

PEDECIBA Informática
Instituto de Computación – Facultad de Ingeniería
Universidad de la República
Montevideo, Uruguay

Reporte Técnico RT 12-07

**Modelado estocástico múltiple etapa de
adquisición de combustible para la
generación de electricidad bajo demanda
incierto**

Carlos E. Testuri Bernardo Zimberg

Germán Ferrari

2012

Modelado estocástico múltiple etapa de adquisición de combustible para la generación de electricidad bajo demanda incierta

Testuri, Carlos; Zimberg, Bernardo; Ferrari, Germán

ISSN 0797-6410

Reporte Técnico **RT 12-07**

PEDECIBA

Instituto de Computación – Facultad de Ingeniería

Universidad de la República

Montevideo, Uruguay, 2012

Modelado estocástico múltiple etapa de adquisición de combustible para la generación de electricidad bajo demanda incierta

Carlos E. Testuri^a, Bernardo Zimberg^b y Germán Ferrari^a

^a*Departamento de Investigación Operativa, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República. J.Herrera y Reissig 565 Piso 5, 11300 Montevideo, Uruguay*

^b*Administración Nacional de Combustibles, Alcohol y Portland ANCAP, Humboldt 3900, 11900, Montevideo, Uruguay.*

E-mails: ctesturi@fing.edu.uy [Testuri], bzimberg@ancap.com.uy [Zimberg], gerferra@fing.edu.uy [Ferrari]

Resumen

La generación de electricidad en Uruguay se basa en recursos hidroeléctricos. El incremento de la demanda de electricidad y la falta de agua en los embalses, debido a variaciones climáticas, son los factores dominantes en la demanda de combustible para la generación térmica de electricidad. Para satisfacer la demanda incierta se deben adquirir cargamentos de combustibles para diferentes períodos, la decisión de adquisición es tomada en general dos meses antes del arribo del producto. En el ínterin, la demanda o la producción del combustible puede cambiar, cambio que implica costos adicionales debido a demoras o cancelaciones por restricciones de capacidad.

Se presenta una versión simplificada del un modelo estocástico múltiple-etapa que representa el problema de la adquisición de combustible, cuyas decisiones temporales son tomadas en condiciones de incertidumbre de la demanda y bajo regulaciones contractuales, siguiendo un criterio de costo esperado mínimo según escenarios de realización de la demanda. Se establece un caso de prueba donde se analizan las propiedades del modelo junto a los resultados.

Palabras claves: planificación de compras, planificación de producción, programación estocástica, programación entero mixta.

1. Introducción

La generación térmica de electricidad en Uruguay se ha incrementado en los últimos años y en consecuencia la demanda de combustible para generarla. Parte de la demanda de combustible es suministrada con producción, pero en situaciones extremas la mayoría debe ser importada. Debido a que la generación térmica es más costosa que la generación hidroeléctrica, la demanda de combustible para dicho destino baja tan pronto como los embalses de las represas hidroeléctricas alcanzan sus niveles de seguridad para generar o la demanda de electricidad decrece.

La incertidumbre en la demanda de combustible para la generación térmica es generada por la imposibilidad de generación hidroeléctrica, debido a la falta de agua por las variaciones climáticas, y al incremento de la demanda en sí misma. Para satisfacer la demanda incierta se deben adquirir cargamentos de combustibles para diferentes períodos, y estas decisiones deben tomarse en períodos previos (usualmente dos meses) previo al arribo del producto.

Se consideran diferentes contratos de abastecimiento para satisfacer la demanda. Los contratos establecen reglas comerciales y técnicas para la adquisición de cargamentos: compras de cargamentos fijas y opcionales, costos, ventanas de tiempo, demoras, cancelaciones, etc. Debido a restricciones de capacidad y ajustes en la demanda y producción, las decisiones de demora o cancelación de cargamentos incrementan los costos. Además, los volúmenes de los cargamentos, con tamaños posibles discretos, son parte de la decisión, usualmente tomada dos meses previo a su arribo.

El problema consiste en decidir que cargamentos comprar, demorar y cancelar, al mismo tiempo que se cubre la demanda y se cumple con las reglas contractuales, toda al mínimo costo esperado.

Generalmente, en muchas de las propuestas de solución al problema las decisiones de compra, demora o cancelación, o una combinación de ellas son el resultado de un análisis de escenarios independientes (casos esperados mejor y peor) que combinan demanda, importación de combustibles y restricciones de producción y capacidad. En este trabajo se propone un procedimiento alternativo como mecanismo de decisión, un modelo múltiple etapa estocástico basado en programación matemática que representa el problema (Dantzig, 1955; Beale 1955). La decisión se basa en la obtención de una solución óptima de costo mínimo esperado que cubre todos los escenarios de incertidumbre simultáneamente.

Este trabajo trata el problema de la adquisición de combustible; en relación al consumo de combustible, Takriti, Birge, y Long (1996) modelan la generación de electricidad en base a la decisión periódica de activación de unidades de generación. La adquisición de nuevas tecnologías para la generación es tratado en el trabajo de Bienstock and Shapiro (1988).

2. Metodología de modelado

El problema requiere tomar decisiones secuenciales en el tiempo, intercaladas con eventos inciertos. Los pares sucesivos de decisiones y eventos inciertos en el tiempo se denominan etapas; por lo que un modelado de programación estocástica múltiple etapa es considerado adecuado para el problema.

La programación estocástica múltiple etapa es un esquema de optimización que selecciona la mejor secuencia de decisiones en etapas con respecto a un objetivo dado. En cada etapa, se modelan decisiones previas a los eventos inciertos, mediante la inclusión de parámetros que son conocidos con cierta distribución de probabilidad en el momento que se toman las decisiones. Por lo que, las decisiones sopesan la incertidumbre de los eventos mediante la consideración de sus distribuciones. Para una etapa de decisiones, sus decisiones subsiguientes actúan como acciones correctivas o de recurso, luego de que el evento incierto de transición es develado. Mientras las decisiones de primer etapa son consideradas determinísticas, las siguientes decisiones son consideradas estocásticas, dado que estas dependen de parámetros aleatorios. El objetivo es encontrar una secuencia de decisiones, sujetas a restricciones del problema, que optimizan cierta esperanza de una función objetivo de las decisiones (Prékopa 1995), (Birge y Louveaux, 1997), (Ruszczynski y Shapiro, 2003), (Ziemba y Wallace, 2006).

Un enfoque para modelar incertidumbre en cada etapa es representar los parámetros aleatorios con un conjunto finito de instancias denominados escenarios o realizaciones básicas, en conjunto con una medida probabilística de sus ocurrencias. Por lo que, debido a la ordenación temporal de las etapas, se tiene una estructura arbórea a partir de los escenarios básicos y sus relaciones en el tiempo, donde las aristas del árbol representan las realizaciones de los eventos, y los vértices representan las decisiones (Rockafellar y Wets, 1991).

La mayoría de las decisiones son discretas en sus dominios de variación, lo que implica que el modelo es difícil de resolver, y requiere del modelado y mecanismos

de resolución de programación entera (Benders, 1962), (Schultz, 1993), (Laporte and Louveaux, 1993), (Sen, 2005).

3. Descripción del modelo

El modelo representa decisiones sobre de adquisición, venta, demora y cancelación de cargamentos de combustible a costo esperado mínimo, sujeto a restricciones de demanda, producción y almacenamiento, regulación contractual para diferentes escenarios sobre un horizonte temporal de períodos y según etapas.

En cada período existe un abanico de escenarios con probabilidad asociada de realización; con la excepción del primer período, que consiste de un único escenario.

Las decisiones de adquisición o venta de combustible se toman sobre cargamentos de los que se dispone de un conjunto potencial de volúmenes; lo que implica modelarlas mediante variables enteras.

El modelo incluye parámetros determinísticos y estocásticos. Entre los parámetros determinísticos se encuentra el nivel de inventario inicial, los ajustes al alza y a la baja de la producción con sus costos asociados. También determinísticos son los cargamentos y sus volúmenes opcionales, sus periodos de arribo, precios y costos de demora y cancelación.

Los parámetros estocásticos incluyen la demanda de combustible para la generación térmica y no-térmica, la producción de combustible, los niveles de inventarios mínimos y máximos y sus ajustes máximos permitidos con los costos asociados.

El modelo comprende variables de decisión determinísticas (de primera etapa) y estocásticas (etapas subsiguientes). Las decisiones determinísticas son la selección de cargamentos a adquirir y vender, junto a sus posibles volúmenes. Las decisiones estocásticas comprenden posibles cambios sobre el nivel de inventario máximo y debajo del nivel de inventario mínimo, ajustes al alza y a la baja de la producción, y la cancelación de cargamentos ya asignados o de cargamentos a ser asignados para adquirir y vender combustible.

La restricción rectora es la de balance de material (ec. 1); esta transfiere entre los períodos, la evolución del inventario de combustible dependiendo de los ingresos y egresos, las adquisiciones y ventas, y las cancelaciones potenciales. Existen restricciones que controlan los ajustes al alza y a la baja de la capacidad (ec. 2); restricciones que controlan la activación del nivel de cambio del inventario y sus cotas (ec. 3). Ajustes al alza y a la baja en la producción, y cotas sobre esta, son controlados por

restricciones (ec. 4). También, existen restricciones que establecen la selección de los volúmenes a adquirir y vender de los posibles cargamentos (ec. 5). Adicionalmente, hay restricciones que establecen relaciones lógicas en función de las instancias de los datos del problema (no mostradas en la formulación); a modo de ejemplo, regulación de contratos que implican exclusión e inferencia lógica entre condiciones de cancelación y demora de los cargamentos. Finalmente, hay restricciones de definición general de dominios de las variables.

El objetivo del modelo es minimizar el costo total esperado (ec. 6). El costo total incluye costos de adquisición (ec. 6.1), ingresos por ventas (ec. 6.2), costos de cancelación (ec. 6.3), costos de ajustes de producción (ec. 6.4), y costos de ajustes sobre las cotas de inventario (ec. 6.5).

Expresiones conteniendo términos cuadráticos de variables binarias (ec. 1) y la función objetivo (ecs. 6.1 y 6.2) tornan el modelo no lineal, por lo que la transformación de estas expresiones mediante la inclusión de variables y restricciones adicionales permite obtener un modelo extendido lineal equivalente.

4. Descripción de la formulación algebraica

4.1. Conjuntos índices

T : horizonte de tiempo, con periodos $t = 1, \dots, T$.

S : conjunto final de escenarios, $s \in S$, que modelan la incertidumbre en el período de horizonte, $t = T$.

S_t : subconjunto de escenarios $s_t \in S_t$, que modelan la incertidumbre en período t . Para el período inicial, $t = 1$, existe un único escenario, denotado por σ_1 , para subsecuentes períodos los escenarios son establecidos como $S_t := \{\sigma_t, \dots, \tau_t\}$, donde $S_T = S$.

I : conjunto de cargamentos a importar (adquirir), $i \in I$, sobre los que tomar decisión

J : conjunto de cargamentos ya importados (asignados), $j \in J$

K : conjunto de todos los cargamentos importados, $K = I \cup J$, tal que $I \cap J = \emptyset$

E : conjunto de cargamentos a exportar (vender), $e \in E$, sobre los que tomar decisión.

D_i : conjunto de los tamaños, i , de los cargamentos a importar (discreto), con $d_i \in D_i$

D_e : conjunto de los tamaños, i , de los cargamentos a exportar (discreto), con $d_e \in D_e$

4.2. Parámetros

Para cada período $t = 1, \dots, T$, escenarios $s_t \in S_t$ y cargamentos $i \in I$ or $e \in E$:

Entradas, salidas, cotas y atributos

$StkIni$: inventario inicial

DT^{st} : demanda térmica

DO^{st} : demand no térmica

P^{st} : producción

$StkMax^{st}$: nivel máximo de inventario

$DStkMax^{st}$: máximo cambio (absoluto) sobre el nivel de inventario máximo para el que se incurre en costo de penalización

$StkMin^{st}$: nivel mínimo de inventario

$DStkMin^{st}$: máximo cambio (absoluto) por debajo del nivel de inventario mínimo para el que se incurre en costo de penalización

$TEffectI_i$: período efectivo en que el cargamento i es recibido

$TEffectJ_j$: período efectivo en el que un cargamento j previamente asignado es recibido

$TEffectE_e$: período efectivo cuando un cargamento e es despachado

$ImpA_j^t$: volumen de cargamento importado previamente asignado, $j \in J$, efectivo en período $t = TEeffectJ_j$

$VollImp_{di}$: tamaño de volumen para cada $d_i \in D_i$, para cargamento importado $i \in I$

$VolExp_{ede}$: tamaño de volumen para cada $d_e \in D_e$, para cargamento exportado $e \in E$

$WUMax$: máximo ajuste superior en producción

$WLMIn$: máximo ajuste inferior en producción

Costos y precios unitarios

CI_i, CI_j : costos de importación

CD_i, CD_e, CD_j : costos de cancelación

PE_e : precio de exportación

CM^t : costos de demora
 CP^t : costo de penalización por violación de inventario mínimo
 CUW^{st} : costo de incremento de la producción
 CLW^{st} : costo de reducción de la producción

Probabilidades de realización de escenarios

Para todo $s_t \in S_t$, sea p_{s_t} el camino de probabilidades de la subsecuencia correspondiente de realización de escenarios, tal que $p_{s_t} > 0$ y $\sum_{s_t \in S_t} p_{s_t} = 1$.

4.3. Variables

Para cada período $t = 1, \dots, T$, escenarios $s_t \in S_t$ y cargamentos $i \in I$ or $e \in E$:

Stk^{st} : nivel de inventario
 $VStkMax^{st}$: cambio de inventario (absoluto) sobre el nivel máximo de inventario
 $VStkMin^{st}$: cambio de inventario (absoluto) por debajo del nivel mínimo de inventario
 W^{st} : ajuste en el parámetro de producción, P^{st}
 WU^{st} : ajuste al alza en producción
 WL^{st} : ajuste a la baja en producción
 Imp_i^t : volumen del cargamento de importación a ser decidido, $i \in I$, efectivo en el período $t = TEffectI_i$
 $XImp_{di}^t$: 1, si el tamaño de volumen d_i es seleccionado para el cargamento de importación $i \in I$; de lo contrario 0
 Dev_i^{st} : 1, si el cargamento de importación $i \in I$ es devuelto, escenario s_t , efectivo en período $t = TEffectI_i$; de lo contrario 0
 Exp_e^t : volumen del cargamento de exportación a ser decidido, $e \in E$, efectivo en el período $t = TEffectE_e$
 $XExp_{de}^t$: 1, si el tamaño de volumen d_e es seleccionado para el cargamento de exportación $e \in E$; de lo contrario 0
 $DevE_e^{st}$: 1, si el cargamento de exportación $e \in E$ es cancelado, escenario s_t , efectivo en período $t = TEffectE_e$; de lo contrario 0

$DevA_j^{st}$: 1, si el cargamento de importación previamente asignado $j \in J$ es cancelado, escenario s_t , efectivo en período $t = TEffectJ_j$; de lo contrario 0.

4.4. Restricciones

Restricciones de balance de inventario

$$\begin{aligned} Stk^{s_{t+1}} &= Stk^{s_t} + P^{s_t} + WU^{s_t} - WL^{s_t} - DT^{s_t} - DO^{s_t} + \\ &+ \sum_{j \in J} ImpA_j^t (1 - DevA_j^{s_t}) + \sum_{i \in I} Imp_i^t (1 - Dev_i^{s_t}) \\ &- \sum_{e \in E} Exp_e^t (1 - Dev_e^{s_t}), \quad \forall s_t \in S_t, t = 1, \dots, T-1. \end{aligned} \quad (1)$$

donde $Stk^{s_{t=1}} = StkIni$.

Restricciones de capacidad

$$\begin{aligned} DStkMin^{s_t} - DStkMin^{s_t} &\leq Stk^{s_t} \leq StkMax^{s_t} + DStkMax^{s_t}, \quad (2) \\ \forall s_t \in S_t, t &= 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Activación de cambios y cotas en el nivel de inventario

$$\begin{aligned} DStkMax^{s_t} &\geq VStkMax^{s_t} \geq Stk^{s_t} - StkMax^{s_t}, \quad (3) \\ DStkMin^{s_t} &\geq VStkMin^{s_t} \geq StkMin^{s_t} - Stk^{s_t}, \\ \forall s_t \in S_t, t &= 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Ajustes al alza y la baja en producción y cotas

$$\begin{aligned} WUMax &\geq WU^{s_t} \geq W^{s_t} - P^{s_t}, \quad (4) \\ WLMin &\geq WL^{s_t} \geq P^{s_t} - W^{s_t}, \\ \forall s_t \in S_t, t &= 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Selección de volúmenes de cargamentos de importación y exportación

$$\begin{aligned} Imp_i^t &= \sum_{d_i \in D_i} VolImp_{i,d_i} XImp_{i,d_i}^t, \quad \text{for } t = 1, \quad (5) \\ \sum_{d_i \in D_i} XImp_{i,d_i}^t &= 1, \\ Exp_e^t &= \sum_{d_e \in D_e} VolExp_{e,d_e} XExp_{e,d_e}^t, \quad \text{for } t = 1, \\ \sum_{d_e \in D_e} XExp_{e,d_e}^t &= 1. \end{aligned}$$

Restricciones lógicas en cancelación y demoras (dependientes de las instancias de datos)

Restricciones de inferencia lógica entre opciones de cancelación

Restricciones de exclusión entre opciones de demora

Restricciones de dominio general de variables

Todas las variables continuas son no-negativas.

Todas las variables de decisión son binarias.

4.5. Función objetivo

El objetivo es minimizar el costo esperado:

$$\begin{aligned} \text{minimizar } & \sum_{t=1}^T \sum_{s_t=\sigma_t} P_{s_t} \left[\right. & (6) \\ & + \sum_{j \in J} CI_j ImpA_j^t (1 - DevA_j^{s_t}) + \sum_{i \in I} CI_i Imp_i^t (1 - Dev_i^{s_t}) & (6.1) \\ & - \sum_{e \in E} PE_e^{s_t} Exp_e^t (1 - DevE_e^{s_t}) & (6.2) \\ & + \sum_{j \in J} CD_j^{s_t} DevA_j^{s_t} + \sum_{i \in I} CD_i^{s_t} Dev_i^{s_t} + \sum_{e \in E} CD_e^{s_t} DevE_e^{s_t} & (6.3) \\ & + CLW^{s_t} WL^{s_t} + CUW^{s_t} WU^{s_t} & (6.4) \\ & \left. + CP^{s_t} VStkMin^{s_t} + CM^{s_t} VStkMax^{s_t} \right] & (6.5) \end{aligned}$$

5. Implementación computacional

Se estableció una formulación algebraica extendida con escenarios divididos, considerando los escenarios finales en cada período, junto a restricciones de no-anticipatividad, como formulación a codificar computacionalmente.

Se desarrolló una interfaz de usuario y datos especializada para el árbol de escenarios, la misma fue codificada en el lenguaje de programación Scala con soporte de datos en formato XML. Para la codificación de la formulación y resolución se utilizó MathProg/AMPL (Fourer, Gay, y Kernighan, 1993) junto a GLPK (GNU 2008) como lenguaje algebraico y sistema, respectivamente.

6. Experimentos

A continuación se describe una prueba para una instancia de datos de seis cargamentos de importación y un cargamento de exportación. Dos de los cargamentos de importación ya han sido asignados con volúmenes a ser efectivizados en períodos dados. Cada uno de los restantes cuatro cargamentos de importación a ser asignados tiene tres valores (conjunto discreto) de volúmenes posibles a asignar.

Las tablas Tabla 1 y Tabla 2 muestran los valores de los cargamentos de importación y exportación, respectivamente. Los cargamentos que pueden cancelarse tienen el valor 'Si' en el atributo *ADev*.

Tabla 1 Cargamentos de importación y sus atributos

<i>Cargamento</i>	<i>CI</i>	<i>ADev</i>	<i>CD</i>	<i>VolImp</i>	<i>TeffectI/J</i>	<i>ImpA</i>
C11	540	Si	1000	{20, 30, 40}	1	
C12	570	No		{20, 30, 40}	1	
C21 (asignado)	540	No			2	20
C22	560	Si	1000	{20, 30, 40}	2	
C31 (asignado)	580	Si	1000		3	10
C32	550	Si	1000	{20, 30, 40}	3	

Tabla 2 Cargamentos de exportación y sus atributos

<i>Cargamento</i>	<i>PE</i>	<i>VolExp</i>	<i>TEffectE</i>	<i>ExpA</i>
E31	500	{10, 15}	3	

La estructura de etapas y escenarios comprende tres períodos con 18 escenarios finales compuestos de tres realizaciones por escenario base (*low*, *average* y *high*) en los períodos 1 y 2, y dos realizaciones (*average* y *high*) en período 3 como se muestra en Tabla 3.

Tabla 3 Escenarios finales con escenarios básicos por período y probabilidades respectivas

<i>Escenario</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>Probabilidad</i>
1	low	low	average	0.03
2	low	low	high	0.03
3	low	average	average	0.09
4	low	average	high	0.09
5	low	high	average	0.03
6	low	high	high	0.03
7	average	low	average	0.03
8	average	low	high	0.03
9	average	average	average	0.09
10	average	average	high	0.09
11	average	high	average	0.03
12	average	high	high	0.03
13	high	low	average	0.12
14	high	low	high	0.12
15	high	average	average	0.04
16	high	average	high	0.04
17	high	high	average	0.04
18	high	high	high	0.04

El nivel de inventario inicial es $StkIni = 80$. Los parámetros estocásticos dependientes de los períodos se muestran en las tablas Tabla 4, Tabla 5 y Tabla 6.

Tabla 4 Valores de parámetros en Período 1

<i>Parámetro</i>	<i>Escenario</i>		
	<i>low</i>	<i>average</i>	<i>high</i>
DO.1	39	39	39
DT.1	0	9	16.5
P.1	42	42	42
StkMin.1	80	80	80
DStkMin.1	0	0	0
StkMax.1	130	130	130
DStkMax.1	5	5	5
CP.1	5	5	5
CLW.1	1000	1000	1000
CUW.1	1000	1000	1000
WUMax.1	1.5	1.5	1.5
WLMax.1	1.5	1.5	1.5

Tabla 5 Valores de parámetros en Período 2

<i>Parámetro</i>	<i>Escenario</i>									
	<i>low,</i>		<i>average,</i>		<i>average,</i>		<i>high,</i>		<i>high,</i>	
	<i>low</i>	<i>average</i>	<i>low</i>	<i>average</i>	<i>low</i>	<i>average</i>	<i>low</i>	<i>average</i>	<i>low</i>	<i>average</i>
DO.2	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
DT.2	0	16.5	22.5	0	16.5	22.5	0	16.5	22.5	22.5
P.2	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42
StkMin.2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
DStkMin.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
StkMax.2	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
DStkMax.2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CM.2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CP.2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CLW.2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
CUW.2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
WUMax.2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
WLMax.2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Tabla 6 Valores de parámetros en Período 3

Parámetro	Escenario																		
	<i>low, low, average</i>	<i>low, low, average</i>	<i>low, average, high</i>	<i>low, average, high</i>	<i>low, average, high</i>	<i>low, average, high</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	<i>average, low, average</i>	
DO.3	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
DT.3	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5	22.5	16.5
P.3	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42
StkMin.3	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
DStkMin.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
StkMax.3	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
DStkMax.3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CM.3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CP.3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
CLW.3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
CUW.3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
WUMax.3	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
WLMax.3	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

La formulación cruda final consiste de 9.522 restricciones, 3.213 variables (de las cuales 2.067 son binarias) con 24.867 entradas de parámetros distintos de cero. Como modelo pequeño es resuelto mediante GLPSOL –GLPK MIP 4.8 con metodología de ramificado y corte en una computadora personal AMD Athlon XP 1.8 GHz, 1GiB RAM– en 90 segundos luego de reducir la formulación mediante preprocesamiento a 2.531 restricciones, 1.177 variables (de las cuales 537 son binarias).

La solución óptima tiene un valor objetivo de 39.510 con valores de las variables según tablas Tabla 7, Table 8, Tabla 9 y Tabla 10.

Tabla 7 Solución de primer etapa

<i>Cargamento</i>	<i>Variable valor: Imp / Exp</i>
C11	20
C12	0
C21	20
C22	20
C31	10
C32	0
E31	0

Table 8 Solución en Período 1

<i>Variable / Parámetro</i>	<i>Observación</i>	<i>Escenario</i>		
		<i>low</i>	<i>average</i>	<i>high</i>
StkIni.1	Inventario inicial	80	80	80
W.1	Producción	42	41.5	42
DO.1	Demanda no-térmica	-39	-39	-39
DT.1	Demanda térmica	0	-9	-16.5
Imp_{C11.1}	Carg. de importación	20	20	20
	Inventario final	103	93.5	86.5
WU.1	Incremento de la producción	0	0	0
WL.1	Decremento de la producción	0	0.5	0
VStkMin.1	Cambio por debajo del nivel de inventario mínimo	0	0	0
VStkMax.1	Cambio por sobre el nivel de inventario máximo	0	0	0

Tabla 9 Solución en Período 2

<i>Variable / Parámetro</i>	<i>Observación</i>	<i>Escenario</i>								
		<i>low, low</i>	<i>low, average</i>	<i>low, high</i>	<i>aver- age, low</i>	<i>average, average</i>	<i>aver- age, high</i>	<i>high, low</i>	<i>aver- age, high</i>	<i>high, high</i>
StkIni.2	Inventario inicial	103	103	103	93.5	93.5	93.5	86.5	86.5	86.5
W.2	Producción	42	42	42	40.5	42	42	42	42	43
DO.2	Demanda no-térmica	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39
DT.2	Demanda térmica	0	-16.5	-22.5	0	-16.5	-22.5	0	-16.5	-22.5
C21ImpA.2	Carg. importación asignado	20	20	20	20	20	20	20	20	20
C22.Imp.2	Carg. importación	0	20	20	20	20	20	20	20	20
	Inventario final	126	129.5	123.5	135	120	114	129.5	113	108
WU.2	Incremento producción	0	0	0	0	0	0	0	0	1
WL.2	Decremento producción	0	0	0	1.5	0	0	0	0	0
VStkMin.2	Cambio por debajo del nivel de inventario mínimo	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VStkMax.2	Cambio por sobre el nivel de inventario máximo	0	0	0	5	0	0	0	0	0
C21.Dev.2	Cancelación cargamento									
C22.Dev.2	Cancelación cargamento	Si								

Tabla 10 Solución en Período 3

		Escenario																		
Variable / Parámetro	Observ.	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	
		low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,	low,
StkIni.3	Inventario inicial	126	126	129.5	129.5	123.5	123.5	135	135	120	120	114	114	129.5	129.5	113	113	108	108	
W.3	Producción	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	43.5
DO.3	Demanda no térmica	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39	-39
DT.3	Demanda térmica	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-16.5	-22.5	-22.5
C31.ImpA.3	Carg. importación asignado	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	Inventario final	122.5	116.5	126	120	120	114	131.5	125.5	116.5	110.5	110.5	104.5	126	120	109.5	103.5	104.5	100	
WU.3	Incremento producción	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5
WL.3	Decremento producción	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VStkMin.3	Cambio por debajo del nivel de inventario mínimo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VStkMax.3	Cambio por sobre el nivel de inventario máximo	0	0	0	0	0	0	1.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Las decisiones de primer etapa consisten de la asignación de los nuevos cargamentos: $C11 = 20$, $C22 = 20$. Los cargamentos previamente asignados son $C21 = 20$, $C31 = 10$.

La solución provee un detalle completo de las acciones correctivas para cada uno de los 18 escenarios. Por ejemplo, para satisfacer las restricciones, el escenario *low-average-averagem* muestra una baja máxima de la producción en los períodos 1 y 2, y un cambio sobre el nivel de inventario máximo en períodos 2 y 3 (asociados con el costo de demora). A cambio de la acción correctiva previa, el escenario *high-high-high* requiere un incremento de la producción en los períodos 2 y 3 de forma de satisfacer los requerimientos de inventario mínimo. El cargamento $C22$ es cancelado en los escenarios *low-low-average* y *low-low-high*, de forma de cumplir con la restricción de inventario máximo. Los costos cancelación se activan, en la función objetivo, para estos escenarios.

7. Conclusiones

El modelo comprende el efecto de la demanda, producción, adquisición y venta de volúmenes discretos de combustible para un conjunto de escenarios y probabilidades, teniendo en cuenta el impacto del mercado y el inventario a través de parámetros tales como la adquisición y costos de demora y cancelación.

Los resultados del modelo proveen el alcance de las acciones correctivas para cada escenario, una capacidad importante de la técnica de programación estocástica.

El modelo es una simplificación de un proyecto que tiene como objetivo desarrollar una herramienta de apoyo a la toma de decisiones para el problema. Consistiendo además de lo presentado en este informe de una implementación computacional que comprende una interfaz de usuario especializada y directivas a bibliotecas de resolución basadas en esquemas de ramificado y corte.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto Programa ANCAP-UDELAR 2008, Administración Nacional de Combustibles Alcohol y Portland, Comisión Sectorial de Investigación Científica - Universidad de la República, Uruguay.

Referencias

Beale, E.M.L. (1955) 'On minimizing a convex function subject to linear inequalities', *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.17, pp.173-184.

Benders, J.F.(1962) 'Partitioning procedures for solving mixed-variable programming problems', *Numerische Mathematic*, Vol.4, pp.238–252 .

Bienstock, D. and Shapiro, F.e. (1988) 'Optimizing Resource Acquisition Decisions by Stochastic Programming', *Management Science*, Vol.34, No.2, pp.215-229.

Birge, J.R. and Louveaux, F. (1997) *Introduction to Stochastic Programming*, Springer.

Dantzig, G.B. (1955) 'Linear programming under uncertainty', *Management Science*, Vol.1, pp.197-206.'

Fourer, R., Gay, D.M., and Kernighan, B.W. (1993), *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, Scientific Press, South San Francisco, CA, USA.

GNU (2008). GNU Linear Programming Kit. Modeling Language GNU Mathprog. Free Software Fundation, Inc, 59 Temple Place – Suite 330. Boston, MA, USA.

Laporte, G. and Louveaux, F.V.(1993) 'The integer L-shaped methods for stochastic integer programs with complete recourse', *Operations Research Letters*, Vol.13, pp. 133–142.

Prékopa, A. (1995) *Stochastic Programming*, Kluwer, Dordrecht, Boston.

Schultz, R.(1993) 'Continuity properties of expectation functions in stochastic integer programming', *Mathematics of Operations Research*, Vol.18, pp.578–589.

Sen, S.(2005) 'Algorithms for stochastic mixed-integer programming models', In: Aardal, K., Nemhauser, G.L. and Weismantel, R. (eds.), *Handbooks in OR & MS, Vol. 12*, Chapter 9, (pp.515-558), Dordrecht, North-Holland.

Rockafellar, R.T. and Wets, R.J-B.(1991) 'Scenarios and policy aggregation in optimisation under uncertainty', *Mathematics of Operations Research*, Vol.16, pp.119-147.

Ruszczynski, A. and Shapiro, A., eds., (2003) *Stochastic Programming, Handbook in OR & MS, Vol. 10*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Takriti, S., Birge, J. and Long, E. (1996) 'A Stochastic Model for the Unit Commitment Problem', *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.11, No.3.

Ziemba, W.T. and Wallace, S.W.(2006) *Applications of Stochastic Programming*, SIAM.