



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY

maestría  
ciencias  
cognitivas

Histéresis en tareas de entrenamiento del Sistema Numérico  
Aproximado:  
relación con el aprendizaje de la matemática simbólica

Lic. Nadir Díaz Simón

Maestría en Ciencias Cognitivas  
Facultad de Ciencias - Facultad de Ingeniería - Facultad de Psicología  
Universidad de la República

Montevideo - Uruguay  
Octubre de 2021



UNIVERSIDAD  
DE LA REPÚBLICA  
URUGUAY

maestría  
ciencias  
cognitivas

Histéresis en tareas de entrenamiento del Sistema Numérico  
Aproximado:  
relación con el aprendizaje de la matemática simbólica

Lic. Nadir Díaz Simón

Tesis de Maestría presentada al Programa de Posgrado en Ciencias Cognitivas, Facultad de Ciencias de la Universidad de la República, como parte de los requisitos necesarios para la obtención del título de Magíster en Ciencias Cognitivas.

Tutor:

Dr. Alejandro Maiche Marini

Cotutor:

Dr. Ignacio Cervieri Lores

Montevideo - Uruguay

Octubre de 2021

Díaz Simón, Nadir

Histéresis en tareas de entrenamiento del Sistema Numérico Aproximado: su relación con el aprendizaje de la matemática simbólica/ Nadir Díaz Simón. – Montevideo: Universidad de la República, Facultad de Ciencias, 2021.

xiii, 124 p.; 29, 7 cm.

Tutor:

Alejandro Maiche Marini

Cotutor:

Ignacio Cervieri Lores

Tesis de Maestría – Universidad de la República,  
Programa en Ciencias Cognitivas, 2021.

Referencias bibliográficas: p. 84-107.

1. Cognición Numérica, 2. Sistema Numérico Aproximado, 3. Histéresis, 4. Desempeño Matemático  
I. Maiche, Alejandro *et al.* II. Universidad de la República, Programa de Posgrado en Ciencias Cognitivas. III. Título.

INTEGRANTES DEL TRIBUNAL DE DEFENSA DE TESIS

---

Dr. Prof. Juan Carlos Valle Lisboa

---

Dra. Prof. Vivian Reigosa

---

Dr. Prof. Camilo Gouet

Montevideo - Uruguay  
Octubre de 2021

# Agradecimientos

Mi proceso de crecimiento va mucho más allá del producto académico que les presento a continuación. A los responsables de este viaje y a los compañeros de camino, nunca seré capaz de expresar cuán agradecido les estoy y estaré siempre. Las siguientes palabras son un intento a medias.

A mis tutores. A Ale, que tal como el conejo blanco de Alicia, siempre corriendo, llegando tarde, se empeñó en hacerme levantar de donde estaba sentado y mostrarme que había un camino, menos tranquilo, pero mucho más largo. Por cada segundo que le robaste al reloj para dedicarle a este empeño, por la decisión expresa de compartir, por dejarme ser parte de los proyectos más quijotescos, por contagiarme de tu preocupación con la realidad educativa, por la cercanía.

A Nacho, la Oruga Azul de este viaje. Por tu profunda habilidad para, con tan solo una pregunta corta, hacerme tambalear muchas ideas que yo creía estaban sobre bases sólidas. Por tu capacidad para mediar entre las ideas de Ale y mis testarudeces. Por dejarme caminar sabiendo que dirías “te lo dije”.

A la Agencia Nacional de Investigación e Innovación y a la Comisión Académica de Posgrado por el apoyo a la formación de las y los jóvenes profesionales del país.

A la familia de los CICEA inestable, a Dahi, Dino, Anaclara, Andres, Victor y Bruno, sin ustedes el camino hubiese sido mucho más difícil.

A los CogNums. A Fran, más que por las innumerables ayudas técnicas, por estar siempre atento y disponible con las mejores ganas. A Lu, por mostrarme cómo se aterrizan mis modelos y teorías en la realidad de la escuela.

A Cami y a Sole, por todo el apoyo con Lexiland.

A Jenny Wang y Darko Odic por su ayuda en la generación de los estímulos de la Tarea de Manipulación de este estudio.

A Daniel Ansari, por permitir el uso y traducción del *Numeracy Screener*, por sus ideas sobre el futuro de esta investigación.

A Alexandra Elbakyan, por asumir los riesgos para que personas como yo intenten hacer ciencia de primer nivel.

A mi familia, extrañarlos cada día y saber de los tantos momentos que me pierdo de sus vidas ha sido el mayor precio que he pagado por la decisión de volar fuera del nido. A mis padres, que aún hoy sigo creyendo que, si hubiese tenido la oportunidad de escogerlo, no hubiese hecho tan buena elección. A los viejos, su salud y sus sonrisas son lo que me tranquilizan el alma. A mis tatas, esos seres de luz de los que vivo orgulloso y me dejan ver un futuro más colorido.

A Erika, por decidir compartir y construir este proyecto, por permitirme que crezcamos juntos, porque hoy soy mejor persona. Por darme luz en los momentos que todo parece muy oscuro. Por regalarme otra familia. Por Maggie.

## RESUMEN

Desde edades tempranas, los humanos tenemos acceso al Sistema Numérico Aproximado (SNA), que permite un sentido preverbal, intuitivo y aproximado de las cantidades. Varias evidencias muestran la emergencia de una relación funcional entre las diferencias individuales de la precisión del SNA y el desempeño matemático, pero la naturaleza correlacional de los estudios y resultados contradictorios no permiten esclarecer la naturaleza de esta relación.

En esta tesis se presentan los resultados de una intervención cognitiva con un diseño pre-post, que tiene el objetivo de evaluar el efecto de histéresis en la modulación del desempeño en una tarea de comparación no simbólica y aproximada de cantidades, así como el eventual efecto de transferencia en el desempeño matemático simbólico. Participaron en este estudio ciento veintiocho alumnos del último nivel de Educación Inicial y de Primer Grado de Educación Primaria.

Los resultados muestran un efecto de histéresis en el Tiempo de Reacción y en índices de eficiencia para los alumnos del Primer Grado, pero no se encontró efecto de transferencia en habilidades matemáticas simbólicas. Estos resultados plantean varias líneas de debate para esclarecer la naturaleza de la relación entre ambos procesos que pueden aportar a un desarrollo en esta discusión.

Palabras claves:

Cognición numérica, Sistema Numérico Aproximado, histéresis, desempeño matemático

## ABSTRACT

From an early age, humans have access to the Approximate Number System (ANS), which allows a preverbal, intuitive, and approximate sense of quantities. Several pieces of evidence show the emergence of a functional relationship between individual differences in ANS accuracy and mathematical performance, but the correlational nature of the studies and contradictory results do not allow us to clarify the nature of this relationship.

In the present thesis, we present the results of a cognitive intervention with a pre-post design, which aims to evaluate the hysteresis effect in modulating performance in a non-symbolic and approximate quantity comparison task and the subsequent transfer effect on symbolic mathematical performance. One hundred and twenty-eight students from senior kindergarten and first grade of elementary school participated in this study.

The results show a hysteresis effect in Reaction Time and efficiency index for First Grade, but no transfer effect to symbolic mathematical abilities was found. These results raise several lines of debate to clarify the nature of the relationship between the two processes that can contribute to developing this discussion.

Key words:

Numerical Cognition, Approximate Number System, hysteresis, mathematical performance

# Lista de abreviaturas

**AA:** Aritmética Aproximada

**CAC:** Comparación Aproximada de Cantidades

**CCI:** Coeficiente de Correlación Intraclase

**DP:** Condición Difícil Primero

**ED:** Efecto Distancia

**EI:** Educación Inicial

**EP:** Educación Primaria

**ET:** Efecto Tamaño

**FP:** Condición Fácil Primero

**OTS:** Sistema de Seguimiento de Objetos (OTS, del inglés *Object Tracking System*)

**PA:** Condición Presentación Aleatoria

**SIP:** Surco Intraparietal

**SNA:** Sistema Numérico Aproximado

**SNARC:** Asociación espacial-numérica de códigos de respuesta (del inglés *Spatial-numerical association of response codes*)

**w:** Fracción de Weber

## Lista de Figuras

2.1. Representación esquemática de la activación en la LNM con una organización de las numerosidades de forma logarítmica .....	16
3.1. Prueba cronometrada de papel y lápiz de comparación de Magnitudes no simbólicas .....	34
3.2. Representación esquemática de la Tarea de manipulación del SNA .....	36
3.3. Diseño general del estudio .....	38
3.4. Muerte muestral y sesgos potenciales en dependencia del tamaño de la muestra: sus particularidades en el presente estudio.....	39
3.5. Prueba de papel y lápiz para evaluar comparación de magnitudes .....	41
3.6. Tareas de procesamiento y manipulación de símbolos numéricos de la Prueba Uruguaya de Matemáticas .....	42
3.7. Ejemplo de ensayos de conciencia fonológica de Lexiland.....	43
4.1. Rendimiento en las tareas de comparación aproximada, comparación simbólica, habilidades matemáticas y conciencia fonológica en la evaluación pre-test. (a) Nivel 5 de educación inicial. (b) Primer grado de educación primaria .....	47
4.2. Proporción de respuestas correctas en las modalidades de ejecución de la tarea de CAC segmentadas por Condición Experimental.....	51
4.3. Proporción de respuestas correctas en la tarea de Manipulación de SNA segmentada por Grado y Condición.....	52
4.4. Tiempo de reacción (en milisegundos) en la tarea de Manipulación de SNA segmentado por Grado y Condición.....	53
4.5. Eficiencia en la tarea de Manipulación de SNA segmentado por Grado y Condición .....	54
4.6. Proporción de respuestas correctas en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición.....	56
4.7. Tiempo de reacción en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición.....	57
4.8. Eficiencia en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición. ....	58
4.9. Efecto de congruencia en la tarea de manipulación del SNA por grado.....	59
4.10. Mejoras estandarizadas de comparación aproximada, comparación simbólica, habilidades matemáticas y conciencia fonológica. (a) Nivel 5 de educación inicial. (b) Primer grado de educación primaria.....	72
5.1. Duración de la intervención en los estudios de entrenamiento del SNA. ....	81

# Lista de Tablas

3.1. Descripción de la muestra segmentada por Grado y condición experimental. ....	38
4.1. Estadísticos descriptivos de tendencia central, dispersión y distribución de las pruebas en la evaluación pre-test segmentados por grado y condición.....	48
4.2. Media, desviación estándar y prueba T para muestras independientes en las medidas de rendimiento en la Tarea de Manipulación del SNA segmentadas por Grado y Condición.....	55
4.3. Estadísticos descriptivos de tendencia central, dispersión y distribución de las pruebas en la evaluación post-test segmentados por grado y condición. ....	61
4.4. Media, desviación estándar y prueba T para muestras independientes en las medidas de mejora estandarizada segmentadas por Grado y Condición.....	72
A.1. Sistematización de estudios de entrenamiento de habilidades de cuantificación aproximada ....	109
A2. Descripción de los estímulos de la Tarea de Manipulación del Sistema Numérico Aproximado.....	116

# Tabla de Contenidos

<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	1
1.1. Organización de la tesis .....	4
1.2. Contexto de la tesis .....	5
<b>Capítulo 2. Fundamentos teóricos</b> .....	8
2.1. Sistemas nucleares del procesamiento de información numérica .....	9
2.1.1. Sistema de Seguimiento de Objetos .....	13
2.1.2. Sistema Numérico Aproximado .....	14
2.2. Adquisición de símbolos numéricos .....	18
2.2.1. Relación entre el SNA y el desempeño matemático .....	21
2.3. Histéresis en tareas del SNA .....	27
2.4. Presente Estudio .....	29
<b>Capítulo 3. Materiales y métodos</b> .....	31
3.1. Objetivos: .....	31
3.2. Hipótesis: .....	31
3.3. Estudio Piloto .....	31
3.3.1. Participantes .....	32
3.3.2. Instrumentos .....	32
3.4. Presente estudio .....	36
3.4.1. Participantes .....	37
3.4.2. Consideraciones éticas .....	39
3.4.3. Instrumentos .....	40
3.5. Análisis de datos .....	45
<b>Capítulo 4. Resultados</b> .....	46
4.1. Evaluación pre-test: línea base .....	46
4.1.1 Comprobación de estándares de la asignación a condiciones experimentales a través del Ensayo Controlado Aleatorizado .....	49
4.2. Tarea de manipulación de la precisión del SNA: efecto de histéresis .....	50
4.2.1. Efecto de la modalidad de ejecución de la Tarea de Manipulación del SNA .....	50
4.2.2. Efecto de histéresis en medidas de rendimiento de la Tarea de Manipulación del SNA .....	51
4.2.3. Efecto de la edad en las medidas de rendimiento .....	55
4.2.4. Efecto de congruencia .....	58
4.3. Evaluación Post-test: efecto de transferencia .....	59
<b>Capítulo 5. Discusión</b> .....	74

<b>Capítulo 6</b> .....	83
<b>Referencias Bibliográficas</b> .....	84
<b>Apéndices</b> .....	109
Apéndice 1 Sistematización de estudios de entrenamiento de habilidades de cuantificación aproximada.....	108
Apéndice 2 Descripción de los estímulos de la Tarea de Manipulación del Sistema Numérico Aproximado.....	116
<b>Anexos</b> .....	11722
Anexo 1: Aval del Comité de Ética de la Facultad de Psicología.....	123
Anexo 2: Hoja de Información .....	124
Anexo 3: Consentimiento Informado para padres, madres o tutores .....	125

# Capítulo 1

## Introducción

“En la escuela primaria, nuestros niños aprenden matemática moderna con el cerebro que inicialmente estaba diseñado para la supervivencia en la sabana africana”  
Stanislas Dehaene

Las sociedades contemporáneas exigen a los sujetos el procesamiento de gran cantidad de información con contenido numérico en su vida diaria. Muchas de nuestras decisiones cotidianas están basadas en la manipulación de símbolos numéricos arábigos que representan cantidad, tiempo, distancias y temperatura. Es esta una de las razones por las que el desarrollo de competencias matemáticas constituye un objetivo central de los sistemas educativos a nivel mundial (Cohen Kadosh & Dowke, 2015), especialmente a edades tempranas. Evidencias de estudios de metaanálisis de investigaciones longitudinales han demostrado que las habilidades tempranas en matemáticas desarrolladas al inicio de la educación primaria resultan ser el predictor más potente del aprendizaje escolar posterior (Duncan et al., 2007).

La cognición numérica es la subdisciplina de las ciencias cognitivas que estudia las bases cognitivas, neurales y del desarrollo del procesamiento, asimilación y manipulación de la información relativa a las cantidades (Aremu & Taiwo, 2014; Sella, Hartwright & Cohen Kadosh, 2018) en sistemas biológicos y artificiales. El número de investigaciones sobre los mecanismos neurocognitivos que subyacen al procesamiento de estímulos con información de cantidad ha tenido un gran aumento en los últimos años (Cohen Kadosh, Lammertyn & Izard, 2008). De manera reciente, se ha comenzado a poner un mayor énfasis en los mecanismos básicos de procesamiento de las propiedades de cardinalidad de conjuntos de objetos o eventos (también llamada numerosidad) que, en sinergia con otros procesos cognitivos como el lenguaje (Purpura & Reid, 2016; Purpura & Simms, 2018; Spelke, 2017) y la memoria de trabajo (LeFevre, DeStefano, Coleman & Shanahan, 2005; Xenidou-Dervou et al., 2018), sirven de base para el desarrollo de habilidades numéricas simbólicas (Halberda, Mazocco, & Feigenson, 2008).

A pesar del carácter simbólico y abstracto de los números y conceptos matemáticos que podemos adquirir y desarrollar los seres humanos a través de experiencias educativas proporcionadas por los docentes y la familia, desde los primeros estadios del desarrollo, también nos vemos influenciados por competencias básicas de cuantificación aproximada en la adquisición de habilidades matemáticas (Izard, Sann, Spelke & Streri, 2009). El estudio de la representación y procesamiento de la información relativa a las cantidades y las magnitudes numéricas ha permitido establecer la existencia de una habilidad para representar, comparar y manipular cantidades de elementos de manera aproximada y no simbólica en animales no humanos, bebés y adultos humanos (Hubbard et al., 2008), que permiten un sentido numérico básico (Dehaene, 1997; Kinzler & Spelke, 2007). Este sentido numérico, presente en los seres humanos previo a la adquisición del lenguaje y los símbolos abstractos que representan las numerosidades, está basado en la coexistencia de dos sistemas nucleares de dominio específico para la información relativa a las cantidades (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004). Por una parte, el denominado Sistema de Seguimiento de Objetos (OTS, del inglés *Object Tracking System*), está enfocado en la representación de cantidades pequeñas (generalmente menores a cuatro elementos), responsable del fenómeno de subitización, a través del cual se pueden extraer la numerosidad “a golpe de vista” de pequeños conjuntos con alta precisión y velocidad (Carey & Xu, 2001). El otro sistema numérico básico tiene la finalidad de representar de manera aproximada conjuntos mayores a cuatro elementos, se denomina “Sistema Numérico Aproximado” (en adelante SNA), está presente desde el nacimiento y se desarrolla a través de la ontogenia (Feigenson et al., 2004; Halberda, Ly, Wilmer, Naiman & Germine, 2012).

Una de las tareas más utilizadas para la caracterización del SNA consiste en la presentación de dos conjuntos (generalmente puntos) que se diferencian en cuanto a la cantidad de elementos, y posteriormente los sujetos deben responder en cuál de los conjuntos hay más o menos elementos (en dependencia de las preguntas u objetivos de los investigadores). La precisión de este sistema, como la de otras características sensoriales, sigue la Ley de Weber-Fechner (Fechner, 1890). La habilidad para discriminar perceptivamente dos conjuntos de elementos depende de la proporción numérica (*ratio*) entre los conjuntos, más que de su diferencia absoluta (Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999), (*eg.* es

más fácil discriminar 8 puntos de 16 puntos ( $ratio = 2.00$ ) que 32 de 40 ( $ratio = 1.25$ ) en este caso la diferencia entre ambos conjuntos es de 8 elementos, pero varía la proporción entre ambos).

Un gran número de investigaciones han encontrado asociaciones sistemáticas entre esta habilidad de representar cantidades de manera aproximada y el desempeño en tareas de matemática formal y simbólica. Evidencias de estudios longitudinales (Gilmore, McCarthy & Spelke, 2010; Starr, Libertus & Brannon, 2013), sujetos con trastornos específicos del aprendizaje para las matemáticas (Brankaer, Ghesquiere & De Smedt, 2014), estudiantes con alto rendimiento en habilidades matemáticas (Wang, Halberda & Feigenson, 2017), y estudios neuroanatómicos (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan & Dehaene, 2004) señalan que las diferencias individuales de la precisión del SNA se relacionan con el desempeño en tareas de matemática simbólica.

Luego de este cúmulo considerable de evidencia, ¿es posible establecer que el SNA constituye un proceso *sine qua non* para el desarrollo de las matemáticas simbólicas? La naturaleza correlacional de la mayoría de los estudios de este tipo, limitaciones en los diseños metodológicos, sumado que los datos con los que se cuenta hasta el momento tampoco permite descartar relaciones alternativas, como la mediación de habilidades visoespaciales (Tibber et al., 2013) e inhibitorias (Fuhs & McNeil, 2013), o la existencia de un desarrollo interactivo entre ambos tipos de habilidades (Castronovo & Göbel, 2012; Elliott, Feigenson, Halberda & Libertus, 2019); hacen que hasta el momento no sea posible establecer una relación directa y causal entre ambos sistemas (Wang, Odic, Halberda & Feigenson, 2016).

Por otro lado, para los estudios de percepción la histéresis significa, a grandes rasgos, que lo que está siendo percibido en un momento determinado depende de experiencias previas inmediatas. La histéresis es un efecto común en la percepción visual, auditiva y somatosensorial, y ha sido observada en varias tareas. (You, Meng, Huan, & Wang, 2011). Odic, Hock y Halberda (2011; 2014) mostraron la existencia de histéresis en las tareas de comparación aproximada y no simbólicas de cantidades, encontrando diferencias en la precisión en dependencia de si los sujetos realizan la tarea experimental con ensayos con *ratios* más grandes, y por ende más fáciles, y gradualmente pasaban a

ensayos más difíciles (Condición Fácil Primero), comparado con sujetos que hacían la tarea en la condición inversa (Condición Difícil Primero). Estos resultados permiten considerar a la histéresis perceptual como una herramienta que potencialmente permite manipular temporalmente la precisión del SNA.

En la presente investigación se pretende aportar datos que enriquezcan al debate sobre la relación directa y causal del SNA y el desempeño matemático simbólico. Para ello realizamos una intervención basada en la histéresis perceptual, con un diseño pre-post y a través de un ensayo controlado aleatorizado, con el objetivo de inducir cambios en la precisión del Sistema Numérico Aproximado, y evaluar su influencia en el rendimiento específico en tareas de matemática simbólica en sujetos de edad preescolar y escolar.

## **1.1. Organización de la tesis**

La memoria escrita de la tesis está dividida en seis capítulos. En la presente Introducción se ofrece un panorama general sobre el tema de investigación, se presenta al lector los conceptos principales del campo de la cognición numérica que luego serán desarrollados con mayor profundidad en capítulos posteriores, además de enmarcar el contexto académico en el cual surge y se desarrolla el presente proyecto.

En el Capítulo 2: Fundamentos Teóricos, se presenta una revisión bibliográfica de trabajos fundacionales e investigaciones actuales sobre el estado de arte de las propuestas teóricas, enfoques metodológicos y principales resultados de investigación en temas de: *i.* sistemas nucleares del conocimiento humano, *ii.* SNA, sus características y relación con el desempeño matemático simbólico, e *iii.* histéresis perceptual e histéresis en el SNA<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> El desarrollo de este capítulo estuvo basado en una revisión narrativa publicada por los autores de este trabajo en la Revista Argentina de Ciencias Cognitivas (Díaz-Simón, Cervieri, Maiche, en prensa).

Posteriormente, en el Capítulo 3: Materiales y métodos se presenta la pregunta de investigación, los objetivos e hipótesis de trabajo. También se describen las principales características de la muestra, condiciones experimentales, el diseño de nuestra intervención experimental, pruebas y tareas realizadas, así como los métodos de recolección y análisis de datos. En el Capítulo 4: Resultados, se muestran los principales resultados obtenidos en el análisis de los datos en las tres etapas principales del estudio (pre-test, intervención y post-test) a partir de los objetivos planteados inicialmente.

Hacia el final de este documento, en el Capítulo 5: Discusión se analizan los datos obtenidos a la luz de las propuestas teóricas y resultados encontrados en estudios similares. También se presentan una serie de propuestas de mejoras a los diseños de futuros estudios. Finalmente, en el Capítulo 6 en se presentarán las Conclusiones de este estudio.

El documento contiene elementos que intentan apoyar una lectura fluida del mismo, como listados de abreviaturas, tablas y figuras. Además, incluye los Anexos y Apéndices correspondientes con información suplementaria.

## **1.2. Contexto de la tesis**

A pesar de que Uruguay presenta uno de los mayores puntajes de la región en pruebas estandarizadas de desempeño matemático, evaluadas por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, del inglés *Programme for International Student Assessment*), la mitad de los estudiantes uruguayos se ubica por debajo del umbral requerido en dichas evaluaciones (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE, 2018). Es por ello que el estudio interdisciplinario de los aspectos relacionados al aprendizaje de las matemáticas, cuyo objetivo final sea proponer e implementar cambios estructurales y procesuales en las mallas curriculares y en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es una tarea de gran relevancia en la actualidad.

La línea de investigación en Cognición Numérica del Centro de Investigación Básica en Psicología de la Facultad de Psicología y el Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Universidad de la República realizan estudios básicos y aplicados que ayuden a una mejor comprensión sobre desarrollo de la noción de número, la aritmética y el cálculo (Koleszar et al., 2020). En este equipo de trabajo se busca realizar proyectos de investigación sobre los mecanismos básicos para el desarrollo de habilidades matemáticas, a la vez que pretende traducir sus resultados en intervenciones educativas basadas en la evidencia en el contexto escolar.

La presente investigación se enmarca en una línea de trabajo que ha tenido grandes avances en la investigación colaborativa, tanto con instituciones nacionales de sistema público de educación como centros internacionales con amplia trayectoria en el campo de las ciencias cognitivas y el aprendizaje, sobre los procesos cognitivos en los cuales se basa la adquisición de conceptos y habilidades numéricas posteriores. Específicamente se ha enfocado en la influencia de sistemas nucleares del conocimiento numérico y el nivel socioeconómico en el desempeño matemático en la edad escolar (Odic et al., 2016; Valle Lisboa et al., 2017; Langfus et al., 2019).

En el contexto académico, la presente investigación intenta insertarse en un debate teórico sobre una caracterización más profunda de la relación entre el SNA y el desempeño matemático. Como antecedentes directos de esta investigación podemos mencionar los estudios de Wang et al. (2016), y Wang, Halberda y Feigenson (2020), los cuales utilizaron el efecto de histéresis en tareas de comparación aproximada y no simbólica de elementos para inducir cambios en la precisión del Sistema Numérico Aproximado. Estos autores encontraron que la modificación temporal de la precisión en el SNA, tenía una repercusión específica en la competencia matemática de sujetos en edad preescolar. En base a estos datos, los autores sugieren la existencia de una relación causal entre ambos procesos. Posteriormente, Merkley, Matejko & Ansari (2017) realizaron una revisión crítica de este estudio, planteando la existencia de varias limitaciones metodológicas como: la ausencia de una evaluación previa a la intervención que no permite establecer una línea base de habilidades de dominio general y específico; que la división de los grupos experimentales no estuvo basada en un diseño de Ensayo Controlado Aleatorizado, requisito necesario para la evaluación de la efectividad de

intervenciones (US. Department of Education, 2013); además de no utilizar medidas válidas para la evaluación de las competencias matemáticas (Ginsburg & Baroody, 2003). Según estos autores, las limitaciones presentes en el estudio de Wang et al. (2016), hacen que no sea posible establecer, en base a esos datos, la existencia de relaciones causales. (Merkley et al., 2017).

En la presente investigación se realiza una réplica parcial (American Psychological Association, APA, 2015) de los estudios de Wang et al. (2016, 2020) introduciendo variaciones en el diseño metodológico y medidas de rendimiento propuestas por Merkley et al. (2017) y Wang et al. (2017) para un abordaje experimental más riguroso de uno de los temas centrales en el campo de la Cognición Numérica en la actualidad como es la relación el SNA y el desempeño matemático simbólico.

## Capítulo 2

### Fundamentos teóricos

Uno de los esfuerzos centrales que ha conducido el desarrollo de las ciencias cognitivas ha sido la investigación sobre cómo el ser humano adquiere, representa y organiza la información proveniente del entorno (Fodor, 1981), incluso cuando dicho empeño precede a la propia fundación de la ciencia cognitiva como área específica del conocimiento (Friedenberg & Silverman, 2006). La forma de abordar esta pregunta ha estado dominada principalmente por dos enfoques. Por un lado, una concepción de un sistema unitario y flexible con mecanismos adaptables para extraer regularidades de la realidad externa. Este enfoque ha sido influenciado por la noción de *tabula rasa* y otras ideas filosóficas de la ilustración propuestas por Locke (1689) y Hume (1748), y más recientemente utilizadas en los modelos de redes neuronales artificiales desarrollados por McClelland & Rumelhart (1985) y Hinton (1993) (Dehaene, 2020; Spelke & Kinzler, 2007). Por otra parte, se propone que el sistema cognitivo está organizado en base a un conjunto de mecanismos específicos, los cuales han ido especializando sus funciones particulares a través de la evolución. Esta visión ha estado inspirada por los postulados de Darwin (1871) y desarrollada e impulsada por psicólogos evolutivos y cognitivos como Dehaene (1997), Spelke (2000) y Pinker (2002).

Una de las propuestas que se adscriben dentro de este segundo enfoque es la teoría de los sistemas nucleares del conocimiento, la cual propone la existencia de un conjunto de mecanismos innatos, limitados, de propósito específico e independientes entre sí, para la representación de conceptos abstractos y tipos particulares de entidades y eventos ecológicamente relevantes para los sujetos (Spelke, 2000). Este conjunto de sistemas cognitivos actúa en un estadio intermedio entre la percepción y habilidades cognitivas de alto nivel. Aunque estos sistemas son compartidos con otras especies animales (Vallortigara, 2012), estas representan las bases fundacionales del amplio abanico de habilidades específicamente humanas que pueden desarrollar los sujetos como las matemáticas y la lectura (Spelke & Kinzler, 2007) a través del aprendizaje de elementos culturales adquiridos en la interacción con el sistema social. Hasta este momento, se postulan seis sistemas nucleares para: *i.* representación de las propiedades geométricas del entorno, especialmente los espacios euclídeos

(Spelke & Lee, 2012); *ii.* representación de las locaciones y el posicionamiento en el ambiente (lugares; Kinzler & Spelke, 2007); *iii.* representación de agentes y sus acciones; *iv.* identificación y razonamiento sobre pares y grupos sociales (personas; Kinzler & Spelke, 2007; Thomsen, Frankenhuys, Ingold-Smith & Carey, 2011); y *v.* representaciones de objetos inanimados y sus interacciones. El otro sistema (cuya estructura, características distintivas, efectos conductuales, bases biológicas y evidencias que soportan la teoría serán expuestas y abordadas con mayor profundidad en los siguientes apartados) se refiere a la representación de las propiedades numéricas de los estímulos (Feigenson et al., 2004; Spaepen, Coppola, Spelke, Carey & Goldin-Meadow, 2011; Spelke, 2017).

## **2.1. Sistemas nucleares del procesamiento de información numérica**

Evidencias convergentes desde diferentes campos como la psicología del desarrollo, la psicofísica, la cognición comparada y la neurociencia apoyan la hipótesis de la existencia de sistemas nucleares innatos que posibilitan el procesamiento aproximado de cantidades presentes en bebés humanos en estadios previos a la adquisición del lenguaje y en otras especies animales (Feigenson et al., 2004; Kinzler & Spelke, 2007). Las evidencias sobre la determinación genética de este sistema podrían ser agrupados en cuatro niveles de análisis: filogenético, ontogenético, antropológico y neuroanatómico (Estévez, 2014).

Desde el nivel filogenético se aportan datos que permiten concluir que varias especies animales no humanas son capaces de detectar espontáneamente la cantidad aproximada de un conjunto y, aunque con imprecisiones, ejecutar operaciones de comparación, adición y sustracción de conjuntos (Cantlon & Brannon, 2005). El pez mosquito (*Gambusia affinis*), por ejemplo, colocado en un entorno nuevo, inexplorado y potencialmente peligroso, elige permanecer cerca del grupo que contiene el mayor número de miembros de su misma especie (Agrillo, Dadda, Serena & Bisazza, 2008) mientras que pollos domésticos de menos de 4 días de nacidos sin entrenamiento previo pueden discriminar cantidades, eligiendo siempre los conjuntos con más elementos (Rugani, Fontanari, Simoni, Regolin & Vallortigara, 2009). El análisis de la cognición numérica en animales no humanos incluye el estudio de insectos (Pahl, Si & Zhang, 2013), aves (Armstrong, Garland & Burns, 2012) y mamíferos como perros (Lööke, Marinelli, Eatherington, Agrillo & Mongillo, 2020), delfines

(Yaman, Kilian, von Fersen & Güntürkün, 2012), leones (McComb, Packer & Pusey, 1994), macacos (Nieder, 2005). Sus resultados permiten concluir que animales no humanos poseen una forma de representar la numerosidad o cardinalidad que les posibilita la toma de decisiones en el entorno. Esta habilidad representa una ventaja a nivel evolutivo y garantiza su supervivencia (para una revisión en profundidad de estos estudios ver Agrillo & Beran, 2013). Como señala Dehaene (1997), resulta razonable tomar la evidencia filogenética como un primer aval para la hipótesis de que una capacidad similar se encuentra presente de manera innata en los seres humanos.

Las evidencias ontogenéticas provienen de estudios de sujetos humanos en estadios pre-verbales del desarrollo. Se ha evaluado la discriminación de cantidades en recién nacidos y bebés en primeros meses de edad usando diferentes paradigmas experimentales como habituación o detección de cambios (Izard et al., 2009; Starr et al., 2013; McCrink & Wynn, 2004; Xu & Spelke, 2000). Estos diseños están basados en la atracción que sienten los bebés por la novedad (Dehaene, 1997). Los resultados demuestran que, aunque con limitaciones en el rendimiento en cuanto a la proporción numérica (a los 6 meses de edad son capaces de discriminar conjuntos con una proporción mayor a 2 (*e.g.* 8 vs. 16 y 16 vs. 32)), los seres humanos contamos con una habilidad que permite discriminar conjuntos de elementos basados en la numerosidad en estadios previos a la adquisición del lenguaje y los símbolos numéricos (Feigenson et al., 2004).

Desde enfoques antropológicos se han realizado investigaciones en culturas con un léxico ausente o reducido para denominar numerales (palabras que denominan números). Grupos indígenas del Amazonas como las tribus Pirahã, Mundurukú y la población australiana Walpiris (Ifrah, 1994) han servido de modelos naturales para el estudio de la cognición numérica y la relación con el lenguaje, lo que ha evidenciado que los sujetos pertenecientes a dichas culturas son capaces de comparar y realizar manipulaciones en ausencia de palabras para denominar dichas cantidades (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard & Dehaene, 2004) permitiendo argumentar la existencia de un sentido numérico independiente al lenguaje.

El desarrollo actual de los métodos de neuroimágenes ha permitido un análisis más complejo y profundo de las bases biológicas de los procesos psicológicos (Díaz-Simón, 2015) y de la cognición numérica específicamente. Las técnicas actuales de neuroimágenes nos permiten evaluar el funcionamiento *in vivo* de las estructuras biológicas del Sistema Nervioso Central. La combinación de métodos de estudio de las actividades eléctrica y magnética del cerebro (Potenciales Relacionados a Eventos y Magnetoencefalografía; Libertus, Woldorff & Brannon, 2007; Teichmann, Grootswagers, Carlson & Rich, 2018), de las técnicas de análisis de las estructuras cerebrales y su funcionamiento (Imágenes de Resonancia Magnética Funcional, IRMf; Tomografía por Emisión de Positrones e Imágenes por Tensor de Difusión; Arsalidou & Taylor, 2011; Pesenti, Thioux, Seron & Volder, 2000; Matejko & Ansari, 2015) y de neuroestimulación (Estimulación Eléctrica Transcraneal; Sarkar & Cohen-Kadosh, 2016) han permitido detectar zonas especializadas en el procesamiento de diferentes modalidades de la información numérica. Dentro del Modelo de Triple Código Cognitivo (Dehaene, 1992) se propone que: *i.* regiones occipito-temporales inferiores bilaterales sirven de sustrato neural para la representación de los números en formato visual-arábigo, *ii.* áreas perisilvianas del hemisferio izquierdo para la representación de los números en formato auditivo-verbal y *iii.* áreas parietales inferiores bilaterales para la representación analógica de las cantidades (Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003; Arsalidou & Taylor, 2011). Asimismo, existen reportes de poblaciones neuronales selectivas a la información numérica en primates (Nieder, 2005), niños y niñas en estadios pre-verbales del desarrollo y humanos adultos (Cantlon et al., 2006) en el surco intraparietal (SIP) bilateral. Estos resultados han sido replicados usando estímulos de diferentes modalidades sensoriales (Gimbert, Gentaz, Camos & Mazens, 2015; Dehaene & Brannon, 2011). Tomadas en conjunto, estas evidencias sugieren el rol de la región del SIP en la representación de las propiedades numéricas, de manera aproximada, de los estímulos simbólicos y no simbólicos (Fias, Lammertyn, Caessens, Orban, 2007) y el papel esencial de la corteza prefrontal en el establecimiento de asociaciones semánticas entre signos y categorías numéricas abstractas (Hubbard et al., 2008).

Con estos resultados puede surgir la siguiente interrogante: ¿es posible que la evolución haya dotado al ser humano de regiones cerebrales especializadas en la representación de una invención

cultural, tan reciente en la historia de la filogenia humana, como son los símbolos numéricos? Una explicación plausible se basa en la exaptación de circuitos corticales con funciones de bajo nivel establecidas en el transcurso evolutivo (Zerilli, 2019), las cuales adquieren nuevas funciones y dominios cognitivos para la representación de estímulos ecológicamente novedosos (Anderson, 2007). El término exaptación refiere a la propiedad de los sistemas y estructuras biológicas que evolucionan originalmente con rasgos que proveen adaptación a unas determinadas condiciones, y una vez consolidado comienzan a ser utilizado y perfeccionado para nuevas funciones, generalmente sin pérdida de su función original (Gould & Vrba, 1982; Gould, 1991).

La hipótesis del Reciclaje Neuronal propone que la adquisición de objetos culturales, como los símbolos numéricos, está basada en mecanismos de plasticidad neuronal y reutilización de sistemas corticales preexistentes (Dehaene, 2005). Esta propuesta se basa en tres postulados principales: *i.* la organización del cerebro humano está sujeta a fuertes restricciones anatómicas y de conexión heredadas de la evolución, por lo que la organización de los mapas neuronales presentes al principio de la infancia sesga el aprendizaje posterior; *ii.* los estímulos que son culturalmente aprendidos, como la lectura y la aritmética, deben encontrar su “nicho neuronal”, un conjunto de circuitos que son suficientemente cercano a la función requerida y suficientemente plástico como para reorientar una fracción significativa de sus recursos neuronales a este uso novedoso; y *iii.* a medida que las regiones corticales dedicadas a funciones evolutivamente más antiguas son “invadidas” por nuevos objetos culturales, no se elimina completamente la organización previa, por lo tanto, las restricciones neuronales anteriores ejercen una poderosa influencia en la adquisición cultural y la organización adulta (Dehaene & Cohen, 2007).

En un intento de ofrecer un marco de referencia a este cúmulo de evidencias, Feigenson, Dehaene y Spelke (2004) proponen que sobre la base dos sistemas nucleares innatos, disociados entre sí, se desarrolla el sentido numérico básico y posteriormente la adquisición de conceptos y habilidades aritméticas que podemos desarrollar los seres humanos con escolarización formal. Estos sistemas son el Sistema de Seguimiento de Objetos y el Sistema Numérico Aproximado.

### 2.1.1. Sistema de Seguimiento de Objetos

El OTS, o sistema de individualización paralela (Hyde, 2011), constituye un mecanismo para la representación exacta de una pequeña cantidad de elementos individuales que pueden rastrearse a través del tiempo y el espacio (Feigenson et al., 2004). Este sistema para la representación de objetos se basa en los principios espacio-temporales de cohesión (los objetos se mueven como totalidades delimitadas), continuidad (los objetos se mueven en caminos conectados y sin obstáculos) y contacto (los objetos no interactúan a distancia) (Piazza, 2010; Spelke & Kinzler, 2007). Una de las características distintivas de este sistema es su capacidad limitada, ya que opera para el rango de objetos menores a tres o cuatro elementos que pueden ser rastreados al mismo tiempo (Trick & Pylyshyn, 1994). Otra de las características se refiere a las altas tasas de precisión de las respuestas, las cuales se mantienen constantes con independencia de la variación de la cantidad de elementos (Revkin, Piazza, Izard, Cohen & Dehaene, 2008) dentro del rango de representación.

El OTS es responsable del fenómeno de subitización, que permite detectar el número de objetos en conjuntos pequeños de hasta cuatro elementos aproximadamente, con alta precisión y velocidad, incluso en condiciones de estímulos brevemente presentados o enmascarados (Kaufman, Lord, Reese & Volkman, 1949). Este sistema presenta diferencias individuales (Revkin, et al., 2008) y está sujeto a variaciones en el desarrollo, con una rápida evolución durante el primer año de vida (a los seis meses se limita a un solo objeto, mientras que su capacidad alcanza un límite similar al adulto de tres o cuatro ítems en aproximadamente 12 meses) (Ross-Sheehy, Oakes & Luck, 2003).

La propia limitación de este sistema para la representación a un conjunto restringido de elementos hace que este no sea la única fuente de representación de la información numérica. Estudios psicofisiológicos muestran patrones diferenciables en los tiempos de reacción, precisión y distribución de la respuesta para la estimación de cantidades pequeñas ( $n \leq 4$ ), comparada con cantidades mayores ( $n > 4$ ), donde se observa una disminución de la precisión con relación al aumento de la cantidad de elementos (Revkin et al., 2008). A esto se le suma las evidencias electrofisiológicas de la actividad neural, que muestran que las tareas de estimación de cantidades pequeñas evocan una respuesta temprana en la región parietal posterior, en contraste con la respuesta de latencia media que

es registrada en regiones parietales en la ejecución de tareas de estimación y comparación de cantidades mayores (Hyde & Spelke, 2009). Tomadas en conjunto estos resultados sugieren la existencia de dos sistemas disociados en la representación de información numérica en dependencia de la cantidad de elementos.

### **2.1.2. Sistema Numérico Aproximado**

El Sistema Numérico Aproximado (Cantlon, Brannon, Carter & Pelphrey, 2006), tiene la función de la representación aproximada de las cantidades superiores a 4 elementos, es más rápida, aunque menos precisa que el conteo (DeWind, Adams, Platt & Brannon, 2015). Estas representaciones se caracterizan por ser icónicas, al estar vinculadas con el conjunto empírico de objetos (Wilkey & Ansari, 2019); además de aproximadas y en formato analógico. Las mismas se representan como una curva de activación gaussiana orientadas de izquierda a derecha y organizados metafóricamente en una “línea numérica mental” (LNM) (Wynn, 2002; Sella et al., 2018). Según Dehaene y Changeux (1993) esta LNM está estructurada en escala logarítmica, cuya distancia entre las representaciones es más comprimida para las numerosidades mayores, con curvas de activación y distribución similares para cada numerosidad (Figura 2.1). Este modelo ha recibido apoyo empírico de estudios de registros intracraneales de la actividad eléctrica de poblaciones neuronales corticales en especies animales (Nieder, Freedman & Miller, 2002; Sawamura, Shima & Tanji, 2002) y del desarrollo de redes neuronales artificiales (Verguts & Fias, 2004).

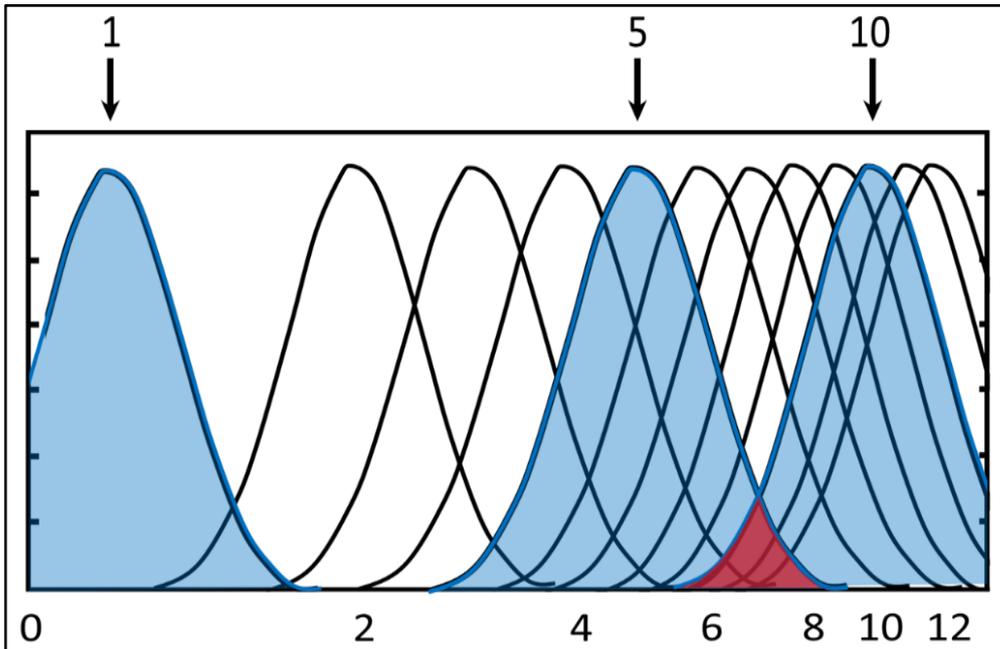
Las representaciones del SNA parecen ser, en un inicio, altamente ruidosas y su precisión va aumentando a través del desarrollo, la educación y la maduración cerebral. La precisión del SNA muestra una mejora continua desde la primera infancia, alcanzando los niveles de madurez en la adolescencia y logrando su pico máximo cerca de los 30 años (Halberda et al., 2012). El rendimiento mostrado en recién nacidos es inicialmente bajo (discriminan conjuntos con una proporción de 3; Izard et al., 2009), y mejora progresivamente durante el desarrollo y la educación, pudiendo discriminar conjuntos de elementos que difieren en cantidades pequeñas de proporciones de alrededor de 1.4 a los 6 años (Odic, Libertus, Feigenson & Halberda, 2013). Los patrones de respuesta en tareas

de estimación aproximada de cantidades se modifican significativamente a la entrada de la escolarización formal (Siegler & Booth, 2004), probablemente debido a las experiencias en el sistema educativo relacionadas al aprendizaje y manipulación de símbolos numéricos (más adelante, en la sección 2.2.1. se presentará la discusión sobre la dirección y el tipo de relación existente entre el SNA y el desempeño matemático).

Segundo, similar a otras representaciones sensoriales, sigue la Ley de Weber-Fechner: dos conjuntos pueden ser discriminados sólo si difieren en una proporción determinada del rasgo que se representa (*e.g.* brillo, intensidad, masa, longitud, etc.; Fechner, 1890). En el caso del procesamiento numérico esta proporción, o fracción de Weber ( $w$ ); se refiere a la menor distancia numérica necesaria para que dos cantidades logren ser diferenciadas (Halberda & Feigenson, 2008). De este modo,  $w$  evalúa la cantidad de error que subyace a la representación mental en cada numerosidad, por lo que se emplea como una medida confiable de la precisión de las representaciones numéricas (Halberda et al., 2008). El error en tareas de discriminación numérica ocurre cuando el número de elementos que están siendo comparados se solapan en la representación interna de la numerosidad. Mientras menor es el valor de la  $w$ , mayor precisión posee la representación de la numerosidad. Tanto las numerosidades aproximadas como los símbolos numéricos son mapeados en un sistema de magnitudes analógicas que sustenta la ejecución de tareas de comparación aproximada y no simbólica de cantidades (CAC) y el desarrollo de las capacidades aritméticas (Figura 2.1). Resulta, al menos, curioso que la ley más antigua descrita por la psicofísica siga sirviendo de sustento para los debates académicos en esta área del conocimiento humano.

**Figura 2.1**

*Representación esquemática de la activación en la LNM con una organización de las numerosidades de forma logarítmica*



*Nota:* El área de color rojo representa el error subyacente a la representación en la comparación de dos numerosidades.

La aplicación de la Ley Weber-Fechner para el caso de las representaciones del SNA se ve reflejada en dos efectos conductuales típicos del procesamiento de numerosidades. Por un lado, el efecto de distancia numérica (ED), que refiere al hallazgo empírico de que la capacidad de discriminar entre dos numerosidades mejora a medida que aumenta la distancia numérica entre ellos (*e.g.* discriminar 1 de 9 (distancia numérica de 8) es más fácil que discriminar 8 de 9 (distancia numérica de 1)). Se han reportado efectos de distancia en varias especies de animales, (Gallistel & Gelman, 1992), y en humanos, de todas las edades. En este último caso el efecto se ha podido apreciar tanto en tareas de CAC (Buckley & Gillman, 1974), como en tareas de comparación de símbolos arábigos (Dehaene, 1996).

El segundo de los efectos asociados a la Ley Weber-Fechner es el efecto de tamaño (ET). Este efecto remite al hecho de que, para distancias numéricas iguales, la discriminación de dos números empeora a medida que aumenta su tamaño numérico (*e.g.* es más difícil decir qué número es mayor cuando se compara 8 y 9 que cuando comparamos 2 y 3) (Dehaene, Dehaene-Lambertz & Cohen, 1998).

Es importante aclarar que si bien la Fracción de Weber ha sido vista como una medida privilegiada para caracterizar las diferencias individuales de la representación de las numerosidades, su cálculo está basado en el ajuste de los datos de precisión a través de diferentes *ratios*, por lo que es altamente dependiente de los mismos y simplemente expresa un patrón general de estos (Szűcs & Myers, 2017). Asimismo, se ha visto que la  $w$  no presenta una distribución normal (fuerte asimetría positiva) y muestra una baja confiabilidad test-retest (Inglis & Gilmore, 2014). Además, estudios de metaanálisis concluyen que los diferentes métodos para controlar las Dimensiones no numéricas (Ver sección 2.2.1) muestran una alta variabilidad en la Fracción de Weber (Guillaume & Rinsveld, 2018).

Otro de los efectos conductuales que caracterizan el SNA es el efecto de asociación espacio-numérica de códigos de respuesta (SNARC, del inglés *spatial-numerical association of response codes*). Este efecto apunta a un fenómeno de asociación de propiedades espaciales con propiedades relativas a la numerosidad (Cipora & Wood, 2017). Este efecto puede apreciarse apelando a un paradigma de elección forzada de dos alternativas. Allí puede observarse como las respuestas que involucran cantidades pequeñas (*e.g.* 2 ó 3) son más rápidas con la mano izquierda y las respuestas que involucran grandes cantidades (*e.g.* 7 ó 9) son más rápidas con la mano derecha (Dehaene, Bossini & Giraux, 1993; Viarouge, Hubbard & McCandliss, 2014). El efecto ha sido observado en animales no humanos (Rugani, Vallortigara, Priftis & Regolin, 2015), y en el caso de los humanos en tareas que involucran tanto números arábigos (Nuerk, Moeller, Klein, Willmes & Fischer, 2011), como cantidades aproximadas no simbólicas (Fischer, Riello, Giordano & Rusconi, 2013).

Uno de los mayores esfuerzos actuales en el campo consiste en intentar esclarecer la relación que tienen el SNA y el desempeño matemático. ¿Acaso constituye este sistema innato para manipular cantidades de manera no simbólica un mecanismo *sine qua non* para el desarrollo de las habilidades numéricas formales, similar al papel de la conciencia fonológica en el caso de la lectura (Vanbinst et al., 2016)? ¿Esta habilidad para la cuantificación aproximada de elementos sin necesidad de conteo verbal constituye una base necesaria para el desarrollo de las habilidades de manipulación de símbolos numéricos que adquirimos a través de experiencias educativas en los sistemas escolares y familiares? Existe una incuestionable relevancia teórica en el intento de encontrar respuestas a estas

interrogantes, dado que ellas nos permitirán obtener una descripción más detallada de las estructuras y mecanismos de funcionamiento del SNA (Díaz-Simón, Cervieri, Maiche, en prensa).

## **2.2. Adquisición de símbolos numéricos**

La investigación sobre el desarrollo de las habilidades para la representación y el manejo de los conceptos numéricos ha sido una prolífica línea de trabajo en la psicología cognitiva y del desarrollo, comenzado desde los estudios fundacionales de Jean Piaget (1952) y su teoría epigenética. Para este autor, al nacer los bebés están desprovistos de cualquier conocimiento conceptual y las habilidades lógico matemáticas se construyen progresivamente por medio de la observación y la internalización (Piaget, 1952). Según la descripción de sus etapas del desarrollo no es hasta mediados de la etapa preoperacional (4 o 5 años) que los niños y niñas comienzan a tener la conservación del número, luego de haber alcanzado escalonadamente otros hitos como la permanencia del objeto. A estos estudios le siguieron una serie de críticas a su teoría y la metodología de sus estudios que ponían en duda estos postulados (Mehler & Bever, 1967). Otras teorías, que intentan aportar al campo desde propuestas nativistas, consideran al símbolo numérico como un producto de la evolución cognitiva del ser humano (Gelman & Gallister, 1978).

Los postulados más actuales sobre este tema plantean que el desarrollo de un sistema conceptual de números naturales es el producto conjunto de nuestra dotación innata y la cultura (Carey, 2009; Spelke, 2017). Aunque con diferencias internas en sus modelos teóricos en cuanto a los sistemas que sirven de base y en elementos centrales de la cultura que hacen posible el aprendizaje de un sistema numérico exacto, tanto para Carey (2009) como para Spelke (2017), este proceso depende tanto de sistemas nucleares de conocimiento, los cuales son innatos y compartidos por otros animales, como de la facultad lingüística, exclusiva de nuestra especie.

Carey (2009) trae partes de los postulados de la teoría de la recapitulación de Stanley Hall (1915) y los aplica al concepto de cambios conceptuales en filosofía de la ciencia de Thomas Kuhn (1962), al plantear que el dominio de los números naturales refleja, en cierto modo, la historia cultural de los conceptos numéricos. Según la autora, el aprendizaje de los símbolos numéricos ocurre de dos

formas paralelas. Primero, aprenden de memoria una lista ordenada para producir símbolos en una rutina de conteo. Inicialmente estas palabras no tienen contenido y sirven como marcadores de posición ordinal (eg. *dos* es una palabra que va después de *uno* y antes de *tres*). Segundo, aprenden a dominar palabras que se empiezan a aplicar a conjuntos pequeños (menores a 4 elementos), los cuales son “mapeados” con la representación generada en el Sistema de Seguimiento de Objetos. Una vez que desarrollan habilidades lingüísticas sobre la sintaxis y la semántica y consolidados los procesos de comprensión de: *i.* el establecimiento de relaciones y diferencias entre estos, *ii.* el salto cuantitativo que implica pasar de un número al siguiente (eg. *tres* es mayor que *dos*), y *iii.* la asociación entre el símbolo y la representación, se generalizan los mismos principios a los números sucesores (Le Corre & Carey, 2007). Para Carey (2009) las representaciones generadas por el SNA solo intervienen en la comprensión de los numerales luego de que los sujetos dominan la lógica del conteo. Sin embargo, estudios han mostrado que los niños y niñas mapean los numerales con magnitudes numéricas aproximadas antes de haber alcanzado un entendimiento completo de la lógica del conteo (Odic, Le Corre & Halberda, 2015) y comprenden el significado de números mayores antes de comprender los principios de cardinalidad (Gunderson, Spaepen & Levine, 2015). Estos resultados parecieran indicar que la propuesta de Carey (2009) no describiera en su totalidad el proceso de desarrollo del concepto de números.

La propuesta de Spelke (2017) surge como síntesis (en el sentido Hegeliano) entre las propuestas de Gelman & Gallister (1978) y la propuesta de Carey (2009). Según esta autora, el aprendizaje de los números naturales depende del dominio de las reglas generativas del lenguaje en cuatro pasos principales. Primero, comienzan a desarrollar habilidades en la construcción y manejo de sintagmas nominales (eg. una taza, el gato, tu mano). El dominio de estas estructuras lingüísticas se alcanza relacionando cada una de estas frases con tres de los sistemas nucleares mencionados en la Sección 2.1, refiriéndose a ellas con sus funciones características: *i.* el sistema de representaciones de objetos inanimados y sus interacciones; *ii.* el sistema de representación de agentes y sus acciones y *iii.* el sistema de representaciones de formas visuales (Xu, 2007).

Segundo, los sujetos aprenden expresiones lingüísticas que contienen elementos de diferente clase (eg. el perro y el gato), o individuos con identidades diferentes (eg. Carlos y Sofía; mi taza y tu taza; este perro, ese perro y el otro). El uso de conjunciones permite referirse a conjuntos de dos o tres elementos y la comprensión del significado de los números (eg. Noa tiene tres mascotas, un perro, un gato y un hámster).

Tercero, estas expresiones del lenguaje natural se mapean con representaciones del Sistema Numérico Aproximado, permitiendo entender las similitudes de frases como “tres perros” y “Lassie, Manchas y Maggie”, en las que ambas refieren a un conjunto de tres elementos. Es propiamente el lenguaje quien ayuda reducir posibles discrepancias entre el SNA y el sistema de representación de objetos (Hyde & Wood, 2011) a través de dos vías: *i.* la sustitución de la retención en memoria de trabajo de varios elementos individuales en paralelo por una representación del SNA para un el conjunto que incluya a todos sus elementos; y *ii.* la correspondencia de los tres primeros números con las representaciones del SNA, que permite la comparación de conjuntos de elementos del mismo tipo (eg. ¿quieres dos galletas o tres galletas?).

Por último, los sujetos aprenden a aplicar las reglas gramaticales de varios objetos en la formación de expresiones que refieren a dos o tres conjuntos de objetos (eg. dos grupos de cachorritos, tres cachorros y dos patos). En resumen, las reglas generativas del lenguaje, junto con sus conocimientos básicos que son posibles gracias al SNA permiten a los individuos adquirir dos nociones fundamentales. Primero las expresiones numéricas pueden componerse para expresar nuevos números, estas designan conjuntos cuyas magnitudes numéricas son la suma o el producto de las magnitudes de los conjuntos que las componen. Segundo, que los números pueden sumarse y multiplicarse para formar otros números (Spelke, 2017).

Hasta aquí hemos podido evidenciar que, los sistemas nucleares de los números, y el SNA específicamente, juegan un rol fundacional para el desarrollo de la noción del símbolo numérico, pero una de las preguntas que continúa determinando la agenda de la investigación está referida a la influencia de estos los sistemas numérico aproximados y exactos a través del desarrollo, no solo por

su relevancia en la construcción del conocimiento, sino también por el interés de profesionales de la educación por las implicaciones en la adaptación curricular (Mussolin, Nys, Leybaert & Content, 2012).

### **2.2.1. Relación entre el SNA y el desempeño matemático**

Un cúmulo considerable de resultados de investigación muestran una relación recurrente entre las diferencias individuales para la representación numérica aproximada de cantidades y la habilidad para el manejo exacto de símbolos matemáticos. En este caso se pueden distinguir dos líneas principales de argumentos en donde emerge la relación funcional entre ambas habilidades. La primera de ellas refiere a que las tareas que involucran símbolos numéricos, y aritmética exacta reflejan los mismos efectos conductuales que la representación aproximada de cantidades no simbólicas (Hyde, Khanum & Spelke, 2014). En tareas de comparación simbólica de números, el desempeño de los sujetos depende de la distancia numérica entre los números a comparar (ED) y del tamaño de las magnitudes representadas (ET) (Dehaene et al., 1998). A su vez tanto la representación no-simbólica como la simbólica de cantidades siguen el patrón de asociación espacial, donde se encuentra mayor precisión las respuestas de la mano izquierda para magnitudes pequeñas, y con la derecha para magnitudes mayores (SNARC) (Dehaene et al., 1993). Por otro lado, aparece una activación superpuesta en regiones parietales durante el procesamiento de cantidades, tanto en formato simbólico como no simbólico (Dehaene et al., 2003) en adultos (*e.g.*, Piazza, Pinel, Le Bihan & Dehaene, 2007), niños y niñas (Cantlon et al., 2009), e incluso en profesionales de la matemática (Amalric & Dehaene, 2016).

La segunda línea de evidencia se basa en que la precisión en tareas de CAC correlaciona sistemáticamente con el desempeño en pruebas estandarizadas en edad preescolar (Bonny & Lourenco, 2013), escolar (Inglis, Attridge, Batchelor & Gilmore, 2011) y en sujetos adultos (Lourenco, Bonny, Fernandez & Rao, 2012). Esta relación se mantiene incluso cuando se controlan otras variables como inteligencia, memoria de trabajo, vocabulario, etc. (Feigenson, Libertus & Halberda, 2013; Halberda et al., 2008).

Sujetos con un trastorno específico para el aprendizaje de las matemáticas denominado Discalculia del Desarrollo (American Psychiatric Association, 2013) poseen una precisión del SNA significativamente más baja que la población con desarrollo típico (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011; Piazza et al., 2010; Skagerlund & Träff, 2016) a la vez que sujetos con un alto desempeño en matemáticas muestran una precisión del SNA superior (Wang, Halberda & Feigenson, 2017). Estudios longitudinales muestran que la precisión del SNA evaluado en primer año de vida predice las habilidades matemáticas a la entrada del sistema educativo (Gilmore et al., 2010; Starr et al., 2013). Por último, en un intento de sintetizar el considerable número de investigaciones previas que aborda esta relación, se han llevado a cabo estudios de metaanálisis, los cuales reafirman la existencia de una asociación sistemática, con tamaño del efecto moderado, entre estas dos habilidades tanto en estudios transversales (Chen & Li, 2014) como longitudinales (Schneider et al., 2016).<sup>2</sup>

Esta evidencia acumulada permite establecer una asociación sistemática entre SNA y el desempeño matemático, lo que constituye un punto de partida para probar propuestas teóricas sobre esta relación. Sin embargo, la naturaleza propia de los estudios, basados en análisis correlacionales, no permite esclarecer las particularidades y características de los mecanismos que están en la base en esta relación.

Respecto a este problema teórico existen al menos cinco propuestas que pretenden caracterizar las particularidades de la relación entre habilidades de cuantificación aproximada y el rendimiento en tareas de manipulación de símbolos numéricos. Por una parte, se propone la existencia de variables mediadoras entre la precisión del SNA y el desempeño matemático, más que una relación fundamental en esta relación. Los análisis de mediación intentan explicar la relación entre las variables de resultado y las predictoras a través de un tercer constructo (Wilkey & Ansari, 2019). Dentro de la teoría de variables mediadoras encontramos, a su vez, varios candidatos que pueden actuar de mecanismos subyacentes a esta relación. Uno de ellos podría ser el dominio de símbolos numéricos (Price & Fuchs, 2016; Price & Wilkey, 2017). Otra alternativa podría ser las habilidades

---

<sup>2</sup> Es importante destacar que otros estudios, como Fuhs & McNeil (2013), Gilmore et al. (2013), Holloway & Ansari (2006) y Sasanguie et al. (2014) no han podido establecer relaciones entre el SNA y el desempeño matemático.

visuoespaciales de bajo nivel (Tibber et al., 2013). Una tercera posibilidad podría ser la capacidad de inhibir Dimensiones continuas o no Numéricas (DNN) de los estímulos (Fuhs & McNeil, 2013).<sup>3</sup>

Sin embargo, la relación de estas dos habilidades no solo refleja diferencias individuales en habilidades visuales. La persistencia de esta asociación en sujetos con ceguera congénita (Kanjlia, Feigenson & Bedny, 2018), parece refutar las teorías basadas en habilidades visuoespaciales de bajo nivel, como una explicación universal para este fenómeno. A su vez, en estudios donde se controlan las demandas inhibitorias de las tareas, se continúa encontrando la relación entre la precisión del SNA y el rendimiento matemático (Keller & Libertus, 2015; Malone, Heron-Delaney, Burgoyne & Hulme, 2019), lo que sugiere que esta relación parece no estar mediada por estos dominios.

Continuando con las propuestas teóricas, una segunda posibilidad para explicar esta relación es que el SNA sirva como un mecanismo detector de errores en las tareas de manipulación de cantidades en tiempo real (Wong & Odic, 2021). Según esta teoría, al momento de realizar problemas aritméticos simbólicos, las personas con representaciones más precisas de las magnitudes no simbólicas serían capaces de detectar la discrepancia entre soluciones incorrectas inverosímiles resultantes de errores de procedimiento y la representación interna del SNA asociada al resultado de la tarea (Szkudlarek & Brannon, 2017). Sin embargo, es importante aclarar que, hasta el momento, la mayoría de estudios que han probado esta hipótesis están basadas en sujetos adultos, por lo que no es posible desambiguar si es un mecanismo universal, o se desarrolla en etapas posteriores del desarrollo.

Una tercera propuesta plantea que existe un desarrollo recíproco o bidireccional entre ambos sistemas. Estudios muestran que sujetos adultos con mayor educación matemática, a su vez, rinden

---

<sup>3</sup> En la tarea de comparación de magnitudes no simbólicas, además de la cantidad de elementos o dimensión numérica (número de elementos), también poseen otro tipo de DNN las cuales deben ser ignoradas por los participantes (*e.g.* área total ocupada por los elementos del conjunto, tamaño de los elementos individuales, densidad de los elementos, luminosidad, envolvente) (Leibovich, Katzin, Harel & Henik, 2017). La naturaleza propia de los estímulos para dichas tareas, impone correlaciones naturales entre las magnitudes numéricas (definidas a nivel de cada elemento) y magnitudes continuas (definidas a nivel del conjunto y las cuales aumentan con la numerosidad) (Dehaene, Izard, Piazza, 2005). Por ejemplo, el tamaño del elemento individual (superficie de cada objeto) y la luminancia total (superficie total de los objetos) se relacionan linealmente, es por ello que se hace difícil aislar el efecto de las magnitudes numéricas propiamente dichas, de otras magnitudes continuas. El efecto de congruencia refiere a que el rendimiento de los sujetos es mayor en las condiciones congruentes (cuando el conjunto con más elementos a su vez posee mayores propiedades no numéricas) (Gebuis & Reynvoet, 2012).

mejor en tareas de discriminación numérica no simbólica (Piazza, Pica, Izard, Spelke & Dehaene, 2013), además, evidencias longitudinales muestran que las habilidades matemáticas simbólicas predicen significativamente el desempeño no simbólico posterior (Elliott et al., 2019). Taxonómicamente, de esta propuesta se puede desprender otra línea de pensamiento que postula que las habilidades simbólicas sientan las bases para mejorar tanto las habilidades del SNA como la capacidad de traducir entre los dos sistemas (Lyons et al., 2017). Sin embargo, existen estudios de intervención de habilidades de fluidez aritmética que no han encontrado un efecto de transferencia en las habilidades de comparación de magnitudes no simbólicas (Lindskog, Winman & Poom, 2016).

Por último, se postula una influencia causal y unidireccional de las habilidades de representación y manipulación de cantidades de manera no simbólica y aproximada, y el desarrollo simbólico de conceptos matemáticos y aritméticos (Wang, Halberda & Feigenson, 2020; Wang, et al., 2016). La evidencia más fuerte para apoyar esta hipótesis proviene de estudios que utilizan métodos de entrenamiento cognitivo con el objetivo de manipular experimentalmente la precisión del SNA y evaluar su efecto posterior en el rendimiento matemático formal (Spelke, 2017). En la siguiente sección sistematizamos los estudios de intervención, que tienen entre sus objetivos evaluar el efecto de transferencia del entrenamiento de habilidades de cuantificación aproximada en el desempeño en tareas de procesamiento y manipulación de símbolos numéricos.

### **2.2.1.1. Estudios de entrenamiento del SNA**

Los entrenamientos cognitivos permiten superar las limitaciones de los análisis correlacionales y abordar una posible relación causal y unidireccional entre estos dos sistemas (Bugden, DeWind & Brannon, 2016). Basados en la clasificación relatada por Szűcs y Myers (2017), es posible identificar tres categorías principales en los estudios de entrenamiento del SNA: *i.* basados en *softwares* de entrenamiento (principalmente *Number Race*), *ii.* enfocados en el entrenamiento del SNA y *iii.* estudios basados en la exposición única a tareas breves que intentan inducir cambios en la precisión del SNA (en el Apéndice 1 puede encontrar una sistematización detallada de estos estudios).

### ***Basados en Number Race***

*Number Race* (NR) es un video-juego adaptativo diseñado para estimular el sentido numérico, especialmente en sujetos con discalculia del desarrollo. Esta herramienta está basada en el entrenamiento intensivo en tres dominios principales: comparación no simbólica, relación entre los tres códigos de representación numérica (visual-arábigo, auditivo-verbal y aproximado), y el acceso a hechos numéricos de adición y sustracción (Wilson et al., 2006a). Los estudios que han basado sus entrenamientos en NR han mostrado mejoras en habilidades básicas como la subitización y la comparación no simbólica (Obersteiner et al., 2013; Wilson et al., 2006b), así como en habilidades de comparación de números arábigos (Wilson et al., 2009) y aritmética (Obersteiner, Reiss & Ufer, 2013).

Si bien estos estudios han generado un cúmulo importante de datos y han permitido investigar las bases conductuales de la discalculia del desarrollo y posibles propuestas de remediación, sus resultados no han permitido establecer líneas de resultados claras por varias razones. Una de ellas refiere a limitaciones metodológicas, en algunos casos el grupo control realiza tareas que no requieren gran esfuerzo ni compromiso por parte de los participantes (Sella et al., 2016), diferencias significativas entre los tiempos de entrenamiento de las diferentes condiciones (Räsänen, Salminen, Wilson, Aunio & Dehaene, 2009) y en otros ni siquiera existe un grupo para comparar el desempeño del grupo que recibe el entrenamiento (Wilson, 2006b). Sumado a lo anterior, algunos estudios muestran resultados contradictorios; mientras que Wilson et al. (2006b) encuentran mejoras en la comparación no simbólica pero no en su contraparte simbólica, Wilson et al. (2009) encuentran lo contrario. Además, parece no haber mejora en el efecto distancia (Wilson et al., 2006b, 2009), que constituye una marca dura del SNA, poniendo en duda la especificidad del entrenamiento. Por último, aunque supuestamente NR está diseñado para entrenar el sentido numérico, sus actividades incluyen tareas de sumas y restas simbólicas, no permitiendo desambiguar qué tipo de proceso está siendo entrenado y de esta manera evaluar el impacto en el desempeño matemático simbólico (Szűcs & Myers, 2017).

### *Enfocados en el SNA*

Si bien los estudios anteriores utilizaron el software NR para un “entrenamiento difuso”, los estudios presentados en esta sección tratan de determinar el efecto de un entrenamiento del SNA mucho mejor controlado, y por ende, más específicos (Szűcs & Myers, 2017). En estas investigaciones, además de la tarea de CAC, se han realizado entrenamientos basados en tareas de aritmética aproximada (AA), que refiere a la adición o sustracción aproximada de conjuntos de elementos (Dillon, Pires, Hyde & Spelke, 2015; Gouet, Gutiérrez Silva, Guedes, & Peña, 2018; Kim, Jang & Cho, 2018; Park, Bermudez, Robert & Brannon, 2016; Park & Brannon, 2013, 2014). Los resultados muestran que los participantes que se entrenaron con tareas de AA mejoran significativamente su fluidez matemática comparados con los sujetos que realizan tareas de ordenamiento numérico (Park & Brannon, 2013), conocimiento general (Au, Jaeggi & Buschkuhl, 2018) e incluso comparación de magnitudes no simbólicas (Park & Brannon, 2014).

Los resultados de estos estudios han sido interpretados como evidencia de la hipótesis causal de la relación SNA y desempeño matemático (Bugden et al., 2016; Spelke, 2017). Sin embargo, aunque las tareas de AA requieran el uso del sentido aproximado de las cantidades, también demandan habilidades cognitivas adicionales como la manipulación mental (sumas y restas) y memoria de trabajo (Szkudlarek, Park & Brannon, 2021). Lo anterior, sumado al hecho de que a pesar de encontrar un efecto de transferencia en habilidades de desempeño matemático (Park & Brannon, 2013, 2014), las tareas de entrenamiento de AA parecen no afectar la precisión del SNA (Au et al., 2018; Park & Brannon, 2014). Estas evidencias ponen en tela de juicio si el componente aproximado de las tareas de AA es, por sí solo, suficientes para generar un efecto de transferencia en el desempeño simbólico en tareas de adición y sustracción, o si esta mejora se debe a mejoras en habilidades de manipulación mental (Szűcs & Myers, 2017).

### ***Exposición única a tareas breves***

El último grupo de intervenciones presentan a una versión fuerte del postulado causal. Las mismas proponen que la ejecución de tareas cortas, que intentan inducir cambios en el representación de cantidades aproximadas y de manera no simbólica, a su vez moldearán el desempeño en tareas de matemática simbólica.

En el estudio de Hyde et al. (2014), los niños y niñas de primer grado participaron en una de las cuatro condiciones experimentales. Dos de ellas estaban relacionadas al procesamiento de cantidades (CAC y AA) y otras dos al procesamiento de magnitudes no numéricas (comparación de brillo y adición del largo de líneas). Los autores muestran que los estudiantes que realizaron tareas relacionadas al procesamiento de cantidades muestran un mayor rendimiento en problemas de aritmética simbólica comparados con los participantes de las otras dos condiciones (Hyde et al., 2014). Este efecto de transferencia mostró ser específico para tareas de matemáticas simbólicas, puesto que no se encontraron diferencias significativas en tareas de vocabulario.

Por la relevancia para la presente investigación, los otros estudios de exposición única a tareas breves serán presentados en el próximo apartado. Los mismos refieren a estudios que han utilizado el efecto de histéresis para inducir cambios en la precisión del SNA y evaluar el efecto de transferencia al desempeño matemático simbólico (Wang et al., 2016, 2020).

### **2.3. Histéresis en tareas del SNA**

La histéresis es definida como un efecto en el cual la percepción de un estímulo es influida por percepciones inmediatamente precedentes (APA, 2015). Puede evidenciarse experimentalmente cuando los umbrales perceptuales cambian en dependencia de si los estímulos son fácilmente discriminables al inicio de la tarea y gradualmente comienza a ser menos discriminables, o viceversa (Kleinschmidt et al., 2002).

Odic, Hock y Halberda (2014) evaluaron cómo la dificultad de los ensayos precedentes afectaba el rendimiento en tareas de CAC en sujetos preescolares. En este estudio encontraron que los participantes que realizaban la tarea en la condición donde se presentaban inicialmente ensayos con

*ratios* altas, y por ende más fáciles, y progresaban gradualmente hacia las *ratios* más difíciles (condición Fácil Primero; FP) tenían un rendimiento significativamente mejor que los participantes donde los ensayos progresaban desde las *ratios* difíciles hacia *ratios* fáciles (condición Difícil Primero; DP) incluso cuando en ambas condiciones se mantienen los mismos estímulos y sólo se manipula el orden temporal de presentación. Estos resultados mostraron evidencia de efecto de histéresis en tareas de representación aproximada de cantidades por primera vez. Asimismo, Wang, Libertus y Feigenson (2018), utilizando paradigmas de detección de cambios similares al estudio de Libertus y Brannon (2010), encontraron que bebés de aproximadamente 6 meses de nacidos, que realizaban la tarea en la condición FP, eran capaces de discriminar exitosamente conjuntos con una proporción de 1.5, mientras que los bebés de la condición DP sólo podían detectar cambios en los estímulos que diferían en el triple de la cantidad (*ratio* de 3.0). Estos resultados sugieren que el efecto de histéresis pueda ser utilizado como un método efectivo para inducir cambios en el rendimiento de las tareas de comparación aproximada de cantidades.

Continuando con esta línea, Wang et al. (2016) mostraron que la exposición a una tarea breve de CAC con condiciones de histéresis podía modular el rendimiento de preescolares de 5 años, y a su vez, estos cambios en la precisión para discriminar cantidades de manera no simbólica influía en rendimiento posterior en tareas de desempeño matemático simbólico y no en tareas de vocabulario. Posteriormente, Wang et al. (2020) replicaron el efecto de histéresis en tareas de CAC y el efecto de transferencia a tareas de desempeño matemático en sujeto de la misma edad, y aunque en sujetos más pequeños también se encontraron diferencias entre las condiciones fácil primero y difícil primero, no se encontraron efectos de transferencia hacia tareas de matemática simbólica. Según estos autores, la combinación de estos resultados son evidencia de una relación causal entre las representaciones aproximadas y simbólicas de las cantidades (Wang et al., 2016), relación que emerge en los últimos años de educación preescolar (Wang et al., 2020).

No obstante, los estudios de Wang et al., (2016, 2020) han recibido una serie de críticas metodológicas que ponen en duda la fortaleza de sus afirmaciones sobre la hipótesis causal. Primero, los autores de estos estudios no realizan un evaluación pre-test para establecer una línea base de los

procesos sobre los que posteriormente se evaluaría el efecto de la intervención (Merkley, Matejko & Ansari, 2017). Esta decisión hace que la asignación a las condiciones no se pueda realizar a través de Ensayos Controlados Aleatorizados (traducción al español de *Randomized Controlled Trials*), requisito necesario para cumplir con los estándares de evidencia con los que se evalúa la eficiencia de los entrenamientos cognitivos (U.S. Department of Education & What Works Clearinghouse., 2013).

Segundo, en lo referente a la tarea de manipulación de SNA, los sujetos de la condición fácil primero presentaron una  $w$  de 0.41 ( $r^2 = .63$ ) (Wang et al., 2016). Este resultado es llamativo, teniendo en cuenta que este nivel de ejecución es similar al que se podría esperar de sujetos de la misma edad con discalculia ( $w \approx 0.4$ ) (Mazocco, Feigenson & Halberda, 2011). Basado en este análisis, podríamos sospechar que existen diferencias previas al entrenamiento que no fueron tomadas en cuenta por la ausencia de una evaluación pre-test (Szűcs & Myers, 2017).

Por último, respecto a la evaluación post-test, en el estudio de Wang et al. (2016) la mitad de los participantes de cada grupo realizaban una evaluación de habilidades matemáticas y la otra mitad una evaluación de vocabulario, esta decisión priva a los investigadores de realizar análisis intra-sujetos que podrían ser potencialmente relevantes en este caso y limita la potencia estadística de los resultados (Szűcs & Myers, 2017). A su vez, la medición de las habilidades matemáticas se realizó con una preselección de tareas de la tercera versión de la Prueba de Competencia Matemática Básica (TEMA-3, Ginsburg & Baroody, 2003), lo que viola los procedimientos de aplicación estandarizada y ponen en duda la validez y confiabilidad de estas medidas (Merkley, Matejko & Ansari, 2017).

## **2.4. Presente Estudio**

A través del recorrido realizado hasta el momento, se ha podido evidenciar que el estado del arte sobre este problema teórico se caracteriza, por un lado, por un gran desarrollo a nivel metodológico y de evidencia; mientras que, por otro lado, nos encontramos con grandes falencias para generar un cuerpo teórico unitario. Esto último, es en parte efecto de las limitaciones metodológicas de muchos de los estudios y de resultados inconsistentes encontrados en las mismas.

En el presente estudio se realiza una réplica parcial (APA, 2015) de los experimentos de Wang et al. (2016, 2020), donde se mantiene la intervención basada en la tarea de manipulación del SNA con condiciones de histéresis, pero incluye las recomendaciones de diseño y metodología de Merkeley et al. (2017) y Szűcs y Myers (2017). En estas se incluyen principalmente la evaluación pre y post-test con medidas válidas y confiables y la asignación a los grupos en base a los Ensayos Controlados Aleatorizados. Estas tienen el objetivo central de evaluar el efecto de una intervención, que intenta influir en el rendimiento en tareas de CAC de sujetos en edad preescolar y escolar, en el desempeño matemático simbólico posterior.

## Capítulo 3

### Materiales & Métodos

#### 3.1. Objetivos:

##### 3.1.1. Objetivo general

El objetivo general es evaluar el efecto de la modulación breve en el desempeño de tareas del SNA, inducido por el efecto de histéresis, en el rendimiento posterior en matemática simbólica de niños y niñas en edad preescolar y escolar.

##### 3.1.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son:

Analizar el efecto de histéresis en el rendimiento de tareas de comparación no simbólicas y aproximada de cantidades.

Evaluar el efecto de transferencia de las modulaciones inducidas en el rendimiento de tareas de comparación no simbólicas y aproximada de cantidades en el desempeño matemático simbólico.

Medir la especificidad del efecto de transferencia de las modulaciones inducidas en el rendimiento de tareas de comparación no simbólicas y aproximada de cantidades.

#### 3.2. Hipótesis:

Si el efecto de histéresis modula el desempeño en tareas del Sistema Numérico Aproximado, entonces estas modulaciones tendrán un efecto de transferencia en el rendimiento de tareas de matemáticas simbólicas.

#### 3.3. Estudio Piloto

Se llevó a cabo un estudio piloto diseñado para evaluar la viabilidad del diseño, procedimientos e instrumentos de medida en preparación para el estudio definitivo posterior. En base a los datos obtenidos se implementarán modificaciones necesarias, además de ofrecer resultados preliminares con implicaciones en las fases siguientes y ajustar las prácticas y procedimientos de esta

investigación en el contexto escolar (APA, 2015). El diseño del estudio está basado en una réplica parcial de Wang et al. (2016), donde además de estudio de intervención de la precisión del SNA y la evaluación del efecto de transferencia hacia el desempeño matemático simbólico del diseño original, se realizaron modificaciones en parte de las variables y el procedimiento basadas en las recomendaciones realizadas por Merkley, Matejko, & Ansari (2017). En la misma se incluyó una evaluación pre-test y asignación a condiciones experimentales a través de Ensayo Controlado Aleatorizado (U.S. Department of Education, 2013).

### **3.3.1. Participantes**

Participaron en todas las fases del estudio piloto un total de 58 sujetos (26 niñas) de primer grado de una institución de educación primaria. La media de edad (M) es de 78.97 meses (6 años y 6 meses), con una desviación estándar (DE) de 3.56 meses (rango= 73 meses; 85 meses). La muestra fue dividida en dos grupos experimentales: Fácil Primero (FP) (n=19; M= 78.7 meses (6 años, 8 meses); DE= 3.71 meses; rango= 73 meses a 85 meses) y Difícil Primero (DP) (n=20; M= 79 meses (6 años, 7 meses); DE= 3.61 meses; rango= 73 meses a 84 meses) y un grupo control: Condición Aleatoria (CA) (n=19; M= 79 meses (6 años, 7 meses); DE=3.53 meses; rango=73 meses a 84 meses). No existen diferencias significativas en la edad de los tres grupos ( $F(2,58) = .08; p = .92; \eta^2_p < .01$ ).

Se realizó un muestreo probabilístico, donde todos los sujetos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados. Para la asignación de los sujetos a los grupos se realizó a través de la aplicación de Ensayos Controlados Aleatorios, basados en las puntuaciones de la Prueba SNA de Papel y Lápiz, que ha demostrado ser un método válido y requerido para estudios de intervención (U.S. Department of Education, 2013).

### **3.3.2. Instrumentos**

#### **3.3.2.1. Evaluación pre-post test**

##### ***Inteligencia no verbal***

La Prueba de Matrices Progresivas Coloreadas (PMPC) de Raven (Raven, Court, & Raven, 1992) mide el rendimiento intelectual de los sujetos. Constituye una medida tradicional de

Inteligencia Fluida en niños. Es una prueba no verbal tanto por el tipo de material como por las respuestas que demanda del sujeto y se ha clasificado como un test de reducida influencia cultural (Flynn, 2007). Está formado por 36 problemas en total, que se presentan en un cuadernillo de papel. Cada uno de ellos consiste en una figura incompleta que el niño debe completar seleccionando una de 6 alternativas posibles donde sólo una de ellas es correcta. La prueba está dividida en 3 series de 12 problemas cada una: A, AB y B. La complejidad se incrementa progresivamente a lo largo de la prueba y a lo interno de las series. Por cada respuesta correcta se otorga un punto y se recoge una puntuación total en la ejecución del test. Dado que no existen baremos y normas para población uruguaya, se utilizó la cantidad de ítems correctos en las tres series.

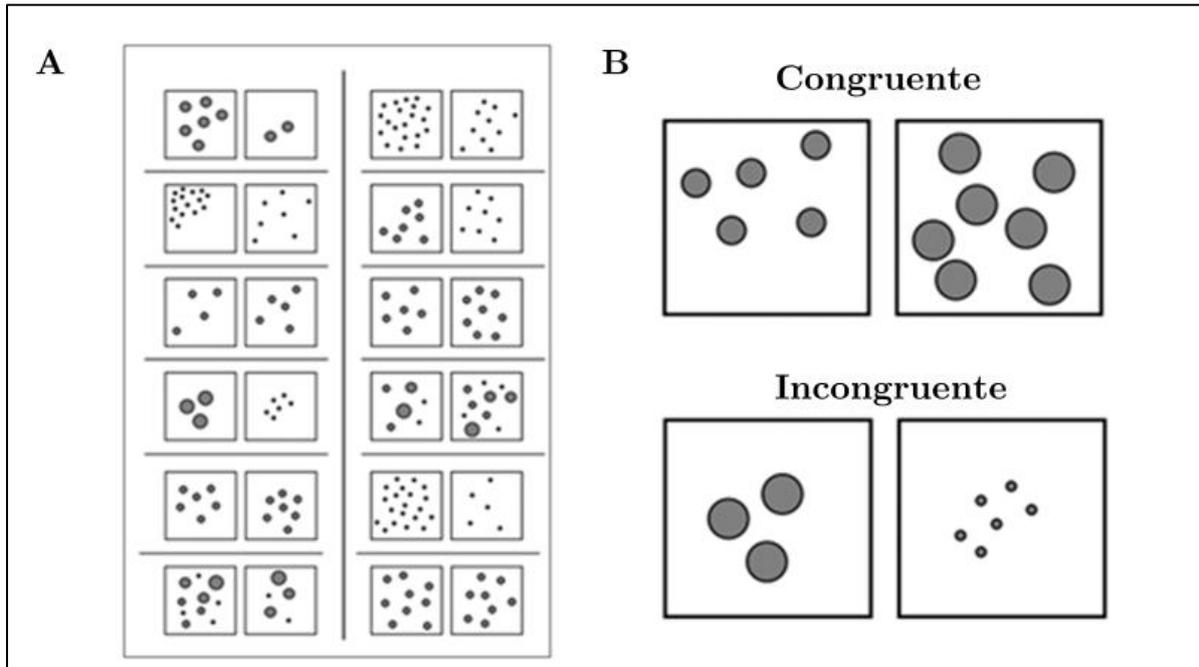
### ***Precisión del SNA***

Prueba cronometrada discriminación de cantidades en formato papel y lápiz (Maiche, Mailhos & Halberda, 2018). Cuenta con 84 ítems, donde se presentan dos conjuntos de cantidades (puntos) y la tarea de los sujetos es decir cuál de los dos conjuntos tiene más elementos en 3 minutos y cuenta con dos versiones. Se toma la cantidad de respuestas correctas. De los 84 pares, la mitad son congruentes (el conjunto que posee la mayor numerosidad posee mayores valores en magnitudes no numéricas como tamaño de elementos, área acumulada; Fig. 3.1 A) y la mitad incongruentes (es decir existe una correlación inversa entre la numerosidad y las DNN) (Fig. 3.1 B). Esta prueba fue desarrollada en conjunto entre el Grupo de Cognición Numérica de la Universidad de la República y Justin Halberda del *Laboratory for Child Development* de la Universidad de Johns Hopkins.

El análisis inicial de las propiedades psicométricas del instrumento ha encontrado valores aceptables de validez de criterio a través del coeficiente de validez (Calder, Phillips & Tybout, 1982), utilizando como criterio externo la Prueba de Fluidez matemática de la Batería II de Muñoz-Sandoval & Woodcock (2005), descrita a continuación. A su vez encontraron valores moderados de fiabilidad (Weir, 2005) medidos a través del coeficiente de estabilidad del índice de Correlación Intraclase en el análisis test-retest.

### Figura 3.1

*Prueba cronometrada de papel y lápiz de comparación de Magnitudes no simbólicas*



*Nota.* A: Ejemplo de una de las hojas del cuaderno donde se presentan los pares de conjuntos que deben ser comparados. B: Ejemplos de estímulos donde la numerosidad es congruente (arriba) o incongruente (abajo) con otras dimensiones no numéricas.

### *Fluidez Matemática*

En la Prueba de Fluidez matemática de la Batería III (Muñoz-Sandoval Woodcock, 2005) se presentan 160 ejercicios de cálculo simple de suma, resta y multiplicación. Están organizados en 2 páginas (80 por cada página) divididos en 16 columnas de 10 ejercicios por columna. Los sujetos deben completar la mayor cantidad de ejercicios posibles en tres minutos.

#### **3.3.2.2. Entrenamiento**

##### *Tarea de manipulación del SNA*

La tarea de manipulación SNA es una versión de la utilizada por Wang et al. (2016), donde el investigador explica la consigna a los participantes y les decía que jugarían un juego en el que verán puntos en la pantalla de la *notebook* y deberían indicar si hay más punto amarillos o azules, respondiendo con la tecla Z y M del teclado, el lado de las respuestas fue contrabalanceado. La pantalla contiene dos cuadrados grises (#C0C0C0, en el Sistema Hexadecimal de Colores (SHC)) en marcos negros, cada uno con la imagen de un personaje de dibujos animados en los bordes laterales

inferiores (Big Bird o Grover de Plaza Sésamo). En cada ensayo, aparecen puntos amarillos (#FDF00, SHC) en el marco izquierdo (caja de Big Bird) y puntos azules (#0004FA, SHC) aparecieron simultáneamente en el marco derecho (caja de Grover). Los puntos permanecen visibles durante 1200 ms, después de lo cual desaparecen, dejando solo los marcos vacíos y los personajes de Big Bird y Grover.

En el trabajo de Odic, et al. (2014), se encontró que un tiempo de visualización de 1200 ms es suficientemente largo para que los niños de este rango de edad puedan ver cómodamente la imagen del estímulo, pero lo suficientemente breve como para evitar contar en serie los puntos. Los niños recibieron retroalimentación directa de manera auditiva a través de audífonos después de cada ensayo, “¡Correcto!” luego de una respuesta correcta, y “¡Oh, no es correcto!” luego de una respuesta incorrecta (Figura 3.2).

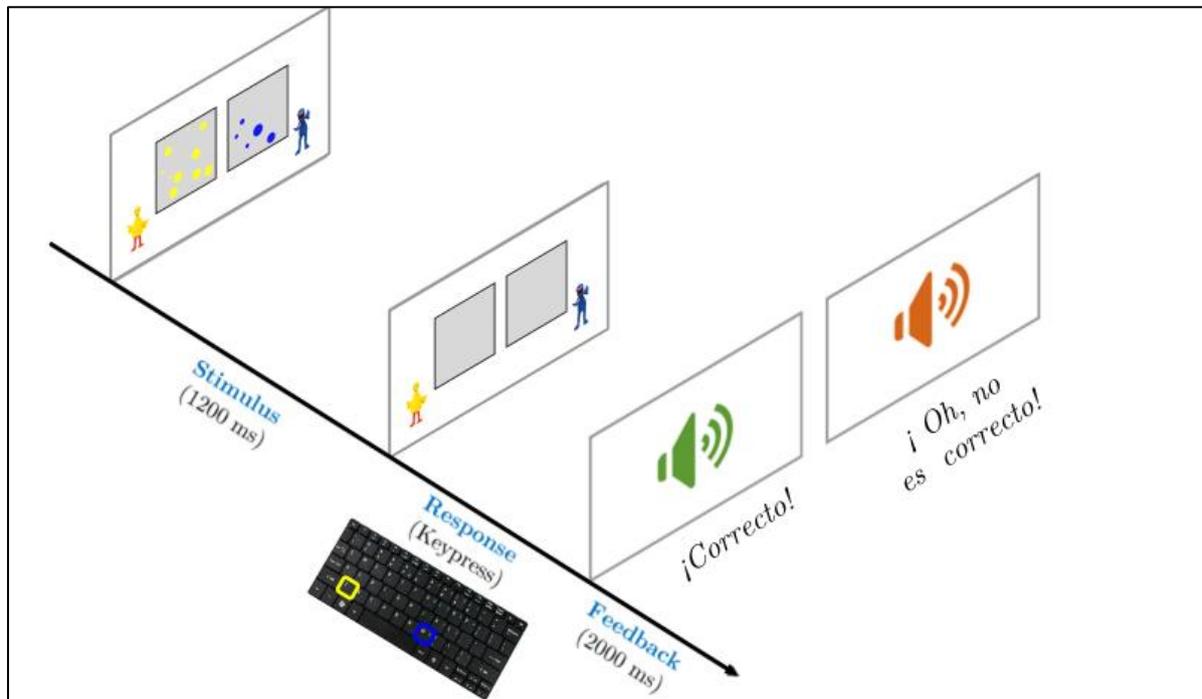
La tarea cuenta con 5 ensayos de prueba idénticos para las tres condiciones en las que se presentan ensayos de dificultad intermedia (RATIOS= 1.17; 1.25). Luego deben completar 30 ensayos, 5 ensayos por cada ratio (RATIOS= 1.11; 1.14; 1.17; 1.25; 1.50; 2.0). Los sujetos completaban la tarea en un orden pre-generado. En la condición Fácil Primero comenzaban con ratios numéricos fáciles (*e.g.* 2.00; 1.50) y progresaban gradualmente hacia ratios más difíciles (*e.g.* 1.11; 1.14). Los sujetos en la condición Difícil Primero completaban la tarea en orden inverso. En la condición Condición Aleatoria la dificultad de los ensayos era aleatoria, donde el orden de presentación de los ensayos era el mismo para todos los sujetos que pertenecían a esta condición.. Para las DNN de los estímulos solo se controló los parámetros intensivos (área total de los elementos).

La tarea fue implementada en OpenSesame 3.3.1 (Mathôt, et al., 2002) y los estímulos fueron presentados de manera individual en una sala de la escuela en una laptop de 15.6 pulgadas con Windows 10. La combinación de este *software* de implementación de experimentos con este sistema operativo ha demostrado obtener medidas confiables tanto en la presentación de estímulos como en la

recolección de los tiempos de reacción en el orden de los milisegundos (Bridges, Pitiot, MacAskill & Peirce, 2020).

**Figura 3.2**

*Representación esquemática de la Tarea de manipulación del SNA*



### 3.4. Presente estudio

El diseño de este estudio de intervención está basado en una réplica parcial (APA, 2015) de los experimentos desarrollados por Wang, Odic, Halberda y Feigenson (2016) y Wang, Halberda y Feigenson (2020). En el presente estudio, se probó la hipótesis causal de la relación entre el SNA y el desempeño matemático mediante un entrenamiento en una tarea de comparación aproximada y no simbólica de magnitudes y se evaluó el posible efecto de esta intervención en el desempeño matemático simbólico y su especificidad. Además de la intervención basada en una tarea breve de comparación aproximada y no simbólica de cantidades y la evaluación posterior de habilidades numéricas y no numéricas, se agregaron al diseño elementos recomendados por Merkley et al. (2017) como la evaluación previa a la intervención, la asignación a grupos a través de Ensayo Controlado Aleatorizado y la evaluación del efecto en el desempeño matemático a través de medidas válidas y confiables (ver sección 3.4.3. Instrumentos).

### 3.4.1. Participantes

Participaron un total de 135 niños y niñas de Nivel 5 de Educación Inicial y Primero de Educación Primaria (83 de Primer grado y 52 de Nivel 5) de tres escuelas de Montevideo y Punta del Este. Se excluyeron del estudio participantes con Trastornos del Desarrollo ( $n=1$ ), cuyo primer idioma no era el español ( $n=1$ ) y aquellos cuya proporción de aciertos no alcanzó el 50 % en la Tarea de manipulación del SNA por considerar que respondieron aleatoriamente o no entendieron la consigna ( $n=5$ ). La muestra final está compuesta por 128 estudiantes (55 niñas) de Nivel 5 de Educación Inicial ( $n=48$ ) y Primer Grado de Educación Primaria ( $n=80$ ). La media de edad para Nivel 5 fue de 73.45 meses (6 años y 1 mes) ( $DE= 3.98$  meses; rango = 65 meses - 80 meses); en Primer Grado los participantes tenían una media de edad de 84 meses (7 años) ( $DE=4$  meses; rango=76 meses - 98 meses). El tamaño de la muestra se basó en un análisis de potencia *a priori* utilizando el paquete *R pwr* (v1.2-2; Champely et al., 2018). Se utilizaron los resultados de Wang et al. (2016) para estimar la probabilidad de observar un efecto de transferencia significativo de la Manipulación SNA en el rendimiento matemático simbólico de los participantes ( $d$  de Cohen = 1.12). En este análisis, con un nivel alfa de .05 y una potencia = .80, resulta necesario un  $N = 40$  para detectar un efecto de transferencia de la condición de Manipulación de SNA al rendimiento de Matemáticas Simbólicas. En la Tabla 3.1 se presenta los datos de los participantes segmentados por grado y condición experimental. No se encontraron diferencias de edad entre las condiciones experimentales para Nivel 5 ( $t(46) = -.44$  ;  $p = .66$ ;  $d = -.13$ ) ni para Primer Grado ( $t(78) < .01$ ;  $p = 1.00$ ;  $d < .01$ ).

La asignación de los sujetos a las dos condiciones se realizó a través del Ensayo Controlado Aleatorizado (Figura 3.3). A través de un proceso automatizado se generaban posibles asignaciones de los sujetos a las condiciones del estudio y se evaluaba si las diferencias entre los grupos en la medida pre-test en la tarea de comparación simbólica de *Numeracy Screener* y en el puntaje total de las tareas simbólicas de PUMA no excedían el 10 % de la desviación estándar en dichas medidas (ver Sección Instrumentos 3.4.3). El proceso se iteró hasta que la distribución cumpliera con los parámetros establecidos. El submuestreo aleatorio es un método aceptable que cumple los criterios que han demostrado ser un método válido en estudios de intervención (U.S. Department of Education, 2013).

**Tabla 3.1**

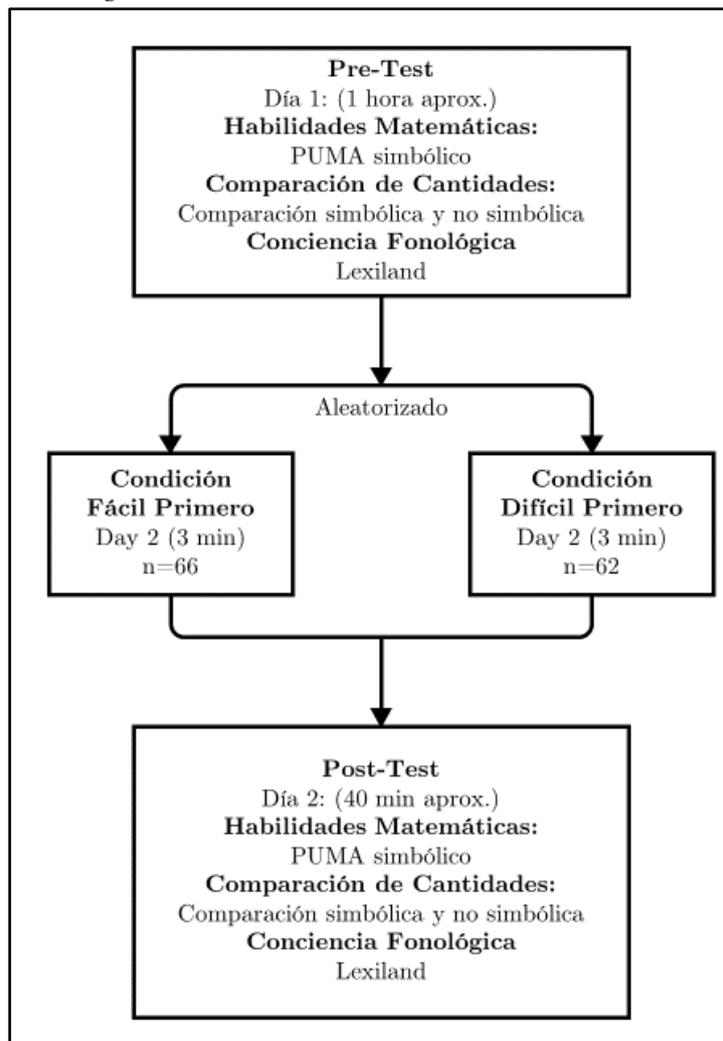
Descripción de la muestra segmentada por Grado y condición experimental.

	Fácil Primero			Difícil Primero		
	n (F)	M <sub>edad</sub> (DE)	Min-Max	n (F)	M <sub>edad</sub> (DE)	Min-Max
<b>Nivel 5</b>	26 (12)	73.22 (4.20)	66.73 - 80.99	22 (11)	73.73 (3.80)	65.58 - 80.26
<b>Primer Grado</b>	40 (15)	84.82 (4.13)	77.90 - 98.47	40 (17)	84.82 (3.97)	76.55 - 98.47

Nota: N = Número de participantes por grupo. M = Media. DE = Desviación Estándar. Min = Mínimo. Máximo

**Figura 3.3**

Diseño general del estudio

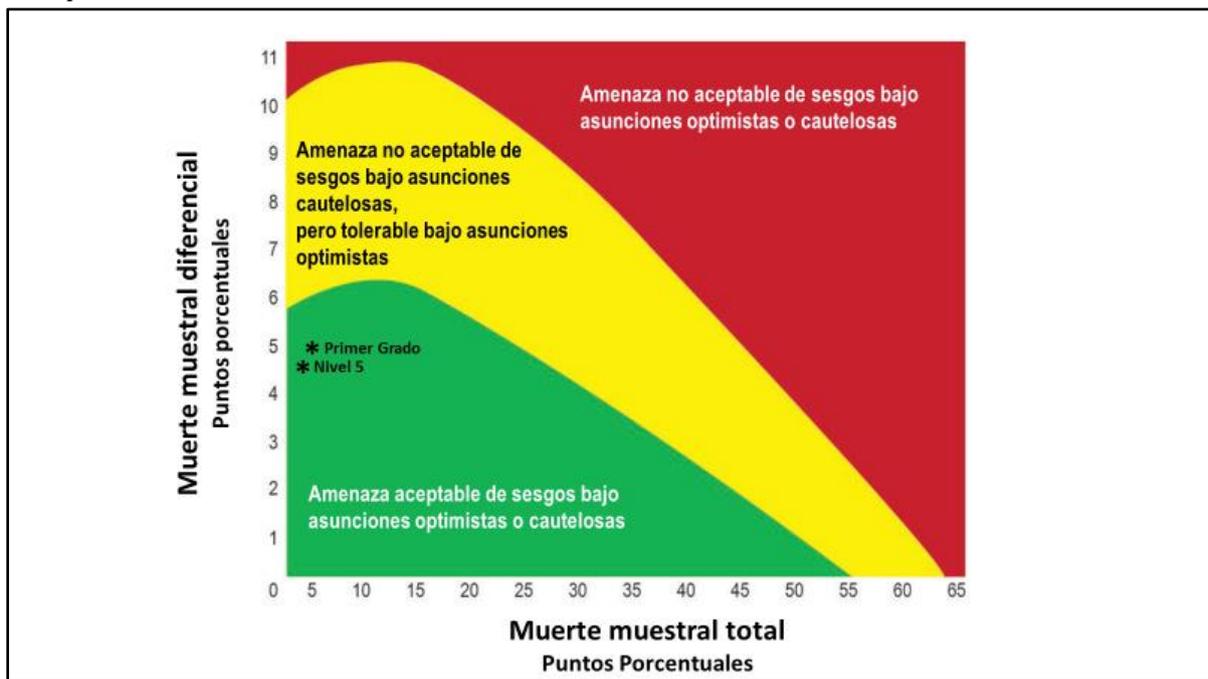


El Diccionario de la APA (2015) define la muerte muestral (traducción al español de *attrition*) como la pérdida de participantes en un estudio a través del tiempo y ocurre cuando una de las variables de resultados no está disponible para todos los sujetos inicialmente asignados a una condición. Esta situación puede amenazar la validez interna y externa de una investigación, crear sesgos potenciales y/o reducir la potencia estadística en los análisis. Debido a un procedimiento muy

restrictivo al incluir en el estudio solamente a los sujetos que habían realizado las tareas del segundo día que incluía la intervención y la evaluación post-test, de los sujetos que contaban con todas las evaluaciones en el pre-test, tuvimos un dato perdido para la condición difícil primero para Nivel 5 (2.08 % de la muestra de Nivel 5; 4.54 % para el grupo difícil primero; muerte muestral diferencial de 4.54 %) en la evaluación de comparación simbólica de *Numeracy Screener*. En el caso de Primer grado se observaron un total de cuatro datos perdidos en esta medida (5 % de la muestra de Primer Grado), tres de ellos en la condición difícil Primero (7.5 % de la muestra para esta condición, muerte muestral diferencial de 5 %). La pérdida descrita anteriormente está por debajo de los límites tolerables del protocolo e impone un bajo nivel de sesgos bajo supuestos tanto optimistas como cautelosos (Figura 3.4).

**Figura 3.4.**

*Muerte muestral y sesgos potenciales en dependencia del tamaño de la muestra: sus particularidades en el presente estudio*



*Nota.* Modificado de *What Work Clearinghouse: Standards Handbook* (U.S. Department of Education, 2013)

**3.4.2. Consideraciones éticas**

El presente proyecto fue aprobado por el Comité de Ética de Investigación de la Facultad de Psicología de la Universidad de la República (Exp: 191175-000736-18; ver Anexo 1), de acuerdo a la

normativa vigente sobre investigación con seres humanos (Decreto CM/515) y adhiere a la Convención para el derecho de los niños y niñas de la Organización de Naciones Unidas (Unicef, 2006). Los datos recolectados se trataron de manera anónima y confidencial. Los padres, madres o tutores recibieron una Hoja de Información (Anexo 2) con los objetivos y procedimientos de la investigación y se les invitó a participar en la misma, a través de la firma de un consentimiento informado (Anexo 3). Se les notificó a los adultos responsables de los participantes que podían retirar el consentimiento en cualquier momento de la investigación sin dar explicaciones. Se requería el asentimiento de los participantes para comenzar las sesiones.

### **3.4.3. Instrumentos**

#### **3.4.3.1. Evaluación pre-post**

##### ***Comparación de Magnitudes Numéricas***

Para las evaluaciones pre y post-test se utilizó el *Numeracy Screener* (Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans, & Ansari, 2013). Esta prueba, en formato papel y lápiz, evalúa la habilidad de los alumnos de decidir qué conjunto es mayor en cuanto a la cantidad (Nosworthy et al., 2013). Cuenta con dos secciones: Sección de Comparación no simbólica (56 pares de conjuntos de puntos) y Sección de Comparación Simbólica (56 pares de números) (Figura 3.5). Los participantes poseen un tiempo límite para completar la tarea. En el caso de los estudiantes de Nivel 5 de Educación Inicial tuvieron 2 minutos para completar cada sección, y un minuto en el caso de Primer Grado de Educación Primaria. La prueba cuenta con dos versiones, para la evaluación pre-test se utilizó la Forma B de la prueba (primero Sección no Simbólica y luego Sección Simbólica) y para el post-test se utilizó la Forma A (primero Sección Simbólica y luego Sección no Simbólica). Para ambas secciones se toma como medida de rendimiento la cantidad de ítems correctos realizados en el tiempo establecido.

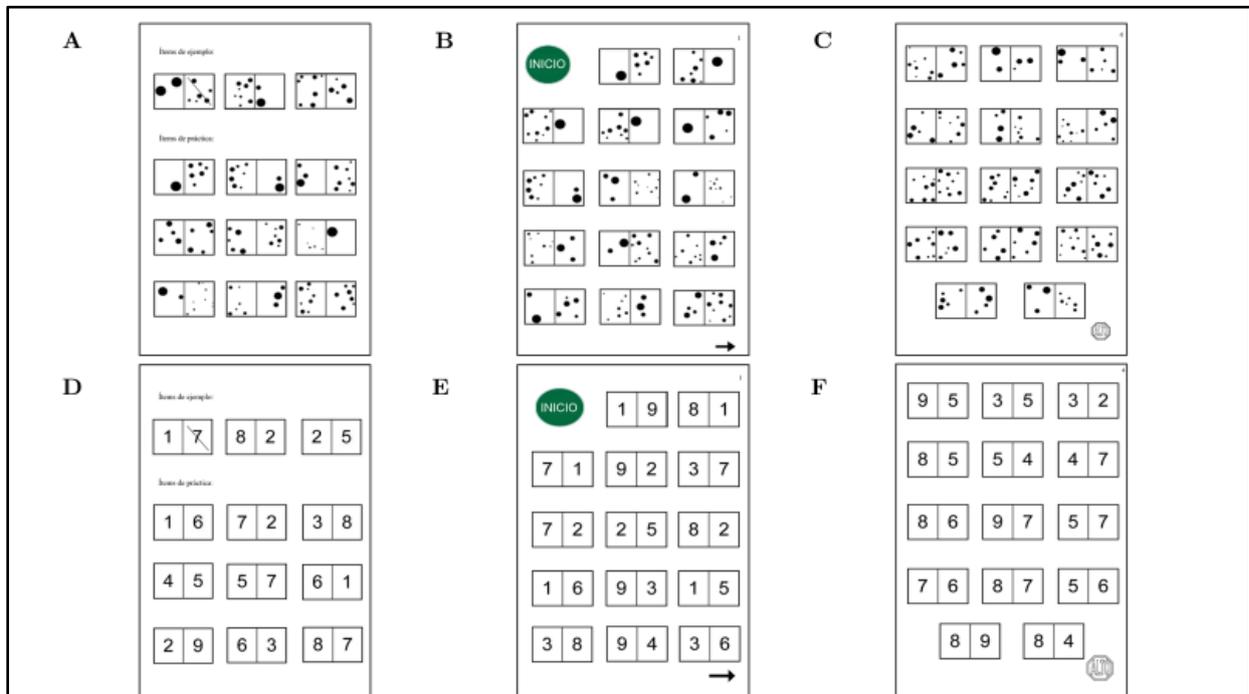
Tanto el Cuaderno de Respuestas, como las Instrucciones de Administración fueron traducidas al idioma español con el permiso y la supervisión del Dr. Daniel Ansari. Para el análisis de confiabilidad de la consistencia interna de la versión traducida se utilizaron los coeficientes de Alfa de Cronbach ( $\alpha$ ) y Omega de McDonald ( $\omega$ ). Los resultados muestran buenos valores de consistencia

interna (George & Mallery, 2003), tanto para la Forma B ( $\alpha = .68$ ;  $\omega = .69$ ), como para la Forma A ( $\alpha = .79$ ;  $\omega = .81$ ).

Para evaluar la confiabilidad test-retest se utilizó el Coeficiente de Correlación Intraclase (CCI), el cual muestra valores moderados de estabilidad tanto para la Sección Simbólica (CCI= .63; 95 % IC= [.51-.72]), como para la Sección no Simbólica (CCI= .65; 95 % IC= [.53-.74]). Este resultado es necesario tomarlo con precaución ya que entre la aplicación de la Forma B (pre-test) y la Forma A (post-test) los estudiantes realizaron actividades que tenían como objetivo inducir cambios en precisión de SNA.

Las puntuaciones de la Sección Simbólica, que luego se utilizarían como medida base para la asignación de los grupos por condición y evaluar el efecto de transferencia muestran validez convergente con la Prueba Uruguaya de Matemáticas (descrita abajo), tanto en la Forma B ( $r = .45$ ;  $p < .01$ ) como para la Forma A ( $r = .28$ ;  $p < .01$ ).

**Figura 3.5**  
Prueba de papel y lápiz para evaluar comparación de magnitudes



*Nota.* A, B y C son ejemplos de los ítems de la Sección no Simbólica. D, E y F son ejemplos de la Sección Simbólica.

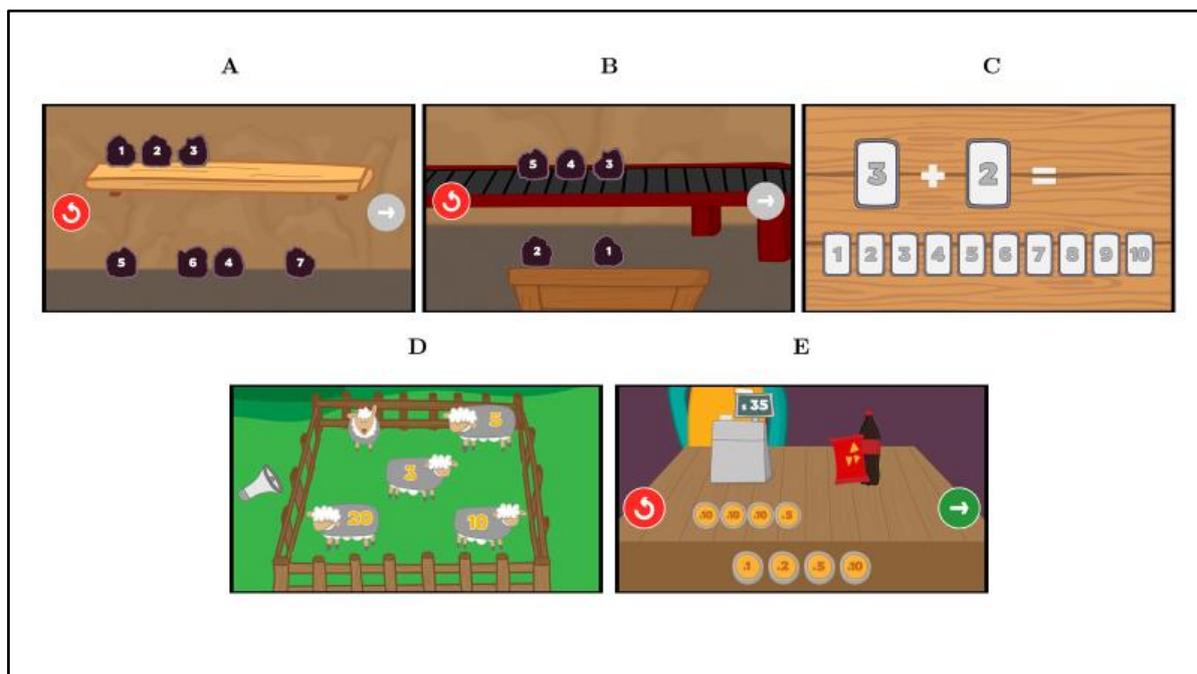
### Desempeño matemático simbólico

La Prueba Uruguaya de Matemáticas (PUMA) evalúa un conjunto de habilidades matemáticas a través de una serie de minijuegos, que incluye: *i.* comparación aproximada de magnitudes, *ii.* rotación mental, *iii.* serie numérica progresiva, *iv.* conteo, *v.* serie numérica regresiva, *vi.* transcodificación, *vii.* cálculo visual, *viii.* patrones, y *ix.* descomposición numérica.

En el presente estudio, la medida de desempeño matemático (PUMA simbólico) es el total de respuestas correctas en las tareas que implican procesamiento y manipulación de símbolos numéricos (serie numérica progresiva y regresiva, transcodificación, calculo visual y descomposición numérica; Figura 3.6). La aplicación se aplicó por medio de una tablet, de manera simultánea con los alumnos de la clase y las instrucciones se ofrecen a través de auriculares. Estas tareas presentan una excelente consistencia interna ( $\alpha = .93$ ;  $\omega = .93$ ) y validez convergente con los puntajes directos de la tercera versión de la Prueba de Competencia de Habilidad Matemática Básica (TEMA-3, del inglés *Test of Early Mathematics Abilities*) ( $r = .81$ ;  $p < .01$ ).

#### Figura 3.6

Tareas de procesamiento y manipulación de símbolos numéricos de la Prueba Uruguaya de Matemáticas



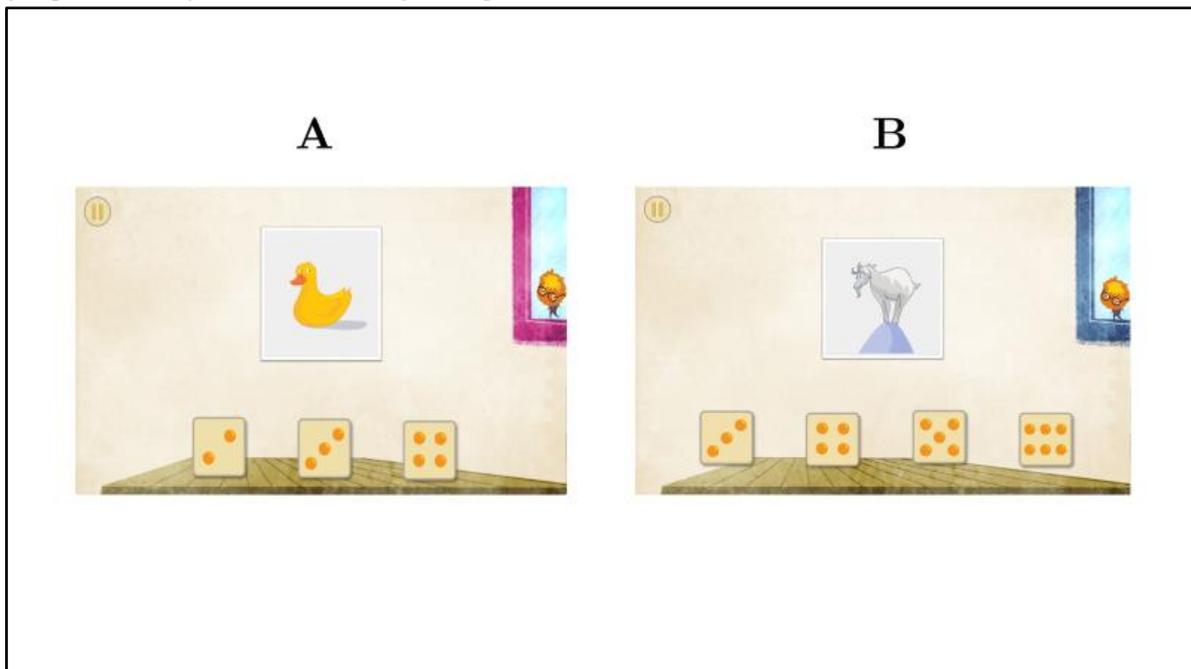
Nota. A: Serie Numérica Progresiva. B: Serie Numérica Regresiva. C: Cálculo Visual. D: Transcodificación. E: Descomposición Numérica.

### **Conciencia fonológica**

Para la evaluación de la especificidad del posible efecto de transferencia de la manipulación de la precisión del SNA, se midió la conciencia fonológica a nivel silábico y fonético. La tarea se presenta mediante una aplicación para tablets -*Lexiland*-. Para aumentar la motivación de los niños y su participación en el juego de manera autónoma, las tareas incluyen una narrativa lúdica similar a la de un videojuego, con un personaje principal y recompensas por completar la tarea.

En la tarea de segmentación se presenta una palabra en forma auditiva junto con su imagen, y se pedía a los niños que la segmentaran tocando una de las 3 o 4 imágenes de los dados que representan el número de sílabas (2 a 4) o fonemas (2 a 6) (Figura 3.7). La medida de conciencia fonológica se obtuvo a partir del número total de respuestas correctas en las tareas de segmentación silábica y fonética.

**Figura 3.7**  
*Ejemplo de ensayos de conciencia fonológica de Lexiland*



*Nota:* A: Tarea de segmentación silábica. B. Tarea de segmentación fonémica

### 3.4.3.2. Entrenamiento

#### *Tarea de Manipulación del SNA*

La tarea de manipulación de la precisión del SNA aplicada en el estudio de intervención es similar a la descrita en el estudio piloto (Sección 3.3.2; Figura 3.2). Respecto a la versión anterior de la tarea existen tres diferencias principales. Primero, los participantes escuchaban la consigna a través de audífonos. Segundo, realizaban la tarea individualmente en una tablet con sistema operativo Android 9 con conexión a internet y pantalla de 10 pulgadas, pero simultáneamente con todos los miembros del salón. La tarea se implementó en el software PsychoJS v3.1.5 y se presentaba desde Pavlovia en el navegador de Google Chrome. Tanto el *software* de la presentación como el navegador han mostrado medidas confiables tanto en presentación de estímulos como en la recolección de los tiempos de reacción en el orden de los milisegundos (Anwyl-Irvine, Dalmaijer, Hodges & Evershed, 2020). Tercero, se controlaron los parámetros intensivos (área total de los elementos) y extensivos (envolvente) de los estímulos según Gebuis & Reynvoet (2011). La mitad de los estímulos presentados son congruentes y la otra mitad incongruentes (en área total de los elementos o en envolvente; ver Dehaene, Izard & Piazza, 2005).

En los ensayos de práctica los participantes tuvieron un 73 % ( $DE=44$  %) de respuestas correctas para Nivel 5 y un 78 % ( $DE=42$  %) para Primer Grado, en ambos casos, por encima de la probabilidad teórica de acertar respondiendo al azar en tareas de elección forzada de dos alternativas. Respecto a los participantes de Nivel 5, la proporción de aciertos no difiere significativamente entre las condiciones Fácil Primero ( $M=73$  %;  $DE=45$  %) y Difícil Primero ( $M=74$  %;  $DE=44$  %) debido a la condición experimental ( $t(238) = -.10$ ;  $p = .93$ ;  $d = -.01$ ). Para Primer Grado tampoco se encontraron diferencias entre las condiciones Fácil Primero ( $M=77$  %;  $DE=43$  %) y Difícil Primero ( $M=79$  %;  $DE=41$  %) por efecto de la condición experimental ( $t(398) = -.60$ ;  $p = .55$ ;  $d = -.06$ ). Estas medidas de control permiten afirmar que los participantes entendieron correctamente la tarea.

### 3.5. Análisis de datos

El procesamiento de los datos se realizó empleando R y R Studio 1.3.1093 (Team, 2020). Los datos del estudio piloto sirvieron para realizar análisis cualitativos de la viabilidad de la investigación y evaluar las respuestas de los sujetos en la tarea computarizada de CAC. Estos resultados también fueron utilizados para evaluar la influencia de la modalidad de ejecución de la tarea (individual o simultánea en situación de aula).

En la tarea de Manipulación de SNA se establecieron tres medidas de rendimiento: *i.* la proporción de aciertos en la tarea, la cual consiste en la suma total de las respuestas correctas divididas entre el total de ensayos (Wang, Halberda, & Feigenson, 2020; Wang, Odic, Halberda, & Feigenson, 2016); *ii.* el tiempo de reacción de las respuestas correctas (Wilson et al., 2006); y *iii.* una medida de eficiencia calculada a partir de la mediana de los TR de las respuestas correctas y divididos entre la proporción de respuestas correctas (similar a Landerl et al. (2004)). A diferencia de las medidas anteriores que se calculan a partir de la suma total de respuestas correctas por participante o medidas de tendencia central del tiempo de reacción, para analizar los efectos relacionados con la proporción de los estímulos (*ratio*) y el efecto de congruencia se utilizaron los datos de respuesta de cada participante a cada ítem de la Tarea de Manipulación del SNA.

Para analizar los cambios inducidos por la breve intervención se calculó un puntaje de mejora estandarizada como la diferencia entre las evaluaciones post-test menos pre-test, divididas entre la desviación estándar de las medidas pre-test (Park & Brannon, 2013). Similar a los análisis de la evaluación pre-test, se realizaron análisis de comparación de medias para muestras independientes a través de la Prueba t de Student. A su vez, para el cálculo de los tamaños del efecto se utilizaron los criterios de puntos de corte de Cohen (1988) para los estadígrafos *d* y eta cuadrado parcial ( $\eta^2_p$ ).

## Capítulo 4

### Resultados

A continuación, se presentarán los resultados organizados en las tres etapas principales del estudio. Inicialmente se presentarán las medidas de rendimiento de habilidades numéricas (comparación simbólica y no simbólica y habilidades matemáticas) y no numéricas (conciencia fonológica). Posteriormente se presentará el análisis de los resultados de la intervención breve de la Tarea de Manipulación del SNA. Por último, en la evaluación post-test, se evaluará el efecto de transferencia, de la posible manipulación de SNA en las habilidades numéricas y no numéricas.

#### 4.1. Evaluación pre-test: línea base

Se presentan las medidas de tendencia central, dispersión y distribución de las pruebas aplicadas en la evaluación pre-test (ver Tabla 4.1). Dado que los procedimientos de aplicación del *Numeracy Screener* eran diferentes para cada grado en términos de tiempo para completar las secciones, y para evaluar un posible efecto de la maduración y el grado de escolarización en otras medidas, desglosamos los resultados segmentados por grado.

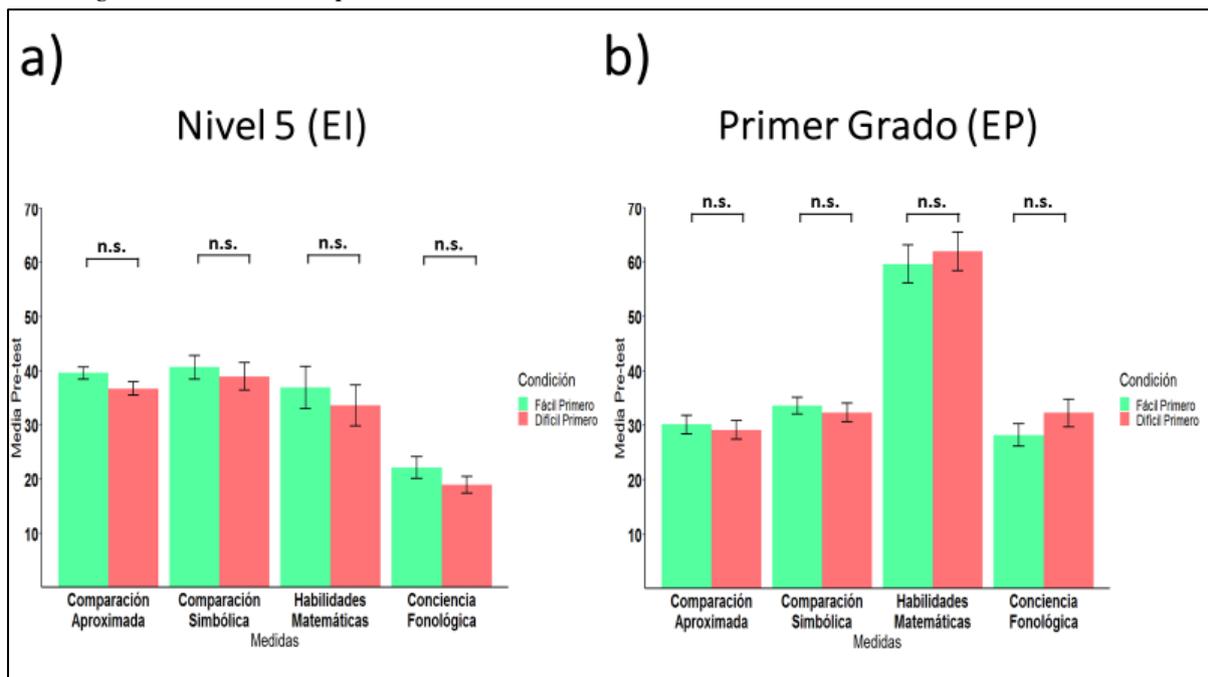
Respecto al desempeño en *Numeracy Screener*, no se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los participantes que fueron asignados a las condiciones Fácil Primero y Difícil Primero en los puntajes de la tarea Comparación simbólica de cantidades (Figura 3.5 D, E y F) para Nivel 5 ( $t(41) = .51; p = .61; d = .16$ ), ni para Primer Grado ( $t(71) = .54; p = .59; d = .13$ ). Tampoco se hallan diferencias entre los valores de Comparación Aproximada (Figura 3.5 A, B y C) para Nivel 5 ( $t(41) = 1.68; p = .10; d = .51$ ), o Primer Grado ( $t(55) = .42; p = .68; d = .11$ ).

Tampoco existen diferencias estadísticamente significativas en la evaluación pre-test para ambos grupos en las habilidades matemáticas simbólicas evaluadas a través de PUMA simbólico (Figura 3.6) en Nivel 5 ( $t(40) = .61; p = .54; d = .19$ ), o en Primer Grado ( $t(71) = -.47; p = .64; d = -.11$ ). Por último, no encontramos diferencias entre el grupo Fácil Primero y Difícil Primero en la medida “no numérica” que pretende evaluar la especificidad del posible efecto de transferencia. En

este caso, no existen diferencias significativas en habilidades de conciencia fonológica en Nivel 5 ( $t(37) = 1.22; p = .23; d = .39$ ), ni para Primer Grado ( $t(54) = -1.23; p = .22; d = -.33$ ). Los resultados de la evaluación pre-test segmentados por grado y condición experimental se muestran en la Figura 4.1

**Figura 4.1.**

*Rendimiento en las tareas de comparación aproximada, comparación simbólica, habilidades matemáticas y conciencia fonológica en la evaluación pre-test. (a) Nivel 5 de educación inicial. (b) Primer grado de educación primaria*



*Nota.* Las puntuaciones en las diferentes medidas refieren al promedio de los puntajes directos. n.s. = Diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar

**Tabla 4.1**

*Estadísticos descriptivos de tendencia central, dispersión y distribución de las pruebas en la evaluación pret-test segmentados por grado y condición.*

Prueba	Fácil Primero				Difícil Primero				Diferencias de Grupo			
	M (DE)	Min-Max	As (EE)	Cu (EE)	M (DE)	Min-Max	As (EE)	Cu (EE)	gl	t	p	d
<b>Nivel 5 de Educación Inicial</b>												
<b>Comparación simbólica (Numeracy Screener)</b>	40.65 (10.46)	7 - 56	- 1.25 (.48)	3.91 (.93)	38.95 (11.55)	8 - 56	- 1.03 (.51)	1.28 (.99)	41	.51	.61	.16
<b>Comparación aproximada (Numeracy Screener)</b>	39.57 (5.49)	28 - 48	- .30 (.48)	- .15 (.93)	36.70 (5.68)	27 - 47	.11 (.51)	- .62 (.99)	41	1.68	.10	.51
<b>Habilidades matemáticas (PUMA simbólico)</b>	36.91 (18.15)	15 - 85	1.25 (.49)	1.19 (.95)	33.60 (16.75)	14 - 75	1.11 (.51)	.77 (.99)	40	.61	.54	.19
<b>Conciencia Fonológica (Lexiland)</b>	22.14 (9.21)	11 - 46	1.27 (.50)	1.11 (.97)	18.94 (6.69)	10 - 40	1.81 (.54)	5.19 (1.04)	37	1.22	.23	.39
<b>Primer Grado Educación Primaria</b>												
<b>Comparación simbólica (Numeracy Screener)</b>	33.60 (9.24)	20 - 56	.95 (.40)	.29 (.78)	32.34 (10.68)	1 - 56	- .37 (.38)	1.17 (.75)	71	.54	.59	.13
<b>Comparación aproximada (Numeracy Screener)</b>	30.15 (8.74)	3 - 47	- .79 (.46)	2.71 (.89)	29.28 (9.93)	9 - 56	.17 (.43)	.79 (.85)	55	.42	.68	.11
<b>Habilidades matemáticas (PUMA simbólico)</b>	60.15 (21.39)	12 - 91	- .58 (.41)	- .16 (.80)	61.97 (21.86)	18 - 95	- .44 (.40)	- .71 (.78)	71	-.47	.64	-.11
<b>Conciencia Fonológica (Lexiland)</b>	28.21 (11.28)	10 - 49	.16 (.44)	-1.06 (.84)	32.26 (13.22)	11 - 49	- .24 (.45)	-1.62 (.87)	54	-1.23	.22	-.33

*Nota.* M = Media. DE = Desviación Estándar. Min = Mínimo. Max = Máximo. As = Asimetría. EE = Error Estándar. Cu = Curtosis. gl = Grados de Libertad. t = Prueba t de Student para muestras independientes. p = significación bilateral. d = Prueba d de Cohen

#### **4.1.1 Comprobación de estándares de la asignación a condiciones experimentales a través del Ensayo Controlado Aleatorizado.**

Con el objetivo de establecer una serie de guías y buenas prácticas en la investigación en temas de aprendizaje escolar, *What Work Clearinghouse: Standards Handbook* (WWC; U.S. Department of Education, 2013) establece una serie de parámetros que deben cumplir los estudios de intervención. Dentro de los estándares que deben tener en cuenta los entrenamientos cognitivos basados en Ensayos Controlados Aleatorizados se encuentran, entre otros: *i.* equivalencia en las medidas de línea base, *ii.* que la asignación a las condiciones se realice a través de un proceso aleatorizado (descrito en la Sección 3.4.1 Participantes), *iii.* bajos niveles de muerte muestral, y *iv.* estabilidad temporal en las medidas pre- y post-test.

En cuanto la equivalencia de los grupos en las medidas de línea base, tal como se muestra en la Tabla y Figura 4.1, las diferencias de las medidas pre-test entre los grupos experimentales no son significativas en ninguna de las medidas. Asimismo, las diferencias entre ambas condiciones para Nivel 5 son de .16 desviaciones estándar en las puntuaciones de comparación simbólica de *Numeracy Screener* y .14 desviaciones estándar para Primer Grado. Los estándares de la WWC establecen que las diferencias en las medidas de línea base deben oscilar entre las .05 y .25 desviaciones estándar. Los bajos niveles de muerte muestral del presente estudio fueron descritos en el la sección 3.4.1 Participantes. Respecto a la confiabilidad, la estabilidad de la medida utilizadas para la asignación de los participantes (número de respuestas correcta en la tarea de comparación simbólica de *Numeracy Screener*), se encontró una correlación moderada entre las puntuaciones de la línea base y las medidas posteriores a la intervención ( $r = .64; p < .01$ ). La WWC 4.1 establecen una correlación superior a .60 entre ambas puntuaciones para cumplir con los estándares de estudios del Ensayo de Control Aleatorizado.

Tomando en consideración estos resultados, se puede establecer la equivalencia en las medidas de línea base entre las condiciones del estudio. Esta base nos permitiría, en caso de encontrar diferencias significativas en las medidas post-test o de mejora estandarizada, atribuir dichas diferencias al entrenamiento recibido.

## **4.2. Tarea de manipulación de la precisión del SNA: efecto de histéresis**

A continuación, presentaremos los resultados de las diferentes medidas de rendimiento en la tarea de CAC, a través de la cual se pretendían inducir cambios en la precisión del SNA, comparando los resultados de las dos condiciones de histéresis (Fácil Primero y Difícil Primero). En este estudio se establecieron tres medidas de rendimiento: *i.* la proporción de respuestas correctas, *ii.* el tiempo de reacción de las respuestas correctas (TR), y *iii.* una medida de eficiencia que permite combinar las dos anteriores (descrita en la sección 3.5 Análisis de Datos).

Primero, evaluaremos la influencia de la forma de ejecución de la tarea de manipulación del SNA (individual en el caso de los participantes del estudio piloto y grupal en el caso de los sujetos del presente estudio). Posteriormente, presentaremos los análisis comparativos entre las condiciones del estudio segmentados por grado. Además, abordamos el efecto de la edad en las medidas de rendimiento, y el posible impacto diferencial que pudo haber inducido la condición experimental en esta relación. Por último, se analizará el efecto de congruencia (Gebuis & Reynvoet, 2012) en la proporción de respuestas correctas de la tarea de CAC.

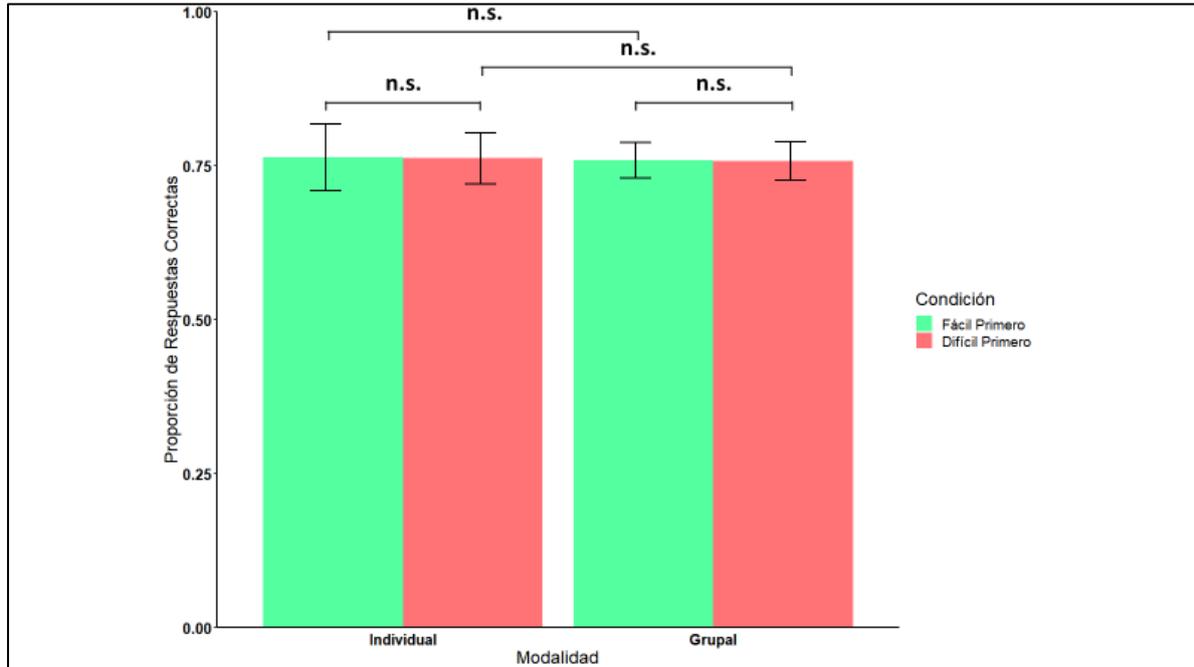
### **4.2.1. Efecto de la modalidad de ejecución de la Tarea de Manipulación del SNA.**

Para evaluar la influencia de la configuración mediante la cual los participantes realizan la tarea, comparamos la precisión de los sujetos de Primer Grado entre la modalidad individual, más cercana a los estudios de laboratorio y en las que se basaron los diseños del estudio piloto y los experimentos de Wang et al. (2016, 2020), con la ejecución en forma simultánea con el grupo de clases, más cercana a las situaciones reales de aula y en la que estuvo basada el presente estudio. Como se muestra en la Figura 4.2, no se encuentran diferencias estadísticamente significativas entre las modalidades individual y grupal ( $t(117) = ; p = .81; d = .05$ ). Tampoco se encontraron diferencias dentro de la condición FP entre ambas modalidades ( $t(57) = .16; p = .87; d = .05$ ) o para la condición DP ( $t(58) = .17; p = .87; d = .05$ ). Esto nos permite concluir que la modalidad de ejecución no introdujo cambios significativos en la precisión de los sujetos en tareas de comparación aproximada y

no simbólica que potencialmente pudieran explicar diferencias en los resultados entre el presente estudio y los estudios de Wang et al. (2016, 2020).

**Figura 4.2.**

*Proporción de respuestas correctas en las modalidades de ejecución de la tarea de CAC segmentadas por Condición Experimental*



Nota n.s. = Diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar

#### 4.2.2. Efecto de histéresis en medidas de rendimiento de la Tarea de Manipulación del SNA.

Respecto a los ítems de la tarea de CAC con condiciones de histéresis, realizamos un análisis de varianza de dos factores 2 (condición: Fácil Primero, Difícil Primero) x 6 (*ratio*). Para Nivel 5 encontramos un efecto principal del *ratio* con un tamaño del efecto mediano ( $F(5, 1434) = 19.31; p < .01; \eta^2_p = .06$ ), con un mejor rendimiento en *ratios* más fáciles. No se encontró un efecto principal de la condición ( $t(46) = -.54; p = .59; d = -.16$ ). Tampoco se encontró un efecto de interacción entre Ratio x Condición ( $F(5,1439) = 1.56; p = .17; \eta^2_p < .01$ ).

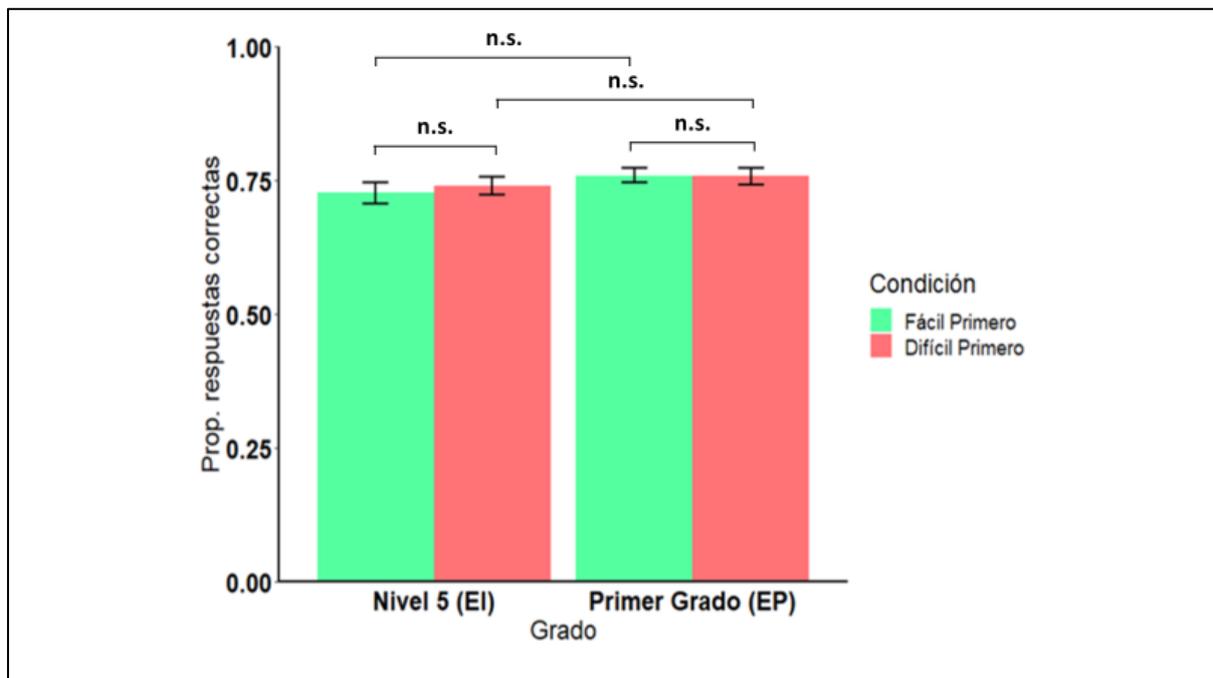
Para Primer Grado también encontramos un efecto principal del *ratio* con un tamaño del efecto mediano ( $F(5, 2399) = 35.95; p < .01; \eta^2_p = .07$ ), con un mejor rendimiento en *ratios* más fáciles. No se encontró un efecto principal de la condición ( $t(78) = .07; p = .94; d = .02$ ). Tampoco se encontró un efecto de interacción entre Ratio x Condición ( $F(5,2399) = 1.61; p = .16; \eta^2_p < .01$ ).

Para Nivel 5, los sujetos de la condición Fácil Primero promediaron un 73 % de respuestas correctas, que no se diferencia estadísticamente del 74 % de los sujetos de la Condición Difícil Primero ( $t(46) = -.54; p = 0.59; d = -.16$ ). Para Primer Grado, ambos grupos promediaron un 76 % de respuestas correctas aproximadamente, no habiendo encontrado diferencias en la proporción de respuestas correctas de la tarea de manipulación del SNA atribuibles al factor Condición experimental ( $t(78) = .07; p = .94; d = .02$ ).

No encontramos diferencias entre la proporción de respuestas correctas entre los participantes de Nivel 5 y Primer Grado ( $t(126) = -1.56; p = .12; d = -.28$ ). Tampoco encontramos diferencias por efecto del grado de escolarización en las condiciones Fácil Primero ( $t(64) = -1.41; p = .16; d = -.35$ ) o Difícil Primero ( $t(60) = -.74; p = .46; d = -.20$ ). El análisis comparativo de la proporción de aciertos entre Condiciones y Grados se muestran en la Figura 4.3 y en la Tabla 4.2.

**Figura 4.3.**

*Proporción de respuestas correctas en la tarea de Manipulación de SNA segmentado por Grado y Condición*



*Nota.* n.s. = diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar.

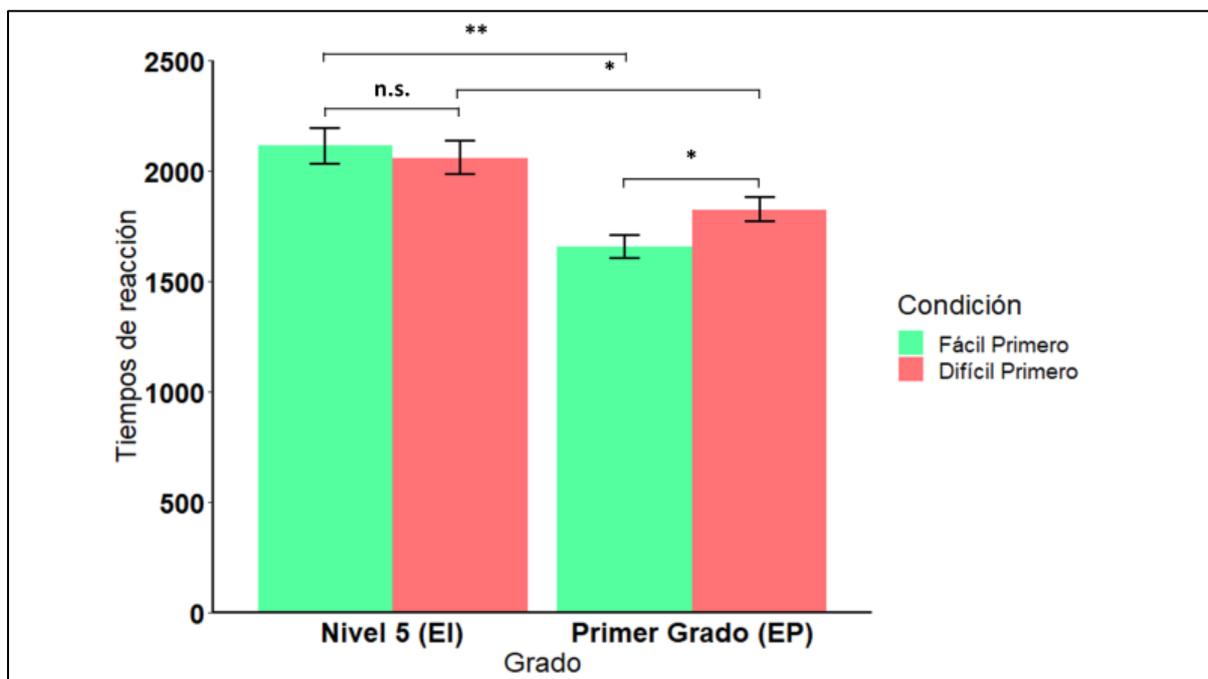
En cuanto al tiempo de reacción de las respuestas correctas no se encontraron diferencias entre los participantes de Nivel 5 atribuibles a la condición experimental ( $t(46) = .47; p = .64; d = .14$ ). Sin embargo, si se encontraron diferencias significativas, con un tamaño del efecto pequeño, para

Primer Grado, donde los participantes de la condición Fácil Primero muestran un TR menor que los que realizaron la tarea en la condición Difícil Primero ( $t(78) = -2.16; p = .03; d = -.48$ ).

Se encontraron diferencias de TR a causa del efecto del grado de escolarización con un tamaño del efecto grande, siendo más rápidos los sujetos de Primer Grado ( $t(126) = 5.18; p < .01; d = .95$ ). Diferencias similares entre los grados se encontraron entre los participantes dentro de la Condición Fácil Primero ( $t(64) = 4.94; p < .01; d = 1.24$ ); y diferencias significativas con un tamaño del efecto mediano en la condición Difícil Primero ( $t(60) = 2.45; p = .02; d = .64$ ). Estas diferencias se muestran en la Figura 4.4 y en la Tabla 4.2.

**Figura 4.4.**

*Tiempo de reacción (en milisegundos) en la tarea de Manipulación de SNA segmentados por Grado y Condición*



Nota. \* =  $p < .05$ . \*\* =  $p < .01$  n.s. = diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar.

Se calculó una medida de eficiencia de la tarea de Manipulación del SNA, que incluye tanto la proporción de respuestas correctas y el tiempo de reacción (descrita en el Aparado 3.5. Análisis de resultados). La misma es una medida inversa, lo que implica que un menor valor, representa una mayor eficiencia.

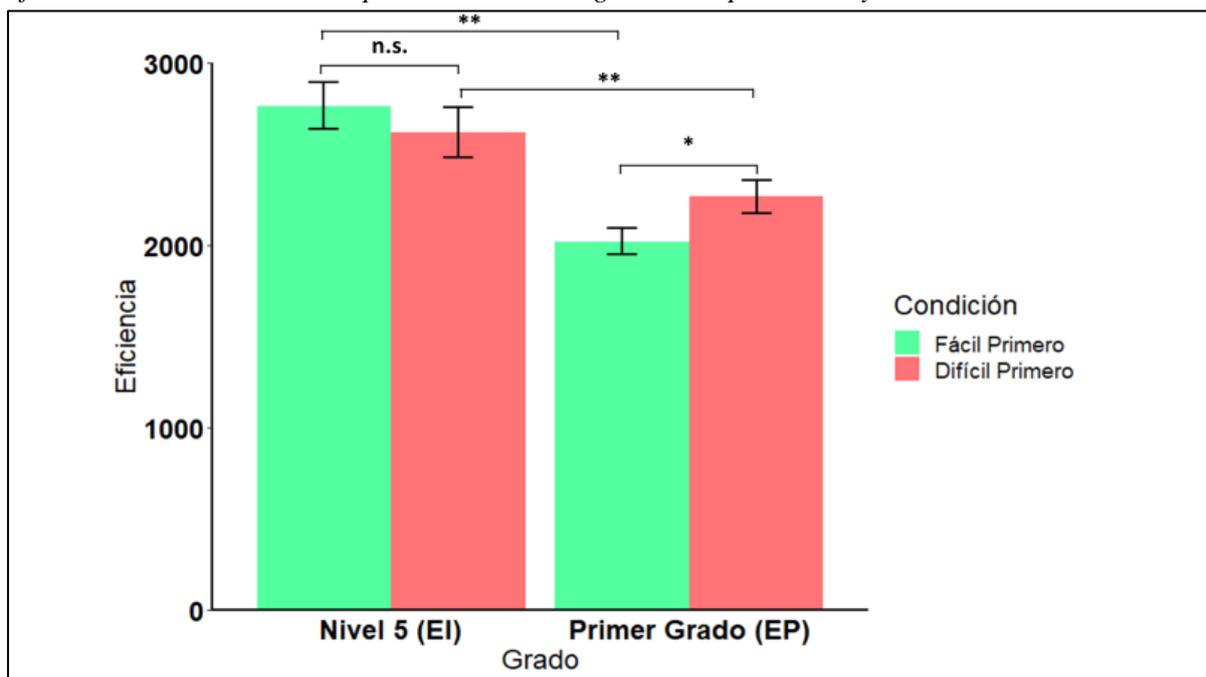
En cuanto a esta medida de rendimiento, se encontraron diferencias significativas, con un tamaño de efecto pequeño, para los participantes de Primer Grado debido al factor Condición

Experimental ( $t(78) = -2.12; p = .04; d = -.47$ ). Esta diferencia no se encontró para los participantes de Nivel 5 ( $t(46) = .78; p = .44; d = .22$ ).

Similar a los resultados encontrados en el TR, se encontró que los participantes de Primer Grado rindieron significativamente mejor, con un tamaño de efecto grande, comparados con los participantes de Nivel 5 ( $t(126) = 5.30; p < .01; d = .96$ ). También se encontró esta diferencia en el rendimiento atribuibles al factor grado de escolarización para los sujetos que realizaron la tarea en la Condición Fácil Primero ( $t(64) = 5.53; p < .01; d = 1.39$ ) y para los participantes de la Condición Difícil Primero ( $t(60) = 2.21; p = .03; d = .96$ ), ambos con un tamaño del efecto grande. El rendimiento de los sujetos de cada condición segmentados Grado se muestran en la Figura 4.5, además de las en la Tabla 4.2.

**Figura 4.5.**

*Eficiencia en la tarea de Manipulación de SNA segmentados por Grado y Condición*



*Nota.* \* =  $p < .05$ . \*\* =  $p < .01$  n.s. = diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar.

**Tabla 4.2.**

*Media, desviación estándar y prueba T para muestras independientes en las medidas de rendimiento en la Tarea de Manipulación del SNA segmentadas por Grado y Condición.*

Medidas	Fácil	Difícil	Diferencias de			
	Primero	Primero	Grupos			
	M (DE)	M (DE)	gl	t	p	d
<b>Nivel 5 de Educación Inicial</b>						
<b>Precisión</b>	.73 (.10)	.74 (.08)	46	-.54	.59	-.16
<b>TR (ms)</b>	2112 (408)	2059 (365)	46	.47	.64	.14
<b>Eficiencia</b>	2764 (642)	2618 (651)	46	.78	.44	.22
<b>Primer Grado de Educación Primaria</b>						
<b>Precisión</b>	.76 (.09)	.76 (.10)	78	.07	.94	.02
<b>TR (ms)</b>	1657 (335)	1824 (359)	78	-2.16	.03	-.48
<b>Eficiencia</b>	2021 (450)	2265 (573)	78	-2.12	.04	-.47

*Nota.* M = Media. DE = Desviación Estándar. *gl* = Grados de Libertad. *t* = Prueba t de Student para muestras independientes. *p* = significación bilateral. *d* = Prueba d de Cohen

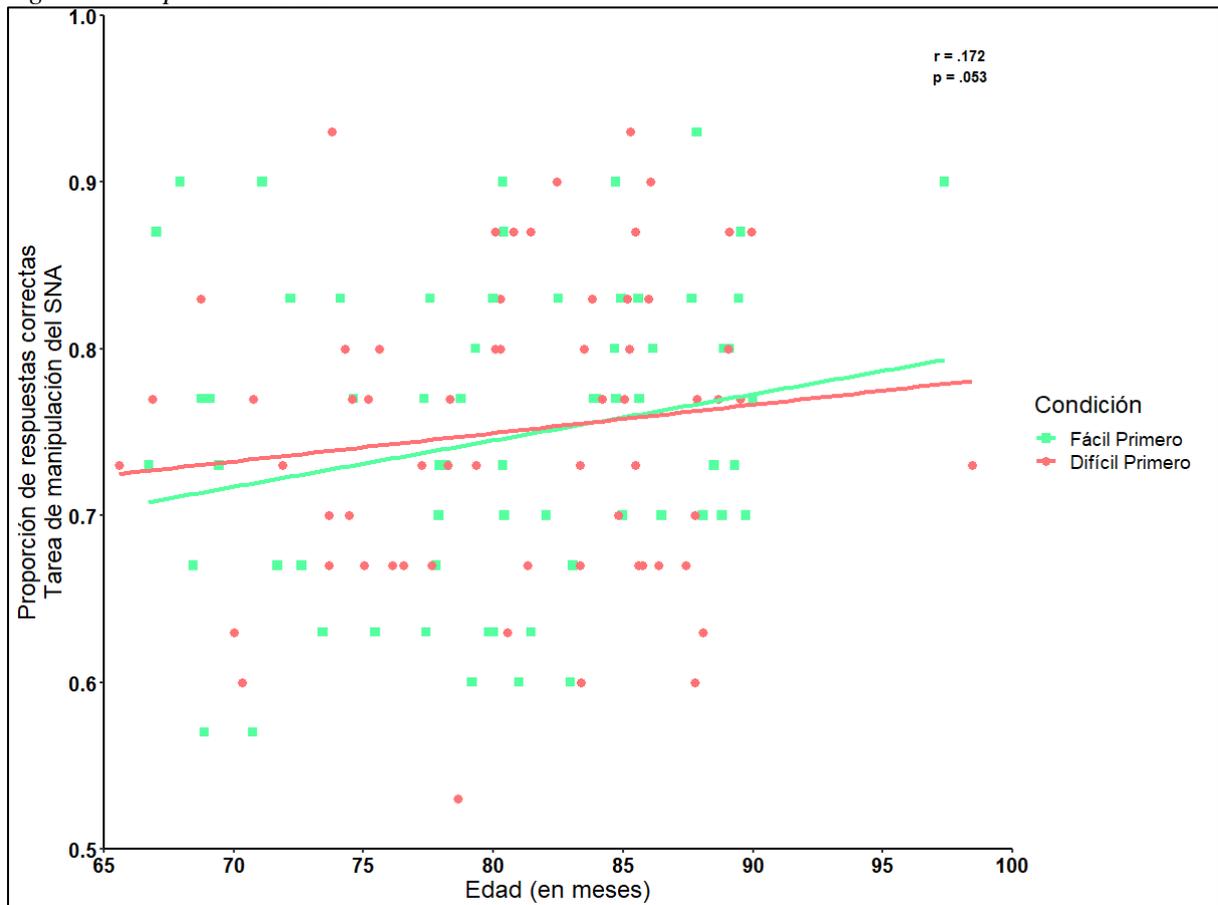
En resumen, se encontró un efecto de histéresis en la tarea de comparación aproximada de cantidades en las medidas de tiempo de reacción y eficiencia para los participantes de Primer Grado de Educación Primaria. A su vez, no fue posible encontrar un efecto de la Condición Experimental en la proporción de respuestas correctas para ninguno de los Grados. Respecto a los participantes de Nivel 5 de Educación Inicial, tampoco fue posible encontrar diferencias en ninguna de las medidas de rendimiento.

#### **4.2.3. Efecto de la edad en las medidas de rendimiento**

Ya en la sección anterior se evidenció el impacto del grado de escolarización en las medidas de rendimiento en tareas de comparación aproximada de cantidades, específicamente en los tiempos de reacción y en la eficiencia en la ejecución. Pero para abordar con mayor profundidad los cambios evolutivos en el rendimiento de tareas que evalúan el SNA (Halberda & Feigenson, 2008), colapsamos los resultados de los participantes de Nivel 5 y Primer Grado. En cuanto a la proporción de respuestas correctas encontramos una asociación marginalmente significativa entre la edad y proporción de respuestas correctas de la tarea de manipulación del SNA ( $r = .17$ ;  $p = .053$ ; Figura 4.6). No se encontró un efecto combinado entre la edad y la condición ( $F(2, 127) = 2.02$ ;  $p = .19$ ).

**Figura 4.6.**

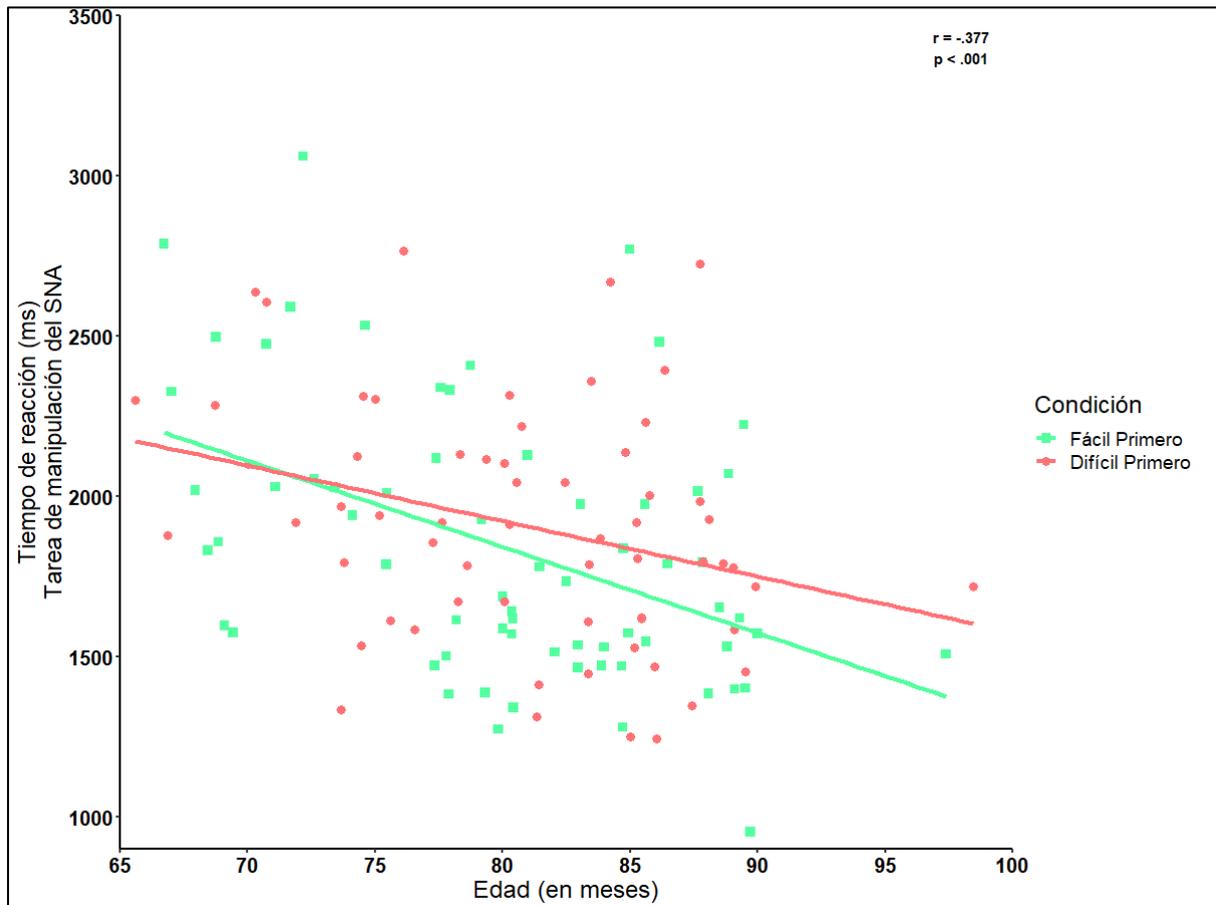
Proporción de respuestas correctas en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición.



En cuanto al tiempo de reacción encontramos una correlación negativa y estadísticamente significativa con la edad ( $r = -.38$ ;  $p < .01$ ; Figura 4.7), mostrando mayor rapidez para los participantes mayores. Sin embargo tampoco se encontró un efecto combinado de la edad y la condición en la ejecución de la tarea  $F(2, 127) = .48$ ;  $p = .64$ ).

**Figura 4.7.**

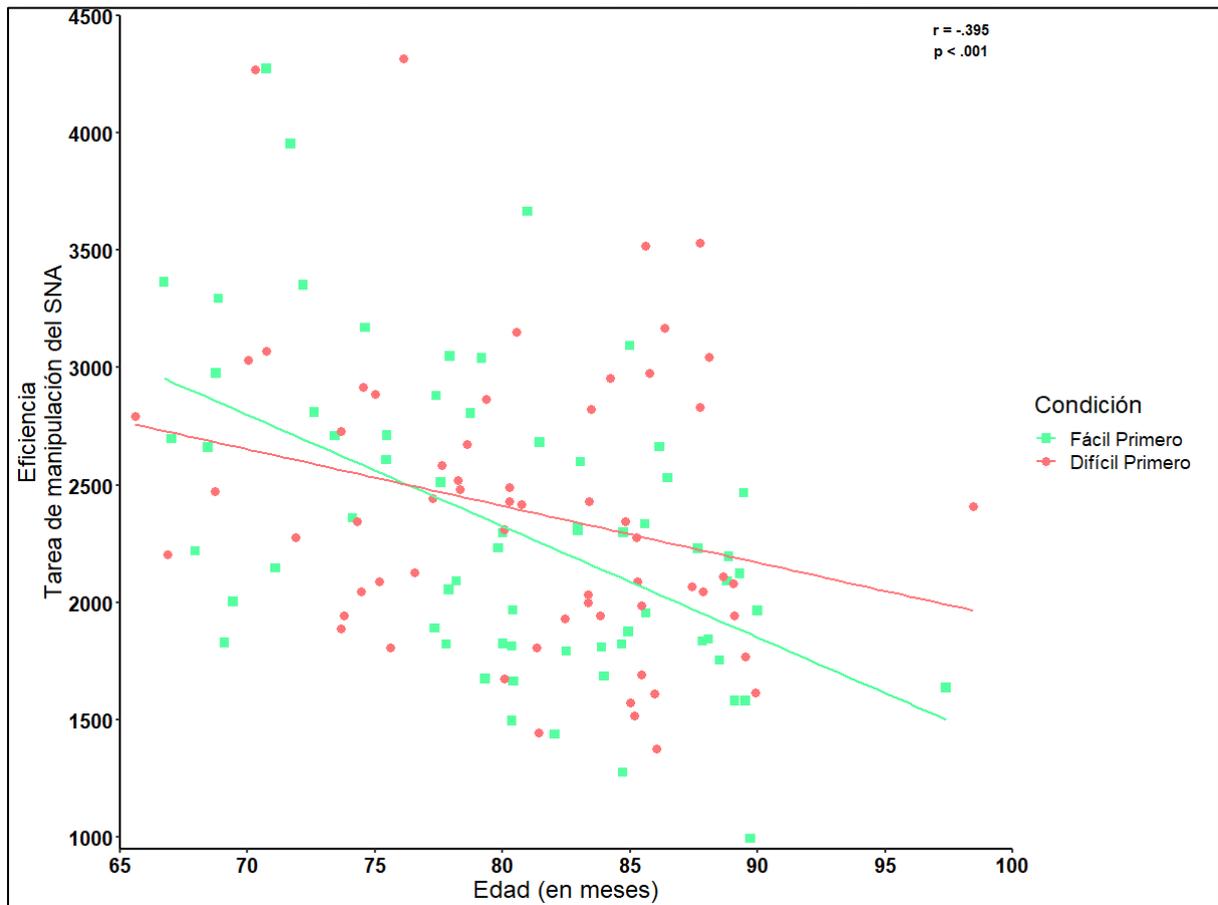
Tiempo de reacción en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición.



En cuanto a la eficiencia en la tarea de CAC se encontró una asociación negativa con la edad ( $r = -.40$ ;  $p < .01$ ; Figura 4.8), siendo los sujetos mayores más eficientes en la tarea. En esta medida, se encontró un efecto combinado de la edad y la condición experimental ( $F(2, 127) = 5.78$ ;  $p = .03$ ), siendo más fuerte la asociación entre edad y eficiencia para los participantes de la condición Fácil Primero ( $r = -.52$ ;  $p < .01$ ) comparados con la condición Difícil Primero ( $r = -.26$ ;  $p = .04$ ).

**Figura 4.8.**

*Eficiencia en la tarea de manipulación del SNA en función de la edad segmentados por condición.*



#### 4.2.4. Efecto de congruencia

Para evaluar la influencia de las propiedades visuales no relacionadas a la numerosidad de los estímulos, analizamos el desempeño de los sujetos en dependencia de la congruencia o incongruencia de las dimensiones no numéricas de los estímulos con la cantidad de elementos de los conjuntos (Figura 4.9, además ver sección 2.2.1). Encontramos diferencias significativas, con un tamaño del efecto pequeño, en la precisión de la tarea de Manipulación de SNA entre los ensayos congruentes comparados con los incongruentes ( $t(3838) = -8.02$ ;  $p < .01$ ;  $d = -.26$ ). El efecto de congruencia, con un tamaño del efecto similar, también se encontró dentro de los participantes de Nivel 5 ( $t(1438) = -5.03$ ;  $p < .01$ ;  $d = -.27$ ) y de Primer grado ( $t(2398) = -6.24$ ;  $p < .01$ ;  $d = -.26$ ).

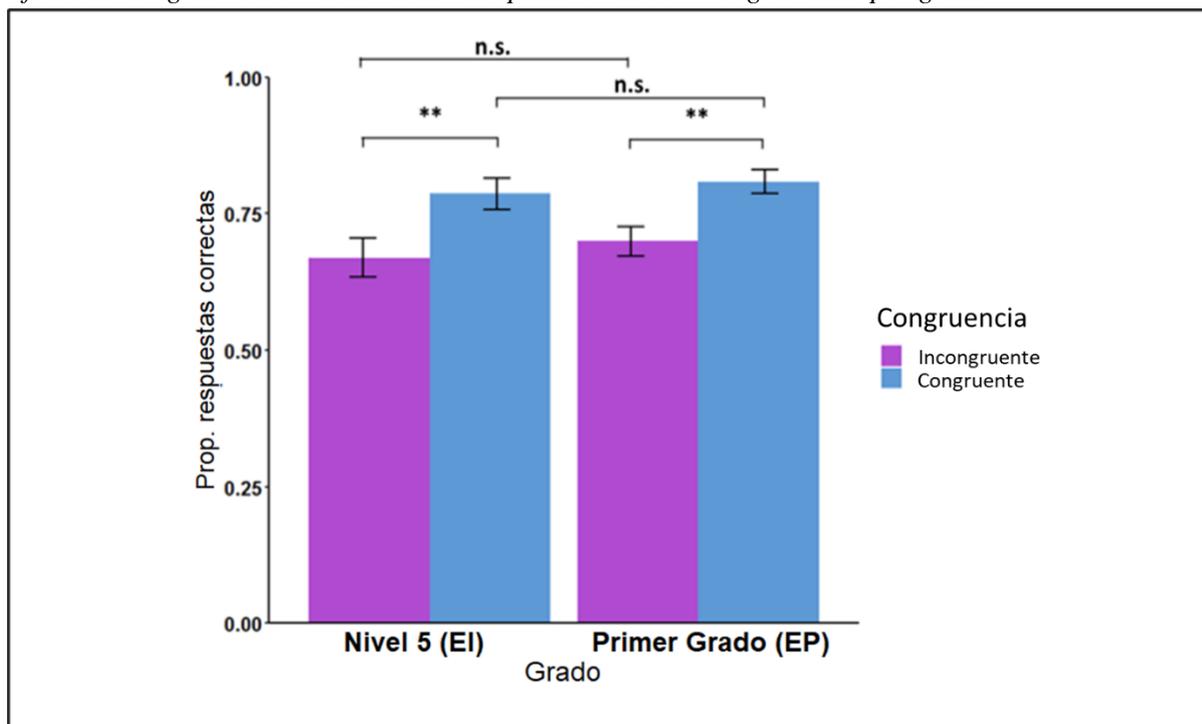
Se encontraron efectos combinados de la Congruencia con la *ratio* para Nivel 5 ( $F(5,1439) = 5.24$ ;  $p < .01$ ;  $\eta^2_p = .02$ ) como para Primer Grado ( $F(5,2399) = 10.24$ ;  $p < .01$ ;  $\eta^2_p = .02$ ). Sin embargo, no se encontró efecto combinado entre la Congruencia y la condición experimental para Nivel 5 ( $F(1,$

1439) = .35;  $p = .55$ ;  $\eta^2_p < .01$ ), ni para Primer Grado ( $F(1, 2439) = .40$ ;  $p = .53$ ;  $\eta^2_p < .01$ ). Tampoco se encontró un efecto combinado entre las condiciones de congruencia y Grado ( $F(1, 3839) = .08$ ;  $p = .78$ ;  $\eta^2_p < .01$ ).

Respecto a los tiempos de reacción no se encontraron diferencias significativas para Nivel 5 ( $t(1045) = 1.15$ ;  $p = .25$ ;  $d = .07$ ) o para Primer Grado ( $t(1809) = 1.93$ ;  $p = .053$ ;  $d = .09$ ). Tampoco se encontró efecto combinado del *ratio* y la congruencia para Nivel 5 ( $F(1, 1035) = .90$ ;  $p = .48$ ;  $\eta^2_p < .01$ ), ni para Primer Grado ( $F(1, 1799) = .58$ ;  $p = .71$ ;  $\eta^2_p < .01$ ). Por último, no se encontró efecto combinado de la congruencia y condición experimental para educación inicial ( $F(1, 1043) = .54$ ;  $p = .46$ ;  $\eta^2_p < .01$ ), educación primaria ( $F(1, 1807) = .06$ ;  $p = .80$ ;  $\eta^2_p < .01$ ); o efecto combinado de la congruencia y el grado ( $F(1, 2854) = .02$ ;  $p = .88$ ;  $\eta^2_p < .01$ ).

**Figura 4.9.**

*Efecto de congruencia en la tarea de manipulación del SNA segmentado por grado.*



*Nota.* \*\* =  $p < .01$ . n.s. = diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar

### 4.3. Evaluación Post-test: efecto de transferencia

Para analizar la estabilidad temporal de las medidas utilizadas en las evaluaciones pre y post-test, se realizó un análisis de confiabilidad test-retest a través del Coeficiente de Correlación

Intraclase con un modelo mixto de dos factores. Estos análisis indican valores de confiabilidad entre moderados y altos (comparación aproximada (CCI = .65;  $p < .01$ ), comparación simbólica (CCI = .64;  $p < .01$ ), habilidades matemáticas (CCI = .91;  $p < .01$ ) y conciencia fonológica (CCI = .78;  $p < .01$ )).

Similar a las medidas de línea base, se presentan los estadígrafos de tendencia central, dispersión y distribución de las medidas post-test (ver Tabla 4.3). Sin embargo, para una mejor evaluación del impacto de la intervención, se calcularon las puntuaciones estandarizadas de la mejora tomando la diferencia entre las evaluaciones post y pre-test y dividiendo este valor por la desviación estándar de las evaluaciones pre-test (Park, Bermudez, Roberts, & Brannon, 2016).

Respecto al efecto de transferencia, tal como se muestra en la Figura 4.10 y en la Tabla 4.4, para Nivel 5 no se encontraron diferencias entre los grupos Fácil Primero y Difícil Primero en las puntuaciones estandarizadas de mejora de Comparación simbólica ( $t(69) = -.83$ ;  $p = .41$ ;  $d = -.16$ ), Comparación aproximada ( $t(55) = .93$ ;  $p = .36$ ;  $d = -.15$ ), habilidades matemáticas evaluadas a través de PUMA simbólico ( $t(67) = .22$ ;  $p = .82$ ;  $d = -.36$ ), ni en conciencia fonológica ( $t(33) = 1.07$ ;  $p = .29$ ;  $d = .36$ ).

Asimismo, para Primer Grado tampoco se encontraron diferencias en las puntuaciones estandarizadas de mejoras en de Comparación simbólica ( $t(69) = -.83$ ;  $p = .41$ ;  $d = -.20$ ), Comparación aproximada ( $t(55) = .93$ ;  $p = .35$ ;  $d = .25$ ), habilidades matemáticas ( $t(67) = .22$ ;  $p = .83$ ;  $d = .05$ ), o en conciencia fonológica ( $t(36) = -.40$ ;  $p = .69$ ;  $d = -.13$ ).

**Tabla 4.3.**

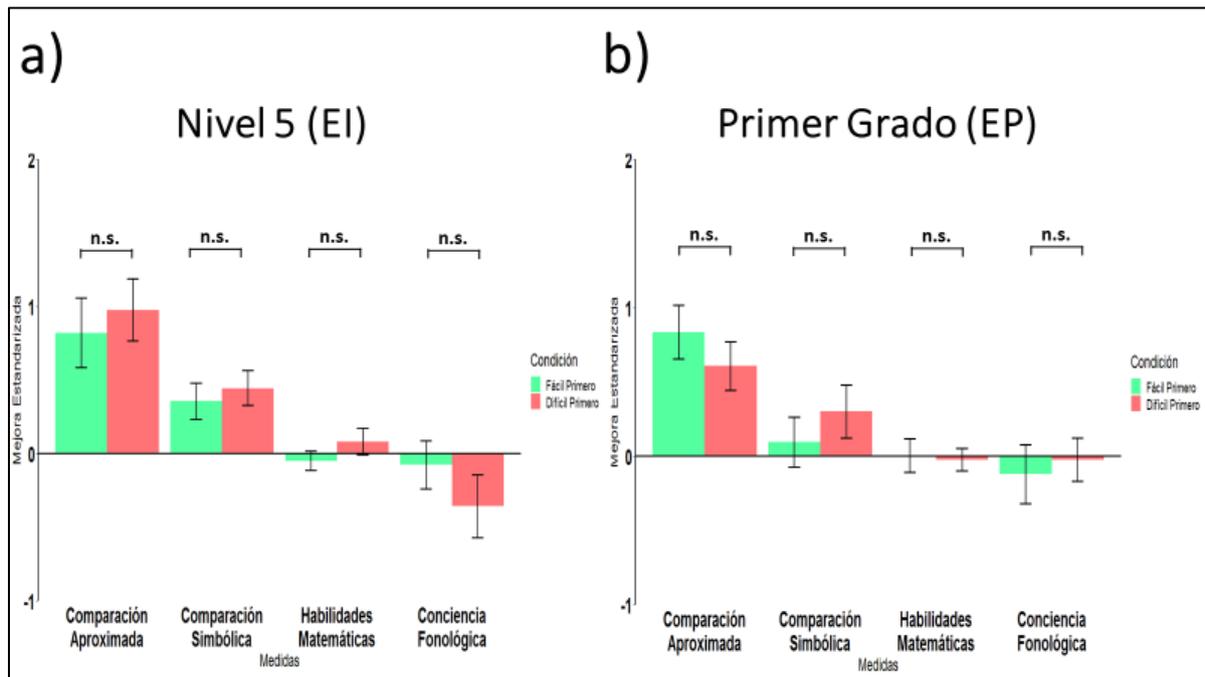
*Estadísticos descriptivos de tendencia central, dispersión y distribución de las pruebas en la evaluación post-test segmentados por grado y condición.*

Prueba	Fácil Primero				Difícil Primero				Diferencias de Grupo			
	M (DE)	Min-Max	As (EE)	Cu (EE)	M (DE)	Min-Max	As (EE)	Cu (EE)	<i>gl</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
<b>Nivel 5 de Educación Inicial</b>												
<b>Comparación simbólica</b> <i>(Numeracy Screener)</i>	43.88 (11.65)	15 - 56	-.82 (.47)	-.13 (.92)	43.29 (10.93)	17 - 56	-.94 (.50)	.25 (.97)	43	.17	.86	.05
<b>Comparación aproximada</b> <i>(Numeracy Screener)</i>	43.88 (7.69)	27 - 54	-.70 (.47)	-.50 (.92)	42.27 (7.30)	26 - 54	-.74 (.49)	.18 (.95)	44	.72	.47	.21
<b>Habilidades matemáticas</b> <b>(PUMA simbólico)</b>	34.27 (18.29)	9 - 85	.94 (.46)	1.00 (.89)	35.23 (17.67)	8- 82	.91 (.49)	1.24 (.95)	46	-.18	.85	-.05
<b>Conciencia Fonológica</b> <b>(Lexiland)</b>	21.55 (7.04)	13 - 38	1.05 (.51)	.07 (.99)	16.94 (7.10)	8 - 33	.91 (.54)	.06 (1.04)	36	2.00	.06	.65
<b>Primer Grado Educación Primaria</b>												
<b>Comparación simbólica</b> <i>(Numeracy Screener)</i>	34.42 (7.62)	14 - 56	.34 (.38)	1.45 (.75)	35.36 (9.46)	14 - 55	-.26 (.38)	-.25 (.74)	75	-.48	.63	-.11
<b>Comparación aproximada</b> <i>(Numeracy Screener)</i>	36.92 (5.65)	27 - 52	.38 (.38)	.16 (.74)	34.78 (9.25)	5 - 53	-.64 (.37)	2.10 (.73)	77	1.24	.22	.28
<b>Habilidades matemáticas</b> <b>(PUMA simbólico)</b>	60.78 (18.87)	25 - 94	.12 (.39)	-.90 (.76)	61.03 (20.38)	14 - 94	-.43 (.38)	-.47 (.74)	74	-.05	.96	.01
<b>Conciencia Fonológica</b> <b>(Lexiland)</b>	27.41 (13.93)	10- 49	.17 (.49)	- 1.57 (.95)	30.61 (15.15)	12 - 50	.12 (.48)	- 1.95 (.94)	43	-.74	.47	-.22

*Nota.* M = Media. DE = Desviación Estándar. As = Asimetría. EE = Error Estándar. Cu = Curtosis. *gl* = Grados de Libertad. *t* = Prueba t de Student para muestras independientes. *p* = significación bilateral. *d* = Prueba d de Cohen

**Figura 4.10.**

Mejoras estandarizadas de comparación aproximada, comparación simbólica, habilidades matemáticas y conciencia fonológica. (a) Nivel 5 de educación inicial. (b) Primer grado de educación primaria



Nota. n.s. = diferencias no significativas. Barras de error: +/- 1 Error Estándar

**Tabla 4.4.**

Media, desviación estándar y prueba T para muestras independientes en las medidas de mejora estandarizada segmentadas por Grado y Condición.

Prueba	Fácil Primero	Difícil Primero	Diferencias de Grupo			
	M (DE)	M (DE)	gl	t	p	d
<b>Nivel 5 de Educación Inicial</b>						
Comparación simbólica ( <i>Numeracy Screener</i> )	.36 (.59)	.44 (.52)	40	-.51	.61	-.16
Comparación aproximada ( <i>Numeracy Screener</i> )	.82 (1.12)	.97 (.94)	41	-.49	.63	-.15
Habilidades matemáticas (PUMA simbólico)	-.05 (.30)	.08 (.41)	40	-1.18	.24	-.37
Conciencia fonológica (Lexiland)	-.08 (.71)	-.36 (.85)	33	1.07	.29	.36
<b>Primer Grado de Educación Primaria</b>						
Comparación simbólica ( <i>Numeracy Screener</i> )	.09 (.99)	.30 (1.09)	69	-.83	.41	-.20
Comparación aproximada ( <i>Numeracy Screener</i> )	.83 (.92)	.61 (.92)	55	.93	.36	.25
Habilidades matemáticas (PUMA simbólico)	< .01 (.64)	-.03 (.45)	67	.22	.83	.05
Conciencia fonológica (Lexiland)	-.12 (.83)	-.02 (.65)	36	-.40	.69	-.13

Nota. M = Media. DE = Desviación Estandar. gl = Grados de Libertad. t = Prueba t de Student para muestras independientes. p = significación bilateral. d = Prueba d de Cohen

En resumen, los resultados de la evaluación post-test y de las medidas estandarizadas de mejoras nos permite afirmar que el efecto de histéresis en los tiempos de reacción y la eficiencia encontrados en la Tarea de manipulación de SNA para Primer Grado, no tuvieron un efecto de

transferencia hacia ninguna de las habilidades evaluadas en este estudio. Específicamente, la manipulación experimental del rendimiento en tareas de CAC a través de la realización de una tarea corta con condiciones de histéresis, no solo no tuvo impacto en la ejecución de tareas de matemática simbólica, sino que tampoco afectó al rendimiento de tareas que evalúan el Sistema Numérico Aproximado a través de la comparación de conjuntos de elementos de manera no simbólica. De igual manera, tampoco afectó a habilidades “no numéricas” como la conciencia fonológica que pretendía evaluar la especificidad del posible efecto de transferencia.

## Capítulo 5

### Discusión

El desarrollo en el campo de la cognición numérica ha permitido en los últimos años grandes avances en la comprensión sobre las representaciones y procesos relacionados con la adquisición, desarrollo y manipulación de símbolos numéricos. Las investigaciones en el campo han permitido establecer una relación sistemática entre habilidades innatas para la representación aproximada de información de contenido numérico, que han sido desarrolladas a través de la evolución filogenética, con el desempeño matemático simbólico y exacto, que adquieren los seres humanos instruidos a través de la interacción con los sistemas escolares y familiares (Chen & Li, 2014; Schneider et al., 2016). Sin embargo, la naturaleza correlacional de los estudios, diseños metodológicos pocos robustos y resultados contradictorios entre sí, no han permitido esclarecer las características de la relación entre ambos procesos (Szűcs & Myers, 2017).

En el presente estudio se pone a prueba una versión fuerte de la hipótesis causal, en el que se busca modular la precisión del SNA, a través del efecto de histéresis en una tarea breve de comparación de magnitudes no simbólicas, para evaluar su efecto posterior en el desempeño matemático en niños y niñas de educación inicial y primaria. El diseño general de esta investigación surge como una réplica parcial de los estudios de Wang et al. (2016, 2020), en donde se encontró un efecto de transferencia de la manipulación de la precisión en tareas de CAC hacia habilidades matemáticas simbólicas, mostrando así, según los autores, “la primera demostración de la relación causal entre la precisión del SNA y el desempeño matemático simbólico” (Wang et al., 2016, p. 94). Sin embargo, el estudio de Wang et al. (2016) adolece de un conjunto de requerimientos de orden metodológico, como una línea base de las habilidades evaluadas y la validez psicométrica de las medidas utilizadas (Merkley et al., 2017), que ponen en duda la robustez de dicho hallazgo.

La replicabilidad es una de las características distintivas de la ciencia, en tanto uno de sus objetivos centrales es comprender la relación causa-efecto de determinados fenómenos (Open Science Collaboration, 2015). En la presente investigación incluimos al diseño general de Wang et al. (2016) una medida pre-test, la asignación de los sujetos a las condiciones experimentales a través del Ensayo Controlado Aleatorizado según los criterios de la WWC 4.1 y utilizamos medidas de evaluación de

habilidades numéricas y matemáticas que han demostrado ser válidas y confiables; esto con el objetivo de superar las limitaciones metodológicas del estudio original y evaluar los resultados a la luz de la hipótesis causal de la relación entre el SNA y las habilidades matemáticas.

Otra de las diferencias entre los estudios originales y la presente investigación es la inclusión, además de los participantes de último año de educación inicial, de población de primer año de educación primaria. En este caso, queríamos evaluar los efectos de la edad y grado de escolarización en un período que podríamos considerar un “momento bisagra” para el desarrollo numérico, dado que existen cambios cualitativos en la didáctica y los contenidos referidos a la enseñanza de las matemáticas entre ambos niveles (Administración Nacional de Educación Pública, 2008), y cuyo salto se ve a su vez reflejado en el desarrollo de habilidades para la representación y manejo de cantidades (Garon-Carrier et al., 2018; Passolunghi & Lanfranchi, 2012; Siegler & Booth, 2004).

La evaluación pre-test permitió establecer una línea base de habilidades numéricas simbólicas y no simbólicas, y de habilidades “no numéricas” como es el caso de la conciencia fonológica. A partir de esta evaluación se realizó la asignación de los sujetos a los grupos experimentales a través del submuestreo aleatorio. Los resultados de esta etapa, permiten establecer la equivalencia de los grupos, y la relación entre las evaluaciones pre y post test, muestran que se cumplieron con los estándares de evidencia para evaluar la eficiencia de los estudios de intervención (U.S. Department of Education, 2013).

En nuestro experimento, pudimos replicar el efecto de histéresis en tareas breves de comparación aproximada y no simbólica de cantidades (Odic et al., 2014; Wang, Halberda, & Feigenson, 2020; Wang, Libertus, & Feigenson, 2018; Wang, Odic, Halberda, & Feigenson, 2016), lo que podría tomarse como evidencia inicial de que se indujeron cambios en habilidades relacionadas con la discriminación de cantidades, las cuales son soportadas por el Sistema Numérico Aproximado. Pero respecto al efecto de histéresis en los resultados anteriores existen dos diferencias principales. Primero, se encontraron influencias del orden temporal de la dificultad solo en las medidas de tiempos de reacción y eficiencia, y no en la proporción de respuestas correctas. Segundo, sólo fue posible encontrar efecto de histéresis en los participantes de primer grado y no en los de educación inicial, como fue el caso de Wang et al. (2016, 2020).

Estos resultados podrían deberse a diferencias internas entre los protocolos para generar los estímulos y controlar sus dimensiones no numéricas (Apéndice 2). En los estudios de Wang et al. (2016, 2020) se utiliza *Panamath*, que permite controlar los parámetros intensivos de los estímulos como el área y equipara el perímetro de ambos conjuntos; mientras que en nuestro estudio los estímulos fueron generados a través algoritmo descrito por Gebuis & Reynvoet (G & R; 2011) que, *a priori*, permite un mayor control tanto de los parámetros intensivos (área total de los elementos), como de los extensivos (envolvente).

Un estudio reciente comparó ambos protocolos y encontró un efecto de congruencia en el desempeño de los participantes que realizaron la tarea cuyos estímulos habían sido generados a través de G&R, pero no en los estímulos de *Panamath* (Reynvoet et al., en prensa). A su vez, evidencias provenientes de estudios de metaanálisis muestran que métodos diferentes para controlar las propiedades visuales de los estímulos no relacionadas con la numerosidad, generan una alta variabilidad en la fracción de Weber (Guillaume & Van Rinsveld, 2018). Según Reynvoet et al. (en prensa), posiblemente, las numerosidades se procesan de manera más prominente en la tarea de *Panamath* debido a la mayor variación en los tipos de ensayos que se presentan durante su administración, mientras que la gran variación en las DNN en el algoritmo de G&R da como resultado decisiones fuertemente influenciadas por factores no numéricos (Reynvoet et al., en prensa)<sup>4</sup>. Estos resultados también se ven reflejados en nuestra investigación. Mientras que en los estudios de Odic et al., (2014) y Wang et al., (2016, 2020) no han encontrado efecto de congruencia en el desempeño de los sujetos en la tarea de CAC, nuestros resultados muestran un desempeño significativamente menor en los ensayos incongruentes para ambos grados.

Generalmente las tareas de CAC tienen como finalidad evaluar la representación interna de las numerosidades y/o caracterizar las propiedades del SNA. En ella, si bien se pretende que la dificultad esté basada en la proporción (*ratio*) de los conjuntos presentados, se ha observado que el desempeño de los sujetos en estas tareas depende también de propiedades visuales ortogonales a la numerosidad de los estímulos (DeWind, Adams, Platt, & Brannon, 2015). Tal como se mencionó

---

<sup>4</sup> Es importante destacar que la elección del método de G&R (2011) es anterior a la publicación del artículo de Reynvoet et al. (en prensa), y se realizó en base a las potencialidades que ofrece para el control de las DNN.

anteriormente, no se encontró efecto de histéresis en ninguna de las medidas de rendimiento en la Tarea de Manipulación del SNA para Nivel 5, pero encontramos un efecto combinado de la *ratio* y la congruencia de los estímulos, recurrente en ambos grados. Entonces una explicación plausible podría ser que, aunque *ratio* que se propusieron habían demostrado ser adecuados para la edad (Wang et al., 2016), la influencia de las DNN de los estímulos pudo haber dificultado la tarea y evitado que se exprese la influencia del orden temporal de la dificultad (histéresis) en estas edades. Similar a estos resultados, Wang et al. (2020) debieron introducir cambios en la dificultad de los estímulos de la tarea (*ratio*) para entrenar a niños y niñas de 4 años de edad, por haber demostrado ser demasiado demandante la configuración de dificultad que utilizaban para sujetos mayores (Wang et al., 2020; Experimentos 2 y 3).

Pero la principal discrepancia con los estudios originales radica en que, a pesar de haber encontrado que la manipulación del orden temporal de la dificultad de los ensayos (histéresis) afectó el rendimiento de los participantes de Primer Grado en la tarea de CAC, lo que supuestamente sería una evidencia a favor de la maleabilidad del SNA incluso en intervenciones breves, esta no tuvo efecto de transferencia en el desempeño matemático simbólico. En base a esto, hay dos afirmaciones de Wang et al. (2016) que pueden ser cuestionadas. La primera reside en afirmar que las diferencias de rendimiento de la tarea de intervención implican una modulación temporal de la precisión del SNA. En este sentido, a nivel teórico, es inconsistente la concepción que se ha tenido del sentido numérico como un sistema estable y de fuertes bases genéticas, cuya representación ha sido considerada tan robusta como para basar diagnósticos de trastornos del aprendizaje de las matemáticas (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011), con el planteamiento de que pueda ser “temporalmente modulada” a través de una exposición única y breve a tareas de entrenamiento (Szűcs & Myers, 2017).

Sumado a lo anterior, nuestros resultados no muestran diferencias significativas, ni en las medidas post-test, ni en los valores de mejora estandarizada, en las habilidades de comparación no simbólica y aproximada para ninguno de los grupos. Esto evidencia que la intervención no mostró mejoras en el dominio que se estaba intentando entrenar. Adicionalmente, el efecto de histéresis en tareas de CAC ha sido observado solamente cuando se ofrece una retroalimentación (Odic et al.,

2014). Por lo tanto, sería posible argumentar que las diferencias encontradas en el rendimiento de la tarea puedan deberse a variables motivacionales inducida por las retroalimentaciones, y no a cambios reales de la precisión del SNA (Merkley et al., 2017).

La otra inferencia cuestionable de Wang et al. (2016, 2020) es afirmar que las diferencias en habilidades matemáticas en las medidas posteriores a la intervención surgen como efecto de la transferencia en la modulación temporal de la precisión del SNA. Primero, al no existir una evaluación de la línea base, no podemos abordar los cambios que pueden haber ocurrido dentro de los grupos. Segundo, la forma en que se aplicó TEMA-3 por parte de estos investigadores viola los protocolos de aplicación establecidos para esa prueba (Ginsburg & Baroody, 2003). Por último, el desempeño mostrado en la tarea por los sujetos que realizaron la condición difícil primero ( $w = .41$ ;  $r^2 = .63$ ) es similar al desempeño de los sujetos con discalculia del desarrollo para esas edades (Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011), lo que refuerza la idea de que es muy probable que las diferencias encontradas en la evaluación posterior a la intervención, reflejaran diferencias de grupos previas a la misma.

Es importante destacar que ni los estudios de Wang et al. (2016, 2020), ni la presente investigación cuentan con grupos controles, ya sean pasivos o activos. La presencia de estos grupos es relevante para los diseños experimentales ya que permiten controlar un posible efecto Hawthorne (Parsons, 1974), en donde se observen modificaciones en algún aspecto de su comportamiento por el sólo hecho de saber que participan en un entrenamiento; o que tengan la expectativa de mejorar en tareas matemáticas por estar realizando actividades con cantidades (Efecto Placebo; Boot, Simons, Stothart, & Stutts, 2013).

Hasta aquí, hemos intentando abordar la réplica con los estudios originales de Wang et al. (2016, 2020) y las soluciones incluidas en nuestro diseño que permitieron evaluar la pregunta central con mayor robustez metodológica. Pero, más allá del vínculo con estas publicaciones, nuestro esfuerzo está centrado en aportar a una discusión mayor sobre las particularidades de la relación entre el Sistema Numérico Aproximado y el desempeño matemático.

En base a nuestros datos, no encontramos evidencia que apoyen la hipótesis de que intervenciones breves que pretenden modular habilidades de discriminación aproximada de

cantidades: *i.* reflejen cambios reales en el Sistema Numérico Aproximado, o *ii.* tengan un efecto de transferencia hacia capacidades numéricas y matemáticas. De esta forma, nuestra investigación no es capaz de encontrar una relación directa y causal entre sistemas nucleares de conocimiento de los números y habilidades para el manejo simbólico de cantidades. Esta conclusión concuerda con otros estudios de intervención que no han podido establecer esta relación tanto en población infantil (Bugden, Szkudlarek, Brannon, 2021) como adulta (Szkudlarek, Park, & Brannon, 2021). También coincide con Szűcs y Myers (2017), que luego de analizar y categorizar nueve estudios de entrenamiento, afirman que no existe evidencia conclusiva de que el entrenamiento específico en el SNA mejore significativamente el desempeño matemático. Por último, coincide con el único estudio de metaanálisis del este efecto de transferencia del que tenemos conocimiento, que encuentra un efecto pequeño y no significativo del entrenamiento de SNA en el desempeño matemático simbólico (Qiu, Chen, Wan, & Bailey, 2020).

Paradójicamente, desde el punto de vista científico y filosófico demostrar la falsedad de una hipótesis, podría ser el mejor resultado posible. Si no se rechaza la hipótesis, se mantiene, lo cual no quiere decir que sea verdadera, sino solo que no se encontraron elementos suficientes para rechazarla (Denis, 2013). Además, la divulgación de estudios con resultados negativos es de especial importancia debido a la sobrerrepresentación que adquieren los estudios que encuentran algún tipo de efecto lo que, a su vez, sesga la evidencia disponible con la que cuenta un campo de estudio determinado (Mlinarić, Horvat & Šupak Smolčić, 2017).

Sin embargo, basado en un análisis crítico de nuestra investigación y de estudios que han tendido objetivos similares consideramos que todavía existen vías más eficientes, que pueden ser implementadas en futuras investigaciones, para probar esta hipótesis. Posibles alternativas podrían estar guiadas la propuesta de Kuhn (1962), quien luego de un análisis histórico de la ciencia ofrece dos opciones cuando las observaciones no coinciden con la teoría: *i.* reacomodar la teoría, o *ii.* probar que los datos recabados eran incorrectos. En este momento, no pondremos en duda la fiabilidad de nuestros datos, sino que consideramos que, precisamente a partir de los aprendizajes que se derivan de nuestros resultados, aún existen márgenes de mejora en los estímulos y tareas, y diseños más robustos para investigar y caracterizar las particularidades de esta relación.

La primera de vía necesaria de análisis, ya fue abordada anteriormente y refiere al control de las dimensiones no numéricas de los estímulos que inciden en el desempeño en tareas de CAC que se utilizan como método de entrenamiento. Recientemente, alternativas teóricas a la existencia del SNA como sistema específico para la representación de la información numérica postulan la presencia de un Sistema de Magnitudes Aproximadas, encargado del procesamiento holístico tanto de las numerosidades como de las magnitudes continuas de los estímulos (Leibovich, Katzin, Harel, & Henik, 2017). Si bien, esta propuesta se encuentra en su etapa inicial, presenta grandes falencias (ver Comentarios Abiertos de Pares en Leibovich, Katzin, Harel, & Henik, 2017) y ha recibido una serie de críticas importantes, tanto desde la evidencia (Tomlinson, DeWing & Brannon, 2020), como desde sus principios teóricos (Halberda, 2019), ha generado mayor interés sobre el estudio de la influencia de las DNN de los estímulos en este tipo de tareas a través del desarrollo (Piazza, De Feo, Panzeri, & Dehaene, 2018). La generación de futuros análisis para garantizar que los estímulos de las tareas de CAC reflejen habilidades para la representación y manipulación de las numerosidades podría ser uno de los beneficios que generen este tipo de alternativas novedosas.

Relacionado también a las tareas de entrenamiento es necesario abordar la especificidad de dominio de las tareas. Una de las tareas utilizadas como entrenamiento cognitivo es la de aritmética aproximada (ver sección 2.2.1.1. Estudios de entrenamiento de del SNA: Enfocados en el SNA), donde se presentan sumas y restas aproximadas de conjuntos de elementos (Dillon, Pires, Hyde & Spelke, 2015; Kim, Jang & Cho, 2018; Park, Bermudez, Robert & Brannon, 2016; Park & Brannon, 2013, 2014). Sin embargo, esto trae a colación la discusión de si el componente aproximado de la tarea es suficiente y necesario para la intervención, o por el contrario, el efecto de transferencia hacia la matemática simbólica refleja procesos de mejoras en habilidades de manipulación como la adición y la sustracción (Szűcs & Myers, 2017). Futuras investigaciones que permitan disociar ambas habilidades son necesarias para un desarrollo más firme en el campo.

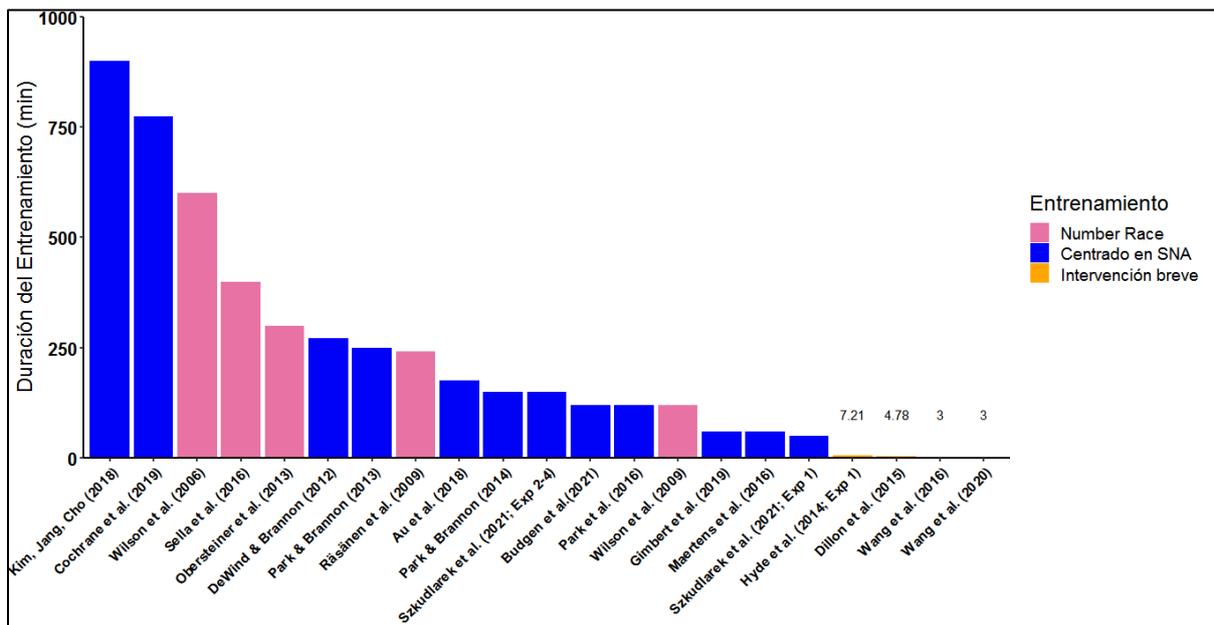
Otra de las fuentes de los resultados contradictorios encontrados en los estudios de entrenamiento se refiere a la diversidad de medidas dependientes que evalúan desempeño matemático como fluidez aritmética, comparación simbólica, cálculo o resolución de problemas (Bugden, Dewind, & Brannon, 2016). Según Szűcs y Myers (2017), los posibles efectos de transferencias

encontrados en las evaluaciones, son el reflejo de la superposición entre las representaciones y procesos entrenados y las habilidades para llevar a cabo la tareas que evalúan la mejora post-intervención. Es por ellos que la operacionalización de las habilidades matemáticas, la calidad de las propiedades psicométricas de las medidas elegidas, la adecuación para la edad, su especificidad y la relación potencial que puedan tener con las habilidades entrenadas son factores relevantes que deben elegirse cuidadosamente.

El último elemento al cual consideramos que se le debe prestar especial atención es al tiempo de duración de los entrenamientos. La figura 5.1 refleja los tiempos aproximados de duración de 21 experimentos divididos según la clasificación de Szűcs y Myers (2017) que han tenido objetivos similares en diferentes tipos de poblaciones. Salta a la vista la gran variedad en la duración de los entrenamientos ( $M = 226.71$  min;  $DE = 251.45$  min), aunque estos estadísticos no son especialmente esclarecedores por la gran diversidad de tipos de entrenamiento, materiales y poblaciones.

**Figura 5.1**

*Duración de la intervención en los estudios de entrenamiento del SNA.*



Recientemente Reynvoet, Vanbecelaere, Depaepe y Sasanguie (2021) publicaron una metarevisión sobre estudios de entrenamiento de habilidades matemáticas, enfocándose en la efectividad de elementos como: edad y desarrollo de los participantes, especificidad de las actividades y métodos de instrucción. Análisis similares deben ser realizados a los estudios de entrenamiento del

SNA en aras de definir aspectos claves del diseño, duración y frecuencia de las actividades, en aras de generar intervenciones óptimas y eficientes que posibiliten evaluar sus efectos.

Por otra parte, históricamente las investigaciones en este campo de estudio se han beneficiado del enorme desarrollo que han presentado las técnicas de neuroimágenes, las cuales han aportado datos que han permitido comprender cómo se procesan las cantidades en el cerebro. Actualmente, existe gran evidencia sobre el procesamiento de las diferentes modalidades de la información numérica en el cerebro (Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003; Arsalidou & Taylor, 2011). Específicamente, se ha puesto especial atención al rol de Surco Interparietal en el procesamiento de cantidades de manera no simbólica y aproximada (Cantlon et al., 2006) y se ha evidenciado que los cambios en la morfología, activación y conectividad de esta área reflejan el desarrollo de habilidades simbólicas como consecuencia del aumento de la fluidez con los números (Emerson & Clanton, 2014). Es por ello que la combinación de entrenamientos cognitivos y métodos de IRMf, tiene un gran potencial en la identificación de los cambios en las redes neuronales a causa de intervenciones (Bugden, Dewind, et al., 2016).

Por último, además de los avances necesarios que deben tener los métodos de estudio del Sistema Numérico Aproximado, es necesario generar esfuerzos colaborativos para desarrollar un cuerpo teórico conceptual que permita explicar la diversidad de resultados que están apareciendo en estos últimos tiempos, en ocasiones contradictorios entre sí. Pareciera que la investigación actual está siendo guiada fuertemente por los datos, lo que trae como resultado un estado actual del campo caracterizado por una heterogeneidad de teorías, que en ocasiones son incapaces de comunicarse entre sí.

## Capítulo 6

### Conclusiones

El pensamiento matemático ha servido como modelo para teorías del desarrollo cognitivo desde hace décadas (Hyde & Ansari, 2018), por lo que profundizar en la relación entre el Sistema Numérico Aproximado y el desempeño matemático simbólico deja de ser de interés exclusivo para el campo de la Cognición Numérica, a la vez que constituye en sí mismo un caso de estudio sobre cómo los sistemas nucleares, compartidos con otros animales, podrían constituir la base de los sistemas de conocimiento formal únicos en nuestra especie (Feigenson, Libertus & Halberda, 2013). En el presente estudio se llevó a cabo una intervención, a través de una tarea breve que pretendía inducir modulaciones en el desempeño de habilidades de comparación aproximada de magnitudes no simbólicas a través del efecto de histéresis, y posteriormente evaluar el efecto de transferencia de dichas modulaciones en el desempeño matemático simbólico. Los resultados permitieron replicar el efecto de histéresis en tareas del SNA para los participantes de primer año. Sin embargo, a pesar de haber encontrado diferencias en el desempeño en la tarea de CAC en dependencia de la condición de histéresis, no se observaron modulaciones reales en habilidades de comparación aproximada, ni efecto de transferencia al desempeño matemático simbólico. En resumen, en el presente estudio no se encontró evidencia que permita apoyar la hipótesis de la relación causal y directa entre el SNA y el desempeño matemático simbólico.

En base a los aprendizajes de esta investigación, es posible establecer una serie de lineamientos para estudios de entrenamiento que permitan un abordaje más eficiente y riguroso a esta pregunta. Análisis futuros sobre el control de las dimensiones no numéricas, las medidas de rendimiento, las tareas de entrenamiento, la duración y frecuencia de las mismas y la combinación de datos conductuales con medidas de estructurales y funcionales del sistema nervioso podrían significar un salto cualitativo de las investigaciones actuales sobre la adquisición y el desarrollo de nuestras habilidades numéricas y matemáticas.

## Referencias Bibliográficas

Administración Nacional de Educación Pública. (2008). Programa de Educación Inicial y Primaria.

Recuperado el 13, septiembre, 2021 de:

[https://www.dgeip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/ProgramaEscolar\\_14-6.pdf](https://www.dgeip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf)

Agrillo, C., & Beran, M. J. (2013). Number without language: comparative psychology and the evolution of numerical cognition. *Frontiers in Psychology*, 4(May), 2012–2013. doi: [10.3389/fpsyg.2013.00295](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00295)

Agrillo, C., Dadda, M., Serena, G., & Bisazza, A. (2008). ¿Do fish count? Spontaneous discrimination of quantity in female mosquitofish. *Animal Cognition*, 11(3), 495–503. doi: [10.1007/s10071-008-0140-9](https://doi.org/10.1007/s10071-008-0140-9)

Amalric, M., & Dehaene, S. (2016). Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(18), 4909-4917. doi: [10.1073/pnas.1603205113](https://doi.org/10.1073/pnas.1603205113)

American Psychological Association. (2015). *APA Dictionary of Psychology*. (VandenBos, G. Ed.) Second Edition. Washington: American Psychological Association.

American Psychiatric Association: Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fifth Edition. Arlington, VA, American Psychiatric Association, 2013.

Anderson, M. L. (2007). Massive redeployment, exaptation, and the functional integration of cognitive operations. *Synthese*, 159(3), 329-345. doi: [10.1007/s11229-007-9233-2](https://doi.org/10.1007/s11229-007-9233-2)

Anwyl-Irvine, A., Dalmaijer, E.S., Hodges, N., & Evershed J.K. (2020). Realistic precision and accuracy of online experiment platforms, web browsers, and devices. *Behavior Research Methods* doi: [10.3758/s13428-020-01501-5](https://doi.org/10.3758/s13428-020-01501-5)

- Aremu, A. O., & Taiwo, A. K. (2014). Reducing mathematics anxiety among students with pseudo-dyscalculia in Ibadan through numerical cognition and emotional freedom techniques: moderating effect of mathematics efficacy. *African Journal for the Psychological Studies of Social Issues*, 17(1), 113-129.
- Armstrong, N., Garland, A., and Burns, K. C. (2012). Memory for multiple cache locations and prey quantities in a food-hoarding song-bird. *Front. Psychol.* 3:584. doi: [10.3389/fpsyg.2012.00584](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00584)
- Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is 2+2=4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage*, 54(3), 2382–2393. doi: [10.1016/j.neuroimage.2010.10.009](https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.10.009)
- Au, J., Jaeggi, S. M., & Buschkuhl, M. (2018). Effects of non-symbolic arithmetic training on symbolic arithmetic and the approximate number system. *Acta Psychologica*, 185(April 2017), 1–12. doi: [10.1016/j.actpsy.2018.01.005](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2018.01.005)
- Bonny, J. W. & Lourenco, S. F. (2013) The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. *Journal of Experimental Child Psychology*. 114(3):375–88. doi: [10.1016/j.jecp.2012.09.015](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.09.015).
- Boot, W. R., Simons, D. J., Stothart, C., & Stutts, C. (2013). The pervasive problem with placebos in psychology: Why active control groups are not sufficient to rule out placebo effects. *Perspectives on Psychological Science*, 8(4), 445-454. doi: [10.1177/1745691613491271](https://doi.org/10.1177/1745691613491271)
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Children's mapping between non-symbolic and symbolic numerical magnitudes and its association with timed and untimed tests of mathematics achievement. *PLoS ONE*. doi: [10.1371/journal.pone.0093565](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0093565)
- Bridges, D., Pitiot, A., MacAskill, M. R., & Peirce, J. W. (2020). The timing mega-study: comparing a range of experiment generators, both lab-based and online. *PeerJ*, 8, e9414. doi: [10.7717/peerj.9414](https://doi.org/10.7717/peerj.9414)

- Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. *Journal of experimental psychology*, 103(6), 1131. doi: [10.1037/h0037361](https://doi.org/10.1037/h0037361)
- Bugden, S., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2016). Using cognitive training studies to unravel the mechanisms by which the approximate number system supports symbolic math ability. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 73–80. doi: [10.1016/j.cobeha.2016.05.002](https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.05.002)
- Bugden, S., Szudlarek, E., & Brannon, E. M. (2021). Approximate arithmetic training does not improve symbolic math in third and fourth grade children. *Trends in Neuroscience and Education*, 22(October 2020), 100149. doi: [10.1016/j.tine.2021.100149](https://doi.org/10.1016/j.tine.2021.100149)
- Calder, B. J., Phillips, L. W., & Tybout, A. M. (1982). The concept of external validity. *Journal of consumer research*, 9(3), 240-244.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2005). Semantic congruity affects numerical judgments similarly in monkeys and humans. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(45), 16507-16511. doi: [10.1073/pnas.0506463102](https://doi.org/10.1073/pnas.0506463102)
- Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphrey, K. A. (2006). Functional Imaging of Numerical Processing in Adults and 4-y-Old Children. *PLoS Biology*, 4(5). doi: [10.1371/journal.pbio.0040125](https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0040125)
- Cantlon, J. F., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2009). Beyond the number domain. *Trends in cognitive sciences*, 13(2), 83-91. doi: [10.1016/j.tics.2008.11.007](https://doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.007)
- Carey, S. (2009). *The origin of concepts*. New York, NY: Oxford University Press
- Carey, S. & Xu, F. (2001). Beyond object-files and object tracking: infant representations of objects. *Cognition*. 80(1-2). 179–213. doi: [10.1016/S0010-0277\(00\)00154-2](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(00)00154-2)
- Castronovo, J., & Göbel, S. M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PLoS ONE*, 7(4). doi: [10.1371/journal.pone.0033832](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0033832)

- Champely, S., Ekstrom, C., Dalgaard, P., Gill, J., Weibelzahl, S., Anandkumar, A., ... & De Rosario, M. H. (2018). Package 'pwr'. *R package version, 1(2)*.
- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica, 148*, 163–172. doi: [10.1016/j.actpsy.2014.01.016](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016)
- Cipora, K., & Wood, G. (2017). Finding the SNARC instead of hunting it: A 20\*20 monte carlo investigation. *Frontiers in Psychology, 8*(JUL), 1–11. doi: [10.3389/fpsyg.2017.01194](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01194)
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*, 2nd ed. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cohen Kadosh, R., & Dowker, A. (2015). *The Oxford handbook of numerical cognition*. Oxford Library of Psychology.
- Cohen Kadosh, R., Lammertyn, J., & Izard, V. (2008), Are numbers special? An overview of Chronometrie, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology, 84*, 132-147. doi: [10.1016/j.pneurobio.2007.11.001](https://doi.org/10.1016/j.pneurobio.2007.11.001)
- Darwin, C. (1871). *The descent of man, and selection in relation to sex*. London: J. Murray.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*, 1–42. doi: [10.1016/0010-0277\(92\)90049-N](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-N)
- Dehaene, S. (1996). The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method. *Journal of Cognitive Neuroscience, 8*(1), 47-68. doi: [10.1162/jocn.1996.8.1.47](https://doi.org/10.1162/jocn.1996.8.1.47)
- Dehaene, S. (1997) *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford Univ Press, Oxford.

- Dehaene, S. (2005). Evolution of human cortical circuits for reading and arithmetic: The “neuronal recycling” hypothesis. In S. Dehaene, J. R. Duhamel, M. Hauser & G. Rizzolatti (Eds.) *From monkey brain to human brain*, 133-157. Cambridge, Massachusetts: MIT Press
- Dehaene, S. (2020). *How we learn: The New Science of Education and the Brain*. Penguin Publishing Group. UK.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The Mental Representation of Parity and Number Magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122(3), 371–396. doi: [10.1037/0096-3445.122.3.371](https://doi.org/10.1037/0096-3445.122.3.371)
- Dehaene, S., & Brannon, E. (Eds.). (2011). *Space, time and number in the brain: Searching for the foundations of mathematical thought*. Academic Press.
- Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5(4), 390–407. doi: [10.1162/jocn.1993.5.4.390](https://doi.org/10.1162/jocn.1993.5.4.390)
- Dehaene, S., & Cohen, L. (2007). Cultural recycling of cortical maps. *Neuron*, 56(2), 384-398. doi: [10.1016/j.neuron.2007.10.004](https://doi.org/10.1016/j.neuron.2007.10.004)
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *TRENDS in Neuroscience*, 21(8), 670–674.
- Dehaene, S., Izard, V., Piazza, M. (2005). Control over non-numerical parameters in numerosity experiments. Unpublished manuscript (disponible en <http://www.unicog.org>).
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20(3–6), 487–506. doi: [10.1080/02643290244000239](https://doi.org/10.1080/02643290244000239)
- Denis, D. (2013). ¿Qué es una hipótesis científica? *Revista Cubana de Ciencias Biológicas*, 2(1), 1-5.
- DeWind, N. K., Adams, G. K., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2015). Modeling the approximate number system to quantify the contribution of visual stimulus features. *Cognition*, 142, 247-265. doi: [10.1016/j.cognition.2015.05.016](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2015.05.016)

- DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system: effects of feedback and training. *Frontiers in Human Neuroscience*, 6(April), 1-10. doi: [10.3389/fnhum.2012.00068](https://doi.org/10.3389/fnhum.2012.00068)
- Díaz Simón, N. (2015). *Estudio de la materia blanca cerebral en los trastornos específicos del aprendizaje de origen genético*. (Tesis en opción al título académico de Licenciado en Psicología) Universidad de la Habana.
- Díaz-Simón, N., Cervieri, I., & Maiche, A. (en prensa). Debates teóricos contemporáneos en cognición numérica. *Revista Argentina de Ciencias Cognitivas*.
- Dillon, M. R., Pires, A. C., Hyde, D. C., & Spelke, E. S. (2015). Children's expectations about training the approximate number system. *British Journal of Developmental Psychology*, 33(4), 411-418. doi: [10.1111/bjdp.12118](https://doi.org/10.1111/bjdp.12118)
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement, *Dev Psychol.* Jan; 44(1):232. doi: [10.1037/0012-1649.43.6.1428](https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428)
- Elliott, L., Feigenson, L., Halberda, J., & Libertus, M. E. (2019). Bidirectional, Longitudinal Associations Between Math Ability and Approximate Number System Precision in Childhood. *Journal of Cognition and Development*, 20(1), 56–74. doi: [10.1080/15248372.2018.1551218](https://doi.org/10.1080/15248372.2018.1551218)
- Estévez-Pérez, N. (2014). *Bases biológicas del procesamiento numérico: evidencias neuropsicológicas y anatómicas desde la Discalculia del Desarrollo*. (Tesis en opción al título académico de Doctora en Ciencias Psicológicas) Centro de Neurociencias de Cuba. La Habana, Cuba.
- Fechner, G. G. (1890). *Elementos de psicofísica*. Leipzig: Breitkopf Und Hartel. Report in James, 2,

- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307–314. doi: [10.1016/j.tics.2004.05.002](https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002)
- Feigenson, L., Libertus, M. E., & Halberda, J. (2013). Links Between the Intuitive Sense of Number and Formal Mathematics Ability. *Child Development Perspectives*, 7(2), 74-79. doi: [10.1111/cdep.12019](https://doi.org/10.1111/cdep.12019)
- Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., & Orban, G.A. (2007) Processing of abstract ordinal knowledge in the horizontal segment of the intraparietal sulcus. *J Neurosci.* 27 (33), 8952–8956.
- Fischer, M. H., Riello, M., Giordano, B. L., & Rusconi, E. (2013). Singing numbers. . .in cognitive space—a dual-task study of the link between pitch, space, and numbers. *Top. Cogn. Sci.* 5, 354–366. doi: [10.1111/tops.12017](https://doi.org/10.1111/tops.12017)
- Flynn, J. R. (2007). *What is intelligence?: Beyond the Flynn effect*. Cambridge University Press.
- Fodor, J. A. (1981). *Representations: Philosophical essays on the foundations of cognitive science*. Cambridge, MA: Mit Press.
- Friedenberg, J., & Silverman, G. (2006). *Cognitive Science: An Introduction to the Study of Mind*. California: SAGE Publications, Inc.
- Fuhs, M. W., & McNeil, N. M. (2013). ANS acuity and mathematics ability in preschoolers from low-income homes: Contribution of inhibitory control. *Developmental Science*, 16, 136–148. doi: [10.1111/desc.12013](https://doi.org/10.1111/desc.12013)
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1-2), 43-74.
- Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J. P., Kovas, Y., Parent, S., Séguin, J. R., ... & Dionne, G. (2018). Early developmental trajectories of number knowledge and math achievement from 4

- to 10 years: Low-persistent profile and early-life predictors. *Journal of school psychology*, 68, 84-98. doi: [10.1016/j.jsp.2018.02.004](https://doi.org/10.1016/j.jsp.2018.02.004)
- Gould, S. J. (1991). Exaptation: A crucial tool for an evolutionary psychology. *Journal of social issues*, 47(3), 43-65. doi: [10.1111/j.1540-4560.1991.tb01822.x](https://doi.org/10.1111/j.1540-4560.1991.tb01822.x)
- Gould, S. J., & Vrba, E. S. (1982). Exaptation—a missing term in the science of form. *Paleobiology*, 8(1), 4-15. doi: [10.1017/S0094837300004310](https://doi.org/10.1017/S0094837300004310)
- Gouet, C., Gutiérrez Silva, C. A., Guedes, B., & Peña, M. (2018). Cognitive and Neural Effects of a Brief Nonsymbolic Approximate Arithmetic Training in Healthy First Grade Children. *Frontiers in Integrative Neuroscience*, 12 (July), 1–15. doi:[10.3389/fnint.2018.00028](https://doi.org/10.3389/fnint.2018.00028)
- Guillaume, M., & Rinsveld, A. Van. (2018). Comparing Numerical Comparison Tasks: A Meta-Analysis of the Variability of the Weber Fraction Relative to the Generation Algorithm. *Frontiers in Psychology*, 9(September), 1–9. doi: [10.3389/fpsyg.2018.01694](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01694)
- Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2011). Generating non-symbolic number stimuli. *Behavior research methods*, 43(4), 981-986. doi: [10.3758/s13428-011-0097-5](https://doi.org/10.3758/s13428-011-0097-5)
- Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. *Journal of Experimental Psychology: General*, 141(4), 642–648. doi: [10.1037/a0026218](https://doi.org/10.1037/a0026218)
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference*. 11.0 update (4th ed.). Boston: Allyn & Bacon
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115(3), 394-406. doi: [10.1016/j.cognition.2010.02.002](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.02.002)

- Gimbert, F., Gentaz, E., Camos, V., & Mazens, K. (2015, March). Is Approximate Number System Dependent on Sensory Modality?. In *SRCD Biennial meeting 2015*.
- Ginsburg, H., & Baroody, A. (2003). TEMA-3 examiners manual. Austin, TX: *Pro-Ed*.
- Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306(5695), 496–499. doi: [10.1126/science.1094492](https://doi.org/10.1126/science.1094492)
- Gunderson, E. A., Spaepen, E., & Levine, S. (2015). Approximate number word knowledge before the cardinal principle. *Journal of Experimental Child Psychology*, 130,35–55. doi:[10.1016/j.jecp.2014.09.008](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.09.008)
- Halberda, J. (2019). Perceptual Input Is Not Conceptual Content. *Trends in Cognitive Sciences*, 23(8), 636–638. doi: [10.1016/j.tics.2019.05.007](https://doi.org/10.1016/j.tics.2019.05.007)
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the “Number Sense”: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology*, 44(5), 1457-1465. doi: [10.1037/a0012682](https://doi.org/10.1037/a0012682)
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28), 11116–11120. doi: [10.1073/pnas.1200196109](https://doi.org/10.1073/pnas.1200196109)
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement, *455*(October), 665–669. doi: [10.1038/nature07246](https://doi.org/10.1038/nature07246)
- Hall, G. S. (1915). *Adolescence: Its psychology and its relations to physiology, anthropology, sociology, sex, crime, religion and education* (Vol. 2). D. Appleton.
- Hautière, N., Tarel, J. P., & Brémond, R. (2007). Perceptual hysteresis thresholding: Towards driver visibility descriptors. En *ICCP 2007 Proceedings IEEE 3rd International Conference on Intelligent Computer Communication and Processing* (pp. 89-96). doi: [10.1109/ICCP.2007.4352146](https://doi.org/10.1109/ICCP.2007.4352146)

- Hinton, G. E. (1993). How neural networks learn from experience. In *Mind and brain: Readings from the Scientific American magazine* (pp. (Vol. 267, pp. 145–151). New York: Freeman/Times Books/ Henry Holt & Co. doi: [10.1038/scientificamerican0992-144](https://doi.org/10.1038/scientificamerican0992-144)
- Hubbard, E. M., Diester, I., Cantlon, J. F., Ansari, D., Opstal, F. v., & Troiani, V. (2008). The Evolution of Numerical Cognition: From Number Neurons to Linguistic Quantifiers. *Journal of Neuroscience*, 28(46), 11819–11824. doi: [10.1523/JNEUROSCI.3808-08.2008](https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.3808-08.2008)
- Hume, D. (1748). *An enquiry concerning human understanding*. L.A. Selby-Bigge & P.H. Nidditch (Eds.), (1975 edn.). Oxford: Clarendon Press.
- Hyde, D. C. (2011). Two systems of non-symbolic numerical cognition. *Frontiers in Human Neuroscience*, 5(NOVEMBER), 1–8. doi:[10.3389/fnhum.2011.00150](https://doi.org/10.3389/fnhum.2011.00150)
- Hyde, D. C., & Ansari, D. (2018). Advances in understanding the development of the mathematical brain. *Developmental cognitive neuroscience*, 30, 236. doi: [10.1016/j.dcn.2018.04.006](https://doi.org/10.1016/j.dcn.2018.04.006)
- Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. *Cognition*, 131(1), 92–107, doi: [10.1016/j.cognition.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2013.12.007)
- Hyde, D. C., & Spelke, E. S. (2009). All numbers are not equal: an electrophysiological investigation of small and large number representations. *Journal of cognitive neuroscience*, 21(6), 1039–1053. doi:[10.1162/jocn.2009.21090](https://doi.org/10.1162/jocn.2009.21090)
- Hyde, D. C., & Wood, J. N. (2011). Spatial attention determines the nature of nonverbal number representation. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 23(9), 2336–2351. doi:[10.1162/jocn.2010.21581](https://doi.org/10.1162/jocn.2010.21581)
- Ifrah, G. (1994). *The Universal History of Numbers, from Prehistory to the Invention of the Computer*, trans. David Bellos, EF Harding, Sophie Wood, and Ian Monk. London: Harvill. *First published in French.*

- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin and Review*, 18(6), 1222–1229, doi: [10.3758/s13423-011-0154-1](https://doi.org/10.3758/s13423-011-0154-1)
- Inglis, M., & Gilmore, C. (2014). Indexing the approximate number system. *Acta Psychologica*, 145, 147–155. doi: [10.1016/j.actpsy.2013.11.009](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2013.11.009)
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. doi: [10.1073/pnas.0812142106](https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106)
- Kanjlia, S., Feigenson, L., & Bedny, M. (2018). Numerical cognition is resilient to dramatic changes in early sensory experience. *Cognition*, 179, 111-120. doi: [10.1016/j.cognition.2018.06.004](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.06.004)
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American journal of psychology*, 62(4), 498-525. doi: [10.2307/1418556](https://doi.org/10.2307/1418556)
- Keller, L., & Libertus, M. (2015). Inhibitory control may not explain the link between approximation and math abilities in kindergarteners from middle class families. *Frontiers in Psychology*, 6, 685. doi: [10.3389/fpsyg.2015.00685](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00685)
- Kim, N., Jang, S., Cho, S., Grazia, M., & Bono, D. (2018). Testing the Efficacy of Training Basic Numerical Cognition and Transfer Effects to Improvement in Children' s Math Ability. *Frontiers in Psychology*, 9(October), 1–12. doi: [10.3389/fpsyg.2018.01775](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01775)
- Kinzler, K. D., & Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. *Progress in Brain Research*, 164, 257–264. doi: [10.1016/S0079-6123\(07\)64014-X](https://doi.org/10.1016/S0079-6123(07)64014-X)
- Kleinschmidt, A., Buchel, C., Hutton, C, Friston, K. J., & Frackowiak, R. S. (2002). The neural structures expressing perceptual hysteresis in visual letter recognition. *Neuron*, 34(A), 659-666. doi: [10.1016/S0896-6273\(02\)00694-3](https://doi.org/10.1016/S0896-6273(02)00694-3)

- Koleszar, V., de León, D., Díaz-Simón, N., Fitipalde, D., Cervieri, I., & Maiche, A. (2020). Numerical cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom. *Studies in Psychology*. Special Issue. doi: [10.1080/02109395.2020.1749000](https://doi.org/10.1080/02109395.2020.1749000)
- Kuhn, T. S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99-125. doi: [10.1016/j.cognition.2003.11.004](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.11.004)
- Langfus, J., Maiche, A., De León, D., Fitipalde, D., Mailhos, Á., & Halberda, J. (2019). The Effects of SES, Grade-Repeating, and IQ in a Game-Based Approximate Math Intervention. In *Cognitive Foundations for Improving Mathematical Learning* (pp. 37-67). Academic Press.
- Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105(2), 395–438. doi: [10.1016/j.cognition.2006.10.005](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.10.005)
- LeFevre, J.-A., DeStefano, D., Coleman, B., & Shanahan, T. (2005). Mathematical cognition and working memory. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 361–377). Psychology Press.
- Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2017). From “sense of number” to “sense of magnitude”: The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, 40(January), e184. doi: [10.1017/S0140525X16002223](https://doi.org/10.1017/S0140525X16002223)
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy. *Developmental science*, 13(6), 900-906. doi: [10.1111/j.1467-7687.2009.00948.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2009.00948.x)
- Libertus, M.E., Woldorff, M.G. & Brannon, E.M. (2007). Electrophysiological evidence for notation independence in numerical processing. *Behavioral and Brain Functions*. 3, 1. doi: [10.1186/1744-9081-3-1](https://doi.org/10.1186/1744-9081-3-1)

- Lindskog, M., Winman, A., & Poom, L. (2017). Individual differences in nonverbal number skills predict math anxiety. *Cognition*, *159*, 156-162. doi: [10.1016/j.cognition.2016.11.014](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2016.11.014)
- Locke, J. (1689). *An essay concerning human understanding* (2nd Edition).
- Lõoke, M., Marinelli, L., Eatherington, C. J., Agrillo, C., & Mongillo, P. (2020). Do Domestic Dogs (*Canis lupus familiaris*) Perceive Numerosity Illusions?. *Animals*, *10* (12), 2304. doi: [10.3390/ani10122304](https://doi.org/10.3390/ani10122304)
- Lourenco, S. F., Bonny, J. W., Fernandez, E. P., & Rao, S. (2012). Nonsymbolic number and cumulative area representations contribute shared and unique variance to symbolic math competence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *109*(46), 18737-18742. doi: [10.1073/pnas.1207212109](https://doi.org/10.1073/pnas.1207212109)
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, *17*(5), 714–726. doi:[10.1111/desc.12152](https://doi.org/10.1111/desc.12152)
- Maiche, A., Mailhos, A. & Halberda, J. (2018). *Favoreciendo el aprendizaje de la matemática con la tablet: Juguemos con el tiempo, el espacio y las cantidades*. (Reporte de Resultados en Colección Fundación Ceibal). Disponible en: <https://digital.fundacionceibal.edu.uy/jspui/handle/123456789/233>
- Malone, S. A., Pritchard, V. E., Heron-Delaney, M., Burgoyne, K., Lervåg, A., & Hulme, C. (2019). The relationship between numerosity discrimination and arithmetic skill reflects the approximate number system and cannot be explained by inhibitory control. *Journal of Experimental Child Psychology*, *184*, 220-231. doi: [10.1016/j.jecp.2019.02.009](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.02.009)
- Matejko, A. A., & Ansari, D. (2015). Drawing connections between white matter and numerical and mathematical cognition: A literature review. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, *48*, 35–52. doi: [10.1016/j.neubiorev.2014.11.006](https://doi.org/10.1016/j.neubiorev.2014.11.006)

- Mathôt, S., Schreij, D. & Theeuwes, J. OpenSesame: An open-source, graphical experiment builder for the social sciences. *Behav Res* 44, 314–324 (2012). doi: [10.3758/s13428-011-0168-7](https://doi.org/10.3758/s13428-011-0168-7)
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child development*, 82(4), 1224-1237. doi: [10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x)
- Mehler, J., & Bever, T. G. (1967). Cognitive capacity of very young children. *Science*, 158(3797), 141-142. doi: [10.1126/science.158.3797.141](https://doi.org/10.1126/science.158.3797.141)
- McClelland, J. L., & Rumelhart, D. E. (1985). Distributed Memory and the Representation of General and Specific Information. *Journal of Experimental Psychology: General*, 114(2), 159–188. doi: [10.1037/0096-3445.114.2.159](https://doi.org/10.1037/0096-3445.114.2.159)
- McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. *Animal Behaviour*. doi: [10.1006/anbe.1994.1052](https://doi.org/10.1006/anbe.1994.1052)
- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776-781. doi: [10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x](https://doi.org/10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x)
- Merkley, R., Matejko, A. A., & Ansari, D. (2017). Strong causal claims require strong evidence: A commentary on Wang and colleagues. *Journal of Experimental Child Psychology*, 153, 163–167. doi: [10.1016/j.jecp.2016.07.008](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.07.008)
- Mlinarić, A., Horvat, M., & Šupak Smolčić, V. (2017). Dealing with the positive publication bias: Why you should really publish your negative results. *Biochemia medica*, 27(3), 447-452. doi: [10.11613/BM.2017.030201](https://doi.org/10.11613/BM.2017.030201)
- Mussolin, C., Nys, J., Leybaert, J., & Content, A. (2012). Relationships between approximate number system acuity and early symbolic number abilities. *Trends in Neuroscience and Education*, 1(1), 21–31, doi: [10.1016/j.tine.2012.09.003](https://doi.org/10.1016/j.tine.2012.09.003)

- Nieder, A. (2005). Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 177-190.
- Nieder, A., Freedman, D.J., Miller, E.K. (2002). Representation of the Quantity of Visual Items in the Primate Prefrontal Cortex. *Science* (80- ). ;297(September):1708–11.
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children’s Arithmetic Competence. *PLoS ONE*, 8(7). doi: [10.1371/journal.pone.0067918](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0067918)
- Nuerk, H. C., Moeller, K., Klein, E., Willmes, K., and Fischer, M. H. (2011). Extending the mental number line –A review of multi-digit number processing. *Z. Psychol.* 219, 3–22. doi: [10.1027/2151-2604/a000041](https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000041)
- Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students’ basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, 23(1), 125–135. doi: [10.1016/j.learninstruc.2012.08.004](https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.08.004)
- OCDE. (2018). *PISA 2018 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics and financial literacy*. Paris: OECD Publishing.
- Odic, D., Hock, H., & Halberda, J. (2011). The effect of confidence hysteresis on number perception and decision making. In *Annual Meeting of the Vision Sciences Society* (p. 3369). Naples, FL. doi: [10.1167/11.11.985](https://doi.org/10.1167/11.11.985)
- Odic, D., Hock, H., & Halberda, J. (2014). Hysteresis affects approximate number discrimination in young children. *Journal of Experimental Psychology: General*, 143(1), 255-265. doi: [10.1037/a0030825](https://doi.org/10.1037/a0030825)

- Odic, D., Le Corre, M., & Halberda, J. (2015). Children's mappings between number words and the approximate number system. *Cognition*, *138*, 102–121. doi:[10.1016/j.cognition.2015.01.008](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2015.01.008)
- Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental change in the acuity of approximate number and area representations. *Developmental psychology*, *49*(6), 1103. doi: [10.1037/a0029472](https://doi.org/10.1037/a0029472)
- Odic, D., Valle Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. *Acta Psychologica*, *163*, 17–26. doi: [10.1016/j.actpsy.2015.10.010](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2015.10.010)
- Open Science Collaboration (2015). Psychology. Estimating the reproducibility of psychological science. *Science*, *349*(6251), aac4716. doi: [10.1126/science.aac4716](https://doi.org/10.1126/science.aac4716)
- Pahl, M., Si, A., and Zhang, S. (2013). Numerical cognition in bees and other insects. *Front. Psychol.* *4*:162. doi: [10.3389/fpsyg.2013.00162](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00162)
- Park, J., Bermudez, V., Roberts, R. C., & Brannon, E. M. (2016). Non-symbolic approximate arithmetic training improves math performance in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, *152*, 278–293. doi: [10.1016/j.jecp.2016.07.011](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.07.011)
- Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency. *Psychological Science*, *24*(10), 2013–2019. doi: [10.1177/0956797613482944](https://doi.org/10.1177/0956797613482944)
- Park, J., & Brannon, E. M. (2014). Improving arithmetic performance with number sense training: An investigation of underlying mechanism. *Cognition*, *133*(1), 188–200. doi: [10.1016/j.cognition.2014.06.011](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2014.06.011)
- Passolunghi, M. C., & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, *82*(1), 42–63. doi: [10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x](https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x)

- Pesenti, M., Thioux, M., Seron, X., & Volder, A. D. (2000). Neuroanatomical Substrates of Arabic Number Processing, Numerical Comparison, and Simple Addition: A PET Study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12(3), 461–479. doi:[10.1162/089892900562273](https://doi.org/10.1162/089892900562273)
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London, UK: Routledge.
- Piazza, M. (2010). Neurocognitive Start-Up Tools for Symbolic Number Representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 267–285. doi: [10.1016/B978-0-12-385948-8.00017-7](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385948-8.00017-7)
- Piazza, M., De Feo, V., Panzeri, S., & Dehaene, S. (2018). Learning to focus on number. *Cognition*, 181(July), 35–45. doi: [10.1016/j.cognition.2018.07.011](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.07.011)
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41. doi: [10.1016/j.cognition.2010.03.012](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012)
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44, 547–555. doi: [10.1016/j.neuron.2004.10.014](https://doi.org/10.1016/j.neuron.2004.10.014)
- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53(2), 293-305. doi: [10.1016/j.neuron.2006.11.022](https://doi.org/10.1016/j.neuron.2006.11.022)
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306(5695), 499–503. doi: [10.1126/science.1102085](https://doi.org/10.1126/science.1102085)
- Pinker, S. (2002). *The blank slate: The modern denial of human nature*. New York: Viking.
- Price, G. R., & Fuchs, L. S. (2016). The mediating relation between symbolic and nonsymbolic foundations of math competence. *PLoS One*, 11(2), e0148981. doi: [10.1371/journal.pone.0148981](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0148981)

- Price, G. R., & Wilkey, E. D. (2017). Cognitive mechanisms underlying the relation between nonsymbolic and symbolic magnitude processing and their relation to math. *Cognitive Development*, 44(August 2016), 139–149. doi: [10.1016/j.cogdev.2017.09.003](https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2017.09.003)
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 259-268. doi: [10.1016/j.ecresq.2015.12.020](https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020)
- Purpura, D. J., & Simms, V. (2018). Approximate number system development in preschool: What factors predict change?. *Cognitive Development*, 45, 31-39. doi: [10.1016/j.cogdev.2017.11.001](https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2017.11.001)
- Qiu, K., Chen, E., Wan, S., & Bailey, D. (2020). *A multilevel meta-analysis on the causal effect of ANS training on symbolic math performance*. PsyArXiv. doi: [10.1037/xlm0001087](https://doi.org/10.1037/xlm0001087)
- Räsänen, P., Salminen, J., Wilson, A. J., Aunio, P., & Dehaene, S. (2009). Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. *Cognitive Development*, 24(4), 450–472. doi: [10.1016/j.cogdev.2009.09.003](https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.003)
- Raven, J. C., Court, J., & Raven, J. (1992). *Standard progressive matrices*. In O.P. Press (Ed.). Oxford, UK
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation? *Psychological Science*, 19 (6), 607–614. doi: [10.1111/j.1467-9280.2008.02130.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2008.02130.x)
- Reynvoet, B., Ribner, A. D., Elliot, L., Van Steenkiste, M., Sasanguie, D., & Libertus, M. E. (en prensa). Making Sense of the Relation between Number Sense and Math. *Journal of Numerical Cognition*.

- Reynvoet, B., Vanbecelaere, S., Depaepe, F., & Sasanguie, D. (2021). Intervention studies in math: A metareview. In W. Fias & A. Henik (Eds.). *Heterogeneous Contributions to Numerical Cognition* (pp. 283-308). Academic Press.
- Ross-Sheehy, S., Oakes, L. M., & Luck, S. J. (2003). The development of visual short-term memory capacity in infants. *Child development*, *74*(6), 1807-1822.
- Rugani, R., Fontanari, L., Simoni, E., Regolin, L., & Vallortigara, G. (2009). Arithmetic in newborn chicks. In *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences* (Vol. 276, pp. 2451–2460). doi: [10.1098/rspb.2009.0044](https://doi.org/10.1098/rspb.2009.0044)
- Rugani, R., Vallortigara, G., Priftis, K. & Regolin, L. (2015) Number-space mapping in the newborn chick resembles humans' mental number line. *Science* *347*:534– 36.
- Sarkar, A., & Cohen-Kadosh, R. (2016). Transcranial Electrical Stimulation and Numerical Cognition. *Canadian Journal of Experimental Psychology*. *70*(1), 41-58. doi: [10.1037/cep0000064](https://doi.org/10.1037/cep0000064)
- Sawamura, H., Shima, K., & Tanji, J. (2002). Numerical representation for action in the parietal cortex of the monkey. *Nature* *415*, 918–922. doi: [10.1038/415918a](https://doi.org/10.1038/415918a)
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S. S., Stricker, J., & Smedt, B. De. (2016). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science*, *20*(3), 1–16. doi: [10.1111/desc.12372](https://doi.org/10.1111/desc.12372)
- Sella, F., Hartwright, C., & Cohen Kadosh, R. (2018). The Neurocognitive Bases of Numerical Cognition. In J. T. Wixted & Thompson-Schill, S.L. (Eds.), *Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience. Volume 3: Language and Thought* (pp. 553–599). New York: Wiley. doi: [10.1002/9781119170174.epcn316](https://doi.org/10.1002/9781119170174.epcn316)
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, *75*(2), 428-444. doi: [10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x)

- Skagerlund, K., & Träff, U. (2016). Number processing and heterogeneity of developmental dyscalculia: Subtypes with different cognitive profiles and deficits. *Journal of learning disabilities*, 49(1), 36-50. doi: [10.1177/0022219414522707](https://doi.org/10.1177/0022219414522707)
- Solomon, J.A. & Pelli, D.G. (1994). The visual filter mediating letter identification. *Nature* 369, 395–397.
- Spaepen, E., Coppola, M., Spelke, E. S., Carey, S. E., & Goldin-Meadow, S. (2011). Number without a language model. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(8), 3163–3168. doi: [10.1073/pnas.1015975108](https://doi.org/10.1073/pnas.1015975108)
- Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist*, (November), 1233–1243.
- Spelke, E. S. (2017). Core knowledge, language, and number. *Language Learning and Development*, 13(2), 147-170. doi: [10.1080/15475441.2016.1263572](https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263572)
- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, 10(1), 89–96. doi: [10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x)
- Spelke, E. S., & Lee, S. A. (2012). Core systems of geometry in animal minds. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 367(1603), 2784–2793. doi: 10.1098/rstb.2012.0210
- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. doi: [10.1073/pnas.1302751110](https://doi.org/10.1073/pnas.1302751110)
- Szkudlarek, E., & Brannon, E. M. (2017). Does the approximate number system serve as a foundation for symbolic mathematics?. *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190. doi: [10.1080/15475441.2016.1263573](https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263573)

- Szkudlarek, E., Park, J., & Brannon, E. M. (2021). Failure to replicate the benefit of approximate arithmetic training for symbolic arithmetic fluency in adults. *Cognition*, 207(xxxx), 104521. doi: [10.1016/j.cognition.2020.104521](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2020.104521)
- Szűcs, D., & Myers, T. (2017). A critical analysis of design, facts, bias and inference in the approximate number system training literature: A systematic review. *Trends in Neuroscience and Education*, 6, 187–203. doi: [10.1016/j.tine.2016.11.002](https://doi.org/10.1016/j.tine.2016.11.002)
- Team, R. C. (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Teichmann, L., Grootswagers, T., Carlson, T., & Rich, A. N. (2018). Decoding digits and dice with magnetoencephalography: evidence for a shared representation of magnitude. *Journal of cognitive neuroscience*, 30(7), 999-1010. doi: [10.1162/jocn\\_a\\_01257](https://doi.org/10.1162/jocn_a_01257)
- Thomsen, L., Frankenhuis, W. E., Ingold-Smith, M., & Carey, S. (2011). Big and mighty: Preverbal infants mentally represent social dominance. *Science*, 331(6016), 477–480. doi: [10.1126/science.1199198](https://doi.org/10.1126/science.1199198)
- Tibber, M. S., Manasseh, G. S., Clarke, R. C., Gagin, G., Swanbeck, S. N., Butterworth, B., ... Dakin, S. C. (2013). Sensitivity to numerosity is not a unique visuospatial predictor of mathematical ability. *Vision Research*, 89, 1–9. doi: [10.1016/j.visres.2013.06.006](https://doi.org/10.1016/j.visres.2013.06.006)
- Tomlinson, R. C., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2020). Number sense biases children's area judgments. *Cognition*, 204 (August 2019), 104352. doi: [10.1016/j.cognition.2020.104352](https://doi.org/10.1016/j.cognition.2020.104352)
- Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, 101(1), 80–102. doi:[10.1037/0033-295X.101.1.8](https://doi.org/10.1037/0033-295X.101.1.8)

- U.S. Department of Education, Institute of Education Sciences, What Works Clearinghouse. (2013, March). *What Works Clearinghouse: Procedures and standards handbook* (Version 4.0). Retrieved from <http://whatworks.ed.gov>.
- UNICEF (2006) Convención sobre los derechos del niño. Disponible en: <http://www.un.org/es/events/childrenday/pdf/derechos>
- Uruguay. Poder Ejecutivo. Decreto CM/515, Decreto sobre Investigación con seres humanos. 4 septiembre 2021. Recuperado de: [http://www.psico.edu.uy/sites/default/files/page/2010/02/decreto\\_investigacion-con-seres-humanos.pdf](http://www.psico.edu.uy/sites/default/files/page/2010/02/decreto_investigacion-con-seres-humanos.pdf)
- Valle-Lisboa, J., Cabana, A., Eisinger, R., Mailhos, A., Luzardo, M., Halberda, J., & Maiche, A. (2017). Cognitive abilities that mediate SES' s effect on elementary mathematics learning: The Uruguayan tablet-based intervention. *Prospects*, (March). doi: [10.1007/s11125-017-9392-y](https://doi.org/10.1007/s11125-017-9392-y)
- Vallortigara, G. (2012). Core knowledge of object, number, and geometry: a comparative and neural approach. *Cognitive neuropsychology*, 29, 213–36.
- van Oeffelen, M. P. & Vos, P. G. (1982). A probabilistic model for the discrimination of visual number. *Perception & Psychophysics*, 32, 2, 163-170
- Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & Smedt, B. De. (2016). Symbolic numerical magnitude processing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. *PLoS ONE*, 11(3), 1–11. doi: [10.1371/journal.pone.0151045](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0151045)
- Verguts, T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans: A neural model. *Journal of cognitive neuroscience*, 16(9), 1493-1504. doi: [10.1162/0898929042568497](https://doi.org/10.1162/0898929042568497)

- Viarouge, A., Hubbard, E. M., & McCandliss, B. D. (2014). The cognitive mechanisms of the SNARC effect: An individual differences approach. *PLoS ONE*, 9(4). doi: [10.1371/journal.pone.0095756](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0095756)
- Wang, J., Halberda, J., & Feigenson, L. (2017). Approximate number sense correlates with math performance in gifted adolescents. *Acta Psychologica*, 176(November), 78–84. doi: [10.1016/j.actpsy.2017.03.014](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2017.03.014)
- Wang, J., Halberda, J., & Feigenson, L. (2020). Emergence of the Link Between the Approximate Number System and Symbolic Math Ability. *Child Development*. 92(2), e186-e200. doi: [10.1111/cdev.13454](https://doi.org/10.1111/cdev.13454)
- Wang, J., Libertus, M. E., & Feigenson, L. (2018). Hysteresis-induced changes in preverbal infants' approximate number precision. *Cognitive Development*, 47(May), 107–116. doi: [10.1016/j.cogdev.2018.05.002](https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2018.05.002)
- Wang, J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 147, 82–99. doi: [10.1016/j.jecp.2016.03.002](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.002)
- Wang, J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2017). Better together: Multiple lines of evidence for a link between approximate and exact number representations: A reply to Merkley, Matejko, and Ansari. *Journal of Experimental Child Psychology*, 153, 168–172. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.09.005>
- Whalen, J., Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1999). Nonverbal Counting in Humans: The Psychophysics of Number Representation. *Psychological Science*, 10(2), 130–137. doi:[10.1111/1467-9280.00120](https://doi.org/10.1111/1467-9280.00120)
- Wilkey, E. D., & Ansari, D. (2019). Challenging the neurobiological link between number sense and symbolic numerical abilities. *Ann. NY Acad. Sci*, 40, 1-23. doi: [10.1111/nyas.14225](https://doi.org/10.1111/nyas.14225)

- Wilson, A. J., Dehaene, S., Dubois, O., & Fayol, M. (2009). Effects of an adaptive game intervention on accessing number sense in low-socioeconomic-status kindergarten children. *Mind, Brain, and Education*, 3(4), 224–234. doi: [10.1111/j.1751-228X.2009.01075.x](https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2009.01075.x)
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S., Cohen, L., & Cohen, D. (2006a). Principles underlying the design of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2(1), 19. doi: [10.1186/1744-9081-2-19](https://doi.org/10.1186/1744-9081-2-19)
- Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2006b). An open trial assessment of “the number race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 1–16. doi: [10.1186/1744-9081-2-20](https://doi.org/10.1186/1744-9081-2-20)
- Wong, H., & Odic, D. (2021). The intuitive number sense contributes to symbolic equation error detection abilities. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 47(1), 1. doi: [10.1037/xlm0000803](https://doi.org/10.1037/xlm0000803)
- Woodcock, R. W., & Muñoz-Sandoval, A. F. (2005). Bateria Woodcock-Muñoz: Pruebas de aprovechamiento–Revisada. Itasca, IL: Riverside Publishing.
- Wynn, K. e. a. (2002). Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. *Cognition*, performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 147, 82–99. doi:[10.1016/j.jecp.2016.03.002](https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.002)
- Xenidou-Dervou, I., Van Luit, J. E., Kroesbergen, E. H., Friso-van den Bos, I., Jonkman, L. M., van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. (2018). Cognitive predictors of children's development in mathematics achievement: A latent growth modeling approach. *Developmental Science*, 21(6), e12671. doi: [10.1111/desc.12671](https://doi.org/10.1111/desc.12671)
- Xu, F. (2007). Sortal concepts, object individuation, and language. *Trends in Cognitive Science*, 11, 400–406. doi:[10.1016/j.tics.2007.08.002](https://doi.org/10.1016/j.tics.2007.08.002)
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, 1–11. doi:[10.1016/S0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00066-9)

- Yaman, S., Kilian, A., von Fersen, L., and Güntürkün, O. (2012). Evidence for a numerosity category that is based on abstract qualities of “few” vs. “many” in the bottlenose dolphin (*Tursiops truncatus*). *Front. Psychol.* 3:473. doi: [10.3389/fpsyg.2012.00473](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00473)
- You, H., Meng, Y., Huan, D., & Wang, D. H. (2011). The neural dynamics for hysteresis in visual perception. *Neurocomputing*, 74(17), 3502–3508. doi: [10.1016/j.neucom.2011.06.004](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2011.06.004)
- Zerilli, J. (2019). Neural Reuse and the Modularity of Mind: Where to Next for Modularity?. *Biol Theory*. 14, 1–20. doi: [10.1007/s13752-018-0309-7](https://doi.org/10.1007/s13752-018-0309-7)

# Apéndices

## Apéndice 1. Sistematización de estudios de entrenamiento de habilidades de cuantificación aproximada

**Tabla A.1**

*Sistematización de estudios de entrenamiento de habilidades de cuantificación aproximada*

Estudio	Diseño	Medidas de rendimiento	Condiciones de entrenamiento	N	Media de edad en años (DE) [rango]	Duración	Principales resultados
<i>Number Race (NR)</i>							
Wilson et al. (2006)	Pre- Post, sin grupo control	<ul style="list-style-type: none"> <li>• conteo</li> <li>• transcodificación</li> <li>• comprensión base 10</li> <li>• enumeración de puntos</li> <li>• sumas</li> <li>• restas</li> <li>• comparación simbólica</li> <li>• comparación no simbólica</li> </ul>	E: aproximado y exacto	9 niños/as discalculicos	8.1 [7-9]	600 min (5 semanas; 30 min; 4 sesiones a la semana)	Mejora en: rapidez de enumeración de puntos para el rango de subitización ( $F(1,7) = 19.1, p < .01$ ); precisión ( $F(1,8) = 9.81, p = .01$ ) y rapidez ( $F(1,8) = 13.8, p < .01$ ) en comparación no simbólica de magnitudes. Mejoras en el desempeño en restas ( $F(1,8) = 6.51, p = .03$ ); pero no en comparación simbólica (nr) o adición (nr).
Wilson et al. (2009)	Crossover; Pre-intermedio- post test, grupo de control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• conteo verbal y de objetos</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• Comparación simbólica</li> <li>• Comparación numérica verbal</li> <li>• correspondencia numérica mixta (puntos-dígitos-palabras)</li> <li>• sumas</li> </ul>	E: aproximado y exacto CA: Escuchas y lectura	27 preescolares de NSE bajo 26 preescolares de NSE bajo	5.6 [4-6 ]*	120 min (probablemente 6 semanas; 6 sesiones; 20 min)	Mejoras en: comparación simbólica ( $F(1, 51) = 5.28, p = .03$ ) y comparación numérica verbal ( $F(1, 51) = 7.21, p = .01$ ); pero sin diferencias en comparación no simbólica (nr) o sumas (nr).

Räsänen et al. (2009)	Pre-post, grupos de control activo y pasivo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Memoria de trabajo verbal y visoespacial</li> <li>• nominación serial rápida</li> <li>• conteo verbal y de objetos</li> <li>• comparación simbólica</li> <li>• aritmética</li> </ul>	E1: Aproximado y exacto E2: Exacto Control pasivo	15 bajo rendimiento 15 bajo rendimiento 29 bajo rendimiento	6.56 (0.27) 6.62 (0.27) 6.48 (0.32)	242 min (3 semanas; 10-15 min aprox. por sesión)	Grupo de entrenamiento exacto bajó los TR en comparación numérica ( $F(2,56) = 3.66, p = .03$ ). Ninguno de los grupos de entrenamiento mejoró en ninguna de las otras áreas relacionadas a habilidades numéricas evaluadas.
Obersteiner et al. (2013)	Pre-post, grupos de control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• subitización</li> <li>• subitización conceptual</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• comparación simbólica</li> <li>• cálculo aproximado</li> <li>• desempeño matemático</li> </ul>	T1: Aproximado T2: Exacto T3: Aproximado y exacto CA: Deletreo y lectura	35 niños/as primer grado 39 niños/as primer grado 39 niños/as primer grado 34 niños/as primer grado	6.91 (0.39) *	300 min (10 sesiones; 30 min; 4 semanas)	Entrenamiento aproximado mejoró en rapidez en comparación de magnitudes simbólica y no simbólica ( $F(1, 142) = 14.15, p < .001, \eta^2_p = .091$ ). Entrenamiento exacto mejoró en rapidez en subitización conceptual ( $F(1, 139) = 5.10, p = .025, \eta^2_p = .035$ ). Entrenamientos exacto y aproximado son igual de efectivos para mejorar desempeño matemático
Sella et al. (2016)	Pre-post, grupo control	<ul style="list-style-type: none"> <li>• comparación aproximada</li> <li>• comparación simbólica</li> <li>• conteo</li> <li>• conocimiento numérico</li> <li>• correspondencia de puntos</li> <li>• ordenamiento</li> </ul>	E: Aproximado y exacto CA: Dibujo	23 preescolares 22 preescolares	5.16 (0.67) [4.08 - 6] 5.00 (0.58) [4.25 - 6]	400 min (10 semanas; 2 sesiones por semana; 20 min)	Grupo experimental mejoró en cálculo mental ( $F(1, 15) = 4.22, p = .058$ ), mapeo especial de números ( $F(1, 35) = 12.54, p = .001$ ) y representación semántica de numerales ( $F(1, 37) = 19.25, p = .001$ ).

**Entrenamientos del SNA**

DeWind & Brannon (2012)	Sin pre-post, sin grupo control	• evaluaciones estandarizadas de desempeño académico matemático y verbal	E: Aproximado & comparación de longitud	20 adultos	20.18 [18-30]	271 min aprox (6 sesiones; 2 semanas)	Fracción de Weber decreció rápidamente luego de la introducción de la retroalimentación en la segunda sesión ( $p < .005$ ). La precisión del SNA correlacionó positivamente con pruebas estandarizadas de desempeño matemático, pero ( $r^2 = 0.28, p < .02$ ), pero no con desempeño verbal ( $r^2 = .08, p = .23$ ).
Park & Brannon (2013; experiment 1)	Pre-post, grupo control pasivo	• sumas y restas multidígitos • vocabulario	E: Aritmética Aproximada	26 adultos	22.4 [18.8–31.4]	250 min (10 sesiones, 25 min per sesión aprox.)	Participantes en el grupo de entrenamiento mejoraron sustancialmente en el desempeño en la tarea de AA ( $F(1, 24) = 39.52, p < .001$ ). La mejora estandarizada en habilidades matemáticas simbólicas fue significativamente mayor en el grupo de entrenamiento, comparado con el grupo control pasivo ( $F(1, 50) = 7.87, p = .007, \eta^2 = .136$ )
			Control Pasivo	26 adultos	22.9 [18.6–33.4]		
Park & Brannon (2013; experiment 2)	Pre-post, dos grupos controles activos	• sumas y restas multidígitos • vocabulario	E: Aritmética aproximada	16 adultos	20.9 [18.7-23.8]	250 min (10 sesiones, 25 min por sesión aprox.)	Participantes en el grupo de AA mostraron mejoras en la tarea de entrenamiento ( $F(1, 15) = 24.33, p < .001$ ). A su vez, los participantes que realizaban ordenamiento numérico también mejoraron su rendimiento en la tarea. En las medidas post-test se encontró un efecto de la tarea de entrenamiento ( $F(2, 43) = 3.728, p = .032, \eta^2 = .148$ ), donde los participantes del grupo de entrenamiento de AA, mostraron mejores valores de mejora comparados con los grupos CA1 y el CA2.
			CA1: Ordenamiento numérico	14 adultos	22.9 [18.8-31.9]		
			CA2: Conocimiento de palabras	16 adultos	22.17 [19.0-26.9]		

Park & Brannon (2014)	Pre-post; dos grupos de entrenamiento, dos grupos controles activo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aritmética</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• memoria visual</li> <li>• ordenamiento numérico</li> <li>• vocabulario</li> </ul>	T1: Aritmética aproximada	18 adultos	21.5 (2.55)	150 min (6 sesiones, 25 min per session aprox)	Todos las condiciones mostraron mejoras en el desempeño de la tarea de entrenamiento ( $p < 0.001$ ). El grupo de AA fue la única condición de entrenamiento con mejoras significativas en puntuaciones de matemática ( $t(17) = 4.66, p < 0.01$ ).
			T2: Comparación aproximada	18 adultos	21.9 (3.92)		
			T3 Correspondencia aproximada	17 adultos	21.5 (3.01)		
			CA1: Memoria a corto plazo	18 adultos	21.4 (4.20)		
Park, Bermudez, Roberts & Brannon (2016)	Pre-post, grupo de control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• habilidades matemáticas (TEMA-3)</li> <li>• vocabulario receptivo</li> <li>• memoria a corto plazo</li> </ul>	E: Aritmética Aproximada	51 preescolares de NSE bajos y medios	4.9 (0.4) [ 3.94-5.56]	120 min (2-3 semanas, 10 sesiones; 12 min)	Los sujetos que realizaron tareas de AA mostraron una mejora progresiva a través de las sesiones ( $t(50) = -20.391, p < .001$ ). Participantes de la condición control también mejoraron el TR, especialmente en las condiciones más difíciles ( $t(32) = -3.905, p < .001$ ). Los sujetos del grupo experimental mostraron mejores valores de ganancia estandarizada comparados con el grupo control en habilidades matemáticas ( $t(101) = 2.100, p = .038. d = 0.414$ ).
			CA: Memoria visual	52 preescolares de NSE bajos y medios	4.9 (0.4) [3.94-5.56]		
Maertens, De Smedt, Sasanguie, Elen & Reynvoet (2016)	Pre-post, dos grupos de entrenamiento, con grupos controles pasivos y activos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• conocimiento de números</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• comparación simbólica</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• conexión simbólica-no simbólica</li> <li>• línea numérica simbólica</li> <li>• línea numérica no simbólica</li> </ul>	E1: Comparación Aproximada	47 preescolares	5.44 (0.31)	60 min (6 sesiones; 10 min, tres semanas)	Los grupos que realizaron las tareas de comparación aproximada ( $t(46) = 3.60, p = 0.001, d = 0.49$ y línea numérica ( $t(40) = 4.13, p < 0.001, d = 0.53$ ).
			E2: Línea numérica	41 preescolares	5.49 (0.29)		
			CA: Memoria Visual	37 preescolares	5.43 (0.27)		
			Control Pasivo	26 preescolares	5.32 (0.31)		

Au, Jaeggi, Buschkuehl (2018)	Pre-post, grupo control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• aritmética simbólica</li> <li>• estimación simbólica</li> <li>• estimación no simbólica</li> <li>• conteo no verbal de magnitudes simbólicas y no simbólicas</li> <li>• comparación simbólica</li> </ul>	E: Aritmética Aproximada CA: Vocabulario y conocimiento general	27 adultos 30 adultos	21.08 (1.8) [18-26 ]*	175 min (7 sesiones, 25 min)	Participantes en el grupo de AA mejoraron el desempeño en la tarea durante el período de entrenamiento ( $F(6, 156) = 49.48, p < .01, \eta_p^2 = 0.66$ ). Grupo de entrenamiento mejoró un 4% en habilidades matemáticas respecto a la evaluación pre-test ( $d = .54$ ), mientras que el grupo control se mantuvo estable.
Gouet, Gutiérrez Silva, Guedes, & Peña (2018)	Pre-post, grupos de control activo y pasivo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• matemática simbólica</li> <li>• línea numérica</li> <li>• comparación no simbólica</li> <li>• vocabulario</li> </ul>	E: Aritmética Aproximada CA: Comparación de color Control pasivo	30 escolares 28 escolares 33 escolares	6.03 [6-7] 6.05 [6-7] 6.06 [6-7]	130-155 min (7 sesiones, 40- 55 min sesiones 1 y 7; 10- 15 min sesiones 2-6)	Grupo de entrenamiento u control activo tuvieron una ganancia similar en las habilidades matemáticas ( $p = 0.714$ ). En cambio, a nivel cerebral, encontramos que sólo en el Grupo de Adición la amplitud de P2p aumentó significativamente a lo largo de las sesiones.
Kim, Jang, Cho (2018)	Pre-post, grupo control pasivo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• desempeño matemático (conceptos numéricos, aritmética, geometría, resolución de problemas)</li> <li>• aritmética exacta</li> <li>• inteligencia fluida</li> </ul>	E: Aproximado y exacto (comparación y estimación aproximada, aritmética aproximada, mapeo numerosidad-simbólico) Control Pasivo	22 niños/as primer grado 24 niños/as primer grado	7.70 (0.30)*	900 min (6 semanas; 5 veces a semana, 30 minutos por día)	Mejora en discriminación de la numerosidad para el grupo experimental ( $F(1,44) = 7.47; p < 0.01, \eta_p^2 = 0.15$ ), pero este efecto del entrenamiento no se trasladó a la mejora en el cálculo simbólico, exacto o cualquier otra habilidad matemática (nr).
Cochrane, Cui, Hubbard & Green (2019)	Pre-post, sin grupo control	<ul style="list-style-type: none"> <li>• enumeración</li> <li>• comparación de ratios</li> <li>• fluidez matemática</li> <li>• seguimiento multi-objetos</li> </ul>	E: Comparación aproximada	11 adultos	22.1 (3.5 )	775 min aprox (31 sesiones en promedio; 25 min por sesión)	Entrenamientos de alta duración en tareas de comparación aproximada mejoran precisión de SNA ( $t(9) = -4.22; p = .002$ ; Factor de Bayes ( $FB$ ) = 1.32). No se encontró efecto de transferencia a Enumeración ( $t(9) = 1.725, p = .119, FB = -.03$ ), comparación de ratios ( $t(9) = -1.23, p > .2, FB = -0.25$ ), fluidez matemática ( $t(9) = 0.78, p > .2, FB = -0.20$ ), o seguimiento multi-objetos ( $t(8) = 1.322, p > .2, FB = -0.20$ ).

Gimbert, Gentaz & Mazens (2019)	Pre-post, dos grupos de entrenamiento, un grupo control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• comparación aproximada visual</li> <li>• comparación aproximada háptica</li> <li>• adición simbólica</li> <li>• problemas verbales simbólicos</li> </ul>	E1: Comparación aproximada visual E2: Comparación aproximada háptica CA: Conciencia fonológica	19 preescolares 19 preescolares 16 preescolares	5.83 (0.31 ) [5.16 - 6.16 ]*	60 min (4 sesiones; 15 min)	No se encontró mejoras en ninguna tarea excepto en el entrenamiento de comparación aproximada en la modalidad háptica $t(19) = -5.15, p < .001$
Budgen, Szkudlarek & Brannon, (2021)	Pre-post, un grupo control activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• cálculo matemático</li> <li>• fluidez matemática</li> <li>• fluidez lectora</li> <li>• numeración</li> <li>• geometría</li> <li>• inteligencia fluida</li> </ul>	E: Aritmética Aproximada CA: memoria de trabajo visual	53 escolares 58 escolares	9.75 (0.62) 9.73 (0.72)	120 min aprox (6 sesiones, 20 min)	Mejora en el rendimiento en las tareas de entrenamiento para AA ( $t(52) = 20, p < 0.0001$ ) y memoria de trabajo visual ( $t(57) = -4.65, p < .001$ ). El entrenamiento en aritmética aproximada no produjo mejoras significativas en las medidas estandarizadas de rendimiento matemático simbólico.
Szkudlarek, Park & Brannon (2021)	Pre-post, tres grupos de entrenamiento, tres grupos controles activos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aritmética exacta</li> <li>• ordenamiento numérico</li> <li>• adición simbólica</li> <li>• cuestionario de expectativas de rendimiento</li> <li>• memoria de trabajo visual</li> </ul>	E1: Comparación Aproximada E2: Aritmética Aproximada E3: Rango aritmético E4: Ordenamiento numérico	56 adultos 149 adultos 24 adultos 89 adultos	22.6 [18.0–30.6] 21.98 [18.33–28.82] 21.3 [18.7–30.4] 22.04 [18.44–30.4]	Experimento 1: 50 min (2 sesiones, 25 min) Experimentos 2-4: 300 min (6 sesiones, 25 min)	A través de los cuatro experimentos el entrenamiento aproximado no fue efectivo para mejorar la fluidez aritmética en adultos ( $F(6,475) = 1.27, p = .27, \eta_p^2 = 0.02$ ).
<b>Exposición breve</b>							
Hyde et al. (2014)	Entrenamiento y evaluación post-test, dos grupos de entrenamiento, dos grupos controles activo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aritmética simbólica</li> <li>• vocabulario</li> </ul>	E1: Comparación aproximada E2: Aritmética Aproximada CA1: Comparación de brillo CA2: Adición de líneas	24 niños/as primer grado 24 niños/as primer grado 24 niños/as primer grado 24 niños/as primer grado	6.89 (0.22 ) [6.41-7.65 ]*	7.21 min aprox. Para Aritmética Aproximada y 10.25 min para Comparación Aproximada (60 ensayos)	Participantes en grupos de entrenamiento (comparación y aritmética aproximada) mejoraron rapidez en problemas aritméticos exactos y simbólicos posteriores comparado con quienes recibieron otras tareas que involucraban la comparación y manipulación de magnitudes no numéricas ( $F(3,92) = 3.366, p < .05$ ).

Dillon, Pires, Hyde & Spelke (2015)	Entrenamiento, sin grupos de control	<ul style="list-style-type: none"> <li>expectativas sobre desempeño numérico simbólico y no simbólico</li> </ul>	Aritmética Aproximada Comparación Aproximada Adición de líneas Comparación Luminosidad	24 escolares <sup>1</sup>	7.42 [6.83 - 7.83]	4.78 min aprox (4 tareas, 1 sesión)	Participantes no esperaban mejoras en aritmética simbólica después de entrenar el SNA, aunque sí esperaban mejoras en la precisión del SNA después del entrenamiento en cualquier tarea de magnitud. Además, los niños esperaban mejoras en aritmética simbólica después de una buena noche de sueño y su desayuno favorito.
Wang et al. (2016)	Entrenamiento, dos grupos experimentales, con evaluación post-test.	<ul style="list-style-type: none"> <li>habilidades matemáticas</li> <li>vocabulario</li> </ul>	E1: Comparación Aproximada (Fácil Primero) E2: Comparación Aproximada (Difícil Primero)	20 preescolares 20 preescolares	5.33 (SD = 0.18 ) [5.03-5.61 ]*	3 min aprox. (30 ensayos)	Los participantes de la condición fácil primero tuvieron una precisión mayor en la tarea de CAC comparados con los pares de la condición difícil primero ( $F(1, 36) = 13.78, p = .001, \eta_p^2 = .28$ ). Se observó efecto de transferencia hacia habilidades matemáticas simbólicas ( $F(1, 36) = 4.44, p = .04, \eta_p^2 = .11$ ).
Wang et al. (2020; experimento 1)	Entrenamiento, dos grupos experimentales, con evaluación post-test.	<ul style="list-style-type: none"> <li>habilidades matemáticas</li> <li>vocabulario</li> </ul>	E1: Comparación Aproximada (Fácil Primero) E2: Comparación Aproximada (Difícil Primero)	20 preescolares 20 preescolares	5.25 (0.16 ) [5.00-5.58 ]*	3 min aprox. (30 ensayos)	Los participantes de la condición fácil primero tuvieron una precisión mayor en la tarea de CAC comparados con los pares de la condición difícil primero ( $t(38) = 2.13, p = .040, d = 0.67$ ). Se observó efecto de transferencia hacia habilidades matemáticas simbólicas ( $F(1, 76) = 8.79, p = .004, \eta_p^2 = .12$ ).

Wang et al. (2020; experimento 2)	Entrenamiento, dos grupos experimentales, con evaluación post-test.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• habilidades matemáticas</li> <li>• vocabulario</li> </ul>	E1: Comparación Aproximada (Fácil Primero)	40 preescolares	4.50 (0.50 ) [3.58-5.58 ]*	3 min aprox. (30 ensayos)	Los participantes de la condición fácil primero tuvieron una precisión mayor en la tarea de CAC comparados con los pares de la condición difícil primero ( $F(1, 76) = 18.31, p < .001, \eta_p^2 = .19$ ). Se observó efecto de transferencia hacia habilidades matemáticas simbólicas ( $t(38) = 2.14, p = .038, d = 0.68$ ).
			E2: Comparación Aproximada (Difícil Primero)	40 preescolares			

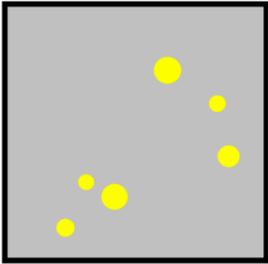
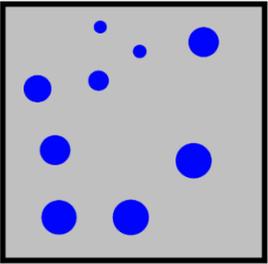
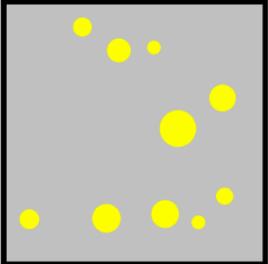
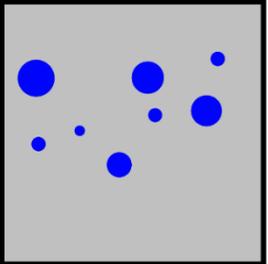
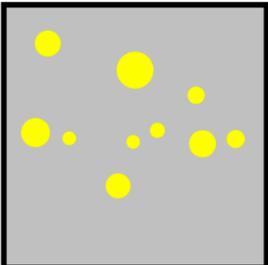
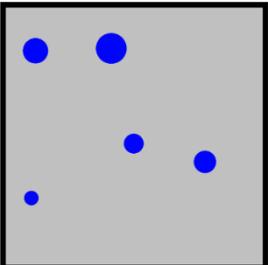
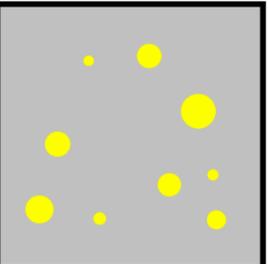
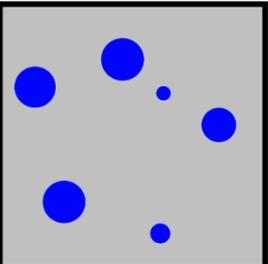
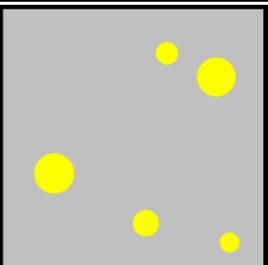
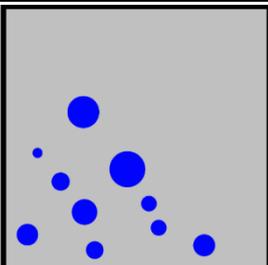
Notas. E = Grupo entrenamiento. CA= Grupo control activo. nr = no reportado. NSE= Nivel Socio Económico. \* = Refiere a la edad de todos los participantes, no se reportan las edades de los grupos experimentales por separado. <sup>1</sup> Todos los participantes completan todas tareas de entrenamiento en orden contabalaceado

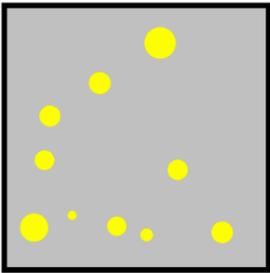
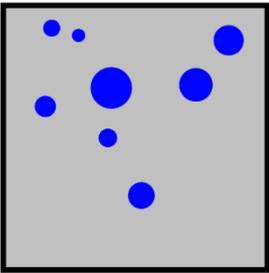
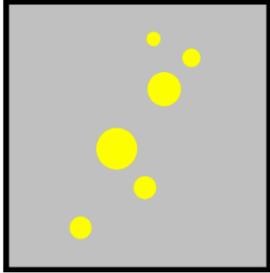
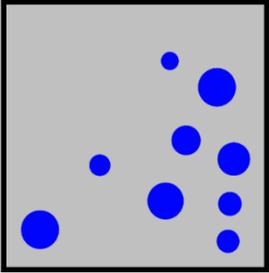
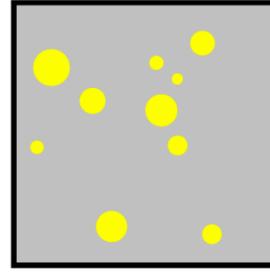
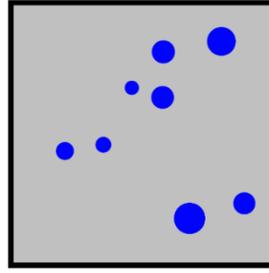
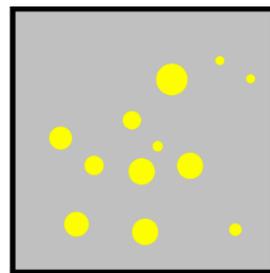
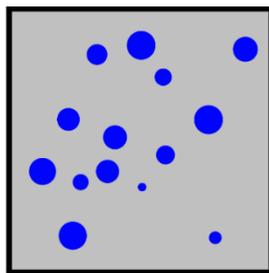
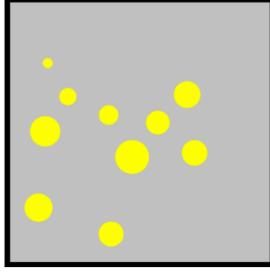
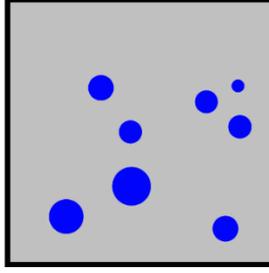
## Apéndice 2. Descripción de los estímulos de la Tarea de Manipulación del Sistema Numérico Aproximado

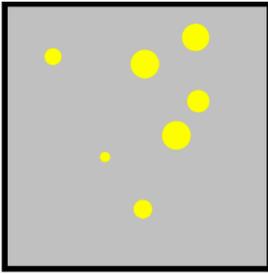
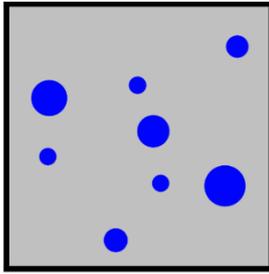
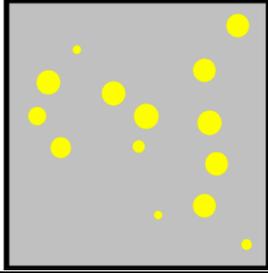
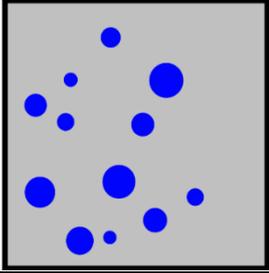
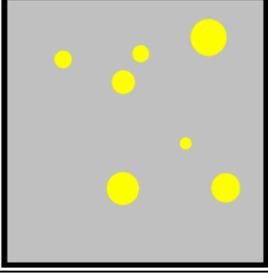
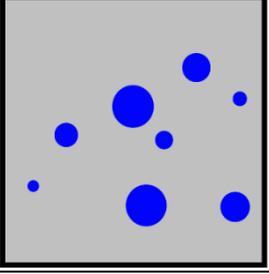
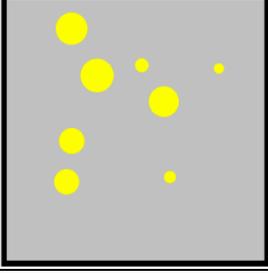
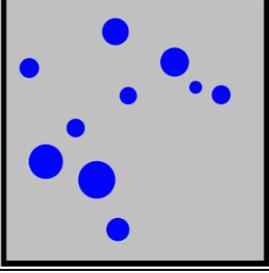
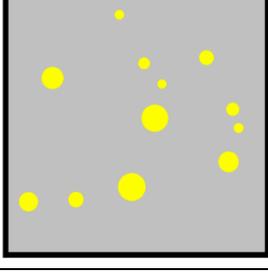
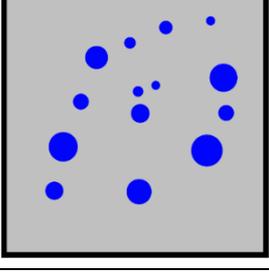
**Tabla A2.**

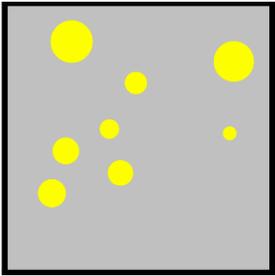
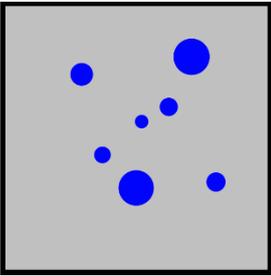
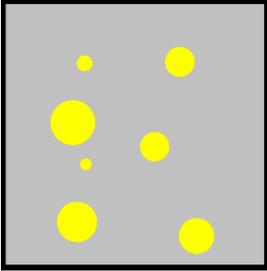
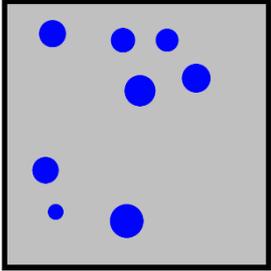
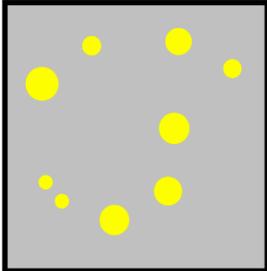
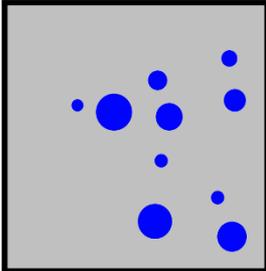
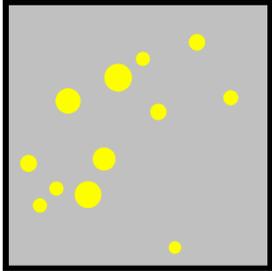
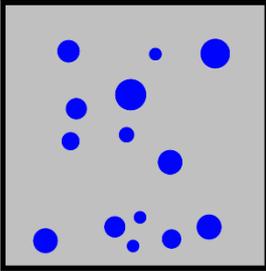
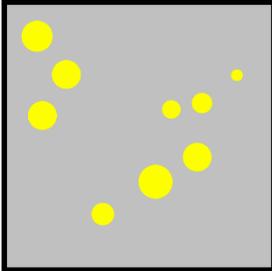
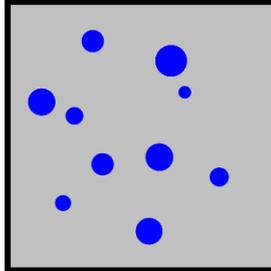
*Descripción de los estímulos de la Tarea de Manipulación del Sistema Numérico Aproximado*

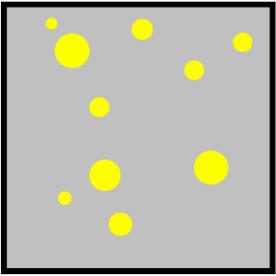
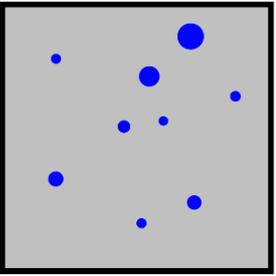
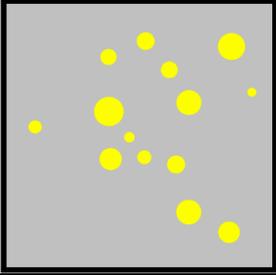
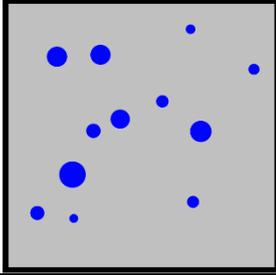
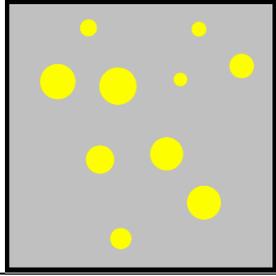
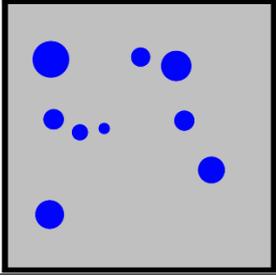
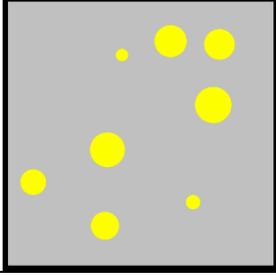
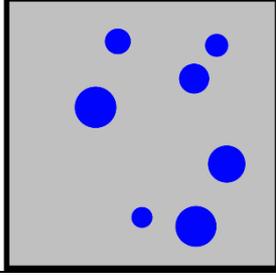
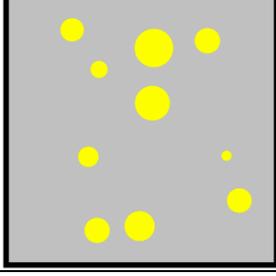
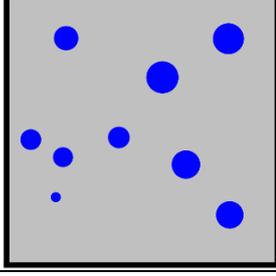
Número	Estímulo		Descripción & Propiedades
1			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 5  <b>Ratio:</b> 2.00  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 1  <b>Posición DP:</b> 30</p>
2			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 6  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.50  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env.  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Posición FP:</b> 2  <b>Posición DP:</b> 29</p>
3			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 9  <b>Cantidad Derecha:</b> 6  <b>Ratio:</b> 1.50  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 3  <b>Posición DP:</b> 28</p>
4			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 5  <b>Ratio:</b> 2.00  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 4  <b>Posición DP:</b> 27</p>
5			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 5  <b>Cantidad Derecha:</b> 10  <b>Ratio:</b> 2.00  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 5  <b>Posición DP:</b> 26</p>

6			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 6  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.50  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Posición FP:</b> 6  <b>Posición DP:</b> 25         </p>
7			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 7  <b>Posición DP:</b> 24         </p>
8			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 5  <b>Ratio:</b> 2.00  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 8  <b>Posición DP:</b> 23         </p>
9			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 9  <b>Cantidad Derecha:</b> 6  <b>Ratio:</b> 1.50  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Posición FP:</b> 9  <b>Posición DP:</b> 22         </p>
10			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 5  <b>Cantidad Derecha:</b> 10  <b>Ratio:</b> 2.00  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Posición FP:</b> 10  <b>Posición DP:</b> 21         </p>

11			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 11  <b>Orden DP:</b> 20         </p>
12			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 6  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.50  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 12  <b>Orden DP:</b> 19         </p>
13			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 13  <b>Orden DP:</b> 18         </p>
14			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 12  <b>Cantidad Derecha:</b> 14  <b>Ratio:</b> 1.17  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 14  <b>Orden DP:</b> 17         </p>
15			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env.  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 15  <b>Orden DP:</b> 16         </p>

16			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 7  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.14  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 16  <b>Orden DP:</b> 15</p>
17			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 14  <b>Cantidad Derecha:</b> 12  <b>Ratio:</b> 1.17  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 17  <b>Orden DP:</b> 14</p>
18			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 8  <b>Cantidad Derecha:</b> 7  <b>Ratio:</b> 1.14  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 18  <b>Orden DP:</b> 13</p>
19			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 19  <b>Orden DP:</b> 12</p>
20			<p><b>Cantidad Izquierda:</b> 12  <b>Cantidad Derecha:</b> 14  <b>Ratio:</b> 1.17  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env.  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 20  <b>Orden DP:</b> 11</p>

21			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 8  <b>Cantidad Derecha:</b> 7  <b>Ratio:</b> 1.14  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 21  <b>Orden DP:</b> 10         </p>
22			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 7  <b>Cantidad Derecha:</b> 8  <b>Ratio:</b> 1.14  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 22  <b>Orden DP:</b> 9         </p>
23			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 9  <b>Cantidad Derecha:</b> 10  <b>Ratio:</b> 1.11  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 23  <b>Orden DP:</b> 8         </p>
24			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 12  <b>Cantidad Derecha:</b> 14  <b>Ratio:</b> 1.17  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 24  <b>Orden DP:</b> 7         </p>
25			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 8  <b>Cantidad Derecha:</b> 10  <b>Ratio:</b> 1.25  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 25  <b>Orden DP:</b> 6         </p>

26			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.11  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Derecha  <b>Orden FP:</b> 26  <b>Orden DP:</b> 5         </p>
27			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 14  <b>Cantidad Derecha:</b> 12  <b>Ratio:</b> 1.16  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env.  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 27  <b>Orden DP:</b> 4         </p>
28			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.11  <b>Congruencia:</b> Congruente  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 28  <b>Orden DP:</b> 3         </p>
29			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 8  <b>Cantidad Derecha:</b> 7  <b>Ratio:</b> 1.14  <b>Congruencia:</b> Incongruente Área  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 29  <b>Orden DP:</b> 2         </p>
30			<p> <b>Cantidad Izquierda:</b> 10  <b>Cantidad Derecha:</b> 9  <b>Ratio:</b> 1.11  <b>Congruencia:</b> Incongruente Env.  <b>Respuesta:</b> Izquierda  <b>Orden FP:</b> 30  <b>Orden DP:</b> 1         </p>

# Anexos

## Anexo 1: Aval del Comité de Ética de la Facultad de Psicología



Montevideo, 13 de febrero de 2019

Ref.: Exp. 191175-000736-18

En el día de la fecha se reúne el Comité de Ética en Investigación de la Facultad de Psicología de la Universidad de la República, a los efectos de expedirse respecto al proyecto de investigación: "**Histéresis en tareas de entrenamiento del Sistema Numérico Aproximado: Su relación con el aprendizaje de la matemática simbólica.**", a cargo del Lic. Nadir Díaz.

Dicho proyecto CUMPLE CON LOS CRITERIOS ÉTICOS para la protección de los seres humanos que participan como sujetos en procesos de investigación, por lo que este Comité de Ética en Investigación OTORGA EL AVAL para su ejecución.

El Comité de Ética en Investigación sugiere que en la Hoja de Información se adecue el lenguaje a las características de los sujetos de investigación para que pueda ser comprendida la información de la investigación, así como incluir los riesgos y beneficios. En el consentimiento informado incluir lo solicitado en la hoja de información y agregar la firma del responsable de la investigación y resumen de la hoja de información.

Pase a notificación del Lic. Nadir Díaz. (responsable del proyecto).

  
Dra. Victoria Gradín  
Comité de Ética en Investigación  
Facultad de Psicología

  
Mag. María Pilar Bacci  
Comité de Ética en Investigación  
Facultad de Psicología

  
Dr. Álvaro Mailhos  
Comité de Ética en Investigación  
Facultad de Psicología

## Anexo 2: Hoja de Información



### Hoja de Información

En el marco del Proyecto de Investigación “Efecto de histéresis en tareas de entrenamiento del Sistema Numérico Aproximado. Su relación con la matemática simbólica” del Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje, de la Universidad de la República (CICEA-UdelaR), se invita a usted a participar del mismo.

El objetivo principal de esta investigación es realizar un estudio de entrenamiento del Sistema Numérico Aproximado mediante tareas de comparación de conjuntos de elementos no simbólicos para evaluar cuáles son las bases que permiten el desarrollo de habilidades numéricas como el conteo y la adquisición de conocimientos matemáticos simbólicos.

Se realizará un estudio de intervención de habilidades numéricas a través de métodos computarizados. Para evaluar la efectividad de la intervención se realizarán aplicaciones de pruebas estandarizadas para evaluar procesos cognitivos antes y dos evaluaciones después de la intervención (diseño pre-post), la primera inmediatamente después de la intervención y dos meses después para evaluar la permanencia del efecto.

Luego de finalizar con el estudio se les brindará la posibilidad a los estudiantes de poder acceder y utilizar la app de “Matemáticas Monstruosas”, mini-juegos diseñado para tablets del Plan Ceibal (Android) de contenido numérico, como una posible acción para subsanar las consecuencias previstas dentro de los riesgos.

La participación es totalmente voluntaria y libre sin que ello configure un perjuicio para el participante o el estudio. Puede retirarse en cualquier momento del estudio sin tener la obligación de dar cuenta de su decisión.

La información obtenida será sistematizada y analizada de forma confidencial, utilizando procedimientos adecuados para preservar la identidad de los participantes de la investigación (cambio de nombres personales, supresión de referencias que identifiquen a los participantes, etc.). Sólo el equipo de investigación tendrá acceso completo a los datos, los cuales serán utilizados únicamente para los fines de la investigación. Es importante aclarar que las evaluaciones que se realizará, no suponen ningún tipo de riesgo para los participantes.

Ante cualquier duda, puede comunicarse con el investigador responsable del proyecto, Lic. Nadir Díaz Simón, enviando un correo electrónico o llamando telefónicamente al Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje: nadirdiaz91@gmail.com, tel. 24020297.

### Anexo 3: Consentimiento Informado para padres, madres o tutores



Montevideo, \_\_\_\_\_  
fecha

#### Consentimiento Informado para padres, madres o tutores

Declaro haber leído la Hoja de Información sobre el proyecto de investigación “Histéresis en tareas de estimulación del Sistema Numérico Aproximado: Efectos sobre el aprendizaje de la matemática simbólica” del Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje, de la Universidad de la República (CICEA-UdelaR) cuyos responsables son el Dr. Alejandro Maiche, el Dr. Ignacio Cervieri y el Lic. Nadir Díaz Simón.

He sido informado/a de que la participación de mi hijo/a en este estudio es voluntaria y que los datos recabados serán sistematizados y analizados de forma confidencial por el investigador responsable, quien utilizará procedimientos adecuados para preservar la identidad de mi hijo/a (cambio de nombres personales, supresión de referencias que identifiquen a los participantes, etc). A su vez, he sido informado/a de que, en el caso de que mi hijo/a se quiera retirar de la investigación, lo podrá hacer en cualquier momento sin tener que dar explicaciones, lo cual no supondrá ningún tipo de inconvenientes.

La realización de las tareas propuestas en esta investigación puede tener efectos temporales sobre la habilidad para discriminar conjuntos de elementos. Luego de finalizar con el estudio se les brindará la posibilidad a los estudiantes de poder acceder y utilizar la app de “Matemáticas Monstruosas”, mini-juegos diseñado para tablets del Plan Ceibal (Android) de contenido numérico, que permite estimular habilidades numéricas básicas a través de un juego interactivo para sujetos de edad escolar.

Acepto las condiciones acordadas en el presente documento y permito que mi hijo/a participe de esta investigación.

FIRMA DEL PADRE, MADRE O TUTOR.....  
ACLARACIÓN: .....

Lic. Nadir Díaz Simón  
Investigador Responsable