

DEPARTAMENTO DE SOCIOLOGÍA
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

El análisis jerárquico multinivel en educación y
ciencias sociales.
(Ventajas y limitaciones)

Tabaré Fernández

Documento de Trabajo N° 36
1998



**- El análisis jerárquico multinivel en educación y ciencias sociales¹-
(ventajas y limitaciones metodológicas)**

Soc. Tabaré Fernández A. (Mag.)

Departamento de Sociología - Universidad de la República

Introducción.-

El análisis multinivel o HLM ("*Hierarchical Linear Model*") es el nombre de una técnica y de un software informático inventados a mediados de los años ochenta paralelamente por académicos norteamericanos e ingleses, que permite realizar análisis estadísticos simultáneos de datos construidos sobre dos o más unidades de análisis.

La idea sobre la que se levanta toda la técnica es muy sencilla. Consiste en formular ecuaciones de regresión específicas pero interrelacionadas para cada una de las dos (o más) unidades de análisis distinguibles en una investigación. Por extensión, esta técnica también puede utilizarse para el análisis de datos relevados en el marco de un diseño longitudinal donde se tienen diversas medidas tomadas a lo largo del tiempo sobre una misma unidad de análisis.

Tal como puede apreciarse, la técnica en cierta medida pone fin al dilema de la elección de la unidad de análisis. Si conceptual y metodológicamente se suponen diferentes unidades, usando el HLM no es necesario desconocer o renunciar a una de ellas en el momento del análisis. En este sentido, el HLM permite responder con mayor pertinencia el requisito metodológico de la *isomorfia* entre teoría y técnica que varios investigadores consideran central a la hora de evaluar la calidad de un análisis estadístico (Bayce 1983; Cortés & Rubalcaba 1987; 1993).

En este trabajo, presentaré tres tipos de problemas metodológicos que se generaban permanentemente en diferentes análisis tanto en educación, en psicología evolutiva y en otros campos de las ciencias sociales. En el apartado (A) a modo de introducción del artículo, presentaré las grandes líneas existentes en las discusiones de la sociología de la educación a principios de los ochenta que anteceden y contextualizan el surgimiento de esta técnica. Luego, (B) presentaré en términos más generales, cuáles son los problemas metodológicos que se descubren en diversas estrategias ensayadas cuando se ignora la estructura jerárquica o multinivel de los datos levantados. El apartado (C) se dedicará a presentar la lógica del HLM, cada uno de los submodelos estimados y los diferentes coeficientes o indicadores calculados para evaluar las bondades de los submodelos. Finalmente, a través de un breve ejemplo, introduzco en (D) las salidas y estimaciones específicas que realiza uno de los softwares existentes para esta técnica (el HLM 4.03 para Windows).

- A -

La escuela en cuestión.

Es interesante rescatar que los HLM surgen básicamente como una alternativa metodológica a los problemas de estimación de los efectos de la escuela sobre el aprendizaje de sus alumnos. El informe que se conoce con el nombre de "Primer Reporte Coleman" (Coleman et. Al. 1966) había sentado un precedente extremadamente fuerte en la dirección de que no se podía estimar que ninguna característica

¹ Deseo agradecer al Proyecto MECAEP-ANEP/BIRF el haberme otorgado una beca para realizar el curso *Multilevel Analysis of Survey Data* dictado por la Prof. Valerie E. Lee (PhD). School of Education, The Universidad de Michigan. El principal propósito del acercamiento a esta técnica de análisis será completar la investigación sobre los efectos de las escuelas sobre los logros en lengua y matemática de los alumnos de sexto año de las Escuelas Primarias de Uruguay evaluados en 1996 por la Unidad de Medición de Resultados Educativos (UMRE) del Proyecto MECAEP.

de la escuela que impactara sobre los logros de los alumnos que no fueran claro está las variables sociofamiliares. En Francia, Pierre Bourdieu y otros publican en 1970 *La reproduction*, mostrando los efectos de selección social sobre la trayectoria escolar en los estudios superiores de Francia. Basil Bernstein publica en 1971 una recopilación de todas sus investigaciones, que desde 1959, mostraban que los procesos de desarrollo del lenguaje en la familia obrera entraban en conflicto con el código lingüístico transmitido en la escuela. Hasta principios de los años ochenta, los grandes estudios empíricos realizados sobre diseños seccionales ("cross-section") no lograban demostrar en forma concluyente que las escuelas tuvieran algo que ver en lo que aprendían sus alumnos. Ni los estudios que utilizaban la unidad de análisis "alumno" ni los estudios que utilizaban como unidad de análisis la "escuela", conseguía demostrar incidencia de factores teóricamente definidos como centrales: el estilo de gestión, experiencia del profesorado, clima organizacional, etc.

Ahora bien, no es hasta 1979 que se puede mostrar empíricamente con una bien diseñada investigación de estudio de casos múltiples, que la escuela puede afectar los resultados, dependiendo como esté organizada. Michael Rutter et. Al. (1979) publican en *Fifteen Thousand Hours. (Secondary schools and their effects on children)* una primera idea de qué variables pueden incidir. Pero recién en 1982 una nueva gran investigación empírica de tipo "cross section" puede demostrar qué variables pueden incidir en el nivel de logro. Es nuevamente James S. Coleman y colaboradores que en *High School Achievement: Public, Catholic and Private Schools Compared*, que muestran que al menos el sector institucional de la escuela preparatoria (privada católica, privada independiente y públicas) genera diferencias en los resultados de los alumnos. Luego de estos dos estudios pioneros y con los nuevos datos disponibles en Estados Unidos, la década de los ochenta vio surgir nuevos análisis que intentaban demostrar por ejemplo, por qué la escuela privada obtenía mejores resultados. Sin embargo, recién hacia fines de la década y principios de esta, las respuestas empiezan a hacerse verosímiles y estabilizar progresivamente una nueva "teoría de los efectos de la escuela".

Las razones de que la investigación sociológica debiera trabajar tanto tiene relación con dos aspectos metodológicos importantes. El primero era que para probar efectos de la escuela sobre aprendizajes eran necesarios *diseños longitudinales* y no solo seccionales. La primera muestra de seguimiento bajo la técnica de panel al estudio *High School and Beyond (HS&B)* posibilitó realizar este salto metodológico. El segundo desafío tenía que ver más directamente con el análisis y tiene que ver directamente con la aparición de los modelos jerárquicos lineales. Estos vinieron a resolver una cuestión que había emergido claramente luego de dos décadas de debate: para trabajar sobre "la escuela en cuestión" había que trabajar primero sobre la cuestión del método.

- B -

Un fenómeno común: el carácter multinivel de los objetos de estudio.

No sólo en sociología de la educación sino también en otros varios campos sociales objeto de análisis empírico como en economía, desarrollo local, managment, empidemiología, psicología social, psicología evolutiva, los investigadores tienen buenas razones para hipotetizar que algunos fenómenos observados a nivel individual pueden ser explicados por propiedades específicas de ese nivel de análisis (por ejemplo, individuos) y también por propiedades de los agrupamientos a que pertenecen esas unidades. Por ejemplo, la probabilidad de contraer una enfermedad puede estar condicionada por ciertas variables específicas del individuo (sexo, edad, factores de riesgo individuales) y también por ciertas características de la región o localidad en la que habita. Por tanto, las probabilidades de contraer esa determinada enfermedad pueden variar tanto por las diferencias entre los individuos y también por la forma en que las características contextuales de cada localidad afectan al individuo de esa localidad.

En segundo lugar, los investigadores pueden pensar que esas propiedades de los colectivos que inciden sobre los resultados, varían no sólo entre individuos sino también entre grupos. Conceptualmente, esto supondría que los resultados del individuo varían no sólo por el hecho de que los individuo tengan

diferentes propiedades contextuales sino por el hecho mismo de pertenecer a un grupo que tiene determinadas propiedades específicas de los colectivos. En educación, se ha sostenido que una escuela con un director que desarrolla intensa y deliberadamente prácticas de liderazgo pedagógico posibilita crear un ambiente escolar centrado en el aprendizaje que resulta estimulante por sí a todos los alumnos.

En tercer lugar, los investigadores pueden pensar que la relación de las propiedades y los resultados individuales también varían entre los agrupamientos según la interacción de estas propiedades. Es decir que determinadas propiedades colectivas en algunos grupos tienen mayor o menor impacto, o un impacto positivo o negativo. La gerencia de una empresa puede establecer una política determinada para aumentar la motivación y la satisfacción de su personal para de esta forma incrementar la productividad individual. Sin embargo otra empresa puede haber empleado la misma política y obtener resultados sobre la motivación diferentes y también resultados en productividad diferentes. Estos resultados paradójicos pueden deberse a que según sea el nivel educativo de las personas que trabajan la interacción de las políticas puede generar resultados diferentes.

La búsqueda de los efectos contextuales, específicos y de las interacciones entre variables de distintos niveles de análisis están a la base de muchas investigaciones. Antes de que el lector vea como pueden funcionar algunas estrategias analíticas alternativas para solucionar estos problemas metodológicos es conveniente cerrar el planteamiento al nivel de la teoría. Por que cada uno de estos tres problemas metodológicos suponen más generalmente un fenómeno central del pensamiento sociológico y no meramente un tema de análisis. Se trata de la existencia de articulaciones o acoplamientos entre sistemas de diferentes niveles, tales como, una etapa de desarrollo psicológico y el proceso de evolución global del individuo, las relaciones entre el individuo y el grupo, el grupo y la localidad, la sociedad nacional y la región. Las relaciones entre el nivel micro y el macro, y más particularmente, las influencias de un nivel sobre otro están presentes en casi todos los desarrollos teóricos más relevantes de la teoría de la acción, de la teoría de sistemas, del interaccionismo simbólico, de la semiótica. Prácticamente sería imposible entender las restricciones explicativas que unas teorías le achacan a otras, sin entender este tema.

Tres soluciones parciales.

Ahora si bien hay un acuerdo bastante pacífico sobre el carácter categorialmente jerárquico de las observaciones empíricas producidas, este reconocimiento luego se diluye o directamente se esfuma en el proceso de seleccionar las técnicas cuantitativas multivariadas de análisis. Se adopta una técnica de análisis y quedamos (me incluyo) presos de los supuestos y requerimientos estadísticos de esa técnica. De esta forma la isomorfia entre premisas teóricas y el modelo se rompe cuando se focaliza en uno de los problemas metodológicos dejando en la oscuridad a los otros dos.

La solución más común es lo que se conoce como "*planchar los datos*". Las relaciones entre propiedades colectivas y resultados individuales pueden ser modeladas asignando las primeras como propiedades contextuales a los individuos y corriendo el análisis de regresión múltiple utilizando como variable dependiente el resultado individual. Esta solución fue predominante en la sociología de la educación entre los análisis insumo-producto sobre logro educativo de los años sesenta (por ejemplo, Coleman et al. 1966) y los análisis institucionales de fines de los ochenta (por ejemplo, Chubb & Moe 1990). Siguiendo esta estrategia el investigador se encuentra con tres "agujeros negros". Primero, se hace imposible conocer efectivamente si la pertenencia a un agrupamiento tiene algún efecto adicional y basar consecuente el análisis posterior en estos resultados. Segundo, no es posible establecer de forma clara y directa en el modelo si las relaciones entre las propiedades individuales y los resultados fluctúan o no entre los grupos, y en el caso positivo, menos aun podrá ser posible capturar cómo estas variaciones intergrupales inciden sobre las relaciones individuales². Tercero, asume contra toda evidencia razonable disponible que existe homocedasticidad entre los regresores colectivos planchados y la variable

² La introducción de efectos interactivos entre propiedades individuales y colectivas en la estrategia de planchado de datos no resuelve esto

dependiente. Con lo cual no sólo no puede utilizar los test de significación de los coeficientes β de regresión, sino que más grave aún, puede desestimar un modelo especificado teóricamente en forma correcta y declarar por errores metodológicos vistos que no es relevante.

Una segunda forma general de resolver el problema ha sido agregar las propiedades individuales al nivel superior, convirtiéndolas en propiedades analíticas del colectivo. Una vez hecho esto se corre el análisis de regresión múltiple que de esta forma captura la existencia e incidencia de los grupos. Sin embargo, esta solución resuelve el segundo problema dejando en la oscuridad el análisis las variaciones individuales. Más claramente dicho, supone que toda la **variabilidad** en el fenómeno de interés se debe exclusivamente, y es reducible a, la existencia de agrupamientos. Este **sesgo de la agregación** por lo tanto, es localizable en el plano estadístico (a través de la sub-estimación de los desvíos estándar de los coeficientes beta β) y *también* en el plano teórico cuando se desconoce prácticamente la existencia de aquello que teóricamente se ha asumido: diferentes niveles de construcción social que interactúan en la producción de fenómenos.

Existen aún dos otras formas de resolver estos problemas que por su parcialidad o por la extensión del trabajo implicado resultan poco utilizadas. Estas son el análisis de varianza y la regresión por grupos. El análisis de varianza permite despejar la pregunta sobre la existencia de variaciones significativas en los resultados individuales que dependan de los grupos. Las más recientes versiones de los paquetes estadísticos incluso permiten calcular la magnitud de la variación total que es debida a la variación entre grupos. Sin embargo, el camino del análisis de varianza no permite despejar cuál es el impacto específico de cada una de las variables controlando todas las restantes. El otro camino de solución es más trabajoso. Consiste en calcular una regresión lineal *para cada agrupamiento* y luego comparar los resultados. Para optar por este camino será necesario contar con muchos individuos en cada grupo (al menos diez) y en el caso de existir muchos grupos, se tornará engorroso o impracticable.

- C -

1. La lógica general del HLM

Vistas las respuestas parciales y algunas restricciones, es posible ya plantear qué aspectos del problema resuelve la utilización del HLM³. Es frecuente mostrar con "preguntas - tipo" cómo se modela la existencia de distintos niveles de análisis que interactúan para la producción de un resultado individual.

¿Los resultados individuales (Y_{ij}) varían significativamente entre grupos? Y en el caso de que sí varíen, ¿qué magnitud tiene esa variación en la variación total?

¿Qué propiedades (X) del individuo explican significativamente los diferentes resultados?

¿Qué factores grupales (W) explican los diferentes niveles promedio de resultados observados entre los grupos?

³ En vista de experiencias personales anteriores, he decidido invertir el orden de presentación del HLM usualmente seguido por los autores.

Cuadro 1.

Esquema de la lógica de desarrollo del HLM

<p>Sub - modelo I <i>Análisis de Varianza con término libre</i></p> $Y_{ij} = \beta_{0j} + \tau_{ij}$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + \tau_{ij}$
--

<p>Sub - modelo III <i>Estimación de los efectos individuales</i></p> $Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{qj} X_{qij} + e_{ij}$ $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{qj} = \gamma_{sq} + u_{qj}$

<p>Sub - modelo IV <i>Estimación de los efectos del grupo sobre los individuos</i></p> $\beta_{0j} = \gamma_{00} + W_{sk} + u_{0j}$ $\beta_{qj} = \gamma + W_{sk} + u_{qj}$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_{ij} + \gamma_{10} X_{1ij} + \gamma_{11} X_{1ij} W_{ij} + u_{0j} + u_{1j} X_{1ij} + e_{ij}$
--

¿En todos los grupos se observan el mismo patrón de relación entre las propiedades individuales y los resultados individuales? Y en caso de que aquellos sean variables, ¿qué propiedades colectivas explican esta variabilidad?

Para responder a estas preguntas estandarizadas, se procede al despliegue de al menos tres pasos que en la terminología del HLM han sido denominados submodelos (Cuadro 1). En este apartado presentaré de forma abstracta y general los pasos del HLM en tanto en el siguiente apartado desarrollaré nuevamente estos puntos mediante un ejemplo concreto de estimación.

Tres tipos de parámetros son estimados a través del HLM: los coeficientes gamma γ_{sq} denominados **efectos fijos** ("fixed effects"); los parámetros tau τ_{ij} o **efectos libres** del nivel 1 ("random effects") y la estimación de las varianzas y covarianzas, que suele ser informada por el analista como matriz de correlaciones entre los coeficientes β_{qj} . El significado de cada uno de estos elementos es distinto según el sub-modelo especificado y estimado. Así algunos parámetros no serán de interés en el primer paso pero luego serán centrales. Otros por el contrario, servirán de control al analista y le señalarán el límite de posibilidades para incluir nuevos predictores o le convencerán de cambiar decisiones relativas al centrado de variables, o a la estimación de algunos parámetros como variables a través de las unidades del segundo nivel de análisis. Estas consecuencias serán introducidas tanto a lo largo de este apartado como de los siguientes.

* La técnica puede desarrollar un total de 6 submodelos según las preguntas de investigación. Hago referencia aquí a los tres más usados y más simples.

2. El submodelo I.

Un primer paso consiste en identificar si existen diferencias significativas entre los grupos y en el caso positivo, cuál es la proporción en la variabilidad total de la variable dependiente que es debida a la variabilidad entre grupos. Un modelo simple es diseñado inicialmente en el que en primera instancia la media β_{0j} del grupo j se propone como mejor estimador de Y_{ij} [ecuación 1 a]. En segunda instancia, se propone como mejor estimador de la media grupal a la gran media o media de medias grupales, γ_{00} [ecuación 1 b]. Este modelo simple inicial tiene por tanto dos ecuaciones de regresión analíticamente distinguibles pero que se pueden expresar en la *forma combinada* del modelo [Ecuación 1 c]. Vista esta última forma, la similitud con un modelo de regresión simple desaparece totalmente, ya que el término libre o de error aparece dividido en dos partes, una de ellas u_{0j} que se supone hipotéticamente variable.

$$[1 a] \quad Y_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij}$$

$$[1 b] \quad \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$[1 c] \quad Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij}$$

Donde se supone respecto del término libre r_{ij} que:

$$E(r_{ij}) = 0 \text{ y } \text{Var}(r_{ij}) = \sigma^2 \text{ tal que: } r_{ij} \sim N(0, \sigma^2)^5$$

y se supone respecto sobre el término fijo que:

$$E(\beta_{0j}) = \gamma_{00} \quad \text{y} \quad \text{Var}(\beta_{0j}) = \tau_{00}$$

Se testean las hipótesis nula y alternativa que establecen:

$$H_0 : \tau_{00} = 0 \text{ y } H_1 : \tau_{00} > 0$$

Este submodelo I se denomina en el lenguaje del HLM con el término de "análisis de varianza con término libre". Su función es testear la hipótesis nula sobre la no significatividad de la variación de la media⁶ entre grupos. En el caso de que esta variación resulte estadísticamente significativa ($p < 0,05$), el analista puede luego cuantificar qué peso tiene esa variabilidad grupal sobre la variabilidad total en la variable dependiente. Esto permite obtener el *coeficiente de correlación intraclase* (ICC). Finalmente, este primer submodelo también entrega información sobre la *confiabilidad* promedio de los coeficientes β_{0j} estimados.

3. El coeficiente de correlación intraclase (ICC).

La idea central del HLM es partir la variación total entre un componente individual que es la varianza en el término libre del nivel 1 r_{ij} (σ^2), y un componente grupal que es la varianza en del

⁵ Es importante insistir sobre este supuesto estadístico: el HLM está desarrollado para capturar diferentes varianzas en el término libre verificadas a nivel grupal (τ), pero sigue suponiendo iguales varianzas en el término libre de los individuos σ^2

⁶ El artículo se escribe pensando en una variable dependiente Y de tipo interval; sin embargo, la versión 4.03 del HLM permite ya utilizar variables dicotómicas y construye modelos logísticos de regresión.

término libre u_{0j} , denominado en la notación como " τ_{00} ".

$$[2 a] \quad \text{Var} (Y_{.j}) = \text{Var} (u_{0j}) + \text{Var} (r_{.j})$$

$$[2 b] \quad \text{Var} (Y_{.j}) = (\tau_{00} + \sigma^2 / n_j) = (\tau_{00} + V_j)$$

Donde:

- $Y_{.j}$ es la media de la variable de interés en el grupo j
- $r_{.j}$ es la media de los desvíos dentro del grupo j
- V_j es el promedio de variabilidad entre las varianzas en el término de error a nivel individual

Al descomponer la varianza total en dos partes, es posible informar dos resultados significativos desde el punto de vista de los intereses del analista: la significatividad del componente variable del nivel 2 (u_{0j}) y su magnitud. El primer informe remite a una prueba de χ^2 sobre la distribución del término u_{0j} . La significatividad o no del χ^2 conceptualmente indica que las diferencias entre las unidades del nivel 2 no son aleatorias, sino que obedecen a la real existencia de diferencias entre los grupos. Este resultado permite luego calcular la magnitud de la variabilidad. La proporción en la varianza total que es contribución de la varianza en el nivel 2 es lo que informa el *coeficiente de correlación intraclass ICC* ("Intraclass Correlation Coefficient").

$$ICC = \frac{\text{proporción de la varianza dentro grupos}}{\text{proporción de la varianza dentro grupos}}$$

$$ICC = \frac{\text{Var} (u_{0j})}{\text{Var} (u_{0j}) + \text{Var} (r_{.j})}$$

4. Precisión y confiabilidad de los términos fijos (β_{qj}) del nivel 1.

En las ecuaciones [2 a] y [2 b] se introduce la idea descomposición de las varianzas, y se ha atendido en el apartado anterior a la estimación de qué proporción de la varianza total es debida a la varianza entre grupos. Respecto ahora a la parte atribuible a los individuos de la variabilidad grupal, expongo más detalladamente que supone aquella fórmula.

$$[3 a] \quad r_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^n r_{ij}}{n_j}$$

$$[3 b] \quad \text{por tanto por definición:} \quad \text{Var} (r_{.j}) = \sigma^2 / n_j$$

$$[3 c] \quad \text{Var} (Y_{.j}) = (\tau_{00} + V_j)$$

$$[3 d] \quad \text{Var} (Y_{.j}) = \Delta_j$$

Debe notarse que si bien la varianza τ_{00} del parámetro es constante, el término de error del nivel 1, $Var(r_{.j}) = \sigma^2/n_j$, variará dependiendo del tamaño muestral de cada grupo, n_j . Si todas las unidades del nivel 2 fueran de tamaño similar, entonces V_j sería igual para todas las unidades del nivel 2, y por esta forma, también toda la variabilidad entre las unidades sería la misma.

Siendo los tamaños muestrales diferentes, el estadístico $Y_{.j}$ tendrá diferentes varianzas según sea el tamaño grupal. Definiendo cada media grupal, $Y_{.j}$, como el estimador independiente e insesgado de la gran media, γ_{00} , con una varianza de Δ_j , se define la *precisión de $Y_{.j}$* como el recíproco de su varianza, esto es:

$$[4] \quad \text{Precisión } Y_{.j} = \tau_{00}^{-1} \Delta_j$$

Ahora bien, este desarrollo permite introducir otro estadístico relevante a los modelos HLM: la confiabilidad λ de la estimación. En el lenguaje de la teoría clásica de la inferencia, $Y_{.j}$ es una medida de la verdadero pero desconocido parámetro β_{0j} . El HLM define a λ como un estadístico de confiabilidad porque mide la razón entre el "verdadera" varianza del parámetro y la varianza observada en la muestra. Variando λ entre 0 y 1, estará próximo a la unidad en dos condiciones: (a) la media de los grupos, β_{0j} , varían sustancialmente entre los grupos; o cuando (b) el tamaño muestral n_j es grande.

La confiabilidad λ del parámetro β_{0j} es generalmente superior a la confiabilidad de los parámetros β_{1j} . La diferencia en ocasiones es importante y constituye un elemento a tener en cuenta para decidir si esta variabilidad puede ser significativamente modelada al nivel 2 mediante un submodelo IV.

Dado que la confiabilidad λ depende de tamaños muestrales generalmente heterogéneos, y que, a su vez, estos tamaños influyen sobre la precisión de las estimaciones, el HLM permite *ponderar* la información aportada por unidades del nivel 2 según el tamaño muestral que tengan. De esta forma, en todas las estimaciones de parámetros poblacionales se pueden realizar ponderando con un peso menor la información aportada por unidades pequeñas. Estas correcciones se aplican por ejemplo, para corregir el valor del ICC según el λ promedio obtenido:

$$[5] \quad ICC = \frac{Var(u_{0j})}{Var(u_{0j}) + Var(r_{.j}) * \lambda}$$

5. El Submodelo III

En el caso de que el investigador evalúe como teóricamente relevante la variabilidad entre grupos, el análisis multinivel sigue formulando un modelo explicativo para la *proporción individual* de la variabilidad total. Esto se hace en el primer nivel de análisis (por ejemplo, individuos) y permite formular un modelo o patrón de relaciones entre las variables individuales y la variable dependiente. La lógica hasta aquí es similar a la regresión múltiple:

$$[6] \quad Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} X_{1ij} + \beta_{2j} X_{2ij} + \dots + \beta_{qj} X_{qij} + e_{ij}$$

Donde

- Y_{ij} es la variable dependiente de interés
 β_{0j} es el intercepto de la ecuación y equivale al *promedio Y para el grupo j*.
 β_{qj} son los q coeficientes de regresión que modelan cuál es el patrón de relaciones entre los predictores y la variable dependiente Y . Su valor final constituye un *promedio* de los coeficientes β de regresión calculados para cada unidad j del segundo nivel (grupos por ejemplo)
 e_{ij} es el término de error cuya interpretación conceptual es aquello de la variabilidad individual específicamente individual o no explicada, no determinable por los predictores incluidos

Ahora bien, el cómputo de este modelo tiene la particularidad de que es reiterado para cada uno de los j grupos incluidos en el archivo. Más claramente, el HLM calcula una ecuación de regresión particular para cada agrupamiento⁷, o lo que es lo mismo, para cada uno de los j grupos se estiman q coeficientes β propios, $\beta_{j,q}$. Esto tiene una serie de consecuencias importantes en términos de estimación de parámetros que deben de ser tomadas en consideración por el analista; las consideraré en el próximo apartado. Este paso es denotado en la nomenclatura del HLM como "submodelo dentro de grupos" o submodelo III.

Por analogía al R^2 de la regresión lineal, la técnica del HLM provee de un indicador para evaluar la potencia del modelo construido para explicar la variabilidad dentro de los grupos. Para esto, se utiliza la varianza individual τ_j , promedio calculada en el submodelo I y se aplica la siguiente fórmula:

$$[7] \quad R^2 = \frac{\sigma^2_{\text{anova}} - \sigma^2_{\text{submodelo III}}}{\sigma^2_{\text{anova}}}$$

6. El submodelo IV: explicar las diferencias entre grupos.

El tercer paso del HLM, aquel que es generalmente el de interés central de los análisis multinivel, tiene como objeto la formulación de un modelo para explicar la proporción de varianza existente entre los grupos. Es un modelo de regresión cuyas unidades son del segundo nivel (por ejemplo, grupos) y que utiliza las propiedades colectivas como predictores. Si bien, el primer nivel de análisis se asemeja visual y lógicamente a la regresión normal, el segundo nivel de análisis concretado en el "submodelo entre grupos" (o submodelo III), tiene ya las características típicas del HLM. La variable dependiente ya no es Y_{ij} sino que es un resultado del submodelo III o del submodelo I, tal como puede apreciarse en la ecuación [3]. Más claramente, el HLM trabaja con tantas varias variables dependientes como coeficientes β_{qj} de regresión hayan sido obtenidos al computar sea el nivel promedio de resultados individuales de cada grupo (el intercepto), sea el efecto específico de cada propiedad individual sobre el resultado individual (las pendientes del hiperplano). En las ecuaciones [8] se presentan en forma simplificada los modelos para estimar el intercepto β_{0j} (definido aquí como la media grupal en la variable individual de interés) y la pendiente β_{qj} que establece una determinada distribución promedio entre la variable de interés y el predictor X introducido en el nivel 1. En los estudios de logro educativo, generalmente este parámetro grupal es conceptualizado como un indicador de la distribución del logro según condiciones estructurales del alumno, como ser el nivel socioeconómico, su sexo, su pertenencia a una etnia minoritaria.

⁷ Los resultados de este cálculo pueden ser guardados en un archivo residual generado por el programa y leídos en SPSS, SAS o SYSTAT.

[8]

$$\begin{aligned}\beta_{0j} &= \gamma_{00} + \gamma_{01} W_{1j} + \gamma_{02} W_{2j} + \dots + \gamma_{0s} W_{sj} + u_{0j} \\ \beta_{qj} &= \gamma_{q0} + \gamma_{q1} W_{1j} + \gamma_{q2} W_{2j} + \dots + \gamma_{qs} W_{sj} + u_{qj}\end{aligned}$$

Donde:

- β_{0j} es el promedio del resultado de interés en el grupo J
- β_{qj} son cada uno de los q regresores estimados para cada una de las q variables independientes introducidas en el nivel 1 del análisis.
- γ_{00} es el coeficiente de regresión para el nivel 2 estimado como gran media de resultados en la variable de interés (es una media de medias)
- γ_{q0} son los s coeficientes de regresión estimados a nivel 2 para cada uno de los s predictores del nivel 2 incorporados en la ecuación.
- W_{qj} son los s predictores del nivel 2 considerados para explicar la variabilidad tanto en los promedios (el intercepto) como en las pendientes (los restantes q coeficientes de regresión β)
- u_{qj} es el término de error que conceptualmente captura aquella parte de la variabilidad aún no explicada luego de la introducción de los s predictores W de nivel 2.

Las diferencias más generales entre esta técnica de análisis y los modelos de regresión pueden terminar de observarse cuando se considera finalmente el modelo combinado o general [ecuación 9] que se obtiene de sustituir en la ecuación 6 las dos ecuaciones 8 presentadas anteriormente. Aunque resulte extenso y en ocasiones muy engorroso, particularmente cuando en número de predictores es alto, este modelo combinado permite observar con mayor elocuencia cómo el HLM modela los efectos interactivos entre variables de distintos niveles y cómo se particionan los términos de error dejando algunos libres en tanto que se asocian otros a las características de los grupos. Simplificaré el modelo combinado a una sola variable X y una sola variable W . Esto es se ha estimado en el nivel 2 sólo el intercepto y una pendiente.

[9]

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_{1j} + \gamma_{10} X_{1ij} + \gamma_{10} X_{1ij} W_{1j} + u_{0j} + u_{1j} X_{1ij} + e_{ij}$$

Donde:

- γ_{00} es el intercepto que toma el valor de la gran media para la variable dependiente
- W_{1j} es valor que toma el predictor del nivel 2 en el grupo j
- X_{1ij} es el valor que toma el predictor del nivel 1 en el individuo i del grupo j
- $X_{1ij} W_{1j}$ es el efecto de interacción entre un predictor del nivel 2 sobre el nivel 1
- u_{0j} es el término de error asociado al promedio de cada grupo y que no ha sido explicado por la introducción de W en la ecuación respectiva del submodelo IV
- e_{ij} es el término de error asociado a cada individuo y que no ha podido ser explicado con la introducción del predictor X en la ecuación del submodelo III
- $u_{1j} X_{1ij}$ es un término de error del nivel 2 asociado a valores del nivel 1 y que se introduce a partir de la estimación de los efectos interactivos entre predictores de diferentes niveles.

Con la vista del modelo combinado se termina de comprender como son resueltos los problemas metodológicos y estadísticos que habían sido señalados al inicio de este apartado, básicamente aquellos relativos a la heterocedasticidad y a los efectos de los agrupamientos sobre el grupo.

- D -

Propongo "ver funcionar" el HLM a través del ajuste de un modelo "clásico" en sociología de la educación. Los datos, según se detalla en el Anexo, provienen del *High School and Beyond (HSB)*, estudio longitudinal realizado en 1980 entre una submuestra de aproximadamente 3400 alumnos y 160

escuelas secundarias preparatorias de Estados Unidos². Utilizaré tres variables distintas en el papel de predictores del logro en una prueba estandarizada de matemática aplicada al finalizar el 12°. Estas variables son el nivel socioeconómico familiar del alumno (SES), el sexo del alumno (Género), el status socioeconómico de la escuela (Status), el sector institucional (público o privado) de la escuela (Sector), el clima disciplinario (Disclim).

El primer modelo a estimar será el análisis de varianza con término libre (submodelo I). En un segundo paso ajustaré una ecuación para estimar los efectos distributivos del nivel socioeconómico familiar sobre los logros en matemática (submodelo III). Finalmente, propongo explicar mediante el status y el sector de la los distintos niveles promedio de logro y las distintas relaciones entre SES y MATEMAT. Mantendré las definiciones de Bryk & Raudenbush (1992) respecto de que el coeficiente que mide el impacto del nivel socioeconómico sobre el aprendizaje, es un indicador del patrón estructural de distribución social de los aprendizajes dentro de cada escuela, y por tanto un indicador de las formas en que la escuela ha logrado mitigar o anular las desigualdades socioeconómicas de partida entre sus alumnos. Definiré también que para considerar una de estas 160 escuelas como efectiva habrá de reunir dos condiciones necesarias y suficientes: a) que su nivel promedio de logro (coeficiente β_{0j}) más alto que el promedio y que b) el impacto de las desigualdades sociales de partida se aproxime a cero (coeficiente β_{1j}).

Los resultados de este primer análisis están presentados en el cuadro n°2. Aquí interesa básicamente considerar los resultados obtenidos en la estimación de los componentes variables del modelo y en la confiabilidad del intercepto. El ejemplo propuesto muestra unos efectos de la escuela sobre la variabilidad en el logro en matemática que son significativos ($p < 0.000$) y que alcanzan una magnitud de ICC = 0.18. Es decir que determinadas características de las escuelas preparatorias norteamericanas explicarían un 18 % de la varianza en los aprendizajes. También es interesante anotar que dadas las características de los datos existentes, la estimación de los promedios de logro dentro de cada escuela (intercepto) podrán realizarse con un muy alto nivel de confiabilidad (0.901).

Sustantivamente, este primer resultado supone una respuesta metodológica firme a la tesis de que las escuelas hacen diferencia en el nivel de aprendizajes, resolviendo así luego de veinte años, el problema teórico heredado del primer Reporte Coleman de 1966. Mejor aún, un hallazgo de este tipo también zanja las polémicas (varias veces ideologizadas) en que se desbarancaron algunos investigadores durante la década del setenta tratando de revertir el pesimismo reproductivista. Queda claro entonces que si bien existen evidencias iniciales para pensar en la reproducción de la estratificación social a través de la educación, también existen evidencias de que hay variables *intervinientes* que influyen sobre los resultados y que pueden alterar esta relación original. Variables intervinientes que son aquellas sobre las que la Política Educativa tiene incidencia.

La primera parte del cuadro n°2 presenta bajo el título "estimation of fixed effects", la estimación de los componentes fijos del nivel 2 del HLM o γ . En este caso, el único coeficiente estimado es el intercepto cuya definición aquí es la gran media de logro en matemática (en puntajes escalados según la Teoría de Respuesta al Ítem). Sustituyendo estos primeros resultados en las ecuaciones respectivas:

$$[1 c] \quad Y_{ij} = 12.64 + u_{0j} + r_{ij}$$

$$[3 c] \quad \text{Var}(Y_{ij}) = 6.61 + 39.15$$

² Estos datos son suministrados como bases de datos de ejercicio para quienes adquieren la licencia del software del HLM versión 4.03 de SSI.

Respecto al indicador R^2 del submodelo III es importante señalar dos cosas. En primer lugar, no es común encontrar que este se informe en los papers que utilizan HLM. La razón es muy sencilla: el objeto principal del HLM es estudiar los efectos del nivel 2 y por tanto interesa fundamentalmente analizar y evaluar los resultados obtenidos allí. En segundo lugar, el impacto de partir la varianza en un componente intragrupal y otro entre grupos, generalmente repercute sobre los predictores individuales más fuertes. Tal es el caso del nivel socioeconómico en el logro matemático, constituyendo una situación inversa de lo que generalmente sucedía: que el modelo explicativo basado en la clase social agotaba toda explicación posible.

Con estos resultados el analista se aboca a la tarea de formular un modelo explicativo para el nivel 2 que contenga las variables predictivas de interés. Este es el centro del análisis y el mayor tiempo generalmente se dedica a establecer este modelo. El cuadro n°4 presenta las estimaciones para los distintos parámetros de un modelo de efectos de la escuela. En éste se ha propuesto explicar la variabilidad entre escuelas observada en los niveles de logro y del parámetro de distribución social de los logros. Las tres variables incluidas, status de la escuela, sector y clima disciplinario, remiten a tres grandes niveles explicativos desarrollados en el análisis socioeducativo.

El nivel o modelo *contextual* incluye variables descriptivas del nivel socioeconómico de la población de alumnos, de la heterogeneidad o diversidad social de la misma, de la existencia y concentración de minorías étnicas. La forma usual de computar estas variables es a través de la agregación de las variables sociofamiliares individuales. Sin embargo, es importante explicitar aquí que la propiedad absoluta individual *nivel socioeconómico* se distingue metodológicamente de la propiedad analítica del colectivo *promedio del nivel socioeconómico*: el primero es indicador de la posición del individuo en el espacio de estratificación social, el segundo se asume como indicador del prestigio o status de la escuela⁹.

El nivel o modelo *institucional* remite a las distintas propiedades de la escuela que hacen al marco de decisiones más generales que delimitan su funcionamiento. Por tanto, se incluye aquí tanto el *sector institucional* (público, privado con sus diversas modalidades) como también otras decisiones que hacen a la constitución de la escuela: el tamaño del edificio que pre-define una escala de funcionamiento, el régimen horario de funcionamiento (rural, jornada simple o completa) y la ubicación geográfica de la escuela (centrica, periférica, sobre avenidas, etc).

Finalmente el modelo de *clima organizacional*, también denominado como modelo de la organización social de la escuela (Lee, Bryk & Smith 1993), reúne aspectos diversos entre los que se destacan usualmente la percepción generalizada en un extremo sobre la existencia de problemas de conducta, inseguridad personal, injusticia, violencia, temor, y los fenómenos opuestos de seguridad, tranquilidad, confort, agrado, motivación, sentido de justicia en el trato.

El modelo por lo tanto queda expresado mediante la forma de la ecuación:

$$\begin{aligned}
 [8] \quad \beta_{0j} &= \gamma_{00} + \gamma_{01} \text{Status}_j + \gamma_{02} \text{Sector}_j + \gamma_{03} \text{Disclim}_j + u_{0j} \\
 \beta_{1j} &= \gamma_{10} \\
 \beta_{2j} &= \gamma_{20} + \gamma_{21} \text{Status}_j + \gamma_{22} \text{Sector}_j + \gamma_{23} \text{Disclim}_j + u_{2j}
 \end{aligned}$$

Donde:

- β_{0j} es el nivel promedio de logro en matemática obtenido por la escuela j
- β_{1j} es la pendiente que relaciona la condición de género de los alumnos de la escuela j con su logro en matemática
- β_{2j} es la pendiente que relaciona el nivel socioeconómico de los alumnos en la escuela j con su logro

⁹ Siguiendo así la distinción weberiana entre clase y estamento

Cuadro n°2

Submodelo I: análisis de varianza con término libre para considerar la existencia y la magnitud de efectos de la escuela sobre la varianza de los logros en matemática.

Final estimation of fixed effects:					
Fixed Effect	Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value	
For INTRCPT1, B0					
INTRCPT2, G00	12.636972	0.244412	51.704	0.000	
Final estimation of variance components:					
Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	df	Chi-square	P-value
INTRCPT1, level-1, U0	2.93501	8.61431	159	1660.23264	0.000
R	6.25686	39.14831			
Random level-1 coefficient		Reliability estimate			
INTRCPT1, B0		0.901			

Una vez concluido el análisis del submodelo I, el analista propone un submodelo para explicar las variaciones existentes dentro de las escuelas. Selecciono aquí dos variables explicativas que son usadas generalmente bajo el rótulo de controles *sociodemográficos*. Tiene que ver básicamente dos de las tres desigualdades existentes en la distribución de los aprendizajes dentro de las escuelas preparatorias norteamericanas: el nivel socioeconómico y el sexo de alumno. Dado que en los Estados Unidos existe una importante proporción de escuelas preparatorias privadas de un sólo género (alumnas o alumnos), se ha optado por *centrar esta variable en torno a la gran media*. Una segunda decisión de modelado ha sido *fixar la pendiente β género-matemática*: con esto se ha suprimido la variabilidad que pudiera existir entre escuelas. Sobre las razones estadísticas de estas dos decisiones expondré en el último apartado de este artículo. Sustituyendo en la ecuación [8], el submodelo III queda expresado en su forma combinada como sigue:

$$[9] \quad \text{MAT}_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} \text{SES}_{ij} + \gamma_{20} \text{Género} + u_{0j} + u_{1j} + e_{ij}$$

$$[9] \quad \text{MAT}_{ij} = 12.63 + 2.15 \text{SES}_{ij} - 1.18 \text{Género} + u_{0j} + u_{1j} + r_{ij}$$

Separaré la lectura del cuadro n°3 en sus tres partes. Respecto a los tres componentes fijos estimados, se puede concluir que la introducción de estos dos controles muestra diferencias importantes y significativas ($P(t) < 0.001$) entre los resultados de las diferentes clases sociales y también en términos de género. Controlando el género del estudiante, la diferencia entre un alumno con un valor de 1 SD más en la escala socioeconómica es de +2.15 puntos IRT en la prueba de matemática. A la inversa 1 SD menos supone un logro de -2.15 puntos. Lo cual significa que los resultados en matemática están fuertemente estratificados al punto que se puede estimar que los alumnos de los estratos bajos es probable que obtengan puntajes en torno a 10.48 puntos en tanto que 14.78 puntos. Este hallazgo que no es novedoso aparece si realizado cuando se observa que incluso una vez controlado el nivel socioeconómico (SES), las mujeres obtienen 1.28 puntos menos que los hombres de su mismo nivel social. Esta observación realizada al final de la escolarización obligatoria en Estados Unidos ha orientado a los investigadores para identificar cuándo es que se empieza a producir esta brecha entre hombres y mujeres en el aprendizaje en matemática; brecha que luego se observa también en la composición de género de las diferentes orientaciones universitarias. Obviamente la tesis aquí ha sido que estas diferencias se deben a procesos sociales ocurridos dentro de la escuela y a lo largo del procesos de escolarización. Sería

interesante recoger estos dos hallazgos para observar si esto también se observa en el Uruguay, razonabilidad a la hipótesis afirmativa no escasea dada la clara diferencia de género que tienen las carreras en las universidades.

Respecto a los componentes variables del modelo estimado, se puede observar que tanto el nivel promedio de logro matemático y el patrón de distribución social del mismo varían significativamente entre las diferentes escuelas ($P(\chi^2) < 0.01$). Que las escuelas no obtienen resultados iguales es parte del sentido común de las familias. Sin embargo, que las escuelas impactan de diferente forma de acuerdo al nivel social de sus alumnos, si es un hallazgo que se ratificó en los Estados Unidos precisamente mediante la utilización de estos datos. No obstante que desde fines de los setenta se hablaba de "escuelas eficaces" en este sentido, el trabajo pionero presentado por Lee & Bryk en 1989 logró operacionalizar y establecer de forma generalizable a todo el universo lo que hasta ese momento eran hallazgos polémicos obtenidos en el marco de estrategias de estudio de casos.

Cuadro n°3

Submodelo III: construcción del modelo para explicar la variabilidad dentro de cada escuela.

Final estimation of fixed effects:					
Fixed Effect	Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value	
For INTRCPT1, B0					
INTRCPT2, G00	12.627834	0.239251	52.781	0.000	
For FEMALE slope, B1					
INTRCPT2, G10	-1.175149	0.167042	-7.035	0.000	
For SES slope, B2					
INTRCPT2, G20	2.154500	0.126676	17.008	0.000	
Final estimation of variance components:					
Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	df	Chi-square	P-value
INTRCPT1, U0	2.87737	8.27926	159	1711.24873	0.000
SES slope, U2	0.79931	0.63889	159	208.72647	0.005
level-1, R	6.04166	36.50163			
Tau (as correlations)					
INTRCPT1	1.000	0.042			
SES	0.042	1.000			
Random level-1 coefficient		Reliability estimate			
INTRCPT1, B0		0.904			
SES, B1		0.249			

Utilizando la fórmula ya adelantada se puede computar un indicador análogo al R^2 de la regresión lineal a los efectos de evaluar cuánto explica este modelo. Sustituyendo en la ecuación [7] se obtiene que el submodelo explica el 6,8% de la variabilidad entre los individuos, lo cual es muy bajo.

$$[7] \quad R^2 = \frac{\sigma^2_{anova} - \sigma^2_{submodelo III}}{\sigma^2_{anova}}$$

$$[7] \quad R^2 = \frac{39.15 - 36.50}{39.15} = 0.068$$

La estimación de los componentes fijos resulta en dos situaciones distintas ya que los predictores no tienen asociación significativa con ambos parámetros β . El status de la escuela se relaciona positivamente con el nivel de logro en matemática con una magnitud importante: cada incremento en 1 SD supone un incremento de 5 puntos en el promedio IRT de matemática. A su vez, la existencia de un clima problemático genera una disminución en 0.5 puntos por cada incremento en 1 SD en la escala. Sin embargo, el sector de la escuela no resulta una variable significativa ($P \chi^2 = .20$) para explicar estas diferencias entre escuelas.

Cuadro n°4

Submodelo IV: construcción del modelo de los efectos de la escuela.

Final estimation of fixed effects:						
Fixed Effect		Coefficient	Standard Error	T-ratio	P-value	
For INTRCPT1, B0						
INTRCPT2, G00		12.390380	0.217578	56.947	0.000	
SECTOR, G01		0.497691	0.391959	1.270	0.204	
DISCLIM, G02		-0.580665	0.202665	-2.865	0.005	
MEANSES, G03		5.060472	0.353145	14.330	0.000	
For FEMALE slope, B1						
INTRCPT2, G10		-1.220829	0.161584	-7.555	0.000	
For SES slope, B2						
INTRCPT2, G20		2.747341	0.184240	14.912	0.000	
SECTOR, G21		-1.268238	0.336278	-3.771	0.000	
DISCLIM, G22		0.261682	0.177087	1.478	0.139	
MEANSES, G23		1.087944	0.307511	3.538	0.001	
Final estimation of variance components:						
Random Effect		Standard Deviation	Variance Component	df	Chi-square	P-value
INTRCPT1, U0		1.42835	2.04018	156	541.82252	0.000
SES slope, U2		0.44400	0.19714	156	156.83332	0.466
level-1, R		6.03889	36.46817			

Ahora bien, resulta muy interesante la lectura de los factores que explican la variabilidad en el patrón de distribución social de logros. Debe recordarse que la pendiente β_{2j} indica que un alumno con mayor nivel socioeconómico obtiene mejores resultados en matemática, indicando así para el agregado de cada escuela, un determinado patrón de *inequidades* generadas por el proceso escolar. Por tanto, el análisis de los factores asociados con esta pendiente supone preguntarse por los aspectos capaces de alterar, mitigar o anular la inequidad. Un coeficiente β y negativo indicará precisamente esto: que dicha variable incide igualando el logro de los alumnos más allá de cuál sea su condición social

Siguiendo este criterio, la variable sector institucional muestra que a igual status de la escuela, *las escuelas privadas norteamericanas resultan más equitativas que las públicas* ya que impactan negativamente sobre la inequidad en la distribución de logro. El índice de clima indisciplinado no tiene relación significativa ($p=0,23$); ahora bien, debe apreciarse que sin perjuicio de la no significatividad, la dirección de la relación entre estas dos variables resultó positiva y por tanto, mayor indisciplina mayor inequidad. Finalmente, el status de la escuela tiene relación positiva con la distribución de los aprendizajes, indicando esto que cuanto mayor sea el status de la escuela, mayores diferencias existirán entre los resultados obtenidos por los alumnos provenientes de diferentes clases sociales. Esto quiere decir que a igual sector institucional, *las escuelas con más alto status son más inequitativas* y no como se sugiere más igualadoras.

La lectura de los componentes variables del modelo permite extraer conclusiones hacia el campo de la *especificación del modelo*. En general se indica que una u_j estadísticamente significativa está indicando que aún hay efectos de la escuela que no han sido modelados y que por lo tanto esa pendiente admite la introducción de otro regresor. Por el contrario, una u_j que no es significativa está indicando que toda la variabilidad observada entre escuelas respecto al intercepto o a la pendiente ha sido explicada en forma estadísticamente completa.

De acuerdo a estos dos criterios, el modelo construido para estimar las diferencias entre escuelas presenta resultados distintos según el término libre que se trate. Las variaciones entre escuelas en los promedios de matemática no han podido ser completamente explicados. Aún resta una parte de variabilidad no explicada y de allí que la χ^2 de u_j resulte estadísticamente significativa. En otras palabras, habría otros factores además del status de la escuela, del sector institucional y del nivel de indisciplina en el clima organizacional que explicarían las diferencias. Ahora bien, respecto a las variaciones entre β_1 entre escuelas, se observa que las dos variables consideradas (y con t significativa) permiten *agotar* la explicación de las inequidades en las escuelas.

Finalmente, puede realizarse una última estimación de la potencia del modelo para explicar la varianza en los datos. Consiste en calcular un coeficiente de determinación R^2 para cada uno de los dos outcomes utilizados en este análisis. La lógica consiste en tomar como dato inicial la magnitud de la varianza en cada outcome estimada en el modelo III, restarle la varianza obtenida luego del modelo IV, y dividirla por la varianza inicial. La ecuación [8] presenta estos resultados

$$[10] \quad R^2 = \frac{\sigma^2_{\text{submodelo III}} - \sigma^2_{\text{submodelo IV}}}{\sigma^2_{\text{submodelo III}}}$$

$$[10 a] \text{ Para el promedio: } R^2 = \frac{8.28 - 2.04}{8.28} = 0.75$$

$$[10 b] \text{ Para la incquidad: } R^2 = \frac{0.64 - 0.20}{0.64} = 0.68$$

Los resultados anteriores muestran que la introducción de tres variables fue una condición suficiente para explicar un 75% de la variabilidad en los promedios de las escuelas y a pesar de tan alto resultado, aún queda una proporción de la varianza sin explicar. El resultado de la pendiente sin embargo es diferente, ya que si bien el modelo explica un 68% (!!!) lo cual es inferior al anterior porcentaje, no puede seguirse agregando otro factor.

Bibliografía

- BAYCE, Rafael
1983 *La investigación contemporánea en educación*. Ed.: CIESU- ACALI; Montevideo
- BERNSTEIN, Basil
1989a *Clases, códigos y control. vol. I. Estudios teóricos para una sociología del lenguaje*. Editorial AKAL Universitaria Madrid. [1971].
- BOURDIEU, Pierre & PASSERON, Jean-Claude
1995 *La reproducción. Elementos para una teoría del sistema de enseñanza*. Fontamara. México DF.

[1971 Minuit, Paris]

BRYK, Antony & RAUDENBUSH, S.

1992 *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Method*. SAGE. Newbury Park, CA.

COLEMAN, James S; HOFFER, Tom & KILGORE, Sally.

1982 *High School Achievement: Public, Catholic and Private Schools Compared*. Basic Books: New York.

LEE, Valerie & BRYK, Anthony

1989 "A Multilevel Model of the Social Distribution of High School Achievement". Sociology of Education vol 62 number 3, 172-192.

LEE, Valerie & SMITH, Julia

1993 "Effects of School Restructuring on the Achievement and Engagement of Middle-grade Students" in Sociology of Education vol. 66 (3) p164-187.

LEE, Valerie & SMITH, Julia

1996 "Collective Responsibility for Learning and Its Effects on Gains in Achievement for Early Secondary School Students". American Journal of Education vol 104. Pages 103-147. The University of Chicago Press. Chicago.

LEE, Valerie; Chow-Hoy, Todd; Burkham, David; Gevert, Douglas; Smerdon, Becky

1998 "Sector Differences in Advanced Coursetaking in High School Mathematics: a Private School Effect or a Catholic School Effect?". To be published in Sociology of Education of october 1998.