



FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS
Y DE ADMINISTRACIÓN

DEPARTAMENTO DE
ECONOMÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

DESEMPEÑO ESTUDIANTIL Y ENTORNO
FAMILIAR EN EDUCACIÓN SECUNDARIA EN
URUGUAY: UN ANÁLISIS DE EFICIENCIA
UTILIZANDO PISA 2018.

Rodrigo Cestau Oyhançabal

Programa de Maestría en Economía de la
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de
la República.

Montevideo - Uruguay

Junio de 2021

DESEMPEÑO ESTUDIANTIL Y ENTORNO
FAMILIAR EN EDUCACIÓN SECUNDARIA EN
URUGUAY: UN ANÁLISIS DE EFICIENCIA
UTILIZANDO PISA 2018.

Rodrigo Cestau Oyhantçabal

Tesis de Maestría presentada al Programa de Maestría en
Economía de la Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad de la República, como parte de los requisitos
para la obtención del título de Magíster en Economía.

Director de tesis:

Profesora Dr. Gabriela Sicilia

Codirector de tesis:

Profesora Dr. Paola Azar

Director académico:

Profesor Dr. Gonzalo Salas

Montevideo - Uruguay

Junio de 2021

PÁGINA DE APROBACIÓN:

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

El tribunal docente integrado por los abajo firmantes aprueba la Tesis de Investigación:

Título: Desempeño estudiantil y entorno familiar en educación secundaria en Uruguay: un análisis de eficiencia utilizando PISA 2018.

Autor: Rodrigo Cestau

Tutores: Gabriela Sicilia y Paola Azar.

Carrera: Maestría en Economía.

Puntaje:

Tribunal:

Profesor (Nombre y firma):

.....
.....

Tribunal Profesor (Nombre y firma):

.....
.....

Tribunal Profesor (Nombre y firma):

.....
.....

Montevideo - Uruguay

Junio de 2021

Resumen

El principal objetivo de este trabajo es investigar en qué medida los estudiantes de enseñanza media en Uruguay están alcanzando su máximo potencial educativo, y cómo se relaciona el involucramiento familiar con su nivel de esfuerzo (eficiencia educativa). Para ello, se realizó un análisis en dos etapas utilizando las pruebas PISA 2018. Primero, se utilizó un modelo no paramétrico con el fin de estimar la eficiencia estudiantil. Posteriormente, se regresaron los índices de eficiencia sobre dos variables relacionadas con el involucramiento familiar utilizando un modelo de regresión truncada con bootstrap. Las variables utilizadas fueron el apoyo familiar percibido por el estudiante y las expectativas de los estudiantes en el esfuerzo educativo. En la primera etapa del trabajo, los resultados arrojaron altos niveles de ineficiencia estudiantil. Solamente el 8,8% de los estudiantes alcanzaron niveles de eficiencia. En promedio, los estudiantes que realizaron las pruebas PISA 2018 podrían mejorar un 28% los resultados educativos con los recursos actuales. En relación a los factores determinantes de la eficiencia, si bien ambos tipos de involucramiento familiar resultaron tener una relación positiva y significativa sobre la eficiencia estudiantil, se destaca el impacto de las expectativas de los estudiantes en el esfuerzo educativo.

Palabras clave

*Eficiencia técnica; Función de producción educativa;
FDH; PISA; Involucramiento familiar.*

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
2. Antecedentes	8
2.1 Eficiencia estudiantil.....	8
2.2 Entorno familiar.....	10
3. La función de producción educativa y el concepto de eficiencia	14
3.1 La Función de Producción Educativa asumiendo ineficiencias ...	14
3.2 El concepto de eficiencia técnica	17
4. Metodología	22
4.1 Primera etapa: medición de la eficiencia mediante el modelo FDH	27
4.2 Segunda etapa: variables explicativas de los puntajes de eficiencia	31
5. Descripción de los datos y estrategia empírica	36
5.1 Las Pruebas PISA	36
5.2 Selección de outputs e inputs	38
5.3 Selección de variables de contexto.....	42
6. Resultados	49
6.1 Primera etapa	49
6.2 Segunda etapa	52
7. Conclusiones	59
8. Referencias bibliográficas	63

9. Anexo

1. INTRODUCCIÓN.

Una profusa literatura evidencia la importancia que tiene la educación de calidad en el bienestar de las personas. La educación impacta, entre otros aspectos, en el acceso de los individuos al mercado de trabajo y en sus ingresos laborales, en las condiciones de salud que pueden alcanzar, en la menor vulnerabilidad frente a situaciones de pobreza o de exposición al crimen (Mincer, 1958; Blanden, 2020; Lochner, 2004, 2020; Oreopoulos y Salvanes, 2011). Por tanto, la acumulación de capital humano que se logra mediante la educación es clave para promover el desarrollo y el crecimiento de los países (Lucas, 1988; Romer, 1990) y es un instrumento fundamental para reducir las desigualdades sociales y económicas (Bedard y Ferrall, 2003; Blau y Kahn, 2005).

Pese a su centralidad para el crecimiento económico y el desarrollo, los países enfrentan importantes desafíos respecto a cuánto y cómo invertir sus recursos de modo de asegurar un acceso universal a educación de calidad. Existe cierta tensión, muy presente en países desarrollados, entre mejorar el uso de los recursos y aumentar la inversión. Por ejemplo, en la última década los países de altos ingresos aumentaron 15% el gasto en educación, en promedio (Schleicher, 2019). Sin embargo, no obtuvieron mejoras en los resultados de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment). En la misma línea, los resultados obtenidos en las pruebas PISA 2018 muestran que Estonia, pese a tener

un gasto público por estudiante 30% por debajo del promedio de los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), obtuvo los mejores resultados en las pruebas de lectura y ciencias, y se ubicó en la tercera posición en la prueba de matemáticas (OCDE, 2019).

Más allá de la discusión acerca del nivel de recursos invertidos, en un contexto de recursos económicos escasos, como es el caso de los países en desarrollo, asegurar el mejor desempeño educativo posible realizando un uso eficiente de los medios disponibles constituye un tema de primer interés para quienes deben tomar decisiones de política (Salazar, 2014; OCDE, 2017). Es por esto que, a principios del siglo XXI comienza a ganar popularidad la literatura de Eficiencia en Educación¹. Esta línea de investigación aplica el concepto de eficiencia técnica, propuesto por Farrell (1957) para el análisis de la Eficiencia y Productividad de la industria agrícola en los Estados Unidos. En educación, la productividad es la relación simple entre los resultados educativos (outputs) y los recursos necesarios para producir estos resultados (inputs). La medida de eficiencia técnica (como concepto normativo) se aproxima a la capacidad que tienen las unidades evaluadas (estudiantes en nuestro caso) de aprovechar su máximo potencial educativo, dados los recursos invertidos en el proceso educativo y una determinada tecnología de producción.

¹ De Witte y López-Torres (2017) realizan una revisión exhaustiva de la literatura sobre eficiencia en educación.

Si bien en el logro de la eficiencia individual operan diversos factores asociados con el centro educativo, el entorno familiar y las características personales del estudiante, a partir del trabajo pionero “*Equality of educational opportunities*” de Coleman et al. (1966), la literatura ha hecho hincapié en los factores asociados al entorno familiar.² Se ha sostenido que el nivel económico, el nivel educativo de los padres y las relaciones al interior de los hogares son clave para garantizar el éxito del sistema educativo y la efectividad que tienen las reformas en las políticas educativas (OCDE, 2017). Se ha encontrado, incluso, que estos aspectos tienen un mayor peso relativo en los logros escolares que los propios centros educativos.

Continuando la tradición del Informe Coleman, la literatura académica que ha indagado en las influencias recibidas desde el hogar, ha identificado que el interés de los padres en la educación de sus hijos o el “involucramiento familiar” en el proceso de aprendizaje tiene una influencia determinante en los resultados obtenidos (Wilder, 2014; Boonk et al., 2018; Todd y Wolpin, 2007; Houtenville y Conway, 2008; Banerjee et al., 2007). Desde una perspectiva económica, el involucramiento familiar puede ser definido como el esfuerzo directo que ejercen los padres los resultados educativos. La mayor relación positiva que puede encontrarse entre estas dos variables se da cuando las familias tienen altas expectativas para sus hijos, desarrollan

² El principal hallazgo del trabajo, conocido como Informe Coleman fue evidenciar que la variación en los resultados de los estudiantes entre un mismo centro educativo era mucho mayor que la variación en los resultados entre distintos centros.

y mantienen una comunicación con ellos sobre las actividades en el centro educativo y los ayudan a desarrollar hábitos de lectura (Castro et al., 2015).

El involucramiento familiar no solo mejora los resultados académicos, sino que también mejora las habilidades sociales y emocionales de los estudiantes. Por ejemplo, puede fomentar la empatía y la autopercepción (Roy y Giraldo-García; 2018), así como la motivación intrínseca (Ginsburg y Bronstein, 1993; Hoover-Dempsey, Ice y Whitaker, 2009) y la autorregulación del aprendizaje de los estudiantes (Kadhiravan, 2011)³.

En el caso de Uruguay, si analizamos la relación entre gasto público en educación secundaria y los resultados educativos (medidos a través de pruebas PISA), se puede observar que mientras los resultados han permanecido prácticamente incambiables en niveles promedio bajos entre 2003 y 2018, el gasto en educación secundaria aumentó un 166% durante el mismo período⁴. Por otro lado, durante el período 2003-2018 la cantidad de estudiantes matriculados en educación secundaria aumentó considerablemente, con lo cual parte del aumento del gasto en educación se invirtió en acompañar este crecimiento⁵. Sin embargo, si nos comparamos con otros países de la región que participan en PISA, y que también tuvieron un incremento en el gasto público en educación y en el

³ La motivación intrínseca refiere a la participación en una tarea como un fin en sí mismo, por razones tales como el desafío, la curiosidad, el dominio.

⁴ Fuente: Ministerio de Economía y Finanzas.

⁵ Según ANEP el crecimiento de la matriculación a educación secundaria fue del 9% entre 2005 y 2018.

acceso al sistema educativo, Uruguay junto con Argentina, son los únicos países que vieron un deterioro relativo en los resultados de las pruebas PISA.

Por tanto, la evidencia parecería sugerir que la mayor inversión de recursos no se ha traducido en mejores resultados académicos en los estudiantes de educación media. Cabe destacar que los resultados de las pruebas PISA no son el único indicador relevante del rendimiento educativo. Sin embargo, Uruguay cuenta desde hace poco tiempo con la primera evaluación nacional sistémica referida al nivel medio de enseñanza, por lo que no es posible obtener resultados comparables a largo plazo (Peri et al., 2016)⁶.

Los escasos avances en términos de resultados conducen la atención hacia la posible existencia de problemas de eficiencia en el uso de los recursos disponibles en el sistema educativo. En este contexto cabe preguntarse, ¿es posible obtener ganancias de eficiencia que permitan a los estudiantes alcanzar mejores resultados educativos, dados los recursos invertidos? En caso afirmativo, la siguiente interrogante apunta a conocer qué factores explican los comportamientos ineficientes para poder diseñar políticas o acciones que eliminen estas ineficiencias.

En este contexto, el objetivo de este trabajo consiste en estimar una medida del esfuerzo máximo que realizan los estudiantes de secundaria en

⁶ Recién en el 2016 surge Aristas, que evalúa cada tres años los desempeños en lectura y matemática de los estudiantes de tercero y sexto de escuela y tercero de educación media.

Uruguay (eficiencia estudiantil) y posteriormente, analizar en qué medida el involucramiento familiar incide en la eficiencia de los estudiantes. Para ello, se utilizan los datos más recientes del programa PISA 2018 para una muestra de estudiantes de secundaria del sistema público y privado en Uruguay.

Este trabajo de investigación aplica un modelo semi-paramétrico en dos etapas, donde en la primera etapa se estima la eficiencia de los estudiantes, y en la segunda se regresa la eficiencia sobre diversos factores, incluidas las variables relacionadas con el involucramiento familiar.

Los resultados obtenidos están en línea con la literatura internacional. Se encuentra que existe margen para que los estudiantes mejoren sus resultados con los recursos que tienen a su disposición. Así, si todos los estudiantes alcanzaran su máximo potencial, el resultado promedio actual aumentaría en un 28%. En cuanto a los determinantes de las ineficiencias encontradas, se observa que un mayor involucramiento familiar afecta de manera significativa y positiva a la eficiencia de los estudiantes.

El trabajo es innovador ya que para el caso de Uruguay no existe evidencia previa en esta línea. Los estudios de medición de la eficiencia pueden ser una valiosa herramienta para determinar donde están surgiendo las ineficiencias (oportunidades de mejora) y como se podrían utilizar los recursos de forma más efectiva. En particular, se espera que aporte nueva

evidencia para mejorar el debate sobre el diseño de políticas educativas que incentiven el esfuerzo estudiantil basado en evidencias, reforzando el vínculo entre los centros educativos y las familias.

El trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se describen los principales antecedentes de esta investigación. Luego, en la sección 3 se presenta el marco teórico, precisamente la función de producción educativa y el concepto de eficiencia técnica. En la sección 4, se presenta el modelo a utilizar en la primera y segunda etapa. Mientras que en la sección 5 se presentan los datos a utilizar y la estrategia empírica a seguir. Por último, en la sección 6 se presentan los resultados obtenidos y en la sección 7 las principales conclusiones obtenidas.

2. ANTECEDENTES.

2.1 Eficiencia estudiantil

El interés por el estudio de la eficiencia educativa ha crecido de forma exponencial a partir de los trabajos pioneros de Bessent y Bessent (1980), Charnes et al. (1978, 1981) y Bessent et al (1982). De Witte y López-Torres (2017), complementando el trabajo realizado por Worthington (2001) y Johnes (2004, 2015) realizan una revisión exhaustiva de los estudios dedicados a la medición de la eficiencia en educación. Los autores llevan a cabo una sistematización de los antecedentes según el nivel de análisis, la metodología aplicada y las variables seleccionadas como recursos (inputs), resultados (outputs) y factores de contexto asociados a la producción educativa (variables contextuales).

Hasta la fecha, la mayor parte de los estudios de eficiencia educativa se llevaron a cabo a nivel de centros escolares (Cordero-Ferrera et al., 2008, 2010, Portela et al., 2012; Brennan et al., 2014; entre otros), principalmente por el tipo de información disponible. A medida que ha aumentado la disponibilidad de información a nivel individual, principalmente proveniente de evaluaciones estandarizadas a nivel nacional o internacional, también ha aumentado el número de trabajos que analizan la eficiencia educativa a nivel de los estudiantes.

La ventaja de realizar el estudio a nivel del estudiante es que permite considerar por separado (como inputs) al entorno familiar individual y los

recursos del centro educativo (Crespo-Cebada et al., 2014). Dentro de estos estudios referidos a educación secundaria encontramos evidencia comparada a nivel internacional (De Jorge y Santín, 2010; Deutsch et al., 2013), aunque la mayoría de investigaciones se focalizan en el análisis de un país concreto. Por ejemplo, Cordero-Ferrera et al. (2010), Perelman y Santín (2011a, 2011b) y Crespo-Cebada et al. (2014) miden la eficiencia estudiantil en España. De Witte y Kortelainen, (2013) analizan el caso de Holanda, Waldo (2007) lo hace para estudiantes de secundaria de Suecia y De Jorge et al. (2018) para estudiantes de Colombia. A su vez, la mayoría de estos estudios señala que la mayor proporción de la ineficiencia se explica por factores del estudiante y no del centro educativo.

En cuanto a los resultados obtenidos, todos los trabajos encuentran que existe algún grado de ineficiencia en el rendimiento estudiantil, es decir que, dado el nivel de inputs, los estudiantes podrían obtener mejores resultados. Por ejemplo, Cordero-Ferrera et al. (2010), utilizando las pruebas PISA, encuentran que dados los inputs disponibles el estudiante medio en España podría mejorar sus resultados un 18%. Asimismo, un resultado relevante en los análisis de eficiencia educativa de los estudiantes es la comparativa según titularidad del centro educativo. Una vez que se controla por el entorno familiar, los recursos escolares y los efectos de pares, la diferencia de eficiencia entre estudiantes en centros educativos públicos y privados desaparece (Perelman y Santín, 2011a, 2011b; Cordero-Ferrera et al. 2010). Sin embargo, Crespo-Cebada et al. (2014) encuentran que existen

diferencias de eficiencia entre los centros educativos privados y los centros educativos públicos en España. Resultados similares fueron hallados por De Jorge et al. (2018) para Colombia.

Para el caso concreto de Uruguay, los antecedentes que existen sobre estimación de eficiencia educativa a nivel individual son muy escasos. El único caso encontrado hasta el momento es el estudio de Deutsch et al. (2013), donde los autores estudian los determinantes de la eficiencia estudiantil para varios países de la región a partir de datos de PISA 2006. En términos comparados, encuentran que Uruguay es el país con mayor ineficiencia estudiantil. Por su parte, Santín y Sicilia (2015) y Azar et al. (2018) realizan un análisis de eficiencia educativa en Uruguay, pero a nivel agregado por centro educativo considerando su naturaleza pública o privada.

2.2 Entorno familiar.

La literatura de economía de la educación a nivel internacional evidencia que el contexto familiar juega un rol clave en el desarrollo socioemocional de niños y adolescentes. Un contexto familiar favorable genera un mayor involucramiento del padre y la madre en la educación de sus hijos (Coleman, 1966). Este involucramiento se puede manifestar de diversas formas: por ejemplo, ayudando a los hijos con las tareas domiciliarias, conversando con ellos sobre temas educativos, involucrándose con el centro educativo o la transmisión de expectativas educativas.

Para estudiar el impacto causal del involucramiento familiar en los resultados académicos se han utilizado dos estrategias en la literatura internacional. Por una parte, el análisis de datos recogidos por encuestas donde está incluida alguna dimensión del involucramiento familiar (Todd y Wolpin, 2007; Aizer, 2004, Houtenville y Conway, 2008). En segundo lugar, mediante la realización de experimentos sociales que permitan obtener efectos causales (Banerjee et al., 2007; Islam, 2019; Dizon-Ross, 2019; Kraft y Rogers, 2015, entre otros). Los resultados de estos trabajos muestran que, a mayor involucramiento familiar, los hijos obtienen mejores resultados académicos. Por ejemplo, la supervisión de los padres en las tareas educativas reduce la probabilidad de que sus hijos abandonen los estudios (Houtenville y Conway, 2008). Por otro lado, cuanto mayor educación tenga la madre y el padre, más se involucrarán en la educación de sus hijos (Banerjee et al., 2007). Además, la falta de educación de los padres genera barreras con el centro educativo que conlleva a una reducción de la comunicación con los docentes (Dizon-Ross, 2019) y, por ende, a un menor involucramiento familiar (Kraft y Rogers, 2015; Islam, 2019). A su vez, un mayor nivel educativo del hogar genera conciencia en los hijos sobre la importancia de la educación motivándolos a obtener mejores resultados (De Witte y Kortelainen, 2013).

En el mismo sentido, diversos estudios llevados a cabo en el campo de la psicología y sociología concluyen que, dentro de los distintos mecanismos de involucramiento familiar, la transmisión de expectativas y aspiraciones

educativas son los que generan mejores resultados académicos en los estudiantes (Boonk et al., 2018; Wilder, 2014).

En el marco de las discusiones sobre eficiencia, el análisis del involucramiento familiar no ha recibido una especial atención. En general, las variables que se pueden asociar a su impacto se introducen como variables contextuales y se analizan en conjunto con otras influencias, aunque sin hacer énfasis en sus implicancias. En esta línea, Perelman y Santín (2011b) encuentran que, para el caso de España, una mejora en el entorno familiar del estudiante conduce a una mejora en los resultados de las pruebas PISA de matemáticas y lectura. Por otro lado, Cerspo-Cebada et al. (2014) concluyen que, dentro de los estudiantes españoles, la variable que mayor impacto tiene en la eficiencia es el entorno socioeconómico del estudiante.

Para Uruguay, la información relevada por ARISTAS 2018 señala que la mayoría de los estudiantes de educación secundaria (que participaron en el estudio) declara que sus padres los apoyan en sus actividades escolares⁷. Además, se observan diferencias sustantivas de estas percepciones por contexto socioeconómico y cultural, habiendo un mejor clima en aquellos hogares de contexto más favorable (INEEd, 2020).

⁷ Aristas es un programa de evaluación de los logros del sistema educativo uruguayo con carácter nacional y continuo llevado a cabo por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEEd).

En base a los antecedentes relevados, este proyecto constituye un aporte a la incipiente discusión sobre eficiencia educativa en Uruguay, y en concreto, a la eficiencia estudiantil en educación secundaria. Por otro lado, del conjunto de variables que potencialmente pueden asociarse al esfuerzo o eficiencia estudiantil, este estudio se centra en el involucramiento familiar en el proceso educativo. Estos resultados son relevantes desde el punto de vista de las políticas públicas, ya que los gobiernos no pueden modificar el componente socioeconómico de los hogares en el corto o medio plazo, pero sí pueden diseñar e implementar intervenciones focalizadas en fomentar el involucramiento familiar en el proceso educativo y mejorar así el desempeño estudiantil.

3. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN EDUCATIVA Y EL CONCEPTO DE EFICIENCIA.

3.1 La Función de Producción Educativa asumiendo ineficiencias.

En términos teóricos, todo proceso productivo implica la aplicación de cierta tecnología ($T(x, y)$) por parte de una firma o unidad tomadora de decisión (DMU por su sigla en ingles) para transformar un conjunto de N inputs ($x \in \mathbb{R}_+^N$) en un conjunto M outputs ($y \in \mathbb{R}_+^M$). Por lo tanto, el conjunto T (conocido como función de tecnología o función de producción) está compuesto por todas las combinaciones posibles de x e y : $T = \{(x, y) \mid x \text{ puede producir } y\}$.

Básicamente, la función de producción es definida como la técnica, método o sistema para transformar inputs en outputs. En el contexto educativo, la función de producción refleja el proceso productivo que transforma un conjunto dado de recursos (por ejemplo, las características de los estudiantes y los docentes, el tamaño de la clase o las instalaciones de los centros educativos) en un conjunto dado de resultados (por ejemplo, competencias cognitivas). El enfoque teórico de la producción educativa está basado en la Función de Producción Educativa (FPE) propuesta por Levin (1974) y Hanushek (1979), que relaciona un conjunto de recursos educativos o inputs x con los resultados u outputs educativos y :

$$y_i = f(x_i) \quad (1)$$

El resultado educativo puede referir a las pruebas de conocimiento que toman los estudiantes en las disciplinas troncales (por ejemplo, matemáticas, lectura o ciencias), a su grado de repetición, al avance en la escolaridad, o a cualquier otro resultado educativo. Dentro de los inputs, como se ha mostrado en el apartado anterior, la literatura suele considerar las características socioeconómicas del estudiante, la infraestructura del centro educativo, la cantidad de docentes o los materiales didácticos con que cuenta el centro, los efectos de pares y las habilidades innatas del niño.

En general, en la econometría clásica, la estimación de la FPE se lleva a cabo asumiendo que todos los estudiantes son eficientes en el uso de los recursos educativos. Es decir, que todos los estudiantes obtienen su máximo potencial académico a partir de los recursos que tienen. Sin embargo, frecuentemente existen diferentes factores asociados al estudiante y su familia, al profesorado, a los centros educativos e incluso a factores institucionales del sistema educativo que conllevan a ineficiencias en el proceso educativo. Al asumir la presencia de estas ineficiencias tendríamos la siguiente FPE:

$$y_i = f(x_i).u_i \quad (2)$$

Donde $0 \leq u_i \leq 1$ representa el nivel de eficiencia del estudiante. En esta formulación, la ineficiencia implica que el estudiante i no está aprovechando al máximo los recursos (x_i) que posee. Por ejemplo, si $u_i = 0,80$ significa

que solo está alcanzando el 80% de su máximo potencial y que, por tanto, podría mejorar sus resultados en un porcentaje igual a $\left(\frac{1}{u_i} - 1\right) * 100 = 25\%$. En la práctica la FPE o tecnología es desconocida y debe ser estimada a partir de los datos. La elección del modelo de estimación depende de lo que se conoce, o asume, sobre la tecnología. En la sección 4 se aborda con profundidad la elección de modelo de estimación.

La FPE determina la frontera de producción. Esta frontera representa el máximo output alcanzable para cada nivel de input. Por lo tanto, define el estado actual de la tecnología en el sector bajo estudio. Aquellas unidades que se encuentren sobre la frontera se dice que son técnicamente eficientes, y las que se encuentran por debajo de la frontera son técnicamente ineficientes.

Detrás de la tecnología de producción existen cinco propiedades que hacen posible el análisis económico: (1) No negatividad; el valor de $f(x)$ es finito, no negativo y pertenece a los números reales. (2) No free lunch; es imposible la producción de un output sin el uso de al menos un input. (3) No decreciente en x (o monotonidad); implica que unidades adicionales de input no harán disminuir el output. Si la función de producción es continua y diferenciable, la monotonidad implica que todas las productividades marginales sean no negativas. (4) Libre disponibilidad de *outputs*, si x es utilizado para producir y , entonces también puede ser utilizado para producir $y' < y$. (5) Libre disponibilidad de *inputs*, si y puede

ser producido a partir de x , entonces también puede serlo a partir de $x' > x$.

3.2 El concepto de eficiencia técnica

La medición de la eficiencia, tal cual la conocemos hoy en día, comienza con el trabajo de Farrell (1957), quien realizó un análisis de la eficiencia y productividad en la industria agrícola de los Estados Unidos. Farrell partió de los trabajos de Debreu (1951) y Koopmans (1951) para definir una medida empírica de eficiencia, aplicable a firmas con múltiples inputs y que evite el problema de agregación de inputs y outputs que tienen los números índices⁸.

A diferencia de la productividad, que es un ratio entre outputs e inputs, el concepto de eficiencia está asociado a la pregunta de si es posible utilizar menos recursos (inputs) para producir la misma cantidad de producto (outputs). O alternativamente, si es posible producir mayor cantidad de outputs con el nivel de utilización de recursos actual. Es decir que refleja el vínculo entre una combinación óptima de insumos y los productos obtenidos. Para estimar esta combinación óptima, el concepto también incluye la comparación de unidades que generan productos similares. Por lo tanto, si bien la relación input-output es la medida básica de eficiencia, a

⁸ Koopmans (1951) definió que una firma alcanza la eficiencia técnica si y solo si, no es posible mejorar ningún input o output sin afectar el uso de otros inputs o outputs. Debreu (1951) midió la eficiencia productiva con su coeficiente de utilización de recursos: una medida radial de la eficiencia técnica que arroja el aumento (reducción) proporcional de todos los outputs (inputs) necesario para lograr la eficiencia.

diferencia de la medición de la productividad, el concepto de eficiencia es un concepto relativo al potencial de cada unidad, el cual se estima a partir de la “frontera de posibilidades de producción” (FPP). Por tanto, en orientación a los outputs, la FPP indica el máximo nivel de output alcanzable, para cada nivel de input de las unidades analizadas. Sobre la FPP se ubican aquellas unidades que son eficientes (mejores prácticas), mientras que las firmas que se ubican por debajo de la FPP son las ineficientes. Esta frontera se construye a partir de la tecnología de producción disponible.

En la literatura económica, este concepto de eficiencia se aplica a la evaluación comparativa de desempeño entre empresas o entidades de producción privadas (organizaciones, divisiones, industrias, etc.), que transforman el mismo tipo de recursos en productos y servicios. Sin embargo, los avances y desarrollos metodológicos en este tipo de evaluación han permitido que el análisis no se acote solo a organizaciones lucrativas cuyo objetivo es la maximización de beneficios (Bogetoft y Otto, 2010). Así, el concepto también se ha empleado en organizaciones sin fines de lucro o a cualquier proceso productivo utilice la misma función de tecnología.

El concepto de eficiencia suele tener dos dimensiones: la eficiencia técnica y la eficiencia asignativa. La primera, como su nombre lo indica es un concepto tecnológico y se puede estimar con orientación al input o al output. La eficiencia técnica con orientación al input indica la contracción

proporcional máxima de todos los inputs x que permite seguir produciendo el mismo nivel de output y . Mientras que, si la estimación de la eficiencia técnica se orienta al output, ésta indica la expansión proporcional máxima de todos los outputs y que es posible con el nivel de inputs x dado. Por otro lado, la eficiencia asignativa se puede estimar si se dispone de información sobre precios y un comportamiento objetivo de las unidades tomadoras de decisión (por ejemplo, minimización de costos o maximización de beneficios). La eficiencia asignativa implica alcanzar el mínimo costo de producir un nivel dado de producto cuando se modifican las proporciones de los inputs utilizados de acuerdo con sus precios y productividades marginales.

En el caso de la producción educativa, la orientación relevante para medir la eficiencia es al output, ya que en general, el objetivo es mejorar los resultados académicos y no reducir los recursos invertidos. En este contexto, la eficiencia de un estudiante puede entenderse como el máximo resultado educativo que puede obtener, dado los recursos que tiene a su alcance (por ejemplo, calidad del centro educativo al que asiste, contexto socioeconómico familiar, etc.). A su vez, como los precios de mercado de los factores no suelen estar disponibles, el concepto relevante es el de eficiencia técnica, dejando de lado la estimación de la eficiencia asignativa.

En la Figura 1, ubicada en el anexo, se ilustra gráficamente el concepto de “eficiencia técnica” a nivel de los estudiantes. Asumimos dos estudiantes (A y B) que producen dos outputs (por ejemplo, resultados de las pruebas

en matemáticas y lectura, y_1 y y_2 , respectivamente) con una misma cantidad fija de inputs (por ejemplo, provienen de un idéntico contexto socioeconómico x). El gráfico muestra la combinación de outputs posibles, dada la cantidad de inputs (asumimos este supuesto para poder ilustrar el ejemplo en dos dimensiones). De acuerdo a la Figura 1, el estudiante A es eficiente, ya que obtiene el máximo resultado académico que es posible obtener con la tecnología y recursos disponibles (se ubica en la frontera productiva). Por el contrario, el estudiante B es ineficiente ya que, con los mismos recursos que A y dada la tecnología disponible, podría obtener mejores resultados en ambas pruebas.

La medida de ineficiencia del estudiante B estaría dada por la distancia BA, que representa la ineficiencia técnica, esto es, la cantidad por la cual ambos outputs pueden ser aumentados sin requerir un aumento del input. Por lo tanto, la medida de la eficiencia técnica con orientación al output está definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{TE_o(x,y)} = \frac{OB}{OA} = \max\{\theta: \theta y \in P(x)\}, y \in P(x), x \in \mathbb{R}_+^N \quad (3)$$

Donde $\theta = 1/TE_o(x,y) \geq 1$ es un cálculo radial que representa la proporción por la cual todos los outputs pueden ser incrementados simultáneamente, manteniendo la cantidad de input x y la tecnología $P(x)$ invariadas. En el ejemplo anterior, θ_B será la proporción por la que el estudiante B podría mejorar y_1 y y_2 dado el nivel de x que posee y así ubicarse en la FPP.

La medida de eficiencia definida tiene dos características: primero, la medición de la eficiencia técnica es radial (se computa mediante un vector que va desde el origen a la FPP), manteniendo constante las proporciones relativas de outputs (o inputs). La ventaja es que es invariante a la unidad de medida. Si bien una medida no radial (como la distancia más corta de la DMU a la frontera) puede parecer atractiva, deja de ser invariante a la unidad de medida. En segundo lugar, las medidas de eficiencia varían según los supuestos que se realicen sobre los retornos a escala de la tecnología. Si se supone que hay retornos a escala constantes, entonces la medida de eficiencia técnica con orientación al input coincide con la medida de eficiencia con orientación al output. En cambio, si se supone que la tecnología presenta retornos a escala variables, las medidas de eficiencia técnica varían según la orientación⁹.

Empíricamente, dado que la tecnología de producción educativa es desconocida, debemos estimarla a partir de los datos observados en la muestra (estudiantes). Es decir, el concepto de eficiencia estudiantil es un concepto relativo, que se estima a partir de las mejores prácticas de la muestra (mejores estudiantes). En el siguiente apartado se expone la metodología que se utilizará para estimar la tecnología y la medida de eficiencia de los estudiantes, así como sus determinantes.

⁹ Retornos constantes a escala: $f(kx) = kf(x)$; Retornos variables a escala: $f(kx) < kf(x)$ o $f(kx) > kf(x)$.

4. METODOLOGÍA

En cuanto a las metodologías aplicadas para medir la eficiencia de los estudiantes, la enorme mayoría de estudios utilizan métodos de fronteras (Johnes, 2015, De Witte y López-Torres, 2017). La idea de estos métodos es modelar la frontera de la tecnología (el máximo) en vez de la tecnología promedio. Los métodos frontera estiman la eficiencia de cada estudiante como la distancia entre su resultado académico (observado) y su resultado potencial, que está determinado por la FPP (compuesta por el subconjunto de estudiantes eficientes).

En esta literatura, conocida como de *benchmarking*, pueden distinguirse dos tipos de enfoque: los métodos no paramétricos, basados en modelos de optimización matemática y los métodos paramétricos basados en técnicas econométricas. A su vez, otra distinción relevante es entre los modelos determinísticos y los modelos estocásticos. En los modelos estocásticos uno tiene en cuenta, a priori, el hecho de que las observaciones individuales están afectadas por ruido aleatorio, e intenta identificar la estructura media subyacente quitando del impacto de este ruido. Por otro lado, en los modelos determinísticos, no se tiene en cuenta la existencia de ruido aleatorio en los datos y cualquier variación en ellos afecta la eficiencia y la forma de la tecnología. La mayor parte de la literatura combina métodos no paramétricos con modelos determinísticos

(Charnes et al., 1978 o Deprins et al., 1984) o métodos paramétricos con modelos estocásticos (Battese y Coelli, 1992 o Coelli et al., 1998).

Los métodos no paramétricos se basan en la programación matemática para estimar la frontera de producción utilizando las unidades que realizan las mejores prácticas y evalúan la eficiencia del resto de las unidades con relación a esta frontera. Estos métodos, combinados con modelos determinísticos, consideran que toda desviación de la frontera es producto de ineficiencias en el rendimiento de las unidades. Por otro lado, en los métodos paramétricos se asume una forma funcional específica para la relación existente entre inputs y outputs y se procede a estimar los parámetros mediante técnicas econométricas. Estos métodos combinados con modelos estocásticos, hacen que las desviaciones de la frontera no sean solamente consideradas producto de ineficiencias, sino que también pueden ser producto de ruido estadístico.

En el contexto educativo, los métodos no paramétricos-determinísticos han sido ampliamente aplicados (De Witte y López-Torres, 2017), principalmente por su flexibilidad, ya que permiten adaptarse a la función de tecnología educativa. Esta flexibilidad radica en que permiten trabajar con múltiples inputs y outputs a la vez, lo que habilita a resolver el problema de que la FPE produce más de un output (por ejemplo, resultados en la prueba de matemáticas o resultados en la prueba de lectura). En segundo lugar, no es necesario asumir ninguna forma funcional *a priori*, lo cual

constituye una ventaja dado que en general, la forma funcional de la función educativa es desconocida.

Sin embargo, los métodos no paramétricos tienen algunas desventajas. En primer lugar, al no asumir ninguna forma funcional, no es posible obtener información sobre las elasticidades de los inputs ni testear el nivel de significación de las variables. La cantidad de inputs y outputs que se eligen es una cuestión crucial a abordar antes de implementar el modelo, dado que, si se eligen muchos inputs, en relación a la cantidad DMU que contiene la muestra, es muy probable que aumente la cantidad de unidades eficientes, haciendo poco fiable las estimaciones. Además, los métodos no paramétricos son sensibles a *outliers* o valores extremos, ya que cualquier desvío respecto de la frontera de producción estimada se considera ineficiencia y no contempla la existencia de posibles errores de medida o de ruido estadístico. Por ello, realizar un estudio previo sobre la potencial presencia de valores extremos es de vital importancia para una correcta estimación de la frontera de producción¹⁰.

Los métodos no paramétricos más populares son el Análisis Envoltente de Datos (DEA por sus siglas en inglés) propuesto por Charnes et al. (1978, 1981) y el modelo Free Disposal Hull (FDH) propuesto por Deprins et al. (1984) y Tulkens (1986, 2006). Ambos métodos construyen la frontera de producción a partir de los datos disponibles en la muestra mediante un

¹⁰ En la sección 5 se detalla el análisis de outliers seleccionado y su resultado arrojado.

problema de optimización lineal matemática. Gráficamente las unidades eficientes se encuentran sobre la frontera estimada y las ineficientes por debajo. La distancia entre cada unidad y la frontera estimada a partir de las buenas prácticas da cuenta del nivel de eficiencia. La diferencia entre el modelo FDH y el DEA radica en el supuesto de convexidad del conjunto de posibilidades de producción que está detrás de la estimación de la frontera. El FDH construye la frontera de producción únicamente en base a las unidades evaluadas (sin asumir la convexidad del conjunto). En cambio, el modelo DEA asume convexidad y, por tanto, la frontera se determina por las unidades eficientes y por sus combinaciones lineales. Como consecuencia, dada una muestra de unidades evaluadas, el nivel de eficiencia individual estimado mediante el modelo FDH será siempre igual o mayor al que resulte de aplicar un modelo DEA (ya que en el primer caso el conjunto de referencia es menor que en el segundo). En este estudio, se ha optado por el modelo FDH para comparar a cada estudiante solamente con otros estudiantes reales y no con estudiantes ficticios que puedan ser combinaciones. Como consecuencia, adoptamos un criterio más flexible y, por tanto, la eficiencia estimada debe entenderse como un umbral máximo.

Una vez seleccionado el modelo y previo a estimar la frontera y la eficiencia, es necesario determinar la orientación que va a tener el análisis, es decir, si se van a maximizar los resultados dados unos recursos (orientación al output) o alternativamente, si se busca minimizar los recursos dados los resultados obtenidos (orientación al input). Como se ha mencionado, en el

sector educativo los análisis de eficiencia se suelen llevar a cabo con orientación al output. La razón de esta elección es que en general, los resultados suelen estar por debajo del nivel deseado y lo que se busca es mejorar la calidad educativa más que ahorrar recursos. Además, los recursos suelen estar fuera del control del estudiante y, por tanto, buscar ahorros de los mismos carece de sentido. Por tanto, al adoptar la orientación al output, cada estudiante estaría interesado en maximizar su nivel de resultado académico a partir de su dotación inicial de recursos. Es decir, la medida de eficiencia relacionaría el output actual de cada estudiante con su output potencial.

Un segundo asunto a determinar es el supuesto de rendimientos a escala de la función de tecnología educativa. El supuesto de rendimientos constantes a escala implica una tecnología más restrictiva, porque asume que, al multiplicar todos los inputs por un factor, el vector de outputs también queda multiplicado por el mismo factor. En la teoría microeconómica de la producción, el concepto de rendimientos a escala está relacionado con el tamaño de la unidad de producción. En el contexto educativo, no tiene sentido asumir la existencia de rendimientos de escala, ya que la unidad de producción (el alumno) es siempre la misma. Sin embargo, es poco realista asumir que, ceteris paribus, un estudiante con el doble input obtendrá el doble de output, sino que puede presentar rendimientos marginales decrecientes o crecientes. Es por ello que la

mayoría de la literatura asume la existencia de rendimientos variables a escala (Thanassoulis, 1999; Waldo, 2007).

4.1 Primera etapa: medición de la eficiencia mediante el modelo

FDH.

Siguiendo a Salazar (2014), podemos ilustrar mediante un ejemplo simple los conceptos referidos y el problema de optimización lineal a resolver en el modelo FDH orientado al output. Supongamos que contamos con cuatro estudiantes ($i= A, B, C, D$), que tienen un solo input x_i (por ejemplo, los recursos socioeconómicos de la familia) para producir dos outputs $y_{1,i}$ e $y_{2,i}$ (por ejemplo, el resultado en la prueba de matemáticas son el output 1 y el resultado en la prueba de lectura son el output 2). El siguiente cuadro resume la dotación de inputs y la producción de outputs de cada uno:

	Input	Output 1	Output 2
Estudiante A	x_A	$y_{1,A}$	$y_{2,A}$
Estudiante B	x_B	$y_{1,B}$	$y_{2,B}$
Estudiante C	x_C	$y_{1,C}$	$y_{2,C}$
Estudiante D	x_D	$y_{1,D}$	$y_{2,D}$

Asumimos que estos cuatro estudiantes poseen la misma cantidad del input ($x_A = x_B = x_C = x_D$). Consideremos que el estudiante A es quien tiene

más facilidad con las matemáticas y obtiene mejores resultados en esa prueba, mientras que el B tiene más facilidad con las letras y es quien obtiene mejores resultados en la prueba de lectura. El estudiante C es bueno en ambas áreas, pero no tan bueno en matemáticas como A ni tan bueno en lectura como B. En términos de los datos del cuadro, la relación descripta sería: $y_{1,B} < y_{1,C} < y_{1,A}$; $y_{2,A} < y_{2,C} < y_{2,B}$. Por último, el estudiante D en comparación con C obtiene peores resultados en ambas pruebas ($y_{1,D} < y_{1,C}$; $y_{2,D} < y_{2,C}$).

Hay que recordar que el modelo FDH no supone convexidad para el conjunto de posibilidades de producción, es por ello que la FPP toma forma escalonada. La representación gráfica de la frontera de producción del modelo FDH para la ecuación (3) la podemos observar en la Figura 2 del anexo.

Consideremos el caso del estudiante D. Queremos determinar los resultados potenciales que obtendría si adopta prácticas de sus pares eficientes. Llamemos a la ampliación: $\theta y_{1,D}$ y $\theta y_{2,D}$ donde θ es el factor expansión por el que el estudiante D tendría que multiplicar todos sus resultados para alcanzar el máximo potencial en ambas pruebas. En este sentido, el principal propósito del estudiante D es maximizar el factor de expansión θ para alcanzar su máximo resultado potencial dados sus inputs. Este resultado potencial estará determinado por el mejor estudiante de la muestra, que tenga igual o menor cantidad de inputs que el estudiante D y mayor o igual nivel de outputs.

El modelo FDH se basa en la libre disponibilidad de inputs y outputs. La libre disponibilidad significa que siempre se puede producir menos outputs utilizando la misma cantidad de inputs o más. En el caso del ejemplo, tenemos al estudiante D que, con los mismos recursos socioeconómicos familiares (input) que el estudiante C, obtiene peores resultados en las pruebas (output). Podemos formalizar la definición de la siguiente manera: si $(x, y) \in T, y' \leq y \Rightarrow (x, y') \in T$. Siendo T la función de producción educativa o tecnología y (x, y) un vector de inputs y outputs. Un atractivo del modelo FDH es que las unidades eficientes de referencia (pares eficientes) siempre son unidades reales y no una combinación matemática de varias unidades eficientes. Siempre que la cantidad de observaciones sea lo suficientemente grande, entonces la libre disponibilidad es lo suficientemente poderosa como para hacer comparaciones relevantes entre distintas unidades (Bogetoft y Otto, 2010).

Retomando el ejemplo anterior, el conjunto de comparación para el estudiante D estará limitado por las siguientes restricciones: $\lambda_a x_A + \lambda_b x_B + \lambda_c x_C + \lambda_d x_D \leq x_D$ donde $\lambda_i \in \{0,1\}$ son los ponderadores que proporciona la solución del modelo e indican cuál es la unidad de referencia para el estudiante D. En nuestro ejemplo, $\lambda_c = 1$ y los restantes λ_i serán igual a cero.

El problema de optimización lineal para hallar el factor de expansión óptimo θ del estudiante D y sus ponderadores correspondientes es:

$$\begin{aligned}
& \text{Max } \theta_D \\
& \text{s. a.} \\
& \lambda_a x_A + \lambda_b x_B + \lambda_c x_C + \lambda_d x_D \leq x_D \\
& \lambda_a y_{1,A} + \lambda_b y_{1,B} + \lambda_c y_{1,c} + \lambda_d y_{1,D} \geq \theta y_{1,D} \\
& \lambda_a y_{2,A} + \lambda_b y_{2,B} + \lambda_c y_{2,c} + \lambda_d y_{2,D} \geq \theta y_{2,D} \\
& \lambda_a + \lambda_b + \lambda_c + \lambda_d = 1 \\
& \lambda_a, \lambda_b, \lambda_c, \lambda_d \in \{0,1\}
\end{aligned} \tag{4}$$

El factor de expansión θ mide la distancia entre los resultados del Estudiante D y la frontera de producción, que es definida por los estudiantes eficientes. Si $\theta^* > 1$ significa que el estudiante está dentro de la frontera, por lo tanto, es ineficiente y es posible que tenga un aumento proporcional (radial) en todos sus outputs. Mientras que si $\theta^* = 1$ significa el estudiante se encuentra en la frontera de producción. λ_i refleja el peso virtual de cada unidad de referencia (en el ejemplo unidades A, B, y C) para construir la unidad de referencia virtual. En el caso del modelo FDH, λ_i toma valor 0 o 1.

Podemos notar que los estudiantes A, B y C son eficientes, mientras que el estudiante D no lo es. En este ejemplo en concreto, los outputs potenciales del estudiante D son los del estudiante C (es decir que $\lambda_c = 1$ y los restantes pesos son iguales a cero). Del gráfico podemos observar que el factor de expansión es $\frac{OC}{OD} > 1$. Por ejemplo, si $\theta_D = 1,25$ significa que el estudiante D podría aumentar sus dos outputs en un 25% si fuera igual de eficiente que el estudiante C con los mismos inputs.

Si expandimos nuestro ejemplo para $i = 1, \dots, k$ estudiantes, $j = 1, \dots, n$ inputs, y $r = 1, \dots, m$ outputs la formulación analítica del modelo FDH orientado al output con rendimientos variables a escala es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 &Max \theta_i \\
 &s. a. \\
 &\sum_{i=1}^N \lambda_i y_{ri} \geq \theta y_{ri} \\
 &\sum_{i=1}^N \lambda_i x_{ji} \leq x_{ji} \\
 &\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \\
 &\lambda_i \in \{0,1\}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Aplicando esta formulación para cada estudiante, es posible estimar su nivel de (in)eficiencia con relación a la muestra de estudiantes con la que se lo compara. Esta estimación para cada estudiante permite obtener un ranking ordenado de índices de eficiencia que muestran qué tan lejos(cerca) se encuentra cada estudiante de alcanzar los niveles óptimos de desempeño.

4.2 Segunda etapa: variables explicativas de los puntajes de eficiencia.

Siguiendo a la mayoría de los trabajos que utilizan métodos no paramétricos para analizar la eficiencia estudiantil y sus determinantes (en nuestro caso relacionados con el involucramiento familiar) se utilizará un

modelo semi-paramétrico en dos etapas¹¹. Por tanto, una vez que obtenemos en la primera etapa la medida de eficiencia θ_i de cada estudiante, en la segunda etapa se explica su valor a partir de un vector de variables contextuales $Z = (z_1, z_2, \dots, z_L)$ que no están directamente relacionadas con la función de producción educativa (no son inputs productivos), pero que pueden afectar positiva o negativamente al nivel de eficiencia de la unidad de producción (en este caso el estudiante).

Los valores estimados en esta segunda etapa nos permiten identificar qué variables se asocian con el nivel de eficiencia de los estudiantes, así como el peso de su asociación. En este estudio, en que el principal interés reside en analizar el impacto del involucramiento familiar sobre los niveles de eficiencia estudiantil se estima el siguiente modelo:

$$\hat{\theta}_i = \beta_0 + \beta_k \cdot INVOLUCRAMIENTO_FAMILAR_i + \gamma_l X_i + \varepsilon_i \quad (6)$$

Donde “involucramiento familiar” es un vector que incluye variables que permiten aproximar este concepto, X es el vector que incluye variables de control y ε_i el término de error.

Usualmente en esta etapa la literatura realiza estimaciones mediante regresiones Tobit, dado que por construcción la variable dependiente se encuentra censurada en el valor ,1 como fue comentado en el apartado anterior. Sin embargo, otros autores también han utilizado métodos de

¹¹ Ray (1991) y McCarty y Yaisawarng (1993) fueron los primeros en proponer y aplicar los modelos en dos etapas para estimar los índices de eficiencia e identificar sus principales variables explicativas.

Mínimos Cuadrados Ordinarios. Estos últimos métodos han sido criticados ya que conducen a resultados sesgados debido a que los índices de eficiencia estimados en la primera etapa están serialmente correlacionados (Xue y Harker, 1999). La correlación surge en muestras finitas del hecho de que las perturbaciones de las observaciones que se encuentran en la frontera estimada causarán cambios en las eficiencias estimadas para otras observaciones (Simar y Wilson, 2007). A su vez, también existe correlación entre $\hat{\theta}_i$ y z_i , dado que (x_i, y_i) está correlacionado con z_i . Para salvar este problema, Simar y Wilson (2007) proponen utilizar un algoritmo que incorpora la técnica de *bootstrap* para la segunda etapa, al tiempo que proponen la utilización de un modelo de regresión truncada. Este será el modelo a estimar en este trabajo. Se detalla a continuación el algoritmo propuesto por los autores:

- 1) Estimar los índices de eficiencia $\hat{\theta}_i \forall i = 1, 2, \dots, n$ mediante el modelo FDH que se describe en la ecuación (4).
- 2) Estimar por máxima verosimilitud $\hat{\beta}_i$ y $\hat{\sigma}_i$ en la regresión de θ_i en z_i (ecuación 5), usando $m < n$ observaciones, donde $\hat{\theta}_i > 1$.
- 3) Iterar los pasos 3a a 3c L veces mediante un loop, para así obtener

las estimaciones del bootstrap de $A = \left\{ (\hat{\beta}_i^*, \hat{\sigma}_\varepsilon^*) \right\}_{b=1}^L$

- a. Para cada $i = 1, 2, \dots, m$ extraer ε_i de la distribución normal

$N(0, \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ con truncamiento a la izquierda en $(1 - z_i \hat{\beta})$.

b. Para cada $i = 1, 2, \dots, m$, estimar $\theta_i^* = z_i \hat{\beta} + \varepsilon_i$

c. Mediante máxima verosimilitud, estimar la regresión truncada de θ_i^* en z_i para obtener las estimaciones de $\hat{\beta}^*$ y $\hat{\sigma}_\varepsilon^*$.

4) Usar los valores de L y A para construir el intervalo de confianza de β y σ_i .

Para finalizar, es importante abordar el problema de la endogeneidad en el contexto educativo y cómo podría afectar a las estimaciones de este estudio. Si bien los problemas de endogeneidad pueden surgir por diversas causas, en el ámbito educativo la fuente más común es el problema de la autoselección escolar (en promedio, las familias más motivadas dedican más tiempo y recursos a seleccionar los mejores centros educativos para sus hijos). En la econometría clásica está ampliamente demostrado que este problema puede sesgar las estimaciones y para solventarlo se han desarrollado diversos mecanismos y técnicas (Schlotter et al., 2011).

Sin embargo, en el contexto de la estimación de la eficiencia mediante modelos de optimización no está claro el impacto de este problema y aún es incipiente la literatura sobre esta cuestión (Cordero-Ferrera et al., 2015). Además, la presencia de autoselección escolar afectaría en mayor medida a los estudios donde la unidad de análisis es el centro educativo, donde la eficiencia de gestión del centro podría confundirse con mayor motivación familiar. En este estudio, la eficiencia es estimada a nivel de cada alumno,

y no a nivel de centro educativo, donde además se incluyen como inputs los recursos escolares disponibles y el efecto de los compañeros.

En cuanto a la segunda etapa, el análisis llevado a cabo busca identificar los factores asociados a la eficiencia del estudiante. Es decir, el objetivo es identificar variables correlacionadas con la eficiencia (o esfuerzo del estudiante), pero no se plantea un modelo causal, y, por tanto, así se deben interpretar los resultados. Si bien sería sumamente interesante analizar si una política o variable concreta impacta sobre la eficiencia de los estudiantes (Mergoni y De Witte, 2021), ello requeriría disponer de otro tipo de información para poder aplicar metodologías de inferencia causal, lo cual no es posible en este trabajo con la base de datos disponible.

5. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS Y ESTRATEGIA EMPÍRICA.

5.1 Las Pruebas PISA.

En el relevamiento bibliográfico, se puede observar que la mayor parte de los estudios que aplica tanto métodos paramétricos como no paramétricos para medir la eficiencia educativa recurre a los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas para medir los outputs educativos (De Witte y López-Torres, 2017). El Programa Internacional para la Evaluación Estudiantil (PISA por sus siglas en inglés) comprende evaluaciones que se llevan a cabo desde el año 2000 y cada 3 años en los países de la OCDE y otros países participantes. Estas pruebas evalúan en qué medida los adolescentes de 15 años han adquirido las competencias y habilidades necesarias para lograr un desarrollo pleno en la sociedad moderna. No tiene por objetivo evaluar los conocimientos específicos relacionados al currículo escolar sino la habilidad que tienen para utilizarlos en desafíos de la vida real.

La evaluación se enfoca en tres áreas clave: lectura, matemáticas y ciencias. Además, PISA aplica cuestionarios de contexto a los estudiantes para obtener información sobre varios aspectos de su hogar, familia y entorno escolar. También se realizan cuestionarios a los profesores y directores de los centros educativos para recolectar información sobre aspectos organizacionales y de cómo se lleva a cabo el proceso educativo en el mismo.

El análisis propuesto utiliza los datos más recientes de las Pruebas PISA 2018 correspondientes a Uruguay. En esta edición fueron evaluados 5.263 jóvenes de 189 centros educativos, correspondientes a liceos públicos y privados, escuelas técnicas y escuelas rurales (con 7mo, 8vo y 9no) de todo el país. La muestra representa a 39.746 estudiantes nacidos entre el 1° de mayo de 2002 y el 30 de abril de 2003 (OCDE, 2019). Cada oleada de PISA se focaliza en una competencia, en 2018 fue lectura. La prueba tenía como objetivo evaluar la competencia lectora en el entorno digital, además de medir las tendencias en las últimas dos décadas.

De esta muestra (5.263 estudiantes), el 65% asiste a educación pública, el 18,5% a educación técnica y el 16,5% a educación privada. A su vez, el 52% es del sexo femenino. Para el análisis de este trabajo, del total de la muestra se eliminaron aquellas observaciones que no tenían información para alguno de los outputs o inputs seleccionados para el análisis (205 observaciones), además de los considerados como outliers (139 observaciones)¹². Por tanto, se trabajó con 4.919 observaciones para la primera etapa. En ese total, el 66.8% de los estudiantes concurría a educación pública, 14,1% a educación técnica, 19,1% a educación privada. No hubo cambio alguno en la distribución del sexo luego de eliminar estas observaciones. Para la segunda etapa, dada la baja tasa de respuesta en

¹² Previo a realizar el análisis de eficiencia mediante el modelo FDH, se depuraron las observaciones consideradas como atípicas o outliers mediante el filtro Hampel. Este filtro considera que una observación es outlier si se encuentra por debajo de tres desviaciones absolutas de la media (Mediana absolut deviation) respecto de la media de la variable o si se encuentra por encima de tres desviaciones absolutas de la media respecto de la media de la variable.

algunas variables de contexto se eliminaron 1.955 observaciones. A su vez, se eliminaron las variables consideradas como outliers (41 observaciones). En total, la muestra para la segunda etapa cuenta con 2.923 observaciones, de las cuales 66,6 % asiste a educación pública, 18 % a educación privada y 15,4% a educación técnica. Mientras que el 55,3 % es del sexo femenino.

5.2 Selección de outputs e inputs.

Para el análisis de eficiencia que se propone en esta investigación, se tomarán como variables de output el resultado de la prueba en lectura (LECTURA) y el resultado de la prueba en matemáticas (MATEMÁTICAS). Se deja de lado el resultado de la prueba en ciencias dado que se considera un subproducto de los otros dos campos. Además, los modelos no paramétricos pierden capacidad de discriminación a medida que se incrementan las dimensiones del problema, y por tanto se prioriza la parsimonia del modelo seleccionando sólo dos outputs.

Dentro de las medidas utilizadas como inputs o recursos educativos, hay cierto consenso en la literatura de utilizar variables que den cuenta de tres dimensiones. Una, el entorno socioeconómico de la familia del estudiante, otra, el efecto de pares que genera el centro educativo y, en tercer lugar, el aporte del centro educativo a la función de producción educativa (Crespo-Cebada et al., 2014; Perelman y Santín, 2011a y 2011b; Cordero-Ferrera et al., 2010; De Jorge y Santín, 2010).

En línea con De Jorge y Santín (2010), en esta investigación se consideran cuatro inputs: uno alude al contexto socioeconómico del estudiante. Existe una amplia variedad de componentes que refiere a este concepto, lo que genera cierta ambigüedad para definirlo e interpretar resultados. No obstante, existen tres factores que se repiten en la mayoría de los trabajos: el ingreso familiar, la educación de la madre y/o el padre y la ocupación laboral de ambos (Cowan et al., 2012; Sirin; 2005). En base a estos, el programa PISA elabora un indicador llamado ESCS (por su sigla en inglés Economic, Social and Cultural Status Index), que resume la información relacionada con el entorno socioeconómico y cultural de la familia del estudiante. Para construir dicho índice, la OCDE aplica un Análisis de Componentes Principales Categóricos (ACPC) a cuatro variables: (a) el nivel de estudio más alto alcanzado por la madre y el padre, (b) el estatus laboral de ambos, (c) la cantidad de libros en el hogar, y (d) posesiones de bienes del hogar (este último incluye diccionarios, computadoras, autos en el hogar, entre otros)¹³.

La educación de los padres ha sido el indicador más utilizado como medida unidimensional del estatus socioeconómico familiar, ya que está estrechamente relacionada con otros componentes del estatus socioeconómico. Varios trabajos afirman que un mayor nivel educativo tiene un impacto positivo y significativo en los ingresos, la salud, y otras

¹³ Para mayor detalle sobre la construcción del índice ESCS ver PISA 2018 Results (Volume III) (OCDE, 2019).

variables de las personas (Card ,2001; Heckman et al., 2006; Oreopoulos y Salvanes, 2011; Oreopoulos y Petronijevic ,2013). La ocupación laboral refleja el estatus socioeconómico de un hogar no solo a través del ingreso y educación requeridos para un puesto de trabajo en particular, sino que también muestra el prestigio que hay asociado a ese trabajo y el estrato socioeconómico en el que se ubica el padre o la madre (Sirin, 2005). Por último, las posesiones del hogar se utilizan como proxy del ingreso ya que el estudiante muchas veces no tiene noción del ingreso exacto del padre o la madre (Hanushek, 2020).

Tanto el índice ESCS como las variables que lo componen están estandarizados, con media correspondiente a los países miembros de la OCDE igual a 0 y desviación estándar igual a 1. A efectos del análisis de eficiencia de la primera etapa se transforma esta variable para que tome valores mayores a cero, sumándole a todos los valores el menor valor observado más uno.

El segundo de los inputs considerado refiere a los recursos del centro educativo. Este indicador comprende la calidad de los recursos escolares físicos y la calidad de los recursos humanos. El primero mide la escasez de material educativo en el centro educativo y se elabora a partir de un cuestionario dirigido a los directores de cada institución donde se realizan las pruebas. La variable se denomina "EDUSHORT". Se les pregunta si existe falta de material educativo o si el mismo es inadecuado o de pobre calidad. Además, si existe falta de infraestructura física o inadecuada. Dado

que este input presenta correlación negativa con los outputs (a mayor escasez de recursos menor resultado), la variable debe ser transformada para cumplir con el supuesto de monotonidad (a mayor cantidad de inputs se espera obtener igual o más output). Para ello, a cada observación se la multiplicó por menos uno y se le sumó el máximo valor observado más uno. El otro input relacionado con los recursos del centro educativo es la proporción de docentes certificados en los centros educativos. La variable se denomina “PROATCE” y se obtiene dividiendo el total de docentes certificados entre el total de docentes que hay en el centro educativo. Esta variable toma valores entre 0 y 1, siendo 1 cuando la totalidad de los profesores del centro educativo están certificados.

Por último, se incluye como input el efecto de pares. Siguiendo la literatura, el efecto de pares tiene un efecto positivo en los resultados educativos (Hanushek et al., 2003). En este trabajo, para capturar el efecto de pares se utilizará, como es habitual en la literatura, el valor medio del índice ESCS del centro educativo al que asiste cada estudiante (“ESCS PROM”).

En la Tabla 1 (las tablas están adjuntas al anexo del trabajo), se exhiben las estadísticas descriptivas de los outputs e inputs seleccionados para este trabajo, clasificadas por tipo de centro educativo para proveer mayor información

De la Tabla 1 se desprende que, en promedio, los centros educativos privados tienen mejores resultados en ambas pruebas, seguido por los centros educativos públicos no técnicos. A su vez, por el lado de los inputs

educativos, los centros educativos privados también poseen mayor cantidad de recursos, tanto en el nivel familiar (ESCS), como en el efecto de pares (ESCS.PROM) y en la escasez de material educativo (EDUSHORT). Sin embargo, los centros educativos públicos, en promedio, son quienes cuentan con una mayor proporción de profesores certificados (PROATCE).

Finalmente, en la Tabla 2 se presentan las correlaciones entre los inputs y los outputs a incluir en el modelo FDH. Como se puede observar, se verifica el cumplimiento del supuesto de monotonicidad del modelo FDH, ya que no se identifica ninguna correlación negativa y significativa. Es decir, que a mayor cantidad de inputs se espera observar una mayor cantidad de output.

5.3 Selección de variables de contexto.

Si bien en la literatura sobre medición de la eficiencia no existe un criterio claro y único para definir o identificar a las variables de contexto, en términos generales, se definen como variables contextuales aquellas que afectan al nivel de eficiencia de los individuos, pero no determinan la posición de la frontera (o función de producción).

Entre las variables contextuales que suelen utilizarse, se incluyen, por ejemplo, características personales del estudiante, del centro educativo al que asiste o de su familia. Dentro de las características del estudiante se consideran factores como la repetición (Cordero-Ferrera et al., 2010), el origen de la familia (si es inmigrante) (De Jorge y Santín, 2010), el sexo del

estudiante (De Jorge y Santín, 2010; Deutsch et al., 2013). Como variables que contextualicen a la familia del estudiante se suele utilizar la composición del hogar (monoparental, biparental o de otro tipo) o la propiedad privada o pública de centro educativo (De Jorge y Santín, 2010).

Reiteradas veces podemos observar que la diferenciación entre input educativo y variable contextual es muy delgada, dado que existen trabajos donde ciertas variables son consideradas como input y en otros las consideran como variable contextual.

En este trabajo, se sigue la clasificación propuesta por De Jorge y Santín (2010) quienes consideran que una variable para ser considerada contextual y no un *input*, debe cumplir alguno de los siguientes requisitos; (a) que sea dicotómica, categórica o no tenga una escala de medición continua, (b) que no se pueda mantener la hipótesis a nivel teórico del supuesto de monotonía o (c) que la variable recoja un alto grado de subjetividad.

Entre las variables que cumplen estos requisitos, las de mayor interés para este análisis son aquellas que describen el entorno familiar y el involucramiento y acompañamiento de la familia en el proceso de aprendizaje. Además de estas variables, la segunda etapa del análisis también incluye como variables de control, otros factores individuales y características del centro educativo que pueden incidir en el nivel de eficiencia alcanzado por el estudiante.

A pesar de que el término involucramiento familiar resulte bastante intuitivo, existe una falta de consenso a la hora de establecer una definición operativa consistente, ya que es un término de características multidimensionales (Boonk et al., 2018; Fan y Chen, 2001; Wilder, 2014). Según los meta-análisis elaborados por Wilder (2014) y Boonk et al. (2018) los componentes del involucramiento familiar que se destacan en la literatura son: (a) la comunicación sobre asuntos educativos entre madre o padre con sus hijos, (b) las expectativas y aspiraciones educativas que tengan la madre y el padre sobre sus hijos y cómo éstas son transmitidas, (c) ayudar o supervisar las tareas domiciliarias y (d) el involucramiento de la familia con el centro educativo.

Considerando las variables contenidas en la base de datos de PISA, el involucramiento familiar se aproximó a partir de dos variables: por un lado, un índice que resume el contenido de varias preguntas relativas al apoyo emocional del padre y la madre percibido por los estudiantes. La variable se denomina “EMOSUPS”. Por construcción, se trata de una variable subjetiva, elaborada a través del siguiente set de preguntas que se le realizan al estudiante: (a) si los padres se interesan por sus actividades en el liceo, (b) si apoyan sus esfuerzos y logros académicos o (c) cuando enfrenta dificultades en clase y (d) por último si fomentan la confianza en sí mismo.

Por otro lado, se utiliza un indicador sobre la expectativa que tiene el estudiante para culminar la educación terciaria (nivel 5A o 6 en la escala

International Standardised Classification of Education 1997, ISCED por sus siglas en inglés). Esta variable se construye a través de un cuestionario dirigido a los estudiantes. Si bien no hay ninguna variable que recoja las expectativas del padre y la madre, la evidencia muestra que las mismas están correlacionadas con la de los hijos (Wells et al., 2011).

Además de las variables que hacen referencia al involucramiento familiar, se tienen en cuenta otros indicadores que pueden clasificarse en dos niveles. Como primer nivel se consideran variables que hacen referencia a las características individuales del estudiante y su entorno. En este sentido, se toma el sexo del estudiante y la repetición en la historia curricular del estudiante. Esta última, según la literatura, afecta negativamente a la eficiencia (De Jorge y Santín, 2010). También se incluye un índice elaborado por PISA que indica qué tanto disfruta leer el estudiante en su tiempo libre (JOYREAD). Según la literatura, el hecho que el estudiante disfrute leer genera un impacto positivo en los resultados académicos (Doneschi, 2012; Kotte et al., 2005).

El primer grupo también está formado por el máximo nivel educativo alcanzado por la madre. En el estudio se utilizan las variables de educación primaria completa o menos (EDUMADRE.PRI), ciclo básico completo o menos (EDUMADRE.CB), secundaria completa o menos (EDUMADRE.SEC) y, por último, si cuenta estudios terciarios o más (EDUMADRE.UNI). El nivel omitido es educación primaria completa o menos (EDUMADRE.PRI), por lo tanto, la lectura de los coeficientes debe

realizarse con relación a esa categoría. Finalmente, se toma un índice elaborado por PISA que da cuenta de las posesiones culturales existentes en el hogar (CULTPOSS). Este índice alude a la cantidad de libros de literatura clásica que hay en el hogar, libros de poesía, obras de arte, libros de arte, música o diseño y, por último, si hay instrumentos musicales.

El segundo nivel de variables de control se relaciona con características del centro educativo. Primero, se incluye una variable que indica si el centro educativo es privado, público o técnico (UTU). Se toma el centro público como referencia y se valora su impacto en relación a UTU y al centro privado. La distinción es importante por dos motivos. Primero, a diferencia de los centros educativos públicos y UTU, los centros educativos privados gestionan sus recursos de manera independiente, contratando al cuerpo docente según sus propias necesidades y criterios. Segundo, si bien la UTU y los centros educativos públicos son gratuitos, estos difieren en el programa educativo. La UTU, son centros educativos públicos de carácter integral que promueven el aprendizaje a través de la experiencia y del reconocimiento de las trayectorias para poder proyectarse en un proceso de continuidad educativa más amplio. Es por ello que en este trabajo se considera que tiene sentido, para estudiar la eficiencia, diferenciar los centros educativos según estas tres categorías. También se incluye un índice elaborado por PISA que mide el apoyo de los profesores percibido por los estudiantes (TEACHSUP). Este índice se construye mediante el cuestionario dirigido a los estudiantes, donde se les pregunta qué tan

seguido (siempre, casi siempre, a veces o nunca) el profesor (a) muestra interés en el aprendizaje de todos los estudiantes, (b) el profesor da ayuda extra cuando el estudiante lo necesita, (c) el profesor ayuda a los estudiantes con su aprendizaje y (d) el profesor explica hasta que los estudiantes comprendan.

A continuación, en la Tabla 3 se puede observar las estadísticas descriptivas para la muestra utilizada en la segunda etapa. Como se comentó en la sección 5.1, para poder realizar el análisis de la segunda etapa se debió omitir los valores faltantes de las variables contextuales, por tanto, el tamaño de la muestra se vio reducida a 2.923 observaciones. En la sección 6 de resultados se discute la representatividad de la misma en relación a la muestra de estudiantes incluidos en la primera etapa.

De la lectura de la Tabla 3, se observa que los estudiantes que asisten a centros educativos privados son los que perciben un mayor involucramiento familiar por parte de sus padres, seguido por los que asisten a los centros educativos públicos. A su vez, el 79,1% de los estudiantes de centros educativos privados aspira a obtener un título universitario. Mientras que los estudiantes de centros educativos públicos y UTU el 60,3% y el 32,7%, respectivamente, aspira a hacerlo. Si observamos los estudios alcanzados por la madre de los estudiantes de centros educativos privados, el 53% cuenta con un título universitario, mientras que para los estudiantes de centros educativos públicos y UTU este porcentaje cae al 22,7% y 20,5% respectivamente. Por el lado los estudiantes que repitieron algún curso,

llama la atención que el 45,9% de los estudiantes que asisten a la UTU y tomó las pruebas PISA es repetidor. Esta característica del alumnado está en línea con el objetivo de los centros educativos técnicos, que es reinsertar aquellos alumnos que se encuentran por fuera del sistema educativo formal y dotarlos de herramientas para que se puedan insertar correctamente en el mercado de trabajo. El porcentaje de alumnos repetidores cae al 25% en los centros educativos públicos y al 7,4% en los centros educativos privados. Por último, los centros educativos UTU son los que cuentan con la menor proporción de estudiantes del sexo femenino (38,1%), en el resto de los centros educativos, las estudiantes del sexo femenino superan el 50%.

6. RESULTADOS.

6.1 Primera etapa.

La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos de la estimación de eficiencia o esfuerzo estudiantil de la primera etapa. Aquí se estimaron los índices de eficiencia para el total de la muestra (N=4.919). Como se observa, el 8,8% de los estudiantes de la muestra tiene un desempeño eficiente ($\hat{\theta} = 1$). La Tabla 5 contiene las estadísticas descriptivas de resumen. En promedio, los estudiantes evaluados podrían mejorar un 28% los resultados en las pruebas PISA si alcanzaran su máximo potencial. Esto significa que un estudiante promedio debería aumentar sus puntajes 28% para aprovechar al máximo los recursos con que cuenta. Es el equivalente, en promedio, a una mejora de 117 puntos en la prueba de matemáticas y 120 en la de lectura, superando holgadamente el promedio obtenido por los países pertenecientes a la OCDE¹⁴.

Si observamos la distancia entre el primer y tercer cuartil podemos decir que el 50% de los estudiantes puede mejorar entre un 12% y un 40% el resultado en las pruebas PISA, dado los recursos disponibles (Tabla 5).

Por otro lado, si nos centramos en los índices de eficiencia según el centro educativo, en términos de la mejora potencial promedio (dado los recursos

¹⁴ El puntaje promedio para los países miembros de la OCDE en la prueba de matemáticas y lectura fue 489 y 487 respectivamente.

disponibles), los estudiantes de centros privados podrían mejorar un 26% sus resultados académicos, los que estudian en uno público un 28% y los que estudian en la UTU un 32% (Tabla 6). A su vez, para los estudiantes menos eficientes (último cuartil), podemos decir que se amplían estas diferencias. El 25% de los estudiantes más ineficientes que asiste a UTU podría mejorar sus resultados, un 46% en promedio. Mientras que para los estudiantes de centros privados esta cifra cae al 35%. Si observamos las distancias entre el primer y el último cuartil (rango intercuartílico), la mayor dispersión se aprecia en los centros UTU.

En la Figura 3 se observa con más detalle cómo se distribuyen los índices de eficiencia según el centro educativo. Para los tres centros, la distribución de los índices de eficiencia se acumula levemente a la derecha de 1. Sin embargo, los centros privados son quienes presentan una mayor acumulación de estudiantes cercanos al 1 (entre 1 y 1,25), mientras que UTU es el que presenta menor cantidad de valores en ese entorno, y mayor dispersión.

Para comprobar que las diferencias en la distribución de la eficiencia entre tipos de centro sean significativas, realizamos el test de Mann-Whitney¹⁵. La Tabla 7 contiene los p-valores obtenidos. Como se observa, las diferencias en la distribución de los índices de eficiencia entre los centros

¹⁵ El test de Mann-Whitney es un test no paramétrico que contrasta si dos muestras proceden de poblaciones equidistribuidas. La hipótesis nula (H_0) plantea que ambas provienen de la misma población. Por tanto, si se rechaza H_0 la diferencia en la distribución de los índices de eficiencia sería significativa. Para realizar el test se utilizó el comando `wilcox_test`, disponible en R.

educativos públicos y privados no son significativas. Por su parte, las diferencias entre público-UTU y privado-UTU si son significativas al 5% de confianza. Una de las posibles interpretaciones de este resultado es que la forma de gestionar y sobre todo, de producir en cada tipo de centro educativo afecta o condiciona el nivel de eficiencia individual de cada estudiante. Es decir, que la frontera de producción (tecnología) podría ser diferente en cada tipo de centro. Sería interesante para extensiones de este trabajo, aplicar otras técnicas para la medición de la eficiencia que permitan comparar las diferentes formas de producción entre centros UTU, privados y públicos (Aparicio y Santín, 2018; Camanho et al., 2021).

Si nos centramos en las diferencias de resultados por género, podemos notar que las estudiantes del sexo femenino obtienen mejores resultados en la prueba de lectura, mientras que los del sexo masculino obtienen mejores resultados en la prueba de matemáticas (Tabla 8). Estos resultados están en línea con la tendencia internacional observada en las pruebas PISA 2009, 2012 y 2015 (OCDE, 2016). Sin embargo, en términos de eficiencia no se observan diferencias significativas según el género de los estudiantes. Las estimaciones muestran que, en términos de mejora potencial, ambos sexos podrían mejorar, en promedio, un 28% los resultados académicos, dado los recursos disponibles. Además, si observamos la distribución de los índices por género tampoco se observan diferencias sustantivas (Figura 4 y Tabla 8). A partir de la Figura 4, podemos decir que hay una mayor proporción de estudiantes de sexo masculino

dentro de los estudiantes eficientes. Sin embargo, esta proporción se revierte para índices de eficiencia entre 1,125 y 1,40.

Dado el enfoque de este trabajo, es de interés analizar cómo se distribuyen las expectativas y el apoyo emocional (EMOSUPS) según la eficiencia estudiantil estimada en esta primera etapa. La Tabla 9 muestra estos valores para el 25% de los estudiantes más eficientes y el 25% de los estudiantes menos eficientes (primer y último cuartil según eficiencia). Podemos decir que, dentro de los estudiantes más eficientes, el 63% espera culminar la educación terciaria, sin embargo, solo el 34% de los estudiantes menos eficientes espera culminarla. A su vez, vemos diferencias significativas para la variable que mide el apoyo emocional. La mediana del índice de EMOSUPS de los estudiantes más eficientes toma un valor máximo de 0,22. Mientras que, para los estudiantes menos eficientes este índice toma un valor máximo de -0,64. Por lo tanto podemos ver una disparidad en la distribución de los valores de estas variables contextuales, según la eficiencia de los estudiantes.

6.2 Segunda etapa

Como se mencionó en el apartado metodológico, para la segunda etapa se realizó una regresión truncada con bootstrap para determinar el impacto del involucramiento familiar, dados otros factores, en el esfuerzo realizado por los estudiantes (Simar y Wilson, 2007)¹⁶.

¹⁶ Se realizaron en total 1500 iteraciones.

Teniendo en cuenta el faltante de observaciones de la variable que mide el involucramiento familiar (llamada "EMOSUPS"), la muestra utilizada en la segunda etapa se vio reducida a 2.923 observaciones. La Tabla 10 muestra las estimaciones de la eficiencia con las dos muestras. Se puede observar que con la muestra reducida aumentó la proporción de estudiantes eficientes, mientras que se redujo la de estudiantes ineficientes.

Se realizó un test de medianas para ver si, pese a este cambio en la distribución, la muestra reducida es representativa de la primera muestra. El objetivo de este test es comparar las medianas de ambas muestras y determinar si pertenecen a la misma población o no. La hipótesis nula del test plantea que ambas medianas son iguales. El resultado arrojó un p-valor de 0,15, por lo tanto, no estamos en condiciones de rechazar la hipótesis nula y podemos decir que la muestra reducida es representativa. Esto nos va a permitir escalar los resultados de la muestra reducida al total de la muestra elaborada por PISA.

Para una correcta interpretación de los resultados de la regresión truncada, cabe recordar que los estudiantes eficientes son aquellos que obtienen $\theta = 1$ y a medida que este valor aumenta significa que el estudiante es más ineficiente (en comparación con los demás). Por tanto, que el coeficiente de la regresión truncada tenga signo negativo implica que la variable explicativa tiene un efecto positivo en la eficiencia (y viceversa).

En la Tabla 11 se muestran los resultados de la regresión truncada considerando las principales variables explicativas de la eficiencia, sin

controles adicionales. De acuerdo a las estimaciones, las dos medidas de involucramiento familiar tienen un impacto significativo y del mismo signo en los puntajes de eficiencia. Podemos observar que un mayor nivel de apoyo emocional de la familia contribuye a la eficiencia o al esfuerzo del estudiante. Vale aclarar que, el coeficiente es relativamente pequeño. Una posible explicación podría ser que, en muchos casos, los padres que perciben que sus hijos no se esfuerzan, no les brindan mayor apoyo. A su vez, las expectativas del estudiante (que se entienden altamente correlacionadas con las expectativas familiares sobre la formación futura del estudiante) tienen aún un mayor impacto en la eficiencia: el coeficiente es mayor y altamente significativo. Por lo tanto, en promedio, aquellos estudiantes que esperan obtener un nivel de educación terciaria o superior son más eficientes o realizan un mayor esfuerzo que aquellos que no esperan obtener el mismo nivel.

Si bien la literatura es concluyente sobre el efecto positivo del involucramiento familiar sobre el rendimiento académico (Banerjee et al., 2007; Islam, 2019; Dizon-Ross, 2019; entre otros), no existe literatura previa que analice como eje central el efecto del involucramiento familiar en la eficiencia individual. Por tanto, estos resultados son novedosos en cuanto a que permiten contrastar si se observa la misma relación que la obtenida con referencia al rendimiento estudiantil en los test.

A continuación, se procedió a incluir otras variables que pueden incidir en el esfuerzo estudiantil, de modo de verificar la robustez de los resultados.

En la Tabla 12 se muestran los resultados incluyendo las variables de control asociadas al estudiante y las características del centro educativo. Cabe destacar, que ambas variables relacionadas con el involucramiento familiar continúan siendo significativas y operan en la misma dirección contribuyendo a aumentar la eficiencia estudiantil.

Entre las variables de control asociadas al estudiante, todas las incluidas son altamente significativas. Entre ellas, la única que contribuye a mejorar la eficiencia es el indicador de qué tanto disfruta leer el estudiante (JOYREAD). Esta variable tiene un impacto positivo y significativo en la eficiencia del estudiante, es decir que cuanto el estudiante más disfruta de la lectura recreativa, es más eficiente. Este resultado está en línea con literatura previa que encuentra que el interés por la lectura tiene un impacto positivo en los resultados académicos (Doneschi, 2012; Kotte et al., 2005).

El resto de las variables individuales tiene un impacto positivo en el índice de eficiencia: es decir lo aleja del nivel óptimo. Por lo tanto, se observa que el hecho de ser mujer parece tener una relación negativa y significativa sobre la eficiencia, dado todo lo demás constante. Si observamos la evidencia empírica encontrada en otros trabajos, podemos decir que esta no es concluyente. Por ejemplo, De Jorge y Santín (2010) encuentran el efecto contrario, las estudiantes del sexo femenino son más eficientes que los del sexo masculino. Mientras que Deutsch et al. (2013), encuentran que, para los estudiantes de Uruguay, el género no tiene efectos significativos en la eficiencia. Por otro lado, los mismos autores encuentran una relación

similar a la hallada en este trabajo para los estudiantes de México y Colombia. También para Colombia, De Jorge et al. (2018) hallan que los estudiantes de sexo femenino son menos eficientes que los del sexo masculino. Estos resultados no son tan contundentes como la relación que hay entre género y resultados académicos. Como mostramos en la sección anterior, la evidencia indica que las mujeres obtienen, en promedio, mejores resultados que los hombres. Si bien los hombres obtienen mejores resultados en las pruebas de matemáticas, la diferencia no es tan significativa como la que hay a favor de las mujeres en las pruebas de lectura.

Si observamos aquellos estudiantes que repitieron un curso, podemos decir que son menos eficientes que los que no lo hicieron. Este resultado está en línea con la literatura (De Jorge y Santín, 2010; Cordero-Ferrera et al., 2010 y Crespo-Cebada et al., 2014). Por su parte, la relación de las variables que indican el nivel educativo alcanzado por la madre puede resultar, a priori, contra-intuitivo. La mayor educación de la madre del estudiante contribuye a aumentar la ineficiencia del estudiante. Una posible explicación a este efecto es que, cuantos más años de educación tiene la madre menos tiempo está en la casa, dado que mayor es la probabilidad de tener un trabajo a tiempo completo. Por consiguiente, esto podría impactar en un menor control en el esfuerzo que realizan los hijos en relación al estudio. Hay que recordar, que estamos estimando el efecto sobre la eficiencia o esfuerzo estudiantil, y no sobre el resultado académico directamente. Por

tanto, aunque los hijos de madres más educadas tienen en media mejores resultados, este resultado indicaría que los estudiantes de madres con menor nivel de estudios se esfuerzan más. La otra variable de contexto familiar tomada en cuenta es el índice elaborado por PISA que indica las posesiones culturales que hay en el hogar del estudiante (CULTOPOSS). Si bien, tiene un impacto negativo y significativo en la eficiencia del estudiante, el mismo es pequeño. En este caso, la lógica podría ser la misma que para el resultado encontrado en relación al nivel educativo de la madre, ya que ambas variables están asociadas positivamente.

En cuanto a las variables de control del tipo de centro educativo, los coeficientes no resultan significativos. Es decir que, vez controlado por el entorno familiar, las diferencias de eficiencia estudiantil entre centros educativos desaparecen. Este resultado está en línea con la literatura internacional. (Perelman y Santín, 2011a, 2011b; Cordero-Ferrera et al. 2010). El hallazgo es especialmente relevante en la comparación entre privado y público, porque se muestra que no hay una especial ganancia de eficiencia asociada a la gestión de este tipo de instituciones, lo cual indicaría que la diferencia en los resultados obtenidos estaría asociada a una mayor dotación inicial de inputs y a un entorno socioeconómico más favorable para el aprendizaje. Cabe recordar que, en la primera etapa no encontramos diferencias significativas en la distribución de la eficiencia entre centros educativos públicos y privados. Ahora, ajustando por otras variables, tampoco se mantiene la diferencia con los centros UTU.

Por último, se tuvo en cuenta como variable de control el apoyo docente percibido por el estudiante (TEACHSUP). Como muestra la Tabla 12, el coeficiente tiene signo positivo y significativo, lo que implica que contribuye a aumentar la ineficiencia del estudiante. Una posible explicación a este efecto es que aquellos estudiantes que perciben recibir más apoyo por parte del docente son los más ineficientes. Es decir, los docentes apoyan a aquellos estudiantes que presentan más dificultades de aprendizaje, que son a su vez, los que tienen mayores problemas para alcanzar su mayor potencial, dados los recursos que tienen a su disposición.

7. CONCLUSIONES.

El principal objetivo de este trabajo es investigar en qué medida los estudiantes de enseñanza media en Uruguay están alcanzando su máximo potencial educativo, y cómo se relaciona el involucramiento familiar con su nivel de esfuerzo (eficiencia educativa). Para ello, se realizó un análisis en dos etapas utilizando las pruebas PISA 2018. Primero, se utilizó un modelo no paramétrico con el fin de estimar la eficiencia estudiantil. Posteriormente, se regresaron los índices de eficiencia sobre dos variables relacionadas con el involucramiento familiar utilizando un modelo de regresión truncada con *bootstrap*. Las principales variables explicativas son el índice de apoyo emocional elaborado por PISA (EMOSUPS) y la expectativa que tiene el estudiante de, como mínimo, culminar la educación terciaria. La regresión incluye también una serie de variables contextuales (como se denominan en la literatura) que operaron como controles, buscando dar robustez a los resultados.

En la primera etapa del trabajo, los resultados arrojaron altos niveles de ineficiencia estudiantil. Solamente el 8,8% de los estudiantes alcanzaron niveles de eficiencia ($\theta = 1$). Respondiendo a la pregunta planteada al comenzar este trabajo, es posible obtener ganancias de eficiencia que permitan a los estudiantes alcanzar mejores resultados educativos, dados los recursos invertidos. En promedio, los estudiantes que realizaron las pruebas PISA 2018 podrían mejorar un 28% los resultados educativos con

los recursos actuales. A su vez, si observamos el índice de eficiencia del tercer cuartil podemos decir que los estudiantes pueden mejorar un 40% los resultados educativos con los recursos actuales.

Si distinguimos entre estudiantes de centros educativos privados y públicos, la mejora potencial se ubica en el 35% y 39% respectivamente. Corregir estas ineficiencias del rendimiento estudiantil, redundaría en resultados educativos muy competitivos dentro del contexto internacional. Por tanto, además de aumentar la inversión en educación (que en términos comparados en Uruguay sigue siendo baja), sería recomendable realizar un mejor uso de los recursos invertidos. En este sentido, es importante no perder de vista que las políticas deberían procurar tanto aumentar los niveles de inversión en educación como mejorar su eficiencia. De hecho, la propia corrección de ineficiencias podría implicar incurrir en mayores gastos: para potenciar el esfuerzo estudiantil es probable que se requieran mayores apoyos docentes, mejoras en infraestructura, entre otras medidas.

En cuanto al análisis de la distribución de los índices de eficiencia por centros educativos, no se encontraron diferencias significativas entre públicos y privados. Sin embargo, las diferencias fueron significativas al comparar los índices de eficiencia de los centros UTU con los públicos y privados (ver Tabla 6 y 7). Cabe destacar que, al realizar la segunda etapa, donde se considera el tipo de centro educativo como variable de control, tanto los centros educativos privados como los públicos y UTU, dejan de tener una incidencia significativa sobre la eficiencia. Así que detrás de estas

ineficiencias, parecerían haber otros mecanismos más que únicamente la lógica de trabajo de cada centro.

En relación a los factores determinantes de la eficiencia, si bien ambos tipos de involucramiento familiar resultaron tener una relación positiva y significativa sobre la eficiencia estudiantil, se destaca el impacto de las expectativas de los estudiantes en el esfuerzo educativo. En este sentido, una posible recomendación de política que procure mejoras en las expectativas estudiantiles puede orientarse a la divulgación y difusión de información que les permita conocer el retorno económico que percibirían de continuar avanzando en el sistema educativo. La mayor información puede contribuir a superar la restricción derivada de que los estudiantes se basan, casi que exclusivamente, en las ganancias de los trabajadores de su entorno para formar sus expectativas. Esto puede llevar a que subestimen los retornos reales de la educación, afectando la decisión de seguir en el sistema educativo. Otra línea de acciones puede buscar acercar a los estudiantes las distintas oportunidades de estudio y sus posibles escenarios de inserción laboral. Otra alternativa es la creación "*role models*", por ejemplo, acercando a los adolescentes la experiencia laboral de profesionales o personas que se desempeñan en diferentes carreras o áreas de actividad: cómo trabajan y qué logros tienen, con quiénes se conectan podría tener un potencial efecto positivo sobre su actitud. Estas recomendaciones propuestas buscan alentar las expectativas y con eso, impulsar a los estudiantes a esforzarse más.

Para finalizar, los resultados obtenidos dejan abiertas varias alternativas de trabajo futuro. En primer término, se podría extender este análisis utilizando la información proporcionada por la evaluación ARISTAS 2018 y comparar los resultados con los obtenidos en el presente trabajo. También sería una interesante línea de trabajo, replicar el estudio incorporando oleadas anteriores de PISA para dimensionar la evolución temporal de la eficiencia estudiantil y explorar si ha habido cambios en la asociación de ésta con el involucramiento familiar. Asimismo, complementando esta línea de investigación, sería relevante avanzar en la discusión de los efectos causales del involucramiento familiar en el esfuerzo educativo. Por último, profundizar en el análisis de las diferencias en la eficiencia estudiantil entre centros educativos, y analizar si éstas se deben a la gestión individual de cada estudiante (lo que en la literatura se conoce como *managerial efficiency*) o a diferencias institucionales inherentes a los modelos educativos bajo los cuales cada estudiante desempeña su actividad (*program efficiency*) podría aportar evidencia relevante para el diseño de políticas públicas.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Aizer, A. (2004). Home alone: Supervision after school and child behavior. *Journal of public economics*, 88(9-10), 1835-1848.
- Aparicio, J., & Santín, D. (2018). A note on measuring group performance over time with pseudo-panels. *European Journal of Operational Research*, 267(1), 227-235.
- Azar, P., Gonzalez Etchebehere, F., & Muinelo Gallo, L. (2018). *The efficiency of Uruguayan secondary schools: Evidence based on PISA 2015 data*.
<https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/handle/20.500.12008/20423>
- Banerjee, A. V., Cole, S., Duflo, E., & Linden, L. (2007). Remedying education: Evidence from two randomized experiments in India. *The Quarterly Journal of Economics*, 122(3), 1235-1264.
- Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1992). Frontier production functions, technical efficiency and panel data: With application to paddy farmers in India. *Journal of productivity analysis*, 3(1), 153-169.
- Bedard, K., & Ferrall, C. (2003). Wage and test score dispersion: Some international evidence. *Economics of education review*, 22(1), 31-43.
- Bessent, A., Bessent, W., Kennington, J., & Reagan, B. (1982). An application of mathematical programming to assess productivity in the Houston independent school district. *Management science*, 28(12), 1355-1367.

- Bessent, A. M., & Bessent, E. W. (1980). Determining the comparative efficiency of schools through data envelopment analysis. *Educational Administration Quarterly*, 16(2), 57-75.
- Blanden, J. (2020). Education and inequality. En *The economics of education* (pp. 119-131). Elsevier.
- Blau, F. D., & Kahn, L. M. (2005). Do cognitive test scores explain higher US wage inequality? *Review of Economics and statistics*, 87(1), 184-193.
- Bogetoft, P., & Otto, L. (2010). *Benchmarking with dea, sfa, and r* (Vol. 157). Springer Science & Business Media.
- Boonk, L., Gijssels, H. J., Ritzen, H., & Brand-Gruwel, S. (2018). A review of the relationship between parental involvement indicators and academic achievement. *Educational Research Review*, 24, 10-30.
- Brennan, S., Haelermans, C., & Ruggiero, J. (2014). Nonparametric estimation of education productivity incorporating nondiscretionary inputs with an application to Dutch schools. *European Journal of Operational Research*, 234(3), 809-818.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.030>
- Camanho, A. S., Varriale, L., Barbosa, F., & Sobral, T. (2021). Performance assessment of upper secondary schools in Italian regions using a circular pseudo-Malmquist index. *European Journal of Operational Research*, 289(3), 1188-1208.

- Card, D. (2001). Estimating the return to schooling: Progress on some persistent econometric problems. *Econometrica*, 69(5), 1127-1160.
- Castro, M., Expósito-Casas, E., López-Martín, E., Lizasoain, L., Navarro-Asencio, E., & Gaviria, J. L. (2015). Parental involvement on student academic achievement: A meta-analysis. *Educational research review*, 14, 33-46.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(78\)90138-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(78)90138-8)
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1981). Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through. *Management science*, 27(6), 668-697.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer science & business media.
- Coleman, J. S. (1966). Equality of educational opportunity (COLEMAN) study (EEOS). *Ann Arbor, MI: Inter-university Consortium for Political and Social Research [distributor]*. Available at <http://www.icpsr.umich.edu/icpsrweb/ICPSR/studies/06389>.
- Cordero-Ferrera, J. M., Crespo Cebada, E., & Pedraja Chaparro, F. (2013). *Rendimiento educativo y determinantes según PISA: Una*

revisión de la literatura en España: Educational achievement and determinants in PISA: A Spanish literature survey.

- Cordero-Ferrera, J. M., Crespo-Cebada, E., & SANTÍN GONZÁLEZ, D. (2010). Factors affecting educational attainment: Evidence from Spanish PISA 2006 Results. *Regional and Sectoral Economic Studies*, 10(3), 55-76.
- Cordero-Ferrera, J. M., Santín, D., & Sicilia, G. (2015). Testing the accuracy of DEA estimates under endogeneity through a Monte Carlo simulation. *European Journal of Operational Research*, 244(2), 511-518.
- Cordero-Ferrera, J. M., Pedraja-Chaparro, F., & Salinas-Jiménez, J. (2008). Measuring efficiency in education: An analysis of different approaches for incorporating non-discretionary inputs. *Applied Economics*, 40(10), 1323-1339.
- Cowan, C. D., Hauser, R. M., Kominski, R. A., Levin, H. M., Lucas, S. R., Morgan, S. L., & Chapman, C. (2012). Improving the measurement of socioeconomic status for the national assessment of educational progress: A theoretical foundation. *National Center for Education Statistics*.
- Crespo-Cebada, E., Pedraja-Chaparro, F., & Santín, D. (2014). Does school ownership matter? An unbiased efficiency comparison for regions of Spain. *Journal of Productivity Analysis*, 41(1), 153-172. <https://doi.org/10.1007/s11123-013-0338-y>

- Cuéllar, A. F. S. (2017). The Efficiency of Education Expenditure in Latin America and Lessons for Colombia. *Revista Desarrollo y Sociedad*. <https://doi.org/10.13043/dys.74.1>
- de Jorge-Moreno, J., Díaz Castro, J., Rodríguez Vega, D. V., & Segura Gutiérrez, J. M. (2018). Análisis de la eficiencia educativa y sus factores explicativos considerando el efecto de la titularidad en Colombia con datos Pisa 2012. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 80, 89-118.
- de Jorge-Moreno, J., & González, D. S. (2010). Determinantes de la eficiencia educativa en la Unión Europea. *Hacienda pública española*, 193, 131-155.
- De Witte, K., & Kortelainen, M. (2013). What explains the performance of students in a heterogeneous environment? Conditional efficiency estimation with continuous and discrete environmental variables. *Applied Economics*, 45(17), 2401-2412.
- De Witte, K. D., & López-Torres, L. (2017). Efficiency in education: A review of literature and a way forward. *Journal of the Operational Research Society*, 68(4), 339-363. <https://doi.org/10.1057/jors.2015.92>.
- Debreu, G. (1951). The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, 19(3), 273-292. <https://doi.org/10.2307/1906814>
- Deprins, D., Simar, L., & Tulkens, H. (2006). Measuring Labor-Efficiency in Post Offices. En P. Chander, J. Drèze, C. K. Lovell, & J. Mintz (Eds.),

Public goods, environmental externalities and fiscal competition (pp. 285-309). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-25534-7> 16

Deutsch, J., Dumas, A., & Silber, J. (2013). Estimating an educational production function for five countries of Latin America on the basis of the PISA data. *Economics of Education Review*, 36, 245-262.

Dizon-Ross, R. (2019). Parents' Beliefs about Their Children's Academic Ability: Implications for Educational Investments. *American Economic Review*, 109(8), 2728-2765. <https://doi.org/10.1257/aer.20171172>

Doneschi, A. (2012). Desigualdad de aprendizajes en Uruguay: Los resultados de PISA 2009. *Investigaciones de economía de la educación [número 7, julio 2012]*, 797-818.

Fan, X., & Chen, M. (2001). Parental involvement and students' academic achievement: A meta-analysis. *Educational psychology review*, 13(1), 1-22.

Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 120(3), 253-281.

Ginsburg, G. S., & Bronstein, P. (1993). Family factors related to children's intrinsic/extrinsic motivational orientation and academic performance. *Child development*, 64(5), 1461-1474.

Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of human Resources*, 351-388.

- Hanushek, E. A. (2020). Education production functions. En *The economics of education* (pp. 161-170). Elsevier.
- Hanushek, E. A., Kain, J. F., Markman, J. M., & Rivkin, S. G. (2003). Does peer ability affect student achievement? *Journal of applied econometrics*, 18(5), 527-544.
- Heckman, J. J., Stixrud, J., & Urzua, S. (2006). The effects of cognitive and noncognitive abilities on labor market outcomes and social behavior. *Journal of Labor economics*, 24(3), 411-482.
- Hoover-Dempsey, K. V., Ice, C. L., & Whitaker, M. C. (2009). Why and how parental involvement in adolescence makes sense. *Families, schools and the adolescent: Connecting research, policy, and practice*, 53-72.
- Houtenville, A. J., & Conway, K. S. (2008). Parental effort, school resources, and student achievement. *Journal of Human resources*, 43(2), 437-453.
- INEEd (2020). *Aristas 2018. Informe de resultados de tercero de educación media*. Montevideo: INEEd.
- Islam, A. (2019). Parent–teacher meetings and student outcomes: Evidence from a developing country. *European Economic Review*, 111, 273-304. <https://doi.org/10.1016/j.euroecorev.2018.09.008>
- Johnes, J. (2004). 16 Efficiency measurement. *International handbook on the economics of education*, 613.

- Johnes, J. (2015). Operational research in education. *European Journal of Operational Research*, 243(3), 683-696.
- Kadhiravan, S. (2011). Influence of Family Environment on the Students' Use of Self-Regulated Learning Strategies. *Journal on Educational Psychology*, 5(1), 39-47.
- Koopmans, T. C. (1951). An analysis of production as an efficient combination of activities. *Activity analysis of production and allocation*.
- Kotte, D., Lietz, P., & Lopez, M. M. (2005). Factors Influencing Reading Achievement in Germany and Spain: Evidence from PISA 2000. *International Education Journal*, 6(1), 113-124.
- Kraft, M. A., & Rogers, T. (2015). The underutilized potential of teacher-to-parent communication: Evidence from a field experiment. *Economics of Education Review*, 47, 49-63.
- Levin, H. M. (1974). Measuring efficiency in educational production. *Public Finance Quarterly*, 2(1), 3-24.
- Lochner, L. (2004). Education, work, and crime: A human capital approach. *International Economic Review*, 45(3), 811-843.
- Lochner, L. (2020). Education and crime. En *The economics of education* (pp. 109-117). Elsevier.
- Lucas Jr, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of monetary economics*, 22(1), 3-42.

- McCarty, T. A., & Yaisawarng, S. (1993). Technical efficiency in New Jersey school districts. *The measurement of productive efficiency: Techniques and applications*, 271-287.
- Mergoni, A., & De Witte, K. (2021). Policy evaluation and efficiency: A systematic literature review. *International Transactions in Operational Research*.
- Mincer, J. (1958). Investment in human capital and personal income distribution. *Journal of political economy*, 66(4), 281-302.
- OCDE. (2016) PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education. PISA, Paris: OECD Publishing.
- OCDE. (2019). *PISA 2018 Results (Volume III): What School Life Means for Students' Lives*. OCDE. <https://doi.org/10.1787/acd78851-en>
- Oreopoulos, P., & Petronijevic, U. (2013). Making college worth it: A review of research on the returns to higher education. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, w19053.
- Oreopoulos, P., & Salvanes, K. G. (2011). Priceless: The nonpecuniary benefits of schooling. *Journal of Economic perspectives*, 25(1), 159-184.
- Perelman, S., & Santín, D. (2011a). Imposing monotonicity on outputs in parametric distance function estimations. *Applied Economics*, 43(30), 4651-4661.
- Perelman, S., & Santín, D. (2011b). Measuring educational efficiency at student level with parametric stochastic distance functions: An

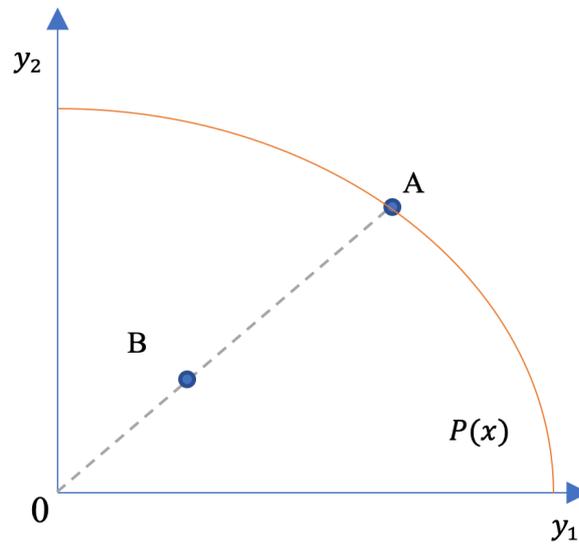
- application to Spanish PISA results. *Education economics*, 19(1), 29-49.
- Peri, A., Sánchez-Núñez, M.-H., Silveira, A., & Sotelo-Rico, M. (2016). Lo que PISA nos mostró: Claroscuros de la participación de Uruguay a lo largo de una década. *RELIEVE. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 22(1), 1-15.
- Portela, M. C. S., Camanho, A. S., & Borges, D. (2012). Performance assessment of secondary schools: The snapshot of a country taken by DEA. *Journal of the Operational Research Society*, 63(8), 1098-1115. <https://doi.org/10.1057/jors.2011.114>
- Ray, S. C. (1991). Resource-use efficiency in public schools: A study of Connecticut data. *Management science*, 37(12), 1620-1628.
- Romer, P. M. (1990). Capital, labor, and productivity. *Brookings papers on economic activity. Microeconomics*, 1990, 337-367.
- Roy, M., & Giraldo-García, R. (2018). The Role of Parental Involvement and Social/Emotional Skills in Academic Achievement: Global Perspectives. *School Community Journal*, 28(2), 29-46.
- Salazar Cuéllar, A. F. (2014). The efficiency of education expenditure in Latin America and lessons for Colombia. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 74, 19-67.
- Santín, D., & Sicilia, G. (2015). Measuring the efficiency of public schools in Uruguay: Main drivers and policy implications. *Latin American Economic Review*, 24(1), 1-28.

- Schleicher, A. (2019). PISA 2018: Insights and Interpretations. *OCDE Publishing*.
- Schlotter, M., Schwerdt, G., & Woessmann, L. (2011). Econometric methods for causal evaluation of education policies and practices: A non-technical guide. *Education Economics*, 19(2), 109-137.
- Simar, L., & Wilson, P. W. (2007). Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. *Journal of econometrics*, 136(1), 31-64.
- Sirin, S. R. (2005). Socioeconomic status and academic achievement: A meta-analytic review of research. *Review of educational research*, 75(3), 417-453.
- Thanssouli, E. (1999). Setting achievement targets for school children. *Education Economics*, 7(2), 101-119.
- Todd, P. E., & Wolpin, K. I. (2007). The production of cognitive achievement in children: Home, school, and racial test score gaps. *Journal of Human capital*, 1(1), 91-136.
- Tulkens, H. (1986). The Performance Approach in Public Enterprise Economics: *Annals of Public and Cooperative Economics*, 57(4), 429-444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8292.1986.tb01937.x>
- Tulkens, H. (2006). On FDH efficiency analysis: Some methodological issues and applications to retail banking, courts and urban transit. In *Public goods, environmental externalities and fiscal competition* (pp. 311-342). Springer.

- Waldo, S. (2007). On the use of student data in efficiency analysis—
Technical efficiency in Swedish upper secondary school. *Economics of Education Review*, 26(2), 173-185.
- Wells, R. S., Lynch, C. M., & Seifert, T. A. (2011). Methodological options and their implications: An example using secondary data to analyze Latino educational expectations. *Research in Higher Education*, 52(7), 693-716.
- Wilder, S. (2014). Effects of parental involvement on academic achievement: A meta-synthesis. *Educational Review*, 66(3), 377-397.
- Worthington, A. C. (2001). An empirical survey of frontier efficiency measurement techniques in education. *Education economics*, 9(3), 245-268.
- Xue, M., & Harker, P. T. (1999). Overcoming the inherent dependency of DEA efficiency scores: A bootstrap approach. *Unpublished Working Paper, Wharton Financial Institutions Center, University of Pennsylvania*.

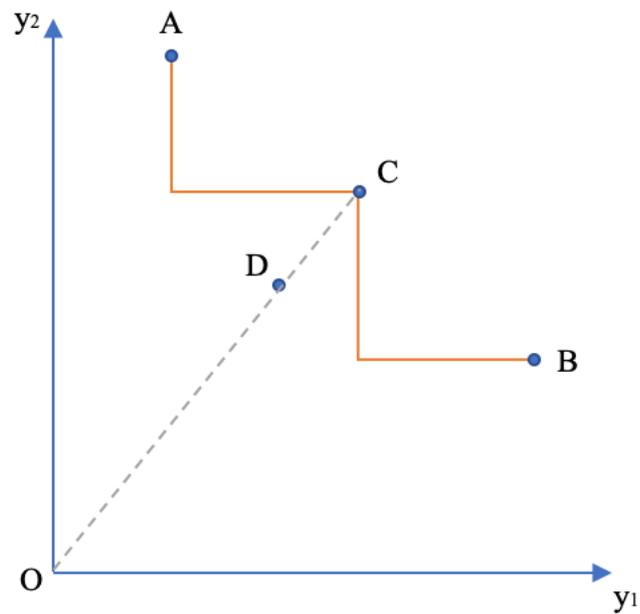
9. ANEXO.

Figura 1: El concepto de eficiencia técnica.



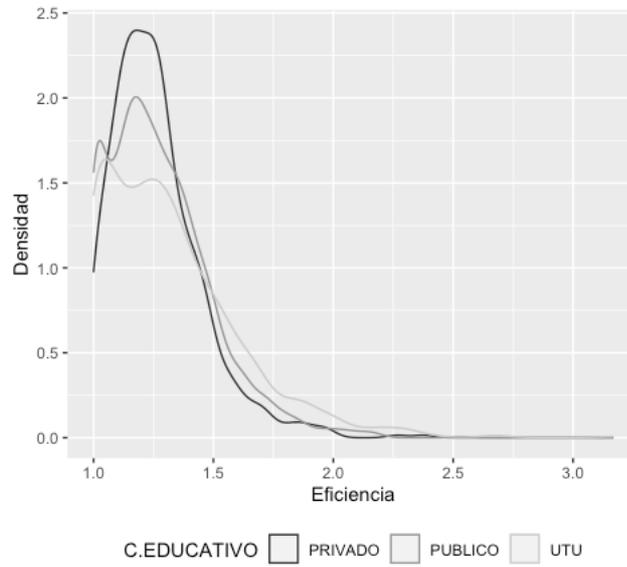
Fuente: Elaboración propia.

Figura 2: Frontera de producción del modelo FDH.



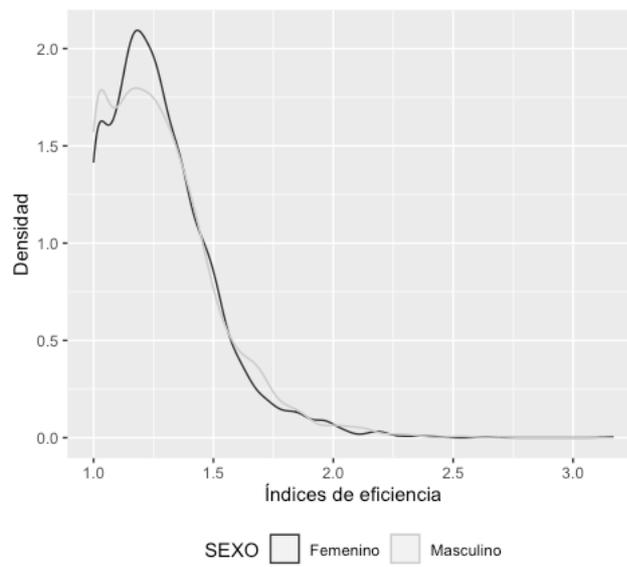
Fuente: Elaboración propia.

Figura 3. Distribución del índice de eficiencia según tipo de centro educativo.



Fuente: elaboración propia

Figura 4. Distribución del índice de eficiencia según género.



Fuente: elaboración propia

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de los outputs e inputs utilizados en la primera etapa, según tipo de centro educativo.

TIPO DE CENTRO EDUCATIVO				
	PRIVADO	PÚBLICO	Educación técnica (UTU)	TOTAL
	(N=693)	(N=3285)	(N=941)	(N=4919)
MATEMATICAS				
Media (DS)	473 (69,8)	415 (72,4)	369 (77,5)	415 (78,8)
Mediana [Min; Max]	473 [257; 632]	416 [179; 650]	364 [170; 627]	415 [170; 650]
LECTURA				
Media (DS)	486 (81,5)	428 (87,0)	369 (86,9)	425 (92,6)
Mediana [Min; Max]	487 [215; 691]	428 [190; 693]	361 [159; 640]	425 [159; 693]
ESCS				
Media (DS)	7,01 (0,954)	5,82 (1,05)	5,46 (1,00)	5,92 (1,13)
Mediana [Min; Max]	7,12 [3,59; 9,05]	5,77 [2,33; 9,23]	5,40 [3,10; 8,62]	5,83 [2,33; 9,23]
ESCS.PROM				
Media (DS)	7,01 (0,563)	5,81 (0,485)	5,46 (0,423)	5,91 (0,672)
Mediana [Min; Max]	7,18 [5,50; 7,76]	5,82 [4,03; 7,47]	5,49 [4,17; 6,61]	5,81 [4,03; 7,76]
EDUSHORT				
Media (DS)	4,95 (0,504)	3,67 (1,14)	3,57 (0,998)	3,83 (1,14)
Mediana [Min; Max]	4,91 [3,46; 5,38]	3,56 [1,00; 5,38]	3,56 [1,00; 5,38]	3,86 [1,00; 5,38]
PROATCE				
Mean (DS)	0,570 (0,182)	0,615 (0,213)	0,397 (0,194)	0,567 (0,222)
Median [Min; Max]	0,603 [0,2; 0,952]	0,652 [0; 1,00]	0,432 [0; 0,86]	0,594 [0; 1,00]

Nota: DS= "Desvío Standard". ESCS = al índice de contexto socio económico familiar elaborado por PISA; ESCS.PROM = índice promedio a nivel de centro educativo; EDUSHORT = índice que elabora PISA y mide la escasez de material educativo en el centro educativo; PROATCE = proporción de docentes certificados en los centros educativos. Fuente: Elaboración propia en base a datos de PISA 2018.

Tabla 2: Análisis de correlaciones entre inputs y outputs.

	Matemáticas	Lectura	ESCS	PROM.ESCS	EDUSHORT	PROATCE
Matemáticas	1.00	0.86	0.42	0.52	0.20	0.14
Lectura	0.86	1.00	0.40	0.50	0.17	0.15
ESCS	0.42	0.40	1.00	0.59	0.19	0.10
PROM.ESCS	0.52	0.50	0.59	1.00	0.32	0.16
EDUSHORT	0.20	0.17	0.19	0.32	1.00	0.00
PROATCE	0.14	0.15	0.10	0.16	0.00	1.00

Fuente: Elaboración propia en base a datos de PISA 2018.

Tabla 3. Estadísticas descriptivas de las variables contextuales utilizadas en la segunda etapa.

	TIPO DE CENTRO EDUCATIVO			
	PRIVADO (N=527)	PÚBLICO (N=1947)	TÉCNICO (N=449)	TOTAL (N=2923)
EMOSUPS				
Media (DS)	0,147 (1,04)	0,0310 (1,04)	-0,84 (1,06)	0,0188 (1,05)
Mediana [Min; Max]	0,64 [-2,45; 1,03]	0,22 [-2,45; 1,03]	-0,66 [-2,45; 1,03]	0,22 [-2,45; 1,03]
EXPECTATIVAS				
Media (DS)	0,79 (0,407)	0,60 (0,489)	0,33 (0,470)	0,60 (0,491)
Mediana [Min; Max]	1,00 [0; 1,00]	1,00 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	1,00 [0; 1,00]
MUJER				
Media (DS)	0,558 (0,497)	0,592 (0,492)	0,381 (0,486)	0,553 (0,497)
Mediana [Min; Max]	1,00 [0; 1,00]	1,00 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	1,00 [0; 1,00]
REPEAT				
Media (DS)	0,0740 (0,262)	0,249 (0,432)	0,459 (0,499)	0,249 (0,433)
Mediana [Min; Max]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]
JOYREAD				
Media (DS)	0,301 (1,09)	0,408 (1,01)	0,176 (0,841)	0,353 (1,00)
Mediana [Min; Max]	0,198 [-1,97; 2,61]	0,269 [-2,30; 2,66]	0,0797 [-1,79; 2,61]	0,198 [-2,30; 2,66]
CULTPOSS				
Mean (SD)	0,075 (0,986)	-0,426 (0,991)	-0,577 (0,927)	-0,359 (1,00)
Median [Min; Max]	0,031 [-1,87; 1,95]	-0,421 [-1,90; 2,05]	-0,637 [-1,87; 1,95]	-0,405 [-1,90; 2,05]
EDUMADRE.PRI				
Media (DS)	0,0550 (0,228)	0,206 (0,405)	0,278 (0,449)	0,190 (0,392)
Mediana [Min; Max]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]
EDUMADRE.CB				
Media (DS)	0,112 (0,316)	0,244 (0,430)	0,252 (0,434)	0,222 (0,415)
Mediana [Min; Max]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]
EDUMADRE.SEC				
Media (DS)	0,300 (0,459)	0,323 (0,468)	0,265 (0,442)	0,310 (0,462)
Mediana [Min; Max]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]
EDUMADRE.UNI				
Media (DS)	0,533 (0,499)	0,227 (0,419)	0,205 (0,404)	0,279 (0,448)
Mediana [Min; Max]	1,00 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]	0 [0; 1,00]
TEACHSUP				
Media (DS)	0,168 (0,989)	0,263 (0,925)	0,305 (0,942)	0,252 (0,940)
Mediana [Min; Max]	0,238 [-2,71; 1,31]	0,298 [-2,71; 1,31]	0,349 [-2,74; 1,31]	0,298 [-2,74; 1,31]

Nota: EMOSUPS= involucramiento familiar; EXPECTATIVAS = 1 si el estudiante espera obtener educación terciaria o superior; MUJER = 1 si el estudiantes es del sexo femenino; REPEAT = 1 si repitió algún curso; JOYREAD = disfruta la lectura recreativa; CULTPOSS = bienes culturales en el hogar; EDUMADRE.PRI = 1 si la madre tiene educación primaria completa o menos; EDUMADRE.CB = 1 si la madre tiene completo hasta ciclo básico; EDUMADRE.SEC = 1 si la madre tiene completo hasta secundaria completa; EDUMADRE.UNI

= 1 si la madre tiene estudios universitario o más; TEACHSUP = apoyo de los profesores percibido por el estudiante. Fuente: Elaboración propia en base a datos de PISA 2018.

Tabla 4. Distribución de estudiantes por rango de eficiencia

FDH muestra completa		
N = 4919		
Score de eficiencia	Nro de estudiantes	% de la muestra
$\theta = 1,0$	431	8,8
$1,0 < \theta \leq 1,1$	679	13,8
$1,1 < \theta \leq 1,2$	955	19,4
$1,2 < \theta \leq 1,3$	906	18,4
$1,3 < \theta \leq 1,5$	1235	25,1
$1,5 < \theta \leq 2,0$	655	13,3
$2,0 < \theta \leq 5,0$	58	1,2

Fuente: Elaboración propia en base a datos de PISA 2018

Tabla 5. Estadísticas descriptivas para scores de eficiencia de primer etapa

Mínimo	1,00
1er cuartil	1,12
Mediana	1,25
Media	1,28
Desvio standar	0,23
3er cuartil	1,40
Máximo	3,17

Fuente: Elaboración propia en base a datos de PISA 2018

Tabla 6: Resultados de eficiencia según centro educativo y sexo

	1er Cuartil	Media (SD)	Mediana [Min; Max]	3er Cuartil
CENTRO EDUCATIVO				
PRIVADO (N=693)	1,13	1,26 (0,190)	1,23 [1,00; 2,38]	1,35
PÚBLICO (N=3285)	1,12	1,28 (0,217)	1,24 [1,00; 2,54]	1,39
UTU (N=941)	1,09	1,32 (0,287)	1,26 [1,00; 3,17]	1,46
SEXO				
FEMENINO (N=2557)	1,12	1,28 (0,236)	1,25 [1,00; 2,70]	1,39
MASCUINO (N=2362)	1,11	1,28 (0,223)	1,24 [1,00; 3,17]	1,41

Tabla 7: Test Mann-Whitney entre centros educativos - p-value.

CENTRO ED.	PÚBLICO	PRIVADO	UTU
PÚBLICO	-	0,45	0,03*
PRIVADO		-	0,03*

Significación: *** 0,001 - ** 0,01 - * 0,05 - . 0,1

Tabla 8 Resultados en las pruebas PISA 2018 según sexo.

SEXO	Matemáticas		Lectura	
	Media (DS)	Mediana [Min; Max]	Media (DS)	Mediana [Min; Max]
MASCULINO	420 (81,3)	419 [179; 650]	414 (95,2)	412 [159; 693]
FEMENINO	410 (76,1)	411 [170; 630]	435 (89,0)	436 [159; 691]

Fuente: Elaboración propia en base a PISA 2018

Tabla 9: Variables contextuales según índice de eficiencia

Variable Contextual	Cuartil según índice de eficiencia	
	Primer cuartil (n=885)	Tercer cuartil* (n=1199)
EMOSUPS		
Media (DS)	0,035 (1,02)	-0,16 (1,12)
Mediana [Min; Max]	0,22 [-2,45; 1,03]	-0,64 [-2,45; 1,03]
EXPECTATIVAS		
	63%	34%

*La variable EMOSUPS cuenta con un 39,4% de missing para los estudiantes del tercer cuartil. DS = desvío estandar. Fuente: Elaboración propia a partir de PISA 2018.

Tabla 10. Índices de eficiencia de primer y segunda etapa.

Score de eficiencia	FDH muestra completa		FDH muestra reducida	
	N	%	N	%
0 = 1,0	431	8,8	348	11,91
1,0 < θ ≤ 1,1	679	13,8	480	16,42
1,1 < θ ≤ 1,2	955	19,4	612	20,94
1,2 < θ ≤ 1,3	906	18,4	562	19,23
1,3 < θ ≤ 1,5	1235	25,1	648	22,17
1,5 < θ ≤ 2,0	655	13,3	257	8,79
2,0 < θ ≤ 5,0	58	1,2	16	0,55

Fuente: Elaboración propia en base a PISA 2018

Tabla 11: Segunda etapa sin controles.

	Estimación	Std. Error	t-value	Pr(> t)		Cota inferior	Cota superior
(Intercepto)	0,844	0,067	12,534	< 0,001	***	0,6681	1,0322
EMOSUPS	-0,037	0,016	-2,300	0,021	*	-0,0721	-0,0018
EXPECTATIVAS	-0,370	0,046	-8,101	< 0,001	***	-0,4776	-0,2574
sigma	0,423	0,023	18,067	< 0,001	***	0,3581	0,4857

Modelo de regresión truncada a la izquierda en el valor 1. Se realizaron 1500 bootstrap para elaborar el intervalo de confianza de la estimación. En las dos últimas columnas de la tabla se encuentra la cota inferior y superior del intervalo.

Nota: significación **** 0,001; *** 0,01; ** 0,05; . 0,1. Fuente: Elaboración propia en base a PISA 2018

Tabla 12. Segunda etapa con controles individuales y a nivel de centro educativo.

	Estimación	Std. Error	t-value	Pr(> t)		Cota inferior	Cota superior
(Intercepto)	0,629	0,061	10,288	<0,001	***	0,468	0,785
EMOSUPS	-0,024	0,010	-2,261	0,024	*	-0,046	-0,002
EXPECTATIVAS	-0,196	0,026	-7,436	0,000	***	-0,250	-0,143
REPEAT	0,365	0,031	11,820	<0,001	***	0,288	0,446
MUJER	0,178	0,025	7,106	0,000	***	0,124	0,232
JOYREAD	-0,128	0,014	-9,074	<0,001	***	-0,158	-0,100
EDUMADRE.CB	0,153	0,037	4,120	0,000	***	0,069	0,236
EDUMADRE.SEC	0,264	0,037	7,134	0,000	***	0,184	0,345
EDUMADRE.UNI	0,357	0,041	8,792	<0,001	***	0,264	0,453
CULTPOSS	0,044	0,012	3,603	0,000	***	0,020	0,068
PRIVADO	0,037	0,031	1,205	0,228		-0,015	0,088
UTU	-0,021	0,030	-0,699	0,485		-0,089	0,047
TEACHSUP	0,041	0,012	3,428	0,001	***	0,017	0,066
sigma	0,327	0,013	25,849	<0,001	***	0,294	0,363

Modelo de regresión truncada a la izquierda en el valor 1. Se realizaron 1500 bootstrap para elaborar el intervalo de confianza de la estimación. En las dos últimas columnas de la tabla se encuentra la cota inferior y superior del intervalo.

Nota: significación **** 0,001; *** 0,01; ** 0,05; . 0,1. Fuente: Elaboración propia en base a PISA 2018