

Modelos de Demanda de Transporte

Antonio Mauttone

mauttone@fing.edu.uy

Instituto de Computación

Facultad de Ingeniería

Universidad de la República

12 de septiembre de 2002

Resumen — En este trabajo se realiza una revisión de los modelos matemáticos clásicos de demanda de transporte. El contenido del mismo es un resumen de los capítulos 4, 5 y 6 del texto *Modelling Transport* de J. de D. Ortúzar y L.G. Willumsen, sin embargo algunos aspectos fueron complementados con ideas tomadas de otros capítulos del texto, y otros textos y/o artículos. Los temas tratados son los relativos a cada uno de los sub-modelos del modelo clásico en etapas de transporte: generación, distribución y división modal. Adicionalmente para cada etapa se describe a grandes rasgos la implementación de los modelos involucrados y su modo de uso en la herramienta TRIPS. Finalmente se describe un caso de estudio para cuya resolución se adaptaron algunos de los modelos estudiados.

Palabras clave — Modelos de demanda de transporte, generación, distribución y división modal de viajes, TRIPS

Índice

1. Introducción	3
1.1. Modelos de transporte	3
1.2. Herramienta TRIPS	4
2. Generación	4
2.1. Objetivo	4
2.2. Factores que afectan la generación de viajes	4
2.3. Modelos de generación	5
2.3.1. Modelo de factor de crecimiento	5
2.3.2. Predicción utilizando relaciones lineales	5
2.3.3. Regresión aplicada a distintos niveles de agregación	6
2.3.4. Problemas de no linealidad	6
2.3.5. Combinación de generaciones y atracciones	6
2.3.6. Clasificación cruzada o análisis de categorías	6
2.3.7. Estabilidad de parámetros de generación de viajes	7
2.3.8. Actualización de parámetros de generación de viajes	7
2.3.9. Inelasticidad de la generación de viajes	8
2.4. Generación en TRIPS	8
3. Distribución	8
3.1. Métodos de factor de crecimiento	9
3.2. Modelos sintéticos o de gravedad	10
3.3. Enfoque de maximización de la entropía	10
3.4. Calibración y validación de modelos de gravedad	12
3.5. Otros modelos sintéticos	13
3.6. Consideraciones prácticas	13
3.7. Distribución en TRIPS	14
4. División modal	14
4.1. Modelos descriptivos de división modal	15
4.2. Modelos sintéticos	15
4.2.1. Modelos de división multimodal	16
4.2.2. Calibración de modelos logit binarios	17
4.2.3. Calibración de modelos jerárquicos	17
4.3. Modelos de demanda directa	18
4.4. División modal en TRIPS	18
5. Caso de estudio	19
5.1. Adaptación del modelo	19
5.2. Implementación	19
5.2.1. Algoritmo	19
5.2.2. Datos de entrada	20
5.3. Resultados	21
6. Conclusiones	22

1. Introducción

1.1. Modelos de transporte

Los modelos de transporte se utilizan desde hace aproximadamente cinco décadas como herramientas de análisis, predicción y apoyo general a la toma de decisiones en la planificación del transporte tanto público como privado, principalmente en países desarrollados y en vías de desarrollo. Los problemas que se atacan son básicamente de minimización de tiempos de viaje y aseguramiento de la calidad del servicio de transporte público, aunque generalmente es suficiente con obtener una reducción de la congestión de las vías de tránsito o una mejora en la utilización del transporte público. Para lograr estos objetivos se debe contar con información precisa relativa a las necesidades de movimiento de personas (y eventualmente cargas) entre distintas partes de una ciudad o zona de estudio. En base a la misma se pueden identificar los problemas (típicamente congestión y bajos niveles de calidad de servicio de transporte público) y actuar sobre los dos principales componentes de la provisión de transporte: la red vial y el sistema de transporte colectivo.

En la construcción de modelos matemáticos de transporte se trabaja a partir de un enfoque tomado de la economía donde la demanda es la necesidad de movimiento de personas y/o carga desde un cierto origen hasta un cierto destino y la oferta (o provisión) es la red vial y el sistema de transporte público. Asumiendo que pueden cuantificarse tanto la oferta como la demanda puede pensarse que existe un punto (o varios) de equilibrio. Sin embargo estos puntos de equilibrio están cambiando constantemente, por lo que la tarea de la planificación del transporte consiste en predecir y administrar estos puntos de equilibrio a través del tiempo.

La estructura clásica de los modelos de transporte (de la cual se ocupa este trabajo) consiste en una división en cuatro etapas de los procesos de demanda y oferta de transporte. Asumiendo que se cuenta con una división zonal del área de estudio y una codificación con un cierto nivel de detalle de la red (estructura de nodos y arcos), los sub-modelos son:

Generación Se predice la cantidad de viajes producidos o atraídos en una zona, T_i .

Distribución Se distribuyen los viajes T_i que emanan de una zona entre los distintos destinos, obteniéndose los T_{ij} , cantidad de viajes desde la zona i a la zona j .

División modal Para cada T_{ij} se decide el modo de transporte a utilizar, teniendo como resultado los valores T_{ijm} .

Asignación Se asignan los viajes T_{ijm} a los distintos arcos de la red, a través de caminos razonables entre los extremos del viaje.

Los tres primeros sub-modelos representan la demanda de transporte y el cuarto la oferta. Generalmente se realizan varias iteraciones de la secuencia de sub-modelos, ya que una vez finalizada la última etapa, el estado de la red resultante influye en las demandas. Se reconoce que este proceso en general no logra una convergencia, por lo que se toma como un punto de partida en el

abordaje de los problemas de planificación de transporte, para los cuales existen modelos alternativos como los de *demanda directa y opción discreta*[2].

Para la construcción de estos modelos se hace uso de conceptos y herramientas matemáticas, en particular de economía, probabilidad, estadística y optimización; la puesta en práctica de estos modelos se lleva a cabo a través de implementaciones en software, las que agregan facilidades para el procesamiento de los datos de entrada (generalmente resultados de encuestas y censos) y para la visualización de resultados (gráficas, Sistemas de Información Geográfica).

1.2. Herramienta TRIPS

TRIPS[5] es una herramienta de apoyo a la planificación del transporte. Implementa la mayoría de los modelos que se comentan en este trabajo, con algunas variantes en los métodos de resolución. Incluye los modelos de demanda y oferta, así como modelos de opción discreta y de equilibrio. La aplicación trabaja en base a módulos (programas separados) que implementan cada una de las etapas del modelo secuencial clásico. Los módulos requieren datos de entrada y producen resultados de salida, en archivos con formato de texto y formatos especiales de matrices. Estos archivos contienen datos, especificaciones de modelos e información de control. Los módulos se manipulan mediante una interfase gráfica, conectándose entre sí, permitiendo también especificar estructuras de control básicas que gobiernan el flujo de los datos a través de los módulos. Los datos y resultados pueden visualizarse a través de la herramienta auxiliar VIPER[5], que muestra las matrices en formato de celdas y cuenta con un sistema de información geográfica integrado, donde se visualizan las zonas y redes en caso de contar con esta información.

2. Generación

2.1. Objetivo

En esta etapa el objetivo es hallar la cantidad total de viajes generados (O_i) y atraídos (D_j) por cada zona en base a información socioeconómica relativa generalmente a los hogares. Usualmente se clasifican los viajes según distintos criterios y se modelan separadamente; las clasificaciones más comunes son por propósito (trabajo, estudio, compra, social/recreacional, otros) y por hora del día (usualmente hora pico y fuera de hora pico).

2.2. Factores que afectan la generación de viajes

Estos son diferentes para los distintos tipos de viajes.

Producciones de viajes personales Los principales factores son nivel económico, cantidad de autos, estructura del hogar, tamaño de la familia, valor de la propiedad, densidad residencial y accesibilidad.

Atracciones de viajes personales El factor más usado es el área de espacio techado disponible para servicios principalmente comerciales e industriales.

Producciones y atracciones de viajes de carga Los factores más importantes son número de empleados, cantidad de ventas, área techada de la firma y área total de la firma.

2.3. Modelos de generación

2.3.1. Modelo de factor de crecimiento

Esta técnica es aplicada para predecir la futura cantidad de viajes para cualquiera de las categorías de viajes mencionadas anteriormente. La ecuación básica es

$$T_i = F_i t_i \quad (1)$$

donde T_i y t_i son respectivamente futura y actual cantidad de viajes en la zona i , y F_i el factor de crecimiento. Este factor se puede expresar como una función de la cantidad de habitantes (P), nivel económico (I) y cantidad de autos por hogar (C)

$$F_i = \frac{f(P_i^d, I_i^d, C_i^d)}{f(P_i^c, I_i^c, C_i^c)}$$

donde d indica el año de diseño y c el actual. El método es relativamente simple pero muy crudo, ya que depende fuertemente de la información que se disponga para construir la función f , por lo tanto es utilizado en la práctica solamente para predecir los viajes futuros externos a un área de estudio, ya que no serán muchos y no hay otra forma de predecirlos.

2.3.2. Predicción utilizando relaciones lineales

El primer enfoque para construir modelos de predicción de generación en base a atributos particulares de los habitantes se basa en la obtención de relaciones lineales entre dichos atributos y la cantidad de viajes. Para obtener dichas relaciones se utiliza la técnica de regresión lineal. Sea X la variable que representa un atributo particular (por ejemplo, nivel económico) e Y la cantidad de viajes a predecir. Se trata de hallar la relación $Y = a + bX$ en base a un conjunto de observaciones (X_i, Y_i) . Se asume que existe una recta (línea de regresión) cuyos coeficientes se deben estimar. Considerando \bar{X} y \bar{Y} las medias de los valores X_i y Y_i respectivamente y realizando el cambio de variable $x_i = X_i - \bar{X}$, los estimadores de mínimos cuadrados (se utilizan por sus adecuadas propiedades estadísticas) en el sistema (x, Y) para a y b están dados por las siguientes expresiones

$$\hat{a} = \bar{Y} \quad \hat{b} = \frac{\sum_i (X_i - \bar{X}) Y_i}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2}$$

Una vez hallados los estimadores pueden realizarse tests de hipótesis apropiados, principalmente sobre el signo de b . El coeficiente a será generalmente cero. También es de utilidad el uso del coeficiente de determinación

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

que da una idea del grado de asociación entre X e Y (donde $\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$). Generalmente hay más de un factor que afecta la generación de viajes al mismo tiempo, por lo que en este caso es deseable obtener una relación lineal de

varias variables. La técnica de regresión múltiple es la extensión a varias variables, donde se deben estimar todos los coeficientes, de forma similar a b . En este caso se deben tener en cuenta problemas adicionales como por ejemplo de multicolinealidad entre las distintas variables.

2.3.3. Regresión aplicada a distintos niveles de agregación

La técnica de regresión múltiple se puede aplicar a distintos niveles de agregación, donde los usuales son zonas y hogares. En el caso de zonas las variables independientes indican valores promedio de la zona. El enfoque es adecuado cuando las zonas tienen una composición socioeconómica homogénea. Dentro de este enfoque se pueden tomar dos criterios:

Totales zonales $Y_i = \theta_0 + \theta_1 X_{1i} + \dots + \theta_k X_{ki} + E_i$

Medias zonales $y_i = \theta_0 + \theta_1 x_{1i} + \dots + \theta_k x_{ki} + e_i$

donde $y_i = Y_i/H_i$, $x_i = X_i/H_i$, $e_i = E_i/H_i$ con H_i el número de hogares en la zona i . Las ecuaciones son equivalentes, pero la segunda es independiente del tamaño de la zona, el cual es proporcional a la magnitud de los errores. Lo anterior sugiere que la unidad más adecuada para realizar el análisis es el hogar. En todos los casos se procede utilizando la misma técnica, la cual consiste en realizar la estimación de los coeficientes en pasos sucesivos, incorporando una nueva variable en cada paso, y verificando los resultados de los tests estadísticos. Una vez realizado el análisis de regresión, en caso de trabajarse en el nivel de hogares debe efectuarse la agregación de los datos para obtener totales zonales. Este proceso es trivial, dado que los modelos son lineales, por lo que bastará con sumar directamente los valores desagregados.

2.3.4. Problemas de no linealidad

Puede ocurrir que ciertas variables dependientes ejercen una influencia no lineal en la variable dependiente; en estos casos la técnica utilizada es el uso de variables dummy, dividiéndose en intervalos discretos, tratándose cada uno por separado en el modelo (las variables toman el valor 1 en el intervalo de interés y 0 en los otros).

2.3.5. Combinación de generaciones y atracciones

Es claro que el proceso de construcción de los modelos no asegura que se cumpla la relación $\sum_i O_i = \sum_j D_j$ que es requerida en los modelos de distribución. En caso de no cumplirse la igualdad se toman los datos de las producciones como los correctos y se corrigen los datos de las atracciones multiplicando todos los D_j por un factor dado por $f = \sum_i O_i / \sum_j D_j$.

2.3.6. Clasificación cruzada o análisis de categorías

Es una técnica que surge como alternativa a los modelos anteriores. La idea principal es identificar categorías de hogares en base a los valores más frecuentes de sus atributos más importantes (por ejemplo para 2 niveles económicos y 3 de cantidad de autos, serían 6 categorías). Los valores para cada categoría se hallan empíricamente para lo cual generalmente se necesita de una cantidad importante

de información. Un problema adicional con este enfoque es la predicción de la cantidad de hogares por categoría en el futuro. El modelo se puede especificar de la siguiente forma

$$t^p(h) = \frac{T^p(h)}{H(h)}$$

donde $t^p(h)$ es la media de viajes por propósito p por hogar en categoría h , $T^p(h)$ la cantidad de viajes por propósito p en hogares de categoría h y $H(h)$ la cantidad de hogares de categoría h .

La ventaja más importante del método es la independencia del sistema de zonas y la principal desventaja es el gran tamaño de la muestra que se debe tomar para la estimación de las medias (aproximadamente 50 por cada categoría). La agregación de los datos con esta técnica se realiza de la siguiente forma

$$O_i^{np} = \sum_{h \in H^n(h)} a_i(h)t^p(h)$$

donde n es el tipo de persona, $a_i(h)$ la cantidad de hogares de tipo h en la zona i , $H^n(h)$ el conjunto de hogares de tipo h que contienen personas de tipo n y O_i^{np} la cantidad de viajes producidos con propósito p por tipo de persona n en la zona i .

Una posible mejora al modelo anterior es denominada *análisis de clasificación múltiple*, donde las medias se expresan como desviaciones de una media general, calculada a partir de los datos de todas las categorías. La principal ventaja de este método es que las medias de cada categoría son basadas en los datos de toda la tabla (esto es importante cuando hay pocas observaciones por categoría).

2.3.7. Estabilidad de parámetros de generación de viajes

Estabilidad temporal Hay factores que varían en el tiempo, los cuales no se pueden asumir constantes. Un ejemplo puede ser el precio de los combustibles, los cuales al aumentar influyen en una mayor utilización del transporte público y al disminuir influyen en un mayor uso de la red por parte de los automóviles.

Estabilidad geográfica Existen parámetros como los tiempos de viaje que no son transferibles, pero sí lo son las tasas de viajes entre tipos similares de grupos de personas.

2.3.8. Actualización de parámetros de generación de viajes

Es de utilidad contar con un procedimiento de actualización de los parámetros de generación de viajes, en base a parámetros anteriores y datos actuales. Dado que los valores en las categorías son promedios obtenidos a partir de una muestra, se pueden considerar con distribución Normal. Entonces si la distribución de la tasa de cierta categoría es $N(t_1, S_1^2/n_1)$ y se cuenta con nueva información distribuida $N(t_s, S_s^2/n_s)$, la denominada *actualización bayesiana* establece que los valores de los nuevos parámetros serán

$$t_2 = \frac{n_1 S_s^2 t_1 + n_s S_1^2 t_s}{n_1 S_s^2 + n_s S_1^2} \quad \sigma_2^2 = \frac{S_1^2 S_s^2}{n_1 S_s^2 + n_s S_1^2}$$

2.3.9. Inelasticidad de la generación de viajes

Es importante notar que los modelos descritos no son sensibles a factores como por ejemplo cambios en la red de tránsito (por ejemplo, extensión de una línea de metro). Para resolver este problema se ha intentado introducir una medida de accesibilidad, donde ahora

$$O_i^n = f(H_i^n, A_i^n)$$

donde H son características de los hogares y A una medida de accesibilidad. Para esta última se han utilizado expresiones del tipo

$$A_i^n = \sum_j E_j^n \exp(-\beta C_{ij})$$

donde E es una medida de atracción, C una medida de costo y β un parámetro de calibración.

2.4. Generación en TRIPS

El módulo MVTEND de TRIPS incluye implementaciones de algunos de los modelos comentados anteriormente. Para cada zona se estiman la cantidad de viajes producidos y atraídos en base a información relativa a sus atributos y relaciones entre los mismos. Estas relaciones deben ser calibradas por parte del usuario y por fuera del sistema TRIPS. Puede trabajarse con un modelo de análisis de categorías, en cuyo caso se invoca previamente un modelo de asignación de hogares a categorías. Los datos de las variables independientes se especifican en una tabla donde cada fila corresponde a una zona y cada columna a una variable particular. Las relaciones utilizadas para calcular las producciones y atracciones hacen referencia a dichas columnas. Un parámetro de control del módulo se utiliza para activar el procedimiento de balance que asegura $\sum_i O_i = \sum_j D_j$.

3. Distribución

En la etapa de distribución se parte de los valores de viajes producidos (O_i) y atraídos (D_j) por cada zona para obtener los valores T_{ij} para todo par ij , que representan la cantidad de viajes desde el origen i hacia el destino j . El proceso de distribución de viajes produce una matriz denominada Origen-Destino (abreviada, O-D). Opcionalmente un dato de entrada adicional serán los valores t_{ij} de una matriz O-D anterior. Los valores T_{ij} deben cumplir con alguno (problema simplemente restringido) o con ambos (problema doblemente restringido) conjuntos de restricciones

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (2)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad (3)$$

Será necesario definir una medida de costo de traslado entre dos zonas (C_{ij}), la cual se expresará como una relación lineal de las siguientes variables:

- t_{ij}^v tiempo de viaje en vehículo,
- t_{ij}^w tiempo de caminata hacia y desde paradas o terminales,
- t_{ij}^t tiempo de espera en paradas,
- t_{nij} tiempo de intercambio, si existe,
- F_{ij} tarifa del viaje,
- ϕ_j costo terminal (generalmente estacionamiento) asociado con el viaje,
- δ penalización modal (representa atributos como confort, seguridad).

La unidad de medida del costo generalmente es tiempo o dinero.

3.1. Métodos de factor de crecimiento

Se encara inicialmente el problema de obtener los nuevos T_{ij} a partir de los t_{ij} disponibles. Los métodos propuestos son los de tipo factor de crecimiento. El más sencillo considera un sólo factor τ , el que utiliza para la actualización de todos los valores, de la forma

$$T_{ij} = \tau t_{ij} \quad (4)$$

Este método es apropiado únicamente para problemas simplemente restringidos, ya que una corrección efectuada por ejemplo por filas (en base a los O_i), no necesariamente respetará las restricciones que involucran los valores D_j . Para problemas doblemente restringidos se deben considerar dos factores de crecimiento (conjuntos de factores) τ_i y Γ_j . Se cuenta con un algoritmo denominado iterativo bi-proporcional propuesto por Furness, que considera adicionalmente factores de balance A_i y B_j tales que

$$T_{ij} = t_{ij}\tau_i\Gamma_jA_iB_j = t_{ij}a_ib_j \quad (5)$$

el cual funciona de la siguiente forma:

1. Asignar $b_j = 1$ para todo j y resolver para a_i (corrección por filas)
2. Con los últimos a_i obtenidos, resolver para b_j (por columnas)
3. Con los b_j obtenidos, resolver para a_i y repetir 2 y 3 hasta que los cambios sean suficientemente pequeños

Las principales ventajas de este método es la simplicidad, y que preserva las observaciones anteriores (t_{ij}). Las desventajas son que necesita la matriz anterior y que los errores de la matriz original serán propagados. Dado que la expresión de la corrección es multiplicativa, no pueden existir $t_{ij} = 0$ ya que anularán los nuevos valores en caso de que existan.

3.2. Modelos sintéticos o de gravedad

Se utilizan para estimar los T_{ij} sin utilizar directamente los t_{ij} anteriores. El más conocido de estos métodos fue generado a partir de una analogía con la ley gravitacional de Newton. La formulación más simple de este modelo de expresa de la siguiente forma

$$T_{ij} = \alpha \frac{P_i P_j}{d_{ij}^2}$$

donde P_i, P_j son la cantidad de habitantes de cada zona, d la distancia interzonal y α un factor de proporcionalidad. Formulaciones actuales de este modelo son de la siguiente forma:

$$T_{ij} = \alpha O_i D_j f(c_{ij}) \quad (6)$$

donde f es una función de los costos de viaje, con parámetros para calibración. Esta función (llamada de disuasión) expresa el desincentivo a viajar con el aumento del costo de viaje; claramente debe ser una función decreciente y las formulaciones más usadas para la misma son

$$\begin{aligned} f(c_{ij}) &= \exp(-\beta c_{ij}) && \text{exponencial} \\ f(c_{ij}) &= c_{ij}^{-n} && \text{potencial} \\ f(c_{ij}) &= c_{ij}^n \exp(-\beta c_{ij}) && \text{combinada} \end{aligned}$$

Para satisfacer las restricciones del problema doblemente restringido, el modelo debe cambiarse a

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j f(c_{ij}) = a_i b_j f(c_{ij}) \quad (7)$$

donde los valores de los factores de balance serán

$$A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j f(c_{ij})} \quad (8)$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i f(c_{ij})} \quad (9)$$

Dado que estos valores son interdependientes, un procedimiento iterativo similar al de Furness puede ser utilizado para su cálculo; dados los valores de $f(c_{ij})$ para todo ij , se comienza con $B_j = 1$ para todo j y se resuelve para A_i como en el algoritmo original hasta que se logre convergencia.

En un enfoque diferente, la función de disuasión puede ser expresada en términos de valores empíricos, en cuyo caso la expresión es la siguiente:

$$f(c_{ij}) = \sum_m F^m \delta_{ij}^m \quad (10)$$

Donde m indica un rango (o cubeta) de valores de costo, F^m el valor medio de la función en la cubeta m y δ_{ij}^m vale 1 si el costo de viajar de i a j cae en la cubeta m , 0 si no.

3.3. Enfoque de maximización de la entropía

Es un marco teórico a partir del cual pueden generarse varios modelos, incluyendo el de gravedad, así como modelos de compras y de localización. Se

considera un sistema formado por un número grande de individuos. Una descripción de la totalidad del sistema requiere de una especificación completa de cada uno de sus micro estados (en el contexto del transporte, cada uno de los individuos, con su origen y destino de viaje, tiempo, modo, etc). En la práctica los individuos son agrupados en los que se llaman meso estados (en nuestro caso, cantidad de viajes desde una zona de origen hacia otra zona de destino, T_{ij}). Es claro que un mismo meso estado puede ser generado por distintas combinaciones de micro estados. Incluso existe un nivel más alto de agregación denominado macro estado, que en el contexto de los modelos de demanda de transporte puede ser la cantidad de viajes en un arco particular de la red, o la cantidad de viajes producidos o atraídos por una zona (O_i y D_j). El enfoque se basa en que partimos de información referente a los macro estados para predecir a nivel de los meso estados, tomando como hipótesis que todos los micro estados asociados con un macro estado son equiprobables. Por lo tanto se trata de identificar los meso estados más probables, a partir de información de los macro estados. Se parte de la siguiente expresión que establece la cantidad de micro estados asociados a un meso estado:

$$W\{T_{ij}\} = \frac{T!}{\prod T_{ij}!}$$

Dado que todos los micro estados son equiprobables, el meso estado más probable será el que puede ser generado de la mayor cantidad de formas posibles, por lo que el objetivo será maximizar la expresión anterior. Aproximando la expresión original y maximizando el logaritmo de la misma, se llega a

$$\text{Max log}(W') = - \sum_{ij} (T_{ij} \log T_{ij} - T_{ij}) \quad (11)$$

Si se cuenta con información de los t_{ij} anteriores, la función objetivo revisada queda

$$\text{Max log}(W'') = - \sum_{ij} (T_{ij} \log \frac{T_{ij}}{t_{ij}} - T_{ij} + t_{ij}) \quad (12)$$

Si se toman las restricciones del problema doblemente restringido, la solución al problema anterior puede escribirse como $T_{ij} = A_i O_i B_j D_j$ para W' y $T_{ij} = A_i O_i B_j D_j t_{ij}$ para W'' , las ecuaciones básicas del modelo de Furness. Ahora si se agrega la restricción

$$\sum_{ij} T_{ij} c_{ij} = C$$

donde intervienen los costos de viaje entre todo par de zonas ij y un valor C que representa el gasto total en viajes en el sistema de transporte, la nueva solución será $T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$ que es el modelo de gravedad. Puede observarse también que utilizando una restricción distinta para los costos, de la forma

$$\sum_{ij} T_{ij} \log c_{ij} = C'$$

se obtiene el modelo de gravedad de la forma $T_{ij} = A_i O_i B_j D_j c_{ij}^{-\beta'}$, donde la función de disuasión tiene la forma potencial.

Una vez que se demuestra que el modelo de gravedad puede deducirse a partir de una formulación teórica se pueden nombrar algunas de sus características más importantes:

- Especificación rigurosa de las propiedades.
- Disponibilidad de métodos conocidos de solución.
- Interpretación de las soluciones en relación al modelo teórico subyacente.
- Correctitud del modelo debe establecerse teniendo en cuenta la realidad que se está modelando; el modelo de gravedad puede ser inadecuado en algunos casos.

3.4. Calibración y validación de modelos de gravedad

La técnica más apropiada para la validación de estos modelos consiste en tratar de reproducir algún estado conocido del sistema (por ejemplo el año base) una vez que se cuenta con la implementación del modelo.

La calibración de un modelo de gravedad implica hallar los valores para los factores de balance A_i y B_j y el parámetro β de la función de disuasión. Los dos primeros se hallan utilizando el procedimiento iterativo de Furness. Para β , una posible técnica se debe a Hyman, que funciona de la siguiente forma: en cualquier etapa del proceso de calibración, $T(\beta)$ es la matriz de viajes resultante de utilizar el actual valor de β . Esta matriz define un número total de viajes $\sum_{ij} T_{ij}(\beta) = T(\beta)$. El método se basa en la siguiente relación:

$$c(\beta) = \sum_{ij} \frac{T_{ij}(\beta)c_{ij}}{T(\beta)} = c^* = \frac{\sum_{ij} N_{ij}C_{ij}}{\sum_{ij} N_{ij}}$$

donde N y C son datos observados. Los siguientes pasos producen una estimación razonable para β :

1. Comenzar con $m = 0$ y $\beta_0 = 1/c^*$
2. Hacer $m = m+1$ y hallar $T(\beta_{m-1})$ utilizando el modelo de gravedad. Obtener el costo medio modelado c_m y compararlo con el observado c^* . Si son parecidos aceptar β_{m-1} como estimación de β . Si no ir al paso 3
3. Si $m = 1$, hacer $\beta_1 = c_1\beta_0/c^*$, si no hacer

$$\beta_{m+1} = \frac{(c^* - c_{m-1})\beta_{m-1} - (c^* - c_m)\beta_m}{(c_m - c_{m-1})}$$

4. Repetir pasos 2 y 3 hasta convergencia

Tres aspectos son comentados sobre el final de la sección dedicada a los modelos de gravedad:

Problemas mal condicionados En problemas donde la matriz tenga un bajo número de condición, el algoritmo iterativo de Furness de ajuste bi-proporcional puede oscilar sin obtener una solución.

Problema tri-proporcional Retomando el modelo sintético con la función de disuasión empírica, de la forma $T_{ij} = a_i b_j \sum_m F^m \delta_{ij}^m$, puede utilizarse un algoritmo iterativo tri-proporcional similar al original bi-proporcional de Furness. En este caso se comienza con $F^m = 1$ para todo m y se va corrigiendo en sucesivas iteraciones (junto con los A_i y B_j).

Matrices parciales En casos donde no se cuenta con información de algunos t_{ij} se recomienda realizar al ajuste (bi o tri-proporcional) solamente de la región conocida de la matriz y luego actualizar los nuevos valores que faltan como $T_{ij} = a_i b_j$ con los factores hallados en el procedimiento de actualización anterior.

3.5. Otros modelos sintéticos

Entre los modelos sintéticos alternativos al de gravedad más populares se menciona al de *oportunidades de intervención*. En este modelo, la cantidad de viajes no es función explícita del costo de viaje entre i y j , sino de la accesibilidad de oportunidades por zona para satisfacer el objetivo del viaje. Se especifica de la siguiente forma:

$$T_{ij}^m = O_i \frac{\exp(-\alpha x_{m-1}) \exp(-\alpha x_m)}{1 - \exp(-\alpha x_m)}$$

donde T_{ij}^m significa el m -ésimo destino j ordenado por distancia desde i , α es la probabilidad de ser satisfecho por una oportunidad simple, $X_m = \sum_m D_m$ con D igual a la cantidad de oportunidades en la zona i y m es el ordinal de todos los destinos j ordenados por distancia desde i .

3.6. Consideraciones prácticas

Matrices dispersas Este tipo de matrices se pueden tratar estimando primero la parte distinta de cero o colocando pequeñas semillas donde hay ceros para ser multiplicados en el algoritmo iterativo de Furness.

Zonas externas Generalmente las zonas externas se dejan fuera del proceso de modelado cuando se utilizan modelos sintéticos. Las matrices de tipo E-E (viajes entre zonas externas) y E-I son actualizadas utilizando métodos de factor de crecimiento. Los viajes de tipo E-I que se incluyeron en la fase de generación deben sustraerse cuando se aplica este enfoque.

Viajes intra zonales Dado que modelos como el de gravedad se basan en costos definidos entre pares de zonas, se presenta el problema de establecer el costo de viajar de una zona a sí misma. Por este motivo generalmente se asume que los viajes intra zonales son una proporción fija del total de viajes por zona, y se eliminan del modelo de distribución.

Propósito del viaje Generalmente los viajes por trabajo se estiman con un modelo doblemente restringido y otro tipo de viajes solamente con datos de producciones. Eventualmente puede ser necesario modificar valores de la función de disuasión para distintos propósitos de viajes.

Tipos de matrices O-D Las producciones y atracciones calculadas en la fase de generación pueden utilizarse para generar distintos tipos de matrices O-D. Un caso particular es el de la generación de matrices por horario, donde usualmente interesa obtener matrices para las horas pico.

K Factores Cuando existen factores que no son contemplados por el modelo de gravedad pueden introducirse valores K_{ij} que modelen la realidad

específica de viajes entre pares de zonas, de la forma

$$T_{ij} = K_{ij} A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

Errores La estimación de los errores cometidos en el modelado es un aspecto importante pero complejo. Los métodos estadísticos son los más potentes pero también los más difíciles de desarrollar, sin embargo una alternativa interesante consiste en utilizar métodos Monte Carlo para estimar la sensibilidad de la salida con respecto a los datos de entrada.

3.7. Distribución en TRIPS

Los modelos de distribución en TRIPS están implementados en el módulo MVGRAM, que opera en tres modos diferentes:

Calibración Se intenta hallar los parámetros de la función de disuasión definida como $f(c_{ij}) = c_{ij}^{\beta_1} \exp(\beta_2 c_{ij})$ a partir de matrices de costos y viajes observados (C_{ij} y N_{ij}). Se utiliza un procedimiento de ajuste de curvas en base a estimadores de máxima verosimilitud para los parámetros β_1 y β_2 . La bondad de la estimación se evalúa en términos de varios criterios simultáneamente, entre otros: función objetivo y error estimado en la misma, cambio en β_1 y β_2 , desviaciones entre celdas estimadas y observadas. La calibración puede realizarse con matrices parciales, las cuales deben pre-procesarse utilizando otros módulos de TRIPS (MVMOD y MVMNIP).

Predicción Se obtiene una matriz de viajes a partir de una matriz de costos, producciones y atracciones, y la función de disuasión, aplicando el modelo de gravedad. La función de disuasión puede especificarse en base a la función predefinida (parámetros β_1 y β_2) o en base a valores especificados por el usuario, en cuyo caso se realiza interpolación lineal entre valores contiguos. Adicionalmente se puede especificar una matriz de entrada conteniendo K-factores para ajustes entre pares particulares de zonas.

Factor de crecimiento Produce una matriz de T_{ij} a partir de los t_{ij} (matriz anterior) y producciones y atracciones (O_i y D_j), utilizando el procedimiento iterativo bi-proporcional de Furness. En este modo también puede utilizarse la técnica de matrices parciales, en cuyo caso en la última iteración se completarán las celdas vacías en base a los factores de balance obtenidos.

4. División modal

En la fase de división modal se obtienen las proporciones de cada T_{ij} que realizarán los viajes por distintos modos (típicamente transporte público y automóvil). Es importante contar con modelos adecuados de división modal teniendo en cuenta la importancia del transporte público en la toma de decisiones que afectan la provisión de servicios de transporte. También es importante que dichos modelos sean sensibles a los atributos del viaje que influyen las opciones individuales de modo. Los factores que influyen la opción de viaje son:

1. *Características del viajante*: Disponibilidad de autos, posesión de licencia de conducir, estructura del hogar, densidad residencial.
2. *Características del viaje*: Propósito del viaje, hora del día.
3. *Características del medio de transporte*: Tiempo de viaje, costo monetario, disponibilidad y costo de parking.

4.1. Modelos descriptivos de división modal

Definen relaciones empíricas en base a ajustes de curvas, pero que no explican el proceso. Se mencionan los más importantes:

Generación-División modal En un principio se consideraban las características del viajante como el factor más importante. Por tal motivo se aplicaban los sub-modelos de división modal inmediatamente después de la generación. De esta forma se puede utilizar información de por ejemplo las categorías de un modelo de generación de análisis de categorías. Se comprueba que estos modelos son adecuados para planificación a corto plazo, pero no son sensibles a factores como la mejora del transporte público o cambios en costos de estacionamientos y peajes.

Modelos de intercambio de viajes Los modelos de post-distribución son aquellos que aplican la división modal inmediatamente después de la distribución. De esta forma se pueden incluir las características del viaje (pero no las personales). Generalmente se trata de curvas ajustadas empíricamente en base a datos reales; un ejemplo concreto es la curva de la proporción de viajes por determinado modo sobre el total de viajes (T_{ij}^1/T_{ij}) en función de la diferencia de costos de viaje entre los modos ($C_{ij}^2 - C_{ij}^1$). Estas son curvas en S con asíntota en 1.0 y corte OY en 0.5, denominadas *curvas de desvío*. Las principales limitaciones de este modelo es que se restringe a solamente dos modos y que es insensible a factores importantes.

4.2. Modelos sintéticos

El enfoque de maximización de la entropía introducido en la sección anterior puede utilizarse para generar modelos de generación y división modal conjuntos. La formulación es la siguiente, donde el superíndice k indica el modo:

$$\text{Max log } (W(T_{ij}^k)) = - \sum_{ijk} (T_{ij}^k \log T_{ij}^k - T_{ij}^k) \quad (13)$$

sujeeto a

$$\sum_{jk} T_{ij}^k - O_i = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{ik} T_{ij}^k - D_j = 0 \quad (15)$$

$$\sum_{ijk} T_{ij}^k c_{ij}^k - C = 0 \quad (16)$$

La solución a este problema es la siguiente:

$$T_{ij}^k = A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta C_{ij}^k) \quad (17)$$

$$P_{ij}^1 = \frac{T_{ij}^1}{T_{ij}} = \frac{\exp(-\beta C_{ij}^1)}{\exp(-\beta C_{ij}^1) + \exp(-\beta C_{ij}^2)} \quad (18)$$

donde P_{ij}^1 es la proporción de viajes de i a j por modo 1. La expresión (18) se denomina *logit* y es de gran importancia en los *modelos de opción discreta*. Para varios (más de dos) modos, el modelo se generaliza a:

$$P_{ij}^1 = \frac{T_{ij}^1}{T_{ij}} = \frac{\exp(-\beta C_{ij}^1)}{\sum_k \exp(-\beta C_{ij}^k)} \quad (19)$$

donde se puede observar que el parámetro β interviene en la distribución y en la división modal. Dado que son roles diferentes, generalmente un mismo valor para β no será adecuado, por lo que un refinamiento del modelo propone

$$T_{ij}^{kn} = A_i^n O_i^n B_j D_j \exp(-\beta_n K_{ij}^n) \frac{\exp(-\lambda_n C_{ij}^k)}{\sum_k \exp(-\lambda_n C_{ij}^k)} \quad (20)$$

donde K_{ij}^n es el costo compuesto de viaje entre i y j percibido por personas de tipo n . Dicho costo puede ser ponderado

$$K = \sum_k P^k C^k$$

aunque se ha encontrado que la especificación correcta para el mismo es

$$K_{ij}^n = \frac{-1}{\lambda_n} \log \sum_k \exp(-\lambda_n C_{ij}^k) \quad (21)$$

donde se debe cumplir $\beta_n \leq \lambda_n$.

4.2.1. Modelos de división multimodal

Un aspecto importante de la aplicación del modelo presentado tiene que ver con la representación de las opciones. Se utiliza un modelo con estructura de árbol, donde el enfoque más sencillo consiste en tener una sola raíz, y un nodo por cada opción, ubicándose todos los nodos en el primer nivel del árbol (estructura de *N-opciones*). Se puede probar que esta estructura no modela casos donde existen opciones correlacionadas (por ejemplo, dos modos distintos de transporte público). Una alternativa es la llamada estructura de *modo agregado*, donde se divide primeramente en grupos de opciones y luego cada una de estas en opciones concretas. La estructura resultante en este caso no es un árbol, sino un grafo acíclico dirigido. La desventaja de esta alternativa es que los resultados dependen de cual modo se seleccione a ser el agregado (al cual llegan más de un arco). Otra alternativa (y la más adecuada) es la *jerárquica*, donde en el primer nivel se divide en una opción concreta (por ejemplo, automóvil) y un conjunto de opciones (por ejemplo, transporte público), que luego se divide en sus propias opciones concretas (por ejemplo, bus y metro).

4.2.2. Calibración de modelos logit binarios

Se presenta un método sencillo de calibración para el caso de solamente dos modos. El problema consiste en hallar el parámetro de dispersión λ y la penalización modal δ (que se asume asociada al segundo modo), a partir de datos de costos y proporciones de cantidad de viajes por modo. Utilizando la expresión (18) se puede escribir.

$$P_1 = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda(C_2 + \delta - C_1))}$$

$$P_2 = 1 - P_1 = \frac{\exp(-\lambda(C_2 + \delta - C_1))}{1 + \exp(-\lambda(C_2 + \delta - C_1))}$$

Tomando los logaritmos de las proporciones de ambas:

$$\log(P_1/(1 - P_1)) = \lambda(C_2 - C_1) + \lambda\delta$$

donde se tiene una recta de pendiente λ e intersección OY $\lambda\delta$. Estos parámetros pueden hallarse utilizando regresión lineal utilizando datos reales de P y C .

4.2.3. Calibración de modelos jerárquicos

Se utiliza una técnica heurística, en pasos sucesivos, comenzando por las hojas del árbol de decisión de la estructura jerárquica hacia la raíz. Por ejemplo para un caso donde hay tres opciones, automóvil, bus y tren, donde los dos últimos están correlacionados, la heurística primero obtiene λ_2 para la opción bus/tren considerando un modelo logit binario sencillo y este valor es usado para calcular el costo de transporte público utilizando (21). Luego se deben estimar los parámetros λ y δ para la opción automóvil/transporte público, para lo cual se utilizan los estimadores de máxima verosimilitud. Para aplicar esta técnica se comienza clasificando los viajes (para pares de zonas donde hay más de una opción de modo) en intervalos de diferencias de costos y calculando un costo ponderado representativo de cada intervalo. Luego en base a las siguientes definiciones (para intervalo k):

- n_k : cantidad de viajes observados,
- r_k : cantidad de viajes observados por primer modo,
- $P_k = 1/(1 + \exp(-Y_k))$: probabilidad de elegir el primer modo,
- $Y_k = ax_k + b$ con x_k el costo representativo del intervalo, $a = \lambda$ y $b/a = \delta$,

se puede expresar el logaritmo de la función de verosimilitud como

$$L = cte + \sum_k ((n_k - r_k)\log(1 - P_k) + r_k\log P_k)$$

Dado que no se dispone de un método de resolución analítica para este problema, se debe utilizar un procedimiento iterativo de búsqueda, que hace uso de las derivadas primera y segunda de L .

4.3. Modelos de demanda directa

Son una alternativa al modelo clásico secuencial. En los mismos se encuentran los valores de T_{ijk} directamente, y también la calibración se hace en un solo paso. Su aplicación no es tan difundida, pero en algunos casos pueden ser más apropiados. Se mencionan los tres más importantes:

SARC

$$T_{ijk} = \phi_k (P_i P_j)^{\theta_{k1}} (I_i I_j)^{\theta_{k2}} \prod_m \left((t_{ij}^m)^{\alpha_{km}^1} (c_{ij}^m)^{\alpha_{km}^2} \right)$$

donde P es la cantidad de habitantes, I el nivel económico, t y c tiempo de viaje y costo entre i y j por modo k y ϕ , θ y α parámetros del modelo. Estos últimos se interpretan respectivamente como parámetros de propósito de viaje y elasticidades de la demanda (con respecto a P - I y t - c).

McLynn

$$T_{ijk} = \phi_k (P_i P_j)^{\theta_1} (I_i I_j)^{\theta_2} \frac{(t_{ij}^k)^{\alpha_k^1} (C_{ij}^k)^{\alpha_k^2}}{\sum_m \left((t_{ij}^m)^{\alpha_m^1} (C_{ij}^m)^{\alpha_m^2} \right)} \left\{ \sum_m \left((t_{ij}^m)^{\alpha_m^1} (C_{ij}^m)^{\alpha_m^2} \right) \right\}^\psi$$

donde el nuevo parámetro ψ representa el total potencial de viajes por los distintos modos. Observar que de esta forma, el segundo término realiza la división modal. Una ventaja importante sobre el modelo anterior es la reducción en la cantidad de parámetros.

Modo abstracto

$$T_{ijm} = \phi_0 \prod_k (A_{ik} A_{jk})^{\phi_k} \prod_h C_{ijh}^{\alpha_h} \prod_h (C_{ijhm} / C_{ijhb})^{\beta_h}$$

donde ϕ , α y β son parámetros para calibración, el índice h indica un atributo de costo (por ejemplo tiempo de viaje), A_{ik} diferentes atributos (por ejemplo, cantidad de habitantes, nivel económico) asociados a la zona i , C_{ijhm} el valor de tal atributo h de costo para el modo m entre las zonas i y j , y C_{ijhb} el valor del mejor atributo h entre las zonas.

4.4. División modal en TRIPS

El módulo MVSPLT implementa la división modal de una matriz de viajes (valores T_{ij}) en base a una curva de desvío y matrices de costo para cada modo. Este enfoque permite trabajar solamente con dos modos. La curva de desvío puede especificarse de dos formas:

Función predefinida Se utiliza una función similar a (18) de la forma

$$P_1 = \text{CAPT} + (1 - \text{CAPT}) \frac{1}{1 + \exp(\lambda(c_1 - c_2 + \delta))}$$

donde:

- P_1 es la proporción de viajes por modo 1,
- CAPT es la mínima proporción de viajes por modo 1,

- λ el coeficiente de opción modal,
- δ el desplazamiento de la función,
- c_1 y c_2 los costos para cada uno de los modos.

Curva empírica El sistema realiza interpolación lineal entre los puntos de curvas especificadas por el usuario.

Para modelos de opción discreta se debe utilizar el módulo MVMODL.

5. Caso de estudio

En esta sección se presenta la aplicación de los conceptos revisados en las secciones anteriores (principalmente modelos de distribución) a un problema particular. El mismo consiste en hallar una matriz tridimensional origen-destino-horario para los viajes de transporte urbano colectivo en la ciudad de Montevideo, a partir de sus proyecciones origen-destino, origen-horario y destino-horario. Esta información se obtuvo a partir de un estudio realizado por la Intendencia Municipal de Montevideo, publicado en el año 1997[6].

5.1. Adaptación del modelo

El problema a resolver consiste en hallar una matriz T_{ijk} de información desagregada a partir de las restricciones OD_{ij} , OH_{ik} y DH_{jk} (información agregada). El modelo de Furness adaptado a este caso se puede expresar como

$$T_{ijk} = A_{ij}OD_{ij}B_{ik}OH_{ik}C_{jk}DH_{jk} = a_{ij}b_{ik}c_{jk}$$

donde A_{ij} , B_{ik} y C_{jk} son los factores de balance a encontrar. Utilizando conjuntamente un modelo de gravedad, la expresión anterior se transforma en

$$T_{ijk} = A_{ij}OD_{ij}B_{ik}OH_{ik}C_{jk}DH_{jk}f(q_{ijk}) = a_{ij}b_{ik}c_{jk}f(q_{ijk})$$

donde se ha utilizado la variable q para notar el costo.

Para su resolución se utiliza una generalización del algoritmo iterativo (en este caso, tri-proporcional) de Furness. Se explicita el uso adicionalmente de un modelo de gravedad, cuya función de disuación toma valores unitarios para todas las celdas; con este enfoque, los costos se consideran únicamente monetarios (valor de un boleto), asumiendo que entre cualquier par de zonas se puede viajar con un solo boleto. La utilización de un modelo de gravedad de tal modo, si bien puede omitirse, hace el modelo más general, de forma que puedan utilizarse definiciones alternativas para los costos en otras instancias.

5.2. Implementación

5.2.1. Algoritmo

El siguiente algoritmo encuentra los valores para los factores de balance (pasos 5, 6 y 7), previamente expandiendo una matriz inicializada con los valores (unitarios) de la función de disuación (paso 1), por un coeficiente calculado como el total diario de viajes sobre el gasto total diario en viajes (pasos 2 y 3).

1. Asignar $f(q_{ijk}) = 1$ para todo ijk
2. Calcular $T = \sum_{ij} OD_{ij} = \sum_{ik} OH_{ik} = \sum_{jk} DH_{jk}$ y $Q = \sum_{ijk} f(q_{ijk})$
3. Asignar $T_{ijk} = T/Q$ para todo ijk
4. Asignar $b_{ik} = 1$ para todo ik , $c_{jk} = 1$ para todo jk y resolver para a_{ij}
5. Con los últimos a_{ij} obtenidos, resolver para b_{ik}
6. Con los a_{ij} y b_{ik} obtenidos en los pasos anteriores, resolver para c_{jk}
7. Resolver nuevamente para a_{ij} y repetir 5, 6 y 7 hasta que los cambios sean suficientemente pequeños

Las correcciones se realizan multiplicando cada valor T_{ijk} por

- $OD_{ij} / \sum_k T_{ijk}$ resolviendo para a_{ij} ,
- $OH_{ik} / \sum_j T_{ijk}$ resolviendo para b_{ik} y
- $DH_{jk} / \sum_i T_{ijk}$ resolviendo para c_{jk} .

Se consideran tres criterios de parada para el algoritmo:

1. Cantidad de iteraciones
2. Time-out
3. Diferencias con las restricciones que no se contemplaron en el último paso; las mismas se calculan como
 - $\sum_{ij} |(\sum_k T_{ijk}) - OD_{ij}|$ diferencia con restricción origen-destino
 - $\sum_{ik} |(\sum_j T_{ijk}) - OH_{ik}|$ diferencia con restricción origen-horario
 - $\sum_{jk} |(\sum_i T_{ijk}) - DH_{jk}|$ diferencia con restricción destino-horario

En cada corrección según una restricción se calcula la diferencia compuesta (error) como la semisuma de las diferencias con las otras dos restricciones.

5.2.2. Datos de entrada

Los datos fueron tomados de distintas partes de [6], obteniéndose la siguiente información relevante:

- *Total de viajes por día en bus (T)*: Calculado como el producto de la cantidad de habitantes mayores de cinco años por la proporción de estos que viajan en ómnibus urbanos por la cantidad de viajes por persona por día.
- *Origen-destino*: En base a una división de la ciudad en 24 zonas, se cuenta con una matriz origen-destino de porcentajes sobre el total T .
- *Origen-horario*: En base a la división de zonas especificada en la parte anterior y una división del día en 12 horarios, se cuenta para cada zona con los porcentajes de los viajes por horario sobre el total de los viajes que salen de cada zona en todo el día.

<i>Origen</i>	<i>Destino</i>	<i>Horario</i>	<i>Viajes</i>
malvín	centro/b. sur	7-9	3290.7
centro/b. sur	malvín y c. norte/bañados	11-13	2839.9
centro/b. sur	pocitos/p. carretas/c. buceo	17-19	2774.1
la teja/n. parís/belvedere	centro/b. sur	7-9	2691.8
maroñas/v. garcía/p. rieles	centro/b. sur	7-9	2417.9
centro/b. sur	malvín	19-21	2413.2
malvín	centro/b. sur	9-11	2405.1
centro/b. sur	malvín y c. norte/bañados	7-9	2214.7
p. gorda/carrasco	centro/b. sur	7-9	2037.5
v. del cerro	v. del cerro	17-19	1975.6

Cuadro 1: Máximos en la matriz resultante

- *Destino-horario*: Análogo al caso origen-horario.

Para llevar estos datos al formato de entrada de los algoritmos se debió realizar la transformación de porcentajes a cantidad de viajes. Debido a que se descartaron del informe datos identificados como S/D (sin destino), las sumas de los valores de las matrices de restricciones inicialmente diferían entre sí; dado que una condición necesaria para la existencia de los factores A_{ij} , B_{ik} y C_{jk} es que se cumpla $\sum_{ij} OD_{ij} = \sum_{ik} OH_{ik} = \sum_{jk} DH_{jk}$, se realizaron correcciones en OH y DH tomando como base a OD .

5.3. Resultados

El algoritmo se implementó en C++. Para su verificación se utilizó un pequeño caso de prueba de tamaño $4 \times 4 \times 4$. La validación se realizó en base al caso de estudio en cuestión, inspeccionando los valores máximos de la matriz resultante, los cuales se muestran en el Cuadro 1. Desde el punto de vista de un individuo que conozca en cierta medida los movimientos de los habitantes de la ciudad de Montevideo en ómnibus (principalmente por motivos de trabajo y estudio), puede decirse que los resultados obtenidos son razonables. Sin embargo el promedio de diferencias con las dos restricciones al momento de detenerse el algoritmo es del orden del 10 por ciento; teniendo en cuenta que esto representa aproximadamente 80000 viajes puede considerarse un error importante. Se intentó mejorar la estimación aumentando la cantidad de iteraciones, encontrándose que el algoritmo produce resultados que oscilan a partir de cierto punto. Un análisis de las entradas de la matriz resultante indica que el 46 por ciento de las mismas son ceros, lo que hace pensar que se trate de un problema mal condicionado, consecuencia de la gran cantidad de valores nulos en las restricciones. En la Figura 1 se muestra el progreso de los valores del error de estimación y de la dispersión de la matriz resultante (proporción de cantidad de valores nulos sobre el total de valores). En un intento por mejorar esta situación se buscó contar con una formulación rigurosa del algoritmo original de balance, no pudiéndose contar hasta el momento con una copia del artículo que contiene tal desarrollo[7]. No se descartan avances futuros en este aspecto.

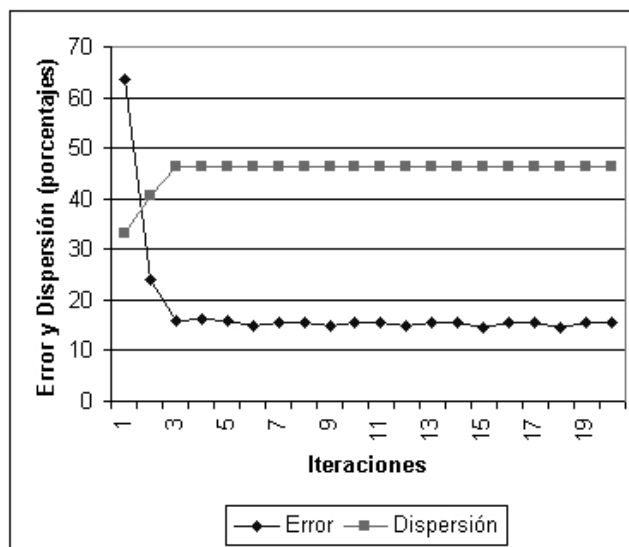


Figura 1: Error y dispersión

6. Conclusiones

En este trabajo se presentaron los modelos clásicos de demanda de transporte, a saber, generación, distribución y división modal de viajes. Se estudió la implementación de estos modelos (o similares) en la herramienta TRIPS. Finalmente se presentó un caso de estudio para cuya resolución se utilizaron adaptaciones de algunos de los modelos estudiados.

Referencias

- [1] J. De D. Ortúzar, L.G. Willumsen, *Modelling Transport*, Second Edition, John Wiley & Sons Inc., 1996
- [2] Norbert Oppenheim, *Urban Travel Demand Modeling*, John Wiley & Sons Inc., 1995
- [3] Jose Luis Maldonado Inocencio, *Curso sobre tráfico urbano: Modelos de Transporte*, 1992 (<http://www.temagc.com/files/modtran.doc>, 05/2002)
- [4] TRIPS help, Rev. 2001
- [5] <http://www.citilabs.com>, (05/2002)
- [6] Intendencia Municipal de Montevideo, Inter Consult, *Estudio sobre utilización del Transporte Colectivo Urbano de Pasajeros en la ciudad de Montevideo*, 01/1997
- [7] B. Lamond, N. F. Stewart, *Bregman's balancing method*, Transportation Research 15B(4), 1981