trabajos de Zhou y Zhang, 2022 y Sawik, 2022, son ejemplos de este acercamiento. En Zhou y Zhang, 2022, se aplica programación estocástica y programación lineal para maximizar el retorno de inversiones en acciones del mercado bursátil chino. Los autores logran verificar las ventajas de su modelo a partir de una implementación real del mismo. El trabajo de Sawik, 2022, hace uso de la programación estocástica para modelar un problema de inversiones en ciberseguridad. Este artículo se plantea minimizar el costo de inversión en medidas de seguridad, así como el costo de potenciales pérdidas provenientes de ataques cibernéticos. El autor consigue desarrollar un modelo eficiente que logra equilibrar restricciones financieras y de seguridad informática.

Por otro lado, existen acercamientos que se alejan de la optimización matemática, empleando técnicas de aprendizaje automatizado, como los trabajos de Lipyanina et al. 2020, Bai y Zhao, 2021, y Izanloo et al. 2022. Lipyanina et al. 2020, aplica ocho algoritmos clásicos de machine learning al problema de evaluar el riesgo de invertir en empresas tecnológicas. Compara sus resultados

---

<sup>1</sup>Un sincrofasor o PMU, es un dispositivo que mide ondas eléctricas. Se utiliza en sistemas de suministro de energía para monitorear el estado de la red.

con el juicio de un grupo de expertos, concluyendo que Support Vector Machines, Random Forest y K Nearest Neighbours son los algoritmos de mejor precisión. El artículo de Bai y Zhao, [2021](#), se plantea un problema similar: la toma de decisiones de un inversionista de riesgo. Se desarrolla una metodología basada en aprendizaje automático que alcanza una *accuracy*<sup>1</sup> promedio de 87%. En el trabajo de Izanloo et al. [2022](#), se estudia el problema de analizar la conveniencia de invertir en energías renovables. Los autores implementan varios algoritmos clásicos, obteniendo una *accuracy* máxima de 94% al aplicar una regresión logística.

### 2.5.2. Modelado agroforestal

Retornando al contexto agroforestal, existen diversos antecedentes de modelado y optimización de inversiones tanto forestales como ganaderas. Algunos ejemplos internacionales son los trabajos de Murphy, [1976](#), Barroso, [2003](#), Bellow et al. [2008](#), Almeida et al. [2017](#), Sabu et al. [2020](#), y Pérez-Zuñiga et al. [2021](#).

Barroso, [2003](#), y Almeida et al. [2017](#), optimizan inversiones en pasturas. En particular, Barroso, [2003](#), emplea optimización dinámica para maximizar la renta por hectárea de un grupo de dehesas<sup>1</sup>, y Almeida et al. [2017](#), programación lineal para maximizar el margen bruto de pasturas del mediterráneo. Ambos trabajos logran implementar modelos concretos con resultados que luego comparan con datos reales, verificando la correctitud de los mismos.

Por otro lado, Pérez-Zuñiga et al. [2021](#), y Murphy, [1976](#), optimizan sistemas forestales. El trabajo de Murphy, [1976](#), construye un modelo de programación lineal para maximizar las ganancias de un sistema forestal. Luego, logra ejecutar dicho modelo para una serie de casos de prueba con diferentes especies forestales. Pérez-Zuñiga et al. [2021](#), por su parte, se enfoca en el problema de optimizar el espaciamiento de plantas de cacao para maximizar la rentabilidad de la plantación. Este artículo cumple con su objetivo, implementando el modelo teórico en GAMS<sup>2</sup> y hallando una solución óptima a una instancia real del problema.

---

<sup>1</sup>La *accuracy* es una medida de evaluación estándar para algoritmos de aprendizaje automático. Se calcula como la cantidad de predicciones correctas sobre el total de predicciones.

<sup>1</sup>Las dehesas son bosques con pastizales, propios de la región mediterránea, donde es común el silvopastoreo.

<sup>2</sup>GAMS es un lenguaje de programación algebraica, similar a AMPL, el lenguaje utilizado en este trabajo.

En lo que respecta a trabajos sobre silvopastoreo o sistemas agroforestales, la literatura existente es menor. Sabu et al. [2020](#), se propone optimizar el retorno neto de lo que denomina sistemas de agricultura integrada (integrated farming) de India. Estos sistemas integran combinaciones poco comunes en el Uruguay, como el cultivo de arroz y la pesca, el cultivo de banana y la lechería, entre otros. El modelo planteado es extremadamente simplista, lo que le quita utilidad como referencia a este artículo. El artículo escrito por Bellow et al. [2008](#), se enfoca en un problema similar, considerando pequeñas granjas subtropicales. Reporta resultados prometedores, pero no presenta la formulación formal del modelo de programación lineal implementado.

Existen, además, algunos trabajos desarrollados en nuestro país, y centrados en la realidad del mismo, como Viana, [2018](#), Dieguez Cameróni et al. [2012](#), Varela, [2019](#), Bussoni, [2019](#), y Bussoni y Varela, [2022](#).

Viana, [2018](#), elabora un modelo de programación lineal para optimizar la planificación de servicios de cosecha forestal. Logra realizar una implementación en AMPL y CPLEX, y ejecutarla con escenarios basados en datos reales del Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca del Uruguay. Concluye que su modelo tiene el potencial de ser utilizado para apoyar la planificación anual de empresas forestales, de manera de llegar a planes más eficientes.

Por otro lado, Dieguez Cameróni et al. [2012](#), diseña un modelo basado en reglas y fórmulas para simular una explotación ganadera. Los resultados obtenidos se adecuan a la realidad, lo cual permite que sea usado como soporte a la toma de decisiones de productores ganaderos.

La tesis de maestría de Varela, [2019](#), desarrolla un modelo de sistemas silvopastoriles, que a partir de la ubicación y ciertos datos de los subsistemas forestales y pastoriles (por ejemplo, el marco de plantación y la categoría animal), proyecta el rendimiento del sistema. Se observa que el modelo es puramente formulista, no implementa técnicas de optimización, sino que implementa una serie de fórmulas que permiten estimar las diferentes variables de salida del modelo.

En relación al trabajo de dicha maestría, un equipo técnico, liderado por la Dra. Adriana Bussoni, desarrolló un sitio web con el fin de simular el retorno de un sistema silvopastoril (Bussoni, [2019](#) y Bussoni y Varela, [2022](#)). Durante este proyecto, se contactó a Bussoni para ahondar en esta línea y relevar información sobre el modelado de este tipo de sistemas.

Es de interés destacar que estos dos últimos trabajos con foco nacional están

ampliamente relacionados con el presente proyecto. Ambos modelan sistemas silvopastoriles basados en la realidad uruguaya, considerando datos acordes y casuísticas propias de nuestro país. Nótese, sin embargo, que parten de la base de aplicar cierta estrategia (sea producción forestal, de forraje, o silvopastoreo), y no se enfocan tanto en la etapa anterior: decidir cuál estrategia utilizar.

### 2.5.3. Silvopastoreo

Para cerrar esta sección, se presentan algunos trabajos sobre el silvopastoreo como práctica agronómica.

Durante el desarrollo de este proyecto se consideraron varios reportes sobre el silvopastoreo y su adopción, tanto regional como global. En este conjunto se encuentran los artículos de Frey et al. 2007, Sancho et al. 2020, Rodríguez-Rigueiro et al. 2021, y Smith et al. 2022. Estos relevan la adopción y características del silvopastoreo en diversas regiones del mundo.

Cabe resaltar el informe de Frey et al. 2007, centrado en Uruguay, ya que no solo expone un análisis profundo sobre el silvopastoreo en nuestro país, sino que recoge y disponibiliza datos estadísticos sobre dichos sistemas.

También es de interés notar los resultados de Rodríguez-Rigueiro et al. 2021, enfocado en la Europa Mediterránea, ya que muestra como los países de esta región aplican varias políticas públicas para fomentar el silvopastoreo, con fines de preservación bioecológica. Este hecho contrasta con la coyuntura del resto del mundo. Según lo investigado en este proyecto, el apoyo estatal a esta práctica es generalmente mínimo o nulo.

Sumado a estos reportes, existen trabajos de corte teórico, como los de Aubron et al. 2013 y Mackay-Smith et al. 2021.

Mackay-Smith et al. 2021, presenta un marco de trabajo para realizar estudios sobre silvopastoreo. Se observa que la poca literatura disponible sobre el tema, hace que trabajos de este tipo tengan mayor significancia. Los autores proponen una metodología para evaluar las necesidades de investigación sobre silvopastoreo. Además, utilizan el marco de trabajo generado en un caso de estudio centrado en Nueva Zelanda.

En una línea similar, el trabajo de Aubron et al. 2013, sugiere avanzar en la hibridación de conocimientos sobre silvopastoreo y recomienda una metodología para esto. Este artículo involucra a expertos del área en la construcción de un modelo conceptual para un software para soporte técnico al silvopastoreo.

Concluye que la metodología presentada les fue útil para generar conocimiento compartido entre distintas disciplinas científicas totalmente separadas, y recomienda aplicarla para articular la participación de técnicos de diversas áreas.

## 2.6. Modelos tomados como base

En el desarrollo de este trabajo no se encontraron modelos para el apoyo a la toma de decisiones de inversión en el ámbito agroforestal lo suficientemente complejos, por lo que se considerará un problema de similares características: la inversión en plantas de generación de energía.

Este es un problema ampliamente estudiado, del cual existen diversas variantes. En esencia, el problema radica en decidir cuanto invertir en una serie de plantas de generación eléctrica para alcanzar ciertos objetivos de generación, minimizando los costos totales. Si nos abstraemos del dominio de aplicación, este problema es prácticamente el mismo que el atacado por este proyecto: se debe distribuir el capital a invertir entre una serie de opciones de manera de optimizar el resultado económico, ateniéndose a ciertas restricciones.

Todas las variantes de este problema consideran un conjunto  $J$  de plantas ya existentes o candidatas a construir. La decisión principal se reduce a planificar la potencia a generar en cada planta, decisión que se representa con la variable  $x_j$ .

La única restricción que se repite en todas las variantes es la de cubrir cierto nivel de demanda energética. Se denomina a este nivel de demanda objetivo como  $D$ .

La versión más simple de este problema se puede modelar como el problema de programación lineal de la ecuación 2.5 (adaptado de Schaeffer y Cherene, 1979).

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{j \in J} (CI(j) + CG(j))x_j \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j \in J} x_j \geq D
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Se denota que en la ecuación 2.5,  $CI(j)$  y  $CG(j)$  representan los costos de inversión y costos operativos por unidad de energía generada.

La virtud de este modelo es su simpleza, lo cual lo hace fácil de entender. Sin embargo, posee varias simplificaciones que esconden complejidades de la realidad. Algunos aspectos ignorados por este modelo son: la tecnología de las plantas (a combustible, hidroeléctrica, nuclear, etc.), el modo o potencia de operación, costos de transmisión y almacenamiento, entre otros.

A continuación se analizan algunos ejemplos de modelos más complejos para este mismo problema.

El modelo propuesto por Wu y Ge, [2012](#) incorpora la noción de modo de operación y de presupuesto de inversión. Se agrega la variable  $y_{i,j}$  que representa la generación planificada para la planta  $j$  en el modo de operación  $i$ . Los costos totales ahora dependen del costo de inversión inicial  $c(j)$  y el costo de producción por modo de operación  $f(i, j)$ . Esto deriva en la siguiente función objetivo.

$$\min \sum_{j \in J} c(j)x_j + \sum_{j \in J, i \in I} f(i, j)y_{i,j} \quad (2.6)$$

A esto se le agrega la restricción de no superar el presupuesto de inversión  $B$ .

$$\sum_{j \in J} c(j)x_j \leq B \quad (2.7)$$

Además, a la restricción de demanda total presente en el resto de los modelos, se le suma una restricción de demanda por modo de operación  $D(i)$ .

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} x_j &\geq D \\ \sum_{j \in J} y_{i,j} &\geq D(i), \forall i \in I \end{aligned} \quad (2.8)$$

Por último, es necesario asociar la potencia instalada  $x_j$  con la potencia planificada para cada modo de operación  $y_{i,j}$ . Para esto se agrega la siguiente restricción.

$$\sum_{i \in I} y_{i,j} \leq x_j, \forall j \in J \quad (2.9)$$

Otro modelo, extraído de Schaeffer y Chereche, [1979](#), además de diferenciar

la potencia instalada de la potencia a generar, incorpora el concepto de antigüedad de la planta ( $v$ ) y el período de planificación ( $t$ ). La función objetivo de este modelo se detalla en la ecuación 2.10.

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} CI(j, t) y_{j,t} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{v=[V,t]} \sum_{h \in H} CG(j, t, v, h) x_{j,t,v,h} \quad (2.10)$$

Se observa que el parámetro  $V$  representa la antigüedad de la planta más antigua. A su vez,  $H$  es el conjunto de posibles niveles de demanda.

Las primeras restricciones de este modelo aseguran que se pueda cubrir la demanda. Se definen  $D(t, h)$  la demanda en el período  $t$  y nivel  $h$ ,  $r$  un parámetro de reserva para prevenir casos atípicos de demanda y  $a(j, v)$  un parámetro que determina que proporción de la capacidad instalada es utilizable según la antigüedad de la planta.

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} a(j, v) y_{j,t} \geq (1 + r) D(t, h); \text{ con } h = \text{nivel máximo} \quad (2.11)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} x_{j,t,v,h} \geq D(t, h); \forall h \in H \quad (2.12)$$

Además, la potencia generada por cada planta no puede exceder la capacidad utilizable.

$$x_{j,t,v,h} \leq a(j, v) y_{j,t}; \forall j \in J, \forall t \in T \quad (2.13)$$

Finalmente, se agregan restricciones para condicionar el uso de ciertos tipos de plantas. Por diversos motivos, podría ser deseable limitar la inversión en alguna tecnología (por ejemplo, por dañar el ambiente) o requerir un nivel de inversión mínimo (por ejemplo, para fomentar el uso de tecnologías sustentables). Con este fin se definen parámetros  $IMIN(j, v)$  y  $IMAX(j, v)$ .

$$IMIN(j, v) \leq y_{j,v} \leq IMAX(j, v) \quad (2.14)$$

Se observa que este problema está ampliamente estudiado. Los modelos presentados exponen diversas ideas sobre como representar este tipo de pro-

blemas y qué restricciones imponer. En el siguiente capítulo, se construirá un modelo de optimización de inversiones agroforestales, tomando varias ideas de los modelos descritos en esta sección.

# Capítulo 3

## Materiales y métodos

El propósito de este capítulo es presentar el desarrollo del modelo de optimización. Se comienza definiendo los factores que considerará el modelo, se prosigue detallando la especificación de este, y por último se describe la metodología utilizada para determinar los parámetros del modelo.

### 3.1. Supuestos del modelo

#### 3.1.1. Contexto

El presente modelo supone el siguiente contexto. El tomador de decisión es un inversor independiente que desea encargarse de la administración total de su establecimiento.

Existe una división del campo en zonas de manejo. Al inversor se le presentan tres alternativas para cada una de estas zonas: forestar completamente, dedicarse a alguna actividad ganadera, o implementar un sistema silvopastoril.

Actualmente, su campo no realiza ninguna actividad, por lo que si se decide forestar, la plantación comenzará desde cero.

#### 3.1.2. Función objetivo

El objetivo de este trabajo es generar un modelo de maximización del beneficio económico de un sistema agroforestal. Para medir dicho beneficio, se utilizará el indicador Valor Actual Neto (VAN), como se define en [Porteiro, 2007](#). Por lo tanto, la medida a maximizar es

$$VAN = \sum_{y=1}^H \frac{R_y - C_y}{(1+i)^y} - I \quad (3.1)$$

donde:

- $H$  es el horizonte de inversión (podría estar expresado en años, semestres, u otra unidad de tiempo)
- $I$  es el costo inicial o la inversión necesaria para establecer el sistema
- $C_y$  es el costo operativo del periodo  $y$ , es decir, los egresos generados en dicho periodo para mantener la inversión
- $R_y$  es el retorno del periodo  $y$ , o sea, los ingresos conseguidos en cada periodo
- $i$  es la tasa de descuento, la razón a la cual el dinero pierde valor en cada periodo transcurrido

Para facilitar el análisis, se considerarán precios constantes al valor del año 2022.

Se tomará como tasa de descuento la tasa de interés promedio del mercado (Porteiro, 2007). De esta manera, se logra representar el costo de oportunidad, es decir, el beneficio que podría recibir el inversionista si utilizara su capital para una inversión financiera tradicional (por ejemplo, bonos del gobierno).

### 3.1.3. Factores considerados

Tanto costos como ingresos están determinados por diversos factores, que a su vez dependen del sistema agroforestal del que se trate. Se considerarán por separado los factores relacionados al componente forestal y al componente pastoril. Se supone que los factores que afectan a los sistemas silvopastoriles serán la unión de los factores de cada componente.

#### 3.1.3.1. Componente forestal

Durante la etapa de relevamiento se identificaron varios aspectos a considerar en un sistema forestal. A continuación se detallan los más destacados, que serán incluidos en el modelo final.

**Especie plantada.** La especie a plantar es la decisión fundamental a la hora de diseñar un sistema forestal. En el Uruguay las especies con mayor

proliferación son las del género *Eucalyptus* (*grandis*, *dunni* y *globulus*) y *Pinus* (*taeda* y *elliottii*). Cada especie tiene su propio costo, tiempo de cosecha y precio de venta.

**Marco de plantación.** La segunda decisión de diseño más importante es el marco de plantación. Implica especificar la disposición física de los árboles plantados. Esto, a su vez, determina la densidad de árboles por hectárea, lo cual impacta en el beneficio por hectárea del sistema.

**Tipo de suelo.** El tipo de suelo es un condicionante clave del sistema. Determina que especies pueden ser plantadas y afecta altamente al rendimiento de la plantación.

### 3.1.3.2. Sistemas pastoriles

También se relevaron distintos aspectos a considerar de los sistemas pastoriles, los cuales se presentan debajo.

**Especie de ganado.** De manera análoga al caso forestal, la especie de ganado es la principal decisión a tomar en un sistema pastoril. El principal ganado de pastoreo es el vacuno (por ejemplo Hereford y Aberdeen Angus) y el ovino (por ejemplo Merino y Corriedale).

**Especie forrajera.** El ganado no es el único ser vivo a implantar en un sistema pastoril. También es de interés definir que especie forrajera se sembrará, ya que esto definirá los costos de manutención de la pradera y la cantidad de forraje producido. Algunas especies utilizadas en Uruguay son el trébol blanco, la alfalfa, la festuca y la achicoria. También es posible no realizar ninguna siembra, valiéndose de la pastura que crece naturalmente en el predio. Esta práctica se denomina pastoreo a campo natural.

**Porcentaje de pasturas.** El porcentaje de la tierra apta para pastoreo determina la carga soportada por dicho sistema, es decir, cuantas cabezas de ganado podrá soportar. En un sistema silvopastoril, este porcentaje puede verse afectado por la densidad de árboles plantados. Esta densidad depende del marco de plantación empleado.

## 3.2. Especificación del modelo

En esta sección se presentará la especificación del modelo desarrollado en este trabajo. Se especificarán parámetros, variables, objetivo y restricciones.

### 3.2.1. Parámetros del modelo

El presente modelo parte de un sistema agroforestal dividido en zonas de manejo. Sea  $\mathbf{Z}$  el **conjunto de zonas de manejo agroforestal** a considerar. Se define además  $\mathbf{T}(z)$  el **tamaño** en hectáreas y  $\mathbf{S}(z)$  el **tipo de suelo** de la zona  $z$ . El modelo supone que las zonas recibidas son solo las zonas explotables del establecimiento.

Por diversos motivos, la implantación de un sistema forestal o ganadero puede estar restringida en ciertas zonas. Por ejemplo, una ley podría limitar la producción ganadera en cierta región o el dueño del campo puede prohibir la forestación para evitar el desgaste del suelo. Para representar esto se definen parámetros binarios  $\mathbf{A}^s(\mathbf{z})$ , que representan si **la actividad  $s$  está aceptada en la zona  $z$**  (donde  $s = f$  es la actividad forestal y  $s = p$  la pastoril o ganadera).

Respecto a los factores forestales, se definen  $\mathbf{E}_f$  el **conjunto de especies forestales posibles** y  $\mathbf{M}$  el **conjunto de marcos de plantación considerados**.

Por otra parte, para el componente pastoril se definen  $\mathbf{E}_g$  el **conjunto de especies ganaderas contempladas** y  $\mathbf{E}_p$  el **conjunto de posibles especies forrajeras**.

Para modelar sistemas puramente forestales o puramente ganaderos, los conjuntos de especies incluyen la especie  $\epsilon$ , que representa la no inclusión de una componente forestal o pastoril. A su vez, se define el marco de plantación  $\emptyset$  con el mismo propósito.

Como se detalló anteriormente, el beneficio del sistema se compone de costos y retornos, que a su vez pueden provenir del componente forestal o del componente pastoril. Sean  $\mathbf{I}^s$  la **inversión inicial**,  $\mathbf{C}^s$  el **costo operativo por periodo** y  $\mathbf{R}^s$  los **ingresos por periodo**, donde el superíndice  $s$  representa la componente del sistema asociada ( $f$  para lo forestal y  $p$  para lo pastoril).

Se busca considerar que el inversor no tiene fondos ilimitados. Sea  $\mathbf{P}_0$  el **presupuesto inicial de inversión** y  $\mathbf{P}_y$  el **presupuesto para cada periodo operativo  $y$** .

Por último, para calcular el VAN, que es el indicador clave de este modelo, es necesario definir una **tasa de descuento  $i$** .

### 3.2.2. Variables del modelo

Este modelo se plantea una única variable binaria  $\mathbf{x}_{z,e,m,g,p}$ , que representa la decisión de implantar o no un sistema agroforestal con la especie forestal  $e$ , marco de plantación  $m$ , especie ganadera  $g$  y especie forrajera  $p$  en la zona  $z$ .

### 3.2.3. Definición del problema de programación lineal entera

Se plantea el siguiente problema de programación lineal entera. La función objetivo incorpora los ingresos y egresos generados por las componentes forestales y pastoriles de cada zona de manejo para determinar el VAN.

$$\begin{aligned}
max \sum_{y=1}^H \sum_{z \in Z} \sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} ( & \\
& (R^f(e, m, S(z), y) - C^f(e, m, S(z), y))T(z)(1+i)^{-y}x_{z,e,m,g,p} \\
& + (R^p(g, p, m, S(z), y) - C^p(g, p, m, S(z), y))T(z)(1+i)^{-y}x_{z,e,m,g,p} \\
& ) \\
- \sum_{z \in Z} \sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} ( & \\
& I^f(e, m, S(z))T(z)x_{z,e,m,g,p} + I^p(g, p, m, S(z))T(z)x_{z,e,m,g,p} \\
& ) & \\
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Se definen restricciones para evitar tomar más de una decisión por zona. Nótese que el modelo permite dejar zonas sin ningún sistema asignado.

$$\sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} x_{z,e,m,g,p} \leq 1; \forall z \in Z \tag{3.3}$$

También se definen restricciones para que las decisiones tomadas cumplan con las actividades aceptadas para cada zona.

$$\sum_{f \in E_f - \{e\}} \sum_{m \in M - \{\emptyset\}} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} x_{z,e,m,g,p} \leq A^f(z); \forall z \in Z \tag{3.4}$$

$$\sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g - \{\epsilon\}} \sum_{p \in E_p - \{\epsilon\}} x_{z,e,m,g,p} \leq A^p(z); \forall z \in Z \quad (3.5)$$

A su vez, se incorpora una restricción presupuestaria sobre la inversión inicial y otra sobre el balance operativo del sistema.

$$\sum_{z \in Z} \sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} (I^f(e, m, S(z)) + I^p(g, p, m, S(z))) T(z) x_{z,e,m,g,p} \leq P_0 \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{z \in Z} \sum_{f \in E_f} \sum_{m \in M} \sum_{g \in E_g} \sum_{p \in E_p} \\ & (C^f(e, m, S(z), y) + C^p(g, p, m, S(z), y) - R^f(e, m, S(z), y) - R^p(g, p, m, S(z), y)) \\ & \quad \times T(z) x_{z,e,m,g,p} \leq P_y \\ & \quad \forall y = 1, \dots, H \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.3. Determinación de parámetros

En esta sección se detallan los cálculos utilizados para determinar los parámetros del problema, es decir, los costos e ingresos de las componentes de un sistema silvopastoril, basándose en los factores considerados por el modelo.

Las estimaciones descritas a continuación se basan en varias fuentes, entre ellas: la Tercer Encuesta de Servicios Forestales del Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca (Boscana y Arriaga, 2021), la documentación de las herramientas del SAG Eucalyptus (Methol, 2008), el simulador web SimuladorForestalGanadero (Bussoni, 2019, Bussoni y Varela, 2022), los promedios históricos de remates de ganado de Pantalla Uruguay (“Pantalla Uruguay”, 2022), una consultoría sobre sistemas silvopastoriles realizada para el MGAP (Sancho et al. 2020), un libro de manejo de pasturas del Plan Agropecuario (Perrachón, 2015) y datos de siembras de la Unión Rural de Flores (URF, 2020). También se consultó a expertos del área, que aportaron no solo datos, sino que su conocimiento sobre la realidad de los agronegocios uruguayos.

Vale aclarar que en los casos que no se pudo encontrar la información

suficiente, se llevaron a cabo conjeturas fundamentadas en el conocimiento adquirido durante el desarrollo de este trabajo.

Para varios de los cálculos que se presentarán a continuación es necesario conocer la densidad de plantación expresada en plantas por hectárea (pl/Ha). Se define  $d(m)$  como la densidad de plantación en función del marco de plantación  $m$ .

### 3.3.1. Contexto

Debido a la poca disponibilidad de datos, la tarea de determinar los parámetros del modelo se hace extremadamente compleja. Para facilitar este proceso, se considerará una realidad menos genérica de la que soportaría el modelo planteado.

Se considerarán las especies forestales *eucalyptus grandis* y *eucalyptus dunnii*, bajo el entendido de que son las más comunes en este tipo de sistemas. Además, se supone que el destino final de la madera producida será la venta para producción de celulosa.

Respecto a los tipos de suelo, se considerarán regiones del Uruguay, extraídas de Bussoni y Varela, 2022.

Se supondrá un campo sin ninguna plantación activa al inicio. Esto implica que, si se decide forestar, la edad de la plantación al inicio será de cero años. Además, se supondrá que la incorporación de la componente forestal será completa en el año 0, no contemplando casos de incorporación por etapas (por ejemplo, plantar la mitad de las hectáreas en el año 0 y el resto en el año 5).

En cuanto a las especies o razas de ganado, se considerarán promedios de las razas vacunas para producción de carne tradicionales del Uruguay: *Hereford* y *Aberdeen Angus*. En cuanto a categorías animales, se contemplarán terneros, novillos y vacas de invernada.

Existen varias actividades ganaderas que se pueden desarrollar dentro de un sistema de pastoreo, pero este trabajo se limitará a considerar ciclos de engorde de ganado vacuno de un año de duración.

Se supone un horizonte de inversión de 10 años, lapso que coincide con un turno de cosecha de eucalipto para celulosa.

### 3.3.2. Inversión inicial forestal

La inversión inicial para la componente forestal consta de tres grandes etapas: preparación del sitio, plantación y post-plantación.

La preparación del sitio consiste en limpiar el terreno, marcar los rodales, hacer un control de malezas, insectos y tocones y arar el suelo (desolado y laboreos). Todos estos servicios tienen un costo por hectárea asociado. Además, se deben comprar herbicidas e insecticidas.

La plantación consiste en la instalación de plantines en un suelo previamente preparado. Los costos de este servicio dependen de la cantidad de plantas. A su vez, es necesario comprar fertilizante. El costo de los plantines dependerá de la especie seleccionada.

La etapa de post-plantación implica mantener los controles de malezas e insectos (especialmente hormigas).

Es sencillo obtener datos sobre los costos de la preparación del sitio y el laboreo. El costo de plantación dependerá de la densidad de la misma, pero para simplificar se supondrá un costo por planta de US\$ 0,21. Por lo tanto, para este trabajo se supondrán los costos presentados en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1:** Costos supuestos para las principales actividades iniciales de la forestación

Actividad	Costo estimado (US\$/ha)
Preparación del sitio	302
Laboreo	74
Plantación	$0,21 \times d(m)$

Por ejemplo, bajo estos supuestos, la inversión inicial por hectárea de una plantación con  $d(m) = 1250pl/ha$  es de US\$ 638,5. Para un campo de 350 hectáreas, la inversión total sería de US\$ 223.475.

### 3.3.3. Costo operativo forestal

Luego de la plantación, existen dos actividades en la operativa de los sistemas forestales: el mantenimiento y la cosecha.

El mantenimiento consiste en realizar control de insectos y malezas, podas y raleos, servicios que tendrán diferente costo según la especie plantada. A su vez, las podas y raleos se cobran por árbol.

Debido a que se supone la producción de madera para celulosa, no se considerarán raleos ni podas, ya que estas actividades no se llevan a cabo para maderas con este uso.

La cosecha es la actividad final de una inversión forestal. El costo de la misma depende del destino final de la madera, ya que el procedimiento de cosecha y extracción cambia según si la madera es para celulosa o para aserrío. A su vez, el servicio de cosecha se cobra por volumen total, y este también depende del tipo de cosecha (se espera un mayor volumen en madera para aserrío). Posterior a la cosecha se debe extraer y cargar la madera y transportarla al destino, lo cual también supone costos por cada  $m^3$  producido.

El costo del transporte forestal depende de la distancia entre el campo y el destino de la venta. Para simplificar, se definirá un costo fijo de US\$ 15 por metro cúbico. Esta estimación surge de restarle al precio de venta en destino relevado, el costo de cosecha, carga y extracción, y el precio de venta en pie <sup>1</sup> a una distancia promedio. Se asume un precio de venta en pie de US\$ 25, que corresponde a valores relevados en el litoral del país.

Para estimar el volumen a cosechar se realiza la siguiente estimación. Se supone una tasa de mortalidad anual del 2% y un volumen por árbol a los 10 años de  $0,20m^3$  para *eucalyptus grandis* y  $0,18m^3$  para *eucalyptus dunni*. Se supone además un efecto por el tipo de suelo basado en los datos de productividad que se detallan en la Sección 3.3.5 (ver Tabla 3.2). En la Tabla 3.3 se detalla la estimación del volumen en función de la especie y suelo. Por ejemplo, una plantación en el centro sur de  $1250pl/ha$  de *eucalyptus grandis* produciría  $204,3m^3/ha$ . Llevado a un campo de  $350ha$ , el rendimiento sería de  $71.494m^3$ .

**Tabla 3.2:** Efecto porcentual sobre el volumen producido por el tipo de suelo

Región	Efecto (%)
Basalto	-11
Centro sur	0
Colinas del este	+12
Cuenca litoral	-6
Cuenca noroeste	+5
Sierras del este	+7
Sistema de planicies	-1

<sup>1</sup>Venta de madera sin cosechar, no incluye los costos de cosecha, carga, extracción y transporte.

**Tabla 3.3:** Volumen por árbol ( $m^3$ ) a los 10 años en función de la especie y el suelo

Región	<i>Eucalyptus grandis</i>	<i>Eucalyptus dunnii</i>
Basalto	0, 178	0, 16
Centro sur	0, 20	0, 18
Colinas del este	0, 224	0, 202
Cuenca litoral	0, 188	0, 169
Cuenca noroeste	0, 21	0, 189
Sierras del este	0, 214	0, 193
Sistema de planicies	0, 198	0, 178

En la Tabla 3.4 se resumen los costos supuestos en este trabajo. Se aclara que se supone un turno de cosecha de 10 años. El término  $V$  es el volumen por hectárea estimado como se detalló anteriormente.

**Tabla 3.4:** Costos supuestos para las principales actividades operativas de la forestación

Actividad	Costo estimado (US\$/ha)
Control de hormigas	43
Control de malezas	52
Cosecha, extracción y carga	$14 \times V$
Flete	$15 \times V$

Por ejemplo, para una plantación de eucaliptus grandis de 1250pl/ha en el centro sur del país, el costo operativo anual por hectárea sería de US\$ 95, los años en que no se realiza la cosecha final. El año de la cosecha este valor ascenderá a US\$ 6.018, 77. En un campo de 350 hectáreas, los costos totales serían de US\$ 33.250 y US\$ 2.106.572, 25 respectivamente.

### 3.3.4. Retorno forestal

El cierre de la inversión forestal se da al momento de la venta de la madera producida. Es en dicho momento cuando se obtiene el retorno de la inversión.

El precio de venta de los productos maderables depende fuertemente del uso de estos. Se trabajará bajo el supuesto de que el destino de la madera será la producción de celulosa.

Las ventas normalmente se realizan por volumen (en metros cúbicos). Todo el análisis realizado en la sección anterior sobre el cálculo de volúmenes también aplica en esta sección. En la Tabla 3.5 se detallan los precios estimados.

**Tabla 3.5:** Precios de venta por metro cúbico según especie

<b>Especie</b>	<b>Precio (US\$/m<sup>3</sup>)</b>
Eucalyptus grandis	60
Eucalyptus dunni	55

Por ejemplo, una plantación de eucalyptus grandis de 1250pl/ha en el centro sur generaría un ingreso por ventas de US\$ 12.256,09 por hectárea. Un campo de 350 hectáreas totalizaría un ingreso de US\$ 4.289.632.

### 3.3.5. Inversión inicial ganadera

La inversión inicial de la componente ganadera depende de la especie y de la actividad ganadera desarrollada (cría, engorde, lechería, entre otros). Sin embargo, todos los casos comparten una característica: la principal inversión inicial está en la compra del ganado. El costo por hectárea dependerá entonces de la cantidad de cabezas de ganado por hectárea, que a su vez dependerá de la producción de materia seca de las pasturas. La producción de materia seca queda determinada por el porcentaje de pastura disponible y el tipo de pastura.

Para estimar el porcentaje disponible de pasturas, se considera la siguiente simplificación. Suponiendo que la máxima densidad de plantación posible es de 2000 pl/ha y la mínima es de 0 pl/ha, se estima el porcentaje de pasturas disponible para dichos casos en 0% y 100% respectivamente. Para las densidades intermedias, se interpola. Por ejemplo, para una densidad de plantación de 1000 pl/ha, el porcentaje de pasturas disponible sería del 50%.

El otro componente de la producción de materia seca, y también de la inversión inicial, es la siembra de pastura. Para simplificar el análisis, se considerará como caso base la pastura a campo natural, y luego se plantearán casos de siembra de pasto mejorado. Esto implica que las especies de pradera posibles (trébol, alfalfa, etc.) se abstraerán en opciones de mejora del pasto (pasto mejorado 5%, mejorado 10%, etc.). El porcentaje de mejora hace referencia a la mejora en producción de materia seca respecto al campo natural. Por ejemplo, si se espera que un establecimiento del centro sur del país a campo natural genere 10Kg de materia seca por día en otoño, el pasto mejorado 10% generaría 11Kg/día.

Suponiendo que una unidad de ganado necesita 7,6Kg de materia seca

por día, es decir,  $2.774Kg$  por año, podemos estimar las unidades de ganado soportadas por hectárea según la región del país. No obstante, es riesgoso instalar un rodeo que coincida con la capacidad del campo, ya que esta es altamente sensible a condiciones climáticas y variaciones estacionales. Es por esto que se considerará la capacidad segura del campo, definida como el 50 % de la capacidad ideal. Esta estimación se detalla en la Tabla 3.6. A partir de estos valores, podemos extrapolar la carga soportada por hectárea para un campo según el porcentaje de pasturas disponibles y el tipo de pasturas.

**Tabla 3.6:** Producción de materia seca anual y unidades de ganado soportadas por hectárea según región

Región	P.M.S. (Kg/ha)	C. ideal (UG/ha)	C. segura (UG/ha)
Basalto	4.073,9	1,47	0,74
Centro Sur	4.599,1	1,66	0,83
Colinas del este	5.185,7	1,87	0,94
Cuenca litoral	4.325	1,56	0,78
Cuenca Noroeste	4.855,7	1,75	0,88
Sierras del este	4.923	1,77	0,89
Sistema de planicies	4.553,9	1,64	0,82

Para determinar el costo de siembra se toma como referencia el costo de combinaciones de pastura usuales, obteniendo los precios de la Tabla 3.7.

**Tabla 3.7:** Costos de siembra por especie

Pastura	Precio (US\$/ha)
Campo natural	0
Pasto mejorado 25 %	200
Pasto mejorado 50 %	375

El precio del ganado es por peso. Se tomarán los precios por kilogramo y categoría animal basados en promedios de remates de ganado vacuno Hereford y Aberdeen Angus. Para calcular el costo inicial se supondrán valores de peso promedio al momento de compra, para así poder estimar el costo por unidad de ganado. Los precios se detallan en la Tabla 3.8.

Por ejemplo, si se tiene un establecimiento de 350 hectáreas a campo natural en el centro sur del país, donde se quiere engordar vacas de invernada, se invertiría en 290 cabezas de ganado por US\$ 245.065,8.

**Tabla 3.8:** Costos ganaderos según categoría animal

Categoría	Precio (US\$/Kg)	Peso inicial (Kg)	Precio (US\$/UG)
Novillos 1 año	2,75	240	660
Novillos +2 años	2,69	330	887,7
Terneros	3,06	70	214,2
Vacas de invernada	2,22	380	843,6

### 3.3.6. Costo operativo ganadero

Se supondrá un ciclo de engorde de un año. Esto implica que todos los años se debe invertir en la reposición de ganado. Los costos son iguales a los ya planteados en la sección anterior.

Respecto a la siembra de pasturas, se considerarán ciclos de siembra de 3 años, por lo que se incurrirá en el mismo costo de la inversión inicial en los años 3, 6 y 9.

### 3.3.7. Retorno ganadero

Siguiendo con la suposición de ciclos de engorde anuales, todos los años se liquidará ganado y se obtendrá cierto retorno. Suponiendo una ganancia anual de 120Kg, se llega a los precios de venta de la Tabla 3.9.

Notar que con el transcurso de un año, el ganado pasa a la categoría siguiente. Por ejemplo, los terneros pasan a ser novillos de 1 año.

**Tabla 3.9:** Precios de venta según categoría animal

Categoría	Peso final (Kg)	Precio (US\$/UG)
Novillos 1 año	360	968,4
Novillos +2 años	450	1.170
Terneros	190	522,5
Vacas de invernada	500	1.110

Por ejemplo, si se tiene un establecimiento de 350 hectáreas a campo natural en el centro sur del país, donde se quiere engordar vacas de invernada, se tendría un rodeo de 290 cabezas de ganado, lo que implicaría un ingreso por ventas de US\$ 322.455.

### 3.3.8. Tasa de descuento

La tasa de descuento  $i$  es empleada en el cálculo del VAN para aplicar un descuento al valor de los flujos de caja a medida que pasa el tiempo. Se define  $i = 4,5\%$ .

Este valor de  $i$  es representativo de los dos propósitos de aplicar una tasa de descuento. Un posible objetivo es representar el costo de oportunidad, en caso de que el capital sea propiedad del inversor. El otro objetivo es representar el interés de la línea de crédito, en caso de que el capital no sea del inversor y se pida un préstamo.

## 3.4. Codificación del modelo

A partir de la especificación abstracta del modelo y de la metodología de determinación de coeficientes, es posible construir una representación codificada del modelo para luego alimentar a un software de resolución de problemas de optimización.

En este proyecto se desarrolló una codificación del modelo en el lenguaje de programación algebraica AMPL. En el Anexo 1 se adjunta el archivo principal del modelo. A su vez, es posible acceder a él en este repositorio: <https://gitlab.fing.edu.uy/rodrigo.conde/silvopasture-optimization>.

# Capítulo 4

## Evaluación experimental

Con el fin de evaluar el comportamiento y la performance del modelo, se diseñó y ejecutó una batería de 56 casos de prueba. Este capítulo describe dichos casos y presenta los resultados obtenidos.

### 4.1. Diseño de pruebas

Antes que nada, será de utilidad repasar los datos de entrada del modelo, ya que el diseño de los casos de prueba se basará en la variación de los mismos. Los datos de entrada del modelo son los siguientes:

- Lista de zonas con los siguientes datos:
  - Nombre
  - Tamaño
  - Tipo de suelo
  - ¿Acepta actividad forestal?
  - ¿Acepta actividad ganadera?
- Presupuesto de inversión
- Presupuesto operativo de cada año

Para poder cubrir los distintos objetivos de evaluación, se diseñaron tres grupos de casos de prueba: pruebas realistas, pruebas de sensibilidad y pruebas de performance.

### 4.1.1. Pruebas realistas

El objetivo de estas pruebas es obtener información sobre el comportamiento del modelo frente a casos lo más parecido a la realidad posible.

Para lograr esto, se utilizaron los datos del Geoportal Forestal del Uruguay (“Geoportal Forestal”, 2022). En particular, se consideraron varios establecimientos reales, obteniendo de dicha fuente las zonas definidas en los mismos y sus tamaños. A partir de la ubicación, se determinó la región a la cual pertenecen, y por ende su tipo de suelo.

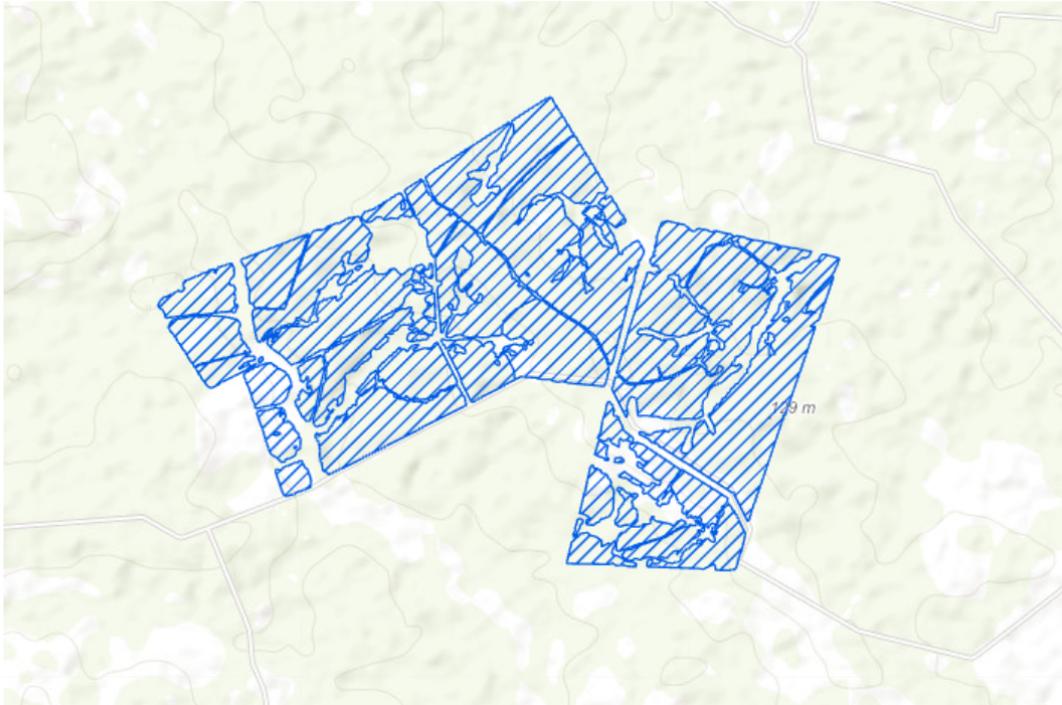
**Tabla 4.1:** Establecimientos reales considerados

Establecimiento	Departamento	Z	Suelo (región)	Hectáreas	Coordenadas (S, W)
1	Florida	2	Centro sur	33,96	33°48'10.8" 56°04'08.4"
2	Rocha	8	Colinas del este	25,47	34°22'33.6" 54°19'58.8"
3	Florida	23	Centro sur	180,81	33°39'57.6" 55°36'50.4"
4	Maldonado	42	Sierras del este	337,17	34°41'24.0" 55°08'20.4"



**Figura 4.1:** Imagen satelital del establecimiento 4 (extraída de Google Maps)

Para tener una referencia de presupuesto inicial, se calculó la inversión necesaria para forestar y para practicar ganadería con la mayor intensidad posible en cada establecimiento. Se toma el máximo de estos valores como



**Figura 4.2:** Zonificación del sistema silvopastoril del establecimiento 4 (extraída de “Geoportal Forestal”, 2022)

un presupuesto alto. Probar con presupuestos más altos no cambiaría nada, debido a que ese dinero ya permite elegir cualquier opción de inversión. Se considera como presupuesto intermedio el 50 % del presupuesto alto.

De manera análoga, se calcula el balance operativo de cada actividad y establecimiento y se plantean tres niveles presupuestarios. El nivel más alto se define como el presupuesto necesario para mantener una inversión forestal. El nivel intermedio se toma como el 50 % del presupuesto alto. Por último, el nivel bajo se fija en 0, lo cual representa que el inversor no soporta balances negativos en ningún año.

Todas las zonas de los establecimientos considerados aceptan forestación, ya que el relevamiento realizado para obtenerlas solo consideró zonas de forestación o silvopastoreo. Respecto a si aceptan ganadería, no se tiene información. Con fines de experimentación, se considerarán casos en los que no se tiene ninguna limitación, y casos en los que se definen limitaciones para algunas zonas de manera totalmente arbitraria.

En la Tabla 4.2 se detallan los casos de prueba de esta sección.

**Tabla 4.2:** Casos de prueba realistas

Caso	Establecimiento	$P_0$ (US\$)	$P_y$ (US\$)	¿Acepta forestación?	¿Acepta ganadería?
1	1	28.000	3.500	Todas las zonas	Todas las zonas
2	1	28.000	1.750	Todas las zonas	Todas las zonas
3	1	28.000	0	Todas las zonas	Todas las zonas
4	1	14.000	1.750	Todas las zonas	Todas las zonas
5	1	14.000	0	Todas las zonas	Todas las zonas
6	2	20.500	2.500	1 zona no	1 zona no
7	2	20.500	1.250	1 zona no	1 zona no
8	2	20.500	0	1 zona no	1 zona no
9	2	10.200	1.250	1 zona no	1 zona no
10	2	10.200	0	1 zona no	1 zona no
11	3	150.000	18.000	3 zonas no	3 zonas no
12	3	150.000	9.000	3 zonas no	3 zonas no
13	3	150.000	0	3 zonas no	3 zonas no
14	3	72.000	9.000	3 zonas no	3 zonas no
15	3	72.000	0	3 zonas no	3 zonas no
16	4	270.000	33.000	5 zonas no	5 zonas no
17	4	270.000	16.500	5 zonas no	5 zonas no
18	4	270.000	0	5 zonas no	5 zonas no
19	4	135.000	16.500	5 zonas no	5 zonas no
20	4	135.000	0	5 zonas no	5 zonas no

#### 4.1.2. Pruebas de sensibilidad

El propósito de estas pruebas es analizar la sensibilidad de la solución en función de los parámetros de entrada. Para esto, se fijan todos los parámetros y se hace variar uno a la vez. De esta manera, es posible observar como afecta cada parámetro a la solución encontrada por el modelo.

Se toman como punto de partida los establecimientos reales considerados para los casos realistas. En particular, se toman las zonas del establecimiento 4 como caso base. Para hacer variar la cantidad de zonas, se utiliza la estructura de los otros establecimientos.

Para variar los suelos, considerando la productividad de cada región presentada en el capítulo anterior, se define al suelo de colinas del este como el de máximo rendimiento, el de la región centro sur como de rendimiento medio y el de basalto como el de rendimiento mínimo. Como los tipos de suelos considerados constituyen regiones del país, es poco probable que se dé que un campo posea zonas con distintos suelos. Sin embargo, el modelo podría usarse

para tomar decisiones sobre más de un campo, por lo que las zonas podrían estar distanciadas geográficamente. A su vez, es posible alimentar al modelo con tipos de suelos más específicos (por ejemplo, empleando el índice CONEAT), para los cuales sería realista tener zonas adyacentes con suelos distintos. Por lo tanto, se diseñan casos de prueba con zonas con diferentes tipos de suelos.

Respecto a lo presupuestal, se mantienen los supuestos realizados para los casos realistas, pero se incorporan nuevos casos. A partir del presupuesto inicial alto, se consideran niveles del 80 %, 60 %, 40 % y 20 %. Para los presupuestos operativos, se consideran los tres niveles planteados en la sección anterior. Además, se construyen dos casos en los cuales el presupuesto anual no es igual para todos los años. El primer caso plantea una disminución lineal entre el presupuesto máximo y el mínimo. El segundo plantea una evolución parabólica del presupuesto, iniciando y terminando con el presupuesto máximo, pero con un mínimo en el año 5.

En cuanto a las actividades permitidas, se incluyen casos mixtos, de prohibición total y de ninguna prohibición.

El detalle del plan de pruebas se detalla en la Tabla 4.3. En cursiva se destacan los parámetros que se están haciendo variar en cada caso.

### 4.1.3. Pruebas de performance

Además de entender el comportamiento de las soluciones propuestas, también es de especial importancia analizar la performance del modelo. Un modelo muy preciso pero imposible de ejecutar no tiene demasiada utilidad. Este aspecto se torna aún más interesante considerando que el problema de resolver modelos de programación entera mixta es NP-completo (Karp, 1972).

Con el fin de comprobar la performance del modelo construido, se desarrollaron una serie de casos de prueba de tamaños superiores a los anteriormente presentados.

Se observa que los parámetros que hacen aumentar la cantidad de variables y de restricciones, aumentando así la complejidad del cómputo, son los conjuntos de especies, tipos de suelos, zonas, y marcos de plantación. Nótese que, de la manera que se determinaron, dichos conjuntos no superan la decena de posibilidades. Esto se debe a que es necesario tener datos de una gran cantidad de variables agronómicas para poder abarcar más alternativas. No obstante, en la práctica es poco probable que un inversor desee seleccionar entre miles

**Tabla 4.3:** Casos de prueba de sensibilidad

Caso	Z	Suelo	P <sub>0</sub>	P <sub>y</sub>	Limitaciones
1	42	<i>Rendimiento máximo</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
2	42	<i>Rendimiento medio</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
3	42	<i>Rendimiento mínimo</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
4	42	<i>50 % máximo 50 % mínimo</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
5	42	<i>Tercios iguales</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
6	42	<i>Mixto (promedio bueno)</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
7	42	<i>Mixto (promedio malo)</i>	270.000	16.500	Algunas de ambas
2	42	Rendimiento medio	<i>270.000</i>	16.500	Algunas de ambas
8	42	Rendimiento medio	<i>216.000</i>	16.500	Algunas de ambas
9	42	Rendimiento medio	<i>162.000</i>	16.500	Algunas de ambas
10	42	Rendimiento medio	<i>108.000</i>	16.500	Algunas de ambas
11	42	Rendimiento medio	<i>54.000</i>	16.500	Algunas de ambas
12	42	Rendimiento medio	270.000	<i>33.000</i>	Algunas de ambas
2	42	Rendimiento medio	270.000	<i>16.500</i>	Algunas de ambas
13	42	Rendimiento medio	270.000	0	Algunas de ambas
14	42	Rendimiento medio	270.000	$33000 - 3667 \times (y - 1)$	Algunas de ambas
15	42	Rendimiento medio	270.000	$1320 \times (y - 5)^2$	Algunas de ambas
16	42	Rendimiento medio	270.000	16.500	<i>Ninguna</i>
17	42	Rendimiento medio	270.000	16.500	<i>Forestación 100 % prohibida</i>
18	42	Rendimiento medio	270.000	16.500	<i>Ganadería 100 % prohibida</i>
2	42	Rendimiento medio	270.000	16.500	<i>Algunas de ambas</i>
19	2	Rendimiento medio	28.000	1.750	Algunas de ambas
20	8	Rendimiento medio	20.500	1.250	Algunas de ambas
21	23	Rendimiento medio	150.000	9	Algunas de ambas
2	42	Rendimiento medio	270.000	16.500	Algunas de ambas

de razas de ganado o de especies forestales, ya que el contexto restringirá estas posibilidades.

Para fabricar casos con mayor complejidad computacional que mantengan cierta plausibilidad, se plantea la siguiente metodología basada en la consideración de valores de referencia para la construcción de valores artificiales. En concreto, se considerarán especies, suelos y marcos de plantación artificiales. Se comienza por tomar como referencia los costos y rendimientos de una combinación para la cual se tengan datos. En la Tabla 4.4 se presentan los datos de referencia. Luego, se define para cada combinación artificial costos y rendimientos aleatorios con una distribución normal de media el valor de referencia y varianza su 20 %.

Por ejemplo, el valor de referencia para la inversión inicial forestal es US\$

638, 5, por lo que todos los coeficientes  $I_f$  serán valores con distribución normal  $N(638, 5; 127, 7)$ .

**Tabla 4.4:** Datos de referencia para plantear los casos de prueba de performance

Parámetro	Descripción	Valor de referencia
$T$	Tamaño de cada zona	10
$I_f$	Inversión inicial forestal	638,5
$C_f[y < H]$	Costo operativo forestal	95
$C_f[H]$	Costo operativo forestal en año de cosecha	6.018,77
$R_f$	Retorno forestal	12.256,09
$I_p$	Inversión inicial ganadera	845
$C_p$	Costo operativo ganadero	845
$R_p$	Retorno ganadero	1.111,91

La Tabla 4.5 muestra el detalle de los casos de prueba diseñados. En cursiva se indica el parámetro que se hace variar en cada caso. Los títulos de las columnas utiliza la misma notación usada en la especificación del modelo.

**Tabla 4.5:** Casos de prueba para evaluar la performance

Caso	$ Z $	$ E_f $	$ E_g $	$ E_p $	$ M $	$ S $	$H$
1	<i>20</i>	20	20	20	20	20	20
2	<i>100</i>	20	20	20	20	20	20
3	<i>200</i>	20	20	20	20	20	20
4	20	<i>100</i>	20	20	20	20	20
5	20	<i>200</i>	20	20	20	20	20
6	20	20	<i>100</i>	20	20	20	20
7	20	20	<i>200</i>	20	20	20	20
8	20	20	20	<i>100</i>	20	20	20
9	20	20	20	<i>200</i>	20	20	20
10	20	20	20	20	<i>100</i>	20	20
11	20	20	20	20	<i>200</i>	20	20
12	20	20	20	20	20	<i>100</i>	20
13	20	20	20	20	20	<i>200</i>	20
14	20	20	20	20	20	20	<i>100</i>
15	20	20	20	20	20	20	<i>200</i>

## 4.2. Resultados obtenidos

Esta sección presenta los resultados obtenidos al ejecutar los casos de prueba descritos en la sección anterior.

Todas las pruebas fueron realizadas en la plataforma de computación de alto desempeño del Centro Nacional de Supercomputación (ClusterUY) (Nesmachnow y Iturriaga, 2019). La misma ofrece el mayor poder de cómputo disponible en el país. En particular, para las ejecuciones de este trabajo, se utilizaron servidores con procesadores Xeon Gold 6138. Para todas las ejecuciones se hizo uso de 8 CPUs. Para las pruebas realistas y de sensibilidad se solicitó el uso de 128 GB de memoria RAM. Para las pruebas de performance fueron solicitados 384 GB de memoria RAM, y además, fue necesario el uso del espacio de almacenamiento de alta velocidad. El cluster cuenta con discos de estado sólido de 300 GB. El sistema operativo instalado en los servidores utilizados es Linux CentOS 7. Para interpretar el modelo desarrollado se utilizó AMPL 20220927. Como solver se empleó CPLEX 12.6.3.

Además, en el siguiente repositorio se pueden encontrar los logs de ejecución completos: <https://gitlab.fing.edu.uy/rodrigo.conde/silvopasture-optimization>.

#### 4.2.1. Pruebas realistas

La Tabla 4.6 detalla las soluciones propuestas por el modelo para este conjunto de casos. Se observa que las columnas *Forestación*, *Ganadería* y *Silvopastoreo* presentan la cantidad de zonas que implementan exclusivamente forestación, exclusivamente ganadería y silvopastoreo respectivamente. A su vez, la Tabla 4.7 expone los resultados económicos conseguidos por estas soluciones.

En el Apéndice 1 se pueden encontrar resultados extendidos de la ejecución, como balances anuales de cada solución y tiempos de ejecución.

El tiempo de ejecución promedio de estas pruebas fue de 11, 75s. Todas las ejecuciones alcanzaron el óptimo.

Lo primero que se destaca de estos resultados es la baja frecuencia con la que el modelo recomienda aplicar silvopastoreo. Solo en dos de los veinte casos sugiere dicho sistema, y en ambas ocasiones solo para una zona. Sin embargo, en la mayoría de las soluciones, se aplica tanto forestación como ganadería. Esto podría indicar que, teniendo la posibilidad, es más rentable desarrollar silvicultura y pastoreo por separado, de manera de poder intensificar estas actividades al máximo, que aplicar silvopastoreo.

Se observa que, de tener el suficiente presupuesto, el modelo tiende a pre-

**Tabla 4.6:** Soluciones propuestas por el modelo para los casos realistas

Caso	Suelo	P <sub>0</sub> (US\$)	P <sub>y</sub> (US\$)	Forestación	Ganadería	Silvopastoreo
1	Centro sur	28.000	3.500	2	0	0
2	Centro sur	28.000	1.750	1	0	1
3	Centro sur	28.000	0	1	1	0
4	Centro sur	14.000	1.750	1	0	0
5	Centro sur	14.000	0	1	1	0
6	Colinas del este	20.500	2.500	7	1	0
7	Colinas del este	20.500	1.250	7	1	0
8	Colinas del este	20.500	0	4	3	1
9	Colinas del este	10.200	1.250	3	4	0
10	Colinas del este	10.200	0	3	4	0
11	Centro sur	150.000	18.000	20	3	0
12	Centro sur	150.000	9.000	17	6	0
13	Centro sur	150.000	0	14	9	0
14	Centro sur	72.000	9.000	9	14	0
15	Centro sur	72.000	0	9	14	0
16	Sierras del este	270.000	33.000	37	5	0
17	Sierras del este	270.000	16.500	33	9	0
18	Sierras del este	270.000	0	33	9	0
19	Sierras del este	135.000	16.500	19	23	0
20	Sierras del este	135.000	0	19	23	0

ferir la forestación sobre las otras alternativas. Solo cuando se imponen restricciones de prohibición de forestación o de presupuestos acotados, el modelo comienza a incorporar ganadería a la solución. Es más, cuanto mayor es la restricción presupuestaria, mayor es la proporción de ganadería o silvopastoreo sobre forestación.

Otro punto a resaltar es la relación VAN-inversión inicial y VAN-presupuesto inicial. En promedio, se obtiene un VAN 8,7 veces más grande que la inversión inicial. La mediana de este indicador es 8,9 y el desvío estándar 0,84 (10% de la media). La relación con el presupuesto inicial se comporta de manera similar, con una media de 8,0 veces mayor, mediana de 7,9 y desvío estándar de 1,2 (15% de la media). Por lo tanto, las soluciones entregadas por el modelo alcanzan un VAN altamente positivo y proporcional tanto al presupuesto como a la inversión inicial.

También cabe destacar que ajustar la restricción de presupuesto operativo tiene efectos sobre el VAN menores a los esperados. De hecho, para algunos casos el efecto es nulo. Por ejemplo, del caso 6 al 7 se disminuye el presupuesto

**Tabla 4.7:** Resultados económicos de las soluciones propuestas para los casos realistas

Caso	Suelo	P <sub>0</sub> (US\$)	P <sub>y</sub> (US\$)	Inversión inicial (US\$)	VAN (US\$)
1	Centro sur	28.000	3.500	27.032,16	218.600,35
2	Centro sur	28.000	1.750	27.348,82	184.065,92
3	Centro sur	28.000	0	17.381,84	148.737,45
4	Centro sur	14.000	1.750	12.425,56	100.481,49
5	Centro sur	14.000	0	13.229,36	92.192,64
6	Colinas del este	20.500	2.500	19.012,53	177.833,85
7	Colinas del este	20.500	1.250	19.012,53	177.833,85
8	Colinas del este	20.500	0	17.256,54	161.488,70
9	Colinas del este	10.200	1.250	10.199,60	101.129,33
10	Colinas del este	10.200	0	10.199,60	101.129,33
11	Centro sur	150.000	18.000	138.904,86	1.127.531,83
12	Centro sur	150.000	9.000	129.501,83	1.059.459,14
13	Centro sur	150.000	0	113.650,82	944.706,75
14	Centro sur	72.000	9.000	71.995,56	643.146,07
15	Centro sur	72.000	0	71.995,56	643.146,07
16	Sierras del este	270.000	33.000	244.808,47	2.168.246,75
17	Sierras del este	270.000	16.500	242.925,79	2.153.030,58
18	Sierras del este	270.000	0	215.884,27	1.934.475,54
19	Sierras del este	135.000	16.500	134.995,80	1.280.718,55
20	Sierras del este	135.000	0	134.995,80	1.280.718,55

operativo de US\$ 2.500 a US\$ 1.250, pero se mantiene el mismo VAN de US\$ 177.833,85. Se recuerda que el presupuesto operativo intermedio se definió como el 50 % del presupuesto alto, y el presupuesto bajo se definió en 0. Teniendo esto en cuenta, es interesante observar que la media de disminución del VAN al pasar de un nivel presupuestario al inferior es de 8 %.

#### 4.2.2. Pruebas de sensibilidad

La Tabla 4.8 detalla las soluciones propuestas por el modelo para los casos de pruebas de sensibilidad. Por otra parte, la Tabla 4.9 expone los resultados económicos conseguidos por estas soluciones.

En el Apéndice 2 se encuentran resultados extendidos, como balances anuales de cada solución y tiempos de ejecución.

El tiempo de ejecución promedio de estas pruebas fue de 16,46s. Todas las ejecuciones alcanzaron el óptimo.

En líneas generales, las observaciones realizadas para las pruebas realis-

**Tabla 4.8:** Soluciones propuestas por el modelo para las pruebas de sensibilidad

Caso	Descripción	Forestación	Ganadería	Silvopastoreo
1	Suelo de rendimiento máximo	35	7	0
2	Suelo de rendimiento medio	33	8	1
3	Suelo de rendimiento mínimo	33	9	0
4	Suelos 50 % máximo, 50 % mínimo	31	10	1
5	Suelos 33 % de cada nivel	35	7	0
6	Suelos mayormente buenos	32	10	0
7	Suelos mayormente malos	34	8	0
2	Presupuesto inicial alto	33	8	1
8	Presupuesto inicial 80 %	30	12	0
9	Presupuesto inicial 60 %	22	20	0
10	Presupuesto inicial 40 %	12	30	0
11	Presupuesto inicial 20 %	0	31	0
12	Presupuesto operativo alto	37	5	0
2	Presupuesto operativo medio	33	8	1
13	Presupuesto operativo bajo	31	11	0
14	Presupuesto operativo linealmente decreciente	34	8	0
15	Presupuesto operativo parabólico	31	11	0
16	Ninguna actividad limitada	35	7	0
17	Forestación totalmente prohibida	0	42	0
18	Ganadería totalmente prohibida	26	0	0
2	Algunas prohibiciones de ambas	33	8	1
19	2 zonas de manejo	1	1	0
20	8 zonas de manejo	5	2	1
21	23 zonas de manejo	17	6	0
2	42 zonas de manejo	33	8	1

tas también aplican a los resultados obtenidos de las pruebas de sensibilidad. Aun así, a continuación, se analizará de manera aislada el comportamiento del modelo frente a la variación de cada parámetro de entrada.

#### 4.2.2.1. Tipo de suelo

Una mayor calidad del suelo permite intensificar las actividades agronómicas, generando así una mayor rentabilidad. Esto coincide con los valores de VAN alcanzados por las soluciones del modelo: el VAN máximo se da con suelos de rendimiento máximo y el mínimo con suelos de rendimiento mínimo. No obstante, es interesante analizar que pasa cuando tenemos suelos de rendimiento medio o mixtos. Se observan diferencias poco significativas entre

**Tabla 4.9:** Resultados económicos de las soluciones propuestas para las pruebas de sensibilidad

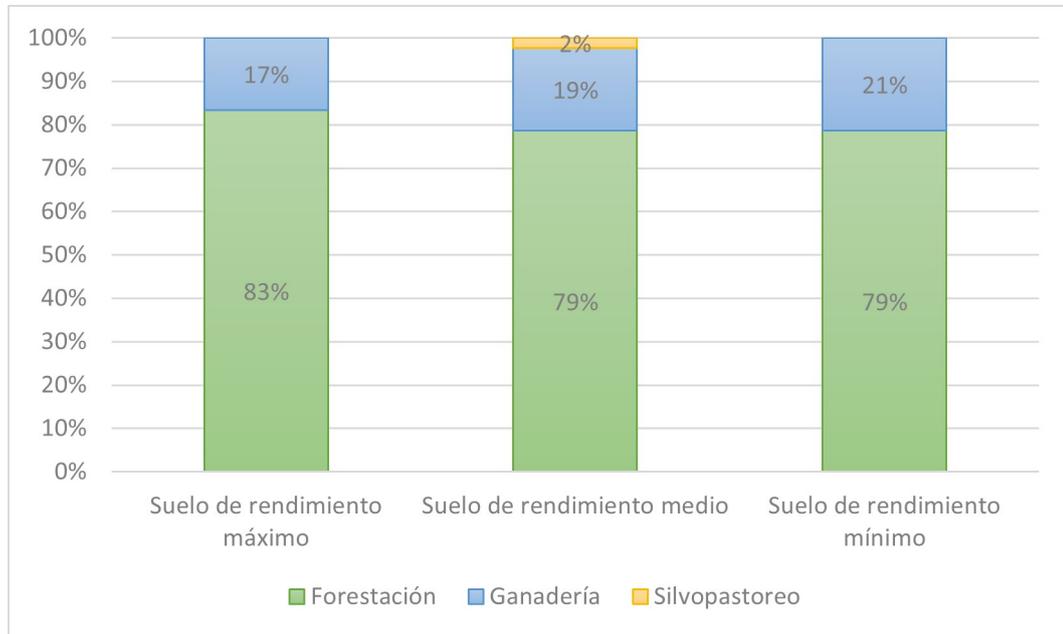
Caso	Descripción	Inversión inicial (US\$)	VAN (US\$)
1	Suelo de rendimiento máximo	244.381,22	2.284.562,33
2	Suelo de rendimiento medio	241.045,83	1.972.096,52
3	Suelo de rendimiento mínimo	237.736,70	1.691.039,62
4	Suelos 50 % máximo, 50 % mínimo	242.947,50	2.044.119,08
5	Suelos 33 % de cada nivel	242.015,14	2.034.251,20
6	Suelos mayormente buenos	241.155,92	2.097.111,14
7	Suelos mayormente malos	240.758,75	1.872.426,03
2	Presupuesto inicial alto	241.045,83	1.972.096,52
8	Presupuesto inicial 80 %	215.993,68	1.791.061,11
9	Presupuesto inicial 60 %	161.992,69	1.400.124,25
10	Presupuesto inicial 40 %	107.997,88	1.009.232,14
11	Presupuesto inicial 20 %	53.998,94	595.758,15
12	Presupuesto operativo alto	244.307,88	1.996.040,03
2	Presupuesto operativo medio	241.045,83	1.972.096,52
13	Presupuesto operativo bajo	211.950,56	1.761.791,20
14	Presupuesto operativo linealmente decreciente	218.386,17	1.808.381,38
15	Presupuesto operativo parabólico	214.362,42	1.766.503,98
16	Ninguna actividad limitada	241.018,99	1.972.230,25
17	Forestación totalmente prohibida	59.944,11	661.349,81
18	Ganadería totalmente prohibida	138.241,32	1.117.912,93
2	Algunas prohibiciones de ambas	241.045,83	1.972.096,52
19	2 zonas de manejo	17.381,84	148.737,45
20	8 zonas de manejo	18.904,19	153.601,66
21	23 zonas de manejo	129.501,83	1.059.459,14
2	42 zonas de manejo	241.045,83	1.972.096,52

tener todas las zonas con suelos de rendimiento medio y tener la mitad de las zonas con rendimiento máximo y la otra mitad con rendimiento mínimo. Lo mismo ocurre si se tiene partes iguales de zonas de rendimiento mínimo, medio y máximo. Esto sugiere una correlación entre el rendimiento promedio de todos los suelos y el VAN.

Por otro lado, se observa que el tipo de suelo no tiene mayores consecuencias sobre la inversión inicial, habiendo una diferencia de solo 3 % entre los valores extremos.

Como se planteó anteriormente, el modelo tiene tendencia a preferir la forestación pura sobre las otras alternativas. Sin embargo, esa preferencia queda claramente afectada por el tipo de suelo. A medida que mejora la productividad del suelo, esta tendencia se fortalece, y a medida que disminuye, el modelo

comienza a preferir el silvopastoreo y la ganadería. La Figura 4.3 muestra esta relación.



**Figura 4.3:** Proporción de actividades según tipo de suelo

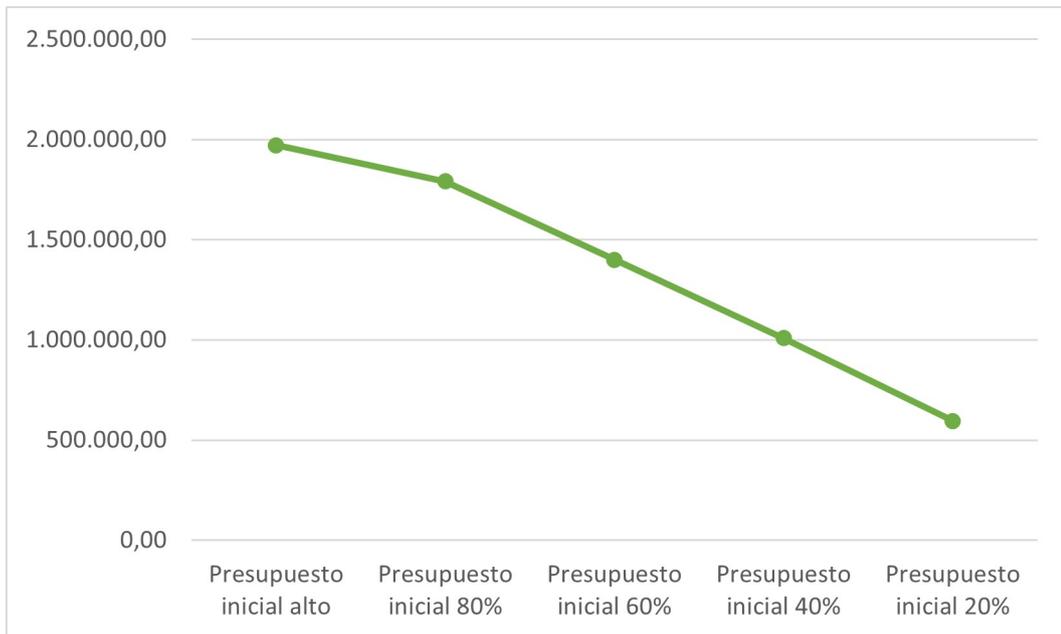
#### 4.2.2.2. Presupuesto inicial

Como es de esperar, existe una proporcionalidad directa entre el presupuesto inicial y el VAN obtenido. Esto se puede observar en la Figura 4.4. Si se calcula el ratio entre el presupuesto inicial y el VAN, se tiene que las soluciones consiguen, en promedio, un VAN 9,10 veces mayor al presupuesto inicial, con un desvío estándar de 1,04.

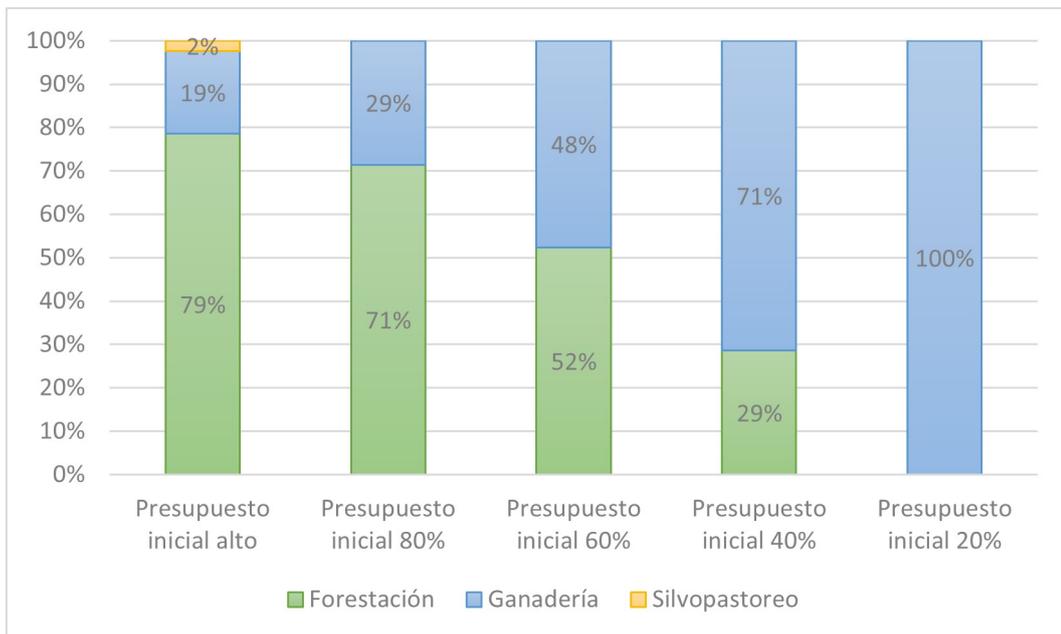
De manera similar a la variación del rendimiento del suelo, el nivel presupuestario afecta la proporción de actividades seleccionadas por el modelo. Cuanto mayor es el presupuesto disponible, mayor es la proporción de forestación. En la Figura 4.5 se puede observar la evolución de esta proporción en función del presupuesto, y como la misma es análoga a cuando varía la productividad del suelo.

#### 4.2.2.3. Presupuesto operativo

Es sorprendente notar que la variación del presupuesto operativo no tiene un efecto tan relevante sobre el VAN alcanzado por las soluciones. A pesar de



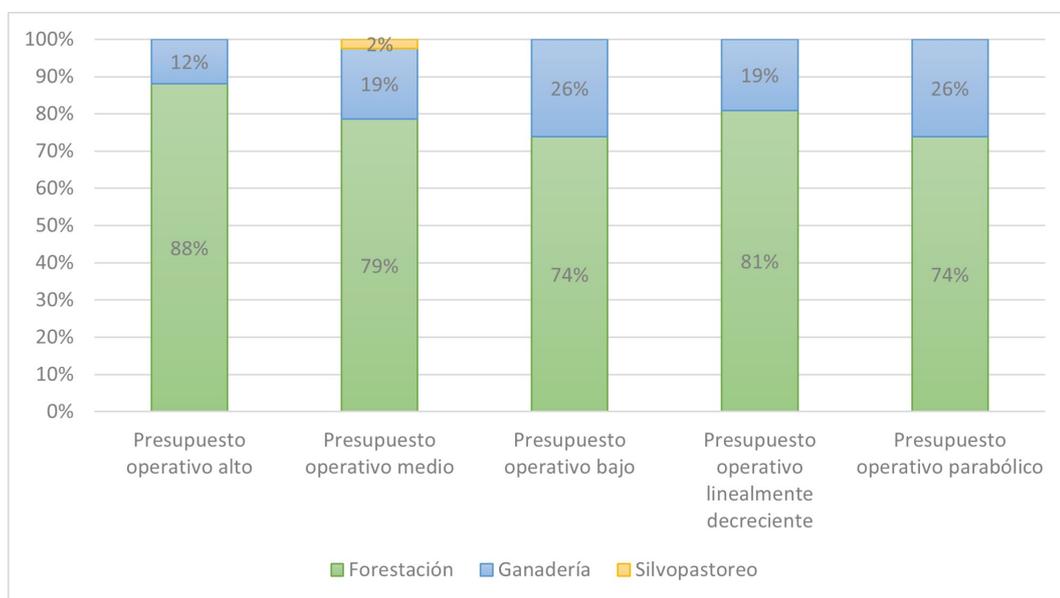
**Figura 4.4:** Evolución del VAN en función del presupuesto inicial



**Figura 4.5:** Proporción de actividades según presupuesto inicial

que entre el nivel alto y medio se da una reducción del 50% del presupuesto anual, el VAN solamente se reduce un 1,20%. Cuando se pasa al nivel bajo el presupuesto operativo se define en 0, y, sin embargo, el VAN sufre una disminución solo del 10,67% con respecto al nivel medio y de 11,74% respecto al nivel alto.

De forma análoga al presupuesto inicial, la disminución del presupuesto anual supone una mayor preferencia por la actividad ganadera sobre la forestal.



**Figura 4.6:** Proporción de actividades según presupuesto anual

También es interesante analizar los casos en los que no se definió un presupuesto anual fijo, sino que se hizo variar el presupuesto año a año. Dichos casos se comportan de manera similar a los niveles presupuestarios medio y bajo. Esto es razonable teniendo en cuenta que el presupuesto anual mínimo termina siendo el factor determinante. Si el inversor no puede cubrir los costos del sistema porque en un año tiene un presupuesto menor, más allá de que sea solo por un año, esa alternativa de inversión no es financieramente posible.

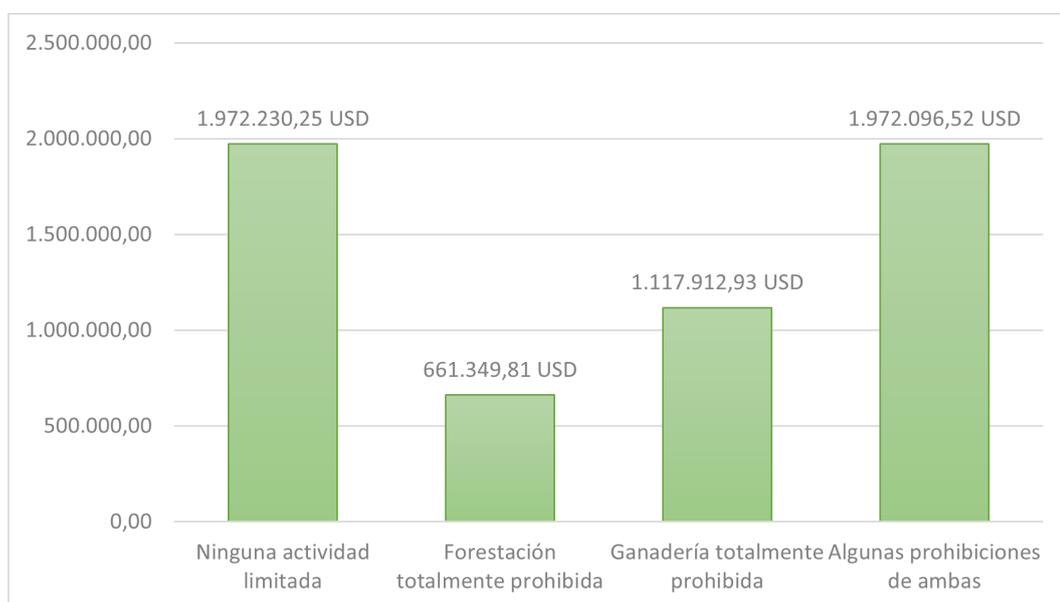
#### 4.2.2.4. Restricciones sobre actividades

Es evidente que estas restricciones afectarán las decisiones del modelo. Tanto en el caso que no se imponga ninguna restricción como en el caso que se imponen algunas restricciones para ambas actividades, el modelo sigue prefiriendo la forestación sobre la ganadería. Cuando una de las dos actividades está totalmente prohibida, el modelo solo aplica la otra actividad.

Se destaca el hecho de que, para el caso en que la ganadería está totalmente prohibida, el modelo deja algunas zonas inutilizadas. De las 42 zonas de manejo disponibles, solo sugiere desarrollar actividades en 26 de ellas. Esto muestra como prescindir de la ganadería tiene perjuicios sobre los balances anuales. Al

no tener ingresos recurrentes, no es posible sustentar la forestación completa del campo, por lo que el modelo tiene que tomar la decisión de dejar algunas zonas en desuso.

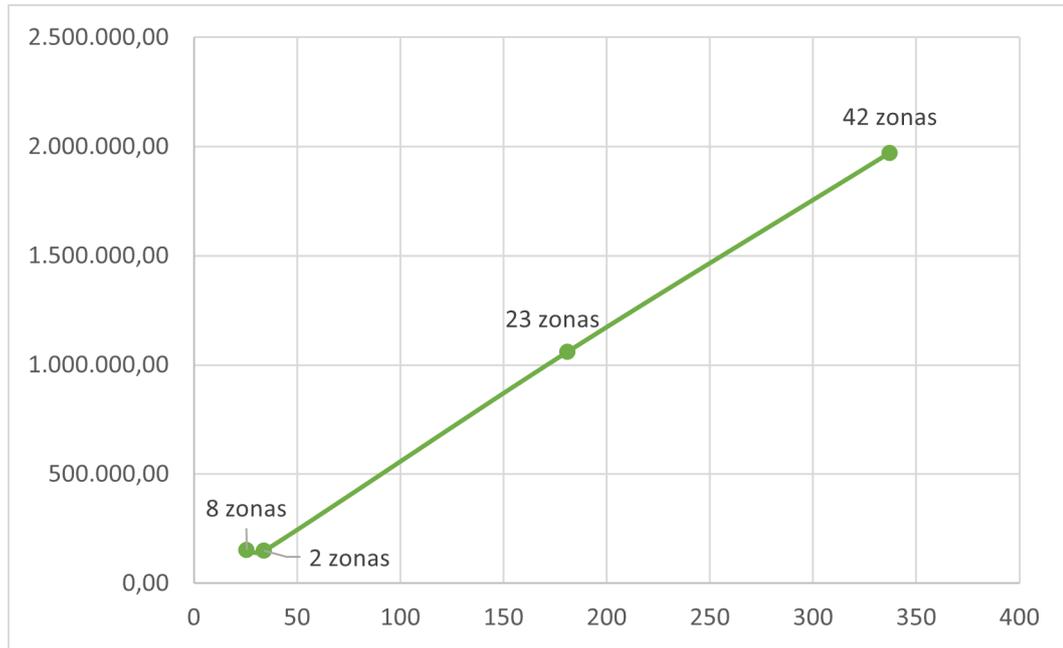
Otra observación apreciable es las consecuencias negativas que tienen las restricciones sobre el VAN obtenido. Cuanto más restricciones se imponen, peor es el resultado económico final. Además, se nota que las restricciones sobre la forestación son las que mayor efecto tienen sobre el VAN, ya que esta actividad es la que genera mayores ingresos a largo plazo.



**Figura 4.7:** VAN para cada combinación de restricciones de actividad

#### 4.2.2.5. Cantidad de zonas

Como es de esperar, a medida que aumenta la cantidad de zonas, aumentan las hectáreas totales, y, por lo tanto, la inversión inicial y el VAN alcanzado también aumentan. El aumento de estas dos últimas medidas no es lineal. Esto no está relacionado con alguna característica del problema, sino que simplemente se debe al hecho de que la superficie total no aumenta de manera proporcional a la cantidad de zonas. Si se ajusta por hectáreas, la relación es claramente lineal (ver Figura 4.8).



**Figura 4.8:** VAN en función de la superficie total del campo

### 4.2.3. Pruebas de performance

La Tabla 4.10 detalla los tiempos de ejecución de las pruebas de performance. Se aclara que  $T_{resolución}$  representa el tiempo transcurrido para resolver el problema y  $T_{carga}$  el tiempo requerido para cargar en memoria la representación del problema y los datos de cada instancia.

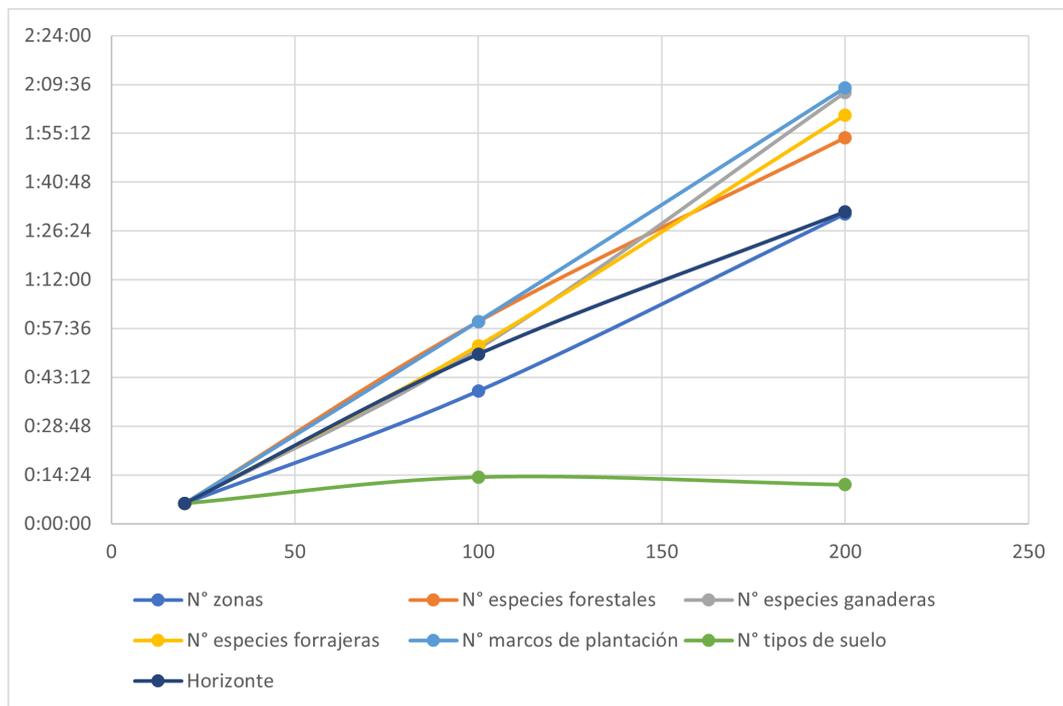
Se observa que, por más que los tiempos de ejecución no son tan elevados, el consumo de memoria si lo es. En la ejecución de estas pruebas se constató un pico de consumo de 350 GB de memoria. Esto contribuyó a que no fuera posible realizar pruebas de mayor exigencia computacional, ya que las propias limitaciones de memoria de la infraestructura utilizada no lo permitían.

Es de interés notar que entre los parámetros considerados se forman tres grupos de comportamiento. Estos se distinguen claramente en la Figura 4.9. Por un lado,  $|E_f|$ ,  $|E_g|$ ,  $|E_p|$  y  $|M|$  forman la primer agrupación, con un tiempo total promedio, para la instancia de mayor tamaño, de 02 : 02 : 33 y un desvío estándar de 00 : 05 : 51. Esto es razonable, ya que corresponden a la cantidad de especies y marcos de plantación, y son subíndices de la mayoría de los parámetros del modelo, así como de las variables de decisión.

Por otro lado, existe una segunda agrupación conformada por  $|Z|$  y  $H$ . Se reporta un tiempo total medio de 01 : 31 : 47 y desvío estándar de 00 : 00 : 18.

**Tabla 4.10:** Tiempos de ejecución de las pruebas de performance

Caso	$ Z $	$ E_f $	$ E_g $	$ E_p $	$ M $	$ S $	$H$	$T_{\text{resolución}}$	$T_{\text{carga}}$	$T_{\text{total}}$
1	20	20	20	20	20	20	20	0:04:31	0:01:26	0:05:57
2	100	20	20	20	20	20	20	0:31:07	0:08:02	0:39:09
3	200	20	20	20	20	20	20	1:12:21	0:19:08	1:31:29
4	20	100	20	20	20	20	20	0:47:29	0:12:07	0:59:36
5	20	200	20	20	20	20	20	1:25:45	0:28:08	1:53:53
6	20	20	100	20	20	20	20	0:31:36	0:19:58	0:51:35
7	20	20	200	20	20	20	20	1:26:57	0:40:12	2:07:10
8	20	20	20	100	20	20	20	0:30:57	0:21:33	0:52:30
9	20	20	20	200	20	20	20	1:14:54	0:45:40	2:00:34
10	20	20	20	20	100	20	20	0:31:19	0:28:22	0:59:41
11	20	20	20	20	200	20	20	1:14:17	0:54:20	2:08:36
12	20	20	20	20	20	100	20	0:04:37	0:09:09	0:13:46
13	20	20	20	20	20	200	20	0:04:42	0:06:49	0:11:30
14	20	20	20	20	20	20	100	0:26:32	0:23:30	0:50:02
15	20	20	20	20	20	20	200	0:45:27	0:46:38	1:32:05

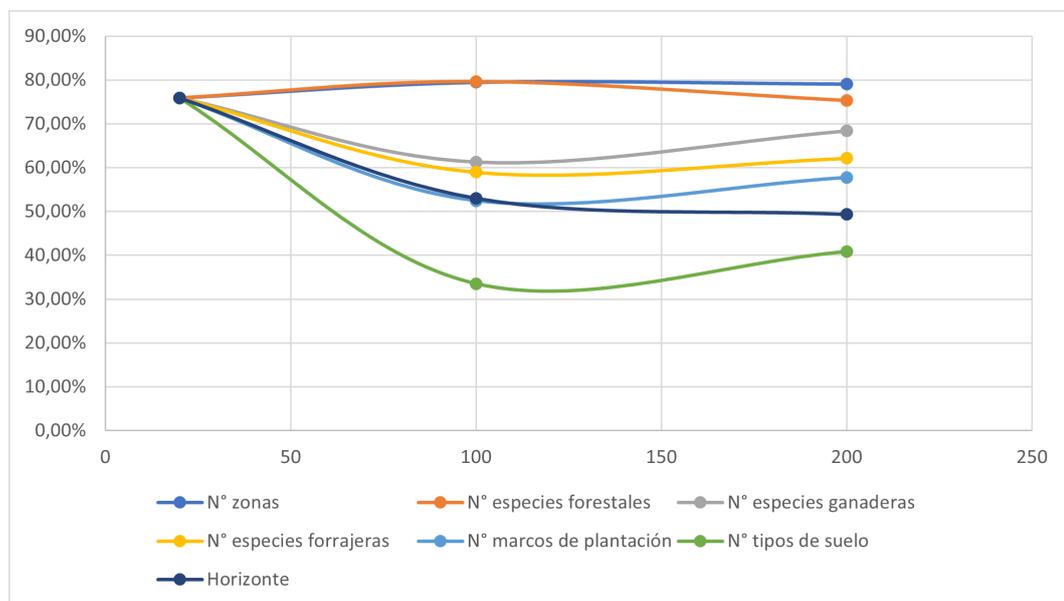


**Figura 4.9:** Tiempo total de ejecución en función del tamaño del problema

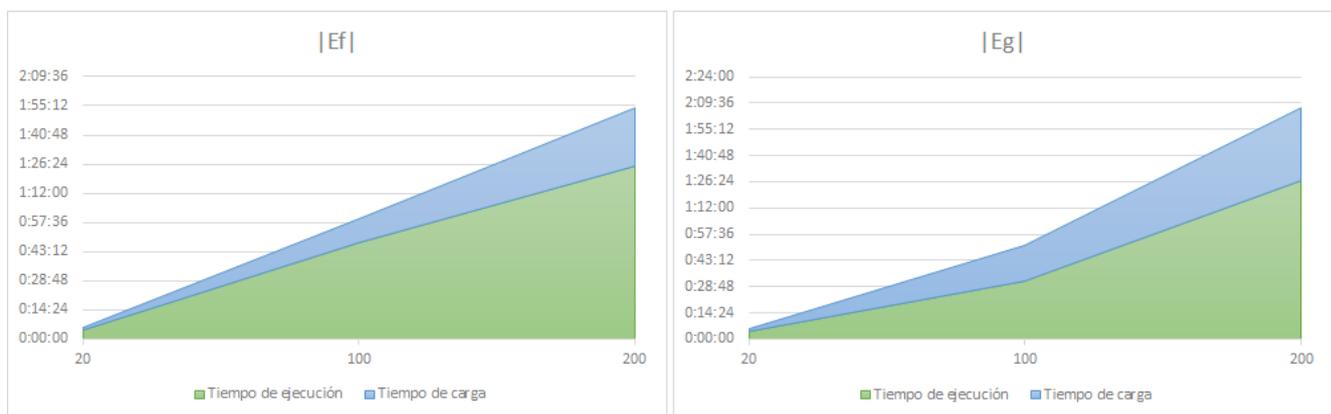
Por último, el tercer agrupamiento está constituido únicamente por  $|S|$ , con un tiempo total en la instancia más compleja de 00 : 11 : 30. Este dato es por lo menos contraintuitivo. Sería esperable que la evolución del tiempo

de ejecución a medida que se aumenta la cantidad de tipos de suelo posibles fuera similar a la que se da al aumentar la cantidad de especies posibles, o en todo caso, que se comportara de manera similar a la segunda agrupación. Sin embargo, los datos muestran que esta medida tiene un efecto poco significativo sobre la complejidad computacional del problema.

Otro punto a destacar es la relación entre el tiempo de resolución y el tiempo de carga. En todos los casos, el tiempo de resolución es mayor al tiempo de carga. No obstante, el comportamiento al variar cada parámetro es distinto. La Figura 4.10 muestra la evolución del porcentaje del tiempo total dedicado a la resolución. Se nota como inicialmente el tiempo de carga es menor, pero luego crece para llegar a cierto equilibrio con el tiempo de resolución. Este equilibrio pareciera ser distinto para cada parámetro. En la Figura 4.11 se puede apreciar como varía la composición del tiempo de ejecución a medida que aumentan  $|E_f|$  y  $|E_g|$ . En el Apéndice 3, si encuentran gráficas para ver el comportamiento de esta métrica respecto al tamaño de los demás conjuntos.



**Figura 4.10:** Porcentaje del tiempo total de ejecución dedicado a la resolución en función del tamaño del problema



**Figura 4.11:** Evolución de tiempos de carga y resolución en función de la cantidad de especies forestales ( $|E_f|$ ) y ganaderas ( $|E_g|$ )

# Capítulo 5

## Consideraciones finales

Este trabajo ha presentado un estudio del problema de diseñar un portafolio de inversiones en sistemas agroforestales y silvopastoriles. El objetivo principal del proyecto era claro: construir, empleando técnicas de programación matemática, un modelo que de apoyo al proceso de toma de decisiones en el contexto de dicho problema. Luego de detallar el trabajo realizado, es posible afirmar que este objetivo fue cumplido. Adicionalmente, se desarrolló una implementación concreta del modelo teórico utilizando AMPL y CPLEX, la cual fue validada empíricamente a través de una batería de pruebas basadas en datos reales.

De los resultados experimentales se desprenden varias observaciones de interés. Principalmente, se nota que el modelo prefiere aplicar forestación y ganadería en zonas diferentes del mismo campo, en lugar de aplicar silvopastoreo. Por un lado, esto muestra que el potencial de combinar los retornos de alto valor de los productos maderables con los flujos de caja constantes del ganado es real. El modelo muestra cierta tendencia a seleccionar la actividad forestal en mayor proporción, ya que a largo plazo es la que provee mayores ingresos, pero cuando se tienen restricciones presupuestales, incorpora la actividad ganadera para hacer que la inversión total sea financieramente sustentable. Por otra parte, este hecho pone en duda al silvopastoreo como práctica agroforestal, especialmente en campos lo suficientemente grandes como para definir muchas zonas que se puedan manejar independientemente con actividades distintas. Esto probablemente se deba a que, bajo un marco de trabajo silvopastoralista, no es posible intensificar al máximo ninguna de las actividades realizadas. No obstante, para casos en los cuales, por razones topográficas o de escala, no

sea factible llevar a cabo ambas actividades por separado, el silvopastoreo es una alternativa que demuestra ser útil. Aun así, sería interesante ejecutar una investigación, desde una perspectiva agronómica, sobre este punto.

Otro hecho a destacar de la experimentación, es que en todos los casos se logró hallar una solución óptima, y más aún, con un VAN positivo. Esto implica que, a pesar de las diversas restricciones impuestas, el modelo siempre alcanzó una combinación de inversiones que aseguraran la rentabilidad del portfolio.

Respecto a la performance de la implementación desarrollada, se observa que, para las instancias del problema con tamaños basados en datos reales, el modelo halla una solución sin mayor complejidad computacional. Cuando se enfrenta a casos sintéticos de mayor tamaño es cuando comienza a ser visible la intratabilidad computacional del problema. Asimismo, nótese que el obstáculo decisivo en este caso no es el tiempo de ejecución, sino que es el consumo de memoria. Recuérdese que la instancia de mayor complejidad requirió poco más de dos horas de cómputo, pero 350 GB de memoria.

El presente trabajo no está exento de algunas limitaciones. El impedimento determinante es la poca literatura existente sobre el tema. En primer lugar, la investigación sobre modelado de decisiones de inversión está significativamente sesgada hacia el mundo financiero (acciones, bonos, futuros, etc.), disponiéndose de menos investigación en inversiones no financieras. A su vez, la literatura sobre silvopastoreo es aún menor, a pesar de que no sea una práctica precisamente nueva. Esto dificulta el modelado, ya que no está tan claro a nivel agronómico y cuantitativo las implicancias de la interacción entre las componentes forestal y ganadera. Sumado a esto, son pocos los datos que se tienen sobre el rendimiento económico de estos sistemas. Es incluso una tarea ardua encontrar este tipo de datos para sistemas puramente forestales o puramente ganaderos, mucho más aún para la combinación de estos. Trabajos como los de Sancho et al. [2020](#), son un gran aporte en este sentido.

Con base en la observación anterior, sería recomendable profundizar el estudio agronómico de los sistemas silvopastoriles y agroforestales, para cuantificar sus características y su viabilidad como práctica agroforestal en el Uruguay. Sería de utilidad poder medir los efectos de las distintas interacciones árboles-ganado, no solo en las variables agronómicas, sino que también sobre los resultados económicos de estos sistemas. También una comparación empírica entre aplicar silvopastoreo, agroforestación, ganadería y forestación, sería un aporte de gran valor, y podría corroborar o refutar algunas de las conclusiones ex-

traídas de los datos experimentales obtenidos en este proyecto. Trabajos como el de Mackay-Smith et al. 2021, podrían servir como base metodológica.

Trabajos a futuro dentro de la línea de la optimización matemática podrían explorar otras técnicas de modelado. A tal efecto, se podría analizar modelar este problema como un problema de programación estocástica, para incorporar así consideraciones de incertidumbre. Teniendo en cuenta que se manejan horizontes de inversión de largo plazo, plantearse cierta variabilidad tiene el potencial de permitir al modelo encontrar soluciones con menor riesgo asociado. Sería interesante comparar los resultados de un modelo de este estilo con el modelo propuesto en este trabajo, para medir así el valor de considerar la incertidumbre en este problema. Otra opción atractiva sería atacar el problema con un enfoque totalmente distinto, por ejemplo aplicando metaheurísticas o aprendizaje automático.

En cuanto a la definición del modelo en sí mismo, podría aportar valor analizar algunos factores más complejos de la actividad agronómica. Por ejemplo, se podría considerar una introducción por etapas de las actividades. El modelo actual supone que todas las actividades inician en el año cero, es decir, si se selecciona forestación en cierto conjunto de zonas, todas esas zonas son forestadas en el año cero. De la misma manera, si se selecciona ganadería, en todas las zonas correspondientes se ingresará el ganado en el año cero. Sin embargo, en la práctica, es usual que la incorporación de actividades se haga paulatinamente. En ocasiones, en sistemas de silvopastoreo, se espera un par de años luego de la plantación para incorporar al ganado, de manera de evitar que este último dañe las plantas. Este y otros factores podrían enriquecer el planteo del modelo.

# Referencias bibliográficas

- Almeida, J., Canavarro, Alberto, D., C, R.-A. y AM, R. (2017). Optimization of Mediterranean Rainfed Pasture Systems in Portuguese Conditions, Based on a Linear Programming Model. *Annals of Agriculture and Crop Sciences*, 2, 1028.
- AMPL. (2022). AMPL – Optimizing the World’s Most Complex Tasks. Consultado el 15 de octubre de 2022, desde <https://ampl.com/>
- Angima, S. D. (2019). Silvopasture: An Agroforestry Practice. *Oregon State University*, (EM 8989). <https://catalog.extension.oregonstate.edu/sites/catalog/files/project/pdf/em8989.pdf>
- Aubron, C., Guérin, G., Gallion, B. y Moulin, C.-H. (2013). Drawing together the knowledge of forestry and pastoralism experts in the construction of a technical support tool for silvopastoralism [Publisher: Elsevier Ltd]. *Journal of Environmental Management*, 117, 162-171. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2012.12.041>
- Bai, S. y Zhao, Y. (2021). Startup Investment Decision Support: Application of Venture Capital Scorecards Using Machine Learning Approaches [Publisher: MDPI AG]. *Systems*, 9(55), 55-55. <https://doi.org/10.3390/systems9030055>
- Barroso, M. D. (2003). *Instrumentos de análisis económico en sistemas agroforestales : una aplicación a un grupo de dehesas de la comarca de Monfragüe* (Tesis de Doctorado) [Publisher: Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones]. Universidad Complutense de Madrid. Consultado el 2 de mayo de 2022, desde <https://eprints.ucm.es/id/eprint/4685/>
- Bellow, J. G., Hudson, R. F. y Nair, P. K. R. (2008). Adoption potential of fruit-tree-based agroforestry on small farms in the subtropical highlands. *Agroforestry Systems*, 73(1), 23-36. <https://doi.org/10.1007/s10457-008-9105-x>

- Boscana, M. y Arriaga, M. E. (2021). Informe tercer encuesta de servicios forestales.
- Bueno, H., Bobadilla, P. y Huertas, S. (2018). Silvopastoreo Una opción productiva sostenible. *Plan Agropecuario*, (167), 32-34. [https://www.planagropecuario.org.uy/uploads/magazines/articulos/181\\_2787.pdf](https://www.planagropecuario.org.uy/uploads/magazines/articulos/181_2787.pdf)
- Bussoni, A. (2019). Producción ganadera y forestal: análisis de sistemas de producción integrados.
- Bussoni, A. y Varela, F. (2022). Sim For Gan. Consultado el 22 de septiembre de 2022, desde <http://www.desarrollofv.uy/SIMFORGAN/simforган.aspx>
- Conde, R., Robledo, F. y López de Lacalle, A. (2022). An Integer Linear Programming Model for Investment Decisions in Silvopastoral and Agroforestry Systems [Manuscrito no publicado]. *Facultad de Ingeniería, Universidad de la República*.
- CONEMAT. (2020). Consultado el 11 de noviembre de 2022, desde <https://www.gub.uy/ministerio-ganaderia-agricultura-pesca/politicas-y-gestion/conemat>
- Dieguez Camerón, F., Bommel, P., Corral, J., Bartaburu, D., Pereira, M., Montes, E., Duarte, E. y Morales Grosskopf, H. (2012). Modelización de una explotación ganadera extensiva criadora en basalto [Publisher: Facultad de Agronomía - Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria]. *Agrociencia (Uruguay)*, 16(2), 120-130. Consultado el 29 de octubre de 2022, desde [http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S2301-15482012000200014&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S2301-15482012000200014&lng=es&nrm=iso&tlng=es)
- Focardi, S. M. y Fabozzi, F. J. (2004). *The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management*. John Wiley & Sons.
- Frey, G., Fassola, H., Pachas, A., Colcombet, L., Lacorte, S., Cabbage, F. y Pérez, O. (2007). Adoption and Economics of Silvopasture Systems by Farm Size in Northeastern Argentina.
- Fumero, C. (2022). Impacto de la cadena agroindustrial es de US\$ 12.400 millones, lo que equivale al 20% del PBI, según Exante. Consultado el 22 de octubre de 2022, desde <https://revistaverde.com.uy/agricultura/impacto-de-la-cadena-agroindustrial-es-de-us-12-400-millones-lo-que-equivale-al-20-del-pbi-segun-exante/>
- Geoportal Forestal del Uruguay. (2022). Consultado el 5 de octubre de 2022, desde <https://web.snig.gub.uy/arcgisportal/apps/webappviewer/index.html?id=b90f805255ae4ef0983c2bfb40be627f>

- Hala, Y., Abdullah, M. W., Andayani, W., Ilyas, G. B. y Akob, M. (2020). The Financial Behavior of Investment Decision Making Between Real and Financial Assets Sectors. *The Journal of Asian Finance, Economics and Business*, 7(12), 635-645. <https://doi.org/10.13106/JAFEB.2020.VOL7.NO12.635>
- IBM. (2022). CPLEX Optimizer. Consultado el 15 de octubre de 2022, desde <https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer>
- Izanloo, M., Aslani, A. y Zahedi, R. (2022). Development of a Machine learning assessment method for renewable energy investment decision making [Publisher: Elsevier Ltd]. *Applied Energy*, 327. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.120096>
- Jose, S. y Dollinger, J. (2019). Silvopasture: A sustainable livestock production system. *Agroforestry Systems*, 93(1), 1-9. <https://doi.org/10.1007/s10457-019-00366-8>
- Karp, R. M. (1972). Reducibility among Combinatorial Problems. En R. E. Miller, J. W. Thatcher y J. D. Bohlinger (Eds.), *Complexity of Computer Computations: Proceedings of a symposium on the Complexity of Computer Computations, held March 20-22, 1972, at the IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, and sponsored by the Office of Naval Research, Mathematics Program, IBM World Trade Corporation, and the IBM Research Mathematical Sciences Department* (pp. 85-103). Springer US. [https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2\\_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9)
- Klopfenstein, N. B., Rietveld, W. J. y Carman, R. C. (1997). Silvopastoreo: Una práctica agroforestal. *Notas de Agroforestería*. <https://www.fs.usda.gov/nac/assets/documents/agroforestrynotes/an08s01-e.pdf>
- Ley Forestal (N° 15939). (1987). <https://www.impo.com.uy/bases/leyes/15939-1987>
- Li, Y., Li, J. y Wu, L. (2018). A Novel Integer Linear Programming Based Optimal PMU Placement Model. *2018 North American Power Symposium (NAPS)*, 1-6. <https://doi.org/10.1109/NAPS.2018.8600551>
- Lipyanina, H., Maksymovych, V., Sachenko, A., Lendyuk, T., Fomenko, A. y Kit, I. (2020). Assessing the Investment Risk of Virtual IT Company Based on Machine Learning. En S. Babichev, D. Peleshko y O. Vynokurova (Eds.), *Data Stream Mining & Processing* (pp. 167-187). Springer

- International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-61656-4\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-030-61656-4_11)
- Mackay-Smith, T. H., Burkitt, L., Janet Reid, Ignacio F. López y Chris Phillips. (2021). A Framework for Reviewing Silvopastoralism: A New Zealand Hill Country Case Study [Publisher: MDPI AG]. *Land*, 10(1386), 1386-1386. <https://doi.org/10.3390/land10121386>
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection [Publisher: [American Finance Association, Wiley]]. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Yale University Press. Consultado el 30 de abril de 2022, desde <https://www.jstor.org/stable/j.ctt1bh4c8h>
- McRostie, V. (2014). ARBORICULTURA Y SILVOPASTORALISMO EN EL PERÍODO FORMATIVO (1.400 a.C.-500 d.C.) DE LA CUENCA DEL SALAR DE ATACAMA. *Chungara: Revista de Antropología Chilena*, 46(4), 543-557.
- Methol, R. (2008). Sistema de Apoyo a la Gestión de Plantaciones de Eucalyptus orientadas a la producción de celulosa en Uruguay. *INIA*, (N° 173).
- Murphy, P. A. (1976). *Ranking forestry investments with parametric linear programming / Paul A. Murphy*. [New Orleans, La.]: U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station, 1976.
- Nesmachnow, S. y Iturriaga, S. (2019). Cluster-UY: Collaborative Scientific High Performance Computing in Uruguay. En M. Torres y J. Klapp (Eds.), *Supercomputing* (pp. 188-202). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-38043-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-030-38043-4_16)
- Nordin, S. Z., Johar, F. y Abu, N. (2021). Linear Programming Model for Investment Problem in Maximizing the Total Return. *Journal of Physics: Conference Series*, 1988(1), 012064. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1988/1/012064>
- Oladejo, N. K., Abolarinwa, A. y Salawu, S. O. (2020). Linear Programming and Its Application Techniques in Optimizing Portfolio Selection of a Firm [Publisher: Hindawi]. *Journal of Applied Mathematics*, 2020, e8817909. <https://doi.org/10.1155/2020/8817909>
- Pérez-Zuñiga, J. I., Rojas-Molina, J. y Zabala-Perilla, A. F. (2021). Plant spacing assessment in cocoa (*Theobroma cacao* L.) agroforestry systems

- in the Colombian Pacific region: Evaluación de densidades de siembra en sistemas agroforestales con cacao (*Theobroma cacao* L.) en la región Pacífica colombiana. *Agronomía Colombiana*, 39(3), 426-437. <https://doi.org/10.15446/agron.colomb.v39n3.90131>
- Perrachón, J. (2015). *Instalación y manejo de praderas* (1.<sup>a</sup> ed.). Plan Agropecuario.
- Porteiro, J. C. (2007). *Evaluación de Proyectos de Inversión - Perspectiva Empresarial* (2.<sup>a</sup> ed.). Fundación de Cultura Universitaria.
- Promedios por categoría. (2022). Consultado el 22 de septiembre de 2022, desde <https://pantallauruguay.com.uy/promedios/>
- Rodríguez-Rigueiro, F. J., Santiago-Freijanes, J. J., Mosquera-Losada, M. R., Castro, M., Silva-Losada, P., Pisanelli, A., Pantera, A., Rigueiro-Rodríguez, A. y Ferreiro-Domínguez, N. (2021). Silvopasture policy promotion in European Mediterranean areas [Publisher: Public Library of Science]. *PLoS ONE*, 16(1), 1-16. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0245846>
- Sabu, A., Rani, S. P. y Vidhyavathi, A. (2020). Economic analysis of integrated farming systems in the Kuttanad region of Kerala state, India: A case study [Number: 2]. *Journal of Applied and Natural Science*, 12(2), 270-276. <https://doi.org/10.31018/jans.vi.2292>
- Sancho, L., Arocena, I. y Ordeig, L. (2020). *Definición, caracterización y cuantificación del área bajo sistemas silvopastoriles, para el seguimiento de las contribuciones establecidas en la Contribución Determinada a nivel Nacional de Uruguay* (inf. téc.). Uruguay.
- Sawik, T. (2022). A linear model for optimal cybersecurity investment in Industry 4.0 supply chains. *International Journal of Production Research*, 60(4), 1368-1385. <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1856442>
- Schaeffer, P. y Cherene, L. (1979). Integer and Mixed Integer Linear Programming Models of Investment in the Electric Power Industry. *Decisions Methodology Relative to the Adoption of New Technology: Load Curves and the Capacity Expansion Decision.*, (1298-2), 4.1-4.82.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- Smith, M. M., Bentrup, G., Kellerman, T., MacFarland, K., Straight, R., Ameyaw, L. y Stein, S. (2022). Silvopasture in the USA: A systematic review

- of natural resource professional and producer-reported benefits, challenges, and management activities [Publisher: Elsevier B.V.]. *Agriculture, Ecosystems and Environment*, 326. <https://doi.org/10.1016/j.agee.2021.107818>
- Soares de Lima, J. M., Scoz, R. y Lanfranco, B. (2020). Sistemas de producción silvopastoriles: cuando 1 + 1 es igual a 3. *Revista INIA*, (60), 61-65. <http://www.ainfo.inia.uy/digital/bitstream/item/14374/1/Rev-INIA-60-Marzo-2020-p-61-65.pdf>
- URF. (2020). Costo pasturas. <https://www.urf.com.uy/documents/Costo-Pasturas.pdf>
- Varela, E. F. (2019). *Modelo de simulación para sistemas de silvopastoreo en regiones centro sur y sureste de Uruguay* (Tesis de maestría) [Accepted: 2021-08-19T16:53:35Z Publisher: Udelar. FA]. Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Agronomía. Unidad de Posgrados y Educación Permanente. Consultado el 2 de mayo de 2022, desde <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/handle/20.500.12008/29153>
- Vesa, L. (2020). The Net Present Value and the Optimal Solution of Linear Programming in Investment Decisions [Publisher: University of Oradea]. *Annals of the University of Oradea: Economic Science*, 29(2), 135-145.
- Viana, V. (2018). *Optimización en la planificación de servicios de cosecha forestal* (Tesis de maestría). Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Agronomía. Unidad de Posgrados y Educación Permanente. <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/handle/20.500.12008/18419>
- Wu, J. y Ge, X. (2012). Optimization Research of Generation Investment Based on Linear Programming Model. *Physics Procedia*, 24, 1400-1405. <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.02.208>
- Young, M. R. (1998). A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution [Publisher: INFORMS]. *Management Science*. Consultado el 2 de mayo de 2022, desde <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.44.5.673>
- Zhou, L. y Zhang, D. (2022). A Class of Stochastic Programming Model in Investment Portfolio Based on Covering Rough Set [Publisher: Hindawi]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2022, e3889000. <https://doi.org/10.1155/2022/3889000>

Zobian, S. P. (1966). Investment Decision Modelling [Publisher: CFA Institute].  
*Financial Analysts Journal*, 22(3), 151-155. Consultado el 30 de abril  
de 2022, desde <https://www.jstor.org/stable/4470002>

# APÉNDICES

# Apéndice 1

## Resultados extendidos para las pruebas realistas

Tabla 1.1: Tiempos de ejecución de las pruebas realistas

Caso	Suelo	P <sub>0</sub> (US\$)	P <sub>y</sub> (US\$)	T <sub>resolución</sub> (s)	T <sub>carga</sub> (s)
1	Centro sur	28.000	3.500	0,153	0,546
2	Centro sur	28.000	1.750	0,103	0,624
3	Centro sur	28.000	0	0,094	0,662
4	Centro sur	14.000	1.750	0,068	0,613
5	Centro sur	14.000	0	0,102	0,888
6	Colinas del este	20.500	2.500	0,081	0,521
7	Colinas del este	20.500	1.250	0,077	0,41
8	Colinas del este	20.500	0	6,633	0,462
9	Colinas del este	10.200	1.250	21,152	0,812
10	Colinas del este	10.200	0	6,120	0,564
11	Centro sur	150000	18.000	0,115	0,384
12	Centro sur	150000	9.000	46,138	0,706
13	Centro sur	150000	0	48,650	0,69
14	Centro sur	72000	9.000	34,377	0,611
15	Centro sur	72000	0	0,151	0,591
16	Sierras del este	270.000	33.000	0,154	0,566
17	Sierras del este	270.000	16.500	12,338	0,95
18	Sierras del este	270.000	0	28,670	0,742
19	Sierras del este	13.5000	16.500	17,095	0,547
20	Sierras del este	13.5000	0	0,183	0,637

**Tabla 1.2:** Balances anuales de las soluciones propuestas para las pruebas realistas

Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	-3.226,20	417.877,80
2	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	-1.728,29	347.829,93
3	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	232.566,42
4	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	-1.482,95	192.081,05
5	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	3.212,61	127.452,49
6	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	319.194,59
7	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	-1.195,78	319.194,59
8	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	1,71	277.566,55
9	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	122.297,74
10	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	4.481,90	122.297,74
11	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	-14.327,73	2.128.471,89
12	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	1.947.909,04
13	6,08	6,08	6,08	6,08	6,08	6,08	6,08	6,08	6,08	1.643.528,26
14	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	843.638,39
15	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	23.648,99	843.638,39
16	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	-17.643,53	3.946.564,78
17	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	-16.494,73	3.907.042,98
18	5,78	5,78	5,78	5,78	5,78	5,78	5,78	5,78	5,78	3.339.377,74
19	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	1.641.338,12
20	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	49.363,28	1.641.338,12

## Apéndice 2

# Resultados extendidos para las pruebas de sensibilidad

**Tabla 2.1:** Tiempos de ejecución de las pruebas de sensibilidad

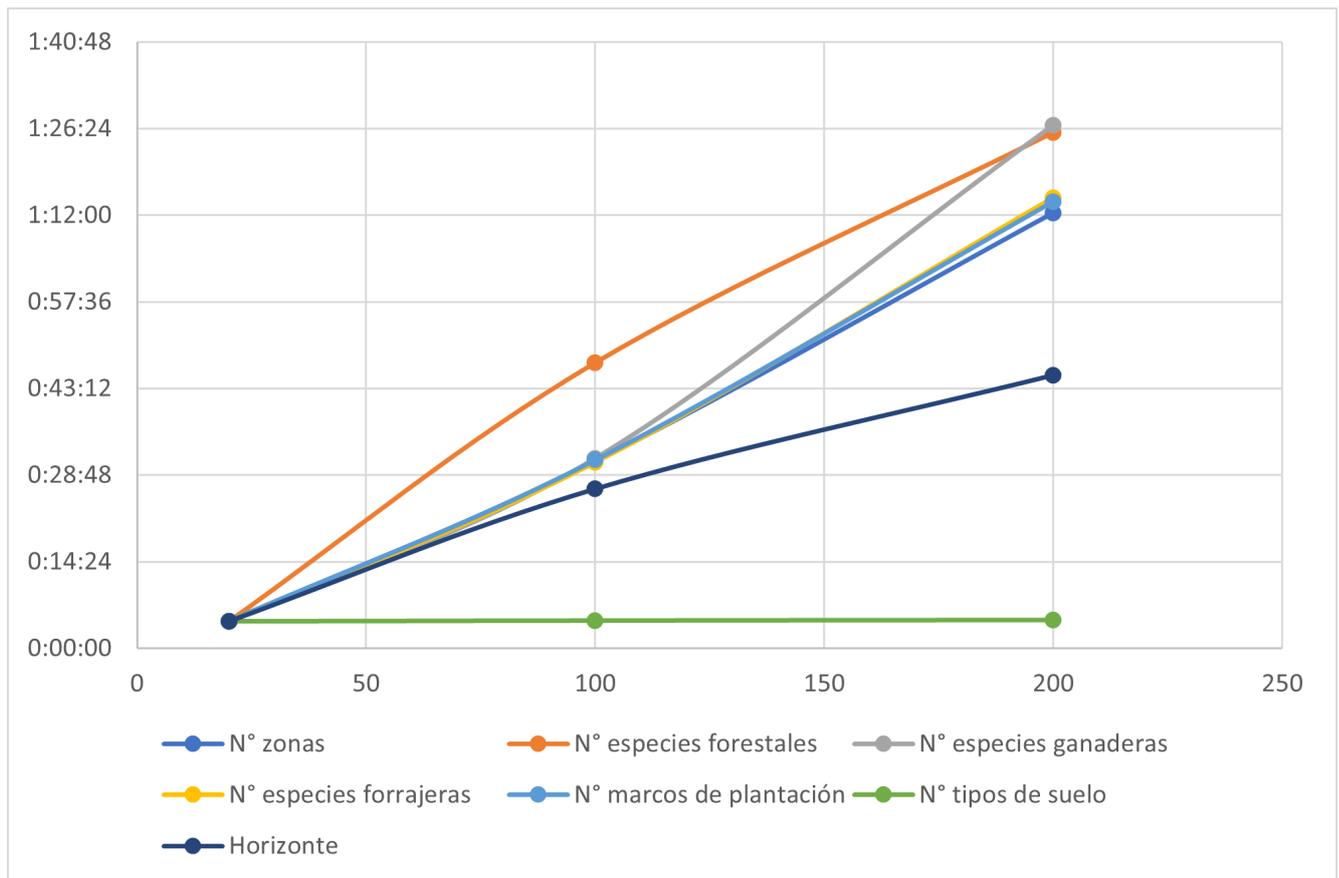
Caso	Suelo	P <sub>0</sub> (US\$)	P <sub>y</sub> (US\$)	T <sub>resolución</sub> (s)	T <sub>carga</sub> (s)
1	Colinas del este	270.000	16500	7,512	3,377
2	Centro sur	270.000	16500	8,440	0,81
3	Basalto	270.000	16500	15,510	0,798
4	Basalto	270.000	16500	18,584	0,779
5	Basalto	270.000	16500	55,411	0,623
6	Colinas del este	270.000	16500	27,218	0,765
7	Basalto	270.000	16500	11,222	0,627
8	Centro sur	216000	16500	50,483	0,794
9	Centro sur	162000	16500	21,461	0,685
10	Centro sur	108.000	16500	28,265	2,812
11	Centro sur	54.000	16.500	1,900	1,046
12	Centro sur	270.000	33000	0,207	0,736
13	Centro sur	270.000	0	26,524	0,661
14	Centro sur	270.000	33000	6,592	0,93
15	Centro sur	270.000	21120	13,022	0,718
16	Centro sur	270.000	16500	0,559	0,682
17	Centro sur	270.000	16500	0,108	1,978
18	Centro sur	270.000	16500	0,203	1,098
19	Centro sur	28.000	1750	0,089	0,811
20	Centro sur	20.500	1250	6,088	0,752
21	Centro sur	150000	9000	24,213	0,593

**Tabla 2.2:** Balances anuales de las soluciones propuestas para las pruebas de sensibilidad

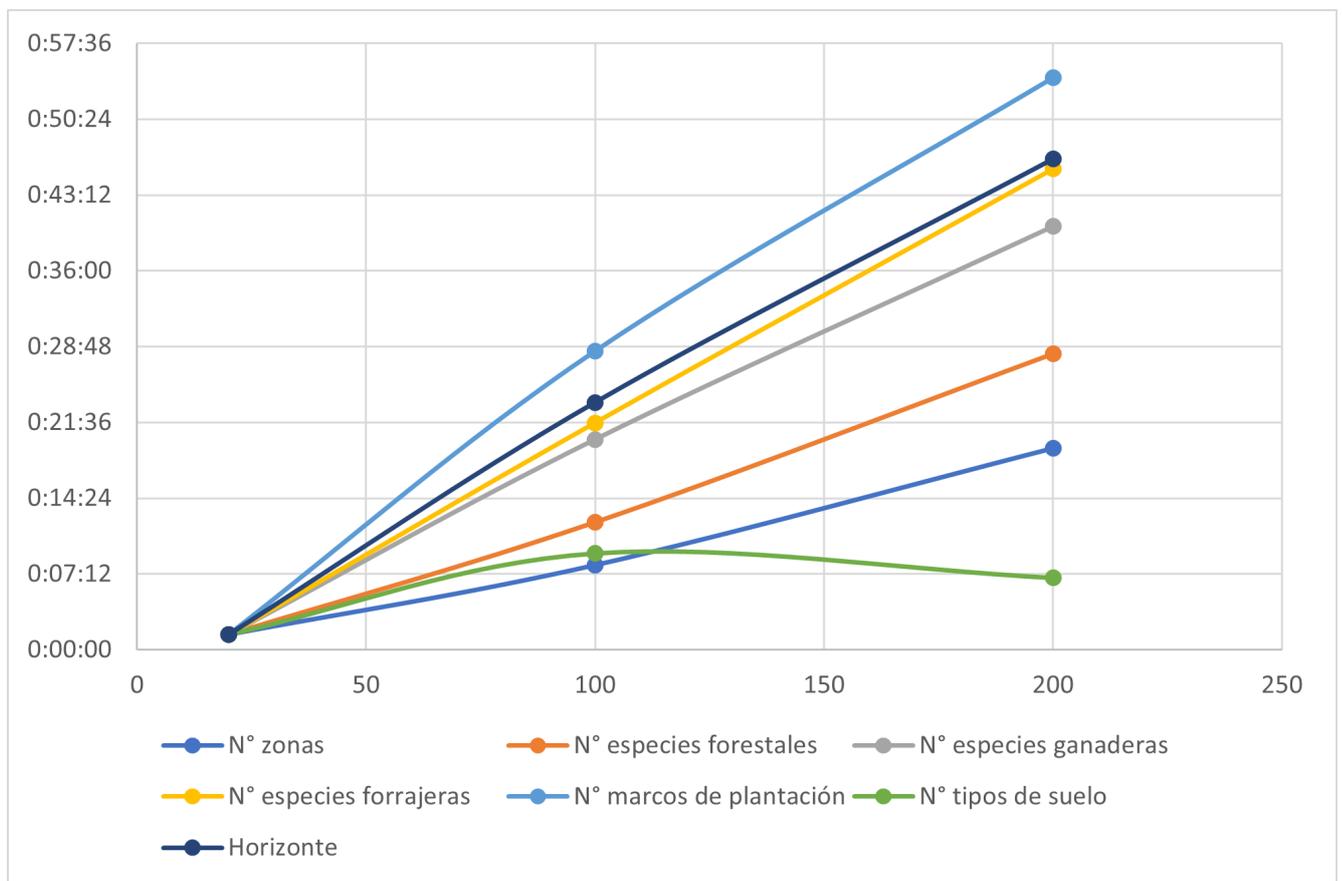
Caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	-16.496,69	4.113.590,13
2	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	-16.493,89	3.623.128,91
3	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	-16.494,48	3.181.523,82
4	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	-16.499,65	3.737.995,96
5	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	-16.490,31	3.721.118,14
6	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	-16.498,71	3.817.498,17
7	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	-16.487,24	3.467.822,72
8	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	-2.293,31	3.142.782,06
9	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	28.356,85	2.105.821,82
10	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	59.003,49	1.068.980,29
11	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	77.721,17	131.720,11
12	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	-18.364,02	3.686.488,74
13	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	1,51	3.065.143,59
14	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	-3.651,25	3.188.724,08
15	9,75	9,75	-1.310,25	9,75	9,75	-1.310,25	9,75	9,75	-1.310,25	3.080.864,73
16	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	-16.497,29	3.623.333,29
17	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	86.278,09	146.222,20
18	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	-16.498,65	2.137.009,35
19	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	2.251,18	232.566,42
20	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	-1.246,57	281.967,80
21	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	-8.990,71	1.947.909,04

## Apéndice 3

### Resultados extendidos para las pruebas de performance



**Figura 3.1:** Evolución de tiempo de resolución en función del tamaño del problema



**Figura 3.2:** Evolución de tiempo de carga en función del tamaño del problema



**Figura 3.3:** Evolución de tiempos de carga y resolución en función del tamaño del problema (La notación utilizada es la misma que se emplea en la especificación del modelo.)

# ANEXOS

# Anexo 1

## Código fuente del modelo desarrollado

```
/*  
 * Optimización de ciclos de silvopastoreo  
 * Rodrigo Conde Clavijo - 2022  
 *  
 * Modelo principal  
 */  
  
param H; # horizonte de inversión (en años)  
  
set Z; # zonas de manejo agroforestal  
param T { Z }; # tamaño de cada zona (en hectáreas)  
set Suelos; # posibles tipos de suelo  
param S { Z }, symbolic, in Suelos; # tipo de suelo de cada zona  
param A_f { Z } binary; # si la actividad forestal está aceptada o no según la zona  
param A_g { Z } binary; # si la actividad ganadera está aceptada o no según la zona  
  
set E_f; # especies forestales  
set E_g; # especies ganaderas  
set E_p; # especies forrajeras  
set M; # marcos de plantación  
# Especie forestal nula (para poder expresar algunas restricciones)  
param e_null, symbolic, in E_f;
```

```

# Especie forestal nula (para poder expresar algunas restricciones)
param g_null, symbolic, in E_g;

param I_f { E_f, M, Suelos }; # inversión inicial para la componente forestal (en dólares)
param C_f { E_f, M, Suelos, 1..H }; # costo operativo de la componente forestal (en US$)
param R_f { E_f, M, Suelos, 1..H }; # retorno anual de la componente forestal (en US$)
param I_p { E_g, E_p, M, Suelos }; # inversión inicial para la componente pastoril (en US$)
param C_p { E_g, E_p, M, Suelos, 1..H }; # costo operativo de la componente pastoril (en US$)
param R_p { E_g, E_p, M, Suelos, 1..H }; # retorno anual de la componente pastoril (en US$)

param P { 0..H }; # presupuesto operativo por año (en dólares)

param i; # tasa de descuento (para cálculo del VAN)

# ¿Se implanta la combinación de especies y marco de plantación en la zona correspondiente?
var x { Z, E_f, M, E_g, E_p } binary;

maximize van:
sum {y in 1..H} sum {z in Z} sum {e in E_f} sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p} (
(R_f[e, m, S[z], y] - C_f[e, m, S[z], y]) * T[z] * ((1 + i)^(-y)) * x[z, e, m, g, p]
+ (R_p[g, p, m, S[z], y] - C_p[g, p, m, S[z], y]) * T[z] * ((1 + i)^(-y)) * x[z, e, m, g, p]
)
- sum {z in Z} sum {e in E_f} sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p} (
(I_f[e, m, S[z]] + I_p[g, p, m, S[z]]) * T[z] * x[z, e, m, g, p]
);

# unicidad de la decisión por zona
s.t. unicidad { z in Z}:
    sum {e in E_f} sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p} x[z, e, m, g, p] <= 1;

# cumplimiento de las actividades aceptadas
s.t. acepta_forestacion { z in Z, e in E_f : e != e_null }:
    sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p} x[z, e, m, g, p] <= A_f[z];

s.t. acepta_ganaderia { z in Z, g in E_g : g != g_null }:
    sum {m in M} sum {e in E_f} sum {p in E_p} x[z, e, m, g, p] <= A_g[z];

```

```

# presupuesto inicial:
s.t. presupuesto_inicial:
    sum {z in Z} sum {e in E_f} sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p}
        (I_f[e, m, S[z]] + I_p[g, p, m, S[z]]) * T[z] * x[z, e, m, g, p] <= P[0];

# presupuesto operativo por año:
s.t. presupuesto_operativo { y in 1..H }:
    sum {z in Z} sum {e in E_f} sum {m in M} sum {g in E_g} sum {p in E_p}
        (C_f[e, m, S[z], y] + C_p[g, p, m, S[z], y] - R_f[e, m, S[z], y] - R_p[g, p, m, S[z], y]
            * T[z] * x[z, e, m, g, p]
            <= P[y];

end;

```