



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY



# **UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Tesis para optar por el Título de Ingeniero Agrimensor**

**Evaluación del uso de la proyección Universal  
Transversal Mercator en Uruguay, en comparación  
con la aplicación de proyecciones locales**

**AUTORES**

**Sofía Alfaro**

**Andrés Rodríguez**

**TUTOR**

**Ing. Agrim. Roberto Pérez Rodino**

**Montevideo, Uruguay**

**Año 2022**

**PÁGINA DE APROBACIÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**El tribunal docente integrado por los abajo firmantes aprueba el Proyecto de Grado:**

*Título: Evaluación del uso de la proyección Universal Transversal Mercator en Uruguay, en comparación con la aplicación de proyecciones locales*

**Autores:** *Sofía Alfaro y Andrés Rodríguez*

**Tutor:** *Roberto Pérez Rodino*

**Carrera:** *Agrimensura*

**Puntaje** .....

**Tribunal**

**Profesor**.....  
**(Nombre y firma)**

**Profesor**.....  
**(Nombre y firma)**

**Profesor**.....  
**(Nombre y firma)**

..... de ..... del 2022

## Tabla de Contenido

|                                     |           |
|-------------------------------------|-----------|
| <b>Resumen</b>                      | <b>4</b>  |
| <b>Palabras Clave</b>               | <b>4</b>  |
| <b>Tabla de ilustraciones</b>       | <b>5</b>  |
| <b>Introducción</b>                 | <b>9</b>  |
| <b>Objetivo</b>                     | <b>11</b> |
| <b>Marco Teórico</b>                | <b>11</b> |
| <b>Estado del Arte</b>              | <b>29</b> |
| <b>Análisis</b>                     | <b>34</b> |
| Parcelas rurales                    | 34        |
| Polígonos de aproximadamente 200 ha | 37        |
| Polígonos de aproximadamente 500 ha | 45        |
| Obras lineales                      | 54        |
| Ruta N° 5                           | 55        |
| Ruta N° 26                          | 57        |
| <b>Conclusiones</b>                 | <b>60</b> |
| <b>Bibliografía</b>                 | <b>62</b> |

## **Resumen**

El presente trabajo consiste en realizar una evaluación de proyecciones a utilizar para representar datos GNSS tomados dentro de Uruguay. Se analizará el comportamiento de la proyección oficial del país, la Universal Transversal Mercator (UTM 21 S), en comparación con proyecciones locales.

Para esto se establecen distintas zonas de interés distribuidas dentro del país, sobre las cuales se generan polígonos que simulan parcelas rurales. A cada uno de éstos polígonos se le aplica la proyección UTM 21 S además de proyecciones locales que serán establecidas más adelante, luego se comparan los resultados para obtener conclusiones.

Además, se realiza un segundo análisis relacionado con obras lineales, en el cual se estudian las deformaciones que presentan las Rutas N° 5 y N° 26 al proyectarlas en UTM 21 S. En ambos casos se aplica la proyección oficial, así como proyecciones locales y se comparan los resultados obtenidos tanto en dimensiones lineales como angulares.

## **Palabras Clave**

*Cartografía, proyección cartográfica, Universal Transversal Mercator, Transversal Mercator, Cónica Conforme de Lambert, sistemas de referencia, mensura rural, obra lineal.*

## Tabla de ilustraciones

Fig.1. Componentes de la gravedad. Fuente:  
<https://forum.lawebdefisica.com/forum/el-aula/mec%C3%A1nica-newtoniana/20322-rotacion>

Fig.2. Geoide. Fuente:  
[https://www.researchgate.net/figure/El-geoide-En-la-figura-se-aprecia-la-forma-del-geoide-exagerando-verticalmente-los\\_fig1\\_310800868](https://www.researchgate.net/figure/El-geoide-En-la-figura-se-aprecia-la-forma-del-geoide-exagerando-verticalmente-los_fig1_310800868)

Fig.3. Elipsoide de revolución. Fuente:  
[https://www.researchgate.net/figure/Figura-3-El-elipsoide-de-revolucion-a-semieje-mayor-b-semieje-menor-PP-eje-de\\_fig1\\_277276925](https://www.researchgate.net/figure/Figura-3-El-elipsoide-de-revolucion-a-semieje-mayor-b-semieje-menor-PP-eje-de_fig1_277276925)

Fig.4. Coordenadas geodésicas. Fuente: apuntes del curso “Topografía 1” dictado en la Facultad de Ingeniería - UDELAR, elaborados por el Ing. Agrim. Lelio Michelin

Fig.5. Coordenadas cartesianas. Fuente: apuntes del curso “Topografía 1” dictado en la Facultad de Ingeniería - UDELAR, elaborados por el Ing. Agrim. Lelio Michelin

Fig.6. Cálculo de áreas sobre la superficie elipsoidal. Fuente: elaboración propia.

Fig.7. Funcionamiento de una proyección cartográfica. Fuente: documento “*Introducción a la cartografía matemática*” elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Fig.8. Proyección Mercator. Fuente:  
<https://museovirtual.csic.es/salas/universo/astro4.htm>

Fig.9. Indicatriz de Tissot para la Proyección Mercator. Fuente:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Tissot%27s\\_indicatrix](https://en.wikipedia.org/wiki/Tissot%27s_indicatrix)

Fig.10. Proyección Gall - Peters. Fuente:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Proyecci%C3%B3n\\_de\\_Peters#/media/Archivo:Gall%E2%80%93Peters\\_projection\\_SW.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Proyecci%C3%B3n_de_Peters#/media/Archivo:Gall%E2%80%93Peters_projection_SW.jpg)

Fig.11. Proyección Gauss - Kruger. Fuente: documento “*Proyección cilíndrica conforme de Gauss – Kruger*” elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Fig.12. Proyección cónica conforme de Lambert. Fuente:  
<https://inge-blog.com/2020/08/04/proyeccion-conica/>

Fig.13. Indicatriz de Tissot para la Proyección cónica conforme de Lambert con paralelos estándar a 15°N y 45°N. Fuente:  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6b/Conformal\\_Conic\\_with\\_Tissot's\\_Indicatrices\\_of\\_Distortion.svg/1280px-Conformal\\_Conic\\_with\\_Tissot's\\_Indicatrices\\_of\\_Distortion.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/6b/Conformal_Conic_with_Tissot's_Indicatrices_of_Distortion.svg/1280px-Conformal_Conic_with_Tissot's_Indicatrices_of_Distortion.svg.png)

Fig.14. Proyección UTM . Fuente:  
[https://www.um.es/geograf/sigmur/temariohtml/node8\\_ct.html](https://www.um.es/geograf/sigmur/temariohtml/node8_ct.html)

Fig.15. Deformación sobre un huso. Fuente: Alonso Fernández-Coppel, I. (2001). *Localizaciones Geográficas. Las Coordenadas Geográficas y la Proyección UTM (Universal Transversa Mercator)*. Universidad de Valladolid.

Fig.16. Zonas UTM. Fuente:  
<https://www.uv.es/lejarza/amv/adeфинi/pdf/Coordenadas%20UTM.htm>

Fig.17. Proyección UPS en la Antártida. Fuente: Alonso Fernández-Coppel, I. (2001). *Localizaciones Geográficas. Las Coordenadas Geográficas y la Proyección UTM (Universal Transversa Mercator)*. Universidad de Valladolid.

Fig.18. Relación entre el acimut geodésico y el acimut plano. Fuente: documento "Proyección cilíndrica conforme de Gauss – Kruger" elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Fig.19. Deflexión angular ( $\Psi$ ) de la geodésica 1-2. Fuente: documento "Proyección cilíndrica conforme de Gauss – Kruger" elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Fig.20. Parámetros usados en Argentina para la proyección Gauss-Krüger. Fuente:  
<https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/ProduccionCartografica/sistemas-de-proyeccion>

Fig.21. Proyección Lambert Equiareal aplicada en Argentina. Fuente:  
<https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/ProduccionCartografica/sistemas-de-proyeccion>

Fig.22. Parámetros de la proyección Policónica - Brasil. Fuente: *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil - Perfil MGB*. Comité de Estruturação de Metadados Geoespaciais CEMG-CONCAR. Versao Homologada Novembro de 2009 2° Edicao - Maio 2011  
[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwisoag1OX4AhXxNDUKHTStBGgQFnoECAUQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.gov.br%2Fpdf%2FPerfil\\_MGB\\_homologado\\_nov2009\\_v1.pdf&usg=AOvVaw1bkPsxsXcbHq6XHIpS26vy](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwisoag1OX4AhXxNDUKHTStBGgQFnoECAUQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.gov.br%2Fpdf%2FPerfil_MGB_homologado_nov2009_v1.pdf&usg=AOvVaw1bkPsxsXcbHq6XHIpS26vy)

Fig.23. Husos de la proyección UTM - Brasil. Fuente: *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil - Perfil MGB*. Comité de Estruturação de Metadados Geoespaciais CEMG-CONCAR. Versao Homologada Novembro de 2009 2° Edição - Maio 2011

Fig.24. Husos y parámetros de la proyección Cónica Conforme de Lambert - Brasil. Fuente: *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil - Perfil MGB*. Comité de Estruturação de Metadados Geoespaciais CEMG-CONCAR. Versao Homologada Novembro de 2009 2° Edição - Maio 2011

Fig.25. Parámetros de la proyección Cónica Equivalente de Albers - Brasil. Fuente: *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil - Perfil MGB*. Comité de Estruturação de Metadados Geoespaciais CEMG-CONCAR. Versão Homologada Novembro de 2009 2° Edição - Maio 2011

Fig.26. Parámetros de la proyección de Mercator. Fuente: *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil - Perfil MGB*. Comité de Estruturação de Metadados Geoespaciais CEMG-CONCAR. Versão Homologada Novembro de 2009 2° Edição - Maio 2011

Fig.27. Conformación de los polígonos. Fuente: elaboración propia.

Fig.28. Deformación lineal k de UTM 21S. Fuente: Proyecto de grado para la carrera de Ingeniero Agrimensor en Facultad de Ingeniería - UDELAR realizado por Esteban Striwe y Rocío López.

Fig.29. Distribución de las zonas de estudio. Fuente: elaboración propia.

Fig.30. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 1. Fuente: elaboración propia.

Fig.31. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 1. Fuente: elaboración propia.

Fig.32. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 2. Fuente: elaboración propia.

Fig.33. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 2. Fuente: elaboración propia.

Fig.34. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 3. Fuente: elaboración propia.

Fig.35. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 3. Fuente: elaboración propia.

Fig.36. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 4. Fuente: elaboración propia.

Fig.37. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 4. Fuente: elaboración propia.

Fig.38. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 1. Fuente: elaboración propia.

Fig.39. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 1. Fuente: elaboración propia.

Fig.40. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 2. Fuente: elaboración propia.

Fig.41. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 2. Fuente: elaboración propia.

Fig.42. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 3. Fuente: elaboración propia.

Fig.43. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 3. Fuente: elaboración propia.

Fig.44. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 4. Fuente: elaboración propia.

Fig.45. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 4. Fuente: elaboración propia.

Fig.46. Convergencia de meridianos en UTM 21S. Fuente: Proyecto de grado para la carrera de Ingeniero Agrimensor en Facultad de Ingeniería - UDELAR realizado por Esteban Striewe y Rocío López.

Fig.47. Ruta N°5 real y Ruta N° 5 simplificada. Fuente: elaboración propia.

Fig.48. Proyecciones de la Ruta N°5. Fuente: elaboración propia.

Fig.49. Ruta N° 26 real y Ruta N° 26 simplificada. Fuente: elaboración propia.

Fig.50. Proyecciones de la Ruta N°26. Fuente: elaboración propia.

## Introducción

El avance tecnológico de los últimos tiempos ha facilitado la forma de vida de la humanidad en varios aspectos, hoy por hoy, la comunicación y transferencia de información es prácticamente instantánea en cualquier lugar del mundo donde se cuente con acceso a internet, lo que ha generado una gran globalización.

La agrimensura no ha quedado exenta, ya que el desarrollo de la tecnología del sistema global de navegación por satélite (GNSS) le brindó al Ing. Agrimensor otra herramienta de medición, la cual no sustituye al clásico teodolito o estación total, pero en algunas circunstancias simplifica la toma de datos reduciendo los costos y tiempos de trabajo.

Más puntualmente, en el caso de las mensuras rurales u obras de gran desarrollo superficial, donde es posible utilizar GNSS y medir con estación total implicaría efectuar un gran número de estaciones; en materia de esfuerzo y tiempos, realizar el trabajo con GNSS implicaría un costo mucho menor a costa de tener generalmente un error mayor, pero que a los efectos del trabajo no sería significativo. Por este motivo es que en la actualidad prácticamente todos estos trabajos son realizados con GNSS.

Dado que las mediciones se realizan sobre la superficie terrestre, es decir, sobre una superficie condicionada por la forma elipsoidal de la tierra, para representar estos datos en un plano de mensura y/o proyecto vial es necesario utilizar una proyección.

Al usar la estación total, la proyección es única debido a que consiste en proyectar ortogonalmente sobre varios planos (poliédrica). En este caso, no es intuitiva la aplicación de una proyección dado que no hay que elegirla puntualmente, pero se debe tener presente que, al medir sobre la superficie terrestre, siempre que se hable de coordenadas planas se debe haber aplicado alguna proyección.

Mientras que con la estación total la obtención de datos se realiza sobre una proyección ya definida, con el GNSS se mide en un sistema tridimensional en coordenadas geodésicas, pudiendo así aplicar a posteriori cualquier proyección que se crea conveniente.

Una de las proyecciones más utilizadas en nuestro país, por tratarse de una proyección estándar, es la Universal Transversal Mercator (UTM), puntualmente la UTM 21 S, por ser la que cubre mayor área del territorio.

El móvil del análisis a efectuar en este trabajo es determinar el costo-beneficio que se obtiene al utilizar la proyección UTM en comparación con otra proyección que no sea estándar.

Para que dicha comparación tenga sentido, en todos los casos se utilizará el mismo sistema de coordenadas geodésico convencional, en este caso el WGS84.

## Objetivo

El objetivo del presente trabajo es analizar la bondad de la proyección oficial del Uruguay, Universal Transversal Mercator, aplicada a mensuras rurales y obras lineales, lo cual se hará comparándola con proyecciones locales y medidas elipsoidales para poder cuantificar diferencias.

## Marco Teórico

La principal tarea del Ingeniero Agrimensor es el relevamiento de información topográfica, lo que supone generar un modelo matemático de la realidad a partir de mediciones realizadas en campo.

Al medir sobre la superficie terrestre, es fundamental introducir el concepto de la forma de la Tierra. La ciencia que se ocupa de estudiar la representación de la Tierra es la geodesia.

Además de la medida y representación de la Tierra, a la geodesia le corresponde el posicionamiento de puntos sobre la misma, así como el estudio de su campo gravitatorio, sus variaciones temporales y su rotación.

La Tierra no es un cuerpo rígido homogéneo, ya que está compuesta por una parte sólida y una parte líquida. Su forma es similar a una esfera achatada por los polos, generando que el diámetro sobre el Ecuador sea 43 km más largo que el diámetro entre los dos polos.

Según la ley de gravitación universal formulada por Isaac Newton, la fuerza ejercida entre la Tierra de masa  $M$  y otro cuerpo de masa  $m$ , separados a una distancia  $r$ , es igual al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Por lo que el módulo de la fuerza  $F_G$  ejercida entre ambos cuerpos, cuya dirección se encuentra sobre el eje que los une, está dado por la siguiente expresión:

$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Siendo  $G$  la constante de gravitación universal.

Por otro lado, el movimiento de rotación de la Tierra produce una fuerza centrífuga  $F_C$  que aleja a los objetos del eje de rotación, cuyo módulo está dado por:

$$F_C = m \cdot \omega^2 \cdot d$$

Siendo  $\omega$  la velocidad angular y  $d$  la distancia del cuerpo de masa  $m$  respecto al eje de rotación de la Tierra.

A la resultante de la fuerza gravitacional  $F_G$  y la fuerza centrífuga  $F_C$  se le conoce como gravedad, la cual es la fuerza que actúa sobre un cuerpo ubicado sobre la superficie terrestre.

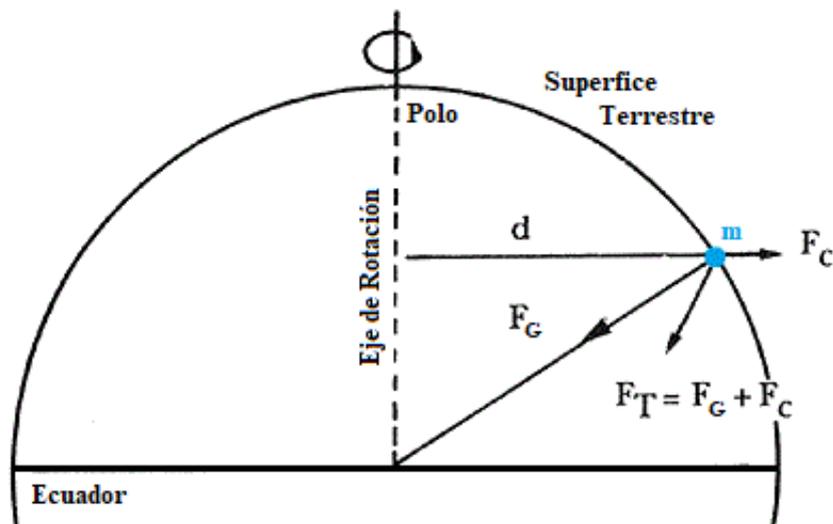


Fig.1. Componentes de la gravedad

Puede observarse que la fuerza centrífuga es mínima en los polos y máxima en el Ecuador, lo que ocasiona el achatamiento de la Tierra.

Se denomina geode a la superficie equipotencial de la gravedad, tomando como referencia la superficie del nivel medio de los mares en reposo prolongada por debajo de los continentes.

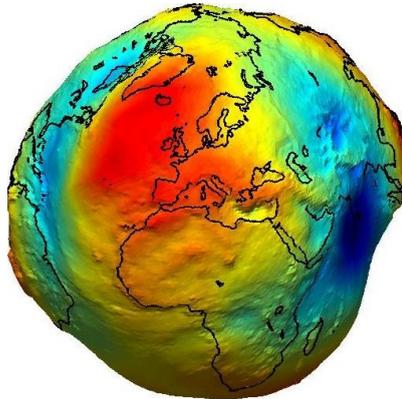


Fig.2. Geoide

Cabe destacar que el vector gravedad es perpendicular a la superficie equipotencial. A dicha dirección se la conoce como vertical del lugar y es la línea que seguiría una plomada suspendida de un hilo.

Para simplificar los cálculos se aproxima la forma de la Tierra por una superficie matemática teórica, el elipsoide de revolución. Dicha figura se genera haciendo rotar una elipse sobre su semieje menor  $b$  (al semieje mayor se lo identifica con la letra  $a$ ).

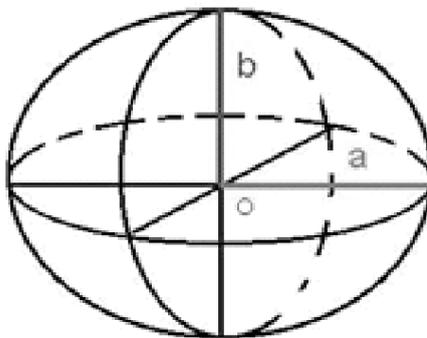


Fig.3. Elipsoide de revolución

El parámetro que permite observar que tan achatado se encuentra el elipsoide con respecto a la esfera es denominado achatamiento  $f$ , siendo:

$$f = \frac{a-b}{a}$$

Observar que en el caso particular de la esfera su radio tendría un valor  $r = a = b$  y por lo tanto  $f = 0$

A su vez, se define la primera excentricidad  $e^2$  como:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Se entiende como sistema de referencia a la definición matemática, teórica e ideal de una estructura geométrica utilizada para referenciar las coordenadas de puntos en el espacio. Un sistema de referencia está constituido por un conjunto de parámetros, modelos convencionales y algoritmos, y queda definido por un origen, direcciones de los ejes, escala y algoritmos para sus transformaciones espaciales y temporales, y las constantes utilizadas en las definiciones y correcciones.

A los sistemas de referencia geodésicos se les asocia un elipsoide, con sus parámetros geométricos y físicos.

Los sistemas de referencias convencionales son aquellos donde todas las constantes numéricas y parámetros para el establecimiento del sistema de referencia son especificadas de modo concreto, y responden a una época determinada.

Un marco de referencia es la realización práctica de un sistema de referencia, es decir, la materialización de dicho sistema. Se compone de un conjunto de puntos materializados en la superficie terrestre y sus coordenadas, así como las técnicas aplicadas en las medidas y los métodos utilizados. Para conseguir una realización práctica de un marco geodésico global de referencia se tienen un conjunto de estaciones con coordenadas bien determinadas en diferentes puntos del planeta.

Cabe aclarar que, mientras el sistema de referencia es una definición teórica e ideal que no está afectada por error, el marco de referencia implica la colocación y medición de puntos, lo cual sí está afectado por error, por este motivo resulta importante conocer las técnicas y métodos utilizados en la medición de dichos puntos.

Los sistemas de referencia modernos constan de tres ejes cartesianos ortogonales donde el origen O del mismo se ubica en el centro de masas de la Tierra, el eje Z coincide con el eje de rotación terrestre, el eje X está contenido en el meridiano de Greenwich, mientras que el eje Y completa el triedro.

En el caso de los sistemas de referencia geodésicos, se debe conocer el elipsoide de revolución asociado, que se centra en el triedro anteriormente mencionado, sobre el cual se definirán las coordenadas geodésicas.

Para determinar la ubicación de un punto unívocamente se utilizan los sistemas de coordenadas.

Coordenadas geodésicas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ):

Considerando un punto M situado sobre la superficie del elipsoide.

La latitud  $\varphi$  es el ángulo entre la normal al elipsoide en el punto M y el plano del ecuador, el cual toma valores positivos en el hemisferio norte y negativos en el hemisferio sur, cumpliendo que  $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$

La longitud  $\lambda$  es el ángulo diedro formado por el plano del meridiano de Greenwich y el meridiano que pasa por el punto M, el cual toma valores positivos hacia el este y negativo hacia el oeste.

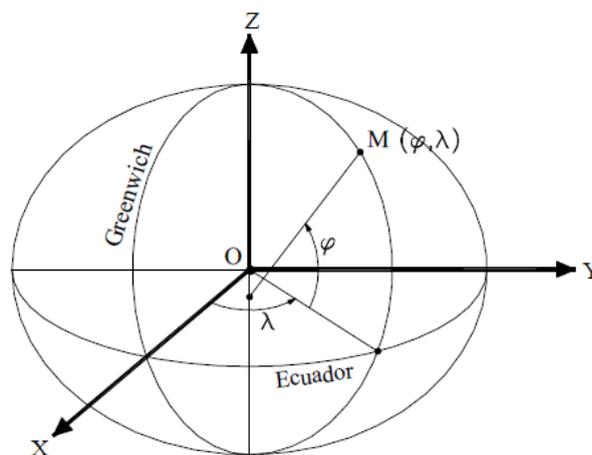


Fig.4. Coordenadas geodésicas

Coordenadas cartesianas (X, Y, Z):

Considerando un punto M situado a una altura h sobre el elipsoide medida sobre la normal del mismo, las coordenadas cartesianas son las coordenadas rectangulares espaciales X, Y, Z del punto M.

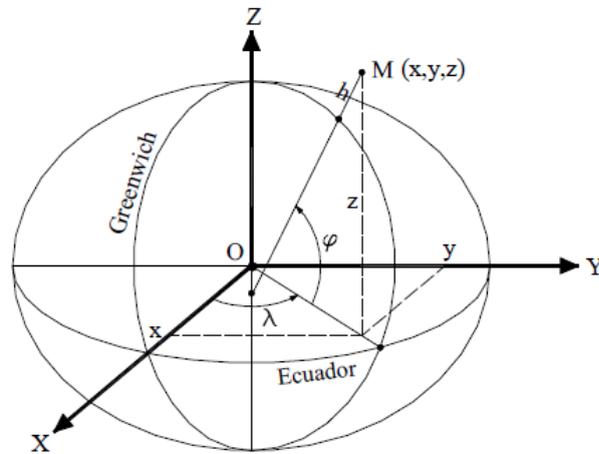


Fig.5. Coordenadas cartesianas

La conversión de coordenadas geodésicas a cartesianas puede realizarse definiendo el radio de curvatura  $N$  como  $N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi}}$ , y luego se tendrá que:

$$\begin{cases} X = (N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y = (N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \text{sen} \lambda \\ Z = [N \cdot (1 - e^2) + h] \cdot \text{sen} \varphi \end{cases}$$

Para la conversión de coordenadas cartesianas a geodésicas se tiene que:

- $\text{tg} \lambda = \frac{Y}{X}$
- $\text{tg} \varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} \cdot \left( 1 + \frac{N \cdot e^2 \cdot \text{sen} \varphi}{Z} \right)$  es necesario iterar

Solución iterativa inicial:

$$\text{tg} \varphi_0 = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}$$

$$\text{Entonces } N_0 = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi_0}}$$

Con  $\varphi_0$  y  $N_0$  se calcula

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} \cdot \left( 1 + \frac{N_0 \cdot e^2 \cdot \text{sen } \varphi_0}{Z} \right)$$

Con el valor de  $\varphi_1$  se obtiene  $N_1$ , y así sucesivamente

Por último:

$$h = \frac{Z}{\text{sen } \varphi} - N \cdot (1 - e^2)$$

Para el cálculo del área delimitada por dos arcos de paralelo y dos arcos de meridiano sobre la superficie del elipsoide, se tiene que:

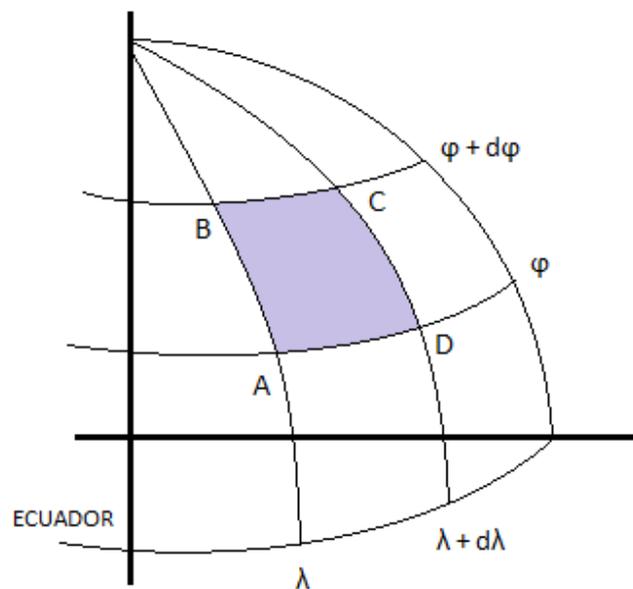


Fig.6. Cálculo de áreas sobre la superficie elipsoidal

Se sabe que

$$AB = CD = M d\varphi$$

$$AD = BC = N \cos \varphi d\lambda$$

$$dZ = MN \cos \varphi d\varphi d\lambda$$

Entonces,

$$Z = \int dZ = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} MN \cos\varphi \, d\varphi \, d\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} MN \cos\varphi \, d\varphi$$

$$Z = (\lambda_2 - \lambda_1) b^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos\varphi}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^2} \, d\varphi = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1) b^2}{2} \left[ \frac{\sin\varphi}{1 - e^2 \sin^2\varphi} + \frac{1}{2e} \operatorname{Ln}\left(\frac{1 + e \sin\varphi}{1 - e \sin\varphi}\right) \right]_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

Desarrollando en series el integrando se tiene:

$$\frac{\cos\varphi}{(1 - e^2 \sin^2\varphi)^2} = \cos\varphi + 2e^2 \cos\varphi \sin^2\varphi + 3e^4 \cos\varphi \sin^4\varphi + 4e^6 \cos\varphi \sin^6\varphi + \dots$$

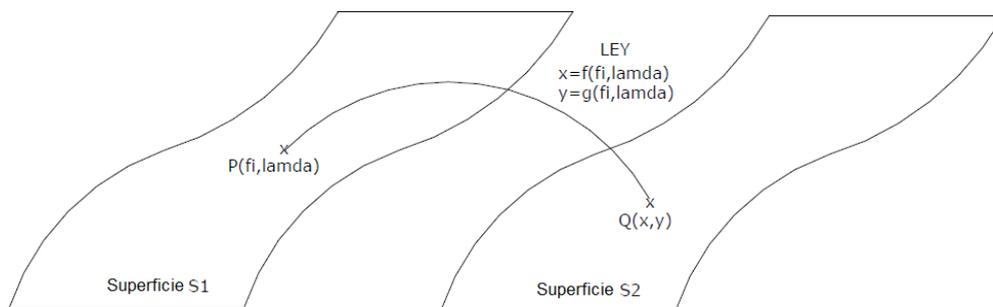
Así, se obtiene:

$$Z = (\lambda_2 - \lambda_1) b^2 \left[ \sin\varphi + \frac{2}{3} e^2 \sin^3\varphi + \frac{3}{5} e^4 \sin^5\varphi + \frac{4}{7} e^6 \sin^7\varphi + \dots \right]_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$

Lo que motiva a la realización de este trabajo se reduce en sí a un problema cartográfico.

La cartografía es la ciencia encargada de la creación de cartas o mapas, lo que busca la cartografía es la representación de la totalidad o parte de la superficie terrestre sobre una superficie plana. Para esto se aplica lo que se conoce como una proyección cartográfica, que es una correspondencia biunívoca entre los puntos de ambas superficies a través de una función matemática, denominada Ley de la Proyección.

La Ley de la Proyección transforma un punto de coordenadas geográficas (latitud, longitud) definidas sobre la superficie del elipsoide, en un punto de coordenadas cartesianas (x,y), cada par de puntos correspondientes se denominan puntos homólogos.



*Fig.7. Funcionamiento de una proyección cartográfica*

En el caso de la Fig.7, a la superficie S1 se la denomina superficie objetiva, mientras que la superficie S2 es la superficie subjetiva.

Se dice que una superficie es aplicable o desarrollable sobre un plano cuando el valor de la curvatura gaussiana de dicha superficie es igual a 0, lo cual ocurre por ejemplo en superficies tales como el cilindro y el cono.

Cuando una superficie no es desarrollable sobre otra, se producen alteraciones en las distancias, los ángulos y las áreas.

Dado que el elipsoide no es desarrollable sobre el plano, la superficie de la Tierra no puede representarse sobre una superficie plana sin que sufra deformaciones. Para mitigar esto se construyen las diferentes proyecciones de modo que conserven distancias, ángulos o áreas; pudiendo conservar sin deformación solo una de estas características a la vez.

La Indicatriz de Tissot se utiliza para ilustrar gráficamente las distorsiones, tanto lineales, angulares o de áreas; que se generan al aplicar una determinada proyección para generar una carta. Consiste en una figura teórica representada por la proyección ortogonal sobre un plano de un círculo infinitesimal de una unidad de radio ubicado sobre la superficie de la Tierra. Generalmente esta figura corresponde a una elipse cuyos ejes indican las dos direcciones principales de la proyección en un determinado punto. En el caso que la Indicatriz de Tissot sea un círculo implica que en ese punto la escala es independiente de la dirección.

La clasificación de las proyecciones cartográficas se realiza a través de varios criterios:

1) Por la superficie subjetiva:

Puede proyectarse sobre un plano, un cilindro, un cono o un poliedro

2) Por la Ley de la proyección:

Se habla de proyecciones geométricas cuando los puntos homólogos están vinculados por una construcción geométrica. Mientras que si la proyección carece de expresión geométrica y solo presenta expresión analítica, se la denomina proyección analítica.

3) Por la posición de la superficie subjetiva respecto de la objetiva:

| <b>Superficie Subjetiva</b> | <b>Denominación</b>   | <b>Posición</b>   |
|-----------------------------|-----------------------|---|
| Plano                       | Polares               | el plano es tangente en el polo   |
|                             | Ecuatoriales          | el plano es tangente en el ecuador  |
|                             | Acimutales u oblicuas | el plano es tangente a la superficie objetiva en un punto de latitud intermedia |
| Cilindro<br>o<br>Cono       | Directas              | eje del cilindro/cono coincide con el eje polar terrestre                       |
|                             | Transversas           | eje del cilindro/cono pertenece al plano del ecuador                            |
|                             | Acimutales u oblicuas | eje del cilindro/cono forma un ángulo de latitud intermedia                     |

4) Por la intersección o no de las superficies subjetiva y objetiva:

Ambas superficies pueden ser secantes, tangentes o externas (caso de no intersectarse).

5) Por las característica geométrica que se conservan

| <u>Denominación:</u>         | <u>Conservan:</u> |
|------------------------------|-------------------|
| Equidistantes o Automecoicas | Distancias        |
| Conformes                    | Ángulos           |
| Equivalentes                 | Áreas             |
| Afilácticas                  | Nada              |

A continuación se presentarán algunas proyecciones a destacar:

- Proyección Mercator

Proyección creada por Gerhard Krämer en 1569 para representar la superficie de la Tierra, en la cual las loxodrómicas (curvas que forman un ángulo constante con los meridianos) son representadas por rectas. Dicha proyección consta de un desarrollo cilíndrico considerando un cilindro tangente a la Tierra en el Ecuador y además es conforme.

Los meridianos surgen por la intersección de los planos que las contienen con el cilindro, mientras que los paralelos se representan por rectas paralelas entre sí, que a su vez son perpendiculares a los meridianos.



*Fig.8. Proyección Mercator*

Tiene una gran popularidad debido a que fue muy utilizada para la navegación, ya que permitía trazar rutas de rumbo constante a través de una línea recta.

Denominando  $\varphi$  a la latitud y  $\lambda$  a la longitud, la ley de la proyección está dada por:

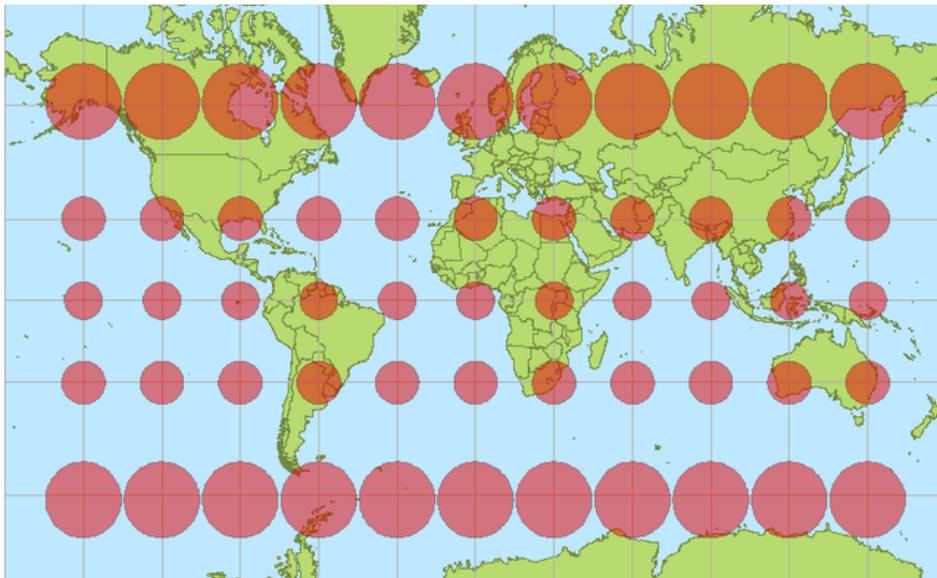
$$X = a \cdot \Delta\lambda$$

$$Y = a \cdot \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right) - a \cdot e^2 \cdot \ln \left( \frac{1 + e^2 \cdot \operatorname{sen} \varphi}{1 - e^2 \cdot \operatorname{sen} \varphi} \right)$$

Siendo:

- $a$ : semieje mayor del elipsoide
- $e^2$ : primera excentricidad del elipsoide

Como desventaja presenta la imposibilidad de representar los polos y que las deformaciones para latitudes elevadas son muy grandes lo cual puede observarse a continuación analizando la Indicatriz de Tissot.



*Fig.9. Indicatriz de Tissot para la Proyección Mercator*

Como se observa en la Fig.9, al tratarse de una proyección conforme, la indicatriz de Tissot corresponde a una circunferencia la cual se agranda a medida que la misma se encuentra más alejada del Ecuador.

- Proyección de Gall - Peters

Consiste en una proyección cilíndrica directa equivalente, lo que significa que se conservan las áreas, y fue creada por James Gall para mostrar la superficie terrestre sin las grandes deformaciones que presentan los países cercanos a los polos en la proyección Mercator.

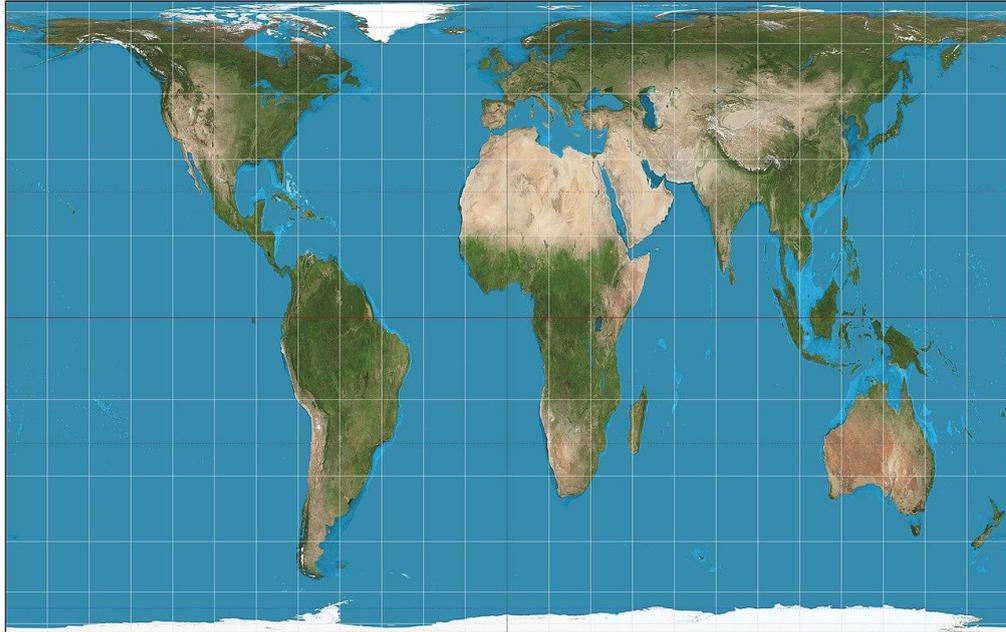


Fig.10. Proyección Gall - Peters

La ley de la proyección está dada por:

$$X = R \cdot \lambda$$

$$Y = 2 \cdot R \cdot \text{sen } \varphi$$

Siendo :

- $\varphi$  la latitud,
- $\lambda$  la longitud
- R el radio terrestre

Cabe destacar que no existe deformación sobre los paralelos estándar, los cuales son el 45°N y el 45°S.

- Proyección cilíndrica conforme Gauss-Kruger

Tal como lo indica su nombre, la superficie subjetiva de transición es el cilindro, pero a diferencia de la proyección Mercator, se trata de una proyección transversa, por lo que el eje del cilindro pertenece al plano del Ecuador. Además, dicho cilindro es tangente al elipsoide en un meridiano, al cual se le denomina meridiano central o meridiano de contacto.

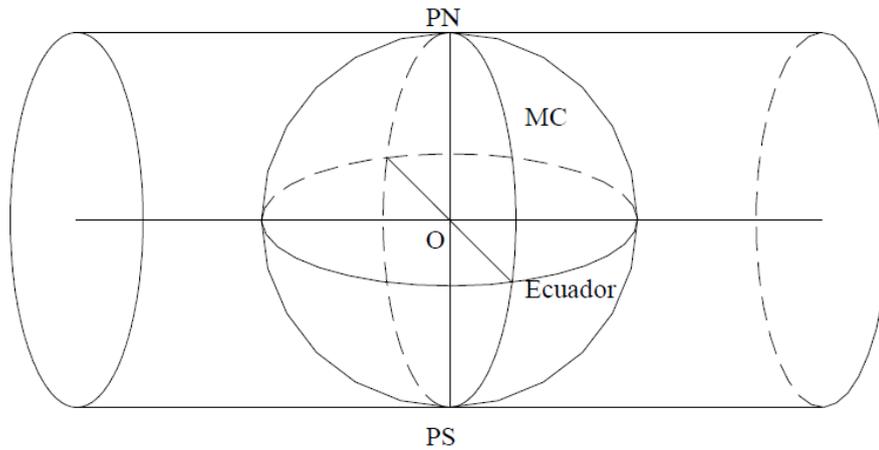


Fig.11. Proyección Gauss - Kruger

El meridiano de contacto se representa con una recta sin deformaciones y el Ecuador se representa con una recta perpendicular.

Considerando un punto de latitud  $\varphi$  y longitud  $\lambda$ , cuyo elipsoide asociado tiene una excentricidad  $e^2$

Denominando

$$A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 - \frac{175}{256}e^6$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 - \frac{105}{256}e^6$$

$$D = \frac{35}{512}e^6$$

Se tiene

$$s = a(1 - e^2) \cdot \left[ A \cdot \varphi^{(r)} - \frac{B}{2} \cdot \text{sen}(2\varphi) + \frac{C}{4} \cdot \text{sen}(4\varphi) - \frac{D}{6} \cdot \text{sen}(6\varphi) \right]$$

Considerando

$$t = \operatorname{tg} \varphi$$

$$n = \sqrt{\frac{e^2}{1 - e^2}} \cdot \cos \varphi$$

$$1 + n^2 = \frac{N}{\rho}$$

$$t_1 = N \cdot \cos \varphi$$

$$t_2 = \frac{1}{2!} N \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos \varphi$$

$$t_3 = \frac{1}{3!} N \cdot \cos^3 \varphi (1 - t^2 + n^2)$$

$$t_4 = \frac{1}{4!} N \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9n^2 + 4n^4)$$

.....

Se tiene que la ley de la proyección Gauss - Kruger está dada por:

$$X = s + t_2 \lambda^2 + t_4 \lambda^4 + t_6 \lambda^6 + \dots$$

$$Y = t_1 \lambda + t_3 \lambda^3 + t_5 \lambda^5 + \dots$$

- Proyección cónica conforme de Lambert

Creada en el año 1772, tal como indica su nombre, esta proyección conserva los ángulos y su superficie subjetiva de transición es el cono. Dado que el eje del cono coincide con el eje polar de la Tierra, se trata de una proyección directa.

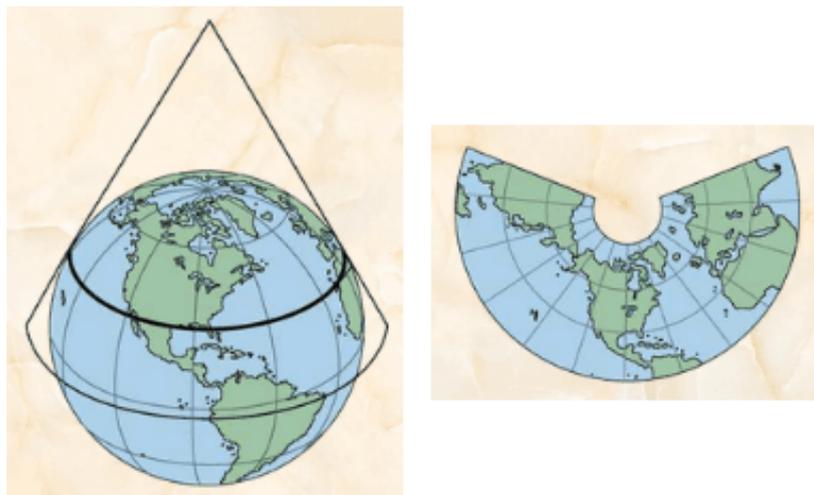


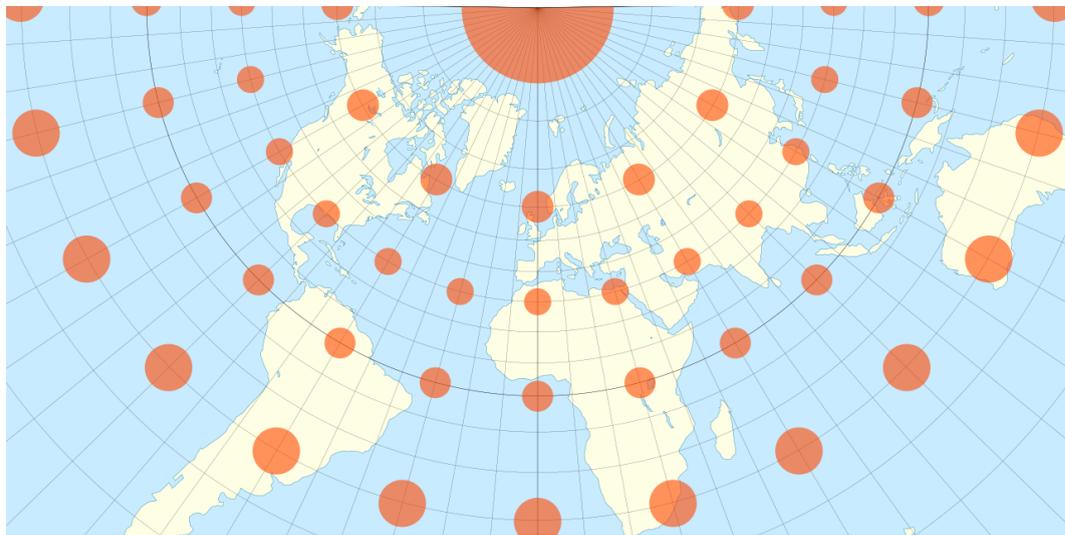
Fig.12. Proyección cónica conforme de Lambert

Los paralelos son representados por arcos de circunferencias

concéntricas en el vértice, mientras que los meridianos se representan por rectas concurrentes en el vértice.

Esta proyección cuenta con la particularidad que puede utilizar como parámetro uno o dos paralelos de contacto, sobre los cuales no se produce deformación.

A continuación se muestra su comportamiento mediante la Indicatriz de Tissot:



*Fig.13. Indicatriz de Tissot para la Proyección cónica conforme de Lambert con paralelos estándar a 15°N y 45°N*

Puede observarse que sobre los paralelos estándar no hay deformación y que la misma es mayor que uno fuera de la faja que los compone pero menor a uno dentro de la misma.

- Proyección Universal Transversal Mercator (UTM)

Se trata de una proyección cilíndrica conforme Gauss-Kruger con un factor de escala  $k = 0.9996$ , de esta manera el cilindro es secante al elipsoide en dos meridianos, denominados meridianos de contacto.

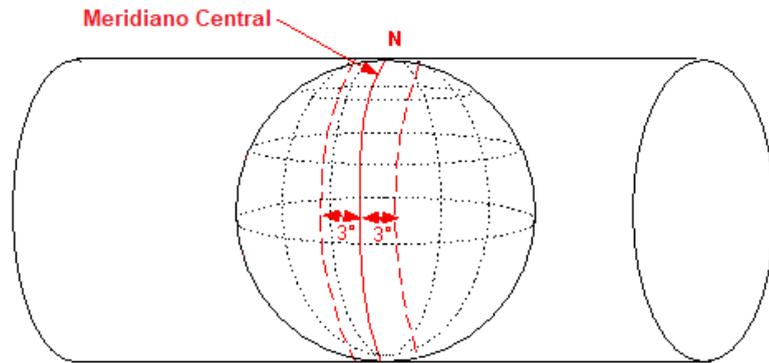


Fig.14. Proyección UTM

Sobre los meridianos de contacto no existe deformación lineal, mientras que en el meridiano central se tiene una deformación de 0.9996; a medida que aumenta la distancia al meridiano central va aumentando la deformación.

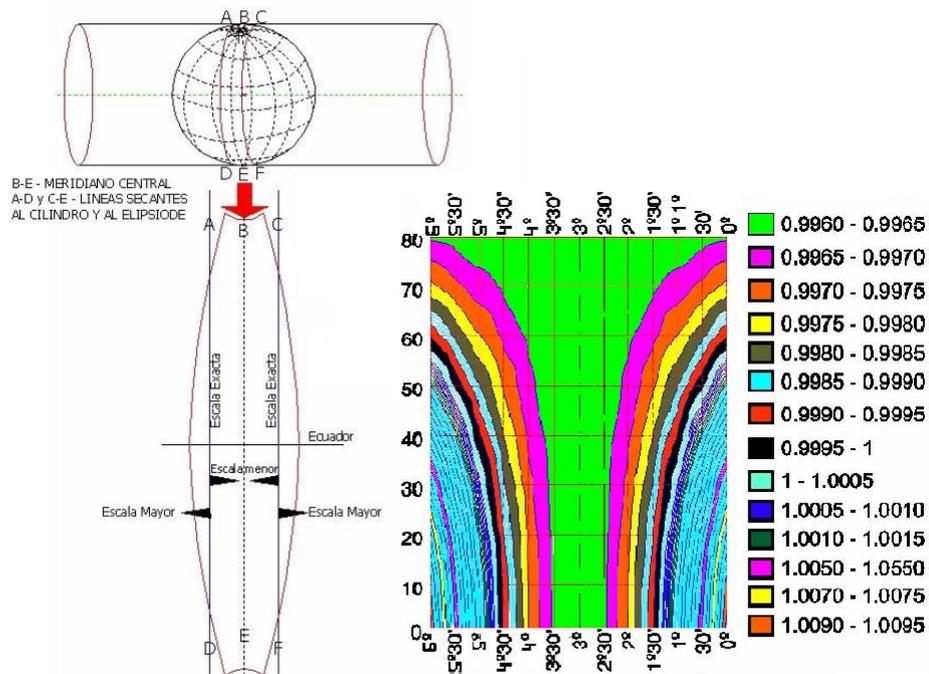


Fig.15. Deformación sobre un huso

Para la proyección UTM, la superficie terrestre se divide en 60 husos de 6° de longitud cuyo meridiano central equidista 3° de los extremos. Los 60 husos son enumerados de forma ascendente hacia el Este, siendo el primero comprendido entre los meridianos de longitudes 180°W y 174°W.

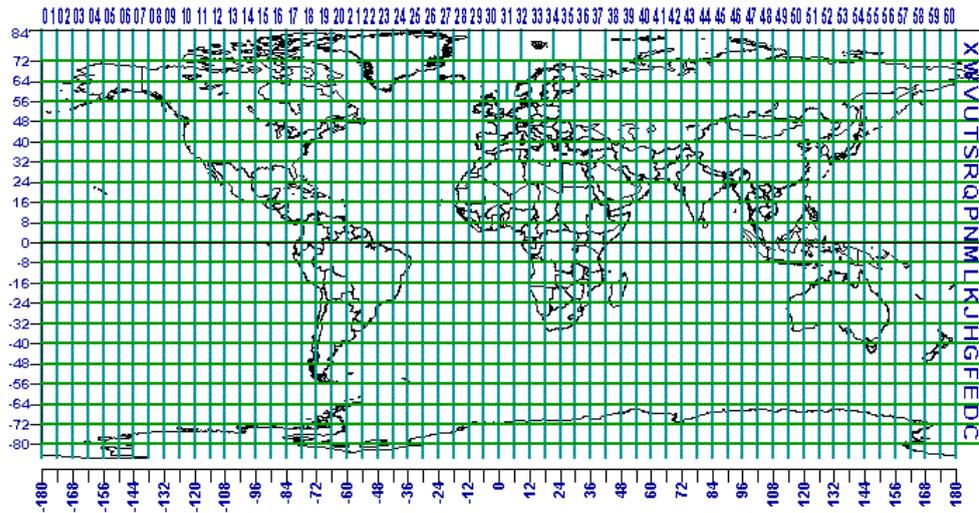


Fig.16.Zonas UTM

El origen de coordenadas Este de cada huso es el meridiano central, al cual se le asigna valor E = 500.000m para evitar valores negativos. El origen de coordenadas Norte de cada huso es el Ecuador, pero se diferencia entre el Norte geográfico, que toma valor N = 0m, y el Sur, que toma valor N = 10.000.000m.

La proyección UTM se limita entre las latitudes 84°N y 80°S dada la gran distorsión que se provoca al alejarse mucho del Ecuador. Por este motivo para representar los polos se utiliza la proyección denominada UPS, la cual es una proyección estereográfica polar universal. En dicha proyección el vértice es el polo, haciendo que las transformadas de los paralelos sean circunferencias concéntricas con el polo y las transformadas de los meridianos rectas concurrentes.

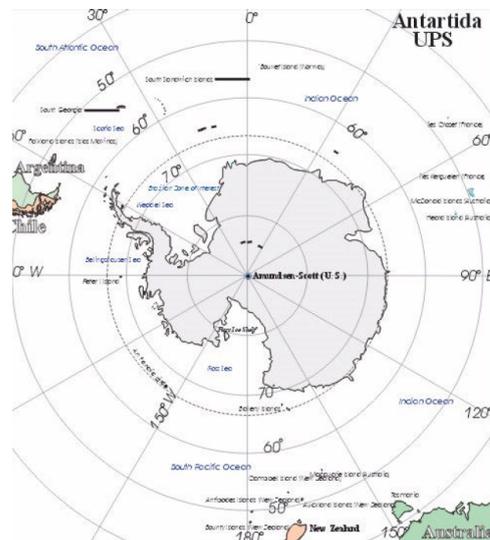


Fig.17. Proyección UPS en la Antártida

Dado que el Norte geográfico converge en un único punto pero los meridianos de la proyección son paralelos, además de la deformación lineal, debe tenerse en cuenta la convergencia de meridianos  $\gamma$ , la cual representa el valor angular de la diferencia de direcciones entre el Norte

geográfico y el Norte de la proyección. Cabe destacar que este valor aumenta a medida que aumenta la distancia al meridiano central.

La convergencia de meridianos  $\gamma$  viene dada por la siguiente expresión:

$$\gamma = \lambda \operatorname{sen} \varphi + \frac{\lambda^3}{3} \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos^2 \varphi (1 + 3n^2 + 2n^4) \text{ con } \lambda \text{ en radianes}$$

Siendo:

$\lambda$  la diferencia de longitud entre el punto y el meridiano central

$\varphi$  la latitud del punto

$$n = \sqrt{\frac{e^2}{1-e^2}} \cos(\varphi) \text{ con } e^2 \text{ la primera excentricidad del elipsoide}$$

Dados dos puntos 1 y 2, ubicados sobre la superficie del elipsoide, el acimut geodésico  $\alpha$  se relaciona con el acimut proyectado  $a$  y la convergencia de meridianos  $\gamma$  de la siguiente manera:

$$\alpha = a \pm \gamma \pm \Psi$$

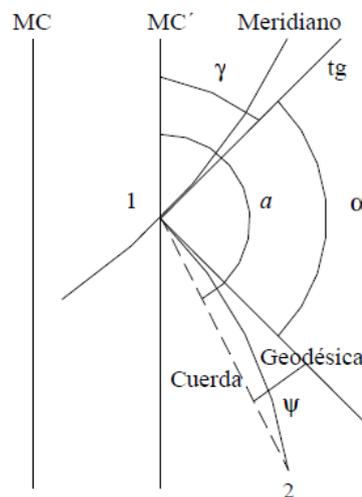


Fig.18. Relación entre el acimut geodésico y el acimut plano

Siendo  $\Psi$  el ángulo entre la tangente de la geodésica proyectada y la cuerda, al cual se le denomina deflexión angular.

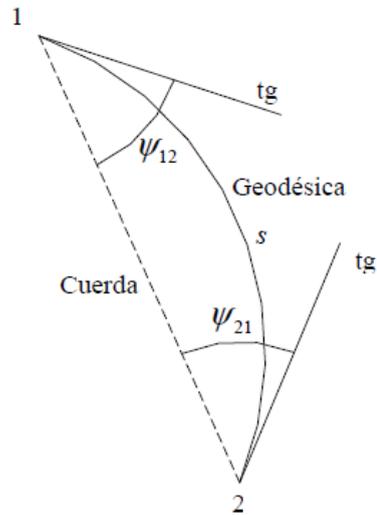


Fig.19. Deflexión angular ( $\Psi$ ) de la geodésica 1-2

Las deflexiones angulares  $\Psi_{12}$  y  $\Psi_{21}$  vienen dadas por las expresiones:

$$\Psi_{12} = \frac{\Delta X \left( Y_M - \frac{\Delta Y}{6} \right)}{2\rho_M N_M} \quad \Psi_{21} = -\frac{\Delta X \left( Y_M + \frac{\Delta Y}{6} \right)}{2\rho_M N_M}$$

Siendo:

$\Delta X$  la diferencia de coordenadas proyectadas en dirección Norte

$\Delta Y$  la diferencia de coordenadas proyectadas en dirección Este

$Y_M$  el promedio de coordenadas proyectadas en dirección Este

$\rho_M$  el radio de curvatura medio en el meridiano

$N_M$  el radio de curvatura medio en el vertical primario

## Estado del Arte

El estado del arte es la etapa de un proceso de investigación en donde se realiza una búsqueda de información acerca de lo más reciente del tema en estudio.

Dado el objetivo de este trabajo, en esta sección se presentarán las proyecciones más utilizadas en países de la región, con el fin de determinar las proyecciones a analizar.

- Uruguay

Tanto la Infraestructura de Datos Espaciales (IDE), que constituye un conjunto de políticas y estándares para manejar la información geográfica del país, como el Instituto Geográfico Militar (IGM) recomiendan utilizar como sistema de proyección la UTM 21 y 22 Sur, con el fin de tener una interoperabilidad entre la distintos tipos de datos.

- Argentina

Para representar la República Argentina, el Instituto Geográfico Nacional (IGN) de dicho país utiliza tres tipos de proyecciones distintas dependiendo de la zona en donde se esté trabajando.

En la zona Continental de Argentina y las Islas Malvinas se utiliza la proyección Gauss-Krüger, la cual es conforme, cilíndrica, transversal y tangente; contando con la característica de adquirir un factor de deformación sobre el meridiano central de valor 1.

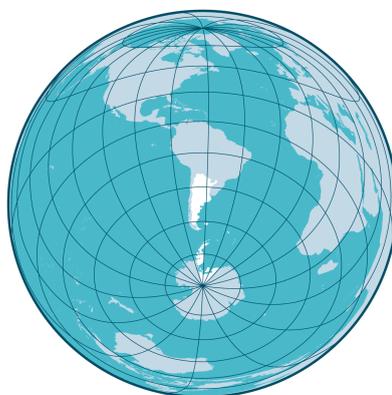
Para minimizar las deformaciones, se generaron 7 fajas meridianas de 3° de ancho con origen de latitud en el Polo Sur. Cada faja presenta un coeficiente característico que toma valores desde 1 a 7, por convención, los valores de origen de cada meridiano central surgen de multiplicar su respectivo coeficiente característico por 1000000 m y sumarle 500000 m.

Para aclarar mejor lo anterior, a continuación se presenta una tabla extraída de la página web del IGN:

| Faja meridiana | Meridiano central | Valor de origen de longitudes | Origen de latitudes | Valor de origen de latitudes | Factor de deformación |
|----------------|-------------------|-------------------------------|---------------------|------------------------------|-----------------------|
| 1              | -72°              | 1.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 2              | -69°              | 2.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 3              | -66°              | 3.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 4              | -63°              | 4.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 5              | -60°              | 5.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 6              | -57°              | 6.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |
| 7              | -54°              | 7.500.000 m                   | -90°                | 0 m                          | 1                     |

*Fig.20. Parámetros usados en Argentina para la proyección Gauss-Krüger*

Tanto en los sectores Continental, Insular como Antártico del país, se emplea la proyección de Lambert Equiareal utilizando como punto de tangencia el de latitud 40°S y longitud 60°O.



*Fig.21. Proyección Lambert Equiareal aplicada en Argentina*

Dicha proyección cuenta con las propiedades de ser equivalente y acimutal.

Por último, la proyección Estereográfica Polar que es conforme, plana y tangente, se aplica para representar la Antártida e Islas del Atlántico Sur.

- España

El Sistema Cartográfico Nacional español está regulado por el Real Decreto 1545/2007 del 23 de noviembre de 2007. En dicho documento se estipula que el Sistema Oficial de Coordenadas está formado tanto por las coordenadas geodésicas (latitud, longitud) , como por las coordenadas planas de la proyección UTM en escalas superiores a 1:500000.

- Brasil

La Comisión Nacional de Cartografía, en su guía de especificaciones técnicas, recomienda el uso de distintas proyecciones según la escala de trabajo y extensión del área de estudio. Dichas proyecciones y sus parámetros se listan a continuación.

Policónica: Se recomienda para mapas en escalas pequeñas, en particular en áreas de disposición N-S.

| Longitude origen  | Latitude origen | Falso X | Falso Y |
|-------------------|-----------------|---------|---------|
| 54° W             | 0°              | 0       | 0       |
| Unidade de medida |                 | Km      |         |

Fig.22. Parámetros de la proyección Policónica - Brasil

UTM: Se recomienda para mapas de áreas extensas, particularmente de disposición N-S.

| Fuso | Longitude |         |
|------|-----------|---------|
|      | Esquerda  | Direita |
| 18   | 78°W      | 72°W    |
| 19   | 72°W      | 66°W    |
| 20   | 66°W      | 60°W    |
| 21   | 60°W      | 54°W    |
| 22   | 54°W      | 48°W    |
| 23   | 48°W      | 42°W    |
| 24   | 42°W      | 36°W    |
| 25   | 36°W      | 30°W    |

Fig.23. Husos de la proyección UTM - Brasil

Cónica Conforme de Lambert: Se recomienda para áreas dispuestas en la dirección E-W.

| Fuso | Latitude |          | Paralelo-padrão |          |
|------|----------|----------|-----------------|----------|
|      | Superior | Inferior | 1               | 2        |
| NB   | 8°N      | 4°N      | 7°20' N         | 4°40' N  |
| NA   | 4°N      | 0°       | 3°20' N         | 0°40' N  |
| SA   | 0°       | 4°S      | 0               | 3°40' S  |
| SB   | 4°S      | 8°S      | 4°40' S         | 7°20' S  |
| SC   | 8°S      | 12°S     | 8°40' S         | 11°20' S |
| SD   | 12°S     | 16°S     | 12°40' S        | 15°20' S |
| SE   | 16°S     | 20°S     | 16°40' S        | 19°20' S |
| SF   | 20°S     | 24°S     | 20°40' S        | 23°20' S |
| SG   | 24°S     | 28°S     | 24°40' S        | 27°20' S |
| SH   | 28°S     | 32°S     | 28°40' S        | 31°20' S |
| SI   | 32°S     | 36°S     | 32°40' S        | 35°20' S |

Fig.24. Husos y parámetros de la proyección Cónica Conforme de Lambert - Brasil

Cónica Equivalente de Albers: Se recomienda para mapas temáticos por representar áreas sin deformación.

| Longitude<br>origem | Latitude<br>origem | Paralelo-padrão |       |
|---------------------|--------------------|-----------------|-------|
|                     |                    | 1               | 2     |
| 54° W               | 12° S              | 2° S            | 22° S |
| Unidade de medida   |                    | km              |       |

Fig.25. Parámetros de la proyección Cónica Equivalente de Albers - Brasil

Mercator: Se recomienda en cartografía náutica por representar las loxodrómicas como líneas rectas.

| Longitude<br>origem | Latitude<br>origem | Falso X | Falso Y | Paralelo-padrão                       |
|---------------------|--------------------|---------|---------|---------------------------------------|
| 0°                  | 0°                 | 0       | 0       | latitudo média da<br>área de trabalho |

Fig.26. Parámetros de la proyección de Mercator

- Chile

El Instituto Geográfico Militar es el servicio encargado de producir y mantener la *cartografía* y mapas oficiales de Chile para el Estado y la industria nacional pública.

El Grupo de Geodesia del SNIT de Chile recomienda emplear coordenadas en proyección UTM para escalas mayores a 1:25.000 y coordenadas no proyectadas para escalas menores a 1:25.000.

El uso de la proyección UTM se recomienda únicamente para el territorio, mientras que para el territorio antártico, rigen las recomendaciones del comité internacional SCAR (Scientific Committee On Antarctic Research). Así, la recomendación de uso de de la proyección UTM rige hasta los 79° 30' de latitud sur, posteriormente recomendándose el uso de la Proyección Estereográfica Polar.

Por otra parte, los mapas de carreteras y de red vial elaborados por la Dirección de Vialidad de Chile se encuentran en el Sistema de Referencia UTM 18 y 19S.

## Análisis

### Parcelas rurales

Para estudiar el comportamiento de la proyección UTM 21 S en comparación con una proyección local, se establecieron polígonos de cuatro lados simulando una parcela rural ubicados en diferentes zonas del país. Estos polígonos se generaron sobre el elipsoide de manera tal que siendo sus vértices:  $V_1(\varphi_1, \lambda_1)$ ,  $V_2(\varphi_2, \lambda_2)$ ,  $V_3(\varphi_3, \lambda_3)$  y  $V_4(\varphi_4, \lambda_4)$  entonces  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_a$ ,  $\varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_b$ ,  $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_a$  y  $\lambda_2 = \lambda_4 = \lambda_b$

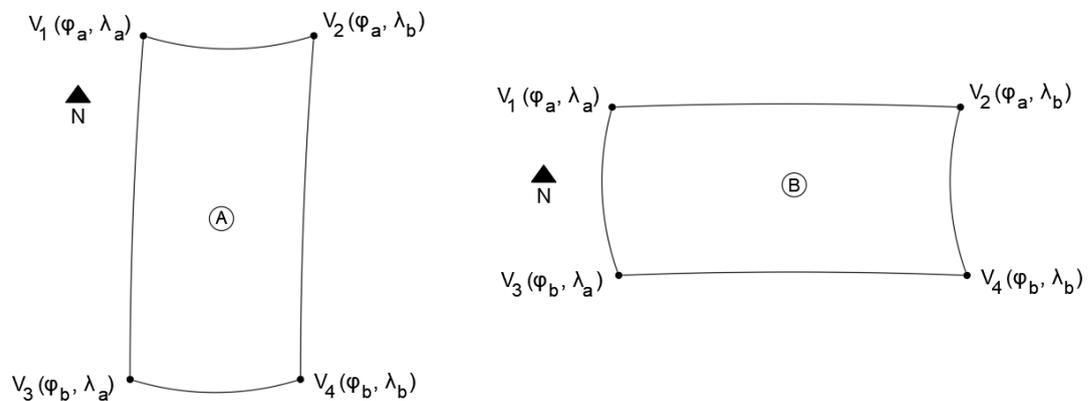


Fig.27. Conformación de los polígonos

Como se aprecia en la Fig.27, se consideraron dos tipos de polígonos: los tipo A, cuyo desarrollo sobre los meridianos es mayor al desarrollo sobre los paralelos, y los tipo B, cuyo desarrollo sobre los paralelos es mayor al desarrollo sobre los meridianos.

La elección de las zonas de estudio se realizó en base al factor de deformación lineal  $k$  (coeficiente de anamorfosis) de la proyección UTM 21 S. Se optó por una zona cercana al valor inferior ( $k = 0.9996$ ), una zona cercana al valor superior ( $k = 1.0005$ ), y dos zonas intermedias.

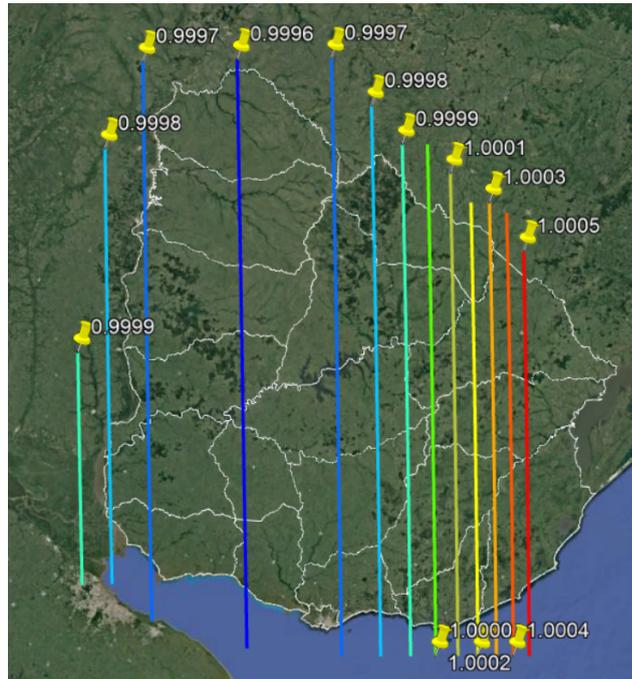


Fig.28. Deformación lineal k de UTM 21S

De esta manera se establecieron cuatro zonas de estudio:

- Zona 1: cercana a la ciudad de Paysandú
- Zona 2: cercana a la ciudad de Trinidad
- Zona 3: cercana a la ciudad de Maldonado
- Zona 4: cercana a la ciudad de Melo

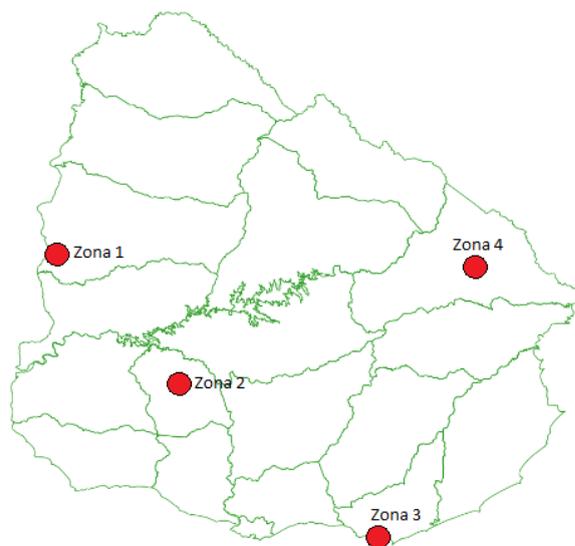


Fig.29. Distribución de las zonas de estudio

En cada zona, tanto para los polígonos de tipo A como para los de tipo B, se aplicó la proyección UTM 21 S, además de dos proyecciones locales: una Transversal Mercator (la cual sería más favorable para la configuración A) y una Cónica Conforme de Lambert por un solo paralelo (la cual sería más favorable para la configuración B).

Como origen para las proyecciones locales se tomó el centro de cada polígono, por lo que el meridiano central de la Transversal Mercator está dado por  $\frac{\lambda_a + \lambda_b}{2}$ , mientras que el paralelo central de la Cónica de Lambert está dado por  $\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2}$ .

Una vez efectuadas las proyecciones, se comparará la longitud de cada lado proyectado en relación a la longitud medida sobre el elipsoide, o sea, la distancia real. Del mismo modo, se comparará el área proyectada en relación al área calculada sobre la superficie del elipsoide.

Como el resultado final de una mensura rural es un plano de mensura, para este primer análisis no se evaluará la convergencia de meridianos dado que no afecta al resultado final, pero sí será tenido en cuenta para el segundo análisis correspondiente a obras lineales.

Por último, se corregirán las distancias y áreas obtenidas para la proyección UTM 21 S multiplicándose por el inverso del coeficiente de anamorfosis, para luego comparar longitudes y áreas proyectadas corregidas en relación a longitudes y áreas sobre el elipsoide. Para esto se considerará el lado más largo de cada polígono, y su área.

En cuanto al área de los polígonos, se consideraron dos valores distintos, unos de aproximadamente 200 Ha y otros de aproximadamente 500 Ha.

## Polígonos de aproximadamente 200 ha

### Zona 1

Planillas de coordenadas en grados decimales:

| Polígono A |            |            | Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   | Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.323182 | -58.055222 | V1         | -32.323182 | -58.071905 |
| V2         | -32.323182 | -58.048459 | V2         | -32.323182 | -58.048459 |
| V3         | -32.346628 | -58.055222 | V3         | -32.329945 | -58.071905 |
| V4         | -32.346628 | -58.048459 | V4         | -32.329945 | -58.048459 |

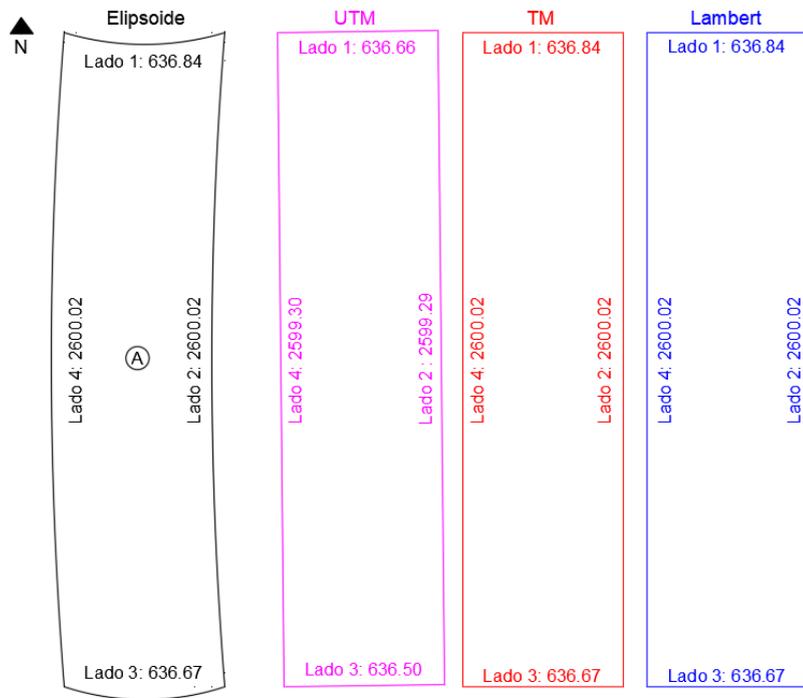


Fig.30. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 1

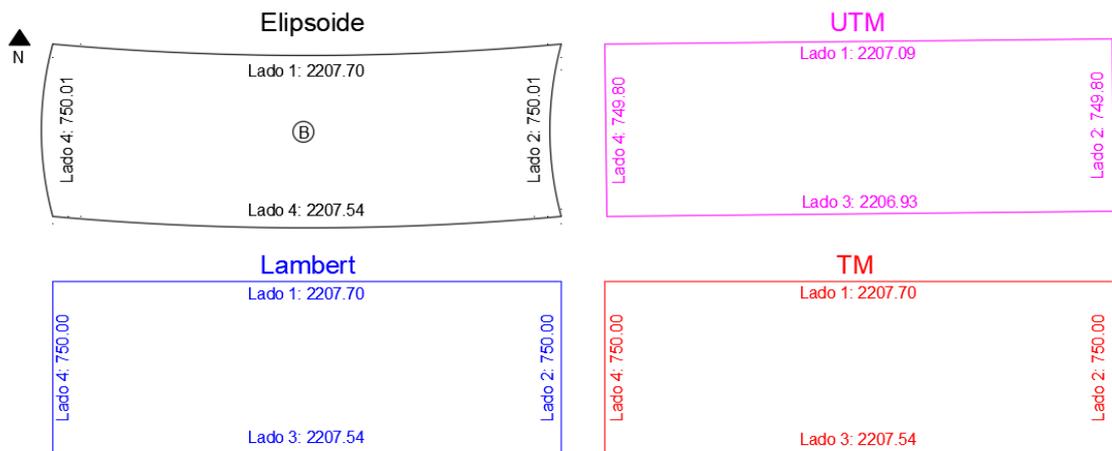


Fig.31. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 1

Tabla de resultados:

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 636.84    | 636.66     | 636.84  | 636.84  | 0.18                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 2600.02   | 2599.29    | 2600.02 | 2600.02 | 0.73                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 636.67    | 636.50     | 636.67  | 636.67  | 0.17                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 2600.02   | 2599.3     | 2600.02 | 2600.02 | 0.72                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1655578   | 1654654    | 1655578 | 1655578 | 924                              | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 2207.70   | 2207.0924  | 2207.70 | 2207.70 | 0.61                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 750.01    | 749.80     | 750.00  | 750.00  | 0.21                             | 0.01 | 0.01    |
| Lado 3 (m)             | 2207.54   | 2206.93    | 2207.54 | 2207.54 | 0.61                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 750.01    | 749.8      | 750.00  | 750.00  | 0.21                             | 0.01 | 0.01    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1655728   | 1654811    | 1655728 | 1655728 | 917                              | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.03% para las distancias lineales y del 0.06% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas menores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

## Zona 2

Planillas de coordenadas en grados decimales:

| Polígono A |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -33.519093 | -56.923181 |
| V2         | -33.519093 | -56.916418 |
| V3         | -33.542539 | -56.923181 |
| V4         | -33.542539 | -56.916418 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -33.519093 | -56.939864 |
| V2         | -33.519093 | -56.916418 |
| V3         | -33.525856 | -56.939864 |
| V4         | -33.525856 | -56.916418 |

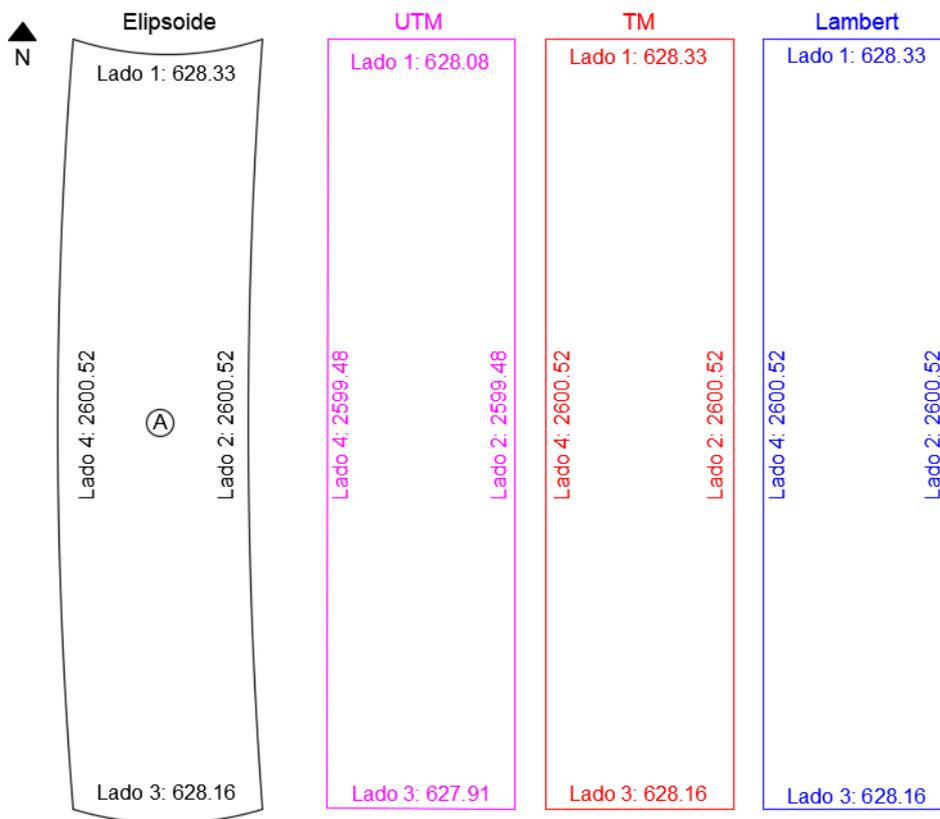


Fig.32. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 2

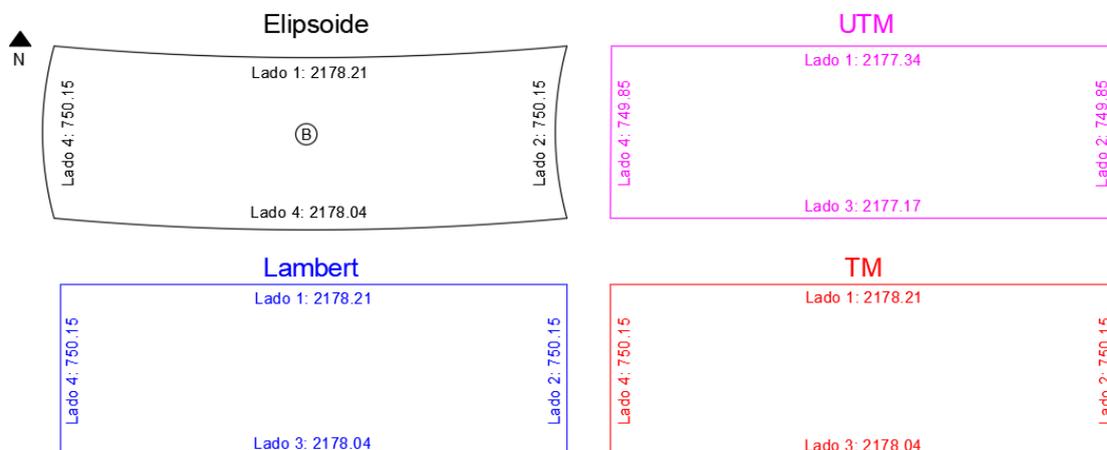


Fig.33. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 2

Tabla de resultados:

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 628.33    | 628.08     | 628.33  | 628.33  | 0.25                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 2600.52   | 2599.48    | 2600.52 | 2600.52 | 1.04                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 628.16    | 627.91     | 628.16  | 628.16  | 0.25                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 2600.52   | 2599.48    | 2600.52 | 2600.52 | 1.04                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1633762   | 1632457    | 1633762 | 1633762 | 1304                             | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 2178.21   | 2177.34    | 2178.21 | 2178.21 | 0.87                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 750.15    | 749.85     | 750.15  | 750.15  | 0.30                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 2178.04   | 2177.17    | 2178.04 | 2178.04 | 0.87                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 750.15    | 749.85     | 750.15  | 750.15  | 0.30                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1633916   | 1632611    | 1633916 | 1633916 | 1305                             | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.04% para las distancias lineales y del 0.08% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas menores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

### Zona 3

Planillas de coordenadas en grados decimales:

| Polígono A |           |           |
|------------|-----------|-----------|
| Vértice    | Latitud   | Longitud  |
| V1         | -34.87862 | -55.01401 |
| V2         | -34.87862 | -55.00724 |
| V3         | -34.90207 | -55.01401 |
| V4         | -34.90207 | -55.00724 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -34.878620 | -55.030688 |
| V2         | -34.878620 | -55.007242 |
| V3         | -34.885383 | -55.030688 |
| V4         | -34.885383 | -55.007242 |

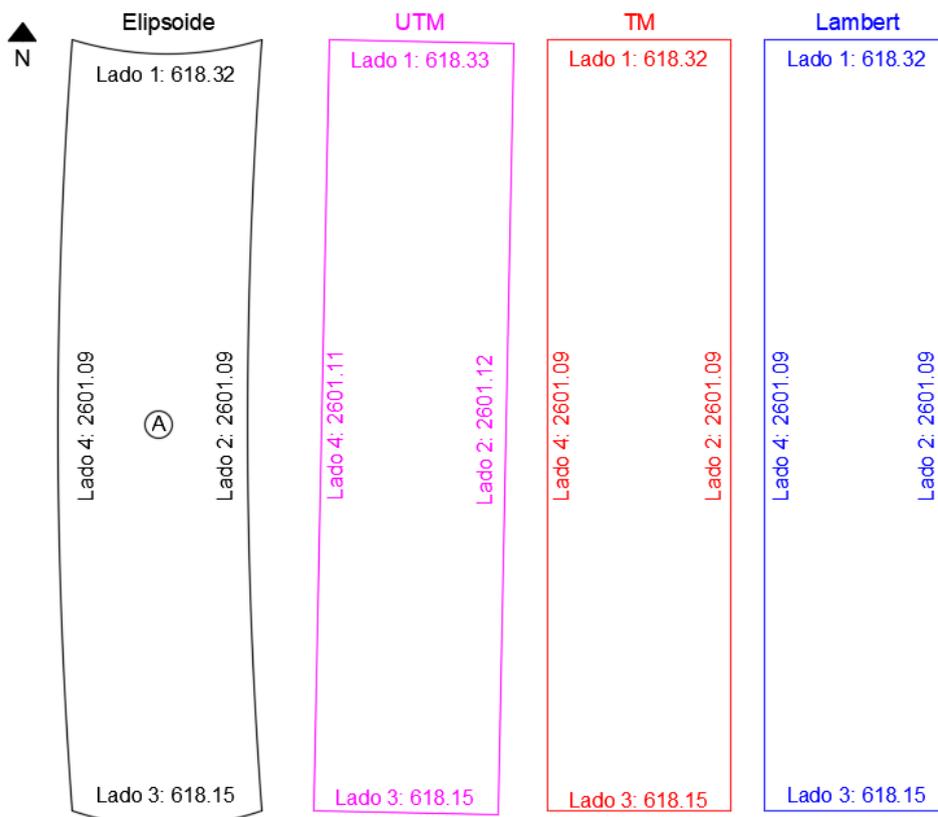


Fig.34. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 3

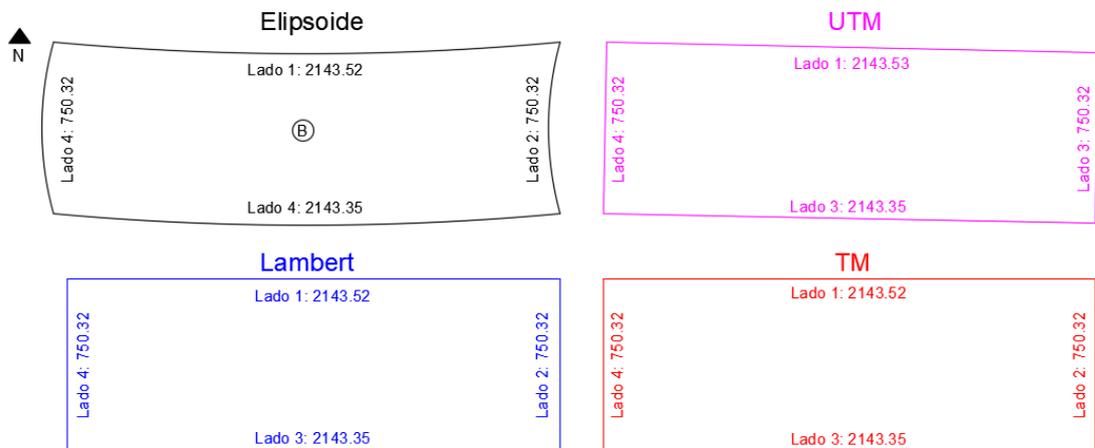


Fig.35. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 3

Tabla de resultados:

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 618.32    | 618.33     | 618.32  | 618.32  | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 2601.09   | 2601.12    | 2601.09 | 2601.09 | -0.03                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 618.15    | 618.15     | 618.15  | 618.15  | 0                                | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 2601.09   | 2601.11    | 2601.09 | 2601.09 | -0.02                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1608091   | 1608115    | 1608091 | 1608091 | -24                              | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 2143.52   | 2143.53    | 2143.52 | 2143.52 | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 750.32    | 750.32     | 750.32  | 750.32  | 0                                | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 2143.35   | 2143.35    | 2143.35 | 2143.35 | 0                                | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 750.32    | 750.32     | 750.32  | 750.32  | 0                                | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1608252   | 1608265    | 1608252 | 1608252 | -14                              | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.01% tanto para distancias lineales como áreas, teniéndose áreas y distancias proyectadas mayores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

## Zona 4

Planillas de coordenadas en grados decimales:

| Polígono A |            |            | Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   | Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.406630 | -54.160123 | V1         | -32.406630 | -54.176806 |
| V2         | -32.406630 | -54.153360 | V2         | -32.406630 | -54.153360 |
| V3         | -32.430076 | -54.160123 | V3         | -32.413393 | -54.176806 |
| V4         | -32.430076 | -54.153360 | V4         | -32.413393 | -54.153360 |

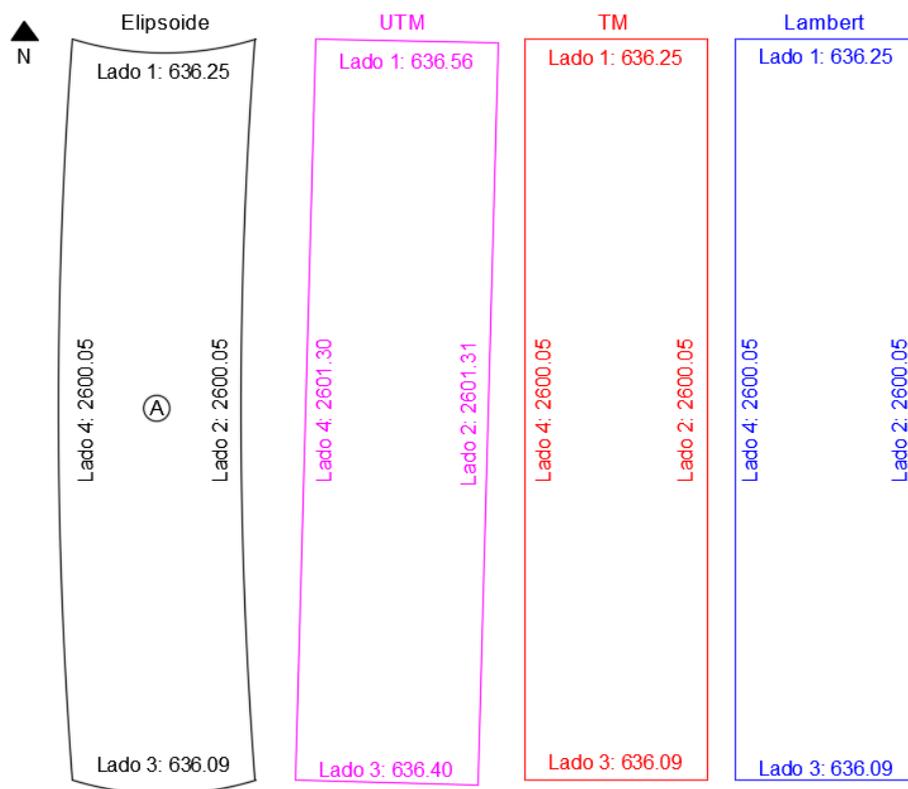


Fig.36. Proyecciones del polígono tipo A de 200 ha en la zona 4

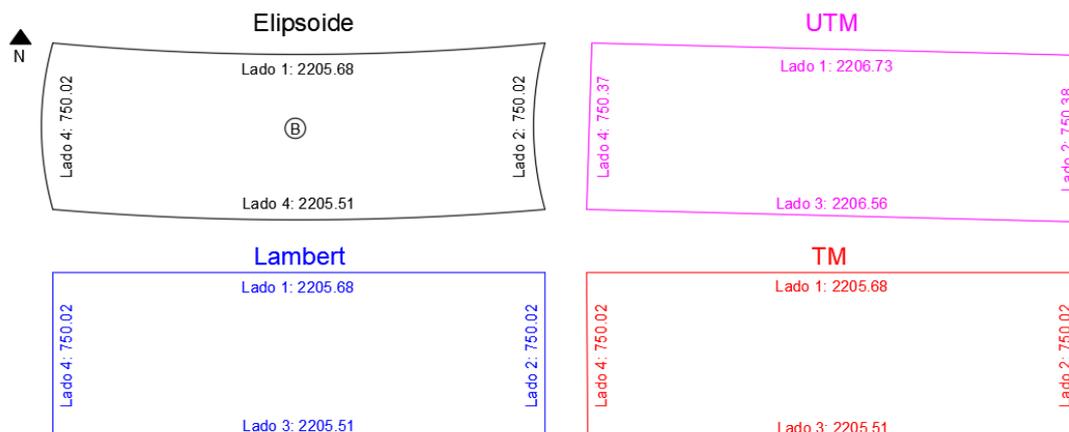


Fig.37. Proyecciones del polígono tipo B de 200 ha en la zona 4

Tabla de resultados:

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 636.25    | 636.56     | 636.25  | 636.25  | -0.31                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 2600.05   | 2601.31    | 2600.05 | 2600.05 | -1.26                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 636.09    | 636.40     | 636.09  | 636.09  | -0.31                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 2600.05   | 2601.30    | 2600.05 | 2600.05 | -1.25                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1654079   | 1655673    | 1654079 | 1654079 | -1594                            | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 2205.68   | 2206.73    | 2205.68 | 2205.68 | -1.05                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 750.02    | 750.38     | 750.02  | 750.02  | -0.36                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 2205.51   | 2206.56    | 2205.51 | 2205.51 | -1.05                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 750.02    | 750.37     | 750.02  | 750.02  | -0.35                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 1654229   | 1655807    | 1654230 | 1654229 | -1578                            | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.05% para las distancias lineales y del 0.09% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas mayores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

*Tabla de resultados al aplicar k a polígonos tipo A de 200 ha:*

| Polígono A |            | Elipsoide  |                        | Aplicando k a UTM |                        | Diferencia |                        |
|------------|------------|------------|------------------------|-------------------|------------------------|------------|------------------------|
| Zona       | k          | Lado 2 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 2 (m)        | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 2 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) |
| 1          | 0.99972084 | 2600.02    | 1655578.24             | 2600.02           | 1655578.44             | 0.00       | -0.20                  |
| 2          | 0.99960068 | 2600.52    | 1633761.61             | 2600.52           | 1633761.70             | 0.00       | -0.09                  |
| 3          | 1.00000731 | 2601.09    | 1608091.26             | 2601.10           | 1608091.28             | 0.00       | -0.02                  |
| 4          | 1.00048171 | 2600.05    | 1654079.33             | 2600.06           | 1654079.28             | -0.01      | 0.05                   |

*Tabla de resultados al aplicar k a polígonos tipo B de 200 ha:*

| Polígono B |            | Elipsoide  |                        | Aplicando k a UTM |                        | Diferencia |                        |
|------------|------------|------------|------------------------|-------------------|------------------------|------------|------------------------|
| Zona       | k          | Lado 1 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 1 (m)        | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 1 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) |
| 1          | 0.99972279 | 2207.70    | 1655727.89             | 2207.70           | 1655729.15             | 0.00       | -1.26                  |
| 2          | 0.99960055 | 2178.21    | 1633916.28             | 2178.21           | 1633916.39             | 0.00       | -0.11                  |
| 3          | 1.00000399 | 2143.52    | 1608251.56             | 2143.52           | 1608252.46             | 0.00       | -0.90                  |
| 4          | 1.0004767  | 2205.68    | 1654229.33             | 2205.68           | 1654229.64             | 0.00       | -0.31                  |

## Polígonos de aproximadamente 500 ha

### Zona 1

*Planillas de coordenadas en grados decimales:*

| Polígono A |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.323182 | -58.060633 |
| V2         | -32.323182 | -58.048459 |
| V3         | -32.365385 | -58.060633 |
| V4         | -32.365385 | -58.048459 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.323182 | -58.090662 |
| V2         | -32.323182 | -58.048459 |
| V3         | -32.335356 | -58.090662 |
| V4         | -32.335356 | -58.048459 |

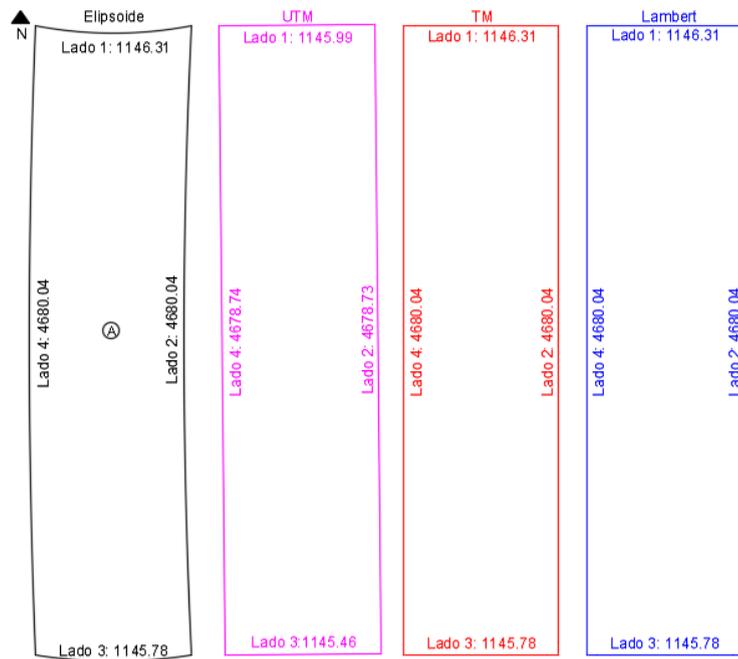


Fig.38. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 1

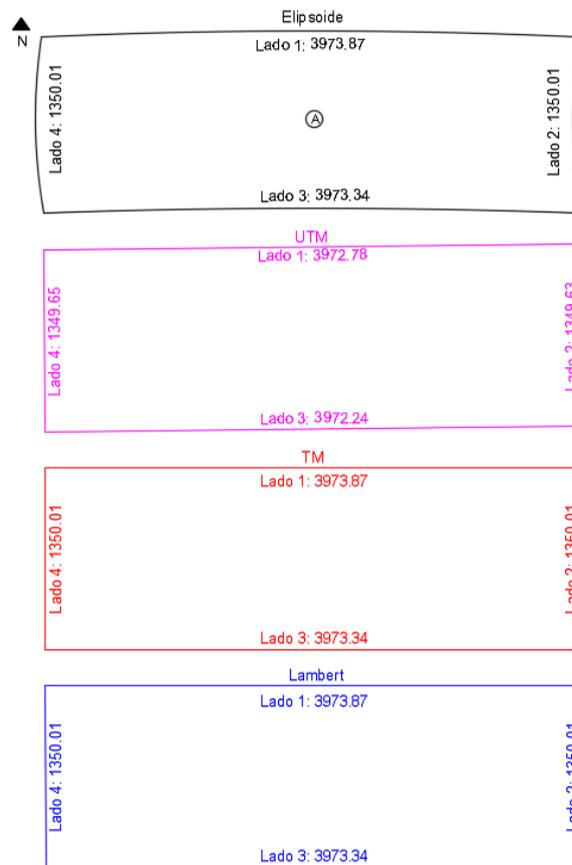


Fig.39. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 1

*Tabla de resultados:*

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 1146.31   | 1145.99    | 1146.31 | 1146.31 | 0.32                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 4680.04   | 4678.73    | 4680.04 | 4680.04 | 1.31                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 1145.78   | 1145.46    | 1145.78 | 1145.78 | 0.32                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 4680.04   | 4678.74    | 4680.04 | 4680.04 | 1.3                              | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5363528   | 5360541    | 5363528 | 5363528 | 2987                             | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 3973.87   | 3972.78    | 3973.87 | 3973.87 | 1.09                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 1350.01   | 1349.63    | 1350.01 | 1350.01 | 0.38                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 3973.34   | 3972.24    | 3973.34 | 3973.34 | 1.1                              | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 1350.01   | 1349.65    | 1350.01 | 1350.01 | 0.36                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5364401   | 5361451    | 5364401 | 5364401 | 2950                             | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.03% para las distancias lineales y del 0.05% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas menores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

Zona 2

*Planillas de coordenadas en grados decimales:*

| Polígono A |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -33.519093 | -56.928592 |
| V2         | -33.519093 | -56.916418 |
| V3         | -33.561296 | -56.928592 |
| V4         | -33.561296 | -56.916418 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -33.519093 | -56.958621 |
| V2         | -33.519093 | -56.916418 |
| V3         | -33.531267 | -56.958621 |
| V4         | -33.531267 | -56.916418 |

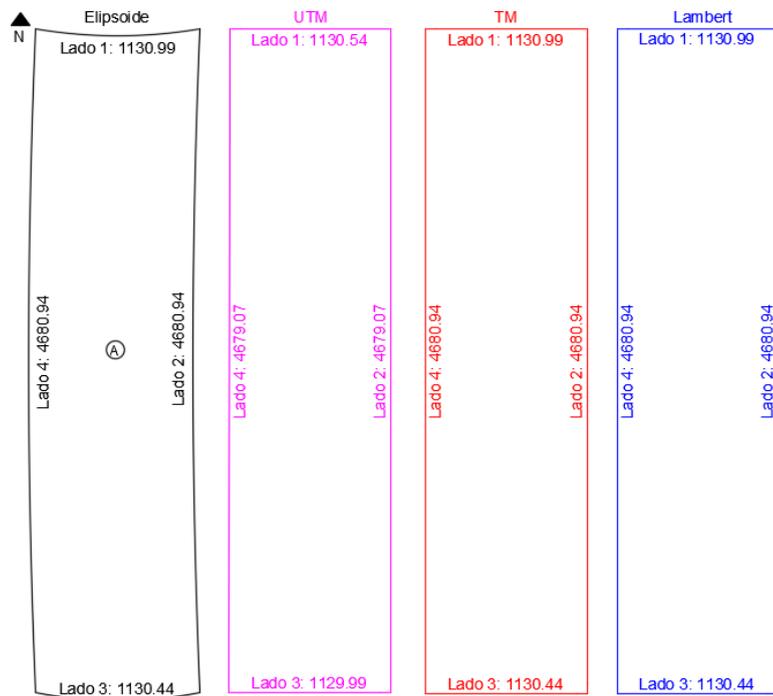


Fig.40. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 2

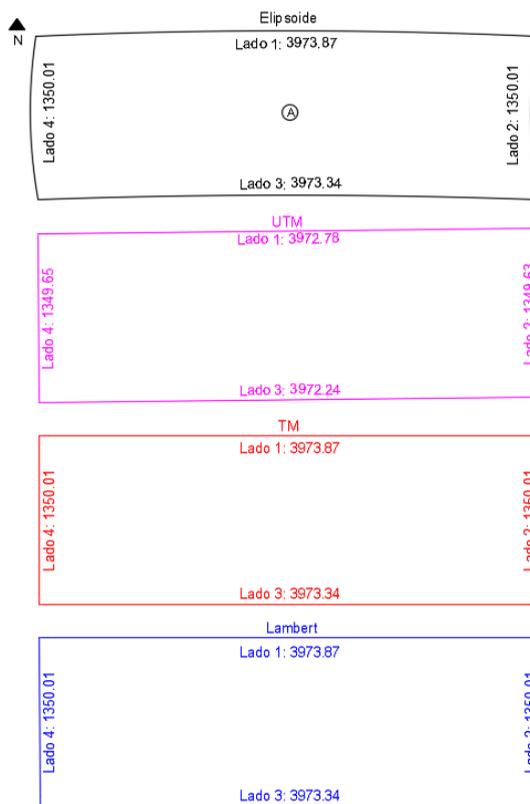


Fig.41. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 2

*Tabla de resultados:*

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 1130.99   | 1130.54    | 1130.99 | 1130.99 | 0.45                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 4680.94   | 4679.07    | 4680.94 | 4680.94 | 1.87                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 1130.44   | 1129.99    | 1130.44 | 1130.44 | 0.45                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 4680.94   | 4679.07    | 4680.94 | 4680.94 | 1.87                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5292824   | 5288598    | 5292824 | 5292825 | 4227                             | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 3920.77   | 3919.21    | 3920.77 | 3920.77 | 1.56                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 1350.27   | 1349.73    | 1350.27 | 1350.27 | 0.54                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 3920.22   | 3918.66    | 3920.22 | 3920.22 | 1.56                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 1350.27   | 1349.73    | 1350.27 | 1350.27 | 0.54                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5293726   | 5289497    | 5293726 | 5293726 | 4229                             | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM son del orden del 0.04% para las distancias lineales y del 0.08% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas menores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

Zona 3

*Planillas de coordenadas en grados decimales:*

| Polígono A |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -34.878620 | -55.019416 |
| V2         | -34.878620 | -55.007242 |
| V3         | -34.920823 | -55.019416 |
| V4         | -34.920823 | -55.007242 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -34.878620 | -55.049445 |
| V2         | -34.878620 | -55.007242 |
| V3         | -34.890794 | -55.049445 |
| V4         | -34.890794 | -55.007242 |

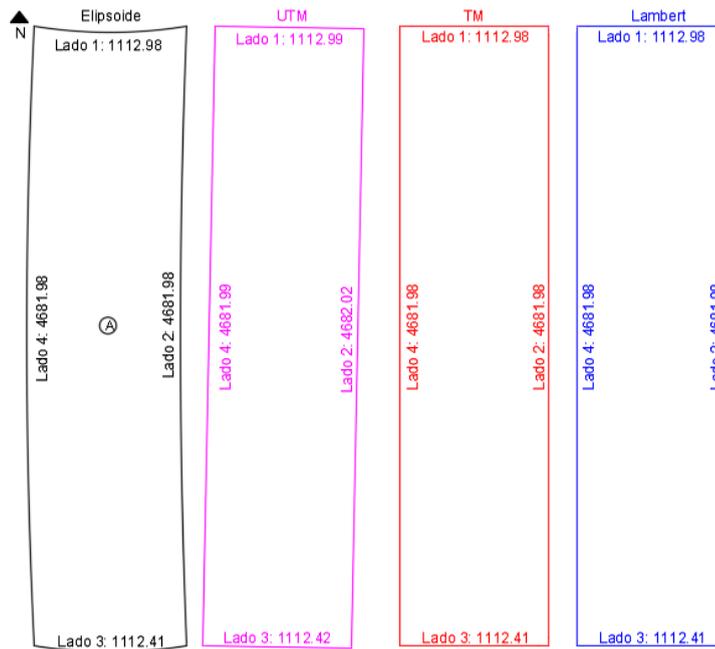


Fig.42. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 3

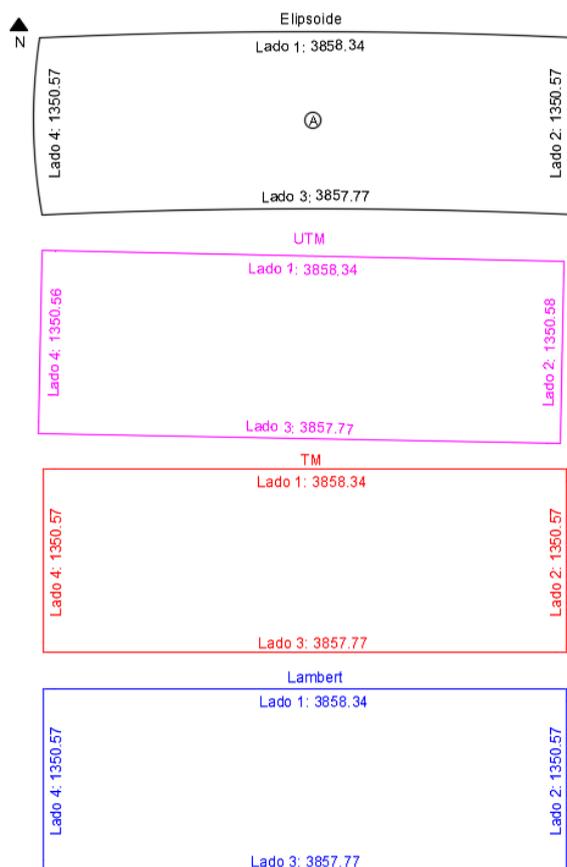


Fig.43. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 3

*Tabla de resultados:*

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 1112.98   | 1112.99    | 1112.98 | 1112.98 | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 4681.98   | 4682.02    | 4681.98 | 4681.98 | -0.04                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 1112.41   | 1112.42    | 1112.41 | 1112.41 | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 4681.98   | 4681.99    | 4681.98 | 4681.98 | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5209632   | 5209695    | 5209632 | 5209632 | -63                              | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 3858.34   | 3858.34    | 3858.34 | 3858.34 | 0.00                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 1350.57   | 1350.58    | 1350.57 | 1350.57 | -0.01                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 3857.77   | 3857.77    | 3857.77 | 3857.77 | 0.00                             | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 1350.57   | 1350.56    | 1350.57 | 1350.57 | 0.01                             | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5210567   | 5210568    | 5210567 | 5210567 | -2                               | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar tanto la proyección UTM 21 S como las proyecciones locales en esta zona son despreciables para distancias lineales y áreas.

Zona 4

*Planillas de coordenadas en grados decimales:*

| Polígono A |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.406630 | -54.165534 |
| V2         | -32.406630 | -54.153360 |
| V3         | -32.448833 | -54.165534 |
| V4         | -32.448833 | -54.153360 |

| Polígono B |            |            |
|------------|------------|------------|
| Vértice    | Latitud    | Longitud   |
| V1         | -32.406630 | -54.195563 |
| V2         | -32.406630 | -54.153360 |
| V3         | -32.418804 | -54.195563 |
| V4         | -32.418804 | -54.153360 |

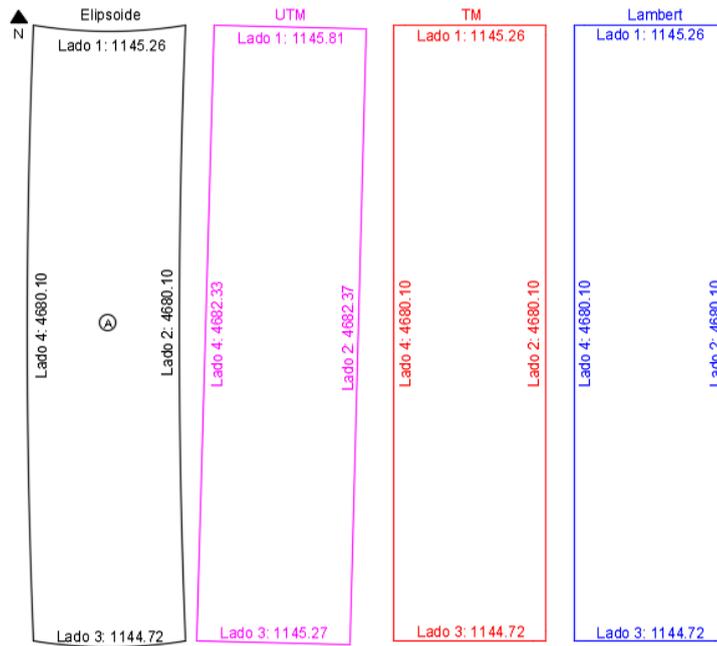


Fig.44. Proyecciones del polígono tipo A de 500 ha en la zona 4

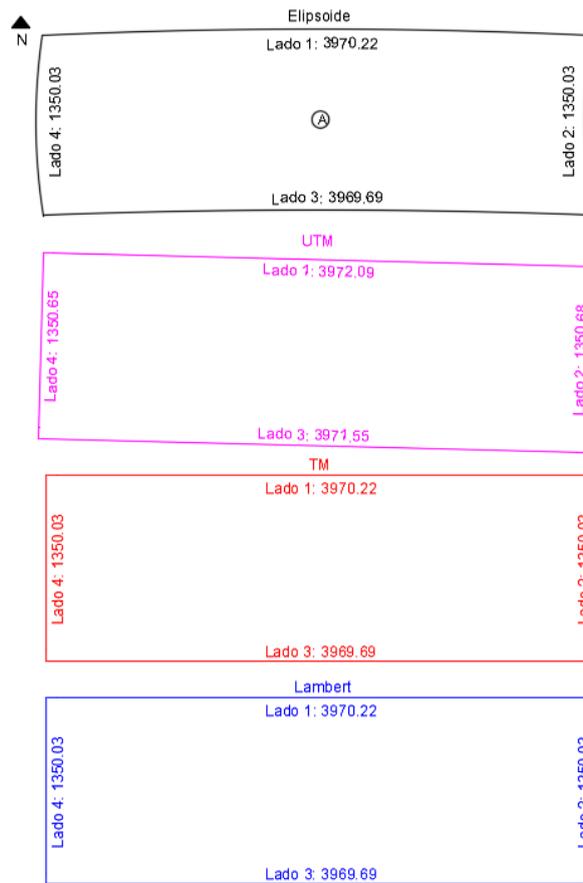


Fig.45. Proyecciones del polígono tipo B de 500 ha en la zona 4

*Tabla de resultados:*

| Polígono A             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 1145.26   | 1145.81    | 1145.26 | 1145.26 | -0.55                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 4680.10   | 4682.37    | 4680.10 | 4680.10 | -2.27                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 1144.72   | 1145.27    | 1144.72 | 1144.72 | -0.55                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 4680.10   | 4682.33    | 4680.10 | 4680.10 | -2.23                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5358671   | 5363814    | 5358671 | 5358671 | -5143                            | 0    | 0       |

| Polígono B             | Elipsoide | Proyección |         |         | Diferencia respecto al elipsoide |      |         |
|------------------------|-----------|------------|---------|---------|----------------------------------|------|---------|
|                        |           | UTM        | TM      | Lambert | UTM                              | TM   | Lambert |
| Lado 1 (m)             | 3970.22   | 3972.09    | 3970.22 | 3970.22 | -1.87                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 2 (m)             | 1350.03   | 1350.68    | 1350.03 | 1350.03 | -0.65                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 3 (m)             | 3969.69   | 3971.55    | 3969.69 | 3969.69 | -1.86                            | 0.00 | 0.00    |
| Lado 4 (m)             | 1350.03   | 1350.65    | 1350.03 | 1350.03 | -0.62                            | 0.00 | 0.00    |
| Área (m <sup>2</sup> ) | 5359546   | 5364594    | 5359546 | 5359546 | -5048                            | 0    | 0       |

Se observa que las diferencias obtenidas al utilizar la proyección UTM 21 S son del orden del 0.05% para las distancias lineales y del 0.09% para las áreas, teniéndose tanto áreas como distancias proyectadas mayores en ambos casos.

Las diferencias obtenidas al utilizar proyecciones locales son despreciables.

*Tabla de resultados al aplicar k a polígonos tipo A de 500 ha:*

| Polígono A |            | Elipsoide  |                        | Aplicando k a UTM |                        | Diferencia |                        |
|------------|------------|------------|------------------------|-------------------|------------------------|------------|------------------------|
| Zona       | k          | Lado 2 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 2 (m)        | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 2 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) |
| 1          | 0.99972144 | 4680.04    | 5363528.44             | 4680.03           | 5363529.08             | 0.01       | -0.64                  |
| 2          | 0.99960064 | 4680.94    | 5292824.26             | 4680.94           | 5292824.24             | 0.00       | 0.01                   |
| 3          | 1.00000611 | 4681.98    | 5209631.77             | 4681.99           | 5209631.27             | -0.01      | 0.49                   |
| 4          | 1.00047985 | 4680.10    | 5358670.67             | 4680.12           | 5358669.55             | -0.02      | 1.12                   |

*Tabla de resultados al aplicar k a polígonos tipo B de 500 ha:*

| Polígono B |            | Elipsoide  |                        | Aplicando k a UTM |                        | Diferencia |                        |
|------------|------------|------------|------------------------|-------------------|------------------------|------------|------------------------|
| Zona       | k          | Lado 1 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 1 (m)        | Área (m <sup>2</sup> ) | Lado 1 (m) | Área (m <sup>2</sup> ) |
| 1          | 0.99972496 | 3973.87    | 5364401.13             | 3973.87           | 5364401.84             | 0.00       | -0.70                  |
| 2          | 0.99960041 | 3920.77    | 5293726.23             | 3920.77           | 5293726.71             | 0.00       | -0.48                  |
| 3          | 1.00000014 | 3858.34    | 5210566.63             | 3858.34           | 5210566.90             | 0.00       | -0.27                  |
| 4          | 1.00047086 | 3970.22    | 5359546.00             | 3970.22           | 5359545.92             | 0.00       | 0.08                   |

## **Obras lineales**

Para este segundo análisis se estudiará el comportamiento de la proyección UTM 21 S en relación a proyecciones locales sobre dos rutas del país: la Ruta N° 5 y la Ruta N° 26.

La elección de estas rutas fue en base a su configuración y su gran extensión, ya que prácticamente van de lado a lado del país. La Ruta N° 5 en sentido Norte-Sur, favorable con la proyección Transversal Mercator, mientras que la Ruta N° 26 en sentido Este-Oeste es favorable con la proyección Cónica de Lambert

Cada una de las rutas será representada de forma aproximada con una polilínea. A cada representación se le aplicará la proyección UTM 21 S, y además, en base a sus configuraciones, para la Ruta N° 5 se realizará una Transversal Mercator, mientras que para la Ruta N° 26 se realizará una Cónica Conforme de Lambert con uno y con dos paralelos.

Para cada par de vértices se calculará la diferencia entre la distancia proyectada y la distancia sobre el elipsoide, así como la diferencia entre el acimut geodésico y el acimut proyectado, con el fin de analizar la deformación lineal y convergencia de meridianos respectivamente. Además se calcularán la convergencia de meridianos  $\gamma$  y la deflexión angular  $\psi$  con el fin de corregir el acimut proyectado, para luego verificar la diferencia obtenida entre el acimut geodésico y el acimut proyectado corregido.

En la Fig. 46 se muestra la rotación producto de la convergencia de meridianos  $\gamma$  en la proyección UTM 21 S. Como puede observarse, sobre el meridiano central hay una rotación de  $0^\circ$ , este valor angular aumenta en valor absoluto a medida que la distancia al meridiano central es mayor.

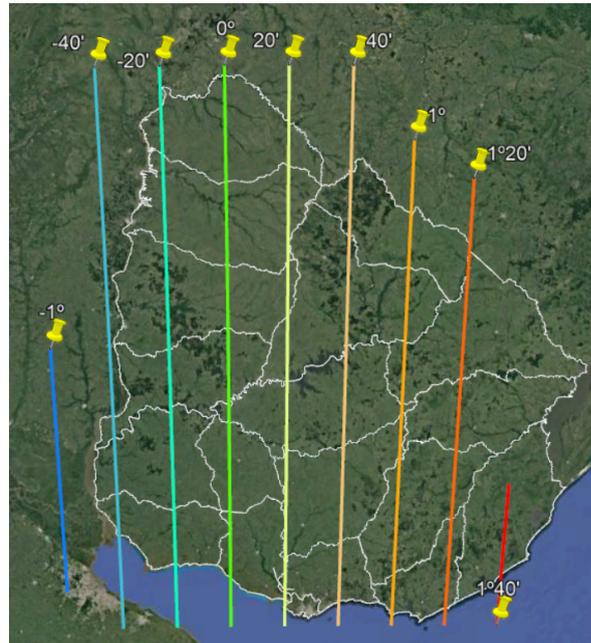


Fig.46. Convergencia de meridianos en UTM 21 S

La rotación se comporta de la siguiente manera: al Este del meridiano central el sentido de la inclinación es de Norte a Este, mientras que al Oeste del meridiano central se tiene una inclinación de Norte a Oeste. Cabe destacar que este comportamiento puede verificarse con los polígonos proyectados en el primer análisis.

## Ruta N° 5

A continuación se muestran los vértices tomados sobre la Ruta N° 5 para generar su representación:

| Vértice | Latitud (°) | Longitud (°) |
|---------|-------------|--------------|
| A       | -30.944536  | -55.551282   |
| B       | -31.734773  | -55.97731    |
| C       | -32.777322  | -56.522969   |
| D       | -33.408272  | -56.514336   |
| E       | -34.115505  | -56.190809   |
| F       | -34.782787  | -56.274814   |

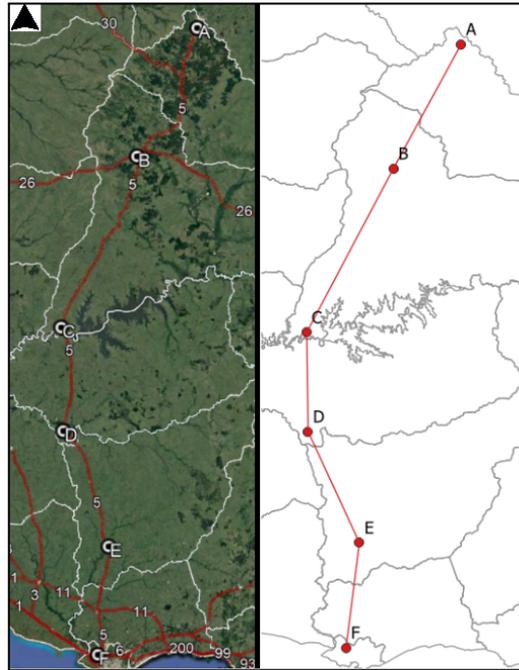


Fig.47. Ruta N°5 real y Ruta N° 5 simplificada

Para aplicar la proyección Transversal Mercator se tomó como meridiano de contacto el que pasa por el punto de longitud  $56^{\circ} 10' 18.9''$  W, el cual corresponde a el promedio de las longitudes de los vértices.

El resultado de aplicar las proyecciones fue el siguiente:

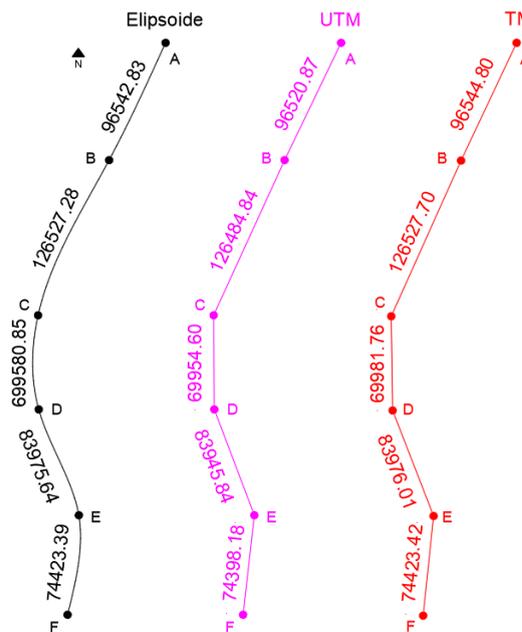


Fig.48. Proyecciones de la Ruta N° 5

| Ruta N° 5    | Elipsoide | Proyección |           | Dif. respecto al elipsoide |       |
|--------------|-----------|------------|-----------|----------------------------|-------|
|              |           | UTM        | TM        | UTM                        | TM    |
| Tramo AB (m) | 96542.83  | 96250.87   | 96544.80  | 291.97                     | -1.96 |
| Tramo BC (m) | 126527.28 | 126484.84  | 126527.70 | 42.44                      | -0.42 |
| Tramo CD (m) | 69980.85  | 69954.60   | 69981.76  | 26.25                      | -0.90 |
| Tramo DE (m) | 83975.64  | 83945.84   | 83976.01  | 29.80                      | -0.37 |
| Tramo EF (m) | 74423.39  | 74398.18   | 74423.42  | 25.21                      | -0.03 |
| Total (m)    | 451449.99 | 451034.33  | 451453.69 | 415.67                     | -3.70 |

La diferencia en el total de la traza representa un 0.09% del total, mientras que al utilizar una proyección local la diferencia se reduce a 8 ppm.

*Tabla de resultados del cálculo de acimutes y diferencia respecto a los acimutes elipsoidales*

| Ruta N° 5 | Ácimum        |          |          | Diferencia |    |         |    |
|-----------|---------------|----------|----------|------------|----|---------|----|
|           | Elipsoide (°) | TM (°)   | UTM (°)  | TM (")     |    | UTM (") |    |
| Tramo AB  | 204.7204      | 205.0424 | 205.4732 | 19         | 19 | 45      | 10 |
| Tramo BC  | 203.8319      | 203.9344 | 204.3763 | 6          | 9  | 32      | 20 |
| Tramo CD  | 179.3425      | 179.1508 | 179.6030 | 11         | 30 | 15      | 22 |
| Tramo DE  | 159.1790      | 158.9892 | 159.4494 | 11         | 23 | 16      | 14 |
| Tramo EF  | 185.9301      | 185.9193 | 186.3877 | 1          | 21 | 27      | 27 |

*Tabla de resultados al corregir con los valores de  $\Psi$  y  $\gamma$*

| Ruta N° 5 | $\psi$ |   |    | $\gamma$ |    |    | Acimum corregido |    |    | Diferencia |   |    |
|-----------|--------|---|----|----------|----|----|------------------|----|----|------------|---|----|
|           | °      | ' | "  | °        | '  | "  | °                | '  | "  | °          | ' | "  |
| Tramo AB  | 0      | 2 | 18 | 0        | 44 | 42 | 204              | 41 | 23 | 0          | 1 | 51 |
| Tramo BC  | 0      | 2 | 50 | 0        | 32 | 17 | 203              | 47 | 28 | 0          | 2 | 27 |
| Tramo CD  | 0      | 1 | 37 | 0        | 15 | 30 | 179              | 19 | 4  | 0          | 1 | 29 |
| Tramo DE  | 0      | 1 | 51 | 0        | 16 | 3  | 159              | 9  | 4  | 0          | 1 | 43 |
| Tramo EF  | 0      | 1 | 47 | 0        | 27 | 14 | 185              | 54 | 15 | 0          | 1 | 34 |

## Ruta N° 26

A continuación se muestran los vértices tomados sobre la Ruta N° 26 para generar su representación:

| Vértice | Latitud (°) | Longitud (°) |
|---------|-------------|--------------|
| A       | -32.279748  | -58.036563   |
| B       | -32.004955  | -57.381982   |
| C       | -31.727294  | -55.807122   |
| D       | -32.287017  | -54.871775   |
| E       | -32.388316  | -54.064317   |

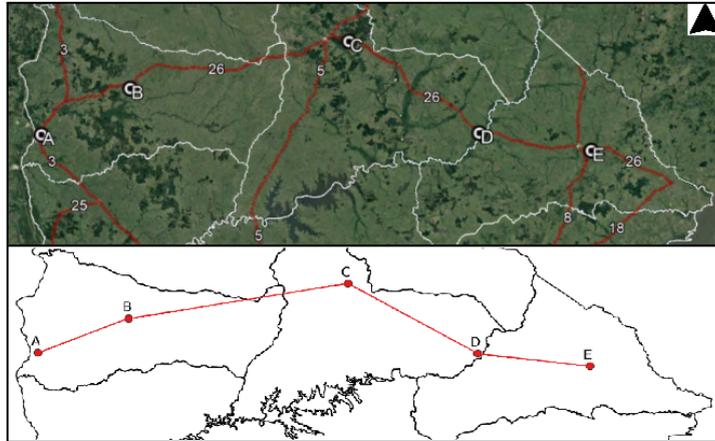


Fig.49. Ruta N° 26 real y Ruta N° 26 simplificada

Para aplicar la proyección Cónica Conforme de Lambert con un paralelo de contacto se tomó el que pasa por el punto de latitud  $32^{\circ} 10' 49.2''$  S, el cual corresponde a el promedio de las latitudes de los vértices. Para el caso de dos paralelos de contacto se tomaron los de latitud  $32^{\circ} 9' 53.8''$  S y  $31^{\circ} 56' 46''$  S, ya que estos paralelos dividen la zona de estudio en tres fajas del mismo ancho.

El resultado de aplicar las proyecciones fue el siguiente:

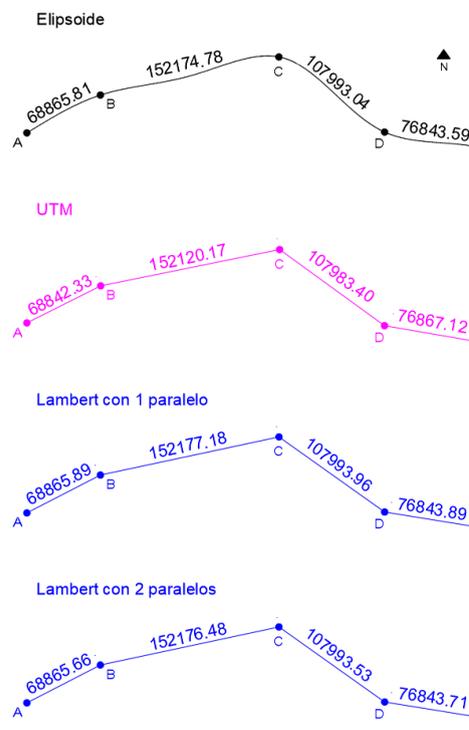


Fig.50. Proyecciones de la Ruta N° 26

| Ruta N° 26   | Elipsoide | Proyección |           |           | Dif.respecto al elipsoide |           |           |
|--------------|-----------|------------|-----------|-----------|---------------------------|-----------|-----------|
|              |           | UTM        | Lambert 1 | Lambert 2 | UTM                       | Lambert 1 | Lambert 2 |
| Tramo AB (m) | 68865.81  | 68842.33   | 68865.89  | 68865.66  | 23.48                     | -0.08     | 0.15      |
| Tramo BC (m) | 152174.78 | 152120.17  | 152177.18 | 152176.48 | 54.61                     | -2.40     | -1.70     |
| Tramo CD (m) | 107993.04 | 107983.40  | 107993.96 | 107993.53 | 9.64                      | -0.91     | -0.49     |
| Tramo DE (m) | 76843.59  | 76867.12   | 76843.89  | 76843.71  | -23.53                    | -0.30     | -0.12     |
| Total (m)    | 405877.22 | 405813.02  | 405880.92 | 405879.38 | 64.20                     | -3.69     | -2.16     |

La diferencia en el total de la traza representa un 0.02% del total, mientras que al utilizar proyecciones locales la diferencia se reduce a 9 ppm y 5 ppm utilizando Lambert con uno y dos paralelos respectivamente.

*Tabla de resultados del cálculo de acimutes y diferencia respecto a los acimutes elipsoidales*

| Ruta N° 26 | Ácimut        |          |               |               | Diferencia     |    |    |                      |    |    |                      |    |    |
|------------|---------------|----------|---------------|---------------|----------------|----|----|----------------------|----|----|----------------------|----|----|
|            | Elipsoide (°) | UTM (°)  | Lambert 1 (°) | Lambert 2 (°) | UTM (° '' ''') |    |    | Lambert 1 (° '' ''') |    |    | Lambert 2 (° '' ''') |    |    |
| Tramo AB   | 63.9124       | 63.3604  | 62.7747       | 62.7751       | 0              | 33 | 7  | 1                    | 8  | 16 | 1                    | 8  | 14 |
| Tramo BC   | 78.7438       | 78.5411  | 77.9579       | 77.9580       | 0              | 12 | 10 | 0                    | 47 | 9  | 0                    | 47 | 9  |
| Tramo CD   | 125.3270      | 125.9608 | 125.3786      | 125.3784      | 0              | 38 | 2  | 0                    | 3  | 6  | 0                    | 3  | 5  |
| Tramo DE   | 98.6217       | 99.7609  | 99.1687       | 99.1684       | 1              | 8  | 21 | 0                    | 32 | 11 | 0                    | 32 | 12 |

*Tabla de resultados al corregir con los valores de  $\Psi$  y  $\gamma$*

| Ruta N° 26 | $\psi$ |   |    | $\gamma$ |    |    | Acimut corregido |    |    | Diferencia |   |    |
|------------|--------|---|----|----------|----|----|------------------|----|----|------------|---|----|
|            | °      | ' | '' | °        | '  | '' | °                | '  | '' | °          | ' | '' |
| Tramo AB   | 0      | 0 | 33 | 0        | 33 | 13 | 63               | 55 | 24 | 0          | 0 | 39 |
| Tramo BC   | 0      | 0 | 39 | 0        | 12 | 9  | 78               | 45 | 16 | 0          | 0 | 38 |
| Tramo CD   | 0      | 1 | 44 | 0        | 37 | 39 | 125              | 18 | 16 | 0          | 1 | 21 |
| Tramo DE   | 0      | 0 | 36 | 1        | 8  | 14 | 98               | 37 | 1  | 0          | 0 | 17 |

Se observa que para la Ruta N° 5 la desviación respecto al norte geodésico es mayor para la proyección UTM 21 S que para las proyecciones locales, lo cual no se cumple para la Ruta N° 26.

Sucede que cuando se tienen dos tramos consecutivos relativamente cerca, la convergencia de meridianos será prácticamente la misma para ambos tramos, y por ende, se generará una desviación con respecto al norte geodésico pero no afectará al ángulo comprendido entre ambos tramos. Por este motivo, la convergencia de meridianos no representa un problema en mensuras rurales o cuando se pretende trabajar con estación total en coordenadas UTM, porque en ambos casos las áreas de trabajo son tales que el ángulo  $\gamma$  es prácticamente el mismo, y el ángulo  $\Psi$  no afecta significativamente al resultado.

Esto sí representa un problema cuando se está trabajando en grandes extensiones, como es el caso de las obras lineales o cartografía. Como se aprecia en los resultados anteriores, y en concordancia con la Fig.46., la convergencia de meridianos varía en los diferentes tramos debido a la diferencia de longitud ( $\Delta\lambda$ ) entre los vértices de los mismos, generando así diferencias en los ángulos.

## Conclusiones

Del primer análisis surge que en todos los casos existe una deformación despreciable para las proyecciones locales, por lo que a la escala del trabajo no se aprecia diferencia entre aplicar la proyección Transversal Mercator o Cónica Conforme de Lambert. Esto va en contra del comportamiento esperado antes de realizar los cálculos, ya que se plantearon los dos tipos de polígonos distintos con el objetivo de tener mejores resultados para los tipo A con la proyección Transversal Mercator y mejores resultados para los tipo B con la proyección Cónica Conforme de Lambert.

Otro aspecto a tener en cuenta es que para las dimensiones de los predios en estudio no es necesario realizar cálculos para aplicar la proyección en el centro de los mismos, ya que utilizando cualquiera de sus vértices se obtendría el mismo resultado.

La principal conclusión que se obtiene es que la proyección UTM cuenta con la ventaja de ser estándar pero presenta deformaciones, a diferencia de las proyección locales que no generan discrepancias pero cuentan con la desventaja de no ser estándar.

En relación al costo-beneficio, a la hora de intercambiar datos es más sencillo utilizar la proyección UTM dado que por tratarse de una proyección global basta solamente con especificar el huso en el cual se está trabajando y así la persona que recibe esos datos podrá trabajar sin ninguna dificultad. Esto no sucede con las proyecciones locales debido a que en ese caso se deberían especificar los parámetros de dicha proyección por el hecho de ser arbitraria. Si se trabaja bien esto no sería un problema ya que transferir datos habiendo utilizado una proyección local solamente implicaría brindar un poco más de información, la referida a los parámetros utilizados.

Desde el punto de vista de las diferencias con respecto a la medida real, las discrepancias que se obtienen al utilizar la proyección UTM no son para nada despreciables y las mismas aumentan a medida que la zona de estudio se aleja de los meridianos de contacto. Esto no sucede al aplicar proyecciones locales favorables al área de estudio, dado que los valores obtenidos de la proyección presentan diferencias despreciables con los valores sobre el elipsoide.

Dicho esto, los valores obtenidos con la proyección UTM se pueden corregir utilizando el coeficiente de anamorfosis ( $k$ ) para obtener valores con diferencias despreciables respecto a la medida real. Esto implica conocer el coeficiente  $k$  en la zona de trabajo y aplicarlo a las distancias calculadas en la proyección. De esta manera, se puede trabajar conjuntamente con estación total y GNSS configurando la estación total de modo que ésta realice el cálculo de coordenadas usando las distancias corregidas con  $k$ , obteniendo así coordenadas en la estación total concordantes con la proyección UTM.

De la misma manera, los valores angulares obtenidos con la proyección UTM pueden corregirse calculando la convergencia de meridianos ( $\gamma$ ) y la deflexión angular ( $\psi$ ), obteniendo así valores corregidos con pequeñas diferencias respecto a la medida real.

## Bibliografía

Documento “*Introducción a la cartografía matemática*” elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Asín, F. M. (1990). *GEODESIA Y CARTOGRAFÍA MATEMÁTICA*. Universidad Politécnica de Madrid.

Lluberas, H. (1983). *Cartografía - Tomo I*. Instituto de Agrimensura – División Publicaciones y Ediciones de la Universidad de la República.

Lluberas, H. (1976). *Cartografía - Tomo II*. Instituto de Agrimensura – División Publicaciones y Ediciones de la Universidad de la República.

Documento “*Proyección cilíndrica conforme de Gauss – Kruger*” elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Berné Valero, J. L., Anquela Julián, A. B. y Garrido Villén, N. (2014). *GNSS.GPS:fundamentos y aplicaciones en Geomática*. Universitat Politècnica de Valencia.

Furones, Á. M. (2012). *SISTEMA Y MARCO DE REFERENCIA TERRESTRE. SISTEMAS DE COORDENADAS*. Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría Universidad Politécnica de Valencia.

Colaboradores de los proyectos Wikimedia. (2001, 28 de octubre). *Tierra - Wikipedia, la enciclopedia libre*. Wikipedia, la enciclopedia libre. <https://es.wikipedia.org/wiki/Tierra>

Colaboradores de los proyectos Wikimedia. (2006, 15 de octubre). *Ley de gravitación universal - Wikipedia, la enciclopedia libre*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Ley\\_de\\_gravitación\\_universal](https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_gravitación_universal)

Colaboradores de los proyectos Wikimedia. (2005, 1 de noviembre). *Fuerza centrífuga - Wikipedia, la enciclopedia libre*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza\\_centrifuga](https://es.wikipedia.org/wiki/Fuerza_centrifuga)

Apuntes del curso “Geodesia 1” dictado en la Facultad de Ingeniería - UDELAR, elaborados por el Ing. Agrim. Jorge Faure

Apuntes del curso “Topografía 1” dictado en la Facultad de Ingeniería - UDELAR, elaborados por el Ing. Agrim. Lelio Michelin

Colaboradores de los proyectos Wikimedia. (2003, 31 de agosto). *Proyección de Peters - Wikipedia, la enciclopedia libre*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Proyección\\_de\\_Peters](https://es.wikipedia.org/wiki/Proyección_de_Peters)

Documento “*Proyección cónica conforme de Lambert*” elaborado por el Ing. Agrim. Ricardo Martínez

Alonso Fernández-Coppel, I. (2001). *Localizaciones Geográficas. Las Coordenadas Geográficas y la Proyección UTM (Universal Transversa Mercator)*. Universidad de Valladolid.

Proyecto de grado para la carrera de Ingeniero Agrimensor en Facultad de Ingeniería - UDELAR realizado por Esteban Striwe y Rocío López en el año 2011.

Colaboradores de los proyectos Wikimedia. (2009, 11 de abril). *Indicatriz de Tissot - Wikipedia, la enciclopedia libre*. Wikipedia, la enciclopedia libre.  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Indicatriz\\_de\\_Tissot](https://es.wikipedia.org/wiki/Indicatriz_de_Tissot)

Especificaciones técnicas de la Infraestructura de Datos Espaciales del Uruguay.  
Disponible en:  
[https://www.gub.uy/infraestructura-datos-espaciales/sites/infraestructura-datos-espaciales/files/2019-04/Sistema\\_Referencia\\_Proyecciones\\_0.pdf](https://www.gub.uy/infraestructura-datos-espaciales/sites/infraestructura-datos-espaciales/files/2019-04/Sistema_Referencia_Proyecciones_0.pdf)

*Sistemas de proyección | Instituto Geográfico Nacional*. (s. f.). Instituto Geográfico Nacional | de la República Argentina.  
<https://www.ign.gov.ar/NuestrasActividades/ProduccionCartografica/sistemas-de-proyeccion>

(s. f.). BOE.es - Agencia Estatal Boletín Oficial del Estado.  
<https://www.boe.es/boe/dias/2007/11/30/pdfs/A49215-49229.pdf>

*Convergencia de los meridianos (Topografía, Geodesia y GPS)*. (s. f.). Glosarios especializados.  
<https://glosarios.servidor-alicante.com/topografia-geodesia-gps/convergencia-de-los-meridianos>

C. E. M. G. - C. O. N. C. A. R.. 2009. *Perfil de Metadados Geoespaciais do Brasil* [en línea]. 2° Edición - Mayo 2011.  
Disponible en:  
[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwisoag1OX4AhXxNDUKHTStBGgQFnoECAUQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.gov.br%2Fpdf%2FPerfil\\_MGB\\_homologado\\_nov2009\\_v1.pdf&usg=AOvVaw1bkPsxsXcbHq6XHlpS26vy](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwisoag1OX4AhXxNDUKHTStBGgQFnoECAUQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.gov.br%2Fpdf%2FPerfil_MGB_homologado_nov2009_v1.pdf&usg=AOvVaw1bkPsxsXcbHq6XHlpS26vy)

*Sistema Geodésico de Referencia - Conceptos básicos*. (s. f.). Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía.  
Disponible en:  
[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwj4xd-M1eX6AhX\\_FLkGHdVuCLsQFnoECBAQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.juntadeandalucia.es%2Finstitutodeestadisticaycartografia%2Frap%2Fsites%2Fdefault%2Ffiles%2Fpublic%2FSistemas\\_Geodesico\\_de\\_referencia.pdf&usg=AOvVaw3XJ0fokPI62BKUkkihKSD](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwj4xd-M1eX6AhX_FLkGHdVuCLsQFnoECBAQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.juntadeandalucia.es%2Finstitutodeestadisticaycartografia%2Frap%2Fsites%2Fdefault%2Ffiles%2Fpublic%2FSistemas_Geodesico_de_referencia.pdf&usg=AOvVaw3XJ0fokPI62BKUkkihKSD)