



FACULTAD DE
INGENIERIA



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Optimización de torres de alta tensión y su análisis frente a vientos de alta intensidad

Agustin Teliz Berhouet

Programa de Posgrado en Ingeniería Estructural
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay
Abril de 2021



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY

Optimización de torres de alta tensión y su análisis frente a vientos de alta intensidad

Agustin Teliz Berhouet

Tesis de Maestría presentada al Programa de Posgrado en Ingeniería Estructural, Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Magíster en Ingeniería Estructural.

Director:

D.Sc. Alfredo Canelas

Director académico:

Dr. Ing. Gabriel Usera

Montevideo – Uruguay

Abril de 2021

Teliz Berhouet, Agustin

Optimización de torres de alta tensión y su análisis frente a vientos de alta intensidad / Agustin Teliz Berhouet. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ingeniería, 2021.

[IX](#), [69](#) p. 29, 7cm.

Director:

Alfredo Canelas

Director académico:

Gabriel Usera

Tesis de Maestría – Universidad de la República, Programa en Ingeniería Estructural, 2021.

Referencias bibliográficas: p. [64](#) – [66](#).

1. Torres de transmisión de energía, 2. Método de elementos finitos, 3. Optimización, 4. Vientos de alta intensidad. I. Canelas, Alfredo, . II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Ingeniería Estructural. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

Dr. Ing. Gonzalo Cetrangolo

D. Sc. Henry Figueredo

Dr. Ing. Luis Segura

Montevideo – Uruguay
Abril de 2021

Agradecimientos

En principio quiero agradecer a mi familia y amigos más cercanos por su apoyo constante, tanto económico como emocional durante toda la carrera de grado y maestría. A mis compañeros y amigos de trabajo, que en todos estos años hemos formado un grupo hermoso donde se disfruta de la buena compañía y el cariño de todos. Por último, y por ser último no menos agradecido sino que todo lo contrario, a mis tutores y a la facultad de ingeniería. En especial a la Instituto de Ingeniería Mecánica y Producción Industrial donde trabajo desde que era estudiante de grado y al Instituto de Estructuras y Transporte por haberme dado la oportunidad de realizar la maestría en su instituto y haberme brindado su apoyo increíble durante toda la maestría. Además quiero agradecer a la Comisión Académica de Posgrado por haberme brindado la beca de maestría que sin lugar a duda fue de gran ayuda durante el período de trabajo.

*“Con ciencia grande no hay país
pequeño.”*

Clemente Estable

RESUMEN

Esta tesis tiene como objetivo el desarrollo de una herramienta computacional para el análisis y optimización de torres de líneas de alta tensión. La herramienta está basada en el método de elementos finitos, siendo las torres modeladas como reticulados tridimensionales. Los códigos desarrollados se realizaron en el lenguaje del ambiente Matlab, y permiten optimizar una estructura reticulada bajo restricciones mecánicas y geométricas. La herramienta fue utilizada para optimizar una torre típica de transmisión de energía eléctrica. La estructura optimizada fue analizada estudiando las frecuencias naturales y sus modos de vibración, la inestabilidad global del sistema bajo la hipótesis de pequeños y grandes desplazamientos, y su comportamiento dinámico frente a un perfil de viento proveniente de una tormenta descendente. Se observó que la torre optimizada tiene su masa determinada mayormente por los perfiles de acero utilizados, siendo su geometría similar a la del diseño de partida. Para la torre optimizada se presenta el estudio de las primeras seis frecuencias naturales, junto con sus modos de vibración, observando que esas frecuencias están en el rango admisible establecido por las normas técnicas. Los resultados obtenidos en los análisis de inestabilidad global muestran que no se producirá una falla global en forma previa a las fallas locales. El análisis dinámico determinó que la torre optimizada no cumple con los requisitos de diseño cuando se la somete a una tormenta como la que fue simulada, lo cual muestra que la acción de este tipo de tormentas debe ser tomada en cuenta en el proyecto de la torre, por ejemplo integrando restricciones adicionales en la formulación de optimización. Las herramientas desarrolladas son de código abierto y ofrecidas libremente para investigaciones futuras.

Palabras claves:

Torres de transmisión de energía, Método de elementos finitos, Optimización, Vientos de alta intensidad.

ABSTRACT

This thesis aims to develop a computational tool for the analysis and optimization of high voltage transmission towers. This tool is based on the finite element method, with the towers modeled as three-dimensional trusses. The software was coded in the Matlab environment language, and allows optimizing truss structures under mechanical and geometric constraints. The computational tool was used to optimize a typical steel transmission tower. The optimized structure was analyzed by studying the natural frequencies and their vibration modes, the global instability of the system under the hypothesis of small and large displacements, and its dynamic behavior when subjected to the wind profile of descending storm. It was observed that the optimized tower has its mass determined mainly by the steel profiles used, being its geometry very similar to that of the initial design. For the optimized tower, the study of the first six natural frequencies is presented, together with their vibration modes, observing that these frequencies are in the admissible range established by the technical standards. The results of the global instability analyses show that global failures will not occur before local failures. The dynamic analysis shows that the optimized tower does not meet the design requirements when it is subjected to a storm like the one that was simulated, which shows that the action of this type of storm must be taken into account in the tower design, for example by including additional constraints in the optimization formulation. The tools developed are open source and freely offered for future research.

Keywords:

Transmission tower, Finite element method, Optimization, High intensity winds.

Tabla de contenidos

1	Introducción	1
2	Revisión bibliográfica	4
2.1	Viento	4
2.2	Torres y coeficientes de arrastre	11
2.3	Optimización	13
3	Fundamentos teóricos	16
3.1	Método de elementos finitos	16
3.1.1	Análisis lineal	16
3.1.2	Análisis no lineal	18
3.2	Análisis dinámico	20
3.2.1	Dinámica lineal	20
3.2.2	Dinámica no lineal	22
3.3	Frecuencias naturales e inestabilidad global	23
3.4	Fuerzas del viento	24
3.5	Disposiciones normativas	25
3.6	Algoritmos de optimización	27
3.6.1	Algoritmos SQP	30
4	Optimización de torres	32
4.1	Características de la torre inicial	33
4.2	Fuerzas externas	35
4.3	Función objetivo	40
4.4	Funciones de restricción	42
4.5	Derivadas de la función objetivo y funciones de restricción . . .	46
4.6	Códigos principales	48

5	Análisis de resultados y conclusiones	50
5.1	Resultados	50
5.2	Análisis de hipótesis	59
5.3	Conclusiones	61
5.4	Trabajos futuros	62
	Bibliografía	64
	Glosario	66
	Anexos	67
	Anexo 1	68
1.1	Fuerzas externas	68
1.2	Mapa de colores de tensiones	69

Capítulo 1

Introducción

Las torres de líneas de alta tensión están entre de las estructuras más importantes en la distribución de energía, debiendo soportar cables a una altura adecuada y segura del suelo, su propio peso y, en particular en territorio uruguayo, fuertes vientos. Un evento de viento severo se produjo en marzo de 2002 en la zona sur del país provocando diversos daños incluyendo la caída de 19 torres de líneas de transmisión de 500 kV y 48 torres de 150 kV. El costo de las reparaciones ascendió a dos millones de dólares y el costo de generación térmica durante el período de inutilización de estas líneas fue de diez millones de dólares. Por lo tanto, las torres de alta tensión deben diseñarse teniendo en cuenta los requisitos estructurales y eléctricos para un diseño seguro y económico.

El objetivo de esta tesis fue desarrollar una herramienta computacional para el análisis y optimización de torres de líneas de alta tensión. Mediante esta herramienta se buscó una solución óptima de una torre de alta tensión de 220 kV, hallando una configuración que cumpla con ciertos requisitos mínimos. Además, se realizaron estudios numéricos de la torre optimizada en cuanto a sus frecuencias naturales, su estabilidad global y análisis dinámicos frente a vientos provenientes de tormentas convectivas.

Para realizar la optimización se desarrollaron códigos computacionales basados en el método de elementos finitos. Las estructuras objetivo de los códigos son reticulados de acero tridimensionales, en particular las torres de transmisión eléctrica, cargadas con fuerzas externas constantes en el proceso de optimización. Se utilizó una formulación de variables de diseño continuas para optimizar la geometría y las secciones de los elementos estructurales que la

componen. Los códigos permiten adaptar cualquier tipo de torre de transmisión y realizar un modelo para analizar y optimizar. Como torre modelo se utilizó la torre presentada en el artículo (Visweswara Rao, 1995) y los perfiles estructurales se obtuvieron a partir del artículo (Tort et al. 2017).

La optimización consiste en hallar una torre de masa mínima que satisfaga un conjunto de restricciones utilizando el algoritmo SQP (Sequential quadratic programming) como algoritmo de optimización. Las restricciones son esenciales para imponer los requisitos mínimos de diseño. En cuanto a las tensiones sobre los elementos estructurales, se impuso que, para los estados de carga estipulados por la norma ANSI, 2016, las tensiones alcanzadas por los elementos deben ser menores a la tensión de fluencia, tanto en tracción como en compresión, y los elementos comprimidos no deben superar la tensión crítica de Euler, utilizando adecuados factores de diseño. En cuanto a las restricciones geométricas se impuso restricciones de colinealidad para nodos pertenecientes a miembros principales de la estructura.

Luego de hallar la torre optimizada se realizaron algunos análisis posteriores. En principio se hallaron las frecuencias naturales del sistema haciendo énfasis en las primeras seis, presentando sus valores y sus modos de vibración asociados. Se estudió la inestabilidad global del sistema mediante dos vías, por un lado se hallaron las cargas críticas a partir de los códigos desarrollados utilizando pequeñas deformaciones y pequeños desplazamientos y por otro lado utilizando el software ONSAS el cual contempla grandes desplazamientos. Resultando en ambos casos que las cargas críticas de inestabilidad global superan las consideradas en el proceso de diseño de la torre. Por último, también utilizando el software ONSAS, se realizó una simulación dinámica de la torre frente a una tormenta descendente. Se utilizó como perfil de viento una tormenta que se produjo en Alemania, recabando los datos a partir del artículo (Stengel y Thiele, 2017). A partir de la simulación dinámica se halló el factor de seguridad de la torre en función del tiempo, resultando que la torre no cumple con los criterios de diseño al producirse una tormenta con esas características.

El documento se encuentra dividido en capítulos, comenzando con una revisión bibliográfica, presentando libros, normas y artículos científicos sobre los temas a abordar. En principio se describe el viento sobre el territorio uruguayo analizando desde curvas de velocidad de viento máximo hasta las formulaciones del cálculo de la presión dinámica sobre torres de alta tensión, agregando información sobre vientos provenientes de tormentas descendentes. Luego se

recabaron datos sobre coeficientes de arrastre de estructuras similares a la estudiada, y por último se presentan artículos donde se buscaron soluciones óptimas de torres de alta tensión.

En el Capítulo 3 se presentan las principales herramientas utilizadas en la tesis. Los análisis numéricos fueron realizados a partir del método de elementos finitos, por lo que se presenta un resumen de su metodología para estructuras reticuladas tridimensionales. Luego se presentan fundamentos sobre problemas de optimización y un resumen del método SQP utilizado en la optimización de la torre. También se describen los conceptos fundamentales sobre frecuencias naturales, inestabilidad global y dinámica de estructuras a partir de análisis numéricos. Además, se muestran las consideraciones principales utilizadas para hallar las fuerzas sobre la torre al producirse una tormenta descendente y se hace mención sobre criterios impuestos por la norma (ANSI, 2016) a partir del método ASD (allowable stress design).

En el Capítulo 4 se presentan las características principales del problema planteado de optimización. Se describe la torre inicial en cuanto a la geometría y perfiles utilizados. Luego se presenta el cálculo de las fuerzas externas sobre la torre, tales como fuerzas de gravedad, fuerzas provenientes del viento y fuerzas provenientes del peso de los cables. Se presenta la formulación de la función objetivo utilizada, las funciones de restricción y las derivadas de todas las funciones utilizadas para lograr un mejor rendimiento en el proceso de optimización.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos en el proceso de optimización y análisis posteriores realizados sobre la torre optimizada. También se discuten los aspectos más relevantes en cuanto a las hipótesis utilizadas, se presentan las conclusiones finales del trabajo y las propuestas sobre trabajos futuros.

Capítulo 2

Revisión bibliográfica

En esta sección se presentan los libros, normas y artículos científicos que tratan la temática de optimización de torres de alta tensión. También se incluyen estudios sobre torres de alta tensión frente a vientos sinópticos y no sinópticos.

2.1. Viento

En el artículo (Beck y Corrêa, 2013) están construidos los gráficos básicos de velocidades de viento para todo el territorio brasileño y en sus cercanías. Para el interés de este trabajo se muestran curvas de viento para gran parte del territorio uruguayo. El artículo contó con datos de 4142 estaciones y 62 años de registros eólicos con el fin de construir curvas de vientos fiables. Dentro de la totalidad de las estaciones meteorológicas, existen estaciones pertenecientes a países limítrofes de Brasil como se muestra en la Figura 2.1 por lo que los gráficos muestran velocidades de viento más allá del territorio brasileño.

Por otra parte la (UNIT 50:84, 1984) define los criterios presentados en la Ecuación (2.1). Refiriéndose con el término costa al Río Uruguay, Río de la Plata o Costa atlántica.

$$\begin{cases} v = 43.9 \text{ m/s} & \text{a menos de 25 km de la costa} \\ v = 37.5 \text{ m/s} & \text{a más de 25 km de la costa} \end{cases} \quad (2.1)$$

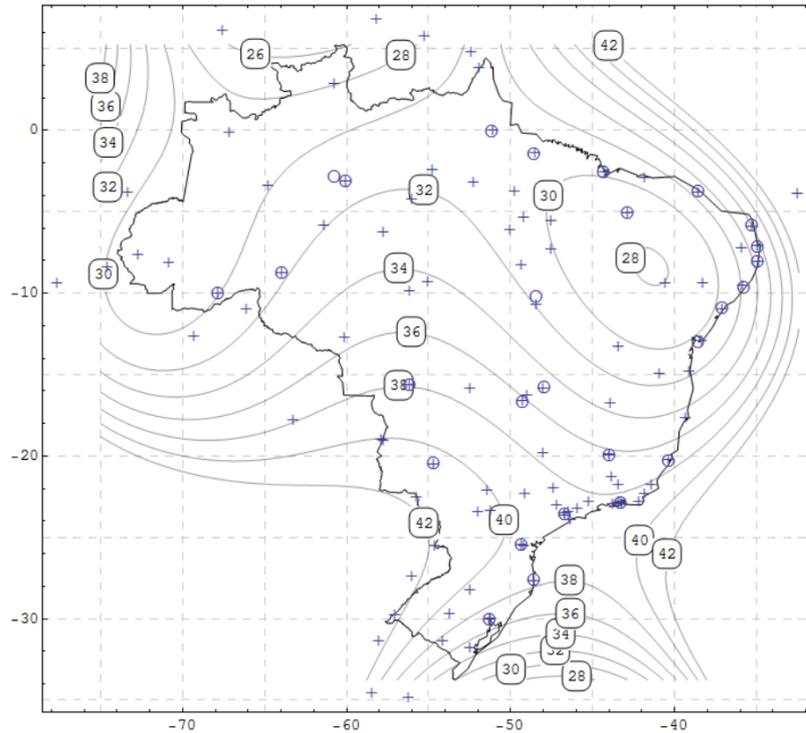


Figura 2.1: Mapa de Brasil con curvas de velocidad de viento y la ubicación de las estaciones meteorológicas. Fuente: (Beck y Corrêa, 2013).

Comparando los datos de (Beck y Corrêa, 2013) con respecto a lo estipulado en la norma uruguaya de viento se realizaron dos observaciones. En principio, para el criterio de mayor velocidad, la norma es más conservadora, ya que toma 43.9 m/s y en la Figura 2.1 se muestra que el máximo se da contra el Río Uruguay y es de 42 m/s. Sin embargo, para ubicaciones dentro del territorio uruguayo se muestran curvas de velocidad de viento que van desde los 34 m/s a 40 m/s, siendo la norma menos conservadora.

Continuando con el estudio de vientos, se encuentra el artículo técnico (CIGR, 2012), donde se proporcionan pautas sobre el diseño de líneas de transmisión para mitigar el daño producido por viento de alta intensidad. El término de viento de alta intensidad se refiere a eventos que por lo general superan los 45 m/s (160 km/h) como huracanes, tornados y tormentas convectivas entre otros. Además son ráfagas de viento que generalmente se producen de forma localizada, ocupando superficies pequeñas en comparación con las ráfagas de viento tipo capa límite. Al igual que en la norma de viento uruguayo, este artículo considera que la velocidad de cálculo se halla a partir de la velocidad característica del viento del lugar V_{design} afectada por factores que la modifi-

can en función del lugar específico en donde se encuentra la estructura. En la Ecuación (2.2) se muestra como hallar la velocidad de cálculo V_z :

$$V_z = V_{design} M_d M_{z,cat} M_s M_t; \quad (2.2)$$

donde V_{design} es la velocidad característica del viento del lugar correspondiente al período de retorno de diseño seleccionado, ráfaga de 2-3 segundos. Este término es equivalente a los coeficientes $V_k \cdot K_k$ en la (UNIT 50:84, 1984) ya que se debe especificar el período de retorno.

M_d se aplica cuando existen construcciones cercanas y se considera menor o igual a 1. En el caso de líneas de alta tensión se recomienda $M_d = 1$ ya que se encuentran en lugares de gran exposición al viento.

$M_{z,cat}$ es el multiplicador de velocidad de vientos de ráfaga para la categoría de terreno a la altura z . (Ráfaga de 2-3 segundos). Un coeficiente $M_{z,cat} = 1.00$ es apropiado para un terreno abierto y a una altura de referencia de 10 m. Este valor aumenta con la altura y se debe hacer referencia a los estándares de carga de viento apropiados para otros valores. Para estructuras menores a 50 m puede tomarse z igual a $2/3$ de la altura de la estructura o en el centro de cada panel en estructuras reticuladas (coeficiente equivalente a K_z en (UNIT 50:84, 1984)).

M_s se define como multiplicador de dirección de viento. Normalmente se considera igual a la unidad porque las ráfagas viento de alta intensidad pueden tener una direccionalidad variable y la exposición de los principales efectos de protección de colinas y otras estructuras es mínima (no tiene un equivalente con la (UNIT 50:84, 1984)).

M_t es el coeficiente topográfico y hace referencia a grandes desniveles como acantilado de una cordillera o terreno montañoso. En otros casos se considera igual a la unidad. En el caso del territorio uruguayo no se cuenta con grandes desniveles por lo que es razonable considerar $M_t = 1$. (Equivalente a K_t en (UNIT 50:84, 1984))

Luego, la presión dinámica de cálculo q_z sobre la estructura se halla como se expresa en la Ecuación (2.3) utilizando la velocidad en m/s, el resultado es expresado en kPa.

$$q_z = 0.5 \rho_{air} V_z^2 \times 10^{-3} \quad (2.3)$$

Siendo ρ_{air} la densidad del aire, considerando $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ a menos que

se determine lo contrario. La Ecuación (2.3) no presenta grandes diferencias a lo expresado en la norma (UNIT 50:84, 1984) ya que la presión dinámica de cálculo se halla como $q_z = V_z^2/1630$, el resultado expresado en kN/m^2 .

Para torres reticuladas que son esencialmente cuadradas o rectangulares en planta, la fuerza en la dirección del viento en toda la sección de la torre puede calcularse como se muestra en la Ecuación (2.4), resultado expresado en kN .

$$F_{s\theta} = q_z C_d A \quad (2.4)$$

Donde A es el área proyectada de una cara de la sección de la estructura en un plano vertical a lo largo de la cara y C_d es el coeficiente de arrastre o coeficiente de Drag de la estructura.

Solidity δ	Multiple Frames (Square tower)		Single frames	
	$C_d 0^\circ$	$C_d 45^\circ$	C_D	Shielding η
0.1	3.4	3.9	1.9	0.8
0.2	2.9	3.3	1.8	0.7
0.3	2.5	3.0	1.7	0.5
0.4	2.2	2.7	1.6	0.4
0.5	2.0	2.5	1.6	0.3
0.6	1.8	2.2	1.6	0.2

Figura 2.2: Coeficientes de Drag en función del ángulo de ataque del viento y la relación del área proyectada sólida al área cerrada total δ . Referencia: Norma australiana (AS/NZS 7000:2010, 2010).

Pasando al estudio de las tormentas descendentes, este mismo artículo (CIGR, 2012) hace énfasis en que las presiones generadas por una tormenta descendente pueden calcularse como se calculan las presiones provenientes de vientos sinópticos, excepto por la modificación del factor M_z como se proporciona en la Figura 2.3 y la velocidad de diseño que varía entre 50 m/s y 80 m/s .

Por lo general las torres de alta tensión se encuentran en el rango donde $M_{z,cat}$ vale 1. De esta manera, la aplicación de valores reducidos de $M_{z,cat}$ para vientos descendentes se limitará a aplicaciones de torres altas, mayores a 55 m. Las recomendaciones anteriores se basan en investigaciones de (Holmes y Oliver, 2000), (Holmes et al. 2002) y en la norma (AS/NZS 7000:2010, 2010).

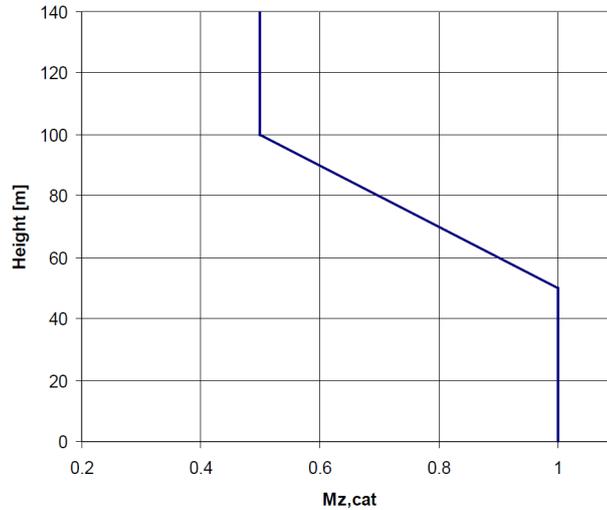


Figura 2.3: Coeficiente $M_{z,cat}$ en función de la altura de la estructura para una tormenta convectiva. Figura tomada del artículo CIGR, 2012.

Ya entrando en los modelos de campo de viento de corrientes descendentes, los análisis realizados en el artículo (McClure et al. 2008) muestran que el flujo de salida para los perfiles radial y vertical de la velocidad del viento en una tormenta descendente son similares al modelo de flujo llamado “chorro de pared” (Wall jet). En (Holmes y Oliver, 2000), el campo de flujo se compara con un chorro de fluido que incide sobre una superficie plana y rígida. Las características importantes observadas son las rápidas fluctuaciones en las direcciones del viento y la influencia de la rugosidad del terreno. En el artículo se presenta un modelo empírico simplificado de una corriente descendente que muestra la variación de la magnitud de la componente radial de la velocidad del viento. La variación en función del radio es lineal hasta un punto de velocidad máxima (V_{rmax} en la posición r_{max}) y luego disminuye exponencialmente. A su vez, a la velocidad de viento radial se agrega la velocidad de traslación del centro de la corriente descendente para dar la velocidad del viento resultante como se muestra en la Figura 2.4.

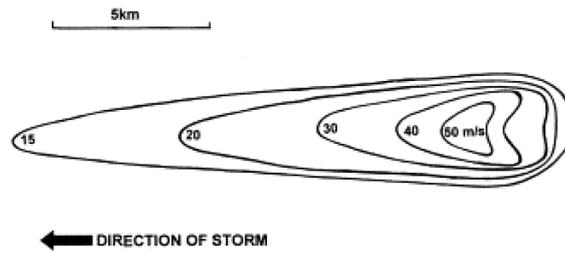


Figura 2.4: Curvas de velocidad de viento en una tormenta convectiva. Imagen tomada del artículo (Holmes y Oliver, 2000).

Por otra parte, se presenta el estudio de la velocidad del viento en función de la altura. Se encontró que, en oposición al perfil de vientos tipo capa límite, la velocidad máxima en las tormentas descendentes se da a alturas relativamente bajas. En la Figura 2.5 se muestran los perfiles de velocidades en función de la altura para los siguientes casos:

- En azul la fórmula empírica desarrollada en (Wood et al. 2001).
- En rojo la fórmula del viento tipo capa límite para vientos sinópticos con exponente de rugosidad del terreno 1/7.
- En verde, anaranjado y negro otros perfiles obtenidos de simulaciones computacionales de (Hangan y Freure, 2002) variando el número de Reynolds.

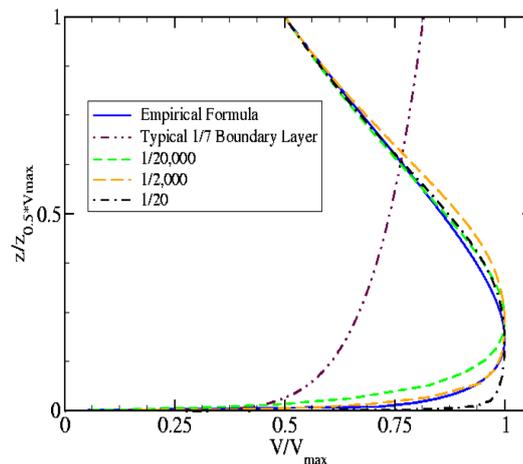


Figura 2.5: Perfil de velocidades media de viento en función de la altura normalizada. Imagen tomada del artículo (Hangan y Freure, 2002).

En el artículo (Stengel y Thiele, 2017) se presentan datos sobre una tormenta descendente que ocurrió en Alemania. Se presentan curvas de velocidad

de viento media y su componente fluctuante en función del tiempo, Figura 2.6, y la densidad espectral de potencia en función de la frecuencia para la tormenta medida, Figura 2.7. En cuanto a la densidad espectral de potencia se muestra cómo el rango de potencias máximas se da para frecuencias menores a 1 Hz y luego decaen de forma exponencial para frecuencias mayores como se muestra en la Figura 2.7.

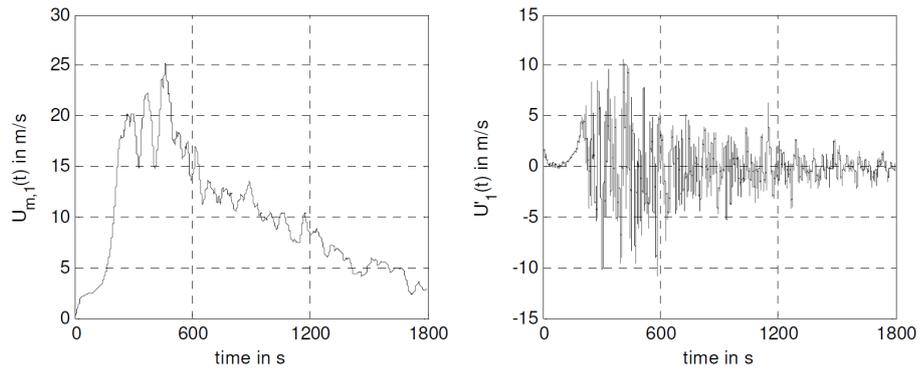


Figura 2.6: Velocidad de viento media y su componente fluctuante de una tormenta descendente. Fuente: (Stengel y Thiele, 2017)

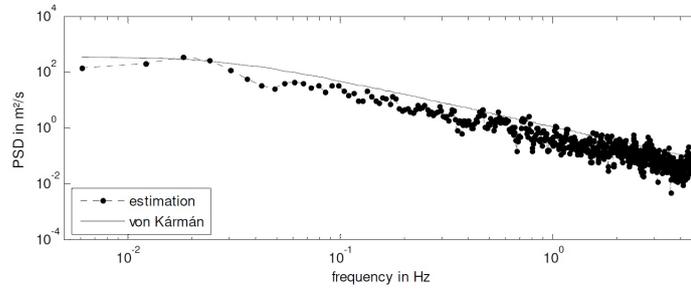


Figura 2.7: Densidad espectral de potencia de la tormenta medida. Fuente: (Stengel y Thiele, 2017)

En cuanto a modelos de torres de alta tensión, el artículo (Zhang et al. 2015) presenta un enfoque probabilístico para la evaluación de la capacidad de las torres de transmisión bajo fuertes cargas de viento. Después de modelar las torres de transmisión con elementos de viga y simular un campo de viento estocástico, se llevó a cabo un análisis dinámico incremental para una torre de transmisión. Para el análisis se utilizaron múltiples historias de tiempo de viento en cuatro direcciones diferentes. Se llevaron a cabo experimentos en el túnel de viento donde se logró obtener coeficientes de Drag y el factor de

respuesta dinámica para diferentes ángulos de ataque del viento en diferentes subsecciones de la torre.

2.2. Torres y coeficientes de arrastre

El artículo (Zhang et al. 2015) tiene como objetivo desarrollar un enfoque de evaluación de falla probabilística para torres de transmisión bajo fuertes cargas de viento tipo capa límite atmosférica. Se llevaron a cabo experimentos en túnel de viento para comprender la interacción del viento y la estructura de la torre y de esta manera obtener el coeficiente de Drag para diferentes paneles de la torre de transmisión. Se generaron perfiles de viento simulando historiales de viento tomando datos meteorológicos de un sitio dado. Los perfiles de viento se introdujeron como una suma de los componentes medios y fluctuantes que varían en el tiempo para diferentes ángulos de ataque. Después de construir los estados límites de la estructura, se obtienen las probabilidades de falla con diferentes períodos de retorno. Se concluye que los modos de falla y la capacidad estructural de la torre de transmisión varían para diferentes ángulos de ataque del viento. Los efectos aleatorios del viento no presentan dificultades en el rango elástico de la torre pero comienzan a desarrollarse después de ceder plásticamente algunos de los elementos estructurales.

Al comparar los coeficientes de Drag de los artículos anteriores, (AS/NZS 7000:2010, 2010) y (Zhang et al. 2015), se tiene gran similitud para paneles a alturas medias. Por otra parte, para paneles de altura baja (subsección A) de la Figura 2.8, el coeficiente de Drag disminuye. El aporte de este artículo es que proporciona el coeficiente C_d para diferentes ángulos de ataque en la horizontal mientras que las normas consideran únicamente al coeficiente para vientos normales a la torre.

Avanzando cronológicamente, Zhang también participó en el trabajo (Li et al. 2018), presentado en la *13th Americas Conference on Wind Engineering*. Este artículo presenta un enfoque de evaluación de falla probabilística para un sistema típico de torre de transmisión sometido a cargas de viento bajo vientos tipo capa límite atmosférica. A diferencia del trabajo (Zhang et al. 2015), este artículo se enfoca en el estudio de los cables. Se presentan experimentos en túnel de viento para obtener coeficientes de arrastre para los cables en función de la velocidad media de viento (20 y 30 m/s) y el ángulo de ataque (0, 30, 60 y 90 grados). Se presentan las probabilidades de falla en diferentes períodos

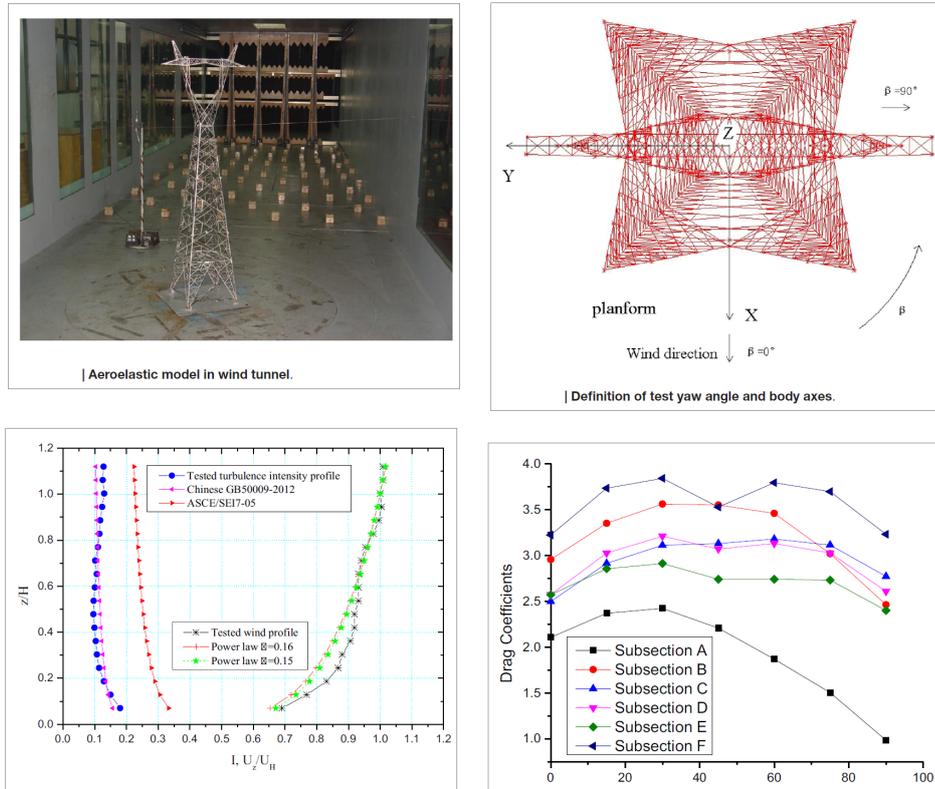


Figura 2.8: Modelo de torre para el ensayo experimental y en el modelo de elementos finitos, perfiles de viento y coeficientes de Drag utilizados en el artículo (Zhang et al. 2015)

de retorno para un sistema de línea de torre de transmisión sometido a fuertes vientos. Por otra parte se realiza un análisis de elementos finitos utilizando elementos de viga en el software *ANSYS* para la torre utilizando coeficientes de Drag del trabajo (Zhang et al. 2015). Finalmente, también se discuten los efectos del amortiguamiento aerodinámico para las líneas de transmisión en las respuestas dinámicas del sistema de línea de la torre.

El trabajo realizado en (Dua et al. 2015) compara la respuesta dinámica con la respuesta debido a cargas estáticas dadas por el Eurocódigo. Se simuló tres torres de transmisión con sus dos vanos intermedios, estructuras existentes, utilizando el programa *SAP2000*. Para el análisis dinámico se utilizó no linealidad geométrica junto con pequeñas deformaciones. Se investigaron aspectos macroscópicos como la coherencia del viento a lo largo del elemento, hallando el largo ideal del elemento para que las fuerzas sobre el mismo puedan considerarse coherentes. Como método de integración directa para el análisis dinámico se utilizó el Método de Hilber-Hughes-Taylor (Garcia, s.f.).

Se comparó la respuesta dinámica probabilística debida a 7 campos de viento simulados estocásticamente con la respuesta según el Eurocódigo EN-50341. Se concluye que las cargas estáticas propuestas por el Eurocódigo sobrestiman las fuerzas sobre los cables. Además realizaron simulaciones considerando el cable sujeto a puntos fijos y el sistema Torres-Cables encontrando diferencias en los resultados. Se concluyó que genera mayor desplazamiento y tensión en el cable y en la cadena de aisladores para el sistema Torres-Cables.

2.3. Optimización

En el artículo (Teegala y Singal, 2016) se presenta la optimización de un tendido eléctrico en Himalaya, India. El trabajo se centra en optimizar el costo de construcción de toda una línea de alta tensión de 400 kV enfocándose en el costo de las torres, el costo de los cables y las pérdidas de energía en la línea. El costo de la torre lo halla en una única fórmula matemática que depende del peso, la altura y la base de la torre. Basándose en (Kießling et al. 2014), el costo de las torres representa entre el 35 % y el 40 % del costo total y el costo de las torres depende directamente del peso de las mismas. Luego se menciona la posibilidad de construir pocas torres robustas o muchas torres livianas ya que las cargas sobre las torres vienen dadas por la distancia de los vanos (el peso de los cables).

En el trabajo de (Visweswara Rao, 1995) se realiza la optimización de una torre de alta tensión siendo este diseño el utilizado en más del 80 % de las torres de alta tensión. En la optimización se utilizaron únicamente seis variables de diseño: la tensión de los cables; la tensión del cable a tierra; el ancho de la base de la torre; el ancho de la torre en el nivel de cruce inferior; el ancho de la torre en la parte superior; y el ángulo de arriostamiento de los paneles. Con las variables elegidas se consigue ubicar todos los nodos de la torre y modificar algunas de las fuerzas externas como las provenientes de los cables. El problema fue planteado como un problema de optimización típico donde se busca minimizar la función $W(\mathbf{x})$, siendo en este caso el peso de la torre, sujeta a funciones llamadas restricciones $g_i(\mathbf{x}) \geq 0$, siendo \mathbf{x} las variables de diseño ya presentadas. Algunas de las restricciones consideradas son la fluencia en algún miembro de la torre, la inestabilidad elástica de los elementos a compresión para múltiples estados de carga y por otra parte se encuentran restricciones como la tensión mínima y máxima de los cables y el cable a tierra.

En este trabajo se utilizaron dos métodos de optimización llamados *Crisp optimization* y *fuzzy optimization*. Como resultado se obtuvo que el método de optimización *Crisp optimization* logra reducir el peso de la torre en un 12% disminuyendo la base de la torre, mientras que el método de optimización *fuzzy optimization* reduce el peso en un 6% realizando un diseño de torre más alto. Estos resultados no parecen sumamente favorables para la construcción de una torre, sin embargo un tendido de corriente de alta tensión implica la construcción de decenas de estas torres por lo que la reducción de un 12% en el costo del material implica grandes sumas de dinero además de menor transporte de material entre otros.

En el artículo (de Souza et al. 2016) el enfoque de optimización está dirigido en dividir la estructura en módulos principales. Los módulos pueden asumir diferentes tipologías preestablecidas. Se generan plantillas en base a los módulos, las cuales presentan reglas generales para su creación, que se basan en términos de la práctica del diseño y la viabilidad de creación de prototipos. Se estudiaron dos ejemplos de torres en los cuales se utilizaron las restricciones de la norma ASCE 10-97. La optimización se realizó mediante los algoritmos heurísticos *Flyfire Algorithm* y *Backtracking Search* utilizando únicamente variables discretas. En ambos ejemplos, el esquema propuesto fue capaz de reducir hasta 6.4% el peso estructural en comparación con un procedimiento clásico de optimización.

En el trabajo (Tort et al. 2017) se presenta una nueva herramienta de optimización de torres de alta tensión modeladas como reticulados. Se utilizó el software comercial *PLS-TOWER* implementando el algoritmo de optimización llamado *simulated annealing* (simulación de recocido, como el tratamiento térmico en aceros). Para tres casos diferentes, variando la geometría y utilizando diferentes combinaciones de perfiles normalizados, se halló el peso mínimo de las torres de acuerdo a las especificaciones de la norma ASCE 10-97. Los resultados indican que el proceso de diseño óptimo conduce a una reducción de peso en el rango de 10 a 26% en comparación con la práctica de la industria.

En el artículo (Degertekin et al. 2018) se muestra la eficiencia del método meta heurístico de optimización *Jaya algorithm* aplicado al dimensionamiento de estructuras reticuladas. Se resolvieron seis problemas clásicos de minimización de peso de estructuras a gran escala con hasta 204 variables de diseño utilizando como restricciones las tensiones y desplazamientos máximos. Se presentan curvas de optimización para diferentes métodos, incluyendo en algunos

casos el método SQP de Matlab utilizado en esta tesis, para cada problema estructural que resuelven. En la Figura 2.9 se muestra como todos los métodos llegan a resultados similares con la salvedad de que el algoritmo Jaya es el más rápido en encontrar la solución óptima.

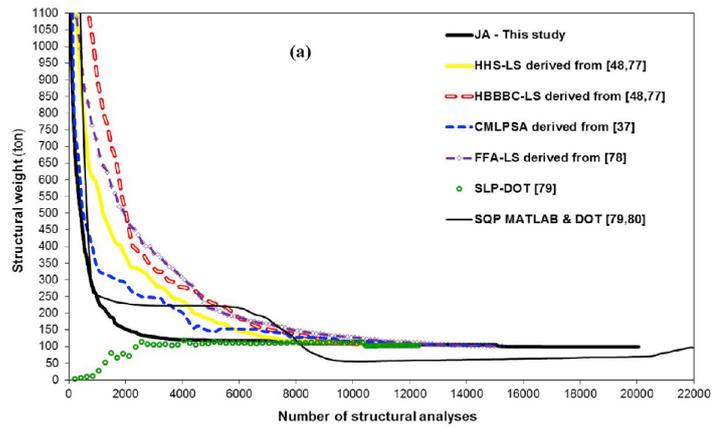


Figura 2.9: Curvas de convergencia para el problema con mayor número de barras presentado en el artículo (Degertekin et al. 2018). Fuente (Degertekin et al. 2018)

Capítulo 3

Fundamentos teóricos

3.1. Método de elementos finitos

En esta sección se presentan los fundamentos básicos acerca del método de elementos finitos para estructuras reticuladas. Por un lado se encuentra el análisis lineal y por otra parte el análisis no lineal junto con el método numérico utilizado para hallar la solución del mismo.

3.1.1. Análisis lineal

El modelo estructural de la torre es basado en el Método de Elementos Finitos, este método fue implementado considerando el sistema como una estructura reticulada, la cual fue discretizada en una serie de nodos (uniones del reticulado) y elementos (perfiles del reticulado). A partir de la configuración de los nodos y las propiedades geométricas y materiales de los elementos se halla la matriz de rigidez \mathbf{K}_l , la cual posee todas las características estructurales de la torre. Para el proceso de optimización se consideraron pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones, por lo que se utilizó la matriz de rigidez del modelo lineal. En la Ecuación (3.1) se muestra la formulación de la matriz de rigidez de cada elemento para el caso lineal.

$$\mathbf{K}_{l,e} = \int_{l_e} \mathbf{b}_{1,e}^T E_e A_e \mathbf{b}_{1,e} dx \quad (3.1)$$

donde E_e el módulo de Young del material del elemento, A_e el área del elemento y $\mathbf{b}_{1,e}$ se halla como:

$$\mathbf{b}_{1,e} = \frac{1}{(l_e)^2} \mathbf{x}_e^T G \quad (3.2)$$

siendo l_e el largo inicial del elemento, \mathbf{x}_e es el vector de coordenadas iniciales de los nodos $\mathbf{x}_e = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2]^T$ y G es la matriz presentada en la Ecuación (3.3).

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

En la Ecuación (3.1) todos los términos dentro de la integral son independientes de la variable de integración por lo que la matriz $\mathbf{K}_{l,e}$ es:

$$\mathbf{K}_{l,e} = E_e A_e l_e \mathbf{b}_{1,e}^T \mathbf{b}_{1,e} \quad (3.4)$$

Por último, se deben ensamblar las matrices de rigidez $\mathbf{K}_{l,e}$ para obtener la matriz de rigidez global \mathbf{K}_l . Esta matriz sirve para hallar el campo de desplazamientos nodales \mathbf{u} cuando se le aplica una fuerza externa \mathbf{F}_{ext} . En la Ecuación (3.5) se muestra la relación que cumplen la matriz de rigidez, el campo de desplazamientos y el vector de fuerzas externas en el caso estático.

$$\mathbf{K}_l \mathbf{u} = \mathbf{F}_{ext} \quad (3.5)$$

Al término $\mathbf{K}_l \mathbf{u}$ se le llama vector de fuerzas internas, siendo que el vector de fuerzas internas debe ser igual al vector de fuerzas externas para lograr el equilibrio.

Una vez hallado el vector global de desplazamientos nodales se conoce la deformación en cada una de las barras aplicando la relación lineal entre desplazamientos y deformaciones. Para el cálculo de las deformaciones se utilizó la deformación unitaria ingenieril $\varepsilon_e = (l_{f,e} - l_e)/l_e$ asumiendo pequeñas deformaciones en las barras del sistema, siendo $l_{f,e}$ el largo final del elemento (largo del elemento en su configuración deformada). Luego, utilizando la ley de Hooke para el caso unidimensional $\sigma = E\varepsilon$ se hallan las tensiones en cada uno de los elementos del reticulado. En el método de elementos finitos las tensiones sobre

cada uno de los elementos se calcula como lo expresado en la Ecuación (3.6).

$$\sigma_e = E_e \mathbf{b}_{l,e} \mathbf{u}_e \quad (3.6)$$

donde \mathbf{u}_e es el vector de los desplazamientos nodales del elemento.

3.1.2. Análisis no lineal

En esta sección se presentan los fundamentos básicos para trabajar utilizando no linealidad geométrica. Este tipo de análisis es uno de los utilizados por el software ONSAS (Bazzano y Pérez Zerpa, 2017) en el cual se realizó el análisis de inestabilidad global del sistema y el análisis dinámico no lineal.

Por un lado la deformación de Green se define como:

$$\varepsilon_G = \frac{l_{f,e}^2 - l_e^2}{2l_e^2} \quad (3.7)$$

Por otra parte, a partir del Teorema de trabajos virtuales se define la fuerza interna de la estructura como el ensamble de las fuerzas internas de cada elemento $\mathbf{F}_{int,e}$, siendo estas:

$$\mathbf{F}_{int,e} = A_e (\mathbf{b}_e(\mathbf{u}_e))^T \sigma_e l_e \quad (3.8)$$

El término σ_e es el definido en la Ecuación (3.6) y $\mathbf{b}_e(\mathbf{u}_e)$ se halla como $\mathbf{b}_e(\mathbf{u}_e) = \mathbf{b}_{1,e} + \mathbf{b}_{2,e}(\mathbf{u}_e)$, siendo $\mathbf{b}_{1,e}$ el vector presentado en la Ecuación (3.2) y $\mathbf{b}_{2,e}(\mathbf{u}_e)$:

$$\mathbf{b}_{2,e}(\mathbf{u}_e) = \frac{1}{l_e^2} \mathbf{u}_e^T G \quad (3.9)$$

Para lograr el equilibrio en el sistema se debe cumplir que el vector de fuerzas internas sea igual al vector de fuerzas externas. Por lo tanto, se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}) - \mathbf{F}_{ext} = 0 \quad (3.10)$$

donde $\mathbf{r}(\mathbf{u})$ representa el vector de fuerzas nodales residuales o fuerzas no equilibradas.

Para resolver el sistema de ecuaciones no lineales se utilizó el método de Newton-Raphson. Este método consiste en partir de un desplazamiento cono-

cido (usualmente $\mathbf{u} = 0$) y se aplica un procedimiento iterativo que converge a una solución de (3.10). En la iteración del método de Newton, la variación de desplazamiento en la iteración $k + 1$ se halla de la siguiente manera:

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \Delta\mathbf{u}^k \quad (3.11)$$

Linealizando la función $\mathbf{r}(\mathbf{u})$:

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}^k + \Delta\mathbf{u}^k) \simeq \mathbf{r}(\mathbf{u}^k) + \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}(\mathbf{u}^k) \Delta\mathbf{u}^k = 0 \quad (3.12)$$

Tomando la parte derecha de la Ecuación (3.12) se llega a:

$$\frac{\partial\mathbf{F}_{int}}{\partial\mathbf{u}}(\mathbf{u}^k) \Delta\mathbf{u}^k = \mathbf{F}_{ext} - \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}^k) \quad (3.13)$$

Donde la derivada de la fuerza interna con respecto al desplazamiento se halla como el ensamble de la derivada de la fuerza interna de cada elemento.

Utilizando la Ecuación (3.13), la variación de desplazamiento presentada en la Ecuación (3.11) y partiendo de la condición de desplazamiento nulo, el método de Newton produce una sucesión de desplazamientos que converge habitualmente a la solución de (3.10).

A modo de resumen se presenta el resultado final de la derivada de la fuerza interna de un elemento con respecto al desplazamiento de dicho elemento. Siendo $\frac{\partial\mathbf{F}_{int,e}}{\partial\mathbf{u}_e} = \mathbf{K}_{T,e}(\mathbf{u}_e^k)$. La matriz $\mathbf{K}_{T,e}$ es la llamada matriz tangente del elemento la cual se define como:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{T,e} &= EAl\mathbf{b}_1^T\mathbf{b}_1 \\ &\dots + EAl[\mathbf{b}_1^T\mathbf{b}_2(\mathbf{u}^k) + \mathbf{b}_2^T(\mathbf{u}^k)\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2^T(\mathbf{u}^k)\mathbf{b}_2(\mathbf{u}^k)] \\ &\dots + \frac{\sigma^k A}{l}G \end{aligned} \quad (3.14)$$

En la parte derecha de la Ecuación (3.14), el subíndice que refiere al elemento se omitió por simplicidad de notación. El primer término de la parte derecha es la matriz de rigidez del modelo lineal al igual que en la Ecuación (3.4), el segundo término se lo denomina matriz de desplazamiento inicial $\mathbf{K}_{T2,e}(\mathbf{u}^k)$ y al último término se le llama matriz de tensión inicial o matriz geométrica $\mathbf{K}_{\sigma,e}$.

Una vez ensamblada la matriz de rigidez tangente y el vector de fuerzas in-

ternas, vinculando las ecuaciones (3.13) y (3.14) se llega a la siguiente igualdad referida a la k -ésima iteración:

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{u}^k) \Delta \mathbf{u}^k = \mathbf{F}_{ext} - \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}^k) \quad (3.15)$$

De esta forma se halla el término $\Delta \mathbf{u}^k$ necesario para la Ecuación (3.11).

Para dar como culminada la iteración se utilizaron tres criterios de parada. En el caso que se cumpla cualquiera de las tres condiciones el programa toma como resultado el valor del desplazamiento de la iteración anterior. En principio se tomó como criterio la convergencia en los desplazamientos debiendo cumplir:

$$\frac{\|\Delta \mathbf{u}^k\|}{\|\mathbf{u}^k\|} \leq tol_u \quad (3.16)$$

Luego el criterio de fuerzas residuales despreciables:

$$\frac{\|\mathbf{r}(\mathbf{u}^k)\|}{\|\mathbf{F}_{ext}\|} \leq tol_F \quad (3.17)$$

Y por último se agrega una tolerancia en cuanto al máximo de iteraciones en caso de que el método no sea capaz de hallar una solución utilizando los criterios de parada anteriores. En todos los análisis que se utilizó el método de Newton-Raphson las tolerancias utilizadas fueron las siguientes: $tol_u = 1 \times 10^{-8}$; $tol_F = 1 \times 10^{-8}$; y un máximo de 50 iteraciones.

3.2. Análisis dinámico

En esta sección se presenta el análisis dinámico lineal para introducir al lector en los análisis dinámicos. Luego se presenta el análisis dinámico utilizando no linealidad geométrica el cual fue utilizado en esta tesis.

3.2.1. Dinámica lineal

En el análisis dinámico las matrices fundamentales de la ecuación del movimiento del sistema son la matriz de rigidez, la matriz de masa \mathbf{M} y la matriz de amortiguamiento \mathbf{C} .

Para la matriz de masa se utilizó la llamada matriz de masa consistente. Nuevamente, \mathbf{M} se halla ensamblando las matrices de masa de los elementos \mathbf{M}_e , presentada en la Ecuación (3.18), (Rao, 2017)

$$\mathbf{M}_e = \int_{V_0} \rho \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e dV \quad (3.18)$$

siendo ρ la densidad del material, V_0 el volumen de referencia del elemento y \mathbf{N}_e la matriz de interpolación como se muestra en la Ecuación (3.19).

$$\mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l_e} & 0 & 0 & \frac{x}{l_e} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{x}{l_e} & 0 & 0 & \frac{x}{l_e} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{x}{l_e} & 0 & 0 & \frac{x}{l_e} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Si el elemento presenta densidad y área constante en todo el largo de la barra, la Ecuación (3.18) se simplifica en la Ecuación (3.20).

$$\mathbf{M}_e = \frac{\rho A_e l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

La matriz de amortiguamiento permite incorporar efectos disipativos viscosos en el análisis dinámico. Al no contar con una formulación teórica para la matriz \mathbf{C} , se debe elegir una matriz tal que se obtengan amortiguamientos cercanos a valores empíricos para estructuras similares, por lo general coeficientes de amortiguamiento ξ menores a 0.1, siendo ξ el coeficiente adimensional definido de forma tal que el valor $\xi = 1$ representa el amortiguamiento crítico. En el libro (Clough y Penzien, 1993) se recomienda hallar la matriz de amortiguamiento como una combinación lineal de la matriz de rigidez y la matriz de masa, como se muestra en la Ecuación (3.21). Sin embargo en esta tesis el análisis dinámico se realizó sin amortiguamiento.

$$\mathbf{C} = \eta \mathbf{M} + \chi \mathbf{K} \quad (3.21)$$

La dinámica del problema fue abordada mediante el método de integración directa llamado Método de Newmark. Es un método implícito e incondicionalmente estable en función del paso temporal elegido. Este análisis está basado en los trabajos (Bazzano y Pérez Zerpa, 2017) y (Bower, 2009).

El Método de Newmark consiste en aproximar la velocidad $\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ y la ace-

lación $\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$ de los nodos en función de datos conocidos en el tiempo t y la posición en $t + \Delta t$ ($\mathbf{u}_{t+\Delta t}$). Dichas aproximaciones se presentan en las Ecuaciones (3.22) y (3.23).

$$\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} (\mathbf{u}_{t+\Delta t} - \mathbf{u}_t) - \frac{1}{\alpha\Delta t} \dot{\mathbf{u}}_t - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_t \quad (3.22)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{u}}_t + \Delta t (1 - \delta) \ddot{\mathbf{u}}_t + \Delta t \delta \ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t} \quad (3.23)$$

Donde α y δ son parámetros constantes que en función de su valor el método se comporta diferente. Para esta tesis se utilizó el Método del Trapecio en el cual se considera $\alpha = 1/4$ y $\delta = 1/2$.

La condición de balance mecánico está dada por la ecuación de movimiento como se muestra en la Ecuación (3.24). Dicha ecuación se obtiene discretizando la estructura en elementos finitos, asumiendo pequeñas deformaciones unitarias y aplicando el Principio de D'Alembert, modelando las fuerzas inerciales como fuerzas externas. Como resultado se logra un sistema no homogéneo de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo grado con coeficientes constantes. Por lo tanto, se deben utilizar condiciones iniciales tanto de desplazamiento como velocidad para determinar una solución.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}\mathbf{u}_t = \mathbf{F}_{ext,t} \quad (3.24)$$

Combinando la ecuación de movimiento y las Ecuaciones (3.22) y (3.23) se logra, a partir del instante t , hallar el desplazamiento, velocidad y aceleración en el instante $t + \Delta t$. Por lo tanto, conociendo las condiciones iniciales se logra hallar los desplazamientos, velocidades y aceleraciones nodales para todo el intervalo de tiempo que se desea estudiar. A su vez, al conocer el campo de desplazamientos en función del tiempo se logra hallar las tensiones en cada uno de los elementos en función del tiempo como se muestra en la Ecuación (3.25).

$$\sigma_{e,t} = E\mathbf{b}_e\mathbf{u}_{e,t} \quad (3.25)$$

3.2.2. Dinámica no lineal

La diferencia entre la dinámica lineal y la dinámica no lineal reside en cómo hallar la fuerza interna de la estructura. Siendo que en el caso no lineal se debe

hallar como se presenta en la Ecuación (3.8). De esta manera, la ecuación de movimiento pasa a ser una ecuación no lineal para cada instante de tiempo, la cual resuelta a partir del Método de Newton-Raphson nuevamente. La ecuación de movimiento es de la forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}_t) = \mathbf{F}_{ext,t} \quad (3.26)$$

Utilizando las Ecuaciones (3.23) y (3.22) en la ecuación de movimiento se logra una ecuación no lineal en la cual la única incógnita es el desplazamiento en el tiempo $t + \Delta t$.

$$\mathbf{F}_{int}(\mathbf{u}_{t+\Delta t}) + \left[\frac{1}{\alpha\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{\delta}{\alpha\Delta t}\mathbf{C} \right] \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{ext,t+\Delta t} + \widehat{\mathbf{M}}_t + \widehat{\mathbf{C}}_t \quad (3.27)$$

Siendo $\alpha = 1/4$ y $\delta = 1/2$ al igual que en el análisis lineal. $\widehat{\mathbf{F}}_{t+\Delta t}$ es un vector conocido y $\widehat{\mathbf{M}}_t$ y $\widehat{\mathbf{C}}_t$ vectores evaluados en el tiempo t , definidos como:

$$\widehat{\mathbf{M}}_t = \mathbf{M} \left[\frac{1}{\alpha\Delta t^2}\mathbf{u}_t + \frac{1}{\alpha\Delta t}\dot{\mathbf{u}}_t + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right] \quad (3.28)$$

$$\widehat{\mathbf{C}}_t = \mathbf{C} \left[\frac{\delta}{\alpha\Delta t}\mathbf{u}_t + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \ddot{\mathbf{u}}_t \right] \quad (3.29)$$

Por lo tanto, dada la Ecuación (3.27), en cada instante de tiempo t se debe aplicar el Método de Newton-Raphson para hallar el desplazamiento $\mathbf{u}_{t+\Delta t}$ que garantice el balance mecánico.

3.3. Frecuencias naturales e inestabilidad global

El estudio de las frecuencias naturales y los modos de vibración se basan en lo estipulado en el libro (Clough y Penzien, 1993), debiéndose resolver la ecuación $(\mathbf{K}_t - \lambda\mathbf{M})\Phi = 0$. Donde las parejas de soluciones λ_i , Φ_i representan las frecuencias naturales al cuadrado ($\lambda_i = \omega_i^2$) y los vectores Φ_i son llamados modos de vibración de la estructura asociados a los valores λ_i .

La inestabilidad global del sistema se halló de dos maneras. Por un lado se halló el pandeo global asumiendo pequeños desplazamientos y por otra parte se realizó un análisis de segundo orden el cual contempla no linealidad geométrica.

En cuanto al pandeo global utilizando pequeños desplazamientos se utilizó lo descrito en (Clough y Penzien, 1993) para la torre en su configuración indeformada bajo diferentes estados de carga. Definiendo un estado de cargas \mathbf{F}_{ext} , en particular los estados de carga para los cuales se diseña la torre, se debe resolver la ecuación $(\mathbf{K}_l - \lambda_F \mathbf{K}_\sigma) \Phi_F = 0$, siendo \mathbf{K}_σ la matriz geométrica calculada a partir del ensamble de la matriz $K_{\sigma,e}$ presentada en la Ecuación (3.14) y λ_F es el llamado factor de carga, factor multiplicador de la fuerza externa que produce una matriz tangente indefinida. Las soluciones no triviales $\lambda_{F,i}$ corresponden al caso en el que la torre presenta inestabilidad global, convirtiéndose la estructura en un mecanismo. En la práctica únicamente la menor de las soluciones $\lambda_{F,i}$ tiene sentido físico ya que una vez alcanzado ese valor la torre colapsa. De esta manera, si la menor de las soluciones λ_F es menor a uno la torre colapsará para cargas menores a las que fue diseñada.

Posteriormente el análisis de segundo orden se realizó utilizando el software ONSAS. El procedimiento consistió en incrementar el factor de carga λ_F de forma gradual utilizando deformación de Green y teniendo en cuenta la no linealidad geométrica del sistema a medida que se deforma. El procedimiento consiste en hallar el valor de λ_F tal que la matriz tangente deja de ser definida positiva y la estructura se vuelve inestable. Dado que el método numérico utilizado para hallar las soluciones en cada incremento del factor de carga fue el de Newton-Raphson, este método solo es capaz de hallar soluciones en las que la matriz tangente es definida positiva. Por lo tanto se tomó como valor crítico al valor de λ_F previo al colapso de la estructura.

3.4. Fuerzas del viento

El perfil de viento utilizado para la simulación es el adquirido a partir del artículo (Stengel y Thiele, 2017). En el Capítulo 2, Figura 2.6, se muestra la curva de velocidad media del viento y su componente fluctuante en función del tiempo para una tormenta descendente que se produjo en Alemania. A partir de las imágenes se logró extraer la curva de velocidad de viento media como se muestra en la Figura 3.1.

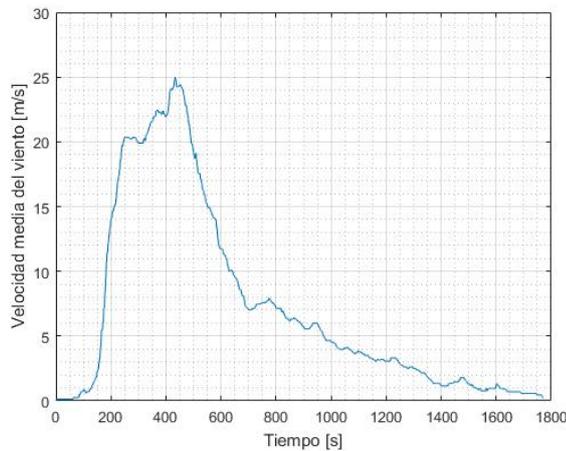


Figura 3.1: Velocidad de viento utilizada en la simulación dinámica.

Al contar únicamente con los datos de velocidad media para este trabajo, se le sumaron 5 m/s para contemplar la componente fluctuante de la velocidad del viento.

Como resultado se halló el factor de seguridad en función del tiempo para la torre optimizada. De esta manera se tiene una estimación de si alguno de los elementos de la torre presenta tensiones mayores a la tensión de fluencia o presenta inestabilidad elástica local, al producirse una tormenta descendente con estas características.

3.5. Disposiciones normativas

Aquí se presentan las verificaciones que deben cumplir los elementos que constituyen a la torre utilizando la Norma **AISC 360-16**. Se presentan verificaciones en cuanto a los estados tensionales máximos que pueden soportar los elementos y se mencionan algunos aspectos constructivos. Se asumió que las barras utilizadas en el problema trabajan como barras biarticuladas, despreciando los efectos de la flexión con respecto a los esfuerzos normales visto que se trata de una estructura reticulada, (Weayer Jr y Loh, 1985).

En la norma **AISC 360-16** se define, a partir del método ASD (Allowable Stress Design), que la fuerza de tensión máxima será el menor valor obtenido entre la fuerza límite de fluencia en el área bruta y la fuerza límite de ruptura en la sección neta. En este trabajo solo se utilizó el criterio de fluencia en el área bruta. El límite de ruptura en la sección neta requiere detalles constructivos de las uniones de los perfiles, estudio que no fue abordado en este trabajo.

Las disposiciones normativas que se presentan a continuación contemplan las siguientes hipótesis: los miembros cargados a compresión están sujetos en los extremos a través de la misma “ala”; los miembros están conectados con un mínimo de dos bulones; y no hay esfuerzos transversales intermedios.

Por lo tanto, la norma define que la fuerza límite de fluencia en el área bruta se halla como P_n/Ω . Donde P_n es la fuerza normal máxima que soporta el perfil y Ω es el factor de seguridad $\Omega = 1.67$. Luego P_n se halla como $P_n = \sigma_y \cdot A$, siendo A el área del perfil estudiado y σ_y la tensión de fluencia.

También se define una fuerza normal máxima de compresión P_n/Ω siendo, en este caso, $P_n = \sigma_c \cdot A$. En este caso Ω continúa siendo el factor de seguridad igual 1.67, A es el área de la sección del perfil y la fuerza F_c se define en función de la esbeltez λ del elemento. Siendo la esbeltez el parámetro que vincula el largo L del elemento con características de la sección del perfil como se muestra en las ecuaciones (3.30) y (3.31).

En principio la norma define diferentes formas de hallar la esbeltez en función de la sección del elemento. Las disposiciones siguientes son válidas para secciones compactas, es decir, cuando $b/t \leq 0.45\sqrt{E/\sigma_y}$, desigualdad que cumplen los perfiles normalizados utilizados en este trabajo. Siendo b y t el largo y el espesor del ala del perfil respectivamente y E el módulo de Young del material.

Luego se debe hallar la esbeltez en función del largo de la barra (elementos biarticulados) y el radio de giro r_a , siendo r_a el radio de giro con respecto a un eje que pasa por el centroide de la sección, paralelo a alguna de las alas del perfil. Se definen dos criterios para hallar λ , debiendo cumplir en ambos casos que λ sea menor a 200:

- Si $L/r_a \leq 75$

$$\lambda = 60 + 0.8 \frac{L}{r_a} \quad (3.30)$$

- Si $L/r_a > 75$

$$\lambda = 45 + \frac{L}{r_a} \quad (3.31)$$

Luego, una vez hallada la esbeltez se definen dos criterios para el esfuerzo crítico de compresión σ_c :

- Si $\lambda \leq 4.71\sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$

$$\sigma_c = (0.658^{\sigma_y/\sigma_e}) \sigma_y \quad (3.32)$$

- Si $\lambda > 4.71\sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}$

$$\sigma_c = 0.877\sigma_e \quad (3.33)$$

Siendo σ_e la tensión de pandeo elástica $\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$.

3.6. Algoritmos de optimización

Un problema de optimización consiste en la minimización o maximización de una determinada función, llamada *función objetivo*, sujeto a restricciones en sus variables. Más precisamente, el problema general de optimización no lineal puede ser formulado cómo:

$$\begin{aligned} & \text{mínimo } f(\mathbf{x}), \\ & \text{sujeto a: } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0, \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

En la Ecuación (3.34) $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las variables del problema, también llamadas *variables de proyecto*, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función objetivo, $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ es la función que define las restricciones de desigualdad y $\mathbf{h} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ es la función que define las restricciones de igualdad. En el problema general las funciones f , \mathbf{g} y \mathbf{h} deben ser funciones continuas con derivadas primeras y segundas continuas. Note que las restricciones de desigualdad pueden ser escritas en forma equivalente como $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) \leq 0$, bastando para eso definir $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = -\mathbf{g}(\mathbf{x})$.

Definición 3.1. *La región viable Ω del Problema (3.34) es el conjunto de puntos que satisfacen las restricciones:*

$$\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0, \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0\}. \quad (3.35)$$

Definición 3.2. *El punto \mathbf{x}^* es un mínimo global del Problema (3.34) si se cumple $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ para todo punto $\mathbf{x} \in \Omega$.*

Definición 3.3. El punto \mathbf{x}^* es un mínimo local del Problema (3.34) si existe un entorno \mathcal{N} de \mathbf{x}^* tal que $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ para todo punto $\mathbf{x} \in \Omega \cap \mathcal{N}$.

Se dice que \mathbf{x} es una *solución viable* del Problema (3.34) si $\mathbf{x} \in \Omega$. Se dice que \mathbf{x}^* es una *solución óptima* del Problema (3.34) si \mathbf{x}^* es un mínimo global. No es difícil ver que todo mínimo global es un mínimo local del problema, por lo que para encontrar un mínimo global es útil identificar los mínimos locales. La mayoría de los algoritmos de optimización para el Problema (3.34) permiten encontrar un mínimo local, puesto que en el caso general los mínimos globales de un cierto problema no pueden ser identificados.

Las definiciones y teoremas siguientes son introducidas con el fin de ilustrar las condiciones que permiten establecer que una solución viable es mínimo local del problema de optimización. Un aspecto importante de las condiciones de optimalidad es que sirven para establecer las *condiciones de parada* de los algoritmos de optimización, es decir, las condiciones que de ser satisfechas (considerando cierta tolerancia) hacen que el algoritmo pare y retorne los resultados de la iteración final.

Definición 3.4. Dado un punto $\mathbf{x} \in \Omega$, el conjunto de índices de las restricciones de desigualdad activas en \mathbf{x} es:

$$A(\mathbf{x}) = \{i \mid 1 \leq i \leq m, \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) = 0\}. \quad (3.36)$$

Definición 3.5. Dado un punto $\mathbf{x} \in \Omega$, o el Requisito de Independencia Lineal de las Restricciones (RILR) es satisfecho en \mathbf{x} si los gradientes de las restricciones de igualdad y de desigualdad activas son linealmente independientes, es decir, el conjunto $\{\nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \mid i \in A(\mathbf{x}), \nabla \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) \mid 1 \leq i \leq p\}$ es linealmente independiente.

Definición 3.6. Sea $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) son satisfechas en \mathbf{x} si existen vectores $\boldsymbol{\lambda} \in$

\mathbb{R}^m y $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^p$ tales que se satisfacen:

$$\nabla f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^p \mu_i \nabla \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) = 0, \quad (3.37)$$

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \lambda_i = 0, \quad 1 \leq i \leq m, \quad (3.38)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0, \quad (3.39)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \geq 0, \quad (3.40)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq 0. \quad (3.41)$$

Los vectores $\boldsymbol{\lambda}$ y $\boldsymbol{\mu}$, si existen, son llamados multiplicadores de Lagrange.

Teorema 3.7. (Condiciones necesarias de optimalidad de primer orden) Sea \mathbf{x} un mínimo local del Problema (3.34) donde es satisfecho el requisito RILR. Entonces las condiciones de optimalidad de KKT son satisfechas en \mathbf{x} y, además, los vectores $\boldsymbol{\lambda}$ y $\boldsymbol{\mu}$ son únicos.

Demostración: Ver en la referencia (Nocedal y Wright, 1999, Teorema 12.1 y Sección 12.3) y también en (Bazaraa et al. 2006). \square

Definición 3.8. La función lagrangiana para el Problema (3.34) es la función $L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^p \mu_i \mathbf{h}_i(\mathbf{x}). \quad (3.42)$$

Con esta definición, la Ecuación (3.37) es escrita de forma más compacta como:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = 0. \quad (3.43)$$

Definición 3.9. La hessiana de la función lagrangiana para el Problema (3.34) es la función $\mathbf{H} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ definida como:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \nabla_{\mathbf{xx}}^2 L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \nabla^2 f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla^2 \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^p \mu_i \nabla^2 \mathbf{h}_i(\mathbf{x}). \quad (3.44)$$

Teorema 3.10. (Condiciones necesarias de optimalidad de segundo orden) Sea \mathbf{x} un mínimo local del Problema (3.34) donde es satisfecho el requisito RILR.

Sean $\boldsymbol{\lambda}$ y $\boldsymbol{\mu}$ los multiplicadores de Lagrange que satisfacen las condiciones de optimalidad de KKT. Entonces:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \mathbf{w} \geq 0, \quad \forall \mathbf{w} \in \mathbb{R}^n \text{ que satisfice:} \quad (3.45)$$

$$\begin{cases} \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}) \mathbf{w} = 0, \\ \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \mathbf{w} = 0, \quad \forall i \in A(\mathbf{x}) \text{ con } \lambda_i > 0, \\ \nabla \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \mathbf{w} \geq 0, \quad \forall i \in A(\mathbf{x}) \text{ con } \lambda_i = 0. \end{cases} \quad (3.46)$$

Demostración: Ver en la referencia (Nocedal y Wright, 1999, Teorema 12.5). \square

Teorema 3.11. (Condiciones suficientes de optimalidad de segundo orden)
Sea \mathbf{x} un punto de KKT y sean $\boldsymbol{\lambda}$ y $\boldsymbol{\mu}$ los multiplicadores de Lagrange correspondientes. Sea $\mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$ tal que satisfice:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) \mathbf{w} > 0, \quad \forall \mathbf{w} \neq 0 \text{ que satisfice la Ecuación (3.46)}. \quad (3.47)$$

Entonces \mathbf{x} es un mínimo local del Problema (3.34).

Demostración: Ver en la referencia (Nocedal y Wright, 1999, Teorema 12.6). \square

3.6.1. Algoritmos SQP

Los algoritmos SQP (del inglés *sequential quadratic programming*) son una importante clase de algoritmos iterativos adecuados para hallar un mínimo local del Problema (3.34). Existen muchas versiones diferentes en muchos aspectos, por lo que se explicarán aquí las ideas generales de los mismos.

Los algoritmos SQP más utilizados son los que poseen búsqueda lineal. Estos algoritmos se caracterizan por los siguientes dos pasos: en primer lugar la obtención de la *dirección de búsqueda* que consiste en hallar la dirección $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^n$ que define la semirrecta $\{\mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^n : \alpha \geq 0\}$ en la cual se buscará el punto \mathbf{x}_{k+1} de la sucesión generada por el algoritmo. El siguiente paso es llamado *búsqueda lineal* y consiste en obtener el punto más conveniente de esa semirrecta, es decir, obtener $\alpha_k \in \mathbb{R}$ que define \mathbf{x}_{k+1} por la expresión $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$. Una vez establecidos los procedimientos para la obtención de la dirección de búsqueda \mathbf{d}_k y el paso α_k , el algoritmo de optimización queda completamente definido, pues permite hallar el punto \mathbf{x}_{k+1} a partir de \mathbf{x}_k . Así, comenzando por un punto \mathbf{x}_0 arbitrario, el algoritmo primero halla

\mathbf{d}_0 y luego α_0 para obtener \mathbf{x}_1 . Si \mathbf{x}_1 satisface el criterio de parada entonces el algoritmo para y retorna \mathbf{x}_1 . En el caso contrario el algoritmo prosigue de la misma manera para obtener \mathbf{x}_2 y así sucesivamente hasta satisfacer el criterio de parada.

El aspecto que caracteriza a los algoritmos SQP es el de definir un problema cuadrático auxiliar para obtener la dirección de búsqueda. Este problema auxiliar consiste en utilizar aproximaciones de Taylor de las funciones del Problema (3.34) en el punto \mathbf{x}_k . De hecho, se utiliza una aproximación cuadrática para la función objetivo y aproximaciones lineales para las restricciones. Así, el problema utilizado para hallar la dirección de búsqueda \mathbf{d}_k es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{mínimo} \quad & f(\mathbf{x}_k) + \nabla f(\mathbf{x}_k)\mathbf{d}_k + \frac{1}{2}\mathbf{d}_k^\top \mathbf{B}_k \mathbf{d}_k, \\ \text{sujeto a:} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}_k)\mathbf{d}_k \geq 0, \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)\mathbf{d}_k = 0. \end{aligned} \tag{3.48}$$

En el problema anterior la única variable de proyecto es \mathbf{d}_k , siendo \mathbf{x}_k el punto conocido en la iteración k . La matriz \mathbf{B}_k podría ser la matriz hessiana de la función lagrangiana en el punto actual, o bien una aproximación quasi-Newton de la misma. Por lo general aproximaciones quasi-Newton son utilizadas pues el cálculo numérico de derivadas segundas es usualmente demasiado costoso desde el punto de vista del tiempo de cálculo. La matriz quasi-Newton posee además otras ventajas, por ejemplo ser definida positiva, lo cual hace que el Problema (3.48) tenga solución única. Por detalles acerca de la resolución del Problema (3.48) así como de los procedimientos quasi-Newton para la definición de la matriz \mathbf{B}_k se recomienda ver las referencias ().

El procedimiento de búsqueda lineal utilizado en los algoritmos SQP consiste en minimizar la *función de mérito* $\Psi(\mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{d}_k)$ en la región $\alpha_k \geq 0$. La función de mérito tiene en cuenta la función objetivo así como la viabilidad de los puntos encontrados, por ejemplo imponiendo una penalidad a los puntos fuera de la región viable. En sí, los procedimientos de búsqueda lineal utilizados en los algoritmos SQP no se diferencian de los utilizados en otros tipos de algoritmos. Existen diversos procedimientos de búsqueda lineal, pero en general son iterativos, donde en cada iteración se minimiza una aproximación de Taylor de la función de mérito. Por más detalles se recomienda ver las referencias ().

Capítulo 4

Optimización de torres

En las torres de alta tensión las especificaciones eléctricas aportan ciertas características a la torre, como por ejemplo la altura, el ancho en diferentes niveles y el largo de los brazos donde se conectan las cadenas de aisladores entre otros. Además, debido a las especificaciones eléctricas se dimensionan los cables para la línea siendo este factor una exigencia sobre la torre. De todas formas existe una infinidad de diseños que dan solución a estos desafíos. La optimización de la estructura de la torre es de suma importancia, ya que al disminuir la masa de la torre, directamente se disminuye su costos.

La optimización se realizó partiendo del diseño de una torre presentada en el artículo (Visweswara Rao, 1995). El diseño no es exactamente igual ya que no se contaba con el total de los parámetros de diseño por lo que se buscó representarla lo mejor posible.

En este capítulo se encuentran las consideraciones principales realizadas respecto al tema principal de esta tesis. Se presentan las características principales de la torre inicial, los estados de carga utilizados, la función objetivo, las funciones de restricción y sus derivadas.

Todos los estudios fueron realizados mediante análisis numéricos y los códigos para lograr las simulaciones fueron desarrollados en el software Matlab y se encuentran publicados online ¹. Para la estructura de datos se consideró como referencia el trabajo (Herskovits Norman, 2005), donde muchas de las rutinas se mantuvieron fieles a las utilizadas en ese trabajo. Los códigos permiten trabajar únicamente con estructuras reticuladas, en particular con torres de alta

¹Los códigos se presentan en la siguiente dirección web: <https://github.com/AgusTeliz/Optimizaci-n-de-torres-de-alta-tensi-n-y-su-an-lisis-frente-a-vientos-de-alta-intensidad>

tensión las cuales presentan simetría en dos planos perpendiculares.

4.1. Características de la torre inicial

Se simuló numéricamente una torre de alta tensión de 220 kV conformada por perfiles angulares. La geometría de la torre y las secciones de los perfiles se seleccionaron a partir de los artículos (Visweswara Rao, 1995) y (Tort et al. 2017) respectivamente. El modelo fue creado en el software AutoCAD, de esta manera se logra trabajar con interfaz gráfica 3D amigable que permite cambiar parámetros geométricos de la torre de forma sencilla. Luego se extrajeron los datos para modelar y trabajar la torre en Matlab. En la Figura 4.1 se muestran diferentes vistas de la torre modelada en Matlab.

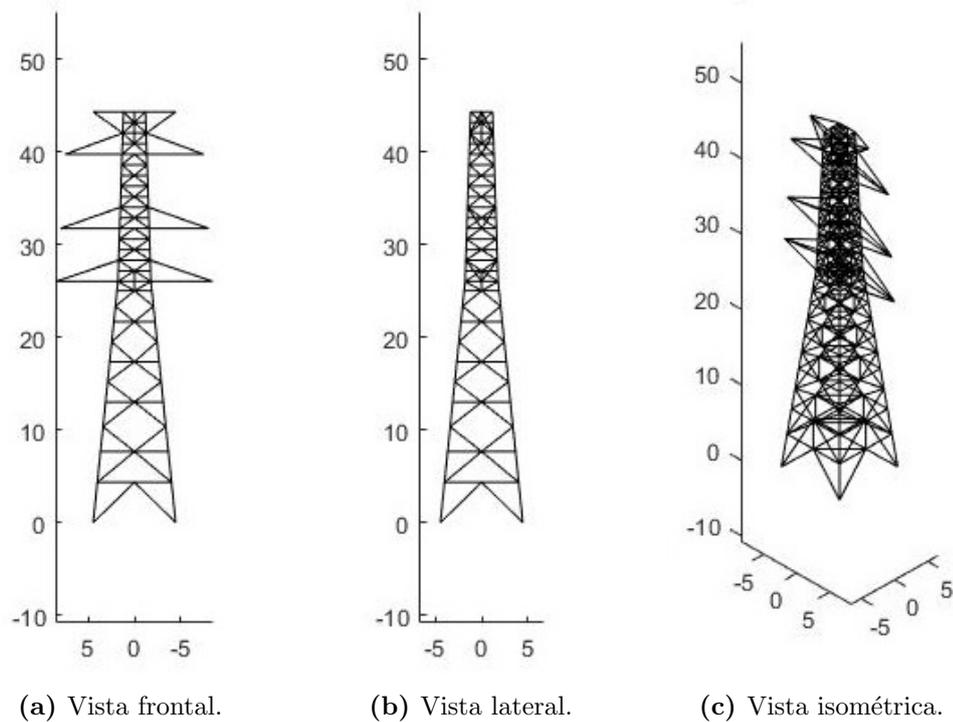


Figura 4.1: Representación gráfica de la torre modelada en Matlab.

Las secciones de la torre inicial, seleccionadas a partir del artículo (Tort et al. 2017), satisfacen con holgura todos los requerimientos mecánicos del problema de optimización. De esta manera el algoritmo de optimización cuenta con un diseño inicial factible el cual deberá optimizar. Esto evita que el proceso de optimización falle por no encontrar un punto factible.

En cuanto a la geometría de la torre inicial, en la Figura 4.2 se muestran las principales características geométricas de la misma. Tanto el cuerpo central superior como el cuerpo central inferior de la torre presentan dos planos de simetría.

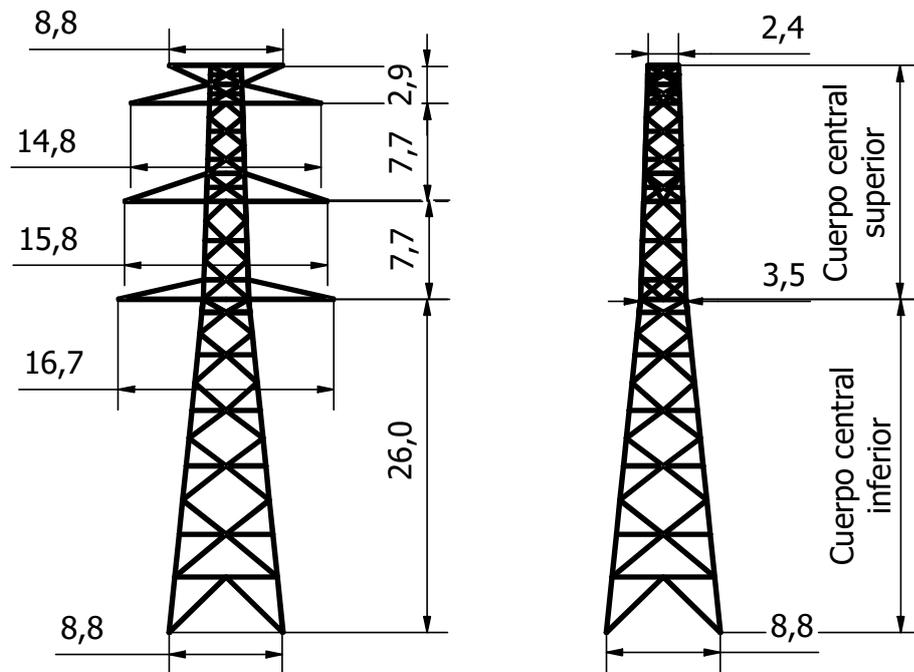


Figura 4.2: Configuración inicial de la torre.

En cuanto a las secciones, las barras se agruparon en cinco grupos en los cuales cada grupo tendrá la misma sección asignada. El grupo 1 está conformado por los elementos laterales del cuerpo central inferior, el grupo 2 está compuesto por todos los elementos internos al cuerpo central inferior, el grupo 3 por los elementos laterales del cuerpo central superior, el grupo 4 por los elementos interiores del cuerpo central superior y el grupo 5 por los elementos que conforman los brazos encargados de sostener los cables. En la Tabla 4.1 se muestran las secciones asignadas a cada grupo. Todos los perfiles utilizados corresponden a perfiles angulares con alas de igual longitud. A modo de ejemplo en la Figura 4.3 se muestra como se definen los grupos 1 y 2. De forma similar se definen los grupos 3 y 4 para el cuerpo central superior.

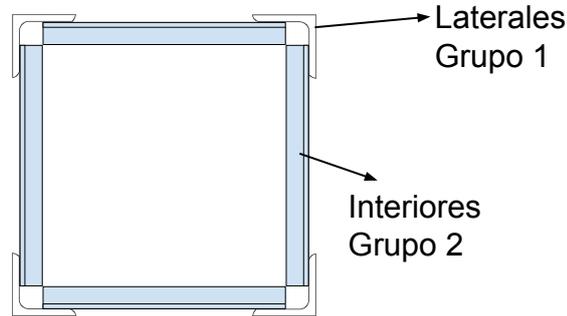


Figura 4.3: Esquema de la sección transversal del cuerpo central inferior de la torre.

Grupo	Perfil angular	A (cm ²)	I_{min} (cm ⁴)	r_{min} (cm)	r_a (cm)
1	L 150 x 15	43.0	37.0	2.93	4.57
2	L 80 x 10	15.1	36.4	1.55	2.41
3	L 100 x 10	19.2	73.0	1.95	3.04
4	L 80 x 10	15.1	36.4	1.55	2.41
5	L 80 x 10	15.1	36.4	1.55	2.41

Tabla 4.1: Características de las secciones de las barras utilizadas en el modelo inicial. Los perfiles se definen como L axt donde a es el largo del ala del perfil y t el espesor del ala.

4.2. Fuerzas externas

Como fuerzas externas sobre la torre se consideraron dos tipos. Por un lado se encuentran las fuerzas de gravedad y las fuerzas debidas al peso de los cables denominadas cargas muertas, término en inglés “Dead loads”, utilizando la nomenclatura D para estas cargas. Y luego se cuenta con las fuerzas provenientes del viento denominadas W .

Los estados de carga utilizados fueron los estipulados por la norma (ASCE 7-16, 2017) utilizando el método ASD (Allowable Stress Design). Esta norma define varias combinaciones de cargas alterando las magnitudes de las cargas D y W . Las cuatro combinaciones utilizadas fueron:

- 1) D
- 2) $D + W$
- 3) $D + 0.75W$
- 4) $0.6D + W$

La norma además considera otros tipos de carga, como fuerzas debido a nieve, las cuales no fueron contempladas por tratarse de un estudio basado en

territorio uruguayo.

A partir de las combinaciones establecidas se generan siete estados de carga, puesto que la acción del viento debe considerarse en dos direcciones: en la dirección normal a la cara frontal W_x y en la dirección normal a la cara lateral W_y de la torre.

- 1) D
- 2) $D + W_x$
- 3) $D + 0.75W_x$
- 4) $0.6D + W_x$
- 5) $D + W_y$
- 6) $D + 0.75W_y$
- 7) $0.6D + W_y$

En los códigos desarrollados se consideró que todas las fuerzas que actúan sobre la torre dependen únicamente de la masa y geometría inicial de la torre para todo el análisis de optimización. De esta manera se logra estar del lado conservador ya que la torre tiende a disminuir su masa.

Comenzando con el estudio de las fuerzas de gravedad D , evidentemente estas fuerzas son directamente proporcionales a la masa de la torre. Sin embargo se consideró una fuerza constante e igual a la fuerza de gravedad que genera la torre en su configuración inicial. De esta manera, al reducirse la masa de la torre durante el proceso de optimización se está del lado conservador. La torre optimizada será capaz de soportar sollicitaciones mecánicas mayores a las que estará sometida.

En la Figura 4.4 se encuentra graficado el módulo de la fuerza de gravedad ejercida sobre los nodos de la torre. En rojo se muestra el módulo de la fuerza para la configuración inicial de la torre y en azul para la configuración optimizada. Se muestra como efectivamente al utilizar la fuerza de gravedad de la torre inicial en el proceso de optimización se logra una configuración optimizada donde la fuerza de gravedad es de menor magnitud sobre cada uno de los nodos.

Como último análisis vinculado a la fuerza de gravedad se realizó la optimización de la torre inicial considerando como fuerza de gravedad correspondientes a la torre optimizada. En esta instancia la reducción de masa fue menor al 0.05% llegando a un resultado similar al que se obtuvo en el primer análisis.

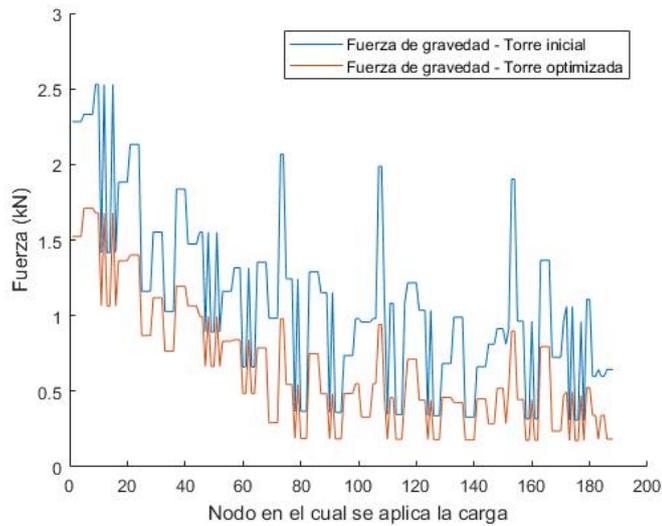


Figura 4.4: Módulo de la fuerza de gravedad ejercida por la torre en su configuración inicial y por la torre en su configuración optimizada para cada uno de los nodos.

Como comentario final sobre la fuerza D , la optimización no se vio afectada sensiblemente por el valor inicial de esta fuerza. Aunque en el segundo análisis se utilizaron fuerzas cercanas al 60 % de las utilizadas en el primer análisis, la diferencia entre los resultados fue insignificante.

Pasando a las fuerzas ejercidas por el viento, estas se hallaron de acuerdo a la norma (UNIT 50:84, 1984) y el artículo (CIGR, 2012). Nuevamente, estas fuerzas también se consideraron constantes y fueron calculadas para la torre inicial. Dado que esas fuerzas dependen principalmente de las características geométricas de la torre y la geometría se mantiene similar en el proceso de optimización, se consideró como buena aproximación sin ningún análisis posterior.

La torre se fraccionó en cuatro módulos, hallando en cada uno de ellos la fuerza ejercida por el viento. Aplicando el procedimiento de la (UNIT 50:84, 1984) se halló la velocidad de cálculo $V_c = V_d K_t K_d K_k K_z$ como está presentado en la Sección 2.1. Para la velocidad de diseño y coeficientes adimensionales se tomaron las siguientes consideraciones: velocidad de diseño $V_d = 43.9$ m/s; terreno con topografía normal $K_t = 1$; $K_d = 0.96$ asumiendo que las dimensiones de la torre tienen mínima influencia en el flujo del viento; estructura con alto grado de seguridad $K_k = 1.28$, con probabilidad de 0.99 de que la velocidad del viento no supere la velocidad de cálculo (período de retorno $R = 100$ años).

Por último se analizó el coeficiente K_z , el cual depende de la rugosidad del

terreno y la altura. Asumiendo que la torre será ubicada en un terreno abierto y sin obstrucciones (tipo de rugosidad 1) se halló el coeficiente K_z para las diferentes alturas en las que se seccionó la torre. Conocida la rugosidad del terreno, el coeficiente K_z se calcula a partir de la ley potencial como $K_z = 1.00(z/10)^{0.1}$. En la Figura 4.5 se muestran los módulos en los que se seccionó la torre, la altura que se consideró para el cálculo, el resultado del coeficiente K_z y el área proyectada encerrada y área proyectada real de cada módulo.

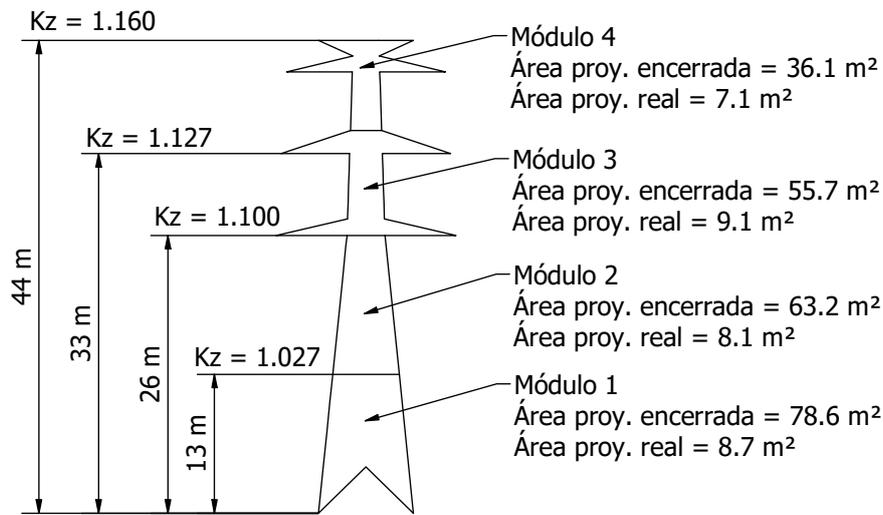


Figura 4.5: Altura máxima, coeficiente K_z y datos sobre el área proyectada y área proyectada encerrada de cada módulo en los que se seccionó la torre.

El cálculo de la presión que ejerce el viento sobre cada módulo de la torre se calculó a partir de la Ecuación (4.1), ecuación presentada en el artículo (CIGR, 2012). Se pudo verificar que la Ecuación (4.1) presenta diferencias menores al 1 % con lo establecido en la (UNIT 50:84, 1984)

$$q = 0.5\rho_{aire}V_c^2 \times 10^{-3} \quad (4.1)$$

siendo ρ_{aire} la densidad del aire ($\rho_{aire} \approx 1.2 \text{ kg/m}^3$) y el resultado expresado en kPa.

Finalmente, se halló la fuerza que se ejerce sobre cada módulo como: $W = qAC_d$. Siendo A el área proyectada real mostrada en la Figura 4.5, C_d el coeficiente de drag mostrado en la Figura 2.2. En la Tabla 4.2 se muestran los valores utilizados para hallar la fuerza W sobre cada módulo y la fuerza que finalmente se aplicó sobre los nodos pertenecientes a cada módulo

“(W/Nodos)”. Siendo W/Nodos la distribución equitativa de la fuerza W por la cantidad de nodos pertenecientes al módulo.

Módulo	q (kPa)	C_d	W (kN)	$W/Nodos$ (kN)
1	6.16	3.35	53.6	1.67
2	6.89	3.26	55.80	1.27
3	6.84	3.08	62.20	1.30
4	6.85	2.92	48.63	0.72

Tabla 4.2: Datos para el cálculo de la fuerza ejercida por el viento sobre la torre.

De esta manera se colocó la fuerza que aparece como $W/Nodos$ en la Tabla 4.2 a todos los nodos en función del módulo en el que se ubican.

Por último se consideraron las fuerzas que ejerce el peso de los cables sobre la torre en cada uno de los brazos. Se asumió que todos los cables pesan lo mismo con un peso de 2.0 kg/m y que el largo de los cables es de aproximadamente 400 m, (Visweswara Rao, 1995). No se tuvo en cuenta el movimiento de los cables frente al viento ni la fuerza del viento sobre los mismos por lo que las fuerzas se asumieron completamente verticales en sentido descendente de valor $F_c = 7.85$ kN.

A modo de resumen en la Tabla 4.3 se muestra la fuerza que se aplicó sobre cada módulo para los diferentes estados de carga. El resultado $D/Nodo$ (kN) refleja el peso sobre cada uno de los nodos en promedio ya que en los códigos se utilizó la mitad de la masa de cada elemento sobre cada uno de los nodos pertenecientes al elemento.

Módulo	W (kN)	$W/Nodo$ (kN)	D (kN)	$D/Nodo$ (kN)	F_c (kN)
1	53.60	1.67	29,40	1,05	0
2	55.80	1.27	32,56	0,74	0
3	62.20	1.30	27,84	0,58	7,85
4	48.63	0.72	35,36	0,52	7,85

Tabla 4.3: Resumen de las fuerzas aplicadas sobre los diferentes módulos de la torre.

Aplicando las combinaciones de cargas dictadas por la norma **AISC 360-16** se generaron los siete estados de carga utilizados en el programa de optimización. En la Figura 4.6 se muestra un estado de carga genérico

donde se encuentra aplicada la carga W en la cara lateral de la torre junto con la carga D y las fuerzas provenientes de los cables en los brazos de la torre.

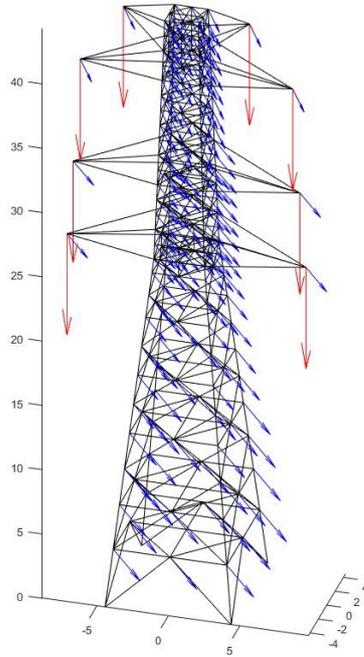


Figura 4.6: Representación gráfica del estado de carga 3 con fuerzas D y W sumadas vectorialmente (color azul) y aparte la fuerza del peso de los cables W_c aplicada en los brazos de la torre (color rojo).

En el Anexo 1.1 se presentan imágenes con los siete estados de carga utilizados.

4.3. Función objetivo

La torre cuenta con 64 variables que definen su diseño, siendo algunas variables correspondientes a las secciones de los perfiles utilizados y otras a las distancias utilizadas para ubicar a los nodos en el espacio. En cuanto a los perfiles, se utilizaron perfiles angulares con alas de igual dimensión. Las barras son agrupadas en conjuntos y cada conjunto utiliza el mismo perfil (los elementos simétricos deben pertenecer al mismo conjunto). Para las variables de posición de los nodos se utilizó un método para disminuir la cantidad de variables utilizando la ventaja de que el cuerpo central de la torre tiene simetría en dos planos.

El método para disminuir la cantidad de variables de optimización consiste en utilizar como variables la distancias, en valor absoluto, a la cual se encuentran los nodo del origen. Cada nivel de altura presenta simetría en dos planos por lo que ciertas distancias coinciden. Para ubicar cada nodo en el espacio se utilizan diferentes sistemas de coordenadas pero las mismas variables de distancia en cada nivel. Por lo tanto, cada nivel de altura de la torre cuenta con no más de tres variables de diseño. En cuanto al cuerpo central de la torre existen dos configuraciones posibles para cada nivel de altura, estas configuraciones pueden presentar cuatro y ocho nodos por nivel como se muestra en la Figura 4.7.

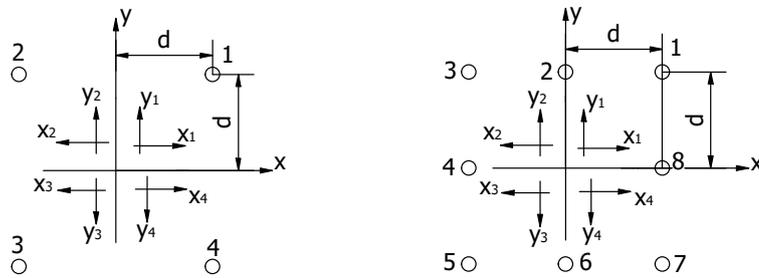


Figura 4.7: Posibles configuraciones de los nodos para cada nivel de altura del cuerpo central.

En el caso de que la configuración sea de cuatro nodos, la posición de los nodos queda determinada con dos variables. Una variable indica la altura del nivel de la torre y la otra variable es la distancia d que se muestra en la Figura 4.7. Al presentar simetría en x y en y , se ubica al nodo 1 con distancia $x_1 = d$ e $y_1 = d$ utilizando el sistema de coordenadas 1 (el subíndice indica el sistema de coordenadas que se utiliza), el nodo 2 con distancia $x_2 = d$ e $y_2 = d$ y así con los cuatro nodos.

En el caso en que se utiliza la configuración de ocho nodos, el concepto es el mismo pero se debe utilizar una variable global llamada d_0 que puede ser utilizada para todos los niveles de altura que quieran referirse a una distancia nula. Por ejemplo el nodo 1 se ubica en el espacio considerando $x_1 = d$ e $y_1 = d$ y el nodo 2 se ubica considerando $x_1 = d_0$, $y_1 = d$. Para los nodos 3 y 4 se utiliza el sistema de coordenadas 2 considerando $x_2 = d$, $y_2 = d$ y $x_2 = d$, $y_2 = d_0$ respectivamente. Para los brazos de las torres el concepto es similar ya que los nodos se agrupan de a pares.

Utilizando únicamente las distancias como variables se tienen dos ventajas. La principal ventaja es que se reduce la cantidad de variables para la optimización ya que de otra manera se deben utilizar tres variables para cada nodo. La otra ventaja es que se cumple la restricción de simetría de forma natural y no se debe agregar como una restricción a la hora de optimizar la torre.

La función objetivo es la función que calcula el peso de la estructura $V(\mathbf{x})$, siendo \mathbf{x} las variables de diseño. Se plantea como un problema típico de optimización donde se busca minimizar la función $V(\mathbf{x})$ sujeto a n funciones de restricciones de desigualdad $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ y m funciones que deben cumplir la igualdad $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ como se muestra en la Ecuación (4.2).

$$\begin{aligned} \text{mínimo} \quad & V(\mathbf{x}), \\ \text{sujeto a:} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0, \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0. \end{aligned} \tag{4.2}$$

$V(\mathbf{x})$ está determinada a partir del largo de las barras (distancia entre los nodos), área de los perfiles, y densidad del acero. En la Ecuación (4.3) se muestra el cálculo de la función masa de la estructura.

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \rho l_i A_i \tag{4.3}$$

En la ecuación n el número total de barras, A_i y l_i el área de las barras y el largo de la barra i -ésima. A su vez, el largo de los elementos en función de la posición de los nodos es $l_e = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

A partir de la función $V(\mathbf{x})$, más allá de que los perfiles son construidos de determinados largos, se puede lograr una buena estimación del costo en cuanto al material de la torre multiplicando el peso de la estructura por el precio del kilogramo de acero.

4.4. Funciones de restricción

En cuanto a las funciones de restricción se tuvieron en cuenta restricciones sobre las tensiones en las barras y restricciones de colinealidad para ciertos conjuntos de nodos. Las restricciones relacionadas a las tensiones tienen en cuenta la fluencia del material y en los miembros a compresión se adiciona la

inestabilidad elástica. Las restricciones de colinealidad restringen la posición de los nodos exigiendo que estos estén alineados puesto que, en algunas ocasiones, un mismo perfil laminado es modelado utilizando varios elementos.

En cuanto a la fluencia de las barras, se exigió que la tensión normal en cada barra σ_i , en valor absoluto, sea menor a la tensión máxima $\sigma_{max} = \sigma_y/\Omega$, considerando el esfuerzo de fluencia $\sigma_y = 250 MPa$ y el factor de seguridad $\Omega = 1.67$. En la Ecuación (4.4) se muestra la restricción que se debe cumplir, siendo σ_i la tensión de la barra i -ésima.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x})_{1,i} = |\sigma_i| - \sigma_{max} \leq 0 \quad (4.4)$$

También se debe cumplir que ninguna barra sufra de inestabilidad elástica, utilizando el esfuerzo crítico de Euler afectado por el factor de diseño $\Omega = 1.67$. En la Ecuación (4.5) se muestra el cálculo del esfuerzo crítico de pandeo σ_c para un elemento genérico.

$$\sigma_{c,e} = -\frac{\pi^2 EI_e}{A_e l_e^2} \quad (4.5)$$

Siendo E el módulo de Young del acero $E = 200 GPa$, I_e la inercia baricéntrica mínima de la sección del perfil, A_e el área de la sección del perfil y l_e un tercio del largo del perfil.

En cuanto al largo de las barras, se consideró en todo momento que el largo de las barras es igual a un tercio de las barras modeladas. Se tomó esta consideración ya que el modelo representa los elementos fundamentales de la torre y no las barras que se utilizan para arriostrar elementos esbeltos. Por lo tanto, no sería realista utilizar el largo que se muestra en el modelo ya que las barras quedan extremadamente esbeltas.

Los elementos utilizados fueron perfiles angulares, donde las inercias dependen del largo y el espesor de las alas. Se consideraron perfiles mayores a $L 60 \times 6$ para barras laterales y mayores a $L 45 \times 5$ para barras interiores dado que así lo exige la Norma ASCE 10-97.

Para la optimización se utilizó una función que refleja el comportamiento de la inercia en función del área para perfiles angulares de alas iguales. Por lo tanto se halló, de forma conservadora, una recta que aproxima a los puntos adquiridos de datos de perfiles normalizados que esté siempre por debajo de los puntos. En la Figura 4.8 se muestran los datos adquiridos de perfiles normalizados como puntos azules. Para estos valores se halló una función continua que aproxima

en forma conservadora los cocientes reales Inercia/Área.

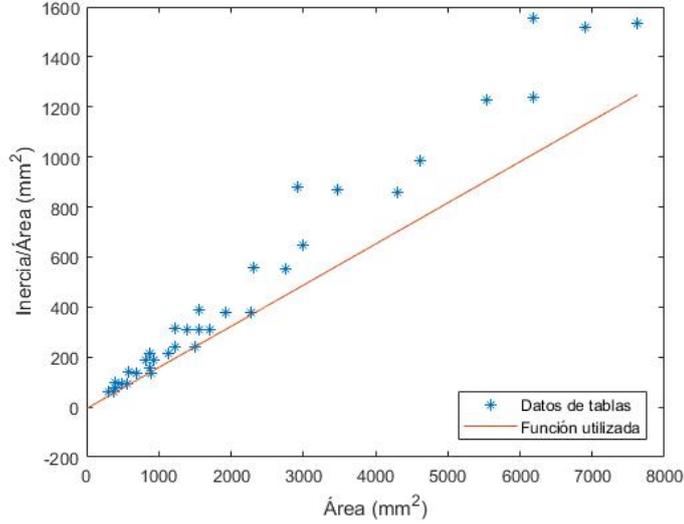


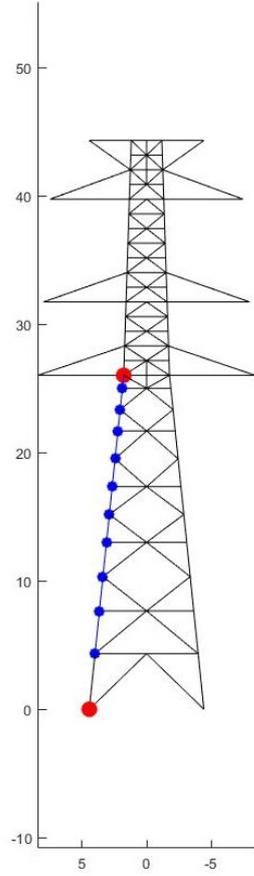
Figura 4.8: Gráfico del cociente de Inercia/Área en función del área para perfiles angulares con alas de igual longitud.

De esta manera, para cada perfil se halló la tensión crítica de pandeo $\sigma_{c,i}$. La restricción se muestra en la Ecuación (4.6). En los códigos se consideró la Ecuación (4.6) para todas las barras ya que si un elemento se encuentra sometido a tracción la restricción continúa verificándose.

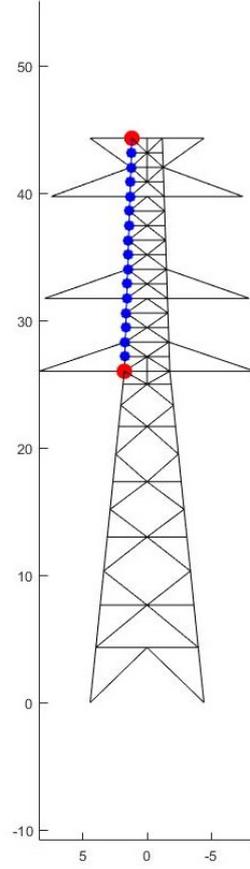
$$\mathbf{g}(\mathbf{x})_{2,i} = \sigma_{c,i} - \sigma_i \leq 0 \quad (4.6)$$

Pasando a las restricciones geométricas, se utilizaron restricciones de colinealidad en los perfiles más importantes de la estructura, siendo estos los laterales del cuerpo central de la torre. En la Figura 4.9 se muestra un bosquejo de los nodos que deben permanecer alineados.

Las restricciones se colocaron únicamente a uno de los cuatro miembros laterales del cuerpo central ya que por simetría se cumple la colinealidad en los restantes tres. Las restricciones de colinealidad además imponen que se mantenga la proporcionalidad de distancia que hay entre un nodo azul y los nodos rojos. Esto se realiza como se muestra en la Ecuación (4.7), donde X_m y X_n son las posiciones de los nodos rojos, inferior y superior respectivamente, y X_p es la posición de uno de los nodos azules. El coeficiente α_p es la relación entre $l_{m,p}$ y $l_{m,n}$ ($\alpha_p = l_{m,p}/l_{m,n}$), siendo $l_{m,n}$ la distancia entre los nodos rojos y $l_{m,p}$ la distancia entre el nodo rojo inferior y el nodo p-ésimo azul.



(a) Restricción de colinealidad del cuerpo central inferior



(b) Restricción de colinealidad del cuerpo central superior

Figura 4.9: Restricciones de colinealidad: los nodos de menor diámetro (color azul) deben permanecer en la recta que forman los nodos de mayor diámetro (color rojo).

$$\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) = (1 - \alpha_p) \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{pmatrix} + \alpha_j \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = 0 \quad (4.7)$$

De esta manera se generan tantas funciones de restricción como cantidad de nodos azules. Vale destacar que el valor de α se consideró constante en todo el proceso de optimización. Al ser α constante la solución óptima tendrá los nodos azules no solo alineados con los rojos sino en la misma posición relativa, evitando que los nodos azules se superpongan o se crucen.

4.5. Derivadas de la función objetivo y funciones de restricción

Para lograr un mejor desempeño del programa se programaron rutinas de cálculo para las derivadas de la función objetivo y las derivadas de las funciones de restricción. De esta manera no se exige al programa Matlab calcular las derivadas mediante diferencias finitas en cada iteración.

En principio se calculó el gradiente de la función $V(\mathbf{x})$ para lograr un mejor rendimiento en el algoritmo de optimización. El vector $\nabla V(\mathbf{x})$ contiene en cada una de sus entradas las derivadas de la función $V(\mathbf{x})$ con respecto a las variables de diseño. La masa de cada elemento depende únicamente de la sección del elemento y de la posición de los dos nodos que lo conforman, por lo tanto $\nabla V(\mathbf{x})$ se puede hallar ensamblando el gradiente de la función masa de cada elemento $\nabla V_e(\mathbf{x})$. De esta manera $\nabla V_e(\mathbf{x})$ contiene siete derivadas, en la primer entrada del vector se encuentra la derivada con respecto al área del elemento y en las restantes seis las derivadas con respecto a la ubicación en el espacio de los 2 nodos que forman al elemento. En la Ecuación (4.8) se muestra el cálculo del gradiente de la función masa para un elemento. La Ecuación (4.8) considera que las variables de posición se encuentran expresadas en el sistema de coordenadas global.

$$\nabla V_e = \begin{pmatrix} \rho l_e \\ -\frac{\rho A(x_2-x_1)}{l_e} \\ -\frac{\rho A(y_2-y_1)}{l_e} \\ -\frac{\rho A(z_2-z_1)}{l_e} \\ \frac{\rho A(x_2-x_1)}{l_e} \\ \frac{\rho A(y_2-y_1)}{l_e} \\ \frac{\rho A(z_2-z_1)}{l_e} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Para las restricciones de la Ecuación (4.4) se cumple que la derivada con respecto a cualquier variable es igual a la derivada de σ con respecto a esa variable ya que σ_{max} es constante. De esta manera se creó una matriz $\partial\sigma$ que contiene en las filas las derivadas de la tensión de los elementos con respecto a cada una de las variables de diseño como se muestra en la Ecuación (4.9).

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \sigma_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \sigma_m}{\partial x_1} & \frac{\partial \sigma_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial \sigma_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Siendo σ_i el esfuerzo en cada elemento y x_i las variables de diseño.

Para cada elemento se cuenta con la función σ_e y a partir de ella se halla $\frac{\partial \sigma_e}{\partial x}$. Derivando la Ecuación (3.6) se logra la igualdad mostrada en la Ecuación (4.10).

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial x_i} = E \frac{\partial \mathbf{b}_{l,e}}{\partial x_i} \mathbf{u}_e + E \mathbf{b}_{l,e} \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial x_i} \quad (4.10)$$

La derivada de $\mathbf{b}_{l,e}$ se resuelve de forma sencilla derivando la Ecuación (3.2). La dificultad radica en la derivada de los desplazamientos nodales del elemento dado que los desplazamientos nodales están vinculados con la matriz de rigidez. Por lo tanto, el término $\frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial x_i}$ es función de todas las variables de diseño y se halló derivando la Ecuación (3.5). Al derivar la Ecuación (3.5), considerando la fuerza externa constante, se logra la siguiente igualdad: $\frac{\partial \mathbf{K}_l}{\partial x_i} \mathbf{u} + \mathbf{K}_l \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = 0$. Despejando se llega a lo presentado en la Ecuación (4.11).

$$\frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial x_i} = -\mathbf{K}_l^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}_l}{\partial x_i} \mathbf{u}_e \quad (4.11)$$

Donde $\frac{\partial \mathbf{K}_l}{\partial x_i}$ es la matriz que se genera al derivar cada una de las entradas de la matriz de rigidez con respecto a x_i .

La derivada de la restricción de la Ecuación (4.6), está compuesta por la derivada de la función σ y la derivada de la función σ_c cumpliéndose que $\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})_{2,i} = \partial \sigma_{c,i} - \partial \sigma_i$. La derivada de σ_i ya se mostró anteriormente. Solo resta hallar $\partial \sigma_c$ ensamblando las derivadas del esfuerzo crítico de pandeo para cada elemento. Al derivar la función $\sigma_{c,e}$ con respecto al área, utilizando la función presentada en la Figura 4.8 (con pendiente $p = 0.212$), se llega rápidamente al resultado de la primer entrada del vector: $\frac{\partial \sigma_{c,e}}{\partial A} = -0.212 \frac{\pi^2 p E}{l_e^2}$. Luego, derivando según las coordenadas de los nodos se logra hallar las siguientes seis entradas como se muestra en la Ecuación (4.12).

$$d\sigma_{c,e} = \begin{pmatrix} -0.212 \frac{\pi^2 p E}{l_e^2} \\ -\frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (x_2 - x_1) \\ -\frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (y_2 - y_1) \\ -\frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (z_2 - z_1) \\ \frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (x_2 - x_1) \\ \frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (y_2 - y_1) \\ \frac{2\pi^2 EI}{A_e l_e^4} (z_2 - z_1) \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

La Ecuación (4.12) considera que las variables de posición se encuentran expresadas en el sistema de coordenadas global.

Por último, la matriz que contiene las derivadas de las restricciones de colinealidad $\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})$ se halló ensamblando la derivada de cada una de las restricciones de igualdad. En la Ecuación (4.13) se muestra de forma genérica cómo hallar la derivada de una restricción de igualdad derivando la Ecuación (4.7). Al considerar α constante, las derivadas de $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ corresponden a las derivadas de las coordenadas de los nodos. Por lo tanto la primeras tres columnas corresponden a las derivadas con respecto al nodo m (según x , y y z respectivamente), las siguientes tres columnas corresponden a las derivadas con respecto al nodo n y las últimas tres con respecto al nodo p (nodo central).

$$dh_i = \begin{pmatrix} 1 - \alpha_p & 0 & 0 & \alpha_p & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \alpha_p & 0 & 0 & \alpha_p & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha_p & 0 & 0 & \alpha_p & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

4.6. Códigos principales

En esta sección se presentan brevemente los códigos principales para poder realizar la optimización y el análisis posterior. Todos los códigos utilizados se encuentran adjuntos al archivo de texto de la tesis en formato electrónico y además se encuentran publicados en el sitio web GuiHub¹. Comenzando con el diseño de la torre, la rutina encargada de generar esa información es la llamada *P_Input_Torre*. Aquí se definen las propiedades del material a utilizar para los perfiles de la torre, las variables de posición de los nodos y las variables de sección junto con sus cotas máximas y mínimas. A su vez, se definen las cargas

¹Los códigos se presentan en la siguiente dirección web: <https://github.com/AgusTeliz/Optimizaci-n-de-torres-de-alta-tensi-n-y-su-an-lisis-frente-a-vientos-de-alta-intensidad>

que actúan sobre la torre, las condiciones de contorno y las restricciones de colinealidad en los elementos principales de la torre. Dentro de esta rutina se encuentran subrutinas las cuales procesan los datos obtenidos del dibujo de la torre en AutoCAD.

Luego la rutina *P_Analisis_init* realiza un preproceso en el cual se generan las matrices fundamentales para poder realizar el análisis numérico. Generando la matriz de rigidez y el vector de fuerzas externas para cada estado de carga como matrices principales. Luego la rutina encargada de hallar los desplazamientos nodales y las tensiones en cada uno de los elementos es la llamada *P_Mount*.

La rutina que realiza la optimización se llama *F_Prueba_Estructura*. En esta rutina se define el punto de partida, los máximos y mínimos valores que pueden alcanzar las variables y las tolerancias que se utilizan en la función *fmincon* de Matlab. Aquí se ejecuta la función *fmincon* y se halla un mínimo local para las funciones impuestas. Dado que las variables de sección halladas no pertenecen a perfiles normalizados, se utilizó luego de la optimización la rutina llamada *P_PerfilesNormalizados* que es la que se encarga de otorgarle el perfil más cercano por encima de la sección hallada.

Por último, los análisis secundarios se realizaron a partir de las rutinas *P_Plot_Modo* y *P_Plot_Inestabilidad*. Donde *P_Plot_Modo* se encarga de hallar las frecuencias naturales de la estructura y sus modos asociados y *P_Plot_Inestabilidad* de hallar los valores de carga en los cuales la estructura es inestable.

Capítulo 5

Análisis de resultados y conclusiones

Este capítulo se divide en cuatro secciones. En la Sección 5.1 se presentan los resultados obtenidos utilizando las técnicas descritas en el Capítulo 4. Además se presentan los resultados de los análisis posteriores realizados sobre la estructura optimizada. En la Sección 5.2 se analizan las hipótesis utilizadas en el trabajo. Luego, la Sección 5.3 contiene las conclusiones de los análisis realizados y por último, la Sección 5.4 presenta trabajos futuros donde se especifican a nivel general las líneas abiertas que se consideran interesantes.

5.1. Resultados

El proceso de optimización requirió menos de 14 segundos utilizando una computadora con un procesador Intel Core i5 de 16 GB de memoria RAM. La función utilizada en el software Matlab fue la función *fmincon* utilizando como principales opciones las siguientes: Algoritmo SQP; Optimalidad de primer orden menor a 1×10^{-15} ; tolerancia de restricciones menor a 1×10^{-4} ; y se introdujo el gradiente de la función objetivo y de las funciones de restricción. A su vez, la función *fmincon* permite comparar los gradientes de las funciones a partir de diferencias finitas, presentando una diferencia menor a 1×10^{-3} .

El proceso de optimización se detuvo por encontrar una solución muy próxima a la solución anterior, de todas formas se tomó como válida ya que la optimalidad de primer orden es cercana a 1×10^{-11} y cumple satisfactoriamente las tolerancias en las restricciones. En la Figura 5.1 se muestran las últimas

iteraciones realizadas por el algoritmo y resultados finales del mismo.

Iter	Func-count	Fval	Feasibility	Step Length	Norm of step	First-order optimality
30	74	9.848793e+03	8.363e-14	5.765e-02	1.430e-11	3.260e-09
31	87	9.848793e+03	8.363e-14	9.689e-03	8.604e-13	1.383e-11

Optimization stopped because the [relative changes in all elements of x](#) are less than [options.StepTolerance](#) = 1.000000e-15, and the relative maximum constraint violation, 8.362755e-14, is less than [options.ConstraintTolerance](#) = 1.000000e-04.

Optimization Metric	Options
max(abs(delta_x./x)) = 4.19e-16	StepTolerance = 1e-15 (selected)
relative max(constraint violation) = 8.36e-14	ConstraintTolerance = 1e-04 (selected)

Figura 5.1: Resultados proporcionados por el software Matlab al finalizar la optimización.

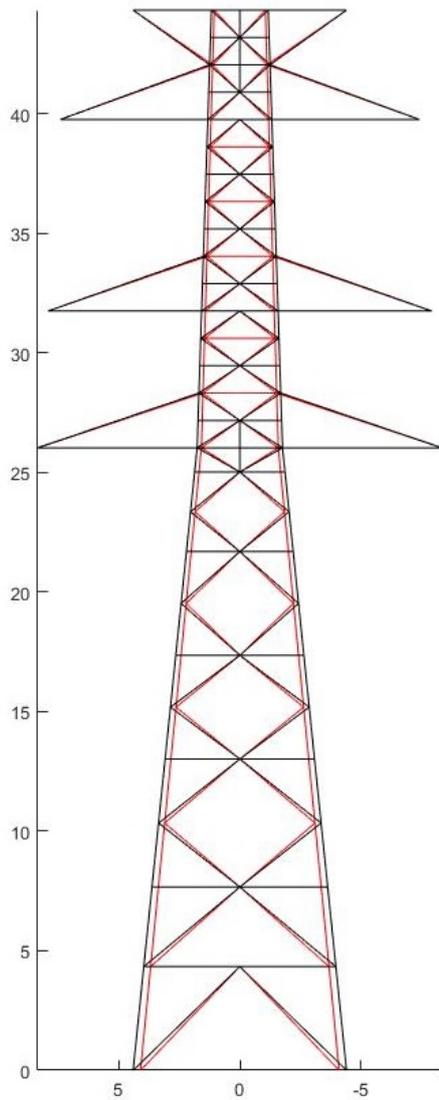
Como resultado principal, a partir de la optimización se logró reducir la masa de la torre al 43% de su masa inicial. La configuración inicial de la torre presentaba una masa de 23.06 toneladas y la configuración optimizada 9.85 toneladas. La reducción de la masa se vio mayormente afectada por el cambio en las secciones de los perfiles y no en cuanto a la geometría de la torre. En la Figura 5.2 se muestra la torre antes y luego de la optimización.

Como se muestra en la Figura 5.2 las dimensiones de la torre varían mínimamente. El mayor cambio se produce en el ancho del cuerpo central, el cual es reducido en menos de un 10%. En cambio, las secciones de los perfiles sí fueron modificados en gran medida. En la Tabla 5.1 se muestran los grupos de perfiles con su área correspondiente antes de la optimización A_{ini} y luego de la optimización A_{op} .

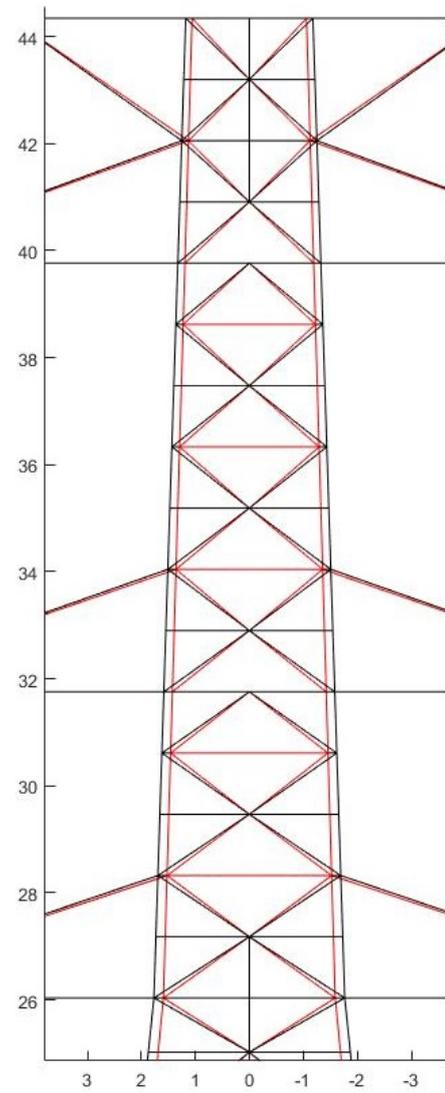
Módulo	A_{ini} (cm ²)	A_{op} (cm ²)
1	43.0	25.1
2	15.1	8.8
3	15.1	11.6
4	19.2	3.9
5	15.1	7.3

Tabla 5.1: Secciones iniciales y secciones luego de la optimización para cada grupo de elementos.

Las secciones halladas en la optimización no corresponden a perfiles normalizados. Por lo tanto, a cada sección se le adjudicó un perfil normalizado tal que el área del perfil sea mínimamente superior a la sección hallada en la optimización. Esto hace que la masa de la torre aumente 478 kg, un aumento



(a) Vista global de la torre.



(b) Detalle del cuerpo central superior.

Figura 5.2: Comparación de la geometría entre la torre inicial (negro) y la torre optimizada (rojo).

insignificante equivalente a un 4.8% de la masa de la torre optimizada. De esta manera la masa de la torre asciende a 10.32 toneladas, lo que representa un 44.9% de la masa inicial.

Al trabajar con perfiles normalizados se conocen las propiedades geométricas de las secciones (inercia y radio de giro). Por lo tanto, en la verificación estructural no se utiliza la aproximación de la inercia en función del área

Módulo	A_{ini} (cm ²)	A_{op} (cm ²)	A_{Norm} (cm ²)
1	43.0	25.1	27.5
2	15.1	8.8	9.0
3	15.1	11.6	12.2
4	19.2	3.9	3.9
5	15.1	7.3	8.1

Tabla 5.2: Secciones iniciales, secciones al optimizar la torre y secciones normalizadas luego de la optimización para cada grupo de elementos.

presentada en la Sección 4.4. Como era de esperar, utilizando los criterios utilizados en la optimización, todos los factores de seguridad son mayores a uno para todos los estados de carga, dado que se aumentó la sección de todos los elementos de la torre.

De forma ilustrativa, en la Figura 5.3 se muestran las tensiones en los elementos de la torre en escala de colores. A su vez, junto con el archivo de texto de la tesis se encuentra una planilla electrónica donde se muestran las tensiones en cada uno de los elementos¹. La escala de colores está comprendida entre el valor de tensión mínima y el valor de tensión máxima de las tensiones de los siete estados de carga. Por lo tanto podemos ver que lo limitante no son las tensiones máximas de tracción ya que la barra más comprometida a tracción presenta tensiones menores a 120 MPa siendo el máximo permitido de 149,7 MPa. En cuanto a las tensiones de compresión, existen elementos que se encuentran en el límite, existiendo barras con esbeltez baja que presentan tensiones cercanas al límite de $-149,7$ MPa. El aspecto limitante es la tensión crítica de pandeo, aunque eso no se observa con facilidad en la Figura 5.3 por ser la tensión crítica diferente en cada elemento. A su vez, en la figura se muestra como los elementos más comprometidos son las barras laterales del cuerpo central inferior. Los mapas de colores de tensiones de la torre para los siete estados de carga están presentados en el Anexo 1.2. Para una mejor visualización las imágenes se encuentran en formato digital .jpg y también en formato .m donde se pueden ver en 3D desde el software Matlab².

Por otra parte, si se desea verificar la estructura a partir de la norma ANSI,

¹La planilla se encuentra en la siguiente dirección web: <https://github.com/AgusTeliz/Optimizaci-n-de-torres-de-alta-tensi-n-y-su-an-lisis-frente-a-vientos-de-alta-intensidad>

²Las imágenes se presentan en la siguiente dirección web: <https://github.com/AgusTeliz/Optimizaci-n-de-torres-de-alta-tensi-n-y-su-an-lisis-frente-a-vientos-de-alta-intensidad/tree/main/Imagenes>

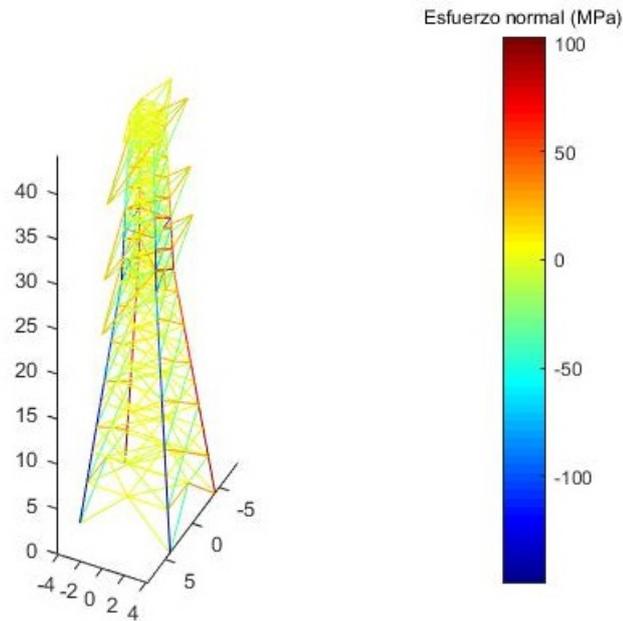


Figura 5.3: Mapa de colores de las tensiones de la torre para el estado de carga número 4.

2016, la torre optimizada no cumple con los requerimientos necesarios en seis de los siete estados de carga. En la Tabla 5.3 se muestra el factor de seguridad para cada estado de carga aplicado.

Estado de carga	FS
1	2.02
2	0.98
3	0.78
4	0.76
5	0.98
6	0.78
7	0.76

Tabla 5.3: Factor de seguridad de la estructura optimizada según los requisitos de la Norma (ANSI, 2016).

El factor de seguridad es menor a uno en la mayoría de los casos por causa de que las restricciones impuestas en la optimización son menos exigentes que las impuestas por la norma (ANSI, 2016). Comparando los requisitos impuestos con los de la norma, la mayor diferencia está en el caso de la inestabilidad elástica local de los elementos. En la optimización no se consideró inestabilidad elástica sobre los elementos con esbelteces menores a 80, sin embargo la norma

ANSI, 2016 lo tiene en cuenta para todo tipo de esbeltez. En la Figura 5.4 se muestra el criterio utilizado en la optimización y el criterio que adopta la norma ANSI, 2016 para elementos a compresión.

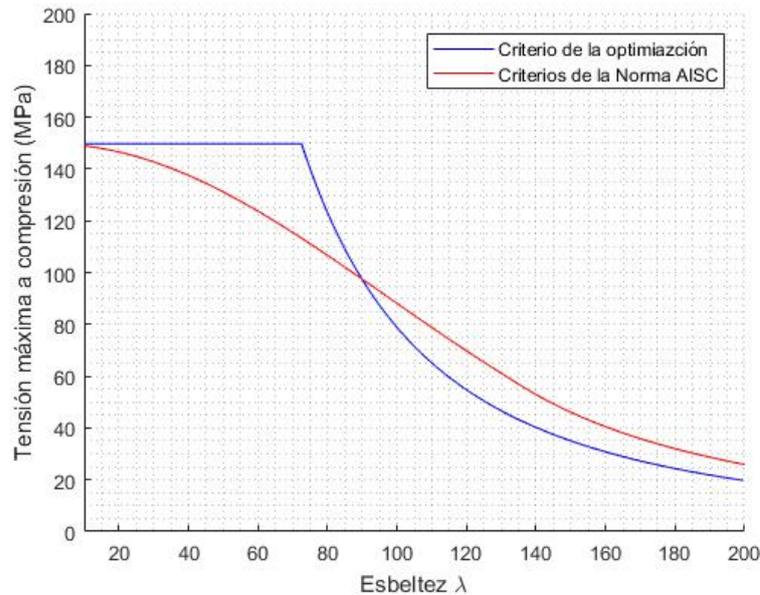


Figura 5.4: Tensión máxima de un elemento a compresión en función de la esbeltez. En azul el criterio utilizado en la optimización y en rojo el criterio exigido por la Norma ANSI, 2016.

Dado que el criterio utilizado para la optimización asume que las tensiones a compresión pueden ser mayores a la de la norma ANSI, 2016 para elementos con esbelteces menores a 80, existen elementos en determinados estados de carga que no cumplen los requerimientos de la norma. En caso de que se desee utilizar los criterios de la norma se deberán reprogramar ciertas restricciones con sus derivadas.

Luego se hallaron las frecuencias naturales y los modos de vibración de la estructura. En este tipo de estructuras se requiere que las frecuencias naturales sean mayores a 1 Hz (Clough y Penzien, 1993). La torre inicial y la torre optimizada cumplen con este requerimiento siendo de 1.96 Hz y 2.45 Hz las frecuencias naturales mínimas para ambas torres respectivamente.

En cuanto a la torre optimizada, en la Figura 5.5 se muestran la primera, segunda, cuarta y quinta frecuencias naturales con sus modos de vibración asociados.

Como es de esperar, las dos primeras frecuencias naturales son similares al igual que sus modos asociados, presentando el mayor desplazamiento en la

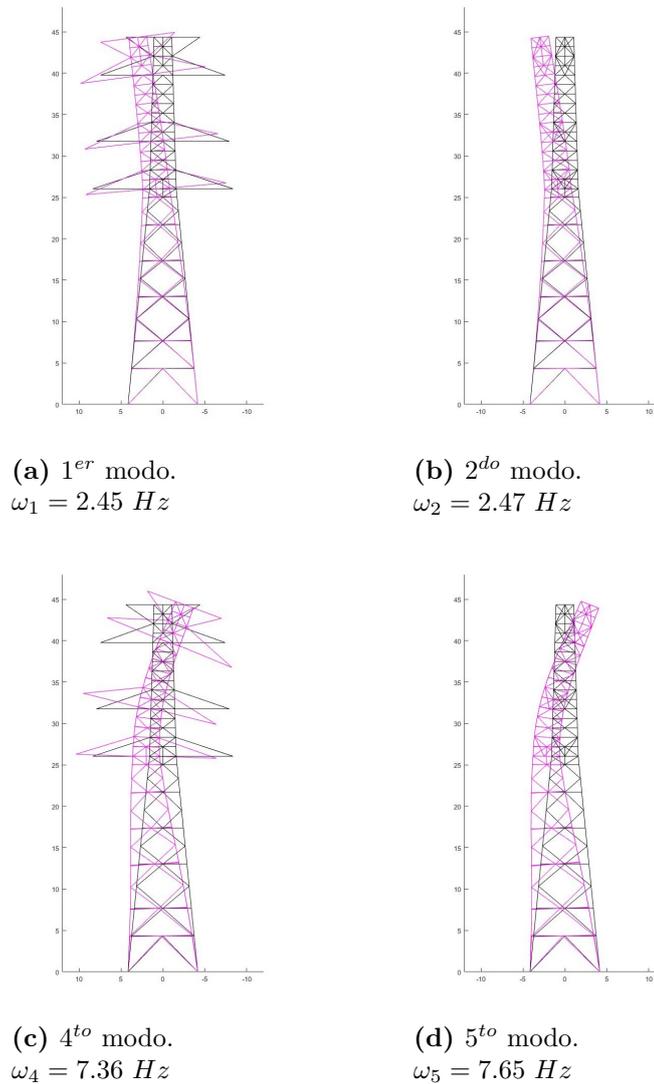


Figura 5.5: 1^{ra}, 2^{da}, 4^{ta} y 5^{ta} frecuencias naturales con su modo de vibración asociado.

parte superior de la torre pero en diferentes direcciones. Luego la cuarta y quinta frecuencias naturales vuelven a ser similares entre ellas y sus modos presentan el mayor desplazamiento a una altura media de la torre.

Por otra parte, la tercera y sexta frecuencias naturales y sus modos de vibración asociados se presentan en la Figura 5.6. Los modos asociados a estas frecuencias son de torsión, los brazos de la torre giran con respecto al eje vertical. La figura muestra que el tercer modo está asociado a un único giro

con respecto al eje vertical, sin embargo, el sexto modo tiene un doble giro, la parte superior de la torre gira en el sentido contrario al de la parte inferior.

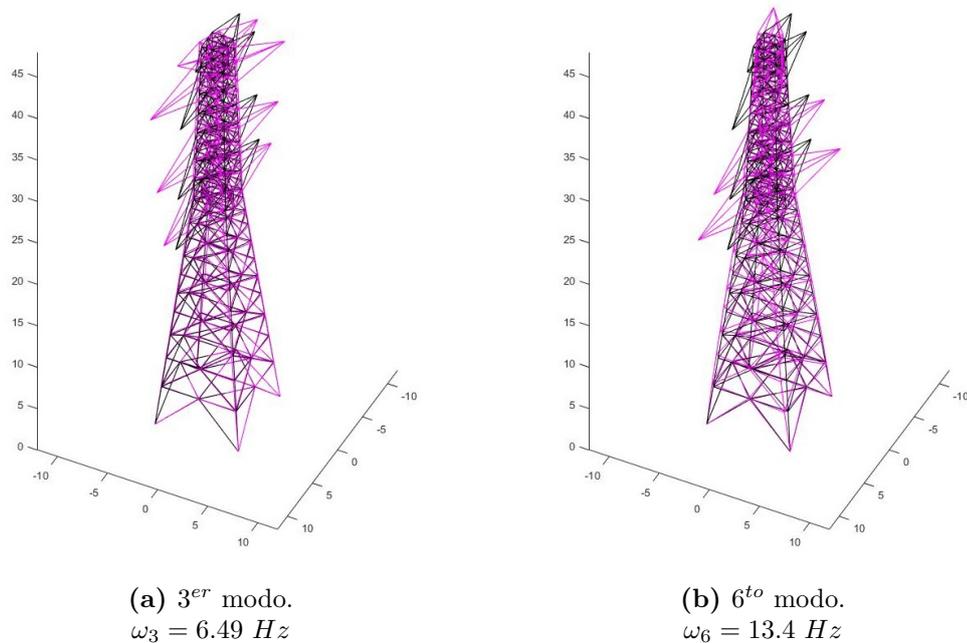


Figura 5.6: Tercera y sexta frecuencias naturales con su modo de vibración asociado a la torsión.

En cuanto a la inestabilidad global del sistema se realizaron dos estudios. El primero de ellos fue programado teniendo en cuenta pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones y el segundo se realizó utilizando el software ONSAS. El análisis en el software ONSAS se realizó considerando deformación de Green, no linealidad geométrica y utilizando el método de Newton-Raphson para hallar la curva carga-desplazamiento. En ambos casos la inestabilidad global se presenta para fuerzas mayores a las utilizadas en los estados de carga.

En la Tabla 5.4 se muestran los coeficientes de factor de carga (FC) por el cual se deben multiplicar los estados de carga para que se manifieste la inestabilidad global en la estructura. En ambos estudios, los resultados indican que la estructura no colapsará para fuerzas menores a las que fue diseñada ya que el FC es mayor a uno en todos los casos.

Como se muestra en la Tabla 5.4, el factor de carga es tan grande que antes de producirse la inestabilidad elástica global, la falla en el sistema se manifestará de forma local. Es de gran importancia verificar que la falla por

inestabilidad global se presente después de las fallas locales, ya que el diseño se realizó a partir de las restricciones mecánicas locales.

Estado de carga	FC_{lin}	$FC_{No\ lin}$
1	3394	94
2	92	22
3	55	18
4	60	17
5	92	22
6	55	18
7	60	17

Tabla 5.4: Factor de carga del análisis lineal y no lineal para cada estado de carga.

A pesar de que los factores de carga son mayores a uno y no se presentará la inestabilidad global en la torre, la Tabla 5.4 muestra como a partir de un análisis no lineal los factores de carga hallados son menores a la mitad de los valores hallados en el análisis lineal.

Por último, en el análisis dinámico realizado determinó que la torre optimizada no cumple con los requisitos de diseño si se la somete a una tormenta descendente como la estudiada en la Sección 3.4. Al hallar las tensiones sobre cada uno de los elementos en función del tiempo, existen elementos que no cumplen con los criterios de diseño ($FS \geq 1.6$) cuando se presenta el pico de mayor velocidad de viento de la tormenta. En la Figura 5.7, en rojo se muestra el límite a la falla y en amarillo el límite a la fluencia e inestabilidad elástica local.

Cerca de los 300 segundos desde el comienzo de la tormenta, el factor de seguridad es menor a 1.6 en cierto lapso de tiempo, concluyendo que la estructura no cumple con los requisitos de diseño. Sin embargo, existe la posibilidad de que ningún elemento sufra deformación plástica o inestabilidad elástica local ya que el factor de seguridad es mayor a uno para todo el transcurso de la tormenta, siendo de 1.19 el valor mínimo alcanzado. Por lo tanto, si la estructura estuviese perfectamente montada, los elementos fueran perfectamente rectos y soportaran lo especificado por el fabricante entre otras cosas, la estructura soportaría una tormenta como la que fue simulada. El análisis fue realizado sin considerar amortiguamiento en la estructura y utilizando un paso temporal de 1 segundo.

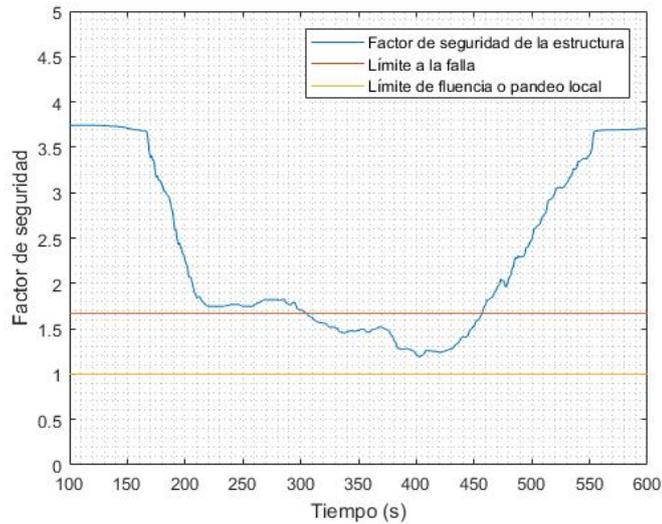


Figura 5.7: Factor de seguridad de la estructura en función del tiempo de la simulación dinámica.

5.2. Análisis de hipótesis

Como primera discusión se menciona el haber utilizado cargas muertas constantes en el proceso de optimización. Estas cargas debieran ser variables en el proceso de optimización, ya que dependen directamente de la masa de la torre. Sin embargo, el cambio en la magnitud de las cargas muertas es pequeño y no afecta mayormente la solución óptima. De hecho, la solución obtenida luego de ajustar las cargas muertas en varios procesos de optimización no es muy diferente de la obtenida con las cargas muertas iniciales.

Una discusión similar se presenta en cuanto a las cargas del viento. En este caso se tomó como válida la hipótesis de utilizar las fuerzas del viento constantes, aunque las mismas dependan de la geometría de la estructura, en el proceso de optimización no se generaron cambios significativos en cuanto a las dimensiones de la torre.

Luego se encuentra la función que aproxima la inercia en función del área. Esta función fue elegida de manera conservadora ya que la función utilizada tiene propiedades menos resistentes que la secciones de los perfiles normalizados. De esta manera al seleccionar perfiles normalizados luego de la optimización se logra una torre similar a la óptima pero con mejores propiedades estructurales que la solución hallada.

Otro aspecto no menor a analizar es el largo de los elementos utilizado en

la inestabilidad elástica local. Dado que en la simulación numérica no se representan todos elementos que componen a la torre, se decidió utilizar un tercio del largo al calcular la fuerza crítica de Euler. Esto se debe a que las barras faltantes en la simulación son las barras que arriostran a los elementos principales de la estructura. De no utilizar esta consideración se obtienen elementos con esbelteces sumamente elevadas que la norma ANSI, 2016 recomienda no utilizar.

Por otra parte se encuentran las funciones de restricción. En la optimización se utilizó la tensión máxima de fluencia a tracción, tensión máxima de fluencia a compresión e inestabilidad elástica local. A diferencia de la norma ANSI, 2016, para la inestabilidad elástica local se utilizó la carga crítica de Euler. Sin embargo los códigos podrían ser reprogramados de tal manera que las restricciones concuerden con lo establecido en la norma.

Así mismo, se buscó la opción de incrementar los factores de seguridad en los códigos programados para encontrar una nueva torre optimizada que cumpla con requerimientos similares a los de la norma ANSI, 2016. Al incrementar el factor de diseño a 2.5, los requerimientos mínimos impuestos en la optimización resultan más conservadores que los de la norma. En la Figura 5.8 se muestra gráficamente los requerimientos al utilizar la norma ANSI, 2016 y los requerimientos mínimos impuestos en la optimización al aumentar el factor de diseño a 2.5. De acuerdo con la Figura 5.8, en este caso la estructura óptima cumpliría con requisitos más exigentes que los estipulados en la norma. Sin embargo, las barras con esbeltez menor a 80 quedarían sobredimensionadas.

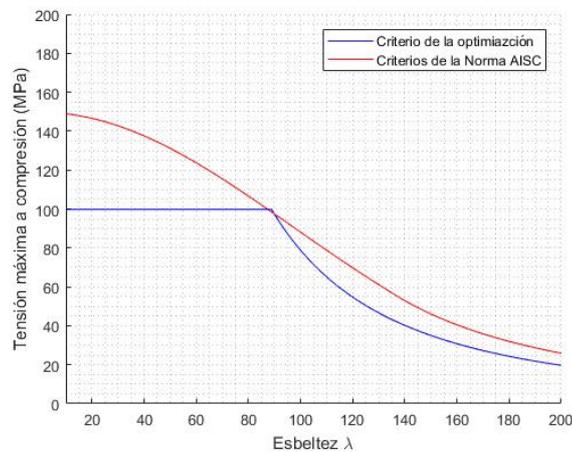


Figura 5.8: Tensión máxima de un elemento a compresión en función de la esbeltez utilizando factor de diseño $FD = 2.5$ en los requisitos de optimización.

Por último se presenta la discusión del coeficiente α utilizado en la colinealidad de los elementos principales de la estructura. Dicho factor mantiene constante la proporcionalidad en la distancia que existe entre un nodo central y la de los nodos de los extremos. Al utilizar este factor constante se reduce en gran medida la libertad en el diseño de la torre, sin embargo se logran evitar las dificultades numéricas que surgirían al aparecer barras de longitud nula.

5.3. Conclusiones

Como conclusión principal se destaca que mediante los códigos desarrollados se logró obtener un diseño apropiado en líneas generales para utilizar como punto de partida en proyectos de torres de alta tensión. El aspecto en donde la herramienta computacional utilizada tuvo un mayor impacto es en la elección de los perfiles que componen la torre. La geometría de la torre en cambio no se vio mayormente afectada, lo cual indica que la geometría de partida era prácticamente óptima.

Las tolerancias del criterio de parada del algoritmo de optimización fueron satisfechas, lo que indica que el proceso de optimización fue exitoso en cuanto a la convergencia a un mínimo local. La utilización de diferentes sistemas de coordenadas para respetar la simetría de la torre final, así como la definición de grupos de barras hizo que el número de variables de diseño no fuera demasiado alto. Por otra parte, la programación de las funciones de derivadas evita que el algoritmo deba calcular derivadas por diferencias finitas. Por esas razones se obtuvo un tiempo de cómputo muy reducido de unos 14 segundos en el sistema utilizado, lo cual asegura la viabilidad del procedimiento utilizado para el proyecto de torres.

A pesar de que existen diferentes tipos de costos en la construcción de una torre de alta tensión, como puede ser el transporte de material hasta el lugar de la obra, mano de obra, etc., la masa de la torre es un costo directo significativo. Por lo tanto, el uso de la técnica de optimización empleada se justifica por la reducción de costos de material. Así mismo, en una línea de torres de alta tensión de gran longitud, el beneficio de utilizar una torre óptima se ve mayormente reflejado.

Al utilizar perfiles normalizados en el diseño de la torre, el aumento en la masa fue de 478 kg, significando el 4.8% de la torre optimizada. En este ajuste aumenta levemente la masa de la torre pero también aumenta su resistencia

mecánica.

Al analizar las frecuencias naturales de la torre optimizada, todas sus frecuencias son mayores a 1 Hz. Además, para las primeras seis frecuencias naturales, se hallaron los modos de vibración asociados. Dentro del análisis modal se encontraron modos tanto de flexión lateral y frontal como de torsión en el eje vertical.

En cuanto a la estabilidad global del sistema, los estudios realizados afirman que la torre fallará por fluencia o inestabilidad local previo a una inestabilidad global para los estados de carga estudiados. A su vez los fallos de naturaleza de inestabilidad global no estarían limitando la capacidad resistente de la estructura por lo que no sería necesario incluir este tipo de fallas en el proceso de optimización.

Los resultados recabados por el análisis dinámico afirman que la torre optimizada se encuentra levemente por debajo de los criterios de diseño al producirse una tormenta como la que fue simulada. Cerca del pico de velocidad máxima de la tormenta la torre alcanza un factor de seguridad mínimo de 1.2, siendo 1.6 el valor crítico estipulado.

De todas formas el factor de seguridad no alcanza a ser menor a uno, por lo que existe la posibilidad de que ningún elemento llegue a la fluencia o presente inestabilidad elástica.

5.4. Trabajos futuros

Como trabajos futuros se proponen diferentes vías por las cuales se podría seguir avanzando en la temática. En principio, en cuanto a la optimización de la torre, se podría continuar desarrollando los códigos de tal forma que las fuerzas externas dependan de las variables de diseño, el valor α asociado a la colinealidad sea variable e incluir las restricciones impuestas por la norma ANSI, 2016 u otra norma internacional vinculada a estructuras de acero. También podría ser conveniente que las variables de diseño de los perfiles estructurales sean discretas dado que el diseño final utilizará perfiles normalizados.

En cuanto al modelado de la torre sería conveniente utilizar la optimización en una torre existente o en un proyecto de diseño de torres. Aplicando la optimización tal vez se encuentren diseños de menor costo, utilizando la herramienta como ayuda en la toma de decisiones.

Las fuerzas provenientes del viento podrían ser calculadas en un softwa-

re que simule la interacción fluido estructura. Por otra parte, los resultados obtenidos podrían ser verificados experimentalmente en túnel de viento. De esta manera se tendrá con más exactitud la magnitud de las cargas del viento, haciendo más confiable la simulación numérica y la optimización.

En el análisis dinámico podría simularse el movimiento de los cables con el viento. Por ejemplo, modelar dos torres unidas por los cables y realizar una simulación dinámica donde actúe una tormenta descendente. De esta manera evaluar los esfuerzos sobre la torre y también estudiar la estabilidad estructural de los cables.

Bibliografía

- ANSI, B. (2016). AISC 360-16, specification for structural steel buildings. *Chicago AISC*.
- ASCE 7-16. (2017). Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures.
- AS/NZS 7000:2010. (2010). Overhead Line Design – Detailed Procedures.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., y Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear programming* (Third). Wiley-Interscience [John Wiley & Sons].
- Bazzano, J., y Pérez Zerpa, J. (2017). Introducción al Análisis No Lineal de Estructuras: texto del curso Análisis No Lineal de Estructuras.
- Beck, A. T., y Corrêa, M. R. (2013). New design chart for basic wind speeds in Brazil. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 10(4), 707-723.
- Bower, A. F. (2009). *Applied mechanics of solids*. CRC press.
- CIGR, E. (2012). Overhead Line Design Guidelines for Mitigation of Severe Wind Storm Damage. *Technical Brochure*, 485.
- Clough, R. W., y Penzien, J. (1993). Dynamics of structures, MacGraw-Hill. *Inc Editor*.
- Degertekin, S., Lamberti, L., y Ugur, I. (2018). Sizing, layout and topology design optimization of truss structures using the Jaya algorithm. *Applied Soft Computing*, 70, 903-928.
- de Souza, R. R., Miguel, L. F. F., Lopez, R. H., Miguel, L. F. F., y Torii, A. J. (2016). A procedure for the size, shape and topology optimization of transmission line tower structures. *Engineering Structures*, 111, 162-184.
- Dua, A., Clobes, M., Höbbel, T., Matsagar, V., et al. (2015). Dynamic analysis of overhead transmission lines under turbulent wind loading. *Open Journal of Civil Engineering*, 5(04), 359.
- Garcia, J. C. (s.f.). Método Hilber, Hughes & Taylor (HHT) en FEAP.

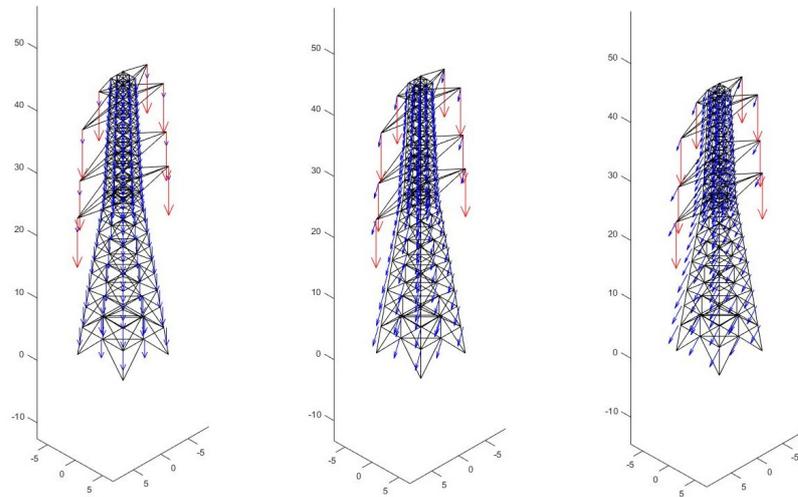
- Hangan, H., y Freure, P. (2002). *Numerical Simulations of High Intensity Winds: Downburst Simulations*. Institute for Catastrophic Loss Reduction.
- Herskovits Norman, J. (2005). Desenvolvimento de Sistema Integrado para Projeto Ótimo de Estruturas para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica.
- Holmes, J. D., Hangan, H., Schroeder, J., Letchford, C. W., y Orwig, K. D. (2002). A forensic study of the Lubbock-Reese downdraft of 2002. *Wind and Structures*, 11(9), 137-152.
- Holmes, J. D., y Oliver, S. (2000). An empirical model of a downburst. *Engineering structures*, 22(9), 1167-1172.
- Kiessling, F., Nefzger, P., Nolasco, J. F., y Kaintzyk, U. (2014). *Overhead power lines: planning, design, construction*. Springer.
- Li, X., Zhang, W., Niu, H., y Wu, Z. Y. (2018). Probabilistic capacity assessment of single circuit transmission tower-line system subjected to strong winds. *Engineering Structures*, 175, 517-530.
- McClure, G., Langlois, S., y Rogier, J. (2008). Understanding how overhead lines respond to localized high intensity wind storms. *Structures Congress 2008: Crossing Borders. Vancouver, Columbia Británica, Canadá*, 1-10.
- Nocedal, J., y Wright, S. J. (1999). *Numerical optimization*. Springer-Verlag.
- Rao, S. S. (2017). *The finite element method in engineering*. Butterworth-heinemann.
- Stengel, D., y Thiele, K. (2017). Measurements of downburst wind loading acting on an overhead transmission line in Northern Germany. *Procedia engineering*, 199, 3152-3157.
- Teegala, S. K., y Singal, S. K. (2016). Optimal costing of overhead power transmission lines using genetic algorithms. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 83, 298-308.
- Tort, C., Şahin, S., y Hasaңebi, O. (2017). Optimum design of steel lattice transmission line towers using simulated annealing and PLS-TOWER. *Computers & Structures*, 179, 75-94.
- UNIT 50:84. (1984). Norma para Acción del viento sobre construcciones, Instituto Uruguayo de Normas Técnicas, 2^a. Revisión.
- Visweswara Rao, G. (1995). Optimum designs for transmission line towers. *Computers & structures*, 57(1), 81-92.

- Weayer Jr, W., y Loh, C. L. (1985). Dynamics of trusses by component-mode method. *Journal of Structural Engineering*, 111(12), 2565-2575.
- Wood, G. S., Kwok, K. C., Motteram, N. A., y Fletcher, D. F. (2001). Physical and numerical modelling of thunderstorm downbursts. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 89(6), 535-552.
- Zhang, W., Zhu, J., Liu, H., y Niu, H. (2015). Probabilistic capacity assessment of lattice transmission towers under strong wind. *Frontiers in Built Environment*, 1, 20.

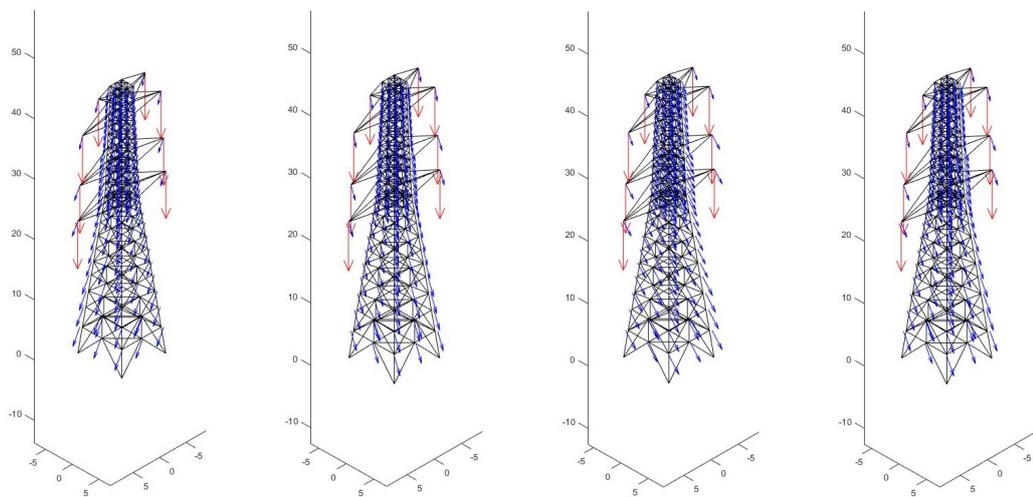
ANEXOS

Anexo 1

1.1. Fuerzas externas



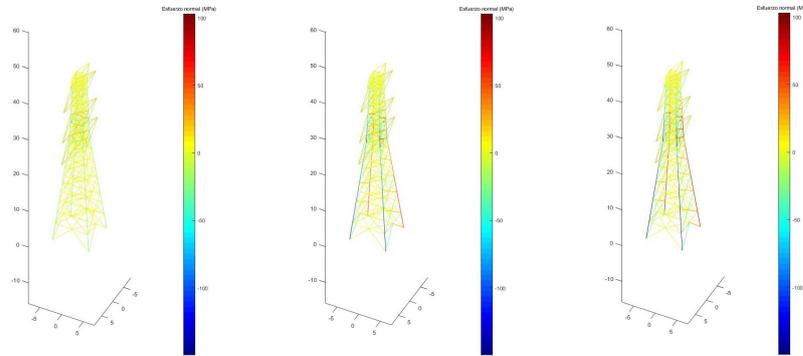
(a) Estado de carga 1. (b) Estado de carga 2. (c) Estado de carga 3.



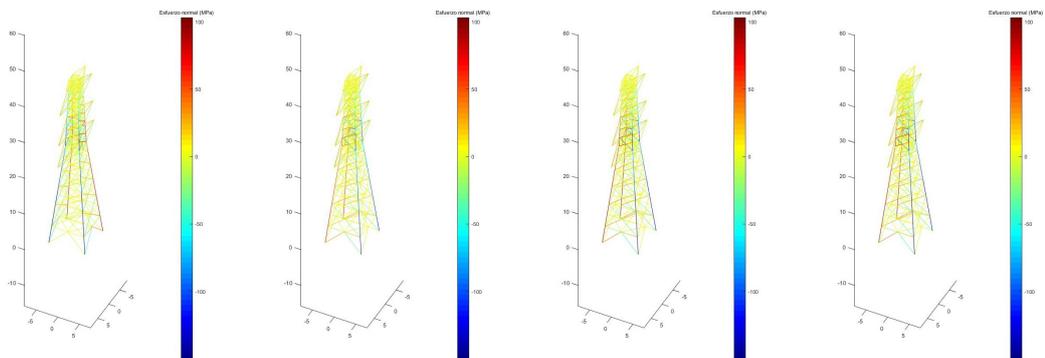
(d) Estado de carga 4. (e) Estado de carga 5. (f) Estado de carga 6. (g) Estado de carga 7.

Figura 1.1: Fuerzas vectoriales sobre la torre. La fuerza del viento junto con la fuerza gravitatoria en azul y la fuerza del peso de los cables en rojo.

1.2. Mapa de colores de tensiones



(a) Estado de carga 1. (b) Estado de carga 2. (c) Estado de carga 3.



(d) Estado de carga 4. (e) Estado de carga 5. (f) Estado de carga 6. (g) Estado de carga 7.

Figura 1.2: Mapa de colores de tensiones sobre cada elemento.