



UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY

# Planificación de cosecha forestal bajo incertidumbre de demanda y precio de la madera

Proyecto de Grado - Ingeniería de Producción

Bernardo Boidi

Nicolás Craviotto

Bruno Dinello

Tutor: Dr. Carlos Testuri

Facultad de Ingeniería  
Universidad de la República

Montevideo – Uruguay

Julio de 2022

# Agradecimientos

Quisiéramos comenzar agradeciendo a las personas que nos acompañaron durante la realización de este proyecto y a lo largo de la carrera.

En primer lugar a nuestro tutor Carlos Testuri, quien desde el primer día, cuando no sabíamos qué rumbo iba a tomar este viaje, nos apoyó y guió a lo largo de todo el trabajo.

En segundo lugar a la Facultad de Ingeniería y sus docentes por los conocimientos y herramientas brindadas, que nos permitieron desarrollarnos como profesionales. Fue muy enriquecedor todo el conocimiento técnico recibido, el cual en parte intentamos plasmar en este proyecto.

En tercer lugar, a Federico, nuestra contra-parte de la empresa consultada, por el aporte de datos y conocimientos específicos del rubro.

Por último, a nuestras familias y amigos por ser ese pilar fundamental en los buenos y no tan buenos momentos.

## RESUMEN

En los últimos años el sector forestal ha tomado gran participación en la economía nacional al captar grandes inversiones extranjeras. Estas inversiones impulsan el desarrollo del sector, por lo que la planificación eficiente de las operaciones de cosecha es de gran relevancia. En este proyecto de grado se aborda el problema de planificación de la cosecha forestal y construcción de caminos con el objetivo maximizar la esperanza del beneficio de la venta de madera cosechada incluyendo costos de cosecha y transporte, bajo incertidumbre de demanda y precios en un horizonte temporal de cinco años. El objetivo es la creación de un modelo de optimización lineal entero-mixta que permita identificar las decisiones óptimas de cosecha y construcción de caminos satisfaciendo restricciones de demanda y capacidades. Para lograr esto, se crea un modelo determinista donde se conocen con certeza los parámetros del problema para luego desarrollar un modelo estocástico, correspondiente a una versión extendida del primero, donde se le adiciona la incertidumbre representada en veinticuatro escenarios de distinto precio y demanda de madera. Ambos modelos fueron previamente validados mediante instancias de datos de menor tamaño. Además, se realizó un análisis de sensibilidad del modelo estocástico evaluando las fluctuaciones en la solución del problema ante variaciones en la configuración de los escenarios y en los principales costos del problema. Todas las pruebas fueron implementadas y resueltas computacionalmente a través de los sistemas algebraicos *GLPK* y *Gurobi*. La solución del problema logró adaptarse al caso abordado definiendo la cantidad de madera a cosechar de cada parcela en cada horizonte de tiempo así como los caminos a construir. Los resultados obtenidos fueron ampliamente satisfactorios, lográndose los objetivos planteados. Por último, se detectaron oportunidades de mejora en futuras instancias de investigación.

Palabras claves:

Cosecha forestal, optimización entero-mixta, modelado estocástico, optimización estocástica, planificación forestal, silvicultura, diseño de redes.

# Tabla de contenidos

<b>Lista de figuras</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>v</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Contexto mundial . . . . .	1
1.2 Contexto nacional . . . . .	3
<b>2 Revisión literaria</b>	<b>6</b>
2.1 Modelos deterministas . . . . .	6
2.2 Modelos estocásticos . . . . .	16
<b>3 Problema de planificación</b>	<b>24</b>
3.1 Alcance del problema . . . . .	24
3.2 Estructura del modelo del problema . . . . .	25
3.3 Instancia de estudio . . . . .	27
<b>4 Modelo algebraico</b>	<b>29</b>
4.1 Modelo determinista . . . . .	29
4.2 Modelo estocástico . . . . .	34
4.2.1 Estructura de la información estocástica . . . . .	34
4.2.2 Entidades del modelo estocástico . . . . .	36
4.3 Características de los modelos . . . . .	43
<b>5 Validación del modelo</b>	<b>44</b>
5.1 Modelo determinista . . . . .	44
5.1.1 Validación 1 . . . . .	45
5.1.2 Validación 2 . . . . .	46
5.1.3 Validación 3 . . . . .	48

5.1.4	Validación 4 . . . . .	49
5.1.5	Validación 5 . . . . .	49
5.1.6	Validación 6 . . . . .	51
5.2	Modelo estocástico . . . . .	52
5.2.1	Validación 1 . . . . .	52
5.2.2	Validación 2 . . . . .	54
5.2.3	Validación 3 . . . . .	56
5.2.4	Validación 4 . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Caso de estudio</b>	<b>59</b>
6.1	Relevamiento de datos . . . . .	59
6.2	Codificación del modelo . . . . .	66
6.3	Análisis de resultados . . . . .	66
6.4	Análisis de sensibilidad . . . . .	71
6.4.1	Variación en la probabilidad de los escenarios . . . . .	71
6.4.2	Variación en los costos . . . . .	74
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>78</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>81</b>
	Apéndice 1 Codificación computacional . . . . .	82
1.1	Modelo determinista . . . . .	82
1.1.1	Modelo general determinista . . . . .	82
1.1.2	Modelo determinista a partir del modelo estoacástico . . . . .	84
1.2	Modelo estocástico . . . . .	88
	Apéndice 2 Instancias de ejecución . . . . .	91
2.1	Modelo determinista . . . . .	91
2.1.1	Validaciones . . . . .	91
2.1.2	Problema determinista . . . . .	91
2.2	Modelo Estocástico . . . . .	92
2.2.1	Problema estocástico . . . . .	92
2.2.2	Análisis de Sensibilidad . . . . .	92
	Apéndice 3 Datos utilizados . . . . .	95

# Lista de figuras

1.1	Cartografía 2018/2021. Fuente: DGF . . . . .	4
3.1	Caso de estudio. . . . .	28
4.1	Árbol con 17 estados y 8 escenarios. . . . .	34
4.2	Relación entre los escenarios separados y los conjuntos $ET_{e,t}$ . . . . .	37
5.1	Bosque utilizado para la validación. . . . .	45
5.2	Bosque sin ruta hacia el mercado. . . . .	51
5.3	Árbol de escenarios. Validación 1. . . . .	52
5.4	Árbol de escenarios. Validación 2. . . . .	54
5.5	Árbol de escenarios. Validación 3. . . . .	56
6.1	Árbol de escenarios y probabilidades de realización según etapa. . . . .	62
6.2	Cosecha por escenario y período. . . . .	68
6.3	Cantidad de caminos construidos por período y escenario. . . . .	69
6.4	Cosecha en base a las ventas. . . . .	70
6.5	Cosecha en base a demanda total por escenario. . . . .	71

# Lista de tablas

1.1	Superficie de Bosques en Uruguay. Fuente: DGF. . . . .	3
5.1	Costo de la cosecha por nodo de origen en USD/ m <sup>3</sup> . . . . .	50
5.2	Demanda y precio por período de cada escenario. . . . .	53
5.3	Demanda y precio por período de cada escenario. . . . .	55
5.4	Demanda y precio por período de cada escenario. . . . .	57
5.5	Demanda y precio por período de cada escenario. . . . .	58
6.1	Costo de procesamiento en USD/m <sup>3</sup> según rendimiento. . . . .	60
6.2	Precio de la madera por período y escenario. . . . .	63
6.3	Demanda de madera por período y escenario. . . . .	64
6.4	Presupuesto de caminería por período. . . . .	64
6.5	Beneficio según escenario. . . . .	67
6.6	Comparación, por escenario, entre el beneficio determinista y estocástico. . . . .	72
6.7	Beneficio según perfil de tomador de decisión. . . . .	73
6.8	Beneficio por escenario según perfil. . . . .	74
6.9	Beneficio según variación en el costo de procesamiento. . . . .	75
6.10	Total cosechado para todos los escenarios en m <sup>3</sup> . . . . .	75
6.11	Parcelas cosechadas según variación en el costo de transporte. . . . .	76
6.12	Beneficio según variación en el costo de transporte. . . . .	76
6.13	Beneficio esperado según tipo de almacenamiento . . . . .	77
6.14	Almacenamiento medio en m <sup>3</sup> . . . . .	77

# Capítulo 1

## Introducción

El rubro de la cosecha forestal experimentó un crecimiento continuo en las últimas décadas. Este aumento fue acompañado con la creación e implementación de diversas políticas de sustentabilidad y responsabilidad ecológica. Las mismas buscan restringir el uso abusivo de suelos y bosques a nivel global. El aumento en las restricciones medioambientales y el crecimiento en la demanda de productos derivados de la madera ha llevado a que la planificación eficiente de los recursos forestales a largo plazo se transforme en una necesidad para el sector. La constante búsqueda de eficiencias en la cosecha derivó en que el abordaje matemático de la planificación forestal se torne fundamental en los últimos años, desarrollando modelados más complejos con métodos más eficientes de resolución. A la planificación tradicional se le sumó la temática de creación de vías de acceso que permitan reducir los costos globales de la cosecha. Esta será la temática principal que abordará este trabajo.

### 1.1. Contexto mundial

Según datos proporcionados por la Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, o mejor conocida por las siglas FAO, el total del área de bosque mundial es de 4060 millones de hectáreas, lo que representa el 31 % de la superficie total de tierras (FAO, [2021](#)). En cuanto a la distribución de estos a lo largo del mundo, se tiene que un 54 % de los bosques del mundo se encuentran en solo cinco países, siendo estos: Rusia, Brasil, Canadá, Estados Unidos de América y China. Un dato importante en materia forestal es que desde mediados de 1990, se estima que se ha perdido una

superficie neta de 178 millones de ha de bosque. Sin embargo, si se observa la tasa de pérdida neta de bosques, la misma disminuyó durante el período 1990-2020 debido a la reducción de la deforestación en algunos países, sumado al aumento del área de bosque en otros países gracias a la forestación y por supuesto debido a la expansión natural de los mismos. En lo que refiere a la expansión del área total de bosques en el mundo, el 93% corresponde a regeneración natural de los mismos, mientras que el 7% restante corresponde a forestación. A su vez, la forestación se puede desglosar en dos categorías; plantaciones forestales y otros bosques plantados.

Según la FAO, se entiende por plantaciones forestales a aquellas plantaciones que se manejan de manera intensiva, están compuestas por una o dos especies, plantadas con un espaciamiento regular y establecidas principalmente para fines productivos. Las plantaciones forestales corresponden a un 3% de los bosques del mundo, lo que equivale a unas 131 millones de ha.

Por otro lado, los denominados otros bosques son aquellos similares a los bosques naturales en cuanto a madurez pero que son plantados con el objetivo de restaurar el ecosistema y la protección de los valores del suelo y el agua. Estos corresponden al 4% de los bosques debido a forestación. El marco de este trabajo se desarrolla bajo el concepto de plantación forestal.

A su vez, un dato no menor que proporciona la FAO es que alrededor del 30% de todos los bosques del mundo, cerca de 150 millones de ha, se utilizan para la producción de productos maderables y no maderables.

En cuanto al aspecto laboral, según la Organización Internacional del Trabajo (OIT, [2022](#)), el sector forestal emplea en todo el mundo a unos 13,7 millones de trabajadores formales, lo que equivale al 0,4% de la fuerza de trabajo total. Un dato interesante que revela la OIT es que diez países concentran más del 60% del empleo total, destacándose China con 3,5 millones de empleos formales en el sector, lo que representa el 26% del empleo mundial forestal. Los primeros diez países en términos de empleo en el sector forestal son: China, Estados Unidos, Brasil, Rusia, India, Japón, Alemania, Indonesia, Italia y Malasia.

No obstante, la OIT remarca que algunos estudios estiman que el número de trabajos atribuible a la silvicultura podría ser mucho mayor, y por ende estas cifras de empleo pueden estar muy subestimadas. En los países que se observa mayor informalidad es en los países en vías de desarrollo. Dentro de los objetivos de la OIT en el sector forestal se encuentra la producción de

herramientas para determinar las directrices, y buenas prácticas del sector.

## 1.2. Contexto nacional

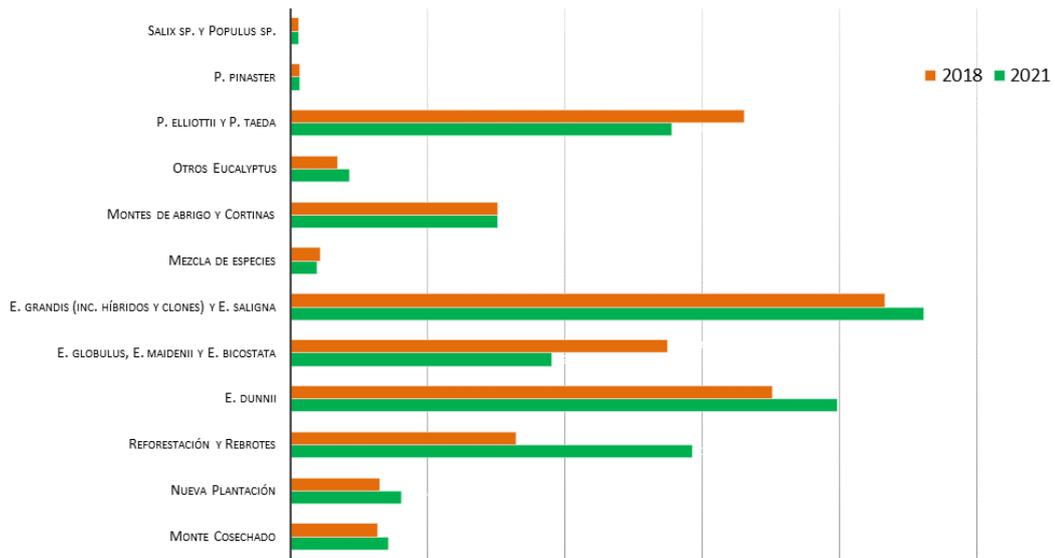
En lo que respecta a Uruguay, el sector forestal está tomando cada vez mayor participación en la economía nacional. El sector tomó fuerza a partir de 1987 con la creación de la Ley Forestal que dio marco legal a la actividad forestal. A partir de dicho año las plantaciones forestales se multiplicaron en el país y dieron base al desarrollo de otras industrias, como los aserraderos y las plantas de celulosa (UruguayXXI, 2022).

Según describe Atilio Ligrone, gerente general de la Sociedad de productores forestales (SPF) en Ligrone, 2018. Esta ley permitió el aporte efectivo de recursos al fondo forestal, la prenda de bosques que permitió utilizar los bosques como garantía real con independencia del suelo, y la autorización a sociedades anónimas a ser tenedoras de tierras cuando el destino fuera la forestación.

Actualmente, el sector representa alrededor del 3% del PIB nacional y una quinta parte del total de las exportaciones de bienes del país (UruguayXXI, 2022). Desde el punto de vista laboral, el sector también tiene gran importancia, ya que representa el 1.5% del empleo total del Uruguay (SPF, 2022).

Los incentivos por medio de beneficios fiscales hacia las inversiones promovieron en los primeros 17 años una alta tasa de plantaciones de pino y eucalipto. Obteniéndose en las primeras décadas un promedio de 28.710 ha/año de eucalipto y 11.123 ha/año de pino (UruguayXXI, 2022). En los últimos años, en un contexto de alta demanda mundial se dio un incremento en las plantaciones destinadas a eucalipto impulsada por las plantas de celulosa y aserraderos. Puede apreciarse al comparar la cartografía de 2018 y 2021 en la figura 1.1

De acuerdo a los resultados de DEI, 2021, elaborado por la Dirección General Forestal (DGF), perteneciente al Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca (MGAP), existen 1.087.109 hectáreas efectivas destinadas al uso forestal, lo que representa el 6,21% de la superficie de Uruguay.



**Figura 1.1:** Cartografía 2018/2021. Fuente: DGF

	Hectareas	Porcentaje
Superficie de Uruguay	17.502.000	100 %
Superficie de bosque plantado	1.087.109	6,21 %
Superficie de bosque nativo (2016)	835.349	4,77 %
Superficie total de bosques	1.922.458	10,98 %

**Tabla 1.1:** Superficie de Bosques en Uruguay. Fuente: DGF.

El incremento mencionado en la producción nacional determinó un fuerte estrés sobre los medios de transporte. El país pasó de transportar 5.000.000 toneladas del agro en 2002 a más de 20.000.000 de toneladas por año en la actualidad sobre la infraestructura de caminos nacionales y departamentales (ANIU, 2021).

Esto se agrava si consideramos que actualmente está en proceso la instalación de la segunda planta de UPM, con una inversión total de USD 3.000 millones. Dicha planta consumiría 7,5 millones de toneladas de madera por año, produciendo 2,1 millones de toneladas de pulpa de celulosa. Esta inversión es un desafío muy grande a nivel de infraestructura, principalmente en carretera.

Uruguay presenta una vasta y densa red vial, que tiene cerca de 8.776 km de los cuales 7.977 km están pavimentados, lo que arroja una ratio de 45 km de carreteras pavimentadas por cada 1.000 km<sup>2</sup> de superficie (UruguayXXI, 2022). Para afrontar dicha demanda de infraestructura, se están desarrollando

diferentes proyectos, siendo el más relevante el proyecto Ferrocarril Central. Este consiste en la construcción y reacondicionamiento de 273 km de vías entre el puerto de Montevideo y Paso de los Toros (Tacuarembó).

Entendiendo la importancia del sector tanto a nivel mundial como nacional, el objetivo de este trabajo es crear un modelo que permita maximizar las ganancias de la cosecha forestal en un contexto de incertidumbre en la demanda y el precio de la madera.

Para poder alcanzar dicho objetivo, en primer lugar se realiza una revisión de la literatura lo que permite obtener un mayor entendimiento del tema. Luego de introducirse en la problemática histórica de la planificación de la cosecha, se aborda el desarrollo del modelo aplicado al caso de estudio. Dicho modelo se aborda en dos etapas, en primer lugar se desarrolla un modelo determinista, base para la creación de un modelo estocástico, en una segunda etapa. Estos conceptos se explican en los siguientes capítulos. Por último, se validan los modelos, para un posterior análisis de resultados.

# Capítulo 2

## Revisión literaria

En el presente capítulo se presentan de forma cronológica los avances en el ámbito de los modelos de planificación de la cosecha, comenzando por el desarrollo de los modelos deterministas y luego su evolución hacia modelos estocásticos.

### 2.1. Modelos deterministas

La planificación de la cosecha forestal desde el punto de vista de optimización matemática data desde principio de los años setenta. En ese entonces, se abordaba independientemente la planificación de actividades de cosecha y el problema de transporte asociado al acceso a los bosques. Ejemplos de estos se pueden ver en Navon, [1971](#) el cual trata del manejo de actividades para la cosecha forestal, y Sullivan, [1973](#) donde se aborda el problema de transporte asociado a la construcción de caminos de acceso a las diferentes áreas de los bosques, mantenimiento de los mismos, y salida de los productos al mercado. Con la investigación y el avance tecnológico de la época no era posible solucionar los dos problemas en una sola instancia, es decir, para obtener una solución global estos problemas debían ser resueltos de manera secuencial. En años posteriores es que surge la primera publicación que aborda estas dos temáticas en conjunto, Weintraub y Navon, [1976](#).

A modo de contextualización, el trabajo de Weintraub y Navon, [1976](#) se desarrolla en la década del setenta en los Estados Unidos bajo condiciones de continuo crecimiento poblacional, por lo que asegurar un flujo continuo y seguro de madera se había vuelto un tema de interés para los administrado-

res forestales. La solución al problema presentado en este artículo consiste en planificar la construcción y mantenimiento de rutas así como las actividades de silvicultura que maximizan las ganancias netas. Este es un modelo determinista, es decir, se conoce con certidumbre todos los parámetros a lo largo del período de planificación. A su vez se tienen varias restricciones como: cantidad de capital a invertir, cantidad de madera cosechada, capacidad de transporte en las rutas, entre otras, pero la mayor complejidad a modelar es el hecho de garantizar que la accesibilidad va quedará resuelta previo a que se tenga que tratar y cosechar la madera. Los autores proponen introducir variables y relaciones artificiales que resuelven esta problemática.

Para poder modelar los caminos y puntos de cosecha se utiliza una representación gráfica de los nodos llamada red o grafo. Cada punto de cosecha se modela como un nodo y los caminos como aristas que unen estos nodos. Estas aristas a su vez están ponderadas, asociando así los costos de dichos caminos. Desde un punto de vista práctico, los grafos permiten estudiar las interrelaciones entre unidades que interactúan unas con otras. La cantidad de rutas puede aumentar exponencialmente, ya que crecen con el número de nodos y arcos, es por esto que los autores hablan de definir las posibles “mejores” rutas, y para ello plantean que se puede hacer mediante tres criterios:

- Minimizando el costo de transporte
- Minimizando el costo de construcción y mantenimiento de carreteras
- Sentido común

En el primer criterio se asigna un costo a cada segmento, se puede utilizar una unidad de medida como puede ser el tiempo de transporte o kilometraje, y en base a esto se definen las rutas que unen los nodos y el mercado. Los autores proponen utilizar el algoritmo de *K-Shortest routes*. Este es una derivación del algoritmo del camino más corto en un grafo con costos de transporte según aristas, el cual consiste en determinar los  $k$  caminos más cortos entre dos nodos de un grafo de manera que la suma de los pesos de cada arco que constituye al camino se minimice. El agregado del algoritmo *K-Shortest routes* es que no solo se fija en el camino más corto sino que compara con los  $k-1$  caminos siguientes.

En el caso del segundo criterio, se requiere un procedimiento heurístico porque puede ser que varias rutas compartan un mismo segmento. Para resolver

esta problemática los autores proponen resolver el problema de Steiner en la red.

Por último, el sentido común y el conocimiento del bosque y de las características del sistema de transporte pueden sugerir la eliminación de las rutas obtenidas aplicando los dos primeros criterios, y pueden indicar otras posibles rutas que deben ser consideradas. Además, se pueden agregar restricciones de capacidad en las rutas, en cuanto al volumen o tráfico que pueden manejar, para modelar de manera más adecuada la realidad.

Los caminos pueden ya estar construidos o puede que se deba definir en qué momento y qué camino construir como parte de la solución al problema. Una simplificación que hacen los autores al modelo es que tanto los caminos existentes como los a construir se mantienen en buenas condiciones hasta la finalización del horizonte de planificación. Otra simplificación que hacen es definir un único punto de venta.

En general, la planificación de la cosecha forestal requiere que el área total del bosque sea dividida en diferentes parcelas, estas se definen de manera que los árboles pertenecientes a la misma presenten idéntica gestión de actividades. Para esto se tiene en cuenta la edad y el tipo de árbol. Un aspecto no menor a modelar de la gestión de actividades en los bosques es que muchas veces es necesario cortar la madera antes de que esté madura para permitir el crecimiento del bosque, y dado que en esos casos la madera es cortada antes de tiempo, se puede considerar quemarla, astillarla o simplemente dejar que se pudra.

De utilizar este tipo de actividades, es importante restringir al modelo para que el volumen de madera cosechada no sea inferior al volumen de madera eliminada en un período dado. A su vez, debe haber restricciones de equilibrio para que toda madera cortada sea transportada al nodo del mercado o eliminada en el lugar por los mecanismos mencionados anteriormente.

Una de las desventajas que genera la resolución de este tipo de problemas de manera secuencial es que se puede llegar a un sub-óptimo, debido a que se eligen nodos accesibles de manera errónea o incluso el período en el que están accesibles no es el adecuado. Esto conduce a que los costos descontados de construcción, mantenimiento y transporte pueden ser superiores a los absolutamente necesarios y, además, la imposibilidad de realizar tratamientos silvícolas en el momento adecuado puede reducir los ingresos brutos de la madera. Sin embargo, el hecho de resolver de manera integrada el problema de

transporte y silvicultura, los autores comentan que genera ganancias un 7% mayores. Las mejoras en el objetivo se deben a un manejo más eficiente de los caminos, menores costos de mantenimiento y de construcción, y de una mejor planificación de las actividades.

Años más tarde, en Andalaft et al. 2003 se abordó el caso particular de una empresa forestal privada chilena, el cual consistió en desarrollar un modelo determinista para la planificación de la cosecha forestal de plantaciones de pino en un horizonte de 2 a 5 años, integrando decisiones de aprovechamiento y construcción de caminos, con el objetivo de maximizar la utilidad neta satisfaciendo la demanda de madera. Al igual que en Weintraub y Navon, 1976, las tierras de plantación se dividen en parcelas, que son en sí mismas pequeñas extensiones de tierra contiguas. Para conocer la oferta de madera, los autores utilizaron un modelo de simulación de crecimiento y rendimiento de los pinos, por lo que al comenzar cada período de tiempo, se conoce el tipo de madera y volumen disponible por área.

Por el lado de la demanda, consideraron tres tipos de madera según su destino: exportación, aserraderos y plantas de celulosa, con la posibilidad de utilizar maderas de mayor calidad para niveles inferiores.

Una de las restricciones del modelo, es que para poder acceder a las áreas de cosecha, solo es posible mediante caminos existentes y según la condición tipo/estación.

Se definieron dos tipos de caminos:

- Caminos de tierra: más económicos y solo accesibles en verano
- Caminos de pedregullo: pueden utilizarse en todas las estaciones.

En el horizonte de planificación existen caminos ya creados de cada tipo, y caminos potenciales a construirse. Tanto la construcción de caminos o la mejora (pasaje de tierra a pedregullo) tienen un costo asociado. Además, existen depósitos para inventarios donde se puede almacenar madera en verano, para satisfacer la demanda en el período siguiente. Otro aspecto relevante es que se determinaron áreas mínimas de cosecha, de modo de compensar costos fijos.

En términos generales, las decisiones básicas a considerar en cada período son:

- Las áreas que se van a cosechar.
- La cantidad de producción de madera por producto agregado a cosechar para satisfacer la demanda.

- Los caminos a mejorar, de tierra a pedregullo.
- La cantidad de madera transportada a los destinos.
- La cantidad de madera almacenada de verano a invierno.
- La elección de maquinaria de recolección y camiones.

El principal problema del modelo original propuesto por los autores, es que su relajación a programación lineal es débil, en términos de calidad y soluciones.

Por este motivo, en la literatura se presentaron diferentes enfoques de solución algorítmicas para mejorar el proceso de solución e intentar resolver el modelo en tiempos de cálculos razonables. Estos son:

1. Fortalecimiento del modelo:

- Ajustar capacidades según el flujo máximo.
- Agregar restricciones lógicas: consiste en eliminar soluciones “factibles” ineficientes.
- Elevación lógica o levantamiento: agregar términos positivos del lado izquierdo.

2. Relajación lagrangiana: al relajar las restricciones de la demanda, se divide el problema en distintos subproblemas de áreas geográficas, obteniendo una versión simplificada del mismo.

Los resultados de estas técnicas fueron mejorando a medida que se agregaron soluciones algorítmicas. Las diferencias entre las soluciones obtenidas respecto a la solución óptima fueron muy grandes, modificar las capacidades de los caminos tuvo como resultado una mejora en la calidad de la solución, sin embargo, la diferencia residual se mantuvo superior al 10 % llegando en algunos casos incluso al 70 %. Las técnicas de agregado de restricciones y elevación lógica, lograron mejorar la calidad de la solución, pero el gap siguió siendo significativo.

Por último, al aplicar relajación lagrangiana y descomponer el problema en subproblemas más simples, se lograron resultados muy buenos y en tiempos razonables. Las principales aportes de esta investigación fueron:

- Un modelo de optimización entero-mixta para un problema forestal real que integra el aprovechamiento y la construcción de caminos, con diferencias significativas en relación con las anteriores investigaciones mencionadas.

- El desarrollo de nuevos enfoques de solución algorítmica. Como el uso muy eficaz de la elevación de restricciones relacionada con las limitaciones de la construcción de carreteras, y la relajación de Lagrange para descomponer el problema en componentes más simples.

Continuando el camino iniciado en Andalaft et al. 2003, en Flisberg et al. 2014 se proporciona un modelo que integra la planificación de la cosecha y la logística vial en Suecia. El eje principal y, donde más énfasis se hace, es en la mejora y creación de carreteras para unir las zonas de cosecha y los puntos de demanda. Entre las problemáticas abordadas se destaca la baja accesibilidad de la red de carreteras debido al deshielo y las fuertes lluvias. El modelo de optimización utiliza una descripción detallada de las áreas de cosecha, incluida su ubicación espacial, el volumen de producción de diferentes cálculos de surtido y el valor actual neto (VAN) para cada año en el horizonte de planificación.

La primera parte del trabajo remarca que el proceso de planificación en Suecia se hace a través de simuladores especiales y tiene tres etapas bien marcadas. Primero, se utiliza un sistema de manejo forestal para calcular los volúmenes de aprovechamiento sostenible a largo plazo en diferentes áreas de la tierra forestal. En esta instancia se determina la cantidad que se debe cosechar en un horizonte de 10 años. En segundo lugar, los gerentes responsables de cada área dividen el primer período de 10 años del plan original en planes anuales. Esta información (volúmenes de recolección por año) se usa luego cuando se crea el plan de recolección táctico. El plan de aprovechamiento táctico incluye, en un período de 5 años, las parcelas que se deben cosechar, sus características y en qué año puntual. Al crear este plan se deben tener en cuenta varias consideraciones. Las más importantes son considerar cómo se prioriza cada parcela (con respecto a los VAN) en comparación con otras. La accesibilidad de las parcelas es importante ya que el plan debe contener volúmenes suficientes de diferentes especies y surtidos para cumplir con el plan de producción general durante el año. En esta etapa aún no se contemplan los caminos dentro del análisis. En tercer lugar, a partir del plan táctico, los gerentes de cosecha crean un plan de cosecha operativo para los próximos 6 a 12 meses. En esta parte del proceso de planificación, se decide exactamente cuándo cosechar, por qué equipo de máquinas y a qué industrias se deben asignar los volúmenes.

Para poder crear los planes y procesos descriptos, antes se deben seleccionar las áreas de cosecha para los próximos 5 años. Con la finalidad de evaluar las

mejoras que conlleva la inclusión de la planificación logística, en conjunto con el valor de los terrenos al final de la actividad forestal, se aborda el problema con 3 metodologías distintas para su posterior comparación.

1. Primer método: seleccionar áreas de cosecha que satisfagan la demanda industrial en base a maximizar el VAN y resolver el problema logístico con la mejora de las carreteras y planificación del transporte.
2. Segundo método: resolver el modelo integrado que selecciona las áreas de cosecha, determina la mejora de las carreteras y la planificación del flujo de transporte. El objetivo es minimizar el costo logístico.
3. Tercer método: resolver el modelo integrado que selecciona las áreas de cosecha, determinar la mejora de las carreteras y la planificación del flujo de transporte. El objetivo es maximizar el valor del bosque al final del período de planificación y simultáneamente minimizar el costo logístico.

Una vez seleccionadas las zonas a cosechar y con el objetivo de poder modelar de forma más exacta la realidad, los autores sostienen que no solo se deben definir los diferentes tipos de vehículos y rutas, sino que también qué vehículo puede transitar por cada tipo de ruta y en qué parte del año. Los caminos forestales se dividen en cuatro clases de accesibilidad dependiendo de cuándo sean accesibles para diferentes vehículos:

- Camiones y automóviles todas las temporadas.
- Camiones todas las estaciones excepto durante el deshielo. Autos todas las temporadas.
- Camiones todas las estaciones excepto durante los períodos de deshielo y fuertes lluvias. Autos, excepto durante la descongelación.
- Camiones solo durante la temporada de invierno. Autos solo durante las buenas condiciones climáticas.

El costo de mejora de las rutas y caminos depende de la longitud de la carretera, las características de la misma y a que clase se actualiza la carretera. Una vez que se mejora una carretera, se supone que será accesible a partir de el año próximo y durará un período de aproximadamente 20 años. Dado que este período es más largo que el período táctico, se debe incluir un valor final de la carretera al final del período de planificación. Se utiliza una amortización proporcional durante los 20 años.

La producción de madera se divide en cinco surtidos básicos: madera de pino, madera de abeto, madera para pasta de pino, madera para pasta de abeto y madera para pasta de abedul. También se proporciona información sobre las estaciones del año en que las áreas de cosecha son accesibles. Para modelar esto, se definen cinco clases de accesibilidad que restringen cuándo se pueden cosechar cada área. La clase 1 es la más alta, lo que significa que el área de cosecha se puede cosechar durante todo el año, mientras que la clase 5, es la más baja lo que significa que el área solo se puede cosechar durante el invierno cuando el suelo está congelado.

La demanda se da sobre una base anual, pero luego se divide en sub-demandas para cada temporada, proporcionales a la duración de la misma.

Al igual que en trabajos ya mencionados, también existe la posibilidad de almacenar troncos entre temporadas en las áreas de cosecha.

Para poder obtener una solución en un tiempo computacional razonable se utiliza un procedimiento de solución secuencial. Para esto se divide el horizonte temporal de planificación del modelo en dos partes. La primera parte del horizonte de planificación consta de un año. La segunda parte se compone de los restantes años del período de planificación. En la primera parte se mantienen las restricciones binarias sobre cuándo cosechar un área, y en la segunda se procede a relajar esta restricción. Para resolver todo el período de planificación de, por ejemplo, 5 años, simplemente se debe avanzar secuencialmente de a un año después de resolver un modelo. Esto implica que es necesario resolver cinco modelos de tamaño limitado para encontrar una solución para los 5 años completos. Una vez resueltos los modelos limitados, el agregado de sus soluciones permite obtener una solución completa. Luego, esta solución se utiliza como solución inicial y se resuelve el modelo de 5 años sin agregación para mejorar la solución.

Luego de implementar los tres enfoques el resultado fue el esperado, cada método tuvo fortalezas en cierta área. Los métodos 1 y 2 son problemas con una complejidad sensiblemente menor al método 3. La fortaleza de este último es que la solución obtenida es de mayor calidad ya que no solo toma en cuenta el VAN luego de la cosecha, sino que también considera los costos logísticos lo que genera una mejor optimización en los costos asociados a la mejora o creación de caminos.

Por último, los autores comentan que las principales novedades que imple-

mentaron en este trabajo fueron las siguientes:

- Proponen un nuevo modelo de optimización que integra la cosecha y la planificación logística donde la mejora de carreteras es un aspecto clave. El modelo contempla nuevas características que incluyen inventario entre temporadas, valor detallado y cálculos de distancia, flexibilidad en el uso de diferentes sistemas de camiones y capacidades de cosecha y camiones.
- Analizan el desempeño desde un enfoque integrado (selección y logística del área de cosecha) en comparación con un enfoque en el que la planificación se realiza de forma secuencial. De los resultados se desprende claramente que el enfoque propuesto tiene varias ventajas en términos de costos y valor del bosque.
- Plantean un enfoque de solución que puede resolver y establecer soluciones de alta calidad. Esto se basa en una agregación secuencial que descompone el modelo en varios problemas de menor tamaño.

En la misma línea que los trabajos presentados se encuentra Silva et al. [2016](#). El mismo consiste en un problema de cosecha y ruteo forestal de una compañía forestal brasileña del estado de Paraná. Los objetivos planteados para el trabajo fueron:

- Minimizar los costos resultantes de las operaciones de cosecha y mantenimiento de caminos.
- Simular distintos escenarios de cosecha forestal con la adopción de distintas edades mínimas de cosecha.
- Comparar estos escenarios en base a algunos parámetros como el ingreso por cosecha, caminos de la red utilizados, costo unitario de producción.

Tal como se menciona en uno de los objetivos, los autores se propusieron establecer edades mínimas para las cosecha y resolver el modelo con cada una de estas edades para luego comparar los resultados. En base a estas edades mínimas se definieron tres escenarios:

- edad precoz (más baja).
- edad semi precoz (intermedia).
- edad normal de cosecha.

En cuanto a variables y restricciones, estas se ven afectadas en los distintos escenarios de manera inversa. Es decir, a medida que aumenta la edad mínima

de cosecha, las variables y restricciones disminuyen respecto a edades más chicas. Esto se debe a que las parcelas disponibles para la cosecha se ven disminuidas.

A su vez, los autores observan que dado que para edades precoz de cosecha se tiene mayor cantidad de área disponible a cosechar y como la productividad es inversamente al área cosechada, se tiene que la productividad disminuye con la disminución de las edades mínimas de cosecha. Esto a su vez, se refleja en una reducción de los costos de producción ya que la política de cosecha se vuelve menos restrictiva.

Por otro lado, la introducción de edades mínimas de cosecha también impactan en los resultados de las distancias y el ruteo. Las distancias se pueden pensar como qué tan dispersas están las áreas de cosechas. Como es de esperarse, a medida que se aumenta la edad mínima de cosecha los kilómetros recorridos se ven aumentados, ya que las parcelas disponibles a cosechar se ven disminuidas y están más dispersas. Este resultado al que llegaron los autores es sumamente interesante, ya que el transporte en los problemas forestales tiene un gran impacto tanto monetario como ambiental.

En Bellavenutte et al. [2020](#) se aborda nuevamente la planificación de la cosecha en Brasil. Esta vez haciendo principal hincapié en las limitaciones de resolver problemas de gran escala usando *Mixed-integer linear programming* (MILP) y cómo al agregar las decisiones de construcción de rutas e incertidumbres el problema se transforma en un caso de *fixed-charge transportation problem* (FCTP) el cual presenta una complejidad *NP-hard*. Es por esto que los autores desarrollaron una nueva metodología híbrida que resuelve una serie de FCTP separados espacialmente usando la formulación MILP mientras redistribuye heurísticamente el objetivo de volumen a través de los subproblemas en cada iteración. Para lograr separar los problemas en subproblemas más sencillos de manejar, lo primero que se hace es dividir en zonas el problema. Cada zona contiene las rutas internas de cosecha y se podría pensar como que estas representan la “última milla de cosecha”.

Cada subproblema además de tener su zona, contiene las rutas más cortas desde la localización de la plantación hasta el nodo deseado donde debe ir la madera. Luego, para la resolución, se construye un *fixed-charge transportation model* (FCTM) como un problema de minimización de costos para cada subproblema utilizando solo los rodales forestales y la red de carreteras del subproblema. Por último, cada subproblema tiene asignada una cosecha

objetivo o volumen objetivo.

Aunque cada subproblema puede resolverse de forma independiente utilizando MILP en un tiempo de solución razonable, la combinación de las soluciones de subproblemas puede no garantizar el óptimo global para todo el problema. Para mejorar la calidad de la solución de todo el problema, los autores utilizan un procedimiento de optimización híbrida recurriendo tanto a MILP como a reglas heurísticas. Este procedimiento resuelve los subproblemas de forma iterativa mientras se intercambian los objetivos de volumen de producción entre los subproblemas en cada iteración. El procedimiento está diseñado para buscar constantemente soluciones de menor costo para todo el problema, al mismo tiempo que garantiza que se cumpla el requisito de volumen de producción.

El rendimiento del procedimiento de optimización híbrida puede verse afectado en gran medida por el número de particiones (subproblemas). Aumentar el número de particiones puede reducir el tamaño y la complejidad de los subproblemas individuales y, por lo tanto, requerir menos carga computacional para resolver cada uno de ellos. Sin embargo, más subproblemas también pueden disminuir la calidad de la solución del problema global cuando se combinan soluciones de subproblemas individuales.

Para evaluar esta última afirmación, los autores tomaron el problema abordado en Brasil y lo resolvieron tres veces, cambiando la cantidad de subproblemas y así, compararlos con la resolución mediante el método FCTM en el cual no se tomaron en cuenta la creación de carreteras para poder llegar a una solución en menos de 24 horas. Esto permitió no solo comparar el nuevo modelo híbrido tomando 10, 20 y 40 particiones del problema para ver cual resultaba más eficiente, sino que también se comparó contra el método antiguo que se utilizaba en Brasil para así poder demostrar la mejora que significa el nuevo modelado. Con 20 subproblemas se logró el mínimo costo, el cual fue 4.1 % menor que el método previamente utilizado incluyendo la creación y mantenimiento de rutas.

## **2.2. Modelos estocásticos**

Hasta el momento se han presentado diversos trabajos en los cuales el modelado es determinista asumiendo que se conocen con certeza todo los parámetros, sin embargo, la gestión de los recursos forestales se produce bajo diversas

fuentes de incertidumbre. Dependiendo del problema, la incertidumbre puede llegar a tener un impacto sustancial en la calidad de la solución. Como el conocimiento sobre las fuentes y la magnitud de la incertidumbre mejora continuamente, integrar este conocimiento en el desarrollo de planes de manejo forestal se vuelve cada vez más útil, ya que la información adicional puede mejorar el proceso de toma de decisiones.

Las fuentes de incertidumbre que afectan la planificación y cosecha forestal son diversas, entre ellas se encuentran la fluctuación de la demanda, los cambios climáticos que afectan el crecimiento y rendimiento de los bosques, los peligros naturales tales como los incendios e inundaciones, el cambio en los costos debido al ingreso de nuevas tecnologías o de la mano de obra del país, cuestiones políticas como reglamentaciones que busquen incentivar la explotación forestal o estrategias de conservación ambientales, entre otras. Los precios de venta de los productos forestales son un elemento clave en la planificación forestal y por lo tanto la gestión de la incertidumbre de estos es un aspecto crucial. Las fluctuaciones de precios tienen un impacto directo en las ganancias por ventas y ocupan un lugar destacado en la toma de decisiones de los planificadores. El papel que juega la aleatoriedad en la planificación forestal está estrechamente relacionado con la duración del horizonte temporal elegido. Todas estas fuentes de incertidumbre y qué implicaciones tiene introducir su manejo en la planificación forestal se presentan en Eyvindson y Kangas, [2018](#).

El objetivo del trabajo es proporcionar una guía para incorporar la gestión de riesgos en el proceso de planificación forestal y establecer un marco conceptual para seleccionar el método más apropiado para gestionarlos. Los autores muestran que introducir adecuadamente la gestión de riesgos en la planificación mejora las decisiones con un esfuerzo razonable.

Un aspecto importante a destacar, que se menciona en el trabajo citado anteriormente, es la diferencia entre incertidumbre y riesgo; en el primero no se conoce la distribución de probabilidad de ocurrencia mientras que en el último sí.

Para que sea posible una gestión de riesgo adecuada se debe contar con medidas de riesgo. En el año 1990 es que se desarrolló el VaR (Value at Risk) y luego Rockafellar, Uryasev et al. [2000](#) desarrollan una derivación del VaR denominada CVaR (Conditional Value of Risk). Ambas medidas de riesgo se centran en la extensión de la distribución de probabilidades de los posibles resultados.

El VaR proporciona la pérdida mínima con una probabilidad determinada, mientras que el CVaR evalúa la pérdida promedio que excede el VaR. Como medida de riesgo, el VaR es bien conocido en los mercados financieros. Un dato no menor es que cuando se quiere minimizar el riesgo, el CVaR se puede transformar fácilmente en una programación lineal. Sin embargo, el VaR dependiendo del problema en donde se aplica puede requerir del uso de programación entera lo cual lo complejiza.

Los autores destacan que la introducción de incertidumbre a los problemas de cosecha y ruteo forestal requiere de una especial atención a la viabilidad de las restricciones del problema ya que estas, bajo condiciones de incertidumbre, pueden llegar a afectar el valor de la función objetivo. Para ilustrar esto con un ejemplo, puede que el problema establezca un flujo mínimo de madera, lo cual en un problema determinista no genera problemas, mientras que en el que contempla la incertidumbre puede llegar a afectar negativamente el valor objetivo. Tan es así que el introducir la incertidumbre al problema de manera inadecuada, puede llevar a que las soluciones sean peores a las resultantes sin una gestión de riesgo.

Otro aspecto relevante en el que los autores hacen hincapié es que el valor que otorga introducir la incertidumbre al problema de cosecha forestal está estrechamente vinculado a las posturas de los tomadores de decisión frente a los riesgos. Es decir, hay que identificar las voluntades de los tomadores de decisión frente al riesgo. Esta preferencia al riesgo se puede clasificar en tres categorías: adverso al riesgo, neutral al riesgo o afín al riesgo. En este sentido, para un planificador que tiene una postura adversa al riesgo se puede volver crucial gestionar los riesgos y la incertidumbre, sin embargo, para una postura neutral al riesgo la introducción de la incertidumbre no es sustancial como en el caso anterior pero permite modelar más adecuadamente la realidad. Esta última postura es con la que se trabajará en la presente tesis.

En Alonso-Ayuso et al. [2011](#), los autores introducen un modelo de programación entera estocástico multietapa que evoluciona con el tiempo, esto permite contemplar la incertidumbre futura de los precios y demanda de la venta de madera.

A diferencia de la optimización determinista tradicional vista anteriormente donde se supone que los parámetros del problema se conocen con certeza, en el modelo estocástico empleado en este artículo se conocen las distribuciones de probabilidad de los parámetros, y se modela por medio de un árbol

de escenarios que representa todas las realizaciones significativas de dichos parámetros.

Los autores proponen la resolución del problema total, a partir de la resolución de un subproblema determinista para cada escenario utilizando el enfoque de coordinación *Branch and Fix*, de modo de cumplir con las restricciones de no anticipatividad. Estas restricciones, muy importantes para estos modelos, refieren a que si dos escenarios son idénticos hasta una etapa determinada en el horizonte temporal, los valores de las variables de decisión deben ser iguales hasta esa etapa.

El caso de estudio corresponde a una versión simplificada del modelo que se utilizó en Andalaft et al. 2003, a la que se le agrega el componente estocástico producto de la incertidumbre en los precios de venta de la madera, pero en una versión neutra al riesgo (RN), donde el objetivo es maximizar el valor esperado de la función objetivo sin ninguna cobertura contra la incertidumbre. En esta ocasión, se tomó un horizonte de planificación de cuatro años, asumiendo que todo el bosque es propiedad de la empresa y es apto para el aprovechamiento.

Se estudiaron tres configuraciones probabilísticas del árbol de escenarios, con diferentes ponderaciones sobre los escenarios según el valor de los precios y demanda. Esta alternativa de ponderación de escenarios, puede considerarse como una primera aproximación de gestión de la incertidumbre según la percepción que tengan los tomadores de decisión sobre la realización de los escenarios inciertos.

Las tres alternativas estudiadas fueron: escenarios equiprobables, probabilidades ponderadas hacia escenarios de precios altos, y probabilidades ponderadas hacia escenarios de precios bajos. Estas tres configuraciones fueron comparadas contra el enfoque de escenario promedio, donde se asume que el planificador debe tomar todas las decisiones al comienzo del horizonte de tiempo. En todas las configuraciones, los resultados del enfoque estocástico fueron mejores que los obtenidos en el de escenario promedio.

La configuración de probabilidades ponderadas hacia precios altos, se puede vincular con un planificador optimista sobre los futuros escenarios, que planifica la cosecha esperando resultados favorables. Por el lado contrario, un planificador con una postura más conservadora, puede optar por una configuración ponderada hacia precios bajos, de forma de lograr mejor rédito ante escenarios indeseados. Mientras que la alternativa de escenarios equiprobables, se relaciona con un planificador más equilibrado, que prefiere considerar todos

los escenarios con la misma probabilidad de ocurrencia.

Las soluciones obtenidas en las tres configuraciones fueron factibles y suficientemente buenas para todos los escenarios, mientras que en el caso de escenario promedio, en algunos casos se obtuvieron soluciones no factibles.

A las investigaciones comentadas anteriormente, en Alonso-Ayuso et al. 2018, los autores introdujeron nuevos enfoques para controlar el riesgo en la planificación anticipada de la cosecha forestal y construcción de caminos bajo la incertidumbre de la demanda y los precios futuros de la madera. El problema real abordado fue el presentado en Andalaft et al. 2003.

En esta investigación, se probaron las versiones neutra al riesgo (RN) y de escenario promedio, también conocido como valor esperado (EV), pero esta vez en la versión extendida del problema original, obteniéndose 144 escenarios en lugar de los 18 utilizados en Alonso-Ayuso et al. 2011.

Por otro lado, se desarrollaron diferentes enfoques adversos al riesgo considerando el valor condicional clásico (CVaR). Esto permite reducir la probabilidad de un impacto negativo de la solución del modelo en los escenarios no deseados.

Los autores proponen tres versiones adversas al riesgo, donde se controla el mismo en diferentes períodos de tiempo. En la versión TCVaR, la gestión del riesgo se realiza sobre un subconjunto de períodos intermedios y al final del horizonte temporal, por este motivo esta versión es inconsistente en el tiempo. En cambio, la versión ECVaR realiza la gestión de riesgos en cada uno de los subárboles dados en el árbol de escenarios con consistencia temporal. Por último, plantean la versión MCVaR producto de la combinación de ambos enfoques. Esta versión utiliza ECVaR para los grupos de escenarios con correspondencia uno a uno con los nodos en el período 2, y TCVaR para los nodos en los períodos 3 y 6.

Para la generación del árbol de escenarios en dichos modelos, siguieron la propuesta empleada en Rios et al. 2016, donde se modela el comportamiento estocástico mediante la ecuación diferencial,  $\partial p(t) = \mu(\nu - p(t))\partial t + \sigma p(t)\partial w(t)$ ,  $p(0) = p_0$ ,  $t \geq 0$ .

Donde  $p(t)$  es el precio en el período  $t$ ,  $p(0)$  es el precio actual (o una estimación) en el tiempo 0,  $\mu$  es la velocidad de convergencia del precio hacia su valor a largo plazo  $\nu$ ,  $\sigma$  es la desviación estándar y  $w(t)$  es el proceso de Wiener, siendo este último, el proceso estocástico de tiempo continuo que satisface las siguientes condiciones:

1.  $w(0) = 0$ .
2.  $w$  tiene trayectorias continuas;  $w(t)$  es continuo en  $t$ .
3.  $w$  tiene incrementos estacionarios: para  $t \geq 0$  y  $0 \leq s < t$  entonces  $w(t+s) - w(t) \sim N(0, s)$ .
4.  $w$  tiene incrementos independientes, es decir, si  $0 \leq s_1 < t_1 \leq s_2 < t_2$  entonces  $w(t_1) - w(s_1)$  y  $w(t_2) - w(s_2)$  serán variables aleatorias independientes y será válida la condición para cualesquiera  $n$  incrementos.

Para evaluar los resultados, los autores compararon el beneficio esperado en cada uno de los períodos, la distribución del beneficio de los escenarios en cada uno de ellos, relacionando las medidas RN, CVaR, ECVaR, TCVaR y MCVaR.

Confirmando los resultados vistos en Alonso-Ayuso et al. 2011, el enfoque RN presenta mejores resultados en términos de utilidad en relación al enfoque tradicional. Lo mismo ocurre en términos de riesgos, donde los resultados obtenidos en el modelo RN fueron ampliamente superiores en los peores escenarios.

Al comparar los modelos estocásticos, prácticamente todos proporcionan el mismo beneficio esperado al final del horizonte de tiempo. Sin embargo, los modelos adversos al riesgo proporcionan un beneficio esperado mucho más alto que el de RN para los primeros períodos. Es decir, trasladan la utilidad a dichos períodos. El modelo ECVaR presenta mejores resultados en periodos 2, 3 y 6, TCVaR presenta los mejores resultados para las tres instancias del periodo 1, mientras que MCVaR presenta los mejores resultados para los períodos 2 y 3, y cerca de las otras medidas en el resto.

En líneas generales ECVaR suele ser más rentable al final del horizonte de tiempo, y MCVaR podría ser la medida de elección si se quisieran las mayores utilidades en períodos tempranos. Todas estas medidas adversas al riesgo, requieren un esfuerzo computacional mucho mayor. Se alcanzó con frecuencia el límite de tiempo de 24h, aunque con una diferencia pequeña con respecto a una cota o solución óptima del 2%.

Dicho esto, optar por un enfoque adverso al riesgo presenta mejores resultados en términos financieros, pero con un costo computacional importante.

Otra alternativa al manejo de la incertidumbre en los problemas forestales presentada en Alonso-Ayuso et al. 2011, se encuentra en Veliz et al. 2015. Este artículo se basa en el problema descrito en Alonso-Ayuso et al. 2011, sin embargo, lo resuelven de una manera diferente. Para que esto sea posible los

autores presentan una forma distinta de manejar la ya mencionada restricción de no anticipatividad. Esta nueva forma de resolución otorga ciertas ventajas ya que permite agregar más escenarios al problema estocástico, acercándose más a la realidad, sin afectar esfuerzos computacionales. De hecho se contemplaron aspectos de incertidumbre en el crecimiento y rendimiento de la madera, lo cual permitió poder agregar escenarios potencialmente indeseables.

Las restricciones de no anticipatividad en un modelo de optimización estocástica se pueden expresar de forma explícita o implícita. En una formulación explícita, las restricciones de no anticipatividad relacionan instancias específicas de las variables de decisión del escenario en cada nodo del árbol de escenarios. En cambio en una formulación implícita, las restricciones de no anticipatividad son expresadas mediante la introducción de variables de decisión comunes compartidas en cada nodo del árbol de escenarios. La formulación implícita es más compacta y eso puede llevar a problemas que son más fáciles de resolver.

En el caso de Veliz et al. 2015, los autores proponen utilizar el algoritmo *Progressive Hedging* (PH) que se basa en la separación del problema en escenarios e inicialmente relaja la necesidad de introducir explícitamente la restricción de no anticipatividad. En este algoritmo cada escenario es resuelto independientemente e iterativamente. Como es de esperarse las soluciones alcanzadas en cada escenario inicialmente no satisfacen la restricción de no anticipatividad y las variables que tienen que ser iguales por dicha restricción toman valores distintos. Para resolver esto y que las variables tiendan al mismo valor, el algoritmo penaliza las desviaciones respecto del valor promedio de todo los escenarios, mediante el aumento de la función objetivo. De manera iterativa se puede converger a una solución que satisfaga las restricciones.

Como se ha mencionado, este algoritmo presenta la ventaja de que se puede resolver un problema con muchos escenarios en casos que la forma extensiva de la optimización estocástica es muy difícil de resolver directamente o requiere mucha memoria, o incluso ambos. De hecho, el problema propuesto por los autores cuenta con 324 escenarios respecto a los 18 escenarios que maneja el problema presentado en Alonso-Ayuso et al. 2011. Estos escenarios surgen de la introducción de la incertidumbre de los precios, los rangos de la demanda y los rendimientos forestales.

Sin embargo, cabe destacar que el problema planteado en Veliz et al. 2015 tiene algunas simplificaciones respecto a Alonso-Ayuso et al. 2011. Entre ellas

se encuentra que el modelo no cuenta con la restricción de adyacencia, la cual determina que si se cosecha una determinada área, las unidades adyacentes no pueden ser cosechadas hasta que los árboles de la unidad cosechada alcancen cierta edad; esto es debido a condiciones ambientales. En principio, consideramos que esta restricción puede ser de gran utilidad para modelar la realidad forestal de Uruguay. Otras de las simplificaciones que se hicieron fueron:

- Considerar solo un tipo de madera.
- No considerar más de un tipo de caminos.

En resumen, el modelo estocástico planteado minimiza los costos esperados a través de todos los escenarios, ponderados según su probabilidad. Las soluciones deben satisfacer la factibilidad para todos los escenarios independientemente y deben satisfacer la no anticipatividad cuando se los toma en conjunto. El algoritmo resuelve los subproblemas de manera independiente, lo cual resulta mucho más eficaz en términos computacionales.

# Capítulo 3

## Problema de planificación

El objetivo de este trabajo es crear un modelo que permita maximizar las ganancias de la cosecha forestal en un contexto de incertidumbre en la demanda y en el precio de la madera. Desde un primer momento estuvo la incertidumbre de si el modelo debía estar orientado a la definición de qué terrenos convenía comprar, ya sea plantados o no, o a la gestión y planificación de terrenos ya adquiridos y plantados. En principio ambas opciones son más que válidas y, cada una presenta desafíos distintos con varios puntos en común. Esto hizo que no fuese una decisión sencilla escoger qué alternativa atacar. Finalmente, se optó por la alternativa de campos ya adquiridos con plantaciones de árboles ya existentes. La razones que terminaron inclinando la balanza fueron la posibilidad de trabajar de forma más detallada con la creación de caminería, el horizonte de tiempo más reducido y el costo computacional menor que presenta esta opción

### 3.1. Alcance del problema

Recapitulando, se aborda la planificación de la cosecha de terrenos predefinidos con árboles ya plantados que permitan maximizar las ganancias en un contexto de incertidumbre en la demanda y en el precio de la madera. Partiendo de este objetivo, la forma de generación del modelo consiste en dos etapas; la primera consiste en un modelo sin la inclusión de incertidumbre, o mejor conocido como determinista, adaptado en una segunda instancia en una versión estocástica, teniendo en consideración los cambios en los precios de la madera y la demanda. Esta forma de trabajo permite atacar el problema por

partes, generando una base determinista que permita validar los resultados de forma más eficaz y luego dar el salto al modelado estocástico. Además, el modelado sin incertidumbre, es en sí una herramienta válida para situaciones en las que la variabilidad futura se entienda muy acotada, permitiendo llegar a mayores ganancias en caso de cumplirse los supuestos iniciales. Esto último es importante para entender el valor del modelo. El resultado final consiste en una serie de decisiones de cosecha, transporte, creación de caminos e inventarios que, ante los escenarios planteados con sus respectivas probabilidades de ocurrencia, permite generar la mayor ganancia considerando los riesgos y oportunidades de cada escenario. Dicho esto, el resultado final evaluado en ganancias será siempre menor o igual a el modelo determinista, el cual maximiza un solo escenario siempre y cuando ese escenario se cumpla. En los capítulos siguientes se presentan ambos modelos con sus respectivas validaciones.

El horizonte temporal es de 5 años. En cada uno de ellos existe la posibilidad de cosechar cada una de las parcelas, generar inventario, realizar ventas y/o crear caminos. Cada una de estas acciones está limitada por una o varias restricciones que se explican en el siguiente capítulo.

## **3.2. Estructura del modelo del problema**

Para poder llevar a cabo la gestión del terreno es preciso dividir la plantación en sub-grupos. Estos sub-grupos denominados parcelas suelen definirse en base a tamaño, tipo y antigüedad de los árboles o conexión con rutas de acceso. La sectorización en parcelas resulta útil cuando es requerido cosechar cantidades determinadas de madera en diferentes períodos de tiempo. Cada parcela debe contar con un camino que permita transportar la maquinaria y la mano de obra al lugar de cosecha. Es necesario también que los caminos sean aptos para transportar la madera desde el lugar de cosecha hasta el punto de almacenamiento o venta. Dicho esto, en el modelo se presentan restricciones y características que deben cumplir las parcelas a la hora de su cosecha. Primero que nada, cada parcela esta asociada a un nodo de origen. Los nodos de origen son el punto de caminería más cercano a la parcela y por el cual debe transportarse la madera hacia su punto de venta. Cada nodo de origen puede tener asociadas varias parcelas. El concepto de nodo será usado frecuentemente durante este trabajo. En concreto, veremos 3 tipos de ellos:

- Nodos de origen.
- Nodos de intersección.
- Nodos de salida.

Cada uno de ellos cumple una función específica dentro del modelo. Como ya se comentó, los nodos de origen tienen asociada una o más parcelas y son el punto más cercano a la cosecha. Toda la madera que es cosechada debe pasar primero por un nodo de origen. Los nodos de intersección cumplen la función de enlazar los nodos de entrada y salida y no tienen parcelas asociadas. Por último, los nodos de salida representan el punto donde se satisface la demanda y representan el último punto donde llega la madera. Los nodos de salida tienen la peculiaridad de que son los únicos nodos donde es posible inventariar. Esta definición se basa en la imposibilidad de almacenar los troncos en cualquier nodo por la falta de infraestructura frente a posibles lluvias. Cada nodo puede estar unido a uno o más nodos mediante caminos. Los caminos pueden ser ya existentes o potenciales. Los caminos potenciales son aquellos que es posible construir para lograr un ruteo más eficiente o para poder acceder a ciertas parcelas. Cada camino tiene un costo de transporte asociado el cual se basa en los costos del vehículo de transporte, peajes y combustible que varían según su longitud y tipo. La construcción de un camino potencial tiene asociado un costo y una vez construido, contará con un costo de transporte. Además de los costos mencionados, cada camino presenta un flujo máximo por período. Esta restricción responde a normativa nacional por transporte pesado y a la capacidad del camino de soportar dicho peso. Regresando a las parcelas, toda la madera cosechada es enviada desde el nodo de origen hacia el nodo de salida en el mismo periodo. Una vez en el nodo de salida, es posible inventariarlo o satisfacer la demanda del período de forma total o parcial.

Otra restricción presente en el modelo es la imposibilidad de cosechar parcelas contiguas con menos de 2 períodos de diferencia. La cosecha de varias parcelas contiguas genera una degradación importante en los suelos por lo que no es deseable. Es por esto que cada parcela tiene asociadas sus parcelas contiguas según corresponda.

### 3.3. Instancia de estudio

El terreno utilizado para la validación y corrida del modelo corresponde a un terreno arbitrario en una zona céntrica del país, el cual por motivos de confidencialidad no se especifica su ubicación exacta. El terreno seleccionado se encuentra en una zona céntrica del país con un índice de productividad coneat de valor 76. En total cuenta con unas 459 ha cultivadas. El terreno cuenta con un solo camino de ingreso el cual conecta con una capital departamental por un lado y con un ruta nacional por el otro. El contar con un único camino para llegar a la estancia y a su vez no ser asfaltado, dificulta la accesibilidad para maquinaria pesada. Ante lluvias fuertes, es posible que el acceso al terreno se vea imposibilitado. Dentro del recinto existe un único camino construido que recorre de norte a sur el terreno.

El bosque completo utilizado para el caso de estudio se observa en la figura 3.1, donde se pueden identificar todas las parcelas. Las parcelas fueron referenciadas con una nomenclatura donde el número corresponde al nodo de origen asociado y la letra identificatoria dicha parcela. A su vez, visualmente se puede apreciar que todas las parcelas asociadas a un nodo de origen están delimitadas con el mismo color. Luego, con forma de árbol y su respectivo color se encuentran los nodos de orígenes, los cuales en total son catorce. En cuanto a los nodos de intersección los mismos se aprecian en la figura con el color marrón y la forma de “Y”, siendo estos en total ocho. Respecto al nodo de salida, se cuenta con un único nodo, no visible en la figura debido a que el mismo se encuentra en la zona metropolitana del país. Por último, se pueden observar los caminos. En azul, se encuentran las rutas ya construidas y en violeta se visualizan los caminos potenciales a construir como se mencionó anteriormente.

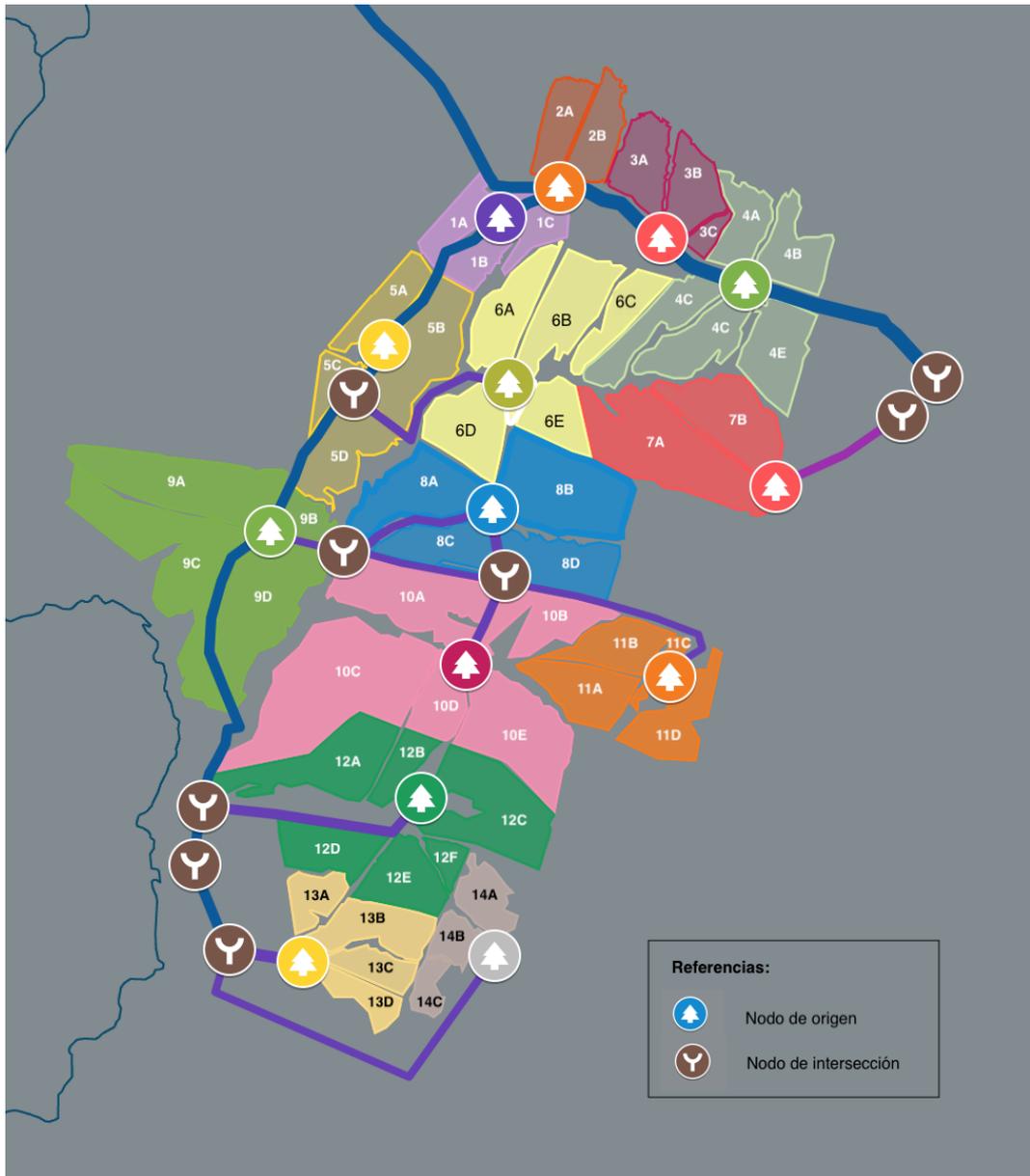


Figura 3.1: Caso de estudio.

# Capítulo 4

## Modelo algebraico

En este capítulo, para un mayor entendimiento, se presenta en primera instancia el modelo determinista y en segunda instancia el modelo estocástico asociado al problema de cosecha forestal. Ambos modelos pretenden maximizar la esperanza del beneficio neto de la venta de madera cosechada, teniendo en cuenta los costos de la cosecha, el transporte y almacenamiento, mientras se atiende demanda y precios conocidos en el primer caso, y con incertidumbre en el segundo, durante cierto horizonte temporal discreto.

### 4.1. Modelo determinista

A continuación se describen las entidades de la variante determinista del modelo, a partir de los conjuntos:

- $T$  : Períodos, conjunto ordenado  $\{1, \dots, n\}$ , donde  $n$  es el horizonte temporal del problema.
- $P$  : Parcelas.
- $N$  : Nodos de la red de caminos.
- $N_o \subset N$  : Nodos origen.
- $N_i \subset N$  : Nodos de intersección.
- $N_s \subset N$  : Nodos de salida.
- $P_{o_i} \subset P$  : Parcelas adyacentes al nodo de origen  $i \in N_o$ .
- $P_{c_p} \subset P$  : Parcelas contiguas a la parcela  $p \in P$ .
- $R \subset N \times N$  : Caminos dirigidos  $(i, j)$ , con  $i, j \in N$  tal que  $i \neq j$ .
- $R_e \subset R$  : Caminos existentes.

- $Rp \subset R$  : Caminos potenciales a construir.

Siendo  $T$ , el conjunto discreto que representa los  $t$  períodos del horizonte temporal.  $P$  representa el conjunto de parcelas existentes, y  $Po$  el subconjunto de parcelas de  $P$  asociadas al nodo de origen  $No$ . En otras palabras,  $Po$  son las parcelas a las cuales se accede por el nodo de origen  $No$ . El conjunto de nodos está representado por  $N$ , el cual se conforma de la unión de  $No$ ,  $Ni$  y  $Ns$ , conjuntos de nodos origen, de intersección y de salida respectivamente. El conjunto de caminos  $R$ , contempla los caminos ya existentes  $Re$  y los caminos potenciales a construir,  $Rp$ .

Los parámetros utilizados son:

- $d_t$  : Demanda de madera en  $m^3$  en el período  $t \in T$ .
- $pr_t$  : Precio en USD/ $m^3$  de madera en el período  $t \in T$ .
- $s_p$  : Superficie, en ha, de la parcela  $p \in P$ .
- $pf_p^t$  : Rendimiento en  $m^3/ha$  de la parcela  $p \in P$  en el período  $t \in T$ .
- $cp_i^t$  : Costo de procesamiento en USD/ $m^3$  de madera del nodo  $i \in No$ .
- $cy_i$  : Costo de almacenamiento en USD/ $m^3$  de madera del nodo  $i \in Ns$ .
- $c_{ij}^t$  : Costo de transporte en USD/ $m^3$  de madera en el camino  $(i, j) \in R$  durante el período  $t \in T$ .
- $cc_{ij}$  : Costo de construir, en USD, el camino potencial  $(i, j) \in Rp$ .
- $k_{ij}^t$  : Capacidad máxima en  $m^3$  del camino  $(i, j) \in R$  en el período  $t \in T$ .
- $al_i$  : Capacidad máxima de almacenamiento de inventario en  $m^3$  para el nodo  $i \in Ns$ .
- $bc_t$  : Presupuesto, en USD, para caminería en el período  $t \in T$ .
- $y0_i$  : Inventario inicial en  $m^3$  de madera en el nodo  $i \in Ns$ .

Las variables de decisión del problema planteado son:

- $x_p^t$  : 1, si se cosecha la parcela  $p \in P$  en el período  $t \in T$ , 0 en caso contrario.
- $w_{ij}^t$  : 1, si se construye el camino  $(i, j) \in Rp$  en el período  $t \in T$ , 0 en caso contrario.
- $y_i^t$  : Cantidad, en  $m^3$ , de inventario en el nodo de salida  $i \in Ns$  en el período  $t \in T$ , tal que  $y_i^t \geq 0$ .
- $f_{ij}^t$  : Flujo de madera, en  $m^3$ , en el camino  $(i, j) \in R$  en el período  $t \in T$ , tal que  $f_{ij}^t \geq 0$ .

- $z_i^t$  : Ventas, en  $m^3$ , en el nodo de salida  $i \in N_s$  en el período  $t \in T$ , tal que  $z_i^t \geq 0$ .

Las restricciones del problema son las siguientes:

- Inventario inicial en los nodos de salida,

$$y_i^0 = y0_i, \quad i \in N_s. \quad (4.1)$$

- Cada parcela se cosecha máximo una vez en el horizonte temporal,

$$\sum_{t \in T} x_p^t \leq 1, \quad p \in P. \quad (4.2)$$

- No se pueden cosechar dos parcelas contiguas en el período  $t$ ,

$$x_p^t + x_{p'}^t \leq 1, \quad t \in T, \quad p \in P, \quad p' \in P_c : p' \neq p. \quad (4.3)$$

- No se pueden cosechar dos parcelas contiguas en el período  $t+1$ ,

$$x_p^t + x_{p'}^{t+1} \leq 1, \quad t \in T \setminus \{n\}, \quad p \in P, \quad p' \in P_c : p' \neq p. \quad (4.4)$$

- Los caminos potenciales se pueden construir solo una vez en todo el horizonte temporal,

$$\sum_{t \in T} w_{ij}^t \leq 1, \quad (i, j) \in R_p. \quad (4.5)$$

- Solo puede haber flujo en un camino potencial, si está construido,

$$f_{ij}^t \leq k_{ij}^t \sum_{t'=1}^t w_{ij}^{t'}, \quad (i, j) \in R_p, \quad t \in T. \quad (4.6)$$

- No se puede superar el presupuesto de caminería por período,

$$\sum_{(i,j) \in R_p} cc_{ij} w_{ij}^t \leq bc_t, \quad t \in T. \quad (4.7)$$

- No se puede superar la capacidad de inventario en los nodos de salida por período,

$$y_i^t \leq al_i, \quad i \in N_s, \quad t \in T. \quad (4.8)$$

- No se puede superar la capacidad máxima de flujo de los caminos por período,

$$f_{ij}^t \leq k_{ij}^t, \quad (i, j) \in R, \quad t \in T. \quad (4.9)$$

- Balance de nodo de origen por período. Para cada nodo de origen, la cantidad de madera cosechada sumado al flujo de madera que ingresa, debe ser igual al flujo de salida del nodo,

$$\sum_{p \in P_{o_i}} p f_p^t s_p x_p^t + \sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^t - \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^t = 0, \quad i \in N_o, \quad t \in T. \quad (4.10)$$

- Balance de nodo de intersección por período. Para cada nodo de intersección de la red se debe cumplir que el flujo de madera entrante coincide con el flujo de madera saliente del nodo,

$$\sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^t - \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^t = 0, \quad i \in N_i, \quad t \in T. \quad (4.11)$$

- Balance de nodo de salida por período. Las ventas de madera son atendidas mediante el flujo que llega al nodo de salida y las existencias en inventario,

$$\sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^t + y_i^{t-1} - y_i^t - z_i^t = 0, \quad i \in N_s, \quad t \in T. \quad (4.12)$$

- Se debe satisfacer potencialmente la demanda,

$$\sum_{i \in N_s} z_i^t \leq d_t, \quad t \in T. \quad (4.13)$$

La función objetivo busca maximizar las ganancias teniendo en cuenta los ingresos y todos los costos asociados a la cosecha, transporte, almacenamiento de la madera, y construcción de la caminería.

Maximizar Beneficio:

$$\sum_{t \in T} \sum_{i \in N_s} pr_i z_i^t \quad (4.14)$$

$$- \sum_{i \in N_o} cp_i^t \sum_{p \in P_o_i} pf_p^t s_p x_p^t \quad (4.15)$$

$$- \sum_{i \in N_s} cy_i y_i^t \quad (4.16)$$

$$- \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^t c_{ij}^t \quad (4.17)$$

$$- \sum_{(i,j) \in R_p} cc_{ij} w_{ij}^t \quad (4.18)$$

En donde:

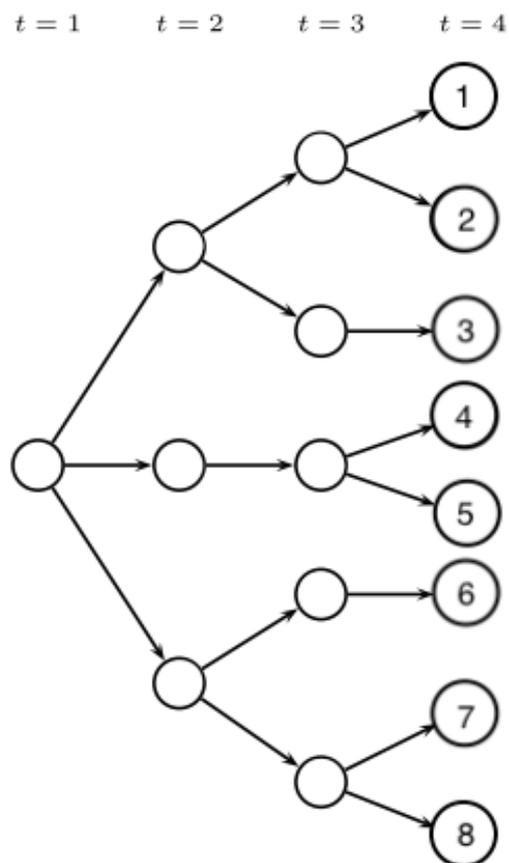
- Las ventas están representadas por (4.14).
- Los costos asociados a cosechar la madera en el nodo de origen están representados por (4.15).
- Los costos incurridos en el almacenamiento están representados por (4.16).
- Los costos derivados del transporte de la madera están representados por (4.17).
- Por último, los costos debidos a la construcción de caminería están representados por (4.18).

## 4.2. Modelo estocástico

En esta sección se presenta el modelo estocástico asociado al problema de cosecha junto con las principales variaciones que presenta este modelo respecto al modelo determinista.

### 4.2.1. Estructura de la información estocástica

Antes de adentrarse en el modelo estocástico es importante ilustrar y aclarar cómo es que se introduce la incertidumbre al problema planteado. Para poder plasmar dicha incertidumbre se debe generar lo que se llama un árbol de escenarios. Este representa todos los escenarios posibles de la realidad que se desea contemplar, y recibe su nombre debido a la similitud con las ramas de un árbol.



**Figura 4.1:** Árbol con 17 estados y 8 escenarios.

En la figura 4.1 se pueden observar 17 nodos representados como círculos

en el grafo; cada nodo del árbol representa un posible estado de la realidad en un período dado. En la parte superior se muestran los distintos períodos. En este caso del 1 al 4 con la letra  $t$ . Las relaciones entre nodos se representan con flechas orientadas, las cuales definen los posibles estados abordados a lo largo del horizonte temporal. En  $t = 1$  encontramos el nodo raíz o situación inicial. A medida que se avanza por el árbol se van generando distintos ramales, representados por nodos, los cuales representan un estado de precio y demanda de la madera. En el último período se encuentran los nodos finales los cuales llamaremos escenarios. Por lo tanto, un escenario es una secuencia de estados desde el nodo inicial, raíz del árbol, hasta el nodo final, hoja del árbol. En cada período se debe tomar decisiones en base a lo ocurrido en el período anterior y contemplando lo que puede llegar a ocurrir en el siguiente período, de manera que se satisfagan todos los posibles escenarios y se maximice la esperanza del beneficio independientemente de lo que ocurra.

Por ejemplo, en el nodo raíz se posee un estado de la realidad, ya sea una demanda y precio dados, y a su vez se tiene la información de que en el futuro pueden ocurrir varias realidades. Estas últimas pueden representar, por citar un ejemplo, precio y demanda alta, precios bajos o cualquier combinación posible que represente adecuadamente la realidad. Es de esta manera que se introduce la incertidumbre al problema, ya que dependiendo en qué nodo del árbol se está situado, que realización se tiene. Por lo tanto, con esta estructura e información el problema decidirá para el primer período qué decisiones tomar sabiendo que se tiene cierta realización de los parámetros en ese momento y que en el futuro pueden ocurrir distintas realizaciones, siendo para el caso de la figura 4.1 la realización de los nodos del período  $t=2$ .

Luego, dichas decisiones son manejadas como información de entrada para las decisiones a tomar en el siguiente período. Es decir, en el segundo período se tomarán decisiones en base a lo que se ha decidido en el primer período y contemplando lo que pueda llegar a ocurrir en el siguiente. Esta lógica se aplica sucesivamente para cada período y por cada escenario.

Otro punto que es importante destacar es que la solución brindada por parte del modelo estocástico maximiza la esperanza del beneficio neto. Es decir, si se ejecutara la realidad infinitamente se obtendría en promedio el beneficio neto brindado por el modelo. Sin embargo, si se comparan las soluciones de los escenarios respecto a la solución brindada por un modelo determinista con la misma configuración de la realidad, esta última sería mejor. La diferencia

en ambas soluciones se debe a la introducción de la incertidumbre, ya que al no tener certeza de lo que va suceder en un futuro lleva a que la decisión tomada no sea la mejor en caso de que se termine desarrollando el escenario dado. Pero en una mirada a largo plazo, definitivamente termina siendo mejor la introducción de la incertidumbre, ya que nos permite contemplar casos no tan deseados que de ocurrir generarían un costo mayor.

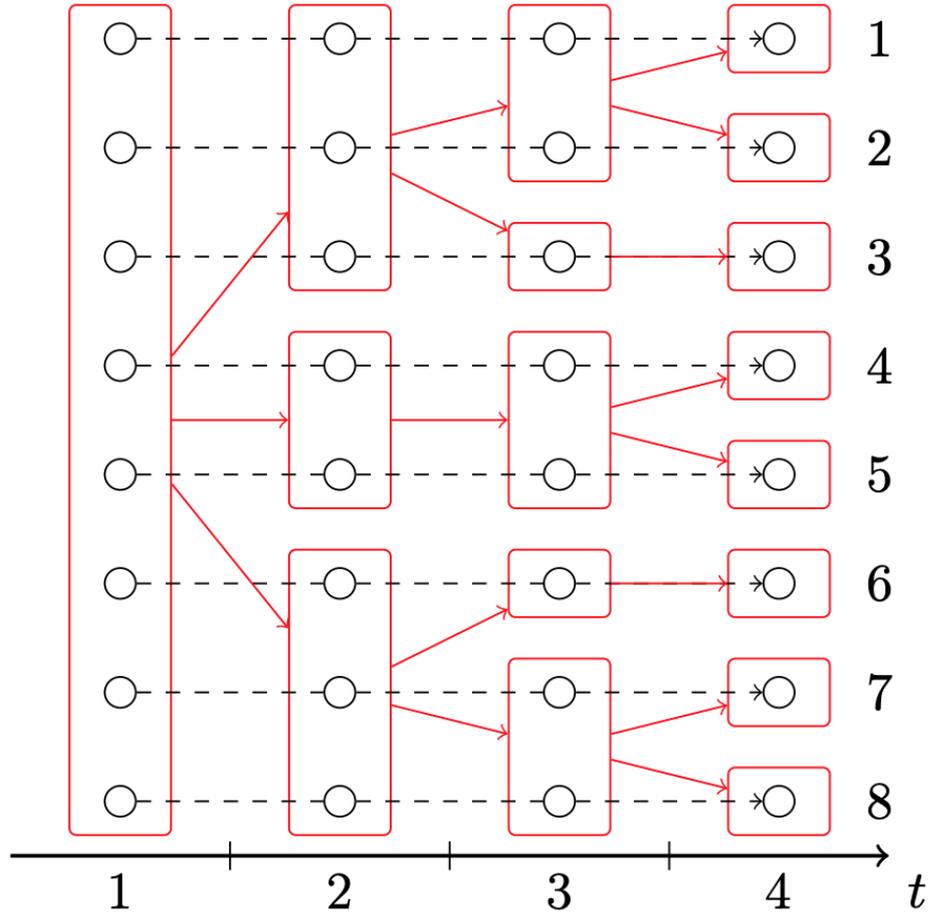
#### 4.2.2. Entidades del modelo estocástico

A continuación se describen las entidades del modelo, a partir de los conjuntos.

- $T$  : Períodos, conjunto ordenado  $\{1, \dots, n\}$ , donde  $n$  es el horizonte temporal del problema.
- $P$  : Parcelas.
- $N$  : Nodos de la red de caminos.
- $N_o \subset N$  : Nodos origen.
- $N_i \subset N$  : Nodos de intersección.
- $N_s \subset N$  : Nodos de salida.
- $P_{o_i} \subset P$  : Parcelas adyacentes al nodo de origen  $i \in N_o$ .
- $P_{c_p} \subset P$  : Parcelas contiguas a la parcela  $p \in P$ .
- $R \subset N \times N$  : Caminos dirigidos  $(i, j)$ , con  $i, j \in N$  tal que  $i \neq j$ .
- $Re \subset R$  : Caminos existentes.
- $Rp \subset R$  : Caminos potenciales a construir.
- $E$  : Escenarios.
- $ET_{e,t}$  : Grupos de escenarios, según escenarios separados  $e \in E$  que coinciden para el período  $t \in T$ .

A los conjuntos mencionados en la sección 4.1 se adicionan dos nuevos conjuntos necesarios estos son: escenarios y grupo de escenarios. El conjunto  $E$  representa los posibles escenarios. Debido a que la formulación se realiza mediante escenarios separados, el conjunto  $ET_{e,t}$  representa computacionalmente la relación entre los escenarios a un tiempo dado, es decir, los escenarios que coinciden en dicho tiempo. Para lograr una mayor comprensión, basándose en el árbol de la figura 4.1, el conjunto  $ET_{e,t}$  constituye los escenarios separados que están vinculados en el tiempo. Los escenarios separados y los conjuntos

$ET_{e,t}$  se ilustran en la figura 4.2 mediante arcos negros y cuadrantes rojos, respectivamente.



**Figura 4.2:** Relación entre los escenarios separados y los conjuntos  $ET_{e,t}$ .

Tomando como referencia el escenario 1, el conjunto  $ET_{e,t}$  para dicho escenario en cada período sería de la forma:

- $ET_{1,1}=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- $ET_{1,2}=\{1,2,3\}$
- $ET_{1,3}=\{1,2\}$
- $ET_{1,4}=\{1\}$

Este conjunto es sumamente importante ya que al modelar con escenarios separados, se requieren escribir las restricciones de no anticipatividad, las cua-

les garantizan la consistencia de los modelos estocásticos. Estas restricciones, presentadas más adelante, aseguran que las decisiones en cada período sean las mismas para los escenarios relacionados.

Por lo tanto, si se utiliza la figura 4.2 como referencia, las restricciones de no-anticipatividad determinan que las decisiones en el período 2 son las mismas para los escenarios 1, 2 y 3, ya que dichos escenarios en el período 2 se desarrollan a partir del mismo estado de la realidad (cuadrante superior en  $t=2$ ). Siguiendo con esta lógica, en el período 3 quienes comparten las mismas decisiones son los escenarios 1 y 2, ya que ambos provienen del mismo estado de realidad. Esta restricción se aplica para todos los escenarios en cada período, y hasta que período comparten decisiones los escenarios depende de la configuración del árbol, el cuál a su vez refleja la incertidumbre en el problema planteado.

Los parámetros presentados en el modelo determinista, sección 4.1, que sufren modificaciones debido a la incertidumbre son:

- $d^{te}$  : Demanda de madera para el escenario  $e \in E$ , expresada en  $m^3$ , en el período  $t \in T$ .
- $pr^{te}$  : Precio de la madera para el escenario  $e \in E$ , expresado en USD/ $m^3$ , en el período  $t \in T$ .
- $\pi_e$  : Probabilidad de ocurrencia del escenario  $e \in E$ .

El resto se mantienen como en la sección 4.1:

- $s_p$  : Superficie, en ha, de la parcela  $p \in P$ .
- $pf_p^t$  : Rendimiento en  $m^3$ /ha de madera de la parcela  $p \in P$  en el período  $t \in T$ .
- $cp_i^t$  : Costo de procesamiento en USD/ $m^3$  de madera del nodo  $i \in No$ .
- $cy_i$  : Costo de almacenamiento en USD/ $m^3$  de madera del nodo  $i \in Ns$ .
- $c_{ij}^t$  : Costo de transporte en USD/ $m^3$  de madera en el camino  $(i, j) \in R$  durante el período  $t \in T$ .
- $cc_{ij}$  : Costo de construir, en USD, el camino potencial  $(i, j) \in Rp$ .
- $k_{ij}^t$  : Capacidad máxima en  $m^3$  del camino  $(i, j) \in R$  en el período  $t \in T$ .
- $al_i$  : Capacidad máxima de almacenamiento de inventario en  $m^3$  para el nodo  $i \in Ns$ .
- $bc_t$  : Presupuesto, en USD, para caminería en el período  $t \in T$ .

- $y0_i$  : Inventario inicial en  $m^3$  de madera en el nodo  $i \in N_s$ .

Las variables de decisión del problema planteado son:

- $x_p^{te}$  : 1, si se cosecha la parcela  $p \in P$  para el escenario  $e \in E$ , en el período  $t \in T$ , 0 en caso contrario.
- $w_{ij}^{te}$  : 1, si se construye el camino  $(i, j) \in Rp$  para el escenario  $e \in E$ , en el período  $t \in T$ , 0 en caso contrario.
- $y_i^{te}$  : Cantidad, en  $m^3$ , de inventario en el nodo de salida  $i \in N_s$  para el escenario  $e \in E$ , en el período  $t \in T$ , tal que  $y_i^{te} \geq 0$ .
- $f_{ij}^{te}$  : Flujo de madera, en  $m^3$ , en el camino  $(i, j) \in R$  para el escenario  $e \in E$ , en el período  $t \in T$ , tal que  $f_{ij}^{te} \geq 0$ .
- $z_i^{te}$  : Ventas, en  $m^3$ , en el nodo de salida  $i \in N_s$  para el escenario  $e \in E$ , en el período  $t \in T$ , tal que  $z_i^{te} \geq 0$ .

Por último, las restricciones del problema son las siguientes:

- Inventario inicial en los nodos de salida según el escenario,

$$y_i^{te} = y0_i, \quad i \in N_s, \quad e \in E, \quad t \in T. \quad (4.19)$$

- Cada parcela se cosecha a lo sumo una vez en el horizonte temporal según el escenario,

$$\sum_{t \in T} x_p^{te} \leq 1, \quad p \in P, \quad e \in E. \quad (4.20)$$

- No se pueden cosechar dos parcelas contiguas en cada período según el escenario,

$$x_p^{te} + x_{p'}^{te} \leq 1, \quad t \in T, \quad p \in P, \quad e \in E, \quad p' \in Pc_p : p' \neq p. \quad (4.21)$$

- No se pueden cosechar dos parcelas contiguas en períodos subsiguiente según el escenario,

$$x_p^{te} + x_{p'}^{te} \leq 1, \quad t \in T \setminus \{n\}, \quad p \in P, \quad e \in E, \quad p' \in Pc_p : p' \neq p. \quad (4.22)$$

- Los caminos potenciales se pueden construir solo una vez en todo el horizonte temporal según el escenario,

$$\sum_{t \in T} w_{ij}^{te} \leq 1, \quad (i, j) \in Rp, \quad e \in E. \quad (4.23)$$

- Solo puede haber flujo en un camino potencial si está construido, según el escenario,

$$f_{ij}^{te} \leq k_{ij}^t \sum_{t'=1}^t w_{ij}^{t'e}, \quad (i, j) \in Rp, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.24)$$

- No se puede superar el presupuesto de caminería por período según el escenario,

$$\sum_{(i,j) \in Rp} cc_{ij} w_{ij}^{te} \leq bc_t, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.25)$$

- No se puede superar la capacidad de inventario en los nodos de salida, por período, según el escenario,

$$y_i^{te} \leq al_i, \quad i \in Ns, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.26)$$

- No se puede superar la capacidad máxima de flujo de los caminos por período, según el escenario,

$$f_{ij}^{te} \leq k_{ij}^t, \quad (ij) \in R, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.27)$$

- Balance de nodo de origen. Para cada nodo de origen, el volumen expresado en m<sup>3</sup> de madera cosechada sumado al flujo de madera que ingresa, debe ser igual al flujo de salida del nodo, según el escenario,

$$\sum_{p \in Po_i} pf_p^t s_p x_p^{te} + \sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^{te} - \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^{te} = 0, \quad i \in No, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.28)$$

- Balance de nodo de intersección. Para cada nodo de intersección de la red se debe cumplir que el flujo de madera entrante coincide con el flujo de madera saliente del nodo, expresado en m<sup>3</sup> según el escenario,

$$\sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^{te} - \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^{te} = 0, \quad i \in Ni, \quad t \in T, \quad e \in E. \quad (4.29)$$

- Balance de nodo de salida. Las ventas de madera son atendidas mediante el flujo que llega al nodo de salida y las existencias en inventario para

cada período, según el escenario,

$$\sum_{(j,i) \in R} f_{ji}^{te} + y_i^{(t-1)e} - y_i^{te} - z_i^{te} = 0, \quad i \in N_s, t \in T, e \in E. \quad (4.30)$$

- Se debe satisfacer potencialmente la demanda según el escenario,

$$\sum_{i \in N_s} z_i^{te} \leq d^{te}, \quad t \in T, e \in E. \quad (4.31)$$

- Se debe cumplir las restricciones de no anticipatividad, es decir, la toma de decisiones de cosecha y construcción debe ser igual para escenarios del mismo grupo de escenarios en cada período,

$$x_p^{te} = x_p^{te'}, \quad p \in P, t \in T, e \in E, e' \in ET_{e,t}. \quad (4.32)$$

$$w_{ij}^{te} = w_{ij}^{te'}, \quad (i, j) \in Rp, t \in T, e \in E, e' \in ET_{e,t}. \quad (4.33)$$

- Se debe cumplir las restricciones de no anticipatividad, es decir, el flujo de madera, las existencias en inventario y las ventas debe ser igual para escenarios del mismo grupo de escenarios en cada período,

$$f_{ij}^{te} = f_{ij}^{te'}, \quad (i, j) \in R, t \in T, e \in E, e' \in ET_{e,t}. \quad (4.34)$$

$$y_i^{te} = y_i^{te'}, \quad i \in N_s, t \in T, e \in E, e' \in ET_{e,t}. \quad (4.35)$$

$$z_i^{te} = z_i^{te'}, \quad i \in N_s, t \in T, e \in E, e' \in ET_{e,t}. \quad (4.36)$$

La función objetivo busca maximizar la esperanza de las ganancias teniendo en cuenta los ingresos y todos los costos asociados a la cosecha, transporte, almacenamiento de la madera, y construcción de la caminería de todos los escenarios posibles.

Maximizar Beneficio:

$$\sum_{e \in E} \pi_e \sum_{t \in T} \quad (4.37)$$

$$\left( \sum_{i \in N_s} pr^{te} z_i^{te} \quad (4.38)$$

$$- \sum_{i \in N_o} cp_i^t \sum_{p \in P_{o_i}} pf_p^t s_p x_p^{te} \quad (4.39)$$

$$- \sum_{i \in N_s} cy_i y_i^{te} \quad (4.40)$$

$$- \sum_{(i,j) \in R} f_{ij}^{te} c_{ij}^t \quad (4.41)$$

$$- \sum_{(i,j) \in R_p} cc_{ij} w_{ij}^{te} \quad (4.42)$$

En donde:

- La probabilidad de ocurrencia de cada escenario es establecida mediante (4.37).
- Las ventas están representadas por (4.38).
- Los costos asociados a cosechar la madera en el nodo de origen están representados por (4.39).
- Los costos incurridos en el almacenamiento están representados por (4.40).
- Los costos derivados del transporte de la madera están representados por (4.41).
- Por último, los costos debidos a la construcción de caminería están representados por (4.42).

### 4.3. Características de los modelos

De acuerdo con lo presentado en las secciones 4.1 y 4.2, ambos modelos de optimización son del tipo entero-mixta ya que algunas de sus variables son enteras, más precisamente binarias.

Para un algoritmo, el tiempo de ejecución del peor caso de las instancias de tamaño  $n$  se define como  $T(n)$ . Un algoritmo es eficiente si se ejecuta en tiempo polinomial. Entendiéndose por ejecución en tiempo polinomial si existe un entero  $k$  tal que  $T(n) =: O(n^k)$ , (Carlos Testuri, 2021). Salvo para algunas instancias particulares, en general, para los problemas de optimización entero-mixta no se conoce un algoritmo de resolución eficiente, por lo tanto, pertenecen a la clase de problemas *NP-hard*, como lo es el de este caso.

# Capítulo 5

## Validación del modelo

La validación del modelo algebraico consiste en probar distintas instancias de datos y comprobar que el resultado se ajusta a lo esperado. En este capítulo se validarán los modelos utilizados en sus dos versiones: determinista y estocástica.

### 5.1. Modelo determinista

Se probará el modelo en instancias de datos representativas del bosque original presentado en el capítulo 3. Debido al tamaño del modelo original, la validación del modelo se hará con una versión que cuenta con las siguientes simplificaciones: se tomará una porción del bosque original, considerando los nodos de origen 1, 2, 3, 4, 5 y 6 junto a los caminos asociados a los nodos disponibles. A su vez se considerarán tres períodos.

El bosque utilizado en la validación se puede ver en la figura 5.1:

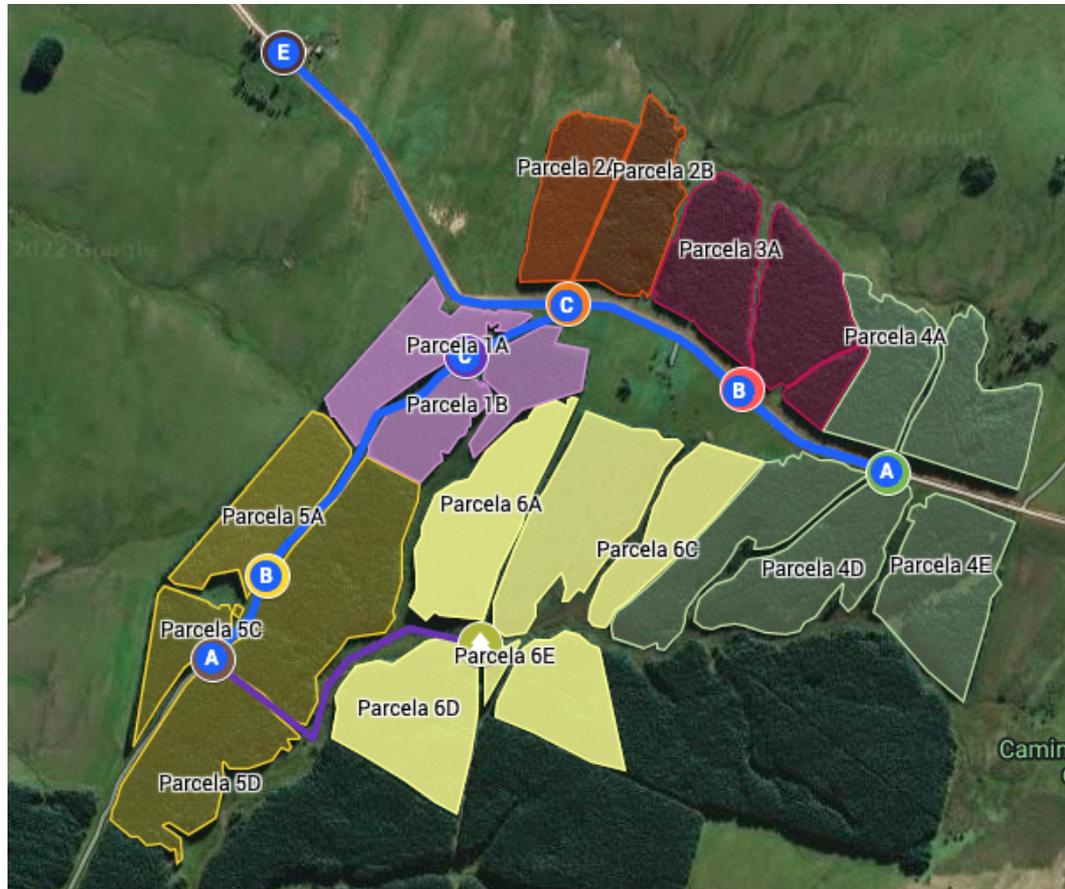


Figura 5.1: Bosque utilizado para la validación.

### 5.1.1. Validación 1

Los parámetros utilizados en esta instancia corresponden a los del modelo original representado en el capítulo 3, con las simplificaciones antes mencionadas.

En esta instancia de datos, la demanda es de 2.000, 2.000 y 3.000  $\text{m}^3$  para  $t = 1, 2$  y 3 respectivamente. Siendo 6.000  $\text{m}^3$ , la capacidad máxima de transporte de madera por camino. Dicho esto, sabemos a priori que no es posible satisfacer la demanda de los tres períodos con la cosecha lograda en uno de ellos, ya que al contar con un solo camino hacia el almacén, la cantidad máxima de madera que puede llegar por período está limitada por la capacidad del camino, 6.000  $\text{m}^3$ . El resultado arrojó un beneficio de 44.804 USD, producto de cosechar las parcelas:

- 1A, 1B y 2B en  $t = 1$ .
- 3B en  $t = 2$ .
- 1C, 2A en  $t = 3$ .

Se puede ver que se cumple la restricción de cosecha de parcelas contiguas en iguales períodos y consecutivos.

En el primer período, los 1.491 m<sup>3</sup> cosechados en 1A y 1B se transportan por la ruta (NO1,NO2) hasta llegar al nodo de origen NO2. En dicho punto se intersectan con el flujo proveniente del nodo de origen 2, donde se cosechan 969 m<sup>3</sup> en 2B. Trasladando desde dicha intersección la suma de ambos flujos, 2.460 m<sup>3</sup> hacia el nodo de salida NS a través del camino (NO2,NS). De los 2.460 m<sup>3</sup> mencionados, 2.000 m<sup>3</sup> son utilizados para satisfacer la demanda del período, y los 460 restantes se almacenan. Tal como puede apreciarse, en ningún momento se excede la capacidad máxima de los caminos.

En el segundo período, se cosechan 1531.8 m<sup>3</sup> de madera en 3B, los cuales son transportados por la ruta (NO3,NO2), (NO2,NS). A los 1.531,8 m<sup>3</sup> cosechados se le suman los 460 m<sup>3</sup> almacenados en el primer período, totalizando 1.991,8 m<sup>3</sup> satisfaciendo parcialmente la demanda del período. En  $t = 3$  se cosechan las parcelas 1C y 2A, totalizando 2.949 m<sup>3</sup>. Dichas cosechas son transportadas por los caminos mencionados en el primer período.

Observando los resultados, el modelo se comporta de forma esperada. Busca maximizar el beneficio satisfaciendo la mayor cantidad de demanda posible sin incurrir en extra costos. Esto se puede observar en los períodos 2 y 3, donde se opta por no vender 59,2 m<sup>3</sup>. De lo contrario se debería cosechar otra parcela, lo que generaría un costo de cosecha e inventario, superior al precio de venta generado por el remanente.

Por otro lado, también se puede ver una preferencia por las parcelas con nodo de origen más cercano al almacén para incurrir en un menor costo de transporte.

### 5.1.2. Validación 2

Para esta instancia, se estableció un conjunto de datos genéricos sin ninguna particularidad. La demanda establecida en esta instancia es de 6.000, 6.000 y 15.000 m<sup>3</sup> de madera para  $t=1$ , 2, y 3 respectivamente. A diferencia de la primer validación, la capacidad de todos los caminos es suficiente como para transportar toda la demanda en único período ya que la misma es de unos

30.000 m<sup>3</sup>. Sin embargo, esto no sucede ya que el costo de cosecha de madera permanece invariante en el tiempo, por lo tanto el almacenamiento de madera no es beneficioso frente a la cosecha en el período de la demanda.

El resultado de esta prueba arrojó un beneficio de 140.800 USD. Esto se logra a partir de la cosecha de las parcelas:

- 2B, 3B, 5A, 5B en  $t=1$ .
- 4B, 4D, 5D en  $t=2$ .
- 1A, 1B, 1C, 2A, 3A, 3C, 4C y 4E en  $t=3$ .

A partir de las parcelas cosechadas, se puede apreciar que las restricciones de contigüidad se respetan. Por citar un ejemplo, las parcelas 1A, 1B y 1C no son contiguas entre sí, por este motivo es que se pueden cosechar en el mismo período. Por otro lado, la parcela 2B tiene como contiguas a 2A y 3A, es por este motivo que estas últimas no pueden cosecharse hasta el tercer período. A su vez, la parcela 4B no es contigua a ninguna parcela, permitiendo así su cosecha en cualquier período.

En el período 1, se cosechan 6.012 m<sup>3</sup>, satisfaciendo completamente la demanda de 6.000 m<sup>3</sup> y almacenando los 12 m<sup>3</sup> restantes para el siguiente período. Las rutas utilizadas para transportar esta madera son (NO5,NO1) y (NO1,NO2), en donde se transportan los 4.044 m<sup>3</sup> cosechados en 5A y 5B. En dicho punto se adicionan los 999 m<sup>3</sup> cosechados en NO3 y son transportados por (NO3,NO2) junto a los 969 m<sup>3</sup> cosechados en 2B. La suma de dichos flujos totalizan 6.012 m<sup>3</sup> los cuales son transportados hacia NS a través de la ruta (NO2,NS), donde 6.000 m<sup>3</sup> son vendidos y lo restante se almacena. Se aprecia que en ninguna ruta se supera la capacidad de transporte y a su vez que los balances en los nodos se respetan.

Luego en el período 2 se cosecha un total de 6.037,9 m<sup>3</sup>, lo que permite satisfacer la demanda del período y almacenar el excedente de 37,9 m<sup>3</sup> los que se suman a los 12 m<sup>3</sup> del período anterior, finalizando el mismo con un inventario de 49,9 m<sup>3</sup>.

Por último, en el período 3, se cosecha un total de 14.820 m<sup>3</sup>, los cuales sumados a los 49,9 m<sup>3</sup> ya almacenados totalizan 14.869,9 m<sup>3</sup>, 130,1 m<sup>3</sup> por debajo de la demanda.

Como conclusión general de esta instancia, se puede observar que el modelo se comporta dentro de lo esperado. El mismo propone cosechar de manera que las existencias en inventarios sean las menos posibles y que las rutas utilizadas

sean las más cercanas al mercado, y por ende incurrir en menores costos. Estas dos consideraciones pueden explicar el motivo de porqué no se cosechan las parcelas del nodo de origen 6. Este conjunto de parcelas son las más alejadas al mercado, por lo que el costo de transporte es mayor al de las otras parcelas. Además, a esto se le debe sumar que para transportar la madera cosechada en este nodo, se debe construir el camino (NO6,NI1) con un costo de 19.440 USD.

### 5.1.3. Validación 3

En esta ocasión, se probó el conjunto de datos general, partiendo del visto en la validación de la sección 5.1.2, con la particularidad de que en este caso el rendimiento de las parcelas es invariante con el tiempo, el costo de cosecha aumenta en cada período y la capacidad de inventario en el almacén es infinita para todos los períodos. Además, se consideró que el costo de almacenamiento por período sea favorable frente al aumento del costo de cosecha.

De esta manera, lo que se espera es que se coseche la máxima cantidad posible de madera en el primer período, y se almacene para los siguientes de modo de satisfacer la demanda. Dicha demanda es de 6.000, 6.000 y 15.000 m<sup>3</sup> para  $t = 1, 2$  y  $3$  respectivamente.

El resultado obtenido es de un beneficio de 129.085 USD, producto de la cosecha de las parcelas:

- 1A, 1B, 1C, 2B, 3B, 4A, 4B, 4C, 4D, 4E, 5A, 5B, 5C, 5D en  $t = 1$ , totalizando 17.722 m<sup>3</sup>.
- 2A, 3A, 3C en  $t = 3$ , totalizando 4.585,2 m<sup>3</sup>.

Tal como se esperaba, se cosecha lo máximo posible en  $t = 1$  sin incumplir con la restricción de contigüidad. Las parcelas 2A, 3A y 3C se cosechan en  $t = 3$  a un costo mayor que en los periodos anteriores, pero es en este período cuando se pueden cosechar debido a que sus parcelas contiguas fueron cosechadas en  $t = 1$ . Por otro lado, se puede observar que no se cosechan las parcelas asociadas al nodo de origen 6, ya que si bien se podrían cosechar en  $t = 1$  a un costo menor, dicho ahorro no es suficiente para priorizar dicha cosecha sobre las de 2A, 3A y 3C en  $t = 3$  debido a que el costo asociado al transporte hacia NS y la construcción del camino potencial (NO6,NI1) es superior al relacionado a las parcelas antes mencionadas.

Podemos ver que la cosecha de las parcelas 5A, 5B y 5C es transportada por los caminos (NO5,NO1), (NO1,NO2), lo cosechado en 4A, 4B, 4C, 4D y 4E es transportado por (NO4,NO3), donde se le adiciona lo cosechado en 3B y se transporta hacia NO2 a través del camino (NO3,NO2). En dicho punto se transportan los 17.722 m<sup>3</sup> finales cosechados a NS a través del camino (N2,NS). El flujo transportado es en todos los casos menor que la capacidad máxima de los caminos, 30.000 m<sup>3</sup>. Del total cosechado en este período, 6.000 m<sup>3</sup> fueron vendidos, almacenándose 11.722 m<sup>3</sup>. El inventario almacenado, permite satisfacer totalmente la demanda en  $t = 2$ , finalizando el período con un excedente de 5.722 m<sup>3</sup>.

A diferencia de los anteriores, en el período 3 no se satisface totalmente la demanda. En este período se venden 10.307,2 m<sup>3</sup> almacenados, 5.722 m<sup>3</sup> provenientes del inventario y 4.585,2 m<sup>3</sup> de la cosecha del período. La explicación de no cumplir totalmente la demanda es que con el objetivo de maximizar las ganancias, se resigna de obtener un beneficio producto de vender los 1.692,8 m<sup>3</sup> restantes, ya que para esto se debe cosechar alguna de las parcelas disponibles en el período tres a un costo superior, con el costo adicional del almacenamiento del excedente, ya que no se permite cosechar las parcelas de forma parcial.

#### 5.1.4. Validación 4

En este caso, se probó el modelo bajo el siguiente escenario: se mantiene el conjunto de datos proporcionados en la validación de la sección 5.1.2 a diferencia de que el inventario inicial es igual a la demanda de todo el horizonte temporal, es decir, se cuenta con unos 27.000 m<sup>3</sup> de madera. Una vez más, el modelo brinda la solución esperada. El mismo propone satisfacer la demanda con la existencias en inventario, lo cual es coherente pues cosechar alguna parcela implicaría aumentar los costos debido al transporte de dicha madera hacia el mercado, y a su vez, incurrir en costos de almacenamiento ya que se contaría con un excedente. El beneficio obtenido a partir de esta solución fue de 549.000 USD.

#### 5.1.5. Validación 5

Esta validación consistió en probar un conjunto de datos con dos particularidades: no hay depósito para almacenar madera, y la cosecha es claramente

favorable para los últimos nodos de origen.

El costo de cosecha de  $m^3$  de madera en cada nodo de origen utilizado corresponde al de la tabla 5.1

Nodo Origen	Períodos		
	t=1	t=2	t=3
NO1	20	20	20
NO2	18	18	18
NO3	13	13	13
NO4	9	9	9
NO5	5	5	5
NO6	3	3	3

**Tabla 5.1:** Costo de la cosecha por nodo de origen en USD/  $m^3$ .

La demanda establecida en esta prueba fue de  $4.000 m^3$  para cada período.

El resultado obtenido fue un beneficio de 212.683 USD, producto de la cosecha de las parcelas:

- 4A, 5B en  $t = 1$ , totalizando  $3.890 m^3$ .
- 4E, 5A en  $t = 2$ , totalizando  $3.975 m^3$ .
- 5C, 5D en  $t = 3$ , totalizando  $3.822 m^3$ .

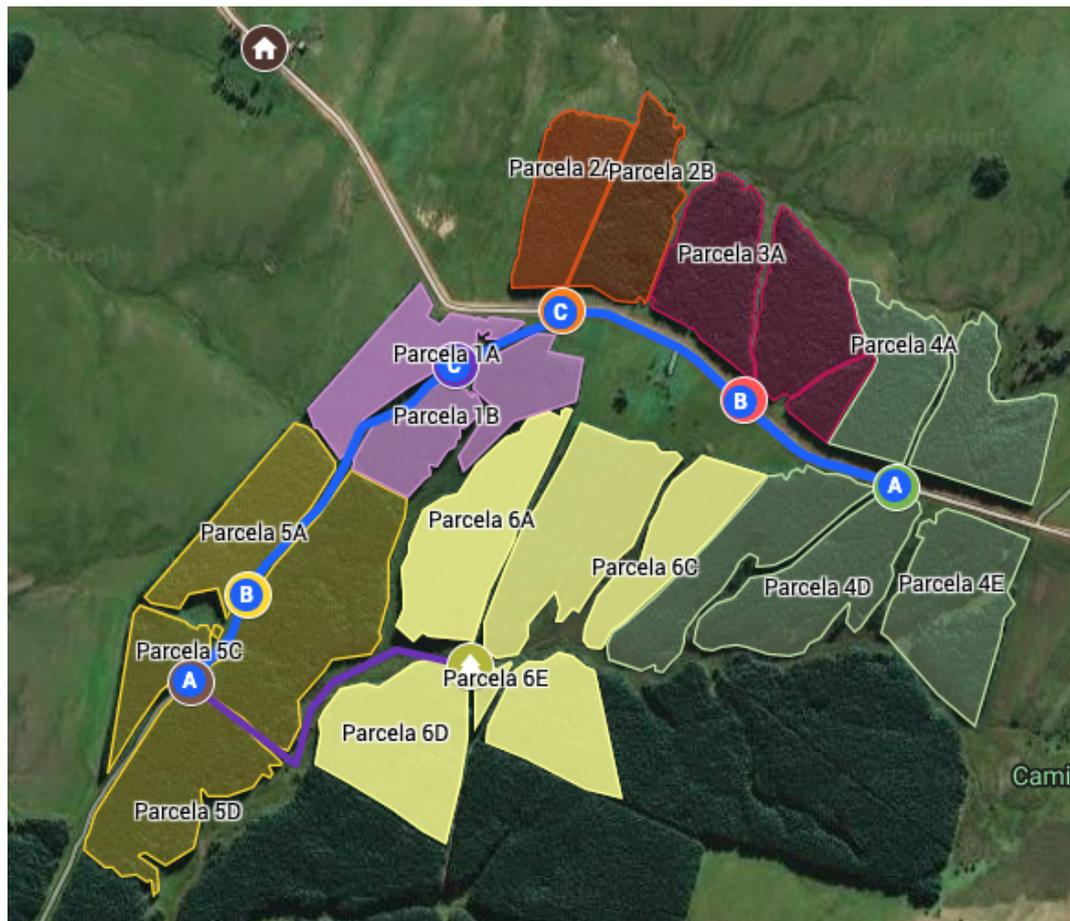
Como se puede ver en el resultado, en ningún momento se cosecha más de lo demandado. De ser así estaría infringiendo la restricción de capacidad máxima de almacenamiento que en este caso es nula.

En primer lugar podemos ver que pese a que el costo de cosecha en NO6 es el más favorable, no es suficiente para solventar la inversión en la construcción del camino (NO6,NI1), por lo que toma como prioridad la cosecha en NO5, segundo nodo con menor costo de cosecha. La solución óptima se obtiene al cosechar lo máximo posible en las parcelas del conjunto de origen 5, cumpliendo con la restricción de contigüidad y de almacenamiento nulo en cada período. El complemento se satisface cosechando las parcelas del nodo de origen 4, parcelas que en términos de costos representan el tercer escenario más favorable.

Por otro lado, es de destacar que el costo de transporte no influye en la decisión ya que el ahorro obtenido producto de la cosecha en las parcelas más alejadas del almacén es superior al costo en el que se incurre al transportar la madera cosechada en dichas parcelas.

### 5.1.6. Validación 6

En esta instancia se sometió al modelo a un caso borde y atípico. El escenario elegido en esta ocasión consiste en que no exista una ruta hacia el mercado, es decir, se eliminó la ruta (NI1,NS1). Por lo tanto, el nuevo mapa que representa esta realidad se aprecia en la figura 5.2:



**Figura 5.2:** Bosque sin ruta hacia el mercado.

Como era de esperarse, al no poder vender la madera, el modelo arrojó solución nula. Esto se debe a que cosechar la madera induciría un costo, y a su vez no se cuenta con depósito en nodos intermedios o de origen, por lo que la mejor solución es no cosechar. Es importante destacar, que no se contaba con inventario inicial en el nodo de salida.

## 5.2. Modelo estocástico

En esta sección se validará el modelo estocástico presentado en la sección 4.2, comprobando que los resultados sean los esperados para cada instancia de datos. Para dicha validación se tomará la misma porción del bosque vista en la sección 5.1 en un horizonte temporal de tres años. En lo que refiere a la configuración estocástica, todas las instancias serán de tres escenarios equiprobables, variando la relación entre los mismos.

### 5.2.1. Validación 1

En esta validación se utilizó la configuración de escenarios de la figura 5.3. Como puede observarse, el período 1 es común a todos los escenarios. Por lo que los parámetros precio y demanda deben ser iguales, así como todas las variables de decisión. En el segundo período, los escenarios 1 y 2 continúan compartiendo instancia, a diferencia del escenario 3, donde los parámetros antes mencionados son diferentes y las variables de decisión no tienen por qué ser iguales a las de los escenarios 1 y 2.

Por último, en  $t = 3$  todos los escenarios son independientes.

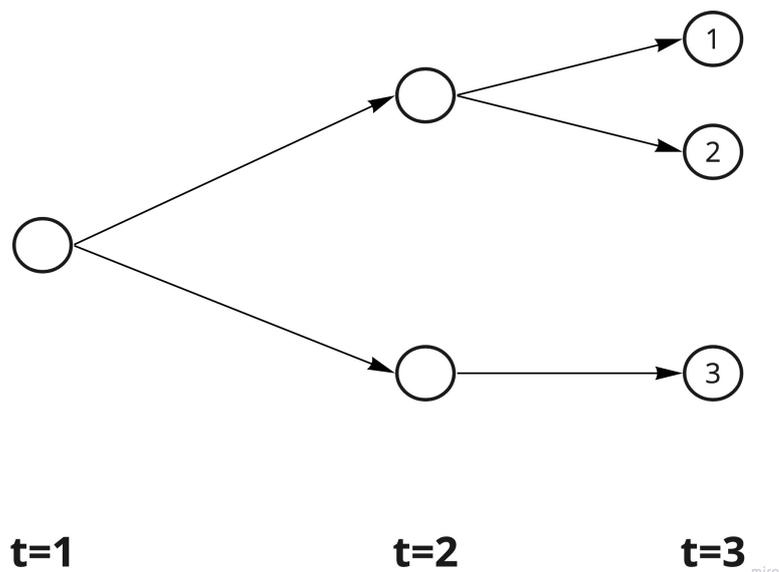


Figura 5.3: Árbol de escenarios. Validación 1.

Escenarios	Períodos					
	$t=1$		$t=2$		$t=3$	
	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$
1	2.000	20	3.500	23	6.000	30
2	2.000	20	3.500	23	3.000	26
3	2.000	20	2.000	20	4.500	25

**Tabla 5.2:** Demanda y precio por período de cada escenario.

Los escenarios de precio y demanda utilizados en esta validación corresponden a los presentados en la tabla 5.2.

Esta instancia arrojó un beneficio de 69.359 USD, correspondientes a la esperanza del beneficio neto de dichos escenarios. Como se mencionó anteriormente, todos los escenarios comparten la misma instancia en  $t = 1$ , por lo que las variables de decisión deben ser las mismas para cada uno de ellos. Esto se confirma observando los resultados, en todos ellos se cosechan las parcelas 2A y 3B. Se transportan los 999  $\text{m}^3$  provenientes de 3B por el camino (NO3,NO2), donde se adicionan 904,5  $\text{m}^3$  provenientes de 2A, transportando la totalidad al nodo de salida a través de (NO2,NS), punto en el cual se vende la totalidad de la cosecha, siendo esta 1.903  $\text{m}^3$ .

En  $t = 2$  también podemos ver que se respetan las restricciones de no anticipatividad, ya que se obtienen iguales resultados para los escenarios 1 y 2. En estos escenarios, se cosechan las parcelas 1A y 4D. De esta última se obtienen 2.127,5  $\text{m}^3$ , los cuales son transportados por los caminos (NO4,NO3), (NO3,NO2) donde se adicionan 1.345,5  $\text{m}^3$  cosechados en 1A transportados por (NO1,NO2), totalizando 3.473  $\text{m}^3$  los cuales finalmente se transportan hacia el nodo de salida NS, a través de (NO2,NS). Este flujo de madera es vendido en su totalidad para ambos escenarios, satisfaciendo parcialmente la demanda de 3.500  $\text{m}^3$  de madera.

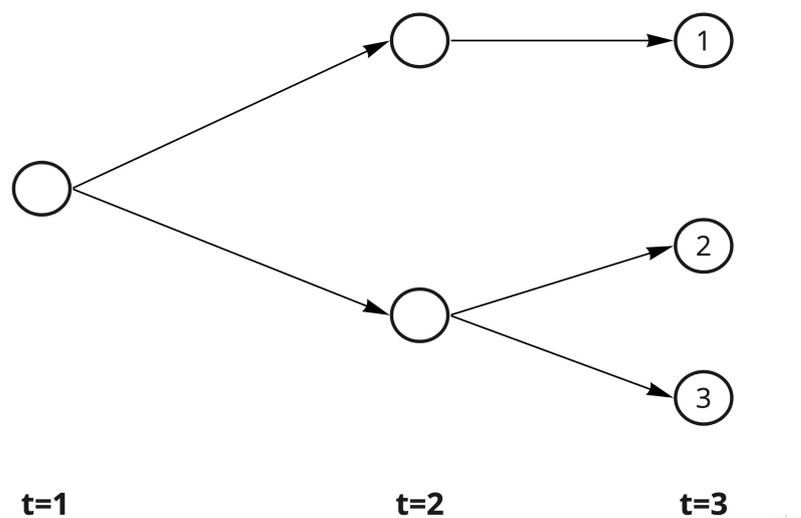
Para el escenario 3 la demanda es de 2.000  $\text{m}^3$ , por lo que no es conveniente tomar las mismas decisiones que en los escenarios anteriores. Es por esto que en esta ocasión se decide cosechar 1.814,7  $\text{m}^3$ , proveniente de las parcelas 1B y 1C. Del total cosechado, se decide vender 1.626,9  $\text{m}^3$  y almacenar 187,8  $\text{m}^3$  para el siguiente período. Esto se explica debido a que para evitar costos de sobre cosecha se decide resignar venta, y lo hace en  $t = 2$  debido a que el precio de venta en  $t = 3$ , es 5 USD superior que en  $t = 2$ , mayor al costo de almacenar inventario por un período.

En  $t = 3$ , la demanda es diferente para cada uno de los escenarios, por lo que las variables de decisión son diferentes en cada uno de ellos. El escenario 1 tiene una demanda de  $6.000 \text{ m}^3$  y se venden  $5.977 \text{ m}^3$  obtenidos de cosechar las parcelas 1B, 1C, 2B, 3C, 5C. En el escenario 2 se cosechan las parcelas 1C y 2B, totalizando  $3.078 \text{ m}^3$ , de los cuales se venden los  $3.000 \text{ m}^3$  demandados y se almacenan los  $78 \text{ m}^3$  restantes. Por último, la demanda en el escenario 3 es de  $4.500 \text{ m}^3$ . Esta se satisface completamente con las cosechas de 1A, 2B y 3C donde se obtienen  $4.312,2 \text{ m}^3$  y con los  $187,8 \text{ m}^3$  de inventario almacenados en el período anterior.

En lo que respecta a las decisiones relacionadas a qué parcelas cosechar y rutas a utilizar, el modelo se sigue comportando según lo esperado tal como se validó en la sección 5.1. Continúa la preferencia por las parcelas más próximas al almacén de forma de minimizar los costos de transporte, siempre y cuando no se incurran en sobrecostos producto de la cosecha y almacenamiento de madera.

### 5.2.2. Validación 2

En esta ocasión se validó una instancia de datos similar a la presentada anteriormente, pero con un cambio en la configuración del árbol de escenarios. Esta vez, los escenarios 2 y 3 son quienes comparten rama hasta el período 2. El árbol utilizado se observa en la figura 5.4.



**Figura 5.4:** Árbol de escenarios. Validación 2.

Respetando dicho árbol de escenarios, los escenarios de precio y demanda utilizados en esta prueba corresponden a los de la tabla 5.3

Escenarios	Períodos					
	$t=1$		$t=2$		$t=3$	
	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$
1	2.000	20	3.500	23	6.000	30
2	2.000	20	2.000	20	3.000	26
3	2.000	20	2.000	20	2.000	20

**Tabla 5.3:** Demanda y precio por período de cada escenario.

Analizando el resultado de la prueba, se obtiene un beneficio de 64.915 USD. Este es menor al de la prueba anterior ya que el precio y la demanda para el escenario 2 en  $t = 2$  en este caso coincide con el del escenario 3, siendo esta 1.500 m<sup>3</sup> menor y con un precio de venta de \$20 en lugar de \$23.

En  $t = 1$ , ante los mismos escenarios de precio y demanda que en la validación 5.2.1, las variables de decisión adoptadas fueron las mismas. Se vendieron 1.903 m<sup>3</sup> de madera, producto de las cosechas de las parcelas 2A y 3B, las cuales fueron transportados por los caminos correspondientes.

En  $t = 2$ , de acuerdo a la figura 5.4, los resultados para los escenarios 2 y 3 deben ser los mismos. Esto se confirma ya que en ambos se cosechan las parcelas 1A y 1B totalizando una cosecha de 2.286 m<sup>3</sup>. La demanda del período es de 2.000 m<sup>3</sup>, pero por más que tenga inventario suficiente para abastecer dicha demanda, decide vender 1.917 m<sup>3</sup> y almacenar los 369 m<sup>3</sup> restantes. El motivo de esto, es el mismo al explicado anteriormente en 5.2.1, resulta más conveniente vender dicha cantidad en  $t = 3$  a un precio de venta superior. En lo que refiere a los flujos de transporte, también se cumplen las restricciones de no anticipatividad ya que los mismos coinciden para ambos escenarios.

El escenario 1, a partir de  $t = 2$  es totalmente independiente de los escenarios restantes, por lo que las variables de decisión no deben por qué coincidir. En esta ocasión, se cosechan las parcelas 1A y 4D. Se venden 3.450 m<sup>3</sup> de los 3.500 demandados, y se almacenan 22,8 m<sup>3</sup> para el siguiente período, donde el precio de venta asciende a 30 USD.

En  $t = 3$ , los tres escenarios son independientes donde cada uno tiene diferente demanda y precio. En los escenarios 1 y 3 se satisface completamente la demanda, vendiéndose 6.000 m<sup>3</sup> y 4.500 m<sup>3</sup> respectivamente. En cambio, en el escenario 2 se venden 2.926 m<sup>3</sup> de los 3.000 m<sup>3</sup>. En este ejemplo se puede

ver el costo que tiene la incertidumbre para este escenario. Si al momento de tomar la decisión en  $t = 2$ , se conociera con certeza que este escenario finalmente ocurriría, se podrían haber almacenado  $74 \text{ m}^3$ , y venderlos en  $t = 3$  a un precio mayor. Pero al momento de tomar la decisión en  $t = 2$ , existía la probabilidad de que ocurra el escenario 3. De realizarse este último, la decisión de haber almacenado esa cantidad implicaría un costo de almacenamiento, reduciéndose el beneficio total.

### 5.2.3. Validación 3

La validación 3 se realizó sobre un árbol de escenarios como el de la figura 5.5, donde los tres escenarios solo comparten realización en  $t = 1$ . A partir de  $t = 2$  todos son independientes.

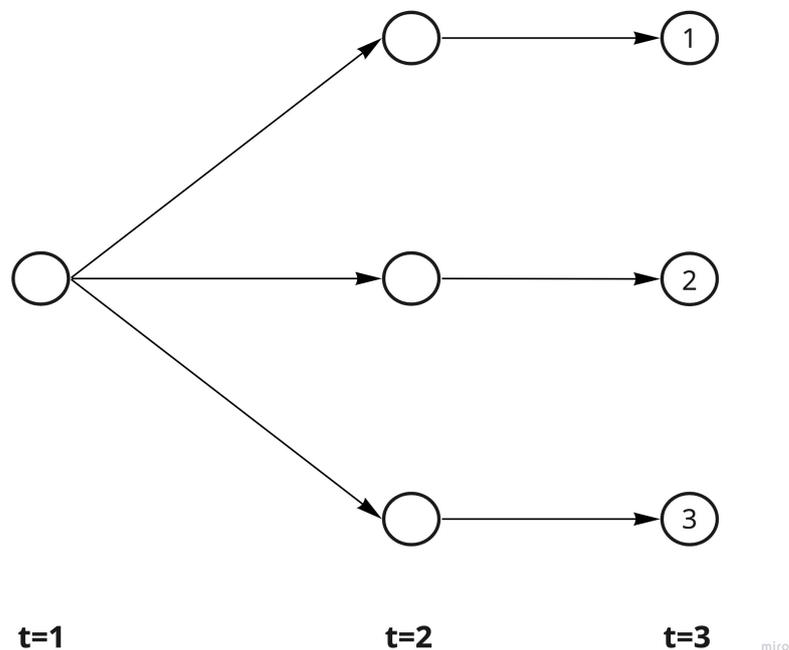


Figura 5.5: Árbol de escenarios. Validación 3.

De acuerdo a la configuración antes mencionada, el precio y demanda para cada escenario está dado por la tabla 5.4.

Escenarios	Períodos					
	$t=1$		$t=2$		$t=3$	
	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$	$d(\text{m}^3)$	$pr(\text{USD})$
1	2.000	20	3.500	23	6.000	30
2	2.000	20	2.000	20	3.000	26
3	2.000	20	2.000	20	2.000	20

**Tabla 5.4:** Demanda y precio por período de cada escenario.

En el primer período, no se presentan cambios respecto a las validaciones anteriores. Ante los mismos escenarios de precio y demanda, las variables de decisión son las mismas. A partir del segundo período, ya no quedan restricciones de no anticipatividad que vinculen dichos escenarios, por lo que las variables varían para cada uno, tomándose las que resulten mas favorables siempre y cuando se respeten todas las restricciones del modelo.

Como aspecto a destacar, a partir del segundo período, el precio de venta es ascendente para cada escenario. Con el objetivo de maximizar el beneficio, se prioriza maximizar las ventas en ultimo período por sobre el anterior. En todos los escenarios se decide almacenar parte del inventario cosechado en  $t=2$  pese a no cumplir totalmente la demanda, de forma de que se pueda satisfacer totalmente en el siguiente. Finalizando el mismo sin inventario y vendiendo el total demandado, alcanzando un beneficio de 65.325 USD.

#### 5.2.4. Validación 4

En esta validación se tomó como referencia el árbol de escenarios visto en 5.3. Se diseñó una instancia de datos con el objetivo de que sea favorable construir un camino potencial en  $t = 2$  para el escenario 1, y debido a que comparten la misma rama con el escenario 2, también deba construirse para este último, aunque no se utilice.

Para lograr esto, se establecieron demandas y precios de ventas muy elevados para el primer escenario en  $t = 3$ . A su vez, para forzar la construcción del camino antes del tercer período, el presupuesto destinado a la construcción en este último período fue nulo. La demanda y precios de venta por período son las presentadas en la tabla 5.5.

Escenarios	Períodos					
	$t=1$		$t=2$		$t=3$	
	$d(m^3)$	$pr(USD)$	$d(m^3)$	$pr(USD)$	$d(m^3)$	$pr(USD)$
1	2.000	20	3.500	23	15.000	501
2	2.000	20	3.500	23	2.000	26
3	2.000	20	2.000	20	1.000	25

**Tabla 5.5:** Demanda y precio por período de cada escenario.

Analizando los resultados obtenidos, para  $t = 1$  el comportamiento es exactamente igual a las validaciones anteriores.

En  $t = 2$ , las variables para los escenarios 1 y 2 deben ser iguales. En ambos se cosechan las parcelas 1A y 4D, lo que suma un total de  $3.474 m^3$ , vendidos en su totalidad para abastecer parcialmente la demanda de  $3.500 m^3$ . Dado que en este período es el último en el que se puede construir el camino (NO6,NI1) se debe decidir la construcción o no del mismo, considerando los posibles escenarios. En caso de que ocurra el escenario 1, la demanda será de  $15.000 m^3$  a un precio de venta muy elevado, por lo que no construir el camino potencial, bloquearía el acceso al nodo de origen 6, perdiéndose la cosecha de estas parcelas. Por otro lado, de ocurrir el escenario 2 no es necesario acceder al nodo de origen 6, debido a que la demanda puede ser abastecida por las parcelas más próximas al almacén. Por lo tanto, aunque se construya el camino, no sería utilizado.

Finalmente, el camino (NO6,NI1) es construido en  $t = 2$  para los escenarios 1 y 2. Este es utilizado en el siguiente período para el primer escenario. La explicación de por qué se construye para el escenario 2 aunque no sea utilizado, es que el costo de construir el camino y no utilizarlo, es menor a la pérdida de ganancia que se produciría en caso de que ocurra el escenario 1 y el camino no esté construido.

El beneficio obtenido para este conjunto de escenarios fue de 2.440.120 USD.

# Capítulo 6

## Caso de estudio

En este capítulo se presentan y justifican los datos utilizados para la ejecución y resolución del caso de estudio.

### 6.1. Relevamiento de datos

Para el análisis y estimación de los datos utilizados se consultó a una empresa del rubro, la cual se mantendrá en el anonimato. Luego del contacto inicial se fijaron reuniones donde se presentó el modelo, alcance e información necesaria. A partir de la información obtenida, se corroboraron y complementaron los datos en base a un estudio del mercado a través de internet y contactos telefónicos.

En primer lugar, a través de Google Maps se delimitó el bosque forestal, lo que llevó a poder determinar las parcelas junto a su superficie. Dado que la empresa consultada trabaja con bosques de tipo Eucalyptus Globulus, y por ende los datos proporcionados están en base a este tipo de árbol, se asume que el bosque forestal del caso de estudio corresponde a esta especie. El rendimiento que se espera para esta especie de árbol gira entorno a los 180-250 m<sup>3</sup>/ha, lo cual se deriva de 0,18-0,25 m<sup>3</sup>/árbol en una plantación de 1000 árbol/ha. Se considera que se alcanzan estos rendimientos a partir del sexto año posterior a la plantación. A su vez, el crecimiento anual de esta especie se estima en 13 m<sup>3</sup>/ha al año. Por lo tanto, para el caso de estudio se utilizó este rango de rendimientos a lo largo del tiempo para las diferentes parcelas. Las parcelas asociadas a los nodos de origen del 1 al 8 comienzan el período inicial con un rendimiento 180 m<sup>3</sup>/ha, mientras que las parcelas de los nodos de origen

9 a 14 comienzan con un rendimiento de 200 m<sup>3</sup>/ha. La diferencia entre los rendimientos se debe a que se supone que los árboles fueron plantados con un año de diferencia. Las parcelas contiguas se definieron a partir de la observación del bosque.

En cuanto al costo de procesamiento, el cual se asocia al nodo de origen, está estrechamente relacionado con el rendimiento. Esto se debe a que en base al rendimiento, la cosecha se puede volver menos eficiente. Según lo relevado, en el rango ideal de rendimiento, siendo este 180-220 m<sup>3</sup>/ha, se tiene un costo de 15 USD/m<sup>3</sup>. Sin embargo, con un rendimiento mayor a los 220 m<sup>3</sup>/ha la cosecha se vuelve ineficiente, debido a que la mayor competencia entre los árboles genera que los mismos se vuelvan más finos haciendo que el procesamiento tenga mayores ineficiencias. Por lo tanto, el costo de procesamiento se eleva en un 10%, es decir, 16,5 USD/m<sup>3</sup>. Luego de la cosecha, los troncos se deben cargar a los camiones para poder ser transportados, y dado que el costo de procesamiento representa todas las actividades previas al transporte de la madera, a los costos manejados se debe adicionar 1,5 USD/m<sup>3</sup>. En resumen, los costos de procesamiento siguen la siguiente forma:

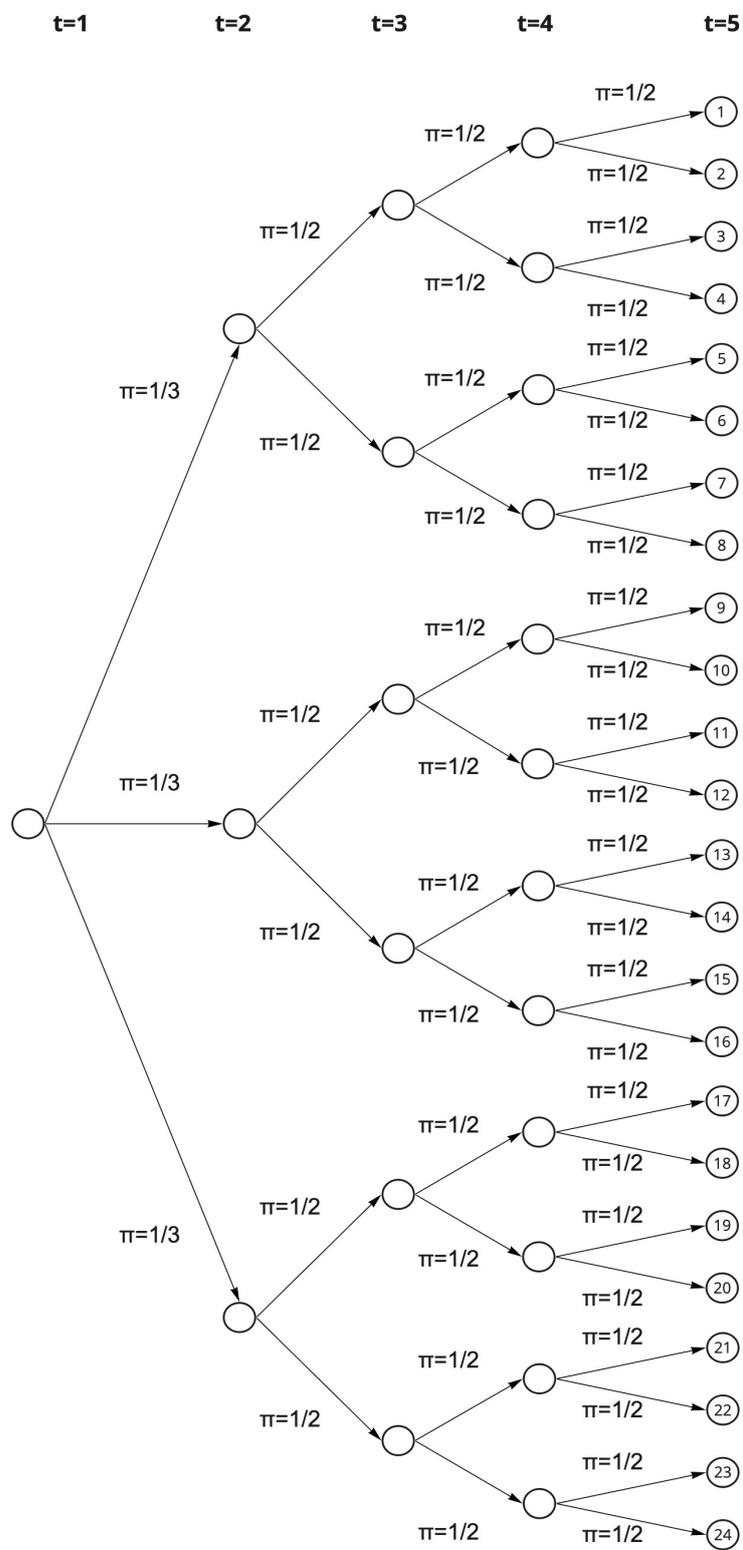
Rendimiento (m <sup>3</sup> /ha)	Costo de procesamiento (USD/m <sup>3</sup> )
180 a 220	16,5
221 a 250	18

**Tabla 6.1:** Costo de procesamiento en USD/m<sup>3</sup> según rendimiento.

Por lo tanto, para determinar los costos de procesamiento de cada nodo de origen en el tiempo, se utilizó el rendimiento de las parcelas ya que estas están asociadas a los mismos. Es importante aclarar que los costos de procesamiento se derivan de un servicio tercerizado, el cual incluye mano de obra, gasoil, respuestos, maquinaria, entre otros.

Por otra parte, a través de Google Maps se identificaron los nodos de origen asociados a parcelas, nodos de intersección de caminos y el nodo de salida correspondiente al punto de venta y de almacenamiento. Las uniones de los nodos corresponden a los caminos, de los cuales se pudo obtener la información referente a las distancias. Aquellos que coinciden con un camino real en el mapa forman parte del conjunto de caminos existentes, mientras que para los que no existe un camino que una dichos nodos, se crearon líneas que unen los mismos, formando parte del conjunto de caminos potenciales.

Los caminos potenciales para utilizarse deben construirse, esto tiene un costo asociado de construcción estándar, el cual ronda en 15.000 USD/km. El caso de estudio se desarrolla en un horizonte de cinco años representado por cinco períodos, donde a partir del segundo se dan bajo incertidumbre en los parámetros de demanda y precio. Esta incertidumbre puede representarse a través del árbol de escenario de la figura 6.1. Como puede verse en la misma, se adoptó una actitud neutra al riesgo, donde todos los escenarios son equiprobables. La demanda total de cada escenario fue definida asignando un porcentaje de la capacidad total del bosque, asumiendo un rendimiento de 200 m<sup>3</sup>/ha. Los primeros escenarios, coincidentes con los de mayor precio de venta corresponden a escenarios de mayor demanda, mientras que en el caso opuesto los de menor precio de venta coinciden con escenarios de baja demanda. La demanda total varía según el escenario entre un 40 % y 95 % de la capacidad total del bosque. Los escenarios de precio y demanda de madera para cada período pueden verse en las tablas 6.2 y 6.3 respectivamente.



miro

**Figura 6.1:** Árbol de escenarios y probabilidades de realización según etapa.

Escenario	Precio (USD) por período				
	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$
1	62	68,2	75,0	82,5	90,8
2	62	68,2	75,0	82,5	87,5
3	62	68,2	75,0	78,8	86,6
4	62	68,2	75,0	78,8	83,5
5	62	68,2	71,6	77,3	82,8
6	62	68,2	71,6	77,3	81,2
7	62	68,2	71,6	75,9	80,5
8	62	68,2	71,6	75,9	78,9
9	62	62	64,5	66,4	67,7
10	62	62	64,5	66,4	65,1
11	62	62	64,5	62,5	63,8
12	62	62	64,5	62,5	61,3
13	62	62	59,5	61,3	62,5
14	62	62	59,5	61,3	60,1
15	62	62	59,5	57,7	58,9
16	62	62	59,5	57,7	56,6
17	62	55,8	53,0	49,8	47,8
18	62	55,8	53,0	49,8	46,8
19	62	55,8	53,0	48,8	46,3
20	62	55,8	53,0	48,8	45,4
21	62	55,8	50,2	47,7	45,8
22	62	55,8	50,2	47,7	42,9
23	62	55,8	50,2	45,2	43,4
24	62	55,8	50,2	45,2	40,7

**Tabla 6.2:** Precio de la madera por período y escenario.

Escenario	Demanda (m <sup>3</sup> ) por período				
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5
1	13.773,3	18.364,4	21.119,0	22.955,5	11.018,6
2	13.773,3	18.364,4	21.119,0	22.955,5	9.182,2
3	13.773,3	18.364,4	21.119,0	19.282,6	11.018,6
4	13.773,3	18.364,4	21.119,0	19.282,6	9.182,2
5	13.773,3	18.364,4	17.446,1	18.364,4	11.018,6
6	13.773,3	18.364,4	17.446,1	18.364,4	9.182,2
7	13.773,3	18.364,4	17.446,1	15.609,7	11.018,6
8	13.773,3	18.364,4	17.446,1	15.609,7	9.182,2
9	13.773,3	13.773,3	15.609,7	14.691,5	11.018,6
10	13.773,3	13.773,3	15.609,7	14.691,5	9.182,2
11	13.773,3	13.773,3	15.609,7	13.773,3	11.018,6
12	13.773,3	13.773,3	15.609,7	13.773,3	9.182,2
13	13.773,3	13.773,3	11.936,8	11.936,8	11.018,6
14	13.773,3	13.773,3	11.936,8	11.936,8	9.182,2
15	13.773,3	13.773,3	11.936,8	10.100,4	9.182,2
16	13.773,3	13.773,3	11.936,8	10.100,4	7.345,7
17	13.773,3	9.182,2	11.018,6	9.182,2	7.345,7
18	13.773,3	9.182,2	11.018,6	9.182,2	5.509,0
19	13.773,3	9.182,2	11.018,6	7.345,7	7.345,7
20	13.773,3	9.182,2	11.018,6	7.345,7	5.509,3
21	13.773,3	9.182,2	6.427,5	6.427,5	9.182,2
22	13.773,3	9.182,2	6.427,5	6.427,5	7.345,7
23	13.773,3	9.182,2	6.427,5	4.591,1	5.509,3
24	13.773,3	9.182,2	6.427,5	4.591,1	2.754,7

**Tabla 6.3:** Demanda de madera por período y escenario.

En cuanto al presupuesto de caminería, de acuerdo con la realidad de nuestro caso de estudio, se asume que el mismo no es limitante, por lo que el presupuesto definido es el que se observa en la tabla 6.4.

Período	Presupuesto (USD)
1	115.200
2	115.200
3	115.200
4	115.200
5	115.200

**Tabla 6.4:** Presupuesto de caminería por período.

Este presupuesto resultó de sumar los costos de construcción de todos los caminos potenciales.

Para calcular la capacidad de los caminos existentes, se optó por un cálculo conservador. Se consideró doce horas de circulación de camiones, a un flujo de dos camiones por hora, cinco días hábiles en la semana, a una razón de cincuenta y dos semanas en el año. Siguiendo este cálculo, pueden circular 6.240 camiones por período. Según lo relevado cada camión puede transportar 34 m<sup>3</sup> sólidos de madera, por lo que la capacidad de cada camino es de 212.160 m<sup>3</sup>.

En lo que refiere a los caminos potenciales, se decidió determinar una capacidad suficiente para transportar el total cosechado en los nodos sin accesos. Observando el bosque presentado en la figura 3.1, y la superficie de cada parcela, el flujo máximo por un camino potencial se puede dar en el camino (NI3,NI2), producto de la cosecha de las parcelas asociadas a los nodos de origen 8, 10 y 11. La máxima superficie en parcelas no contiguas asociados a dichos nodos es de 133,38 ha, a un rendimiento máximo de 250 m<sup>3</sup>/ha, el flujo máximo que se podría transportar es de 33.347 m<sup>3</sup>. Dado esto, se decidió cotizar un camino capaz de soportar 35.000 m<sup>3</sup>. Según los datos relevados, el costo de construcción de un camino capaz de soportar este flujo está dentro del valor previamente mencionado. Conociendo la distancia total de cada camino y utilizando la tarifa mencionada anteriormente se puede determinar el costo total de construcción de los mismos.

Por último, se tiene los datos referidos al almacenamiento de la madera. Debido a que la empresa consultada no cuenta con un depósito físico, se optó por indagar depósitos de madera en la zona metropolitana ya que se entiende que el almacenaje en el puerto es el lugar menos eficiente en cuanto a costo. De esta manera, mediante contacto telefónico con un depósito ubicado a través de Google Maps, fueron presupuestadas diferentes modalidades de almacenamiento de madera disponibles:

- Almacenamiento al intemperie con servicio de fumigación.
- Almacenamiento al intemperie sin servicios extras.
- Almacenamiento en contenedor.

De acuerdo a la disponibilidad y el servicio mas ajustado a nuestro problema, decidimos optar por la opción de almacenamiento al intemperie sin servicios extras, el cual tiene un costo de almacenamiento aproximado de 6,3 USD/m<sup>3</sup>.

En cuanto a la capacidad de almacenamiento, el supuesto tiene como base el mismo razonamiento que con el presupuesto de caminería, no se desea que

la capacidad de almacenamiento sea limitante al problema por lo que se fijó en un valor de 1.000.000 m<sup>3</sup>. Esta cantidad es superior a la capacidad del bosque. A su vez, no se posee inventario inicial al comienzo del horizonte temporal.

## 6.2. Codificación del modelo

Los modelos presentados anteriormente se codificaron computacionalmente utilizando los lenguajes de modelado algebraico *MathProg* y *AMPL*.

Los problemas correspondientes al modelo determinista se resolvieron mediante *GNU Linear Programming Kit* (GLPK). *GLPK* es un software libre con licencia GPL, de modelado algebraico con soporte para problemas de optimización entera mixta. Como lenguaje de modelado algebraico utiliza *GNU MathProg* que es una versión libre pero reducida del lenguaje de modelado algebraico *AMPL*.

En lo que respecta al modelo estocástico, debido a su gran tamaño y su complejidad computacional, el problema de estudio y sus respectivos análisis de sensibilidad fueron resueltos a través del sistema de modelado *Gurobi*. Este es un software comercial con mayor velocidad de resolución para problemas de optimización entero mixta más complejos. El problema planteado se ejecutó en servidores del Instituto de Computación de la Facultad de Ingeniería.

Los detalles acerca del entorno en el que fueron ejecutados los modelos y los resultados en términos computacionales se presentan en el Apéndice 2.

## 6.3. Análisis de resultados

En esta sección, analizamos e ilustramos los resultados del caso de estudio, utilizando los datos mencionados en la sección 6.1.

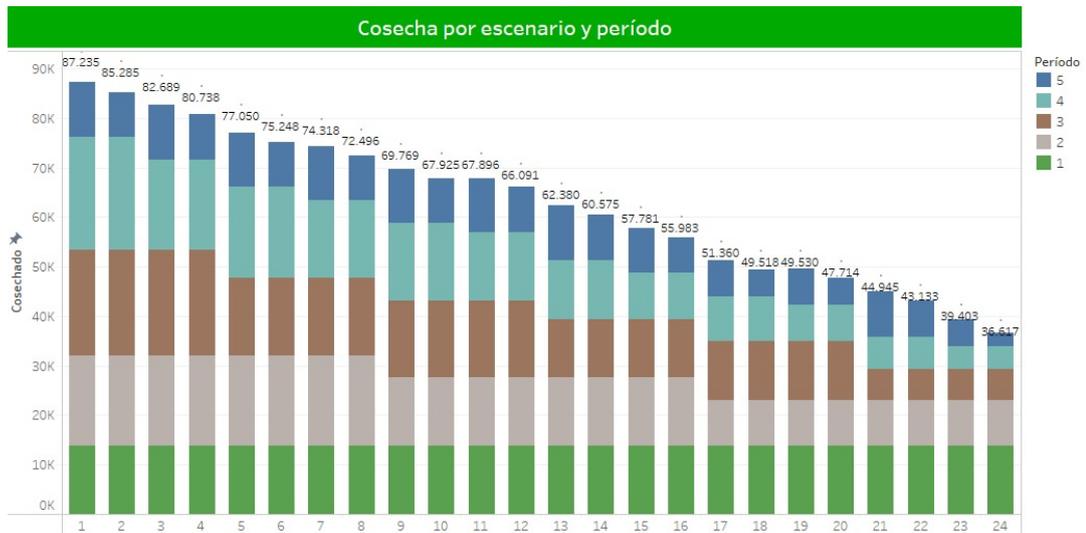
La solución propuesta por el algoritmo de resolución del sistema determina un beneficio esperado de 1.773.330 USD. Este beneficio esperado es la suma de los beneficios de cada escenario ponderados por su probabilidad. Sin embargo, desde el punto de vista del tomador de decisiones, es interesante desglosar el beneficio obtenido según el escenario. En la tabla 6.5 se presenta el beneficio obtenido por escenario.

Escenario	Beneficio (USD)
1	3.374.426
2	3.245.036
3	3.053.240
4	2.937.694
5	2.728.742
6	2.628.397
7	2.570.918
8	2.477.078
9	1.944.766
10	1.864.027
11	1.793.124
12	1.719.440
13	1.560.484
14	1.491.436
15	1.376.797
16	1.319.341
17	930.799
18	903.986
19	886.772
20	863.962
21	779.744
22	741.628
23	698.127
24	669.940

**Tabla 6.5:** Beneficio según escenario.

Se puede observar que la tendencia del beneficio es decreciente, lo cuál es coherente y esperado, ya que se parte de escenarios favorables hacia escenarios menos favorables según la configuración vista en la figura 6.1. A su vez, tomando en cuenta el beneficio esperado presentado anteriormente, este se encuentra entre los escenarios 11 y 12 lo cual es coherente pues los escenarios son equiprobables y la esperanza se encuentra hacia el centro del árbol de escenarios.

Una magnitud importante del problema es el volumen cosechado durante el horizonte temporal, la cual se puede visualizar en la figura 6.2. En dicha figura se puede apreciar que la tendencia queda nuevamente marcada, para los escenarios más favorables se cosecha una mayor cantidad respecto a los escenarios menos favorables. Esto se debe principalmente a la variación en la demanda. El mayor volumen cosechado es de  $87.235 \text{ m}^3$  y el menor de  $36.617 \text{ m}^3$

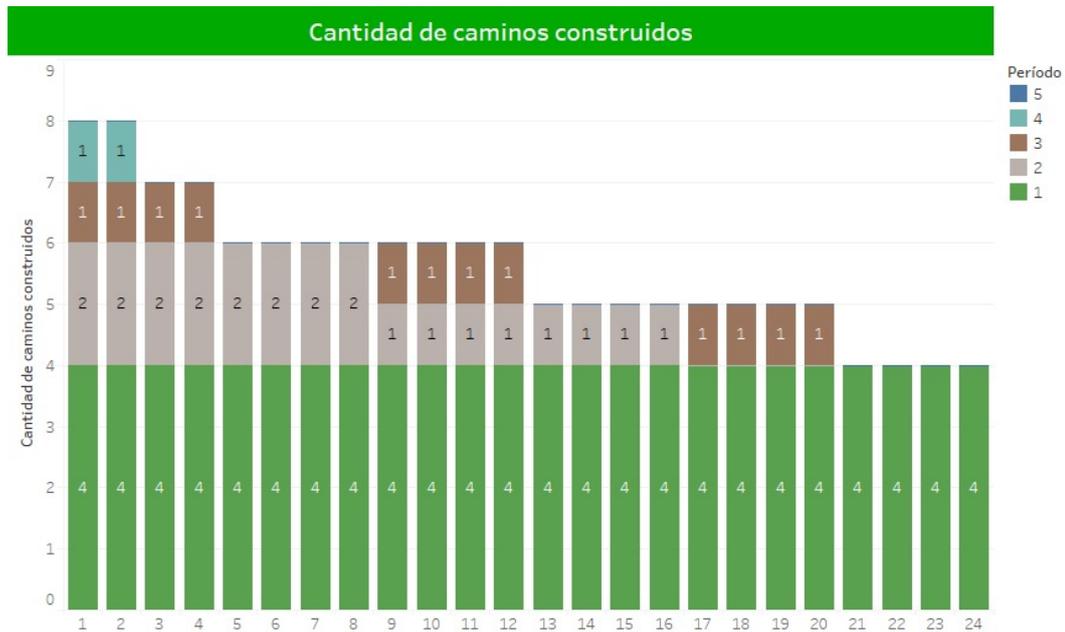


**Figura 6.2:** Cosecha por escenario y período.

correspondientes al escenario 1 y 24 respectivamente. Otro aspecto interesante que se puede observar en la figura es que está establecida la restricción de no anticipatividad. Se puede apreciar que para el primer período se cosecha el mismo volumen para todos los escenarios. Esto se debe a que las decisiones deben ser las mismas en todos los escenarios relacionados. Luego en el segundo período se cosecha la misma cantidad de madera para los escenarios 1 a 8, 9 a 16 y 17 a 24. Por lo tanto, esta restricción y la relación entre escenarios durante el horizontal temporal queda establecida por la altura de las barras.

A su vez, si se observa los caminos construidos por período también está implícita la restricción de no anticipatividad. Esto se ilustra en la figura 6.3. Nuevamente la altura de las barras en cada período representa la no anticipatividad. La mayor construcción de caminos se da para los escenarios 1 y 2 con una totalidad de 8 caminos potenciales construidos de los 11 posibles. Por otro lado, para los escenarios 20 a 24 se da la menor construcción de caminos como se aprecia en la figura. La construcción de caminos también sigue la tendencia de los escenarios, ya que para escenarios más favorables la demanda es mayor y por ende requiere de más accesos para cosechar y transportar la madera respecto a escenarios menos favorables.

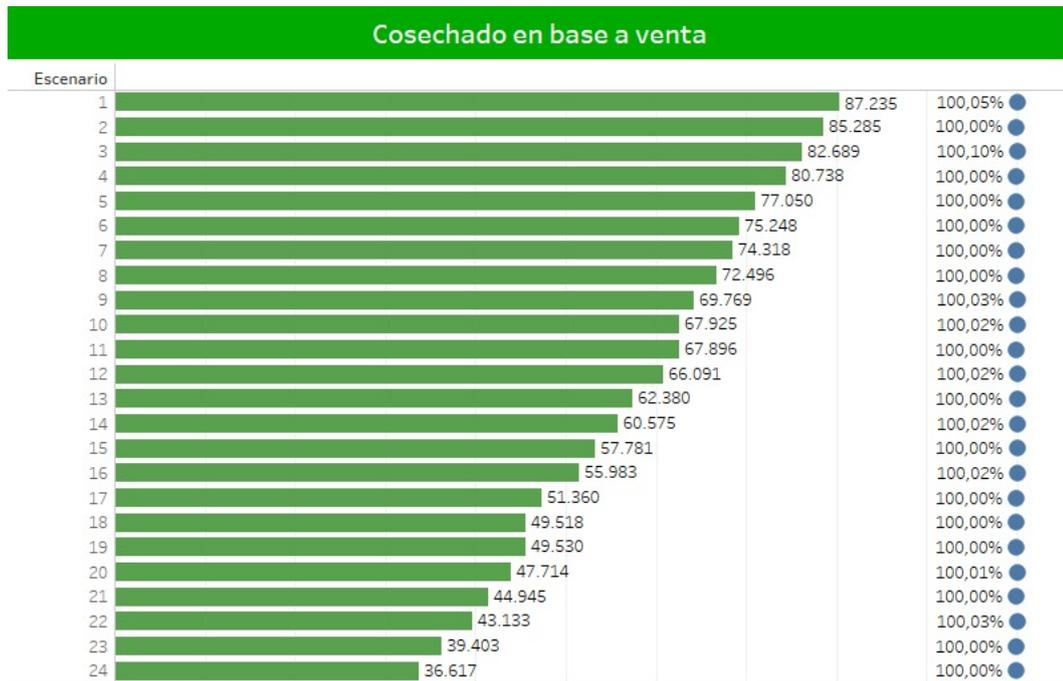
Otro aspecto interesante a analizar del problema es cuanto se abasteció al mercado respecto de lo cosechado. Esta comparación se puede mirar en la figura 6.4. En ningún escenario se vendió menos de lo cosechado. Incluso si se observa la figura con atención se puede apreciar que para los escenarios: 1, 3, 9, 10, 12,



**Figura 6.3:** Cantidad de caminos construidos por período y escenario.

14, 16, 20, 22 se cosechó más de lo vendido, es decir, se mantuvo inventario al final del horizonte temporal. Si bien en estos escenarios se mantiene inventario, se puede concluir que el modelo lógicamente tiende a cosechar de manera que se satisfaga la demanda sin incurrir en demasiados costos de almacenamiento. De hecho el mayor almacenamiento se da para el escenario 3 con un 0,10 %, es decir, 84 m<sup>3</sup> respecto a los 82.689 m<sup>3</sup> cosechados.

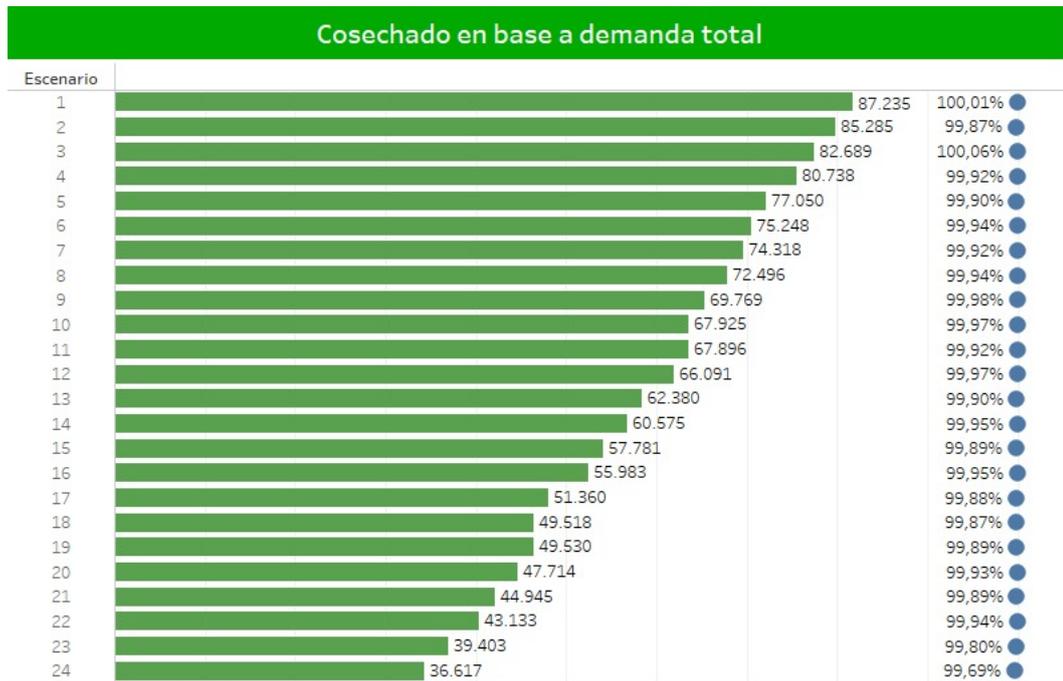
Sin embargo, si comparamos la satisfacción de la demanda por escenario, se puede apreciar que únicamente en los escenarios 1 y 3 se satisface completamente la demanda; lo que se ilustra a continuación en la figura 6.5. Si se observa la figura 6.5 con más atención se puede visualizar, por ejemplo, que en el escenario 12 la satisfacción de la demanda fue del 99,97%. Entonces, una pregunta válida que se puede hacer el lector es: ¿Cómo es posible que no se haya abastecido la totalidad de la demanda si en este escenario se cosechó más de lo vendido, manteniendo existencias en inventario? La respuesta a esta interrogante se debe a que el modelo no contempla el abastecimiento de demanda en períodos posteriores, es decir, para este escenario las ventas en el período 1 fueron de 13.737 m<sup>3</sup> siendo estas menor al total demandado, 13.773 m<sup>3</sup>. Cabe destacar que esta consideración se debe a que en el caso de estudio los períodos representan un año, por lo que se entiende adecuado que no se pueda satisfacer la demanda del año anterior.



**Figura 6.4:** Cosecha en base a las ventas.

Por último, una medida importante a tener en cuenta en los modelos estocásticos es el costo en que se incurre por introducir la incertidumbre. Este costo se puede determinar a partir de la comparación entre el beneficio obtenido bajo una configuración estocástica y determinista, para el mismo conjunto de datos. Esta comparación se puede apreciar en la tabla 6.6.

A partir de la tabla 6.6 se puede inferir que el costo de introducir la incertidumbre varía en un rango de 0,31 % a 3,53 %, siendo creciente hacia los escenarios menos favorables. Si bien el hecho de considerar la incertidumbre resigna ganancias, esta pérdida termina siendo menor respecto a la generada por tomar decisiones asumiendo que va ocurrir una realidad dada y que luego no termina sucediendo, como podría ocurrir en una configuración determinista. En esta última se parte de la hipótesis que se conoce los parámetros para todo el horizonte temporal, lo cual muchas veces difiere de la realidad ya que pueden ocurrir distintas causas que generen una variación de estos.



**Figura 6.5:** Cosecha en base a demanda total por escenario.

## 6.4. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad del modelo consiste en evaluar como responde el mismo ante cambios en los parámetros. En este capítulo se probarán diferentes instancias de datos, donde se analizará cómo afectan al modelo variaciones en los parámetros planteados en la sección 6.1.

### 6.4.1. Variación en la probabilidad de los escenarios

En el caso de estudio se optó por una actitud al riesgo neutra, donde todos los escenarios fueron equiprobables. Por este motivo, se decidió evaluar cómo afecta al modelo el perfil del tomador de decisiones. Por lo tanto, se compararon los resultados obtenidos en la sección 6.3, con dos instancias nuevas dependiendo del perfil del tomador de decisiones. Se consideraron dos perfiles: optimista y pesimista. Para determinar las probabilidades de los escenarios para los diferentes perfiles se clasificaron los veinticuatro escenarios en tres grupos:

- Escenarios de precio y demanda favorables: Escenarios 1 al 8
- Escenarios de precio y demanda medios: Escenarios 9 al 16
- Escenarios de precio y demanda desfavorables: Escenarios 17 al 24

Escenario	Beneficio (USD)		$\Delta$ Beneficio
	Estocástico	Determinista	
1	3.374.426	3.384.840	0.31 %
2	3.245.036	3.258.548	0.41 %
3	3.053.240	3.064.226	0.36 %
4	2.937.694	2.945.865	0.28 %
5	2.728.742	2.738.546	0.36 %
6	2.628.397	2.639.638	0.43 %
7	2.570.918	2.580.722	0.38 %
8	2.477.078	2.490.190	0.53 %
9	1.944.766	1.954.478	0.50 %
10	1.864.027	1.876.659	0.67 %
11	1.793.124	1.805.352	0.68 %
12	1.719.440	1.732.791	0.77 %
13	1.560.484	1.569.201	0.56 %
14	1.491.436	1.499.506	0.54 %
15	1.376.797	1.391.053	1.02 %
16	1.319.341	1.333.783	1.08 %
17	930.799	944.643	1.47 %
18	903.986	922.777	2.04 %
19	886.772	905.704	2.09 %
20	863.962	883.106	2.17 %
21	779.744	792.846	1.65 %
22	741.628	758.264	2.19 %
23	698.127	718.058	2.78 %
24	669.940	694.427	3.53 %

**Tabla 6.6:** Comparación, por escenario, entre el beneficio determinista y estocástico.

Para el perfil optimista se le asignó al grupo de escenarios de precio y demanda alta un 50 % de probabilidad de ocurrencia, 30 % al grupo medio, y el 20 % restante a los escenarios mas desfavorables. En cambio, para el perfil pesimista, la distribución de probabilidades fue de 20, 30 y 50 % para los mismos grupos respectivamente.

El beneficio esperado obtenido para cada escenario corresponde al de la tabla 6.7. Como era de esperarse, el mayor beneficio se da para el perfil optimista y el menor para el pesimista. Esto ocurre debido a que el beneficio esperado corresponde al resultado de cada escenario ponderado según la probabilidad de ocurrencia de los mismos, y el beneficio de los escenarios favorables es significativamente mayor al de los desfavorables.

Perfil	Beneficio (USD)
Optimista	2.088.990
Medio	1.773.330
Pesimista	1.473.530

**Tabla 6.7:** Beneficio según perfil de tomador de decisión.

Mas allá del resultado esperado, lo mas significativo es ver cómo impacta la ponderación de los escenarios en la realización de cada uno de ellos.

En la tabla 6.8, si comparamos el beneficio obtenido por escenario para las distintas configuraciones, podemos ver que en los cuatro escenarios más favorables se obtiene un mayor beneficio para la configuración optimista, pero de ocurrir los cuatro escenarios más desfavorables el beneficio es menor que en la configuración pesimista.

Un perfil optimista se asocia directamente a un mayor riesgo ante la incertidumbre, lo que implica un beneficio mayor ante eventos esperados calificados como positivos, pero con el costo de una reducción en el beneficio ante eventos menos esperados.

En los escenarios comprendidos entre el 5 y el 20, esta relación de probabilidad beneficio no es directa. Si bien se puede asumir que una mayor certeza de la realización de un escenario implica mejores beneficios, la ponderación del resto de los escenarios también es influyente.

Un ejemplo es el escenario 5, donde la probabilidad de ocurrencia es de 0,625 en la configuración optimista y de 0,250 en el pesimista. Sin embargo, el beneficio obtenido en la configuración pesimista es mayor. La explicación de esto es que hasta el segundo período dicho escenario comparte grupo de escenario con los escenarios más extremos: 1, 2, 3 y 4. Estos también tienen una alta probabilidad de ocurrencia, en la configuración optimista, de 0,625. Por lo tanto estos escenarios altamente probables inciden en las decisiones hasta dicho período, y la no ocurrencia de estos afectan el beneficio obtenido en el escenario 5.

Escenario	Beneficio (USD)	
	Pesimista	Optimista
1	3.357.473	3.373.648
2	3.229.877	3.248.354
3	3.051.039	3.052.731
4	2.929.982	2.933.721
5	2.729.376	2.724.999
6	2.627.393	2.626.839
7	2.568.129	2.567.284
8	2.477.712	2.471.114
9	1.945.924	1.948.609
10	1.866.079	1.871.667
11	1.795.542	1.801.411
12	1.723.851	1.727.393
13	1.556.837	1.560.409
14	1.487.897	1.491.819
15	1.374.931	1.377.870
16	1.316.150	1.319.456
17	934.117	939.849
18	908.604	913.892
19	892.083	897.606
20	868.779	875.408
21	787.776	780.137
22	751.542	741.917
23	708.401	698.567
24	680.172	670.375

**Tabla 6.8:** Beneficio por escenario según perfil.

## 6.4.2. Variación en los costos

En esta ocasión se evaluó cómo afectan al problema variaciones en los principales parámetros de costos.

### 6.4.2.1. Variación en el costo de procesamiento: $cp_i^t$

Se ejecutó la instancia de datos vista en la sección 6.1, con una variación en el parámetro  $cp_i^t$  de un 15% al alza y a la baja.

$c_{ij}^t$	Beneficio (USD)	$\Delta$ beneficio
+ 15 %	1.615.750	- 8,8 %
0	1.773.330	0 %
- 15 %	1.921.530	+ 8,4 %

**Tabla 6.9:** Beneficio según variación en el costo de procesamiento.

Como ya se presentó en la expresión (4.39), el costo de procesamiento  $cp_i^t$  se encuentra en la función objetivo con signo negativo. Por lo tanto, una variación en dicho costo afecta directamente el beneficio esperado. Puede observarse en la tabla 6.9 que un incremento de un 15 % en  $cp_i^t$  genera una reducción del 8,8 % en el beneficio, mientras que reducir dicho costo un 15 % genera un aumento de 8,4 % en el beneficio. Esta diferencia no solo repercute en el resultado final, sino que también incide en las decisiones optadas en el horizonte temporal.

Si analizamos los resultados generales de la tabla 6.10, podemos observar que la suma del total cosechado para cada escenario presenta diferencias al variar el costo de procesamiento, aunque no muy significativas. Ante un aumento del 15 % en dicho costo, el total cosechado para todos los escenarios es apenas 51 m<sup>3</sup> menor. Por otro lado, reducir el costo un 15 % genera un aumento de 219 m<sup>3</sup> en la totalidad de los escenarios.

$c_{ij}^t$	Cosechado (m <sup>3</sup> )	$\Delta$ cosechado (m <sup>3</sup> )
+ 15 %	1.505.636	-51
0	1.505.687	0
- 15 %	1.505.906	219

**Tabla 6.10:** Total cosechado para todos los escenarios en m<sup>3</sup>.

#### 6.4.2.2. Variación en el costo de transporte: $c_{ij}^t$

Al igual que en la sección 6.4.2.1, se ejecutó la instancia de datos vista en la sección 6.1, pero con una variación de un 15 % en el parámetro  $c_{ij}^t$ . El efecto en la variación de la esperanza del beneficio tiene un comportamiento similar al caso anterior, pero en esta ocasión el impacto es mayor. El beneficio se ve afectado en un 10 % al variar  $c_{ij}^t$  un 15 %.

$c_{ij}^t$	Beneficio (USD)	$\Delta$ beneficio
+ 15 %	1.595.040	- 10,0 %
0	1.773.330	0,0 %
- 15 %	1.960.540	+ 10,5 %

**Tabla 6.11:** Parcelas cosechadas según variación en el costo de transporte.

La incidencia de un aumento o disminución en los costos de transporte no solo se reflejan en el beneficio, sino que también en las decisiones intermedias del modelo. Si se compara cada caso con la solución original resulta que de las 774 parcelas cosechadas originalmente en los distintos escenarios, con un costo de transporte beneficioso se cosechan únicamente 260 de las mismas parcelas en el mismo período y escenario. Con costos de transporte elevados, el número de coincidencias aumenta a 270.

$c_{ij}^t$	Parcelas cosechadas	Coincidencia
+ 15 %	818	260
0	774	774
- 15 %	757	270

**Tabla 6.12:** Beneficio según variación en el costo de transporte.

Al aumentar los costos de transporte, opciones como generar más inventario o cosechar más cerca de los puntos de venta se vuelva más conveniente que transportar la madera más distancia. Esto explica porque, en el caso de costos más elevados, se cosechan más parcelas más cercanas al punto de venta, con menos rendimiento y generando a su vez más inventario. En contrapartida, en el caso donde se reducen los costos, el transporte ya no es un factor tan determinante, lo que genera que se cosechen parcelas más lejanas al punto de venta, pero que permiten minimizar inventarios y mercadería sobrante al finalizar el ejercicio.

Por último, es interesante destacar como un cambio en un parámetro como el costo de transporte, modifica la gran mayoría de los pasos que lleva a cabo el modelo. Esta característica, si bien es entendible, fue una sorpresa a la hora de analizar la sensibilidad del modelo. La variación esperada no era tan significativa como arrojaron los casos analizados.

### 6.4.2.3. Variación en el costo de almacenamiento: $cy_i$

De acuerdo con lo visto en la sección 6.1, existen varias modalidades de almacenamiento de madera. Para el caso de estudio se optó por almacenamiento al intemperie. Es por esto que se decidió incluir en el análisis de sensibilidad el impacto de optar por otro servicio de almacenamiento. Se ejecutó el problema de optimización del caso de estudio variando  $cy_i$ , obteniéndose los resultados de la tabla 6.13.

Tipo de almacenamiento	$cy_i$ (USD)	Beneficio (USD)	$\Delta$ beneficio
A la intemperie con fumigación	9,0	1.769.700	- 0,20 %
A la intemperie	6,3	1.773.330	0,0 %
En contenedor	12,9	1.768.200	- 0,29 %

**Tabla 6.13:** Beneficio esperado según tipo de almacenamiento

Observando los resultados, optar por un tipo de almacenamiento al intemperie con servicio de fumigación resulta en una pérdida de beneficio de 0,20 %, mientras que almacenar la carga en contenedores resulta en una pérdida de 0,29 %.

En esta oportunidad, resulta oportuno analizar si el incremento en el costo de almacenamiento incide en la cantidad de madera almacenada en el nodo de salida. Para visualizar esto, se presenta en la tabla 6.14, el promedio del total de madera almacenada en el horizonte temporal de todos los escenarios.

Tipo de almacenamiento	Almacenamiento medio (m <sup>3</sup> )
A la intemperie con fumigación	119,2
A la intemperie	177,2
En contenedor	83,8

**Tabla 6.14:** Almacenamiento medio en m<sup>3</sup>.

De acuerdo con lo visto en la tabla 6.14, a medida que aumenta el costo de almacenamiento se reduce la cantidad total almacenada en el nodo de salida. Con el objetivo de maximizar las ganancias, en ocasiones es más rentable cosechar menores cantidades de madera y no satisfacer completamente la demanda, ya que la pérdida de ganancia por ventas puede ser menor al costo de almacenar excedentes de inventario producto de la cosecha total de una parcela.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Se trató un problema de planificación de cosecha forestal, con el objetivo de maximizar la esperanza del beneficio de la venta de madera cosechada considerando costos de cosecha y transporte, bajo incertidumbre de demanda y precios de la madera durante un horizonte temporal discreto de cinco años.

Se logró construir un modelo de optimización lineal entero-mixta que permite identificar las decisiones óptimas de cosecha y construcción de caminos satisfaciendo restricciones de demanda y capacidades. Para la codificación computacional se utilizó el lenguaje de modelado algebraico *AMPL* y para la resolución se utilizó el algoritmo de resolución algebraico *Gurobi*.

El modelo estocástico es capaz de maximizar la esperanza del beneficio contemplando veinticuatro escenarios distintos de precio y demanda. Se pudo evaluar la respuesta del modelo frente a variaciones en los parámetros del mismo; como los costos de procesamiento, de transporte, de almacenamiento y la probabilidad de ocurrencia de los escenarios, permitiendo considerar diferentes actitudes a la hora de toma de decisiones. La solución se comportó según lo esperado al modificar distintos parámetros, disminuyendo el beneficio frente a incrementos de costos, reduciendo inventario ante aumentos en el costo de almacenamiento y minimizando distancias al aumentar el costo de transporte, entre otros. Además de los beneficios obtenidos, se determinó en cada período las cantidades exactas a cosechar de cada parcela, el inventario necesario y los caminos que es conveniente construir, siendo estos insumos claves para la planificación estratégica de la cosecha a mediano plazo.

El resultado positivo en cuanto a beneficios está acompañado por una relación entre madera cosechada y madera vendida que varía entre 100,05 % y 100 % del total cosechado, dependiendo del escenario. Esto genera que el excedente luego de finalizado el ejercicio sea pequeño en proporción, lo cual era un aspecto clave para este proyecto, permitiendo generar una operación responsable con el medio ambiente.

Una de las principales fortalezas de este trabajo es el poder de adaptabilidad a distintas realidades permitiendo la viabilidad de su implementación en diversas condiciones. Al contar con un modelo determinista y un modelo estocástico; en primer lugar es posible que ante situaciones de incertidumbre controladas y conocimiento del comportamiento de ciertas variables a futuro sea posible planificar la cosecha y construcción de caminos sin incertidumbre, permitiendo maximizar la ganancia en el escenario esperado. Por otro lado, el modelo estocástico permite maximizar la esperanza de ganancia en situaciones de incertidumbre. Este último aspecto creemos que toma aún más relevancia dado el contexto internacional actual de pandemia, en donde la consideración de distintos escenarios podría lograr una ventaja competitiva. Además, si bien se modelaron veinticuatro escenarios en el caso de estudio, esta cantidad puede variar adaptándose a distintas realidades. En este punto creemos que el análisis del impacto marginal que tiene agregar o quitar escenarios en el resultado final puede ser de interés para futuros trabajos.

Otro aspecto en pos de la adaptabilidad de este modelo es la relativa sencillez lograda en los parámetros necesarios para el modelado. Si bien en operaciones más complejas puede ser una desventaja, para casos similares al abordado, es una ventaja importante ya que permite utilizar el modelo sin necesidad de contar con una gran cantidad de información disponible y sin necesidad de un gran análisis inicial. Pensando en situaciones más complejas donde sea necesario modelar, por ejemplo, mayor cantidad de costos asociados a la cosecha ó condiciones climáticas a tener en cuenta para los accesos, es posible agregar estos parámetros al modelo para lograr una mayor fiabilidad en la representación de la realidad.

Para la implementación de este trabajo fue pertinente realizar una revisión

histórica de la literatura vinculada al problema de la planificación de la cosecha forestal, otorgando al lector una idea de cómo y porqué se desarrolló esta temática, junto a los principales aportes de autores relevantes. Los trabajos recopilados así como el resumen presentado en la revisión literaria pueden ser de utilidad para el rubro y futuros trabajos.

A su vez, resulta interesante para profundizar a futuro el hecho de modelar la actitud frente al riesgo. En el caso de estudio se optó por una actitud neutra frente al riesgo, sin embargo, es posible modelar otras actitudes adversas y afines al riesgo, donde toma relevancia incluir medidas de riesgo que incorporen la distribución de probabilidades de los posibles escenarios.

Otro aspecto que entendemos es vital para la correcta implementación de este modelo es la profundización en algoritmos de predicción de demanda y precio. Cuanto más precisos sean los escenarios propuestos, mayor será la precisión del modelo. En esta línea, creemos que la utilización de modelos de aprendizaje tanto supervisados como no supervisados pueden ser un gran aporte así como la implementación de procesos de *Sales and Operation Planning* (S&OP).

Por último, el crecimiento y proyección del rubro a nivel nacional hace que la planificación estratégica a largo plazo sea cada vez más relevante. Entendemos que el futuro de la cosecha forestal debe caminar hacia la automatización de procesos y toma de decisiones basada en información, permitiendo alcanzar los estándares internacionales. Más allá de los resultados cuantitativos puntuales de este proyecto, entendemos que el principal aporte es el cambio de paradigma en cómo enfocar la cosecha basada en modelos predicativos con el objetivo de ser eficientes y eficaces a largo plazo. Esto permite además que la toma de decisiones de esta índole no recaiga exclusivamente en la experiencia y permite elevar y separar la planificación de la parte operativa sublevando todos los demás procesos al plan estratégico. La implementación de modelos similares al de este trabajo son esenciales para comenzar a transitar el proceso de cambio que permitan llevar el rubro de la cosecha nacional al siguiente nivel.

# Bibliografía

- Alonso-Ayuso, A., Escudero, L., Guignard, M., Quinteros, M. y Weintraub, A. (2011). Forestry management under uncertainty. *Annals of Operations Research*, 190(1), 17-39. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=iih&AN=65832700&lang=es&site=eds-live>
- Alonso-Ayuso, A., Escudero, L. F., Guignard, M. y Weintraub, A. (2018). Risk management for forestry planning under uncertainty in demand and prices. *European Journal of Operational Research*, 267(3), 1051-1074. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.12.022>
- Andalافت, N., Andalافت, P., Guignard, M., Magendzo, A., Wainer, A. y Weintraub, A. (2003). A Problem of Forest Harvesting and Road Building Solved Through Model Strengthening and Lagrangean Relaxation. *Operations Research*, 51(4), 613-628. <https://doi.org/10.1287/opre.51.4.613.16107>
- ANIU. (2021). Producción forestal en el Uruguay - Balance y perspectivas Abril 2021. *Academia Nacional de Ingeniería Uruguay*. [https://aniu.org.uy/wp-content/uploads/2021/05/Produccion\\_forestal\\_Uruguay\\_20210504.pdf](https://aniu.org.uy/wp-content/uploads/2021/05/Produccion_forestal_Uruguay_20210504.pdf)
- Bellavenutte, P., Chung, W. y Diaz-Balteiro, L. (2020). Partitioning and solving large-scale tactical harvest scheduling problems for industrial plantation forests. *Canadian Journal of Forest Research*, 50(8), 811-818. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=8gh&AN=144785094&lang=es&site=eds-live>
- Carlos Testuri, G. F. (2021). *Fundamentos de Programación Entera* (inf. téc.). Facultad de Ingeniería - UDELAR.
- DEI. (2021). Cartografía Nacional Forestal 2021. *Revista MGAP*. <https://www.gub.uy/ministerio-ganaderia-agricultura-pesca/comunicacion/publicaciones/cartografia-nacional-forestal-2021>

- Eyvindson, K. y Kangas, A. (2018). Guidelines for risk management in forest planning - what is risk and when is risk management useful?. *Canadian Journal of Forest Research*, 48(4), 309-316. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=8gh&AN=128672050&lang=es&site=eds-live>
- FAO. (2021). Evaluación de los recursos forestales mundiales 2020. *FAO*. <https://doi.org/10.4060/ca9825es>
- Flisberg, P., Frisk, M. y Rönnqvist, M. (2014). Integrated harvest and logistic planning including road upgrading. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 29, 195-209. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=8gh&AN=99712816&lang=es&site=eds-live>
- Ligrone, A. (2018). A 30 años de la Ley Forestal. *Revista Forestal*. <http://www.revistaforestal.uy/desde-la-spf/30-anos-la-ley-forestal.html>
- Navon, D. I. (1971). *Timber RAM: a long-range planning method for commercial timber lands under multiple-use management* (Vol. 70). Pacific Southwest Forest; Range Experiment Station, Forest Service, US . . .
- OIT. (2022). *Silvicultura; madera; celulosa y papel Sitio web*. Consultado el 15 de mayo de 2022, desde <https://www.ilo.org/global/industries-and-sectors/forestry-wood-pulp-and-paper/lang--es/index.htm>
- Rios, I., Weintraub, A. y Wets, R. J.-B. (2016). Building a stochastic programming model from scratch: a harvesting management example. *Quantitative Finance*, 16(2), 189-199. <https://doi.org/10.1080/14697688.2015.1114365>
- Rockafellar, R. T., Uryasev, S. et al. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21-42.
- Silva, P. H. B. M. d., Arce, J. E., Loch, G. V., David, H. C. y Fiorentin, L. D. (2016). forest harvest scheduling plan integrated to the road network / plano de agendamento da colheita florestal integrado à rede de estradas. *Cerne*, 22(1), 69-76. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edssci&AN=edssci.S0104.77602016000100069&lang=es&site=eds-live>
- SPF. (2022). *SPF - Sociedad de Productores del Uruguay Sitio web*. Consultado el 10 de mayo de 2022, desde <https://www.spf.com.uy/uruguay-forestal/>

- Sullivan, E. C. (1973). *A transportation analysis technique for natural resource management*. University of California, Institute of Transportation; Traffic Engineering.
- UruguayXXI. (2022). Sector forestal en Uruguay. *Informe Forestal - Uruguay XXI*. <https://www.uruguayxxi.gub.uy/uploads/informacion/54d7c374d7aac91a7ea7b0d7b48973c687d47084.pdf>
- Veliz, F., Watson, J.-P., Weintraub, A., Wets, R. y Woodruff, D. (2015). Stochastic optimization models in forest planning: a progressive hedging solution approach. *Annals of Operations Research*, 232(1), 259-274. <http://proxy.timbo.org.uy/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=iih&AN=108899571&lang=es&site=eds-live>
- Weintraub, A. y Navon, D. (1976). A Forest Management Planning Model Integrating Silvicultural and Transportation Activities. *Management Science*, 22(12), 1299-1309. <https://doi.org/10.1287/mnsc.22.12.1299>

# APÉNDICES

# Apéndice 1

## Codificación computacional

En este apéndice se presenta el código utilizado para ejecutar los modelos matemáticos utilizados para todas las instancias de datos, correspondientes a los problemas determinista y estocástico. En ambos casos se utilizó el lenguaje algebraico *GNU MathProg*.

### 1.1. Modelo determinista

#### 1.1.1. Modelo general determinista

```
/*CONJUNTOS*/
param tmax; /* Horizonte temporal de conjunto de períodos */
set T; /* Período, conjunto ordenado, {1,...,n}, donde n es el horizonte de tiempo del problema*/
set P; /* Parcelas */
set N; /* Nodos de la red de caminos */
set No within N; /* Nodos de origen */
set Ni within N; /* Nodos de interseccion */
set Ns within N; /* Nodos de salida */
set PO{i in No} within P; /* Parcelas adyacentes al nodo de origen i*/
set PC{p in P} within P; /* Parcelas contiguas a la parcela p */
set R within N cross N; /* Arcos (i,j) representan los caminos de la red con i, j in N : ij*/
set Re within R; /* Caminos existentes */
set Rp within R; /* Camino potenciales */
```

```

/* PARAMETROS */
param yo{i in Ns}; /* Inventario inicial en el nodo de salida i */
param d{t in T}; /* Demanda de madera en $/m3 en el periodo t */
param pr{t in T}; /* Precio de venta en m3 en periodo t */
param s{p in P}; /* Superficie en ha de la parcela p */
param pf{p in P, t in T}; /* Rendimiento en m3/ha de la parcela p en el periodo
t */
param cp{i in No, t in T}; /* Costo de procesamiento en $/m3 de madera del
nodo i */
param cy{i in Ns}; /* Costo de almacenamiento en $/m3 de madera en el nodo
i */
param c{i in N, j in N, t in T}; /* Costo de transportar el camino (i,j) */
param cc{i in N,j in N}; /* Costo de construccion de cada camino */
param k{i in N,j in N,t in T}; /* Capacidad máxima en m3 del camino (i,j)
en el período t */
param al{i in Ns}; /* Capacidad máxima de almacenamiento de inventario en
m3 para el nodo i */
param bc{t in T}; /* Presupuesto para caminería en el período t */

/* VARIABLES */
var x{p in P, t in T}, binary; /* 1, si se cosecha la parcela p en el período t,
0 en caso contrario.*/
var w{(i,j) in Rp, t in T}, binary; /* 1, si se construye el camino (i,j) Rp en el
período t, 0 en caso contrario*/
var y{i in Ns,t in (T union {0})}, i=0; /* Cantidad de inventario en el nodo
de salida i Ns en el período t */
var f{(i,j) in R, t in T}, i=0; /* Flujo de madera en el camino (i,j) R en el
período t */
var z{i in Ns, t in T}, i=0; /* Ventas en el nodo de salida i en el período t */

/* FUNCION OBJETIVO */
maximize income:
sum{t in T} (
sum{i in Ns} pr[t] * z[i,t]
- sum{i in No} cp[i,t] * sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] * x[p,t]
- sum{i in Ns} cy[i] * y[i,t]
- sum{(i,j) in R} f[i,j,t] * c[i,j,t]

```

```

- sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t]
);

/* RESTRICCIONES */
s.t. invinicial {i in Ns}: y[i,0] = yo[i];
s.t. cosechaunica{p in P}: sum{t in T} x[p,t] i= 1;
s.t. cosechacontigua1{p in P, t in 1..tmax-1 ,p1 in PC[p]:p1i;p}: x[p,t] +
(x[p1,t+1] ) i= 1;
s.t. cosechacontigua2{p in P, t in 1..tmax,p1 in PC[p]:p1i;p}: x[p,t] + ( x[p1,t]
) i= 1;
s.t. construccionunica{(i,j) in Rp}: sum{t in T} w[i,j,t] i= 1;
s.t. soloflujoconstruidospot{(i,j) in Rp, t in T}: f[i,j,t] i= k[i,j,t] * sum{t2 in
1..t} w[i,j,t2];
s.t. budgetcamino{t in T}: sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t] i= bc[t];
s.t. capacidadmaxinv{t in T,i in Ns}: y[i,t] i= al[i];
s.t. capacidadmaxflujo{t in T, (i,j) in R}: f[i,j,t] i= k[i,j,t];
s.t. balanceorigen{t in T, i in No}: sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] * x[p,t] +
sum{(j,i) in R} f[j,i,t] - sum{(i,j) in R} f[i,j,t] = 0;
s.t. balanceinterseccion{t in T,i in Ni}: sum{(j,i) in R} f[j,i,t] - sum{(i,j) in R}
f[i,j,t] = 0;
s.t. balancesalida{t in T,i in Ns}: sum{(j,i) in R} f[j,i,t] + y[i,t-1] = z[i,t] +
y[i,t];
s.t. satisdemanda{t in T} : sum{i in Ns} z[i,t] i= d[t]; end;

```

### 1.1.2. Modelo determinista a partir del modelo estocástico

Para obtener el resultado del modelo determinista para cada uno de los escenarios se utilizó como base el modelo estocástico, pero quitando las restricciones de no anticipatividad. De esta forma, maximizar la suma de los veinticuatro escenarios independientes, es igual a maximizar cada escenario de forma individual. De esta manera, la restricción *resultado*, indica el resultado del modelo determinista para cada uno de los escenarios.

El modelo utilizado corresponde al siguiente:

```

/*CONJUNTOS*/
param tmax; /* Horizonte temporal de conjunto de períodos */

```

```

set T; /* Período, conjunto ordenado, 1,...,n, donde n es el horizonte de tiempo
del problema*/
set P; /* Parcelas */
set N; /* Nodos de la red de caminos */
set No within N; /* Nodos de origen */
set Ni within N; /* Nodos de interseccion */
set Ns within N; /* Nodos de salida */
set PO{i in No} within P; /* Parcelas adyacentes al nodo de origen i*/
set PC{p in P} within P; /* Parcelas contiguas a la parcela p */
set R within N cross N; /* Arcos (i,j) representan los caminos de la red con i,
j in N : i<>j*/
set Re within R; /* Caminos existentes */
set Rp within R; /* Camino potenciales */
set E; /* Escenarios */
set ET {t in T,e in E}; /*Grupos de escenarios */
/* PARAMETROS */
param yo{i in Ns}; /* Inventario inicial en el nodo de salida i */
param d{e in E, t in T}; /* Demanda de madera en $/m3 en el periodo t */
param pr{e in E, t in T}; /* Precio de venta en m3 en periodo t */
param s{p in P}; /* Superficie en ha de la parcela p */
param pf{p in P, t in T}; /* Rendimiento en m3/ha de la parcela p en el pe-
riodo t */
param cp{i in No, t in T}; /* Costo de procesamiento en $/m3 de madera del
nodo i */
param cy{i in Ns}; /* Costo de almacenamiento en $/m3 de madera en el nodo
i */
param c{i in N, j in N, t in T}; /* Costo de transportar el camino (i,j) */
param cc{i in N,j in N}; /* Costo de construccion de cada camino */
param k{i in N,j in N,t in T}; /* Capacidad máxima en m3 del camino (i,j)
en el período t */
param al{i in Ns}; /* Capacidad máxima de almacenamiento de inventario en
m3 para el nodo i */
param bc{t in T}; /* Presupuesto para caminería en el período t */
param prob{e in E}; /* Probabilidad de ocurrencia del escenario e */

/* VARIABLES */

```

```

var x{p in P, t in T, e in E}, binary; /* 1, si se cosecha la parcela p en el
período t, 0 en caso contrario.*/
var w{(i,j) in Rp, t in T, e in E}, binary; /* 1, si se construye el camino (i,j)
Rp en el período t, 0 en caso contrario*/
var y{i in Ns,t in (T union {0}), e in E}, >=0; /* Cantidad de inventario en
el nodo de salida i Ns en el período t */
var f{(i,j) in R, t in T, e in E}, >=0; /* Flujo de madera en el camino (i,j) R
en el período t */
var z{i in Ns, t in T, e in E}, >=0; /* Ventas en el nodo de salida i en el período
t */
var inc{e in E} ; /* Resultado por escenario */

```

```

/* FUNCION OBJETIVO */

```

```

maximize income:

```

```

sum{t in T} sum{e in E} prob[e] * (
sum{i in Ns} pr[e,t] * z[i,t,e]
- sum{i in No} cp[i,t] * sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] * x[p,t,e]
- sum{i in Ns} cy[i] * y[i,t,e]
- sum{(i,j) in R} f[i,j,t,e] * c[i,j,t]
- sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t,e]
);

```

```

/* RESTRICCIONES */

```

```

s.t. invinicial {i in Ns, e in E}: y[i,0,e] = yo[i];
s.t. cosechaunica {p in P, e in E}: sum{t in T} x[p,t,e] <= 1;
s.t. cosechacontigua1 {p in P, t in 1..tmax-1, e in E}: x[p,t,e] + sum{p1 in
PC[p]:p1<=p} ( x[p1,t+1,e] ) <= 1;
s.t. cosechacontigua2 {p in P, t in 1..tmax, e in E}: x[p,t,e] + sum{p1 in
PC[p]:p1<=p} ( x[p1,t,e] ) <= 1;
s.t. construccionunica {(i,j) in Rp, e in E}: sum{t in T} w[i,j,t,e] <= 1;
s.t. soloflujoconstruidospot {(i,j) in Rp, t in T, e in E}: f[i,j,t,e] <= k[i,j,t] *
sum{t2 in 1..t} w[i,j,t2,e];
s.t. budgetcamino {t in T, e in E}: sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t,e] <= bc[t];
s.t. capacidadmaxinv {t in T, i in Ns, e in E}: y[i,t,e] <= al[i];
s.t. capacidadmaxflujo {t in T, (i,j) in R, e in E}: f[i,j,t,e] <= k[i,j,t];
s.t. balanceorigen {t in T, i in No, e in E}: sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] *

```

$x[p,t,e] + \sum\{(j,i) \text{ in } R\} f[j,i,t,e] - \sum\{(i,j) \text{ in } R\} f[i,j,t,e] = 0;$   
s.t. balanceinterseccion  $\{t \text{ in } T, i \text{ in } Ni, e \text{ in } E\}: \sum\{(j,i) \text{ in } R\} f[j,i,t,e] -$   
 $\sum\{(i,j) \text{ in } R\} f[i,j,t,e] = 0;$   
s.t. balancesalida  $\{t \text{ in } T, i \text{ in } Ns, e \text{ in } E\}: \sum\{(j,i) \text{ in } R\} f[j,i,t,e] + y[i,t-1,e]$   
 $= z[i,t,e] + y[i,t,e];$   
s.t. satisdemanda  $\{t \text{ in } T, e \text{ in } E\} : \sum\{i \text{ in } Ns\} z[i,t,e] = d[e,t];$   
s.t. noanticip1  $\{p \text{ in } P, t \text{ in } T, e \text{ in } E, ep \text{ in } ET[t,e]\} : x[p,t,e]=x[p,t,ep];$   
s.t. noanticip2  $\{(i,j) \text{ in } Rp, t \text{ in } T, e \text{ in } E, ep \text{ in } ET[t,e]\} : w[i,j,t,e]=w[i,j,t,ep];$   
s.t. noanticip3  $\{(i,j) \text{ in } R, t \text{ in } T, e \text{ in } E, ep \text{ in } ET[t,e]\} : f[i,j,t,e]=f[i,j,t,ep];$   
s.t. noanticip4  $\{i \text{ in } Ns, t \text{ in } T, e \text{ in } E, ep \text{ in } ET[t,e]\} : y[i,t,e]=y[i,t,ep];$   
s.t. noanticip5  $\{i \text{ in } Ns, t \text{ in } T, e \text{ in } E, ep \text{ in } ET[t,e]\} : z[i,t,e]=z[i,t,ep];$   
s.t. resultado  $\{e \text{ in } E\}: inc[e] = \sum\{t \text{ in } T\} ($   
 $\sum\{i \text{ in } Ns\} pr[e,t] * z[i,t,e]$   
 $- \sum\{i \text{ in } No\} cp[i,t] * \sum\{p \text{ in } PO[i]\} pf[p,t] * s[p] * x[p,t,e]$   
 $- \sum\{i \text{ in } Ns\} cy[i] * y[i,t,e]$   
 $- \sum\{(i,j) \text{ in } R\} f[i,j,t,e] * c[i,j,t]$   
 $- \sum\{(i,j) \text{ in } Rp\} cc[i,j] * w[i,j,t,e]$   
 $);$   
end;

## 1.2. Modelo estocástico

```
/*CONJUNTOS*/
param tmax; /* Horizonte temporal de conjunto de períodos */ set T; /*
Período, conjunto ordenado, {1,...,n}, donde n es el horizonte de tiempo del
problema*/ set P; /* Parcelas */ set N; /* Nodos de la red de caminos */ set
No within N; /* Nodos de origen */ set Ni within N; /* Nodos de interseccion
*/ set Ns within N; /* Nodos de salida */ set PO{i in No} within P; /* Par-
celas adyacentes al nodo de origen i*/ set PC{p in P} within P; /* Parcelas
contiguas a la parcela p */ set R within N cross N; /* Arcos (i,j) representan
los caminos de la red con i, j in N : ij*/ set Re within R; /* Caminos existentes
*/ set Rp within R; /* Camino potenciales */ set E; /* Escenarios */ set ET{t
in T,e in E}; /*Grupos de escenarios */
```

```
/* PARAMETROS */
param yo{i in Ns}; /* Inventario inicial en el nodo de salida i */
param d{e in E, t in T}; /* Demanda de madera en  $\$/m^3$  en el periodo t */
param pr{e in E, t in T}; /* Precio de venta en  $m^3$  en periodo t */
param s{p in P}; /* Superficie en ha de la parcela p */
param pf{p in P, t in T}; /* Rendimiento en  $m^3/ha$  de la parcela p en el pe-
riodo t */
param cp{i in No, t in T}; /* Costo de procesamiento en  $\$/m^3$  de madera del
nodo i */
param cy{i in Ns}; /* Costo de almacenamiento en  $\$/m^3$  de madera en el nodo
i */
param c{i in N, j in N, t in T}; /* Costo de transportar el camino (i,j) */
param cc{i in N,j in N}; /* Costo de construccion de cada camino */
param k{i in N,j in N,t in T}; /* Capacidad máxima en  $m^3$  del camino (i,j)
en el período t */
param al{i in Ns}; /* Capacidad máxima de almacenamiento de inventario en
 $m^3$  para el nodo i */
param bc{t in T}; /* Presupuesto para caminería en el período t */
param prob{e in E}; /* Probabilidad de ocurrencia del escenario e */
```

```
/* VARIABLES */
var x{p in P, t in T, e in E}, binary; /* 1, si se cosecha la parcela p en el
```

```

período t, 0 en caso contrario.*/
var w{(i,j) in Rp, t in T, e in E}, binary; /* 1, si se construye el camino (i,j)
Rp en el período t, 0 en caso contrario*/
var y{i in Ns,t in (T union {0}), e in E}, ¿=0; /* Cantidad de inventario en
el nodo de salida i Ns en el período t */
var f{(i,j) in R, t in T, e in E}, ¿=0; /* Flujo de madera en el camino (i,j) R
en el período t */
var z{i in Ns, t in T, e in E},¿=0; /* Ventas en el nodo de salida i en el período
t */
var inc{e in E} ; /* Resultado por escenario */

```

```

/* FUNCION OBJETIVO */

```

```

maximize income:

```

```

sum{t in T} sum{e in E} prob[e] * (
sum{i in Ns} pr[e,t] * z[i,t,e]
- sum{i in No} cp[i,t] * sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] * x[p,t,e]
- sum{i in Ns} cy[i] * y[i,t,e]
- sum{(i,j) in R} f[i,j,t,e] * c[i,j,t]
- sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t,e]
);

```

```

/* RESTRICCIONES */

```

```

s.t. invinicial {i in Ns, e in E}: y[i,0,e] = yo[i];
s.t. cosechaunica{p in P, e in E}: sum{t in T} x[p,t,e] ¿= 1;
s.t. cosechacontigua1{p in P, t in 1..tmax-1 , e in E}: x[p,t,e] + sum{p1 in
PC[p]:p1¿p} ( x[p1,t+1,e] ) ¿= 1;
s.t. cosechacontigua2{p in P, t in 1..tmax, e in E}: x[p,t,e] + sum{p1 in
PC[p]:p1¿p} ( x[p1,t,e] ) ¿= 1;
s.t. construccionunica{(i,j) in Rp, e in E}: sum{t in T} w[i,j,t,e] ¿= 1;
s.t. soloflujoconstruidospot{(i,j) in Rp, t in T,e in E}: f[i,j,t,e] ¿= k[i,j,t] *
sum{t2 in 1..t} w[i,j,t2,e];
s.t. budgetcamino{t in T, e in E}: sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] * w[i,j,t,e] ¿= bc[t];
s.t. capacidadmaxinv{t in T,i in Ns, e in E}: y[i,t,e] ¿= al[i];
s.t. capacidadmaxflujo{t in T, (i,j) in R,e in E}: f[i,j,t,e] ¿= k[i,j,t];
s.t. balanceorigen{t in T, i in No, e in E}: sum{p in PO[i]} pf[p,t] * s[p] *
x[p,t,e] + sum{(j,i) in R} f[j,i,t,e] - sum{(i,j) in R} f[i,j,t,e] = 0;

```

s.t. balanceinterseccion{t in T,i in Ni, e in E}: sum{(j,i) in R} f[j,i,t,e] -  
sum{(i,j) in R} f[i,j,t,e] = 0;  
s.t. balancesalida{t in T,i in Ns,e in E}: sum{(j,i) in R} f[j,i,t,e] + y[i,t-1,e] =  
z[i,t,e] + y[i,t,e];  
s.t. satisdemanda{t in T,e in E} : sum{i in Ns} z[i,t,e] = d[e,t];  
s.t. noanticip1{p in P, t in T, e in E, ep in ET[t,e]} : x[p,t,e]=x[p,t,ep];  
s.t. noanticip2{(i,j) in Rp, t in T, e in E, ep in ET[t,e]} : w[i,j,t,e]=w[i,j,t,ep];  
s.t. noanticip3{(i,j) in R, t in T, e in E, ep in ET[t,e]} : f[i,j,t,e]=f[i,j,t,ep];  
s.t. noanticip4{i in Ns, t in T, e in E, ep in ET[t,e]} : y[i,t,e]=y[i,t,ep];  
s.t. noanticip5{i in Ns, t in T, e in E, ep in ET[t,e]} : z[i,t,e]=z[i,t,ep];  
s.t. resultado {e in E}: inc[e] = sum{t in T} (  
sum{i in Ns} pr[e,t] \* z[i,t,e]  
- sum{i in No} cp[i,t] \* sum{p in PO[i]} pf[p,t] \* s[p] \* x[p,t,e]  
- sum{i in Ns} cy[i] \* y[i,t,e]  
- sum{(i,j) in R} f[i,j,t,e] \* c[i,j,t]  
- sum{(i,j) in Rp} cc[i,j] \* w[i,j,t,e]  
);  
end;

# Apéndice 2

## Instancias de ejecución

En este apéndice se presentan las condiciones computacionales en las que se ejecutaron los modelos junto a sus resultados.

### 2.1. Modelo determinista

#### 2.1.1. Validaciones

Las validaciones del modelo determinista presentadas en la sección 5.1 fueron realizadas bajo las siguientes condiciones:

- Lenguaje: MathProg
- Solver: GLPK LP/MIP Solver 5.0
- Sistema operativo: macOS Big Sur 11.5.2
- Procesador: 2,7 GHz Intel Core i5 de dos núcleos
- Memoria RAM: 8GB 1867 MHz DDR3

#### 2.1.2. Problema determinista

El problema determinista fue ejecutado bajo las siguientes condiciones:

- Lenguaje: MathProg
- Solver: Gurobi 9.5.0
- Sistema operativo: Rocky Linux release 8.5
- Procesador: Intel(R) Core(TM) i9-10980XE CPU @ 3.00GHz
- Memoria RAM: 16GB

El resultado de la ejecución fue el siguiente:

- solve\_result = solved
- solve\_result\_num = 0
- \_ampl\_elapsed\_time = 0.046309
- \_total\_solve\_elapsed\_time = 11059.2

## 2.2. Modelo Estocástico

Todas las instancias asociadas al modelo estocástico fueron ejecutadas bajo las siguientes condiciones:

- Lenguaje: AMPL
- Solver: Gurobi 9.5.0
- Sistema operativo: Rocky Linux release 8.5
- Procesador: Intel(R) Core(TM) i9-10980XE CPU @ 3.00GHz
- Memoria RAM: 128GB

### 2.2.1. Problema estocástico

El resultado de la ejecución del problema estocástico fue el siguiente:

- solve\_result = solved
- solve\_result\_num = 2
- message at termination = optimal integer solution
- \_ampl\_elapsed\_time = 0.105279
- \_total\_solve\_elapse\_time = 180.104
- maxerr = 1.77797e-07

### 2.2.2. Análisis de Sensibilidad

Los resultados de la ejecución para cada uno de los análisis de sensibilidad del modelo fueron los siguientes:

#### 2.2.2.1. Análisis de Sensibilidad 1

- solve\_result = solved
- solve\_result\_num = 2
- message at termination = optimal integer solution

- `_ampl_elapsed_time` = 0.093381
- `_total_solve_elapsed_time` = 1200.44
- `maxerr` = 1.50177e-07

#### **2.2.2.2. Análisis de Sensibilidad 2**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.099819
- `_total_solve_elapsed_time` = 5401.51
- `maxerr` = 9.88636e-06

#### **2.2.2.3. Análisis de Sensibilidad 3**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.096683
- `_total_solve_elapsed_time` = 10802.1
- `maxerr` = 6.62229e-06

#### **2.2.2.4. Análisis de Sensibilidad 4**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.095298
- `_total_solve_elapsed_time` = 360.144
- `maxerr` = 2.12104e-07

#### **2.2.2.5. Análisis de Sensibilidad 5**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.094649

- `_total_solve_elapsed_time` = 360.144
- `maxerr` = 3.99437e-07

#### **2.2.2.6. Análisis de Sensibilidad 6**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.248881
- `_total_solve_elapsed_time` = 3600.72
- `maxerr` = 5.47304e-07

#### **2.2.2.7. Análisis de Sensibilidad 7**

- `solve_result` = solved
- `solve_result_num` = 2
- message at termination = optimal integer solution
- `_ampl_elapsed_time` = 0.096312
- `_total_solve_elapsed_time` = 180.12
- `maxerr` = 2.86133e-08

# Apéndice 3

## Datos utilizados

Los datos utilizados en todas las instancias vistas, se encuentran disponibles en la siguiente [carpeta compartida](#).