

# INCONSISTENCIAS Y ERRORES EN LOS ENFOQUES TRADICIONALES SOBRE LA ENERGÍA EN NUESTROS CURSOS INTRODUCTORIOS

## Inconsistencies and errors in traditional approaches to energy in our introductory courses

*Álvaro Suárez*

ORCID <https://orcid.org/0000-0002-5345-5565>

Consejo de Formación en Educación, Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay  
alsua@outlook.com

*Daniel Baccino*

ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5572-2623>

Consejo de Formación en Educación, Instituto de Profesores Artigas, Montevideo, Uruguay  
dbaccisi@gmail.com

*Arturo C. Martí*

<https://orcid.org/0000-0003-2023-8676>

Instituto de Física, Facultad de Ciencias, Udelar, Montevideo, Uruguay  
marti@fisica.edu.uy

*Martín Monteiro*

<https://orcid.org/0000-0001-9472-2116>

Universidad ORT, Montevideo, Uruguay  
monteiro@ort.edu.uy

Recibido 5 de mayo 2020  
Aceptado 10 de junio 2020

### Resumen:

Presentamos un análisis crítico de los enfoques clásicos de los contenidos de energía, basado en el teorema trabajo-energía y la conservación de la energía mecánica que se proponen en los cursos de los primeros años de educación terciaria. Mostramos cómo estos enfoques presentan una serie de inconsistencias y errores que son fuente de dificultades conceptuales en los estudiantes. Analizamos luego un tratamiento moderno dirigido a cursos de mecánica basado en los resultados de las investigaciones en educación de la Física de los últimos 40 años. Hacemos especial énfasis en el principio de conservación de la energía como uno de los principios fundamentales de la naturaleza, jerarquizando los conceptos de sistema, ambiente, transferencia y transformación de energía.

**Palabras clave:** Energía, energía mecánica, enseñanza, conservación de la energía

### Abstract:

We present a critical analysis of the classical approaches to energy subjects, based on the work-energy theorem and the conservation of mechanical energy that are proposed in the courses of the first years of tertiary education. We show how these approaches present a series of inconsistencies and errors that are a source of conceptual difficulties in students. We then analyze a modern treatment aimed at mechanical courses based on the results of research in Physics education of the last 40 years. We put special emphasis on the principle of energy conservation as one of the fundamental principles of nature, prioritizing the concepts of system, environment, transfer and transformation of energy.

**Keywords:** Energy, mechanical energy, teaching, energy conservation

## 1. El enfoque clásico de la energía y sus inconsistencias

Desde hace varias décadas, algunos físicos han liderado una cruzada para mostrar las debilidades que presentan los abordajes clásicos con los que muchos de nosotros aprendimos el teorema de trabajo-energía y la ley de la conservación de la energía mecánica. Pese a la presencia de un número no despreciable de artículos publicados en esa dirección (véase por ejemplo, Arons, 1989 y 1999; Sherwood, 1983; Sherwood y Bernard 1984; Jewett, 2008 a, 2008 b; Hetch, 2019; Chabay, Sherwood y Titus, 2019), tuvieron que pasar varios años para que el impacto en los textos de Física más utilizados en los cursos básicos de nivel terciario fuera significativo. En los últimos años, sin embargo, han aparecido paulatinamente enfoques más modernos basados en las investigaciones derivadas de la investigación en educación de la Física o PER (por sus siglas en inglés).

En nuestro país, el Uruguay, el único trabajo publicado hasta ahora que desnuda algunas falencias en los abordajes clásicos es el artículo “Comentarios sobre el trabajo de las fuerzas aplicadas sobre sólidos reales” que apareció en la revista *Educación en Física* (Núñez, 2011) de la Asociación de Profesores de Física del Uruguay (APFU). En dicho artículo se muestra la necesidad de utilizar el modelo de un cuerpo sólido deformable para explicar la existencia de la fuerza de rozamiento seca, así como las características del trabajo que realiza. Estos hechos, que se pueden entender fácilmente a partir del principio de conservación de la energía, tienen profundas implicaciones en el abordaje que hacemos en nuestros cursos de mecánica. Pensemos por un instante en el proceso de calentarnos las manos. Cuando las frotamos entre sí, si tomamos como sistema a una de las manos, aumenta la energía interna de la misma (ya que aumenta su temperatura). Este aumento de energía surge simplemente de la transferencia de energía a través del trabajo realizado por la fuerza que ejerce la otra mano. Este simple ejemplo, esconde un problema que en general no abordamos hasta que tratamos el primer principio de la termodinámica: el único modelo de un cuerpo que permite tomar en cuenta los cambios en su temperatura es el del sólido deformable, ya que es en dicho modelo donde los cuerpos pueden cambiar su energía interna. Esto significa que no puede realizarse un estudio energético del comportamiento de algo “tan simple” como un bloque deslizando por una superficie sin considerarlo al mismo como un cuerpo sólido deformable. Pero, ¿cuáles son las implicancias de esta observación?

Las leyes de Newton están en el centro de los enfoques tradicionales de los cursos de mecánica. Son el punto de partida para estudiar el comportamiento de los cuerpos desde los más simples a los más complejos. Usualmente se comienza planteando el modelo de partícula para deducir los teoremas de conservación de la energía mecánica y de la cantidad de movimiento. Posteriormente se continúa con el modelo de cuerpo rígido, para pasar directamente al estudio de fluidos y termodinámica, quedando en general completamente relegado el análisis de los sólidos deformables. Es en este último, requerido para modelar situaciones cotidianas como mostraremos en breve aquí, donde aparecen problemas con planteos energéticos originados en las leyes de Newton que conducen a resultados inconsistentes. Junto a este problema, como veremos más adelante, tanto la definición usual del trabajo realizado por una fuerza, como la deducción del teorema trabajo-energía presentan limitaciones y son muchas veces fuentes de confusión para los estudiantes.

En lo que sigue de este trabajo presentamos un enfoque moderno para abordar los conceptos de energía en cursos de Física básica de nivel terciario. Con ese fin, el artículo está estructurado de la siguiente manera: en la siguiente sección presentamos algunos ejemplos cualitativos referidos a las incongruencias que derivan de aplicar la definición de trabajo y el teorema trabajo-energía a cuerpos sólidos deformables. A continuación, en la sección 3, introducimos el concepto de pseudotrabajo y la ecuación de energía del centro de masa. En la sección 4 definimos el principio de la energía, analizando el rol de los sistemas y el rol de las fuerzas externas e internas como eje estructurador del principio de conservación de la energía. Estudiamos, en la sección 5, algunos ejemplos clásicos de mecánica comparando los enfoques clásicos con los modernos. Una breve reseña de la evolución histórica del tratamiento de la energía es presentada en la sección 6. Finalmente, las consideraciones finales son presentadas en la sección 7.

## 2. Algunos ejemplos cualitativos

Imaginemos una persona en patines que se encuentra inicialmente en reposo ejerce una fuerza  $\vec{F}$  sobre una pared tal como se muestra en la figura 1. Como resultado se impulsa en sentido contrario, aumentando su velocidad y por ende su energía cinética de traslación. Es posible ver que si aplicamos el teorema trabajo-energía a esta situación llegamos rápidamente a una contradicción. Dado que su punto de aplicación no se desplaza, la fuerza no realiza trabajo. Por lo tanto, aunque la persona aumentó su energía cinética de traslación, el trabajo neto realizado sobre ella es nulo.

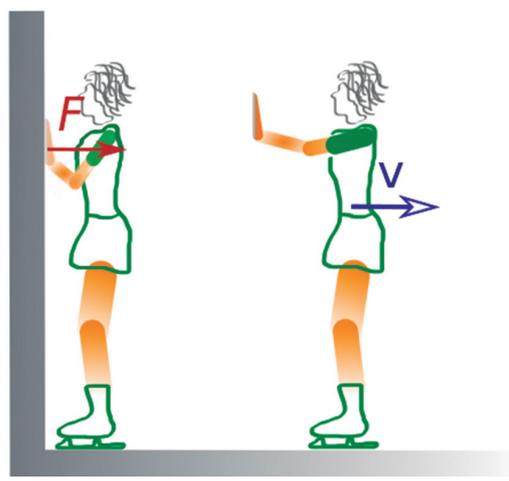


Figura 1. Diagrama de una persona en patines que se impulsa ejerciendo una fuerza  $F$  contra la pared.

El ejemplo anterior revela las inconsistencias asociadas a la definición de trabajo a partir del modelo de partícula. En dicho modelo, el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza siempre coincide con el de la partícula, sin embargo, en un cuerpo sólido deformable no siempre ocurre así. Este abordaje de la energía que no tiene en cuenta los aspectos de la mecánica de sólidos deformables, es fuente de confusión en los estudiantes (Lindsey, Heron y Shaffer, 2009;

Gutierrez-Berraondo, Goikoetxea, Guisasola y Zavala, 2017). Es importante destacar también que el teorema trabajo-energía, en su formulación más simple, sólo es válido para partículas y es aplicable a un conjunto acotado de situaciones.

Como segundo ejemplo, consideremos un bloque apoyado sobre una superficie horizontal rugosa que es empujado por una fuerza horizontal  $\vec{T}$  de modo que se mueve a lo largo de una distancia  $d$  con velocidad constante tal como se indica en la figura 2 (Resnick y Halliday, 2002).

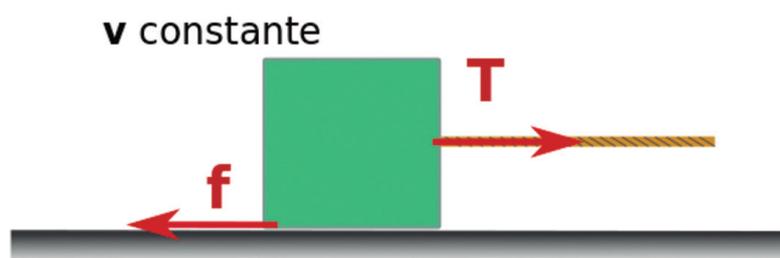


Figura 2. Diagrama de un bloque arrastrado por una cuerda que se desliza con velocidad constante a lo largo de una superficie horizontal rugosa.

Si tomamos al bloque como sistema y aplicamos el teorema trabajo-energía, concluimos rápidamente que el trabajo neto es nulo. Esto en principio lo podíamos haber deducido de dos formas. Por un lado, viendo que la velocidad del bloque es constante y, por ende, su energía cinética también o, alternativamente, reconociendo que, si se mueve con velocidad constante, la fuerza neta es nula y entonces también el trabajo neto resulta nulo.

Aunque el análisis anterior parece razonable, tiene una gran incongruencia desde el punto de vista físico. Si el trabajo neto sobre el bloque fuera nulo, no habría transferencia de energía desde el ambiente y la energía total del bloque debería permanecer constante, sin embargo, sabemos que a medida que desliza por la superficie, aumenta su temperatura y por consiguiente su energía interna. Por lo tanto, concluimos que debe existir una transferencia de energía en forma de trabajo hacia el bloque, es decir, *el trabajo neto debe ser positivo*.

A partir del ejemplo anterior destacamos varias observaciones relevantes. Primeramente, queda en evidencia que el teorema trabajo-energía no puede aplicarse a la situación descrita, ya que es válido solamente para partículas y el bloque al aumentar su energía interna, debe modelarse como un sólido deformable. En segundo lugar, si el trabajo neto realizado sobre el bloque es positivo, el trabajo de la fuerza  $\vec{T}$  debe ser mayor que el trabajo de la fuerza de fricción. Esto tiene una consecuencia inmediata, el valor absoluto del trabajo realizado por la fuerza de fricción tiene que ser menor que  $f_{roz} d$ . De hecho, en principio, *no es posible calcular con exactitud el trabajo de fricción; esto se debe a que la distancia efectiva a lo largo de la que realiza trabajo es en general menor que el desplazamiento del bloque* (Sherwood y Bernard, 1984). Se podría llegar a pensar a priori que la diferencia entre el cálculo habitual y el correcto es muy pequeña. Sin embargo, se puede mostrar que el valor absoluto del trabajo de la fuerza de fricción, dependiendo de las características de las dos superficies en contacto, puede variar entre 0 y  $f_{roz} d$  (Sherwood y Bernard, 1984). Bajo ciertas condiciones de simetría, en particular cuando se tiene dos cuerpos idénticos que deslizan entre sí, se puede demostrar con relativa sencillez que el trabajo de fricción es la mitad del que se obtendría

por el cálculo clásico (Sherwood y Bernard, 1984; Chabay y Sherwood, 2015, pág. 391).

Finalmente, como tercera observación, recalamos que dado que el trabajo neto sobre el bloque es positivo, el trabajo realizado por la fuerza neta no es igual a la suma de los trabajos realizados por cada fuerza, es decir, aunque la fuerza neta sobre el bloque sea nula, el trabajo neto no lo es. Esto que parece anti-intuitivo, nuevamente está directamente relacionado con el hecho que esa igualdad sólo es válida para partículas o cuerpos rígidos, pero no para sólidos deformables.

De los ejemplos presentados, se desprende el conjunto de incongruencias y fuentes de posibles confusiones para los estudiantes que pueden surgir de aplicar el teorema trabajo-energía a objetos de estudio que cambian su energía interna. La única manera lícita de poder comprender estos procesos, es abordando los mismos desde el principio de conservación de la energía en el sentido que se le da al primer principio de la termodinámica. Este es un principio general que no puede deducirse de los de Newton. Aunque aquí presentamos solamente dos situaciones, el análisis energético de la gran mayoría de los fenómenos de la vida cotidiana lleva a contradicciones similares a las presentadas, cuando no se parte del principio de conservación de la energía. Pensemos en situaciones tales como una persona caminando o saltando, un auto acelerando cuyos neumáticos ruedan sin deslizar o simplemente una pelota que se golpea contra el piso (Güemez, 2013).

Otro aspecto a destacar junto a las limitaciones anteriores es que los enfoques clásicos de energía, basados en los principios de Newton, dejan en general relegado a un segundo plano el concepto de sistema, así como el rol de las fuerzas externas e internas en las transferencias y transformaciones de energía. La familiaridad con estos conceptos es clave para entender cabalmente la conservación de la energía como principio fundamental de la naturaleza.

### 3. Pseudotrabajo y ecuación de energía del centro de masa.

Una forma muy extendida de presentar el concepto de energía en los cursos introductorios de física de nivel secundario y universitario, consiste en definir el trabajo de una fuerza y demostrar el *teorema trabajo-energía*. El trabajo que una fuerza  $\vec{F}$  realiza sobre una partícula, a lo largo de una trayectoria C, se define como la integral de camino:  $W_F = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Una vez establecida esta nueva magnitud física, se aplica la segunda ley de Newton  $\vec{F}_{neta} = m\vec{a}$ , para desarrollar la integral del trabajo de la fuerza neta y llegar a la conclusión de que el trabajo neto es igual a la variación de una cierta cantidad K, que es igual a  $(\frac{1}{2} mv^2)$ . Esa cantidad se denomina energía cinética de la partícula, con la cual el teorema trabajo-energía en su primera forma dice que,  $\Delta K = W_{neta}$ . El miembro de la izquierda es una propiedad cinemática de la partícula, mientras que el de la derecha tiene que ver con la dinámica de las interacciones entre el entorno y la partícula. El teorema trabajo-energía, así presentado, es entonces una versión integral de la segunda ley de Newton, y como tal es universal dentro del marco de la mecánica clásica. A pesar de que no introduce ningún principio físico nuevo resulta ser una herramienta útil en el tratamiento de numerosas situaciones.

El hecho de que el teorema trabajo-energía se trata de una ecuación esencialmente dinámica puede ser más evidente si lo deducimos por ejemplo a partir de las tres componentes cartesianas de la segunda ley de Newton,

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_{neta-x} \quad (1)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = F_{neta-y} \quad (2)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = F_{neta-z} \quad (3)$$

integrando a ambos lados de la igualdad se obtiene,

$$\frac{1}{2} m \Delta(v_x^2) = \int_C F_{neta-x} dx \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} m \Delta(v_y^2) = \int_C F_{neta-y} dy \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} m \Delta(v_z^2) = \int_C F_{neta-z} dz \quad (6)$$

sumando miembro a miembro las tres ecuaciones,

$$\frac{1}{2} m \Delta(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \int_C F_{neta-x} dx + \int_C F_{neta-y} dy + \int_C F_{neta-z} dz \quad (7)$$

se llega a la forma definitiva del teorema

$$\Delta K = W_{neta} \quad (8)$$

Observemos que el hecho de que la ecuación 8 se pueda expresar en componentes (ecuaciones 4 a 6), deja claro, que, a pesar de su nombre, el teorema trabajo-energía, es como mencionamos anteriormente, una ecuación dinámica pero no es una expresión completa de la conservación de la energía.

Cuando la ecuación 8, que es válida para una partícula, se aplica a sistemas con estructura interna, se llega a contradicciones como las mencionadas en los ejemplos de la sección 2. Podríamos decir que hay por lo menos dos formas de escapar de estas contradicciones: recurrir a la aplicación correcta de la dinámica, o al *principio de conservación de la energía*.

Una aplicación correcta de la dinámica sería aplicar la segunda ley de Newton para el centro de masa de un sistema de partículas,  $\vec{F}_{neta-ext} = m\vec{a}_{CM}$ . Un desarrollo similar al realizado para una partícula conduce a una ecuación de energía del centro de masa,

$$\Delta K_{CM} = \int_C \vec{F}_{neta-ext} \cdot d\vec{r}_{CM} \quad (9)$$

donde el miembro de la izquierda es la variación de energía cinética del centro de masa y el de la derecha es la integral de camino de la fuerza neta externa como si estuviera aplicada en el centro de masa. Se llega así a una ecuación muy similar a la del teorema trabajo-energía, pero con una integral que, siendo muy similar al trabajo, de ningún modo debe confundirse con este, ya que en general las fuerzas no están aplicadas en el centro de masa. Por todo esto es que muchos autores denominan a esa integral como *pseudotrabajo* (Penchina, 1978; Sherwood, 1983; Arons, 1989; Mallinckrodt y Leff, 1992; Jewett, 2008 a). Esto último subraya un aspecto que no se debe perder nunca de vista, y es el hecho de que la ecuación de energía del centro de masa es una ecuación esencialmente dinámica (al igual que el teorema trabajo-energía) y no una verdadera ecuación de energía.

Siendo una ecuación dinámica, no es de extrañar que la ecuación de energía del centro de masa se puede aplicar sin ninguna contradicción a sistemas con estructura interna, como los ejemplos de la sección 2. En el caso de la patinadora, la fuerza externa realizada por la pared realiza pseudotrabajo, debido a que el centro de masa se desplaza y ese pseudotrabajo es igual a la energía cinética adquirida por la patinadora. En el caso del bloque, la constancia de la energía cinética conduce a que el pseudotrabajo realizado por la fuerza neta es nulo, de donde se concluye que la fuerza de fricción tiene igual módulo que la fuerza  $\vec{T}$ . Estos dos ejemplos vuelven a mostrar que el teorema trabajo-energía y su variante para el centro de masa, son en realidad ecuaciones dinámicas.

#### 4. Principio de la energía e importancia de la definición del sistema.

A partir de los trabajos de Joule y otros científicos se formuló el principio de conservación de la energía que no solo vale para partículas sino para sistemas con estructura interna. Es así que se introduce la energía interna, que consiste en la suma de las energías cinéticas y potenciales de los constituyentes microscópicos del sistema, de tal modo que la energía total del sistema se puede expresar como  $E_{sist} = K + U + E_{int}$  y su cambio puede deberse a múltiples formas de transferencia de energía: trabajo, calor, masa, ondas, radiación, entre otras (Serway y Jewett, 2015). Es decir:

$$\Delta(K + U + E_{int}) = W + Q + \dots \quad (10)$$

Esta expresión es lo que se denomina principio de conservación de la energía, o más simplemente, *principio de la energía* (Fred Reif, citado por Sherwood 2019). La energía total de un sistema, entonces, puede no ser constante, pero su incremento o reducción siempre se puede explicar en términos de algún ingreso o egreso a través de la frontera del sistema. Este es el sentido de la conservación de la energía. *La energía total de un sistema puede no ser constante, pese a lo cual la energía se conserva siempre.*

Partiendo del principio de la energía, podemos deducir desde un camino diferente al usual, el teorema de la conservación de la energía mecánica. Para ello partamos de la ecuación 10 y consideremos un sistema aislado, es decir, un sistema tal que el trabajo neto de las fuerzas externas, así como otras formas de transferencia de energía del ambiente son nulas:

$$\Delta E_{sistema} = \Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0 \quad (11)$$

Al estar aislado, las únicas fuerzas que pueden actuar entre las distintas partes del sistema son internas. Estas fuerzas, a diferencia de las externas que mediante trabajo pueden *transferir energía* al sistema, son las que provocan las transformaciones de energía dentro del sistema mediante trabajos internos, siendo estas

fuerzas internas las que podemos clasificar entre conservativas y no conservativas (Resnick, Halliday y Krane, 2002; Knight, 2004; Jewett, 2008 b).

Supongamos ahora, que las fuerzas internas que actúan sobre el sistema son todas conservativas. En ese caso no hay cambios de energía interna,  $\Delta E_{int} = 0$  y los trabajos internos son todos debidos a las fuerzas conservativas, estando entonces asociados a las variaciones en las energías potenciales del sistema. De esta manera, las únicas transformaciones de energía que se pueden producir son de potencial a cinética y viceversa. La ecuación 11 se transforma en:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (12)$$

Como la energía mecánica es la suma de la cinética y potencial, obtenemos la expresión para el teorema de la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_{mec} = 0 \quad (13)$$

Observemos que, desde el enfoque presentado, queda patente cuáles son las suposiciones en las que se basa dicho teorema. Este *solamente es válido para un sistema aislado donde las fuerzas internas que actúan son todas conservativas*. Queda claro entonces, que el teorema de conservación de la energía mecánica no es un principio físico fundamental, sino que es un teorema derivado del principio de la energía, cuyo marco de validez es limitado.

Desde el punto de vista semántico, la “conservación de la energía mecánica” puede resultar confuso o inducir a errores conceptuales, pues se trata de una cantidad que, bajo ciertas condiciones puede, o no, permanecer constante. Recalamos entonces que no es correcto identificar una magnitud constante con un principio general de conservación.

Tomemos nuevamente el principio de la energía como punto de partida, pero suponiendo que las únicas transferencias de energía al sistema pueden provenir de trabajos externos, es decir:

$$\Delta (K + U + E_{int}) = W \quad (14)$$

Un aspecto fundamental es que cuando aplicamos esta ecuación, la expresión concreta de los diferentes términos depende de la elección de la frontera del sistema. Por supuesto que tal frontera es un artificio, es decir, que tenemos plena libertad de elegir los elementos que integran el sistema, pero más fuerte que eso, tenemos *la obligación* de realizar tal elección. Porque dependiendo del sistema algunas contribuciones quedarán a la izquierda de la ecuación, constituyendo parte del estado energético del sistema, y otras contribuciones quedarán a la derecha de la ecuación, formando parte de las interacciones con el ambiente, que hacen que el sistema gane o pierda energía. La no elección explícita del sistema puede llevar a errores, como se muestra en el ejemplo siguiente.

Consideremos la siguiente situación: una manzana de masa  $m$ , que cae al suelo desde una altura  $h$ . Si el sistema es solamente la manzana, entonces no hay cambio de energía potencial ni de energía interna, y hay una fuerza externa que es la realizada por la Tierra, entonces,

$$\Delta K = W \quad (15)$$

o alternativamente

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = mgh \quad (16)$$

Si en cambio se considera el sistema manzana-Tierra, entonces ahora no hay fuerza externa, sin embargo, hay cambio de energía potencial,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (17)$$

que se traduce fácilmente como

$$\frac{1}{2} mv^2 - mgh = 0 \quad (18)$$

Evidentemente ambos abordajes son válidos y conducen al mismo resultado, es decir que la velocidad final es  $v = \sqrt{2gh}$

Cuando no se presta debida atención a la definición del sistema, cuando la frontera es difusa o simplemente no se define, se puede llegar a errores como el siguiente,

$$\Delta K + \Delta U = W \quad (19)$$

es decir, incluir la interacción del sistema como energía potencial y al mismo tiempo como trabajo, de donde se obtendría erróneamente que  $v = \sqrt{4gh}$ .

## 5. Análisis de un ejemplo “clásico”

En esta sección nos proponemos analizar a modo de ejemplo una situación propuesta habitualmente en muchos textos desde una perspectiva que se aproxime a un enfoque cuantitativo. Nos apoyamos en el tratamiento propuesto en las secciones anteriores para estudiar desde el punto de vista energético algunas características del movimiento de un niño que desliza por un tobogán desde su parte alta, que esquemáticamente se muestra en la figura 3.

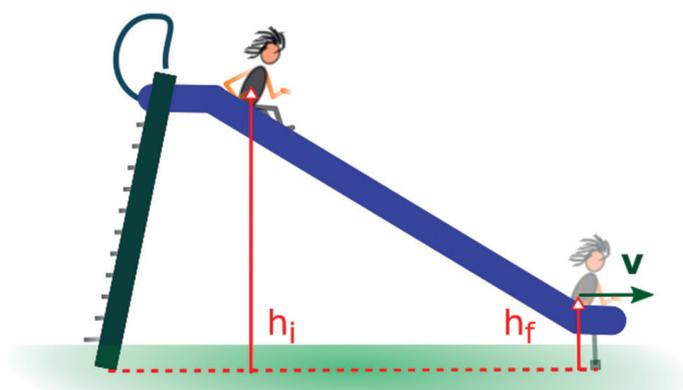


Figura 3. Diagrama de un niño que desciende por un tobogán.

El trayecto del análisis tiene como punto de partida el *principio de la energía*, que enunciamos en la sección 3. Incorporamos luego algunas hipótesis simplificadoras para problematizar la situación, en función de cómo definimos el sistema y su ambiente respectivo. Mostramos algunas limitaciones, ventajas, desventajas, en términos de esa elección inicial imprescindible y que es conveniente hacer explícita también en este contexto energético.

Hay al menos otro aspecto que debemos considerar con atención. La energía mecánica disipada debido a la existencia de fricción cinética entre el niño y el tobogán, se transforma en energía interna de *ambos cuerpos*, modelados como sólidos deformables. Mediante un análisis acorde a un curso introductorio no es fácil saber qué parte de esa energía va al niño y que parte es transferida al tobogán.

En adelante asumiremos algunas hipótesis simplificadoras, que nos ayudarán a visibilizar aspectos de la situación. Aceptaremos la validez de que los efectos del aire no son relevantes sobre el niño. Además, postulamos que las transferencias de energía entre el sistema definido y su ambiente se realizan exclusivamente mediante trabajo (por ejemplo, que las temperaturas de ambos cuerpos son similares, entonces no hay transferencia de energía mediante calor). Esta última decisión puede ser cuestionable, especialmente para algunos sistemas definidos, pero la preferimos en aras de destacar los aspectos que nos resultan relevantes en el contexto del artículo.

A continuación, analizaremos la situación propuesta bajo diferentes elecciones del sistema.

### 5a. Sistema “niño” y sistema “niño - Tierra”

Si definimos al sistema “niño”, su ambiente está conformado por el tobogán y la Tierra. En este caso, existen dos trabajos que atraviesan la frontera del sistema. Se trata, por tanto, de trabajos externos al sistema. El trabajo gravitatorio se puede determinar si se conoce el peso del niño y el desplazamiento de su centro de masas. Reafirmando lo planteado en el ejemplo de la manzana, al final de la sección 4, para este sistema no se define una energía potencial gravitatoria.

Como vimos en la sección 2, existen dificultades importantes para determinar el trabajo asociado a la fuerza de fricción cinética. Pensemos en un planteo usual en el que se pregunta la rapidez del niño en la parte baja del tobogán. Concluimos que, si partimos del *principio de la energía* y agregamos las definiciones e hipótesis anotadas, no es posible determinar (al menos de forma exacta) la rapidez del niño en la parte baja del tobogán, porque se desconoce la energía transferida al sistema por efectos de la fricción.

Para la definición del sistema “niño - Tierra”, su ambiente es exclusivamente el tobogán. Aplicar el *principio de la energía* requiere, por tanto, conocer el trabajo realizado por la fuerza de fricción realizada por el tobogán. Nos encontramos aquí con las mismas dificultades referidas en el párrafo anterior.

### 5b Sistema “niño - tobogán - Tierra”

Esta elección, conjuntamente con las hipótesis que definimos, implica que no existe transferencia de energía entre el sistema y su ambiente, es decir que se trata de un *sistema aislado*. Esta elección no requiere de la determinación de trabajo de la fricción, cuya dificultad de determinar hemos reiterado.

Con respecto a las transformaciones de energía en el interior del sistema, nos encontramos con cambios en la energía cinética, en la energía potencial gravitatoria, y la energía interna. El punto de partida para plantear una solución

al problema, es el *principio de la energía*, en ese caso para un sistema aislado:  $\Delta E_{\text{sis}} = 0$ . Observemos que, dadas las suposiciones realizadas en el planteamiento del problema, *el sistema niño-tobogán-Tierra es el único que mantiene constante la energía*.

¿Cómo escribimos la transformación de la energía en el sistema? Si comparamos una situación inicial (el niño en la parte superior del tobogán) con una final (el niño saliendo del tobogán) identificamos un cambio de configuración gravitatorio, por tanto  $\Delta U_g \neq 0$ . La energía cinética  $K$  del sistema también cambió, si la medimos desde un referencial fijo al piso. Finalmente, hay un aumento de energía interna del sistema debido al efecto de la fricción sobre los cuerpos que deslizan, asociado a aumentos de temperatura del niño y el tobogán.

En nuestro modelo elemental, el *principio de la energía* queda expresado:

$$\Delta U_g + \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0 \quad (20)$$

El primer término tiene signo negativo dado que las partes del sistema se acercan; puede expresarse  $mg(h_f - h_i)$ . El segundo término tiene signo positivo, ya que el niño viaja más rápido al final que al principio; si el niño parte del reposo el término vale  $\frac{1}{2}mv^2$ <sup>[1]</sup>. El tercer término (también positivo), corresponde a la variación de energía interna del niño y el tobogán y merece particular atención. Se puede demostrar, partiendo de consideraciones energéticas y la segunda ley de Newton (Tipler y Mosca, 2010, Serway y Jewett, 2015; Chabay y Sherwood, 2015 y Knight, 2017), que dicha variación está dada por:

$$\Delta E_{\text{int}} = f_{\text{roz}} d \quad (21)$$

Siendo  $d$  la distancia recorrida por el niño en el tobogán.

Observemos que, el producto  $f_{\text{roz}} d$  no es igual al valor absoluto del trabajo de la fuerza de fricción ejercida por el tobogán sobre el niño, sino que es la variación de la energía interna de los dos cuerpos que interactúan a través de la fuerza de fricción. Queda claro entonces (tal como mencionamos en la sección 2), que tomar al producto  $f_{\text{roz}} d$  como el valor absoluto de trabajo de la fuerza de fricción ejercida por el tobogán sobre el niño es físicamente incorrecto.

Definidas las variaciones de energía, tenemos la posibilidad de escribir la ecuación 20 en términos de cantidades que usualmente son conocidas previamente en un problema “de muestra”:

$$mg(h_f - h_i) + \frac{1}{2}mv^2 + f_{\text{roz}} d = 0 \quad (22)$$

Este planteo permite, por ejemplo, determinar la rapidez final del niño si se conocen el resto de las cantidades:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(-mg(h_f - h_i) + f_{\text{roz}} d)} \quad (23)$$

Si nos detenemos exclusivamente en la expresión final, vemos que es igual a la que se obtendría partiendo de otros enfoques, como, por ejemplo, aquel en el que no se ha definido de igual manera el sistema, o aquel en el que se ha

1 Estamos suponiendo también que la energía cinética del niño puede expresarse adecuadamente con un término de traslación exclusivamente.

modelado al niño como una partícula, o aquel en el que se ha planteado que  $\Delta E_m = W_{nc}$ . Sin embargo, que se llegue a un resultado correcto, no significa que el proceso que lleve al mismo también lo sea. En este sentido, queremos remarcar que el *planteamiento clásico que lleva a la ecuación 23, partiendo de que el trabajo de la fricción está dado por  $-f_{roz} d$  no es correcto*. La cantidad  $f_{roz} d$  tiene un significado físico muy diferente al dado usualmente, a saber, es igual a la variación de la energía interna de los dos cuerpos que deslizan entre sí.

A partir de lo expuesto en este trabajo, vemos como solo un abordaje a partir del principio de la energía, permite eliminar las inconsistencias en el planteo clásico del tema, favoreciendo el entendimiento conceptual de los estudiantes.

En la sección siguiente les proponemos revisar la evolución del tratamiento de esta temática, centrándonos en un ejemplo que a buena parte de los lectores les resultará paradigmático: el primer volumen del clásico Resnick-Halliday.

## 6. Evolución histórica.

*Ella dijo: “Supongamos que empujas un bloque por el piso a velocidad constante. La fuerza neta es cero, por lo que al elegir el bloque como el sistema no se realiza ningún trabajo, la temperatura del bloque aumenta, por lo que la energía interna aumenta. Estoy muy confundida.” Le dije: “Oh, puedo explicar esto. Simplemente, eh, bueno, ya ves, eh...no tengo idea”*

El párrafo anterior contiene la traducción de una anécdota que Bruce Sherwood comparte en su blog (Pseudowork and real work, 2017), mientras era responsable de un proyecto de enseñanza. Cita un intercambio datado en 1971 entre una estudiante de grado, Lynell Cannell, y el propio Sherwood. La tarea asignada a la estudiante era redactar un tutorial sobre energía. La falta de progreso en el trabajo originó el intercambio. El interés sobre la temática del responsable del proyecto lo llevó, no sin dificultades, a escribir dos de sus artículos más conocidos sobre estos tópicos (Sherwood, 1983, Sherwood y Bernard, 1984)

En el 2017, Sherwood publica un post en su blog personal donde transcribe parte de una respuesta de D. Halliday a una carta que le envió en 1983, donde le planteaba su preocupación sobre el tratamiento del tema energía en sistemas deformables, en los libros de texto clásicos, como el que Halliday había publicado conjuntamente con Resnick. Le decía Halliday:

*Permítanme decir de inmediato que somos conscientes de sus serias fallas, exactamente a lo largo de las líneas que usted describe. Hemos intentado varias veces arreglar las cosas en impresiones sucesivas, pero el asunto es demasiado profundo para cualquier cosa que no sea una reescritura total. De hecho, tenemos una reescritura a la mano, esperando una posible próxima edición.*

En este proceso de revisión del planteo del tema de la energía en cursos introductorios pueden identificarse otros aportes; mencionamos tres ejemplos. Una serie de cinco artículos refiere a la confusión en los estudiantes en el tema: Ener-

*gy and the Confused Student*. Anotamos en las referencias los primeros dos de los cinco que tratan los conceptos de trabajo y de sistemas (Jewett, 2008 a y 2008 b). El tercer ejemplo es *Developing the energy concepts in introductory physics* (Arons, 1989) El proceso de revisión, que se ha ejemplificado aquí mediante la cita de algunos artículos, ha permeado también a las ediciones más nuevas de algunos libros de texto presentes en la bibliografía de cursos introductorios de física.

Un ejemplo emblemático, para varias generaciones de estudiantes, es el clásico *Halliday-Resnick*<sup>2</sup>, donde se pueden identificar cambios estructurales al revisar las ediciones de su primer volumen. Para tener una primera aproximación al problema, indagamos en la lista de contenidos temáticos de sus primeras cinco ediciones en español que abarcan desde los años 60' hasta el 2000. Esta mirada panorámica permite identificar dos subconjuntos de ediciones. Las primeras ediciones incluyen una estructura similar en términos de contenidos. Un cambio de estructura en el tratamiento de la temática de la energía explicitado en la lista de contenidos, se aprecia a partir de la quinta edición en inglés y cuarta en español (Resnick, Halliday y Krane, 2002).

¿Qué aspectos cualitativos se destacan en el conjunto de las primeras ediciones, referidos a la temática de nuestro interés? El primer capítulo en el que se explicita la temática es *Trabajo y energía*, en todos los casos el número 7. Puede pensarse como el cierre de un ciclo en el que se ha desarrollado el tratamiento del movimiento de la partícula, cuyo desarrollo incluye primero un enfoque cinemático y luego un planteo desde la dinámica. El capítulo siguiente, *Conservación de la energía*, trata fundamentalmente sistemas conservativos, donde aparecen los conceptos de fuerza conservativa y energía potencial. El concepto de energía interna se formaliza recién en los capítulos de termodinámica.

La última edición indagada (Halliday-Resnick, 2002) muestra, aún en una mirada panorámica como esta, al menos dos aspectos que difieren de las primeras ediciones. Los tres capítulos que primero refieren a la energía están en una ubicación más alejada del comienzo de la obra (capítulos 11 a 13), debido a que se desarrollan previamente capítulos referidos a los sistemas de partículas: cinemática y dinámica rotacional. Es en el capítulo 13 donde se desarrolla un tratamiento novedoso si lo comparamos con las ediciones anteriores, que podría pensarse como un “adelanto del primer principio de la termodinámica”.

Intentemos fundamentar la última afirmación del párrafo anterior. La primera sección, *Trabajo realizado sobre un sistema por fuerzas externas*, recupera la idea que pone al sistema en su entorno limitado por una frontera, y pone al trabajo como una forma de medir la transferencia. La segunda sección, *Energía interna de un sistema de partículas*, amplía el planteo más allá de la energía mecánica en el ámbito macroscópico. Quizás la sección más removedora refiere al Trabajo de fricción. En ella se muestran aspectos que hemos mencionado antes en este trabajo (Sherwood y Bernard, 1984; Núñez, 2011) referidos a las inconsistencias asociadas al planteo previo. En la sección *Energía del centro de masa*, se elabora un enfoque que hemos mencionado en este trabajo (Sherwood, 1983) y que habilita responder algunas preguntas en sistemas deformables. El capítulo cierra con la sección *Transferencia de energía por calor*, en la que se plantea la Primera ley

2 Nos referimos de esta forma al conjunto de las primeras cinco ediciones, que se detallan en las Referencias.

de la termodinámica. El planteo sobre la Primera ley se retoma en un capítulo al final del volumen.

Quizás el cambio conceptual más relevante en “Halliday-Resnick”, observable a partir de esta mirada panorámica parcial, es que el último capítulo de energía de la quinta edición en inglés y cuarta en español (Resnick, Halliday y Krane, 2002), está más cerca de hacer honor a su nombre, que en las primeras ediciones. Esto debido que en las primeras ediciones el centro de la cuestión refiere a la conservación de la energía mecánica, mientras que en las más recientes el planteo se acerca a la idea de la conservación de la energía.

En los párrafos anteriores presentamos una transformación en uno de los textos “clásicos”. El replanteo del tratamiento de la temática de la energía se observa también en otros libros adecuados al nivel. Ejemplo de ellos son Serway y Jewett (2015), Tipler y Mosca (2010), entre otros. Un ejemplo de texto introductorio que considera varios lineamientos mencionados en este trabajo, en particular referidos al tratamiento del tema energía, es *Materia e Interacciones* (Chabay y Sherwood, 2015).

Cerramos esta sección con una cita que nos convoca a reflexionar sobre la conveniencia de revisar propuestas curriculares y programáticas que estén asociadas a la temática de la energía, dada la importancia que esta tiene en el aporte que hace la ciencia para entender el entorno, no solamente asociado a nuestra disciplina. Afirman Chabay y Sherwood (2019):

*En lugar de intentar agregar actividades que brinden a los estudiantes práctica para lidiar con tales confusiones<sup>3</sup>, abogamos por una reestructuración del componente energético del plan de estudios introductorio de física, de manera coherente, consistente y contemporánea, y que permita a los estudiantes analizar fenómenos interesantes como la fisión y la fusión simplemente aplicando principios fundamentales.*

## 7. Comentarios finales.

En este trabajo comenzamos mostrando las inconsistencias más importantes de los tratamientos energéticos derivados de las Leyes de Newton cuando se aplican a sólidos deformables, para posteriormente presentar un enfoque moderno, producto de investigaciones derivadas de PER. Desde esta nueva óptica, no se deriva la conservación de la energía mecánica de las Leyes de Newton, sino que se parte del principio de conservación de la energía, haciendo énfasis en conceptos poco tenidos en cuenta tradicionalmente, como los de sistema, ambiente, transferencia y transformación de energía.

En los cursos tradicionales, el principio de conservación de la energía es tratado recién en el estudio de la Termodinámica. Parece claro que uno de los principios más importantes de la naturaleza, tendría que jugar un rol mucho más central en nuestros cursos. En este sentido, su abordaje a continuación de la mecánica del punto, permite a los estudiantes tener una visión más general de la

3 Antes, han listado inconsistencias que pueden ser causas de las dificultades observada en el aprendizaje de los estudiantes en la temática.

mecánica, dándoles además la posibilidad de estudiar y comprender problemas más complejos. Por otro lado, el principio de conservación de la energía, dado su carácter, habilita el diálogo entre muchas disciplinas, posibilitando tratamientos interdisciplinarios tan necesarios para una formación científica de calidad.

Finalmente, a modo de reflexión, a diferencia de otras actividades, la educación en general siempre ha tenido una inercia muy grande, siendo los procesos de cambio mucho más lentos. En este sentido, la enseñanza de la Física no ha estado exenta a esto. Tal como discutimos en el presente trabajo, tuvieron que pasar cerca de 20 años del primer artículo publicado en la *American Journal of Physics*, donde se señalaron las incongruencias y errores en los tratamientos usuales de la energía, para que empezaran a aparecer los nuevos enfoques en algunos de los principales textos de Física General en los que muchos de nosotros formamos. Estos cambios, no son azarosos, sino que han ido apareciendo en paralelo con el desarrollo de PER que se ha dado en todo el mundo. Lentamente están empezando a reestructurarse y cambiar muchos aspectos de los libros clásicos, atendiendo los resultados de las investigaciones. En paralelo, también han aparecido textos nuevos con enfoques completamente novedosos y basados en investigaciones, como es el caso de *Materia e Interacciones*, donde el tratamiento de la mecánica se centra en los principios de conservación, y no en las leyes de Newton.

Como todo proceso de cambio, y ahora hablando específicamente de nosotros los docentes, el haber sido formados de otra manera, hace que en muchos casos sea más difícil asimilar y poner en práctica nuevos enfoques, ya que primeramente debemos estar nosotros convencidos de ellos y de las falencias de los anteriores, para poder realizar con seguridad y confianza el proceso de transposición didáctica. En este sentido, estamos convencidos de que es fundamental reflexionar con profundidad sobre la temática abordada en este artículo a partir de los resultados surgido de PER de forma de continuar formándonos, mejorar en nuestra tarea y acercar a nuestros estudiantes visiones más modernas y completas de la Física.

## Agradecimientos

Agradecemos a la ANII y CFE por el apoyo financiero al proyecto “Conociendo e incidiendo sobre las concepciones epistemológicas de los futuros profesores de física” (FSED\_3\_2019\_1\_157320).

## 8. Referencias

- Arons, A. B. (1989). Developing the energy concepts in introductory physics. *The Physics Teacher*, 27(7), 506-517.
- Arons, A. B. (1999). Development of energy concepts in introductory physics courses. *American Journal of Physics*, 67(12), 1063-1067.
- Chabay, R. W. y Sherwood, B. (2015) *Materia e Interacciones I: Mecánicamoderna*. México, Trillas.

- Chabay, R., Sherwood, B. y Titus, A. (2019). A unified, contemporary approach to teaching energy in introductory physics. *American Journal of Physics*, 87(7), 504-509.
- Güémez, J. (2013). Fuerzas que no realizan trabajo. *Revista Española de Física*, 27(3), 59-61.
- Gutierrez-Berraondo, J., Goikoetxea, A., Guisasola, J. y Zavala, G. (2017). Qué entienden los estudiantes en cursos introductorios de física sobre el principio generalizado de trabajo y energía: un estudio en dos países. *Enseñanza de las ciencias*, (Extra), 1813-1820.
- Hecht, E. (2019). Understanding energy as a subtle concept: A model for teaching and learning energy. *American Journal of Physics*, 87(7), 495-503.
- Jewett Jr, J. W. (2008 a). Energy and the confused student I: Work. *The Physics Teacher*, 46(1), 38-43.
- Jewett Jr, J. W. (2008 b). Energy and the confused student II: Systems. *The Physics Teacher*, 46(2), 81-86.
- Knight, R., (2004). *Five Easy Lessons*. San Francisco: Addison Wesley.
- Knight, R. D. (2017). *Physics for scientists and engineers*. Pearson Higher Ed..
- Lindsey, B. A., Heron, P. R. y Shaffer, P. S. (2009). Student ability to apply the concepts of work and energy to extended systems. *American Journal of Physics*, 77(11), 999-1009.
- Mallinckrodt, A. J. y Leff, H. S. (1992). All about work. *American Journal of Physics*, 60(4), 356-365.
- Núñez, I. (2011). Comentarios sobre el trabajo de las fuerzas aplicadas en sólidos reales. *Educación En Física*, 8(1), 5-15. Recuperado el 21/04/2020 de: <https://apfu.uy/wp-content/uploads/2020/04/nu%C3%B1ez-trabajo-de-fuerzas-sobre-solidos.pdf>
- Penchina, C. M. (1978). Pseudowork-energy principle. *American Journal of Physics*, 46, 295-296.
- Pseudowork and real work. (2017). Retrieved March 29, 2020, from <https://brucesherwood.net/?p=134>
- Resnick, R. y Halliday, D. (1961). *Física. Para estudiantes de Ciencias e Ingeniería*. Parte 1. (1st ed.). México: CECSA.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1970). *Física. Parte I* (2nd ed.). México: CECSA.
- Resnick, R. y Halliday, D. (1982). *Física. Parte I*. (3rd ed.). México: CECSA.
- Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K. (1993). *Física. Volumen 1* (4th ed.). México: CECSA.
- Resnick, R., Halliday, D. y Krane, K. (2002). *Física. Volumen 1* (5th ed.). México: Grupo Editorial Patria.
- Sherwood, B. A. (1983). Pseudo work and real work. *American Journal of Physics*, 51(7), 597-602.
- Sherwood, B. A. y Bernard, W. H. (1984). Work and heat transfer in the presence of sliding friction. *American Journal of Physics*, 52(11), 1001-1007.
- Serway, R. y Jewett, Jr, J. (2015). *Física para ciencias e ingeniería*. Volumen 1. (9th ed.). México: CengageLearning.
- Tipler, P. y Mosca, G. (2010). *Física para la Ciencia y la Tecnología*. Volumen 1 (6th ed). España:Reverte.