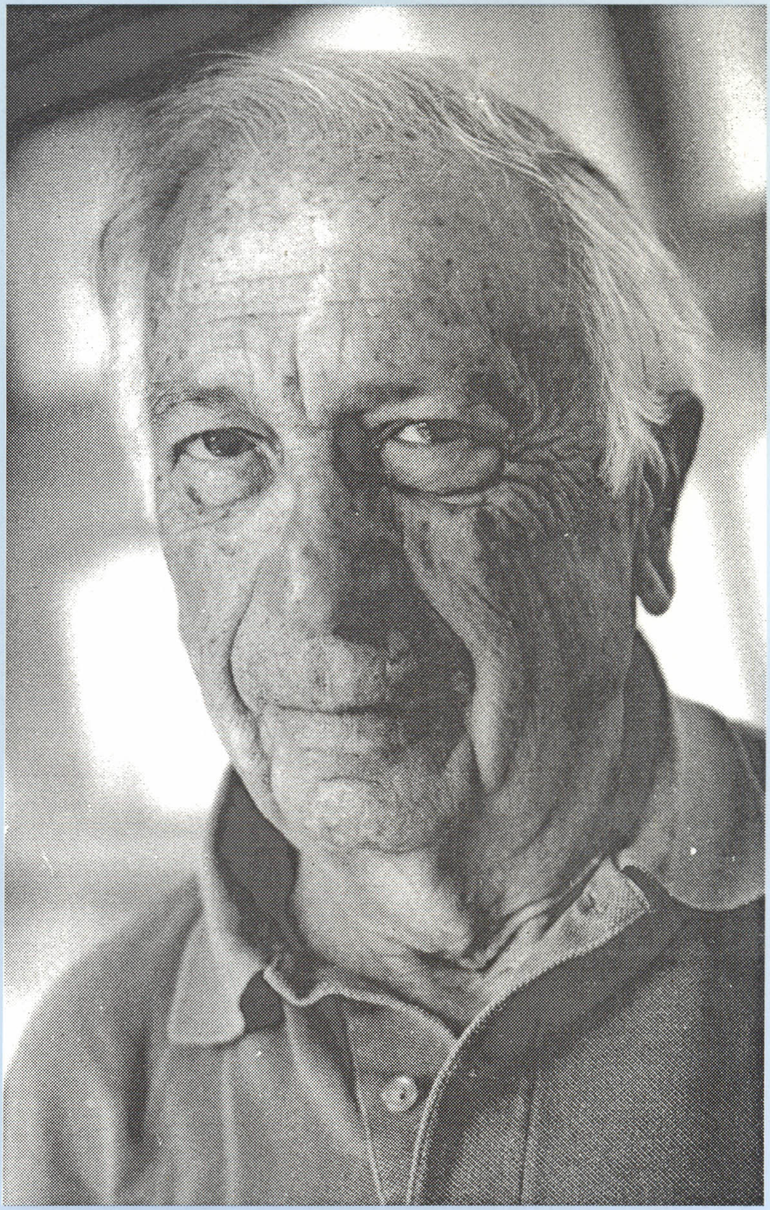
José Luis Massera

El científico y el hombre



Premio México de Ciencia y Tecnología 1997

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República Oriental del Uruguay

José Luis Massera

El científico y el hombre

Premio México
de Ciencia y Tecnología
1997

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Publicación realizada por
la Facultad de Ingeniería
Universidad de la República
Uruguay

ISBN 9974-0-0094-7

Diseño e impresión:
Oficina de Publicaciones del
Centro de Estudiantes de Ingeniería
Foto de tapa: Eduardo Collins

Montevideo, setiembre de 1998
Comisión del papel Nº 310740

INDICE

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA
Dr. Ing. Rafael Guarga
Rector

FACULTAD DE INGENIERIA
Ing. María Simon
Decana

CONSEJO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

Por el Orden Docente
Ing. Luis Casamayou
Ing. Atilio Morquio
Ing. Jorge Martínez
Dr. Arturo Lezama
Ing. Blas Melissari Costa

Por el Orden de Egresados
Ing. Alvaro Delacoste
Ing. Asdrúbal Carranza
Ing. Carlos Petrella

Por el Orden de Estudiantes
Bach. Gabriel Arambillete
Bach. Rodrigo Arizaga
Bach. Adrián Santos

*La Facultad de Ingeniería presenta
este libro como forma de homenaje al
Prof. José Luis Massera,
con motivo de que le fuera otorgado
el Premio México de Ciencia y Tecnología y en
reconocimiento a toda su carrera
como académico, educador y humanista.
Junto con nuestro homenaje
va también nuestro profundo agradecimiento.*

Montevideo, agosto de 1998

María Simon
Decana
Facultad de Ingeniería

PRESENTACION

Es para mí particularmente grato presentar esta recopilación de los materiales vinculados al otorgamiento del Premio México de Ciencia y Tecnología 1997, al Profesor de nuestra Facultad Dr. Ing. José Luis Massera.

El Premio México de Ciencia y Tecnología constituye un reconocimiento para quienes en Centroamérica, el Caribe, América del Sur, España y Portugal hayan efectuado contribuciones de significación al conocimiento científico universal o al avance tecnológico. El premio se concede anualmente a una persona que debe ser presentada por una institución de carácter científico o académico de la región señalada precedentemente. Se establece, asimismo, que no se aceptan candidaturas de nacionales mexicanos.

La candidatura del Prof. Massera fue elevada por resolución del Consejo de la Facultad de Ingeniería con fecha 4/6/97 fundada en los términos que se detallan en el documento titulado «Propuesta del Prof. J.L. Massera por parte de la Facultad de Ingeniería».

El 19 de noviembre recibimos la comunicación de que el Jurado Calificador del Premio México 1997 acordó por unanimidad, otorgarle el mismo al Prof. Massera entre 90 candidatos de 17 países de Iberoamérica.

En esta pequeña colección de materiales ligados al premio, se ha incluido la intervención de Massera ante el Presidente de México, el Jurado Calificador y altas autoridades mexicanas, así como los textos de las dos conferencias magistrales que Massera fue invitado a dar en la capital de México, en su condición de ganador del Premio.

Las tres intervenciones de Massera traducen el pensamiento del científico y del hombre intensamente comprometido en las circunstancias históricas por las que transitó el Uruguay desde la década del 30 al presente.

La primera intervención se centra en la integración de América Latina según la concepción de quienes forjaron la independencia del subcontinente y el potencial liberador de la ciencia y la tecnología, ejes que vertebran el discurso de agradecimiento de Massera. En la segunda intervención se expone un conjunto valiosísimo de recuerdos personales y consideraciones asociadas a ellos a los que nos referiremos de inmediato. En la tercera intervención, Massera expone resultados de sus últimos trabajos referidos a cruciales problemas de filosofía de la ciencia y en particular del conocimiento matemático.

En la intervención, titulada «Recuerdos de mi vida académica y política» Massera hace referencia a tres aspectos de fuerte contenido autobiográfico y que no dudamos serán de gran interés de los docentes, estudiantes y egresados de la Facultad de Ingeniería.

El primero de ellos es el proceso de descubrimiento de su vocación matemática durante la niñez y adolescencia y de sus primeras, desordenadas y fascinadas lecturas en el Diccionario Enciclopédico Hispano Americano, única bibliografía documentada al alcance de aquel niño inquieto.

El segundo aspecto se refiere a su formación como matemático dentro de la Facultad de Ingeniería, sus encuentros con Don Eduardo García de Zúñiga y Rafael Laguardia, la búsqueda de un maestro a su medida y en su campo de intereses ya en uso de una beca en los EEUU, continuando el texto con referencias de enorme interés en cuanto al origen de lo que luego constituyeron aspectos medulares de su obra matemática. Aquí debemos incluir un conjunto de recuerdos que refieren a la importante tarea de la cual Massera fue protagonista privilegiado y que hace a la creación de la escuela matemática uruguaya.

El tercer aspecto tiene que ver con el proceso que comienza con la precipitación del país hacia la dictadura, la intervención de la Universidad, la prisión de las autoridades universitarias, la prisión del propio Massera por casi una década, la reconquista de la democracia y finalmente el comienzo de la reconstrucción de la Universidad y de la Facultad de Ingeniería.

Cada lector encontrará en este material una diversidad de resonancias que esta presentación seguramente omite. Creemos sin embargo no equivocarnos, si calificamos el contenido de esta publicación como el testimonio de un hombre excepcional, sobre su vida como científico de gran relevancia y de luchador indoblegable por sus ideas de progreso para la humanidad.

Montevideo, Abril de 1998
Rafael Guarga, Decano

PREMIO MEXICO

DE CIENCIA Y TECNOLOGIA

1 9 9 7

CONVOCATORIA

El Gobierno de México se complace en convocar a las instituciones científicas y tecnológicas de Centroamérica, el Caribe, Sudamérica, España y Portugal, para que presenten candidatos al PREMIO MEXICO DE CIENCIA Y TECNOLOGIA coorespondiente a 1997. Esta distinción fue establecida el 27 de febrero de 1990 por la Presidencia de la República como un reconocimiento de las labores científicas y tecnológicas realizadas en estos países y para estimular el enlace de sus comunidades científicas con México.

BASES

a. Será concedido anualmente a una persona de reconocido prestigio profesional que haya contribuido de manera significativa al conocimiento científico universal o al avance tecnológico.

b. Corresponde al jurado propuesto por el Consejo Consultivo de Ciencias de México discernir al ganador del PREMIO, que consistirá en 240,000.00 (doscientos cuarenta mil pesos 00/100 M.N), medalla y diploma.

c. El fallo del jurado será inapelable y el PREMIO será indivisible.

d. Los candidatos deben ser ciudadanos y residentes de algún país de Centroamérica, el Caribe, Sudamérica, España. Se dará especial atención a la obra efectuada en instituciones localizadas en estos países. No se aceptarán candidaturas de nacionales mexicanos.

e. El candidato debe ser propuesto por una institución de carácter científico y/o académico de los países mencionados en el inciso anterior. No se tomarán en cuenta las postulaciones personales.

f. Cada nominación debe estar por dos copias del curriculum del candidato de una descripción de sus trabajos de mayor relevancia e impacto, así como de un ejemplar de los libros, artículos en revistas especializadas, informes técnicos y patentes u otros documentos relevantes que haya publicado.
La documentación recibida no será devuelta ni constituirá antecedente para versiones posteriores del PREMIO.

g. El premiado impartirá una serie de conferencias durante una semana en instituciones de investigación científica y tecnológica de México.

h. Las instituciones deberán enviar la documentación a la Secretaría Ejecutiva del Consejo Consultivo de Ciencias de la Presidencia de la Repúbica

INICIATIVAS Y RECONOCIMIENTOS DEL CONSEJO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

El 4 de junio de 1997, el Consejo de la Facultad de Ingeniería propone al Doctor Honoris Causa de la Universidad, Dr. Ing. José Luis Massera, como candidato al Premio México de Ciencia y Tecnología 1997, previa información de la Comisión de Investigación Científica de la Institución.

El 19 de noviembre el Consejo toma conocimiento de que el jurado calificador del Premio México, acordó por unanimidad otorgar al Dr. Ing. José Luis Massera ese galardón por su reconocida labor en el área de matemáticas y la gran relevancia que han merecido sus estudios en el campo científico y tecnológico; y expresó su más cálida felicitación por este reconocimiento.

El Ing. José Luis Massera junto a su señora esposa Martha Valentini y el Sr. Presidente del Claustro fueron invitados a integrarse a la sala del Consejo el día 26 de noviembre. En esas instancias, el Sr. Decano, los Sres. Consejeros y el Sr. Presidente del Claustro, expresan su satisfacción por la concesión al Ing. José Luis Massera del premio "Mexico de Ciencia y Tecnología 1997", escuchando luego con emoción las palabras con las que el científico galardonado agradeció el reconocimiento del Consejo.

A pedido del Sr. Decano en el Consejo del día 11 de marzo de 1998, se aprobó la iniciativa de invitar al Sr. Prof. José Luis Massera a concurrir al Consejo a su regreso de la recepción del "Premio México".

El día 30 de abril el Consejo aprueba la edición de los documentos sobre la entrega al Prof. José Luis Massera del Premio México de Ciencia y Tecnología 1997.

PROPUESTA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA AL PREMIO

Montevideo, 28 de julio de 1997

Secretaría Ejecutiva del
Consejo Consultivo de Ciencias de
la Presidencia de la República de México.

Excelentísimos Señores:

El fraternal y generoso significado del "Premio México de Ciencia y Tecnología", destinado a personas de Centroamérica, el Caribe, Sudamérica, España y Portugal, excluidos los nacionales mexicanos, ha estimulado el deseo de que un compatriota sea considerado como aspirante a tan digna y honrosa distinción, ratificando con ello la ya muy firme y estrecha relación entre ambas naciones, nacida de encuentros en muy diversas formas de la actividad humana y especialmente fortalecida en las últimas décadas.

La Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República, tiene el honor y la alegría de proponer al Profesor, Doctor e Ingeniero José Luis Massera.

Acompañan esta carta un conjunto de documentos que se describen muy brevemente.

En primer lugar, consta un brevísimo curriculum vitae, que a pesar de estar redactado con suma sobriedad transluce claramente el reconocimiento internacional como matemático del que el Profesor es objeto, lo fecundo de su trayectoria de investigación, la calidad de piedras angulares que tienen sus trabajos en matemática y la preocupación por la vida y la sociedad humanas que lo anima desde su juventud. Destacamos especialmente las distinciones honoríficas que ha recibido y su carácter de Miembro de la Academia del Tercer Mundo, que constan en su curriculum.

Dado lo especializado de los temas de investigación, la Facultad ha creído útil que el resumen de la trayectoria científica del Profesor fuera realizado por su discípulo y colaborador más inmediato, el también Profesor y Doctor Juan Jorge Schäffer, que trabaja en la actualidad en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Carnegie Mellon. En ella se subrayan las dos líneas principales de sus resultados en Matemáticas: la teoría de la estabilidad de Liapunov y las propiedades de los espacios funcionales de las soluciones de los sistemas lineales. La carta del Doctor Juan Jorge Schäffer debe ser tomada como parte de esta nominación.

En tercer término, se incluye una lista de publicaciones. Merece hacer notar la calidad de las revistas en que han sido publicadas, en particular seis artículos en los Annals of Mathematics.

Particularmente importante es la lista de trabajos del Profesor Massera que son citados por otros investigadores, que también se adjunta con el título "Citas de Trabajos de José Luis Massera". La cantidad y la calidad de artículos y libros en que se citan los trabajos de Massera dan idea cabal de la importancia de sus resultados dentro de la Matemática, y también para aplicaciones al Control, la Física o la Química.

Se incluye también la copia de los artículos más importantes y del libro "Linear Differential equations and Function Spaces", escrito en colaboración con el Dr. J. J. Schäffer (Academic Press, New York, 1966).

Desde el punto de vista de la Facultad es de singular importancia su tarea como educador. Ha contribuido durante muchas generaciones, antes y después de su prisión durante el régimen dictatorial, a la formación de los ingenieros uruguayos. Busca siempre la calidad en la enseñanza de la Matemática con comprensión de la finalidad que ella tiene para el ingeniero, doble finalidad de herramienta y de formación intelectual. Ha dictado cursos en forma directa, que han sido particularmente apreciados por los estudiantes. Ha contribuido centralmente a formar un estilo en la docencia de la Matemática en nuestra Facultad. Paralelamente, tanto en Facultad de Ingeniería como en la Facultad de Ciencias, ha dictado sistemáticamente cursos para ampliar y profundizar la formación de futuros matemáticos.

Ha participado en la conducción de la Facultad desde el Consejo de la misma y desde sus Comisiones técnicas, siendo siempre una referencia por su criterio ponderado, sólido, sereno y exigente.

Su contribución al conocimiento de la Matemática está desarrollada en la nota del Profesor Schäffer. Merece sin embargo ser subrayada la importancia de su demostración del teorema recíproco de Liapunov; su trascendencia es tal que el teorema redondea y cierra uno de los capítulos centrales de la teoría de la estabilidad. Su trabajo en ecuaciones lineales y espacios funcionales es una referencia fundamental en el tema. Desde 1990 realiza investigación en filosofía de la Matemática y de la Ciencia.

La Escuela Matemática uruguaya reconoce unánimemente en J. L. Massera y R. Laguardia como sus principales formadores, y en Massera el principal pilar en su reconstrucción luego de la dictadura. El grupo de Sistemas Dinámicos, que constituye uno de los grupos de investigación más importantes del país, se ha creado al impulso y orientación intelectual de J. L. Massera.

Su preocupación por la justicia y el bienestar sociales lo llevó a tener una intensa actividad social, política y cultural. Fue miembro de la Cámara de Diputados de la República Oriental del Uruguay, en la que presentó diversos Proyectos de Ley relacionados, en particular, con el desarrollo científico y tecnológico. Su actividad intelectual incluye también obras de economía, filosofía, historia sobre las que no corresponde extenderse en esta presentación. La dictadura militar que sufrió nuestro país entre 1973 y 1985 lo mantuvo en prisión casi diez años. Esta interrupción hace aún más sorprendente lo fecundo de su trayectoria.

La Facultad de Ingeniería, que ha mantenido un gran respeto por las Ciencias Básicas y ha intentado siempre proporcionarles un ambiente de desarrollo propicio, tiene la experiencia de que la colaboración básico tecnológica es una de las vías más fecundas de creación para ambas partes. Es con orgullo que la Facultad presenta al Profesor Massera, Matemático e Ingeniero, a vuestra consideración como candidato al Premio México, entendiendo que es un digno candidato a esa distinción creada por el Gobierno de México.

Celebrando la oportunidad que el Premio México representa para la valorización de la ciencia y la tecnología latinoamericanas, saluda a Uds. muy atentamente,

Dr. Ing. Rafael Guarga
Decano

CARTA DEL Dr. JUAN JORGE SCHÄFFER

Department of Mathematical Sciences
Carnegie Mellon University
Pittsburgh, Pennsylvania 15213

8 de julio de 1997

Señor Decano de la Facultad de Ingeniería y Agrimensura
Profesor Ing. D. Rafael Guarga
Avda. Julio Herrera y Reissig 565
Montevideo, Uruguay

Señor Decano y estimado colega:

Es para mí un honor a la vez que un placer aportar, por la presente, mi apoyó a la iniciativa de la Facultad de Ingeniería de proponer para el Premio México la candidatura de mi distinguido colega y mentor, el Profesor Dr.h.c. Ing. José Luis Massera.

Me propongo referirme, en esta breve motivación de mi apoyo, a tres aspectos de la trayectoria de José Luis Massera: sus contribuciones originales al desarrollo del conocimiento matemático; su proyección como educador; y su crítico aporte al desarrollo, supervivencia y renovado florecimiento de la vida matemática en el Uruguay.

La carrera de investigador de Massera se inicia bien antes y se prolonga esencialmente hasta estos días, pero las contribuciones que han cristalizado su reputación Internacional son los trabajos sobre ecuaciones diferenciales publicados entre 1949 y 1966. Sin entrar en detalles, ampliamente comentados por otra parte en reseñas en las revistas pertinentes y sobre todo en las numerosísimas citas en textos, monografías y artículos de investigación por más de cuatro centenares de especialistas, resumiré el alcance de esas investigaciones seminales como referentes a dos temas: el «método de Liapunov» en la teoría de la estabilidad, por una parte; y por otra las relaciones entre estabilidad condicional de una ecuación lineal homogénea en un espacio de Banach y la existencia de soluciones «buenas» (acotadas, por ejemplo) de la ecuación no-homogénea asociada, excitada por una función «buena».

Las investigaciones de Massera en el primero de esos temas ponen de manifiesto, especialmente en los trabajos clave [l], [2], [3] (referencias al final de ésta), una combinación admirable de dominio total del estado corriente del área; de un talento para desentrañar los ingredientes -harto intrincados- de los diversos conceptos de estabilidad y de las condiciones que determinan su presencia; de una preocupación permanente por hallar las condiciones precisas (necesarias además de suficientes) para cada caso; de un arte de construir ejemplos y contraejemplos, a menudo muy imaginativos, que marcan los límites exactos de la validez de aquéllas; de un juicio certero acerca de qué resultados pueden considerarse «importantes»; de la imaginación requerida para hallarlos y procurarles una demostración «redonda»; y de la modestia y el buen gusto, finalmente, de publicar precisamente aquello que vale la pena de ser publicado.

No es exagerado decir que las contribuciones de Massera en el tema mencionado son apreciadas como un ingrediente clave y especialmente oportuno en el proceso de consolidar la madurez del método de Ljapunov y por consiguiente de hacerlo disponible con precisión para múltiples aplicaciones.

Las mismas cualidades están presentes en el trabajo de Massera en el segundo tema arriba mencionado. Me es, sin embargo, más difícil ser objetivo en lo relacionado con ese trabajo, puesto que la columna vertebral de las investigaciones en ese campo la constituye una serie de publicaciones hechas en colaboración con quien escribe, comenzando con [4] y culminando con la monografía [5], la que resume y consolida el estado de conocimiento del tema. Puesto que se trata de una dedicación prolongada e intensa de Massera a un modo novedoso de estudiar un problema, y que estos trabajos han tenido una considerable resonancia, no puedo pasar esta contribución de Massera por alto. El aspecto central de esta investigación es el uso de métodos de análisis funcional de cierta profundidad topológica, una idea que en germen fue propuesta por Massera en nuestro esfuerzo inicial tendiente a comprender y generalizar ciertos resultados ingeniosos de 0. Perron que habían encontrado uso en mi tesis de doctorado. Para ilustrar la personalidad científica de Massera quiero mencionar aquí algo así como el kilómetro 0 de nuestra colaboración. Al conversar los dos sobre los resultados de Perron y lo insastisfactorio de su demostración, Massera contribuyó con dos cosas al diálogo: una, que conocía un resultado de R. Bellman sobre un criterio de estabilidad incondicional vagamente relacionado, en que se usaba un teorema de análisis funcional; otra, que él, Massera, se sentía con ánimo y deseos de «meterse en un tema nuevo». No faltó más para arrancar el proceso (al cual por cierto hice mis contribuciones) y con él uno de los períodos culminantes de mi propia carrera de investigador.

José Luis Massera es un extraordinario educador. Mantuvo durante muchos años alto el nivel de un curso introductorio de Análisis Matemático para estudiantes de Ingeniería (curso que, por accidente cronológico, conozco sólo por reputación). Este curso tenía un grupo inmenso de estudiantes, muchos de los cuales tenían, por cierto, aptitudes para la matemática -un determinante típico de su selección vocacional- pero a la vez intereses profesionales en otras direcciones; el nivel del curso se mantuvo aún en un ambiente académico esporádicamente hostil a las ciencias básicas. Donde pude apreciar personalmente el talento docente de Massera fue en los cursos -frecuentemente improvisados- de la Licenciatura de Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias. Era una experiencia, hoy sin duda irreproducible, participar en un curso tal como Topología Algebraica en que Massera era un estudiante más, sólo que era él que nos hacía ver los pozos y luego nos extraía de ellos con elegancia (recomendando el texto, si era necesario). También recuerdo un seminario en que me enseñó la lección de que un trabajo de investigación publicado en una revista de impecable calidad por un autor de indiscutible competencia puede contener un error garrafal, destructivo de los resultados; que tal error puede ser detectado por un estudiante, y que es el estudiante, no el profesor, quien tiene que asumir la responsabilidad de enfrentar al autor.

Dadas las circunstancias institucionales en que actuaba, Massera no tuvo más que uno o dos discípulos cuya preparación para el doctorado (en universidades en otro país) supervisó. En otro centro su actividad en ese terreno habría sin duda sido muy prolífica, y esa falta de oportunidad es lamentable. Una cierta medida de compensación se encuentra en el aspecto de su actividad que aún he de mencionar.

Cuando Massera se inició en su carrera, la matemática era por cierto muy respetada en principio en el Uruguay -Eduardo García de Zúñiga había dotado la Facultad de Ingeniería de una biblioteca y, especialmente, de una hemeroteca que, de ser conocida, sería hoy la envidia de centros mundiales- pero la tarea de mantener viva la llama de la cultura matemática resultaba asumida casi exclusivamente por una persona, el Profesor Ing. Rafael Laguardia.

La abnegada dedicación de ese hombre, que ocupa en la memoria -y hoy en la leyenda- de toda la comunidad matemática formada en el Uruguay el lugar del patriarca, fue la condición inicial indispensable para todo el florecimiento posterior. Fue Massera el que primero entró de lleno a fomentar y cultivar con Laguardia esa llama, cuyo hogar fue -y en buena parte sigue siendo- el Instituto de Matemática y Estadística (que hoy lleva, con obvia justicia, el nombre de Rafael Laguardia) de la Facultad de Ingeniería. Con energía y entusiasmo inagotables fueron Laguardia y Massera los que atrajeron al Instituto a las primeras generaciones de jóvenes con ánimo de hacer carrera en matemática, los formaron en lo científico, les procuraron un ambiente -singularmente acogedor en su época en todo el ámbito de las ciencias básicas - en que podían hacer sus primeras armas como investigadores, y aún los hicieron bien pronto sus colaboradores. Desde entonces hasta hoy, con la trágica interrupción conocida, Masssera no ha dejado de ser espíritu rector de esa empresa.

El doloroso eclipse lo sufrió Massera, por cierto; pero lo sufrió también la vida intelectual e institucional de la nación. Con los años transcurridos y los embates sufridos habría sido excusable que Massera, al emerger entre las ruinas de las instituciones, hubiera desesperado ante la idea de reconstruir. Lejos de caer en esa muy perdonable actitud, Massera se puso inmediatamente a la tarea de salvar una tradición y de revivir la vida matemática. En esa tarea, así como en el esfuerzo de recuperar el ánimo para la empresa, lo ayudaron, por cierto, colegas regresados del destierro; y ese regreso indudablemente lo emprendieron muchos animados por la confianza que la presencia y renovada dedicación de Massera les podía inspirar. Gracias a esa dedicación (que he tenido oportunidad de presenciar de cerca) y a su confianza plena en el valor de lo emprendido ha resurgido en el Uruguay una comunidad matemática cuyo florecimiento es realmente prometedor. En una forma u otra, con o sin posición administrativa, Massera continúa no sólo participando sino en cierto modo presidiendo a ese florecimiento.

Señor Decano y estimado colega, en mi calidad de discípulo, colega y colaborador de José Luis Massera y de admirador de su personalidad científica, de su obra educativa y de su incansable dedicación al florecimiento de la cultura matemática, felicito a la Facultad de Ingeniería por su iniciativa de proponerlo como candidato al Premio México.

Conozco algo de la obra de quienes han sido distinguidos anteriormente por ese galardón; José Luis Massera los honrará al encontrarse en su compañía.

Saluda a usted, señor Decano, muy atentamente

Juan Jorge Schäffer
Profesor de Matemática

[l] J.L. Massera, On Liapunov's conditions of stability. Ánn. of Math. (2) 50 (1949), 705-721.

[2] J.L. Massera, Contributions to stability theory. Ann. of Math. (2) 64 (1956), 182-206.

[3] J.L. Massera, Converse theorems of Lyapunov's second method. Bol, Soc, Mat. Mexicana (2) 5 (1960), 158-163.

[4] J.L. Massera and J-J, Schäffer, Linear differential equations and functional analysis, I. Ann, of Math. (2) 67 (1958), 517-573.

[5 J.L. Massera and J.J. Schäffer, Linear differential equations and function spaces. New York -London, Academic Press 1966.

RESOLUCIÓN DEL JURADO CALIFICADOR DEL PREMIO

México, D.F, a 19 de noviembre de 1997

DR. ING. RAFAEL GUARGA
Decano
Facultad de Ingeniería
Montevideo, Uruguay
Presente

Estimado Ing. Guarga:

Nos es muy grato informarle que el Jurado Calificador del Premio México de Ciencia y Tecnología 1997, acordó por unanimidad otorgar al Dr. José Luis Massera este Galardón, por su reconocida labor en el área de matemáticas y la gran relevancia que han merecido sus estudios en el campo científico y tecnológico.

El día de ayer, el Comité de Premiación presidido por el C. Secretario de Educación, Lic. Miguel Limón Rojas, fue informado por el Presidente del Jurado de sus evaluaciones sobre 90 candidatos de 17 países de Iberoamérica, mereciendo su decisión el beneplácito de todos los integrantes.

La Ceremonia de Premiación, tendrá lugar el domingo 1º de marzo de 1998 a las 17:00 horas en Cancún, Quintana Roo, en la cual el C. Presidente de la República, otorgará al Dr. Massera el Premio México de Ciencia y Tecnología 1997.

Sin más por el momento reciba usted un afectuoso saludo.

ATENTAMENTE
SUFRAGIO EFECTIVO. NO REELECCION

DR. PABLO RUDOMIN
Coordinador General

BREVE RESEÑA BIOGRAFICA

♦ Nacido en Génova (Italia) el 8 de junio de 1915, hijo de padres uruguayos es, de acuerdo a la Constitución del Uruguay, ciudadano natural de este país.

ESTUDIOS UNIVERSITARIOS Y ACTIVIDAD DOCENTE

♦ Su educación fue cursada enteramente en el Uruguay, hasta que recibió el título de Ingeniero Industrial en 1943, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República.

♦ En su juventud se formó de modo autodidáctico, adquiriendo conocimientos matemáticos muy superiores a la enseñanza que recibía en el liceo. En 1937, ya ingresado en la Facultad de Ingeniería, fue designado Profesor Asistente de clases prácticas. En esos años se integró a un grupo de jóvenes que compartían esa vocación, que posteriormente fueron alumnos guiados por profesores europeos como Julio Rey Pastor, Beppo Levi, Santaló y otros, que habían emigrado a la Argentina y al Uruguay, y que los formaron en los desarrollos de la matemática avanzada de la época.

♦ En 1943 ocupó el cargo de Profesor Titular de Matemática, que mantendría hasta la Intervención de la Universidad en 1973 y reanudaría en 1985.

♦ En 1947-48 obtuvo una beca del Rockfeller Foundation que le permitió viajar a los EE.UU. y tomar cursos, asistir a seminarios, y realizar trabajos de investigación bajo la guía de Profesores como Szego, Polya, Courant, Lefschetz y otros, en las Universidades de Stanford, New York y Princeton. Sus primeros trabajos de investigación importantes se publicaron en esta época y continuaron en el Uruguay entre 1948 y 1965.

♦ De 1949 a 1964 fue Jefe de Laboratorio del Instituto de Matemática y Estadística y Profesor en la Facultad de Humanidades y Ciencias.

♦ De 1963 a 1973 dicta sus cursos con carácter honorario simultáneamente al haber sido proclamado miembro de la Cámara de Representantes.

♦ En 1985 se reincorporó al plantel docente del Instituto de Matemática y Estadística de la Facultad de Ingeniería en condiciones universitarias precarias, prosigue hasta hoy su tarea de formación de docentes, e impulsó el renacimiento matemático y científico también desde el Centro de Matemática y desde el PEDECIBA.

♦ Su actividad de investigación está dirigida ahora a la historia y filosofía de la matemática, encarando con su habitual autoexigencia, temas muy importantes para la matemática, frecuentemente poco conocidos por sus cultores.

TITULOS HONORIFICOS RECIBIDOS

♦ Es Doctor Honoris Causa de las Universidades de "La Sapìenza" (Roma), Humboldt (Berlín), Niza (Francia), Puebla (México), Quito (Ecuador), Técnica de Budapest (Hungría), San Andrés (Bolivia), La Habana (Cuba) y Federal de Río de Janeiro.

♦ En 1962, la Facultad de Humanidades y Ciencias (Uruguay) le confirió el título de Profesor Emérito.

♦ En 1991 la Universidad de la República (Uruguay) le concedió el título Doctor Honoris Causa.

ACTUACION COMO PROFESOR VISITANTE

♦ Participó como profesor invitado en cursos, simposios, Conferencia y Congresos en New York, New Orleans, México (en tres ocasiones), Río de Janeiro, Buenos Aires (en cuatro ocasiones), Amsterdam, Moscú, Praga, Jerusalem, Varenna (Italia), Bucarest, Caracas y otros lugares.

OTRAS ACTIVIDADES

♦ Miembro de la American Mathematical Society, representante en el exterior de la Unión Matemática Argentina.

Miembro fundador de la Asociación Uruguaya para el Progreso de la Ciencia.

♦ En 1992 fue nombrado miembro de la Academia del Tercer Mundo (TWAS) con sede en Trieste (Italia).

EN POLÍTICA

♦ En 1942 se afilia al Partido Comunista. Será más tarde miembro de su Comité Central y de su Comité Ejecutivo. Fue electo diputado por el Frente Izquierda de Liberación en 1962, cargo que ocupó hasta 1972.

♦ El 29 de octubre de 1975 fue detenido por su actividad política, condenándosele a 20 años de prisión. Desde ese momento miles de científicos del mundo entero reclamaron por su liberación. Fue liberado el 3 de marzo de 1984.

♦ En 1983 viajó al Uruguay una delegación de cuatro importantes matemáticos provenientes de Brasil, México, Francia y Estados Unidos, para pedir su libertad, quienes lo calificaron como «el mayor matemático de América Latina». Este reclamo estuvo respaldado por «la inquietud existente a nivel de la comunidad científica internacional».

♦ Reclamamon internacionalmente por su liberación entre otros: la American Mathematical Society´s Summer Research Institute in Singularities, la Sociedad Cubana de Matemáticos, el Parlamento Europeo, 50 premios Nobel, parlamentarios austríacos y diputados australianos, cientos de científicos y catedráticos de México, EEUU, España, Francia, Italia, Inglaterra, Alemania Federal y Japón, así como distinguidas personalidades entre las que se encuentran Melina Mercouri (Ministro de Cultura de Grecia), Ernesto Cardenal (Ministro de Cultura de Nicaragua), Panos Ioannov (Ministro de Cultura de Chipre), Juan Bosch (ex-Presidente de la República Dominicana), Rafael Alberti (escritor), Julio Cortázar (escritor), Darcy Ribeiro (ex-Rector y Vice Gobernador de Sao Paulo), Chico Buarque (cantante), Vittorio y Paolo Taviani (directores cinematográficos).

TEMAS DE INVESTIGACION

♦ Se inicia muy tempranamente en las labores de investigación. Para la definición de una línea propia en ese campo, será decisiva su estadía en los Estados Unidos (1947-48) y su relación con Salomon Lefschetz.

♦ Vuelto a Montevideo efectúa una serie de contribuciones fundamentales a la teoría de la estabilidad de las soluciones de ecuaciones diferenciales.

♦ Conjuntamente con su alumno Jorge Schäffer, desarrolló toda una rama de la teoría de las ecuaciones diferenciales lineales, en espacios de Banach con ayuda de métodos apropiados de análisis funcional. Obtuvo además la sistemática generalización de resultados cualitativos importantes en las ecuaciones diferenciales, a espacios de dimensión infinita.

♦ Por dos decenios se ocupó de ésta rama científica. En ella obtuvo sus resultados científicos esenciales, aportó hechos destacables en la divulgación de conocimientos científicos, a través de la exposición sistemática de resultados de investigación, enriqueció la teoría de la estabilidad y de las ecuaciones diferenciales con nuevas ideas y conceptos, finalmente se convirtió dentro de esta materia, en uno de los matemáticos más destacados del mundo. Su actividad en investigación está dirigida ahora a la historia y filosofía de la matemática encarando temas muy importantes para la matemática, frecuentemente poco conocidos por los matemáticos.

PUBLICACIONES Y TRABAJOS DE INVESTIGACION

1- Formulae for finite differences with applications to the approximate integration of differential equations of the first order. Publ. Inst. Mat. Est. (PIME), 1, 1943, p. 1-69; Math. Rev. 6, 53. Reproduced in Pub. Inst. Mat. Univ. Nac. Litoral (Argentina), 4, 1943, p.99-166. Math. Rev. 4, 283

2- On functions having a derivate. PIME, 1, 1994, p. 71-93, Math. Rev. 6, 203

3- An Example of a Jordan curve whose projections on three orthogonal planes fill areas, PIME, 1, 1994, p.95-98, Math. Rev. 6, 203

4- The method of Graffe for solving algebraic equations, Bol. Fac. Ing. (Montevideo) 3 (Año 10), 1945, 1-12. Math. Rev. , 7, 488

5- On Green's formula. Publ. Inst. Mat. Univ. Litoral (Argentina), 6, p. 169-178. Math. Rev. 8, 142

6- On the functional equations f (f(x))=1/x, (with A. Petracca), Rev, Un. Mat. Argentina 11, 1946, p. 206-211. Math. Rev. 8, 28.

7- Study in the large of a Differential equation of the second order (in collaboration with Beppo Levi). Mathematicae Notae 7, 1947, p. 91-155. Math. Rev. 9, 511

8- The number of surharmonic solutions of non-linear differential equations of the second order. Ann. Of Math (2) 50, 1949, p.118-126. Math. Rev. 10, 709

9- On Lyapunov's conditions of stability, Ann. Of Math, (2) 50, 1949. P. 705-721. Math. Rev. 11, 721

10- Remarks on the periodic solution of differential equations, PIME 2, 1950, P. 43-54. Math. Rev. 13, 944

11- The existence of periodic solutions of systems of differential equations, Duke Math. J. 17, 1950, p. 457-475, Math, Rev. 12, 705

12- Minimum figure covering points of a lattice (with J.J. Schaffer), PIME 2, 1951, p.55-74. Math. Rev. 13, 768

13- Conditional stability of homeomorphisms, PIME 2, 1952, p. 75-108, Math. Rev. 15, 965

14- On level curves of a convex surface (with J.J.Schaffer) PIME 2, 1953, p. 117-120. Math Rev. 18, 118

15- Sur un théoréme de G. Sansone sur l'equation de Liénard, Boll. Un. Mat. Ital. (3) 9, 1954, p. 367-369. Math. Rev. 10, 925

16- Total stability and approximately periodic vibration, PIME 2, 1954, p. 135-145

17- Funcionamiento Dinámico del Disco del equilibrio automático en bombas centrífugas. Bol. Fac. Ing. 5, 1954, p. 77-93

18- Sobre la estabilidad en espacios de dimensión infinita. Rev. Unión Mat. Argentina, XVII, 1955, p. 135-147

19- Contribution to stability theory, Ann. Of Math (2) 64, 1956, p. 182-206 Math. Rev. 18, 42

20- Qualitative study of the equation $u''^2 = u + u'$ P. Didácticas IME 3, 1956, p. 1-10. Math. Rev. 18, 227

21- On the fundamental notion of Projective Geometry, PIME 1, 1956, p. 1-56. Math Rev. 18, 227

22- On stability in spaces of infinite dimension, rev, Un, Mat. Argentina 17 1956, p. 135-147. Math rev.. 18, 900

23- Correction "On level curves of a convex surface", PIME 3, 1957, p. 65-67. Math. Rev. 19, 1047

24- Linear differential equation and functional analysis I (With J.J.Schaffer), Ann of Math. (2) 67, 1958, p. 517-573. Math Rev. 20, 3466

25- A Criterion for the existence of almost periodic solutions of certain almost periodic differential equations, PIME 3, 1958, p. 99-103. Math. Rev. 22/1, 1709

26- Linear differential equations and functional analysis II, Equations with periodic coefficients (with J.J. Schaffer), Ann. Of Math. (2) 69, 1959, p. 88-104. Math. Rev. 21, 756.

27- Linear differential equation and functional analysis III, Lyapunov's method inthe case of conditional stability (with J. J. Schaffer), Ann. Of Math. (2) 69, 1959, p. 535-574. Math. Rev. 21, 3638.
28- Lineal differential equations and functional analysis IV (with J.J. Schaffer), Math. Annalen 139, 1960, p. 287-342, Math. Rev. 22/III, 2181.
29- Sur l'existence de solutions bornees et périodiques des systemes quasi-linéaires d'equations différentielles, Ann. Mat. Pura Appl, (4) 51, 1960, p. 95-105, Math. Rev. 22/III, 12292.
30- Linear differential equations and functional analysis, bol. Soc. Mexicana (2) 5, 1960, p. 42-48. Math. Rev. 22/III, 12293.
31- Differential equations and functional analysis, Rev. Un. Mat. Argentina 19, 1960, p. 179-186, Math. Rev. 23, Part A. 3335.
32- Converse theorems of Lyapunov's second method. Bo9l Soc. Mat Mexicana (2) 5, 1960, p. 158-163. Math. Rev. 24/A, 2104.
33- Function spaces with translations and their application to linear differential equations, Proc. Internat. Symp. Linear Spaces (Jerusalem 1960), Jer. Acad. Press, Jerusalem, Pergamon Oxford, 1961, p. 327-334. Math. Rev. 25, 264.
34- On the existence of Lyapunov functions, PIME 3, 1960, p.111-124. Math Rev. 26/1, 1575.
35- On the existence of bounded and periodic solutions of quasi-linear systems of differential equations, Rev. Un. Mat. Argentina, 20, 1962, p. 303-304.
36- Sur une équation integrale provenant d'un probleme de mécanique des fluides. PIME 3, 1962, P.171-187. Math. Rev. 33, 533.
37- Some remarks on the order of growth of vector and matrix solutions of a linear system of differential equations, PIME 4, 1964, 1 –11. Math. Rev. 33, 387.
38- Them meaning of stability, PIME 4, 1964, 23-47. Math. Rev. 32, 4336.
39- Linear Differential Equations and Function Spaces (with J.J.Schaffer), Pure and Applied Mathematics, vol. 21, Academic Press, New York-London, 1966. Math. Rev. 35, 3197. This book was traslated into Russian and published in the USSR, Izdat, Mir. Moscow, 1970.
40- Asymptotic directions of the solutions of linear differential equations (with J. Lewowicz), PIME 4, 1967, P. 107-113. Math. Rev. 37, 5466.
41- Problemas de Filosofía de la matemática, de sus fundamentos y metodología. Publicación Mat. del Uruguay, 1, 1988, p. 11-26.

DISCURSO EN OCASIÓN DE LA ENTREGA DEL PREMIO MÉXICO CANCUN - 1º de marzo de 1998

INTERVENCIÓN DEL DR. JOSÉ LUIS MASSERA EN OCASIÓN DE LA ENTREGA DE PREMIOS

Significa para mi un gran honor, que agradezco profundamente, que me haya sido otorgado el Premio México de Ciencia y Tecnología 1997, en el marco de esta Reunión «La ciencia en la integración latinoamericana». Confío en que el Jurado Calificador no se haya equivocado al seleccionarme entre casi un centenar de candidatos que sin duda tenían grandes méritos para ello.

He estado en México no pocas veces antes de ésta, aunque mi conocimiento del país es lamentablemente limitado. En mi vida académica intervine en varios de los memorables seminarios que se realizaban en la Torre de Ciencias de la UNAM por iniciativa del gran matemático ruso S. Lefschetz, que había sido mi director de estudios y amigo de la Universidad de Princeton y sentía por México una particular simpatía y disposición de cooperación y ayuda.

En esta ocasión quiero recordar y agradecer el gesto fraterno y solidario de gobierno mexicano que abrió su país a la inmigración política uruguaya en los años en que en mí país reinaba una dictadura militar. También agradezco de todo corazón a los miles de mexicanos que apoyaron nuestra lucha y compartieron nuestras penas y reclamos en defensa de la democracia. En particular les agradezco sus desvelos por mi libertad y entre ustedes quiero señalar a mis colegas matemáticos que me acompañaron sin descanso.

Esta Reunión y este premio tienen dos ejes definitorios: en primer lugar la Integración Latinoamericana; en segundo, la Investigación Científica y Tecnológica. Me propongo en estas breves palabras hacer algunos comentarios sobre ambos.

LA INTEGRACIÓN LATINOAMERICANA

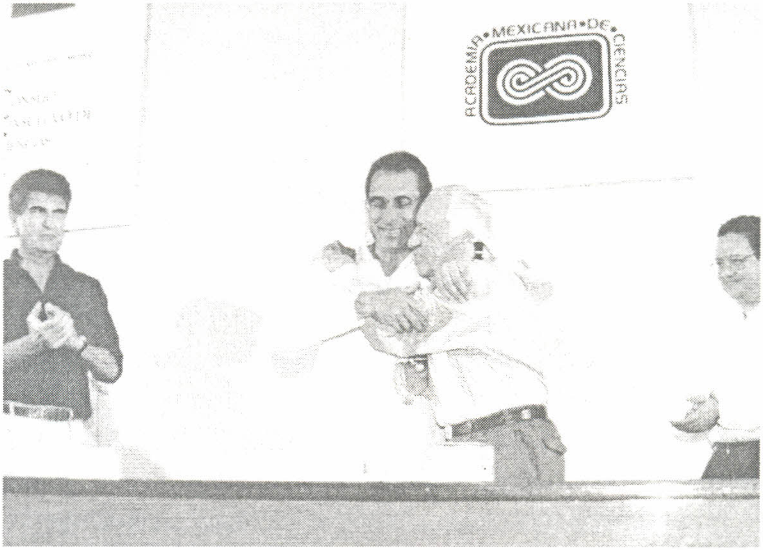
Este tema refiere a una gran cuestión geográfica, histórica, política y cultural, en la que todos estamos inmersos, que de uno u otro modo nos afecta y ha preocupado a las mentalidades más lúcidas de nuestros países. Por cierto, no es nada sencilla y promueve problemas muy difíciles de resolver. En un proceso que sin duda abarcará muchísimo tiempo y exigirá grandes esfuerzos conjuntos, es necesario buscar y encontrar soluciones que aporten las capacidades y la sabiduría para alcanzar las más nobles y depuradas metas.

La historia nos muestra que ese largo camino está sembrado de dificultades y contradicciones arraigadas, muchas veces con derivaciones de violencia e injusticia muy dolorosas que todos deseamos liquidar en la búsqueda inteligente de nuevos caminos a explorar en un esfuerzo colectivo y fraternal.

Para concretar algo más las ideas, digamos que en América y el Caribe, existieron grandes civilizaciones. En algunos lugares, valga el ejemplo de México, esas civilizaciones fueron de muy alta riqueza y complejidad, de las que podrían enorgullecerse otras regiones del planeta. Son incontables los ejemplos que cubren este suelo: Teotihuacán, Chichén Itzá, Tula, etc. Pensemos en el sur, en la zona maya, de cuya civilización un matemático como yo no puede pasar en silencio un sistema de numeración que introdujo un símbolo para el cero, adelantando en siglos los progresos alcanzados por otras civilizaciones europeas y asiáticas. Sin embargo no alcanza con admirarlas y evaluarlas con una mirada fríamente antropológica. Descendientes de esos mismo pueblos viven a nuestro lado y reivindican, a mi juicio justamente, una actitud igualitaria de respeto de sus vidas y de las mejores tradiciones de sus antepasados.

Un segundo momento de la historia de nuestro continente lo constituye el llamado descubrimiento de América por España y Portugal. Su contenido esencial fue la apropiación cruel, salvaje, de las tierras y de sus pobladores. El motivo fundamental era el pillaje y saqueo de las riquezas materiales, del oro, a cuyo poder supremo todo estaba subordinado y permitido. Y el establecimiento de gobiernos locales férreamente sometidos a los Reinos ibéricos, que perdurarán por siglos, en un rígido orden político colonial que garantizaba supuestos derechos.

En tercer lugar, fue el período de la Independencia, que subvirtió el orden virreinal transfiriendo sus poderes a descendientes criollos de los hispano-lusitanos, poniéndolos en manos de estructuras republicanas inspiradas principalmente en los modelos de la Revolución Francesa y Norteamericana. En las décadas siguientes, sin mejorar la situación sociopolítica de los pueblos autóctonos, y hasta empeorando en algunos países (verbigracia, en el Uruguay los charrúas fueron exterminados, para vergüenza nuestra) se abrieron ampliamente las puertas a corrientes inmigratorias que aportaron nuevas raíces étnicas y culturales. Se realizaron variadas experiencias que dejaron ricas enseñanzas, así la Revolución Mexicana que reivindicó tierras para los campe-sinos, como también lo quiso Artigas.



El Prof. José Luis Massera recibe el saludo del Presidente de México Ernesto Zedillo, a la izquierda el Secretario de Educación Pública, Miguel Limón Rojas

Ya en el siglo pasado, en los espíritus más lúcidos de los héroes de las luchas por la independencia, Bolívar, San Martín, Juárez, Artigas y otros, empezó a germinar la idea de la integración latinoamericana, es decir, la de una concepción unitaria de la vida y cultura de todos nuestros países y pueblos, para realizar y potenciar lo mucho que tenemos en común, y para enfrentar a los imperialismos que nos sojuzgan iniciando una nueva independencia que debiera ser definitiva.

Hoy esas ideas subyacen a variadas asociaciones y bloques que afloran en torno a temas de distinto orden, en particular económico y están vivas en la comunidad de muchos puntos de vista políticos, culturales e intelectuales, promueven foros y debates en torno a problemas análogos, alegrías y simpatías que nos reúnen espiritualmente por encima de las fronteras geográficas. La confluencia de tales corrientes potenciará su fuerza y eficacia y ayudará a un mayor peso e influencia de América Latina en el mundo.

LA INVESTIGACION CIENTIFICA Y TECNOLOGICA

Nuestra reunión tiene en este tema su segundo centro. Un rasgo distintivo de la especie humana es que su existencia está estrechamente ligada al conocimiento cada vez más profundo y exacto de ella misma y de la Naturaleza que la rodea, que va acumulando desde la prehistoria.

En los comienzos, se trata de simples «saberes» de carácter empírico que la práctica productiva acumula, recuerda y depura de errores y supersticiones. Ya en los tiempos históricos empieza a surgir la necesidad de una organización de esos gérmenes en estructuras, de las que son paradigmas la matemática y la lógica griegas, las dos primeras ciencias propiamente dichas. Con el correr de los siglos y a un ritmo cada vez más acelerado, las ciencias han llegado hoy a abarcar las más amplias y variadas zonas del conocimiento. En la misma medida y sobre esa ancha base, ha crecido el poder del hombre sobre la Naturaleza. En las últimas décadas, el florecimiento extraordinario de sus aplicaciones a la producción y a la maquinaria industrial ha determinado que se las destaque con el nombre de tecnologías. En todos los casos, su crecimiento y desarrollo derivan de la investigación de nuevos problemas ésta se convierte así en una medida del avance del conocimiento.

Bajo el capitalismo en que vivimos, eso no conlleva, por cierto, una vida mejor para la sociedad y quienes la integran. En este fin de siglo, los rasgos acentuados de mundialización y superproductividad, generan millones de desocupados en todos los continentes, condenan a la miseria, impulsan la criminalidad, se agrede a la Naturaleza y sus equilibrios seculares. Los frutos de la ciencia se hacen amargos para enormes masas humanas.

Una sabia conducción social y política y una constante vigilancia popular atentas a las necesidades de las inmensas mayorías y la preocupación ecológica, deben por eso cada vez más acompañar y vigilar los avances científicos y tecnológicos y su uso adecuado. El científico y el tecnólogo no pueden ser indiferentes, no les está permitido eludir su responsabilidad refugiándose en una torre de marfil elitista. Por el contrario, se les reclama, si cabe, prestar a ellos una atención más aguda que la de los hombres comunes. Albert Einstein nos da un ejemplo señero de tal actitud.

Estos comentarios críticos no quitan un ápice a las reflexiones que hacíamos sobre la importancia de la ciencia y la tecnología, ni aminoran su papel para medir el avance de las sociedades. Acentúa sí la responsabilidad de los hombres políticos ante la ciencia y la del propio científico. En el Uruguay de hoy, por ejemplo, nuestra Universidad estatal tiene en su seno el 75% del personal que realiza investigación científica y tecnológica en el país, pero en 1997 no recibió ningún nuevo aporte del presupuesto nacional. La investigación reclama y debe recibir fondos y atención privilegiada, si no en lugar de avanzar se retrocederá.

No hay, sin embargo, en América Latina obstáculos insuperables que impidan realizar aportes valiosos en ciencia y tecnología. Deseo dar ejemplos concretos, algunos de ellos uruguayos: la obra del Dr. Roberto Caldeyro-Barcia, cuyos descubrimientos en la vida prenatal del feto humano son conocidos y aplicados clínicamente en todos los países del mundo. Otro, el Ingeniero Eladio Dieste ha construido en el Uruguay y otros países, iglesias, galpones, depósitos, utilizando exclusivamente ladrillos, sin nada de hierro, la resistencia de techos y paredes se obtiene gracias a una sabia forma geométrica que los convierte en obras de arte y los abarata. Otro todavía; sin falsa modestia, puedo decir que el Instituto de Matemática y Estadística, creado en 1942 por iniciativa de mi gran amigo Rafael Laguardia y en el que he trabajado intensamente toda mi vida, es pionero en toda América Latina, exceptuando la Argentina, en la investigación matemática, sigue siendo cada año polo de atracción para los jóvenes uruguayos con vocación y ha recibido a otros provenientes de países hermanos. Los éxitos ya cosechados por la recientemente fundada Unión de Matemáticos de América y el Caribe (UMALCA), muestran la fecundidad de tales iniciativas.

Los uruguayos nos beneficiamos con la colaboración calificada y generosa del Instituto de Matemática Pura e Aplicada de Río de Janeiro y de su director, Dr. Jacob Palis, que en los últimos años ha recibido a muchos de nuestros jóvenes a doctorarse en sus aulas. Dicho sea de paso, Palis es hoy Secretario General de la Unión Internacional de Matemáticos, que agrupa a los de todo el mundo.

La institución por México de este premio y su constante política de apoyo a la ciencia se inscriben en el enfoque que reclamamos. Deseamos que se puedan dar otros ejemplos semejantes.

De este modo confluyen los dos grandes temas que estamos examinando. Más allá del honor que para mi representa este premio, valoro mucho dos rasgos de su concepción que me son muy gratos: de donde viene, precisamente de un país latinoamericano, y a donde va, a un científico del mismo continente, con el loable propósito de contribuir a apreciar y estimular la investigación científica de todos.

Agradezco a México y su Gobierno por la comprensión que demuestra de estos problemas cruciales de nuestra América, por su contribución a nuestro mutuo conocimiento y en la distinción que me confiere incluyo a todos los investigadores de mi país y a mi Universidad.

*CONFERENCIA DICTADA EN EL
MUSEO NACIONAL DE ANTROPOLOGÍA
CIUDAD DE MEXICO EL 6 DE MARZO DE 1998*

RECUERDOS DE MI VIDA ACADEMICA Y POLITICA

Pienso que estos recuerdos, más allá de algunos episodios con sello personal, contendrán experiencias generalizables de interés para muchos de ustedes.

Cuando cursaba el 6o. año del ciclo Primario, tuve un maestro que marcó mi vida profundamente. Nada más ni nada menos, él me enseñó a pensar. Era algo adusto, no admitía fáciles simpatías, alguna vez que no olvido me sancionó, y ante la protesta de mi padre anotó en su libreta una sola palabra : "mimado", cosa que pude leer, quizás porque él quería que lo leyera. Y estuve de acuerdo con él. Lo esencial fue lo que ya dije antes : más allá de los conocimientos del programa, fue capaz de grabar fuertemente en mi mente que lo decisivo no era tal o cual aprendizaje particular, sino ayudarme a que yo mismo fuera capaz de entender, como cosa propia, mía, cómo pensando, hubiera podido llegar a él.

Una vez, en la clase de matemática del primer año del Liceo el tema a tratar era la semejanza de polígonos. Yo no había estudiado la lección y, justamente, me llamaron para darla. Podría quizás haber inventado alguna excusa, pero acepté el reto y pasé al pizarrón donde lo que inventé fueron demostraciones de los teoremas. Honradamente no puedo asegurar que eran correctas, pero creo que no estaban descaminadas en lo esencial. No sé qué conclusiones sacaron mis compañeros de clase ; de lo que sí estoy seguro es que el profesor no entendió nada: lo había sacado fuera de lo que había leído en el texto.

Más adelante, siempre en el Liceo, en general no me gustaban las materias memorísticas -nunca tuve buena memoria y ahora es mucho peor - particularmente la Historia. Hubo una excepción con un profesor no demasiado bueno pero que intentaba una explicación relativamente racional de la historia : sea como fuere, aquello me gustó. En tercer año, el profesor de matemática era un alemanote que sabía algo y me daba gusto, quizás como manifestación incipiente de mi vocación.

Más importante fue en esa época - tenía unos quince años - la revolución que comencé en mi casa y que duró varios años. Mi padre tenía un Diccionario Enciclopédico Hispano Americano en varios tomos de bastante buen nivel. Un día, de retorno de la clase del alemán, se me ocurrió buscar en el diccionario una de las palabras que había usado, probablemente "ecuación". Me encontré con una enorme cantidad de ecuaciones diferentes, que ni había sospechado que existieran, ni cómo abordarlas. Satisfecha con creces mi curiosidad con las algebraicas, fui a buscar una de las otras del diccionario. Así, día por día y palabra por palabra, comencé una recorrida, sumamente caótica, sin duda, que me fue aportando una cosecha de términos matemáticos y de informaciones valiosas sobre ellos, que iba acumulando y conceptualizando lentamente.

Por esas fechas, mis padres viajaron para un tratamiento en Carlsbad y me llevaron con mis dos hermanas. Al regreso pasamos por París, y acompañé a mi padre a una gran librería. Ahí compré dos excelentes libritos, uno sobre geometría clásica y otro de trigonometría. A la vuelta los devoré en poco tiempo : por fin encontré textos de matemática razonablemente ordenados. No obstante seguí usando el método, malo pero abundante, del diccionario.

Después del Liceo venían dos años de Preparatorios para diferentes carreras y elegí, naturalmente, Ingeniería que era la que más usaba matemática. Pero yo ya estaba más adelante del programa. Leía bien el inglés y el francés, pero conocía la importancia del alemán y contraté un curso particular intensivo de dos meses para aprender los rudimentos que necesitaba para leer matemática. Fue todo un éxito, practiqué - con ayuda del diccionario - leyendo un grueso volumen de Geometría Proyectiva.

El paso por Preparatorios tuvo otras consecuencias importantes. Allí conocí al colega Rafael Laguardia, que había hecho un curso superior con grandes profesores franceses. Trabamos una estrecha amistad que duró hasta su muerte en 1980. El conocía algunos otros jóvenes aficionados a la matemática, con quienes formamos un grupo de estudio. Alguno que había leído un texto importante, daba luego un cursillo a los otros.

Pronto se abrieron nuevos horizontes. En el Uruguay todos habíamos leído buenos libros de texto del matemático español entonces radicado en la Argentina, Julio Rey Pastor, que hacía viajes anuales a Europa para actualizarse. Nos relacionamos con él, y acordamos que haría visitas los sábados a Montevideo para trasmitir a nuestro grupo esas novedades. Así se formalizó un curso bastante extenso sobre lo que entonces llamábamos "Espacios Abstractos", hoy diríamos más bien "Topología General". Posteriormente y como consecuencia de la guerra de España y de los movimientos fascistas en Europa, inmigraron a Argentina Santaló y otros españoles, el gran matemático italiano Beppo Levi y otros, que se convirtieron en nuevos profesores y amigos de nuestro grupo. Por otra parte, delegaciones nuestras concurrían a las reuniones de la

Unión Matemática Argentina, que ya existía desde años atrás. Por esos mismos años, se vinculó a nuestro grupo Misha Cotlar, hijo de un modesto inmigrante ruso, que hoy es un destacado matemático a nivel mundial. En esa época, en torno al gran movimiento de solidaridad con el pueblo español, comencé mi actividad política que comparte con la matemática el resto de mi vida.

Ingresé a la Facultad de Ingeniería en 1935, año en que fue mi profesor de análisis don Eduardo García de Zúñiga, uno de los tres primeros ingenieros egresados en el Uruguay, ya muy viejo. Eligió para definir los números reales el método de las sucesiones fundamentales, quizás el más difícil de todos. Por mis intervenciones en clase supo cual era el nivel de mis conocimientos matemáticos, lo que explica el hecho insólito de que en 1937 me designaran Ayudante de Clases Prácticas ; en los exámenes subsiguientes, Zúñiga me preguntaba, para que me luciera, temas muy superiores a los que daban en los cursos. Zúñiga publicó incluso alguna investigación propia, enriqueció la Biblioteca de la Facultad, que hoy lleva su nombre, con colecciones enteras de las principales revistas matemáticas del mundo y algunas científicas muy antiguas, Obras Completas de los más grandes matemáticos, etc., todo lo cual la ha convertido en un tesoro bibliográfico probablemente único en América Latina, digno de ser consultado por historiadores de la ciencia de otros países. Ni que decir tiene, ese tesoro reunido por nuestro "gran antepasado" como lo llamábamos cariñosamente, fue un instrumento valiosísimo de nuestras investigaciones posteriores.

Cerrando este largo paréntesis, debo decir que razones reglamentarias obligaban a finalizar la carrera de Ingeniería para recibir el grado de Profesor Titular de la misma, así fuera de matemática. Así lo hice, como Ingeniero Industrial, en l943. No fue un esfuerzo penoso, la carrera me dio una buena formación en Mecánica, Física, Química, muy útil para mi cultura científica.

Por iniciativa de Laguardia y con el apoyo inteligente del Decano Vicente García, se fundó en 1942 el Instituto de Matemática y Estadística que hoy lleva el nombre de aquél. Por fin el grupo de aficionados tenía un hogar, aunque muy modesto en su realidad material : un salón espacioso dividido por tabiques en compartimientos más pequeños. Se podía trabajar, estudiar, dar cursillos, era un cambio cualitativo.

Mientras tanto, en el mundo las cosas seguían agravándose. Derrotada la República Española, los acontecimientos se orientaban hacia la ofensiva nazi-fascista y el desencadenamiento de la Segunda Guerra Mundial. Mi actividad política consiguientemente se amplió y radicalizó. Fui designado Presidente de un Movimiento por la Paz incipiente y luego Secretario General de un gran movimiento de solidaridad con los aliados : Acción Antinazi de Ayuda a los Pueblos Libres, que reunía dinero, ropa y calzado de abrigo y medicamentos y los entregó a los representantes diplomáticos de la Unión Soviética, Inglaterra y Francia Libre "de acuerdo a la voluntad del donante", expresada en el momento de la donación. Terminada la guerra, y frente a los peligros de la "guerra fría", volví a la lucha por la paz, llegando a integrar el Congreso Mundial de la Paz, que dirigía el movimiento internacionalmente. En 1942 me afilié al Partido Comunista del Uruguay.

El fin de la guerra abrió perspectivas nuevas para la vida académica. La Fundación Rockefeller otorgó una beca a Laguardia para estudiar matemática en Estados Unidos. Posteriormente yo también obtuve una beca similar. Años antes, había resuelto muchos de los problemas del libro "Aufgaben und Lehrsätze der Mathematik" (Problemas y teoremas matemáticos) de dos célebres matemáticos húngaros Polya y Szegö, profesores en Stanford, y quedé muy admirado por la capacidad matemática y didáctica que mostraban en esa obra. Les escribí pues una carta manifestando mi interés en tomar algunos cursos con ellos; adjuntaba una larga lista de las obras que había estudiado hasta entonces. La respuesta de Szegö fue afirmativa y traslucía cierto asombro ante la amplitud de mis conocimientos.

Decidí entonces ir a la Universidad de Stanford en California para cumplir mi beca. En aquella época no era tan sencillo hacer el viaje en avión hasta ese lugar y pensé que lo más práctico era ir a Nueva York y desde allí usar otros medios de transporte menos caros. Inauguré así un estilo de viajes que luego apliqué en muchas ocasiones. Visité lugares y museos de Nueva York ; Quebec, Montreal, Ottawa y Toronto (estupendo museo de antigüedades chinas), las Cataratas del Niágara heladas, el Cañón del Colorado, la bella San Francisco y tantos otros lugares.

En Palo Alto, un pueblito que está ubicado frente a la Universidad, era usual alojar a los estudiantes en piezas de casas particulares ; así lo hice en una inmensa mansión perteneciente a uno de los propietarios de la General Motors, en que vivía su esposa de mucha edad, de la cual me hice amigo y me permitió conocer facetas peculiares de los norteamericanos. Cierta vez, me dijo que había recibido la visita de un agente de la FBI que la había interrogado sobre mí, "porque Ud. debe saber que es comunista". Ella le contestó que no tenía nada que criticarme, que mi comportamiento era correcto y que estudiaba mucho...Tratándose de una persona de esa clase social, el hecho me pareció significativo.

El Prof. José Luis Massera y su esposa Martha Valentini ,
con el diploma del premio.

En Stanford me recibieron con una pequeña fiesta familiar. Con Polya tuve una relación cordial, pero no profunda. En cambio, me hice muy amigo de Szegö, su señora y su hijo Peter, al cual volví a encontrar en Nueva York como compañero de estudios, y que es hoy un destacado matemático, del cual suelo tener noticias hasta ahora. Todos ellos eran excelente gente, muy progresista. Las clases de la Universidad no eran de nivel elevado, salvo un curso de teoría de los números reales dictado, como profesor visitante, por Rademacher. Cierta vez dio una demostración muy complicada de un fino teorema de aproximación de un número real, correcta, pero que me dejó molesto : en la clase siguiente le propuse una demostración de carácter geométrico, muy breve, que lo encantó.

Paradojalmente, no fue en la Universidad sino fuera de ella que encontré un motivo de gran interés profesional. Conocí una persona que había sido Oficial de alto rango de la Marina Zarista, casado con una española muy simpática. Él trabajaba entonces para la Marina de EE.UU. en problemas de estabilización de barcos en mar agitado, y se apoyaba en estudios teóricos de matemáticos rusos sobre cuestiones de estabilidad, de los que tenía fotocopias y sabía que la Universidad de Nueva York había hecho una publicación en inglés. Conseguí un ejemplar de ésta y como en el Uruguay había adquirido algunas nociones de ruso, mal que bien pude leer también las fotocopias de mi amigo el marino. Todo lo cual fue para mí de gran interés ; no así para el marino que, aunque culto, no era capaz de penetrar en el sentido matemático de las cosas.

Estos temas me apasionaron y aunque pude cambiar ideas sobre ellos con algunos matemáticos que pasaron por la Universidad, fui convenciéndome que Stanford no podía resolverme el problema. Pedí pues a la Rockefeller traslado hacia Nueva York y Princeton, en donde se ocupaban de él , lo que me fue concedido. Viajé por lo tanto al Este y me alojé en una pieza en Nueva York. El plan de trabajo era inscribirme en las dos Universidades y viajar en ferrocarril dos o tres días por semana ; los trenes, muy cómodos, permitían estudiar en el trayecto.

En la primera, dirigida por Courant - y que hoy lleva su nombre - eran profesores grandes matemáticos : Friedrichs, Artin y otros. El primer contacto me abrumó : efectivamente, habían trabajado en ecuaciones diferenciales, pero habían dejado de ser un centro importante al respecto. Courant acababa de terminar un libro sobre superficies mínimas y me honró pidiéndome que revisara el texto. Era su gran "hobby" del momento, con mucha matemática fina pero también con un arsenal de alambres para definir sus contornos y una receta de agua jabonosa ; estaba muy orgulloso de haber logrado una superficie mínima en forma de banda de Möbius. Trabajé mucho con él y Friedrichs en diversos temas y llegamos a ser amigos. Cuando me aprontaba para el regreso a casa, escribió una elogiosa carta al Decano de la Facultad pidiéndole su apoyo en mi carrera matemática.

El centro fundamental de mi trabajo en el Este fue, sin embargo, la Universidad de Princeton, cuyo departamento de Matemática estaba a cargo del gran matemático ruso Salomón Lefschetz. Su profesión original había sido en realidad Ingeniero Civil y trabajó como tal . Cierta vez, en Francia, dirigía una obra y, en un instante fatal zafó una linga de acero que le rebanó ambos antebrazos. Salvó la vida y le colocaron dos prótesis articuladas con dedos apoyados entre sí por resortes con los que podía sujetar algunos instrumentos elementales para escribir y otras acciones con esfuerzos corporales increíbles. Así empezó para él otra vida, profundizó el estudio de la matemática y, con un talento asombroso, se convirtió en uno de los fundadores de la Topología Algebraica moderna. En la época en que llegué a Princeton se había entusiasmado con las perspectivas promisorias que podían darse de aplicaciones de topología al estudio de las ecuaciones diferenciales, sobre lo cual había publicado un libro. Entre nosotros se gestó una profunda amistad y mutua colaboración que se prolongó hasta su muerte. Por fin, era el matemático que yo necesitaba.

En vista de esta nueva situación, pedí a la Rockefeller una extensión de la beca por seis meses más ; corría el año 1948. Fue la época de mayores resultados en mis investigaciones en EE.UU. : recíproco del método de Lyapunov en la estabilidad del movimiento, descripción del conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales en el plano, estudio de las soluciones periódicas armónicas y subarmónicas. En el segundo y tercero de estos temas, estudié un trabajo de un conocido matemático yanqui y me pareció encontrar un error topológico que lo invalidaba. Con cierta confusión, consulté a Lefschetz ; la respuesta fue tajante : "pues si Ud. cree que hay un error, ¡dígalo !". De ahí surgió el trabajo en que corregí el error y describía exhaustivamente el conjunto infinito de las soluciones.

En el viaje de regreso a Uruguay, me detuve en las Universidades de Nueva Orleans, México y Río de Janeiro, donde expuse mis resultados, así como en el Instituto de Montevideo, donde estaban apareciendo nuevos jóvenes matemáticos : Villegas, Cabaña, Schäffer, Lumer, Sebastiani, Lewowicz . Allí Laguardia había tomado nuevas iniciativas de las cuales una importante : el Coloquio, en que con ritmo frecuente cada uno exponía los temas e investigaciones en que estaba trabajando ; otros matemáticos uruguayos se doctoraban en el extranjero ; el Instituto era ya conocido y apreciado en otros países y venían profesores visitantes de jerarquía (Halmos, Laurent Schwartz, etc.), a veces, países latinoamericanos nos enviaban sus jóvenes a estudiar a Montevideo.

Mientras, yo seguía estudiando y publicando nuevos resultados que completaban mis estudios de Stanford ; con cierta frecuencia, Lefschetz me invitaba a concurrir a los seminarios que dirigía en la Torre de Ciencias de la UNAM, que eran muy fértiles para mí.

En un viaje a Moscú por mis actividades político-sociales, un grupo numeroso de matemáticos rusos me invitó a la casa de uno de ellos en que me contaron que, leyendo el Annals of Mathematics, un día se sorprendieron de ver resuelto el problema inverso del método de Liapunov, que varios de ellos habían intentado infructuosamente resolver durante años, y que estaba firmado por un matemático de Montevideo (¿dónde quedará ese país ?). El viejo matemático italiano Sansone, que se ocupaba también de ecuaciones diferenciales, me invitó varias veces al Centro Matematico Estivo, que la Unione Matematica Italiana organizaba en los veranos en una villa de que disponía, a orillas del Lago de Como (¡ estupendo paisaje !), donde hacían coloquios invitando a matemáticos italianos y de otro países, entre ellos Halmos, donde expuse mis resultados varios años y me enteraba de otras investigaciones en curso.

Otra actividad que desarrollé durante años fue la de colaborador en las revistas Mathematical Reviews y su par alemán : me enviaban recortes de publicaciones para que elaborara sus reseñas. En particular, como entendía razonablemente bien el ruso matemático, no era nada difícil para mí hacer las reseñas de ambas revistas en ese idioma en que no era frecuente encontrar revisores, y a la vez recibía información fresca de nuevas investigaciones. Estaba así al día en problemas de punta que alimentaban mi propia creación.

Cuando Schäffer volvió de Suiza, donde había recibido el título de Doctor, un día caminábamos conversando por el corredor del IME y yo le conté que había leído en el Mathematische Annalen de principios de siglo un pequeño trabajo de un gran matemático alemán, Perron, en que demostraba que si el segundo miembro de una ecuación diferencial lineal era acotado, existía una solución también acotada ; y le comentaba que seguramente existía una vasta “generalización de ese resultado “; él estuvo de acuerdo, y resolvimos “meterle el diente” trabajando en colaboración. Mi “olfato” no me había engañado, y relativamente pronto publicamos en la misma revista varios trabajos con generalizaciones sucesivas. Resolvimos entonces “agarrar el toro por los cuernos”, y emprender una amplísima generalización del teorema de Perron. La variable independiente de las ecuaciones seguía siendo la variable real t, pero la variable dependiente pasaba a ser ella misma una función medible en un espacio de Banach X, o sea, la variable dependiente se “movía” en un espacio funcional.

Para que resulten claros, al menos para algunos de Uds. los conceptos siguientes, me veo obligado a introducir algunos tecnicismos matemáticos aunque no totalmente precisos. Consideraremos dos tipos de ecuaciones diferenciales lineales, homogéneas

$$dx/dt + Ax = 0 \qquad (1)$$

y no homogéneas

$$dx / dt + Ax = f(x) \qquad (2)$$

en que A es un operador lineal que actúa sobre X y f una función medible sobre X. Diremos que el subespacio Y de X induce una "dicotomía" de las soluciones de (1) si cuando las condiciones iniciales de una solución pertenecen a Y, la solución es estable, e inestable en caso contrario. Diremos que la pareja (B, D) - donde B y D son dos espacios funcionales en X -, es "admisible" para (2) si para cada f perteneciente a B existe una solución de (2) perteneciente a D (recuérdese el teorema de Perron). Los resultados principales de la investigación pueden entonces sintetizarse en el siguiente teorema : "Si existe una pareja admisible para la ecuación no homogénea (2), entonces la ecuación homogénea (1) posee una dicotomía, y recíprocamente". Los resultados de esta investigación fueron publicados en un libro de 400 páginas editado en Estados Unidos que fue traducido al ruso. Posteriormente, fui invitado a exponerlos en un seminario internacional acerca de los espacios funcionales que se celebró en Israel.

En 1955, el Partido Comunista del Uruguay atravesó una grave crisis : su Secretario General fue expulsado por el Comité Central (C.C.) que yo integraba, y reemplazado por Rodney Arismendi, viejo amigo mío, cuyo informe fue removedor . Se abría paso la idea de que la revolución uruguaya no podía aún ser socialista . Un primer paso en ese camino de una " Democracia Avanzada " fue en 1962 el Frente Izquierda de Liberación (FIDEL) presidido por Luis Pedro Bonavita, pequeño productor rural, ex - integrante de uno de los partidos burgueses.

En aquella reunión del Comité Central a la que aludí pasé a ser miembro del Comité Ejecutivo del Partido Comunista. En 1963-1972 fui electo diputado nacional en listas del FIDEL. La tarea parlamentaria, muy absorbente, me impedía toda actividad académica, salvo el simple dictado de clases en la Facultad. La situación política en el país empezó a tensarse, hubo violentas represiones, estudiantes asesinados en las calles; la Universidad, de la cual era Rector mi colega y amigo Oscar Maggiolo, fue duramente hostigada.

Al mismo tiempo, maduró en 1971 la creación de una nueva alianza política, el Frente Amplio (FA), hoy día tercera fuerza política nacional y con la posibilidad de disputar en las elecciones de 1999 la presidencia de la República a los dos partidos tradicionales. Está compuesta por socialistas, comunistas, fidelistas, democristianos, anarquistas y otros grupos políticos de izquierda, y algunos nuevos desprendimientos de los partidos burgueses tradicionales "blanco" y "colorado". Para presidirlo se eligió al General (r) Líber Seregni y con él llegaron al Frente Amplio decenas de militares demócratas.

Se preparaba el golpe militar de derecha de junio de 1973. En la Facultad de Ingeniería, donde era Decano otro gran amigo, el ingeniero Julio Ricaldoni, hubo un accidente explosivo que se atribuyó a estudiantes de izquierda, la Universidad fue intervenida, casi todos los Decanos fueron presos, entre ellos Ricaldoni, por varios años.

Muchos destacados intelectuales y militantes fueron asesinados ; otros pudieron exiliarse en países de América y Europa. La embajada de México fue el hogar de muchos refugiados que luego vivieron muchos años entre ustedes y profesan a México un amor entrañable.

La mayoría de los matemáticos se exiliaron. Yo pasé a la clandestinidad unos pocos años. Lewowicz - antes de exiliarse - me dio refugio en su casa varias noches. Un tiempo ejercí la secretaría del P.C.U. en el territorio nacional. Mi hijo, que era muy enfermo, murió a principios del 73 ; mi hija se exilió con su familia en Brasil, donde vivieron hasta el fin de la dictadura. La hija de Martha que quiero como si fuera mía, se exilió en México con sus dos hijitos.

Caí preso en octubre de 1975 ; el primer día, estando de plantón y con manos y tobillos atados, un soldado me tomó de los hombros y me desplazó bruscamente, caí y me fracturé el cuello del fémur derecho, no obstante lo cual siguieron los plantones hasta que se convencieron de que era imposible que me mantuviera en pie y me acostaron en un jergón de alambre donde estuve un mes sin asistencia hasta que un médico indicó que me llevaran al hospital militar para hacer una radiografía. A partir de ahí, con la ayuda de un bastón rudimentario, el organismo mismo se encargó de soldar la fractura, hasta hoy.

Permanecí preso nueve años y medio en dos cuarteles y una prisión conocida como Penal de Libertad ; el nombre sarcástico se debe a que está ubicado en las cercanías de un pueblo con ese nombre. Las celdas del Penal alojaban dos presos, con mínimas posibilidades de comunicación con los restantes, salvo en algunas tareas colectivas de la vida diaria, en los llamados "recreos" de una hora en que los que podían hacían deportes y los que no, como era mi caso, caminábamos conversando con otro preso ; y las visitas familiares cada quince días, también de una hora de duración. Como puede verse, las relaciones humanas estaban limitadas casi exclusivamente a la celda.

En ella podía leerse libros de la buena biblioteca que se había ido formando con las donaciones que hacían los familiares de los presos cuando se lo permitían. Eso sí, con exclusión de libros políticos ... y de matemática. ¡Vaya a saber que misteriosos mensajes podían contener aquellos signos raros e incomprensibles!. Hubo alguna falla en esa disposición y me tocó a mí, precisamente. Una vez, pedí a la biblioteca un libro cuyo título era confuso; el libro llegó, no tenía tapas sino una cubierta "casera" hecha con papel grueso. Empecé a leerlo y su estilo me resultaba de alguna manera conocido ; efectivamente, pocas páginas después el misterio se aclaró en una nota al pie : era una edición soviética traducida al español de un texto del famoso matemático inglés Turing en que explicaba el "mecanismo" de la llamada máquina que lleva su nombre y que tanta importancia teórica tiene para ramas de la matemática moderna ; lo estudié concienzudamente, con una sonrisa pícara que no abandonaba mis labios... Años después, una versión teatralizada de la vida de Turing, excelente, se representó en el Uruguay durante varios años. La biblioteca del Penal contenía una gran riqueza de obras literarias, entre ellas mexicanas, que leí durante esos largos años. Recuerdo especialmente "La muerte de Artemio Cruz" de Fuentes.

Los compañeros de celda fueron varios, comunistas y tupamaros, con los que se conversaba libremente de los más variados temas. Un obrero de una fábrica de papel, comunista, me acompañó durante años y nos hicimos grandes amigos ; muy inteligente e inquieto, hablamos de los más diversos temas; incluso, recordando enseñanzas de la Facultad, pude darle cursillos de física, química, etc., que absorbía con pasión. En otras celdas estuvieron presos jóvenes matemáticos como Markarián y Accinelli, a los que veía sólo en los recreos y en alguna tarea colectiva ; corriendo algunos riesgos, hicimos algunos trabajitos matemáticos como el titulado "¿Es cierto que dos más dos son siempre cuatro?", que podían interesar e intrigar a presos no matemáticos.

A todo esto, Martha, mi esposa, también había caído presa, fue torturada y recluida en una cárcel de mujeres, instalada en lo que había sido un monasterio. Estuvo allí tres años hasta avanzado el año 1979; pudo recuperar nuestro apartamento, que había sido ocupado y saqueado por los militares. Logró vivir dando clases particulares de filosofía y venía a visitarme al Penal venciendo las infinitas molestias y requisitos interpuestos. Mientras estuvo presa nos carteamos esporádicamente porque no siempre nos entregaban nuestras cartas. Entonces, me visitaba y atendía mi hermana menor.

El exilio en otros países americanos y europeos fue el destino, también difícil, de otros muchos compatriotas. En el caso de los matemáticos y otros científicos y profesionales, les fue más fácil que se reconociera sus capacidades. Para muchos otros, obtener empleos y trabajo costó mucho. Una de sus tareas principales fue desarrollar el movimiento de solidaridad y lucha contra la dictadura militar uruguaya. En particular debo expresar mi profundo agradecimiento por el amplísimo vuelo que tuvo, en América y Europa, el reclamo de mi libertad; aquí en México la actividad y la fuerza de la solidaridad fue notable, en particular entre los matemáticos. Esa solidaridad tuvo una forma peculiar de expresión en las más de diez Universidades - entre ellas la de Puebla - que me concedieron el título de Doctor Honoris Causa.

La solidaridad internacional y la lucha democrática del propio pueblo uruguayo estaban corroyendo las bases de la dictadura. A fines de 1980 los propios militares convocaron a un plebiscito para reformar la Constitución al gusto de ellos, y perdieron. A fines de 1983, todos los partidos democráticos y las fuerzas sociales convocaron a una demostración amplísima contra el régimen presidida por un estrado con notorias figuras de todos ellos, entre los que estuvo mi esposa. El público fue probablemente el más grande que se haya visto en Montevideo: el lugar era un gran parque y la fotografía que se tomó desde lo alto muestra una multitud compacta que se desplegaba en la curva sinuosa de una ancha avenida. Esas fotos fueron publicadas por el diario conservador "El País" que se recibía en la biblioteca del Penal; los compañeros que trabajaban allí difundieron el acontecimiento a todos los presos, incluido el color rojo del vestido de Martha.

El 3 de marzo de 1984 fui puesto en libertad. A partir de entonces y durante meses, mi casa fue invadida por centenares de amigos que vinieron a saludarme. También en marzo liberaron a Seregni, con quien nos encontramos en su casa, en medio de una gran manifestación callejera espontánea. Ese día había llegado a Montevideo una delegación italiana solidaria conmigo, uno de sus integrantes comentó que aquello le recordaba la caída del fascismo en su país.

Participé con Martha en muchas manifestaciones públicas que reclamaban la liberación de los que continuaban presos, con emocionantes reencuentros con viejos amigas y amigos, unos que habían estado presos y otros opositores activos a la dictadura.

Los frenteamplistas participamos en la llamada Concertación Programática, en que representantes de los partidos políticos democráticos elaboraron una propuesta avanzada del nuevo gobierno ; lamentablemente esa forma de democracia, casi directa, fue mínimamente aplicada por el gobierno democráticamente electo en 1985.

En aquel mismo año, asistimos conmovidos con el ex-Decano Ricaldoni - que había sido liberado antes que yo - y con otros docentes, a una asamblea de estudiantes en la Facultad de Arquitectura : como ellos no habían vivido en una Universidad democrática, no les resultaba fácil entender los criterios de la participación democrática en su dirección.

En el verano 1984 - 85 también me emocionó una reunión con matemáticos y otros científicos uruguayos, bajo el escudo de la UNESCO que lo auspiciaba, venidos a Montevideo desde el exilio por pocos días para discutir el Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas (PEDECIBA). El objetivo era reconstruir la ciencia en el Uruguay y promover el retorno de los que estaban fuera. Personalmente, fue el reencuentro con colegas, discípulos y amigos y la reanudación del trabajo académico. Fue electo como su presidente el biólogo uruguayo de fama mundial Dr. Caldeyro-Barcia ; yo formé parte de la primera Comisión Directiva. El PEDECIBA es actualmente financiado por el Estado y por las Naciones Unidas (PNUD) y es una pieza muy importante del equipo de investigación científica del Uruguay.

Con el retorno democrático a la Universidad en 1985, fuimos electos el Ing. Luis Abete como Decano de la Facultad, el excelente compañero Ing. Agustín Cisa y yo como miembros del Consejo de nuestra casa de estudios. La rectificación de la conducta universitaria impuesta por la dictadura no fue nada sencilla y encontraba muchos obstáculos de otros miembros provenientes del período anterior ; el clima reinante no era todavía el más adecuado. Propuse entonces hacer entrevistas con cada uno de estos "profesores" para acordar con ellos, los libros relativamente interesantes que cada uno debía estudiar para estar en condiciones de dictar clases, y así se hizo. El resultado fue brillante : casi todos renunciaron y se los sustituyó por otros mejores. Simultáneamente, trabajamos con jóvenes estudiantes bien dotados que hoy son matemáticos e investigadores y recibieron su doctorado en Brasil : Markarian, los hermanos Paternain, Catsígeras, Enrich, Accinelli y otros, sin contar con los repatriados del exilio.

Después de tan duras pruebas, hoy la escuela matemática uruguaya es fuerte. En el Instituto de Matemática y Estadística Prof. Ing. Rafael Laguardia (IMERL) se estudian Sistemas Dinámicos y Caos. En otra sede importante, el Centro de Matemática de la Facultad de Ciencias, se estudian otras ramas.

Paralelamente, he integrado (primero con Ricaldoni y Rafael Guarga, actual Decano, y luego con María Simon y Arturo Lezama) la Comisión de Investigación Científica de la Facultad de Ingeniería.

Ya en 1973, había previsto que sería imposible reanudar mis investigaciones matemáticas luego de la dictadura habiendo pasado casi treinta años sin hacerlo. Me gustaba mucho la historia de la matemática y de la ciencia en general y tenía gran interés en hacerme una pequeña biblioteca sobre esos temas. Sólo mucho después pude emprender ese proyecto y los resultados no fueron numerosos, aunque de cierto interés. Un conocido filósofo francés me invitó a colaborar en un libro que él dirige, sobre la ciencia y la dialéctica, en el que escriben distinguidos científicos de diversas ramas. Acepté la propuesta; se espera que el libro aparezca este año. El contacto con Sève me ha enriquecido mucho en temas filosóficos.

Termino. Pido excusas por la extensión de esta charla y espero que ella les haya sido útil como experiencia de la formación de una escuela, en este caso la Escuela Matemática del Uruguay.

Montevideo, Febrero de 1998

CONFERENCIA DICTADA EN EL COLEGIO NACIONAL
CIUDAD DE MEXICO - 4 DE MARZO DE 1998

REFLEXIONES DE UN MATEMATICO SOBRE HISTORIA Y FILOSOFIA

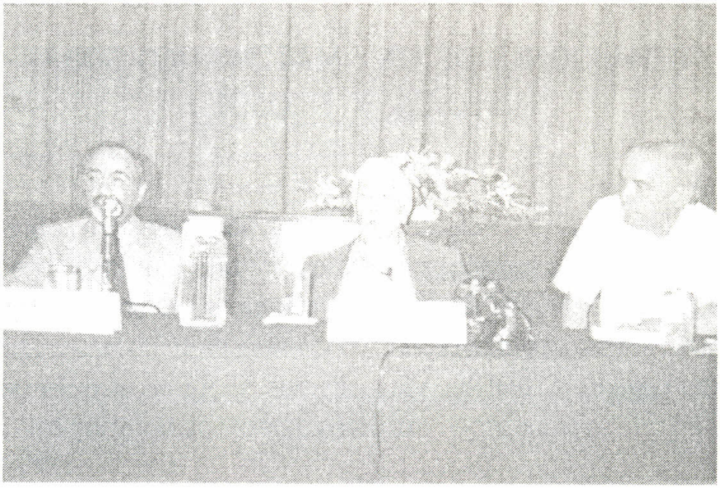
Introducción.

En abril de éste año será editado en París un libro colectivo sobre la ciencia y la dialéctica, que contiene las opiniones de varios científicos de diferentes ramas, entre los cuales una mía. Está dirigido por el filósofo francés Lucien Sève y se abre con un importante artículo suyo sobre el tema. Hace poco, el Instituto de Matemática y Estadística, "Prof. Ing. Rafael Laguardia" (IMERL) editó algunas "Prepublicaciones de Matemática" PreMat 97/ 01, en que se transcriben extractos de esa colaboración mía al libro.

Por otro lado, recientemente en el "Séminaire de Philosophie et Mathématiques" de l' "Ecole Normale Supérieure" de París que dirigen M. Loi y otros, se han empezado a publicar algunas de las ponencias presentadas en él que tienen vinculación con la dialéctica; me propongo también comentarlas brevemente al final de esta conferencia (las traducciones del francés han sido hechas por mí).

1. Movimiento y reposo, evolución, historia y cambios a lo largo del tiempo.

La actitud de rechazo, lamentablemente muy difundida, hacia el pensamiento dialéctico está muchas veces fundada en malentendidos. Para tratar de aclararlos, una cuestión esencial debe establecerse desde el principio: se trata de la relación entre cambio e invariancia, movimiento y reposo. La formulación de Heráclito "todo fluye" sugiere a muchos que la dialéctica sería un pensamiento vago y flojo, mediante el cual se podría afirmar o negar lo que se quiera de cualquier cosa o concepto. No es así en absoluto. No es posible concebir el movimiento sin apoyarse en la noción de reposo; Engels decía que es precisamente en términos de "su contrario, el reposo", que se expresa el movimiento. Consideremos un simple ejemplo clásico, el de la célebre frase de Heráclito: "No te podrás sumergir dos veces en el mismo río". Al decir "el mismo", está implícito que, desde algún punto de vista, el río no cambió; es posible reconocerlo. En la expresión "dos veces" hay implícito un cambio del río. Refiriéndonos a un objeto concreto, si se afirma que éste cambia, esto implica que le atribuimos verdaderamente una cierta fijación, de otro modo la dialéctica sería efectivamente un juego de palabras vacío de sentido. Podemos además recordar el dicho profundo de Galileo: "L'onda cammina ma l'acqua non muta dal sito."



Manuel Tovar, José L. Massera y Carlos Imaz. Museo Nacional de Antropología, 6 de abril de 1998.

Inversamente, al menos nosotros, los que pensamos la naturaleza dialécticamente, no podemos imaginar los objetos dotados de una fijeza absoluta: una montaña majestuosa es el resultado histórico de ciertos fenómenos geológicos pasados, no existe de toda la eternidad; podría ser modificada y hasta desaparecer como consecuencia de una catástrofe futura, o aún, a una escala menor, sufrir transformaciones debidas a los cambios de temperatura, a los fenómenos meteorológicos, o a la acción del hombre; éste último a su vez podría introducir cultivos, construir terrazas, perforar túneles, construir viaductos, explotar los minerales preciosos que guarda en su seno, etc.

2. Dos análisis recientes.

En 1994 fueron publicados un libro de Gilles-Gaston Granger y un ensayo de Juan Fló que tratan sobre problemas importantes de la relación entre la dialéctica y las ciencias .

2.1. G. G. Granger, citando a Hegel, observa que "se ha creado una tradición según la cual la palabra 'dialéctica' designaría tanto como el movimiento mismo de creación de los contenidos en virtud de una forma universal, así como la ciencia de esta creación, capaz de elucidar lo real y su historia", y expresa su convicción de que "las tentativas para 'formalizar' un pensamiento dialéctico" no pueden tener éxito. Estoy completamente de acuerdo con estos juicios, y las pretensiones citadas me parecen residuos inaceptables del idealismo absoluto de Hegel. Puedo también estar de acuerdo (al menos a grandes rasgos) con la opinión de que "el proyecto de que una dialéctica se mantiene posible, si se considera como una estrategia del conocimiento objetivo." Pero "ella nunca es más que reguladora de una intención de conocimiento, de una práctica más que de una teoría. Es posible reinterpretar en este sentido tanto el movimiento dialéctico hegeliano como las 'leyes dialécticas' marxistas." Podría hasta adelantar la idea de que una "formalización" de la dialéctica me parece un contrasentido: la transformaría en una doctrina rígida.

En el capítulo 6 de su libro, el autor discute la importante cuestión de la inferencia y afirma: "El movimiento dialéctico no provee inferencias propiamente dichas, es decir el pasaje necesario y unívoco de un enunciado a otro, o al menos a una alternativa definida de enunciados." Si se trata efectivamente del sentido "propiamente dicho" del concepto de inferencia explicitado en la frase anterior, la aserción es incontestablemente verdadera, y esta verdad deriva de la aplicación rigurosa, a lo largo de la inferencia, de las reglas de la lógica formal clásica. Este es, en general, el caso de todas las ciencias formales en el sentido de Carnap, y en particular de la lógica y de las matemáticas, y es precisamente ahí en donde reside el valor de este tipo de ciencias (ver 4 más adelante). Sin embargo, al mismo tiempo la "verdad" de estas inferencias no aporta novedades, es puramente tautológica, para retomar el término de Russell (ver 6.2). No hay duda de que con frecuencia las raíces de los enunciados precedentes de estas inferencias "propiamente dichas" están a menudo profundamente ocultas, el acceso a ellas está bajo cerrojo; su puesta en evidencia no es trivial y exige a veces los esfuerzos considerables de un gran número de pensadores en el transcurso de siglos.

Pero junto a estas inferencias puramente formales hay otras (no veo por qué no llamarlas inferencias; a menos que logremos ponernos de acuerdo en otro término apropiado) que aportan novedades sustanciales, y pienso que son justamente las más importantes. Son ellas precisamente las que exigen una verdadera creación mental, un "salto" cualitativo del conocimiento. Estas iluminaciones reclaman en general una tensión extrema del pensamiento y la participación de otros procesos mentales (negaciones audaces- para dar sólo un ejemplo clásico, la que condujo, luego de siglos de esfuerzos infructuosos, al descubrimiento por Bolyai y Lobachevski de las geometrías no-euclideanas, negación que dicho sea de paso, había sido concebida pero no abiertamente admitida por el gran Gauss-, o aun asociaciones de ideas imprevistas, intuiciones sorprendentes, etc.) que no pueden reducirse a reglas rígidas de aplicación casi mecánica. Pienso que sería apropiado llamarlas formas de pensamiento dialéctico o aun de estar inspiradas o dejarse guiar por esquemas tales como las llamadas tríadas hegelianas (a menudo adoptadas, luego de Hegel, por pensadores marxistas), el desarrollo en espiral (o mejor en hélice), etc.

Con mayor razón, no puedo estar de acuerdo con Granger, cuando pasa de las ciencias formales a las naturales. Escribe: "Sin duda siempre será posible, con cierto ingenio, reinterpretar a posteriori en términos de movimientos dialécticos el desarrollo de fenómenos que describen los modelos abstractos de la ciencia. Estos últimos son seguramente inventados y construidos conforme a una estrategia que no se reduce a la simple lógica, pero es la regulación lógica la que orienta el meta-discurso que lo organiza. Por otra parte, ellos permiten prever, generalmente en forma satisfactoria y algunas veces con exacta precisión dicho desarrollo, mientras que la interpretación de una filosofía dialéctica de la naturaleza siempre llegó cuando ya estuvo todo dicho...". He tratado de mostrar en 1 que el movimiento-reposo y otras manifestaciones dialécticas en la naturaleza no sólo no llegan tarde sino que más bien existen antes de la formulación de las teorías.

Pero lo más sorprendente me parece ser lo siguiente. En la misma página en que figura la cita precedente, el autor habla de las fórmulas establecidas por los geómetras italianos del siglo XVI para resolver las ecuaciones de tercer grado, que resultan inaplicables en el caso llamado "irreducible", ya que exigirían la extracción de la raíz cuadrada de un número negativo (mi comentario: cosa curiosa y que parece poner en evidencia una forma dialéctica. Estas raíces eran entonces llamadas imaginarias - nombre que perduró hasta nuestros días - y hasta imposibles). Peor aun, agrega: "las raíces [reales] de la ecuación existen en esos casos y pueden determinarse por tanteo o por construcción gráfica." (Es decir: en el caso "irreducible" en donde aparecen en las fórmulas números imaginarios, aunque las raíces son todas reales, pueden hallarse por tanteo, método sin duda profundamente lógico...). Y en la página siguiente admite: "Pero la solución de la contradicción, mediante un movimiento que podríamos correctamente llamar dialéctico, consistirá en reformular el sistema de las reglas operatorias de modo tal que resulte correlativo de un sistema ampliado de objetos (...): el formulario operatorio del álgebra autorizará entonces la extracción de raíces pares de números negativos, pero el campo de los números utilizados se ampliará al de los números 'complejos' (...)." Estoy completamente de acuerdo con esta frase. Agrega además (y mi acuerdo se acentúa): "La historia de la matemática muestra en todo caso numerosos ejemplos de esa dialéctica, en la que se comprueba que no podía reducirse a la aplicación de principios y leyes generales, que exige siempre invención y creación, aunque su modo de avanzar nunca escapa de las ataduras propiamente lógicas." No me canso de declarar que estoy totalmente de acuerdo con la frase entera.

En el capítulo 18 Granger expresa opiniones que me parecen igualmente positivas. "Por dialéctica, entenderemos solamente el movimiento de reestructuración de un sistema de conceptos que resuelve contradicciones y tensiones internas, cuando ese movimiento no es reducible a la deducción regulada de consecuencias a partir de proposiciones ya establecidas. La presencia de tales movimientos creadores en la historia de las ciencias es difícilmente rechazable (...)". "En todo caso, cuando el libre juego de las manipulaciones se encuentra con obstáculos [que son equivalentes a una negación] aparece la novación conceptual". "Que haya una dialéctica interna de la ciencia no significa entonces que la conciencia genere por sí misma [¿a la Hegel?] sus contenidos, sino que un sistema más o menos coherente de actos de pensamiento sea puesto en funcionamiento y que, al encontrar obstáculos, se transforme para sobrepasarlos. Uno de los proyectos de una filosofía de la ciencia debe ser sin duda el exponer este trabajo." Y finalmente: "Pero la historia nos muestra que el momento de la invención y del genio consiste justamente en la formulación efectiva de los problemas (...) [que] define positivamente la línea de su progreso." (Cf. también 6.2). Estoy completamente de acuerdo con todas estas citas.

2.2. El ensayo de J. Fló analiza precisamente los conceptos de novedad y creación. El autor emplea en su texto, en forma sistemática y correcta, términos precisos del lenguaje sistémico moderno: complejidad, entropía, etc. Se plantea desde el principio la cuestión de adoptar "un sentido bastante preciso del concepto de novedad"; y propone "medir la novedad por la relación que existe entre una relación productora previa, por una parte, y lo que se deriva de ella, por otra." Más concretamente, hay novedad "toda vez que aparece una estructura o un conjunto ordenado de alguna manera sin que la información necesaria para establecer ese conjunto de relaciones en las que consiste la estructura esté incluida en los antecedentes que la producen." Dicho de otro modo: "solamente hay novedad cuando la producción de una estructura no está controlada por agentes de igual estructura o de una estructura más compleja de la cual la primera es una parte o una consecuencia." La novedad es "una excedencia o una ganancia respecto a la situación antecedente."; o bien, todavía "hay novedad en un sentido fuerte toda vez que hay reducción de la entropía."

Si por otra parte tenemos en cuenta que no es posible que el origen de la novedad resida en los antecedentes, necesariamente concluimos que ella resulta "de una fuente aleatoria"; debe por tanto ser encarada en el marco de "la teoría neodarwiniana de la evolución", que requiere siempre necesariamente "un dispositivo de selección natural".

Debo decir que estoy esencialmente de acuerdo con estas tesis de Fló; hasta he dicho, sin emplear su lenguaje, refiriéndome a las "inferencias propiamente dichas" de Granger, que no podían aportar ninguna novedad. No obstante, considero necesario hacer en este punto algunos comentarios:

(i) La tendencia espontánea de los sucesos es el crecimiento de la entropía. Según la definición propuesta, la novedad aparece entonces a contra-corriente del curso de los sucesos, lo que puede sugerir que es más bien rara. En la pareja indisoluble evolución aleatoria-selección, y sin disminuir el papel del primer factor, pienso que hay que destacar ese papel selectivo, en principio natural, pero atribuible sobre todo al factor humano, y particularmente al cerebro humano y a las sociedades humanas, tal como Fló lo señala más adelante.

(ii) Hay un ejemplo clásico (y al mismo tiempo imaginario...) del papel de la selección en la física: es el famoso demonio de Maxwell. Consideremos un gas, es decir un conjunto muy grande de moléculas que se desplazan a velocidades muy diferentes, y que chocan entre ellas así como con las paredes del recipiente en choques que se suponen elásticos. Supongamos además que el recipiente está dividido en dos partes A y B, separadas por un tabique con un pequeño orificio provisto de una válvula que puede abrirse o cerrarse a voluntad. A su lado hay un pequeño demonio, muy ágil e inteligente, cuya función es la de abrir la válvula cuando llega una molécula rápida de la parte A hacia la B, para dejarla pasar, y de cerrarla en los demás casos. Al transcurrir el tiempo, las moléculas rápidas se encuentran en B y las lentas en A: es un proceso anti-entrópico, una novedad. La selección operada por el demonio, aunque ninguna mente humana intervenga, es inteligente.

(iii) La selección es a menudo debida a la práctica humana, principalmente social. Sin duda las mentes intervienen aquí, pero el papel de la acción es predominante en el resultado. Podemos recordar al respecto la XI Tesis sobre Feuerbach de Marx.

(iv) Podríamos comentar aquí experiencias de matemáticos, desde Arquímedes hasta Poincaré, que han escrito sobre el proceso de algunos de sus descubrimientos célebres, cosa que lamentablemente es poco frecuente... (ver 6.3). Solamente puedo decir que, en mi opinión, ellas confirman las tesis de Fló.

Para las cuestiones de que estamos hablando, el ensayo de Fló termina con reflexiones acerca de los aspectos sociales. "Estas dificultades deben corroer, según creo, nuestra confianza en el modelo computacional, que es inevitable como modelo del cerebro individual, sea un buen modelo para la producción intelectual de la sociedad humana en su historia. Por eso creo que es posible escapar a la condena que el modelo computacional parece decretar contra la creatividad - es decir, contra la producción de novedad intelectual por parte del hombre - mediante un modelo de creatividad extra-individual aplicable, en particular, al desarrollo de los instrumentos y los resultados cognitivos a lo largo de la historia. (...) Me refiero especialmente al desarrollo de la inteligencia (en tanto capacidad para la resolución de problemas y de representación interna) y la comunicación (en tanto sistemas de señales intraespecíficas que permiten la coordinación grupal) las cuales tienen una larga historia filogenética independiente." "(...) es la única manera de pasar de la lógica que opera en los circuitos (inaccesible a la conciencia, la expresión verbal, el uso voluntario y toda forma de tematización, crítica y desarrollo) a la lógica fijada en lenguajes sociales (...) Ese salto de ciertas estructuras (...) a niveles muy superiores como los del lenguaje y la representación interna, es bastante claro que la máquina individual no tiene medios de realizarlo. Solamente a través del espacio externo de las construcciones sociales la máquina individual obtiene una vía indirecta de acceder a su lógica interna." "(...) ese trabajo social aporta una novedad indudable. (...) un poder nuevo, más aun da lugar a la aparición de un nuevo sistema. (...) se trata de un camino en el cual el azar y la selección cumplieron su papel." Estoy completamente de acuerdo con estas reflexiones, y me parece que aportan puntos de vista verdaderamente nuevos para encarar estos problemas. Permítaseme anotar solamente que Fló no utiliza nunca la palabra "dialéctica" en su ensayo, aunque me parece un excelente ejemplo de empleo de dicha concepción...

3. Sobre los orígenes de la matemática.

No hay duda de que el origen de las nociones matemáticas más rudimentarias debe situarse en la más lejana prehistoria, ligadas con las actividades prácticas y vitales de los primeros homínidos, su relación con la naturaleza, la formación del lenguaje, los intercambios en el seno de la tribu así como los intertribales. Una lenta acumulación de "saberes" - especialmente en Babilonia y Egipto - se dio en civilizaciones cuyos documentos escritos, relativamente abundantes, evidencian conocimientos matemáticos muy importantes. Sin embargo, hasta el día de hoy, no se ha encontrado ningún indicio que permita sospechar que al menos porciones mínimas de esos saberes hayan sido obtenidas por una vía que sobrepasara los métodos estrictamente empiristas, ni siquiera si esos pueblos supieron cómo formular resultados científicos de carácter general. En síntesis, sus conocimientos no constituían una ciencia, aunque fuese rudimentaria; eran reglas prácticas, con aplicaciones sin duda importantes, pero nada más.

Algunos siglos antes de la era cristiana, un cambio radical se produjo en esta situación. En Grecia la matemática se convirtió en verdadera ciencia, rica y articulada. Es el primer caso en la historia en que un conjunto considerable de conocimientos empíricos, de "saberes" prácticos, sufrieron un cambio cualitativo, para transformarse en gran medida en un todo orgánico, que comenzaron a establecer sus propios métodos y a precisar los principios que les sirven de base. Todas las ciencias que hoy conocemos han seguido un camino análogo.

Hay que señalar además otra particularidad -muy rara en el conjunto de las ciencias- que caracteriza el nacimiento de la matemática: ni la investigación ni la exposición de los resultados obtenidos apelan, en principio, al empirismo. Esta afirmación es demasiado tajante, aunque esencialmente verdadera, y habrá que introducirle matices, cosa que haremos en lo que sigue.

Hay por otra parte una circunstancia extraña en este acontecimiento sorprendente: casi puede decirse que en este "alumbramiento" nacieron gemelos. El lector adivinará probablemente de qué se trata: también surge la lógica. Es cierto que durante milenios no se le ha reconocido la calidad de ciencia, de la que nuestro siglo no duda. En la Antigüedad no alcanzó el grado sorprendente de organización formal al que llegó la matemática clásica, pero sí en nuestro siglo.

¿Estos eventos tan excepcionales, cómo se produjeron? ¿Cómo podemos explicarlos?

4. Ciencias formales y ciencias fácticas.

Para abordar estas cuestiones, conviene adoptar la terminología propuesta por R. Carnap. Para él las ciencias formales son la lógica y la matemática, y las fácticas las demás, que tienen una base empírica: física, química, biología, sicología, sociología, historia, etc. Pero es necesario dar una definición de carácter general. Carnap propone tomar como base la distinción kantiana entre juicios analíticos y sintéticos. Los primeros son válidos incondicionalmente si están sintácticamente bien formados, y se deducen por reglas lógicas a partir de otros juicios similares, independientemente del valor de verdad de los mismos. Los juicios sintéticos son los que no son ni analíticos ni incompatibles (contradictorios en sí mismos, es decir incondicionalmente no válidos) y a ellos se puede, en general, aplicar uno u otro de los calificativos verdadero o falso. La distinción entre ciencia formal y fáctica "consiste entonces en que la primera no contiene más que enunciados analíticos, y la segunda únicamente enunciados sintéticos".

Las ciencias fácticas establecen juicios sintéticos sobre hechos naturales, observables o hipotéticos, de los cuales se desprenden, mediante reglas propias de las ciencias formales, otros juicios sintéticos. Las ciencias formales suministran entonces estos instrumentos auxiliares para establecer estas inferencias ("propiamente dichas", como diría Granger, cf. 2.1). Constituyen por lo tanto un "cálculo auxiliar" para facilitar el trabajo de las ciencias fácticas, introduciendo en el conjunto de las ciencias, formales y fácticas, una economía global importante. Más aun: las ciencias formales sugieren frecuentemente nuevos desarrollos en las ciencias fácticas.

El célebre aforismo de B. Russell, que parece una broma: "La matemática es una ciencia en la que nunca sabemos de qué estamos hablando, ni si lo que decimos es verdad", es entonces correcto no solamente para la matemática, sino para todas las ciencias formales. Es interesante recordar que Kant ya había comprendido la naturaleza formal de la matemática: "La matemática ha marchado por el camino seguro de una ciencia desde los tiempos más remotos que alcanza la historia de la razón humana, en el admirable pueblo griego. (...) ese cambio es de atribuir a una revolución que la feliz ocurrencia de un solo hombre llevó a cabo (...). (...) encontró que no tenía que inquirir lo que veía en la figura o aun en el mero concepto de ella y por decirlo así aprender de ella sus propiedades sino que tenía que producirla, por medio de lo que, según conceptos, él mismo había pensado y expuesto en ella a priori (por construcción), y que (...) no debía atribuir nada a la cosa, a no ser lo que se sigue necesariamente de aquello que él mismo (...) hubiese puesto en ella."

Para cualquier juicio formal, lo que importa es la coherencia entre un enunciado cualquiera y los postulados, la corrección rigurosa de los pasos lógicos mediante los cuales se deduce aquél de éstos. La noción de "verdad" (en su sentido fundamental, real, fáctico), pierde todo significado en una ciencia formal. ¿Por qué la geometría euclidiana sería más verdadera que las geometrías no-euclidianas?; de hecho, los físicos de nuestro siglo prefieren las segundas. Hay un aspecto importante en el proceso de creación de la teoría de la Relatividad General que es interesante considerar. Einstein comprendía bien la naturaleza axiomática, formal, de la geometría, pero, como buen físico que era, sentía la necesidad de una geometría más estrechamente ligada a la realidad, de una geometría fáctica, si puede decirse. Inventó entonces la expresión 'geometría práctica' o 'física', que ciertamente no es euclidiana, y en la que además los parámetros que definen la distancia y la curvatura del espacio en el entorno de un punto dependen de las masas materiales que en él se encuentran.

Creo que la razón fundamental por la cual los griegos concibieron la matemática sobre una base axiomática resulta ahora clara: comprendieron - sin decirlo explícitamente - cuán provechoso era para la economía global de la ciencia tener a disposición una ciencia formal que sirviera de "cálculo auxiliar". Pienso que si consideramos la célebre definición: "La matemática, Reina y sirvienta de todas las ciencias", debemos agradecer por el honor del título acordado a ella, sin olvidar que su papel principal es el de "sirvienta".

Termino este parágrafo agregando una cosa que Carnap no podía prever. Me parece que ha llegado el momento de introducir una tercera ciencia formal, que no existía en 1934: la informática.

6. Matemática y dialéctica.

Hemos visto en 3 y 4 casos en los que tras la aparente "rigidez metafísica" de la matemática se descubría una riqueza real en contradicciones y procesos dialécticos muy variados, que aparecieron a lo largo de su milenaria historia, particularmente en los últimos siglos. ¿Alguien podría razonablemente apostar que hoy ya somos capaces de sobrepasar fácilmente esas dificultades? Evidentemente no. Al hacer la pregunta no pienso en las cuestiones más simples, a saber, las del nacimiento y desarrollo de nuevas ramas y estructuras matemáticas, ni de la resolución de viejos o nuevos problemas que aún no han sido aclarados y que son constantemente planteados por la ciencia, la técnica y la práctica social. Pienso sobre todo en problemas particularmente difíciles tales como los de los fundamentos y el de la naturaleza de nuestra ciencia, así como en los de la lógica y de las ciencias formales en toda su amplitud, que son realmente importantes para la ciencia y a la vez muy atractivos para la filosofía.

Esto es así hasta para los más estrictos y exigentes lógicos y formalistas. Yo diría - y no por una atracción malsana por las paradojas, pero sí por una sólida convicción dialéctica - que el formalismo es la fuente más rica de contradicciones dialécticas y paradojas (Zenón parece ingenuo frente a los aprendices de brujo modernos), el más poderoso motor dialéctico de la matemática del siglo XX. "La intención de conferirle a la matemática un estatuto de autonomía haciéndola una ciencia puramente formal, ha dicho con justeza F. Gonseth, no estaba necesariamente ligada al proyecto de suministrar una demostración de la imposibilidad de la contradicción." Tanto para los formalistas como para los intuicionistas, más aun en tanto se encuentran apasionadamente atados a sus respectivas tendencias, una comprensión dialéctica de sus problemas sería extremadamente fecunda; incluiría ciertamente conflictos, pero nunca "crisis" paralizantes; constantes "negaciones de negaciones" llenas de vida, alejando el escepticismo y el empobrecimiento de la ciencia.

Sin compartir plenamente el tono "personalista" de sus palabras, pero estando de acuerdo con ellas en general, en tanto reflejan, a mi entender, la riqueza de los factores dialécticos que actúan en los objetos matemáticos y en los temperamentos de los matemáticos, comparto la siguiente opinión de Poincaré: "que la mente de un matemático se asemeja poco a la de un físico o un naturalista, todo el mundo estará de acuerdo; pero los matemáticos mismos no se asemejan entre sí; unos no reconocen más que la lógica implacable, otros recurren a la intuición y ven en ella la única fuente de descubrimiento. Y sería una razón de desconfianza. ¿A estas mentalidades tan diferentes, los teoremas matemáticos mismos podrán aparecerles bajo la misma luz? ¿Una verdad que no es la misma para todos, es la verdad? Pero observando las cosas más de cerca, vemos cómo obreros tan diferentes colaboran en una obra común que no podría terminarse sin su participación. Y esto ya nos tranquiliza."

6.1. Dinámica externa y dinámica interna. Todos aceptarán con acentos muy diferentes, por supuesto, según los temperamentos, que la investigación es motivada tanto por los hechos materiales, "externos", como por la dinámica ideal , "interna" a la matemática, o bien por las dos especies de hechos actuando en conjunto. Los primeros pueden presentarse en tanto que problemas y cuestiones provenientes de otras ciencias, de las técnicas, de la práctica social, y en particular de la vida económica. Para el matemático sensible a estas motivaciones, el pasaje del motivo a la investigación propiamente dicha puede ser completamente directo. Hasta es posible que sea el motor principal ;

en todo caso, es muy importante y se debe sacar de ello las consecuencias apropiadas : el más estrecho acercamiento posible - en particular en el plano de la enseñanza y de la actividad académica - entre las personas y las instituciones que operan en esas esferas, por un lado, y los matemáticos, por otro.

Pero del hecho de que la matemática sea una ciencia formal resulta la enorme importancia que tiene para ella su propia dinámica interna. Es simplemente inconcebible escribir la historia de la matemática sin tenerla en cuenta. Un racconto histórico, muy sucinto, que mostraría claramente que no es posible comprender nada sobre la racionalidad del desarrollo de la matemática durante más de dos mil años si no se da una gran atención al encadenamiento de los problemas, de los descubrimientos, de las influencias recíprocas, de las contradicciones, etc., que se han producido en ese desarrollo.

6.2. El papel de las definiciones. B.Russell, uno de los pioneros del logicismo matemático, escribe en una de sus obras, a mi modo de ver demasiado tajante, pero en esencia justo: "La matemática y la lógica, hablando en términos históricos, han sido estudios enteramente diferentes. (...) Pero ambos se han desarrollado en los tiempos actuales : la lógica se hizo más matemática y la matemática más lógica. Por consiguiente, ahora es totalmente imposible trazar una línea divisoria entre las dos ; de hecho, las dos son una sola. (...) En cuanto el trabajo matemático moderno está obviamente en la frontera de la lógica, otro tanto de la lógica moderna es simbólica y formal, de modo que la muy estrecha relación entre lógica y matemática se ha hecho obvia para todo estudioso instruido. (...) [y hay que admitir] la identidad de la lógica y la matemática." Más adelante agrega : "el principio de no contradicción es una entre varias proposiciones lógicas, no tiene especial preeminencia, y la prueba de que la negación de alguna 'proposición es en sí misma contradictoria probablemente debiera requerir otros principios de deducción aparte de aquél. Sin embargo, la característica de las proposiciones lógicas que estamos buscando, es aquella que fue sentida e intentado ser definida, por aquellos que decían que consistía en la deducibilidad a partir del principio de no contradicción. Esta característica es la que podemos por el momento llamar tautología".

Estas opiniones son también, casi con las mismas palabras, las de Wittgenstein, Carnap y otros lógicos y filósofos. Sin enfrentarlos directamente, no creo que muchos matemáticos se sientan felices con esta identificación entre lógica y matemática, ni con la reducción pura y simple de ésta a una inmensa tautología. ¿Hay alguna explicación razonable para la divergencia de estos puntos de vista? ¿Es posible reconciliarlos por poco que sea?

En primer lugar, la idea de tautología acarrea, me parece, una identidad tan mecánica que podrá revelarse por medio de una máquina - ¿no es esto ya posible, o al menos en un futuro previsible? - . Pero no puedo concebir que pueda hacerse matemática sin la intervención del cerebro de un matemático. Sobre este punto estoy completamnente de acuerdo con Poincaré: "Si Ud. asiste a una partida de ajedrez, no le alcanzará, para comprender la partida, con saber las reglas del movimiento de las piezas. Eso le permitirá solamente reconocer que cada jugada fue hecha conforme a esas reglas y esta ventaja tendrá verdaderamente poco valor. Es sin embargo esto lo que haría el lector de un libro de matemática, si no fuera más que un lógico. Comprender la partida es algo completamente diferente; es saber por qué el jugador mueve tal pieza en lugar de tal otra que hubiera podido mover sin violar las reglas del juego. Es percibir la razón íntima que hace de esa serie de movidas una suerte de todo organizado. Con mayor razón, esta facultad es necesaria al jugador mismo, es decir al inventor."

Es lo que dice también Dieudonné, matemático de raza a quien nadie puede acusar de creer que la matemática no es una ciencia formal. Agregaré que algunas dificultades que encontramos en la enseñanza de la matemática residen precisamente en ese punto: lograr que el alumno sea capaz de sentir "el alma" de una demostración, su idea conductora, su esencia. Es deseable no sólo que sea capaz de seguir paso a paso una demostración, sino que pueda aprender a demostrar el teorema en cuestión... Es el paso previo para que pueda ulteriormente adquirir la capacidad de demostrar por sí mismo un nuevo teorema.

En segundo lugar, pienso que hay que destacar el papel que juegan las definiciones introducidas por el matemático. Ellas determinan una ruptura cualitativa de la cadena más o menos monótona de teoremas sucesivos. Son actos de creación ideal de nuevos objetos mentales, y este caso de creación de novedades no escapa a las ideas de J. Fló, Tampoco dudo en emplear la palabra "objeto": la experiencia individual, colectiva e histórica de los matemáticos prueba que el conocimiento de estos nuevos objetos es a veces tan difícil como el de objetos materiales, y en ocasiones más aun. Se comportan frente a la conciencia que intenta abordarlos como verdaderas fortalezas muy sólidas, inexpugnables; son a veces necesarios los esfuerzos perseverantes, durante siglos, de numerosos matemáticos llenos de talento, para conquistarlas, y a menudo no somos capaces de hacerlo. ¿En estas condiciones, es legítimo hablar de tautología? Es por esto que asigno a las definiciones un papel de primerísima importancia en la matemática. Entre otros signos por los cuales puede medirse la fecundidad de un matemático, se encuentran la cantidad y el alcance de las nuevas definiciones que ha propuesto a lo largo de su carrera.

6.3. Modo de exposición y modo de investigación. Utilizo las mismas palabras que emplea Marx en su obra científica fundamental: "El modo de exponer tiene que distinguirse formalmente del modo de investigar." Al mismo tiempo, los dos modos están estrechamente ligados entre sí. Estamos aquí en pleno dominio de la dialéctica.

Comencemos por el modo de investigación, es decir la matemática in the making. Ya hablamos algo en relación a las definiciones. La investigación de un nuevo objeto matemático ideal - ya sea el resultado de una definición del propio matemático o de otro tipo de origen, inclusive fáctico - exige un plan - que casi nunca es formulado de manera explícita y formal - en el que se combinan múltiples análisis deductivos, lógicos, formales, el examen de ejemplos concretos, tal vez más simples y transparentes, que puedan ayudar a imaginarse de qué se trata, el estudio de "contra-ejemplos" capaces de mostrar la falsedad de ciertas ideas preconcebidas sobre el objeto en cuestión, las modificaciones que pueden pensarse hacer a esas exploraciones previas para adaptarlas mejor a las propiedades todavía desconocidas del objeto, las mil variantes de vueltas y revueltas del mismo, etc. En síntesis, se trata de tanteos difícilmente asimilables a inferencias propiamente lógicas. Pero constituyen el terreno fértil - tal vez asimilable a la etapa aleatoria de la cual habla Fló - donde pueden nacer las novedades.

A mi juicio, es una pena que los matemáticos rara vez describan esos trials and errors (ensayos y errores) que implica siempre el trabajo creador. Es posible que esta timidez esté provocada por un falso orgullo, que trate de no mostrar debilidades que se consideran vergonzosas; se prefiere exhibir, por un modo de exposición irreprochable, un resultado perfectamente prolijo. Esto priva a los matemáticos - particularmente a los jóvenes - del conocimiento, sin duda muy instructivo, del modo de creación de los grandes sabios, lo cual me parece lamentable. Ciertamente, hay excepciones: el texto sobre El método de Arquímedes, en el que el sabio griego relata (en una carta a Eratóstenes) cómo utilizando ideas mecánicas fundadas en las leyes de la palanca que acababa de descubrir, pudo calcular áreas, volúmenes y centros de gravedad - una proeza que hubiera requerido los métodos del cálculo infinitesimal del siglo XVII -; la narración de Poincaré sobre su descubrimiento de las funciones theta-fuchsianas; y algunos otros. B. L. van der Waerden escribió artículos interesantes sobre los procesos de la creación matemática.

El relato de Poincaré que recién mencioné es particularmente instructivo en relación con las ideas de Fló. El cuadro que describe, de un período previo de reflexión intensa en el cual manipuló un número considerable de ideas emparentadas con el problema que le preocupaba, sin inferencia lógica "causal", me parece adecuado, por decirlo así, al surgimiento aparentemente aleatorio de la solución; me disculpo, no siendo yo sicólogo, por osar esta interpretación, y desearía que sicólogos profesionales consideraran este tipo de cuestiones.

Una vez hecho el descubrimiento, es obligatorio presentar los resultados de forma absolutamente explícita y rigurosa. En esta etapa, ninguna transgresión a las reglas de la lógica formal está permitida, ningún llamado a la intuición es aceptado, ninguna imprecisión es tolerada. Es aquí donde el modo de exposición interviene y el carácter de ciencia formal de la matemática aparece en su plenitud. No es en absoluto una etapa secundaria: muchas veces el rigor obligado de la presentación pone en evidencia fallas y errores que de otro modo pasarían inadvertidos. Entonces se abre una nueva etapa en donde el modo de investigación y el modo de exposición actúan y reactúan el uno sobre el otro dialécticamente, de manera que, desde cierto punto de vista, intercambian sus papeles respectivos.

7. Ontología y fenomenología en la matemática.

Tal como he adelantado en la Introducción me ocuparé aquí muy sintéticamente de las opiniones vertidas en el Séminaire de Philosophie et Mathématiques de l'Ecole Normale Supérieure y publicadas en los fascículos 13 y 12, respectivamente, del 25 de noviembre y el 18 diciembre de 1996.

7.1. En el primero de ellos, perteneciente a F. Patras, inicia su exposición sobre "Fenomenología y matemática" diciendo: "En la práctica matemática, es evidente el defasaje entre la verdad tal como surge del método axiomático y nuestro conocimiento de los objetos matemáticos, constituida en primer lugar por intuiciones vivas y que desborda los cuadros demasiado rígidos del formalismo." (p. 1) Y agrega: "¿(...) cómo la matemática puede al mismo tiempo y sin contradicciones ser una ciencia axiomática (...) y simultáneamente, en el trabajo del matemático, una ciencia de intuiciones?" (p. 4)

Apoyándose en Husserl, dice: "(...) una epistemología consecuente no puede contentarse con informar acerca de las teorías o de los objetos matemáticos, debe tomar en consideración también la relación de nuestra conciencia con sus objetos. (...) A la lógica formal y axiomática se le yuxtapondrá pues una lógica genética de nuestra relación con los objetos matemáticos (...)." (p. 8) "Para dar sentido a la matemática contemporánea haría falta (...) desmontar piedra por piedra el edificio de la matemática e identificar cada uno de los momentos del proceso de abstracción hasta retornar a un sistema de proto - idealidades fundado (...) en nuestra intuición espacio - temporal. (...) Pero ese retorno no tiene sentido." (p. 10)

"La cuestión que sigue planteada hoy (...) es elaborar una teoría del descubrimiento que dé cuenta del movimiento real de constitución del pensamiento matemático, pensamiento vivo, discurso acerca de contenidos y no forma pura más o menos tautológica. (...) ella debe poder decirnos cómo nuestro conocimiento puede acrecentarse, cómo nuevas ideas y conceptos pueden aparecer." (p. 11) "(...) cuando un matemático piensa 'grupo', reflexionará en las diferentes especializaciones posibles del concepto, en los resultados generales que conoce, en los problemas no resueltos de la teoría de grupos, en las diferentes variantes posibles de la noción de grupo. El pensamiento de un objeto es más que su representación clara y definida - de ella hay todo un sistema de referencias que Husserl llama de forma atrayente 'horizonte de intencionalidad'-.(...) La intuición de que se trata no se centra directamente en los objetos matemáticos sino que traduce la riqueza de la arquitectura de las vivencias de conciencia, la extensión de la estructura del horizonte asociado a nuestra percepción de tal o cual objeto matemático." (p. 12-13)

"Para terminar, hacer matemáticas significa trabajar sobre ciertos objetos ensayando de extraer de ellos significaciones nuevas. El lugar en que este trabajo se realiza no es el objeto matemático mismo sino nuestra conciencia del objeto." (p. 13)

7.2. En el segundo trabajo, perteneciente a J. Merker y titulado: "La ontología explícita de los teoremas de existencia en la matemática", el autor sostiene que: "El elemento clave en una prueba de existencia reside en el nacimiento de la síntesis" (p. 14) y se apoya para ello en un ejemplo estudiado por el filósofo francés A. Lautman. Dice: "Hay una intuición extra-matemática en el apremio de un problema (...) y se trata de encontrar en el seno de una teoría matemática el problema lógico que se encuentra a la vez definido y resuelto por la existencia de esta teoría" y que en cierto modo reclama del matemático su resolución satisfactoria. (p. 15) Lautman toma como ejemplo concreto el de las funciones algebraicas "engendradas" por la estructura topológica de "su" superficie de Riemann; éste se da una superficie arbitraria y se plantea la cuestión de saber si existe realmente una función algebraica de la cual aquélla es la que corresponde. El teorema dice que ese número clave es el género topológico de la superficie: es como el "nombre topológico" de la función. Dicho de otro modo, el género es la condición necesaria y suficiente para identificar la superficie que le corresponde, o sea, que la caracteriza.

"Las ideas problemáticas se encarnan y pasan bajo la forma de teorías realizadas (...)" (p. 15). "De cierto modo, hay una encarnación de las ideas en las teorías." (p.16). "(...) la esencia de una materia hace nacer las formas que su estructura dibuja." (p. 17) Lautman toma en particular el ejemplo de las funciones algebraicas "generadas" por la estructura topológica de su superficie de Riemann. Este se da una superficie arbitraria y se plantea la cuestión de saber si existe una función algebraica de la cual ella sea su superficie (de Riemann). El teorema consiste en hacer nacer de la estructura topológica un número determinado de integrales abelianas (...) y enuncia que : el número de ellas que son linealmente independientes es igual al género topológico de la superficie (p. 19). Ese número se convierte así en algo semejante al nombre topológico de la familia de integrales que son "propias" de la superficie, y responde, por así decirlo, a la "ansiedad" que experimentaba de encontrar condiciones necesarias y suficientes o de caracterización para el problema. "La existencia de un ser resulta de la selección de un elemento distinguido por sus propiedades excepcionales" (p. 21), dice Merker resumiendo, en un lenguaje que recuerda al de Fló en 2.2. "(...) ¿hay que esperar que un estrechamiento de las condiciones equivalentes para dominar completamente el vínculo, es decir esperar saber a que estructura topológica dada corresponda exactamente un espacio de integrales abelianas de primera especie,y que esta relación esté completamente dominada y se sepa que no hay ningún intervalo que separe la existencia de las integrales abelianas y la estructura topológica, y por lo tanto una correspondencia enteramente satisfactoria entre dos visiones matemáticas? (...) ¿En qué medida la imitación funcional de una propiedad topológica constituye una prueba de existencia en el sentido adecuado? (...) En lo que sigue, me propondré como finalidad comparar los esquemas de génesis de Lautmann con los esquemas explícitos de derivación de existencia, tal como se esbozan en la matemática contemporánea. Y lo que diré, es que hay un pasaje a lo explícito (...) que es radical, restrictivo, necesario, por ejemplo para teoremas como los que surgen del problema de Dirichlet."

"Es este género de problemática de las síntesis que está presente cuando se habla de resultados virtuales, de resultados conjeturales, cuando se "siente" que se tiene un resultado, pero que todavía no está seguro, que se siente que las cosas son verdaderas, pero que no se las tiene todavía, que no se llega a formularlas con precisión. El aspecto de la síntesis está presente en la conjeturalidad en matemática (...). Y pienso que el problema de la existencia debe ser planteado en relación con la conjeturalidad." (p.25)

En conclusión el autor resume: "Lo que he querido poner en claro, es que la búsqueda matemática está implícita en cuestiones de existencia amorfas, que se sitúan en un nivel completamente indeciso, y que los matemáticos se enfrentan a la necesidad de tomar alguna iniciativa ante esas interrogaciones. Y esta necesidad está co-implicada en la idea de una respuesta completamente satisfactoria, es decir de condición necesaria y suficiente, y también de la idea de caracterización (...) o por el contrario de escrutar mucho más conscientemente la irreducibilidad recíproca de un problema al otro, su ajenidad. Esta exigencia hunde a menudo sus raíces en el debilitamiento de las condiciones originales." (p. 39).

Dentro de una impresición quizás inevitable, esa descripción me parece bastante elocuente y típica de la tensión dramática, propia de una cosa viva, que a menudo es el pensamiento de un matemático en los momentos previos a alcanzar un descubrimiento.

Montevideo, 25 de Febrero de 1998.