



UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY



FACULTAD DE  
**CIENCIAS**  
UDELAR | [fciem.edu.uy](http://fciem.edu.uy)



PEDECIBA

# Estudio de la dinámica de un flujo pulsátil en modelos con constricción

Nicasio Barrere

Programa de Posgrado en Física  
Facultad de Ciencias  
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay  
Diciembre de 2020



UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY



# Estudio de la dinámica de un flujo pulsátil en modelos con constricción

Nicasio Barrere

Tesis de Doctorado presentada al Programa de Posgrado en Física, Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Doctor en Física.

Directores:

Dra. Cecilia Cabeza

Dr. Javier Brum

Director académico:

Dra. Cecilia Cabeza

Montevideo – Uruguay

Diciembre de 2020

Barrere, Nicasio

Estudio de la dinámica de un flujo pulsátil en modelos con constricción / Nicasio Barrere. - Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ciencias, 2020. **XX, 99** p.: **il.**; 29, 7cm.

Directores:

Cecilia Cabeza

Javier Brum

Director académico:

Cecilia Cabeza

Tesis de Doctorado – Universidad de la República, Programa en Física, 2020.

Referencias bibliográficas: p. **82 – 91**.

1. Flujo pulsátil, 2. Desprendimiento de vórtices,  
3. Estructuras lagrangianas coherentes, 4. Mezcla,  
5. Turbulencia. I. Cabeza, Cecilia, Brum, Javier, .  
II. Universidad de la República, Programa de Posgrado  
en Física. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

---

Dr. Carlos Negreira (Presidente)

---

Dr. Javier Diez

---

Dr. João Anderson Isler

---

Dr. Gabriel Usera

---

Dra. Cecilia Cabeza (Co-Tutora)

Montevideo – Uruguay  
Diciembre de 2020

# Agradecimientos

La culminación de esta tesis fue posible gracias a la cooperación de muchas personas, cada una a su manera. En primer lugar quiero agradecer profundamente a mis dos co-tutores, Cecilia Cabeza y Javier Brum por la confianza puesta en mí, el constante aliento a avanzar en la tesis y por las enseñanzas que me brindaron.

Este tesis requirió mucho tiempo de trabajo experimental que no siempre se ve reflejado en los resultados. Por eso agradezco aquí y en primer lugar a quienes, además de mis tutores, participaron directamente de esta actividad en el laboratorio de inestabilidades en fluidos: Maximiliano Anzibar, Felipe Rinderknecht y Andreína Tesis. A Guillermo Balay del LAU que gentilmente prestaron la bomba pulsátil para este proyecto. A Alexandre L´her y Gustavo Sarasúa por sus aportes en los resultados numéricos y haberme enseñado a usar COMSOL. Además quiero resaltar la participación de Gustavo en la discusión de resultados y por sus propuestas de experimentos, simulaciones y análisis que enriquecieron el trabajo. A Miguel Bernal por sus valiosos aportes en el área experimental, el análisis de resultados y sobre todo la generación de modelos arteriales.

Durante todo el doctorado fui docente del PDU de Ciencias Físicas del Centro Universitario Regional Este (CURE). Agradezco a los responsables de dicho PDU por el apoyo constante, en palabras y acciones, que me ayudaron a terminar el doctorado.

Dentro de las instituciones que facilitaron la realización de esta tesis, a PEDECIBA y ANII que me otorgó la beca de doctorado. A ECOS-SUD, a través de la que tuve la posibilidad de realizar una pasantía con Mathieu Pernot y Jean-Luc Genisson donde se implementó el Echo-PIV en modelos elásticos.

A los amigos de siempre, de círculos académicos y extra académicos: ellos tal vez no lo sepan, pero también tienen que ver con esto. Gracias.

A Giorgi que le tocó la peor parte: ser el cable a tierra y soportar pacientemente mi pérdida de paciencia. Por el apoyo incondicional y el cariño todo este tiempo, gracias.

Por último a mi familia, en especial a mis padres y a mi hermano, a quienes les debo todo lo que soy. Este trabajo está dedicado a ellos, fuente constante de inspiración, de apoyo y guía en todo momento.

## RESUMEN

En los últimos años, motivado por aplicaciones en dinámica vascular y bioingeniería, ha surgido el interés de estudiar la dinámica de flujos pulsátiles en modelos arteriales. Particularmente, se destaca el estudio en modelos con constricción, debido a las alteraciones que esta produce en el flujo. En esta tesis se estudió experimental y numéricamente la dinámica de un flujo pulsátil en un tubo rígido con constricción axisimétrica y experimentalmente en un modelo de arteria con paredes elásticas y estenosis asimétrica. En este tipo de modelos, el flujo aguas abajo de la constricción está formado por un jet central y una zona de recirculación contra las paredes donde se generan y desprenden vórtices. Es así que esta tesis se centra en el estudio de aspectos relacionados a los vórtices en la región aguas abajo de la constricción y en el rol que estos desempeñan en la mezcla y en la transición al régimen turbulento. En particular, se obtuvo una ley de escala que expresa el desplazamiento máximo de los vórtices en función de los números adimensionados Reynolds y Womersley que caracterizan el estado del sistema. Posteriormente se identificaron las estructuras lagrangianas coherentes asociadas a estos vórtices y se cuantificó el estado final de la mezcla obteniendo que esta aumenta con el número de Reynolds. Estas mismas herramientas fueron utilizadas para evaluar los procesos de mezcla y generación de vórtices en modelos elásticos. Finalmente, se estudió la transición a la turbulencia en el sistema de tubo rígido para las regiones lejanas a la constricción. Para esto se realizó un ajuste a la ley de Kolmogorov para el número de onda. Esto permitió obtener las escalas espaciales que componen el régimen turbulento y los intervalos de tiempo en los que ocurre la transición.

Palabras claves:

Flujo pulsátil, Desprendimiento de vórtices, Estructuras lagrangianas coherentes, Mezcla, Turbulencia.

## ABSTRACT

In recent years, there has been an increasing interest in the study of pulsatile flows, driven by applications in vascular dynamics and bioengineering. Specifically, several works focused on the study of flow alteration due to constrictions. In this thesis, pulsatile flows in an axisymmetric constricted rigid model were studied experimentally and numerically. Moreover, an elastic model with non-symmetric constriction was experimentally studied. In these models, the flow downstream of the constriction consist of two main structures: a central jet and a recirculation zone adjacent to the inner wall of the tube, where vortices shed. Therefore, this thesis focus on the study vortex behaviour and its role in mixing and transition to turbulence. In particular, it was found a scaling law for maximum vortex displacement as a function of dimensionless numebers Reynolds and Womersley. Lagrangian coherent structures related to these vortex were identified and the final state of mixing was quantified concluding that mixing increases with Reynolds. These lagrangian description was used to study mixing processes and vortex shedding in the elastic model. Finally, transition to turbulence was studied for the rigid tube in the downstream region, far from the constriction. To this end, the energy spectrum was fitted to the Kolmogorov law. This leads to identify the spatial scales and the time interval of the turbulent regime.

Keywords:

Pulsatile flow, Vortex shedding, Lagrangian coherent structures, Mixing, Turbulence.

# Lista de figuras

2.1	Dispositivo experimental. El circuito está compuesto por una bomba pulsátil (BP), la sección donde se desarrolla el flujo (SFD), el tubo con la constricción (TC). El sistema para DPIV está compuesto por un láser (L) de Nd:YAG y 1W de potencia. El láser posee una lente cilíndrica (Edmund Optics laser line gen, 45°) para generar un plano de luz de 2 mm y una cámara CMOS (Pixelink, PL-B776F) . . . . .	5
2.2	Anillos usados como constricción con valores de diámetro interno $d_0=1.6\pm 0.1$ cm y $d_0=1.0\pm 0.1$ cm. . . . .	6
2.3	Bomba pulsátil. . . . .	7
2.4	Esquema de la sección del tubo de diámetro $D$ con constricción de tamaño $d_0$ . El origen de coordenadas se encuentra en el borde aguas abajo de la constricción, en el centro del tubo. . . . .	8
2.5	Desplazamiento del pistón $y_p$ en unidades normalizadas para $Re_u=505$ (rombos verdes), $Re_u=820$ (círculos azules), $Re_u=1187$ (cuadrados rojos), $Re_u=1625$ (signo '+' negro). . . . .	9
2.6	Velocidad en $z$ en función del tiempo $t/T$ . Datos tomados para $Re_u=1187$ , en $z=-1.25D$ , $r=0$ , donde el flujo está desarrollado. Se define la <i>fase de desaceleración</i> en $0 < t/T < 0.5$ y la <i>fase de aceleración</i> en $0.5 < t/T < 1$ . . . . .	10
2.7	Sección aguas abajo del tubo dividida en cuatro regiones de interés (ROI) en las que se tomaron videos. . . . .	12
2.8	(a) Geometría creada en Comsol de la sección del tubo con constricción. (b) Vista de una sección de la malla. (c) Velocidad axial a la entrada en $r=0$ para $Re_u=1187$ . (d) Velocidad en la constricción $r=0$ , $z=0$ para $Re_u=1187$ . . . . .	13

2.9	Comparación de 3 mallas: 180958 elementos (malla 1), 351569 (malla 2) y 951899 (malla 3). (a) Velocidad axial en $r = 0$ , $z = 0$ en función de tiempo y (b) Perfiles de velocidad aguas abajo ( $z = 0.5D$ ) en los instantes $0.25T$ , $0.5T$ , $0.75T$ and $T$ . En todos los casos la condición de flujo a la entrada es $Re_u=1187$ , $\alpha=33.26$ . . . . .	15
2.10	Perfiles de velocidad aguas arriba para (a) $Re_u=820$ , (b) $Re_u=1187$ , (c) $Re_u=1625$ y (d) $Re_u=1999$ . Los perfiles se ubican en $z_1 = -1.25D$ (círculos azules), $z_2 = -0.75D$ (triángulos rojos) y $z_3 = -0.25D$ (signo + negro). . . . .	16
2.11	Perfiles de velocidad experimentales (círculos azules) y numéricos (línea roja) aguas arriba, $z = -0.3D$ para (a) $Re_u = 820$ , (b) $Re_u = 1187$ y aguas abajo, $z = 0.75D$ para (c) $Re_u = 820$ y (d) $Re_u = 1187$ . . . . .	16
3.1	(a) Velocidad normalizada en función del tiempo en $z = 0$ , $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente experimentales para $\bar{Re} = 654$ , $d_0=1.6$ cm. (c) Líneas de corriente experimentales para $\bar{Re} = 1106$ , $d_0=1.6$ cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central. . . . .	23
3.2	(a) Velocidad normalizada en función del tiempo en $z = 0$ , $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente experimentales para $\bar{Re} = 1002$ , $d_0=1.0$ cm. (c) Líneas de corriente experimentales para $\bar{Re} = 1767$ , $d_0=1.0$ cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central. . . . .	24
3.3	(a) Velocidad normalizada en función del tiempo en $z = 0$ , $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente numéricas para $\bar{Re} = 654$ , $d_0=1.6$ cm. (c) Líneas de corriente numéricas para $\bar{Re} = 1106$ , $d_0=1.6$ cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central. . . . .	26

3.4	(a) Velocidad normalizada en función del tiempo en $z = 0, r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de vorticidad $\omega(s^{-1})$ para $\bar{Re} = 1106$ (b), $\bar{Re} = 1002$ (c) y $\bar{Re} = 1767$ (d). . . . .	27
3.5	Desplazamiento máximo del vórtice $z^*/D$ en función de $\alpha$ . Valores de datos numéricos. Los datos corresponden a $\bar{Re} = 654$ (círculos rojos) y $\bar{Re} = 1106$ (cuadrados azules). . . . .	28
3.6	Desplazamiento máximo del vórtice $z^*/D$ en función del parámetro adimensionado $\bar{Re}/\alpha^2$ para datos numéricos (círculos rojos) y experimentales (cuadrados azules). . . . .	29
4.1	La linealización en torno al punto $(x_0, y_0)$ genera los subespacios estable, $\eta$ e inestable, $\xi$ . Las trayectorias sobre estos subespacios no son atravesados por trayectorias vecinas y definen las separatrices del fluido.[1] . . . . .	34
4.2	(a) Velocidad axial en función de $t$ en $z = 0$ y $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos: $0.25T, 0.5T, 0.75T$ y $T$ ; para $\bar{Re}=1106$ , (b) Campo de vorticidad $\omega(s^{-1})$ ; En (c) y (d) campos FTLE $\Lambda^+(s^{-1})$ y $\Lambda^-(s^{-1})$ . Ambos campos FTLE fueron calculados con $t_0$ especificado en (a) y $\tau=0.25T$ . . . . .	39
4.3	(a) Velocidad axial en función de $t$ en $z = 0$ y $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos: $0.25T, 0.5T, 0.75T$ y $T$ ; para $\bar{Re}=1299$ , (b) Campo de vorticidad $\omega(s^{-1})$ ; En (c) y (d) campos FTLE $\Lambda^+(s^{-1})$ y $\Lambda^-(s^{-1})$ . Ambos campos FTLE fueron calculados con $t_0$ especificado en (a) y $\tau=0.25T$ . . . . .	40
4.4	(a) Velocidad axial en función de $t$ en $z = 0$ y $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos: $0.25T, 0.5T, 0.75T$ y $T$ ; para $\bar{Re}=1381$ , (b) Campo de vorticidad $\omega(s^{-1})$ ; En (c) y (d) campos FTLE $\Lambda^+(s^{-1})$ y $\Lambda^-(s^{-1})$ . Ambos campos FTLE fueron calculados con $t_0$ especificado en (a) y $\tau=0.25T$ . . . . .	41

4.5	Para $\bar{Re}=1590$ , (a) $V_z(z=0, r=0)$ en función de $t$ En círculos rojos, tiempos en que se tomaron los datos: $0.25T$ , $0.53T$ , $0.85T$ y $T$ ; (b) Campo de vorticidad $\omega(s^{-1})$ ; En (c) y (d) campos FTLE $\Lambda^+(s^{-1})$ y $\Lambda^-(s^{-1})$ . Campos FTLE calculados con $t_0$ especificado en (a) y $\tau=0.25T$ . . . . .	42
4.6	Mapa de concentración normalizada en los instantes $t=0.25T$ , $0.5T$ , $0.75T$ y $T$ para $\bar{Re}=1106$ . . . . .	42
4.7	Mapas de tiempo de permanencia, RT, para (a) $\bar{Re}=1106$ , (b) $\bar{Re}=1299$ , (c) $\bar{Re}=1381$ y(d) $\bar{Re}=1590$ , calculados para $t_0=0$ . En (a) se muestra trayectoria de una partícula desde el centro del vórtice (pared inferior) y desde la periferia del vórtice (pared superior). . . . .	43
4.8	Distribución $f(\overline{RT})$ en función del tiempo de permanencia adimensionado $\overline{RT}/T$ para todos los valores de $\bar{Re}$ , ver leyenda. . .	44
4.9	Proporción de partículas que abandonan la ROI antes de un ciclo en función de $\bar{Re}$ . . . . .	45
4.10	Mapas de posición final, $r_f$ , para (a) $\bar{Re}=1106$ , (b) $\bar{Re}=1299$ , (c) $\bar{Re}=1381$ y (d) $\bar{Re}=1590$ , calculados con $t_0=0$ . . . . .	45
4.11	Índices de intercambio, $EI_1$ (a) y $EI_2$ (b), en función de la condición inicial adimensionada $t_0/T$ para todos los experimentos. .	46
4.12	Índices de intercambio medio, $\overline{EI}_1$ y $\overline{EI}_2$ en función de $\bar{Re}$ . . . .	46
5.1	(a) Flujo laminar y (b) turbulento en el experimento de Reynolds. Tomado de [2]. . . . .	52
5.2	Escalas de la turbulencia. En el rango de disipación domina la disipación $\epsilon$ y la viscosidad $\nu$ . En el subrango inercial se cumple la ley 5/3 de Kolmogorov y en la macroescala es donde se inyecta energía al sistema. Modificado de [3]. . . . .	56
5.3	Mapas de Intensidad turbulenta normalizada en la ROI 3 para $\bar{Re}=1106$ en los tiempos $t=0.2T$ (a), $t=0.45T$ (b), $t=0.85T$ (c) y $t=0.95T$ (d). . . . .	59
5.4	Mapas de Intensidad turbulenta normalizada en la ROI 4 para $\bar{Re}=1106$ en los tiempos $t=0.2T$ (a), $t=0.45T$ (b), $t=0.85T$ (c) y $t=0.95T$ (d). . . . .	59

5.5	Intensidad turbulenta en función de $r$ para $\bar{Re}=1106$ en $t=0.17T$ (a) y $t=0.94T$ (b). Se muestran distintas posiciones en $z$ para la ROI 4. . . . .	60
5.6	$\langle I(z, t) \rangle_r$ en función del tiempo para todas las ROI. Se eligieron posiciones en $z$ desde $z=0.1D$ hasta $z=6D$ con un paso de $0.4D$ . . . . .	61
5.7	Espectro de energía normalizado en función de $\kappa$ para $\bar{Re}=1106$ en la ROI 4 en $t=0.2T$ (a) y $t=0.95T$ (b). Las líneas punteadas verticales delimitan el subrango inercial. (c) Ajuste del coeficiente $\beta$ en función del tiempo. Las líneas punteadas delimitan una incertidumbre de $\pm 5\%$ alrededor de $-5/3$ (línea sólida en rojo). . . . .	63
6.1	(a) Volúmenes reconstruidos por imágenes de tomografía computada: volumen del lumen y volumen exterior. (b) Volumen del lumen envuelto con la malla de refuerzo. (c) y (d) Imágenes ecográficas (modo B) de los modelos con constricción del 50% y 35% respectivamente. Se muestra en rojo el perfil Gaussiano que corresponde a la estenosis. . . . .	67
6.2	Regiones de interés en el modelo arterial y condiciones de flujo. (a) diagrama de la sonda ultrasónica y el movimiento a lo largo del plano que pasa por el centro (plano $rz$ ). La coordenada $r$ tiene origen en la pared. Se indican tres ROIs: aguas arriba (negro), estenosis (azul), aguas abajo (rojo). (b) Presión a la entrada (rojo) y a la salida (negro) del modelo con constricción 50% a $Re=2000$ . (c) Tamaño del lumen en función del tiempo. (d) velocidad en el centerline de la boca de la estenosis (triángulo amarillo) en función del tiempo. (e) $Re$ en función del tiempo, calculado según (c) y (d). La sombra gris indica el error en $Re$ debido al error en el diámetro que es $0.1\text{mm}$ . . . . .	69
6.3	Campos de velocidad $v(\text{cm/s})$ superpuestos a los campos de vorticidad $\omega(1/s)$ en los tiempos $t_2$ a $t_6$ para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50%, $Re =2000$ , (b) Constricción 50%, $Re =1500$ , (c) Constricción 50%, $Re =1100$ y (d) Constricción 35%, $Re =2000$ . La escala de vorticidad es la misma para todas las figuras. . . . .	71

6.4	Advección de partículas para el modelo de arteria con 50 % de constricción a $Re = 1500$ . Se advectan partículas desde el instante $t = 0$ durante un período y se muestran los instantes $t_1$ a $t_6$ . En azul se muestran las partículas presentes desde el instante inicial y en rojo las partículas que fueron ingresando a la ROI. Se muestran trayectorias (nombradas de $A$ a $E$ ) con trazos en negro. Los puntos negros representan la posición inicial y las estrellas en verde representan la posición en el instante indicado. . . . .	72
6.5	Mapas de tiempos de permanencia RT para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %, $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %, $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %, $Re = 1100$ , (d) Constricción 35 %, $Re = 2000$ , (e) Constricción 35 %, $Re = 1500$ y (f) Constricción 35 %, $Re = 1100$ . Cada pixel corresponde a la posición inicial de la partícula y el color representa el tiempo que permanece la partícula en la ROI. . . . .	73
6.6	Mapas FP para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %, $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %, $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %, $Re = 1100$ , (d) Constricción 35 %, $Re = 2000$ , (e) Constricción 35 %, $Re = 1500$ y (f) Constricción 35 %, $Re = 1100$ . Cada pixel corresponde a la posición inicial de la partícula y el color representa la posición final dentro de las regiones $i$ , $ii$ , $iii$ o fuera de la ROI. . . . .	74
6.7	LCS y campos de velocidad para los tiempos $t_2$ a $t_6$ para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %, $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %, $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %, $Re = 1100$ y (d) Constricción 35 %, $Re = 2000$ . Crestas de campos $\Lambda^+$ y $\Lambda^-$ se representan en rojo y azul respectivamente. . . . .	75
A1.1	Reservorio de vidrio. Es llenado con aire y agua para permitir la expansión del fluido durante el ciclo pulsátil. . . . .	94
A2.1	Barreras ópticas para controlar el desplazamiento del pistón. La barrera 1 indica la posición HOME, que se corresponde con el pico del ciclo pulsátil. La barrera 3 se ubica en la máxima amplitud a la que puede llegar el pistón. . . . .	96
A2.2	Programa ejemplo de la bomba pulsátil . . . . .	96

# Lista de tablas

2.1	Valores de los parámetros usados experimentalmente. . . . .	8
3.1	Condiciones de entrada y diámetro de constricción $d_0$ para datos experimentales. Los experimentos quedan identificados por $\bar{Re}$ .	21
3.2	Condiciones de entrada para datos numéricos. En todos los casos, $d_0=1.6\text{cm}$ . Los experimentos quedan identificados por $\bar{Re}$ y $\alpha$ . . . . .	21
4.1	Condiciones de entrada $Re_u$ para los experimentos correspondientes al presente capítulo. Se mantuvieron fijos $\alpha=33.26$ y $d_0=1.6\text{cm}$ . Los experimentos quedan identificados por $\bar{Re}$ . . . .	38
5.1	Condiciones de entrada y diámetro de constricción $d_0$ para los experimentos correspondientes al presente capítulo. Se mantuvo fijo $\alpha=33.26$ . Los experimentos quedan identificados por $\bar{Re}$ . . . .	57
5.2	Intervalos de tiempo donde se cumple Ley de Kolmogorov para todos los experimentos y ROI. . . . .	63
6.1	Resumen de las condiciones y parámetros experimentales del flujo. $Re^\dagger$ corresponde al valor de Reynolds programado en la bomba. El superíndice $^\circ$ en $P_{max}$ y $P_{min}$ significa que las filas “entrada” y “boca” se refieren a entrada y salida respectivamente.	70

# Lista de notaciones

- $\alpha$  Número de Womersley 8
- $C$  Mapas de concentración 36
- $D$  Diámetro del tubo 5
- $d_0$  Diámetro de la constricción 5
- TKE Energía cinética turbulenta 53
- $E$  Espectro de energía 53
- $f(\overline{RT})$  Función de distribución de tiempos de permanencia promediados 37
- $El_1$  Índice de intercambio en la subregión  $R_1$  37
- $El_2$  Índice de intercambio en la subregión  $R_1$  38
- $K$  Constante de proporcionalidad en la ley de escala 28
- $T$  Período pulsátil 8
- RT Tiempos de permanencia 36
- $\overline{RT}$  Tiempos de permanencia promedio 37
- $r_f$  Mapas de posición final 37
- FP Mapas de posición final por región 69
- $R_1$  Subregión 1 de la ROI 37
- $R_2$  Subregión 2 de la ROI 37
- $\bar{Re}$  Reynolds promedio en la constricción 8
- $Re_u$  Reynolds máximo aguas arriba 8
- $Re$  Reynolds instantáneo 69
- $\bar{Re}_u$  Reynolds promedio aguas arriba 15
- $\kappa$  Vector de onda 53
- $z^*$  Desplazamiento máximo del vórtice 27

# Lista de siglas

- DPIV** *Velocimetría digital por imágenes de partículas* 9
- Echo-PIV** PIV por ultrasonido 67
- FTLE** *Exponentes de Lyapunov a tiempos finitos* 34
- LCS** *Estructuras lagrangianas coherentes* 32
- PVA** *Alcohol polivinílico hidrolizado* 66
- ROI** *Regiones de interés* 12
- SFD** Sección para generar flujo desarrollado 5

# Tabla de contenidos

Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XV
Notaciones	XVI
Lista de siglas	XVII
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Montaje experimental y caracterización del flujo aguas arriba</b>	<b>4</b>
2.1 Circuito hidráulico . . . . .	4
2.1.1 Bomba pulsátil . . . . .	6
2.2 Parámetros del sistema . . . . .	7
2.3 DPIV óptico . . . . .	9
2.3.1 Iluminación y partículas . . . . .	10
2.3.2 Adquisición y procesamiento de imágenes . . . . .	11
2.4 Regiones de interés . . . . .	12
2.5 Simulación numérica con COMSOL . . . . .	12
2.6 Caracterización del flujo aguas arriba . . . . .	14
2.7 Conclusiones . . . . .	17
<b>3 Caracterización del flujo aguas abajo y desplazamiento de vórtices</b>	<b>18</b>
3.1 Introducción . . . . .	18
3.2 Resultados . . . . .	20
3.2.1 Estructura del flujo . . . . .	21
3.2.2 Desplazamiento del vórtice . . . . .	26
3.2.3 Ley de escala . . . . .	28

3.3	Conclusiones . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Análisis lagrangiano de la mezcla</b>	<b>31</b>
4.1	Introducción . . . . .	31
4.2	Estructuras lagrangianas coherentes . . . . .	32
4.2.1	Variedades atractoras y repeloras en un flujo autónomo . . . . .	33
4.2.2	Campos de exponentes de Lyapunov a tiempos finitos . . . . .	34
4.3	Mapas de Concentración, mapas RT y mapas $r_f$ . . . . .	36
4.3.1	Mapas de concentración . . . . .	36
4.3.2	Mapas RT . . . . .	36
4.3.3	Mapas $r_f$ . . . . .	37
4.4	Resultados . . . . .	38
4.4.1	Estructuras lagrangianas coherentes . . . . .	39
4.4.2	Mapas de concentración . . . . .	41
4.4.3	Mapas RT . . . . .	43
4.4.4	Mapas de posición final $r_f$ . . . . .	44
4.5	Discusión . . . . .	47
4.6	Conclusiones . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Transición a la turbulencia</b>	<b>50</b>
5.1	Introducción . . . . .	50
5.2	Descripción de la turbulencia . . . . .	51
5.2.1	Descripción estadística . . . . .	52
5.2.2	Descripción estadística en flujos pulsátiles . . . . .	54
5.2.3	Escalas de flujo turbulento y ley 5/3 de Kolmogorov . . . . .	54
5.2.4	Intensidad turbulenta . . . . .	56
5.3	Resultados y discusión . . . . .	57
5.3.1	Intensidad turbulenta . . . . .	57
5.3.2	Espectro de energía . . . . .	62
5.4	Conclusiones . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Aplicación a modelos elásticos</b>	<b>65</b>
6.1	Introducción . . . . .	65
6.2	Materiales y métodos . . . . .	66
6.2.1	Fabricación del modelo elástico . . . . .	66
6.2.2	Circuito hidráulico y Echo-PIV . . . . .	67
6.2.3	Parámetros del flujo . . . . .	68

6.2.4	Métodos para estudiar mezcla . . . . .	69
6.3	Resultados . . . . .	70
6.3.1	Descripción de trayectorias . . . . .	71
6.3.2	Mapas RT y mapas FP . . . . .	72
6.3.3	Estructuras lagrangianas coherentes . . . . .	74
6.4	Discusión . . . . .	75
6.5	Conclusiones . . . . .	77
<b>7</b>	<b>Consideraciones finales</b>	<b>79</b>
	<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>82</b>
	<b>Glosario</b>	<b>91</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>92</b>
Apéndice 1	Reservorio. . . . .	93
Apéndice 2	Programación de la bomba pulsátil . . . . .	95
Apéndice 3	Lista de publicaciones y presentaciones . . . . .	98

# Capítulo 1

## Introducción

Aplicaciones en medicina y biología han motivado el estudio del flujo pulsátil en tubos con constricción [4, 5, 6, 7]. Por ejemplo, diversos autores han reportado alteraciones del flujo debido a una constricción (i.e. estenosis en vasos sanguíneos) o un ensanchamiento (i.e. aneurisma) [8, 9, 10, 11]. Como modelo simplificado de arterias con estenosis, se han utilizado tubos rígidos con constricción asimétrica y axisimétrica [12, 13, 14, 15]. En los sistemas con constricción axisimétrica se observó que para Reynolds moderados, aguas abajo de la constricción el flujo se divide en dos regiones con comportamientos diferenciados: un jet de alta velocidad sobre el centro, y una región próxima a las paredes donde hay recirculación y se generan y desprenden vórtices. El aumento de Reynolds produce regímenes de transición y en última instancia la turbulencia.

En esta tesis estudiamos el flujo pulsátil en modelos de vasos sanguíneos con distinto tipos de constricciones. En la primera parte se considera un tubo de paredes rígidas con constricción axisimétrica. Se muestra la caracterización del flujo aguas abajo, haciendo énfasis en el desplazamiento de vórtices. Luego se estudian los procesos de mezcla generados por estos vórtices. En trabajos previos se reporta que la presencia de vórtices está vinculada con la transición a la turbulencia [6, 5, 16]. Por lo tanto, la última parte del estudio en este sistema analiza el flujo en regiones más alejadas de la constricción donde se da la transición a la turbulencia. Finalmente, en una aproximación a modelos más realistas de arterias obstruidas, se sustituye el modelo de paredes rígidas por uno de paredes elásticas con constricción asimétrica. En estos modelos se estudia la mezcla con los métodos previamente desarrollados.

Esta tesis comienza con la descripción del montaje experimental en el capítulo 2. Este consistió en un tubo rígido con constricción axisimétrica, por el que circula el flujo pulsátil, y el montaje de *Digital particle image velocimetry* DPIV para obtener los campos de velocidad. Luego se describe la simulación numérica realizada con el software comercial COMSOL para finalmente caracterizar experimental y numéricamente el flujo aguas arriba de la constricción.

En el capítulo 3 se analiza el flujo aguas abajo de la constricción experimental y numéricamente. Los resultados concuerdan con los estudios previos que observan un jet central de alta velocidad y vórtices contra las paredes. A partir de datos experimentales y simulación numérica se obtuvo una ley de escala que vincula su desplazamiento máximo con un número adimensional que involucra los números de Reynolds y Womersley, donde este último representa la relación entre la frecuencia pulsátil y la viscosidad.

El proceso de mezcla asociado a los vórtices es estudiado en el capítulo 4. Trabajos previos muestran que los mecanismos que controlan estos procesos constan de advección, difusión y turbulencia [17, 18, 19]. Para la caracterización de los procesos de mezcla frecuentemente se utilizan métodos lagrangianos que permiten estudiar la dinámica de las estructuras espacio-temporales que se generan. En particular, los Exponentes de Lyapunov a Tiempos Finitos (FTLE) [20, 21, 22, 23] son usados para identificar las Estructuras Lagrangianas Coherentes (LCS) que actúan como barreras materiales que organizan el flujo. Otros métodos lagrangianos muy utilizados son los residence time maps (RT), [24, 25, 26, 27], que representan el tiempo que permanecen las partículas en una región determinada del espacio. Estos métodos son utilizadas en esta tesis para estudiar la mezcla asociada a los vórtices.

Dependiendo del Reynolds, Womersley y del grado de constricción, los vórtices y la estructura del flujo en general pasan a un régimen turbulento. La transición a la turbulencia se estudia en el capítulo 5 estudiando las fluctuaciones y el espectro de energía turbulenta. En la literatura se reportan estudios de transición a la turbulencia en sistemas semejantes al nuestro, por ejemplo el trabajo de Stettler y Hussain [28] que utiliza anemometría en un punto o el de Peacock *et al.* [29] que utiliza DPIV.

Luego de estudiar el flujo en el tubo rígido con constricción, en el capítulo 6 se analiza el flujo en modelos arteriales con paredes elásticas y distintos grados de constricción no simétrica. En particular nos centramos en un estudio de la mezcla, zonas de recirculación y estancamiento utilizando una descripción la-

grangiana. Este tipo de análisis sobre la topología de los procesos de transporte aporta información relevante sobre el crecimiento de estenosis y su eventual ruptura [27, 30, 31].

## Capítulo 2

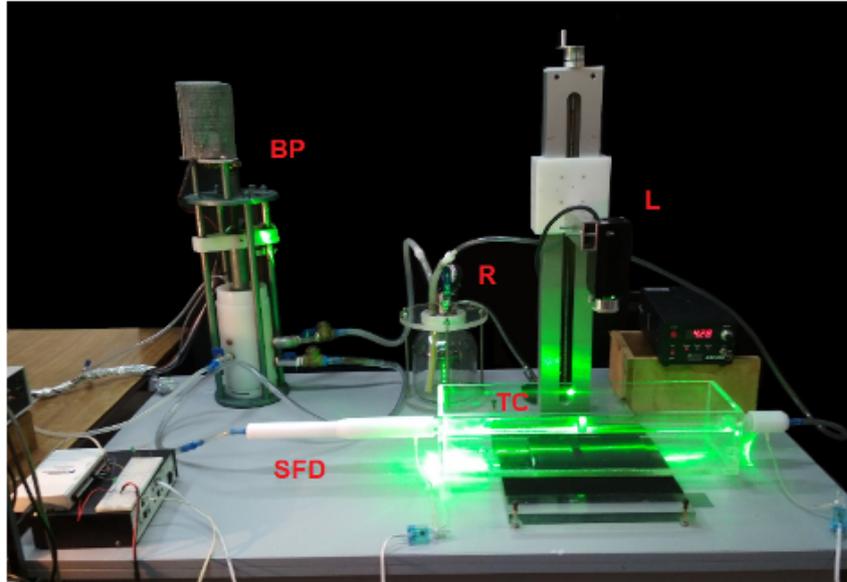
# Montaje experimental y caracterización del flujo aguas arriba

En este capítulo se describe el montaje experimental y la simulación numérica del modelo de tubo rígido que serán analizados en los próximos capítulos. En la secc. 2.1 se describe el montaje experimental correspondiente al circuito hidráulico. Los parámetros que caracterizan el sistema y los rangos en los que fueron variados se muestran en la secc. 2.2. Este montaje se complementó con el sistema de DPIV óptico (secc. 2.3) para obtener los campos de velocidad. El sistema de adquisición y procesamiento de imágenes mediante la técnica DPIV se discute en la secc. 2.3, mientras que en la secc. 2.4 se definen las regiones de interés en las cuales se tomaron las imágenes y se analizaron los datos. En la secc. 2.5 se describe el esquema numérico utilizado para comparar resultados de la simulación con los resultados experimentales. Finalmente, en la secc. 2.6 se presentan los resultados en la región aguas arriba de la constricción. Los perfiles mostraron que los flujos son comparables para distintos valores de parámetros y principalmente que cumplen la condición de flujo desarrollado antes de llegar a la constricción.

### 2.1. Circuito hidráulico

El montaje experimental desarrollado y usado en este trabajo está formado por el circuito cerrado mostrado en la fig. 2.1. Este consta de una bomba

programable (BP) que genera el flujo pulsátil, un reservorio (R) para controlar la presión, la sección donde se desarrolla el flujo (SFD) y una sección en la que se coloca el modelo a estudiar, ya sea el tubo rígido con constricción (TC) o el modelo de paredes elásticas del capítulo 6 .

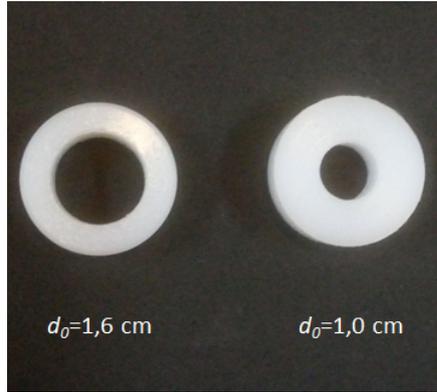


**Figura 2.1:** Dispositivo experimental. El circuito está compuesto por una bomba pulsátil (BP), la sección donde se desarrolla el flujo (SFD), el tubo con la constricción (TC). El sistema para DPIV está compuesto por un láser (L) de Nd:YAG y 1W de potencia. El láser posee una lente cilíndrica (Edmund Optics laser line gen, 45°) para generar un plano de luz de 2 mm y una cámara CMOS (Pixelink, PL-B776F)

El reservorio se usa para establecer la presión basal en el sistema que, en los experimentos presentados en esta tesis, es igual a la presión atmosférica. Para detalles sobre el reservorio ver [32] y el apéndice 1.

El tubo con constricción TC consta de un tubo rígido de acrílico transparente con longitud  $L = 51.0 \pm 0.1$  cm y diámetro interno  $D = 2.6 \pm 0.1$  cm. El tubo entero fue colocado dentro de una cámara de acrílico que se la llena con el mismo fluido que va en el tubo para igualar los índices de refracción para evitar aberraciones ópticas en el momento de adquirir los campos de velocidades mediante DPIV. La constricción anular se logró insertando un anillo de longitud  $5 \pm 1$  mm y diámetro externo  $D$ . Se usaron dos anillos con diámetros internos  $d_0 = 1.6 \pm 0.1$  cm y  $d_0 = 1.0 \pm 0.1$  cm, que representan constricciones de 39% y 61% en diámetro respectivamente, ver fig. 2.2.

Agua arriba de TC se encuentra la Sección para generar flujo desarrollado (SFD). Esta sección es de paredes rígidas y consta de 2 tramos. El primer tramo

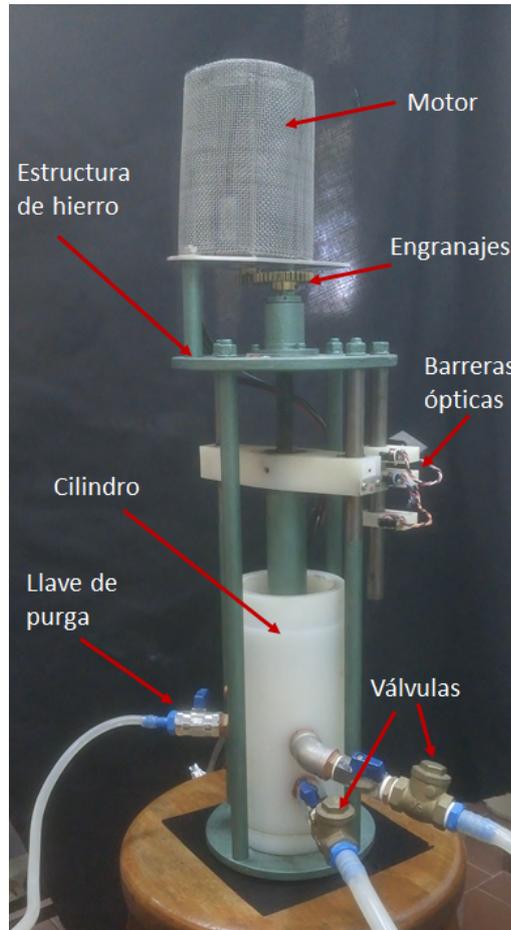


**Figura 2.2:** Anillos usados como constricción con valores de diámetro interno  $d_0=1.6\pm 0.1$  cm y  $d_0=1.0\pm 0.1$  cm.

es un tubo de 35 cm de largo y diámetro interior que crece gradualmente desde 1 cm hasta  $D=2.6$  cm en los primeros 30 cm de extensión. Este fue diseñado así para asegurar que el flujo desde la salida de BP a la entrada del tubo TC, no tenga inestabilidades que lo conviertan en un flujo desordenado. El segundo tramo de SFD es un tubo de 70 cm de largo, de acrílico transparente y diámetro interno  $D$ , al igual que el tubo TC. La longitud de la SFD sumado al tramo aguas arriba del tubo con la constricción es 125 cm, en unidades de diámetro es aproximadamente  $48D$ . La longitud y el diseño de la SFD aseguran el flujo desarrollado aguas arriba de la constricción, como se mostrará en la secc. 2.6.

### 2.1.1. Bomba pulsátil

La bomba pulsátil usada en esta tesis fue desarrollada en el Laboratorio de Acústica Ultrasonora (LAU) del IFFC por el Ms.C G.Balay [32] durante la realización de su tesis de maestría. La bomba pulsátil se muestra en la fig. 2.3 y consta de un pistón que se mueve dentro de un cilindro vertical. La salida y entrada del flujo es a través de un par de válvulas unidireccionales que se encuentran en las paredes del cilindro y fueron dispuestas de manera que una de ellas permita solamente la entrada de fluido y la otra la salida. Estas válvulas cuentan con llave de paso que permiten cerrar total o parcialmente el cilindro, lo que facilita el llenado del mismo. El pistón es movido por un motor paso a paso (marca AMS, modelo AM23-239-3-efb) que en su eje posee un piñón conectado a un sistema de engranajes. El sistema completo formado por cilindro, pistón, motor, engranajes y ventilación del motor se encuentran juntos en una estructura de hierro.

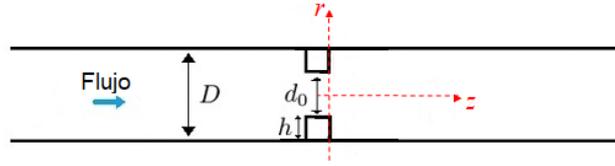


**Figura 2.3:** Bomba pulsátil.

El desplazamiento del pistón es medido por barreras ópticas unidas al montaje como se muestran en la fig. 2.3. Las instrucciones para el movimiento del pistón son dadas por un módulo que incluye la fase de potencia y la interfase. Esta interfase se conecta a una computadora desde donde se ingresan los parámetros con sus respectivos valores que determinan el movimiento del motor. En el apéndice 2 se detalla la programación de la bomba.

## 2.2. Parámetros del sistema

En el esquema de la fig. 2.4 se muestra la sección del tubo con la constricción, con el sistema de coordenadas usado a lo largo de esta tesis. La dirección radial está representada por la coordenada  $r$  y la axial por  $z$ , el eje del tubo se ubica en  $r=0$  y lo llamaremos *centerline*. La región aguas abajo tiene valores  $z > 0$  mientras que la región aguas arriba se corresponde con  $z < 0$ .



**Figura 2.4:** Esquema de la sección del tubo de diámetro  $D$  con constricción de tamaño  $d_0$ . El origen de coordenadas se encuentra en el borde aguas abajo de la constricción, en el centro del tubo.

El estado del sistema queda determinado por tres parámetros independientes: Número de Reynolds, diámetro de la constricción y número de Womersley [33, 16]. El diámetro de la constricción,  $d_0$  fue definido en 2.1, a continuación se definen los demás parámetros en el contexto de nuestro montaje experimental.

- $Re_u = \frac{Dv_{zu}}{\nu}$  Reynolds medido aguas arriba.  $D$  el diámetro del tubo,  $v_{zu}$  es la componente  $z$  de la velocidad máxima en  $z = -1.25D$ ,  $r = 0$  y  $\nu$  es la viscosidad del fluido.
- $\bar{Re} = \frac{d_0\bar{v}_z}{\nu}$  Reynolds medio, medido en la constricción.  $\bar{v}_z$  es la media temporal de la componente  $z$  de velocidad medida en  $z = 0$ ,  $r = 0$ .
- $\alpha = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{2\pi f}{\nu}}$  Número de Womersley donde  $f$  es la frecuencia pulsátil.

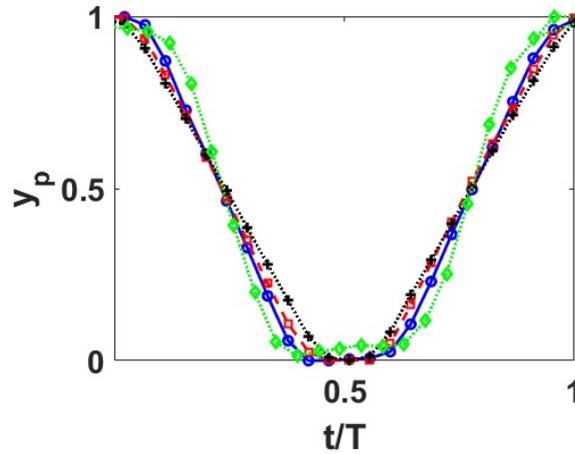
El número adimensional de Womersley [34] representa la relación entre la frecuencia pulsátil,  $f$  y la viscosidad  $\nu$ . En este trabajo haremos referencia a los instantes de tiempo en función del valor del *período pulsátil*  $T = 1/f$ . En la tabla 2.1 se muestran los valores medidos de  $Re_u$ ,  $d_0$  y  $\alpha$  para todos los experimentos realizados.

Parámetro	Valores
$d_0$	1.6 cm; 1.0 cm.
$Re_u$	505; 820; 1187; 1427; 1625; 1999
$\alpha$	17.22; 21.10; 33.26

**Tabla 2.1:** Valores de los parámetros usados experimentalmente.

A lo largo de esta tesis se usarán distintas combinaciones de los parámetros que muestra la tabla 2.1. Además se etiquetarán los experimentos por sus valores  $(d_0, Re_u, \alpha)$  o bien mediante  $\bar{Re}$  ya que, como se verá, este último representa una única combinación de  $Re_u$ ,  $d_0$ ,  $\alpha$ .

Los parámetros de programación de la bomba (ver apéndice 2) definen el movimiento del pistón y por lo tanto la forma del ciclo pulsátil. En la fig. 2.5 se muestra el desplazamiento del pistón normalizado por el desplazamiento máximo para cada valor de Reynolds programado en función del tiempo normalizado por el período. Los resultados muestran que el movimiento del pistón, y por lo tanto la forma de la onda, son comparables entre sí, independientemente de la condición de entrada  $Re_u$ .

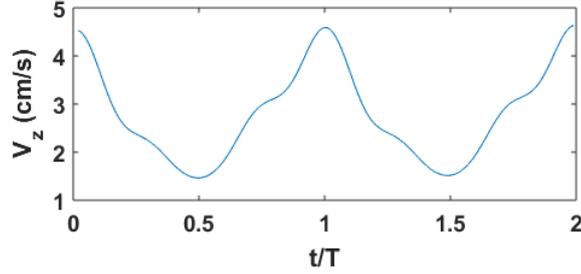


**Figura 2.5:** Desplazamiento del pistón  $y_p$  en unidades normalizadas para  $Re_u=505$  (rombos verdes),  $Re_u=820$  (círculos azules),  $Re_u=1187$  (cuadrados rojos),  $Re_u=1625$  (signo '+' negro).

Para los experimentos presentados en esta tesis, se usó un ciclo simétrico. En la fig. 2.6 se muestra  $v_z$  en función del tiempo adimensionado para  $Re_u=1187$ , en la zona aguas arriba en  $z=-1.25D$ ,  $r=0$ . Para todos los experimentos mostrados en esta tesis se considera  $t = 0$  en el máximo de velocidad. Además, definimos la *fase de desaceleración* en  $0 < t/T < 0.5$  y la *fase de aceleración* en  $0.5 < t/T < 1$ . Si se compara con el ciclo cardíaco la fase de aceleración corresponde con la sístole y la fase de desaceleración con la diástole.

### 2.3. DPIV óptico

La técnica *Velocimetría digital por imágenes de partículas* (DPIV) [35, 36, 37, 38, 39, 40] se utilizará a lo largo de esta tesis para visualizar el movimiento del fluido y obtener campos de velocidad. Se siembra el fluido con partículas llamadas *trazadores*, que tienen la misma densidad del fluido para poder seguir el movimiento del mismo. Se ilumina un plano del fluido (ver fig. 2.1) y dado que



**Figura 2.6:** Velocidad en  $z$  en función del tiempo  $t/T$ . Datos tomados para  $Re_u=1187$ , en  $z=-1.25D$ ,  $r=0$ , donde el flujo está desarrollado. Se define la *fase de desaceleración* en  $0 < t/T < 0.5$  y la *fase de aceleración* en  $0.5 < t/T < 1$ .

las partículas dispersan la luz, se puede visualizar el movimiento de las mismas, revelando la estructura del fluido en dicho plano. El procesamiento consiste en tomar pares de imágenes consecutivas y correlacionarlas para calcular el desplazamiento de las partículas en el intervalo de tiempo entre imágenes y finalmente obtener la velocidad de las partículas. A continuación se describen los elementos principales de un arreglo DPIV.

### 2.3.1. Iluminación y partículas

El sistema de iluminación utilizado en este trabajo estaba constituido por un láser continuo de Nd:YAG de longitud de onda 532 nm, potencia 500 mW y una lente cilíndrica (Edmund Optics laser line gen, 45°) que convierte el haz en un plano de 2mm de espesor. Se iluminó el plano vertical que contiene al eje del tubo. La luz láser es adecuada para esta técnica ya que emite luz monocromática lo cual evita la aberración cromática al incidir en la lente, mejorando el contraste y facilitando el procesamiento de imágenes. Además cuenta con una densidad de energía mayor a otras fuentes de luz lo que proporciona una iluminación homogénea en la sección del plano de interés.

Se utilizó agua destilada como fluido y microesferas de poliamida de 50  $\mu\text{m}$  de diámetro (DANTEC, PSP-50) con flotabilidad neutra respecto al agua como trazadores con una concentración de 0.13 g/l.

En flujos tridimensionales, el uso de DPIV bidimensional puede presentar dificultades debido a las partículas que se van del plano de iluminación. Sin embargo, en nuestro sistema, debido a la simetría del flujo [33, 16, 15, 41, 42, 43] y en la región de los vórtices esta técnica reproduce satisfactoriamente los patrones del flujo, como se verá en el capítulo 3. Para regiones donde el flujo

es turbulento, se verá en el cap. 5 que los datos bidimensionales brindan una buena estimación en el cálculo de fluctuaciones de velocidad.

### 2.3.2. Adquisición y procesamiento de imágenes

Las imágenes fueron adquiridas por una cámara CMOS (Pixelink, PL-B776F) a una frecuencia máxima de 180 cuadros por segundo durante 16 ciclos. Esta frecuencia de muestreo de imágenes resultó adecuada para visualizar el flujo en los valores de Reynolds utilizados durante esta tesis (ver tabla 2.1).

El software de la cámara permite separar las componentes RGB y dado que el láser es verde, se trabajó con la componente verde (G) de las imágenes. La técnica DPIV comúnmente trabaja con dos tipos de adquisiciones de imágenes. La primera es cuadro simple con exposición doble, *SF-DE* (Single frame-double exposure), que en una misma imagen registra dos instantes de tiempo distintos. El otro método es el de dos cuadros con exposición simple, *DF-SE* (Double frame-single exposure), que almacena dos instantes de tiempos distintos en cuadros distintos. En este trabajo se utilizó el método *DF-SE*, este es el más utilizado ya que identifica mejor la secuencia temporal de los trazadores.

El procesamiento de las imágenes se realizó con el software PIVlab [44]. Este algoritmo divide cada cuadro en una grilla de puntos, centrado en el punto designado por  $P(i, j)$ , toma un área de interrogación de tamaño  $A_1$  e identifica las partículas que contiene dicha área de interrogación a partir de un patrón de intensidades  $G_1(i, j)$ . Para el cuadro siguiente designa un área  $S$  (mayor que  $A_1$ ) que contiene a  $P(i, j)$ . En  $S$  se busca un área de interrogación  $A_2$  del mismo tamaño que  $A_1$  y con su respectivo patrón de intensidades  $G_2(i, j)$ . Para encontrar  $A_2$ , se desplaza a todos los puntos  $P(i+x, j+y)$  permitidos en  $S$ , establece la ventana de interrogación y calcula la correlación cruzada entre  $G_1(i, j)$  y  $G_2(i, j)$ . Esto se puede expresar como

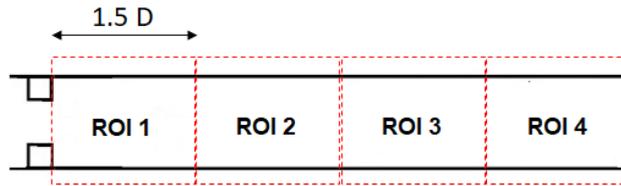
$$C(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m (G_1(i, j) - \mu_1) (G_2(i+x, j+y) - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1 \sigma_2}} \quad (2.1)$$

El algoritmo busca las coordenadas  $(x, y)$  que maximizan  $C(x, y)$ . Los parámetros  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son respectivamente los promedios y las desviaciones estándar de las intensidades en las áreas de interrogación  $A_1$ ,  $A_2$  y  $l, m$  especifica los puntos permitidos dentro de la región  $S$ . Una vez obtenido el des-

plazamiento  $\Delta \mathbf{r} = (x, y)$ , conociendo el intervalo de tiempo  $\Delta t$  entre cuadros se calcula la velocidad como  $\mathbf{v} = \gamma \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ . Donde  $\gamma$  es el factor que convierte de píxeles a unidades de longitud. La calidad de los resultados y el costo computacional depende de la elección del tamaño en las áreas de interrogación, de las áreas de búsqueda, del espaciamiento entre puntos y del tiempo entre cuadros  $\Delta t$ . En nuestro caso se tomaron ventanas de  $32 \times 32$  píxeles<sup>2</sup>, con un solape de 8 píxeles en ambas direcciones.

## 2.4. Regiones de interés

Debido a la frecuencia de muestreo seleccionada en la cámara, el tamaño máximo de ventanas fue de  $1.5D$  de largo por  $1D$  de alto. Se dividió la sección aguas abajo del tubo en cuatro ventanas o *Regiones de interés* (ROI) contiguas, como se muestra en la fig. 2.7. En los capítulos 3, 4 y 5 se especifica para cuales regiones de interés se muestran los resultados.



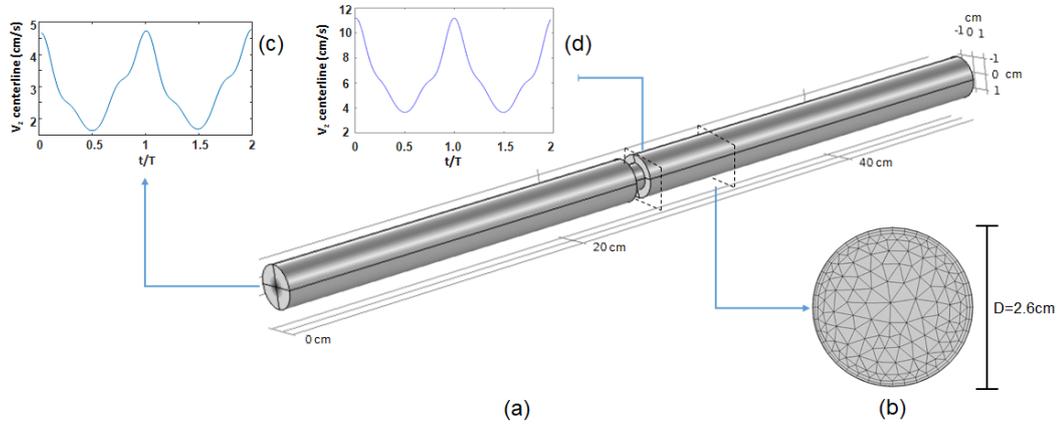
**Figura 2.7:** Sección aguas abajo del tubo dividida en cuatro regiones de interés (ROI) en las que se tomaron videos.

## 2.5. Simulación numérica con COMSOL

La simulación numérica en este trabajo se utilizó en una primera instancia para comparar los resultados numéricos y experimentales, obteniéndose una buena concordancia. En una segunda etapa, la simulación numérica permitió estudiar rangos de parámetros a los que no se puede alcanzar experimentalmente, como se verá en el cap. 3.

En esta tesis se utilizó el software comercial COMSOL <sup>TM</sup> que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes por el método de elementos finitos [45] en una malla tridimensional. Para crear la malla, en primera instancia se diseña la geometría en 3 dimensiones, fig. 2.8 (a). A partir de este diseño se utilizó un generador de mallas automático, predefinido por el software. Este particiona

el dominio en elementos y adapta el tamaño de los mismos a los procesos físicos en cada región, ver fig. 2.8 (b). Para nuestro caso, la adaptabilidad del tamaño de los elementos consta en refinar la grilla cercana a las paredes para resolver con mayor precisión la capa límite. La malla implementada consta de elementos con formas de tetraedros y prismas (contra las paredes) en cuyos vértices se le adjudica el valor de la magnitud a resolver (velocidad, presión, etc). A este tipo de elemento se le llama *simplex* y fueron los utilizados en este trabajo. En caso de usar una interpolación que dé valores de la magnitud buscada en otros puntos del elemento, estos elementos se denominan *complex*.



**Figura 2.8:** (a) Geometría creada en Comsol de la sección del tubo con constricción. (b) Vista de una sección de la malla. (c) Velocidad axial a la entrada en  $r=0$  para  $Re_u=1187$ . (d) Velocidad en la constricción  $r=0, z=0$  para  $Re_u=1187$ .

Para el flujo a la entrada del dominio se impuso la condición de flujo normal. Específicamente, los perfiles a la entrada fueron tomados de los datos experimentales bidimensionales en la región aguas arriba donde el flujo estaba desarrollado para  $Re_u=820$  y  $Re_u=1187$ . Luego, asumiendo simetría cilíndrica [16, 46], se rotó el perfil alrededor del eje para obtener un perfil tridimensional. A partir de esto, se calculó el caudal al que se le realizó una descomposición de Fourier hasta el cuarto orden ya que los órdenes mayores no contribuyen significativamente. La descomposición de Fourier dio el resultado para  $v_z$ ,

$$v_z(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^4 (a_n \cos(2\pi nft) + b_n \sin(2\pi nft)) \quad (2.2)$$

con coeficientes

El flujo a la entrada determinado por la expresión 2.2 se muestra en la fig. 2.8 (c) mientras que en la constricción se muestra en la fig. 2.8 (d).

	i=0	i=1	i=2	i=3	i=4
$a_i (\times 10^{-5})$	196.32	61.94	8.22	13.79	3.87
$b_i (\times 10^{-5})$	0	-27.66	-3.81	-5.13	-2.84

Para mejorar la estabilidad numérica, se multiplicó el perfil obtenido en la descomposición por una función rampa dependiente del tiempo que crece linealmente de 0 a 1 en un intervalo de 0.6 segundos. Se impuso la condición de gradiente de presión nulo y de no deslizamiento en las paredes internas y en la constricción. Las simulaciones fueron iniciadas con el flujo en reposo con una duración de 20 períodos. Los primeros 4 períodos no fueron tomados en cuenta para descartar los efectos transitorios. El paso temporal de muestreo es el mismo que los datos experimentales.

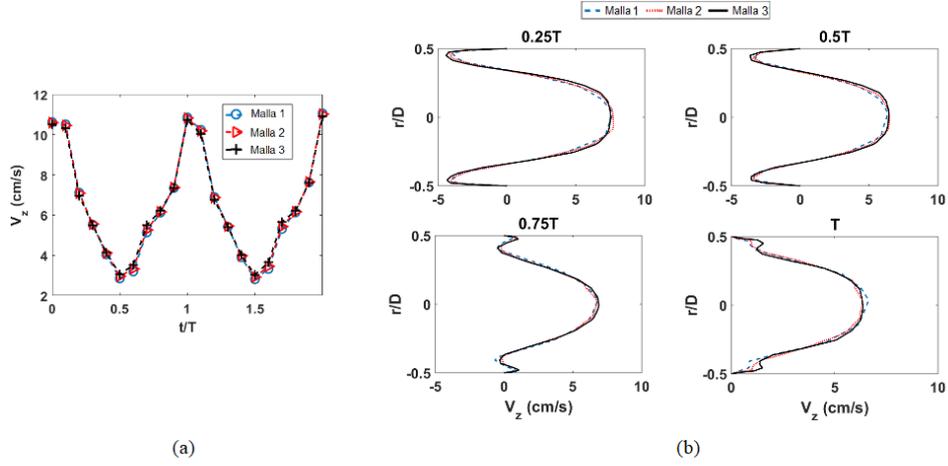
Para verificar la independencia de los resultados respecto a la resolución de la malla, comparamos tres mallas de 180958, 351569 y 951899 elementos para  $Re_u=1187$ , el valor más alto de  $Re_u$  en simulación. En la fig. 2.9(a) se muestra la velocidad axial en función del tiempo y en la fig. 2.9(b) los perfiles de velocidad en  $r = 0$ ,  $z = 0$  para los tiempos  $t = 0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$ , y  $T$ . La desviación relativa de velocidades en  $r = 0$  es menor al 4.5 %, mientras que en las paredes, para  $t = T$ , es aproximadamente 8 %. No obstante, las tres mallas predicen de manera equivalente la formación y propagación de los vórtices. Por lo tanto, podemos asegurar la independencia de malla para los propósitos de este trabajo. Se optó por la malla 2 por tener una mejor relación entre costo computacional y resolución espacial.

## 2.6. Caracterización del flujo aguas arriba

Incluimos el estudio del flujo aguas arriba en este capítulo como resultado preliminar que garantiza que el flujo está desarrollado antes de alcanzar la constricción. De esta forma, el análisis en los siguientes capítulos se centra en la región aguas abajo.

Para un flujo estacionario en un tubo sin constricción, se estima una longitud  $L \approx 0.05ReD$  para alcanzar un flujo desarrollado [46]. El trabajo de Ku [47], establece que para flujos pulsátiles con  $\alpha > 10$ , la longitud necesaria para alcanzar un flujo desarrollado en un tubo sin constricción es

$$L \approx 0.05\bar{Re}_u D \quad (2.3)$$

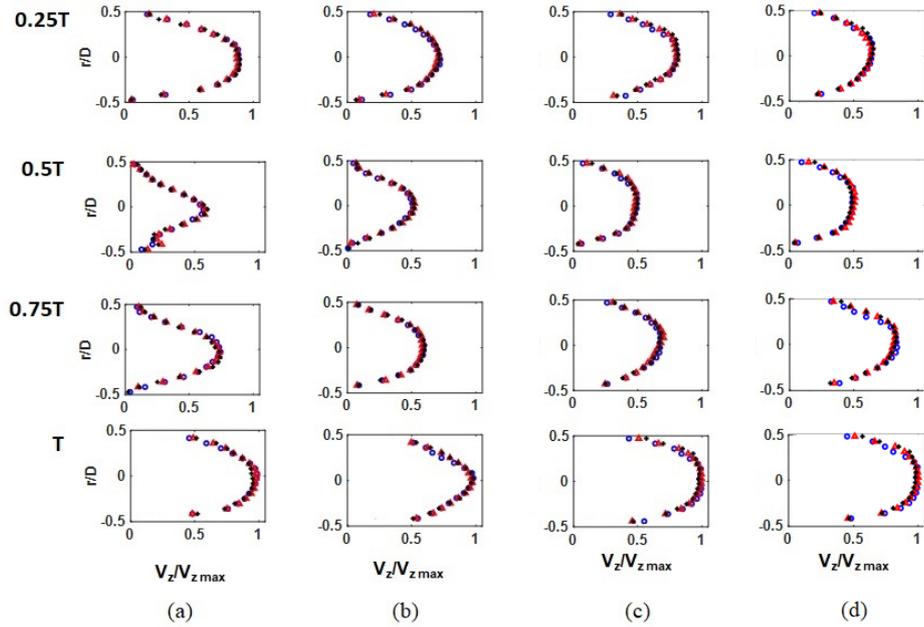


**Figura 2.9:** Comparación de 3 mallas: 180958 elementos (malla 1), 351569 (malla 2) y 951899 (malla 3). (a) Velocidad axial en  $r = 0$ ,  $z = 0$  en función de tiempo y (b) Perfiles de velocidad aguas abajo ( $z = 0.5D$ ) en los instantes  $0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  and  $T$ . En todos los casos la condición de flujo a la entrada es  $Re_u=1187$ ,  $\alpha=33.26$ .

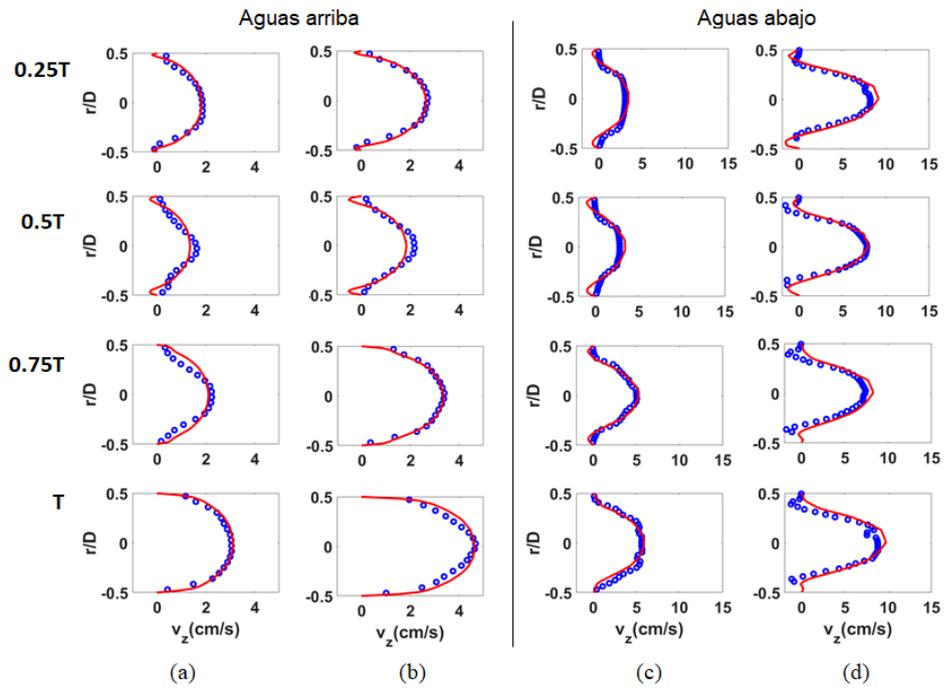
Donde  $\bar{Re}_u$  es el valor medio de Reynolds en un tubo sin constricción. En nuestro montaje experimental  $\bar{Re}_u$  es el valor medio de Reynolds medido aguas arriba y se calcula como  $\bar{Re}_u = \frac{D\bar{v}_u}{\nu}$ , donde  $\bar{v}_u$  es la velocidad media aguas arriba en el centerline. Nuestros experimentos verifican la relación 2.3 ya que el valor mínimo de  $\alpha$  es 17.22,  $\bar{Re}_u < 1000$  y  $L = 48D$ .

En la fig. 2.10 se muestran los perfiles de velocidad normalizada por el máximo de velocidad alcanzado durante el período. Los perfiles se localizan aguas arriba en  $z_1 = -1.25D$ ,  $z_2 = -0.75D$  y  $z_3 = -0.25D$  para los instantes  $t = 0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  y  $T$  del período pulsátil y para  $Re_u=[820, 1187, 1625, 1999]$ . Los resultados muestran que en cada instante de tiempo, para cada valor de  $Re_u$  el perfil es similar independientemente de la locación en  $z$ . Esto muestra que el flujo aguas arriba está desarrollado. Además, estos resultados implican que para el tubo sin constricción el flujo también estará desarrollado.

En la fig. 2.11 comparamos los perfiles de velocidad numéricos con los experimentales para validar los resultados de la simulación. Los perfiles corresponden a la región aguas arriba ( $z = -0.3D$ ) y aguas abajo ( $z = 0.75D$ ) para las dos condiciones de entrada simuladas:  $Re_u=820$  y  $Re_u=1187$ . La diferencia máxima entre los valores numéricos y experimentales fue menor al 9%.



**Figura 2.10:** Perfiles de velocidad aguas arriba para (a)  $Re_u=820$ , (b)  $Re_u=1187$ , (c)  $Re_u=1625$  y (d)  $Re_u=1999$ . Los perfiles se ubican en  $z_1 = -1.25D$  (círculos azules),  $z_2 = -0.75D$  (triángulos rojos) y  $z_3 = -0.25D$  (signo + negro).



**Figura 2.11:** Perfiles de velocidad experimentales (círculos azules) y numéricos (línea roja) aguas arriba,  $z = -0.3D$  para (a)  $Re_u = 820$ , (b)  $Re_u = 1187$  y aguas abajo,  $z = 0.75D$  para (c)  $Re_u = 820$  y (d)  $Re_u = 1187$ .

## 2.7. Conclusiones

En este capítulo se presentó el montaje experimental y se caracterizó el sistema para los valores de  $Re_u$ ,  $\alpha$  y  $d_0$  que serán usados en los siguientes capítulos. Se compararon los resultados experimentales con los numéricos y se observó que el flujo en ausencia de la constricción se encuentra desarrollado mostrando buena concordancia con los resultados de simulación. Esta concordancia permitirá utilizar la simulación numérica para explorar valores de  $\alpha$  a los cuales no se puede acceder experimentalmente. En el siguiente capítulo se mostrará el estudio del flujo ante la presencia de una constricción axisimétrica, centrándonos en la región aguas abajo de la constricción.

## Capítulo 3

# Caracterización del flujo aguas abajo y desplazamiento de vórtices

### 3.1. Introducción

En el presente capítulo se estudian las alteraciones que genera la constricción axisimétrica en el flujo aguas abajo. Trabajos previos observaron que aguas abajo de la constricción el flujo se divide en un jet central, alrededor del eje del tubo, y una zona de recirculación contra las paredes donde se forman y desprenden vórtices [12, 13, 14, 15].

Dentro de los autores que han tratado este tema experimentalmente, Stettler y Hussain [28] estudiaron la transición a la turbulencia de un flujo pulsátil en un tubo rígido utilizando anemometría en un punto. No obstante, este método no considera las diversas estructuras que pueden jugar un papel en la transición a la turbulencia. Peacock *et al.* [29] estudiaron la transición a la turbulencia en un tubo rígido usando DPIV, bidimensional. Chua *et al.* [48] implementaron DPIV tridimensional para obtener la velocidad en un volumen del espacio para un flujo estacionario. El trabajo de Ahmed y Giddens [6, 5] estudia la transición a la turbulencia en un sistema con distintos niveles de constricción usando anemometría láser en un plano. Para constricciones de 50 %, observaron inestabilidades para  $Re > 1000$ . Si bien este estudio no se enfocaba en describir la dinámica de los vórtices, los autores reportaron que en los casos que observaron turbulencia, esta era precedida por desprendimiento

de vórtices.

Otros autores trataron este problema numéricamente. Long *et al.* [15] compararon los patrones de flujo producidos por constricciones axisimétricas y no axisimétricas, y encontraron que las inestabilidades en la geometría axisimétrica eran más sensibles al grado de constricción. El trabajo de Isler *et al.* [49] en un canal con constricción determina las inestabilidades que rompen la simetría del flujo. Los trabajos de Mittal *et al.* [50] y Sherwin y Blackburn [16] estudiaron la transición a la turbulencia en un amplio rango de números de Reynolds. Mittal *et al.* usaron un canal plano con una constricción semicircular en un lado de la pared. Encontraron que aguas abajo el flujo está compuesto por dos capas de cizalla: la primera comenzando en el borde aguas abajo de la constricción y la otra separándose de la pared opuesta. Para  $Re > 1000$ , los autores reportaron la transición a la turbulencia debido al desprendimiento de vórtices. Además, usando análisis espectral, encontraron que la frecuencia característica de la capa de cizalla está asociada con la frecuencia de formación de vórtices. Sherwin y Blackburn [16] estudiaron la transición a la turbulencia en una geometría tridimensional con constricción sinusoidal axisimétrica. A partir de análisis de estabilidad lineal, detectaron una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Estos resultados confirman que las inestabilidades que se relacionan con el desprendimiento de vórtices intervienen en la transición a la turbulencia.

Finalmente, diversos autores compararon los resultados numéricos y experimentales. Ling *et al.* [51] comparó resultados de simulación con resultados experimentales obtenidos por anemometría de hilo caliente. Como fue mencionado anteriormente, esta técnica no se puede usar para identificar las estructuras del flujo. Griffith *et al.* [33] usaron un tubo rígido con una sección levemente contraída y compararon datos experimentales y numéricos. Usando exponentes de Floquet, demostraron que el flujo experimental era menos estable que el numérico. Para Reynolds bajos (50-700), los autores encontraron que un anillo de vórtices se forma inmediatamente junto a la estenosis, en la zona aguas abajo, y que su velocidad de propagación cambia con el grado de constricción. El trabajo de Usmani y Muralidhar [52] compara los patrones de flujo en modelos de paredes rígidas y elásticas para número de Reynolds entre 300 y 800 y Womersley entre 6 y 8. Los autores encontraron que el flujo aguas abajo se caracteriza por un jet de alta velocidad y un vórtice cuya evolución se describe cualitativamente. Los estudios mencionados anteriormente, resaltan la importancia de estudiar la dinámica del vórtice ya que el desarrollo de estos

antecedan a la turbulencia.

En este capítulo se caracteriza la dinámica del vórtice para el flujo pulsátil en el sistema descrito de tubo rígido con constricción axisimétrica. El estudio realizado fue numérico y experimental para distintos grados de constricción, Reynolds medio  $\bar{Re}$  de 385 a 2044 y número de Womersley  $\alpha$  de 17 a 50. Siguiendo la trayectoria de los vórtices, se pudo determinar el desplazamiento máximo. Este desplazamiento fue expresado en función de los parámetros del flujo en forma de una ley de escala.

## 3.2. Resultados

En esta sección presentamos los resultados experimentales y numéricos del flujo aguas abajo. En la sección 3.2.1 se describe la estructura del flujo observada para los distintos experimentos en la ROI 1 (ver fig. 2.7). Se observó que en todo el rango de parámetros la estructura del flujo consta de una región central ocupada por un jet de velocidad esencialmente paralela a  $z$  y una zona de recirculación contra las paredes donde se desarrollan vórtices. En la secc. 3.2.2 se muestran los resultados sobre el desplazamiento de los vórtices en función de los parámetros para llegar a una ley de escala, secc. 3.2.3, que presenta la relación entre el desplazamiento máximo y los números adimensionados  $\bar{Re}$  y  $\alpha$ . En estas secciones se observó que el desplazamiento de los vórtices fue como máximo hasta la ROI 2.

Para todos los experimentos mostrados, se referencia los intervalos de tiempo llamados *fase de aceleración* y *fase de desaceleración* de la secc. 2.2. Para esta configuración se consideró cada ciclo como una repetición independiente del experimento. Luego se hizo un promedio en las realizaciones para obtener el campo de velocidad final de un período.

Los resultados analizados en este capítulo corresponden a la condición de entrada  $Re_u$  y  $\alpha$ , con las obstrucciones  $d_0$  que se muestran en las tablas 3.1 y 3.2 para datos experimentales y numéricos respectivamente. Identificaremos cada experimento por su valor de  $\bar{Re}$ . Se consideran simulaciones para  $\bar{Re}=654$  y  $\bar{Re}=1106$  debido a que para Reynolds mayores los resultados numéricos no representan adecuadamente el flujo desordenado que se observa experimentalmente. Las simulaciones con  $\alpha=33.26$  fueron comparadas con los correspondientes datos experimentales. El valor de  $\alpha=33.26$  corresponde a una frecuencia  $f=1.04$  Hz y un período  $T=0.96$ s. En el resto de los casos estudiados numéri-

camente se varió la frecuencia  $f$  tomando valores  $0.5 f$ ,  $0.75 f$ ,  $f$ ,  $1.5 f$  y  $2 f$ .

$\alpha$	$\bar{Re}$	$Re_u$	$d_0$ (cm)
<b>33.26</b>	<b>654</b>	820	1.6
	<b>1002</b>	820	1.0
	<b>1106</b>	1187	1.6
	<b>1767</b>	1187	1.0
	<b>2044</b>	1625	1.0
<b>21.10</b>	<b>385</b>	505	1.6
	<b>963</b>	820	1.6
<b>17.22</b>	<b>585</b>	820	1.6

**Tabla 3.1:** Condiciones de entrada y diámetro de constricción  $d_0$  para datos experimentales. Los experimentos quedan identificados por  $\bar{Re}$ .

$\alpha$	$\bar{Re}$	$Re_u$
<b>23.52</b>	<b>654</b>	820
	<b>1106</b>	1187
<b>28.80</b>	<b>654</b>	820
	<b>1106</b>	1187
<b>33.26</b>	<b>654</b>	820
	<b>1106</b>	1187
<b>40.73</b>	<b>654</b>	820
	<b>1106</b>	1187
<b>47.04</b>	<b>654</b>	820
	<b>1106</b>	1187

**Tabla 3.2:** Condiciones de entrada para datos numéricos. En todos los casos,  $d_0=1.6\text{cm}$ . Los experimentos quedan identificados por  $\bar{Re}$  y  $\alpha$ .

### 3.2.1. Estructura del flujo

En las figuras 3.1 y 3.2 se muestran las líneas de corriente para los datos experimentales correspondientes a  $\bar{Re}=654$ , 1002, 1106, 1767 y 2044, mientras que la fig. 3.3 muestra las líneas de corriente para la simulación de  $\bar{Re}=654$  y 1002. Dichas figuras se muestran para la ROI 1. Se observa que las líneas de corriente delimitan la zona de recirculación y el jet central que constituyen lo que llamaremos estructuras del flujo a lo largo de este capítulo.

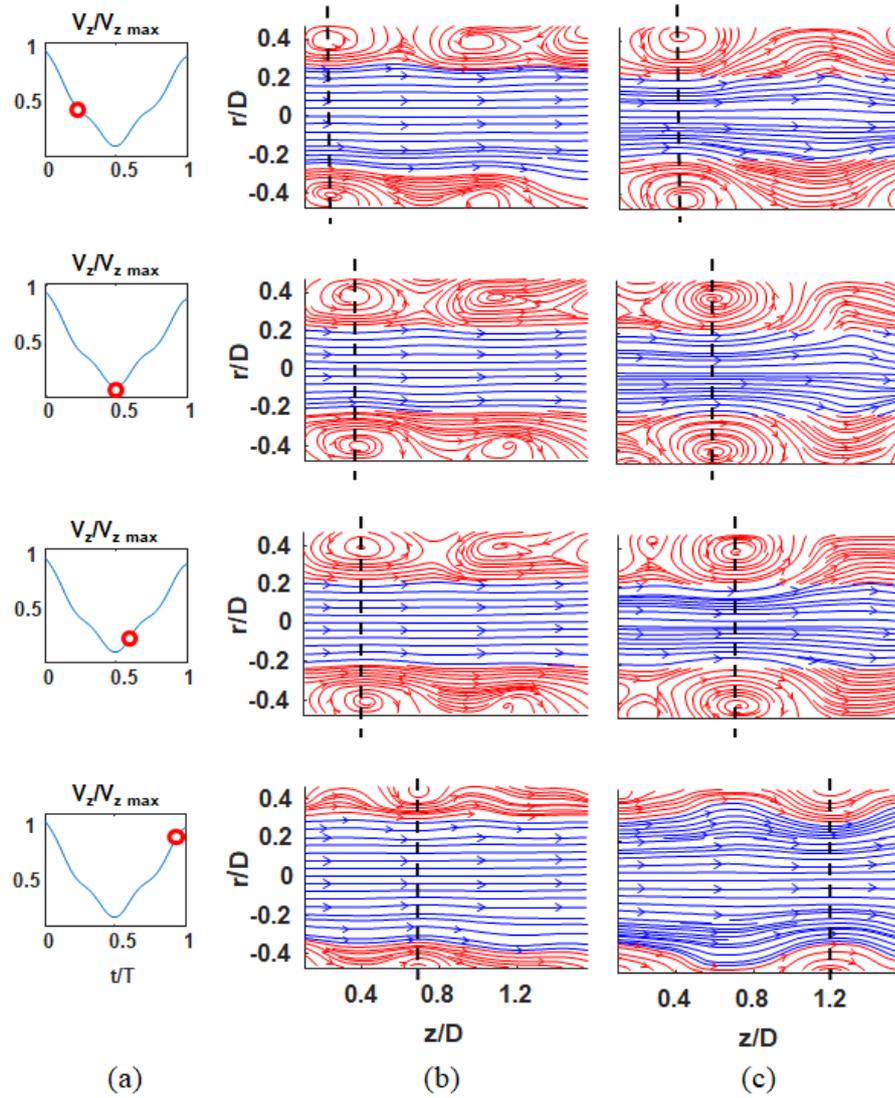
En las figs. 3.1(a), 3.2(a) y 3.3(a) se indican los tiempos  $0.25 T$ ,  $0.5 T$ ,  $0.6 T$  y  $0.9 T$  con círculo rojo, que representan los instantes en los que se graficaron las líneas de corriente. Algunas características de las estructuras del flujo son comunes a todos los experimentos y simulaciones. Por ejemplo, durante la fase de aceleración se distinguen las estructuras principales de jet central con flujo de alta velocidad, paralelo al eje y la zona de recirculación contra la pared donde se desarrollan vórtices. Dichos vórtices son generados contra la constricción y se desprenden para viajar a lo largo del tubo, delimitado por la zona de recirculación.

En la sección 2.6 se observó que en los campos numéricos y experimentales, el flujo aguas arriba está desarrollado, esto produce un perfil axisimétrico. Dado que en esta ROI y para estos valores de parámetros no se presentan inestabilidades que alteren esta condición, podemos afirmar que se mantiene axisimétrico aguas abajo como se verifica en diversos trabajos [33, 16, 15, 41, 42, 43]. Por lo tanto, en las figs. 3.1, 3.2 y 3.3 vemos el mismo vórtice de forma toroidal, i.e. anillo de vórtices, que corta dos veces el mismo el plano.

En las figs. 3.1, 3.2 y 3.3 las líneas de corriente correspondientes al jet central están en azul y la zona de recirculación en rojo. Se separó el jet central de la zona de recirculación por tener valores de vorticidad menores al 30% del máximo de vorticidad en cada instante de tiempo. Este criterio se utilizó para tener una división entre regiones aproximada y no para localizarlos exactamente.

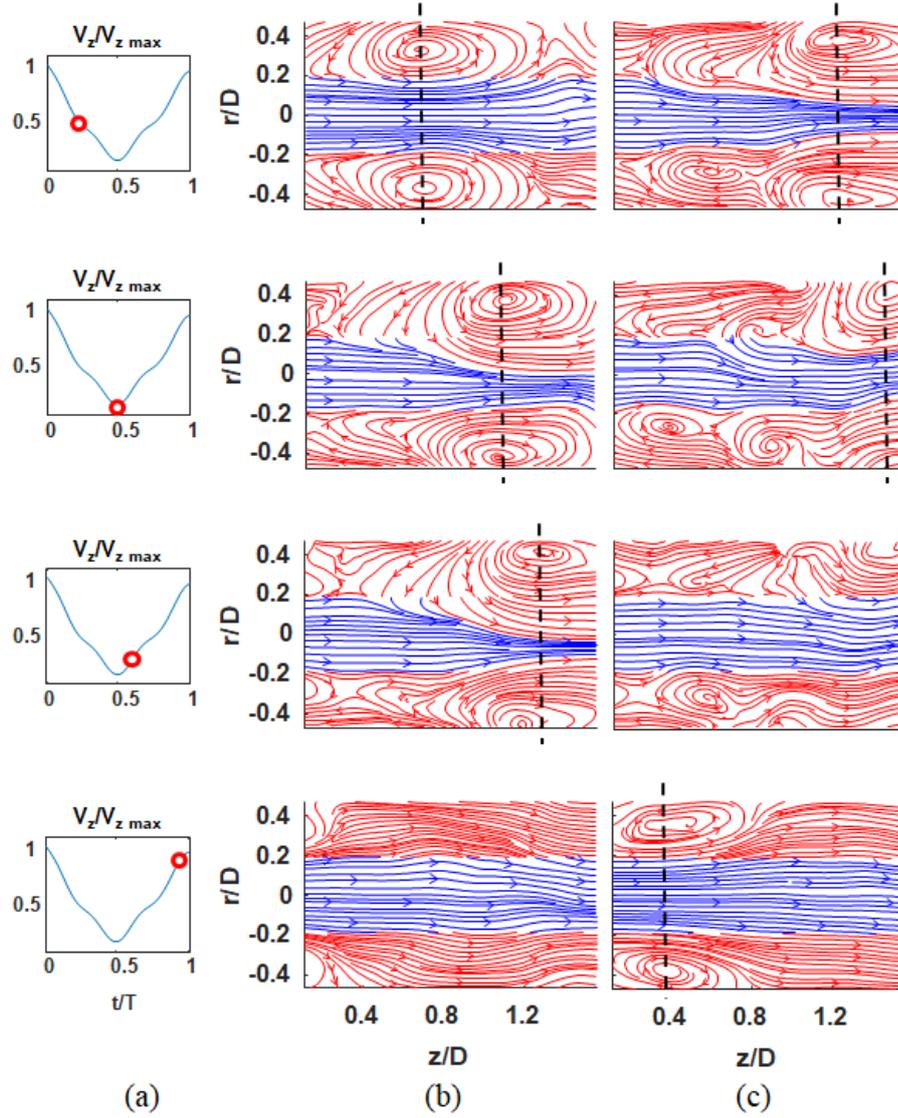
En el caso de  $\bar{Re} = 654$ , el vórtice se desarrolla en la primera mitad de la fase de desaceleración y se propaga hasta el final de la fase de aceleración como lo muestran las líneas punteadas en la fig. 3.1 (b). En la desaceleración, el espesor de la zona de recirculación es aproximadamente  $h = (D - d_0)/2$ . Luego, en la fase de aceleración, disminuye el espesor de dicha zona. Al final de esta fase, aumenta el área del jet central y el vórtice se disipa casi por completo, mientras que un nuevo vórtice comienza a formarse en la región próxima a la constricción, aproximadamente en  $z/D < 0.2$ .

Para  $\bar{Re} = 1106$  (Fig. 3.1 (c)), el flujo presenta las mismas características que para  $\bar{Re} = 654$ . En este caso, el vórtice se desplaza más rápido durante todo el ciclo y la zona de recirculación es un 27% más ancha. Esto se debe al incremento en la velocidad pico del jet central, que tiene como consecuencia el aumento de la tensión de corte y por lo tanto el aumento del tamaño de la zona de recirculación.



**Figura 3.1:** (a) Velocidad normalizada en función del tiempo en  $z = 0$ ,  $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente experimentales para  $\bar{Re} = 654$ ,  $d_0 = 1.6$  cm. (c) Líneas de corriente experimentales para  $\bar{Re} = 1106$ ,  $d_0 = 1.6$  cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central.

La figura 3.1(b) muestra 2 vórtices en la ROI en un período para  $\bar{Re} = 654$ , mientras que para  $\bar{Re} = 1002$  (fig. 3.2 (b)), se observa un vórtice durante un período. Esto se debe a que la velocidad de propagación para  $\bar{Re}$  bajos es menor que para  $\bar{Re}$  más altos y, por lo tanto para los  $\bar{Re}$  más bajos, se pueden observar 2 vórtices en la ROI que fueron desprendidos en períodos sucesivos. Para  $\bar{Re} = 1002$ , al comienzo de la fase de aceleración, el espesor



**Figura 3.2:** (a) Velocidad normalizada en función del tiempo en  $z = 0$ ,  $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente experimentales para  $\bar{Re} = 1002$ ,  $d_0=1.0$  cm. (c) Líneas de corriente experimentales para  $\bar{Re} = 1767$ ,  $d_0=1.0$  cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central.

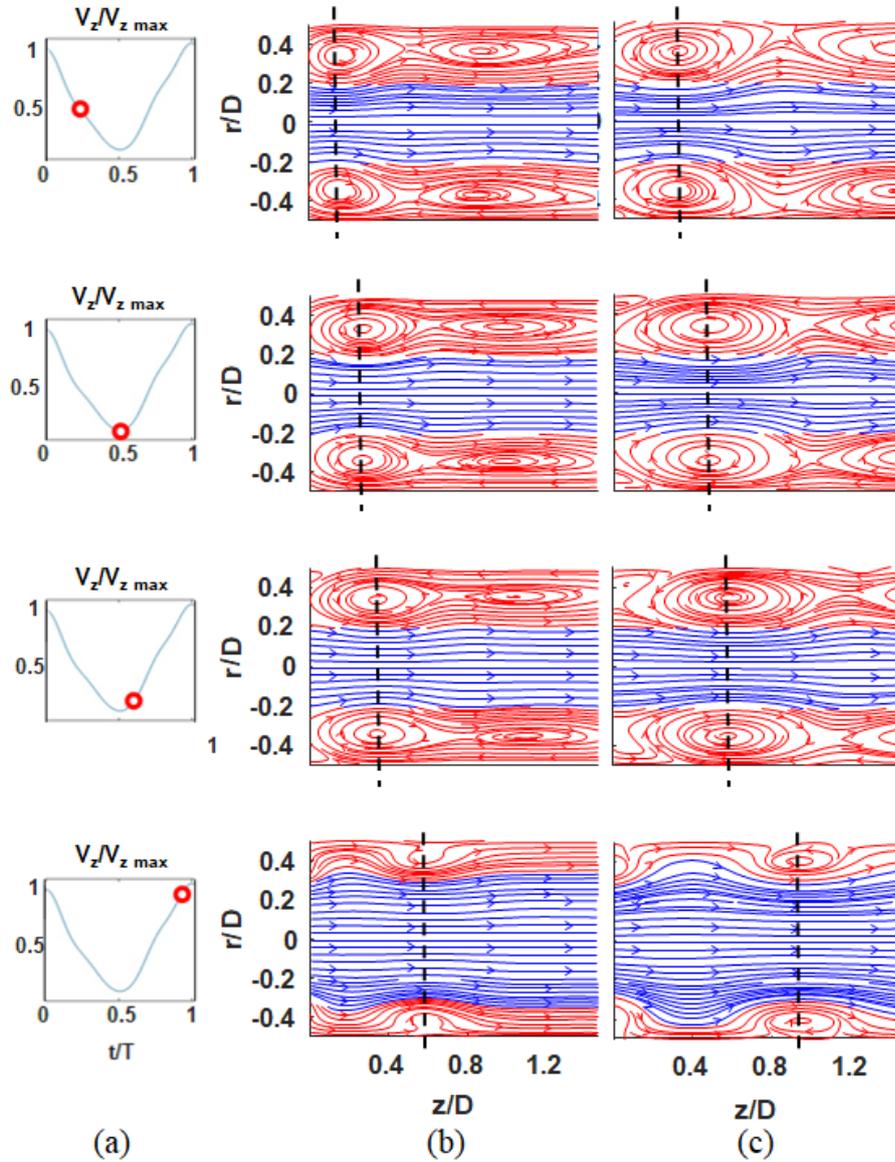
del jet central disminuye y la zona de recirculación aumenta hasta ocupar aproximadamente el total del calibre del tubo  $z/D \geq 1$ . Esto se debe a un descenso de la velocidad del jet al comienzo de la fase de aceleración. Debido a la conservación de masa, la velocidad radial aumenta y con ello la zona de recirculación. Esto es consistente con lo reportado en el trabajo de Sherwin [16].

Para  $\bar{Re} = 1767$  (Fig. 3.2 (c)), el vórtice se propaga con mayor velocidad comparado a los casos anteriores y además se observa un vórtice secundario. En la fase de desaceleración, el vórtice alcanza su tamaño máximo y prácticamente abandona la ROI 1. Cuando la velocidad del jet central en la constricción está cercana a su mínimo, el vórtice abandona la ROI 1 mientras que el resto del flujo se desordena. En la fase de aceleración, el vórtice comienza a formarse antes comparado a los experimentos de  $\bar{Re}$  menores.

Al comparar las figs. 3.1 y 3.2, se observa como difiere el flujo respecto al tamaño de la constricción. Mientras que en 3.1 el vórtice viaja sin cambiar sustancialmente su tamaño, en 3.2 (b) se observa un cambio del tamaño del vórtice, principalmente a lo largo de la componente radial y en 3.2 (c) se observa que el vórtice no está en la ROI 1 en el tiempo  $t = 0.6T$ . Asimismo, debido a la reducción de  $d_0$  (Fig. 3.2) la velocidad del jet central aumenta y el vórtice aumenta su tamaño pero solamente en forma de estiramiento a lo largo del eje  $z$ . Esto es consistente con lo reportado por Sherwin *et al.* [16] y Usmani *et al.* [52].

A lo largo de los experimentos se observó el aumento de tamaño de la zona de recirculación. Esto puede explicarse en términos de la circulación como fue detallado en el trabajo de Gharib *et al.* [53] en el que estudia el flujo impulsado por un pistón en un dominio sin fronteras. En ese trabajo se establece que los vórtices son formados con una determinada cantidad de circulación antes de desprenderse. La principal diferencia con nuestro trabajo radica en el confinamiento que imponen las paredes a dichos vórtices. No obstante, esto explica su estiramiento a lo largo de la dirección axial. Este mecanismo es capaz de explicar la generación de vórtices secundarios. Precisamente, los vórtices se desprenden luego de alcanzar un valor umbral de circulación, luego todo exceso de circulación generado es depositado en una estela de flujo (detrás del vórtice desprendido) donde eventualmente se forman vórtices secundarios.

Finalmente, se compararon resultados numéricos con experimentales. La figura 3.3 muestra la evolución del flujo simulado con  $\bar{Re} = 654$  y  $\bar{Re} = 1106$ . Al comparar la fig. 3.3 con la fig. 3.1 se observa un comportamiento similar de las estructuras para ambos casos. Las estructuras principales, jet central y zona de recirculación, fueron satisfactoriamente reproducidas en la simulación numérica. El patrón de flujo presenta una definición más precisa en la simulación que en los datos experimentales debido a las fluctuaciones de estos últimos.

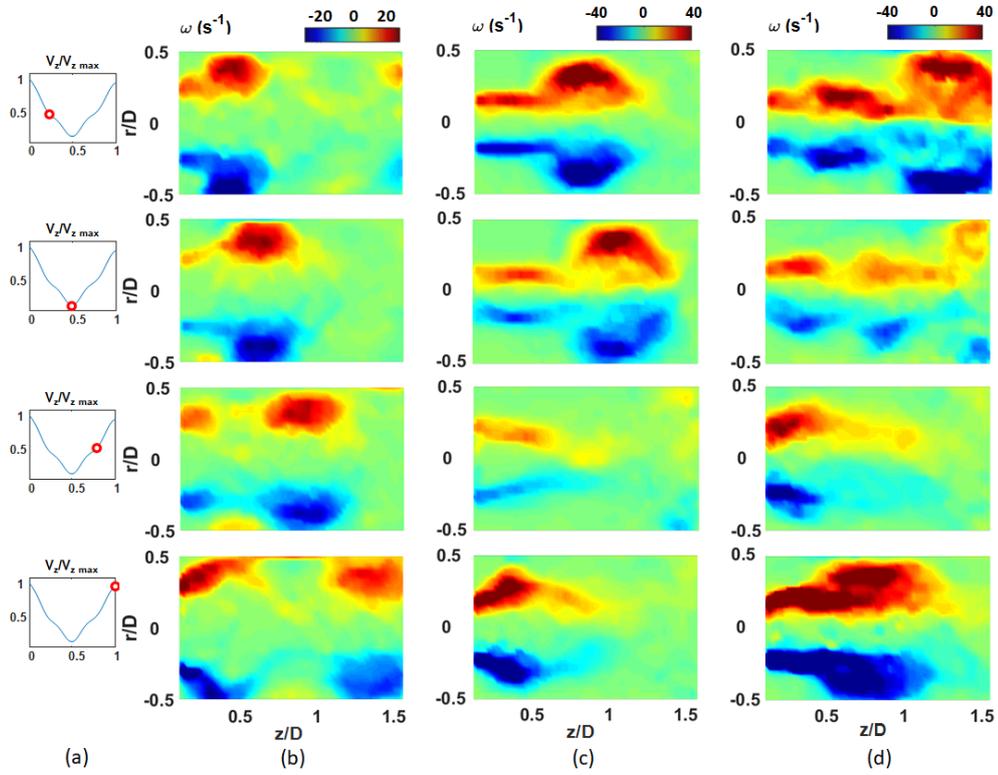


**Figura 3.3:** (a) Velocidad normalizada en función del tiempo en  $z = 0$ ,  $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de velocidad. (b) Líneas de corriente numéricas para  $\bar{Re} = 654$ ,  $d_0=1.6$  cm. (c) Líneas de corriente numéricas para  $\bar{Re} = 1106$ ,  $d_0=1.6$  cm. En ambos casos las líneas de corriente rojas representan la zona de recirculación y las líneas azules representan el jet central.

### 3.2.2. Desplazamiento del vórtice

Se midió el desplazamiento del vórtice en función del tiempo durante un ciclo pulsátil para estudiar su relación con los parámetros del sistema. En la fig. 3.4 se muestran campos de vorticidad para  $\bar{Re}=1106$ , 1002 y 1767. Para realizar el seguimiento de vórtices, se restringió la ROI 1 a una subregión

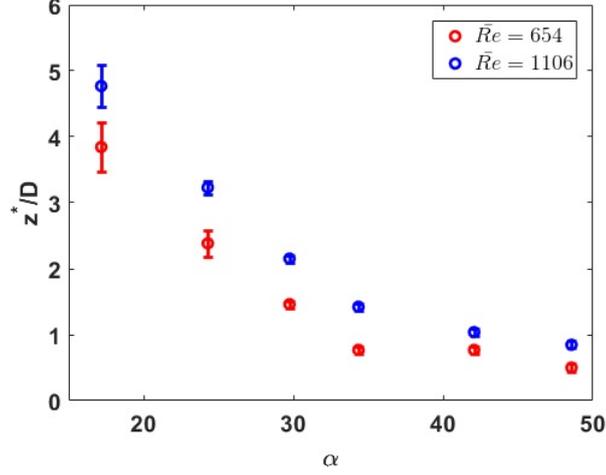
delimitada por  $0.3 < r/D < 0.5$ . De esta manera se aísla el vórtice contra la pared superior. En esta región, los valores de vorticidad son positivos. Se calculó la vorticidad para cada cuadro obtenido del DPIV. En cada uno de estos cuadros, se calculó el campo filtrado de vorticidad  $\bar{\zeta}(r, z)$ , al descartar los valores menores al 30 % del máximo de vorticidad. Luego, tomamos la posición del vórtice, como la posición del centro de vorticidad que fue calculada como  $(\bar{r}, \bar{z}) = \sum(r, z)\bar{\zeta}(r, z)$ . En esta sección se analiza el desplazamiento a lo largo de  $z$  como la evolución de la posición  $\bar{z}$  hasta que el vórtice desaparece.



**Figura 3.4:** (a) Velocidad normalizada en función del tiempo en  $z = 0$ ,  $r = 0$ . Se marcan los tiempos (círculos rojos) en los que se obtuvieron los campos de vorticidad  $\omega(s^{-1})$  para  $\bar{Re} = 1106$  (b),  $\bar{Re} = 1002$  (c) y  $\bar{Re} = 1767$  (d).

El desplazamiento máximo se define como  $z^*/D$ , siendo  $z^*$  la posición donde la vorticidad cae debajo del 30 % de la vorticidad máxima y es medida desde la posición donde se formó el vórtice  $z_0$ . En la fig. 3.5 se muestra la dependencia del desplazamiento máximo con  $\alpha$  para los resultados numéricos. Para un valor fijo de  $\bar{Re}$ , a medida que se aumenta  $\alpha$ , el comportamiento del flujo se replica en una región más pequeña del tubo en un período pulsátil menor. Por lo tanto el desplazamiento máximo,  $z^*/D$ , disminuye con  $\alpha$ . Los resultados de

la fig. 3.5 también muestran que al aumentar  $\bar{Re}$  de 654 a 1106, se obtiene el mismo comportamiento cualitativo dependiente de  $\alpha$  pero con valores mayores de  $z^*/D$ .



**Figura 3.5:** Desplazamiento máximo del vórtice  $z^*/D$  en función de  $\alpha$ . Valores de datos numéricos. Los datos corresponden a  $\bar{Re} = 654$  (círculos rojos) y  $\bar{Re} = 1106$  (cuadrados azules).

### 3.2.3. Ley de escala

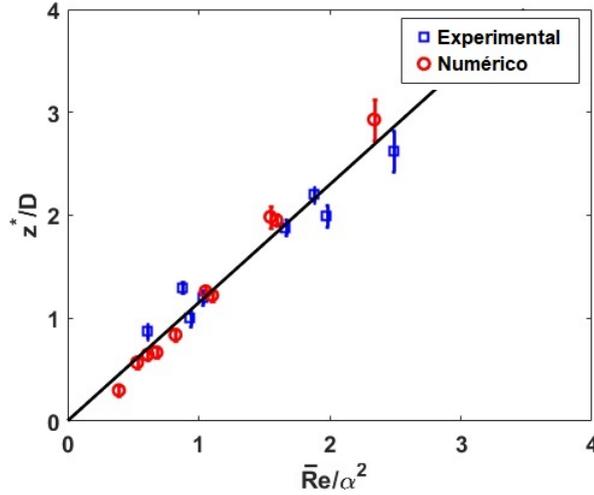
A partir de los datos analizados en la fig. 3.5, proponemos una ley de escala que resume el comportamiento de  $z^*/D$  en función de los parámetros del problema  $\bar{Re}$  y  $\alpha$ . Para llegar a este resultado, se usaron los resultados experimentales analizados en la secc. 3.2.1 y los numéricos analizados en la secc. 3.2.2.

Las dimensiones físicas se pueden escribir en función de las variables  $\nu$ ,  $D$ ,  $f$  y  $\bar{Re}$ . Basados en el teorema Vaschy-Buckingham, es posible describir  $z^*/D$  en función de dos números adimensionados e independientes  $\bar{Re}$  and  $\alpha$  que involucran las variables mencionadas. Se observó que  $z^*/D$  es proporcional a la velocidad del flujo  $\bar{v}_z$  (i.e.  $\bar{Re}$ ), e inversamente proporcional a la frecuencia pulsátil  $f$  (i.e.  $\alpha^2$ ), lo que sugiere que

$$z^*/D = K \frac{\bar{Re}}{\alpha^2} \quad (3.1)$$

donde  $K$  es una constante de proporcionalidad.

La fig.3.6 muestra  $z^*/D$  en función de  $\bar{Re}/\alpha^2$ , se observa un buen ajuste de



**Figura 3.6:** Desplazamiento máximo del vórtice  $z^*/D$  en función del parámetro adimensionalizado  $\bar{Re}/\alpha^2$  para datos numéricos (círculos rojos) y experimentales (cuadrados azules).

los datos al modelo propuesto en ec. 3.1. El valor determinado para la pendiente es  $K = 1.15 \pm 0.19$  en un intervalo de confianza del 95 %. La confirmación de estos resultados, remarca la dependencia de  $z^*/D$  con  $\bar{Re}$  y  $1/\alpha^2$  como se podía inferir de los datos de la fig. 3.5.

En el trabajo de Gharib *et al.* [53] se muestra que durante el proceso de formación de vórtices aumenta la circulación hasta que supera una cierta cota y se desprende. En caso de que un exceso de circulación sea generado, podría dar lugar a la formación de vórtices secundarios. Esto significa que la frecuencia pulsátil coincide con la frecuencia con la que se desprende el vórtice primario, es decir el vórtice al que se le midió el desplazamiento. En consecuencia, el parámetro  $\bar{Re}/\alpha^2$  puede relacionarse con el número de Strouhal a través de

$$\frac{\bar{Re}}{\alpha^2} = \frac{2 d_0}{\pi D} \frac{1}{St} \quad (3.2)$$

Una interpretación de los resultados de las figs. 3.5 y 3.6 en términos del número de Strouhal, pueden esclarecer la relación entre la componente oscilatoria y la componente estacionaria del flujo. Para los valores más bajos de  $\bar{Re}/\alpha^2$ , es decir Sr cercano a 1, las componentes oscilatoria y estacionaria son comparables, lo que explica la presencia de vórtices con desplazamientos nulos o muy bajos. El caso extremo de este comportamiento ocurre cuando el flujo oscila pero no hay desplazamiento de vórtices. Esto fue observado para

números de Reynolds por debajo de los presentados en esta sección. A medida que aumenta  $\bar{Re}/\alpha^2$ , es decir  $St \lesssim 10^{-1}$ , los vórtices se desprenden y desplazan antes de desvanecerse como consecuencia de la componente estacionaria mayor que la oscilatoria.

El parámetro  $\bar{Re}/\alpha^2$  también establece la naturaleza cinemática del desplazamiento del vórtice, en este rango de parámetros. En efecto, al reescribir la expresión 3.1 en función de los parámetros  $\bar{v}_z$ ,  $d_0$ ,  $D$  y  $f$  como

$$\frac{\bar{Re}}{\alpha^2} = \frac{2d_0\bar{v}_z}{\pi D^2 f} \quad (3.3)$$

vemos que  $z^*/D$  depende de variables cinemáticas y no de la viscosidad.

Finalmente, concluimos que la ec. 3.1 puede considerarse como una ley de escala que describe el desplazamiento máximo del vórtice para cualquier combinación de valores de  $\bar{Re}$  y  $\alpha$  en el rango de parámetros y en la configuración particular estudiada en esta parte del trabajo. Acerca de la dependencia en la forma de la constricción, se obtuvieron resultados numéricos preliminares con una constricción de forma Gaussiana, lo que dio una diferencia debajo del 20% en el desplazamiento máximo del vórtice para un valor  $Re_u = 1187$ . Se prevé continuar con el estudio sobre la dependencia del desplazamiento máximo con la forma de la constricción.

### 3.3. Conclusiones

En este capítulo se estudiaron experimental y numéricamente las estructuras aguas abajo de la constricción axisimétrica. La estructura del flujo consta de un jet central de alta velocidad y una zona de recirculación, adyacente a las paredes, donde se generan y desprenden vórtices. Los resultados mostraron que el desplazamiento decrece a medida que aumenta  $\alpha$ . El análisis de estos resultados se resume en una ley de escala que vincula el desplazamiento máximo de los vórtices con el número adimensionado  $\bar{Re}/\alpha^2$ . Además este parámetro es proporcional al número de Strouhal. Esto determina una relación entre el desplazamiento máximo del vórtice con la proporción entre las componentes oscilatoria y estacionaria del flujo.

# Capítulo 4

## Análisis lagrangiano de la mezcla

### 4.1. Introducción

Los procesos de mezcla representan otro aspecto de interés en el estudio de flujos pulsátiles con aplicaciones hemodinámicas [17, 18, 19]. En estos sistemas, los procesos de mezcla se deben a la advección y los métodos lagrangianos usados habitualmente se basan en encontrar las estructuras lagrangianas coherentes (LCS) que auspician de barreras materiales que separan al flujo en regiones con comportamientos distintos. Estas estructuras se determinan a partir del cálculo de los campos de exponentes de Lyapunov a tiempos finitos (FTLE) [20, 21, 22, 23].

Estas técnicas lagrangianas han sido aplicadas con éxito en modelos hemodinámicos con flujos estacionarios [54, 55, 18]. En particular, Vétel *et al.* [56] han estudiado la formación de vórtices y zonas de recirculación con los campos de FTLE en un modelo rígido de tamaño real de arteria carótida cercano a una bifurcación. Espa *et al.* [57] aplicaron estas técnicas para estudiar el flujo pulsátil dentro del ventrículo izquierdo. Análogamente, Arzani y Shadden [18] calcularon campos de FTLE utilizando datos de simulación para estudiar el transporte de vórtices, determinar las zonas en las cuales estos se desprenden y caracterizar la mezcla en aortas con aneurisma. No obstante, no se cuenta con aplicaciones similares en modelos de arteria con estenosis. En esa dirección, en este trabajo se utilizan los métodos mencionados para explicar los procesos de mezcla en dicho modelo.

Los mapas de tiempo de permanencia (RT) [24, 25, 26, 27], son otra técnica, basada en la descripción lagrangiana del flujo, que se utiliza para analizar procesos de mezcla. Estos mapas indican el tiempo que permanecen las partículas en una región determinada del espacio. Diversos autores han empleado mapas RT para estudiar la mezcla del flujo sanguíneo en el ventrículo izquierdo [58, 59, 19, 60]. En particular, di Labbio *et al.* [19], plantearon un símil experimental de ventrículo izquierdo con regurgitación. Observaron que esta condición aumenta el tiempo de permanencia del flujo en el interior del ventrículo, lo que implica un riesgo potencial de padecer arritmia u otras fallas cardíacas. Otras aplicaciones reportadas en la bibliografía demuestran que mapas RT pueden ser utilizados para analizar el desplazamiento y permanencia de trombos [27, 61] o plaquetas [62] en el torrente sanguíneo.

En el presente capítulo de la tesis, se muestra el resultado de aplicar métodos lagrangianos para estudiar la mezcla de un flujo pulsátil en el modelo experimental de arteria con estenosis detallado en las secciones 2.1-2.2. En la secc. 4.4 se muestran y discuten los resultados obtenidos para la región aguas abajo de la constricción, donde se varió el número de Reynolds y se mantuvo constante el período  $T$  y el diámetro de la obstrucción  $d_0$ . Los campos de FTLE y mapas de concentración sirvieron para describir los procesos de mezcla. Se observó que estos campos delimitan el vórtice del jet central referidos en 3. Encontramos que las LCS que delimitan el vórtice separan el flujo que ingresa a la ROI en períodos sucesivos. Se definieron los mapas  $r_f$  que indican la posición final de las partículas y que complementan a RT aportando la descripción espacial del estado final de la mezcla. A partir de estos mapas se definieron los parámetros  $\overline{RT}$  y  $\overline{EI}$  que caracterizan el estado de mezcla final. Precisamente,  $\overline{RT}$  indica la proporción de fluido que abandona la ROI en un tiempo  $t < T$  y  $\overline{EI}$  mide el intercambio entre subregiones previamente definidas de la ROI.

## 4.2. Estructuras lagrangianas coherentes

Las *Estructuras lagrangianas coherentes* (LCS) [20, 21, 23, 63] actúan como separatrices del flujo o barreras materiales. Si describimos el flujo como un sistema dinámico, las LCS son las variedades estables (atractoras) e inestables (repeloras) que se obtienen de la linealización en torno a un punto fijo hiperbólico. Veremos como se obtienen las LCS en un sistema dinámico definido analíticamente y luego presentamos campos FTLE que permiten obtener

las LCS a partir de campos de velocidades experimentales o numéricos.

### 4.2.1. Variedades atractoras y repeloras en un flujo autónomo

Supongamos un flujo bidimensional y estacionario. Este puede ser representado por un sistema dinámico autónomo, es decir que no depende del tiempo, como el siguiente

$$\begin{cases} \dot{x} = u(x, y) \\ \dot{y} = v(x, y) \end{cases} \quad (4.1)$$

Donde  $u(x, y)$  representa la velocidad en  $x$  y  $v(x, y)$  representa la velocidad en  $y$ . Si  $(x_0, y_0)$  es un *punto fijo*, la linealización a primer orden en torno al mismo es

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial x} & \frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial y} \\ \frac{\partial v(x_0, y_0)}{\partial x} & \frac{\partial v(x_0, y_0)}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

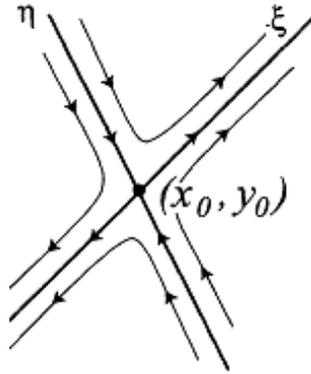
Nos centraremos en el caso en que  $(x_0, y_0)$  es un *punto fijo hiperbólico* o *punto silla*. En un sistema bidimensional, un *punto fijo hiperbólico* se obtiene cuando los autovalores son reales y de signo opuesto.

Imponiendo la condición de incompresibilidad del flujo,  $\frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial x} + \frac{\partial v(x_0, y_0)}{\partial y} = 0$ , significa que la traza de 4.2 debe ser nula y por lo tanto los autovalores iguales y opuestos,  $\pm\lambda$ . Finalmente, reescribimos 4.2 como

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Siendo  $\xi = x - x_0$ ,  $\eta = y - y_0$  los subespacios propios con solución

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \xi_0 e^{\lambda t} \\ \eta(t) &= \eta_0 e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (4.4)$$



**Figura 4.1:** La linealización en torno al punto  $(x_0, y_0)$  genera los subespacios estable,  $\eta$  e inestable,  $\xi$ . Las trayectorias sobre estos subespacios no son atravesadas por trayectorias vecinas y definen las separatrices del fluido.[1]

Los valores propios de signo opuesto, significan que el punto fijo será atractor en la dirección del subespacio  $\eta$  y repelente en la dirección de  $\xi$ , ver fig. 4.1. Específicamente en los términos que emplearemos a lo largo de esta tesis, el subespacio  $\eta$  representa la *variedad estable* o *LCS atractora*, mientras que el subespacio  $\xi$  representa la *variedad inestable* o *LCS repelente*. Estas variedades separan el espacio en regiones con dinámicas distintas y como están constituidas por partículas podemos decir que son *barreras materiales*. Estas barreras tienen la propiedad que no son atravesadas por otras partículas.

En este caso, los subespacios  $\xi$  y  $\eta$  son invariantes en el tiempo e invariantes ante rotaciones. No obstante, este análisis puede extenderse a sistemas dinámicos no autónomos que representen flujos dependientes del tiempo. De este modo se obtienen subespacios  $\xi$  y  $\eta$  capaces de trasladarse y rotar. Luego, las curvas tangentes a  $\xi$  y  $\eta$  en todo momento representan las LCS del flujo dependiente del tiempo.

#### 4.2.2. Campos de exponentes de Lyapunov a tiempos finitos

El método para obtener LCS desarrollado en 4.2.1 se aplica únicamente cuando se tiene una expresión analítica del sistema. En esta sección se describe como obtener las LCS de un flujo dependiente del tiempo a partir de datos de campos de velocidad. Shadden [23, 64], demostró que las crestas (máximos relativos) del campo de *Exponentes de Lyapunov a tiempos finitos* (FTLE) se corresponden con las LCS. Por lo tanto, las crestas del campo FTLE se

comportan como barreras materiales.

Los campos FTLE miden la separación exponencial entre partículas inicialmente adyacentes durante un intervalo de tiempo finito  $(t_0, t_0 + \tau)$  [65, 20]. Esto significa, si  $\|\delta\mathbf{x}_0\|$  es la separación inicial entre dos partículas de fluido, la separación máxima está dada por

$$\|\delta\mathbf{x}\|_{\max} = e^{|\tau|\Lambda} \|\delta\mathbf{x}_0\| \quad (4.5)$$

Donde  $\Lambda$  es el campo FTLE calculado en el intervalo de tiempo  $(t_0, t_0 + \tau)$ .

Para calcular los campos FTLE, es preciso conocer las trayectorias de las partículas  $\mathbf{x}(t)$  en el intervalo de tiempo  $(t_0, t_0 + \tau)$ , las cuales son calculadas a partir de los campos de velocidad  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ . Con ese fin, hallamos numéricamente la solución a la ecuación

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \quad (4.6)$$

El procedimiento numérico utilizado en esta tesis subdivide la grilla del campo de velocidad bidimensional para alojar  $3 \times 3$  partículas de fluido en cada celda del campo de velocidad. Se procedió a adveccionar las partículas siguiendo un esquema Runge-Kutta de 4° orden e interpolación cúbica para calcular la velocidad de las partículas a través del dominio. Una vez obtenidas las trayectorias de las partículas, se calculan los campos de FTLE a partir del tensor de Cauchy-Green  $CG$ . Dado que  $\|\delta\mathbf{x}\|_{\max}$  está alineada con el autovector con autovalor máximo,  $\lambda_{\max}(CG)$ , del tensor  $CG$ . Esto implica que  $\|\delta\mathbf{x}\|_{\max} = \sqrt{\lambda_{\max}(CG)} \|\delta\mathbf{x}_0\|$ . Luego, se calcula el campo FTLE como

$$\Lambda = \frac{1}{|\tau|} \ln(\sqrt{\lambda_{\max}(CG)}) \quad (4.7)$$

El valor absoluto de  $\tau$  se debe a que las trayectorias pueden ser calculadas hacia adelante en el tiempo ( $\tau > 0$ ) o hacia atrás en el tiempo ( $\tau < 0$ ). El campo de FTLE calculado con  $\tau > 0$  es llamado  $\Lambda^+$  y revela las variedades repeloras. Mientras que el campo de FTLE calculado con  $\tau < 0$  es llamado  $\Lambda^-$  y revela las variedades atractoras.

### 4.3. Mapas de Concentración, mapas RT y mapas $r_f$

En nuestro sistema, el número de Péclet  $Pe = v_{zu}D/d$ , que compara advección con difusión, es del orden de  $Pe > 1 \times 10^6$ , donde  $d$  es la difusividad másica ( $10^{-9} \text{m}^2/\text{s}$ , para el agua destilada). Debido a esto podemos asumir que el proceso de mezcla se debe principalmente a la advección de partículas.

En este capítulo se entiende por *mezcla* al intercambio de partículas de un mismo fluido entre distintas regiones. Con *procesos de mezcla* nos referimos a la descripción de la advección de partículas durante este proceso y con *estado final de la mezcla* al estado final del flujo al cabo de una determinada cantidad de ciclos pulsátiles. Para estudiar la mezcla, calculamos mapas de concentración de partículas  $C$ , mapas de tiempo de residencia RT y mapas de posición final  $r_f$ .

#### 4.3.1. Mapas de concentración

Se calcularon los mapas de concentración  $C$  para cada instante del ciclo pulsátil. Estos fueron calculados a partir de las trayectorias de las partículas, contabilizando el total de partículas en cada celda de una grilla como la usada en DPIV [66].

#### 4.3.2. Mapas RT

Los tiempos de permanencia, RT, se utilizan para estudiar la mezcla en flujos abiertos [67]. Los RT se presentan como una función de distribución que representa la cantidad de partículas que permanece un determinado tiempo [68, 25, 59] o alternativamente como mapas donde la posición representa la posición inicial de la partícula y en escala de colores se representa el tiempo de permanencia RT [24, 19, 27, 58, 26].

En este capítulo se analizó la ROI 1. Para calcular los mapas RT, se distribuyeron partículas uniformemente en la ROI con la misma resolución que los campos FTLE. Se advectaron las partículas desde un tiempo inicial  $t_0$  durante 2 períodos ya que para tiempos mayores, gran parte de las partículas abandonan la ROI. El cálculo de los mapas RT es similar al propuesto por Badas *et al.* [60]. Los mapas RT dependen de  $t_0$ , para explicitar esta dependencia, los

designamos como  $\text{RT}(t_0)$ .

Calculamos el mapa  $\overline{\text{RT}}$  al promediar  $\text{RT}(t_0)$  en todos los  $t_0$  del intervalo  $(0, T)$ . Esto determina un mapa  $\overline{\text{RT}}$  que indica el tiempo medio de residencia para cualquier punto de la ROI independientemente del tiempo  $t_0$ . Finalmente calculamos la función de distribución  $f(\overline{\text{RT}})$  que cuenta la proporción de partículas con cada valor específico de  $\overline{\text{RT}}$ . A partir de esta función, podemos obtener la proporción de partículas que abandonan la ROI antes de que culmine un período  $P(\overline{\text{RT}} < T)$  [25, 69].

$$P(\overline{\text{RT}} < T) = \int_0^T f(\overline{\text{RT}})d(\overline{\text{RT}}) \quad (4.8)$$

### 4.3.3. Mapas $r_f$

En este trabajo se introducen los mapas de posición final,  $r_f$ . Al igual que en los mapas RT, la posición del píxel indica la posición inicial de la partícula y en escala de colores se representa la posición final en  $r$ . Estos mapas permiten analizar cómo el flujo abandona la ROI según la coordenada  $r$ , ya que en la coordenada  $z$  siempre abandona la ROI por  $z=1.5D$ .

Nos interesa medir el intercambio de partículas entre subregiones de la ROI. En este trabajo se toman dos subregiones  $R_1$  y  $R_2$  que cubren toda la ROI. En la secc.4.4 se detallan las subregiones utilizadas. Finalmente, nos interesa medir el intercambio de partículas entre las subregiones  $R_1$  y  $R_2$ . Para eso evaluaremos el número de partículas que abandona la ROI por una determinada región. El número total  $N_1^{t_f}$  de partículas que abandona la ROI por  $R_1$ , está compuesto por el número  $N_1^{t_o \rightarrow t_f}$  de partículas que estaban inicialmente en  $R_1$  y abandonan por  $R_1$  más el número  $N_{2 \rightarrow 1}^{t_o \rightarrow t_f}$  de partículas que inicialmente estaban en  $R_2$  y entran a  $R_1$  abandonando la ROI por esta última subregión, es decir

$$N_1^{t_f} = N_1^{t_o \rightarrow t_f} + N_{2 \rightarrow 1}^{t_o \rightarrow t_f} \quad (4.9)$$

Si se normaliza por  $N_1^{t_f}$  tenemos que

$$1 = \text{EI}_1 + \frac{N_{2 \rightarrow 1}^{t_o \rightarrow t_f}}{N_1^{t_f}} \quad (4.10)$$

Donde se define el índice

$$EI_1 = \frac{N_1^{t_o \rightarrow t_f}}{N_1^{t_f}} \quad (4.11)$$

Análogamente definimos el índice

$$EI_2 = \frac{N_2^{t_o \rightarrow t_f}}{N_2^{t_f}} \quad (4.12)$$

Que cumple la condición  $1 = EI_2 + \frac{N_2^{t_o \rightarrow t_f}}{N_2^{t_f}}$ . Dado que  $R_1$  y  $R_2$  cubren toda la ROI, si se cumple  $EI_1 < 1$  significa que la región  $R_1$  recibió partículas de  $R_2$ . Análogamente, si  $EI_2 < 1$  significa que  $R_2$  recibió partículas de  $R_1$ .

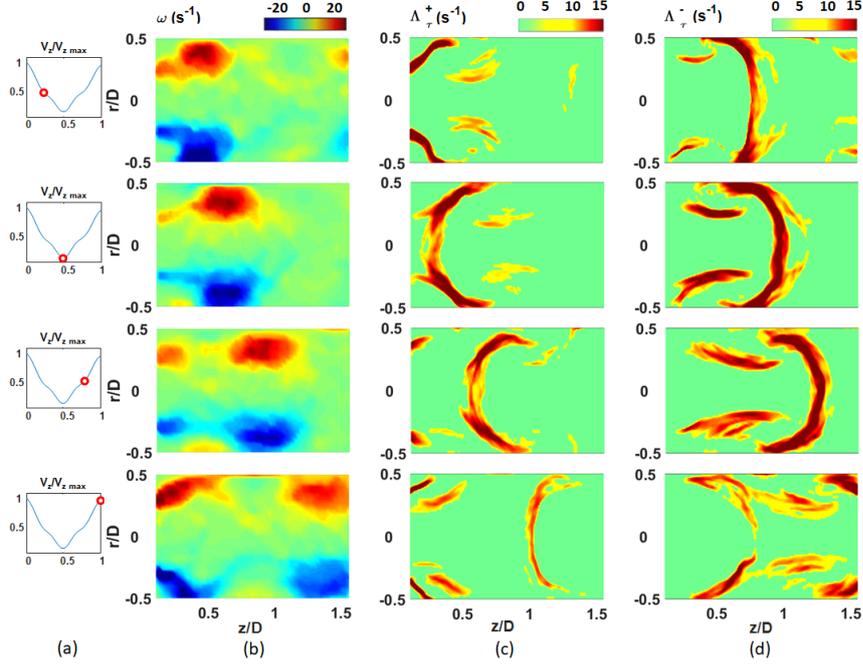
Finalmente, calculamos  $\overline{EI}_j$  con  $j = 1, 2$  como el promedio de  $EI_j$  en todas las condiciones iniciales  $t_0$ . Este representa índice de intercambio para cualquier tiempo y punto de la ROI. Es importante destacar que los mapas RT y  $r_f$  brindan información complementaria a los campos FTLE y los mapas  $C$ . Mientras que los campos FTLE y los mapas  $C$  describen los procesos de mezcla, los mapas RT y  $r_f$  permiten evaluar el estado final de la mezcla.

## 4.4. Resultados

En este capítulo se muestran resultados para los experimentos de la tabla 4.1 que se identificarán por  $\overline{Re}$ . Se mantuvieron fijos los parámetros  $\alpha=33.26$  y el diámetro de la obstrucción,  $d_0=1.6$  cm. Los datos analizados en este capítulo corresponden a la ROI 1 (ver fig. 2.7) a la que llamaremos ROI a lo largo de este capítulo.

$\overline{Re}$	$Re_u$
<b>1106</b>	1187
<b>1299</b>	1427
<b>1381</b>	1625
<b>1590</b>	1999

**Tabla 4.1:** Condiciones de entrada  $Re_u$  para los experimentos correspondientes al presente capítulo. Se mantuvieron fijos  $\alpha=33.26$  y  $d_0=1.6$ cm. Los experimentos quedan identificados por  $\overline{Re}$ .

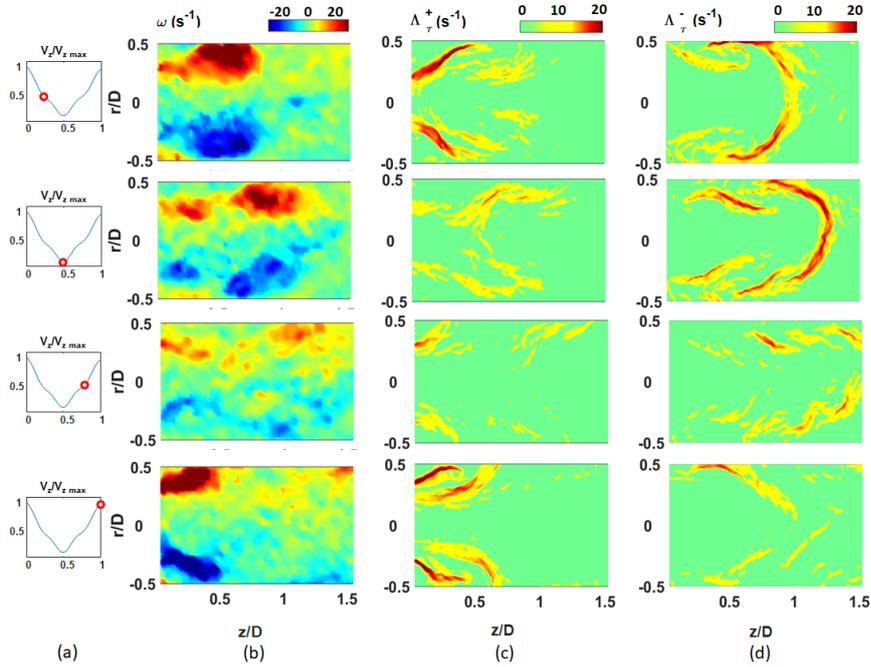


**Figura 4.2:** (a) Velocidad axial en función de  $t$  en  $z = 0$  y  $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos:  $0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  y  $T$ ; para  $\bar{Re}=1106$ , (b) Campo de vorticidad  $\omega$  ( $s^{-1}$ ); En (c) y (d) campos FTLE  $\Lambda^+$  ( $s^{-1}$ ) y  $\Lambda^-$  ( $s^{-1}$ ). Ambos campos FTLE fueron calculados con  $t_0$  especificado en (a) y  $\tau=0.25T$ .

#### 4.4.1. Estructuras lagrangianas coherentes

En la fig. 4.2 se muestran los campos de vorticidad y los campos  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  para  $\bar{Re} = 1106$ . En la fig. 4.2(a) se muestra la dependencia temporal de la velocidad axial en  $(z, r) = (0, 0)$  y se marca en rojo los tiempos  $t_0$  elegidos para calcular los campos de vorticidad y FTLE. La fig. 4.2 (b) muestra la evolución del vórtice a través de los campos de vorticidad  $\omega$  ( $s^{-1}$ ). Se observa una región de vorticidad positiva (sentido anti-horario) contra el borde superior de la pared y una región de vorticidad negativa (sentido horario) contra el borde inferior de la pared. En  $t = 0.25T$  el vórtice ya está formado y su centro se ubica aproximadamente en  $z=0.5D$ . El valor de vorticidad va disminuyendo a medida que el vórtice se desplaza. En  $t = T$ , el vórtice se encuentra próximo a la frontera de la ROI (en  $z = 1.5D$ ) a punto de abandonar la misma. Se observa también que a partir de  $t=0.75T$  se comienza a formar un nuevo vórtice contra la constricción.

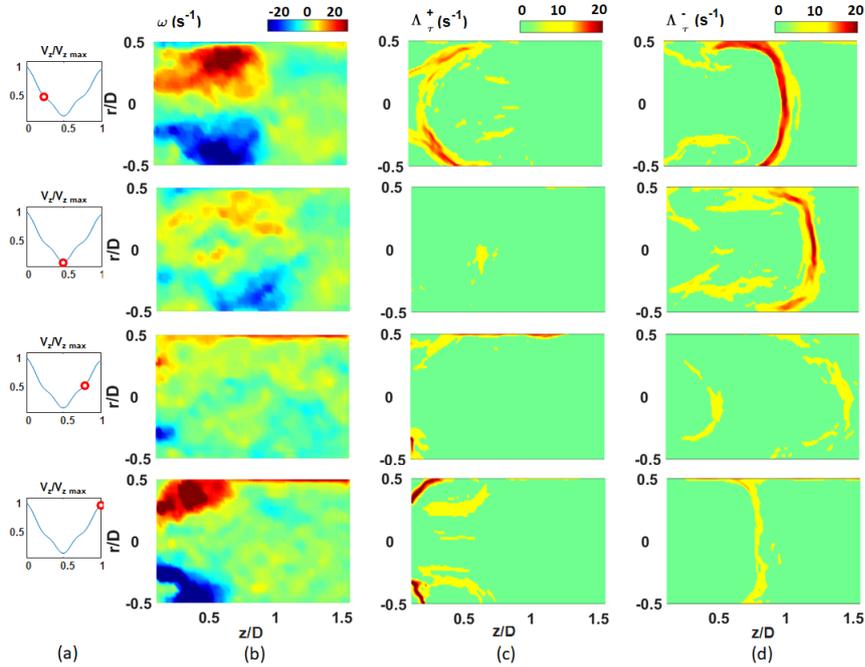
Las figs. 4.2 (c y d) muestran las crestas de  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  que representa las LCS repeloras y atractoras respectivamente. En la fig. 4.2 (c) una cresta de  $\Lambda^+$



**Figura 4.3:** (a) Velocidad axial en función de  $t$  en  $z = 0$  y  $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos:  $0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  y  $T$ ; para  $\bar{Re}=1299$ , (b) Campo de vorticidad  $\omega$  ( $s^{-1}$ ); En (c) y (d) campos FTLE  $\Lambda^+$  ( $s^{-1}$ ) y  $\Lambda^-$  ( $s^{-1}$ ). Ambos campos FTLE fueron calculados con  $t_0$  especificado en (a) y  $\tau=0.25T$ .

delimita el borde anterior del vórtice (el borde más cercano a la constricción) mientras que en la fig. 4.2 (d) una cresta del campo  $\Lambda^-$  delimita el borde frontal del vórtice. Este conjunto de crestas se desplazan junto al vórtice. Además, las figs. 4.2 (c) y (d) muestran barreras paralelas a la pared que separan el vórtice del jet central.

El comportamiento del flujo con  $\bar{Re}=1106$ , visto en fig. 4.2, presenta características similares para los demás experimentos. Las figs. 4.3, 4.4 y 4.5 muestran los campos de vorticidad,  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  para  $\bar{Re}=1299$ ,  $\bar{Re}=1381$  y  $\bar{Re}=1590$  respectivamente. En todos los casos, se observan estructuras análogas a las de la fig. 4.2 con crestas de  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  que delimitan los bordes del vórtice. A medida que aumenta  $\bar{Re}$  se desordena el flujo, principalmente en la fase de desaceleración y aumenta la velocidad de propagación del vórtice. Para  $\bar{Re} = 1590$  (fig.4.5) se muestra la evolución del vórtice en los tiempos  $t = 0.25T$ ,  $t = 0.53T$ ,  $t = 0.85T$ , y  $t = T$ . En  $t=0.53T$  observamos patrones desordenados en el campo de vorticidad y en el campo  $\Lambda^-$  debido a la estela del vórtice que previamente abandonó la ROI. Comparado con  $\bar{Re}$  menores, las crestas del campo  $\Lambda^-$  son

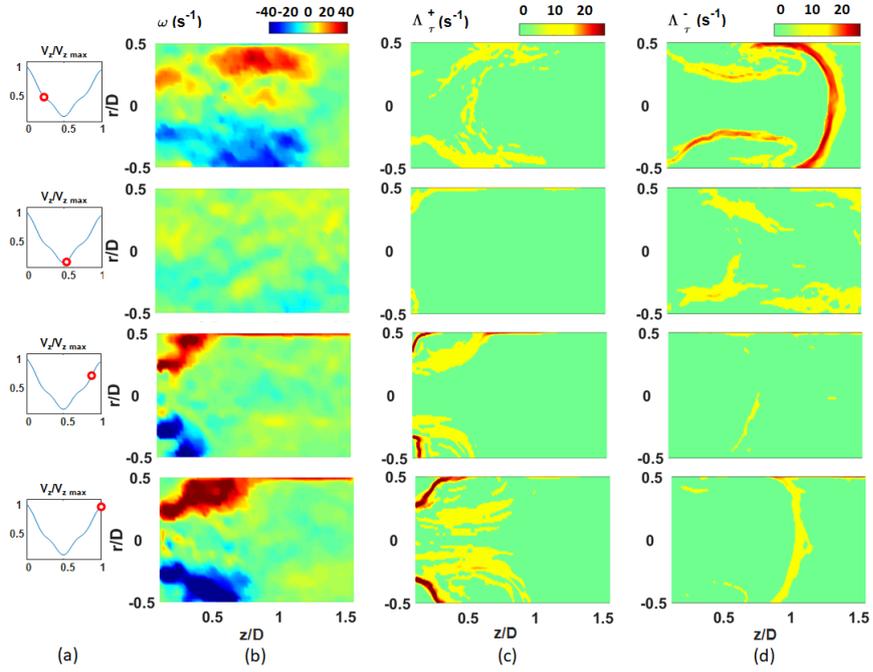


**Figura 4.4:** (a) Velocidad axial en función de  $t$  en  $z = 0$  y  $r = 0$ . En círculos rojos se indican los tiempos en los que se tomaron los datos:  $0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  y  $T$ ; para  $\bar{Re}=1381$ , (b) Campo de vorticidad  $\omega$  ( $s^{-1}$ ); En (c) y (d) campos FTLE  $\Lambda^+$  ( $s^{-1}$ ) y  $\Lambda^-$  ( $s^{-1}$ ). Ambos campos FTLE fueron calculados con  $t_0$  especificado en (a) y  $\tau=0.25T$ .

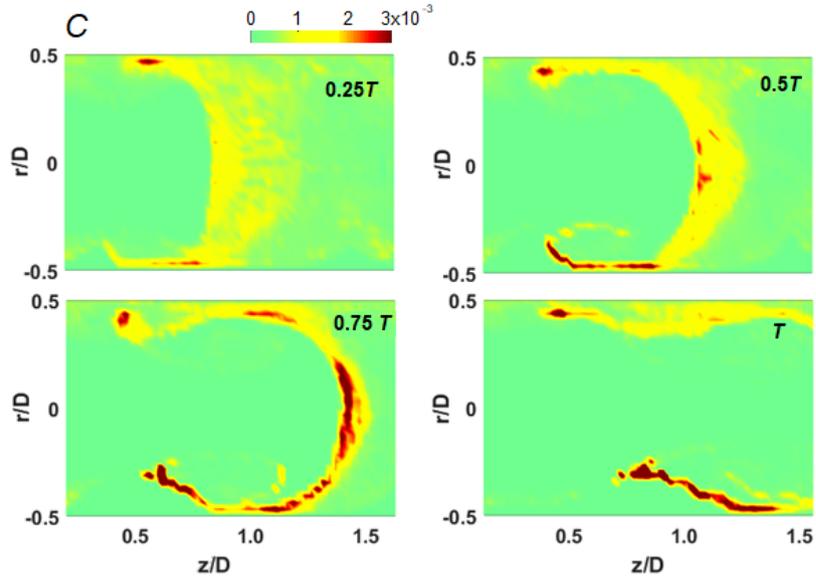
más filamentadas. En cambio para  $t=0.85T$  se está formando un nuevo vórtice que aún no se desprendió, por eso solo aparece el borde delimitado por las crestas del campo  $\Lambda^+$ .

#### 4.4.2. Mapas de concentración

En la fig. 4.6 se muestran los mapas de concentración de partículas normalizado por el número de partículas en ese instante, para  $\bar{Re} = 1106$ . Las regiones de mayor concentración coinciden en cada instante con el frente del vórtice, como se observa al comparar con la cresta  $\Lambda^-$  de la fig. 4.2(d). A medida que avanza el ciclo pulsátil, se acentúa la diferencia de concentración entre el frente del vórtice y el resto de la ROI. Se muestran los resultados de  $\bar{Re} = 1106$  como representativo de los todos los experimentos.



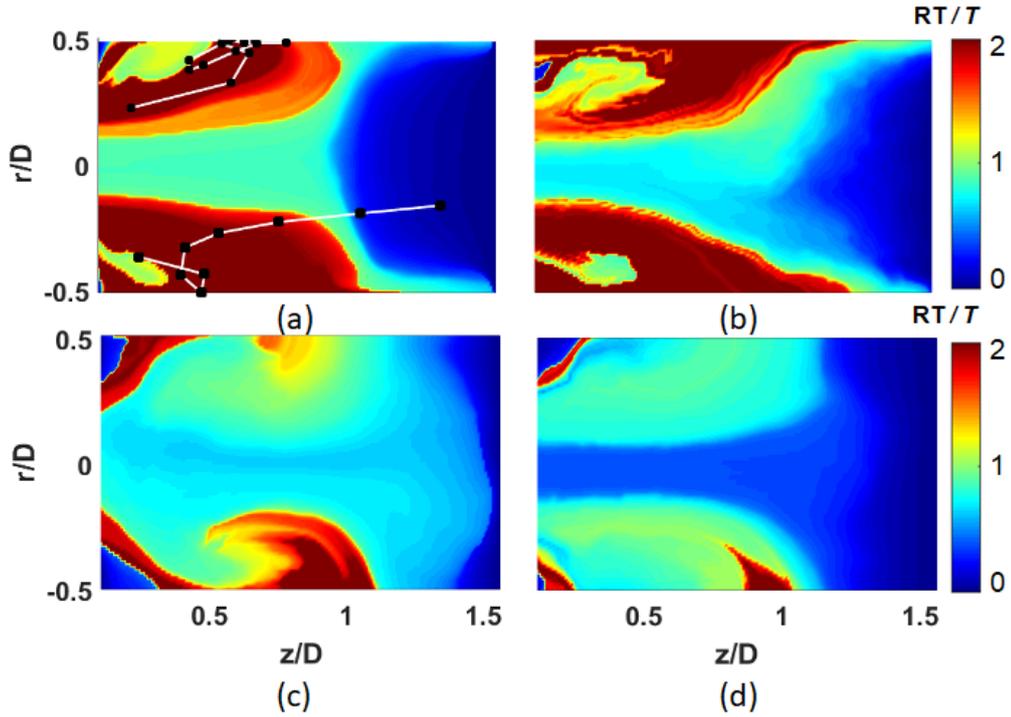
**Figura 4.5:** Para  $\bar{Re}=1590$ , (a)  $V_z(z = 0, r = 0)$  en función de  $t$  En círculos rojos, tiempos en que se tomaron los datos:  $0.25T$ ,  $0.53T$ ,  $0.85T$  y  $T$ ; (b) Campo de vorticidad  $\omega$  ( $s^{-1}$ ); En (c) y (d) campos FTLE  $\Lambda^+$  ( $s^{-1}$ ) y  $\Lambda^-$  ( $s^{-1}$ ). Campos FTLE calculados con  $t_0$  especificado en (a) y  $\tau=0.25T$ .



**Figura 4.6:** Mapa de concentración normalizada en los instantes  $t = 0.25T$ ,  $0.5T$ ,  $0.75T$  y  $T$  para  $\bar{Re}=1106$ .

### 4.4.3. Mapas RT

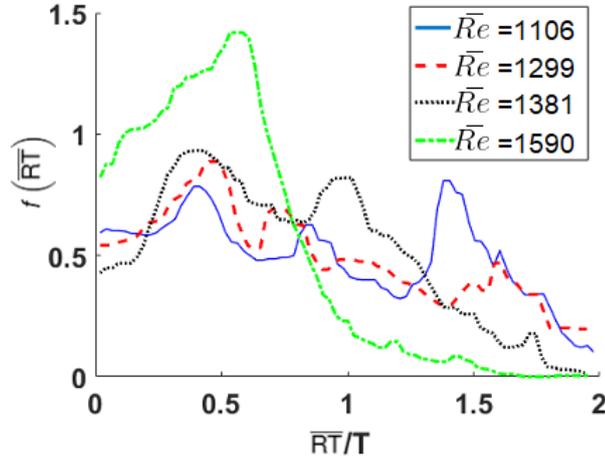
En la fig. 4.7 se muestran los mapas RT para todos los valores de  $\bar{Re}$  analizados, considerando el tiempo inicial  $t_0 = 0$ . La escala de colores de los mapas RT corresponden al tiempo de permanencia adimensionado por el período  $T$ . En la fig. 4.7 se observa que el jet central está diferenciado de la zona de recirculación ya que tienen tiempos de permanencia menores. Por ejemplo, para  $\bar{Re}=1590$  (fig. 4.7(d)),  $RT < 0.3T$  en el jet central y en la zona de recirculación  $RT > 0.7T$ . En la fig. 4.7(a) se muestra la trayectoria de una partícula en el centro del vórtice (pared inferior) y de una partícula sobre la periferia del vórtice, lo que evidencia dos dinámicas distintas dentro del vórtice. Esto se refleja en los valores RT, ya que las partículas en el centro del vórtice viajan con el vórtice y tienen valores  $RT \approx 1T$ , mientras que las partículas en la periferia tienen valores  $RT \approx 2T$ .



**Figura 4.7:** Mapas de tiempo de permanencia, RT, para (a)  $\bar{Re}=1106$ , (b)  $\bar{Re}=1299$ , (c)  $\bar{Re}=1381$  y (d)  $\bar{Re}=1590$ , calculados para  $t_0 = 0$ . En (a) se muestra trayectoria de una partícula desde el centro del vórtice (pared inferior) y desde la periferia del vórtice (pared superior).

Calculamos los tiempos de permanencia  $\overline{RT}$  para todas las posibles condiciones iniciales desde  $t_0=0$  hasta  $t_0 = T$ , y su función de distribución  $f(\overline{RT})$

como fue explicado en la sección 4.3.2. En la fig. 4.8 se muestra  $f(\overline{RT})$  para todos los experimentos. Se observa que la proporción de partículas que permanece más tiempo ( $t \approx 2T$ ) en la ROI es mayor para  $\overline{Re}$  más bajos. En  $\overline{Re} = 1106$  y  $\overline{Re}=1299$  existe una alta proporción de partículas con tiempos de permanencia mayores a  $T$  ( $\overline{RT} > T$ ) si se compara con  $\overline{Re}=1381$  y  $\overline{Re}=1590$ . Además el decrecimiento en este rango es más abrupto para los Reynolds mayores. Además observamos que para  $\overline{Re}=1299, 1381$  y  $1590$  la mayor proporción de partículas tiene un  $\overline{RT} \approx 0.5T$  mientras que la distribución de  $\overline{Re}=1106$  posee un pico en  $\overline{RT} = 1.5T$



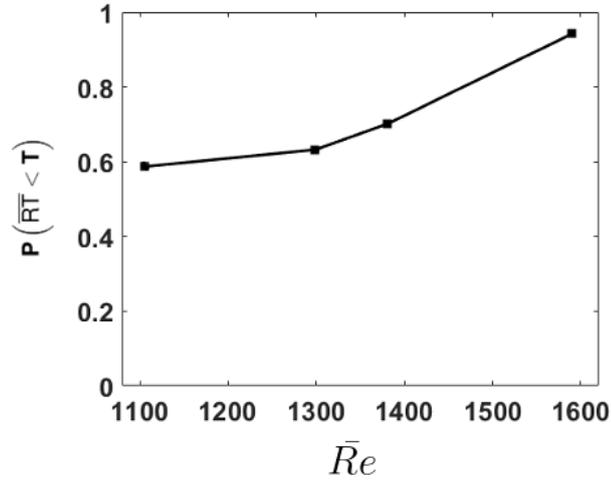
**Figura 4.8:** Distribución  $f(\overline{RT})$  en función del tiempo de permanencia adimensional  $\overline{RT}/T$  para todos los valores de  $\overline{Re}$ , ver leyenda.

La proporción de partículas que abandonan la ROI antes de un período  $P(\overline{RT})$  se calculó según la ecuación 4.8. En la fig. 4.9 observamos que este valor va de 60 % para  $\overline{Re} = 1106$  hasta aproximadamente 95 % para  $\overline{Re} = 1590$ .

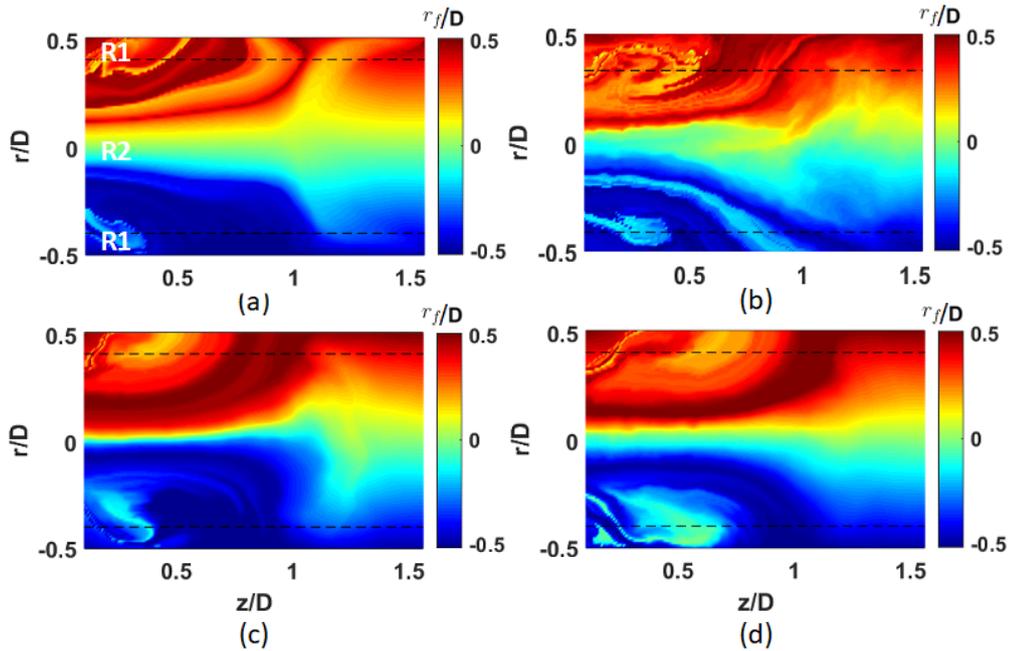
#### 4.4.4. Mapas de posición final $r_f$

En la fig. 4.10 se muestran los mapas de  $r_f$  para el tiempo inicial  $t_0 = 0$ . A partir de los mapas  $r_f$  para todas las condiciones iniciales  $t_0$ , comprobamos que no hay intercambio de flujo entre las dos mitades de la ROI delimitadas por  $r = 0$ . Por lo tanto, el número de partículas en cada región no cambia sustancialmente.

El vórtice es la principal estructura que transporta partículas en la dirección radial. Por ello, elegimos las dos subregiones  $R_1$  y  $R_2$  de la ROI que contemplen el intercambio facilitado por el vórtice. Se delimitaron las subregiones  $R_1$  y  $R_2$



**Figura 4.9:** Proporción de partículas que abandonan la ROI antes de un ciclo en función de  $\bar{Re}$ .



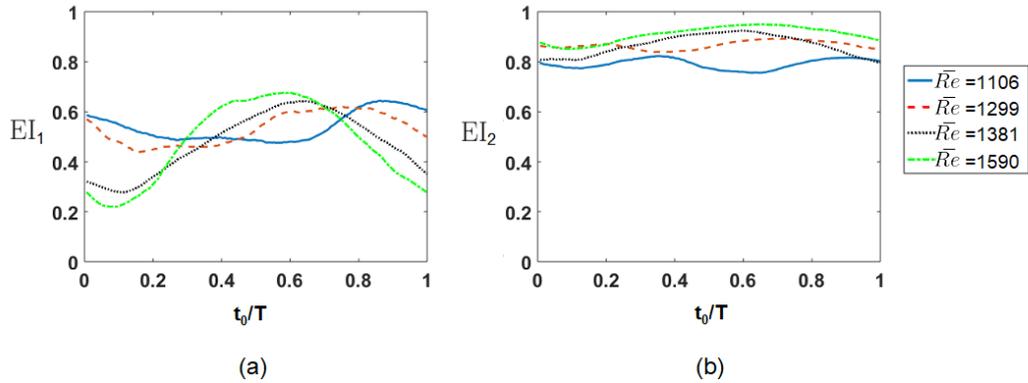
**Figura 4.10:** Mapas de posición final,  $r_f$ , para (a)  $\bar{Re}=1106$ , (b)  $\bar{Re}=1299$ , (c)  $\bar{Re}=1381$  y (d)  $\bar{Re}=1590$ , calculados con  $t_0=0$ .

a través de una línea que pasa por la posición promedio del centro del vórtice, ver fig. 4.10.

Las figs. 4.11 (a) y (b) muestran respectivamente  $EI_1$  y  $EI_2$  en función de la condición inicial para todos los  $\bar{Re}$ . Para los  $\bar{Re}=1106$  y  $\bar{Re}=1299$ ,  $EI_1$  disminuye durante la fase de desaceleración lo que significa un aumento en el flujo que ingresa a  $R_1$  proveniente de  $R_2$  (fig. 4.11 (a)). Esto se debe a que el

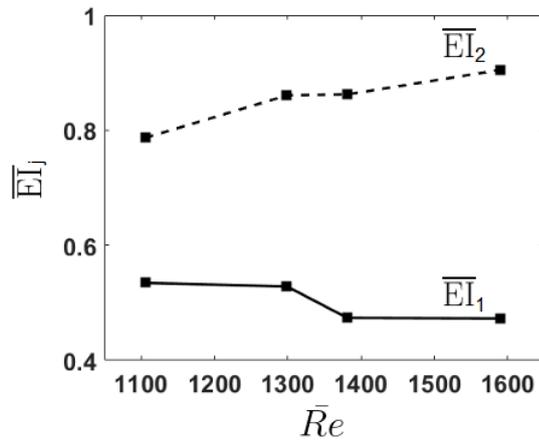
flujo se desordena en la fase de desaceleración y se ordena en la aceleración en una dirección preferencial paralela al eje  $z$ . En cambio, para  $\bar{Re}=1381$  y  $\bar{Re}=1590$ , el máximo se encuentra en el entorno de  $0.4t_0/T$  y  $0.6t_0/T$ .

En la región  $R_2$ ,  $EI_2$  tiene un rango de variación menor que en  $R_1$  y tiene una tendencia a aumentar con Reynolds. Para  $EI_2$  se observan valores significativamente mayores que  $EI_1$ , esto se debe a que gran parte de  $R_2$  está ocupada por el jet central que no presenta intercambio.



**Figura 4.11:** Índices de intercambio,  $EI_1$  (a) y  $EI_2$  (b), en función de la condición inicial adimensionalizada  $t_0/T$  para todos los experimentos.

Finalmente, en la fig. 4.12 se observa que a medida que  $\bar{Re}$  aumenta,  $\bar{EI}_1$  disminuye y  $\bar{EI}_2$  aumenta. Por lo tanto, a medida que crece  $\bar{Re}$ , la región  $R_1$  recibe más partículas de  $R_2$  mientras que  $R_2$  recibe menos de  $R_1$ . Esto establece a  $R_1$  como la principal región que aumenta la mezcla.



**Figura 4.12:** Índices de intercambio medio,  $\bar{EI}_1$  y  $\bar{EI}_2$  en función de  $\bar{Re}$ .

## 4.5. Discusión

En este capítulo se presentaron diferentes métodos para estudiar la mezcla. A través de los campos FTLE y mapas de concentración describimos cómo son los procesos de mezcla, mientras que los mapas RT, mapas  $r_f$  y los índices que se derivan de los mismos permiten medir el estado final de la mezcla

Encontramos que las crestas de los campos  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  organizan el flujo ya que delimitan los vórtices y dividen la ROI en dos regiones bien diferenciadas, como ya ha sido reportado previamente, [23, 56, 57, 66]. En particular las crestas de  $\Lambda^+$  delimitan el borde anterior del vórtice. Esto significa que el flujo que ingresa no atraviesa dicha cresta de  $\Lambda^+$  y por lo tanto no interactúa con el vórtice que se había generado el período anterior. Como consecuencia, dicha cresta separa el flujo entre períodos sucesivos.

Comparando las figs. 4.2(d) y 4.6 se observa la conexión entre las crestas de  $\Lambda^-$  y los mapas  $C$ . Las regiones de mayor concentración coinciden con la cresta de  $\Lambda^-$  que delimita el frente del vórtice, debido a que dicha cresta es un atractor. En  $t=0.25T$  las partículas que inicialmente estaban detrás del frente del vórtice ( $z < 0.7D$ ) se trasladan hacia la barrera definida por este frente. Por otro lado, las partículas inicialmente en  $z > 0.7D$  presentan dos comportamientos bien diferenciados: las partículas más próximas al frente serán atraídas por la barrera y las más lejanas, abandonarán la ROI. Finalmente, la alta diferencia de concentración en las inmediaciones del frente sugieren que localmente ocurre una mezcla intensa [66, 70].

La evolución de los campos  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  y los mapas de concentración  $C$  rigen los procesos de mezcla. Esta información se complementó con la descripción del estado final de la mezcla mediante los mapas RT,  $r_f$  y las cantidades  $P(\overline{RT} < T)$  y  $\overline{EI}_j$  (con  $j=1,2$ ) que cuantifican el estado final de la mezcla. Una comparación de los mapas RT (fig.4.7) con los campos de FTLE (fig.4.2) muestra que las regiones con dinámicas distintas también presentan tiempos de permanencia distintos. Por ejemplo, en el centerline son aproximadamente  $RT=[0.8, 0.8, 0.5, 0.3]T$  para  $\overline{Re}=[1106, 1299, 1381, 1590]$  respectivamente. Promediando RT en la zona de recirculación, observamos que son aproximadamente 2 veces mayores a los RT del centerline y esta relación no se modifica con  $\overline{Re}$ . Esto se debe a que la velocidad axial en el jet central es el doble que la velocidad axial en la zona de recirculación.

No obstante, dentro del vórtice se distinguen regiones con dinámicas distin-

tas. En la fig. 4.7(a) se observa que en el centro del vórtice, aproximadamente en  $z=0.25D$  y  $|r|=0.4D$ , los tiempos de permanencia son menores que en el resto del vórtice. Para estudiar en detalle dicha diferencia, mostramos trayectorias de partículas representativas del centro del vórtice (pared inferior) y del borde del vórtice (pared superior). Se observa que las partículas inicialmente en el centro del vórtice se mueven solidario al mismo y abandonan la ROI antes que las partículas inicialmente en el borde, que van hacia las paredes.

Este análisis fue complementado espacialmente con los mapas  $r_f$ . Si comparamos las figs. 4.7 y 4.10 observamos que en la zona  $z=0.25D$  y  $|r|=0.4D$  las partículas que permanecen menos tiempo en la ROI (fig. 4.7) pertenecen al centro del vórtice o bien son transportadas hacia el jet central (fig. 4.10) ya que la posición final es aproximadamente  $-0.2D < r < 0.2D$ . Como contraparte, las partículas que inicialmente se encuentran en el borde del vórtice son las que presentan mayor RT (ver fig. 4.7) y cuya posición final es próxima a las paredes (ver fig. 4.10).

Concluimos que para todos los valores de  $\bar{Re}$ , los mapas RT y  $r_f$  delimitan las mismas áreas de la ROI. Es decir, las regiones con RT mayores poseen una posición final  $r_f$  próxima a las paredes y las regiones con RT menores tienen  $r_f$  en el jet central.

El cálculo de los parámetros  $P(\overline{RT} < T)$  y  $\overline{EI}_j$  permitió cuantificar la mezcla en función de  $\bar{Re}$ . Por su parte  $P(\overline{RT} < T)$  confirmó que los tiempos de permanencia disminuyen con  $\bar{Re}$ , ver fig. 4.9. La fig. 4.12 muestra que  $\overline{EI}_1$  decrece y  $\overline{EI}_2$  aumenta con  $\bar{Re}$ . Esto significa que  $R_1$  recibe mayor cantidad de partículas de  $R_2$  a medida que aumenta  $\bar{Re}$ . Dado que  $R_1$  se encuentra dentro de la región de los vórtices, estos resultados confirman que el vórtice es la principal estructura responsable de la mezcla. Más aún,  $\overline{EI}_j$  es una medida de como aumenta la incidencia del vórtice en la mezcla a medida que aumenta  $\bar{Re}$ .

A partir de trabajos previos [46, 53], sugerimos una explicación de algunos aspectos de la mezcla basados en la relación entre la circulación y el desprendimiento de vórtices. En un flujo que es empujado a través de una constricción, el desprendimiento de vórtices ocurre luego de que la circulación alcanza un valor umbral. Cualquier exceso de circulación queda en la estela del vórtice. Este mecanismo explica que a medida que aumenta  $\bar{Re}$ , se agranda el área del vórtice. Por lo tanto, el aumento de  $\bar{Re}$  implica el aumento en la proporción de partículas que pertenecen al vórtice y en consecuencia, aumenta el número

de partículas en  $R_1$ .

Finalmente, una posible aplicación del parámetro  $P(\overline{RT} < T)$  es medir el tiempo de un proceso de interés. Por ejemplo, en trabajos anteriores se especifica la relevancia de tiempos de transporte de trombos [27], o la permanencia en una región de flujo en condiciones patológicas [19, 71]. De este modo, los mapas RT y particularmente  $\overline{RT}$ , se pueden usar para medir el tiempo de dichos procesos. Análogamente, la combinación de mapas RT y  $r_f$  puede ser de utilidad en aplicaciones que impliquen por ejemplo la localización de partículas específicas, puntos de estancamiento o concentración de sustancias químicas.

## 4.6. Conclusiones

En este capítulo se usaron campos FTLE, mapas de concentración  $C$ , mapas RT y  $r_f$  como herramientas lagrangianas para describir la mezcla en la ROI 1. La evolución de los campos FTLE y los mapas  $C$  mostraron las estructuras responsables de los procesos de mezcla. En particular se observaron LCS que delimitan el vórtice del jet y otras LCS que separan el flujo entre períodos sucesivos. Los mapas RT y  $r_f$  describen espacial y temporalmente el estado final de la mezcla. A partir de estos, se calculó la probabilidad de una partícula de abandonar la ROI y el índice de intercambio entre subregiones de la ROI para medir el estado final de la mezcla en función de  $Re$ , concluyendo que esta aumenta con  $Re$ .

# Capítulo 5

## Transición a la turbulencia

### 5.1. Introducción

El régimen turbulento incide notoriamente en efectos cardiovasculares no deseados. Por ejemplo, se observó que la turbulencia juega un rol fundamental en la formación de trombos, plaquetas y hemólisis [72, 73, 74]. Estudios previos han demostrado la presencia de flujo turbulento en vasos sanguíneos humanos particularmente en la aorta [75, 76].

Esto plantea la importancia de estudiar la turbulencia en modelos de arterias como los presentados en este trabajo. En ese sentido, el trabajo de Peacock [29] estudia la transición a la turbulencia en función del Número de Reynolds  $Re$  y el número de Womersley  $\alpha$ . El estudio se realiza experimentalmente en un tubo rígido sin estenosis. En particular detalla que hay una relación funcional entre  $Re$  y  $\alpha$  para los valores del inicio de la turbulencia. No obstante, es necesario estudiar esta transición para geometrías con estenosis que intervienen en las inestabilidades del flujo.

Los trabajos de Mizushina *et al.* [77, 78] fueron de los primeros en reportar que las inestabilidades que dan lugar a la transición turbulenta comienzan próximas a la pared. Específicamente observan *bursts* o ráfagas de inestabilidad que están localizadas y viajan por el tubo. Trabajos posteriores como el de Sherwin [16] también ratifican las inestabilidades iniciales sobre las paredes. Para estudiar esto, en este capítulo usamos mapas de intensidad turbulenta en toda la región aguas abajo para localizar las inestabilidades iniciales.

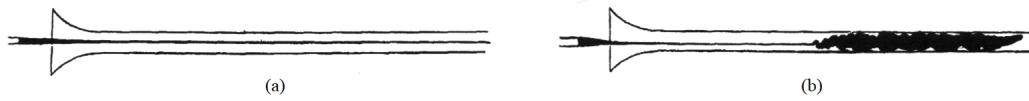
El estudio del espectro de energía ha sido de utilidad para identificar los intervalos de tiempo en los que hay turbulencia en flujos pulsátiles. El trabajo

de Casanova y Giddens [4] y el de Ahmed y Giddens [6, 5] fueron los primeros en analizar el espectro de energía con esos fines. Trabajos posteriores como el de Mittal *et al.* [50] en un canal o Varghese *et al.* [43] que simula numéricamente una arteria con estenosis simétrica y no simétrica, también se apoyan en este análisis. Este último, específicamente, estudia el espectro de la velocidad en distintos puntos en función de la frecuencia temporal y observa la transición a la turbulencia para Reynolds mayores a 1000.

En este capítulo estudiamos la transición a la turbulencia en las ROI 1 a 4 (ver fig. 2.7). Se analizaron experimentos con  $\bar{Re}$  desde 654 a 2044, constricciones  $d_0=1.0\text{cm}$  y  $1.6\text{cm}$  y  $\alpha=33.26$  fijo, ver tabla 5.1. Definimos mapas de intensidad turbulenta que se utilizan para ubicar las zonas e intervalos de tiempo donde eventualmente se pueda dar una transición turbulenta. Los intervalos de tiempo donde efectivamente hay transición fueron confirmados analizando el espectro de energía. A partir de los mapas de intensidad turbulenta se obtuvieron perfiles que comprobaron que la transición surge próximo a las paredes. Análogamente se estudió la dependencia en  $z$  y se observó que, para los Reynolds estudiados, las perturbaciones que dan lugar a la transición ocurren para  $z$  mayores a medida que aumenta el número de Reynolds. Finalmente, comprobamos los intervalos de tiempo donde hay régimen turbulento a partir del espectro de energía que se ajusta a la dependencia  $\kappa^{5/3}$  de Kolmogorov, donde  $\kappa$  es el número de onda. Esto también permitió obtener una medida de las escalas espaciales que corresponden a la macroescala, subrango inercial y rango de disipación.

## 5.2. Descripción de la turbulencia

Los experimentos de Reynolds [2] establecieron las bases para diferenciar *flujos laminares* de *flujos turbulentos*. En dichos experimentos, inyectaba tinta en un flujo desarrollado que circulaba por un tubo y observó que para valores de Reynolds menores a  $Re_c \approx 3000$  la traza de tinta era bien definida, continua y en láminas paralelas. A este régimen se le conoce como laminar y se muestra en la fig. 5.1(a). Al acercarse a valores cercanos a  $Re_c$  la traza se volvía irregular, el flujo ya no estaba constituido por láminas paralelas debido a dispersión en direcciones perpendiculares al flujo, lo que evidenciaba la mezcla en dicha dirección. A este régimen se le conoce como turbulencia y se muestra en la fig. 5.1(b).



**Figura 5.1:** (a) Flujo laminar y (b) turbulento en el experimento de Reynolds. Tomado de [2].

No existe una definición precisa de turbulencia, no obstante los flujos turbulentos poseen las siguientes características: aleatoriedad, son altamente difusivos y disipativos, ocurren para valores altos de Reynolds, presentan altas fluctuaciones de vorticidad [79]. En distintas descripciones de la turbulencia, entre ellas la dada por Richardson[80], se especifica que un flujo turbulento está constituido por *eddies* de diferentes tamaños. Los eddies son un tipo de movimiento del flujo que se caracterizan por ser coherentes y estar localizados en una región de tamaño  $l$ . Poseen una velocidad característica  $u_l$  y escala de tiempo  $\tau_l = l/u_l$  que garantizan la coherencia. Por ejemplo, en nuestro sistema los vórtices constituyen los eddies de mayor tamaño. Sin embargo, para escalas menores hay eddies que no son vórtices.

La descripción de la turbulencia se basa en medir las fluctuaciones de la velocidad producidas por la aleatoriedad del flujo. Para eso se presenta una descripción estadística del flujo en la próxima sección.

### 5.2.1. Descripción estadística

Debido a la aleatoriedad de los flujos turbulentos, se describe el flujo a través de un *campo aleatorio*  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = (v_1(\mathbf{x}, t), v_2(\mathbf{x}, t), v_3(\mathbf{x}, t))$ . Esto significa que cada componente de velocidad para cada punto del espacio evoluciona como una variable aleatoria dependiente del tiempo.

La asignación de un campo aleatorio al campo de velocidades  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  no se contradice con que las ecuaciones de Navier-Stokes sean deterministas. La aleatoriedad se debe a dos factores: 1) los flujos turbulentos presentan perturbaciones debido a condiciones iniciales, condiciones de borde y propiedades materiales y 2) los flujos turbulentos son altamente sensibles a estas perturbaciones.

La presencia de dichas perturbaciones por sí solas no explican la aleatoriedad ya que también existen en flujos laminares. No obstante, en la turbulencia, la no-linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes vuelven al sistema sumamente sensible ante pequeñas perturbaciones en condiciones iniciales, condi-

ciones de borde o propiedades materiales.

La *Descomposición de Reynolds* expresa la velocidad como  $\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$  donde  $\mathbf{v}'$  es la fluctuación de la velocidad respecto al valor medio  $\langle \mathbf{v} \rangle$ . Los corchetes angulares representan el valor medio en el ensemble. En la turbulencia nos interesa la *correlación entre dos puntos* para la fluctuación y se define como

$$R_{jk}(\mathbf{r}, t) = \langle v'_j(\mathbf{x}, t)v'_k(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle \quad (5.1)$$

donde  $j, k = 1, 2, 3$  indican las coordenadas espaciales. A partir de  $R_{jk}(\mathbf{r}, t)$  se puede analizar la varianza estadística del campo bajo una traslación, si es invariante se trata de un campo *estadísticamente homogéneo*. Si además, es invariante ante rotaciones y reflexiones es *estadísticamente isotrópico*. Se puede definir el tensor  $\Phi_{jk}(\boldsymbol{\kappa}, t)$  como la transformación de Fourier de  $R_{jk}(\mathbf{r}, t)$

$$\Phi_{jk}(\boldsymbol{\kappa}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} R_{jk}(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} \quad (5.2)$$

$$R_{jk}(\mathbf{r}, t) = \int e^{i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} \Phi_{jk}(\boldsymbol{\kappa}, t) d^3\boldsymbol{\kappa} \quad (5.3)$$

donde  $\boldsymbol{\kappa}$  es el módulo del vector de onda. En el caso específico  $\mathbf{r} = 0$  se tiene que la *energía cinética turbulenta* TKE, es proporcional a la traza de  $R_{jk}(\mathbf{r}, t)$

$$\text{TKE} = \frac{1}{2} \sum_j \langle (v'_j)^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_j R_{jj}(0, t) = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^\infty 4\pi\kappa^2 \Phi_{jj}(\kappa, t) d\kappa$$

donde se dejó la integral expresada en módulo  $\kappa$  en la última igualdad. Luego definimos el *espectro de energía*

$$E(\kappa, t) = 2\pi\kappa^2 \sum_j \Phi_{jj}(\kappa, t) \quad (5.4)$$

Finalmente, la energía cinética turbulenta es

$$\text{TKE} = \int_0^\infty E(\kappa, t) d\kappa \quad (5.5)$$

La correlación a dos puntos y el espectro de energía están relacionados y en consecuencia, habitualmente se precisa solo una de estas dos cantidades para

conocer las estructuras espaciales que caracterizan la turbulencia [3]. En la próxima sección veremos que para ciertos rangos de  $\kappa$  el espectro de energía  $E(\kappa, t)$  cumple con la ley de Kolmogorov que es la forma típica que se da en la turbulencia.

### 5.2.2. Descripción estadística en flujos pulsátiles

En la sección anterior se vio que las cantidades principales que usaremos para describir la turbulencia se basan en el cálculo de las fluctuaciones de velocidad. Se llama *turbulencia estacionaria* cuando las fluctuaciones son respecto a la velocidad media de un flujo estacionario. Sin embargo, en nuestro caso debido a la pulsatilidad, no hay turbulencia estacionaria porque las fluctuaciones son en torno a un campo pulsátil medio, dependiente del tiempo que llamaremos  $\langle v_j(t) \rangle$ .

Veremos la velocidad y su fluctuación en un punto fijo, para simplificar la notación. Las expresiones serán análogas para todos los puntos del espacio. Llamamos  $v_j(t)$  a la componente  $j$  de la velocidad en el tiempo  $t$ . Luego, el valor medio es

$$\langle v_j(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_n^N v_j(t + nT) \quad (5.6)$$

donde  $N$  es el número de ciclos pulsátiles analizados y  $0 < t < T$ . Las fluctuaciones  $v'_j(t)$  se calculan para los  $N$  ciclos, es decir en el intervalo de tiempo  $0 < t < NT$  como

$$v'_j(t) = \langle v_j(t) \rangle - v_j(t) \quad (5.7)$$

donde se utiliza la condición  $\langle v_j(t) \rangle = \langle v_j(t + nT) \rangle$  para  $n = 1, \dots, N$ .

### 5.2.3. Escalas de flujo turbulento y ley 5/3 de Kolmogorov

El modelo de turbulencia de Richardson [80] propone que la energía se transmite en forma de cascada desde los eddies de mayor tamaño hacia los de menor tamaño. Los eddies de mayor tamaño están caracterizados por la longitud  $l_0$  y velocidad  $u_{l_0}$  que son comparables a la longitud y velocidad características del flujo respectivamente. Por lo tanto los valores de Reynolds

también son comparables, lo cual determina que en estas escalas de eddies, los efectos de viscosidad son despreciables. Estos eddies son inestables y se rompen transfiriendo la energía a eddies más pequeños. Este proceso se repite hasta que los valores de Reynolds son suficientemente bajos y la energía cinética se disipa debido a la viscosidad.

Las hipótesis de Kolmogorov responden las preguntas de como son las velocidades  $u_l$  y escalas de tiempo  $\tau_l$  para las escalas intermedias de eddies. Estas hipótesis conducen a una expresión para el espectro de energía.

**Hipótesis de Kolmogorov de isotropía local.** Para Reynolds suficientemente altos, la escala  $l \ll l_0$  es estadísticamente isotrópica.

La escala en la que se inyecta energía al sistema, conocida como *macroescala*, puede ser no homogénea o anisotrópica debido entre otras cosas a condiciones de borde. La hipótesis de isotropía local de Kolmogorov establece que esta información se pierde en la cascada de energía hasta llegar a escalas donde el movimiento es homogéneo e isotrópico.

Kolmogorov hizo la suposición que para llegar a la escala isotrópica, la tasa de transferencia de energía desde los eddies de mayor tamaño se debe a la tasa de disipación  $\epsilon$  y a la viscosidad  $\nu$ . Esto lo especificó en la primera hipótesis de similaridad.

**Primera hipótesis de similaridad.** Para Reynolds suficientemente altos, se define un rango de equilibrio  $l < l_E$  donde la estadística tiene una forma única y universal determinada por  $\epsilon$  y  $\nu$ .

En esta hipótesis,  $l_E$  representa el límite donde comienza la escala de equilibrio y cumple  $l_E < l_0$ . A partir de  $\epsilon$  y  $\nu$  se puede obtener escalas de longitud  $\eta$ , velocidad  $u_\eta$  y tiempo  $\tau_\eta$

$$\eta = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (5.8)$$

$$u_\eta = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (5.9)$$

$$\tau_\eta = \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2} \quad (5.10)$$

Para una segunda hipótesis de similaridad, se observó que el rango de equilibrio es muy amplio y en este se presenta un subrango que cumple  $\eta \ll l < l_E$  en el que la transferencia de energía se debe exclusivamente a  $\epsilon$ .

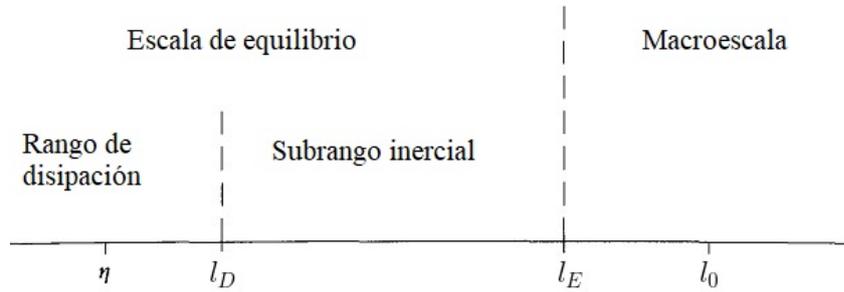
**Segunda hipótesis de similaridad.** Para Reynolds suficientemente altos, en el rango  $l_D < l < l_E$  la estadística tiene una forma única y universal determinada por  $\epsilon$  e independiente de  $\nu$ .

La longitud  $l_D$  representa la cota superior del subrango de disipación. De esta forma, el rango de equilibrio queda dividido en un subrango de disipación  $l < l_D$  donde las escalas quedan dadas por ecuaciones 5.8 a 5.10 y un subrango inercial  $l_D < l < l_E$  donde vale la segunda hipótesis de similaridad, ver fig. 5.2. La TKE en el subrango inercial se escribe como

$$\text{TKE} = \int_{\kappa_E}^{\kappa_D} E(\kappa) d\kappa \quad (5.11)$$

donde  $E(\kappa)$  es el espectro de energía. A partir de la segunda hipótesis de similaridad, por análisis dimensional, se obtiene la ley 5/3 de Kolmogorov para el subrango inercial del espectro de energía

$$E(\kappa) = C\epsilon^{2/3}\kappa^{-5/3} \quad (5.12)$$



**Figura 5.2:** Escalas de la turbulencia. En el rango de disipación domina la disipación  $\epsilon$  y la viscosidad  $\nu$ . En el subrango inercial se cumple la ley 5/3 de Kolmogorov y en la macroescala es donde se inyecta energía al sistema. Modificado de [3].

#### 5.2.4. Intensidad turbulenta

La *intensidad turbulenta* se define como

$$I = \frac{v'_{\text{rms}}}{v} = \frac{\sqrt{\langle v'^2 \rangle}}{v} \quad (5.13)$$

Donde  $v$  es el módulo de la velocidad y  $v'$  su correspondiente fluctuación. En nuestro caso,  $I = I(z, r, t)$ , por lo que se analizaron mapas de colores  $I_{zr}(t)$  que representan la intensidad turbulenta para una ROI determinada,

en un instante de tiempo  $t$ . Analizando estos mapas se pueden determinar los momentos y zonas dentro de cada ROI donde comienza a aumentar la intensidad y eventualmente de comienzo a la transición a la turbulencia.

Además se obtuvieron  $\langle I(z, t) \rangle_r$  que promedia los valores en  $r$ . De esa manera se muestran resultados de  $\langle I(z, t) \rangle_r$  en función del tiempo para distintos valores fijos de  $z$ .

### 5.3. Resultados y discusión

En esta sección mostramos los resultados para las ROI 1 a 4 y los experimentos especificados en la tabla 5.1 con  $\alpha=33.26$  fijo.

$\bar{Re}$	$Re_u$	$d_0$ (cm)
<b>654</b>	820	1.6
<b>1002</b>	820	1.0
<b>1106</b>	1187	1.6
<b>1767</b>	1187	1.0
<b>2044</b>	1625	1.0

**Tabla 5.1:** Condiciones de entrada y diámetro de constricción  $d_0$  para los experimentos correspondientes al presente capítulo. Se mantuvo fijo  $\alpha=33.26$ . Los experimentos quedan identificados por  $\bar{Re}$ .

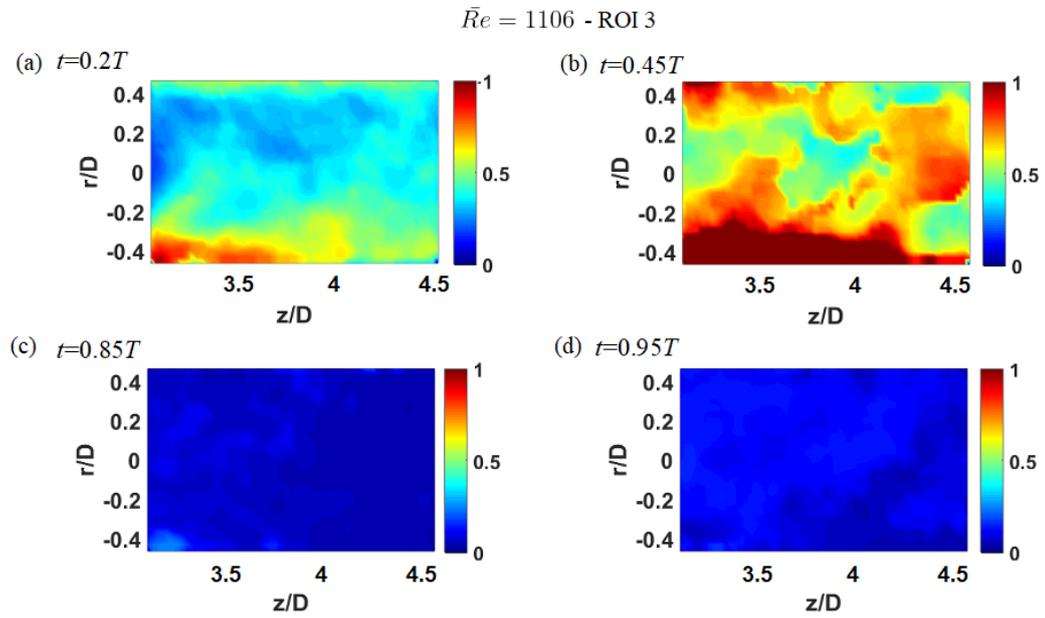
En las próximas secciones se describen en detalle los resultados para  $\bar{Re} = 1106$  de forma representativa para todos los experimentos ya que para los demás experimentos se observan los mismos comportamientos. Al final del capítulo se resumen los resultados para todos los experimentos en la tabla 5.2. Al igual que en los capítulos anteriores, nos referimos a la fase de desaceleración como el intervalo  $0 < t/T < 0.5$  y la fase de aceleración el intervalo  $0.5 < t/T < 1$ .

#### 5.3.1. Intensidad turbulenta

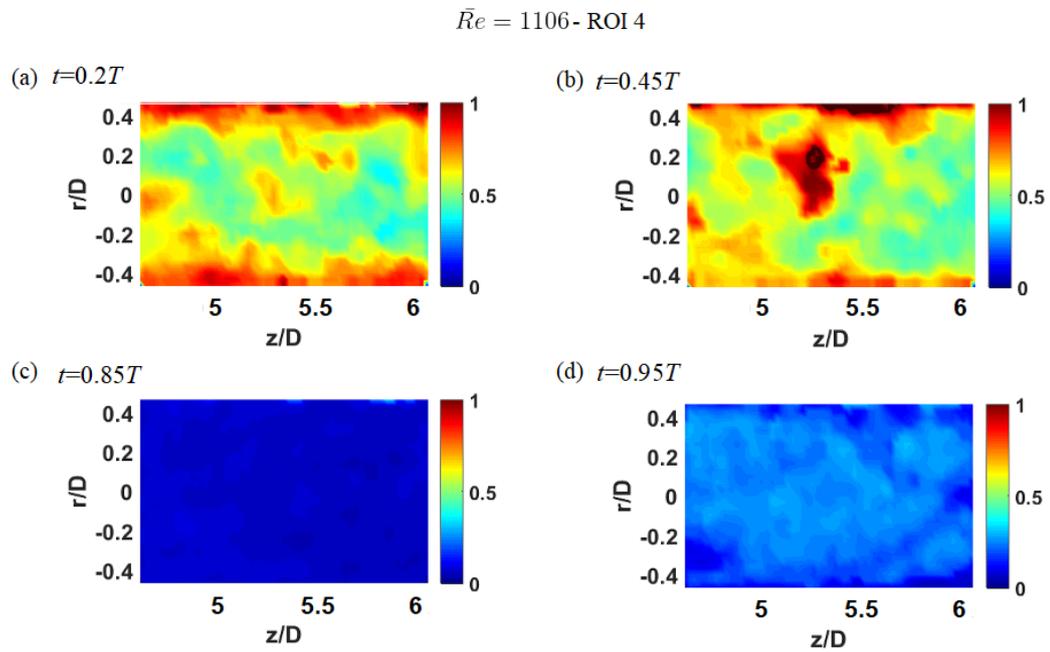
Calculamos la intensidad turbulenta para averiguar las zonas dentro de cada ROI, y los tiempos del ciclo en los que aparecen altas fluctuaciones de velocidad. Caben destacar los siguientes dos aspectos: en primer lugar, la turbulencia en este sistema es un proceso en tres dimensiones [16, 79, 3]. Trabajos previos establecen que calcular la intensidad turbulenta en dos dimensiones

brinda una buena estimación de la misma [81, 82, 83, 84]. En segundo lugar, las variaciones de la intensidad turbulenta por sí solas no determinan que el flujo sea turbulento pero dan un indicio de dónde y cuándo se generan las inestabilidades que puedan dar inicio a una transición a la turbulencia. Las transiciones turbulentas fueron corroboradas mediante el espectro de energía en la secc. 5.3.2.

En las ROI 1 y 2 para  $\bar{Re}=1106$  no se ven incrementos de intensidad turbulenta que sugieran el inicio a la transición turbulenta. No obstante, para las ROI 3 y 4 se ven aumentos localizados de la intensidad turbulenta. En la fig. 5.3 se muestra la intensidad turbulenta normalizada por el máximo en todo el ciclo en la ROI 3. Observamos que en  $t=0.85T$  y  $t=0.95T$  (figs. 5.3 (c) y (d)) la energía turbulenta es uniforme en toda la ROI y con valores por debajo del 20% del máximo. No obstante, en  $t=0.2T$  y  $t=0.45T$  (figs. 5.3 (a) y (b)) observamos un notorio aumento de la intensidad turbulenta, aún cuando disminuye la velocidad en el centerline y por lo tanto en el jet central. Estos tiempos corresponden a la fase de desaceleración, por lo tanto el descenso del flujo quita el forzante de movimiento en la dirección  $z$ . Las partículas dejan de estar fuertemente restringidas a moverse según  $z$  y por conservación de momentum pueden cambiar la dirección. Esto aumenta la fluctuación de velocidad y en consecuencia aumenta la intensidad turbulenta. En concordancia con lo expresado anteriormente, en esta fase se observa un movimiento desordenado. Observamos para  $t=0.2T$  (fig.5.3 (a)) que  $I$  es mayor contra las paredes y en tiempos posteriores se ve el aumento en el resto de la ROI. Esto sugiere que las inestabilidades que llevan a la turbulencia comienzan sobre las paredes.



**Figura 5.3:** Mapas de Intensidad turbulenta normalizada en la ROI 3 para  $\bar{Re}=1106$  en los tiempos  $t=0.2T$  (a),  $t=0.45T$  (b),  $t=0.85T$  (c) y  $t=0.95T$  (d).

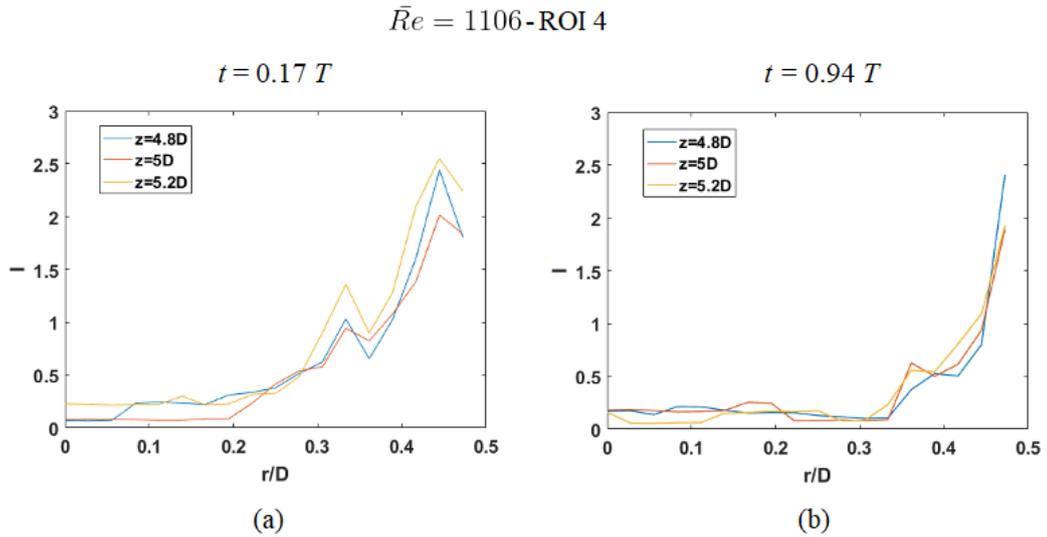


**Figura 5.4:** Mapas de Intensidad turbulenta normalizada en la ROI 4 para  $\bar{Re}=1106$  en los tiempos  $t=0.2T$  (a),  $t=0.45T$  (b),  $t=0.85T$  (c) y  $t=0.95T$  (d).

En la fig. 5.4 se muestra la energía turbulenta normalizada por el máximo

en todo el ciclo para  $\bar{Re}=1106$  en la ROI 4. Análogamente a lo que sucede para la ROI 3, se observa que para la aceleración ( $t=0.85T$ ) y cercano al máximo ( $t=0.95T$ ), la intensidad presenta valores bajos y es uniforme en toda la ROI. Sin embargo para la desaceleración y en el mínimo se observa que la intensidad turbulenta crece, primero cerca de las paredes y luego se expande hacia el centro del tubo.

La fig. 5.5 muestra perfiles de  $I$  en función de  $r/D$  en la ROI 4, para distintos instantes de tiempo y posiciones de  $z$ . Estos perfiles muestran que la intensidad turbulenta próxima a la pared ( $0.3 < r/D < 0.5$ ) es mayor en la fase de desaceleración (fig. 5.5 (a)) que en la fase de aceleración (fig. 5.5 (b)). Por lo tanto esto sugiere que la inestabilidad comienza en tiempos cercanos al máximo, próximo a las paredes y se desplaza al centro. Estos resultados concuerdan con lo hallado por Mizushima *et al.* [78, 77], Sherwin y Blackburn [16].

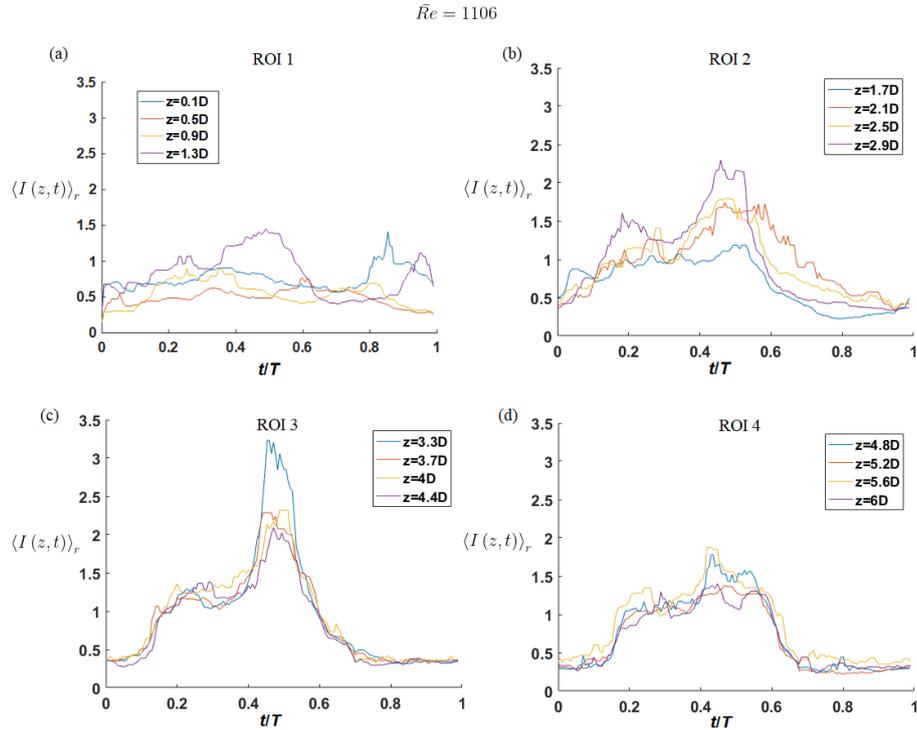


**Figura 5.5:** Intensidad turbulenta en función de  $r$  para  $\bar{Re}=1106$  en  $t=0.17T$  (a) y  $t=0.94T$  (b). Se muestran distintas posiciones en  $z$  para la ROI 4.

En la fig. 5.6 se muestra  $\langle I(z, t) \rangle_r$  en función del tiempo para las ROI 1,2,4 y 4. Se eligieron posiciones en  $z$  desde  $0.1D$  hasta  $6D$  aumentando con un paso de  $0.4D$ . En la ROI 1, vemos que la forma de  $\langle I(z, t) \rangle_r$  en función del tiempo varía para valores cercanos de  $z$ . A partir de la ROI 2, la forma de  $\langle I(z, t) \rangle_r$  vs.  $t$  se vuelve parecida para todos los  $z$  de la ROI. Esto se hace aún más evidente para la ROI 3 donde además alcanza el máximo en  $z = 3.3D$ . En la ROI 4, la intensidad comienza a disminuir con  $z$  pero manteniendo la forma de  $\langle I(z, t) \rangle_r$

vs.  $t$ . Cabe aclarar que para valores de  $\bar{Re}$  mayores, la intensidad turbulenta alcanza su máximo a valores mayores de  $z$ , por ejemplo en la ROI 4.

En la ROI 2,  $\langle I(z, t) \rangle_r$  crece hasta valores aproximados a  $t=0.2T$  y luego decrece. Esto significa que el incremento de intensidad se produce principalmente en la fase de desaceleración. Para las ROI 3 y 4, el mayor crecimiento de la intensidad turbulenta se da en el intervalo aproximado de tiempo de  $0.1T$  a  $0.5T$  que corresponden a la desaceleración. Sin embargo para la ROI 4, en los primeros instantes de la aceleración  $\approx 0.6T$ , la intensidad turbulenta permanece en su máximo. En trabajos previos [78, 85] se asocia el crecimiento de la intensidad turbulenta con la aparición de inestabilidades que dan lugar a la transición turbulenta. Partiendo de esta hipótesis, nuestros resultados muestran que dicha inestabilidad alcance los  $z$  más lejanos en tiempos mayores. Esto sugiere que la inestabilidad se traslada a lo largo de  $z$  como fue observado anteriormente [78].



**Figura 5.6:**  $\langle I(z, t) \rangle_r$  en función del tiempo para todas las ROI. Se eligieron posiciones en  $z$  desde  $z=0.1D$  hasta  $z=6D$  con un paso de  $0.4D$ .

Los valores de Reynolds y de  $z$  donde se presentan las principales variaciones de intensidad turbulenta se encuentran en el entorno donde se da la transición a la turbulencia según trabajos previos[6, 16, 4].

### 5.3.2. Espectro de energía

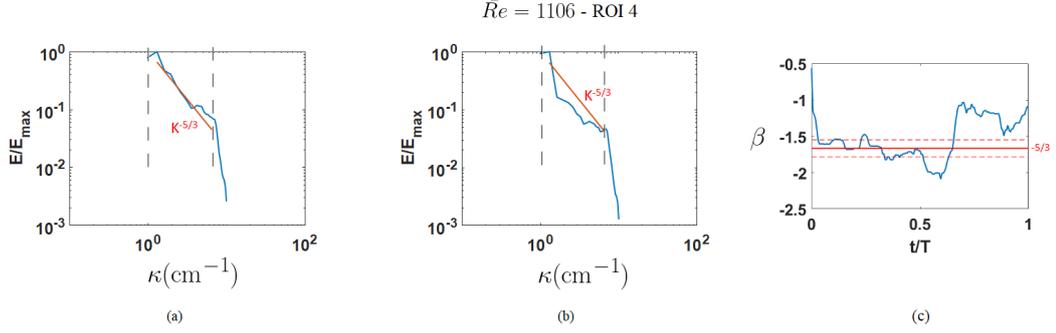
Vimos que la intensidad turbulenta sirve para identificar inestabilidades que intervienen en el inicio de la turbulencia [78, 85]. Sin embargo, la presencia de inestabilidades o altos valores de intensidad turbulenta no determinan que el flujo sea turbulento. Para constatar la transición a la turbulencia, calculamos espectros de energía en función de la longitud de onda para todos los tiempos del ciclo pulsátil. Luego corroboramos en cuales ROI e intervalos de tiempo se ajustan a la ley de Kolmogorov 5/3 de la ec.5.12. Este análisis no fue realizado en la bibliografía consultada.

En la fig. 5.7 se observa el espectro de energía normalizado para  $\bar{Re}=1106$  en la ROI 4. La fig. 5.7(a) muestra que en  $t=0.2T$ , el espectro sigue una tendencia  $\kappa^{5/3}$  para valores  $1.3 < \kappa < 7.5$  en  $\text{cm}^{-1}$ . Esta región corresponde al subrango inercial y está delimitada por líneas verticales punteadas. Por el contrario en  $t=0.95T$  (fig. 5.7(b)) el espectro no sigue la tendencia  $\kappa^{5/3}$ .

Este rango de  $\kappa$  mencionado corresponde a una escala de longitud de  $0.13 < l < 0.77$  en cm y fue utilizado para ajustar el espectro de energía en el subrango inercial en todos los experimentos. Se puede estimar[3] el valor de  $l_E$  como  $l_E \approx 1/6l_0 \approx 0.44$  cm y  $\eta \approx \bar{Re}^{-3/4}l_0$ , luego  $l_D$  es generalmente un orden de magnitud mayor que  $\eta$ , por lo que estimamos  $l_D \approx 0.13\text{cm}$ . Por lo tanto, según esta estimación el ajuste a la ec.5.12 se da en la escala correspondiente al subrango inercial y se solapa con parte de la macroescala correspondiente a  $l$  entre 0.44cm y 0.77cm.

En la fig. 5.7 (c) se muestra el coeficiente  $\beta$  obtenido del ajuste lineal entre  $\text{Ln}(E/E_{\text{max}})$  y  $\text{Ln}(\kappa)$ . Observamos que en la mayor parte de la fase de desaceleración,  $\beta$  está en el entorno de  $-5/3$  con un error de  $\pm 5\%$ . Por lo tanto concluimos que  $\bar{Re}=1106$  en la ROI 4, se ajusta a la ley de Kolmogorov en la fase de desaceleración.

Se verificaron las ROI e intervalos de tiempo que se ajustan a la ley de Kolmogorov para todos los experimentos. Los resultados se resumen en la tabla 5.2. En la misma se especifica para cada ROI, los subintervalos del ciclo pulsátil en los que el espectro se ajustaba a la ley de Kolmogorov. Estos intervalos se designan como aceleración (acel.) y desaceleración (desacel.) para independizarse de las posibles diferencias de  $V_Z$  en función del tiempo entre experimentos distintos.



**Figura 5.7:** Espectro de energía normalizado en función de  $\kappa$  para  $\bar{Re}=1106$  en la ROI 4 en  $t=0.2T$  (a) y  $t=0.95T$ (b). Las líneas punteadas verticales delimitan el subrango inercial. (c) Ajuste del coeficiente  $\beta$  en función del tiempo. Las líneas punteadas delimitan una incertidumbre de  $\pm 5\%$  alrededor de  $-5/3$  (línea sólida en rojo).

$\bar{Re}$	ROI 1	ROI 2	ROI 3	ROI 4
654	-	-	2a. mitad desacel.	desacel.
1002	-	desacel. y mínimo	2a. mitad desacel. mínimo	2a. mitad desacel. mínimo
1106	-	mínimo	mínimo y máximo	mínimo 1a. mitad acel
1767	-	-	mínimo 1a. mitad subida	mínimo
2044	-	-	mínimo	mínimo

**Tabla 5.2:** Intervalos de tiempo donde se cumple Ley de Kolmogorov para todos los experimentos y ROI.

Se observa que a medida que aumente  $\bar{Re}$  la turbulencia aparece en intervalos de tiempo menores y en  $z$  mayores. Esto se debe a que la turbulencia se desarrolla cada vez más lejos de la constricción a medida que aumenta el número de Reynolds como también se muestra en trabajos previos [16, 6]. Por lo tanto suponemos que para el experimento  $\bar{Re}=2044$  la zona aguas abajo que observamos no es lo suficientemente extensa como para ver donde se desarrolla la turbulencia por completo. De la misma manera en nuestros experimentos no llegamos a observar la relaminarización ya que esta ocurre para  $z > 6D$  como lo detalla Varghese *et al.* [43].

En trabajos previos [86, 87] clasifican dos tipos de turbulencia en este tipo de sistemas: en primer lugar una turbulencia que se genera periódicamente

y que aparece debido a las fluctuaciones que sufre la velocidad al comienzo de la fase de desaceleración. En segundo lugar, la turbulencia completamente desarrollada que aparece para el período pulsátil completo. En este sentido, podemos afirmar que nuestros resultados coinciden con la descripción de primer tipo.

## 5.4. Conclusiones

En este capítulo se estudió la transición a la turbulencia en todas las ROIs 4 para  $\alpha=33.26$  fijo,  $d_0=1.0$  cm y 1.6 cm y  $\bar{Re}$  entre 654 y 2044. Se calculó la intensidad turbulenta y se observó que las fluctuaciones que pueden dar inicio a la transición inicialmente se localizan próximo a las paredes y luego se desplazan a lo largo del tubo. Se encontraron los intervalos de tiempo en los que hay transición a la turbulencia a partir de un ajuste del espectro de energía a la ley de Kolmogorov para cada instante de tiempo. Además, este ajuste permitió estimar las escalas correspondientes al subrango inercial, rango de disipación y macroescala. Los resultados mostraron que para el rango de Reynolds estudiado, la transición ocurre en la mayoría de los casos durante la fase de desaceleración, debido a que el flujo se desordena en dicha fase. Finalmente, el análisis por ley de Kolmogorov e intensidad turbulenta mostró que a medida que aumenta el Reynolds, la transición a la turbulencia ocurre en regiones más alejadas de la constricción. Los resultados presentados en este capítulo culminan con el análisis relacionado a los vórtices en el tubo rígido con constricción axisimétrica.

# Capítulo 6

## Aplicación a modelos elásticos

### 6.1. Introducción

Hasta aquí hemos estudiado diversos aspectos del flujo pulsátil en un tubo rígido con constricción. Este representa una primera aproximación del flujo en arterias con estenosis. No obstante, nos interesa estudiar modelos más realistas que contemplen, por ejemplo, paredes elásticas. En esta parte del trabajo, se describen los resultados en un modelo elástico con estenosis no simétrica y distintos grados de constricción.

En particular nos centramos en un estudio de la mezcla, zonas de recirculación y zonas de estancamiento utilizando una descripción lagrangiana. Este tipo de análisis sobre la topología de los procesos de transporte, es sabido que puede aportar información relevante sobre el crecimiento de estenosis y su eventual ruptura [30, 31, 27].

Las estructuras lagrangianas coherentes LCS, definidas en 4.2 , son una herramienta usada también en estos sistemas para describir el transporte. [63, 88]. Análogamente, los residence times RT, definidos en 4.3.2, se utilizan en una amplia gama de estudios hemodinámicos [89, 90, 91, 57, 92, 60, 19, 17, 93]. No obstante, no son muchos los estudios que se enfocan en la descripción lagrangiana del flujo en una arteria con estenosis. En los trabajos de Jeronimo *et al.* [90, 91] utiliza *Particle Residence Time* PRT, que difiere de RT ya que rastrea los trazadores de fluido experimentalmente mientras que RT se basa en adveccion trazadores artificiales a partir del campo de velocidad euleriano. El modelo de arteria constaba de un tubo rígido con constricción seguido de un cambio de diámetro abrupto. Otros trabajos se basan en campos instantáneos

de velocidad obtenidos numéricamente [52, 43, 94] o en experimentos in vitro [52, 95, 96, 97].

En el trabajo de Usmani *et al.* [52] usan un modelo elástico de arteria transparente, en la que se pueden medir los campos de velocidad con DPIV óptico. En dicho trabajo se analiza el flujo desde una perspectiva euleriana. No tenemos conocimiento de trabajos experimentales que utilicen LCS para estudiar el flujo en símiles de arterias elásticas realistas con estenosis.

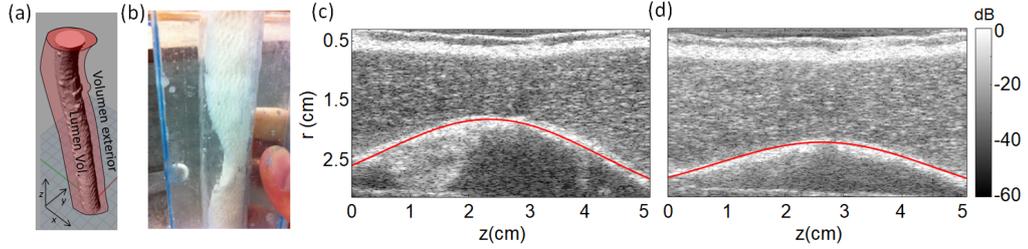
En el presente capítulo se estudia el transporte y la dinámica de vórtices en un símil de arteria con estenosis con morfología, propiedades mecánicas y ópticas que se aproximan a las de una arteria real. Debido a la opacidad del modelo arterial, en lugar de usar el DPIV óptico usado en los capítulos anteriores, en este capítulo se utilizó PIV ultrasónico (Echo-PIV) para obtener los campos de velocidad. A partir de estos, se calcularon campos FTLE, mapas RT y mapas de posición final FP, que son una variante de los mapas  $r_f$ . Se estudió la dinámica del flujo aguas abajo y aguas arriba de la estenosis en función del número de Reynolds y el grado de constricción.

## 6.2. Materiales y métodos

### 6.2.1. Fabricación del modelo elástico

Se utilizó un modelo de aorta elaborado a partir de imágenes de tomografía computada de un paciente sano. Se utilizó el proceso descrito en Bernal *et al.* [98], en el que se reconstruyeron por separado el lumen y el volumen exterior, ver fig. 6.1 (a). Para cada una de estas geometrías se fabricó un molde con una *máquina de control numérico computarizado* (CNC). Luego el molde del lumen se colocó dentro del molde del volumen exterior y el espacio entre ambos moldes fue rellenado con una solución al 10% de *Alcohol polivinílico hidrolizado* (PVA) para crear las paredes. Previo a la inyección del polímero, se reforzó el núcleo con una malla para que la pared pueda soportar presiones fisiológicas y le brinda propiedades mecánicas similares a las de una arteria [98, 99], ver fig. 6.1 (b). Finalmente, el modelo se sometió a siete ciclos de congelamiento y descongelamiento para polimerizar el PVA. Luego se abrió el molde y se quitó la geometría del lumen. Los modelos tienen una longitud de 17cm, diámetro externo de 2.4 cm y el espesor de la pared es  $\approx 0.3$  cm. Para presiones fisiológicas de 80/120 mmHg, los modelos mostraron una dependen-

cia no lineal en el módulo de cizalla de  $\approx 133$  KPa a  $\approx 209$  Kpa con un 10% de error. Estos valores implican un comportamiento biomecánico similar al de una aorta de cerdo [98, 99].



**Figura 6.1:** (a) Volúmenes reconstruidos por imágenes de tomografía computada: volumen del lumen y volumen exterior. (b) Volumen del lumen envuelto con la malla de refuerzo. (c) y (d) Imágenes ecográficas (modo B) de los modelos con constricción del 50 % y 35 % respectivamente. Se muestra en rojo el perfil Gaussiano que corresponde a la estenosis.

Se hicieron tres modelos: sin constricción, con constricción en diámetro de 35 % y con constricción de 50 %. Para los modelos con constricción se modificó la geometría del lumen, lo que resultó en una estenosis de PVA. El perfil de la estenosis se eligió Gaussiano según

$$r_{st} = A_0 \exp\left(-\frac{z}{2\sigma^2}\right) \quad (6.1)$$

donde  $r_{st}$  es el espesor de la estenosis y  $\sigma=1.85$  cm lo que da un ancho de  $\approx 4.35$  cm a la mitad del espesor. El valor  $A_0$  fue elegido de manera que el espesor máximo de la estenosis sea  $\approx 0.8$  cm y  $\approx 1.2$  cm resultando en una reducción del diámetro de 35 % y 50 % respectivamente. El módulo de Young es de  $55 \pm 13$  KPa y fue medido por elastografía en un ecógrafo Aixplorer (Supersonic Imagine). Las figs. 6.1 (c) y (d) muestran una imagen ecográfica (modo B) de cada modelo de estenosis con el perfil Gaussiano resaltado por una línea roja.

### 6.2.2. Circuito hidráulico y Echo-PIV

Se usó el circuito detallado en la secc. 2.1, donde en lugar del tubo rígido, se colocó el modelo de arteria elástica. El símil de arteria se colocó en un recipiente dentro de un baño de agua y se usaron dos sensores de presión, uno a la entrada y el otro a la salida de la arteria.

Los campos de velocidad fueron obtenidos usando PIV por ultrasonido

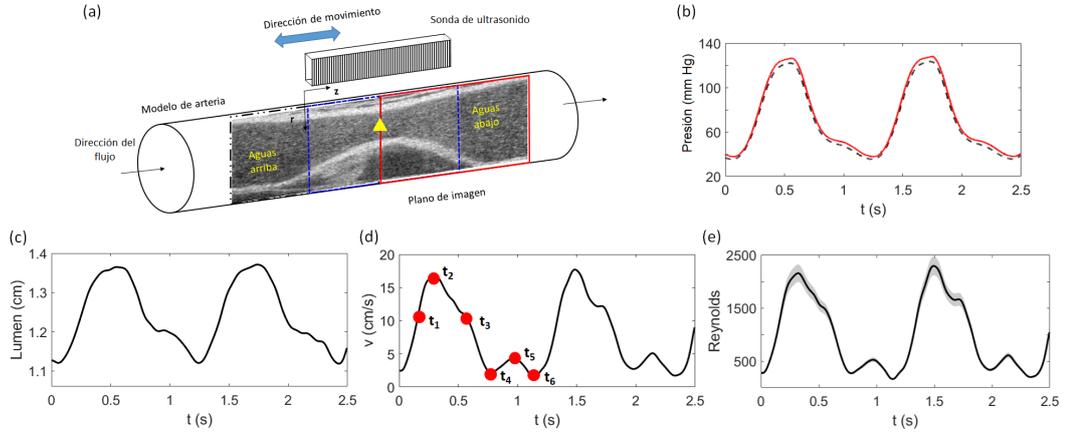
(Echo-PIV) que obtiene las imágenes por ultrasonido [100, 101, 102] y luego son procesadas de la misma manera que fue explicada en sec 2.3. Las partículas usadas fueron las mismas que para DPIV óptico, es decir microesferas de poliamida de  $50 \mu\text{m}$  de diámetro y flotabilidad neutra (DANTEC, PSP-50) en una concentración de 0.2 g/l para todos los experimentos.

Se obtuvieron imágenes ultrasónicas modo-B durante 2.5 s a 200 imágenes por segundo. Se utilizó un ecógrafo Verasonic Research Ultrasound System conectado a una sonda (Vermon) de 15 MHz, 256 elementos y distancia entre centros de elementos contiguos (*pitch*) de 0.2 mm. En aplicaciones de ultrasonido se suele usar la coordenada  $z$  para la profundidad, la dirección perpendicular a los elementos de la sonda, que en este caso es la dirección radial a de la arteria. Sin embargo, para mantener la nomenclatura usada en capítulos anteriores, a lo largo de este capítulo  $r$  se refiere a la dirección radial y  $z$  a la dirección axial de la arteria. La coordenada  $r$  se midió desde la sonda. La resolución en esta dirección era de 0.1 mm. La sonda fue ubicada como se muestra en la fig. 6.2 (a) para obtener imágenes en el plano que contiene al eje de la arteria. La sonda no estaba en contacto directo con la pared de la arteria para no modificar el movimiento de la pared misma. En su lugar se usó el baño de agua como medio de acople entre pared y sonda. En la fig. 6.2 (a) se observan tres regiones en las que se tomaron datos: aguas arriba (negro), estenosis (azul) y aguas abajo (rojo). Tal como se detalló en 2.3, se usó el software PIVlab para calcular los campos de velocidad. Se emplearon ventanas de  $0.64 \times 0.32 \text{ cm}^2$  y 75% de solape, lo que dió una resolución radial y axial de 1.6mm y 0.8 mm respectivamente.

### 6.2.3. Parámetros del flujo

La frecuencia pulsátil se fijó en un valor  $T \approx 1.11 \text{ s}$  para todos los experimentos. Este valor corresponde a 55 pulsaciones por minuto y se acerca a la frecuencia de un corazón humano. La forma de la presión también se acerca a la de una aorta descendente humana [103] y se muestra en 6.2 (b) para la arteria con 50% de constricción.

Se programó la bomba para alcanzar Reynolds máximos aguas arriba con valores de 1100, 1500 y 2000. Una vez colocado el modelo arterial, se midió el diámetro interno con imágenes de modo B y la velocidad con Echo-PIV para todos los instantes de tiempo (figs. 6.2 (c) y (d) respectivamente). A partir de



**Figura 6.2:** Regiones de interés en el modelo arterial y condiciones de flujo. (a) diagrama de la sonda ultrasónica y el movimiento a lo largo del plano que pasa por el centro (plano  $rz$ ). La coordenada  $r$  tiene origen en la pared. Se indican tres ROIs: aguas arriba (negro), estenosis (azul), aguas abajo (rojo). (b) Presión a la entrada (rojo) y a la salida (negro) del modelo con constricción 50% a  $Re=2000$ . (c) Tamaño del lumen en función del tiempo. (d) velocidad en el centerline de la boca de la estenosis (triángulo amarillo) en función del tiempo. (e)  $Re$  en función del tiempo, calculado según (c) y (d). La sombra gris indica el error en  $Re$  debido al error en el diámetro que es 0.1mm.

estos valores se calcula el Reynolds instantáneo  $Re = Dv/\nu$ , como se muestra en la fig. 6.2 (e). Para los  $Re$  máximos se observaron pequeñas desviaciones respecto a los valores programados en la bomba pulsátil, esto se debe a las diferencias de respuesta mecánica entre arterias.

En la tabla 6.1 se resumen los valores de parámetros para los distintos experimentos. Finalmente, la forma de velocidad fue mantenida para todos los experimentos y se seleccionaron los instantes de tiempo  $t_1$  a  $t_6$  con valores  $0.25T$ ,  $0.40T$ ,  $0.55T$ ,  $0.70T$ ,  $0.85T$  y  $T$  en los que se analizan los resultados (ver fig. 6.2 (d)).

#### 6.2.4. Métodos para estudiar mezcla

Para analizar el transporte y mezcla se utilizaron algunas de las herramientas lagrangianas definidas en el capítulo 4. Por ejemplo, se analizaron las LCS obtenidas por campos FTLE y los mapas de residencia RT. Además se calculó una variación de los mapas  $r_f$  (4.3.3) que son los mapas de posición final por región FP. En estos mapas, cada pixel corresponde a la posición inicial de la partícula y el color del pixel representa una determinada región dentro de la

Constricción	$Re^\dagger$		$v_{max}$ (cm/s)	$v_{min}$ (cm/s)	$D_{max}$ (cm)	$D_{min}$ (cm)	$Re_{max}$	$Re_{min}$	$P_{max}$ (mmHg) <sup>°</sup>	$P_{min}$ (mmHg) <sup>°</sup>
50 %	2000	entrada	8.11	0.29	2.49	2.37	1950	100	128	37
		boca	17.7	1.39	1.37	1.12	2290	160	123	35
	1500	entrada	6.13	0.20	2.37	2.28	1422	47	64	24
		boca	12.1	0.49	1.22	1.06	1401	55	59	22
35 %	2000	entrada	4.77	0.20	2.31	2.19	1087	45	43	18
		boca	9.73	0.39	1.13	0.98	1034	43	40	17
	1500	entrada	8.39	0.21	2.54	2.40	1983	50	95	18
		boca	12.67	0.51	1.77	1.50	1963	81	92	18
0 %	2000	entrada	7.19	0.32	2.43	2.24	1694	71	45	11
		boca	9.12	0.28	1.64	1.39	1424	43	43	11
	1100	entrada	5.74	0.28	2.35	2.18	1288	65	27	8
		boca	7.58	0.22	1.55	1.31	1107	32	25	8
2000	entrada	7.64	0.49	2.41	2.29	1806	112	133	32	

**Tabla 6.1:** Resumen de las condiciones y parámetros experimentales del flujo.  $Re^\dagger$  corresponde al valor de Reynolds programado en la bomba. El superíndice <sup>°</sup> en  $P_{max}$  y  $P_{min}$  significa que las filas “entrada” y “boca” se refieren a entrada y salida respectivamente.

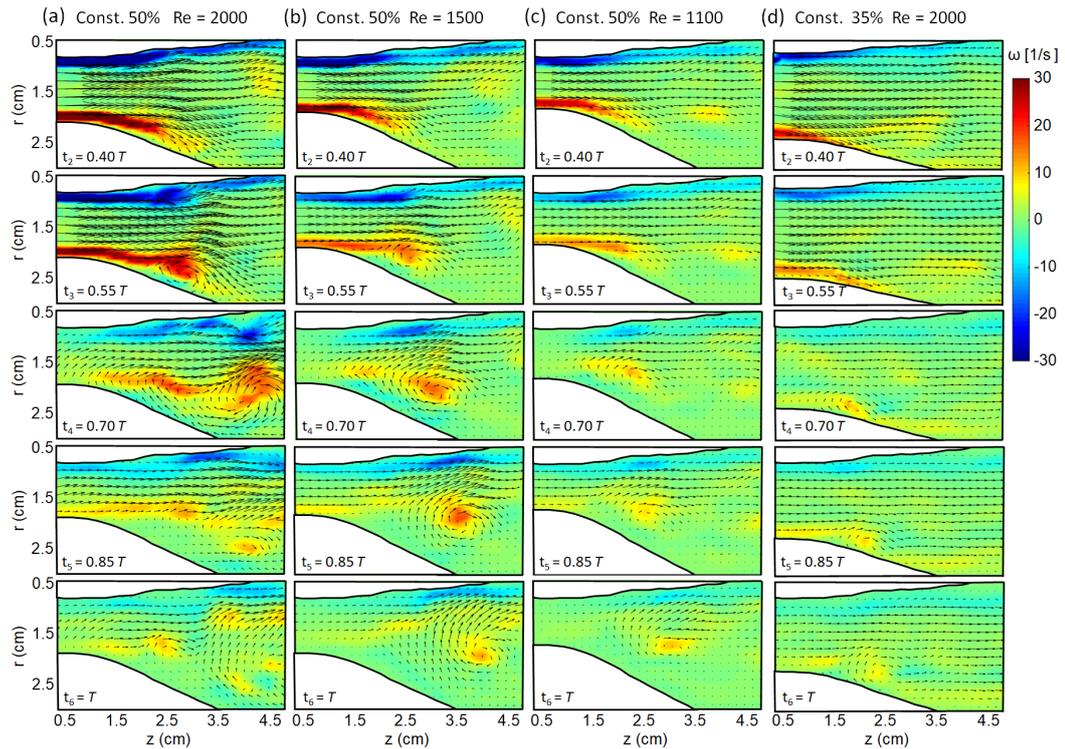
ROI. En nuestro caso la región aguas abajo fue dividida en tres subregiones por lo que los mapas FP identifican dichas subregiones con tres colores distintos, ver fig. 6.6.

### 6.3. Resultados

Se comprobó que el flujo es laminar para la arteria sin estenosis o en la zona aguas arriba de las arterias con estenosis. Para estas últimas, en la región aguas abajo se observa la formación y desprendimiento de vórtices a medida que aumenta  $Re$  y nos centraremos en mostrar resultados en estos modelos. La fig. 6.3 muestra los campos de velocidad y la vorticidad en colores para todos los experimentos en los instantes  $t_2$  a  $t_6$ . En esta figura se resaltan las principales estructuras del flujo: un jet encima de la estenosis y una zona de recirculación contra la estenosis donde se forman y desprenden los vórtices. Vemos que estas estructuras son similares a las que aparecen en el flujo con constricción simétrica. Se diferencian en que para las arterias elásticas, la constricción asimétrica genera vórtices sobre la pared inferior y el jet se ubica sobre la boca de la estenosis i.e. el punto más alto de la estenosis. Mientras que para el modelo de tubo rígido con constricción simétrica el jet se ubica en el centro del tubo y se genera un anillo de vórtices que en el plano se ve como dos vórtices, uno contra la pared inferior y el otro contra la pared superior.

Para una constricción de 35 % a  $Re=2000$  se ve una pequeña región de recirculación sin desprendimiento (Fig. 6.3 (d)). Para esta misma arteria y  $Re$  menores a 2000, el flujo es laminar. Para la arteria con 50 % de constricción,

el desprendimiento de vórtice ocurre para todos los experimentos (Figs. 6.3 (a)-(c)). A medida que aumenta  $Re$ , aumenta la vorticidad y el tamaño de los vórtices. Se siguió el desplazamiento del centro de los vórtices y se observó que la velocidad es 1.9 cm/s, 2.8 cm/s y 6.2 cm/s para  $Re = 1100$ , 1500 y 2000 respectivamente confirmando el aumento de la velocidad de desplazamiento con  $Re$ .

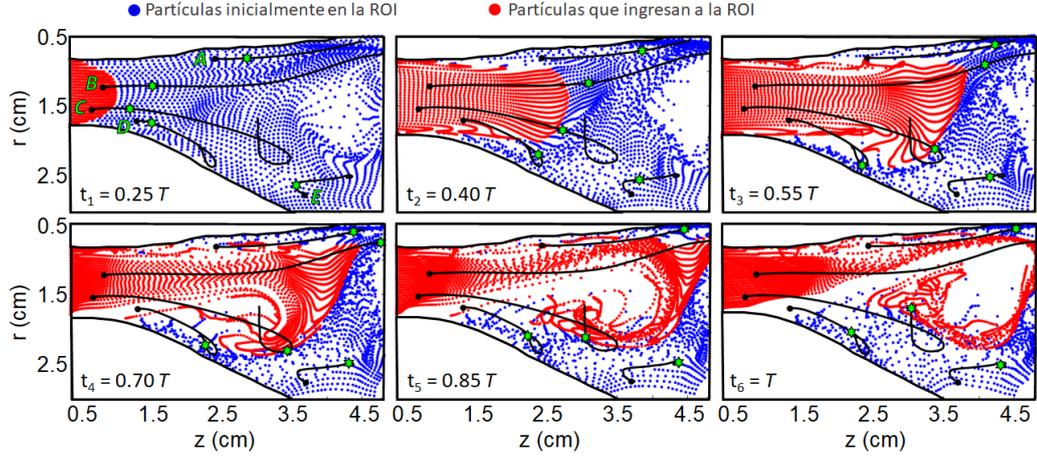


**Figura 6.3:** Campos de velocidad  $v(cm/s)$  superpuestos a los campos de vorticidad  $\omega(1/s)$  en los tiempos  $t_2$  a  $t_6$  para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %,  $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %,  $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %,  $Re = 1100$  y (d) Constricción 35 %,  $Re = 2000$ . La escala de vorticidad es la misma para todas las figuras.

### 6.3.1. Descripción de trayectorias

El jet y el vórtice son las principales estructuras del flujo aguas abajo de la constricción por lo tanto serán las principales estructuras responsables de la mezcla. En la fig. 6.4 se muestra la advección de partículas para la arteria con 50 % de constricción a  $Re = 1500$  en los tiempos  $t_1$  a  $t_6$ . Llamamos *fluido inicial* a las partículas presentes en la ROI en el tiempo inicial  $t_0 = 0$  s y se representan en azul. Las partículas que ingresaron en los instantes posteriores

se representan en rojo y constituyen el *fluido entrante*.



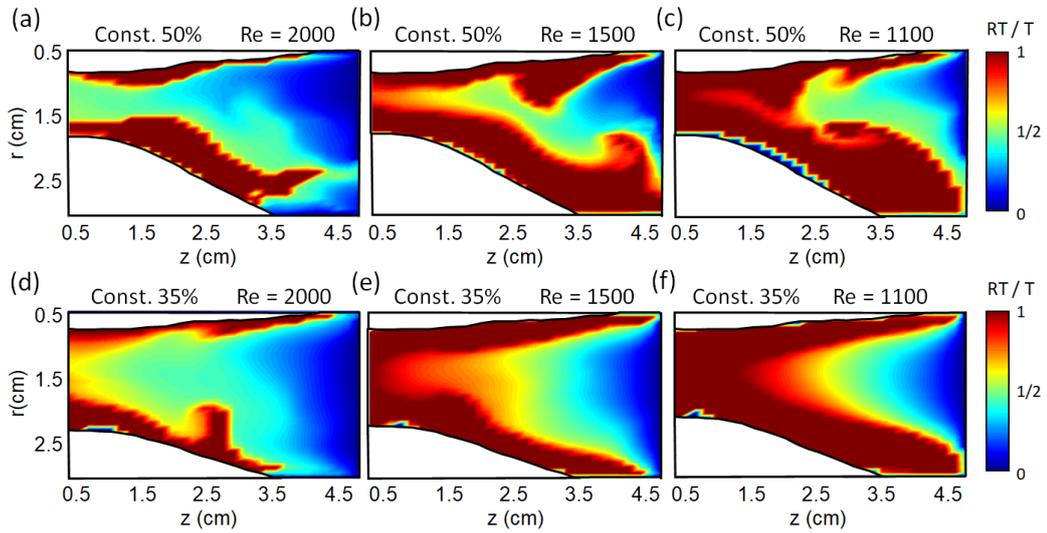
**Figura 6.4:** Advección de partículas para el modelo de arteria con 50% de constricción a  $Re = 1500$ . Se advectan partículas desde el instante  $t = 0$  durante un período y se muestran los instantes  $t_1$  a  $t_6$ . En azul se muestran las partículas presentes desde el instante inicial y en rojo las partículas que fueron ingresando a la ROI. Se muestran trayectorias (nombradas de A a E) con trazos en negro. Los puntos negros representan la posición inicial y las estrellas en verde representan la posición en el instante indicado.

Las características de los procesos de transporte se muestran en la fig. 6.3. A medida que el flujo ingresa por el jet, las partículas sobre el borde del jet no se mezclan con el fluido inicial. La mezcla se da en la zona de recirculación, donde el fluido inicial es arrastrado y removido del vórtice. Finalmente, algunas partículas se encuentran confinadas a una subregión específica durante todo el ciclo. Por ejemplo, se ven adheridas a la estenosis o próximas a la misma. Se muestran trayectorias representativas de estas tres situaciones con líneas y círculos en negro que representan trayectoria y posición inicial respectivamente. En verde se muestra la posición en el instante indicado. Las trayectorias A y B corresponden a partículas que se desplazan aguas abajo por el flujo entrante. La trayectoria C representa una partícula que se mueve aguas abajo y luego es arrastrada por el vórtice. Finalmente, las trayectorias D y E son las partículas confinadas contra y cercano a la estenosis respectivamente.

### 6.3.2. Mapas RT y mapas FP

La fig. 6.5 muestra los mapas RT para los distintos experimentos. Se observa que el jet posee tiempos de permanencia bajos ( $< T/2$ ) y la región de

recirculación posee tiempos de permanencia altos ( $> T/2$ ). Para un determinado  $Re$  los RT de las partículas inicialmente en la zona de recirculación aumenta con el grado de constricción. Por ejemplo para  $Re=2000$  observamos un aumento de RT en aproximadamente toda la ROI al comparar la constricción de 50 % (fig. 6.5 (a)) con la de 35 % (fig. 6.5 (d)). También observamos que el área ocupada de la región con altos RT (próximos a  $T$ ) es mayor para el modelo con constricción 50 %. Se observa que esta tendencia se repite para el resto de los experimentos si comparamos las figs.6.5 (b) con 6.5 (e) y las figs. 6.5 (c) con 6.5 (f). Finalmente, para una constricción dada, los RT en toda la ROI decrecen a medida que aumenta  $Re$ .

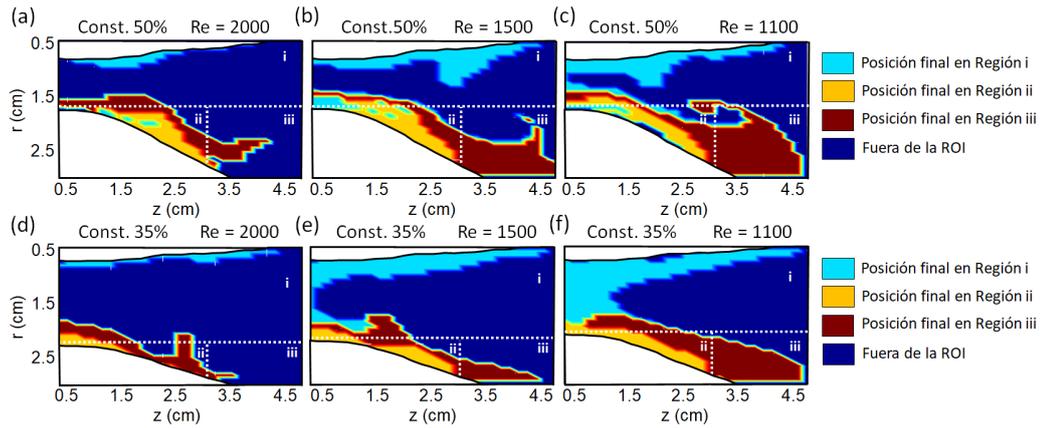


**Figura 6.5:** Mapas de tiempos de permanencia RT para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %,  $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %,  $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %,  $Re = 1100$ , (d) Constricción 35 %,  $Re = 2000$ , (e) Constricción 35 %,  $Re = 1500$  y (f) Constricción 35 %,  $Re = 1100$ . Cada pixel corresponde a la posición inicial de la partícula y el color representa el tiempo que permanece la partícula en la ROI.

Al igual que en el cap. 4, la información dada por los mapas RT fue complementada con la información espacial dada por los mapas FP, como se muestra en la fig. 6.6. Se dividió la ROI en tres subregiones diferentes:  $i$  es la región ocupada por el jet,  $ii$  es la región de la estenosis y  $iii$  es la región detrás de la estenosis. Dichas regiones están indicadas por líneas blancas en la fig. 6.6. La elección de estas regiones nos permitió comprobar los tres tipos de trayectorias mostrados en la fig. 6.4 y especificados en la secc. 6.3.1: partículas arrastradas por el flujo, partículas arrastradas por el vórtice y partículas confinadas. En la fig. 6.6 los colores cian, naranja y rojo corresponden a partículas cuya posición

final está en  $i$ ,  $ii$  y  $iii$  respectivamente. En azul se representan partículas que abandonaron la ROI antes de terminado el ciclo.

En la fig. 6.6 observamos que parte de las partículas con valores altos de  $RT$  que inicialmente estaban en la zona de la estenosis ( $ii$ ), se movieron a la región  $iii$  mientras que el resto permanecieron en la estenosis. El número de partículas que permanecen en la estenosis no depende fuertemente de  $Re$ . Si comparamos las figs. 6.6 (a) y (c) vemos que el tamaño de la superficie naranja permanece aproximadamente constante. No obstante, se muestra que a menor número de  $Re$ , mayor número de partículas que permanecen en  $i$  y  $iii$ . Finalmente, también se observan algunas regiones en cian dentro de la región  $ii$  en las figs. 6.6 (a) y (b). Estas regiones corresponden a partículas que fueron arrastradas a la región  $i$  por el vórtice.

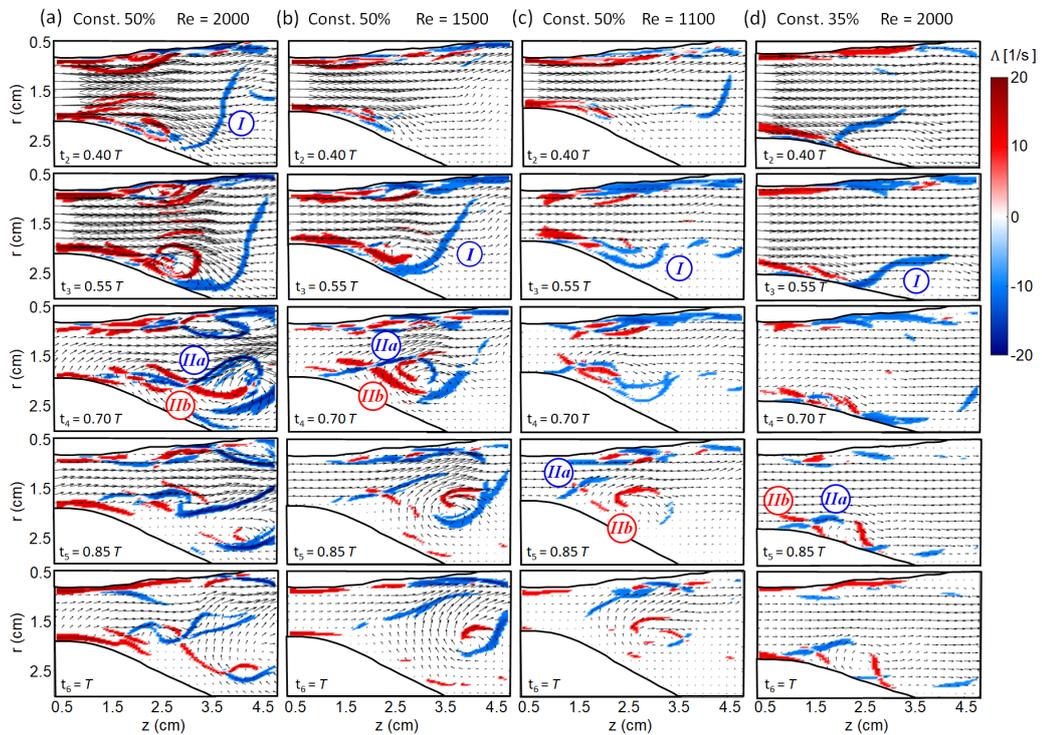


**Figura 6.6:** Mapas FP para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %,  $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %,  $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %,  $Re = 1100$ , (d) Constricción 35 %,  $Re = 2000$ , (e) Constricción 35 %,  $Re = 1500$  y (f) Constricción 35 %,  $Re = 1100$ . Cada pixel corresponde a la posición inicial de la partícula y el color representa la posición final dentro de las regiones  $i$ ,  $ii$ ,  $iii$  o fuera de la ROI.

### 6.3.3. Estructuras lagrangianas coherentes

La fig. 6.7 muestra las crestas de los campos FTLE superpuestas a los campos de velocidad para 5 instantes de tiempo. Las crestas en rojo y azul corresponden a las LCS repeloras ( $\Lambda^+$ ) y atractoras ( $\Lambda^-$ ) respectivamente. Observamos distintas LCS que se relacionan al jet y al vórtice. La LCS indicada como  $I$  es el borde frontal del jet. Esta LCS separa el flujo que ingresa del flujo que ya estaba en la ROI (corresponde al flujo rojo y azul respectivamente de

la fig. 6.4). Observamos que la intensidad y longitud de esta barrera aumenta con  $Re$ . La LCS llamada  $IIa$  y  $IIb$  en la fig. 6.7 se relacionan con el vórtice. Ambas LCS delimitan al vórtice en todos los instantes y son responsable de la mezcla detrás de la estenosis (región  $iii$ ). Las partículas de fluido atrapadas entre dichas barreras se trasladan junto al vórtice. Observamos que el valor de FTLE en estas dos barreras aumenta con  $Re$  mientras que la forma que delimitan ambas LCS en general se conserva. Finalmente, se observa un vórtice adicional en la pared superior de la arteria, ver fig. 6.7 (a) y (b).



**Figura 6.7:** LCS y campos de velocidad para los tiempos  $t_2$  a  $t_6$  para los siguientes experimentos: (a) Constricción 50 %,  $Re = 2000$ , (b) Constricción 50 %,  $Re = 1500$ , (c) Constricción 50 %,  $Re = 1100$  y (d) Constricción 35 %,  $Re = 2000$ . Crestas de campos  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$  se representan en rojo y azul respectivamente.

## 6.4. Discusión

En esta parte del trabajo se combinaron métodos eulerianos y lagrangianos para analizar la dinámica de vórtices y el transporte en un modelo de arteria elástica con estenosis. La morfología y propiedades mecánicas de este modelo se aproximan al de una arteria real. Observamos que el flujo en la región aguas abajo está compuesto por dos estructuras fundamentales: un jet paralelo a

la arteria y de alta velocidad y una zona de recirculación donde se forman y desprenden vórtices. Este resultado es consistente con trabajos previos en modelos axisimétricos [43, 96, 97] y no simétricos [95, 52].

En los experimentos en los que se observó desprendimiento de vórtices, pudimos seguir el desplazamiento del mismo y obtener la velocidad axial de propagación. Si bien en la literatura no encontramos estos valores (para este tipo de sistemas), pudimos deducirlas del trabajo de Geoghegan *et al.* [96] y estos son mayores en un factor  $\approx 10$  comparados con los nuestros. No obstante, los experimentos de Geoghegan *et al.* fueron hechos en modelos de silicona con constricción simétrica. Dado que los valores de  $Re$  que utilizamos y los de [96] son similares, la diferencia en la velocidad de vórtices se puede atribuir a la diferencia de elasticidad entre modelos arteriales, ya que la silicona es menos elástica que el PVA. Además, en [96] observan una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz que no se observa en nuestro caso debido a la asimetría del modelo. Esto es consistente con [95, 52].

El cálculo de los campos FTLE permitió identificar distintas LCS que actúan como barreras materiales. LCS análogas fueron reportadas en trabajos previos pero que simulan situaciones hemodinámicas diferentes. Por ejemplo en [17] y [57] calcularon FTLE para estudiar el transporte y mezcla en el ventrículo izquierdo. En dichos estudios encontraron que durante el llenado del ventrículo izquierdo, el campo  $\Lambda^-$  revela una LCS que separa el flujo que ingresa con el preexistente. Otros estudios numéricos en aneurisma de aortas muestran comportamientos similares durante la diástole [89, 18]. La LCS descrita en dichos trabajos es análoga con la LCS  $I$  que se muestra en la fig. 6.7. Sin embargo, debido a la asimetría de nuestro modelo y del flujo, esta LCS no se enrolla delimitando un anillo de vórtices como sucede en los resultados para el tubo rígido, ver secc. 4.4. Esto se hace evidente en la fig. 6.7 para los tiempos  $t_5$  y  $t_6$ , que muestran que a medida que el vórtice abandona la ROI, se mantienen crestas del campo FTLE que separan el jet de la zona de recirculación.

En este trabajo también se identificaron LCS que asociadas exclusivamente al vórtice, dadas por las LCS  $IIa$  y  $IIb$  de la fig. 6.7. Ambas LCS delimitan al vórtice en todos los tiempos y son responsable de la mezcla entre el flujo entrante y el flujo inicial como se describe en [104]. Al comparar las figs. 6.4 y 6.7 (b) observamos que durante la formación del vórtice, el flujo inicial queda atrapado entre las barreras  $IIa$  y  $IIb$  y viaja con el vórtice mezclándose con

el flujo entrante. Para el modelo con constricción del 35% a  $Re = 2000$  estas barreras también son visibles, principalmente en  $t_5$  y  $t_6$  de la fig. 6.7 (d). Resultados análogos fueron reportados al calcular campos FTLE a estudios numéricos en aortas con aneurisma [18, 89] y en el trabajo de Vetel *et al.* [56] en un modelo rígido de una bifurcación de carotida. Por último, vimos en este trabajo que la intensidad de estas barreras, dado por el valor de FTLE, aumenta con  $Re$  y consecuentemente con la vorticidad.

Se completó la información de los campos FTLE con los mapas RT y los mapas FP. Estos mapas dan información detallada del transporte y mezcla del fluido inicial (en azul en la fig. 6.4). Comparando las figs. 6.5 y 6.6 observamos que parte del fluido inicialmente en la estenosis (región *ii*) se traslada a la región *iii* mientras el resto permanece en la estenosis. En la fig. 6.6 vemos que el número de estas partículas que permanecen en la estenosis no depende del  $Re$ , en los rangos usados en este trabajo. Por el contrario, los resultados reportados por Jeronimo *et al.* [91] indican que el número de partículas que permanecen en la estenosis aumenta con  $Re$ . De todos modos, no se puede hacer una comparación directa entre sus resultados y los nuestros. Esto se debe a la diferencia de geometría y a que en [91] usaron  $Re$  máximo desde 7200 a 28080.

Finalmente, LCS, mapas RT y mapas FP pueden ser una alternativa para entender el crecimiento de estenosis. En [30] se mostró que el crecimiento de estenosis está relacionado con la presencia de las LCS. Además, a partir de los mapas RT y mapas FP mostramos que las partículas estancadas en la estenosis permanecen en dicho lugar por más de un período. Estas partículas pasan más tiempo en la estenosis donde el potencial de activación de placa es grande lo que puede favorecer la formación de coágulos sanguíneos que tiene como consecuencia el crecimiento de la estenosis.

## 6.5. Conclusiones

En este capítulo se estudió el flujo en un modelo de arteria con paredes elásticas. Nos centramos en el estudio de la mezcla mediante métodos lagrangianos y eulerianos. Para esto, se calcularon mapas de vorticidad, campos FTLE, mapas RT y mapas FP a partir de los campos de velocidad obtenidos por Echo-PIV. Se observó que la velocidad de propagación de los vórtices aumento con  $Re$ . A partir de los campos de FTLE se encontraron las LCS

que organizan el flujo aguas abajo de la estenosis y se observó que el tamaño de estas LCS depende de  $Re$ . Finalmente, para el flujo inicialmente sobre la estenosis, se presentan valores altos de FTLE, mientras que los mapas RT y PF mostraron que el flujo tiende a permanecer en dicha región.

# Capítulo 7

## Consideraciones finales

En esta tesis se estudió la dinámica de un flujo pulsátil en un tubo rígido con constricción y en un modelo elástico de arteria con estenosis. Específicamente se estudiaron diferentes aspectos del flujo en estos sistemas como ser la generación y propagación de vórtices, los procesos de mezcla asociados a estos vórtices y la transición a la turbulencia.

Particularmente en el capítulo 3 se estudió el flujo en el tubo rígido con constricción axisimétrica. Se obtuvieron campos de velocidad experimentales y numéricos a partir de los que se analizaron las estructuras del flujo aguas abajo de la constricción, precisamente en las ROI 1 y 2. Con respecto a trabajos previos, se propuso una descripción de la propagación del vórtice en base a una ley de escala que vincula el desplazamiento máximo del vórtice con los números adimensionados  $\bar{Re}$  y  $\alpha$ .

Estos vórtices juegan un rol fundamental en los procesos de mezcla. Se estudiaron dichos procesos experimentalmente para la ROI 1 y se discutieron los resultados en el capítulo 4. En este capítulo se combinaron distintos métodos lagrangianos para obtener una descripción completa de los procesos de mezcla y el estado final de la misma. En particular, estudiamos los procesos con campos FTLE y mapas de concentración. Se encontró que las crestas de los campos de FTLE identificaron una primera LCS que delimita el borde anterior del vórtice y separa el flujo que entra a la ROI en períodos sucesivos. Una segunda LCS delimita el frente del vórtice y es donde se concentra la mayor cantidad de partículas como se verificó con los mapas de concentración. El estado final de la mezcla fue descrito con los mapas RT y mapas  $r_f$ . A partir de estos mapas, se calculó la probabilidad de una partícula de abandonar

la ROI antes de un ciclo y los índices de intercambio entre subregiones de la ROI, comprobando el aumento de estas cantidades a medida que aumenta el Reynolds.

Finalmente, la transición a la turbulencia se estudió en el capítulo 5 para las ROI 1,2,3 y 4. Se calculó la intensidad turbulenta que sirvió para identificar que las fluctuaciones que ocurren próximo a la pared coinciden con el inicio a la transición turbulenta. Partiendo de un ajuste del espectro de energía a la ley de Kolmogorov, se identificaron los intervalos de tiempo donde se da la transición al régimen turbulento. Los resultados mostraron que en el rango de Reynolds estudiado, la transición ocurre durante la fase de desaceleración del flujo.

En el capítulo 6 se estudió el flujo en un modelo de arteria con estenosis asimétrica, con paredes elásticas cuyas propiedades mecánicas y ópticas son similares a las de una arteria real. Debido a que los modelos eran opacos, se usó Echo-PIV para obtener los campos de velocidad. Al igual que en el tubo rígido, el flujo está constituido por un jet y una zona de recirculación donde se propagan vórtices. No obstante, debido a la asimetría de la estenosis, el jet se ubica a la altura de la boca de la estenosis y la zona de recirculación se ubica sobre la pared donde está la estenosis. Estudiamos la mezcla en este sistema, usando los mismos métodos que en el capítulo 4 y a partir de los campos FTLE encontramos LCS que organizan el flujo aguas abajo. Los mapas RT y FP mostraron que independientemente del Reynolds, la misma cantidad de flujo permanece sobre la estenosis por más de un período. Este tipo de resultado podrían aportar al entendimiento de como se vincula el flujo con el crecimiento de estenosis.

## **Perspectivas**

Esta tesis fue el inicio de una nueva línea de investigación centrada en el estudio de la dinámica de fluidos en vasos sanguíneos con alteraciones morfológicas la cual involucra al Laboratorio de Acústica Ultrasonora (LAU) y al grupo de Física No Lineal, ambos del Instituto de Física de la Facultad de Ciencias (IFFC). Además de los resultados mostrados a lo largo de este manuscrito, durante esta tesis se puso a punto un montaje experimental así como un conjunto de herramientas que permiten el estudio de diferentes situacio-

nes hemodinámicas. Si bien en esta tesis nos hemos centrado en el estudio de flujo en modelos arteriales con estenosis, contar con estas herramientas abre posibilidades para el estudio de otras situaciones interesantes con una clara aplicación biomédica, por ejemplo, el estudio de bifurcaciones, aneurismas (ensanchamiento del lumen arterial) o inclusive la transición a la turbulencia en función de la forma y elasticidad de la estenosis. Las herramientas desarrolladas también permiten el estudio de fenómenos más básicos. En este sentido se ha comenzado a trabajar en el estudio de la generación y propagación de vórtices en fluidos viscoelásticos. Por último es importante mencionar que la reciente adquisición de un ecógrafo ultrarrápido por parte del LAU junto con el sistema y herramientas experimentales de esta tesis permitirá el estudio de modelos y flujos arteriales realistas

# Referencias bibliográficas

- [1] Samelson RM, Wiggins S. Lagrangian transport in geophysical jets and waves. Springer; 2006.
- [2] Reynolds O. XXIX. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1883 dec;174:935–982.
- [3] Pope SB. Turbulent Flows. Cambridge University Press; 2000.
- [4] Cassanova RA, Giddens DP. Disorder distal to modeled stenoses in steady and pulsatile flow. J Biomechanics. 1977;11:441–453.
- [5] Ahmed SA, Giddens DP. Pulsatile poststenotic flow studies with laser Doppler anemometry. JBiomechanics. 1984;17:695–705.
- [6] Ahmed SA, Giddens DP. Flow disturbance measurements through a constricted tube at moderate Reynolds numbers. JBiomechanics. 1983;16:955–963.
- [7] Ahmed SA. An experimental investigation of pulsatile flow through a smooth constriction. Experimental Thermal and Fluid Science. 1998;.
- [8] Caro CG, et al. Atheroma and arterial wall shear observations, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis. Proc R Soc London Ser B. 1971;17:109–159.
- [9] Ku DN, et al. Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation. Arteriosclerosis. 1985;5:293–302.
- [10] Nerem RM, Levesque MJ. 21. In: Skalak R, Chien S, editors. Fluid mechanics in atherosclerosis. McGraw-Hill; 1987. p. 21.1–21.22.

- [11] Gopalakrishnan SS, Pier B, Biesheuvel A. Dynamics of pulsatile flow through model abdominal aortic aneurysms. *Journal of Fluid Mechanics*. 2014 oct;758:150–179.
- [12] Arzani A, et al. In vivo validation of numerical prediction for turbulence intensity in aortic coarctation. *Ann Biomed Eng*. 2012;40(4):860–870.
- [13] Ford MD, et al. Virtual angiography for visualization and validation of computational models of aneurysm hemodynamics. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 2005;24:1586–1592.
- [14] Bousset L, et al. Phase-contrast magnetic resonance imaging measurements in intracranial aneurysms in vivo of flow patterns, velocity fields and wall shear stress: comparison with computational fluid dynamics. *Magn Reson Med*. 2009;61:409–417.
- [15] Long Q, et al. Numerical investigation of physiologically realistic pulsatile flow through arterial stenosis. *J Biomechanics*. 2001;34:1229–1242.
- [16] Sherwin SJ, Blackburn HM. Three dimensional instabilities and transition of steady and pulsatile axisymmetric stenotic flows. *J Fluid Mech*. 2005;533:297–327.
- [17] Hendabadi S, et al. Topology of blood Transport in the Human Left Ventricle by Novel Processing of Doppler Echocardiography. *Annals of Biomedical Engineering*. 2013;41:2603–2616.
- [18] Arzani A, Shadden SC. Characterization of the transport topology in patient-specific abdominal aortic aneurysm models. *Physics of Fluids*. 2012;24.
- [19] Labio GD, Vétel J, Kadem L. material transport in left ventricle with aortic valve regurgitation. *Physical Review fluids*. 2018;3.
- [20] Haller G, Yuan G. Lagrangian coherent structures and mixing in two-dimensional turbulence. *Physica D*. 2000;147:352–370.
- [21] Haller G. Finding finite-time invariant manifolds in two-dimensional velocity fields. *Chaos*. 2000;10:1–10.

- [22] Shadden SC. A dynamical systems approach to unsteady systems. California Institute of Technology; 2006.
- [23] Shadden SC, Leiken F, Marsden JE. Definition and properties of lagrangian coherent structures from finite-time Lyapunov exponents in two-dimensional aperiodic flows. *Physica D*. 2005;212:271–304.
- [24] Camassa R, Wiggins S. Chaotic advection in a Rayleigh-Benard Flow. *Physical Review A*. 1991;43(2):774–797.
- [25] Gouillart E, Dauchot O, Thiffeault JL. Measures of mixing quality in open flows with chaotic advection. *Physics of fluids*. 2011;23:013604.
- [26] Monsen NE, Lucas JE, Monismith LV, Stephen G. A comment on the use of flushing time, residence time, and age as transport time scales. *Limnology and Oceanography*. 2002;47(5):1545–1553.
- [27] Rayz VL, Boussel L, Ge L, Leach JR, Martin AJ, Lawton MT, et al. Flow Residence Time and Regions of Intraluminal Thrombus Deposition in Intracranial Aneurysms. *Annals of Biomedical Engineering*. 2010 Oct;38(10):3058–3069.
- [28] Stettler JC, Hussain AKMF. On transition of pulsatile pipe flow. *J Fluid Mech*. 1986;170:169–197.
- [29] Peacock J, Jones T, Lutz R. The onset of turbulence in physiological pulsatile flow in a straight tube. *Experiments in Fluids*. 1998;24:1–9.
- [30] Shadden SC, Hendabadi S. Potential fluid mechanic pathways of platelet activation. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*. 2012 jul;12(3):467–474.
- [31] Xu Z, Chen N, Shadden SC, Marsden JE, Kamocka MM, Rosen ED, et al. Study of blood flow impact on growth of thrombi using a multiscale model. *Soft Matter*. 2009;5(4):769–779.
- [32] Balay G. Elasticidad en tejidos arteriales, diseño de un corazón artificial in vitro y nuevo método ultrasónico de determinación de elasticidad arterial. Universidad de la República, Uruguay; 2012.

- [33] Griffith MD, et al. Pulsatile flow in stenotic geometries: flow behaviour and stability. *JFluid Mech.* 2009;622:291–320.
- [34] Womersley JR. Method for the calculation of velocity, rate of the flow and viscous drag in arteries when pressure gradient is known. *JPhysiol.* 1955;127:553–563.
- [35] Westerweel J. Fundamentals of digital particle velocimetry. *Measurement science and technology.* 1997;8:1379–1392.
- [36] Raffel M, Willert C, Wereley S, Kompenhans J. Particle image velocimetry, a practical guide. 2nd ed. Springer; 2007.
- [37] Keane RD, Adrian RJ. Theory of cross-correlation analysis of PIV images. *Applied Scientific Research.* 1992 jul;49(3):191–215.
- [38] Adrian RJ, Westerweel J. Particle Image Velocimetry. Cambridge University Press; 2010. Available from: [https://www.ebook.de/de/product/12359208/ronald\\_j\\_adrian\\_adrian\\_ronald\\_j\\_particle\\_image\\_velocimetry.html](https://www.ebook.de/de/product/12359208/ronald_j_adrian_adrian_ronald_j_particle_image_velocimetry.html).
- [39] Adrian RJ. Twenty years of particle image velocimetry. *Experiments in Fluids.* 2005 jul;39(2):159–169.
- [40] Westerweel J, Elsinga GE, Adrian RJ. Particle Image Velocimetry for Complex and Turbulent Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics.* 2013 jan;45(1):409–436.
- [41] Hong H, Yeom E, Ji HS, Kim HD, Kim KC. Characteristics of pulsatile flows in curved stenosed channels. *PLOS ONE.* 2017 oct;12(10):e0186300.
- [42] Berger SA, Jou LD. Flows in stenotic vessels. *Ann Rev Fluid Mech.* 2000;32:347–382.
- [43] Varghese SS, et al. Direct Numerical simulation of stenotic flows. Part 2. Pulsatile flow. *J Fluid Mech.* 2007;582:281–318.
- [44] Thielicke W, Eize J Stamhuis. PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB. figshare; 2019.
- [45] Zienkiewicz OC, Taylor RL. The finite element method. Volume1: The basis. Butterworth-Heinemann; 2000.

- [46] Barrere N, Brum J, L'her A, Sarasúa GL, Cabeza C. Vortex dynamics under pulsatile flow in axisymmetric constricted tubes. *Papers in Physics*. 2020 jun;12:120002.
- [47] Ku DN. Blood flow in arteries. *Ann Rev Fluid Mech*. 1997;29:399–434.
- [48] Chua CS, et al. Particle image of non axisymmetric stenosis model. 8th international symposium on particle image velocimetry. 2009;.
- [49] Isler JA, Gioria RS, Carmo BS. Bifurcations and convective instabilities of steady flows in a constricted channel. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018 jun;849:777–804.
- [50] Mittal R, et al. Numerical study of pulsatile flow in a constricted channel. *JFluid Mech*. 2003;485:337–378.
- [51] Ling SC, Atabek HB. A nonlinear analysis of pulsatile flow in arteries. *J Fluid Mech*. 1972;55:493–511.
- [52] Usmani AY, Muralidhar K. Pulsatile flow in a compliant stenosed asymmetric model. *Exp Fluids*. 2016;57(12):186.
- [53] Gharib M, Rambod E, Shariff K. A universal time scale for vortex ring formation. *Journal of Fluid Mechanics*. 1998;360:121–140.
- [54] Shadden SC. Lagrangian Postprocessing of computational hemodynamics. *Ann Biomed Eng*. 2015;43:41–58.
- [55] Badas MG, et al. 3D Finite Time Lyapunov Exponents in a left ventricle laboratory model. *EPJ Web conferences*. 2015;92.
- [56] Vétel J, et al. Lagrangian Coherent Structures in the human body carotid artery bifurcation. *Exp Fluids*. 2009;46:1067–1079.
- [57] Espa S, et al. A Lagrangian investigation of the flow inside the left ventricle. *European Journal of Mechanics B*. 2012;35:9–19.
- [58] Seo JH, Mittal R. Effect of diastolic flow patterns on the function of the left ventricle. *Physics of Fluids*. 2013 nov;25(11):110801.
- [59] Long CC, Esmaily-Moghadam M, Marsden AL, Bazilevs Y. Computation of residence time in the simulation of pulsatile ventricular assist devices. *Computational Mechanics*. 2013 sep;54(4):911–919.

- [60] Badas MG, Domenichini F, Querzoli G. Quantification of the blood mixing in the left ventricle using Finite Time Lyapunov Exponents. *Meccanica*. 2017;52(3):529–544.
- [61] Fuster V, Fayad AZ, Moreno PR, Poon M, Corti R, Badimon JJ. Atherothrombosis and high-risk plaque. Part II: approaches by noninvasive computed tomographic/ magnetic resonance imaging. *Journal of the American College of Cardiology*. 2005;46(7).
- [62] Kunov MJ, Steinman DA, Ethier CR. Particle volumetric Residence time calculations in arterial geometries. *Journal of Biomechanical Engineering*. 1996;118(2):158–164.
- [63] Haller G. Lagrangian Coherent Structures. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2015 jan;47(1):137–162.
- [64] Shadden SC, Dabiri JO, Marsden JE. Lagrangian analysis of fluid transport in empirical vortex ring flows. *Physics of fluids*. 2006;.
- [65] Haller G. Lagrangian coherent structures from approximate velocity data. *Physics of fluids*. 2002;14:1851–1861.
- [66] Cagney N, Balabani S. Lagrangian structures and mixing in the wake of a streamwise oscillating cylinder. *Physics of Fluids*. 2016;28.
- [67] Aref H, Blake JR, Budisic M, Cartwright JHE, Clercx HJH, Feudel U, et al. Frontiers of Chaotic advection. *Review Modern Physics*. 2017;89.
- [68] Mezić I, Wiggins S, Betz D. Residence-time distributions for chaotic flows in pipes. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 1999 mar;9(1):173–182.
- [69] Danckwerts PV. The definition and measurement of some characteristics of mixtures. *Applied Scientific Research*. 1952 jul;3(4):279–296.
- [70] Pratt KR, Meiss J, Crimaldi J. Reaction enhancement of initially distant scalars by Lagrangian coherent structures. *Physics of fluids*. 2015;27(3):035106.
- [71] Arzani A, Gambaruoto AM, Chen G, Shadden SC. wall shear stress exposure time: a Lagrangian measure of near-wall stagnation and concentration in cardiovascular flows. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*. 2017;16:787–803.

- [72] STEIN PD, SABBAH HN. Measured Turbulence and Its Effect on Thrombus Formation. *Circulation Research*. 1974 oct;35(4):608–614.
- [73] Ismeno G, Renzulli A, Carozza A, Feo MD, Iannuzzi M, Sante P, et al. Intravascular hemolysis after mitral and aortic valve replacement with different types of mechanical prostheses. *International Journal of Cardiology*. 1999 may;69(2):179–183.
- [74] Alemu Y, Bluestein D. Flow-induced Platelet Activation and Damage Accumulation in a Mechanical Heart Valve: Numerical Studies. *Artificial Organs*. 2007 sep;31(9):677–688.
- [75] NEREM RM, SEED WA. An in vivo study of aortic flow disturbances. *Cardiovascular Research*. 1972 jan;6(1):1–14.
- [76] Nygaard H, Paulsen PK, Hasenkam JM, Pedersen EM, Rovsing PE. Turbulent stresses downstream of three mechanical aortic valve prostheses in human beings. *The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery*. 1994 feb;107(2):438–446.
- [77] MIZUSHINA T, MARUYAMA T, SHIOZAKI Y. PULSATING TURBULENT FLOW IN A TUBE. *Journal of Chemical Engineering of Japan*. 1974;6(6):487–494.
- [78] MIZUSHINA T, MARUYAMA T, HIRASAWA H. STRUCTURE OF THE TURBULENCE IN PULSATING PIPE FLOWS. *Journal of Chemical Engineering of Japan*. 1975;8(3):210–216.
- [79] Tennekes H, Lumley JL. *A First Course in Turbulence*. MIT Press; 1972.
- [80] Richardson LF. *Weather Prediction by Numerical Process*. CAMBRIDGE; 2007. Available from: [https://www.ebook.de/de/product/5998036/lewis\\_fry\\_richardson\\_weather\\_prediction\\_by\\_numerical\\_process.html](https://www.ebook.de/de/product/5998036/lewis_fry_richardson_weather_prediction_by_numerical_process.html).
- [81] Fortini S, Espa S, Querzoli G, Cenedese A. Turbulence investigation in a laboratory model of the ascending aorta. *Journal of Turbulence*. 2015 jan;16(3):208–224.
- [82] Grigioni M, Daniele C, D’Avenio G, Barbaro V. Evaluation of the surface-averaged load exerted on a blood element by the Reynolds shear stress field

- provided by artificial cardiovascular devices. *Journal of Biomechanics*. 2002 dec;35(12):1613–1622.
- [83] Yoganathan AP, Lemmon JD, Ellis JT. Heart valve dynamics. In: Schneck DJ, Bronzino JD, editors. *Biomechanics: principles and applications*. CRC Press; 2003. p. 189–203.
- [84] Cenedese A, Prete ZD, Miozzi M, Querzoli G. A laboratory investigation of the flow in the left ventricle of a human heart with prosthetic, tilting-disk valves. *Experiments in Fluids*. 2005 may;39(2):322–335.
- [85] Xu D, Warnecke S, Song B, Ma X, Hof B. Transition to turbulence in pulsating pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2017 oct;831:418–432.
- [86] Winter DC, Nerem RM. Turbulence in pulsatile flows. *Annals of Biomedical Engineering*. 1984 jul;12(4):357–369.
- [87] OHMI M, IGUCHI M, URAHATA I. Transition to Turbulence in a Pulsatile Pipe Flow Part 1, Wave Forms and Distribution of Pulsatile Velocities near Transition Region. *Bulletin of JSME*. 1982;25(200):182–189.
- [88] Shadden SC. Lagrangian Coherent Structures. In: *Transport and Mixing in Laminar Flows*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA; 2011. p. 59–89.
- [89] Shadden SC, Taylor CA. Characterization of Coherent Structures in the Cardiovascular System. *Annals of Biomedical Engineering*. 2008 apr;36(7):1152–1162.
- [90] Jeronimo MD, Zhang K, Rival DE. Direct Lagrangian measurements of particle residence time. *Experiments in Fluids*. 2019 mar;60(4).
- [91] Jeronimo MD, Rival DE. Particle Residence Time in pulsatile post-stenotic flow. *Physics of Fluids*. 2020 apr;32(4):045110.
- [92] Rossini L, Martinez-Legazpi P, Vu V, Fernández-Friera L, del Villar CP, Rodríguez-López S, et al. A clinical method for mapping and quantifying blood stasis in the left ventricle. *Journal of Biomechanics*. 2016 jul;49(11):2152–2161.
- [93] Charonko JJ, Kumar R, Stewart K, Little WC, Vlachos PP. Vortices Formed on the Mitral Valve Tips Aid Normal Left Ventricular Filling. *Annals of Biomedical Engineering*. 2013 feb;41(5):1049–1061.

- [94] Katritsis DG, Theodorakakos A, Pantos I, Andriotis A, Efstathopoulos EP, Siontis G, et al. Vortex formation and recirculation zones in left anterior descending artery stenoses: computational fluid dynamics analysis. *Physics in Medicine and Biology*. 2010 feb;55(5):1395–1411.
- [95] Choi W, Park JH, Byeon H, Lee SJ. Flow characteristics around a deformable stenosis under pulsatile flow condition. *Physics of Fluids*. 2018 jan;30(1):011902.
- [96] Geoghegan PH, et al. Time resolved PIV measurements of the flow field in a stenosed, compliant arterial model. *Exp Fluids*. 2013;54.
- [97] Pielhop K, et al. Analysis of the unsteady flow in an elastic stenosed vessel. *European Journal of Mechanics B*. 2012;35:102–110.
- [98] Bernal M, Saldarriaga J, Cabeza C, Negreira C, Bustamante J, Brum J. Development and evaluation of anisotropic and nonlinear aortic models made from clinical images for in vitro experimentation. *Physics in Medicine & Biology*. 2019 aug;64(16):165006.
- [99] Bernal M, Sen I, Urban MW. Evaluation of materials used for vascular anastomoses using shear wave elastography. *Physics in Medicine & Biology*. 2019 mar;64(7):075001.
- [100] Kim HB, Hertzberg JR, Shandas R. Development and validation of echo PIV. *Experiments in Fluids*. 2004 mar;36(3):455–462.
- [101] Zheng H, Liu L, Williams L, Hertzberg JR, Lanning C, Shandas R. Real time multicomponent echo particle image velocimetry technique for opaque flow imaging. *Applied Physics Letters*. 2006 jun;88(26):261915.
- [102] Jensen JA, Nikolov S, Yu ACH, Garcia D. Ultrasound Vector Flow Imaging: I: Sequential Systems. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. 2016;p. 1–1.
- [103] O'Rourke MF, Blazek JV, Morreels CL, Krovetz LJ. Pressure Wave Transmission along the Human Aorta. *Circulation Research*. 1968 oct;23(4):567–579.

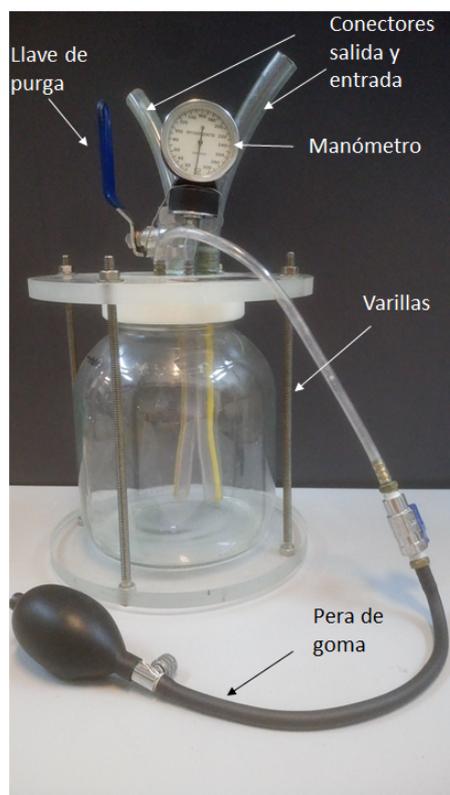
- [104] SHADDEN SC, KATIJA K, ROSENFELD M, MARSDEN JE, DABIRI JO. Transport and stirring induced by vortex formation. *Journal of Fluid Mechanics*. 2007 nov;593:315–331.

# APÉNDICES

# Apéndice 1

## Reservorio

El reservorio R es un recipiente de vidrio con tapa de acrílico sostenida con cuatro varillas para soportar la presión ejercida por el flujo durante el ciclo pulsátil, ver fig. A1.1. La tapa tiene conectores para la salida y entrada del flujo, una salida conectada a un manómetro que mide la presión interna y otra salida conectada a una pera de goma con la que se puede modificar la presión interna. Además cuenta con una llave para purgar el reservorio. Antes de poner en funcionamiento el dispositivo, se coloca un determinado volumen de agua en el reservorio (sin llenarlo) que se mantuvo constante en todos los experimentos. El aire en el reservorio permite establecer la presión basal y la expansión del fluido. Esto último es necesario ya que en caso de que el resto del circuito conste de paredes rígidas, debido a la incompresibilidad del fluido, se corre el riesgo de romper el frasco o trancar el pistón cuando este desciende.



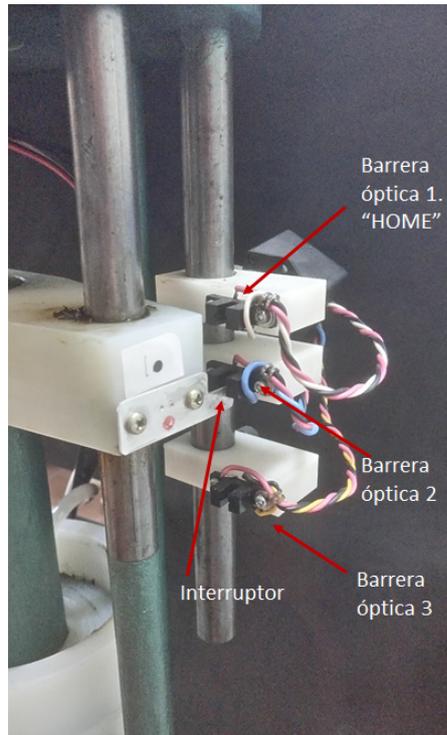
**Figura A1.1:** Reservorio de vidrio. Es llenado con aire y agua para permitir la expansión del fluido durante el ciclo pulsátil.

## Apéndice 2

# Programación de la bomba pulsátil

El movimiento del pistón es controlado por barreras ópticas, ver fig. [A2.1](#). Una platina adherida al pistón actúa de interruptor de dichas barreras. La barrera óptica superior se corresponde con la máxima altura que alcanzará el pistón. Esta posición se denomina HOME en la secuencia de comandos y es a partir de aquí que el pistón comienza el ciclo pulsátil. La barrera óptica 3 (fig. [A2.1](#)) se ubica en la posición más baja que puede alcanzar el pistón y fue colocada como control: en caso de llegar a ese punto, se corta el programa.

Las líneas de código que se le ingresan al programa del motor, fig. [A2.2](#), definen el movimiento cíclico del pistón. Específicamente, en la primera línea de código se define la variable K, cuyos valores indican respectivamente la cantidad de pasos que le toma pasar de la velocidad inicial I a la velocidad final V y viceversa. Las siguientes dos líneas, especifican los valores de I y V en pasos por segundo. En la siguiente línea, el comando 'Find' (F) ordena que el pistón se mueva una cantidad de pasos hacia arriba, donde el sentido está dado por el signo de +, hasta encontrar la posición HOME, en la barrera óptica 1. Luego se le pide que espere un tiempo determinado con el comando W y se establece el origen O, al que se le asigna el valor 0. Las siguientes líneas hasta el final del código son las que definen el movimiento cíclico del pistón, donde R es la amplitud del movimiento en pasos y D es un coeficiente que divide la velocidad V en la bajada (línea 19) y en la subida (línea 27). Valores de distintos de D en bajada y subida generan un ciclo asimétrico. En nuestro caso, ambos valores de D son iguales para tener un ciclo simétrico.



**Figura A2.1:** Barreras ópticas para controlar el desplazamiento del pistón. La barrera 1 indica la posición HOME, que se corresponde con el pico del ciclo pulsátil. La barrera 3 se ubica en la máxima amplitud a la que puede llegar el pistón.

Comando	Posición en memoria	Valor	
0: K	20	20	Pasos para pasar de I a V en la subida (20) y en bajada (20) respectivamente
3: I	2000		Velocidad inicial en pasos por segundo
6: V	4000		Velocidad media en pasos por segundo
9: F	1000+		"Find". Se mueve hacia arriba (+) a 1000 pasos/s hasta encontrar Home
12: W	0+		"Wait". Tiempo que espera
15: O	0		"Origin". Establece el origen en este caso es en Home
19: D	1		Cociente por el cual divide la velocidad en la bajada.
21: R	-300		"Relative". Posición relativa al 0 hacia la que se mueve: "+" sube, "-" baja
24: W	0+		Ídem posición 12 de memoria
27: D	1		Cociente por el cual divide la velocidad en la subida
29: R	0		Ídem posición 21 de memoria
32: W	0+		Ídem posición 12 de memoria
35: G	19+		"Go". Ir a la posición 19. Instrucción que repite el ciclo

**Figura A2.2:** Programa ejemplo de la bomba pulsátil

Se buscó la relación entre los parámetros ingresados con el movimiento que realiza el pistón. Con ese fin, se tomaron videos del movimiento del pistón para una amplia gama de parámetros del motor y se relacionó con la amplitud de oscilación del pistón  $a$ , la velocidad del mismo  $v_p$  y el período de la oscilación  $T$ . Los parámetros  $a$ ,  $v_p$  se vinculan con los parámetros I, V, R del programa de la bomba ajustando la ecuación 2.1.

$$\begin{aligned}\varphi &= V/I \\ V &= C_1 v_p \\ R &= C_2 a\end{aligned}\tag{2.1}$$

Donde la relación entre las velocidades V e I está dada por  $\varphi$  y su valor se introduce a priori en un programa de matlab que calcula las constantes  $C_1$  y  $C_2$ . Para los resultados presentados en esta tesis, se usó un pulso simétrico que no es exactamente una función sinusoidal con una única frecuencia, pero puede ser descompuesto en una serie de Fourier (ver sec. 3).

# Apéndice 3

## Lista de publicaciones y presentaciones

### Artículos

**N. Barrere**, J. Brum, A. L'her, G.L. Sarasúa, C. Cabeza: Vortex dynamics under pulsatile flow in axisymmetric constricted tubes, *Papers in Physics*, 12, 120002, 2020.

**N. Barrere**, J. Brum, M. Anzibar, F. Rinderknecht, G.L. Sarasúa, C. Cabeza: Lagrangian mixing of pulsatile flows in constricted tubes, *Physical Review Fluids*, en proceso de revisión, 2020.

J. Brum, M. Bernal, **N. Barrere**, C. Negreira, C. Cabeza: Vortex dynamics and transport phenomena in stenotic aortic models using Echo-PIV, *Physics in Medicine and Biology*, arXiv:2008.06578, en proceso de revisión, 2020.

### Artículos en revistas de congresos

J. Brum, M. Bernal, **N. Barrere**, A. L'Her, C. Cabeza, C. Negreira: Vortex dynamics in compliant stenotic aortic models using ultrasonic particle imaging velocimetry, *Proceedings of Meetings on Acoustics*, 38, 020010, 2019

J. Brum, M. Bernal, **N. Barrere**, A. Tesis, J.L. Genisson, M. Pernot, M. Tanter, C. Negreira, C. Cabeza: Pulsatile flow dynamics in stenotic aortic

models using ultrasonic and optical particle imaging velocimetry, *2016 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Tours, pp. 1-4, 2016.

### **Presentaciones en congresos**

**N. Barrere**, G.L. Sarasúa, J. Brum, C. Cabeza: Turbulence in pulsatile axisymmetric model flows (Poster) *XV Reunión de fluidos y sus aplicaciones*, Bs. As., Argentina, 7/9-9/9, 2018

**N. Barrere**, G.L. Sarasúa, J. Brum, C. Cabeza: Turbulence in pulsatile axisymmetric model flows (Poster), *XVI Encuentro SUF*, Conchillas, Uruguay, 7/9-8/9, 2018

**N. Barrere**, J. Brum, A. L'her, G.L. Sarasúa, C. Cabeza: Coherent structures of pulsatile flow in a partially obstructed pipe, *Computational fluid dynamics and applications*, Bs As., Argentina, 31/7-4/8, 2017

**N. Barrere**, J. Brum, A. Tesis, M. Bernal, C. Cabeza: Pulsatile flows in a pipe with obstruction: an approach to stenotic vessels (Presentación Oral), *XIV Reunión sobre recientes avances en física de fluidos y sus aplicaciones*, La Plata, Argentina, 9/11 - 11/11, 2016