UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

FACULTAD DE AGRONOMIA

MONTEVIDEO - URUGUAY

FORMULAS DE CUBICACION DE LOS ARBOLES

ESTUDIO COMPARATIVO

POR

José A. BONILLA

Boletín Nº 108 Octubre 1969

FORMULAS DE CUBICACION DE LOS ARBOLES [1]

Estudio comparativo

JOSÉ A. BONILLA [2]

RESUMEN

Se efectúa un estudio de fórmulas de cubicación de árboles, tomando como testigo la fórmula de Simpson, la cual es comparada con las de Smalian (simple y compuesta); Huber (simple y compuesta); Newton; Gauss-Simony; Korsün; Hossfeld y la de Gieruszynski. Se utilizaron como material de trabajo, datos de 110 árboles de pino marítimo (*Pinus pinaster* Ait.), distribuidos uniformemente a razón de 10 árboles en cada una de las clases diamétricas comprendidas entre 20 y 40 cm., con un intervalo de clase de 2 cm. Se analiza rapidez y exactitud de los métodos.

Las fórmulas de Smalian compuesta y Huber compuesta no difieren en forma estadísticamente significativa de la fórmula testigo, destacándose la de Huber por su mayor rapidez.

Las fórmulas de Gieruszynski y Gauss-Simony, aún cuando dan diferencias estadísticamente significativas con respecto a la fórmula testigo, presentan un error reducido (—2,8 y —3,7 %, respectivamente).

La fórmula de Huber simple, presenta un error moderado (—7,7 %), a la vez que se caracteriza por poseer la máxima rapidez de cálculo.

Las fórmulas de Hossfeld y Newton, aunque no presentan grandes errores (—6,8 y 9,7 %, respectivamente), no demuestran mayor utilidad.

Las fórmulas de Korsün y Smalian simple, presentan errores inaceptables (—25,8 y 45,6 %, respectivamente).

Puede mejorarse la precisión de los métodos analizados, aplicando los coeficientes de regresión obtenidos, sugiriéndose su uso para los métodos de Huber simple, Gieruszynski y Gauss-Simony.

---

1. Trabajo presentado para su publicación en fecha 1º de abril de 1968.

2. Docente del Departamento Forestal, Facultad de Agronomía, Montevideo, Uruguay.

INTRODUCCION

La determinación del volumen del tronco de un árbol o de las trozas que lo integran, ha sido un problema al cual se le han aportado gran cantidad de soluciones. Sin embargo, ello en vez de expresar una exactitud acentuada, solamente significa que no se ha encontrado ninguna solución perfecta a este problema y que las presentadas sólo se acercan en mayor o menor grado a la realidad. La razón de estas dificultades radica, fundamentalmente, en que el árbol no es un sólido geométrico, ni es regular en su forma en las distintas alturas del tronco.

Se acepta (7) que la parte inferior del tronco (desde el tocón hasta cerca de los 3 m.) es un neloide; la parte media (desde los 2,50-3 m. hasta la base de la copa), un paraboloide y la parte superior (desde la base al tope de la copa) un cono.

Los sólidos geométricos que se aproximan a las trozas de un tronco —cilindro, paraboloide, cono y neloide— son producidos por la revolución alrededor del eje de las X, de una curva de forma general $Y^2 = KX^r$, tomando r los valores 3, 2, 1 y 0, según se trate de neloide, cono, paraboloide o cilindro, respectivamente. Las secciones de estos sólidos se denominan "Frustrum" y pueden ser comparados con las formas geométricas reales de las trozas.

Son numerosas las fórmulas utilizadas para la determinación del volumen de las trozas. De ellas, por un razonamiento matemático que escapa a los objetivos de este trabajo, se destaca por su mayor exactitud la fórmula de Simpson, siempre que los intervalos de mensura sean cortos, por lo que la misma —que implica un proceso de cálculo relativamente largo y complejo— será tomada, en este trabajo, como fórmula testigo y comparada con otras de mayor sencillez y rapidez.

De la bibliografía consultada, se desprende que desde el punto de vista comercial la importancia del factor rapidez de cálculo es considerable, generalmente de un grado similar o aún mayor a la exactitud. Por ejemplo, Pleau (18), en Quebec, informa que cuando se miden trozas menores de 3,30 m. de largo, sólo se mide el largo y uno de los diámetros extremos, lo cual produce errores de hasta 22 % con respecto a la fórmula de Smalian, en la cual se miden los dos extremos. En Venezuela, Bernal Euse (1), trabajando sobre todo con *Bombacopsis sepium* y tomando la fórmula de Huber como base, llega a diferencias con los métodos comerciales, mayores de 50 %.

Algunos investigadores han efectuado comparaciones entre fórmulas de volumen, siguiendo objetivos similares a los de este

trabajo, pudiendo citarse las siguientes conclusiones: Korsun (12), trabajando en *Picea,* compara la fórmula de Simpson con la de Huber, con diferentes largos de sección (1 y 2m.) y número de diámetros medidos en el punto medio de cada sección (2 y 4), resultando que cuando se usan intervalos de 1 m. con cuatro mediciones de diámetro, la fórmula de Huber es tan segura como la de Simpson. Spaeth, Walters and Kulp (22), en postes de *Pinus taeda,* de 2,10 m. de largo, compararon las fórmulas de Newton, Smalian, Huber y la de "frustrum" de cono, con el método de desplazamiento, obteniendo un grado similar de seguridad, recomendando por su sencillez, la fórmula de Huber. Roupec (19), en troncos comerciales de *Picea* —con un diámetro con corteza, tope, de 7 cm.— informa que la fórmula de Huber simple, tiene un error medio de sólo 0,28 % con respecto a la fórmula de Huber compuesta, con intervalos de 1 m. Ollinmaa (16), informa resultado de investigaciones efectuadas en Finlandia en *Pinus sylvestris, Picea abies* y *Betula* sp., tomando como base la fórmula de Huber, con intervalos de 1 y 2 m. y comparando los resultados con la fórmula de Hossfeld y las tablas de Ilvessalo. La fórmula de Hossfeld dio resultados aceptables solamente en *Pinus sylvestris.* Gieruszynski (6), trabajando con la fórmula de Huber (simple) en *Picea,* determinó errores del orden del 4-5 %. La fórmula de Huber, según Kunze, citado por Uhrin (25), ha demostrado errores que oscilan entre —6 % *(Pinus sylvestris)* y 2 % *(Picea excelsa),* en trozas con corteza. Si se consideran las trozas, desprovistas de corteza, se constató una importante reducción del error. La fórmula de Smalian indicó errores entre 2,5 y 6,3 %. La de Newton entre —0,7 y 2,1 %.

En EE. UU. (23), según las normas del Comité de Standardización de Tablas de Volumen y Rendimiento (1926), los volúmenes de los troncos son computados por la fórmula de Smalian, con intervalos cortos.

El objetivo básico de este trabajo es determinar el grado de exactitud de diversos métodos de cubicación enumerados por la bibliografía existente y recomendar uno o más de ellos, en base a su exactitud y sencillez, con el propósito de que su utilización en las operaciones de cubicación resulte segura y rápida.

Este estudio fue realizado a partir de los datos que dieron origen a las "Tablas de volúmenes comerciales de Pino Marítimo en la zona de Carrasco" (3), de los que fueron extraídos por sorteo fichas correspondientes a 110 árboles, 10 por cada una de las 11 clases diamétricas comprendidas entre los diámetros 20-40 cm. (con intervalo de clase de 2 cm.). Las referencias sobre características del sitio y del bosque de donde provienen los árboles en consideración, son omitidas aquí, ya que están profusamente descritas en el trabajo citado (3).

En las fichas originales, se presentan los diámetros a intervalos de 1 m., desde el tocón hasta un diámetro tope de 10 cm. Por dicha razón este trabajo está limitado a la cubicación de troncos comerciales y no a la totalidad de la madera contenida en el tronco de un árbol.

A esta limitación debe agregarse la de la especie y sitio. En efecto, este estudio está referido a la aplicabilidad de los métodos de cubicación en la especie *Pinus pinaster* Ait. (pino marítimo) a partir de datos obtenidos de un bosque ubicado en suelos de duna marítima.

A pesar de las limitaciones arriba señaladas, creemos que este trabajo, que representa el primer esfuerzo en nuestro país en tal sentido, llega a resultados que pueden ser extendidos a otras especies y condiciones de sitio.

MATERIAL Y METODOS

El material utilizado, como ya se especificó, fueron 110 troncos con un diámetro tope (con corteza) de 10 cm. de pino marítimo (*Pinus pinaster* Ait.), distribuidos uniformemente en las clases diamétricas 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38 y 40, a razón de 10 árboles en cada clase. El valor que representa a la clase diamétrica, es su punto medio. Por ejemplo, la clase 20, contiene a todos los árboles con un DAP comprendido entre 19,0 y 20,9 cm.

Los métodos utilizados fueron las fórmulas de cubicación que a continuación se expresan:

1. *Fórmula de Simpson.*— Si efectuamos un análisis matemático (25) se podrá demostrar que dicha fórmula es exacta para cilindros, paraboloides, conos y neloides, mientras que otras fórmulas, muy usadas, como la de Smalian y la de Huber, sólo son exactas para cilindros y paraboloides. Para neloides y conos, la de Smalian da resultados superiores en un 50 y 25 %, respectivamente, mientras que la de Huber los da inferiores en la misma proporción. Por todo ello es que hemos seleccionado a la fórmula de Simpson como el método testigo, con el cual compararemos los demás. El largo de sección usado para esta fórmula, es de 1 m.

La fórmula de Simpson —que no es sino la fórmula de Newton compuesta— simplificada, puede representarse de la manera siguiente:

$$V = (L/3)\ [A_o + A_n + 4\ (A_1 + A_3 + \quad A_{n-1}) + 2\ (A_2 + A_4 + \ldots A_{n-2})]$$

Donde L es el largo del intervalo entre secciones, en este caso 1 m.

A_o es el área transversal de la base del tronco.

A_n es el área transversal del tope del tronco.

$A_1, \ldots A_{n-1}$ es el área transversal en cada sección.

2-3. *Fórmulas de Smalian.*— Se utilizan, en el presente trabajo, dos intervalos entre secciones, distintos: (2) 1 m. y (3) 2 m. Esta fórmula, simplificada, puede ser expresada de la manera siguiente:

$$V = L. \left(\frac{A_o + A_n}{2} + A_1 + A_2 + \ldots + A_{n-1}\right)$$

La notación utilizada es idéntica a la del numeral anterior.

4. *Fórmula de Huber compuesta.*— Se toma como único intervalo entre secciones: 2 m., dado que en este caso, al hacerse la medición en el punto medio, éste coincide con metros enteros (impares), mientras que si el intervalo se hace de 1 m., el punto medio de la troza sería a 0,50 m., 1,50 m., 2,50 m., valores que no son disponibles en los datos originales. Esta fórmula puede expresarse, simplificada, de la siguiente manera:

$$V = L. \sum A_i$$

Donde L, sigue siendo el largo del intervalo entre dos secciones, en este caso 2 m.

A_i es el área transversal en el punto medio de cada troza, o sea, en los metros impares: 1, 3, 5, etc.

5. *Fórmula de Huber simple.*— Según Heindsjik (9) y teniendo en cuenta lo trabajoso que resulta utilizar estos métodos, ensayó otros dándole buen resultado aquel que consistía en multiplicar el área transversal en la mitad del árbol por la altura total del mismo. En *Araucaria angustifolia* Kunz (pino brasil), constató un error de solamente 1 %.

Está fórmula puede ser expresada así:

$$V = L.A_{0,5}$$

Donde L es el largo del tronco.

$A_{0,5}$ es el área transversal en el punto medio del tronco.

6. *Fórmula de Smalian simple.*— Consiste en medir solamente el área transversal de la base (A_o) y la del tope (A_n) y el largo total del tronco (L), expresándose el volumen de la manera siguiente:

$$V = \left(\frac{A_o + A_n}{2}\right).L$$

7. *Fórmula de Newton simple.*— Implica la mensura de tres diámetros en el tronco, uno en la base, otro en el punto medio y el último en el tope, así como del largo total. La fórmula que la representa es la siguiente, con las notaciones usadas en 5 y 6:

$$V = (L/6).(A_o + 4A_{0,5} + A_n)$$

8. *Fórmula de Gauss-Simony.*— Puede ser expresada por medio de la representación siguiente:

$$V = (L/2).(A_{0,2} + A_{0,8})$$

Donde L es el largo de todo el tronco, en metros.
$A_{0,2}$ es el área transversal en el 20 % del largo total del tronco.
$A_{0,8}$ es el área transversal en el 80 % del largo total del tronco.

9. *Fórmula de Korsün.*— Esta fórmula (13) es probablemente la más moderna que tiende a solucionar el problema de la determinación del volumen de los árboles, estando basada en el área transversal en el 10 % del largo del tronco ($A_{0,1}$). Se le reconoce la practicidad de permitir la cubicación de los árboles en pie, ya que el punto en cuestión puede ser fácilmente alcanzado desde el suelo o con ayuda de una pequeña escalera:

$$V = 0{,}4363 . A_{0,1} . H$$

Donde H es la altura del árbol.

10. *Fórmula de Hossfeld.*— Está basada en la determinación del área transversal en la tercera parte del tronco ($A_{1/3}$), en el área transversal en el tope (A_n) y en el largo total del tronco (L), a través de la fórmula siguiente:

$$V = (L/4).(3\ A_{1/3} + A_n)$$

11. *Fórmula de Gieruszynski.*— Es también una fórmula bastante moderna (1948), estando basada en tres medidas de diámetro o de área transversal: en el 10 % del largo total ($A_{0,1}$) en la mitad del tronco ($A_{0,5}$) y en el tope del tronco (A_n), así como en el largo total (L) y de tres coeficientes empíricos. La fórmula es representada por la expresión siguiente:

$$V = L.(0{,}23 . A_{0,1} + 0{,}58 . A_{0,5} + 0{,}19 . A_n)$$

Cabe señalar que debido a que los datos originales contienen solamente valores de diámetro a intervalos de 1 m., y que las fórmulas de Gauss-Simony, Hossfeld, Gieruszynski y Korsün, utilizadas en el presente trabajo, requieren diámetros en intervalos que representan fracciones del largo del tronco (1/10, 1/5, 1/3, 1/2, 4/5), los diámetros buscados fueron obtenidos por interpolación, entendiéndose que dado que se trata de pocos puntos (a lo sumo 3), los resultados obtenidos no se alejarán mayormente de la realidad.

Además de la confección de las planillas que contienen el volumen de cada árbol, según cada una de las fórmulas usadas, se confeccionó otra, la cual contiene los tiempo-promedio por árbol, que demanda el cálculo del volumen, el cual fue realizado con una máquina de calcular FACIT manual.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos, se ofrecen en los cuadros expuestos a continuación:

CUADRO Nº 1

TIEMPO UTILIZADO
PARA CALCULAR EL VOLUMEN (APROXIMADO)

(Promedio por árbol)

	Método utilizado	Tiempo (segundos)
1.	Simpson	100
2.	Smalian (compuesta) (1 m.)	80
3.	Smalian (compuesta) (2 m.)	50
4.	Huber (compuesta)	40
5.	Huber (simple)	10
6.	Smalian (simple)	20
7.	Newton (simple)	30
8.	Gauss-Simony	40
9.	Korsün	35
10.	Hossfeld	35
11.	Gieruszynski	50

CUADRO Nº 2

VOLUMEN PROMEDIO POR CLASE DIAMETRICA (m^3)

Clase diamétrica (cm.)	Método utilizado										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	0,222	0,224	0,226	0,221	0,201	0,306	0,235	0,216	0,160	0,205	0,220
22	0,301	0,301	0,303	0,299	0,274	0,437	0,323	0,288	0,223	0,273	0,298
24	0,376	0,376	0,378	0,375	0,344	0,537	0,399	0,368	0,284	0,355	0,370
26	0,427	0,425	0,424	0,427	0,375	0,608	0,453	0,423	0,322	0,388	0,415
28	0,562	0,562	0,563	0,562	0,526	0,785	0,613	0,538	0,423	0,532	0,548
30	0,594	0,594	0,595	0,595	0,536	0,887	0,651	0,558	0,436	0,566	0,565
32	0,719	0,721	0,724	0,716	0,662	1,071	0,790	0,683	0,539	0,662	0,691
34	0,861	0,862	0,866	0,858	0,768	1,276	0,935	0,836	0,609	0,782	0,808
36	0,965	0,969	0,980	0,957	0,922	1,398	1,082	0,920	0,732	0,917	0,956
38	1,032	1,032	1,034	1,030	0,951	1,501	1,139	1,014	0,760	0,971	0,992
40	1,186	1,190	1,209	1,177	1,133	1,753	1,324	1,124	0,898	1,115	1,154
Promedio	0,659	0,660	0,664	0,656	0,608	0,960	0,723	0,633	0,489	0,614	0,653
Coeficiente variación (%)	48,5	48,3	48,0	48,5	51,0	48,2	42,2	58,3	48,7	49,0	47,3

Como fuera señalado anteriormente, en los métodos de Gauss-Simony, Korsün, Hossfeld y Gieruszynski se efectuaron interpolaciones. En la realidad, si esos fueran los métodos utilizados no se realizarían dichas interpolaciones que suponen una pérdida considerable de tiempo, dado que los diámetros serían medidos a los intervalos deseados (H/10, H/5, H/3, H/2). Por ello, las cifras ofrecidas en el cuadro Nº 1, deben ser modificadas —para los métodos señalados— reduciéndolas en el tiempo que se estimó necesario para realizar dichas interpolaciones, ofreciéndose los valores definitivos a continuación:

CUADRO Nº 3

TIEMPO UTILIZADO PARA EL CALCULO DEL VOLUMEN (APROXIMADO) (AJUSTADO)

(Promedio por árbol)

Métodos utilizados										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
100	80	50	40	10	20	30	20	25	25	30

A los efectos de una mejor visualización de los datos, el cuadro Nº 2 es presentado a continuación, expresando los volúmenes en %, referidos al método testigo.

CUADRO Nº 4

VOLUMEN POR CLASE DIAMETRICA (EN %)

Clase diamétrica (cm.)	Métodos utilizados										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	100,0	100,9	101,8	99,5	90,5	137,8	105,8	97,3	72,1	92,3	99,1
22	100,0	100,0	100,6	99,3	91,0	145,1	107,3	95,7	74,0	90,7	99,0
24	100,0	100,0	100,5	99,7	91,4	142,8	106,2	97,8	75,5	94,4	98,4
26	100,0	99,5	99,3	100,0	87,8	142,4	106,0	99,1	75,4	90,9	97,2
28	100,0	100,0	100,1	100,0	93,6	139,6	109,0	95,7	75,2	94,6	97,5
30	100,0	100,0	100,2	102,2	90,2	149,3	109,6	93,9	73,4	95,6	95,6
32	100,0	100,3	100,7	99,6	92,1	140,0	109,8	95,0	74,9	92,0	96,1
34	100,0	100,1	100,6	99,6	89,2	148,2	108,5	97,1	70,7	90,8	93,9
36	100,0	100,4	101,5	99,1	95,5	144,8	112,1	95,3	75,7	95,0	99,1
38	100,0	100,0	100,2	99,8	92,1	145,4	113,7	98,2	73,6	94,1	96,1
40	100,0	100,3	101,9	98,9	95,5	147,8	111,6	94,8	75,7	94,0	97,3
Promedio	100,0	100,2	100,7	99,6	92,3	145,6	109,7	96,3	74,2	93,2	97,2
Desv. típica	0,00	0,36	0,78	0,41	2,49	4,61	2,73	1,69	1,69	1,83	1,92
Coeficiente variación (%)	0	0,4	0,8	0,4	2,7	3,2	2,5	1,7	2,3	1,9	2,0

Como se expresó anteriormente, los volúmenes calculados y presentados en los cuadros Nos. 2 y 4, fueron obtenidos a partir de largos comerciales (con un diámetro tope, con corteza, de 10 cm.), por lo que a continuación se exponen los largos promedio por clase diamétrica, con fines de información general.

CUADRO Nº 5

ALTURA COMERCIAL, SEGUN CLASE DIAMETRICA

Clase diamétrica (cm.)	Largo comercial (m.)
20	13,2
22	14,2
24	14,6
26	16,4
28	17,6
30	17,8
32	19,4
34	20,0
36	20,0
38	20,2
40	20,6
Promedio	19,4

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

1. *Análisis de regresión*

Los resultados expuestos en el cuadro Nº 2 son sometidos a un análisis de regresión, en el cual se toma el método testigo (fórmula de Simpson) como la variable independiente X, y al resto de métodos como las variables dependientes Yi.

Si colocamos en un sistema de coordenadas cartesianas, a los valores de X como abscisas y a los Yi como ordenadas, comprobaremos que los puntos de intersección —cualquiera sean los Yi considerados— se disponen alrededor de una recta, que se aleja en más o en menos de un ángulo de 45 grados entre los ejes, pero que, en todos los casos, pasa por el origen del sistema. Expresado en otras palabras, y en base a la observación gráfica citada, podemos suponer que la relación entre las X y cada una de las Yi, es lineal, y que además, la recta pasa por el origen, o sea, que podemos pensar en una ecuación del tipo:

$$Yi = b.X$$

Corresponde, entonces, determinar el coeficiente *b* para cada Yi, el cual es calculado por las fórmulas usuales. A los efectos de clarificar la notación, mantendremos el uso de los siguientes números para cada método considerado: 1. Simpson (testigo); 2. Smalian compuesta (intervalos de 1 m.); 3. Smalian compuesta (intervalo 2 m.); 4. Huber compuesta; 5. Huber simple; 6. Smalian simple; 7. Newton simple; 8. Gauss-Simony; 9. Korsün; 10. Hossfeld; 11. Gieruszynski.

Los coeficientes de regresión hallados son los siguientes:

b_{1-2}	= 1,008	b_{1-7}	= 1,136
b_{1-3}	= 1,021	b_{1-8}	= 0,961
b_{1-4}	= 0,998	b_{1-9}	= 0,751
b_{1-5}	= 0,959	b_{1-10}	= 0,949
b_{1-6}	= 1,496	b_{1-11}	= 0,968

A los valores del coeficiente de regresión b_{1i} se les determinan los límites de confianza:

$$L.C = b_{1i} + t.S_{b_{1i}}$$

a los efectos de comprobar si *b* igual a 1 (ángulo de 45 grados), se encuentra dentro de los mismos. En caso afirmativo, se detectará que no existen diferencias significativas entre el método testigo (1) y el método (i), al nivel de significancia utilizado, en este caso 5 %. Con los valores encontrados, puede construirse el cuadro siguiente:

CUADRO Nº 6

LIMITES DE CONFIANZA DE LOS COEFICIENTES DE REGRESION b_{1i}

Comparación	S_b	$t.S_b$	Lím. infer. $b - t.S_b$	Lím. super. $b + t.S_b$	Signif.
1-2	0,0046	0,010	0,998	1,018	No sign.
1-3	0,0110	0,025	0,996	1,046	No sign.
1-4	0,0034	0,008	0,990	1,006	No sign.
1-5	0,0182	0,041	0,918	0,996	Sign.
1-6	0,0231	0,052	1,444	1,546	Sign.
1-7	0,0161	0,036	0,925	0,997	Sign.
1-8	0,0133	0,021	0,730	0,772	Sign.
1-9	0,0146	0,033	0,718	0,784	Sign.
1-10	0,0157	0,035	0,914	0,984	Sign.
1-11	0,0119	0,027	0,941	0,997	Sign.

Del cuadro anterior, surge que las fórmulas 2 y 3 (Smalian compuesta con intervalos de 1 y 2 m., respectivamente) y la 4 (Huber compuesta), no arrojan diferencias estadísticamente significativas con respecto a la fórmula de Simpson.

La condición de que la ecuación pase por el origen del sistema de coordenadas supone que la ecuación de la recta $Y = a + b.X$, se transforma en $Y = b.X$, o sea que $a = O$.

Para comprobar si la ecuación: $Y = b.X$ es correcta, debemos verificar que cuando X se encuentra en el origen, o sea que es igual a O, Y tendrá también dicho valor.

Si denominamos *a* al valor de Y, cuando X es igual a cero, el problema se reduce a encontrar los límites de confianza del valor *a*, los cuales son calculados por medio de la siguiente expresión:

$$L.C = a \pm t.S_a$$

Si tales límites contienen el valor Y = O, se habrá probado que la recta pasa por el origen. En el cuadro siguiente, se ofrecen los valores obtenidos:

CUADRO Nº 7

LIMITES DE CONFIANZA DEL VALOR *a*

Comparación	a	S_a	$t.S_a$	Lím. inf. $a - t.S_a$	Lím. sup. $a + t.S_a$	Signif.
1-2	—0,003	0,003	0,007	—0,010	0,004	No sign.
1-3	—0,009	0,009	0,020	—0,029	0,011	No sign.
1-4	0,000	0,002	0,052	—0,052	0,052	No sign.
1-5	—0,023	0,015	0,033	—0,056	0,010	No sign.
1-6	—0,023	0,016	0,036	—0,059	0,013	No sign.
1-7	—0,025	0,014	0,032	—0,057	0,007	No sign.
1-8	0,000	0,010	0,023	—0,023	0,023	No sign.
1-9	—0,004	0,010	0,024	—0,028	0,020	No sign.
1-10	—0,010	0,011	0,026	—0,036	0,016	No sign.
1-11	0,000	0,009	0,020	—0,020	0,020	No sign.

Al no existir diferencias estadísticamente significativas, se comprueba que el valor esperado Y = O, se encuentra dentro de los límites de confianza calculados, en todas las comparaciones realizadas, lo que demuestra, de manera definitiva, que los datos han sido correctamente analizados a través de la ecuación de regresión:

$$Y = b.X$$

2. *Eficiencia de los métodos*

En el cuadro Nº 3 se presenta el tiempo en segundos que demanda en promedio, la cubicación de un árbol en las condiciones de realización de este trabajo, para cada uno de los métodos estudiados. Dicho tiempo está en relación directa con el número de medidas efectuadas en el árbol, como se puede apreciar a continuación:

(a) *Métodos con una o dos medidas de diámetro:*

Huber simple ..... Tiempo = 10 s. (1 diámetro)
Gauss-Simony ..... Tiempo = 20 s. (2 diámetros)
Smalian simple ..... Tiempo = 20 s. (2 diámetros)
Korsün ..... Tiempo = 25 s. (1 diámetro)
Hossfeld ..... Tiempo = 25 s. (2 diámetros)

Aunque aparentemente la fórmula de Korsün no cumple dicha relación, dado que su tiempo relativo —a pesar de medirse un solo diámetro— es igual o superior a las de dos diámetros, la explicación deriva del hecho de que en su fórmula existe un coeficiente de cuatro cifras: 0,4363, el cual en la máquina utilizada toma un tiempo considerable, igual o mayor al necesario para tener en cuenta un diámetro más en el cálculo del volumen.

(b) *Métodos con tres medidas de diámetro:*

Newton	Tiempo = 30 s.
Gieruszynski	Tiempo = 30 s.

(c) *Métodos con h/2 medidas de diámetro:*

Huber compuesta	Tiempo = 40 s.
Smalian compuesta (2 m.)	Tiempo = 50 s.

(d) *Métodos con h medidas de diámetro:*

Smalian compuesta (1 m.)	Tiempo = 80 s.
Simpson	Tiempo = 100 s.

Tanto en (c) como en (d), h representa el largo del tronco en metros.

Estos resultados tienen gran importancia, pues la combinación de ellos con los obtenidos en el análisis de regresión, nos va a permitir llegar a determinar los objetivos propuestos.

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

Estadísticamente se ha determinado que las fórmulas de Smalian compuesta (con intervalos de 1 y 2 m.) y la de Huber compuesta (intervalos de 2 m.), no arrojan diferencias significativas al nivel 5 %, con la fórmula testigo de Simpson, obteniéndose diferencias menores de 1 % (0,2, 0,7 y 0,4 %, respectivamente). Los tiempos relativos de dichos métodos son 80, 50 y 40, respectivamente.

Estos resultados —dentro de las escasas referencias bibliográficas existentes— coinciden, respecto a la fórmula de Huber, con los obtenidos por Korsün (12) y en relación con la fórmula de Smalian, con las recomendaciones del Comité de Standardización de Tablas de Volumen y Rendimiento (23).

La practicidad de la fórmula de Huber compuesta, con intervalos de mensura de 2 m., es rápidamente corroborada, constatándose una rapidez de cálculo mayor que la fórmula de Smalian con 1 y 2 m. de intervalo de mensura, que alcanza un 25 y 100 %, respectivamente.

A pesar de que existen varios métodos que dieron diferencias estadísticamente significativas al nivel 5 %, resulta interesante hacer consideraciones sobre algunos de ellos:

(a) *Gieruszynski.*— La diferencia con el método testigo es de —2,8 %, con un tiempo relativo de 30. Este método que utiliza tres constantes teóricas, se muestra sorprendentemente ajustado, a pesar de que estadísticamente no puede ser considerado como tal. Por otra parte, no existe ninguna experiencia local acerca de su utilización ni hemos obtenido referencias bibliográficas de que haya sido usado en toda América del Sur, por lo menos. En consecuencia, es un método digno de ser analizado en nuevos ensayos, dado que su utilidad parece alta.

(b) *Método de Gauss-Simony.*— Arroja una diferencia de —3,7 % respecto al testigo, teniendo un tiempo relativo de solo 20. En consecuencia, a pesar de que como el método anterior, arroja diferencias estadísticamente significativas, puede resultar de indudable eficacia práctica, ya que es un 100 % más rápido que el uso de la fórmula de Huber compuesta.

(c) *Método de Huber (simple).*— A pesar de que en este trabajo se constataron errores mayores que los informados por Gieruszynski (6) en *Picea,* por Uhrin (25) citando a Kunze, en *Pinus sylvestris* y por Roupec (19), también en *Picea,* las diferencias de dicho método con el testigo no fueron realmente grandes, ya que las mismas alcanzan a —7,7 %. La importancia de este método radica en que su tiempo relativo es extremadamente bajo, llegando sólo a 10, por lo que podría ser recomendado para determinaciones comerciales que no tuvieran exigencias de una precisión considerable.

Los métodos de Newton simple y de Hossfeld muestran errores similares al de Huber simple (9,7 y —6,8 %, respectivamente), pero su tiempo relativo es mucho mayor (25 y 30, respectivamente), por lo que su utilidad, a través de los resultados obtenidos, no resulta aparente.

Por último, los métodos de Korsün y Smalian simple, a pesar de su reducido tiempo relativo (25 y 20, respectivamente), deben ser considerados completamente inaceptables dado los gruesos errores que ellos presentan (—25,8 y 45,6 %, respectivamente).

Se ha determinado un coeficiente de regresión *b* para cada método analizado. Desde el punto de vista teórico, mediante la aplicación de los mismos, sería posible llegar a calcular el volumen de los árboles con un grado de exactitud similar al obtenido con el testigo. Sin embargo, ello sería solamente posible si este estudio fuera ampliado a otras especies, sitios y/o dimensiones de los árboles, es decir, que los coeficientes hallados para tener una validez aceptable deben ser comprobados en otras condiciones.

En relación con lo anteriormente expresado, creemos que aquellos métodos cuyo coeficiente de regresión se aleje considerablemente de 1, no deben ser tomados en cuenta por el momento, necesitándose un más detallado estudio posterior. En cambio, aquellos que tienen relativamente poca diferencia con el testigo (Gauss-Simony, Gieruszynski y Huber simple), puede ser recomendado —provisoriamente— el uso de los mismos —con el coeficiente respectivo— para aquellos casos en que sea necesaria una precisión similar o casi similar al método testigo, pero el factor tiempo sea un elemento decisivo.

CONCLUSIONES

(1) La fórmula de Smalian compuesta (con intervalos de 1 ó 2 m.) y la de Huber compuesta (con intervalos de 2 m.) han demostrado poseer una exactitud estadísticamente satisfactoria, por lo que ellas se recomiendan para la cubicación de árboles, cuando aquella condición es imprescindible. Dentro de ellas, la de Huber resulta ser la más recomendable, dado que es considerablemente más rápida y tan exacta como la de Smalian.

(2) Cuando no es necesaria una exactitud muy grande en la cubicación, las fórmulas de Gieruszynski y Gauss-Simony, pueden ser utilizadas. La fórmula de Gieruszynski ha resultado ser más ajustada, pero sugerimos que se procedan a nuevas determinaciones antes de adoptar su uso en ciertos casos, dado que no tenemos información sobre su utilidad en otros países. La fórmula de Gauss-Simony es muy recomendable, dado que tiene un error reducido y es muy rápida.

(3) Cuando la rapidez de la determinación tiene una importancia igual o mayor que la exactitud de la misma —siempre que no haya grandes errores—, la fórmula de Huber simple resulta recomendable, ya que es la más rápida de las fórmulas utilizadas, teniendo un error moderado (—7,7 %).

(4) Los métodos de Hossfeld y Newton simple han demostrado una utilidad escasa, no justificándose su uso, dado que hay métodos más rápidos y/o seguros, como los que se han citado en los numerales (1), (2) y (3).

(5) Los métodos de Korsün y Smalian simple se han mostrado completamente inaceptables, ya que a pesar de que son bastante rápidos, han presentado errores de gran magnitud.

(6) Por aplicación de los coeficientes de regresión hallados es posible aumentar la precisión de los métodos usados. El error registrado en los métodos de Huber compuesto y Smalian compuesto —menos del 1 %— no justifican el uso del coeficiente de corrección en tales casos. En cambio, en otros métodos, dicho coeficiente podría ser muy útil, sugiriéndose su empleo en aquellos que hayan indicado una rapidez y exactitud aceptable, entre los que se destacan, como ya se ha señalado, los métodos de Huber simple, con un coeficiente de 0,96, Gieruszynski con 0,97 y Gauss-Simony, también con 0,96.

SUMMARY

The author carries out a study in formulas that determine the volume of trees, taking as a witness Simpson formula, which was compared with Smalian (simple and compound); Huber (simple and compound), Newton simple, Gauss-Simony, Korsün, Hossfeld and Gieruszynski formulas. The author uses data from 110 trees of maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) uniformly disposed: 10 trees in each of the diammetrical classes comprised between 20 and 40 cm. with a class latitude of 2 cm. Exactitude and quickness of methods were analized.

Smalian compound and Huber compound formulas are not significatively different from the witness formula, Huber formula being quicker.

Although Gieruszynski and Gauss-Simony formulas throw statistically significant differences, they present a slight error (—2,8 and —3,7 %, respectively).

Huber simple formula present a moderate error (—7,7 %), and the same time it offers the highest quickness in calculation.

Hossfeld and Newton formulas are not really useful, although they don't present great errors (—6,8 y 9,7, respectively).

Korsün and Smalian simple formulas present inacceptable errors (—25,8 % and 45,6 %, respectively).

Methods analized may be improved applying regression coefficients, we suggest their use for the methods of Huber simple, Gieruszynski and Gauss-Simony.

BIBLIOGRAFIA

1. BERNAL EUSE, J.— Un estudio comparativo de los diferentes métodos de cubicación aplicados en una explotación maderera en el bosque Caimital, Estado de Barinas, Venezuela. *Bol. Fac. Cienc. For. Univ. Los Andes* (1); 1962, 4 pp.
2. BELYEA, H. C.— *Forest Mensuration.* New York, Wiley, 1931.
3. BONILLA, J. A.; ROSS, P. B. y BUXEDAS, M. F.— Tablas de volúmenes comerciales de Pino marítimo (*Pinus pinaster* Ait.). (Trabajo a publicarse), 13 pp.
4. BOROWSKI, M.— (Effect of the error introduced by rounding off diameter readings on the result of timber volume measurements). *Sylwan,* 96 (2): 62-73 y (3): 269-282, 1952. (Resumen en *Forestry Abstracts,* 14/3853.)
5. CHAPMAN, H. H. and MEYER, W. H.— *Forest mensuration.* New York, Mc Graw-Hill, 1949, 522 pp.
6. GIERUSZYIŃSKI, T.— (Accuracy of Huber's formula). *Sylwan.* (Resumen en *Forestry Abstracts,* 15/2744.)
7. GOULDEN, C. H.— *Methods of statistical analysis.* New York, Wiley, 1956.
8. HARTONG, A. L. and THORNTON, P. L.— Bias in timber volume estimates caused by rounding off d.b.h. and merchantable length measurements. *Journ. For.,* 54 (11): 769-70, 1956.
9. HEINDSJIK, D.— Volumes do pinheiro (Araucaria angustifolia). *Bol. Setor Invent. For.* Servicio Florestal, Río de Janeiro (1): 1959, 40 pp.
10. HUSCH, B.— *Forest mensuration and statistics.* New York, Ronal Press, 1963, 474 pp.
11. KORSÜN, F.— (A new simple formula for the volume of standing tress). *Ust. Lesn. Práce,* 28 (6/7): 287-90, 1949. (Resumen en *Forestry Abstracts,* 12/793.)
12. - - - - -.— (Accurate metods of determinating log volume). *Zpr. vyzkum. Ust. Lesn. CSR* (2): 320-40, 1948. (Resumen en *Forestry Abstracts,* 12/794.)
13. MAEDA, Y.— (A pysical study on the accuracy of formulas for estimating the log volume of deciduous trees). *Mtq. Jap. For. Doc. Trans.,* 59: 55-57, 1951.
14. MAUGE, J. P.— Une nouvelle méthode de cubage du pin maritime pour région landaise. *Ann. Ecole Nat. Eaux For.* (Nancy), 18 (1): 73-95, 1961.
15. OLLINMAA, P. J.— (The accuracy of some volume formulae and volume tables in calculating the volume of whole stands). *Metsët. Aikak.* (1): 22-28; (2): 56-60, 1953. (Resumen en *Forestry Abstracts,* 14/3601-2.)
16. PARDE, J.— *Dendrométrie.* Nancy, Ecole Nat. Eaux et For., 1961, 350 pp.

17. PLEAU, J. M.— Particularités sur le mesurage du volume des billes de 10 pieds de longuer. *C. R. 28 Assem. Ann. Ass. Ingen. For. Quebec*, 1948 (1949), pp. 47-52.
18. RENDIMIENTO de trozas en aserraderos. Instituto Forestal, Santiago. *Informe técnico* (12): 1965.
19. ROUPEC, J.— (Accuracy of Baur's log volume tables). *Lesn. Práce.* 30 (4): 334-9, 1952. (Resumen en *Forestry Abstracts*, 14/3600.)
20. RUIZ DANA, J. M.— Nuevo método de cubicación de masas forestales. *Montes* (Madrid), 17 (97): 41-50, 1961.
21. SNEDECOR, G. W.— *Statistical methods.* Ames, Iowa State College Press, 1956.
22. SPAETH, W. C. S. and KULP, D. A.— A comparison of methods for determining cubic foots volume of fence posts. *Journ. For.*, 50 (2): 103-107, 1952.
23. SPURR, S.— *Forest Inventory.* New York, Ronald Press, 1952, 476 pp.
24. TAKASE, G.— (Formulae for calculating log volume). *J. Jap. For. Soc.*, 34 (2): 56-60, 1952.
25. UHRIN, C.— *Dasometría* (apuntes de clase mimeografiados). Santiago del Estero. Escuela de Ingeniería Forestal, 92 pp.