

# Optimización de Recorridos y Frecuencias en Sistemas de Transporte Público Urbano Colectivo

Tesis de Maestría en Informática PEDECIBA

Autor: Antonio Mauttone (*mauttone@fing.edu.uy*)

Orientadores: María Urquhart, Héctor Cancela (*urquhart|cancela@fing.edu.uy*)

*Departamento de Investigación Operativa  
Instituto de Computación  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de La República*

Julio de 2005

## Resumen

En este trabajo se estudia el problema de optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público, con un enfoque de optimización combinatoria. El problema conocido como *TNDP* (*Transit Network Design Problem*), consiste en hallar un conjunto de recorridos y valores de frecuencias, de forma de optimizar los objetivos de los usuarios (pasajeros) y los operadores (empresas de transporte), en base a información geográfica y de demanda. La resolución del *TNDP* tiene sentido en el contexto de planificaciones estratégicas, donde existe una autoridad reguladora, que actúa sobre determinados componentes del sistema de transporte público, en particular los trazados de los recorridos y los valores de las frecuencias. Los objetivos de los usuarios y los operadores son contrapuestos, por lo que en contextos donde existe regulación, es responsabilidad de las autoridades determinar un nivel de compromiso adecuado.

En este trabajo se propone un modelo de optimización combinatoria multiobjetivo para el *TNDP*, y se propone un algoritmo para su resolución aproximada, basado en la metaheurística GRASP. El algoritmo implementado, denominado GRASP *TNDP*, produce un conjunto de soluciones no dominadas que representan diferentes compromisos entre los objetivos de los usuarios y los operadores.

La propuesta es probada con un caso de estudio relativo a la ciudad de Rivera. La construcción del modelo computacional para el caso de estudio conllevó el relevamiento de información, principalmente acerca de la red vial y de la demanda. El relevamiento de la demanda implicó el diseño y ejecución de una encuesta de movilidad de pasajeros, realizada a bordo de los buses del sistema de transporte público en Agosto de 2004. Los costos de las soluciones obtenidas por el algoritmo GRASP *TNDP* son similares a los de la solución relevada del sistema de transporte público de Rivera; otras soluciones no dominadas, son representativas de diferentes grados de compromiso, desde más cercanos a los objetivos de los usuarios hasta más favorables a los operadores. Se identifica la necesidad de contar con un modelo más ajustado para los tiempos de viaje de los buses, aspecto clave para la evaluación de las funciones objetivo del modelo de optimización.

*Palabras clave.* Transporte público, optimización de recorridos y frecuencias, optimización multiobjetivo, GRASP.



## Agradecimientos

Varias personas e instituciones han hecho posible la realización de esta tesis. La siguiente es una lista de agradecimientos que pretende no olvidar a ninguna de ellas.

Al área Informática del PEDECIBA por la admisión al programa de Maestría en Informática. Al Departamento de Investigación Operativa por la beca de apoyo económico que hizo posible el desarrollo de este trabajo. Al Instituto de Computación, por permitir mi dedicación a las tareas relacionadas con este trabajo, especialmente en la última etapa. Al supervisor de la Maestría y orientador de la tesis en la primera etapa, Héctor Cancela, por la guía en el comienzo del desarrollo de esta tesis y los aportes en diferentes instancias. A la orientadora de tesis María Urquhart, por su constante dedicación, tanto en los temas relacionados con la tesis como a la formación. A mis compañeros de oficina, que han contribuido directa o indirectamente a esta tesis, a través del intercambio de opiniones y apreciaciones. A los estudiantes de los Proyectos de Grado que colaboraron en el desarrollo de herramientas y en el procesamiento de datos, que fueron fundamentales para la construcción del caso de estudio.

A la Intendencia Municipal de Rivera, por la colaboración en todo lo relacionado con el caso de estudio. En particular agradezco a las autoridades por su disposición y al personal del Departamento de Tránsito y Transporte que colaboró en la recolección de los datos para la encuesta de movilidad.

A mis padres, que con su esfuerzo posibilitaron la realización de mi carrera, y a Ana Cecilia, por su compañía en todos los momentos.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Planificación de sistemas de transporte público . . . . .	10
1.2. Optimización de recorridos y frecuencias . . . . .	12
1.3. Objetivos y alcance del trabajo . . . . .	13
1.4. Resultados y aportes del trabajo . . . . .	14
1.5. Estructura del informe . . . . .	15
<b>2. Optimización de recorridos y frecuencias: el TNDP</b>	<b>17</b>
2.1. Modelos de red y de demanda . . . . .	17
2.1.1. Red . . . . .	18
2.1.2. Demanda . . . . .	19
2.1.3. Modelo considerado . . . . .	20
2.2. Naturaleza y complejidad computacional . . . . .	21
2.3. Función objetivo y restricciones . . . . .	23
2.3.1. Optimización multiobjetivo . . . . .	25
2.3.2. Objetivos de los usuarios: modelo de asignación . . . . .	26
2.3.3. Objetivos de los operadores . . . . .	27
2.3.4. Restricciones . . . . .	28
2.4. Fuentes de dificultad del problema . . . . .	28
<b>3. Modelos de optimización para el TNDP</b>	<b>31</b>
3.1. Notación . . . . .	31
3.2. Modelos . . . . .	33
3.2.1. Modelo de Ceder y Wilson (1986) . . . . .	33
3.2.2. Modelo de Baa'j y Mahmassani (1991) . . . . .	34
3.2.3. Modelo de Israeli y Ceder (1993) . . . . .	35
3.2.4. Modelo de Krishna Rao <i>et al.</i> (2000) . . . . .	36
3.2.5. Modelo de Gruttner <i>et al.</i> (2002) . . . . .	37
3.2.6. Modelo de Ngamchai y Lovell (2003) . . . . .	37
3.2.7. Modelo de Tom y Mohan (2003) . . . . .	38
3.2.8. Modelo de Fan y Machemehl (2004) . . . . .	39
3.2.9. Modelos para variantes del TNDP . . . . .	39
3.3. Características de los modelos . . . . .	39
<b>4. Modelo propuesto para el TNDP</b>	<b>43</b>
4.1. Formulación . . . . .	43
4.2. Optimización multiobjetivo . . . . .	44

4.2.1. Toma de decisiones multicriterio . . . . .	47
4.3. Modelo de asignación . . . . .	48
<b>5. Algoritmos para el TNDP</b>	<b>51</b>
5.1. Algoritmos . . . . .	53
5.1.1. Algoritmo de Ceder y Wilson (1986) . . . . .	53
5.1.2. Algoritmo de Baaj y Mahmassani (1991, 1995) . . . . .	54
5.1.3. Algoritmo de Israeli y Ceder (1993, 1998) . . . . .	56
5.1.4. Algoritmo de Pattnaik <i>et al.</i> (1998) . . . . .	57
5.1.5. Algoritmo de Krishna Rao <i>et al.</i> (2000) . . . . .	57
5.1.6. Algoritmo de Gruttner <i>et al.</i> (2002) . . . . .	59
5.1.7. Algoritmo de Ngamchai y Lovell (2003) . . . . .	60
5.1.8. Algoritmo de Agrawal y Tom (2004) . . . . .	62
5.1.9. Algoritmo de Fan y Machemehl (2004) . . . . .	62
5.1.10. Algoritmos para variantes del TNDP . . . . .	63
5.2. Características de los algoritmos . . . . .	63
<b>6. GRASP multiobjetivo para el TNDP</b>	<b>67</b>
6.1. GRASP . . . . .	67
6.2. GRASP en optimización multiobjetivo . . . . .	70
6.3. GRASP para el TNDP . . . . .	70
6.3.1. ¿Por qué GRASP? . . . . .	72
6.4. Construcción de soluciones . . . . .	72
6.5. Evaluación de soluciones . . . . .	74
6.6. Mejora de soluciones . . . . .	77
6.7. GRASP TNDP: algoritmo propuesto para el TNDP multiobjetivo . . . . .	78
<b>7. Estudio computacional del algoritmo GRASP TNDP</b>	<b>81</b>
7.1. Caso de prueba . . . . .	81
7.2. Métrica de comparación de resultados . . . . .	82
7.2.1. Métrica de hipervolumen . . . . .	83
7.2.2. Hipervolumen en el caso de prueba . . . . .	84
7.3. Configuración del algoritmo . . . . .	84
7.3.1. Parámetros del modelo . . . . .	85
7.3.2. Parámetros de construcción . . . . .	85
7.3.3. Parámetros de evaluación . . . . .	86
7.3.4. Parámetros de mejora . . . . .	86
7.4. Calibración de parámetros . . . . .	86
7.4.1. Calibración del parámetro $\alpha$ . . . . .	87
7.4.2. Determinación del parámetro <i>MaxIteraciones</i> . . . . .	87
7.5. Efectividad de la búsqueda local . . . . .	88
7.6. Comparación con resultados de Baaj y Mahmassani . . . . .	89
7.7. Análisis de soluciones obtenidas . . . . .	92

<b>8. Caso de estudio</b>	<b>97</b>
8.1. Descripción del caso . . . . .	97
8.2. Construcción del caso . . . . .	100
8.2.1. Zonificación de la región de estudio . . . . .	101
8.2.2. Construcción de la red . . . . .	104
8.2.3. Construcción de la matriz origen-destino . . . . .	107
8.2.4. Post procesamiento de los datos . . . . .	113
8.2.5. Otros datos . . . . .	116
8.3. GRASP TNDP aplicado al caso de Rivera . . . . .	116
8.3.1. Adaptación del modelo y del algoritmo . . . . .	117
8.3.2. Estudio del caso . . . . .	117
<b>9. Resumen, conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>133</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>141</b>
<b>A. Optimización multiobjetivo</b>	<b>147</b>
A.1. Definiciones . . . . .	148
A.2. Optimización combinatoria multiobjetivo . . . . .	149
A.3. Métodos aproximados para optimización combinatoria multiobjetivo . . . . .	149
A.4. Métricas de performance . . . . .	151
A.4.1. Métricas de evaluación de cercanía . . . . .	152
A.4.2. Métricas de evaluación de diversidad . . . . .	153
A.4.3. Métricas de evaluación de cercanía y diversidad . . . . .	154
<b>B. Modelos de asignación</b>	<b>157</b>
B.1. Modelos basados en frecuencias . . . . .	159
B.2. Modelos avanzados de asignación . . . . .	160
B.2.1. Modelos con costos no lineales . . . . .	160
B.2.2. Modelos con restricciones de capacidad . . . . .	161
<b>C. Algoritmo de asignación</b>	<b>163</b>
<b>D. Glosario de símbolos</b>	<b>169</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>173</b>
<b>Índice de cuadros</b>	<b>175</b>





# Capítulo 1

## Introducción

El transporte de personas entre puntos distantes de una ciudad requiere en la mayoría de los casos de un medio de transporte motorizado. Los sistemas de transporte son componentes básicos en la estructura social, económica y física de un área urbana [52]. En ciudades medianas y grandes, los sistemas de transporte público juegan un rol fundamental en la movilidad de las personas, tanto en zonas urbanas como suburbanas. Uno de los mayores desafíos de la planificación del transporte público, consiste en asegurar un sistema operacional y económicamente eficiente, adecuadamente integrado al entorno [52].

La planificación de sistemas de transporte público es sujeto de interés en una amplia gama de contextos:

- En realidades donde una porción importante de la demanda de transporte urbano es satisfecha por el transporte público. Por ejemplo, en la ciudad de Montevideo, aproximadamente un 60 % de los viajes demandados son realizados utilizando este modo [37].
- En realidades donde parte de la demanda por transporte público se ha visto obligada a utilizar medios monetariamente menos costosos (bicicleta o caminata, en casos donde es posible).
- En realidades donde el transporte público ha perdido progresivamente participación en el sistema de transporte urbano, en beneficio de modos privados (automóvil). Se reconoce que en el largo plazo, los modos privados no entregan una solución al problema de transporte [47], dada la capacidad limitada de la infraestructura con que es posible contar.

El término transporte público refiere al transporte de tipo comercial de personas. Es un servicio de transporte urbano y suburbano de pasajeros al que se accede mediante el pago de una tarifa fijada y que se lleva a cabo con servicios regulares establecidos en recorridos, horarios y puntos de acceso determinados [32]. En este trabajo se propone el término *transporte público urbano colectivo* para la denominación de tal servicio, abreviado a efectos de simplificación como *transporte público*.

En los sistemas de transporte público intervienen dos actores [32]:

**Usuarios** Son todas aquellas personas que tienen necesidades de transporte y que deben utilizar tiempo y dinero para satisfacerlas. En este trabajo también se les denomina pasajeros.

**Operadores** Son aquellos que brindan a los usuarios el servicio de transporte, proveyendo para ello recursos económicos como son los vehículos, el combustible, la mano de obra y el mantenimiento. En este trabajo también se les denomina empresas de transporte.

Adicionalmente se distinguen las *autoridades* como entidad reguladora, responsable de asegurar el servicio social del transporte a los habitantes de una ciudad. Esta regulación se ejerce a través de organismos gubernamentales, que pueden ser intendencias municipales, secretarías, etc. El acto de regulación implica establecer algunos componentes del sistema, principalmente los trazados de los recorridos, valores de las frecuencias y tarifas. Existen casos particulares que no son sujeto de estudio de este trabajo, en particular:

- Casos donde existe una liberalización del mercado de transporte público. Los operadores fijan los trazados de los recorridos, las frecuencias y las tarifas. En este caso las autoridades no juegan un rol relevante en la planificación de estos aspectos.
- Casos donde las autoridades poseen los recursos para operar los servicios. En este caso no existen los operadores en la forma de empresas privadas.

## 1.1. Planificación de sistemas de transporte público

La planificación de un sistema de transporte público se compone de tres grandes tareas [65]:

- Selección de tecnologías. Cada tecnología realiza el acto de transportar pasajeros de un punto a otro de una ciudad de formas diferentes. Tecnologías típicamente utilizadas son: bus, bus articulado, metro. La selección de la más adecuada (o de una combinación de varias) debe tener en cuenta su velocidad de operación, capacidad, así como la compatibilidad con tecnologías en uso, impacto ambiental, y restricciones geográficas y económicas.
- Estimación de la demanda. Implica conocer las necesidades de transporte de pasajeros entre distintos puntos de la ciudad.
- Selección del mejor sistema. Implica la planificación funcional del sistema, e incluye tareas como la definición de los trazados de los recorridos, su modo de operación, determinación de la política de despacho de los servicios, y ubicación de estaciones de transbordo y de garages.

En [13] se considera el proceso de decisiones involucrado en la selección del mejor sistema, dividido en cinco etapas (donde se hace referencia a buses es en forma genérica, pudiendo ser en la realidad otra tecnología):

1. Determinación de los trazados de los recorridos. Implica definir la estructura topológica de cada recorrido, como una secuencia de calles.
2. Determinación de las frecuencias. Implica definir el intervalo de tiempo entre salidas de un bus efectuando un recorrido particular.
3. Determinación de las tablas de horarios. Implica establecer detalladamente los horarios de salida y llegada de los buses efectuando un determinado recorrido.

4. Asignación de buses a recorridos. Implica asignar la flota de buses disponibles a la realización de los diferentes servicios.
5. Asignación de choferes. Implica la asignación del personal a la operación de los diferentes servicios.

En [20] se clasifican estas etapas según el alcance de la planificación, como:

- Planificación estratégica. Involucra decisiones a largo plazo, etapa 1.
- Planificación táctica. Implica la toma de decisiones en períodos de tiempo de duración media, etapas 2 y 3.
- Planificación operacional. Involucra decisiones que se toman una vez por mes o por día, etapas 4 y 5.

En contextos regulados, las etapas 1 y 2 son típicamente ejecutadas por las autoridades, eventualmente con participación de los operadores. Las etapas 3, 4 y 5 son ejecutadas típicamente por los operadores. La gestión de los recursos (buses, personal) que determinan los costos operacionales de los servicios de transporte público, es por lo tanto tarea de las empresas de transporte. Sin embargo las decisiones tomadas a este nivel (etapas 3, 4 y 5) están condicionadas por las tomadas en el primero (etapas 1 y 2).

Con el objetivo de automatizar las tareas de asignación de flota y personal, han surgido un número importante de métodos implementados en herramientas de software, con exitosa aplicación [66]. La mayoría de estos métodos consisten en la resolución de modelos de optimización combinatoria. La dificultad de la resolución de estos modelos radica en los tamaños de las instancias de los problemas; [20] reporta el caso de Nueva York, que emplea 12000 choferes para operar 4500 buses en 240 recorridos.

Los modelos de optimización utilizados en el contexto de las etapas 4 y 5 tienen en cuenta los intereses de los operadores únicamente. La planificación de las etapas 1 y 2 es responsabilidad de las autoridades, quienes tienen una misión social de asegurar un buen servicio a los usuarios, entendido como aquel que es confiable, accesible en tiempo y espacio, seguro, rápido, confortable, y a un precio razonable [65]. Dado que el costo monetario para los usuarios del transporte público está determinado fuertemente por los costos operacionales, las autoridades deben tener en cuenta tanto los objetivos de los usuarios como de los operadores, que frecuentemente son contrapuestos.

En contextos regulados por las autoridades, la planificación estratégica del diseño topológico de los recorridos y la determinación de las frecuencias es tarea de los planificadores de la agencia sobre la cual recae esta responsabilidad (intendencia, municipalidad, secretaría). La toma de decisiones a este nivel debe evaluar los costos económicos, pero también los costos políticos y sociales. El planificador requerirá de la evaluación cuantitativa de las alternativas posibles, que son muchas y dependen a su vez de un conjunto importante de variables. En la búsqueda de buenas soluciones para las etapas 1 y 2, generalmente se usa el sentido común y la experiencia del planificador o conocedor del problema, eventualmente con el apoyo de guías y recomendaciones [62]. No existen herramientas matemáticas y computacionales estándares adecuadas de apoyo a la toma de decisiones para llevar a cabo esas tareas [8]. Esto se debe principalmente a los siguientes factores:

- Dificultad del modelado de las características de los sistemas.
- Complejidad de la información que deben manipular y disponer.

- Dificultad de adaptación a las condiciones particulares de cada caso.

La investigación respecto a técnicas de optimización para la determinación de los trazados de los recorridos y las frecuencias es escasa, en comparación a la existente para la optimización de la gestión de buses y personal. En cuanto a la aplicación de estas técnicas, existen pocas referencias que brindan datos precisos. En [8] se cita la aplicación de técnicas de optimización de recorridos y frecuencias en Estocolmo, Londres y Singapur, con porcentajes de mejora entre el 10 y 20 % en los costos operacionales, y variaciones del 1 y 2 % en los niveles de servicio.

La escasa atención que ha recibido el problema de optimización de recorridos y frecuencias se debe a dos factores principales:

- Dificultad de predecir una mejora frente al esfuerzo de construcción y resolución de un modelo, y la recolección y procesamiento de la información necesaria. Es necesario también tener en cuenta el impacto que causa en los usuarios la realización de cambios en las estructuras de los recorridos.
- Un sistema de transporte público falla si no se cumplen en cierto grado los objetivos para los cuales fue diseñado. Sin embargo, a diferencia de otros sistemas, hay tipos de fallas de un sistema de transporte público que no son catastróficas (insatisfacción de la demanda, alto costo, irregularidad, transporte en condiciones de hacinamiento), dado que el sistema continúa funcionando, cumpliendo con los objetivos en algún grado [65].

Se observa que existen muchos casos de sistemas de transporte público con estructuras de recorridos históricas, que han sido modificadas manualmente para cumplir nuevos requerimientos de demanda. Los cambios en el uso de suelo por parte de los habitantes de una ciudad hacen pensar en la necesidad de una completa reestructuración de los trazados de los recorridos en algún momento. Dicha reestructuración requiere de herramientas que permitan proponer y evaluar diferentes soluciones.

## 1.2. Optimización de recorridos y frecuencias

En este trabajo se estudia el problema del diseño de recorridos y frecuencias para sistemas de transporte público, en contextos donde existe una autoridad reguladora que debe asegurar el servicio de transporte, bajo restricciones de costos operativos.

El problema se aborda con un enfoque de optimización combinatoria, que implica en una primera instancia la formulación de un modelo de optimización, y posteriormente su resolución algorítmica. La aplicación de esta metodología es concebida para contextos de planificaciones estratégicas. En base a un modelo de red e información acerca de la demanda, el diseño de recorridos implica establecer su estructura topológica, de forma de optimizar los objetivos de los usuarios y de los operadores. Adicionalmente deben establecerse los valores de las frecuencias operando en cada recorrido. Estas dos variables de decisión deben tratarse en forma simultánea, dado que su interacción determina el grado de cumplimiento de los intereses de usuarios y operadores.

En [42] se señala la importancia del uso de modelos de optimización combinatoria en el contexto de planificaciones estratégicas en transporte, como una técnica adecuada para modelar las complejidades e interacciones de diferentes elementos de un sistema de este

tipo. Sin embargo, en ocasiones es necesario complementar su uso (o sustituirlo) por otras técnicas como la simulación, análisis de decisiones y teoría de utilidad multiatributo [42].

La aplicación de un modelo de optimización combinatoria para la determinación de los recorridos y frecuencias tiene importantes requerimientos de información, a saber:

- Información geográfica. Consiste en la información de la red vial, necesaria para la determinación de los trazados de los recorridos.
- Información acerca de la demanda. Consiste en las necesidades de transporte de pasajeros entre diferentes puntos de la ciudad, necesaria para el dimensionamiento de los servicios.

Si bien estos aspectos no son centrales en este trabajo, la adquisición y procesamiento de esta información se trata en cierto grado, dada su relevancia en el contexto del problema original.

### 1.3. Objetivos y alcance del trabajo

El presente trabajo plantea el estudio del problema de optimización de recorridos y frecuencias, y su resolución en base a modelos de optimización combinatoria. El trabajo tiene dos componentes principales:

- Estudio de modelos y algoritmos para la optimización de recorridos y frecuencias. Implica una revisión del estado del arte, que permita seleccionar o proponer una solución. Se apunta a contar con una implementación que pueda ser utilizada para obtener resultados numéricos que permitan validar y comparar la calidad de las soluciones producidas con resultados existentes en la literatura.
- Aplicación a un caso de estudio real. La validación de una propuesta para la resolución del problema de optimización de recorridos y frecuencias, requiere de un caso real que permita interpretar las soluciones obtenidas en términos de una realidad concreta. Para lograr este objetivo, se trabaja en torno al caso de la ciudad de Rivera, que es de dimensiones manejables en el contexto de este trabajo. Es de interés estudiar las técnicas de relevamiento y procesamiento de la información necesaria para la aplicación de un algoritmo de optimización de recorridos y frecuencias, en especial los datos referentes a la demanda. La validación de los resultados con los técnicos de la Intendencia Municipal de Rivera queda fuera del alcance de este trabajo, dada la necesidad de una fuerte interacción con los mismos, implicando desplazamientos a la ciudad de Rivera para mantener reuniones con este fin.

Este trabajo se enmarca en la línea de trabajo del Departamento de Investigación Operativa acerca de la aplicación de técnicas de la Investigación Operativa a la resolución de problemas de transporte. En esta línea, existen los siguientes trabajos relacionados:

- Convenio con la Intendencia Municipal de Montevideo, consistente en el modelado de sistemas de transporte público utilizando simulación a eventos discretos.
- Convenio marco con la Intendencia Municipal de Rivera. Consistente en el estudio del sistema de transporte público de la ciudad de Rivera, en particular los trazados de los recorridos y las frecuencias, y la aplicación de un modelo de optimización para estos componentes.

- Proyectos de grado de la carrera Ingeniería en Computación relacionados con el problema de optimización de recorridos y frecuencias, y su aplicación al caso de estudio de la ciudad de Rivera.

## 1.4. Resultados y aportes del trabajo

Los resultados y aportes de este trabajo se pueden clasificar en dos grandes categorías:

1. Estudio del problema, modelos y algoritmos.
2. Caso de estudio.

En la primer categoría se menciona:

- El estudio del problema del diseño de recorridos y frecuencias desde el punto de vista de la optimización combinatoria produjo en una primera instancia un resumen del estado del arte de modelos y algoritmos [45]. Tanto para las formulaciones de los modelos como para los pseudocódigos de los algoritmos presentados, se utiliza una notación común, definida en este trabajo. Los modelos y los algoritmos se presentan en forma separada. Dado que los trabajos existentes en torno al tema provienen de diferentes comunidades académicas (Ingeniería Civil, Informática e Investigación Operativa, en orden de cantidad de publicaciones), estos hacen énfasis en diferentes aspectos; diferentes algoritmos propuestos resuelven un mismo modelo de optimización, así como existen propuestas de modelos sin propuestas para su resolución. Por este motivo se separa la presentación de los modelos de la de los algoritmos.
- Se propone un modelo de optimización para el problema del diseño de recorridos y frecuencias. La formulación del mismo está fuertemente basada en formulaciones existentes. Se incorpora la característica multiobjetivo para reflejar los intereses contrapuestos de los usuarios y los operadores, y se justifica la utilización de esta metodología en la resolución del problema. La técnica de optimización multiobjetivo ha sido estrictamente aplicada al problema en un conjunto muy reducido de trabajos en la literatura.
- Se propone un algoritmo para la resolución aproximada del modelo de optimización propuesto. El algoritmo está basado en la metaheurística GRASP, que ha sido adaptada en este trabajo para la resolución de un modelo de objetivos múltiples. Si bien existen aplicaciones de otras metaheurísticas a la resolución del problema de optimización de recorridos y frecuencias, la aplicación de GRASP en este contexto es inédita hasta el momento. La implementación de este algoritmo, junto con la implementación de un algoritmo de asignación de pasajeros a recorridos, componen una herramienta funcional para la resolución del problema.

Con respecto al caso de estudio, los resultados y aportes son los siguientes:

- En cuanto a la adquisición y procesamiento de los datos necesarios para la construcción del modelo computacional del caso:
  - Información de la red vial. Se generó a partir de información proporcionada por la Intendencia Municipal de Rivera. Se propuso una metodología para la construcción de la red para algoritmos de optimización de recorridos y frecuencias.

Se contó con la colaboración de un Proyecto de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [25], que desarrolló herramientas de software específicas para este fin.

- Información de la demanda. Es la información cuyo costo de adquisición es mayor. Consiste en el conocimiento de las necesidades de transporte público entre todo par de puntos relevantes de la ciudad. Se diseñó una encuesta de movilidad, basada en propuestas existentes, consistente en la realización de conteos de desplazamientos origen-destino de pasajeros a bordo de los buses. La encuesta se ejecutó con la colaboración del personal de la Intendencia Municipal de Rivera. El procesamiento de los datos provenientes de la encuesta se realizó con el apoyo de una herramienta de software construida por estudiantes de un Proyecto de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [30].
- La ejecución del algoritmo propuesto con los datos del caso de estudio de la ciudad de Rivera produjo resultados que permiten:
  - Evaluar cuantitativamente el sistema de transporte público existente en la actualidad en la ciudad de Rivera, bajo las hipótesis del modelo de evaluación utilizado [4]. Se evalúan los costos del sistema para los usuarios y para los operadores, y en casos donde es posible se comparan con cotas inferiores.
  - Contar con soluciones alternativas, generadas por el algoritmo de optimización propuesto, consistentes en diferentes propuestas de trazados de recorridos y valores de frecuencias. Las soluciones poseen diferentes compromisos entre los costos que representan para los usuarios y para los operadores. La comparación de las soluciones propuestas con la solución actual es válida, dado que se utiliza el mismo modelo de evaluación [4]. Es posible visualizar los correspondientes trazados de recorridos, utilizando una herramienta construida por estudiantes de un Proyecto de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [25].

## 1.5. Estructura del informe

En el Capítulo 2 se presenta el problema de optimización de recorridos y frecuencias; se definen los objetivos y restricciones; se presenta parte de la notación utilizada en el modelo matemático y se establecen las hipótesis de trabajo, principalmente respecto al modelado de la red vial y de la demanda. En el Capítulo 3 se reseñan los modelos de optimización de recorridos y frecuencias hallados en la literatura, en base a su formulación, definida en términos de una notación común; los trabajos reseñados son aquellos que cumplen con las hipótesis establecidas en el Capítulo 2. En el Capítulo 4 se propone un modelo de optimización de recorridos y frecuencias. En el Capítulo 5 se presenta un estado del arte de algoritmos que resuelven los modelos de optimización reseñados en el Capítulo 3; en la mayoría de los casos se proporcionan pseudocódigos en lenguaje estructurado, de las partes más relevantes de los algoritmos, en base a una notación común. En el Capítulo 6 se propone un algoritmo para la resolución aproximada del modelo de optimización propuesto. En el Capítulo 7 se presentan las pruebas y resultados numéricos del algoritmo propuesto, para un caso de prueba de uso difundido en la literatura. En el Capítulo 8 se muestra el caso de estudio de la ciudad de Rivera; se presentan los procedimientos de adquisición y procesamiento de los datos necesarios para la construcción del modelo computacional del

caso, y los resultados numéricos en dos principales categorías: análisis del sistema actual de transporte público y soluciones producidas por el algoritmo de optimización propuesto. En el Capítulo 9 se presentan conclusiones y posibles extensiones de este trabajo. En el Apéndice A se profundiza en conceptos de optimización multiobjetivo, que es la técnica utilizada en el modelo de optimización propuesto. En el Apéndice B se presentan conceptos acerca de los modelos de asignación de pasajeros a recorridos. En el Apéndice C se explica en detalle el algoritmo que implementa el modelo de asignación utilizado en el modelo de optimización propuesto. El Apéndice D presenta un glosario de símbolos.



## Capítulo 2

# Optimización de recorridos y frecuencias: el TNDP

El problema del diseño óptimo de recorridos y frecuencias para transporte público ha sido denominado comúnmente en la literatura como TNDP (*Transit Network Design Problem*) [5]. Existen variantes en esta denominación, como ser UTNDP (*Urban Transit Network Design Problem*) [15], TRND (*Transit Route Network Design*) [61], o BTRNDP (*Bus Transit Route Network Design Problem*) [24].

A grandes rasgos, la resolución al TNDP implica hallar un conjunto de recorridos de transporte público urbano colectivo, con frecuencias asociadas, en base a información geográfica y de demanda, de forma de optimizar los objetivos de usuarios y operadores, bajo determinadas restricciones que generalmente son (pero no se restringen a): satisfacción de la demanda, niveles de servicio y disponibilidad de recursos. La notación y terminología utilizadas en la literatura no están unificadas. Es este trabajo se propone una notación unificada y se define una terminología a ser utilizadas en este informe.

Formalmente, una solución al TNDP es una dupla  $S = (R, F)$ , donde:

- $R$  es un conjunto de recorridos,  $R = \{r_1, \dots, r_r\} \subseteq \Omega$ , donde  $\Omega$  es el conjunto de todos los recorridos posibles.
- $F$  es un conjunto de frecuencias de operación de los recorridos,  $F = \{f_1, \dots, f_r\} \in \mathbb{R}^{+r}$ , expresadas en pasadas (salidas de un bus iniciando el recorrido) por unidad de tiempo.  $f_k$  es la frecuencia correspondiente al recorrido  $r_k$ , para todo  $k \in [1..r]$ .

Ocasionalmente se denomina línea  $l_k$ , al par  $(r_k, f_k)$ . Un recorrido  $r_k \in R$  consiste en una secuencia de nodos pertenecientes a un determinado modelo de red de la zona urbana de estudio, cuya definición está estrechamente relacionada con la caracterización disponible para la demanda de viajes. La representación de la red y de la demanda son la base sobre la cual se definen los modelos de optimización de recorridos y frecuencias.

### 2.1. Modelos de red y de demanda

La red sobre la que se definen los recorridos, determina los costos (en términos de tiempo de viaje en vehículo, a bordo del bus) tanto para usuarios como para operadores, dada una solución al TNDP. Por otro lado, es un acuerdo en la literatura consultada, que la demanda de viajes entre distintos puntos de la zona urbana de estudio debe ser la principal

guía para la definición de los trazados de los recorridos. Por estos motivos, el modelado de estos dos aspectos merece especial atención al momento de considerar un modelo para el TNDP. Sin embargo, en la mayoría de la literatura dedicada a modelos y algoritmos para el diseño de recorridos y frecuencias, este aspecto es considerado secundario, asumiendo estos datos dados, no describiendo generalmente la forma en que se obtuvieron, incluso algunos datos (particularmente los de demanda) son ficticios o sintetizados a partir de un modelo teórico.

### 2.1.1. Red

La red sobre la que se definen los trazados de los recorridos se modela con un grafo  $G = (N, A)$ , donde  $N$  es el conjunto de nodos y  $A$  es el conjunto de arcos conectando pares de nodos. La correspondencia entre los elementos del modelo de red (nodos y arcos) y los de la realidad puede realizarse de distintas maneras. Los nodos del conjunto  $N$  pueden representar distintas entidades de la realidad como ser:

- Intersecciones de calles: Si se trata de un modelo detallado de la red vial.
- Paradas: Del sistema actual o a seleccionar de un conjunto de paradas posibles, según un determinado criterio de ubicación de las mismas.
- Centroides de zonas: Elemento ficticio, sin correspondiente geográfico real, generalmente consistente en el baricentro de una zona.

Los arcos del conjunto  $A$ , de forma análoga a los nodos, pueden representar distintas entidades de la realidad. Un arco puede representar:

- Una sección de una calle de la red vial, conectando dos nodos que representan intersecciones de calles o paradas.
- Una conexión posible entre centroides de zonas adyacentes.

Diferentes niveles de agregación de los datos, y restricciones en el tamaño de los modelos, determinan las distintas formas de modelar la red y la demanda. Como ejemplos de distintos modelos de red, se mencionan los siguientes:

**Modelo detallado** En [23] se presenta un modelo detallado de red, que considera un subconjunto de calles de la zona urbana de estudio, que se han seleccionado especialmente para la circulación de los buses. Se define un nodo por cada intersección de dichas calles (nodo de intersección), y un arco por cada tramo que une dos de dichos nodos. Se realiza una división zonal, y por cada zona se considera un centroide que concentra la demanda de viajes (producciones y atracciones); estos centroides no tienen correspondiente geográfico real, por lo que la demanda se comunica con la red a través de nodos de distribución (paradas), y arcos de distribución, que modelan los tiempos de acceso (caminata) para alcanzar una parada (Figura 2.1).

**Modelo no detallado** Un modelo no detallado [5], considera un nodo por cada centroide de zona, y un arco entre dos nodos representantes de dos zonas adyacentes. No se consideran tiempos de acceso en este modelo, y tanto nodos como arcos, no tienen correspondientes geográficos reales (Figura 2.2).

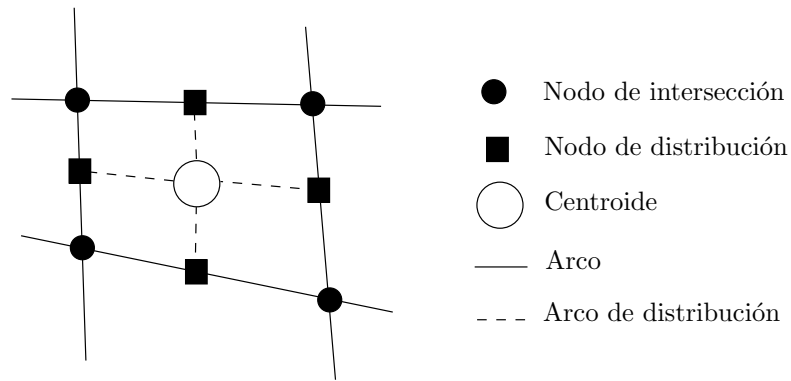


Figura 2.1: Red detallada

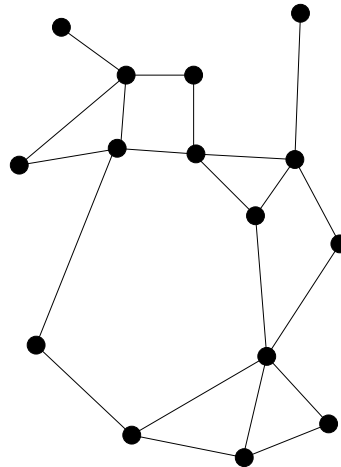


Figura 2.2: Red no detallada

El modelo de red utilizado tiene influencia directa en la eficiencia de los algoritmos y en la interpretación de los resultados, en el sentido de:

- Un modelo con alto grado de detalle para una región de estudio de grandes dimensiones, puede resultar en tiempos de ejecución de los algoritmos de resolución excesivamente elevados, eventualmente impracticables.
- Un modelo con bajo grado de detalle, puede producir soluciones de limitada utilidad en términos de su traducción al sistema real.

### 2.1.2. Demanda

La caracterización de la demanda de viajes de una región de estudio requiere una división en zonas de la misma. En base a dicha división, la demanda se caracteriza mediante una matriz origen-destino  $D = \{d_{ij}\}$ , donde cada entrada  $d_{ij}$  indica la demanda (necesidades, deseos) de viajes desde la zona  $i$  hacia la zona  $j$ , expresada en viajes por unidad de tiempo

(a ser realizados por un pasajero que ocupará un lugar en un bus), en un determinado período de estudio.

Existen distintas formas de relacionar los elementos de la matriz origen-destino con los elementos de la red. Si esta última modela en forma detallada la realidad, deben distribuirse los valores  $d_{ij}$  entre las paradas correspondientes a las zonas  $i$  y  $j$ . Si el modelo de red solamente consta de centroides de zonas y conexiones entre los mismos, los valores de demanda se corresponden directamente con pares de nodos de la red. Una introducción al modelado de escenarios urbanos (en particular la zonificación y construcción de la red) para estudios de transporte de propósito general, puede encontrarse en [49].

### 2.1.3. Modelo considerado

De aquí en más, en este trabajo se considera una representación abstracta simplificada, tanto para la red, como para la demanda. Esta simplificación se realiza para no desviar la atención de los modelos y algoritmos de optimización, que son el principal objetivo de esta etapa del trabajo. Se considera la existencia de una división zonal de la región de estudio, y la disponibilidad de una matriz origen-destino  $D = \{d_{ij}\}$ , con  $i, j \in [1..n]$ . La red se modela con un grafo no dirigido  $G = (N, A)$ , cuyos nodos se corresponden directamente con las filas y columnas de la matriz origen-destino, por lo tanto  $|N| = n$ . Cada arco de la red tiene asociado un costo, que representa el tiempo de viaje en vehículo de cualquier bus que viaja a través del mismo, siendo  $c_{ij}$  el costo del arco  $(i, j)$ , si este existe. Alternativamente se utiliza la notación  $c_a$  para el costo, donde  $a \in A$  es un arco que conecta un determinado par de nodos. De esta forma se cuenta con una matriz de costos, que cumple:

- $c_{ij} = c_{ji} \forall i, j \in [1..n], i \neq j$  (matriz simétrica, dado que el grafo es no dirigido),
- $c_{ii} = 0 \forall i \in [1..n]$ ,
- $c_{ij} = \infty$  para aquellos pares  $(i, j)$  de nodos que no están conectados por un arco.

En este trabajo se distingue entre tres tipos de redes, al momento de referirse a la mismas:

- *Red vial.* Es la formada por las calles de la ciudad que se modela.
- *Red intermedia.* Es el grafo de conectividades  $G = (N, A)$  con que se cuenta para realizar la planificación de recorridos.
- *Red de transporte público (Transit Network).* Es la determinada por un conjunto particular  $R$  de recorridos, que utilizan un subconjunto  $\bar{A} \subseteq A$  de los arcos de la red.

Como se apunta en [8], la terminología utilizada para referirse a las redes en los diferentes trabajos acerca del TNDP, puede producir confusiones en el lector. En este trabajo, se utiliza el término red, para referirse a la red intermedia, el grafo  $G = (N, A)$  sobre el que se definen los trazados de los recorridos. La superposición de los trazados de todos los recorridos de una misma solución  $S$  produce una estructura topológica que puede modelarse con un grafo. Esta estructura, es la que recibe el nombre de Transit Network en varios trabajos de la literatura consultada. Sin embargo en este trabajo, no se utiliza el término red para referirse a una propuesta particular de trazados de recorridos.

Los siguientes aspectos referentes al modelado de la red y la demanda son tratados bajo distintas hipótesis en la literatura. En este trabajo se asumen determinados criterios para su tratamiento:

- *Congestión.* En el contexto del transporte público, el concepto de congestión refiere a las alteraciones en los tiempos de viaje debido a la utilización de los buses por parte de los usuarios. Los tiempos incurridos por ascensos y descensos de pasajeros a los buses dependen de la afluencia de pasajeros al recorrido. La congestión en el transporte público se modela considerando una función de costos (monótona creciente) para los arcos, de modo que  $c_a = c_a(\phi_{a,r})$ , donde  $\phi_{a,r}$  es el flujo de pasajeros (en términos de la demanda) en el arco  $a$  para el recorrido  $r \in R$ , que depende de una solución particular  $S = (R, F)$ . En este trabajo no se modelan los efectos de la congestión en los costos de los arcos de la red; de este modo  $c_a$  representa el tiempo de viaje en vehículo de cualquier bus que circula por el arco  $a \in A$ , bajo cualquier condición de carga.
- *Elasticidad de la demanda.* Existen casos en que los usuarios pueden optar por la utilización o no del servicio de transporte público, según determinados criterios de conveniencia (accesibilidad geográfica, niveles de confort). Este aspecto puede modelarse considerando una matriz de demanda  $D = D_S$ , dependiente de una solución particular  $S$ . En este trabajo se considera (salvo indicación contraria) la demanda inelástica, caracterizada por una matriz origen-destino constante para todas las posibles soluciones  $S$ .
- *Variabilidad de la demanda en el horizonte horario.* Las necesidades de movimiento interzonal de pasajeros cambian durante el día. Típicamente las primeras horas de la mañana implican un alto flujo de movimiento hacia zonas céntricas y comerciales, y este patrón de movimientos se invierte en las últimas horas de la tarde. El modelado de este aspecto requiere la definición de diferentes matrices origen-destino, según diferentes franjas horarias. En este trabajo se considera (salvo indicación particular) una sola matriz, representativa de todo el horizonte de planificación.

## 2.2. Naturaleza y complejidad computacional

El TNDP es un problema de optimización de variables mixtas. Por un lado debe determinarse la estructura de cada recorrido  $r \in R$ , como una secuencia de nodos de la red  $G$ . Por otro lado deben determinarse los valores de las frecuencias  $f \in F$ , que pertenecen a un dominio real. En su forma más sencilla de expresar puede formularse como:

$$\begin{aligned} \min & f(R, F) \\ \text{sa} & \\ & R \in C_R \\ & F \in C_F \end{aligned}$$

donde  $R$  es un conjunto de recorridos que debe respetar un conjunto de restricciones que determinan el conjunto  $C_R$ ,  $F$  es un conjunto de valores de frecuencias que debe respetar un conjunto de restricciones que determinan el conjunto  $C_F$ , y  $f$  es una función que representa los objetivos de los usuarios y los operadores.

En [38] se cataloga al TNDP como una variante compleja del problema generalizado de diseño de redes de transporte, formulado en [42] de la siguiente forma:

min  $\phi(f, y)$

sa

$$\sum_{j \in N} f_{ij}^k - \sum_{l \in N} f_{li}^k = \begin{cases} R_k & \text{si } i = O(k) \\ -R_k & \text{si } i = D(k) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \forall k \in \kappa \quad (2.1)$$

$$f_{ij} = \sum_{k \in \kappa} f_{ij}^k \leq K_{ij} y_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (2.2)$$

$$(f, y) \in S \quad (2.3)$$

$$f_{ij}^k \geq 0, y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, k \in \kappa$$

Este modelo considera la existencia de ciertas unidades (denominadas mercancías) que deben ser transportadas desde ciertos orígenes hacia ciertos destinos.  $\kappa$  es el conjunto de diferentes mercancías y  $R_k$  es la cantidad de mercancía  $k$  que debe transportarse desde su origen  $O(k)$  hacia su destino  $D(k)$ . Las variables de decisión binarias  $y_{ij}$  representan la inclusión o no del arco  $(i, j)$  de la red en la solución, y las variables de decisión continuas  $f_{ij}^k$  representan la cantidad (flujo) de mercancía  $k$  que utiliza el arco  $(i, j)$ . Las restricciones indican: equilibrio de flujo (2.1), capacidad  $K_{ij}$  de arco (2.2) y pertenencia a una determinada región factible  $S$  (2.3). La función objetivo en su expresión más simple, tiene una forma lineal que puede expresarse como:

$$\phi(f, y) = \sum_{k \in \kappa} \sum_{(i, j) \in A} c_{ij}^k f_{ij}^k + \sum_{(i, j) \in A} F_{ij} y_{ij}$$

donde  $c_{ij}^k$  es el costo de transportar la mercancía  $k$  a través del arco  $(i, j)$ , y  $F_{ij}$  es el costo de incluir el arco  $(i, j)$  en la solución.

Si bien este modelo es muy general, se reconocen elementos que pueden modelar adecuadamente determinados aspectos del TNDP. El conjunto de mercancías  $\kappa$  puede representar todos los posibles pares origen-destino de la matriz de demandas. Los costos fijos de operación de los buses de cada recorrido pueden modelarse con los valores  $K_{ij}$ , y los costos del transporte de determinadas mercancías (en el caso del transporte público, pasajeros) con los valores  $c_{ij}^k$ . En el contexto del TNDP existen otros aspectos a tener en cuenta, como ser la existencia de diferentes recorridos que comparten un mismo arco, y la representación del comportamiento de los pasajeros frente a una determinada solución, que no se reflejan en un modelo con esta forma.

No existe en la literatura consultada una prueba formal, que reduzca el TNDP a un caso particular del problema generalizado de diseño de redes de transporte. Sin embargo, la importancia de contar con una forma reconocible para la formulación del modelo, permite apreciar la complejidad de su resolución. El problema generalizado de diseño de redes de transporte es NP difícil [42], por lo que no se conoce hasta la fecha un algoritmo de complejidad polinomial para su resolución exacta; si la hipótesis de  $P \neq NP$  es cierta (tal como se conjetura por amplios sectores de la comunidad académica en Informática), se podría afirmar que directamente no existe un algoritmo con dicha complejidad [29].

## 2.3. Función objetivo y restricciones

Un modelo de optimización para el TNDP requiere la representación de los intereses de usuarios y operadores, así como las regulaciones impuestas por las autoridades. A continuación se discute la representación de estos aspectos, en el contexto de un modelo de optimización.

**Usuarios** Los usuarios de transporte público tienen como objetivo viajar desde su origen hacia su destino de la forma más rápida, confortable, segura y menos costosa (en términos monetarios) posible. Dado que las variables de seguridad y tarifas no son generalmente tenidas en cuenta en los modelos para el TNDP, el tiempo de viaje es el principal objetivo a optimizar (el confort también puede cuantificarse mediante el nivel de ocupación de los buses). El tiempo de viaje tiene una componente de espera en la parada y otra de viaje en vehículo; no se consideran, salvo indicación contraria, tiempos de caminata de acceso a las paradas, ni tiempos de ascenso y descenso de pasajeros a los buses. Una solución óptima para los usuarios consiste en que todos viajen por su camino más corto en la red  $G$ , es decir, que para todo par  $(i, j)$  de nodos con demanda  $d_{ij}$  no nula exista un recorrido que incluya al camino más corto entre  $i$  y  $j$  en la red  $G$ ; adicionalmente la frecuencia en ese recorrido debería ser la máxima posible (claramente debe existir una cota superior en la misma). Dado que esta solución es impracticable desde el punto de vista de los operadores (ya que no se garantiza una utilización redituable de los buses), la demanda de viajes debe cubrirse con una restricción en la cantidad de recorridos, así como en los valores de las frecuencias. En casos donde dichas restricciones impidan que todo par de nodos con demanda no nula esté conectado por al menos un recorrido, se debe asegurar la conexión a través de transbordos.

**Operadores** El principal objetivo de los operadores que se considera es la rentabilidad de los servicios que operan. Esta queda definida por la recaudación menos los costos operacionales, por lo que el objetivo de los operadores será transportar la mayor cantidad de pasajeros con el menor costo operativo posible. La solución factible de menor costo para los operadores es aquella que mantiene todos los pares de nodos con demanda no nula conectados, a una frecuencia mínima especificada por una restricción. Dicha solución debe asegurar además a los usuarios el transporte desde su origen hacia su destino en condiciones razonables de congestión; un pasajero no puede viajar en buses cuya capacidad está excedida, lo que en el caso extremo causa que deba esperar que pasen varios buses ocupados hasta poder abordar uno. Sin embargo, esta solución generalmente no será conveniente para los usuarios, dado que no se asegura el transporte entre distintos puntos, en tiempos razonables.

**Autoridades** Bajo las hipótesis de trabajo de la mayoría de los modelos existentes para el TNDP, el papel de las autoridades es principalmente regulador en el sistema de transporte público; su principal interés es asegurar el servicio social a un costo razonable, delegando la operación de los servicios a las empresas de transporte. Tareas como la determinación de frecuencias mínimas, tarifas y satisfacción de demanda, típicamente son llevadas a cabo por las autoridades, y se modelan por medio de restricciones. Sin embargo, la decisión más importante que recae sobre las autoridades, es la determinación de un compromiso entre los costos de usuarios y operadores del

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha f_U(S) + \beta f_O(S) \\ \text{sa} \quad & \\ & S \in C \end{aligned}$$

Figura 2.3: Combinación lineal de objetivos

sistema de transporte público, actuando sobre las variables de decisión del problema (en este caso, trazados de recorridos y frecuencias).

La existencia de actores con diferentes objetivos implica que en el modelado del problema del diseño óptimo de recorridos y frecuencias, existen diferentes funciones objetivo,  $f_U$  y  $f_O$  para usuarios y operadores respectivamente. El enfoque tradicional, y de hecho el utilizado en la mayoría de los modelos existentes para el TNDP, consiste en formar una combinación lineal de las diferentes funciones objetivo mediante la utilización de coeficientes ( $\alpha$  y  $\beta$  en la Figura 2.3, donde  $S = (R, F)$  es la variable de decisión, y  $C$  es la región factible para dicha variable). Estos coeficientes cumplen dos funciones:

- *Conversión entre diferentes unidades.* Dado que los objetivos de usuarios y operadores generalmente están expresados en diferentes unidades, debe realizarse una conversión de las mismas. Los objetivos de los usuarios generalmente están expresados en tiempos de viaje. La representación de los objetivos de los operadores es altamente dependiente del modelo utilizado, pero las más comunes son tamaño de flota requerida, o la diferencia entre ingresos y costos. La literatura dedicada a los modelos y algoritmos para el TNDP no especifica claramente la forma de realizar la conversión entre estas unidades. Sin embargo, la determinación del valor monetario del tiempo, es un tópico desarrollado en el área de investigación en Transporte [49]. Por este motivo, el problema de la conversión entre diferentes unidades puede considerarse resuelto.
- *Representación del compromiso entre los diferentes intereses.* Los objetivos de usuarios y operadores están en conflicto en el contexto del TNDP. Esta relación entre objetivos es clara con respecto a las frecuencias: cualquier incremento en el valor de las mismas reduce los tiempos de espera de los pasajeros, pero aumenta los costos de los operadores, ya que deben aumentar el tamaño de la flota (asumiendo que no pueden aumentar ilimitadamente la velocidad de operación de los buses). La influencia de la composición de los recorridos en el compromiso entre los diferentes objetivos no se aprecia directamente, pero esta influye en los tiempos de viaje, y también en los costos para los operadores (recorridos más largos, implican un aumento en el tamaño de la flota). Fijado un nivel  $K$  de costo para los operadores (llevando su correspondiente función objetivo a una restricción), si se dispone de una solución óptima para los usuarios, la única forma de mejorar el costo de esa solución para los usuarios es aumentando el nivel aceptable  $K$  de costo para los operadores (Figura 2.4). De esta forma, diferentes valores de  $K$  determinan diferentes compromisos entre los costos de usuarios y operadores.



$$\begin{aligned}
& \min f_U(S) \\
& \text{sa} \\
& f_O(S) \leq K \\
& S \in C
\end{aligned}$$

Figura 2.4: Uno de los objetivos como restricción

Por lo tanto puede observarse que en el enfoque tradicional utilizado en la formulación del TNDP los coeficientes utilizados para construir la función objetivo, además de realizar explícitamente la conversión entre diferentes unidades, reflejan implícitamente un determinado compromiso entre los diferentes objetivos en conflicto. El estado del arte provee actualmente una metodología estructurada para modelar problemas de optimización con diferentes objetivos en conflicto (optimización multiobjetivo [21, 19]), así como metodologías para seleccionar una solución con un determinado compromiso entre los objetivos (toma de decisiones multicriterio [41]).

### 2.3.1. Optimización multiobjetivo

En el contexto del TNDP se busca minimizar simultáneamente las funciones objetivo de usuarios y operadores,  $f_U$  y  $f_O$  respectivamente. En el contexto de la optimización multiobjetivo el modelo para el TNDP se expresa como:

$$\begin{aligned}
& \min f_U(S) \\
& \min f_O(S) \\
& \text{sa} \\
& S \in C
\end{aligned}$$

Este modelo no tiene una sola solución, sino varias soluciones, que representan diferentes compromisos entre los diferentes objetivos en conflicto. Estas soluciones se denominan *no dominadas*, y el conjunto de todas las soluciones no dominadas se denomina *frente de Pareto* (Figura 2.5). A continuación, se formalizan estos conceptos para el TNDP, en base a las definiciones de [19].

Sean  $f_1$  y  $f_2$  las funciones objetivo de usuarios y operadores respectivamente, que se busca minimizar de forma simultánea ( $f_i : C \rightarrow \mathbb{R}^* \forall i \in \{1, 2\}$ ). Se dice que una solución  $S_1 \in C$  domina a  $S_2 \in C$  (notación,  $S_1 \preceq S_2$ ) si se cumple:

1.  $S_1$  no es peor que  $S_2$  en los dos objetivos, es decir  $f_j(S_1) \leq f_j(S_2)$  para todo  $j \in \{1, 2\}$ .
2.  $S_1$  es estrictamente mejor que  $S_2$  en algún objetivo, es decir,  $\exists j \in \{1, 2\}$  tal que  $f_j(S_1) < f_j(S_2)$ .

En el caso de objetivos en conflicto, no existe una solución que minimice todos los objetivos en forma simultánea, es decir, no existe  $S^*$  tal que  $S^* \preceq S_i \forall S_i \in C$ . En cambio existe un

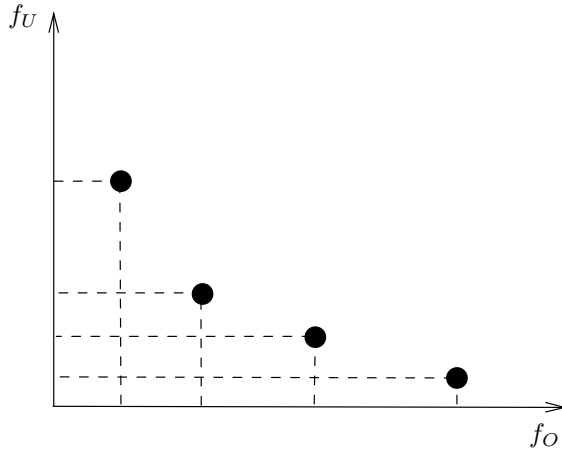


Figura 2.5: Soluciones no dominadas, frente de Pareto

conjunto de soluciones  $\Psi^* \subseteq C$  que cumple  $S_j \not\prec S_i$  y  $S_i \not\prec S_j$  ( $S_j$  no dominada por  $S_i$  y  $S_i$  no dominada por  $S_j$ ),  $\forall S_j, S_i \in \Psi^*$ . Este conjunto se denomina frente de Pareto, y está formado por todas las soluciones no dominadas, es decir, tales que no existen otras que las mejoran en ambos objetivos simultáneamente. Diferentes soluciones de  $\Psi^*$  representan diferentes compromisos entre los objetivos, por lo que información adicional será necesaria para seleccionar una solución del frente de Pareto. Esta información se obtiene a partir del responsable de la toma de decisiones, en el caso del TNDP, el personal que representa las autoridades reguladoras.

El área de investigación dedicada al modelado y resolución de problemas de optimización con varios objetivos en conflicto se denomina *Optimización Multiobjetivo* [21, 19]. La resolución de un modelo de optimización multiobjetivo implica hallar un frente de Pareto, compuesto de varias soluciones no dominadas. El área de investigación dedicada a la resolución del problema de seleccionar una solución de compromiso entre los diferentes objetivos en conflicto en base a los criterios del responsable de la toma de decisiones se denomina *Toma de Decisiones Multicriterio* [41].

En la literatura consultada se observan distintos enfoques para la articulación de los objetivos de usuarios y operadores en el contexto del TNDP. La mayoría de los trabajos combinan los diferentes objetivos mediante la utilización de coeficientes en la formulación de los modelos de optimización. Otros utilizan modelos de optimización multiobjetivo, con distintos grados de formalización de este concepto.

En el Apéndice A se profundiza en el tema de optimización multiobjetivo.

### 2.3.2. Objetivos de los usuarios: modelo de asignación

En el contexto del TNDP, la consideración de los objetivos de los usuarios implica la minimización de los tiempos de viaje y espera. Para calcular estos valores en base a una solución dada  $S = (R, F)$ , es necesario conocer para cada par de nodos  $(i, j)$  de la red, el conjunto de recorridos de  $R$  que pueden ser utilizados para transportar la demanda  $d_{ij}$ . Dado que pueden existir varias opciones (que incluso pueden involucrar transbordos), es necesario contar con un criterio para distribuir la demanda entre los distintos recorridos (Figura 2.6). Por otra parte, para estimar los tiempos de espera, es necesario conocer las

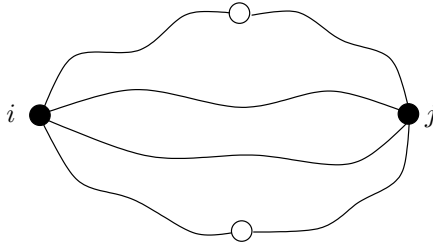


Figura 2.6: Diferentes opciones de transporte para un mismo par de nodos, incluyendo transbordos

frecuencias de estos recorridos.

La interacción de pasajeros y buses en un sistema de transporte público puede ser descrita como un complejo sistema de colas, donde los pasajeros arriban en forma aleatoria a una parada (nodo) y son servidos por buses correspondientes a distintos recorridos que pasan por la parada. El modelado en base a un sistema de colas con estas características lleva a complejas formulaciones, difíciles de resolver. Por otro lado, no es factible usar modelos de microsimulación para replicar el comportamiento de pasajeros y buses en la totalidad del sistema, dados los costos computacionales que ello implica [28]. Por este motivo, la literatura acuerda en la utilización de modelos que tratan la información a un más alto nivel de agregación. En este sentido, los modelos toman como entrada la información de una solución particular  $S = (R, F)$ , y producen como salida, la evaluación de los costos de viaje y espera, así como los flujos producidos en los arcos de cada recorrido. Este componente es denominado *modelo de asignación de pasajeros a recorridos* (modelo de asignación, en adelante), y es un aspecto clave en el contexto del TNDP, tanto desde el punto de vista de validez del modelo, como de eficiencia de los algoritmos de resolución.

En el contexto de los modelos de asignación, el enfoque más utilizado consiste en el modelado de las estrategias de elección de recorridos por parte de los pasajeros, asumiendo que estos buscan minimizar sus tiempos de viaje y espera, respecto a un determinado conjunto de recorridos y frecuencias. Esta estrategia de minimización se representa en base a una formulación de programación matemática de un problema de minimización [27]. Los modelos más simples consideran tiempos de viaje  $c_a$  constantes para cualquier bus que circula sobre un mismo arco  $a$  de la red  $G$ . Otros consideran estos tiempos dependientes del flujo de pasajeros en cada recorrido  $\phi_{a,r}$ , producido luego de distribuir la demanda  $D$  en los diferentes recorridos. Los modelos de asignación más realistas consideran además las restricciones de capacidad de los vehículos [11]. En sistemas que operan con alto grado de congestión, es posible que un pasajero deba dejar pasar al menos un bus ocupado para ascender; esto causa que las frecuencias percibidas (o efectivas) no sean las mismas que las frecuencias programadas de las líneas. La obtención de tales frecuencias percibidas es un aspecto clave para contar con un modelo válido de tiempos de espera, por lo que los métodos de asignación deben resolver este problema en casos donde sea necesario.

En el Apéndice B se profundiza en el tema de modelos de asignación.

### 2.3.3. Objetivos de los operadores

El objetivo de los operadores es la continuidad y la maximización de sus beneficios [63]. Los beneficios dependen principalmente de la recaudación y los costos operacionales. En

un escenario genérico, los operadores tienen dos tipos de clientes: los pasajeros y las autoridades. La cantidad de pasajeros y la tarifa que pagan determinan la recaudación de los operadores, que puede ser sensible a la calidad del servicio, bajo hipótesis de demanda elástica. Si existe subsidio por parte de las autoridades, éste puede ser fijo, por pasajero transportado o por kilómetro recorrido. Dado que las políticas de subsidios dependen de cada caso particular, y la información acerca de otros tipos de costo para los operadores es más difícil de ser incorporada a los modelos, la forma más empleada de representar los costos de los operadores es mediante el tamaño de la flota de buses necesaria para cubrir los servicios (representante de los costos operacionales), bajo hipótesis de demanda inelástica (lo que implica una recaudación fija para cualquier solución) [57].

### 2.3.4. Restricciones

Las restricciones que típicamente figuran en los modelos de optimización para el TNDP pueden agruparse en dos tipos:

- Restricciones relacionadas con los actores involucrados en el problema: usuarios y operadores. Las más comunes son:
  - Satisfacción de demanda. Aseguran que todos los pares de nodos de la red cuya demanda es no nula, tienen alguna forma de viajar desde su origen hasta su destino utilizando el sistema de transporte público. Si el viaje no puede ser directo (utilizando un solo recorrido), debe poder realizarse efectuando transbordos. Esta restricción modela intereses de los usuarios.
  - Niveles de servicio. Debe asegurar un mínimo valor en las frecuencias. Además debe asegurar que el transporte se realice en condiciones razonables de utilización de los buses. Esta restricción también modela intereses de los usuarios.
  - Disponibilidad de recursos. Esta restricción modela intereses de los operadores, y generalmente involucra el establecimiento de valores máximos de frecuencias, y de tamaño de flota.
- Restricciones relacionadas con el conocimiento de los técnicos. Este tipo de restricciones introduce condiciones en las soluciones factibles consideradas deseables según la experiencia de los técnicos. Ejemplos de este tipo de restricciones son: duración o largo máximo de los recorridos, cantidad máxima de desvíos de un eje principal de un recorrido.

## 2.4. Fuentes de dificultad del problema

El TNDP visto como un problema de optimización posee un número de características que dificultan tanto su formulación matemática como su resolución exacta. En [5] y [15] se describen (entre otras) las siguientes fuentes de dificultad:

1. Definición de las variables de decisión en la formulación. Mientras las frecuencias figuran generalmente de forma explícita en las formulaciones existentes, no ocurre lo mismo con el trazado (composición nodal) de los recorridos. La gran mayoría de las formulaciones existentes describen las funciones objetivo y restricciones en base a los recorridos  $r_k$ . Sin embargo ninguna específica en la formulación, la composición nodal

(en términos de los nodos de la red  $G$ ). En rigor, ninguna formulación de este tipo se considera una formulación de programación matemática. La dificultad de lograr tal formulación es inherente al problema, que requiere el modelado de conceptos tales como continuidad de los recorridos y transbordos.

2. El hecho de tener el trazado de los recorridos como variable de decisión, hace que el problema sea de naturaleza combinatoria. La cantidad de soluciones factibles impide la aplicación de métodos de enumeración exhaustiva de soluciones. En caso de contar con una formulación de programación matemática para el problema, los métodos exactos de resolución implican tiempos de ejecución impracticables para casos de dimensiones reales. Adicionalmente existen variables que toman valores reales (frecuencias), por lo que el modelo es de variables mixtas.
3. Naturaleza multiobjetivo. La resolución del TNDP implica la optimización de los objetivos de usuarios y operadores. La mayoría de los enfoques resumen los diferentes objetivos en uno solo en su formulación; esto requiere la estimación de coeficientes de conversión para cada función objetivo. Por otro lado, los modelos de optimización multiobjetivo agregan complejidad, principalmente desde el punto de vista de la resolución algorítmica.
4. Submodelo de asignación. Como se apunta en la Sección 2.3.2, la evaluación de la función objetivo para una solución dada, requiere la aplicación de un modelo de asignación de pasajeros a recorridos. Esta característica agrega complejidad al problema en dos sentidos: i) selección de un modelo de asignación adecuado, ii) integración a la formulación del modelo de optimización de recorridos y frecuencias. Respecto a i), deben tenerse en cuenta las hipótesis de trabajo para seleccionar un modelo de asignación adecuado a las mismas. Sobre ii), la integración del submodelo de asignación a una formulación para el TNDP agrega complejidad adicional al modelado de la totalidad del problema; por este motivo, el modelado de aspectos como colas de pasajeros y arribos estocásticos de buses a las paradas, es generalmente resuelto a nivel de implementación, mediante un algoritmo específico.
5. Incorporación al modelo de optimización de los juicios y criterios de los técnicos responsables de los sistemas de transporte público.



## Capítulo 3

# Modelos de optimización para el TNDP

En este capítulo se presentan los principales modelos de optimización para el TNDP hallados en la literatura. Se decide considerar aquellos más actuales (últimos 20 años), dado que son los que resumen las propuestas anteriores y los nuevos aportes, desde que el tema viene siendo tratado, en la década de los '60. Dada la cantidad de variantes existentes al problema particular tratado en este trabajo, se consideran modelos para el TNDP, aquellos que presentan las siguientes características:

- Tienen como variables de decisión a los trazados de los recorridos y las frecuencias.
- Modelan los intereses de los usuarios y los operadores.
- Toman en cuenta los datos de la demanda, y la estructura y los costos de la red.

### 3.1. Notación

La literatura en el tema no presenta una notación y una terminología unificadas, sin embargo es posible extraer algunos elementos en común para todos los trabajos. A continuación se define parte de la notación utilizada. Algunos elementos ya han sido definidos en el Capítulo 2.

- $G = (N, A)$  es la red sobre la cual se definen los recorridos.  $N$  es el conjunto de nodos ( $|N| = n$ ) y  $A$  es el conjunto de arcos no dirigidos.
- $c_{ij}$  es el costo (tiempo de viaje a bordo del bus) del arco  $(i, j)$ . Adicionalmente se considera la notación  $c_a$  para un arco  $a \in A$ .
- $d_{ij}$  son las entradas de la matriz origen-destino  $D$ .  $d_{ij}$  es la cantidad de viajes demandados por unidad de tiempo desde el nodo  $i$  hacia el nodo  $j$ , para todo  $i, j \in [1..n]$ .
- $S = (R, F)$  es una solución al TNDP.
- $R = \{r_1, \dots, r_r\}$  es el conjunto de recorridos de una solución dada  $S$ , tal que  $R \subseteq \Omega$ , que es el conjunto de todos los recorridos posibles. Un recorrido se considera indistintamente compuesto tanto por sus nodos, como por sus arcos; dependiendo del contexto y según conveniencia se considera un recorrido como una secuencia de

nodos o de arcos. Dado que un recorrido está formado por arcos no dirigidos, tiene un sentido de ida y uno de vuelta.

- $F = \{f_1, \dots, f_r\}$  es el conjunto de frecuencias correspondientes a los recorridos de una solución dada  $S$ , tal que  $f_k \in \mathbb{R}^+$  es la frecuencia de buses (pasadas por unidad de tiempo) operando en el recorrido  $r_k \in R$ .
- $t_k$  es la duración total (ida y vuelta) del recorrido  $r_k$ , calculada en base a los costos de sus arcos (no dirigidos), es decir,  $t_k = 2 \sum_{a \in r_k} c_a$ .
- $N_k$  es la cantidad de buses necesarios para cubrir el servicio en el recorrido  $r_k$  con frecuencia  $f_k$ ,  $N_k = f_k t_k$ .
- $t_{ij}$  es el tiempo total de viaje entre los nodos  $i$  y  $j$  para una solución dada  $S$ .  $t_{ij} = tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}$ .
- $tv_{ij}, te_{ij}, tt_{ij}$  son los tiempos de viaje en vehículo (a bordo del bus), espera y transbordo percibidos por los usuarios que viajan de  $i$  a  $j$ , para una solución dada  $S$ . Estos valores dependen de las hipótesis de comportamiento asumidas para los pasajeros, respecto a un conjunto de recorridos y frecuencias, por lo que son determinados por el modelo de asignación particular utilizado.
- $t_{ij}^*$  es el tiempo del camino más corto (según los costos de sus arcos en la red) entre los nodos  $i$  y  $j$ , independientemente de la solución  $S$ .
- $tc_{ij}$  es el tiempo del camino más corto (según los costos de sus arcos en la red) entre los nodos  $i$  y  $j$ , utilizando exclusivamente recorridos de la solución  $S$ .
- $\Phi_k = \{\phi_{a,r_k}^{ida}, \phi_{a,r_k}^{vuelta}, a \in r_k\}$  es el conjunto de flujos en los arcos del recorrido  $r_k$ , que representan la carga del recorrido en términos de la demanda  $D$ . Los valores de dichos flujos dependen de una solución particular  $S$  y se conocen una vez aplicado el modelo de asignación. Dado que un recorrido está definido en base a arcos no dirigidos, tiene un sentido de ida y uno de vuelta; por este motivo la utilización del recorrido por parte de los pasajeros puede ser diferente en los dos sentidos. Si  $r_k$  está compuesto por  $p$  nodos, posee  $p - 1$  flujos de ida y  $p - 1$  de vuelta.
- $\bar{\phi}_k$  es el flujo medio del recorrido  $r_k$ , definido como

$$\bar{\phi}_k = \frac{\sum_{a \in r_k} (\phi_{a,r_k}^{ida} + \phi_{a,r_k}^{vuelta}) c_a}{2 \sum_{a \in r_k} c_a}$$

- $\phi_k^*$  es el flujo crítico del recorrido  $r_k$ , definido como  $\phi_k^* = \max\{\phi_{a,r_k}^{ida}, \phi_{a,r_k}^{vuelta}, a \in r_k\}$ .
- $a_i$  son coeficientes de conversión y pesos relativos en la función objetivo.

La restante notación será presentada a medida que surge su utilización en los diferentes modelos.



## 3.2. Modelos

Se presentan los trabajos reseñados en torno a modelos para el TNDP. En la descripción de estos modelos se presta especial atención a los siguientes elementos:

**Función objetivo** Aclarando qué funciones se busca minimizar o maximizar, y cómo se articulan los objetivos contrapuestos de usuarios y operadores.

**Restricciones** Estableciendo qué elementos del diseño del sistema de transporte público están modelando.

**Modelo de asignación** Indicando qué hipótesis se asumen para el comportamiento de los usuarios, con respecto a una solución al problema. En este sentido, la mayoría de los trabajos dedicados a modelos de optimización para el TNDP, hacen referencia a otros trabajos para especificar el modelo de asignación utilizado. Este criterio es también el adoptado en este trabajo, poniendo énfasis en la presentación de los modelos de optimización para el TNDP.

### 3.2.1. Modelo de Ceder y Wilson (1986)

Los autores presentan en [13] un modelo en dos fases, cuya formulación está ligada estrechamente con su estrategia de resolución. En la primer fase se determinan los recorridos y en la segunda las frecuencias.

La formulación para la primer fase es la siguiente:

$$\min \left\{ \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} - t_{ij}^*) + \sum_{i,j \in [1..n]} tt_{ij} \right\}$$

sa

$$\frac{tv_{ij}}{t_{ij}^*} \leq 1 + \alpha_{ij} \quad \forall r_k \in R \quad (3.1)$$

$$t_{min} \leq t_k \leq t_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.2)$$

$$|R| \leq r_{max} \quad (3.3)$$

$$R \subseteq \Omega$$

donde

- $\alpha_{ij}$  es el desvío máximo permitido para el tiempo de viaje en vehículo, de los pasajeros que viajan de  $i$  a  $j$  en la solución  $R$ , con respecto al tiempo del camino más corto entre  $i$  y  $j$  en la red.
- $t_{min}$  y  $t_{max}$  son duraciones de recorridos mínima y máxima respectivamente.
- $r_{max}$  es un valor que indica una máxima cantidad de recorridos en la solución  $R$ .

En esta primer fase, se reflejan únicamente los objetivos de los usuarios, minimizando las diferencias entre tiempos de viaje en vehículo efectivos y óptimos, y los tiempos de transbordo. Sin embargo, la restricción 3.3 establece una cota conveniente para los operadores, en la cantidad de recorridos.

La formulación propuesta para la segunda fase es la siguiente:

$$\min \{a_1 \left( \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} - t_{ij}^*) + \sum_{i,j \in [1..n]} tt_{ij} + \sum_{i,j \in [1..n]} te_{ij} \right) + a_2 \sum_{r_k \in R} f_k t_k \}$$

sa

$$\frac{tv_{ij}}{t_{ij}^*} \leq 1 + \alpha_{ij} \quad \forall r_k \in R \quad (3.4)$$

$$t_{min} \leq t_k \leq t_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.5)$$

$$|R| \leq r_{max} \quad (3.6)$$

$$f_k \geq f_{min} \quad \forall r_k \in R \quad (3.7)$$

$$\sum_{r_k \in R} f_k t_k \leq W_{max} \quad (3.8)$$

$$R \subseteq \Omega$$

$$f_k \in \mathbb{R}^+$$

donde

- $f_{min}$  es un mínimo valor establecido para las frecuencias.
- $W_{max}$  es un máximo valor establecido para el tamaño de la flota (buses operando en forma simultánea).

En esta fase se introducen las frecuencias como variables de decisión, lo que permite calcular: i) los tiempos de espera,  $te_{ij}$  y ii) el tamaño de flota necesario para cubrir los servicios,  $f_k t_k$ . Esta última expresión es utilizada además para representar los objetivos de los operadores. En este caso solamente se están representando los costos de los operadores, pero no la recaudación; esta hipótesis es válida, dado que la demanda se considera inelástica (por lo tanto la recaudación es siempre la misma, para cualquier solución) y se asume que las configuraciones de recorridos y frecuencias factibles siempre satisfacen la totalidad de la demanda. La importancia relativa y la conversión de unidades entre los diferentes objetivos es reflejada mediante los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$ . En este trabajo no se especifica el modelo de asignación utilizado.

### 3.2.2. Modelo de Baaj y Mahmassani (1991)

En [5] se propone minimizar una combinación de objetivos de usuarios y operadores, ponderados por coeficientes que además deben realizar la conversión a unidades comunes. El objetivo de los usuarios se representa como la minimización de los tiempos de viaje (espera, en vehículo y transbordo) para todo par de nodos  $(i, j)$  de la red  $G$ . Los tiempos están ponderados por las demandas en la función objetivo de los usuarios (al igual que en [13]), por lo que pares  $(i, j)$  de alta demanda tendrán más chance de ser transportados utilizando caminos más cortos y mayores frecuencias en la solución óptima. Los objetivos de los operadores están representados por la cantidad de buses necesarios para cubrir todos los recorridos de  $R$  con las frecuencias de  $F$ . La formulación es la siguiente:

$$\min \left\{ a_1 \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}) + a_2 \sum_{r_k \in R} f_k t_k \right\}$$

sa

$$f_k \geq f_{min} \quad \forall r_k \in R \quad (3.9)$$

$$LF_k = \frac{\phi_k^*}{f_k CAP} \leq LF_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.10)$$

$$\sum_{r_k \in R} f_k t_k \leq W_{max} \quad (3.11)$$

$$R \subseteq \Omega$$

$$f_k \in \mathbb{R}^+$$

donde

- $LF_k$  es el factor de carga o utilización crítica en el recorrido  $r_k$ ;  $LF_k > 1$  significa que existen tramos del recorrido  $r_k$  donde los buses están excedidos en su capacidad (en una proporción  $LF_k$ ) en la solución  $S$ , es decir, transportan pasajeros parados. Este valor es obtenido luego de aplicar el modelo de asignación, que distribuye la demanda en los diferentes recorridos de la solución  $S$ .
- $\phi_k^*$  es el máximo flujo por arco en el recorrido  $r_k$ , es decir, el flujo de demanda asignada (por parte del modelo de asignación) del arco donde el recorrido considerado como un corredor (independientemente de la capacidad de los buses) está más cargado.
- $CAP$  es la capacidad de pasajeros sentados en los buses. Se asume que todos los buses tienen la misma capacidad.
- $LF_{max}$  es el máximo factor de carga permitido.

Las restricciones 3.9 y 3.11 son las mismas que las presentadas en el modelo de Ceder y Wilson [13]. Aquí se agrega la restricción 3.10, que establece un máximo valor de ocupación de los buses por sobre su capacidad de pasajeros sentados; esta restricción modela un determinado aspecto del nivel de confort de los pasajeros. El modelo de asignación, especificado en detalle en [4], considera diferentes líneas para pasajeros que comparten el mismo par origen-destino, utilizando como criterio principal, la minimización de los transbordos y el tiempo de viaje en vehículo.

### 3.2.3. Modelo de Israeli y Ceder (1993)

El modelo presentado en [38] propone la formulación del siguiente problema de optimización multiobjetivo:

$$\begin{aligned}
\min Z_1 &= \left\{ \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} (a_1(tv_{ij} + tt_{ij}) + a_2te_{ij}) + a_3 \sum_{r_k \in R} e_k \right\} \\
\min Z_2 &= \sum_{r_k \in R} N_k \\
\text{sa} \\
R &\subseteq \Omega \\
f_k &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

donde  $e_k$  es la desocupación media de los buses del recorrido  $r_k$ .

Se observa que en la componente que refleja los objetivos de los usuarios ( $Z_1$ ) se incluye la utilización de los buses, que es de interés tanto para usuarios (si el bus viaja excedido en su capacidad se reduce el confort) como para operadores (si el bus viaja con muchos asientos vacíos durante mucho tiempo la rentabilidad del recorrido disminuye). Los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  ponderan la importancia de los costos de viaje y espera, y  $a_3$  pondera la importancia de la desocupación de los buses. El modelo de asignación utilizado, aplica los conceptos presentados en [44]. La resolución de este modelo de optimización implica encontrar todas las soluciones no dominadas pertenecientes al frente de Pareto óptimo.

### 3.2.4. Modelo de Krishna Rao *et al.* (2000)

En [52] se presenta un modelo en dos fases, inspirado en los modelos de Ceder y Wilson [13] y Baaj y Mahmassani [5]. La división en fases está motivada también en este caso por los métodos de resolución. El modelo para la primer fase es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} + tt_{ij}) \\
\text{sa} \\
& R \subseteq \Omega
\end{aligned}$$

donde se consideran solamente los objetivos de los usuarios, y las variables de decisión son solamente los recorridos.

El modelo para la segunda fase incluye los objetivos de los operadores, en la forma del tamaño de la flota requerida:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \left\{ a_1 \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}) + a_2 \sum_{r_k \in R} f_k t_k \right\} \\
\text{sa} \\
f_k &\geq f_{min} \quad \forall r_k \in R & (3.12) \\
LF_k &= \frac{\phi_k^*}{f_k CAP} \leq LF_{max} \quad \forall r_k \in R & (3.13) \\
R &\subseteq \Omega \\
f_k &\in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

Se utilizan dos modelos de asignación diferentes. Para la fase uno, se considera que los pasajeros viajando de  $i$  a  $j$  seleccionan el recorrido más corto en la red (el que los transporta con un menor tiempo de viaje en vehículo,  $t_{ij}^*$ ), en caso de tener más de una opción. Para la fase dos se utiliza el modelo de asignación de Baaj y Mahmassani [4].

### 3.2.5. Modelo de Gruttner *et al.* (2002)

El modelo presentado en [32] difiere de los anteriores en la formulación de la función objetivo, la que resume intereses de usuarios y operadores, expresando estos últimos en términos de su rentabilidad. El modelo de asignación utiliza un modelo *logit* [49] para hallar las proporciones de demanda que utilizan cada línea. La formulación es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \max \left\{ a_1 \sum_{r_k \in R} FO_k - a_2 \sum_{r_k \in R} FU_k \right\} \\ & \text{sa} \\ & R \subseteq \Omega \\ & f_k \in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

donde

- $FO_k$  es la función de utilidad de los operadores, calculada como

$$FO_k = AF_k T_k - D_k K_k$$

siendo  $AF_k$  la afluencia (en términos de demanda),  $T_k$  la tarifa cobrada,  $D_k$  la distancia y  $K_k$  el costo de operación por unidad de distancia, para el recorrido  $r_k$ .

- $FU_k$  es la función de utilidad de los usuarios, calculada como

$$FU_k = \sum_{i,j \in [1..n]} (tv_{ijk} + \eta te_{ijk}) V_{ijk} VST$$

siendo  $tv_{ijk}$  y  $te_{ijk}$  los tiempos de viaje y espera respectivamente para la demanda  $d_{ij}$  utilizando el recorrido  $r_k$ ,  $V_{ijk}$  el número de viajes para origen-destino  $(i, j)$  que utilizan el recorrido  $r_k$  (obtenidos utilizando el modelo *logit*) y  $VST$  un coeficiente de valor subjetivo del tiempo.

Los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  reflejan los pesos relativos de los diferentes objetivos que se resumen en uno solo, y  $\eta$  es un coeficiente de importancia relativa del tiempo de espera con respecto al tiempo de viaje en vehículo. Este modelo considera la demanda elástica, y modela la sensibilidad de esta frente a una determinada solución  $S$  utilizando el modelo *logit*.

### 3.2.6. Modelo de Ngamchai y Lovell (2003)

Los autores proponen en [46] un modelo mediante el cual asumiendo simplificaciones en el modelo de asignación (de su autoría), se pueden derivar de forma analítica las frecuencias óptimas para una determinada configuración de recorridos  $R$ . La formulación propuesta es la siguiente:

$$\min \left\{ a_1 \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} t v_{ij} + \frac{a_2}{2} \sum_{r_k \in R} \sum_{i,j \in [1..n]} \frac{d_{ij} \alpha_{ijk}}{f_k} + C_v \sum_{r_k \in R} f_k t_k \right\}$$

sa

$$R \subseteq \Omega$$

$$f_k \in \mathbb{R}^+$$

donde

- $C_v$  es el costo de operación por unidad de tiempo de cada bus.
- $\alpha_{ijk}$  es una variable resultante de la aplicación del modelo de asignación para una determinada solución  $S$ , el cual asume que todos los pasajeros que viajan del origen  $i$  al destino  $j$  utilizan solamente el recorrido más corto (de costo  $t c_{ij}$ ), si es que tienen más de una opción. Se define como  $\alpha_{ijk} = 1$  si los pasajeros que viajan de  $i$  a  $j$  utilizan el recorrido  $r_k$ , 0 en caso contrario (asignación *todo o nada* [49]).

Bajo la hipótesis de asignación todo o nada se puede derivar una expresión para frecuencias óptimas:

$$f_k = \max \left\{ \sqrt{\frac{a_2 \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} \alpha_{ijk}}{2 t_k C_v}}, f_{min} \right\}$$

La función objetivo de este modelo está expresada en las unidades \$/hora, por lo que los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  deben reflejar los costos monetarios de los tiempos de viaje en vehículo y espera respectivamente.

### 3.2.7. Modelo de Tom y Mohan (2003)

El modelo de estos autores, presentado en [61] es prácticamente el mismo que el de Baaj y Mahmassani. En su formulación se incluye un término en la función objetivo, que penaliza la demanda no satisfecha, y además se normaliza el valor de la función objetivo, de forma de poder realizar comparaciones válidas entre distintos casos. La expresión para la función objetivo a minimizar es la siguiente:

$$\frac{a_1 \left( \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} (t v_{ij} + t e_{ij} + t t_{ij}) + (D_{NS} \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}) T \right) + a_2 \sum_{r_k \in R} f_k t_k}{\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}}$$

donde

- $D_{NS} \in [0, 1]$  es la proporción del total de la demanda ( $\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$ ) no satisfecha (pares de nodos desconectados) por la solución  $S$ .
- $T$  es la duración del período de diseño.

Si bien la formulación de la función objetivo es muy similar a la de Baaj y Mahmassani, este modelo propone una penalización para cada unidad de demanda no satisfecha, por el valor de la duración  $T$  del período de diseño. La inclusión de este término en la función objetivo, tiene influencia directa sobre la solución óptima del modelo. El modelo de asignación utilizado es el de Baaj y Mahmassani [4].

### 3.2.8. Modelo de Fan y Machemehl (2004)

El modelo de estos autores, presentado en [24], se basa en el de Baaaj y Mahmassani, y agrega el término de demanda no satisfecha a la función objetivo. Además se agregan algunas restricciones adicionales: frecuencia máxima (3.14), mínima y máxima duración de recorrido (3.17), y máxima cantidad de recorridos (3.18). La formulación es la siguiente:

$$\min \left\{ a_1 \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} t_{ij} + a_2 \sum_{r_k \in R} f_k t_k + a_3 D_{NS} \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij} \right\}$$

sa

$$f_{min} \leq f_k \leq f_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.14)$$

$$LF_k = \frac{\phi_k^*}{f_k CAP} \leq LF_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.15)$$

$$\sum_{r_k \in R} N_k \leq W_{max} \quad (3.16)$$

$$t_{min} \leq t_k \leq t_{max} \quad \forall r_k \in R \quad (3.17)$$

$$|R| \leq r_{max} \quad (3.18)$$

$$R \subseteq \Omega$$

$$f_k \in \mathbb{R}^+$$

El modelo de asignación utilizado está fuertemente basado en el de Baaaj y Mahmassani [4].

### 3.2.9. Modelos para variantes del TNDP

En [64] se presenta un modelo de programación lineal entera mixta para la optimización de recorridos y frecuencias, donde la función objetivo considera solamente los intereses de operadores, representados por el tamaño de la flota requerida. Si bien no se considera estrictamente un modelo para el TNDP ya que no considera los intereses de usuarios en la función objetivo (la componente más difícil de modelar), esta formulación permite la eventual resolución en forma exacta del modelo, ya que se presenta en un formato estándar de programación matemática. Dado que no se modelan los intereses de los usuarios en este trabajo, no se considera ningún modelo de asignación.

En [68] se proponen varios modelos para la optimización de los trazados de los recorridos, bajo diversas restricciones aplicables a los mismos, como ser restricciones de largo, y restricciones de comienzo y fin de recorrido. Se utilizan distintas funciones objetivo, mediante las cuales se busca minimizar la cantidad de transbordos. Estos modelos no consideran las frecuencias como variables de decisión, y tampoco incorporan el comportamiento de los usuarios frente a un conjunto de recorridos (por lo tanto no hay un modelo de asignación involucrado). Por este motivo, estos modelos tampoco se consideran estrictamente referentes al TNDP.

## 3.3. Características de los modelos

Los modelos presentados para el TNDP tienen todos una estructura similar, con las siguientes características:

- Tienen como variables de decisión a los trazados de los recorridos y las frecuencias de operación en su formulación.
- En la función objetivo se representan los intereses de los usuarios y operadores. Para los usuarios, generalmente se considera la minimización de los tiempos de viaje entre todo par de nodos de la red; estos tiempos generalmente incluyen tiempos de viaje en vehículo (a bordo del bus), de espera en la parada, y penalización por transbordos. Para la expresión de los objetivos de los operadores, generalmente se considera el tamaño de la flota requerida (que representa los costos de operación de los servicios). Menos común es la inclusión de la recaudación como parte de la función objetivo de los operadores; esto se debe a que la cuantificación de los ingresos no solo depende de la afluencia (que en casos de demanda inelástica se considera fija), sino de la política impuesta por las autoridades (por ejemplo si existen subsidios).
- Las restricciones más comunes, son las que acotan las frecuencias, el tamaño de flota, las duraciones de los recorridos, y el factor de carga de los buses.

Las diferencias estructurales más importantes entre los modelos se presentan a los siguientes dos niveles:

- *Una o dos fases.* La mayoría de los modelos presentan la totalidad de su formulación en una sola fase. Sin embargo algunos, principalmente a efectos de su resolución, presentan formulaciones en dos fases, separando el tratamiento de las variables de decisión (trazados de recorridos y frecuencias).
- *Objetivo único y multiobjetivo.* La gran mayoría de los modelos presentados resumen en su formulación los intereses de los usuarios y operadores en una sola expresión, para lo cual se deben introducir coeficientes, que cumplen dos funciones: realizar la conversión entre diferentes unidades y reflejar la importancia relativa de los objetivos contrapuestos. La obtención de estos coeficientes es un aspecto que no se aclara en la mayoría de los trabajos; sin embargo en algunos se reconoce que mediante la manipulación de estos coeficientes es posible obtener diferentes soluciones no dominadas para el problema de optimización multiobjetivo. En relación a esto último, es importante mencionar que en algunos trabajos, a pesar de presentar formulaciones de objetivo único, existe el concepto subyacente de modelo multiobjetivo, aunque en general no se propone una metodología estructurada para resolverlo. El único modelo de optimización multiobjetivo en sentido estricto, es el de Israeli y Ceder [38], donde además se presenta una metodología para seleccionar una solución no dominada particular.
- *Modelo de asignación.* El modelo de asignación es parte de cualquier modelo para el TNDP, ya que determina la forma en que se calcula la función objetivo. La solución óptima de un modelo depende fuertemente del modelo de asignación. La complejidad de expresar el modelo de asignación en términos de las variables de decisión del problema en el contexto del modelo de optimización, hace que generalmente se exprese en forma implícita. De esta forma, valores como los tiempos de viaje en vehículo ( $tv_{ij}$ ) y tiempos de espera ( $te_{ij}$ ) para una determinada solución  $S = (R, F)$  serán conocidos una vez aplicado el modelo de asignación. Dado que en este trabajo el énfasis está en los modelos y algoritmos de optimización, no se hace hincapié en el detalle de los modelos de asignación en la presentación de cada trabajo. Sí es



importante resaltar, que el grado de complejidad del modelo de asignación utilizado, impacta fuertemente en el tratamiento analítico y los métodos de resolución de los modelos de optimización; por ejemplo, el modelo de asignación sencillo utilizado en [46] permite la derivación de una expresión para el cálculo de frecuencias óptimas, sin embargo es necesario tener en cuenta la validez de las simplificaciones asumidas en cuanto al comportamiento de los usuarios en este caso.

En el Cuadro 3.1 se presenta un resumen de las principales características de los modelos reseñados.

<i>Modelo</i>	<i>Año</i>	<i>Fases</i>	<i>Formulación objetivo</i>	<i>Objetivo usuarios</i>	<i>Objetivo operadores</i>	<i>Modelo asignación</i>
Ceder y Wilson	1986	dos	único	diferencias entre tiempos de viaje efectivos y óptimos	tamaño de flota	no especificado
Baa'j y Mahmassani	1991	una	único	tiempos de viaje, espera y transbordo	tamaño de flota	minimización de transbordos
Israeli y Ceder	1993	una	múltiple	tiempos de viaje, espera y transbordo	tamaño de flota	distribución entre caminos más cor- tos
Krishna Rao <i>et al.</i>	2000	dos	único	tiempos de viaje, espera y transbordo	tamaño de flota	minimización de transbordos
Gruttner <i>et al.</i>	2002	una	único	tiempos de viaje y espera	diferencia entre recaudación y costos de operación	modelo logit
Ngamchai y Lovell	2003	una	único	tiempos de viaje y espera	costo de operación de flota	recorrido más cor- to (todo o nada)
Tom y Mohan	2003	una	único	tiempos de viaje, espera y transbordo	tamaño de flota	minimización de transbordos
Fan y Machemehl	2004	una	único	tiempos de viaje, espera y transbordo	tamaño de flota	minimización de transbordos

Cuadro 3.1: Resumen de principales características y comparación de modelos para el TNDP

## Capítulo 4

# Modelo propuesto para el TNDP

En este capítulo se presenta un modelo de optimización propuesto para el TNDP. La formulación del mismo está fuertemente basada en las existentes de Baaj y Mahmassani [5] e Israeli y Ceder [38]. De los primeros se toma la formulación de las funciones objetivo y algunas restricciones, y de los segundos la característica multiobjetivo. En este trabajo se agregan restricciones que no están presentes en las formulaciones originales, pero sí están en los algoritmos de resolución existentes.

### 4.1. Formulación

El modelo propuesto se formula como:

$$\min Z_1 = \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}(tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij}) \quad (4.1)$$

$$\min Z_2 = \sum_{r_k \in R} f_k t_k \quad (4.2)$$

sa

$$D_0 \geq D_0^{min} \in [0, 1] \quad (4.3)$$

$$D_{01} \geq D_{01}^{min} \in [0, 1] \quad (4.4)$$

$$f_{min} \leq f_k \leq f_{max} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall r_k \in R \quad (4.5)$$

$$LF_k = \frac{\phi_k^*}{f_k CAP} \leq LF_{max} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall r_k \in R \quad (4.6)$$

$$R \subseteq \Omega$$

$$f_k \in \mathbb{R}^+$$

donde

- $D_0 \in [0, 1]$  es la proporción del total de la demanda ( $\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$ ) satisfecha con viajes directos (sin necesidad de transbordos) por los recorridos de la solución  $S = (R, F)$ .
- $D_0^{min}$  es la mínima proporción permitida de viajes directos satisfechos por cualquier solución.

- $D_{01} \in [0, 1]$  es la proporción del total de la demanda satisfecha con viajes directos o con al menos un transbordo por los recorridos de la solución  $S = (R, F)$ .
- $D_{01}^{min}$  es la mínima proporción permitida de viajes directos o con al menos un transbordo satisfechos por cualquier solución.

A continuación se discuten las dos principales componentes de la formulación del modelo:

**Función objetivo** Basada en la función objetivo de Baaj y Mahmassani [5], en este caso se propone la separación de los objetivos, reflejando explícitamente la característica multiobjetivo del problema, como se propone en [38]. La función objetivo  $Z_1$  representa los intereses de los usuarios, quienes buscan minimizar los tiempos totales de viaje (en vehículo, espera y transbordo). Dada una solución  $S$ , los valores de  $tv_{ij}$ ,  $te_{ij}$  y  $tt_{ij}$  se conocen una vez aplicado el modelo de asignación. La función objetivo  $Z_2$  representa los intereses de los operadores; dado que se asume la demanda inelástica, la afluencia total de pasajeros es constante, por lo que los operadores buscan minimizar los costos operacionales, minimizando la cantidad de buses necesarios para cubrir los servicios. La solución al modelo de optimización multiobjetivo, consiste en el frente de Pareto óptimo, formado por todas las soluciones no dominadas existentes.

**Restricciones** Las restricciones 4.3 y 4.4 establecen un aspecto del nivel de servicio;  $D_{01}^{min}$  será típicamente 1, mientras que  $D_0^{min}$  generalmente es distinto de 1, causando que determinados pares origen-destino (generalmente aquellos con bajo valor de demanda) deban realizar transbordos. La restricción 4.5 refleja límites superiores razonables de frecuencias ( $f_{max}$ ), mientras que el límite inferior ( $f_{min}$ ) marca otro aspecto del nivel del servicio desde el punto de vista de los usuarios. La restricción 4.6 establece otro aspecto del nivel de servicio, con respecto a la ocupación de los buses. El valor de  $\phi_k^*$  depende de la solución  $S$ , y se conoce una vez aplicado el modelo de asignación. Esta restricción impone valores mínimos factibles para las frecuencias  $f_k$  en cada recorrido  $r_k$ . No se incluye una restricción de tamaño de flota, dado que la utilización de este modelo está pensada en el contexto de planificaciones estratégicas, donde se realiza un relevamiento de necesidades de flota, para luego dimensionar la misma y asignar servicios a los operadores.

## 4.2. Optimización multiobjetivo

La resolución de un modelo de optimización multiobjetivo implica hallar todas las soluciones no dominadas pertenecientes al frente de Pareto óptimo (Apéndice A). Sin embargo, en el contexto de la aplicación de tales modelos, finalmente es necesario seleccionar una única solución. Esta selección generalmente requiere información adicional, que es cualitativa y basada en la experiencia, y se distinguen dos formas de integrarla en la totalidad del proceso de decisión [19]:

1. Especificación *a posteriori* de las preferencias. Denominado *procedimiento ideal de optimización multiobjetivo*. Consiste en resolver en una primer fase un modelo de optimización multiobjetivo, que produce como resultado un frente de Pareto formado por las soluciones no dominadas halladas. El método de resolución aplicado debe dar la misma importancia a todos los objetivos. En una segunda fase, en base a información proporcionada por los técnicos que toman la decisión, se selecciona una solución a partir del frente de Pareto hallado (Figura 4.1).

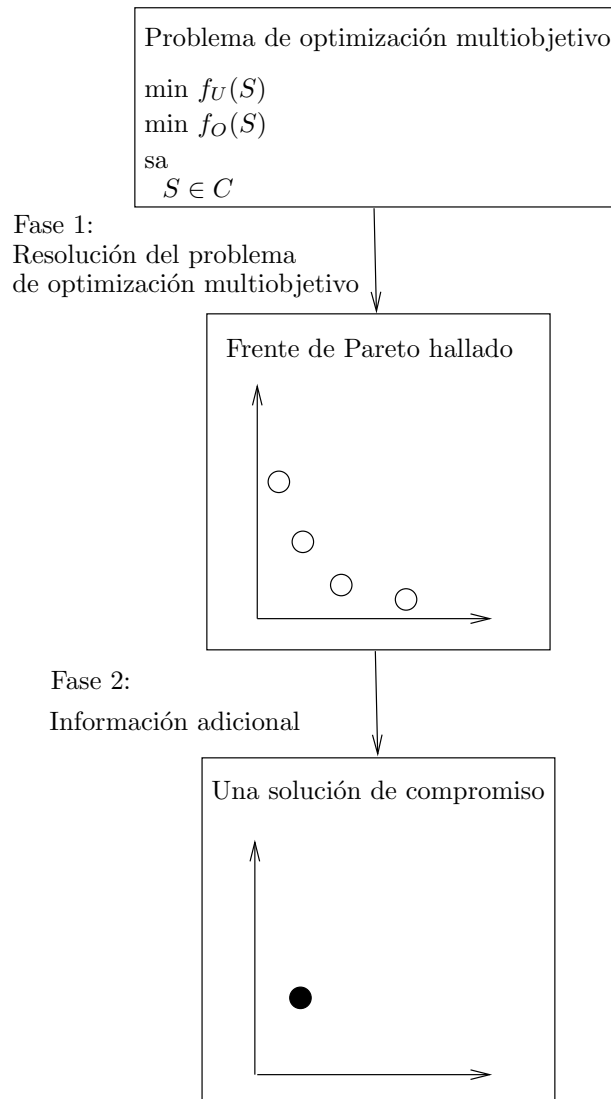


Figura 4.1: Método ideal de optimización multiobjetivo

2. Especificación *a priori* de las preferencias. Denominado *procedimiento basado en preferencias de optimización multiobjetivo*. En base a información previamente proporcionada, en una primer fase se determina un vector de pesos, y se convierte el problema original de optimización multiobjetivo, en uno de objetivo único, donde cada función objetivo del problema original es ponderada por su peso correspondiente para componer una nueva función objetivo (Figura 4.2).

Las siguientes razones (expuestas en [19]) motivan la elección en este trabajo del procedimiento ideal como enfoque más adecuado para el tratamiento de modelos de optimización multiobjetivo:

- El procedimiento basado en preferencias es altamente sensible al vector de pesos utilizado para formar la función objetivo compuesta. Un cambio en dicho vector,

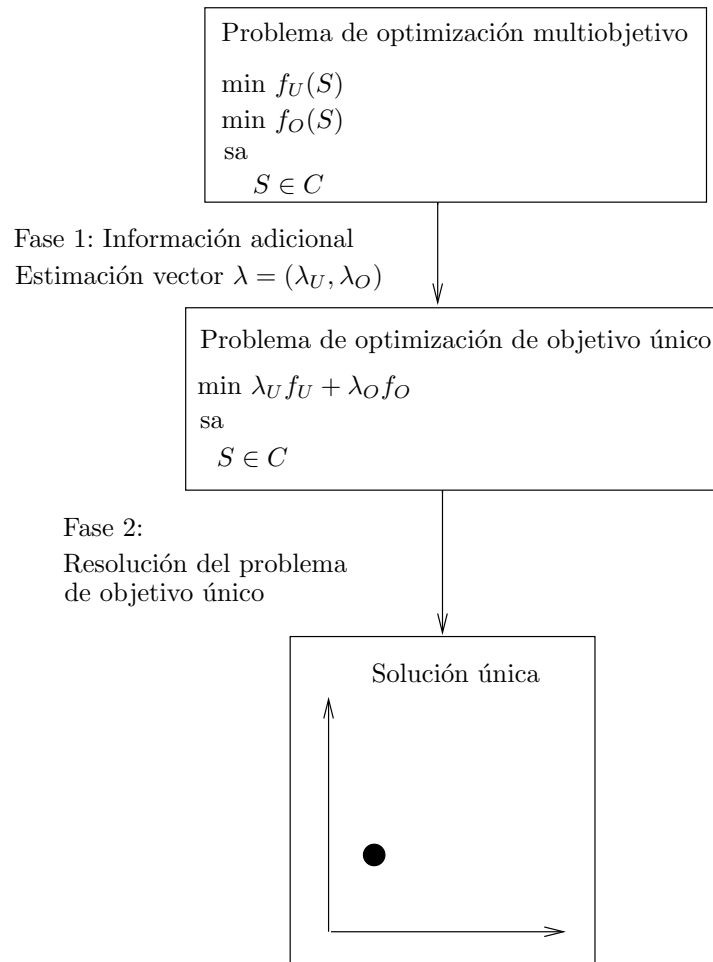


Figura 4.2: Método basado en preferencias de optimización multiobjetivo

puede resultar en una diferente solución no dominada, pero no hay garantías de que esto ocurra.

- La tarea de hallar a priori un vector de pesos que refleje las preferencias entre los distintos objetivos es altamente subjetiva y no inmediata.
- En el procedimiento ideal, el proceso de selección de una solución a partir del frente de Pareto hallado, dispone de información del problema. En el procedimiento basado en preferencias, un vector de pesos debe ser provisto a priori, sin conocimiento de las posibles consecuencias. En este sentido, puede decirse que el procedimiento ideal es más metódico, práctico, y menos subjetivo.

En el contexto del TNDP, salvo en [38], la totalidad de los modelos de optimización re-ñados en este trabajo, utilizan el procedimiento basado en preferencias. La obtención de los coeficientes utilizados para resumir las funciones objetivo de usuarios y operadores en una sola, no se especifica en ninguno de los casos. Dada la naturaleza de las funciones objetivo utilizadas, estos coeficientes cumplen dos funciones: realizar la conversión entre distintas unidades de las diferentes funciones objetivo, y reflejar la importancia relativa de

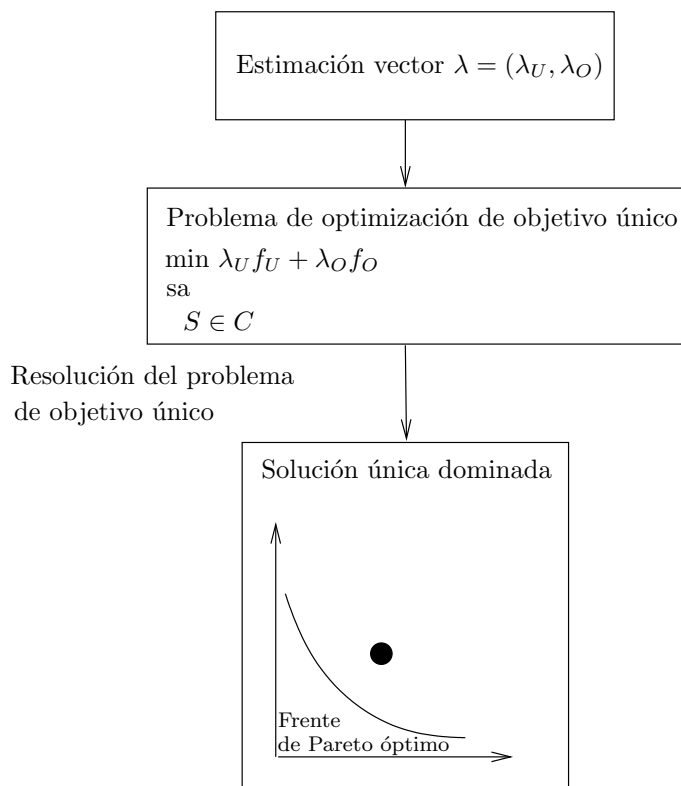


Figura 4.3: Solución dominada utilizando el método basado en preferencias

los diferentes objetivos. De lo expuesto anteriormente puede observarse que un determinado conjunto de coeficientes puede resultar en una solución para el problema de objetivo único compuesto, que corresponde a una solución dominada del problema multiobjetivo (Figura 4.3).

#### 4.2.1. Toma de decisiones multicriterio

Las metodologías de apoyo a la elección de una solución con un determinado nivel de compromiso entre diferentes objetivos, son sujeto de estudio de un área de investigación denominada *toma de decisiones multicriterio*. *MCDM* (de sus siglas en inglés, *Multi Criteria Decision Making*) es un área interdisciplinaria, que involucra a la Matemática Aplicada, la Investigación Operativa y las Ciencias de la Administración [41]. Los métodos interactivos de MCDM involucran a un tomador de decisiones y un analista, quien guía al primero según determinados procedimientos, a través de un conjunto de soluciones no dominadas.

En este trabajo no se profundiza en el tópico de MCDM por razones de alcance, sin embargo, este es un aspecto clave para completar la totalidad del proceso de decisión propuesto en [19] como procedimiento ideal de optimización multiobjetivo. Como referencia a este tema se menciona el ejemplo de [67], donde se utiliza el método de MCDM *light beam search* [39] en el contexto de un problema de transporte de cargas.

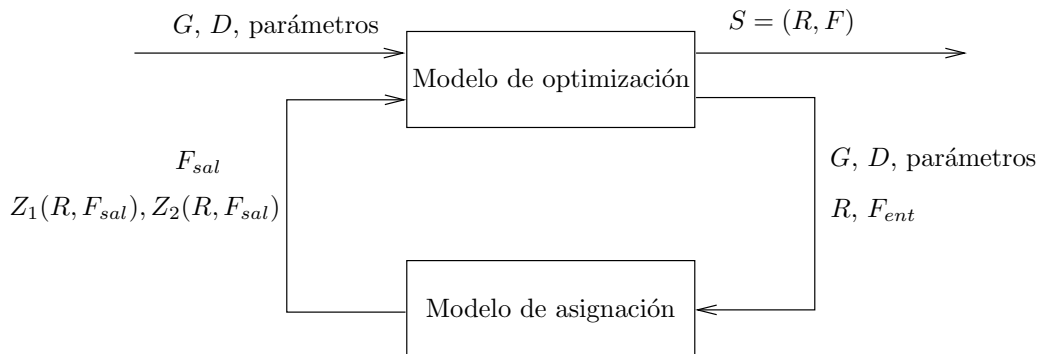


Figura 4.4: Interacción entre los modelos de optimización y asignación

### 4.3. Modelo de asignación

En el modelo de optimización propuesto en este trabajo se utiliza el modelo de asignación de Baaj y Mahmassani [4]. El mismo tiene las siguientes características:

- Considera competencia entre líneas. Cuando los pasajeros que viajan de un determinado origen a un determinado destino tienen más de una opción, la asignación de la demanda a los diferentes recorridos se realiza de forma proporcional a las frecuencias operando en los mismos.
- Considera costos constantes en los arcos. El costo de viaje en vehículo sobre un arco determinado de la red es el mismo para diferentes recorridos que lo utilizan, incluso si en estos operan buses con diferentes condiciones de utilización.
- Considera restricciones de capacidad de los buses. El modelo toma como entrada un conjunto de recorridos  $R$  y un conjunto inicial de frecuencias  $F_{ent}$ , y determina el conjunto de frecuencias  $F_{sal}$  que representa un equilibrio entre oferta y demanda en los servicios. Estos valores de frecuencias en equilibrio deben ser tenidos en cuenta para determinar las mínimas frecuencias factibles según las restricciones 4.5 y 4.6 del modelo de optimización propuesto. La razón por la cual debe tenerse en cuenta este conjunto de frecuencias de equilibrio  $F_{sal}$  es que no hay garantías que con las frecuencias especificadas inicialmente  $F_{ent}$  se respete la restricción 4.6.
- Considera la posibilidad de transbordos para pares origen-destino que no comparten una línea.
- Produce diversos valores descriptores para la solución dada  $S$ , entre los que interesan en particular los valores de  $tv_{ij}$ ,  $te_{ij}$  y  $tt_{ij}$  necesarios para el cálculo de la función objetivo  $Z_1$  del modelo de optimización.

El modelo de asignación no figura explícitamente en la formulación del modelo de optimización, sin embargo es un componente imprescindible para la evaluación de las funciones objetivo. Existe una fuerte interacción entre los modelos de optimización y asignación, que son interdependientes en el contexto de la resolución del TNDP (Figura 4.4).

Las siguientes razones justifican la elección del modelo de asignación de Baaj y Mahmassani para su utilización en el contexto del modelo de optimización propuesto:



- Su descripción es clara, lo que permite entender todos los detalles del modelo.
- Su publicación [4] incluye la descripción de una implementación del modelo, lo que facilita la realización de la implementación para este trabajo.
- Posee características deseables en un modelo de asignación, como ser competencia entre líneas, consideración de transbordos y restricciones de capacidad.
- Existen resultados numéricos y casos de prueba (publicados en [5]) que permiten la validación de la implementación realizada en este trabajo.
- Es el modelo de asignación más utilizado en los modelos de optimización para el TNDP presentados en el Capítulo 2. Por este motivo, los resultados numéricos producidos en esos trabajos son comparables con los producidos en este trabajo. Los resultados producidos por dos modelos de optimización que utilizan diferentes modelos de asignación no son comparables.
- Las hipótesis que asume en cuanto al comportamiento de los usuarios, se adaptan al caso de estudio de este trabajo, presentado en el Capítulo 8.

El modelo de asignación utilizado cuenta con las dos siguientes desventajas:

- Considera costos constantes para los arcos de la red. Esta hipótesis puede causar resultados de validez cuestionable en algunos casos, como se muestra en el Capítulo 8.
- El procedimiento utilizado para considerar las restricciones de capacidad de los buses no tiene un fundamento teórico riguroso. Esta característica es resuelta a nivel de la implementación de los algoritmos, donde se validan los resultados de forma empírica, sin contar con una justificación rigurosa.

Estos aspectos están resueltos en otros modelos de asignación existentes [27]. Sin embargo, la complejidad de los mismos, excede los alcances de este trabajo.



## Capítulo 5

# Algoritmos para el TNDP

En este capítulo se presentan los diferentes algoritmos hallados en la literatura para la resolución de los modelos de optimización presentados en el Capítulo 3. En muchos casos, los algoritmos resuelven modelos publicados en el mismo trabajo, sin embargo, algunos resuelven modelos presentados en diferentes publicaciones, incluso de otros autores.

No existen algoritmos dentro de esta reseña, que resuelvan los modelos en forma exacta, salvo para el caso de [64], que no se considera estrictamente un modelo para el TNDP. La dificultad de derivar un algoritmo de resolución exacto, se justifica por los siguientes motivos:

- Es un problema de optimización de alta complejidad combinatoria [38]. Por este motivo, es imposible realizar una enumeración completa de las soluciones factibles en un tiempo de cómputo razonable. Esto hace que los métodos exhaustivos no sean aplicables. Adicionalmente, es un problema de variables mixtas, ya que se utilizan variables discretas para representar la composición de los recorridos, y variables continuas para representar las frecuencias, hecho que complica la resolución.
- Es difícil expresar las restricciones y la función objetivo (principalmente cuando se deben representar los intereses de los usuarios) en términos de las variables de decisión, en una notación de programación matemática estándar [15]. Incluso en casos donde es posible contar con una formulación de este tipo (realizando simplificaciones en la definición del problema), la cantidad de variables es elevada [64].

Los algoritmos de resolución para el TNDP hallados en la literatura son todos aproximados, y se pueden agrupar en dos grandes categorías:

- Algoritmos ávidos puros o heurísticas puras. Son algoritmos que construyen una solución en forma incremental, tomando decisiones localmente óptimas, según reglas que se basan generalmente en el conocimiento del problema particular. Por este motivo los resultados obtenidos son “intuitivamente” buenos, sin embargo, estos métodos no garantizan formalmente la obtención de una solución óptima.
- Metaheurísticas. Son algoritmos que combinan heurísticas básicas en esquemas de alto nivel, para realizar eficientemente y efectivamente la exploración de un espacio de búsqueda [9].

La clasificación de los trabajos existentes para el TNDP en estas distintas categorías, coincide con la evolución en el tiempo de los métodos utilizados en otras aplicaciones de

optimización combinatoria. De esta forma, los primeros trabajos consisten en su totalidad en algoritmos ávidos puros, mientras que los más recientes consisten en aplicaciones de metaheurísticas, en particular Algoritmos Genéticos.

Los algoritmos ávidos puros (en adelante heurísticas) para el TNDP, generalmente operan construyendo una solución, agregando de a un componente (nodo o recorrido), tomando decisiones localmente óptimas, y se detienen al encontrar la primer solución factible. Esta solución podrá ser eventualmente mejorada mediante la aplicación de un proceso de mejora. Los algoritmos basados en metaheurísticas para el TNDP, en su gran mayoría utilizan la técnica Algoritmos Genéticos [31], que es una metodología de búsqueda basada en principios de la evolución biológica. Recientemente otra metaheurística (Tabu Search) ha sido propuesta para la resolución del TNDP [24].

Más allá de la diversidad de las propuestas encontradas, es posible distinguir componentes algorítmicas bien definidas, comunes (en propósito) a todos los algoritmos. Estas componentes algorítmicas (o módulos, o subrutinas), operan con las soluciones del problema, con determinados fines específicos. Las componentes identificadas son: construcción, evaluación y mejora de soluciones.

**Construcción** Es donde se construye un conjunto de recorridos con frecuencias asociadas, que satisface la demanda en su totalidad o en una proporción especificada. Los criterios de construcción son variados, siendo los más comunes el de camino más corto entre pares de nodos de alta demanda, y aleatorio en el caso de algoritmos aleatorios. Es un acuerdo que la matriz origen-destino debe ser contemplada en la construcción de soluciones, dado que la disposición de los recorridos debe estar fuertemente relacionada con la estructura de la matriz; por ejemplo, una matriz donde una columna o fila domina a todas las demás debería generar un conjunto radial de recorridos.

**Evaluación** Realiza el cálculo de la función objetivo del modelo para una determinada solución. El modelo de asignación de pasajeros a recorridos a utilizar es un elemento crítico de este componente. El mismo debe reflejar el comportamiento de los pasajeros frente a un conjunto de recorridos, de manera adecuada, pero a un costo computacional razonable, dado que su aplicación será intensa en el contexto del algoritmo de optimización.

**Mejora** Una solución creada por el componente de construcción no es necesariamente un óptimo global, pero tampoco es necesariamente un óptimo local. Por este motivo es posible mejorar la calidad de la solución realizando modificaciones sistemáticas en la misma. La forma en que se realizan las modificaciones puede ser de dos tipos: búsqueda local, donde es necesario definir una estructura de vecindad y una forma de desplazamiento a través de la misma; mejora iterativa, mediante la aplicación repetida de operaciones que buscan corregir la solución.

En la siguiente sección se presenta un estado del arte de algoritmos para la resolución del TNDP, describiendo principalmente las características relacionadas con estos tres componentes algorítmicos mencionados.

```

procedure Construccion(in  $G$ , in  $T$ , out  $recs$ );
01  $recs \leftarrow \emptyset$ ;
02 Sea  $L$  una lista de nodos terminales  $t \in T$ , ordenados en forma decreciente por
   el valor  $\sum_{j=1}^n d_{t_j} t_{t_j}^*$ 
03 while ( $L$  no vacía) do
04    $t \leftarrow$  Primer elemento de  $L$ ;
05   Eliminar primer elemento de  $L$ ;
06    $Q \leftarrow \{t\}$ ;
07   while ( $Q$  no vacía) do
08      $actual \leftarrow$  Primer elemento de  $Q$ ;
09     Eliminar primer elemento de  $Q$ ;
10     for  $i$  in  $adyacentes(actual)$  do
11       if (Existe algún  $r \in recs$ , tal que  $i \in r$  y  $r$  comienza en  $t$ ) then
12         Descartar  $i$ ;
13       end if;
14        $tv_{ti} \leftarrow$  tiempo de viaje en vehículo de  $t$  a  $i$  a través del recorrido
         en expansión;
15       if ( $tv_{ti} \leq (1 + \frac{\alpha(t,i)}{100})t_{ti}^*$ ) then
16          $recs \leftarrow recs \cup \{\text{recorrido en expansión de } t \text{ a } i\}$ ;
17         Agregar  $i$  al final de  $Q$ ;
18       end if;
19     end for;
20   end while;
21 end while;
22 return  $recs$ ;
end Construccion;

```

Figura 5.1: Construcción de recorridos, Ceder y Wilson

## 5.1. Algoritmos

Se presentan los trabajos hallados en la literatura en torno a algoritmos para el TNDP, que resuelven en forma aproximada los modelos presentados en el Capítulo 3. El grado de detalle con que se describen los algoritmos pretende mostrar a grandes rasgos los conceptos utilizados en cada uno, para más detalles es necesario referirse a los trabajos originales donde fueron publicados. En la descripción de estos algoritmos, se presta especial atención a los componentes de construcción, evaluación y mejora de soluciones. Al igual que en la presentación de los modelos, se trata de unificar la notación para la presentación de los pseudocódigos, dado que los diferentes trabajos utilizan diferentes notaciones. En los casos en que se dispone de información sobre casos de prueba, se reportan las principales características de los mismos.

### 5.1.1. Algoritmo de Ceder y Wilson (1986)

En este trabajo [13] se presenta un algoritmo de construcción de recorridos factibles, en el sentido que cumplen individualmente con las restricciones del modelo presentado en el mismo trabajo (Sección 3.2.1, primer fase). Como resultado, este algoritmo produce un conjunto de recorridos candidatos, a partir del cual se selecciona un subconjunto de recorridos como solución. No se propone ningún algoritmo para la resolución del modelo de optimización.

Este algoritmo (Figura 5.1) supone la existencia de un conjunto  $T \subseteq N$  de nodos terminales, y genera recorridos a partir de los mismos, verificando que se cumplan las restricciones de máximo desvío del camino más corto en la red.

El funcionamiento del algoritmo se muestra a través de un caso de ejemplo ficticio, pero no se presentan resultados numéricos provenientes de una implementación computacional.

### 5.1.2. Algoritmo de Baaj y Mahmassani (1991, 1995)

El algoritmo resuelve en forma aproximada el modelo de optimización de los mismos autores, presentado en la Sección 3.2.2. Se compone de tres algoritmos que están implementados en forma independiente:

- *RGA (Route Generation Algorithm)*, genera un conjunto de recorridos  $R$  en base a información de la red y la demanda.
- *TRUST (Transit Route Analyst)*, evalúa las funciones objetivo de los usuarios y los operadores, y determina el conjunto  $F$  de frecuencias que cumplen con la restricción de máximo factor de carga de los buses.
- *RIA (Route Improvement Algorithm)*, realiza modificaciones a una solución  $S = (R, F)$  que producen mejoras en los costos de usuarios y operadores.

En [5] se sugiere una forma de interacción de estos tres algoritmos, que puede ser modificada por el usuario.

El componente de *construcción* (implementado en RGA [6]) es un algoritmo ávido, que se basa en la construcción de recorridos entre pares de nodos con alto valor de demanda (Figura 5.2). Estos recorridos se generan a partir de los caminos más cortos en  $G$  entre estos pares de nodos, e insertando posteriormente nodos adicionales, según criterios predeterminados.

Las siguientes acciones del algoritmo merecen aclaración:

- Línea 10: El filtro de recorridos consiste en eliminar recorridos que están totalmente (o en una gran proporción de sus nodos) contenidos en otros.
- Línea 12: La expansión de un recorrido se realiza insertando nodos seleccionados según una de las siguientes estrategias predeterminadas: máxima demanda, mínimo costo, máxima demanda por costo.
- Línea 14: El valor de  $D_0$  indica la proporción del total de la demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos; la misma puede calcularse en base a *listaPares*, que contiene todos los pares de nodos que no están conectados directamente por recorridos.
- Línea 15: El valor de  $D_{01}$  indica la proporción del total de la demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos o con al menos un transbordo; para su cálculo es necesario hallar los posibles transbordos para pares de nodos que no están comunicados directamente por un recorrido.
- Los valores  $D_0^{min}$  y  $D_{01}^{min}$  imponen restricciones de mínima demanda satisfecha.

El componente de *evaluación* (TRUST [4]) implementa un modelo de asignación con restricciones de capacidad en los buses y costos constantes en los arcos de la red. Este modelo

```

procedure RGA(in  $G$ , in  $D_0^{min}$ , in  $D_{01}^{min}$ , out  $R$ );
01  $R \leftarrow \emptyset$ ;
02  $D_0 \leftarrow 0$ ;
03  $D_{01} \leftarrow 0$ ;
04 Sea listaPares una lista de todos los pares de nodos  $(i, j)$  con  $i, j \in N$ ,
   ordenados en forma decreciente por valor de demanda  $d_{ij}$ ;
05 while  $D_0 < D_0^{min}$  or  $D_{01} < D_{01}^{min}$  do
06    $(i, j) \leftarrow$  Seleccionar primer elemento de listaPares y eliminarlo de la misma;
07    $r \leftarrow$  Construir un recorrido con el camino más corto (tiempo de viaje en vehículo)
     de  $i$  a  $j$  en  $G$ ;
08    $R \leftarrow R \cup \{r\}$ ;
09   Eliminar de listaPares los pares de nodos cuya demanda es satisfecha por  $r$ ;
10   Filtrar recorridos redundantes en solucion;
11   if  $r$  sobrevivió al proceso de filtrado then
12     Expandir recorrido rec mediante inserción de nodos;
13   end if;
14    $D_0 \leftarrow$  Actualizar proporción de demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos;
15    $D_{01} \leftarrow$  Actualizar proporción de demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos
     o con al menos un transbordo;
16 end while;
17 return  $R$ ;
end RGA;

```

Figura 5.2: Construcción de soluciones, Baaj y Mahmassani

considera los transbordos como alternativa factible para pares de nodos que no están conectados por un mismo recorrido. El algoritmo de evaluación calcula la función objetivo para una solución dada, además de varios descriptores de la misma (por ejemplo, porcentaje de demanda directa satisfecha, flujos de transbordo en nodos). El algoritmo calcula además, los valores de las frecuencias, que cumplen con las restricciones del modelo, y minimizan la función objetivo de los operadores.

El componente de *mejora* (RIA [5]) consiste en la aplicación en un orden determinado por el usuario de algoritmo, de las siguientes acciones:

- Eliminación de recorridos con baja utilización o muy cortos.
- Combinación de recorridos, incorporando aquellos con baja utilización a recorridos con alta utilización.
- División de recorridos.
- Intercambio de puntos de transbordo entre pares de recorridos.

El algoritmo de estos autores es probado con distintos casos de prueba en los diferentes trabajos donde ha sido publicado. En [5] se prueban los algoritmos de construcción, evaluación y mejora con el caso de Mandl, que consiste en una red de 15 nodos y 21 arcos, creada como caso de estudio para una ciudad no especificada de Suiza. En [6] se utiliza una red de la ciudad de Austin (Texas), de 140 nodos.

### 5.1.3. Algoritmo de Israeli y Ceder (1993, 1998)

El algoritmo de estos autores [12] resuelve el problema de optimización multiobjetivo presentado en la Sección 3.2.3 mediante la aplicación secuencial de siete componentes, que realizan las siguientes tareas principales: construcción, evaluación y análisis multiobjetivo de soluciones.

1. *Construcción de recorridos.* Genera todos los recorridos factibles entre todo par de nodos terminales previamente identificados, según restricciones de máximo desvío del recorrido más corto y máxima duración de recorrido.
2. *Construcción de recorridos adicionales e identificación de transbordos.* Genera recorridos adicionales, conectando directamente pares de nodos de alta demanda (e insertando tramos adicionales hasta los terminales), e identifica los puntos de transbordo de forma de crear recorridos adicionales para satisfacer totalmente la demanda.
3. *Selección de subconjunto óptimo.* Selecciona el subconjunto óptimo de recorridos, resolviendo un problema de cubrimiento de conjuntos, donde los costos representan las duraciones de los recorridos, y las restricciones, la demanda a ser satisfecha.
4. *Cálculo de costos de usuarios.* Realiza la asignación de la demanda a recorridos, con un criterio de minimización de tiempos de viaje en vehículo. El modelo considera la competencia entre líneas, reflejando la elección de las líneas por parte de los pasajeros mediante una función probabilística.
5. *Cálculo de costos de operadores.* Calcula el tamaño de la flota necesaria para satisfacer la demanda, bajo determinados niveles de frecuencia de pasada en cada recorrido.
6. *Construcción de conjuntos alternativos de recorridos.* El algoritmo propuesto por los autores resuelve un modelo de optimización multiobjetivo, por lo que una solución al mismo consiste en un conjunto de soluciones no dominadas. Dado que el algoritmo en principio produce inicialmente un solo conjunto de recorridos, este componente tiene como propósito la generación de recorridos alternativos, de forma de aumentar la cardinalidad del frente de Pareto hallado. El procedimiento para generar tales soluciones alternativas se basa en la eliminación sucesiva del recorrido “peor contribuyente” a la función objetivo de los usuarios y ejecutando nuevamente el módulo de selección del subconjunto óptimo.
7. *Análisis multiobjetivo.* El propósito de este componente es procesar las soluciones halladas en el componente anterior, de forma de permitir la toma de una decisión con respecto a cual solución adoptar. Una de las tareas que implementa este módulo es el ajuste lineal de la curva costo-beneficio (cálculo del casco convexo del frente de Pareto), de forma de permitir realizar un análisis respecto a la relación entre costos de usuarios y operadores en el frente hallado.

El algoritmo de estos autores es probado con un caso ficticio, consistente en una red de 9 nodos y 13 arcos.



#### 5.1.4. Algoritmo de Pattnaik *et al.* (1998)

Los autores utilizan en su trabajo [50] Algoritmos Genéticos [31] para resolver el modelo de optimización de Baaj y Mahmassani.

El componente de *evaluación* utilizado aplica el modelo de asignación de Baaj y Mahmassani [4] para calcular la función objetivo. El componente de *mejora* está implementado por el propio Algoritmo Genético, cuyo objetivo es seleccionar el subconjunto óptimo de recorridos, de un conjunto numeroso de recorridos candidatos.

El algoritmo de *construcción* del conjunto de candidatos es un componente vital dentro de la totalidad del proceso de optimización, dado que verifica todas las restricciones aplicables a recorridos, además de permitir la incorporación de conocimiento específico de los técnicos (Figura 5.3). Se basa en la generación de recorridos más cortos entre pares de nodos terminales especialmente seleccionados, y posteriormente en la generación de recorridos adicionales obtenidos eliminando sucesivamente cada arco del recorrido más corto original y generando un nuevo recorrido más corto en la red restringida. Restricciones de duración mínima y máxima de recorrido son verificadas ( $t_{min}$  y  $t_{max}$ ). En el proceso de filtrado de recorridos redundantes (línea 13) se verifican restricciones de duplicación de recorrido, desvío del camino más corto ( $des_{max}$ ) y superposición de recorridos ( $sup_{max}$ ).

Los operadores genéticos utilizados son los clásicos de reproducción, cruzamiento y mutación. Los genes en este caso son índices en el conjunto de recorridos candidatos (las frecuencias son determinadas por el algoritmo de asignación). Para la codificación de las soluciones se utilizan dos alternativas: codificación de largo fijo y variable. En una codificación de largo fijo, todas las soluciones (conjuntos de recorridos) tienen la misma cardinalidad; dado que la cantidad de recorridos de la solución óptima no se conoce de antemano, se realiza una iteración externa al proceso de Algoritmos Genéticos, que varía la cardinalidad de las soluciones en un rango especificado. En la codificación de largo variable, se introducen los operadores genéticos específicos de inserción y eliminación de recorrido, cuya aplicación permite variar la cardinalidad de las soluciones.

Este algoritmo es probado con un caso de estudio relativo a la ciudad de Madras (India), con una red de 25 nodos y 39 arcos.

En un trabajo relacionado [61], se resuelve el modelo presentado en la Sección 3.2.7, que es una variante del modelo de optimización de Baaj y Mahmassani. El algoritmo presentado en este trabajo, difiere en la codificación de las variables de decisión para el Algoritmo Genético. Mientras en [50] se codifica solamente la composición de los recorridos, en [61] se codifican tanto los recorridos como las frecuencias. El algoritmo es probado con un caso de estudio para la ciudad de Chennai (India), con una red de 75 nodos y 125 arcos.

#### 5.1.5. Algoritmo de Krishna Rao *et al.* (2000)

En [52] se resuelven los modelos de optimización de los mismos autores, presentados en la Sección 3.2.4. Las acciones de construcción, evaluación y mejora están distribuidas en tres componentes: identificación de corredores, ruteo y programación. Para la resolución de los modelos de optimización se utiliza Algoritmos Genéticos [31] en dos fases, en primera instancia para obtener los recorridos (donde se resuelve el modelo de optimización de objetivos solamente de usuarios, primera fase), y luego para establecer sus frecuencias (resolviendo el modelo de optimización de objetivos de usuarios y operadores, segunda fase).

```

procedure Candidatos(in  $G$ , in  $D$ , in  $t_{min}$ , in  $t_{max}$ , in  $des_{max}$ , in  $sup_{max}$ ,
out  $candidatos$ );
01  $terminales \leftarrow$  Seleccionar nodos de  $G$  en base a información de demanda
    y criterios de los técnicos;
02  $candidatos \leftarrow \emptyset$ ;
03 for  $(i, j)$  in  $terminales \times terminales$  do
04    $r \leftarrow$  Construir un recorrido con el camino más corto (tiempo de viaje en
    vehículo) de  $i$  a  $j$  en  $G$ ;
05   if Duración de  $r$  en  $[t_{min}, t_{max}]$  then
06      $candidatos \leftarrow candidatos \cup \{r\}$ ;
07   end if;
08 end for;
09 for  $rec$  in  $candidatos$  do
10   for  $(a \in A)$  in  $rec$  do
11      $r \leftarrow$  Construir un recorrido con el camino más corto (tiempo de viaje en
    vehículo) entre los extremos de  $rec$  en  $G - a$  (red resultante de
    eliminar temporalmente el arco  $a$ );
12      $candidatos \leftarrow candidatos \cup \{r\}$ ;
13     Filtrar recorridos redundantes en  $candidatos$  según  $des_{max}$  y  $sup_{max}$ ;
14   end for;
15 end for;
16 return  $candidatos$ ;
end Candidatos;

```

Figura 5.3: Construcción de recorridos candidatos, Pattnaik *et al.*

El componente de *identificación de corredores* encuentra los recorridos  $r$  de mayor preferencia por parte de los usuarios, asumiendo que estos desean viajar a través de su camino más corto en la red  $G$  (Figura 5.4). Para cada recorrido  $r$  se calcula su flujo medio  $\bar{\phi}_r$ , que se compara con un valor mínimo  $\phi_{min}$  que representa un criterio de aceptación del recorrido, como un corredor importante.

El algoritmo de identificación de corredores, produce como salida un conjunto de recorridos, cuyos extremos (pares de nodos) son tomados como entrada por el algoritmo de *ruteo*. Este componente utiliza Algoritmos Genéticos para producir un conjunto de recorridos, donde cada gen es un ordinal que representa un camino posible para cada uno de los pares de nodos extremos de los corredores. El conjunto de caminos posibles para un par de nodos determinado  $(i, j)$  está compuesto por los  $k$  caminos más cortos de  $i$  a  $j$  en  $G$ . De esta forma el algoritmo genético selecciona para cada par de nodos extremos de los corredores, un valor en el conjunto  $[1, \dots, k]$ , con  $k$  predeterminado. Adicionalmente el algoritmo aplica un modelo de asignación similar al de Baaj y Mahmassani [4], para obtener los requerimientos de frecuencias en cada recorrido.

El algoritmo de *programación* produce las frecuencias asociadas a cada uno de los recorridos de la solución producida por el algoritmo de ruteo. Para ello utiliza nuevamente Algoritmos Genéticos, donde los genes representan las frecuencias, asignando un bajo valor de aptitud a aquellas que no cumplen con un factor de carga predeterminado.

Los operadores genéticos utilizados en ambos algoritmos son los clásicos de reproducción, cruzamiento y mutación.

Estos algoritmos son probados con el caso de Mandl, reproducido en [5].

```

procedure Corredores(in  $G$ , in  $D$ , in  $t_{min}$ , in  $t_{max}$ , in  $\phi_{min}$ , out  $corredores$ );
01 Hallar matriz de costos  $C^* = \{c_{ij}^*\}$  de los caminos más cortos entre todo par
    de nodos en  $G$ ;
02 Sea  $listaPares$  una lista de todos los pares de nodos  $(i, j)$  de  $G$  tales que
     $t_{min} \leq c_{ij}^* \leq t_{max}$ , y al menos un nodo es un alto generador de viajes,
    ordenados en forma decreciente por valor de costo  $c_{ij}^*$ ;
03  $D^{aux} \leftarrow D$ ;
04  $corredores \leftarrow \emptyset$ ;
05 while  $listaPares$  no vacía do
06    $(i, j) \leftarrow$  Seleccionar primer elemento de  $listaPares$  y eliminarlo de la misma;
07    $r \leftarrow$  Construir un recorrido con el camino más corto (tiempo de viaje en
     vehículo) de  $i$  a  $j$  en  $G$ ;
08   Asignar las demandas  $d_{ij}^{aux}$  y  $d_{uv}^{aux}$  de todos los nodos  $u, v \in r$ ;
09   if  $\bar{\phi}_r \geq \phi_{min}$  then
10      $corredores \leftarrow corredores \cup \{r\}$ ;
11      $d_{ij}^{aux} \leftarrow 0$ ;
12   end if;
13 end while;
14 return  $corredores$ ;
end Corredores;

```

Figura 5.4: Identificación de corredores, Krishna Rao *et al.*

### 5.1.6. Algoritmo de Gruttner *et al.* (2002)

El algoritmo de [32] resuelve el modelo de optimización de los mismos autores, presentado en la Sección 3.2.5, utilizando Algoritmos Genéticos [31]. Los componentes de construcción, evaluación y mejora se distinguen naturalmente en el proceso de optimización.

El algoritmo de *construcción* crea un conjunto de recorridos de cardinalidad especificada. La construcción es aleatoria, de forma de crear una población inicial uniformemente distribuida. En este proceso (Figura 5.5) se asume que existen dos nodos particulares en la red ( $O$  y  $D$ , adyacentes a todos los otros nodos de la red) tales que todo recorrido debe comenzar en  $O$  y terminar en  $D$ .

El componente de *evaluación* calcula los términos de la función objetivo, aplicando un modelo de asignación que utiliza un modelo logit para distribuir la demanda entre las distintas líneas. De este modo, se obtiene la proporción de demanda  $d_{ij}$  que utiliza la línea  $L$  como

$$P_{ijL} = \frac{e^{U_{ijL}}}{\sum_{k=1}^{r+1} e^{U_{ijk}}}$$

donde  $U$  son las utilidades, calculadas como funciones lineales de los tiempos de acceso, viaje y espera, y la tarifa cobrada por la línea.

El componente de *mejora* se implementa mediante los operadores clásicos de Algoritmos Genéticos de selección, cruzamiento y mutación, codificando en cada gen la composición nodal de cada recorrido. El operador de selección aplica la regla aleatoria clásica de selección, sorteando con una distribución que asigna a cada individuo una probabilidad proporcional a su valor de aptitud. Para el operador de cruzamiento se utiliza el enfoque clásico, modificado para respetar las adyacencias de los nodos, de forma de no generar soluciones no factibles. El operador de mutación selecciona un recorrido, que será reemplazado en su totalidad por otro, generado utilizando el mismo procedimiento aleatorio de

```

procedure Construccion(in  $G$ , in  $MaxRecs$ , out  $R$ );
01 repeat
02    $R \leftarrow \emptyset$ ;
03    $seguir \leftarrow \mathbf{true}$ ;
04    $r \leftarrow \{O\}$ ;
05    $actual \leftarrow O$ ;
06   repeat
07      $adys \leftarrow$  Nodos adyacentes a  $actual$  en  $G$  que no estén en  $r$ ;
08     if  $adys = \emptyset$  then
09        $seguir \leftarrow \mathbf{false}$ ;
10     else
11        $nuevo \leftarrow$  Seleccionar aleatoriamente un elemento de  $adys$ ;
12       Agregar  $nuevo$  a  $r$ ;
13        $actual \leftarrow nuevo$ ;
14     end if;
15   until  $actual = D$  or not  $seguir$ ;
16   Agregar  $D$  a  $r$ ;
17    $R \leftarrow R \cup \{r\}$ ;
18 until  $|R| = MaxRecs$ ;
19 return  $R$ ;
end Construccion;

```

Figura 5.5: Construcción de recorridos, Gruttner *et al.*

generación.

En [33] se prueba este algoritmo con un caso de estudio para la ciudad de Los Angeles, Chile, con una red de 191 nodos.

### 5.1.7. Algoritmo de Ngamchai y Lovell (2003)

En este trabajo [46], los autores utilizan Algoritmos Genéticos [31] para resolver el modelo de optimización de su autoría, que se presenta en la Sección 3.2.6. Los componentes de construcción, evaluación y mejora están bien identificados.

Para la *construcción* de la población inicial (que consiste en un conjunto de soluciones diferentes) se utiliza un algoritmo de reglas aleatorias. La construcción del primer recorrido de una solución se presenta en la Figura 5.6. Todos los sorteos aleatorios del algoritmo se realizan con distribuciones uniformes, lo que garantiza una población inicial uniformemente distribuida para el proceso evolutivo (la matriz de demandas no es contemplada). El algoritmo de generación para los siguientes recorridos de una solución es similar, modificándose la regla de elección del primer nodo.

El proceso de *mejora* es efectuado por el Algoritmo Genético, que utiliza una serie de operadores específicos del problema, que se aplican a recorridos seleccionados aleatoriamente en cada iteración. A continuación se describen los principales:

- *División de recorridos.* Intenta corregir recorridos con diferencias importantes de flujo transportado a través de su trazado. Se selecciona el recorrido con mayor diferencia entre sus dos arcos de menor flujo y si esta diferencia es mayor que un valor establecido, el recorrido se divide en tres, uno formado por el arco de menor flujo, y los dos resultantes de eliminar dicho arco del recorrido original.

```

procedure Construccion(in  $G$ , in  $P_e$ , out  $r$ );
01  $u \leftarrow$  Seleccionar aleatoriamente un nodo de  $G$ ;
02  $v \leftarrow$  Seleccionar aleatoriamente un nodo adyacente a  $u$  en  $G$ ;
03  $r \leftarrow$  Construir un recorrido con  $\{u,v\}$ ;
04  $terminar \leftarrow$  false;
05 while ( $sorteo \in [0, 1] > P_e$  and not  $terminar$  do
06    $x \leftarrow$  Determinar aleatoriamente un extremo de  $r$ ;
07    $candidatos \leftarrow$  {Nodos libres adyacentes a  $x$ }  $\cup$  {extremo opuesto a  $x$  en  $G$ };
08    $y \leftarrow$  Seleccionar aleatoriamente un elemento de  $candidatos$ ;
09   Agregar  $y$  a  $r$ ;
10   if Se agregó extremo opuesto then
11      $terminar \leftarrow$  true;
12   end if;
13 end while;
14 return  $r$ ;
end Construccion;

```

Figura 5.6: Construcción de recorridos, Ngamchai y Lovell

- *Generación de recorridos.* Con un objetivo similar al del anterior, este operador identifica el recorrido con mayor diferencia entre sus dos arcos de mayor flujo y si esta diferencia es significativa, se crea un nuevo recorrido formado por el arco de mayor flujo. Este recorrido coexistirá con el original, pero con un mayor valor de frecuencia.
- *Adición de arco.* Este operador verifica la existencia de arcos no utilizados en recorridos, que conecten directamente pares de nodos de alta demanda. Cada vez que se invoca este operador, identifica estos arcos, y en caso de existir un valor alto de demanda entre sus nodos extremos, crea un recorrido formado por este arco.
- *Sustracción de arco.* Este operador verifica la existencia de arcos de bajo flujo en recorridos. Inicialmente se consideran todos los arcos que forman parte de recorridos, excepto aquellos que de ser removidos produzcan resultados como ser nodos inalcanzables. Si  $\bar{A}$  es el conjunto de estos arcos, se selecciona el arco a ser removido con una probabilidad calculada como

$$\text{Prob}\{\text{elegir } a \in \bar{A}\} = \frac{1}{|\bar{A}| - 1} \left( 1 - \frac{\phi_a}{\sum_{a \in \bar{A}} \phi_a} \right)$$

donde  $\phi_a$  es el flujo en el arco  $a$ . El arco seleccionado de esta forma se elimina del recorrido al que pertenece, sustituyéndose el recorrido original por los dos resultantes.

- *Cruzamiento de recorridos.* Es similar al operador estándar de cruzamiento, con algunas adaptaciones. En su aplicación se selecciona un recorrido de forma aleatoria y se analizan todos los recorridos que lo intersectan. Los recorridos involucrados se dividen en los puntos de intersección y las “mitades” se recombinan con un criterio de ahorro potencial de transbordo de demanda.
- *Punto de transbordo* De forma similar que el operador anterior, se identifican intersecciones entre recorridos. Este operador trata de cambiar los puntos de intersección

entre pares de recorridos, analizando nodos adyacentes a los nodos de intersección. El criterio para realizar los cambios de intersecciones es también de ahorro potencial de transbordo de demanda.

El componente de *evaluación* aplica un modelo de asignación de tipo todo o nada, es decir, los pasajeros utilizan solamente la línea que los transporta con el menor tiempo de viaje en vehículo posible. Bajo estas hipótesis, es posible determinar las frecuencias a partir de una expresión obtenida para la optimización de la función objetivo. En casos de recorridos que comparten puntos de transbordo se utiliza un modelo de coordinación de frecuencias.

Este algoritmo es probado con el caso de prueba de la ciudad de Madras (India) publicado en [50].

#### 5.1.8. Algoritmo de Agrawal y Tom (2004)

En [1] se resuelve el modelo de optimización propuesto en [61], con un Algoritmo Genético paralelo. La estructura general del algoritmo (codificación, operadores) se basa en el propuesto en [61], y se utilizan dos modelos diferentes de paralelización: GPVM (Global Parallel Virtual Machine) y GMPI (Global Message Passing Interface). En ambos casos, la estrategia de paralelización consiste en distribuir las tareas de la evaluación de la función objetivo de cada individuo (solución) de la población en las distintas unidades de procesamiento. Existe un proceso maestro que ejecuta el cuerpo principal del algoritmo genético, y distribuye y coordina la evaluación de la función objetivo, que es la operación que insume la mayor proporción del tiempo total de procesamiento. Esta estrategia se implementa en los modelos de procesamiento paralelo PVM y MPI, que difieren en la forma de intercomunicación entre los procesos.

Este trabajo constituye la primer aplicación de técnicas de computación paralela a la resolución del TNDP. Como caso de prueba se utiliza un modelo de la ciudad de New Delhi, capital de India, con una red de 1332 nodos y 4076 arcos, que es un caso de grandes dimensiones. Los tiempos de ejecución se reducen hasta en un 90 % con respecto a la versión secuencial del algoritmo, utilizando una cantidad de 18 procesadores.

#### 5.1.9. Algoritmo de Fan y Machemehl (2004)

En [24] se resuelve el modelo presentado en 3.2.8, utilizando la metaheurística Tabu Search. A grandes rasgos, el algoritmo parte de un conjunto de recorridos candidatos, a partir del cual se selecciona un subconjunto que constituye la solución inicial. Con un mecanismo de Tabu Search se realiza una búsqueda local, que sustituye recorridos en la solución.

El componente de *construcción* utiliza los algoritmos de Dijkstra y de Yen, para el cálculo de los  $k$  caminos más cortos entre pares de nodos. De esta forma se genera un conjunto de recorridos de gran cardinalidad, a partir del cual se seleccionarán para incluirse en la solución. El componente de *evaluación* implementa un modelo de asignación muy similar al de Baaj y Mahmassani. El componente de *mejora* aplica la estrategia Tabu Search, con la siguiente estructura de vecindad: una solución  $S' = (R', F')$ , con  $R' = (r'_1, \dots, r'_r)$  se considera perteneciente a la vecindad de  $S = (R, F)$  con  $R = (r_1, \dots, r_r)$ , si  $R$  y  $R'$  difieren solamente en un recorrido (de índice  $k \in [1..r]$ ), y  $r'_k$  es similar en su composición nodal a  $r_k$ . La existencia de recorridos con similar composición nodal se logra debido a la utilización de algoritmo de Yen, que genera los  $k$  caminos más cortos entre todo par de nodos de la red.

El algoritmo es probado con un caso experimental, que consta de una red de 35 nodos y 82 arcos. Este trabajo constituye la primer aplicación de una metaheurística diferente de Algoritmos Genéticos en la resolución del TNDP; en [23] los mismos autores utilizan también la metaheurística Simulated Annealing, con el mismo esquema de vecindades.

#### 5.1.10. Algoritmos para variantes del TNDP

En [64] se propone una formulación de programación matemática para una variante simplificada del TNDP, y se resuelve en forma exacta utilizando el software CPLEX [35]. El problema resuelto no incluye los intereses de los usuarios como parte de la función objetivo, por lo que no se considera estrictamente referente al TNDP. El caso de prueba es ficticio, consistente en una red de 10 nodos y 19 arcos, y una matriz origen-destino con 9 elementos no nulos. El modelo generado a partir de este caso utilizando la formulación propuesta, consta de 363 variables binarias, 30 variables enteras y 303 variables continuas. No se reportan tiempos de ejecución. La importancia de este trabajo radica en que es el primero encontrado en la literatura consultada, que logra una formulación de programación matemática en el sentido estricto para una variante simplificada del TNDP.

En [68] se proponen varios algoritmos para la resolución del problema de la determinación de los recorridos; las frecuencias no se consideran variables de decisión. La función objetivo plantea la minimización de los transbordos necesarios. El modelo de optimización subyacente no considera explícitamente los intereses de los usuarios y los operadores. Este trabajo se considera importante, dado el aporte que presenta en la definición de la vecindad de una solución (que consiste en un conjunto de recorridos), para la realización de las diferentes propuestas de búsqueda local. Esta estructura de vecindad es utilizada en los diferentes algoritmos propuestos: Greedy Search, Hill Climbing Search, Simulated Annealing y Tabu Search. El caso de prueba utilizado es un caso real, relativo al condado de Miami-Dade, caso que da origen a este trabajo. La información referente al mismo, consiste en una red detallada compuesta por 2804 nodos y 4300 arcos.

## 5.2. Características de los algoritmos

Los algoritmos estudiados en este trabajo para la resolución del TNDP son en su gran mayoría aproximados. Cronológicamente, las primeras propuestas consisten en heurísticas puras, mientras que las últimas aplicaciones se basan en la utilización de metaheurísticas, especialmente Algoritmos Genéticos. El uso de métodos aproximados se debe a diferentes fuentes de dificultad que presenta la resolución del problema.

En la estructura de la mayoría de los algoritmos reseñados, se distinguen tres componentes bien definidas: construcción, evaluación y mejora de soluciones. En la primera se genera una solución consistente en un conjunto de recorridos, que verifica un subconjunto de las restricciones del modelo de optimización; generalmente no se determinan los valores de las frecuencias en este componente. La evaluación aplica el modelo de asignación de pasajeros a recorridos, y calcula los valores de la función objetivo; generalmente también determina valores factibles para las frecuencias. Para el componente de mejora, se distinguen tres casos en los algoritmos presentados: i) en las heurísticas puras su presencia es inexistente, dado que estas generalmente consisten en algoritmos ávidos que construyen una única solución, ii) en casos donde se utiliza Algoritmos Genéticos, el componente de mejora es implementado por el mecanismo evolutivo propio de la técnica; los diferen-

tes trabajos se diferencian por la codificación utilizada para los genes y los operadores genéticos utilizados (clásicos, específicos del problema), iii) en casos donde se utilizan metaheurísticas que implican la realización de búsquedas locales, la definición de la estructura de vecindad es el aspecto más importante.

La diversificación de la búsqueda en el espacio de soluciones factibles es un aspecto clave el contexto de los algoritmos aproximados existentes para el TNDP. En casos donde se utiliza Algoritmos Genéticos, esta diversificación se logra mediante el mecanismo evolutivo propio de la técnica. En los algoritmos que implican búsquedas locales, la definición de la estructura de la vecindad plantea una dificultad. Se observa que existen altas probabilidades de que la realización de pequeños cambios en una solución factible produzcan una solución no factible, principalmente respecto a las restricciones de satisfacción de demanda.

En casos donde se resuelve un modelo de optimización multiobjetivo, no existen antecedentes en el uso de metaheurísticas existentes diseñadas para tal fin [19, 22]. Los métodos utilizados son: algoritmo específico de generación de soluciones alternativas de compromiso [38] y variación de los coeficientes de ponderación de las diferentes funciones objetivo [32].

Respecto a los casos de prueba y resultados numéricos, se observa que no existe un caso de prueba estándar utilizado para la comparación de los diferentes algoritmos propuestos. El caso más usado es el de Mandl, que cuenta con las siguientes características: es de dimensiones reducidas (15 nodos y 21 arcos), se encuentra bien documentado y cuenta con resultados numéricos publicados en diferentes trabajos.

En el Cuadro 5.1 se presenta un resumen de las principales características de los algoritmos reseñados.



<i>Algoritmo</i>	<i>Año</i>	<i>Tipo</i>	<i>Construcción</i>	<i>Mejora</i>	<i>Pruebas</i>
Céder y Wilson	1986	ávido puro	enumeración exhaustiva con restricciones	no se propone	no se propone
Baaaj y Mahmassani	1991, 1995	ávido puro	caminos más cortos entre pares de nodos de alta demanda	modificación de recorridos según parámetros de largo y ocupación de buses	Mandl (15 nodos, 21 arcos) y Austin, Estados Unidos (140 nodos)
Israeli y Ceder	1993, 1998	ávido puro	enumeración exhaustiva con restricciones	no se propone	caso ficticio (9 nodos, 13 arcos)
Pattnaik <i>et al.</i>	1998	Algoritmos Genéticos	caminos más cortos entre pares de nodos, y caminos alternativos	operadores genéticos clásicos (cada gen es un recorrido)	Madras, India (25 nodos, 35 arcos)
Krishna Rao <i>et al.</i>	2000	Algoritmos Genéticos	caminos más cortos entre pares de nodos	operadores genéticos clásicos (cada gen es un recorrido)	Mandl (15 nodos, 21 arcos)
Gruttner <i>et al.</i>	2002	Algoritmos Genéticos	recorridos aleatorios con distribución uniforme	operadores genéticos clásicos (cada gen es un nodo)	Los Angeles, Chile (191 nodos)
Ngamchai y Lovell	2003	Algoritmos Genéticos	recorridos aleatorios con distribución uniforme	operadores genéticos específicos (cada gen es un recorrido)	Madras, India (25 nodos, 39 arcos)
Agrawal y Tom	2004	Algoritmos Genéticos	caminos más cortos entre pares de nodos, y caminos alternativos	operadores genéticos clásicos (cada gen es un recorrido), implementación paralela	Nueva Delhi, India (1332 nodos, 4076 arcos)
Fan y Machemehl	2004	Tabu Search	$k$ caminos más cortos entre pares de nodos	búsqueda local (dos soluciones son vecinas si difieren en un solo recorrido, una proporción especificada de sus nodos)	caso ficticio (35 nodos, 82 arcos)

Cuadro 5.1: Resumen de principales características y comparación de algoritmos para el TNDP



## Capítulo 6

# GRASP multiobjetivo para el TNDP

El algoritmo propuesto resuelve en forma aproximada el modelo de optimización planteado en el Capítulo 4. Para el diseño del mismo se buscó atacar los siguientes aspectos que no han sido tratados en forma simultánea en trabajos anteriores:

- Tratamiento del modelo multiobjetivo.
- Consideración explícita de las frecuencias como variables de decisión.
- Diversificación en la exploración del espacio de soluciones factibles.

El algoritmo está basado en la metaheurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures) [53], que ha probado ser efectiva en la resolución de un número importante de problemas de optimización combinatoria [26].

### 6.1. GRASP

GRASP (Procedimientos de Búsqueda Ávidos Aleatorios Adaptativos) es una metaheurística diseñada para resolver problemas de optimización combinatoria. Se basa en la ejecución repetida de un procedimiento de construcción de soluciones, en combinación con una búsqueda local que intenta mejorar la calidad de las mismas (Figura 6.1).

```
procedure GRASP(in  $E$ , in  $MaxIteraciones$ , in  $\alpha$ , out  $S$ );  
01  $S \leftarrow \emptyset$ ;  
02 for  $i = 1$  to  $MaxIteraciones$  do  
03   ConstruccionAvidaAleatoria( $E$ ,  $\alpha$ ,  $i$ ,  $S_i$ );  
04   BusquedaLocal( $S_i$ ,  $S_i$ );  
05    $S \leftarrow$  Actualizar mejor solución con  $S_i$  según criterio de optimización;  
06 end for;  
07 return  $S$ ;  
end GRASP;
```

Figura 6.1: GRASP, estructura general

```

procedure ConstrucionAvidaAleatoria(in  $E$ , in  $\alpha$ , in  $semilla$ , out  $S$ );
01  $i \leftarrow 0$ ;
02  $S_i \leftarrow \emptyset$ ;
03 while  $S_i$  no es una solución completa do
04    $l_i \leftarrow$  Elementos de  $E$  que pueden ser agregados a  $S_i$  manteniendo factibilidad;
05    $lrc_i \leftarrow$  Elementos  $e'$  de  $l_i$  tales que  $f(e') \leq f^{min} + \alpha(f^{max} - f^{min})$ ;
06    $e \leftarrow$  Elemento de  $lrc_i$  seleccionado aleatoriamente según  $semilla$ ;
07    $S_{i+1} \leftarrow S_i \cup \{e\}$ ;
08    $i \leftarrow i + 1$ ;
09 end while;
10  $S \leftarrow S_i$ ;
11 return  $S$ ;
end ConstrucionAvidaAleatoria;

```

Figura 6.2: Construcción ávida aleatoria

Un procedimiento ávido (*greedy*) de construcción de soluciones para un problema de optimización combinatoria  $P$  (asumido de minimización, de objetivo único), genera una solución factible  $S$  para  $P$  de forma iterativa, incorporando en cada paso  $i$  de la iteración, un elemento  $e$  a la solución en construcción  $S_i$ . El elemento  $e$  es seleccionado de un dominio  $E$  de forma de optimizar una función  $f$  (costo incremental), que no necesariamente coincide con la función objetivo del problema de optimización original  $P$ . En una estrategia ávida pura (*pure greedy*), si  $l_i$  es una lista de elementos candidatos de  $E$  que pueden ser agregados a  $S_i$  manteniendo su factibilidad, se selecciona el elemento  $e \in E$  de  $l_i$  que optimiza la función  $f$  en el paso  $i$ . En una estrategia ávida aleatoria (*greedy randomized*), el elemento  $e$  se selecciona de un subconjunto de  $l_i$ , denominado lista restringida de candidatos (*lrc*). La lista restringida de candidatos en el paso  $i$  del proceso de construcción de soluciones ( $lrc_i$ ), puede ser construida según un número especificado de elementos (criterio basado en cardinalidad) o teniendo en cuenta la calidad de los mismos (criterio basado en valor). En el primer caso, la lista está formada por los  $p$  elementos con los mejores costos incrementales en la iteración  $i$  de construcción (función  $f_i$ ), donde  $p$  es un parámetro. En el segundo caso (criterio utilizado por defecto en este informe), está formada con todos los elementos  $e'$  de  $l_i$  tales que  $f_i(e') \leq f^{min} + \alpha(f^{max} - f^{min})$ , donde  $f^{min}$  y  $f^{max}$  son los valores mínimo y máximo respectivamente de la función  $f$  en la iteración  $i$  (evaluada sobre todos los elementos de  $l_i$ ), y  $\alpha \in [0, 1]$  es un parámetro. Una vez construida la lista  $lrc_i$ , se selecciona aleatoriamente (usualmente con distribución uniforme) un elemento  $e$  de la misma, que será incorporado a la solución en construcción  $S_i$ . En cada nueva iteración  $i$  del proceso de construcción, se vuelve a evaluar la función  $f$ , dado que para un mismo elemento  $e \in E$ , el valor  $f_i(e)$  (valor de  $f$  en la iteración  $i$ ) puede ser diferente a su valor en la iteración anterior ( $f_{i-1}(e)$ ); este es el aspecto adaptativo (*adaptive*) de GRASP. En la Figura 6.2 se presenta un pseudocódigo de construcción ávida aleatoria, donde el parámetro  $semilla$  es la semilla utilizada para la selección aleatoria del elemento  $e$ .

Una solución  $S$  obtenida mediante una construcción ávida aleatoria no es necesariamente un óptimo global para el problema  $P$ . Tampoco es necesariamente un óptimo local con respecto a una determinada estructura de vecindad. Por este motivo, la aplicación de un procedimiento de búsqueda local puede lograr una mejora en la calidad de la solución. Una búsqueda local requiere la definición de una estructura de vecindad  $V$ , donde se ex-

```

procedure BusquedaLocal(in  $S$ , out  $S^*$ );
01  $actual \leftarrow S$ ;
02  $i \leftarrow 0$ ;
03 while  $actual$  no localmente óptima do
04    $V_i \leftarrow$  Vecindad de  $actual$ ;
05    $mejor \leftarrow$  Elemento de  $V_i$  mejor que  $actual$ ;
06    $actual \leftarrow mejor$ ;
07    $i \leftarrow i + 1$ ;
08 end while;
09  $S^* \leftarrow actual$ ;
10 return  $S^*$ ;
end BusquedaLocal;

```

Figura 6.3: Búsqueda local

ploran soluciones que eventualmente mejoren el costo de la solución. Un procedimiento de búsqueda local, explora y avanza a través de sucesivas vecindades hasta que se cumple un determinado criterio de parada. En la Figura 6.3 se presenta un pseudocódigo de búsqueda local. Una solución  $S'$  perteneciente a la vecindad  $V$  de  $S$  es mejor que  $S$ , si  $F(S') < F(S)$ , donde  $F$  es la función objetivo del problema de optimización (minimización)  $P$ .

La aplicación de una construcción ávida pura generalmente produce una solución sin realizar una exploración del espacio de soluciones factibles. En el contexto de GRASP, la construcción de soluciones implica la toma de decisiones que dependen de una variable aleatoria. Esto permite que a partir de distintas muestras de dicha variable, se obtengan distintas trayectorias de exploración del espacio de soluciones factibles. Esta diversificación en la búsqueda aumenta las chances de obtener una mejor solución. La metodología GRASP (Figura 6.1) consiste en repetir la ejecución de la construcción ávida aleatoria una cantidad fija preestablecida de pasos, especificada por el parámetro *MaxIteraciones*. En cada una de las ejecuciones de la construcción se aplica posteriormente una búsqueda local.

Desde un punto de vista conceptual [9], GRASP puede clasificarse como un método basado en trayectorias, dado que el proceso de búsqueda de soluciones adoptado puede ser caracterizado por una trayectoria en el espacio de soluciones. En contraposición, los métodos basados en poblaciones, mantienen un conjunto de soluciones que evoluciona mediante operaciones de (entre otras) combinación (Evolutionary Computation) y construcción guiada (Ant Colony Optimization). Otras metaheurísticas basadas en trayectorias son Iterative Improvement, Simulated Annealing y Tabu Search. Dentro del grupo de los métodos basados en trayectorias, GRASP puede ubicarse en el subgrupo de los métodos de búsqueda local exploratoria. Otras metaheurísticas de este tipo son Variable Neighborhood Search, Guided Local Search e Iterated Local Search.

Al aumentar la cantidad de iteraciones (*MaxIteraciones*) en GRASP, la calidad de la solución final obtenida tiene chances de mejorar, dado que hay una mayor diversificación en la búsqueda. La diversificación también está controlada por el parámetro  $\alpha$ ; para valores pequeños del mismo, el comportamiento del algoritmo será más cercano al de una construcción ávida pura (que se da para  $\alpha = 0$ ), mientras que para valores crecientes de  $\alpha$  la diversificación aumenta. La elección del valor del parámetro *MaxIteraciones* está directamente relacionada con el esfuerzo computacional que se disponga realizar. La elección

del mejor valor para  $\alpha$  generalmente requiere un proceso de calibración, que depende de cada problema particular [51].

## 6.2. GRASP en optimización multiobjetivo

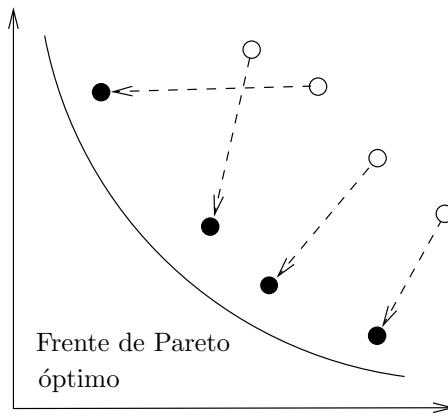
En la resolución de un modelo de optimización multiobjetivo, el resultado esperado es un conjunto de soluciones, que conforman el conjunto óptimo o frente de Pareto. La metaheurística GRASP ha sido propuesta originalmente para problemas de optimización de objetivo único; para problemas de optimización multiobjetivo se encontraron pocas referencias [22]. En particular, ha sido aplicada a la resolución de la versión multiobjetivo del problema de la mochila [7, 59]. Por ser un método basado en trayectorias, un aspecto clave en el diseño del algoritmo en este contexto es la estrategia de búsqueda local. En este sentido, existen numerosos trabajos acerca de técnicas de búsqueda local para optimización multiobjetivo [22]. El enfoque utilizado en la mayoría de los casos, considera un mecanismo de agregación de los objetivos, generalmente consistente en una suma ponderada de las funciones objetivo, mediante un vector de pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ . En cada paso de la búsqueda local, el procedimiento proyecta los vecinos de la solución actual en el espacio de los objetivos, en la dirección de búsqueda  $\lambda$ , optimizando un problema de objetivo único. Esta estrategia es repetida en varias direcciones de búsqueda (distintos vectores  $\lambda$ ). Consistente con estos conceptos, en este trabajo se utiliza la siguiente estrategia:

- En cada iteración GRASP, una solución  $S$  es construida utilizando un procedimiento de construcción ávido aleatorio.
- Partiendo de la solución  $S$  construida, se inicia un procedimiento de búsqueda local, que avanza según una dirección  $\lambda$  en el espacio de los objetivos, determinada en forma aleatoria, diferente para cada iteración GRASP.

De esta forma, el algoritmo busca cumplir con los requerimientos de cercanía y diversidad de un frente de Pareto aproximado (Apéndice A), con respecto al frente óptimo [19] (Figura 6.4). La cercanía se busca lograr mediante las ideas intuitivas del procedimiento de construcción y mediante el avance de la búsqueda local hacia soluciones mejores. La diversidad se busca lograr directamente a través de las direcciones aleatorias de búsqueda  $\lambda$ . La manipulación de los parámetros  $\alpha$  y *MaxIteraciones* que controlan la diversificación, contribuyen indirectamente a lograr cercanía y diversidad en el frente de Pareto hallado. Según lo descrito, la estrategia propuesta sigue en líneas generales, la plataforma genérica de búsqueda local multiobjetivo propuesta en [17]. En la Figura 6.5 se presenta un pseudocódigo del algoritmo, donde  $P$  es el frente de Pareto aproximado que produce como resultado.

## 6.3. GRASP para el TNDP

En este trabajo se propone un algoritmo para la resolución en forma aproximada del modelo propuesto en el Capítulo 4 para el TNDP, basado en la metaheurística GRASP. El resultado producido por el algoritmo es un frente de Pareto aproximado, compuesto por todas las soluciones  $S = (R, F)$  no dominadas encontradas. El algoritmo está diseñado en base a tres componentes principales:



- Soluciones obtenidas mediante el procedimiento de construcción
- Soluciones obtenidas mediante el procedimiento de búsqueda local

Figura 6.4: Búsqueda del frente de Pareto óptimo

```

procedure GRASPMultiobjetivo(in  $E$ , in  $MaxIteraciones$ , in  $\alpha$ , out  $P$ );
01  $P \leftarrow \emptyset$ ;
02 for  $i = 1$  to  $MaxIteraciones$  do
03   ConstruccionAvidaAleatoria( $E$ ,  $\alpha$ ,  $i$ ,  $S_i$ );
04    $\lambda \leftarrow$  Generar aleatoriamente un vector de pesos;
05   BusquedaLocal( $S_i$ ,  $\lambda$ );
06    $P \leftarrow$  Actualizar el frente con todas las soluciones de la trayectoria de búsqueda;
07   Eliminar soluciones dominadas de  $P$ ;
08 end for;
09 return  $P$ ;
end GRASPMultiobjetivo;

```

Figura 6.5: GRASP para optimización multiobjetivo

- *Construcción de soluciones.* Genera un conjunto  $R$  de recorridos en base a la información de la red  $G$  y de la matriz origen-destino  $D$ , que verifican un subconjunto de las restricciones del modelo de optimización.
- *Evaluación de soluciones.* Aplica un modelo de asignación de pasajeros a recorridos, para calcular los valores de las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$ . Adicionalmente calcula las frecuencias mínimas factibles según las restricciones del modelo de optimización.
- *Mejora de soluciones.* Aplica un procedimiento de búsqueda local multiobjetivo sobre el conjunto de frecuencias  $F$ , tomadas de un conjunto discreto de valores.

Estas componentes se articulan en el marco general de la metodología GRASP, adaptada en este trabajo para el caso de un modelo de optimización multiobjetivo. El tratamiento de los recorridos en una primer fase, y de las frecuencias en una fase posterior del algoritmo, sigue la línea de la mayoría de los algoritmos relevados en el Capítulo 5. Esta estrategia es utilizada como forma de simplificar la resolución de la totalidad del problema, que implica el tratamiento de variables de decisión de diferente naturaleza (discretas y continuas).

### 6.3.1. ¿Por qué GRASP?

Dadas las fuentes de dificultad de la resolución del TNDP (Sección 2.4), se descartó desde un principio el diseño de un algoritmo exacto. La mayoría de los algoritmos aproximados basados en metaheurísticas presentados en el Capítulo 5 utilizan Algoritmos Genéticos; al momento de la realización del relevamiento bibliográfico, solamente un trabajo hace uso de otra metaheurística (Tabu Search). Era de interés en este trabajo, continuar la exploración de la aplicación de otras metaheurísticas en la resolución del TNDP, que han probado ser efectivas en la resolución de otros problemas de optimización combinatoria. Por otro lado, en este trabajo se realizaron inicialmente implementaciones de módulos de construcción y evaluación de soluciones para el TNDP, que insumieron un importante esfuerzo de desarrollo; la integración de estos módulos, con un módulo de búsqueda local en el marco de la metaheurística GRASP, implicó un esfuerzo que se estimó menor, comparado con el de la implementación de otras metaheurísticas.

## 6.4. Construcción de soluciones

El procedimiento ávido aleatorio de construcción de soluciones propuesto, genera un conjunto  $R = (r_1, \dots, r_r)$  de recorridos que cumplen con las restricciones de satisfacción de demanda 4.3 y 4.4 del modelo de optimización presentado en el Capítulo 4. Este procedimiento permite la incorporación de conocimiento acerca de propiedades deseables de un conjunto de recorridos, de forma de reducir el tamaño del espacio de búsqueda [6]. Este conocimiento es reflejado mediante la determinación de valores adecuados para los siguientes parámetros, que introducen restricciones aplicables a recorridos en forma individual:

- Factor cíclico máximo  $\rho_{max}$ . Para un recorrido  $r$  con extremos en los nodos  $u$  y  $v$  de  $G$ , el factor cíclico  $\rho$  se define como la proporción entre el tiempo de viaje en vehículo entre  $u$  y  $v$  utilizando el recorrido  $r$  y el costo del camino más corto entre  $u$  y  $v$  en  $G$  (independientemente de cualquier recorrido),  $\sum_{a \in r} c_a / t_{uv}^*$ . Altos valores de  $\rho$  permiten la existencia de recorridos con estructuras *casi circulares*, que implican altos valores de tiempos de viaje en vehículo entre pares de nodos de sus extremos.



```

procedure Construcción(in  $G$ , in  $D$ , in  $D_0^{min}$ , in  $D_{01}^{min}$ , in  $\rho_{max}$ , in  $t_{max}$ , in  $\alpha$ ,
in  $semilla$ , out  $R$ );
01 Inicializar el generador de números pseudoaleatorios con  $semilla$ ;
02  $R \leftarrow \emptyset$ ;
03  $D_0 \leftarrow 0$ ;
04  $D_{01} \leftarrow 0$ ;
05  $l \leftarrow$  Lista de todos los pares de nodos  $(i, j)$  de  $G$ , ordenada en forma decreciente
    por valor de demanda  $d_{ij}$ ;
06 while  $D_0 < D_0^{min}$  or  $D_{01} < D_{01}^{min}$  do
07    $(i, j) \leftarrow$  Seleccionar aleatoriamente un elemento entre los primeros de  $l$  (según  $\alpha$ )
    y eliminarlo de  $l$ ;
08    $r \leftarrow$  Construir un recorrido con el camino más corto (tiempo de viaje en vehículo)
    de  $i$  a  $j$  en  $G$ ;
09    $r' \leftarrow$  Construir un recorrido insertando los nodos  $i$  y  $j$  en las posiciones más
    convenientes en el recorrido  $r''$  más conveniente de  $R$ ;
10   if  $costo(r') - costo(r'') < costo(r)$  then
11      $R \leftarrow R \cup \{r'\} - \{r''\}$ ;
12     Eliminar de  $l$  los pares de nodos cuya demanda es satisfecha por  $r'$ ;
13   else
14      $R \leftarrow R \cup \{r\}$ ;
15     Eliminar de  $l$  los pares de nodos cuya demanda es satisfecha por  $r$ ;
16   end if;
17    $D_0 \leftarrow$  Actualizar proporción de demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos;
18    $D_{01} \leftarrow$  Actualizar proporción de demanda satisfecha por  $R$  con viajes directos
    o con al menos un transbordo;
19 end while;
20 Combinar recorridos cortos de  $R$ ;
21 return  $R$ ;
end Construcción;

```

Figura 6.6: Construcción ávida aleatoria de soluciones

- Duración máxima  $t_{max}$ . La duración de un recorrido  $r$  se mide en este caso en tiempo de viaje en vehículo, como la suma de los costos de los arcos que lo componen. Recorridos de alta duración implican por un lado altos valores de tiempos de viaje en vehículo entre pares de nodos de sus extremos, y por otro dificultades para mantener la regularidad en la operación de los servicios, dado que existen mayores probabilidades de incurrir en desvíos en las tablas de horarios.

En líneas generales, el algoritmo de construcción de soluciones propuesto es similar al algoritmo RGA de Baaj y Mahmassani [6]. Se basa en la construcción de recorridos en base a caminos más cortos en  $G$  entre pares de nodos  $(i, j)$  con altos valores de demanda  $d_{ij}$ . Las principales diferencias con RGA son las siguientes:

1. Al considerar un nuevo par de nodos de alta demanda, potenciales generadores de un nuevo recorrido, se evalúa la posibilidad de insertarlos en un recorrido existente, en la solución en construcción.
2. No se considera la expansión de recorridos mediante la inserción sucesiva de nodos en forma individual en recorridos.

La justificación de 1 es generar soluciones con la menor cantidad posible de recorridos. Se piensa que soluciones con estas características son deseables tanto para los usuarios (facilita el uso del sistema de transporte público) como para los operadores (facilita la gestión de los servicios). La justificación de 2, es que la inserción de nodos en forma individual, no tiene en cuenta la demanda entre pares de nodos. En la Figura 6.6 se presenta un pseudocódigo de la construcción ávida aleatoria propuesta.

Los siguientes pasos del procedimiento de construcción de soluciones merecen aclaración:

- Línea 7: La lista restringida de candidatos se construye implícitamente considerando de la lista  $l$ , una cantidad de elementos cuya proporción con respecto a la cantidad total de elementos de  $l$  es especificada por el parámetro  $\alpha$ . La selección aleatoria del elemento de la lista restringida de candidatos se realiza con distribución de probabilidades uniforme.
- Línea 9: Las posiciones más convenientes para insertar el par de nodos  $(i, j)$  en el recorrido más conveniente  $r'$  de la solución en construcción  $R$ , se encuentran construyendo recorridos candidatos, insertando los nodos  $i$  y  $j$  en toda posición de todo recorrido  $r \in R$ . Se distinguen dos casos: i) ninguno de los dos nodos pertenece al recorrido, Figura 6.7(a), ii) uno de los dos nodos pertenece al recorrido, Figura 6.7(b). Cuando se inserta un nodo  $i$  en un recorrido, entre dos nodos  $u$  y  $v$  (consecutivos en  $r$ ) este se conecta con los mismos a través del camino más corto en  $G$  que lo une a cada uno. Si el recorrido  $r$  está compuesto por  $p$  nodos, en el primer caso existen  $(p+1)(p+2)$  posibilidades de inserción y en el segundo caso  $(p+1)$ . En todos los casos, se verifican las restricciones de construcción de soluciones de máximo factor cíclico y máxima duración en los recorridos candidatos; también se verifica la no existencia de bucles en recorridos (pasadas más de una vez por un mismo nodo). La inserción más conveniente es la que resulta en una menor diferencia de costos, medidos en tiempo de viaje en vehículo. En la Figura 6.8 se presenta un pseudocódigo de la subrutina que implementa la estrategia de inserción de pares de nodos en recorridos existentes.
- Línea 10: El costo de un recorrido es representado por la duración del mismo, calculada en base a los costos (tiempo de viaje en vehículo) de sus arcos.
- Línea 20: Al finalizar el procedimiento de construcción de soluciones, pueden resultar recorridos de excesiva baja duración. El procedimiento de combinación de recorridos cortos, trata de corregir esta característica no deseable en las soluciones  $R$ . Para cada par de recorridos  $r_1, r_2 \in R$ , se analizan las cuatro posibles formas de unirlos (Figura 6.9). Si el recorrido  $r_3$  resultante de la mejor forma de unir los recorridos  $r_1$  y  $r_2$  verifica las restricciones de máximo factor cíclico y máxima duración, se sustituyen en el conjunto  $R$  y se repite el procedimiento. La unión de recorridos a través de sus extremos, se realiza utilizando el camino más corto en  $G$  entre dichos extremos.

## 6.5. Evaluación de soluciones

Dada una solución factible  $S = (R, F)$  para el modelo de optimización propuesto, la evaluación de las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$  requiere la aplicación de un modelo de asignación de pasajeros a recorridos. En este trabajo se utiliza el modelo de asignación de Baaaj y Mahmassani [4], presentado en la Sección 4.3. La implementación realizada de este modelo

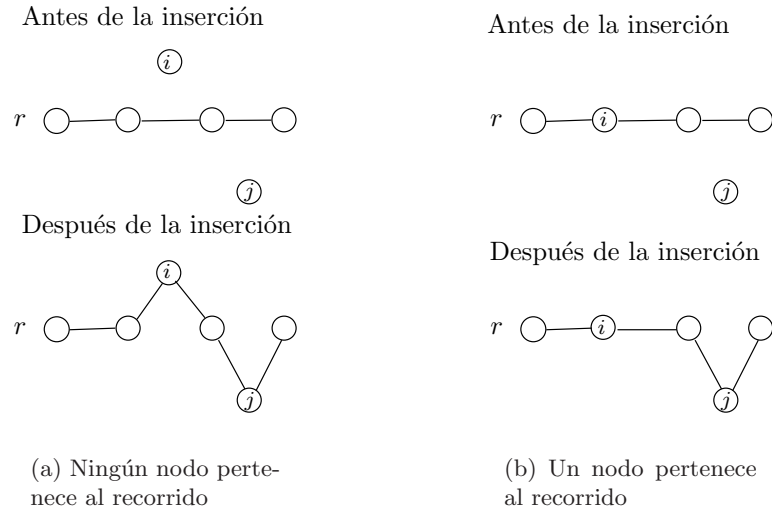


Figura 6.7: Inserción de pares de nodos en recorridos existentes

```

procedure Insercion(in  $(i, j)$ , in  $R$ , out  $(posI, posJ)$ , out  $rCandidato$ );
01  $posI \leftarrow 0$ ;  $posJ \leftarrow 0$ ;  $rCandidato \leftarrow \emptyset$ ;
02 for each  $r \in R$  do
03   if  $i \in r$ 
04     for each  $pos \in r$  do
05        $r' \leftarrow$  Construir recorrido a partir de  $r$ , insertando  $j$  en la posición  $pos$ ;
06       if  $costo(r') < costo(rCandidato)$ 
07          $rCandidato \leftarrow r'$ ;  $posJ \leftarrow pos$ ;
08       end if;
09     end for;
10   else if  $j \in r$ 
11     for each  $pos \in r$  do
12        $r' \leftarrow$  Construir recorrido a partir de  $r$ , insertando  $i$  en la posición  $pos$ ;
13       if  $costo(r') < costo(rCandidato)$ 
14          $rCandidato \leftarrow r'$ ;  $posI \leftarrow pos$ ;
15       end if;
16     end for;
17   else
18     for each  $pos_1, pos_2 \in r$  do
19        $r' \leftarrow$  Construir recorrido a partir de  $r$ , insertando  $i$  en la posición  $pos_1$ 
20         y  $j$  en la posición  $pos_2$ ;
21       if  $costo(r') < costo(rCandidato)$ 
22          $rCandidato \leftarrow r'$ ;  $posI \leftarrow pos_1$ ;  $posJ \leftarrow pos_2$ ;
23       end if;
24     end for;
25   end if;
26 return  $(posI, posJ)$ ,  $rCandidato$ ;
end Insercion;
  
```

Figura 6.8: Algoritmo de inserción de pares de nodos en recorridos existentes

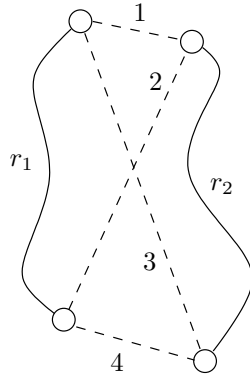


Figura 6.9: Combinación de recorridos

es un componente fundamental del algoritmo de optimización, ya que se utiliza en todos los puntos donde es necesaria la evaluación de las funciones objetivo para una determinada solución. El algoritmo de asignación toma como entrada los datos de la red  $G$  y de la demanda  $D$ , así como la solución a evaluar  $S$  y un conjunto de parámetros de configuración (especificados en detalle en el Apéndice C). Se produce como salida los siguientes resultados:

- Evaluación de la función objetivo de los usuarios  $Z_1$ . Implica el cálculo de los valores de tiempos de viaje  $tv_{ij}$ , tiempos de espera  $te_{ij}$  y tiempos de transbordo  $tt_{ij}$  para todos los pares  $(i, j)$  origen-destino con demanda  $d_{ij}$  no nula, utilizando la solución  $S$ .
- Evaluación de la función objetivo de los operadores  $Z_2$ . Implica el cálculo de la cantidad de buses necesarios  $N_k$ , para cubrir los servicios en cada recorrido  $r_k \in R$  de la solución  $S$ , según el factor de carga máximo especificado  $LF_{max}$ .
- Otras medidas de interés, por ejemplo, proporciones de demanda satisfecha con y sin transbordo, y no satisfecha por la solución  $S$  ( $D_0$ ,  $D_{01}$  y  $D_{NS}$ ). También calcula los flujos medio  $\bar{\phi}_k$  y crítico  $\phi_k^*$  de los buses en todos los recorridos  $r_k$  de la solución  $S$ .
- Frecuencias mínimas factibles de operación  $F$  para cada recorrido. Para resolver esto, el algoritmo toma como entrada un conjunto de frecuencias  $F_{ent}$ . Sin embargo no hay garantías que con estas frecuencias de operación, se respete el nivel de carga  $LF_{max}$  establecido para los buses. Si el nivel de la oferta de los servicios (en este caso representado por las frecuencias) no es suficiente para cubrir la demanda (en este caso representado por los flujos producidos en los arcos de los recorridos, luego de realizar el proceso de asignación), el algoritmo propone un nuevo conjunto de frecuencias  $F_{sal}$  ajustadas a la demanda, y repite el proceso de asignación con dichas frecuencias como dato de entrada. Este proceso se repite hasta que las diferencias entre las frecuencias de entrada de una iteración no difieren en forma significativa de las frecuencias de salida de la misma iteración. El proceso puede verse como un ajuste coordinado entre oferta y demanda de servicios. Las frecuencias del conjunto  $F_{sal}$  se determinan para cada recorrido en base a su flujo crítico. Estos flujos se

```

procedure Evaluacion(in  $G$ , in  $D$ , in  $S = (R, F)$ ,
                    out  $tv, te, tt$ , out  $D_0, D_{01}, D_{NS}$ , out  $\bar{\phi}, \phi^*$ , out  $F_{sal}$ );
01  $F_{sal} \leftarrow F$ ;
02 repeat
03    $F_{ent} \leftarrow F_{sal}$ ;
04   for  $(i, j)$  in  $[1..n] \times [1..n]$  do
05      $R_i \leftarrow$  Recorridos de  $R$  que pasan por el nodo  $i$ ;
06      $R_j \leftarrow$  Recorridos de  $R$  que pasan por el nodo  $j$ ;
07     if  $R_i = \emptyset$  or  $R_j = \emptyset$ 
08       Actualizar  $D_{NS}$ ;
09     else
10       if AsignacionDirecta( $i, j, R_i, R_j, F_{ent}$ )
11         Actualizar  $D_0$ ;
12         Actualizar  $tv$  y  $te$ ;
13         Actualizar flujos  $\phi$  en recorridos de  $R$ ;
14       else
15         if AsignacionTransbordo( $i, j, R_i, R_j, F_{ent}$ )
16           Actualizar  $D_{01}$ ;
17           Actualizar  $tv, te$  y  $tt$ ;
18           Actualizar flujos  $\phi$  en recorridos de  $R$ ;
19         else
20           Actualizar  $D_{NS}$ ;
21         end if;
22       end if;
23     end if;
24   end for;
25   Calcular  $F_{sal}$  según flujos  $\phi$ ;
26 until  $F_{ent}$  y  $F_{sal}$  no difieren significativamente;
27 return  $(tv, te, tt, D_0, D_{01}, D_{NS}, \bar{\phi}, \phi^*, F_{sal})$ ;
end Evaluacion;

```

Figura 6.10: Evaluación de soluciones

obtienen luego de aplicar el modelo de asignación para un determinado conjunto de recorridos, por lo que las frecuencias  $f_k$  calculadas por el algoritmo de asignación son función del trazado de los recorridos  $r_k$  de entrada.

En la Figura 6.10 se presenta un pseudocódigo del algoritmo de evaluación de soluciones, y en el Apéndice C se especifica en detalle cómo se calculan los resultados producidos.

## 6.6. Mejora de soluciones

El componente de mejora de soluciones del algoritmo propuesto implementa una búsqueda local sobre el conjunto de frecuencias  $F$  de la solución  $S = (R, F)$ , cuya componente  $R$  ha sido generada mediante el procedimiento de construcción ávida aleatoria. En esta fase de la resolución del modelo de optimización solamente se consideran las frecuencias  $F$  como variables de decisión, mientras que la estructura  $R$  de los recorridos permanece fija. Este diseño del algoritmo se basa en las siguientes observaciones:

- Es difícil definir una estructura de vecindad en la estructura de los recorridos de un conjunto  $R$ . El único antecedente al respecto se encuentra en [24], cuyo trabajo se

reseña en la Sección 5.1.9 de este trabajo. Las soluciones generadas por el procedimiento de construcción ávida aleatoria son factibles para el modelo de optimización; pequeñas modificaciones en las mismas, tienen altas chances de producir soluciones no factibles, concretamente respecto a las restricciones de satisfacción de demanda.

- Dada la diferente naturaleza de las variables de decisión de los conjuntos  $R$  y  $F$ , resulta natural dividir el tratamiento de las mismas en distintas fases. Esta observación es consistente con varios de los algoritmos reseñados en el Capítulo 5.

El procedimiento de búsqueda local propuesto, parte de una solución  $S$ , a la que se ha aplicado el algoritmo de evaluación de soluciones para determinar las mínimas frecuencias factibles. La vecindad  $V_S$  de una solución  $S = (R, F)$  con  $F = \{f_1, \dots, f_r\} \in \Theta^r$  se define de la siguiente forma:

$$V_S = \{S' = (R, F') \text{ con } F' = \{f'_1, \dots, f'_r\} \in \Theta^r / \exists j \in [1..r] \text{ que cumple } f_j \text{ y } f'_j \text{ son valores consecutivos en } \Theta \text{ y } f_i = f'_i \forall i \in [1..r], i \neq j\}$$

donde  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_f\} \in \mathbb{R}^f$  es un conjunto finito ordenado en forma creciente de valores de frecuencias.

Según esta definición de vecindad, el algoritmo de búsqueda local evalúa los costos de aumentar o disminuir las frecuencias de todo recorrido de la solución  $S$ . En cada paso de la búsqueda local, la cardinalidad de la vecindad puede ser como máximo  $2|R|$ , sin embargo este número se reduce cuando hay una restricción para las mínimas frecuencias factibles en la solución  $S$  (calculadas previamente mediante la aplicación del algoritmo de evaluación) o cuando hay recorridos con frecuencias en el extremo del conjunto  $\Theta$ .

El procedimiento de búsqueda local propuesto (Figura 6.11), inicialmente determina una dirección aleatoria de búsqueda  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$  en el espacio de objetivos; el vector  $\lambda$  debe cumplir  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ , por lo que primeramente se determina el valor de  $\lambda_1$  mediante el sorteo de una variable aleatoria uniforme en el intervalo  $[0..1]$  y luego de determina  $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$ . Para realizar la búsqueda en la vecindad de una solución, se utiliza una estrategia de *first-improving*. Este criterio implica que la búsqueda avanza hacia el primer vecino hallado que mejore el costo de la función objetivo. En contraposición, el criterio de *best-improving* examina todos los vecinos para seleccionar el mejor. En la práctica, se observa en muchas aplicaciones, que ambas estrategias llegan al mismo resultado, con menor tiempo de cómputo para el caso de first-improving [53]. La evaluación de cada solución vecina implica una invocación al algoritmo de evaluación. Todas las soluciones de la trayectoria de búsqueda son agregadas al frente de Pareto aproximado en construcción  $P$ . La comparación de soluciones en la subrutina **PrimeroMejor** se realiza en base a una única función objetivo  $Z$ , construida en base a las dos funciones objetivo originales, de la forma  $Z = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2$ . Los valores de  $Z_1$  y  $Z_2$  deben ser normalizados mediante la utilización de coeficientes que dependen de los datos de cada caso particular; la determinación de estos coeficientes es de naturaleza experimental.

## 6.7. GRASP TNDP: algoritmo propuesto para el TNDP multiobjetivo

Los componentes de construcción, evaluación y mejora de soluciones se articulan en el marco de la metaheurística GRASP, adaptada en este trabajo para la resolución apro-

```

procedure BusquedaLocal(in  $G$ , in  $D$ ,  $\Theta$ , in  $S = (R, F)$ , in out  $P$ );
01  $actual \leftarrow S$ ;
02  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2) \leftarrow$  Determinar aleatoriamente una dirección de
    búsqueda en el espacio de objetivos;
03 repeat
04    $mejor \leftarrow$  PrimeroMejor( $actual$ ,  $\lambda$ );
05    $P \leftarrow P \cup \{actual\}$ ;
06    $actual \leftarrow mejor$ ;
07 until  $actual$  no cambia;
08 return  $P$ ;
end BusquedaLocal;

```

Figura 6.11: Mejora de soluciones, búsqueda local

ximada de un modelo de optimización multiobjetivo. En la Figura 6.12 se presenta un pseudocódigo del algoritmo propuesto, denominado GRASP TNDP. Tres puntos de esta descripción merecen aclaración:

- Línea 1. El cálculo de los caminos más cortos en  $G$  se realiza en un paso independiente de las iteraciones GRASP. Esto es posible dado que los costos de los arcos de la red, que modelan los tiempos de viaje en vehículo, se consideran constantes e independientes de los flujos de pasajeros producidos por cualquier solución particular  $S$  (Sección 2.1.3). Se utiliza el algoritmo de Floyd.
- Línea 4: La duración máxima de recorridos  $t_{max}$  utilizada en el procedimiento de construcción de soluciones, se determina al comienzo de cada iteración GRASP, seleccionando su valor en forma aleatoria con distribución uniforme de un intervalo especificado por los parámetros  $t_{max}^{ini}$  y  $t_{max}^{fin}$ . Esta característica se introduce para obtener soluciones diversas, internamente con características homogéneas (todos los recorridos de una solución con la misma duración aproximada).
- Línea 10: La eliminación de soluciones dominadas se realiza contrastando todas las soluciones del frente  $P$ . La estrategia de más sencilla implementación tiene una complejidad computacional cuadrática respecto a la cardinalidad de  $P$ . Existen algoritmos eficientes para realizar esta tarea, que se basan por ejemplo, en un orden lexicográfico de las soluciones dentro del frente [19].

```

procedure GRASP_TNDP(in  $G$ , in  $D$ , in  $D_0^{min}$ , in  $D_{01}^{min}$ , in  $\rho_{max}$ , in  $t_{max}^{ini}$ ,  $t_{max}^{fin}$ ,
                    in  $\Theta$ , in  $MaxIteraciones$ , in  $\alpha$ , out  $P$ );
01 Calcular caminos más cortos entre todo par de nodos  $(i, j)$  de  $G$ ;
02  $P \leftarrow \emptyset$ ;
03 for  $i = 1$  to  $MaxIteraciones$  do
04    $t_{max} \leftarrow$  Valor aleatorio uniforme en  $[t_{max}^{ini}, t_{max}^{fin}]$ ;
05   Construccion( $G, D, D_0^{min}, D_{01}^{min}, \rho_{max}, t_{max}, \alpha, i, R$ );
06    $F \leftarrow$  Frecuencias iniciales;
07    $S \leftarrow (R, F)$ ;
08   Evaluacion( $G, D, S, tv, te, tt, D_0, D_{01}, D_{NS}, \bar{\phi}, \phi^*, F$ );
09   BusquedaLocal( $G, D, \Theta, S, P$ );
10   Eliminar soluciones dominadas de  $P$ ;
11 end for;
12 return  $P$ ;
end GRASP_TNDP;

```

Figura 6.12: GRASP para el TNDP multiobjetivo



## Capítulo 7

# Estudio computacional del algoritmo GRASP TNDP

En este capítulo se presentan los resultados numéricos obtenidos a partir de la implementación del algoritmo GRASP TNDP. Las pruebas realizadas se clasifican en las siguientes categorías:

- Calibración de parámetros.
- Comparación con resultados de otros trabajos.
- Análisis de las soluciones.

La implementación ha sido realizada en lenguaje C++, y las pruebas en un PC Pentium 4 de 1,6 GHz y 512 MB de memoria RAM.

### 7.1. Caso de prueba

La existencia de casos de prueba para el TNDP en la literatura es escasa. Existen pocos casos publicados cuya descripción es completa. El acceso a los datos de casos de dimensiones reales o contruidos para casos de estudio particulares es difícil. Tampoco es directo el uso de los resultados numéricos existentes para realizar comparaciones, dado que en muchos casos, las implementaciones con que se obtuvieron asumen un conjunto de hipótesis muchas veces no especificadas, particularmente respecto al modelo de asignación utilizado.

El caso de prueba utilizado en este trabajo ha sido originalmente propuesto por Mandl [43], pero su descripción se ha tomado de [5]. El mismo es una abstracción que modela parte del sistema de transporte público de una ciudad no especificada de Suiza. La red está compuesta por 15 nodos y 21 arcos. La matriz origen-destino es simétrica y altamente densa (el 82% de los pares de nodos tienen demanda no nula); no se conoce el procedimiento mediante el cual fue construida, pero las características de la misma hacen que no sea un caso real típico. El caso de Mandl es utilizado en [5, 52, 15, 68], principalmente con fines de validación de las implementaciones y comparación de la eficiencia de diferentes algoritmos. Sin embargo, no es posible realizar con este caso, una validación real de los algoritmos y los modelos que resuelven, dado que no es posible interpretar los resultados en base a una realidad conocida. En la Figura 7.1 se muestra la topología de la red, junto con los valores de los tiempos de viaje en vehículo de cada arco (en minutos). En el Cuadro

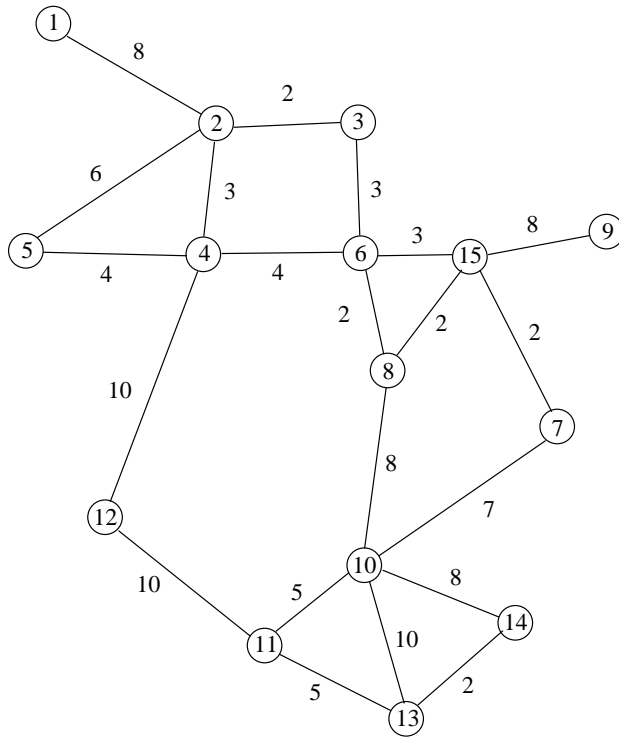


Figura 7.1: Red del caso de Mandl

7.1 se muestra la matriz origen-destino, cuyas entradas están expresadas en cantidad de viajes por día (ver aclaración al final de este informe).

## 7.2. Métrica de comparación de resultados

La solución a un modelo de optimización multiobjetivo consiste en un conjunto de soluciones no dominadas, que conforman un frente de Pareto. En el contexto del TNDP, existen dos objetivos, que implican la minimización simultánea de las funciones objetivo de usuarios y operadores. Los valores de las soluciones, en el espacio de los objetivos, pueden ser representados en este caso en el plano de dos dimensiones.

Al comparar dos soluciones del problema multiobjetivo, cada una consistente en un frente de Pareto aproximado, es necesario tener en cuenta las dos cualidades que debe cumplir un frente de Pareto aproximado: cercanía respecto al frente óptimo (que puede o no ser conocido) y diversidad [19]. Estas cualidades deben poder medirse, de forma de poder comparar numéricamente diferentes resultados. Si bien existen medidas que cuantifican individualmente la cercanía y diversidad de un frente de Pareto aproximado, en ocasiones, un frente  $A$  puede ser mejor que un frente  $B$  en un criterio, pero peor en otro (Figura 7.2), así como pueden existir situaciones donde es aún más difícil realizar la comparación (Figura 7.3). Por lo tanto es necesario contar con medidas tanto para la cercanía como para la diversidad, así como una medida combinada, que permita comparar dos frentes aproximados en su generalidad. En [19] se presentan las siguientes métricas, agrupadas según propósitos de:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	400	200	60	80	150	75	75	30	160	30	25	35	0	0
2	400	0	50	120	20	180	90	90	15	130	20	10	10	5	0
3	200	50	0	40	60	180	90	90	15	45	20	10	10	5	0
4	60	120	40	0	50	100	50	50	15	240	40	25	10	5	0
5	80	20	60	50	0	50	25	25	10	120	20	15	5	0	0
6	150	180	180	100	50	0	100	100	30	880	60	15	15	10	0
7	75	90	90	50	25	100	0	50	15	440	35	10	10	5	0
8	75	90	90	50	25	100	50	0	15	440	35	10	10	5	0
9	30	15	15	15	10	30	15	15	0	140	20	5	0	0	0
10	160	130	45	240	120	880	440	440	140	0	600	250	500	200	0
11	30	20	20	40	20	60	35	35	20	600	0	75	95	15	0
12	25	10	10	25	15	15	10	10	5	250	75	0	70	0	0
13	35	10	10	10	5	15	10	10	0	500	95	70	0	45	0
14	0	5	5	5	0	10	5	5	0	200	15	0	45	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro 7.1: Matriz origen-destino, caso de Mandl

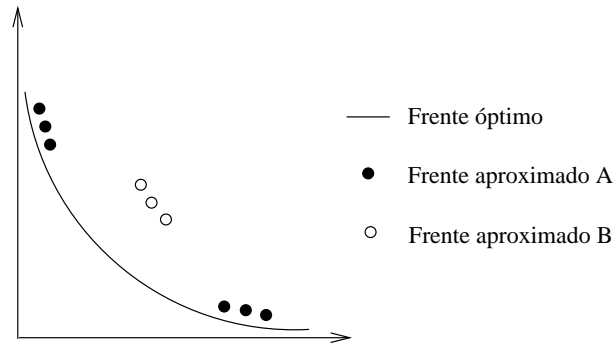


Figura 7.2: Comparación de frentes de Pareto aproximados, según distintos criterios

- *Cercanía.* Factor de error, cubrimiento de conjunto, distancia generacional.
- *Diversidad.* Espaciamiento, dispersión, máxima dispersión.
- *Combinadas.* Hipervolumen, métrica ponderada.

En este trabajo se seleccionó la métrica de hipervolumen ( $HV$ ), por considerarse la más apropiada para la comparación de los resultados, y se presenta a continuación. Las otras métricas se presentan en el Apéndice A.

### 7.2.1. Métrica de hipervolumen

Para un problema de minimización en dos objetivos, dado un frente de Pareto aproximado  $P$ , y un punto  $W = (w_1, w_2)$  que representa el mayor valor que puede tomar cada función objetivo (o un valor mayor que el de cualquier solución encontrada), se define el hipervolumen como:

$$HV(P) = \bigcup_{i=1}^{|P|} v_i$$

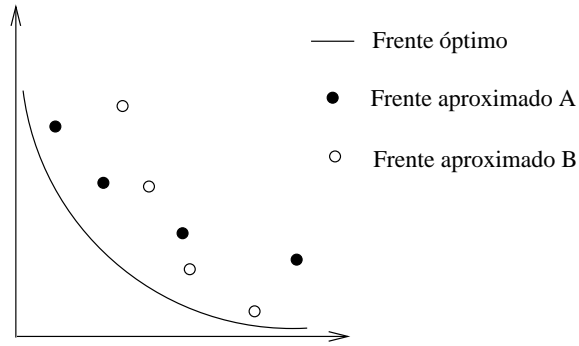


Figura 7.3: Comparación de frentes de Pareto aproximados, dificultad

donde  $v_i$  es el área del rectángulo  $R_i$  (en el caso de dos dimensiones), según se muestra en la Figura 7.4.

Puede observarse que frentes aproximados más cercanos al frente óptimo tendrán un mayor valor de hipervolumen, así como los frentes más diversos, ya que de cierta forma, cubren el área que los separa del frente óptimo. Es claro además que los valores de diferentes objetivos deben ser normalizados, de forma que las diferencias entre distintos objetivos tengan el mismo peso en las comparaciones [19].

### 7.2.2. Hipervolumen en el caso de prueba

El valor de las funciones objetivo evaluadas para una solución determinada al modelo de optimización propuesto con el caso de Mandl, se expresa en las siguientes unidades:

**Usuarios** Minutos, que representan el tiempo total de viaje (en vehículo, espera y transbordo), para la totalidad de la demanda.

**Operadores** Cantidad de buses diferentes operando en forma simultánea (tamaño de flota), necesarios para cubrir los servicios con las frecuencias establecidas en la solución. En [5] este valor no es necesariamente un número entero; a los efectos de la comparación de resultados, en este trabajo se sigue el mismo criterio.

En este trabajo, se considera un valor de  $W = (220000, 120)$ . Estos valores se han establecido en base a resultados numéricos obtenidos previamente, y a resultados de otros autores que trabajan sobre el mismo caso de prueba [5, 52].

## 7.3. Configuración del algoritmo

Las pruebas que se presentan en las siguientes secciones de este informe, han sido realizadas con una configuración particular de los parámetros del algoritmo GRASP TNDP. Estos parámetros se pueden agrupar en cuatro categorías, según su pertenencia:

- *Parámetros del modelo*, que figuran en la formulación del modelo de optimización (Sección 4.1).
- *Parámetros de construcción*, para la configuración del procedimiento de construcción ávido aleatorio de soluciones.

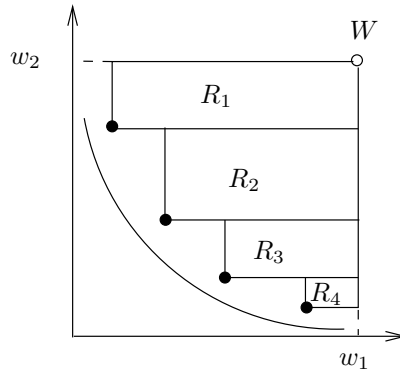


Figura 7.4: Hipervolumen

- *Parámetros de evaluación*, para la configuración del algoritmo de asignación.
- *Parámetros de mejora*, utilizados en la búsqueda local.

A continuación se presentan los valores utilizados para cada uno de los parámetros de cada categoría.

### 7.3.1. Parámetros del modelo

Son los parámetros que figuran en la formulación del modelo de optimización propuesto ( $D_0^{min}$ ,  $D_{01}^{min}$ ,  $f_{min}$ ,  $f_{max}$ ,  $CAP$  y  $LF_{max}$ ). Se utilizaron los mismos valores que en [5], de forma de poder realizar comparaciones de resultados. La configuración de estos parámetros es la siguiente:

- $D_0^{min} = 0,7$ . Mínima proporción de demanda satisfecha con viajes directos.
- $D_{01}^{min} = 1,0$ . Mínima proporción de demanda satisfecha con viajes directos o transbordos.
- $f_{min} = 1/60$  y  $f_{max} = 2$ . Frecuencias mínima y máxima respectivamente, expresadas en pasadas por minuto. La frecuencia máxima es elevada para sistemas que operan incluso con tecnologías de alto estándar (por ejemplo metro). Este valor se determinó en base a experimentos previos, de forma de poder satisfacer la restricción de máximo factor de carga del modelo (restricción 4.6), dado que una vez aplicado el modelo de asignación, los flujos producidos en los recorridos son altos. La característica abstracta del caso de prueba de Mandl, hace que esta interpretación no sea trasladable a la realidad.
- $CAP = 40$ . Capacidad de pasajeros sentados en los buses.
- $LF_{max} = 1,25$ . Factor de carga de los buses.

### 7.3.2. Parámetros de construcción

El procedimiento de construcción ávida aleatoria propuesto, utiliza dos parámetros:  $\rho_{max}$  (máximo factor cíclico de recorrido) y  $t_{max}$  (máxima duración de recorrido, dada por un

intervalo  $[t_{max}^{ini}, t_{max}^{fin}]$ ). En un caso de estudio real, es posible establecer valores adecuados para estos parámetros, a partir de información observable del sistema que opera en la actualidad. Dado que para el caso de Mandl no es posible contar con esta información, los valores se determinan para  $\rho_{max}$  en base a un valor arbitrario razonable, y para  $t_{max}^{ini}$  y  $t_{max}^{fin}$  en base a los datos numéricos del caso (medidos sobre la red). Los valores propuestos son:

- $\rho_{max} = 1,5$ . Tomado de [6].
- $t_{max}^{ini} = 40$  y  $t_{max}^{fin} = 60$ . Expresados en minutos.

### 7.3.3. Parámetros de evaluación

El modelo de asignación utilizado para el cálculo de las funciones objetivo del modelo de optimización, posee un conjunto de parámetros de configuración (Apéndice C). En este trabajo, los valores se han tomado de [5]. Los parámetros y sus valores son los siguientes:

- $\sigma_d = 1,5$ . Filtro de recorridos candidatos en la selección de líneas competentes para un mismo par de nodos  $(i, j)$ . No se consideran recorridos cuyo largo exceda por sobre la proporción especificada por  $\sigma_d$  el largo del recorrido más corto que une a  $i$  con  $j$  en la solución considerada.
- $\sigma_t = 1,1$ . Idem que  $\sigma_d$  pero para transbordos.
- $p_t = 5$ . Penalización de cada transbordo (valor arbitrario), expresado en minutos.
- $\delta_F = 0,05$ . Proporción de diferencias de frecuencias de entrada y salida, para criterio de parada de proceso de ajuste de frecuencias.

### 7.3.4. Parámetros de mejora

El procedimiento de mejora de soluciones, requiere la configuración de los siguientes parámetros:

- Conjunto discreto ordenado de valores de frecuencias  $\Theta$ . Los extremos de este conjunto deben cumplir  $\theta_1 = f_{min}$  y  $\theta_f = f_{max}$ . En este caso se toma  $\Theta = \{1/60, 1/50, 1/40, 1/30, 1/20, 1/10, 1/5, 1/2, 1, 2\}$ .
- Valores de normalización de las funciones objetivo, al formar la función compuesta en base a una dirección  $\lambda$  para el avance de la búsqueda local. En este caso se toma el mismo valor  $W = (w_1, w_2)$  utilizado para el cálculo del hipervolumen. De esta forma, dada una dirección de búsqueda  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ , la función objetivo compuesta resultante es  $\lambda_1 Z_1/w_1 + \lambda_2 Z_2/w_2$ .

## 7.4. Calibración de parámetros

Los algoritmos basados en metaheurísticas generalmente requieren de la calibración de un determinado conjunto de parámetros. El proceso de calibración en la mayoría los casos es de naturaleza experimental, y requiere de un considerable esfuerzo computacional para realizar todas las pruebas necesarias, para seleccionar los valores que producen los mejores resultados. Los parámetros que requieren calibración en el algoritmo GRASP TNDP son:

$\alpha$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
<i>HV</i>	0,043	0,056	0,055	<b>0,061</b>	0,055	0,053	0,049	0,048	0,054

Cuadro 7.2: Calibración del parámetro  $\alpha$

- $\alpha$ , proporción de la lista de candidatos que se considera para formar la lista restringida de candidatos.
- *MaxIteraciones*, cantidad de iteraciones.

En este trabajo, la calibración se ha realizado para cada parámetro por separado, primeramente hallando el mejor valor de  $\alpha$  para un número fijo de iteraciones y luego, con ese valor de  $\alpha$  se realiza un estudio de la mejora de la solución según se aumenta la cantidad de iteraciones. Las comparaciones entre diferentes soluciones (frentes de Pareto aproximados) se realizan en base a la métrica de hipervolumen, presentada en la Sección 7.2.

#### 7.4.1. Calibración del parámetro $\alpha$

El valor del parámetro  $\alpha \in [0, 1]$  en este caso representa la proporción de elementos de la lista de pares de nodos cuya demanda no ha sido aún satisfecha, que se consideran para la elección aleatoria en el procedimiento de construcción de soluciones. Con valores cercanos a 0 el algoritmo tiene un comportamiento de tipo ávido puro, mientras que para valores crecientes se diversifica la exploración del espacio de soluciones factibles. Para la calibración de este parámetro se consideran pruebas con un valor fijo en la cantidad de iteraciones, *MaxIteraciones* = 100 y  $\alpha$  tomando valores en el conjunto  $\{0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 6; 0, 7; 0, 8; 0, 9\}$ . Las soluciones obtenidas (frentes de Pareto aproximados) se comparan en base al valor de la métrica de hipervolumen. En el Cuadro 7.2 se muestran los resultados, donde se observa que el mejor es el obtenido para  $\alpha = 0, 4$ . Este es el valor de  $\alpha$  utilizado en las siguientes pruebas presentadas en este capítulo.

#### 7.4.2. Determinación del parámetro *MaxIteraciones*

Al aumentar el número de iteraciones GRASP, se obtienen más muestras diferentes de la variable aleatoria involucrada en el proceso de construcción de soluciones. Esto aumenta la diversificación de la búsqueda en el espacio de soluciones factibles, lo que aumenta las chances de obtener un mejor resultado final. Los tiempos de ejecución de un proceso de construcción y búsqueda local, son aproximadamente los mismos entre distintas iteraciones GRASP, por lo que la cantidad total de iteraciones a realizar estará directamente relacionada con el tiempo de ejecución que se dispone realizar. De todos modos, la cantidad máxima de iteraciones estará acotada por la secuencia de números pseudoaleatorios pasibles a ser generados, puesto que es posible obtener repeticiones repetidas (mismos valores) de la variable aleatoria, equivalente a obtener las mismas soluciones en diferentes iteraciones. La determinación de un valor apropiado para el parámetro *MaxIteraciones* no se considera estrictamente una calibración. En este trabajo se realiza una serie de pruebas para determinar un número de iteraciones, a partir del cual no se obtienen mejoras relevantes en el resultado final.

Esta serie de pruebas considera el valor fijo  $\alpha = 0, 4$  y el valor *MaxIteraciones* en el conjunto  $\{100, 200, 500, 1000, 5000, 10000\}$ . El Cuadro 7.3 muestra la relación entre

<i>MaxIteraciones</i>	100	200	500	1000	5000	10000
<i>HV</i>	0,0611	0,0548	0,0576	0,0628	0,0658	0,0663
<i>Tiempo</i>	21	42	103	209	1049	1972

Cuadro 7.3: Determinación del parámetro *MaxIteraciones*

<i>MaxIteraciones</i>	100	200	500	1000
<i>HV (sin búsqueda local)</i>	0,061	0,055	0,058	0,063
<i>HV (con búsqueda local)</i>	0,052	0,050	0,053	0,056

Cuadro 7.4: Efectividad del procedimiento de mejora de soluciones

la calidad de los resultados (en términos del hipervolumen) y la cantidad de iteraciones ejecutadas. Adicionalmente se muestran los tiempos de ejecución, en segundos.

Las siguientes observaciones pueden realizarse en base a los datos obtenidos:

- La calidad de los resultados no necesariamente mejora con el aumento en la cantidad de iteraciones GRASP. Este fenómeno se observa para valores de *MaxIteraciones* = 100, 200, 500. Para valores altos del parámetro (1000, 5000, 10000), la calidad de los resultados es creciente.
- Los tiempos de ejecución son (aproximadamente) una función lineal de la cantidad de iteraciones.
- Los resultados obtenidos para *MaxIteraciones* = 10000 muestran que es posible mejorar la calidad de los resultados, aún para una elevada cantidad de iteraciones, con un mayor costo computacional.

## 7.5. Efectividad de la búsqueda local

En el contexto de un algoritmo GRASP, a menudo es de interés estudiar la mejora en la calidad de los resultados, debida al procedimiento de búsqueda local [53]. En el diseño del algoritmo GRASP TNDP, las fases de construcción y mejora (búsqueda local) de soluciones, actúan sobre diferentes conjuntos de variables de decisión; la primera sobre los trazados de los recorridos y la segunda sobre las frecuencias. Un frente de Pareto obtenido de la ejecución de GRASP sin la fase de mejora, está formado por soluciones, cuyas frecuencias son las mínimas factibles, determinadas por el modelo de asignación. El procedimiento de búsqueda local intenta determinar cuales frecuencias (correspondientes a determinados recorridos) producen una mejora en el frente de Pareto aproximado al modificar su valor. En el Cuadro 7.4 se muestran los valores de hipervolumen de los frentes de Pareto aproximados, obtenidos con y sin búsqueda local, con *MaxIteraciones* en el conjunto {100, 200, 500, 1000} y  $\alpha = 0,4$ . Puede observarse que en todos los casos hay una mejora en la calidad del frente obtenido, en términos del hipervolumen. En la Figura 7.5 se presentan los frentes obtenidos con y sin búsqueda local, para *MaxIteraciones* = 1000.



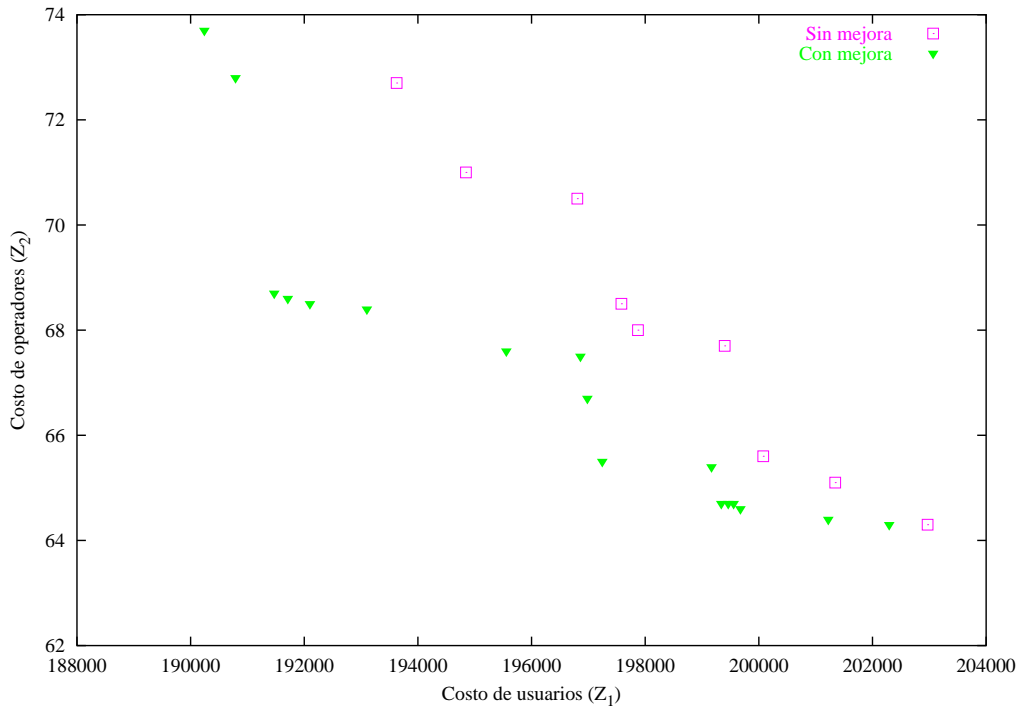


Figura 7.5: Comparación de resultados con y sin mejora de soluciones

## 7.6. Comparación con resultados de Baaj y Mahmassani

Los resultados producidos por el algoritmo GRASP TNDP son comparados con los resultados producidos por el algoritmo de Baaj y Mahmassani [5] con el caso de prueba de Mandl.

La comparación de resultados numéricos de algoritmos para la resolución del TNDP presenta las siguientes dificultades:

- No existen casos de prueba estándares. La mayoría de las publicaciones sobre el TNDP donde se presentan resultados numéricos, son en base a casos de prueba propios, en ocasiones ficticios. La dificultad de contar con un caso de prueba de características reales, radica en el costo de obtención de los datos, principalmente los referentes a la demanda (matriz origen-destino).
- Dado que existen variantes en los planteos de los modelos, diferentes publicaciones en torno al tema proponen diferentes modelos de optimización, muchos de los cuales no permiten la comparación de soluciones entre modelos, dado que no se asumen las mismas hipótesis.
- Asumiendo que se desean comparar resultados de diferentes algoritmos que resuelven dos modelos de optimización idénticos, en el sentido que coinciden sus variables de decisión, restricciones y función (o funciones) objetivo, es posible que existan diferencias en el modelo de asignación. Si las hipótesis de comportamiento de los usuarios no son las mismas, los resultados no son comparables, dado que las formas en que se calculan los valores de las funciones objetivo son diferentes.

En este trabajo se utiliza el caso de prueba de Mandl para la comparación con los resultados de Baaj y Mahmassani. Este caso es el más utilizado en las publicaciones sobre el TNDP; concretamente, Baaj y Mahmassani [5], Krishna Rao *et al.* [52], Zhao y Gan [68] y Chakroborty [15] utilizan el caso para comparar resultados numéricos de sus respectivos algoritmos. Sin embargo, solamente Baaj y Mahmassani [5] resuelven el mismo modelo de optimización (con un diferente tratamiento de la característica multiobjetivo) y utilizan el mismo modelo de asignación de pasajeros a recorridos, que los modelos utilizados en el presente trabajo. Esto valida la comparación de los resultados, dado que se trabaja bajo el mismo conjunto de hipótesis.

Para esta prueba de comparación, se configura el algoritmo GRASP TNDP con los valores  $\alpha = 0,4$  y  $MaxIteraciones = 1000$ . Bajo estas condiciones, el algoritmo produjo 19 soluciones no dominadas, que se denominan  $S_1$  a  $S_{19}$  (soluciones  $S$ ). Para el algoritmo de Baaj y Mahmassani, en el trabajo original se realizan tres pruebas, cada una de las cuales produce como resultado una solución diferente ( $BM_1$ ,  $BM_2$  y  $BM_3$ , soluciones  $BM$ ). El concepto de frente de Pareto no está presente en dicho trabajo. Estas pruebas además asumen diferentes valores en algunos parámetros del modelo (que determinan diferentes niveles en las restricciones) y variantes en el diseño del algoritmo. Las tres pruebas realizadas en [5] consideran  $D_{01}^{min} = 1,0$ , y se distinguen por lo siguiente:

- $BM_1$ :  $D_0^{min} = 0,5$ , criterio de inserción de máxima demanda en procedimiento de expansión de recorridos, y utilización del camino más corto en procedimiento de construcción de recorridos (decisiones de diseño del algoritmo).
- $BM_2$ :  $D_0^{min} = 0,5$ , criterio de inserción de máxima demanda por mínimo tiempo en procedimiento de expansión de recorridos, y utilización del segundo camino más corto en procedimiento de construcción de recorridos.
- $BM_3$ :  $D_0^{min} = 0,7$ , criterio de inserción de máxima demanda en procedimiento de expansión de recorridos, y utilización del camino más corto en procedimiento de construcción de recorridos.

En el Cuadro 7.5 se presentan los principales descriptores de las soluciones obtenidas por el algoritmo GRASP TNDP, y las producidas por el algoritmo de Baaj y Mahmassani (tomado de [5]). En la Figura 7.6 se grafican los valores de las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$  de las soluciones en comparación. Las siguientes observaciones en base a estos resultados se plantean:

- En la gran mayoría de los casos, las soluciones  $S$  dominan a las  $BM$ .
- Los valores de  $Z_1$  son menores para cualquier solución  $S$ , con respecto a cualquier solución  $BM$ . La misma observación se cumple para los tiempos de viaje en vehículo  $tv$ .
- Los tiempos de espera  $te$  son en general más altos en las soluciones  $S$  que en las  $BM$ . Dado que los valores de tiempos de espera están estrechamente relacionados con las frecuencias, se conjetura que los bajos costos de tiempos de espera en las soluciones  $BM$  se deben a altos valores en las frecuencias. No se cuenta con información acerca de las soluciones  $BM$ , solamente de los valores producidos para las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$ , por lo tanto no es posible confirmar esta conjetura.

<i>Solución</i>	$Z_1$	$tv$	$te$	$tt$	$Z_2$	$D_0$	$D_{01}$
$S_1$	189280	162534	21647	5100	79,4	93,51	100,00
$S_2$	190050	162532	22419	5100	79,1	93,51	100,00
$S_3$	190242	160876	24065	5300	73,7	93,25	100,00
$S_4$	190790	160889	24601	5300	72,8	93,25	100,00
$S_5$	191472	161422	24450	5600	68,7	92,87	100,00
$S_6$	191710	161417	24693	5600	68,6	92,87	100,00
$S_7$	192100	161409	25091	5600	68,5	92,87	100,00
$S_8$	193102	161398	26104	5600	68,4	92,87	100,00
$S_9$	195556	159690	26266	9600	67,6	87,77	100,00
$S_{10}$	196860	159329	28180	9350	67,5	88,09	100,00
$S_{11}$	196982	161626	27957	7400	66,7	90,58	100,00
$S_{12}$	197245	158397	29798	9050	65,5	88,48	100,00
$S_{13}$	199167	158160	35457	5550	65,4	92,93	100,00
$S_{14}$	199339	159998	30890	8450	64,7	89,24	100,00
$S_{15}$	199461	160005	31006	8450	64,7	89,24	100,00
$S_{16}$	199557	160014	31092	8450	64,7	89,24	100,00
$S_{17}$	199676	160028	31198	8450	64,6	89,24	100,00
$S_{18}$	201221	160071	32700	8450	64,4	89,24	100,00
$S_{19}$	202295	160113	33732	8450	64,3	89,24	100,00
$BM_1$	205656	168076	20930	16650	89,3	78,61	100,00
$BM_2$	210632	169101	25931	15600	76,9	79,96	100,00
$BM_3$	222869	180350	27719	14800	82,2	80,99	100,00

Cuadro 7.5: Detalle de comparación con soluciones de Baaj y Mahmassani

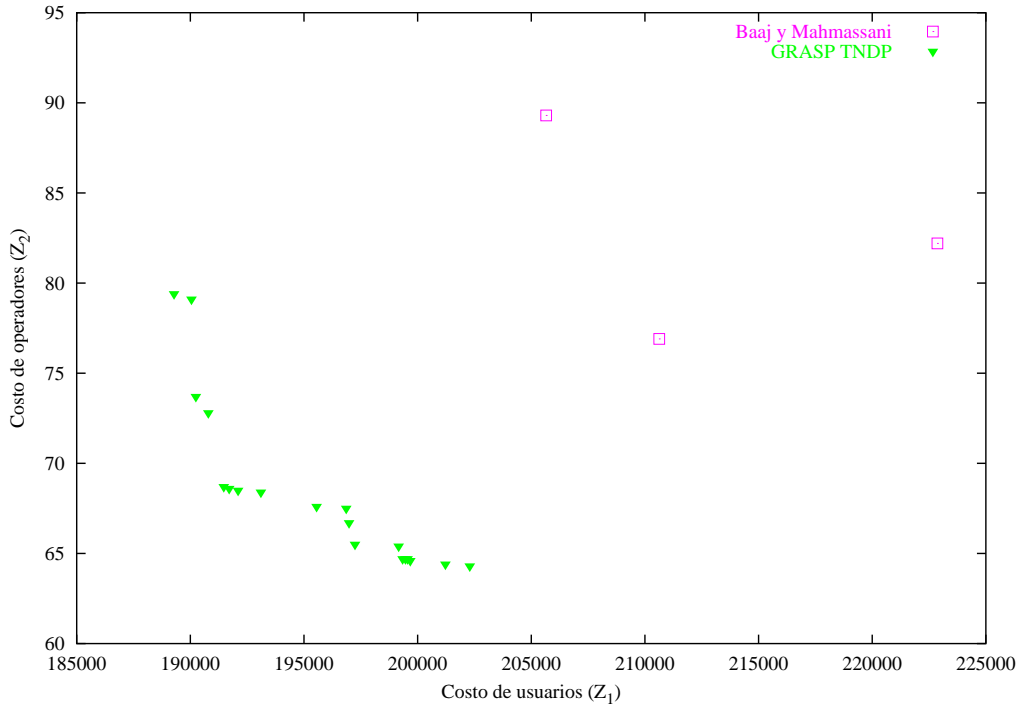


Figura 7.6: Comparación con soluciones de Baaj y Mahmassani

- Los tiempos de transbordo  $tt$  son en su mayoría menores para las soluciones  $S$ . Estos se calculan penalizando con un valor  $p_t$  cada unidad de demanda no satisfecha, por lo que están inversamente relacionados con los valores de  $D_0$ .
- Los valores de tamaño de flota (función objetivo  $Z_2$ ) son similares a grandes rasgos en todos los casos. Sin embargo los correspondientes a  $BM_1$  y  $BM_3$  son mayores que cualquiera correspondiente a las soluciones  $S$ .

## 7.7. Análisis de soluciones obtenidas

En esta sección se analizan tres soluciones seleccionadas del frente de Pareto obtenido por el algoritmo GRASP TNDP, que se diferencian por los distintos niveles de compromiso entre los diferentes objetivos en conflicto. Las soluciones seleccionadas son:

- Solución de menor costo para usuarios, y mayor costo para operadores,  $S_1$ .
- Solución de menor costo para operadores, y mayor costo para usuarios,  $S_{19}$ .
- Solución intermedia,  $S_9$ .

Para cada solución, en el Cuadro 7.6 se presentan para cada recorrido, los valores de frecuencia  $f_k$ , duración  $t_k$  y utilización media de los buses  $\bar{\Delta}_k$ , definida como

$$\bar{\Delta}_k = \frac{\bar{\phi}_k}{f_k CAP}$$

En base a los resultados obtenidos, se puede observar lo siguiente:

- Con respecto a las frecuencias y duraciones de los recorridos, no es posible determinar una tendencia clara. Si bien el promedio de frecuencias de la solución con bajo costo para los usuarios es mayor que el promedio de frecuencias para la solución con bajo costo para los operadores, la solución intermedia tiene aún un promedio mayor de frecuencias.
- Un fenómeno similar ocurre con las duraciones de los recorridos.
- Los dos puntos anteriores, confirman el hecho que tanto la estructura topológica de los recorridos como los valores de las frecuencias, influyen en la determinación de diferentes compromisos entre los objetivos en conflicto. Por lo tanto no se observa una tendencia clara tanto en las frecuencias como en las duraciones de los recorridos, sino que el nivel de compromiso de cada solución lo determina una combinación de ambos.
- En cuanto a la utilización media de los buses (promediada para todos los recorridos), se observa la siguiente tendencia: es menor en soluciones de bajo costo para usuarios, y mayor en soluciones con menor costo para los operadores. Para  $S_{19}$  se observa que posee un recorrido (el 7), cuya utilización media está en el máximo nivel permitido por la restricción de máximo factor de carga, o utilización crítica, definido como  $\phi_k^*/(f_k CAP)$ . En el Cuadro 7.7 se presentan los valores de los promedios de utilización media, para cada una de las soluciones del frente de Pareto hallado, donde se observa una tendencia, que sin embargo no es estrictamente monótona.

<i>Solución</i>	<i>Recorrido</i>	$f_k$	$t_k$	$\bar{\Delta}_k$
$S_1$	1	0,24	48	0,67
	2	0,18	36	0,75
	3	0,19	30	0,92
	4	0,37	56	0,80
	5	0,18	36	0,77
	6	0,31	66	0,93
	7	0,05	54	1,00
	8	0,15	34	0,98
	<i>Promedios</i>	0,21	45	0,85
$S_9$	1	0,35	40	0,88
	2	0,16	30	1,12
	3	0,30	36	1,03
	4	0,35	38	0,94
	5	0,23	34	0,90
	6	0,28	40	0,97
	7	0,13	42	0,74
	8	0,06	10	1,24
	<i>Promedios</i>	0,23	34	0,98
$S_{19}$	1	0,20	38	0,92
	2	0,20	36	1,10
	3	0,08	22	1,21
	4	0,17	34	0,90
	5	0,29	38	0,93
	6	0,07	30	0,82
	7	0,08	16	1,25
	8	0,15	44	1,01
	9	0,25	66	1,08
	10	0,13	34	0,67
	<i>Promedios</i>	0,16	36	0,99

Cuadro 7.6: Análisis de diferentes soluciones de compromiso

<i>Solución</i>	$\Delta_k$ promedio
$S_1$	0,85
$S_2$	0,86
$S_3$	0,91
$S_4$	0,93
$S_5$	0,97
$S_6$	0,97
$S_7$	0,97
$S_8$	0,97
$S_9$	0,98
$S_{10}$	0,94
$S_{11}$	1,01
$S_{12}$	0,97
$S_{13}$	0,96
$S_{14}$	0,97
$S_{15}$	0,98
$S_{16}$	0,98
$S_{17}$	0,98
$S_{18}$	0,99
$S_{19}$	0,99

Cuadro 7.7: Utilizaciones promedio en soluciones con diferentes niveles de compromiso





## Capítulo 8

# Caso de estudio

Uno de los objetivos de este trabajo fue la aplicación de un método de optimización de recorridos y frecuencias a un caso de estudio real, así como la construcción del propio caso. Si bien los resultados numéricos con el caso de Mandl, presentados en el Capítulo 7, muestran una buena performance del algoritmo propuesto con respecto a otro algoritmo existente, no lo validan respecto a su aplicación a un caso real. Esto es debido a que no se conocen los detalles del modelado mediante los cuales se obtuvo el caso de Mandl, construido para una ciudad no especificada de Suiza. El trabajo con un caso real permite comparar las soluciones obtenidas por el algoritmo, con las existentes en el sistema real de transporte público.

Los datos de casos reales publicados son incompletos. La mayoría de los conocidos en este trabajo [5, 50, 61, 1] presentan datos de la red intermedia, sin especificar a qué entidades reales o ficticias corresponden los nodos y arcos. Para las matrices origen-destino, generalmente no se especifica la forma en que se obtienen, y en algunos casos se generan a partir de datos sintetizados. Esto causa dificultades a la hora de interpretar los resultados obtenidos por un algoritmo aplicado al caso. Por otro lado, es de interés para este trabajo, estudiar las técnicas de relevamiento y tratamiento de datos reales, necesarios para los algoritmos de optimización de recorridos y frecuencias.

El caso de estudio elegido, es el del sistema de transporte público de la ciudad de Rivera, capital del Departamento del mismo nombre, ubicado al Norte de Uruguay, en la frontera con Brasil. Los siguientes factores motivan la elección de Rivera como caso de estudio:

- Las dimensiones de la ciudad y del sistema de transporte público que opera en la misma en la actualidad, permiten el tratamiento de los datos en un tiempo razonable para el alcance de este trabajo.
- Existe buena disposición por parte de las autoridades de la Intendencia Municipal de Rivera (IMR), así como de las empresas que operan las líneas de buses, para colaborar en la realización de este trabajo.

### 8.1. Descripción del caso

La ciudad de Rivera tiene una población de aproximadamente 65000 habitantes [36]. El transporte público es un modo muy utilizado en la ciudad. La mayoría de los usuarios de este medio de transporte son estudiantes y personas de edad (mayormente pasivos), aunque

<i>Nombre</i>	<i>Identificador</i>
Empalme	1
La Pedrera	2
Pueblo Nuevo	3
Comeri - Estiba	4
Santa Teresa	5
Rivera Chico	6
Quintas al Norte	7
Lagunón	8
Paso de la Estiba	9
Escuela 88	10
Mandubí	11
Cinco Bocas - Puerto Seco 1	12
Cinco Bocas - Puerto Seco 2	13

Cuadro 8.1: Líneas del sistema de transporte público de Rivera

en horarios pico hay una importante utilización también por parte de personas que se trasladan hacia y desde sus lugares de trabajo. El sistema de transporte público que opera en la actualidad, consta de 13 líneas de buses, operadas por 3 empresas privadas (Cuadro 8.1). En un día típico, el total de boletos vendidos por todas las líneas es aproximadamente 6000; este dato es estimado a partir de un promedio de ventas semanales de boletos en dos semanas particulares del año 2003 (datos proporcionados por la IMR).

Las siguientes características contribuyen a la importante presencia del transporte público en Rivera:

- Existe oferta de líneas de transporte público desde la década de los '50.
- Grandes inversiones por parte de empresas privadas de transporte han permitido la implantación de un conjunto de líneas, cuyos recorridos cubren prácticamente toda el área urbana y suburbana de la ciudad.
- El crecimiento de la ciudad, y los cambios en el uso de suelo, hacen a la existencia de barrios alejados del centro, cuyos habitantes deben recurrir al transporte público como medio de acceso.
- La geografía particular de la ciudad, que está ubicada en una gran parte de su extensión sobre cerros, dificulta la utilización de modos de transporte como la bicicleta.

La definición de los trazados de los recorridos y de las frecuencias de pasada de las líneas es una tarea compartida entre la Intendencia y las empresas. La regulación y control de las líneas existentes, así como la adjudicación de nuevas líneas es tarea de la IMR, en particular del Departamento de Tránsito y Transporte. Los trazados de los recorridos tienen una estructura radial, partiendo todos del centro, y finalizando en un barrio determinado, según la línea (Figura 8.1). Todos los recorridos tienen una duración de 60 minutos por ciclo completo (ida y vuelta desde el centro al barrio), con la excepción de dos, que tienen una duración de 40 minutos por ciclo completo. El promedio de los largos de los recorridos (ciclo completo) es 13,6 kilómetros (mínimo 8 y máximo 17,4 kilómetros). Las frecuencias de pasada varían desde un máximo de 3 cada 60 minutos (una salida cada 20 minutos)

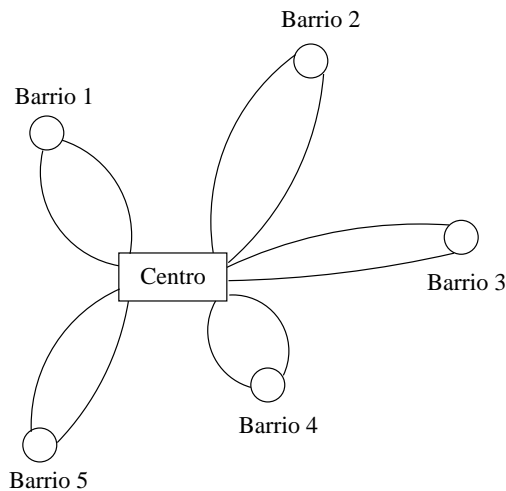


Figura 8.1: Estructura radial de recorridos

hasta un mínimo de 1 cada 60 minutos. Los servicios comienzan a operar a la hora 6:00 y finalizan a la hora 22:00 o 24:00, dependiendo de la línea. Existen algunas modificaciones en los trazados de los recorridos en algunos turnos, así como en las frecuencias, que se reducen después de la hora 20:00.

Los trazados de los recorridos se realizan por determinadas vías de tránsito, acondicionadas especialmente para tal fin. La definición de estos trazados, se realiza en base a conocimiento cualitativo de la demanda, y criterios de los técnicos del Departamento de Tránsito y Transporte. La extensión de los recorridos hacia nuevas áreas de la ciudad se realiza generalmente en base a reclamos de la población, por necesidad de contar con líneas que permitan su acceso a una distancia razonable de caminata.

El caso del sistema de transporte público de Rivera tiene aspectos de interés académico para este trabajo. Por sus dimensiones es además un caso que se supone tratable en tiempo razonable. Su relativa complejidad hace interesante la aplicación de un modelo de optimización, que por otra parte, por sus hipótesis de modelado no es aplicable a otras ciudades más grandes (por ejemplo Montevideo). Por otro lado, el personal de la IMR indica los siguientes problemas detectados:

- Superposición de recorridos. Se observa que hay varias líneas con secciones de recorridos en común. Si bien esta característica es deseable para los usuarios, en algunos casos redundante en una mala utilización de los recursos por parte de los operadores, especialmente cuando hay competencia entre diferentes empresas por los mismos clientes.
- Alta variabilidad de carga en determinadas líneas. Existen líneas con ocupación dispar de los buses, a lo largo de su recorrido.

El Departamento de Tránsito y Transporte de la IMR cree que es posible una reestructuración de los trazados de los recorridos, que resulte en un sistema con mejores costos tanto para los usuarios como para los operadores. Asimismo se reconoce la necesidad de contar con datos cuantitativos, principalmente respecto a la demanda de viajes entre pares de zonas de la ciudad, para poder realizar dicha reestructuración.

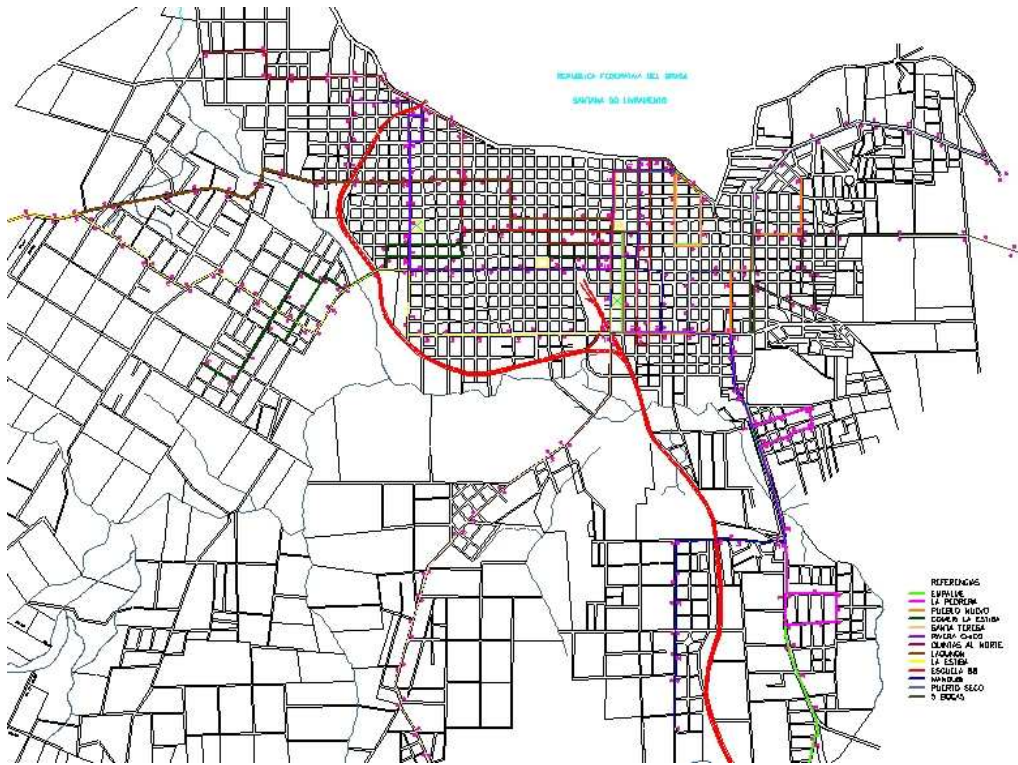


Figura 8.2: Ciudad de Rivera

En este trabajo se plantea la construcción del modelo computacional del sistema de transporte público de la ciudad de Rivera, de forma de poder extraer los datos necesarios para el algoritmo GRASP TNDP. En la Sección 8.2 se presentan los detalles de la construcción del caso, y en la Sección 8.3 se presentan los resultados numéricos del algoritmo aplicado el caso.

## 8.2. Construcción del caso

Los datos del caso de estudio necesarios para la ejecución del algoritmo GRASP TNDP son:

**Red** Es el grafo  $G$  no dirigido sobre el cual se definen los trazados de los recorridos. Para construirlo, es necesario definir los nodos, arcos, y costos de los arcos representando tiempos de viaje a bordo de los buses. Para esto es necesario contar con información geográfica de la ciudad, en particular de su red vial.

**Matriz origen-destino** Representa la demanda  $D = \{d_{ij}\}$  entre pares de nodos del grafo  $G$ , expresada en cantidad de viajes por unidad de tiempo.

**Características de la flota** En el modelo propuesto, todos los buses son considerados de un mismo tipo. La única característica de interés es su capacidad para pasajeros sentados (parámetro  $CAP$ ).

**Parámetros de diseño** Son los parámetros del modelo de optimización. Incluye proporciones mínimas de demanda cubierta ( $D_0^{min}$  y  $D_{01}^{min}$ ), frecuencias mínima y máxima de operación ( $f_{min}$  y  $f_{max}$ ) y factor de carga máximo en los buses ( $LF_{max}$ ).

Los datos de la red y de la matriz origen-destino son de difícil obtención y procesamiento, e implican la manipulación de importantes volúmenes de información. Por otro lado, si no se dispone de una fuente para obtenerlos o deducirlos, es necesario relevarlos en el propio campo.

### 8.2.1. Zonificación de la región de estudio

Una de las decisiones más importantes que se presentan al comienzo del proceso de modelado de los datos de transporte, es la relativa al nivel de detalle a ser adoptado [49]. Las decisiones tomadas en esta etapa, determinan fuertemente el subsecuente proceso de construcción de la red y de la matriz origen-destino. Existe un conjunto de criterios aceptados para la división en zonas de una región de estudio. Estos criterios se enfocan a estudios de transporte de propósito general, que involucran varios modos de transporte, trabajando generalmente en base al modelo de transporte en etapas (generación, distribución, división modal y asignación) [49]. La zonificación definida según estos criterios, es insumo tanto para los modelos, como para el trabajo de recolección y procesamiento de los datos de transporte.

En la revisión bibliográfica realizada, no se encuentran suficientes detalles acerca de la preparación de los datos para el trabajo con modelos de optimización de recorridos y frecuencias para transporte público. En este trabajo, se aplican criterios adaptados al caso de estudio particular.

Se consideraron tres posibles niveles de agregación de los datos:

**Nivel de barrios** Se considera una zona por cada barrio de la ciudad. Los límites de barrios son los establecidos por la IMR (Figura 8.3). Los datos están a un alto nivel de agregación en este caso. La interpretación de la demanda interzonal, así como los resultados del algoritmo a este nivel de agregación pueden carecer de utilidad.

**Nivel de paradas** Se considera una zona por cada parada del sistema actual de transporte público (Figura 8.4). La información a este nivel de detalle es generalmente útil cuando se analiza detalladamente un recorrido de transporte público en particular. Sin embargo, el análisis del sistema es demasiado rígido si se ligán los datos a las paradas; esto se debe al hecho que si un pasajero toma el bus (ascenso o descenso) en una parada, puede hacerlo también en alguna otra parada a no más de una cantidad determinada de cuadras de distancia.

**Nivel de (micro) zonas** Se generan zonas que agrupan paradas, de forma de cubrir la región de estudio. El tamaño de cada zona no debe ser mayor a una distancia mínima de accesibilidad al servicio de transporte público por parte de los pasajeros. Se considera un tamaño razonable, por ejemplo de  $4 \times 4$  cuadras. Una posible división según este criterio, resulta para el caso de Rivera, en un sistema que consta de 84 zonas (Figura 8.5).

De estas tres opciones de zonificación, se opta por la tercera. El nivel de detalle de microzonas se considera el más adecuado para la aplicación del algoritmo de optimización de recorridos y frecuencias, en el contexto de planificaciones estratégicas. No interesa la





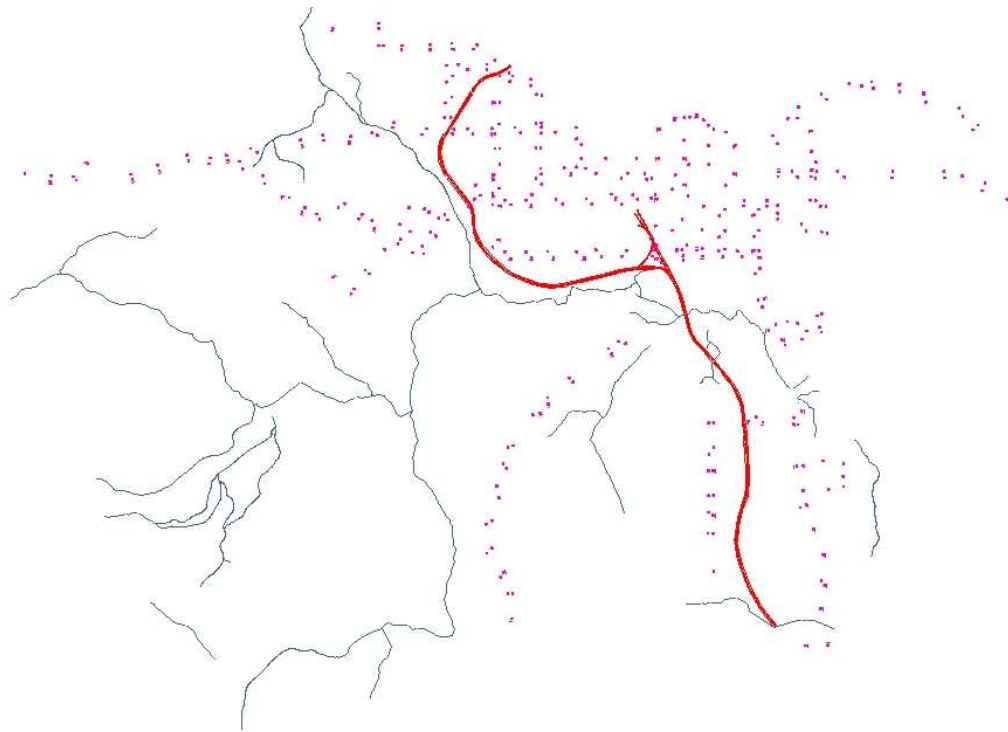


Figura 8.4: Zonificación: nivel de paradas

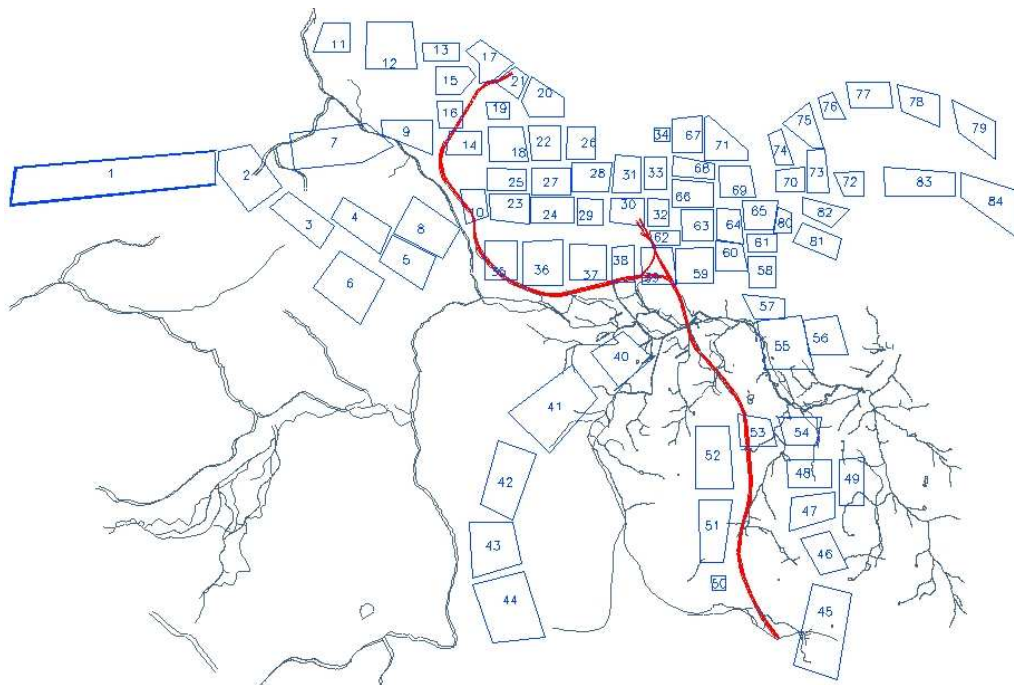


Figura 8.5: Zonificación: nivel de (micro) zonas

estructura detallada de cada recorrido, sino la secuencia de zonas por las que pasa. Para el propósito de este trabajo no se considera necesario contar con una definición precisa de los límites de las zonas, por ello la zonificación realizada no es estrictamente una división zonal, ya que no cubre la totalidad de la región de estudio

### 8.2.2. Construcción de la red

Para la construcción de la red, es necesario crear una abstracción de la red vial de la zona de estudio. En la literatura se encontraron pocas referencias a este tema. En [49] se presentan guías genéricas para la construcción de redes, enfocadas a estudios de transporte de propósito general. De esta forma, se agregan nodos especiales que representan centroides de zonas, y arcos especiales que ligan estos nodos a los propios de la red vial. La información que se registra para los arcos, incluye datos como largo, velocidad de viaje y capacidad (en flujo). Sin embargo, el modelo de red utilizado generalmente por los algoritmos para el TNDP es considerablemente más sencillo; el mismo se compone únicamente de nodos, arcos (conexiones entre nodos) y costos en los arcos, representando el tiempo de viaje a bordo de los buses que circulan a través de los arcos.

Sobre la construcción de redes para el TNDP se hallaron detalles solamente en: Zhao y Gan [68], que proponen la consideración de las principales vías de tránsito de la zona de estudio más el agregado de vías de menor importancia utilizadas por las líneas actuales del sistema de transporte público; Gruttner [32], que realiza una selección manual de nodos de interés (en base a intersecciones reales de calles) y posteriormente los conecta en base a los correspondientes tramos de calles que unen estos nodos.

En este trabajo se propone una metodología de construcción de redes para el TNDP. Esta metodología está ligada estrechamente a la información geográfica disponible, y a las herramientas disponibles para manipular esta información.

### Datos disponibles

La construcción de la red para el TNDP requiere de información geográfica de la zona de estudio, en particular referente a la red vial. La herramienta de software que mejor se adecúa para la manipulación de esta información es un Sistema de Información Geográfica (SIG).

Para el caso de Rivera, al momento de realizarse este estudio, no se cuenta con información en el formato manejable por un SIG. En cambio se dispone de información en formato *dwg*, manejado por la herramienta AutoCAD [3]. El formato *dwg* almacena datos vectoriales, que en este caso se utilizan para representar el mapa dibujado de la ciudad. Los elementos vectoriales de un dibujo en formato *dwg*, están ligados a un sistema de referencia, por lo que es posible extraer coordenadas y longitudes de los elementos de interés. En este estudio, la única información requerida para la construcción de la red comprende las calles y sus intersecciones. La manipulación de esta información se realiza con una herramienta de software desarrollada específicamente para este propósito.

### Herramienta utilizada

En este trabajo, la preparación de los datos referentes a la red del caso de estudio en base a los datos disponibles, se realiza utilizando la herramienta denominada TPUC (siglas de Transporte Público Urbano Colectivo), desarrollada por estudiantes, en el marco de un



Proyecto de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [25]. La herramienta TPUC permite editar los nodos y arcos de la red, así como la información de los costos de los arcos y los valores de la matriz origen-destino. Adicionalmente, permite invocar algoritmos para la resolución del TNDP, analizar y realizar modificaciones manuales a los resultados producidos por los mismos. Funciona en cualquier PC bajo el sistema operativo MS Windows. Tiene una interfase gráfica y un sistema de menús y botones que sigue el estándar de las aplicaciones que funcionan en este entorno. La arquitectura de esta herramienta se ha diseñado de forma de permitir la incorporación en forma sencilla, de implementaciones de nuevos algoritmos para la resolución del TNDP.

El modo de operación de la herramienta para la manipulación de los nodos y arcos de la red, está estrechamente relacionado con la metodología propuesta de construcción de redes; puede resumirse en los siguientes pasos:

- Cargar mapa de fondo de referencia de la zona de estudio. Este fondo debe proporcionarse en un formato reconocible por la biblioteca de manejo de información geográfica utilizada por la implementación de TPUC. En particular, el formato dwg cumple este requisito, por lo que la información disponible de Rivera es accesible de esta forma. Incluso el sistema de referencia se importa desde esta fuente, permitiendo el cálculo directo de coordenadas de nodos y longitudes de arcos.
- Introducir nodos. Se seleccionan los nodos relevantes y se dan de alta, sobre los puntos correspondientes del fondo.
- Introducir arcos. Uniendo sus correspondientes nodos adyacentes.
- Introducir costos y valores de demanda. La herramienta calcula las distancias euclídeas entre pares de nodos adyacentes. Posteriormente solicita la introducción de un valor para la velocidad media, de forma de poder calcular los tiempos de viaje sobre los arcos (costos). Estos costos pueden modificarse posteriormente de forma manual. Por último pueden introducirse los valores de la matriz origen-destino.

### **Determinación de los nodos y los arcos**

Para determinar los recorridos de las líneas se necesitan criterios de selección de vías de tránsito que se componen de tramos. El término tramo refiere a una cuadra de calle que une dos cruces. La literatura al respecto es escasa; dos trabajos publicaron su metodología a grandes rasgos [32, 68]. Para este caso se utiliza el siguiente procedimiento:

- Se seleccionan todos los tramos pertenecientes a vías que son utilizadas por al menos un recorrido del sistema actual de líneas de transporte público.
- Se agregan tramos de vías pasibles a ser utilizadas para trazados de recorridos, pero que no son utilizadas en la actualidad.
- Se agregan tramos que completen la conectividad de la red. En este punto, pueden agregarse tramos de vías que al momento se han incluido parcialmente a la estructura de la red, es decir, solamente algunos de sus tramos.

El proceso requiere de la participación y criterios de los técnicos de la IMR, quienes tienen el mejor conocimiento acerca del caso de estudio; sin embargo, en este trabajo, el

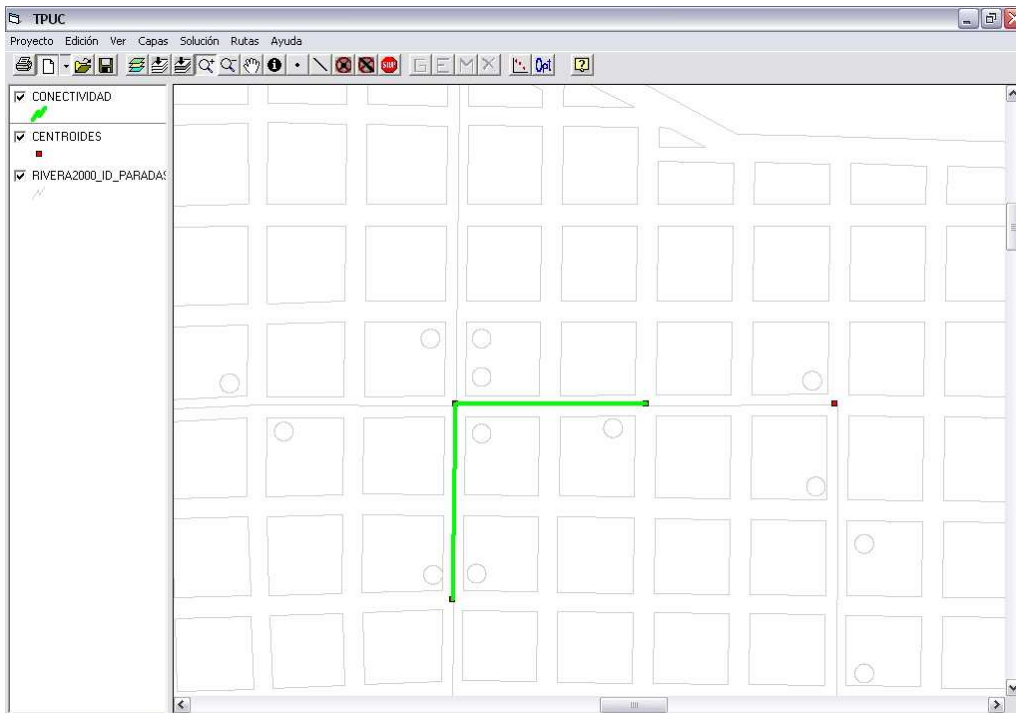


Figura 8.6: Introducción de nodos y arcos en TPUC

procedimiento es realizado por el autor, debido a la experiencia adquirida por el contacto con los técnicos y con la realidad del caso.

El procedimiento descrito anteriormente aplicado a Rivera, resulta en una red de 297 nodos y 469 arcos (Figura 8.7).

Una característica importante del modelo de red utilizado, es que los arcos de la red construida son no dirigidos. Estos arcos se construyen a partir de vías que en el sistema real, en algunos casos tienen un solo sentido. Esta diferencia se debe a la naturaleza del modelo y del algoritmo propuesto, que imponen esta restricción. Este aspecto del modelado de los datos debe tenerse en cuenta al momento de la interpretación de los resultados del algoritmo.

### **Determinación de los costos de los arcos**

Los costos de los arcos en el modelo propuesto para el TNDP representan tiempos de viaje a bordo de los buses. En el modelo de asignación de pasajeros a recorridos utilizado, estos tiempos son independientes de la carga de los buses y de las condiciones de tráfico. No se consideran tiempos incurridos por los ascensos y descensos de pasajeros, ni por cambios en la velocidad de los buses (se asume que todos viajan a la misma velocidad constante). Por estos motivos, los tiempos de viaje a bordo de los buses dependen directamente de las distancias de los arcos, y de una velocidad promedio de desplazamiento de cualquier bus por cualquier arco.

Las longitudes de los arcos generados según la metodología propuesta representan distancias geográficas reales, ya que estos son construidos en base a tramos que unen cruces consecutivos de una vía. La herramienta TPUC calcula estas distancias a medida que se

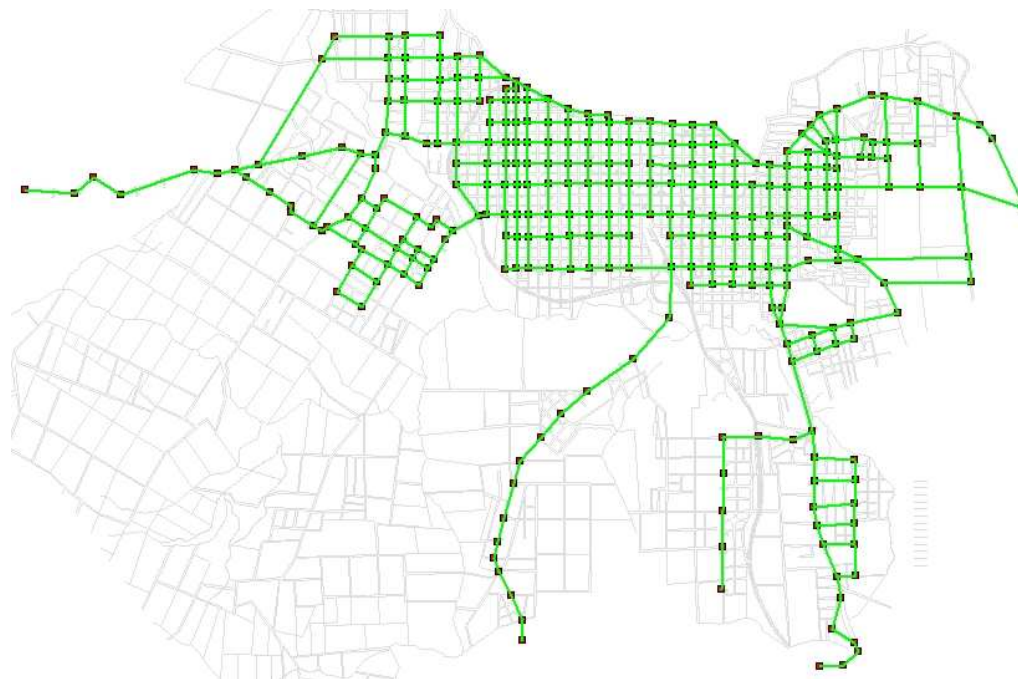


Figura 8.7: Red de Rivera

introducen arcos en la red. Para la estimación de la velocidad promedio de desplazamiento de los buses, se deduce un valor a partir del largo promedio de los recorridos (13,6 km), y la duración de los mismos (1 hora para la mayoría de los recorridos), resultando en 13,6 km/hora. Este valor es un promedio que contempla los tiempos de aceleración y frenado de los buses, así como los tiempos de ascenso y descenso de pasajeros, y los tiempos de espera en las terminales de comienzo y fin de recorrido. Dado que el modelo utilizado de transporte público no interactúa con modelos de otros modos de transporte, no existen inconvenientes para la utilización de este valor para la velocidad promedio. Los valores de distancia y velocidad se utilizan para calcular los tiempos de viaje a bordo de los buses, que constituyen los costos de los arcos de la red. Es importante tener en cuenta que no debe descuidarse el aspecto del modelado de los tiempos de viaje a bordo de los buses, ya que estos se utilizan por parte del algoritmo para la verificación de restricciones y el cálculo de frecuencias factibles, a partir de las duraciones de los recorridos.

### 8.2.3. Construcción de la matriz origen-destino

La información referente a la demanda para un estudio de transporte se expresa generalmente mediante una o varias matrices origen-destino, que indican las necesidades de viajes entre distintas zonas de la región de estudio. Distintas matrices pueden representar demandas en distintos modos de transporte, o en distintos horarios del día. En este estudio, se considera una matriz promedio de los viajes de todo un día, y una matriz representativa del horario de mayor afluencia de pasajeros al sistema de transporte público.

Al momento de la realización de este trabajo no se cuenta con información acerca de la demanda interzonal por transporte público en Rivera, suficiente para la derivación de una matriz origen-destino. Los técnicos del Departamento de Tránsito y Transporte poseen

conocimiento cualitativo acerca de los principales puntos de producción y atracción de viajes, pero esta información no es suficiente para determinar las necesidades de viajes entre pares de puntos de la ciudad. Por este motivo es necesario recolectar la información.

El relevamiento de información para la confección o actualización de una matriz origen-destino, es una de las tareas más costosas en términos de tiempo y recursos humanos, en los estudios de transporte. La recolección de datos para este propósito implica la realización de encuestas de hogares, así como conteos de viajes efectivamente realizados. Los tamaños muestrales requeridos para estimar todos los valores de la matriz son generalmente elevados [55]. Sin embargo, para el caso particular de este trabajo, existen razones que simplifican el proceso de recolección de datos, a saber:

- El estudio es solamente para el modo de transporte público.
- El tamaño de la población de interés, que en este caso son todas las personas que viajan utilizando transporte público un día típico, es un número que se estima manejable para el alcance de este trabajo.

La metodología clásica sugerida en la literatura de modelos de demanda de transporte, consiste en el modelado de la demanda en términos de los tres submodelos de generación, distribución y partición modal de viajes. Existe abundante literatura, por ejemplo [49] y numerosas herramientas de software, una de ellas TRIPS [16], al respecto. Los datos requeridos para la aplicación de esta metodología, implican la realización de encuestas, entrevistas, conteos de tráfico, y tienen un alto costo de adquisición. Estos generalmente se recolectan en el marco de planificaciones a largo plazo, a nivel de organismos estatales, para las que las autoridades destinan los recursos necesarios.

Para el caso particular del estudio de la demanda por transporte público urbano colectivo, existen metodologías específicas [14, 58, 60, 2], propuestas originalmente para la obtención de datos por parte de las empresas operadoras de transporte, a partir de los cuales se pueden analizar ajustes en la operación de las líneas, de forma individual. Se basan en conteos de pasajeros a bordo de los buses; pueden clasificarse a grandes rasgos en dos tipos:

- **Conteos ascenso-descenso:** Se basan en el registro de la cantidad de pasajeros que ascienden y descienden en cada parada (o cada un número determinado de paradas). Permiten construir un histograma de carga del bus (buses) que opera (operan) la línea. Mediante la utilización de modelos sintéticos, es posible generar matrices origen-destino a partir de estos datos [58].
- **Conteos origen-destino:** Se basan en el registro para cada pasajero, de las paradas de ascenso y descenso. Permiten construir una matriz origen-destino de cada línea, en forma aislada de las otras líneas.

Si bien estos métodos se proponen originalmente para la planificación del aspecto operacional de líneas aisladas (no se considera su interacción con otras líneas), han surgido adaptaciones de los mismos, que bajo determinadas condiciones, los hacen apropiados para la obtención de matrices origen-destino adecuadas para la planificación de recorridos y frecuencias [60].

Un aspecto muy importante a tener en cuenta, es que las estimaciones de demanda de transporte en base a conteos, caracterizan la utilización de los servicios ofertados, pero no las necesidades reales de transporte. Sin embargo, en determinados casos, es posible

suponer que las matrices de utilización se aproximan a las de necesidades, sin incurrir en errores graves de estimación.

### Metodología propuesta

En este trabajo se propone una metodología para la obtención de matrices origen-destino de demanda de transporte público. Está basada en la propuesta de Stopher *et al.* [60], que considera la realización de conteos origen-destino a bordo de los buses. A continuación se describen los principales aspectos de la misma.

Sea  $D = \{d_{ij}\}$  la matriz origen-destino de transporte público que se desea estimar, donde los índices  $i$  y  $j \in [1..n]$  corresponden en este caso a identificadores de las paradas del sistema. Sea  $L = \{l_1, l_2, \dots, l_m\}$  el conjunto de líneas del sistema actual.  $p_i$  es la cantidad de buses asignados a cumplir los servicios de la línea  $l_i$ ; en cualquier instante del tiempo, los  $p_i$  buses se encuentran transitando diferentes puntos del recorrido de la línea  $l_i$ . Sea  $H$  el horizonte horario de estudio. Se propone la consideración de un horizonte horario  $H$  de 12 horas, dividido en dos períodos que van de 7:00 a 13:00, y de 14:00 a 20:00. Para cada línea  $l_i$  se realizan conteos a bordo de un solo bus, durante todas las pasadas que realiza en los dos períodos. En las líneas donde hay más de un bus operando en forma simultánea, los resultados deben expandirse según el correspondiente factor  $p_i$ .

Los conteos consisten en registrar para cada pasajero que utiliza el bus, sus paradas de ascenso y descenso. Las paradas están numeradas con un identificador único, en el rango  $[1..n]$ . En cada bus donde se realizan conteos, se ubican dos personas (encuestadores), una en cada puerta. El registro de datos por cada pasajero, se realiza a través de un talón impreso, que el pasajero debe conservar durante su viaje (Figura 8.8). El talón contiene la lista de paradas de la línea. Cuando un pasajero asciende al bus, el encuestador ubicado en la respectiva puerta, toma un nuevo talón, marca la parada de ascenso y entrega el talón al pasajero. Cuando este desciende, entrega el talón al encuestador de la respectiva puerta, quien marca la parada de descenso, y guarda el talón.

El procesamiento de los datos implica el registro por cada talón, del par  $(o, d)$  de identificadores de las paradas marcadas de ascenso y descenso. Cada marca  $(o, d)$  de cada talón se registra sumando el valor 1, a la correspondiente entrada de la matriz, en la fila  $o$ , columna  $d$ . De esta forma se obtiene una matriz  $D_i$  origen-destino de viajes realizados en el bus encuestado de la línea  $l_i$ . Dado que diferentes líneas comparten las mismas paradas, la suma de las matrices  $p_1 D_1 + p_2 D_2 + \dots + p_m D_m$  vincula toda la información de ascensos y descensos, de forma independiente de las líneas. Los coeficientes  $p_1, p_2, \dots, p_m$  expanden las observaciones, en casos donde hay más de un bus realizando el servicio de una misma línea en forma simultánea.

La matriz origen-destino hallada de esta forma, refleja los movimientos de pasajeros entre pares de paradas del sistema de transporte público. Esta *matriz de utilización* del sistema de transporte público actual, se toma como aproximación a la *matriz de necesidades* reales de viajes, es decir, aquella que representa los requerimientos de viaje, independientemente de cualquier sistema de recorridos. Las siguientes características de la realidad del caso de estudio de Rivera, hacen que en este caso la matriz de utilización se considere una aproximación razonable a la matriz de necesidades:

- El sistema actual de recorridos cubre todas las partes de la ciudad donde es necesario el acceso al transporte público.

<b>Encuesta de movilidad en transporte público</b>			
<b>Universidad de La República - Intendencia Municipal de Rivera</b>			
<b>Línea Rivera Chico</b>			
<b>Desde centro</b>		<b>Desde fin de línea</b>	
317	Harris y Paiva	78	B. Rivera y H. Artigas
321	Ceballos y Sarandí	76	B. Rivera y H. Spikerma
166	Agraciada y Paysandú	74	B. Rivera y Echeveste
167	Agraciada y Mr. Vera	72	B. Rivera y C. Colman
174	Agraciada y F. Sanchez	110	Paysandú y B. Rivera
177	Brasil y F. Rivera	107	Paysandú y M. Buiz
179	Brasil y F. Quesada	105	1825 y Paysandú
181	Brasil y Dr. Ugón	111	1825 y F. Carambula
184	Brasil y V. Piriz	114	1825 y Rodó
137	Brasil y L. B. Berres	118	1825 y F. Sanchez
135	Brasil y Damborearena	136	Brasil y Damborearena
116	1825 y F. Sanchez	139	Brasil y L. B. Berres
113	1825 y Mr. Vera	183	Brasil y V. Piriz
112	1825 y F. Carambula	182	Brasil y Dr. Ugón
104	1825 y Ceballos	178	Brasil y P. Quesada
102	1825 y E. Coteins	177	Brasil y F. Rivera
99	1825 y P. Cabrera	173	F. Sanchez y Agraciada
95	Florida y Aristeguy	302	Ituzaingó y F. Sanchez
92	Florida y de Melo	311	Ituzaingó y Mr. Vera
89	B. Rivera y T. Berreta	313	Ituzaingó y Figueroa
		320	Ituzaingó y 33 Orient.
		318	33 Orientales y Anollés
		316	Harris y Paiva

**Por favor, al descender, entregar este talón al Inspector ubicado en la puerta trasera. Muchas gracias por su colaboración.**

Figura 8.8: Talón de encuesta

- Son muy escasos los transbordos; la gran mayoría de los pasajeros utilizan una sola línea para viajar desde su origen hasta su destino. La metodología de conteos origen-destino tal como se propone en este trabajo, falla en caso de existir un número importante de transbordos.
- Los buses no operan en condiciones de congestión. Todos los pasajeros que desean abordar un bus cuando arriba a la parada pueden hacerlo, incluso en horarios de alta afluencia de pasajeros al sistema de transporte público.
- La parte de la población de la ciudad que utiliza el transporte público constituye un grupo de clientes captivos. Este modo de transporte es prácticamente su única opción para realizar los desplazamientos necesarios.

### Ejecución de los conteos

La ejecución de los conteos en Rivera se realizó en la última semana del mes de Julio y la primera de Agosto de 2004, con la colaboración de la IMR. Se contó con la disposición de 6 funcionarios del Departamento de Tránsito y Transporte, para la realización de los conteos a bordo de los buses. Se formaron 2 equipos de 3 funcionarios cada uno, que realizaron conteos durante todo el horario del horizonte de estudio (12 horas). De esta forma es posible cubrir 2 líneas en un día. Para cubrir las 13 líneas, se trabajó con dos equipos durante 6 días más 1 día adicional con un equipo. Para muestrear bajo condiciones típicas de utilización del sistema de transporte público, se seleccionaron días de semana, laborables, fuera de los períodos de vacaciones.

<i>Cantidad de paradas</i>	374
<i>Máximo valor origen-destino</i>	62
<i>Promedio</i>	5,01
<i>Suma</i>	13360
<i>Densidad</i>	0,02
<i>Máximo valor de producción</i>	1325
<i>Máximo valor de atracción</i>	994

Cuadro 8.2: Resultados de conteos origen-destino

La combinación de los datos recolectados referentes a distintas líneas en diferentes días, se considera una “fotografía” de la utilización del sistema de transporte público en un día típico. El patrón de movimientos de pasajeros es de naturaleza aleatoria; esta observación se cumple para cada entrada  $d_{ij}$  de la matriz. La estimación de la matriz origen-destino implica por lo tanto la estimación de un promedio y de un intervalo de confianza para cada valor  $d_{ij}$ . Los algoritmos para el TNDP requieren únicamente del valor promedio, para cuya estimación, es deseable promediar los valores de varias muestras provenientes de conteos realizados en diferentes instancias. Sin embargo, dados los altos costos de obtención de cada muestra, en este trabajo se decidió utilizar una sola, sabiendo que la calidad de la estimación debe mejorarse a partir de datos provenientes de futuros conteos.

## Resultados

El procesamiento de los datos provenientes de los conteos se realizó con la colaboración de estudiantes de un Proyecto de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [30]. Las tareas desempeñadas en este contexto, implicaron la digitación de los datos de conteos en planillas electrónicas, así como el desarrollo de herramientas de software para procesar esta información y obtener las matrices origen-destino.

El resultado de este proceso, se presenta inicialmente como una matriz  $D$ , donde cada entrada está expresada en cantidad total de viajes, en el período del horizonte horario de estudio. Las principales características de la matriz obtenida se resumen en el Cuadro 8.2. Los resultados se calculan de la siguiente forma:

- *Cantidad de paradas*:  $n$  (cantidad de filas/columnas de la matriz).
- *Máximo valor origen-destino*:  $\max_{i,j \in [1..n]} \{d_{ij}\}$  (mayor valor de la matriz).
- *Promedio*: valor promedio de los elementos no nulos de la matriz.
- *Suma*:  $\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$  (total de viajes representados en la matriz).
- *Densidad*: proporción de elementos no nulos sobre el total de elementos de la matriz.
- *Máximo valor de producción*:  $\max_{i \in [1..n]} \sum_{j=1}^n d_{ij}$ .
- *Máximo valor de atracción*:  $\max_{j \in [1..n]} \sum_{i=1}^n d_{ij}$ .

Dos comentarios pueden formularse en base a los resultados del Cuadro 8.2:

- La densidad de la matriz es un valor típico para matrices origen-destino; solamente el 2% de las entradas son no nulas.



<i>Línea</i>	<i>Factor</i>
1	2
2	1
3	2
4	2
5	1
6	2
7	2
8	1
9	3
10	2
11	3
12	1
13	1

Cuadro 8.3: Factores de expansión utilizados

- El valor de la suma de las entradas de toda la matriz presenta una diferencia con el valor estimado a partir de las ventas de boletos proporcionados por la IMR. Los 13360 viajes diarios estimados mediante los conteos, representan más del doble de los 6000 estimados a partir de las ventas de boletos de dos semanas del año 2003. Se supone que las principales causas de esta diferencia son:
  - Los datos de ventas de boletos no incluyen a los escolares, que constituyen un porcentaje no estimado de la totalidad de los usuarios del transporte público en Rivera; tampoco incluyen a los boletos vendidos en la línea Santa Teresa.
  - En la mayoría de las líneas encuestadas (8 de 13) se utilizan factores de expansión (Cuadro 8.3). En estas líneas, donde existen 2 o 3 buses operando en forma simultánea, se realizaron conteos en un solo bus. En algunos casos, los técnicos del Departamento de Tránsito y Transporte advirtieron que existían diferencias importantes en cuanto a la utilización de los buses, entre buses encuestados y no encuestados pertenecientes a una misma línea.

El primer aspecto no constituye un error, ya que los escolares deben tenerse en cuenta para el dimensionamiento de los servicios. Sin embargo, el uso de los factores de expansión es inevitable, y los errores obtenidos son inherentes a que la estimación se basa en una sola muestra.

La matriz origen-destino obtenida de esta forma, estima el promedio de la cantidad de viajes realizados entre las distintas paradas del sistema de transporte público, en todo el día, denominado horizonte horario *promedio*. Sin embargo, al considerar un horizonte tan amplio, pueden existir variaciones importantes en la demanda. Esta dispersión debe tenerse en cuenta al momento de dimensionar los servicios. Por este motivo, se considera también una matriz origen-destino para el horario de mayor afluencia de pasajeros al sistema de transporte público, que va de las 11:00 a las 13:00, denominado horizonte horario de *mayor afluencia*. En el Cuadro 8.4 se presentan los principales descriptores de dicha matriz.



<i>Máximo valor origen-destino</i>	62
<i>Promedio</i>	3,54
<i>Suma</i>	3266
<i>Densidad</i>	0,007
<i>Máximo valor de producción</i>	252
<i>Máximo valor de atracción</i>	138

Cuadro 8.4: Resultados de conteos origen-destino, horario de mayor afluencia

#### 8.2.4. Post procesamiento de los datos

Los datos disponibles a un bajo nivel de agregación se procesaron para lograr el nivel de agregación establecido para este estudio. Tanto la información de la red (que se encuentra a nivel de tramos de calles reales, red vial) como de la matriz origen-destino (que se encuentra a nivel de paradas), debe ser procesada según la zonificación definida en la Sección 8.2.1.

#### Red

Los datos de la matriz origen-destino estimada deben ligarse al modelo de red construido. Dado que en el modelo utilizado no se consideran tiempos ni distancias de caminata, la demanda se considera ligada a nodos representativos de cada zona en la red. El procedimiento utilizado para el procesamiento de los datos es el siguiente:

- Selección de nodos representativos de cada zona. Para cada una de las 84 zonas de la división propuesta, se selecciona un nodo representativo, perteneciente a la red original. Los nodos representativos concentran toda la demanda producida (atraída) desde (hacia) la correspondiente zona.
- Construcción de los arcos. Se generan manualmente arcos entre zonas contiguas. Cada arco  $(u, v)$  conecta nodos representativos de dos zonas contiguas, y su costo, es el costo del camino más corto en la red original entre los nodos  $u$  y  $v$ .

La aplicación del procedimiento anterior, resulta en una red de 84 nodos y 143 arcos (Figura 8.9). Los arcos se muestran en la figura a los efectos de la visualización de las adyacencias; si bien se representan como segmentos que unen sus nodos extremos, el costo es calculado como el costo del camino más corto entre dichos nodos extremos.

#### Matriz origen-destino

La agrupación de paradas en zonas, genera una correspondencia entre las entradas de la matriz original a nivel de paradas (de tamaño 374) y las entradas de una matriz a nivel de zonas (de tamaño 84). El proceso de la matriz a nivel de paradas, resulta en una matriz a nivel de zonas, con las características que se muestran en el Cuadro 8.5.

Dado que el procesamiento para obtener la matriz a nivel de nodos de la red implica la agregación de datos de la matriz a nivel de paradas, se observa que algunos valores característicos (máximos, promedio y densidad) resultan mayores. Los descriptores de la matriz correspondiente al horario de mayor afluencia de pasajeros a nivel de zonas, se muestran en el Cuadro 8.6.

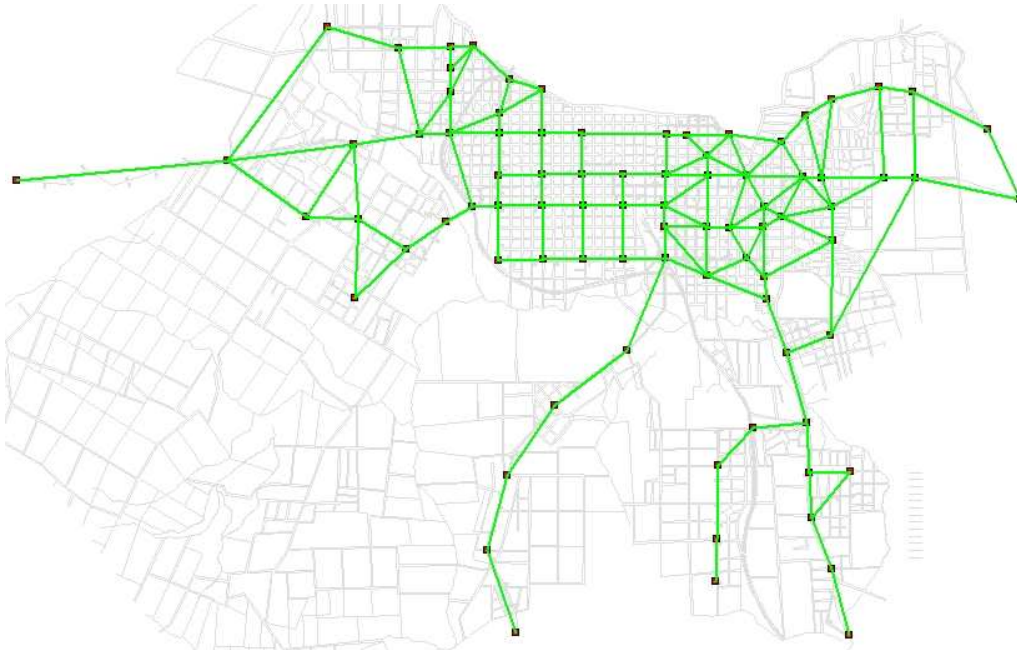


Figura 8.9: Red de Rivera, post procesamiento

<i>Cantidad de zonas</i>	84
<i>Máximo</i>	96
<i>Promedio</i>	9,85
<i>Suma</i>	13360
<i>Densidad</i>	0,19
<i>Máximo valor de producción</i>	1412
<i>Máximo valor de atracción</i>	1628

Cuadro 8.5: Resultados de conteos origen-destino, nivel de zonas

<i>Máximo</i>	68
<i>Promedio</i>	4,98
<i>Suma</i>	3266
<i>Densidad</i>	0,093
<i>Máximo valor de producción</i>	264
<i>Máximo valor de atracción</i>	225

Cuadro 8.6: Resultados de conteos origen-destino, horario de mayor afluencia (nivel de zonas)

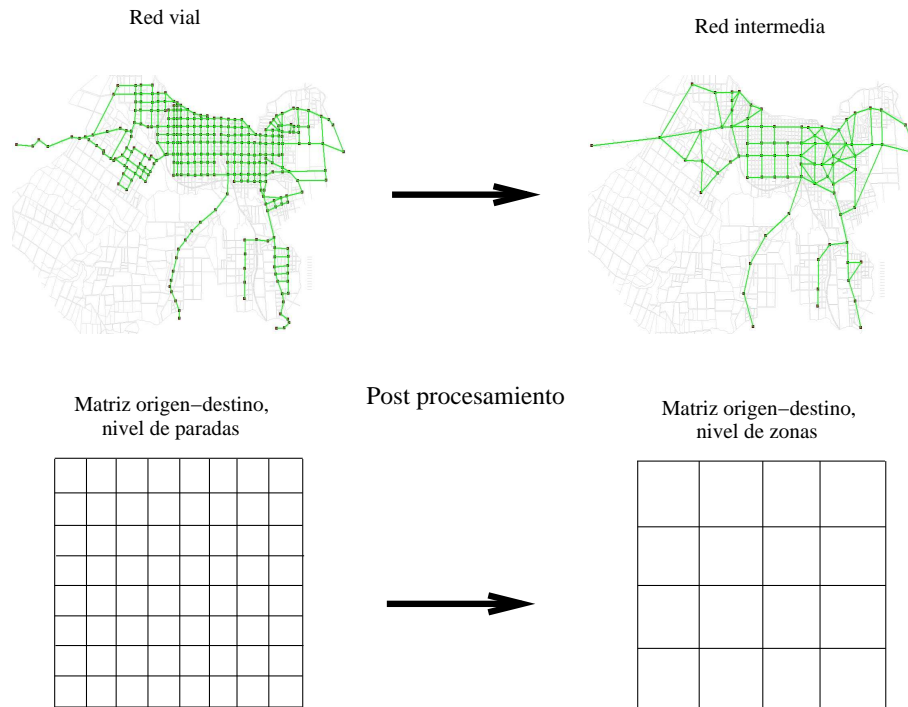


Figura 8.10: Post procesamiento de la red y de la matriz origen-destino

El algoritmo GRASP TNDP requiere una matriz origen-destino de tasas de viajes, que representan cantidad de viajes demandados por unidad de tiempo. Las matrices que representen cantidades de viajes en horizontes de tiempo de una determinada duración, deben ser transformadas en matrices de tasas de viajes, dividiendo sus valores por la duración del horizonte horario (12 horas para la matriz promedio de todo el día, y 2 horas para la matriz del horario de mayor afluencia).

Para la utilización de estas matrices por parte del algoritmo GRASP TNDP, se decidió eliminar de las mismas aquellos valores que representan demandas menores a un viaje por hora. Estos valores causan que el algoritmo deba generar recorridos para atender esta demanda, que operarán en condiciones de sub utilización de los buses.

### 8.2.5. Otros datos

Para la construcción de la totalidad del caso de estudio, es necesario definir además los valores de algunos parámetros y constantes del modelo de optimización. Para la capacidad de los buses se toma el valor  $CAP = 28$ , que es la capacidad de pasajeros sentados en los buses chicos, utilizados en la mayoría de las líneas en el sistema actual de Rivera. Para los parámetros  $D_0^{min}$  y  $D_{01}^{min}$  se decide tomar el valor 1 para los dos, dado que la totalidad de la demanda debe ser satisfecha y no es deseable que los pasajeros deban realizar transbordos en esta realidad. Como frecuencias mínima y máxima se toman los valores 1 y 6 pasadas por hora respectivamente. Como factor de carga máximo se toma el valor 1,5, que indica que se pueden tolerar hasta  $(LF_{max} - 1)CAP = 14$  pasajeros parados en los buses.

## 8.3. GRASP TNDP aplicado al caso de Rivera

Primeramente vale señalar que para el caso de estudio de Rivera, las hipótesis asumidas para el modelo propuesto de optimización de recorridos y frecuencias son válidas, por los siguientes motivos:

- Las dimensiones del caso hacen posible la existencia de un sistema de recorridos de transporte público de estructura homogénea. Esto significa que no hay una jerarquía de recorridos, todos cumplen el mismo objetivo (transportan el mismo tipo de pasajeros entre pares de puntos de la ciudad), y operan con una misma tecnología (todos con el mismo tipo de buses). En ciudades de mayor tamaño (por ejemplo Montevideo), la tendencia mundial recomienda la estructuración del sistema de recorridos en base a líneas troncales y alimentadoras, con diferentes tecnologías de operación (bus, bus articulado, metro) en un contexto de transporte multimodal [56, 47]. Estos aspectos deben tenerse en cuenta al momento de formular los modelos de optimización de recorridos y frecuencias.
- La característica multiobjetivo del modelo de optimización, hace posible su aplicación por parte de las autoridades de la IMR. Estas tienen un rol de entidad reguladora, en un sistema donde existe competencia entre diferentes empresas por el mismo mercado de pasajeros. Costos de usuarios y operadores pueden ser tenidos en cuenta, y la decisión por una solución entre varias de un frente de Pareto puede ser tomada por las autoridades, en base a los resultados producidos por el algoritmo.
- El modelo de asignación de pasajeros a recorridos asume hipótesis compatibles con la realidad del caso de estudio, en líneas generales. Existe competencia entre diferentes líneas para los mismos pasajeros en el sistema de transporte público de Rivera; este aspecto es modelado con la regla de distribución de pasajeros que viajan de un mismo origen a un mismo destino entre diferentes recorridos, de forma proporcional a las frecuencias de los mismos.
- El modelo de demanda inelástica considerado, es compatible con el mercado de transporte público en Rivera, en líneas generales. Puede observarse que la mayoría de los clientes en este caso son captivos, es decir, el transporte público es su única opción para satisfacer sus necesidades de desplazamientos.

### 8.3.1. Adaptación del modelo y del algoritmo

Es necesario realizar algunos cambios a la implementación inicial, para que su aplicación sea válida en el contexto de un caso real. En el cálculo de la función objetivo que representa los intereses de los operadores, la cantidad de buses necesarios para operar en el recorrido  $r_k$ , calculada como  $f_k t_k$  debe ser un número entero. Se propone el cálculo de la mencionada función objetivo, como

$$Z_2 = \sum_{r_k \in R} \lceil f_k t_k \rceil$$

Los valores para los parámetros del modelo de asignación de pasajeros a recorridos, son los mismos utilizados en las pruebas con el caso de Mandl. El valor del parámetro de penalización por transbordos es también 5 minutos.

### 8.3.2. Estudio del caso

Los resultados y su análisis se obtienen a partir de las siguientes pruebas:

- Análisis de la solución actual del sistema de transporte público de Rivera. Se analizan los resultados de la evaluación de las funciones objetivo del modelo de optimización, así como otras métricas de la solución actual.
- Calibración de los parámetros del algoritmo GRASP TNDP. Se analiza la calidad de las soluciones obtenidas, frente a variaciones en parámetros de configuración del algoritmo. El procedimiento de configuración de los parámetros utiliza información de la solución actual de Rivera.
- Análisis y comparación de soluciones de un mismo frente de Pareto aproximado producido por el algoritmo GRASP TNDP. Se analizan diferentes soluciones correspondientes a diferentes compromisos entre costos de usuarios y operadores.
- Comparación de soluciones obtenidas por el algoritmo GRASP TNDP, frente al sistema actual de recorridos y frecuencias. Se comparan las soluciones obtenidas, con la existente actualmente en el sistema de transporte público de Rivera.

#### Análisis de la solución actual de Rivera

El sistema de transporte público de Rivera, al mes de Julio de 2004 consta de 13 líneas, que operan con frecuencias de pasada cada 60, 30 o 20 minutos. En 11 de las 13 líneas, los recorridos están estructurados en base a dos recorridos, uno de ida (desde el centro de la ciudad a un determinado barrio) y uno de vuelta (del barrio al centro). Las 2 líneas restantes tienen recorridos circulares, que comienzan y finalizan en una misma parada del centro de la ciudad, y se recorren en un solo sentido.

Para realizar la evaluación de las funciones objetivo del modelo de optimización para una solución de las características mencionadas, se construyó un módulo específico de evaluación, que aplica el mismo modelo de asignación de pasajeros a recorridos de Baaj y Mahmassani [4], con las siguientes modificaciones:

- Contempla líneas con recorridos de ida y vuelta diferentes.
- Contempla líneas con recorridos circulares.

$Z_1$	<i>Tiempo total</i>	406
	<i>Tiempo de viaje</i>	232
	<i>Tiempo de espera</i>	174
	<i>Tiempo de transbordo</i>	0
$Z_2$	<i>Cantidad de buses</i>	33

Cuadro 8.7: Evaluación de las funciones objetivo, solución actual de Rivera

En el Cuadro 8.7 se presentan los valores de las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$ , para la matriz origen-destino correspondiente al horizonte promedio de todo el día. Para el caso de  $Z_1$ , se presentan los resultados de evaluación detallados según tiempo de viaje en vehículo, tiempo de espera y tiempo de transbordo, en minutos.

Dos observaciones importantes pueden realizarse en base a los resultados del Cuadro 8.7:

- Como era de esperar, el tiempo de transbordo es cero. Esto significa que ningún pasajero debe tomar más de una línea para viajar desde su origen hacia su destino. El resultado es consistente con el hecho que la matriz de demandas fue confeccionada a partir de conteos origen-destino a bordo de las líneas del sistema actual.
- La cantidad de buses necesarios para cubrir los servicios de las 13 líneas, con las frecuencias del sistema actual, es 33 (flota teórica). Sin embargo, en la realidad, estos servicios se cubren actualmente con una flota de 23 buses (flota real). Esta diferencia se debe a que en el modelo utilizado, las duraciones de los recorridos se calculan en base a los tiempos de los arcos que los componen, y sus costos (que representan los tiempos de viaje a bordo de los buses) son constantes para cualquier recorrido, e independientes de la carga de los buses. De esta forma, se observa en el Cuadro 8.8, que las duraciones de los recorridos de la solución actual, calculados en base a los costos de sus arcos, en algunos casos difieren de la duración real, que es 60 minutos para las líneas 1 a 11, y 40 minutos, para las líneas 12 y 13. Concretamente, para 9 de las 13 líneas, las duraciones de los recorridos calculados por el modelo (duración teórica), superan la duración real. Los costos de los arcos del modelo de red utilizado, se calculan en base a las distancias, y una velocidad promedio estimada de circulación de cualquier bus por cualquier arco. De esta forma no se tienen en cuenta ni las diferencias entre las velocidades de las diferentes líneas ni los tiempos que dependen de los ascensos y descensos de pasajeros. De hecho se observa en la realidad, que existen líneas cuyos buses deben circular a una velocidad notoriamente mayor que la de los buses de otras líneas, para poder cumplir los tiempos de los recorridos.

No es posible contar con valores óptimos para evaluar cuantitativamente la calidad de esta solución, según las funciones objetivo  $Z_1$  y  $Z_2$ . Sin embargo es posible derivar las siguientes cotas inferiores:

- Para el tiempo de viaje en vehículo, una cota inferior  $CI(tv)$  se obtiene cuando la demanda entre cada par  $(i, j)$  de nodos de la red  $G$ , puede ser transportada a través del camino más corto entre  $i$  y  $j$  en  $G$ , independientemente de cualquier trazado de recorridos,  $CI(tv) = \sum_{i=1..n} \sum_{j=1..n} d_{ij} t_{ij}^*$ . Para el caso de Rivera, el valor de  $CI(tv)$  es 188.

<i>Línea</i>	<i>Duración teórica</i>	<i>Duración real</i>	<i>Flota teórica</i>	<i>Flota real</i>
1	67	60	3	2
2	64	60	2	1
3	55	60	2	2
4	49	60	2	2
5	70	60	2	1
6	50	60	2	2
7	46	60	2	2
8	74	60	2	1
9	108	60	6	3
10	63	60	3	2
11	62	60	4	3
12	61	40	2	1
13	47	40	1	1

Cuadro 8.8: Duraciones y flotas de solución actual de Rivera

	<i>Valor</i>	<i>Cota inferior</i>	<i>Distancia</i>
<i>Tiempo de viaje</i>	232	188	0,23
<i>Tiempo de espera</i>	174	70	1,49

Cuadro 8.9: Distancias de cotas inferiores, solución actual de Rivera

- Para los tiempos de espera, no es inmediata la derivación de una cota inferior  $CI(te)$ . Si bien existe una restricción de máxima frecuencia, dado que pueden existir varios recorridos para transportar la demanda entre un mismo par de nodos  $(i, j)$  de la red, el valor del tiempo de espera puede disminuir de acuerdo a la cantidad de líneas. A los efectos de la comparación, se considera una cota inferior, cuando la demanda entre cada par  $(i, j)$  de nodos de la red  $G$  puede ser transportada por una línea con la máxima frecuencia posible (una pasada cada 10 minutos en este caso),  $CI(te) = \sum_{i=1..n} \sum_{j=1..n} d_{ij}/2f_{max}$ . Para el caso de Rivera, el valor de  $CI(te)$  es 70.

Se define la distancia de un determinado valor  $v$  de una solución a una cota inferior  $CI$ , como  $dist(v, CI) = (v - CI)/CI$ . Según esta definición, la componente de tiempo de viaje en vehículo de la solución actual de Rivera está a una distancia del 23% de su cota inferior; la componente de tiempo de espera está a una distancia del 149% de su cota inferior (Cuadro 8.9).

En el Cuadro 8.10 se presentan los resultados de la evaluación del sistema actual de Rivera, en el horizonte horario de mayor afluencia de pasajeros, junto con los resultados de la evaluación para el horizonte promedio de todo el día. Los valores de  $Z_1$  no son comparables entre diferentes horizontes horarios, ya que las matrices de demanda son diferentes. En cambio, los valores obtenidos para  $Z_2$ , indican que el dimensionamiento de la flota (valor teórico, que tiene en cuenta las restricciones de capacidad de los buses, frente a los flujos críticos en cada recorrido) es el mismo en los dos horizontes horarios. Esto significa que en el horario de mayor afluencia de pasajeros al sistema, no se requiere un mayor tamaño de flota para satisfacer la demanda de pasajeros.

		<i>Promedio</i>	<i>Mayor afluencia</i>
$Z_1$	<i>Tiempo total</i>	406	702
	<i>Tiempo de viaje</i>	232	359
	<i>Tiempo de espera</i>	174	343
	<i>Tiempo de transbordo</i>	0	0
$Z_2$	<i>Cantidad de buses</i>	33	33

Cuadro 8.10: Evaluación de las funciones objetivo por horarios, solución actual de Rivera

<i>Línea</i>	$1/f_k$	$t_k$	<i>Promedio</i>		<i>Mayor afluencia</i>	
			$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$	$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$
1	30	67	0,31	0,56	0,37	0,77
2	60	64	0,22	0,56	0,32	0,89
3	30	55	0,24	0,44	0,41	0,69
4	30	49	0,37	0,68	0,59	<b>1,21</b>
5	60	70	0,54	0,81	0,85	<b>1,37</b>
6	30	50	0,23	0,53	0,43	0,76
7	30	46	0,29	0,60	0,43	0,88
8	60	74	0,48	0,70	0,83	<b>1,62</b>
9	20	108	0,31	0,52	0,47	0,89
10	30	63	0,35	0,60	0,55	1,00
11	20	62	0,48	0,72	0,61	<b>1,18</b>
12	40	61	0,24	0,45	0,56	0,96
13	40	47	0,14	0,31	0,44	0,70
<i>Promedios</i>	37	63	0,32	0,58	0,53	0,99

Cuadro 8.11: Descriptores de recorridos, solución actual de Rivera

En el Cuadro 8.11 se presentan para cada línea  $l_k$ , los valores del período  $1/f_k$ , duración  $t_k$ , utilización media  $\bar{\Delta}_k$  y utilización crítica  $\Delta_k^* = LF_k$  de los buses en los dos horizontes horarios. Tanto las utilizaciones medias como críticas, muestran en la gran mayoría un comportamiento consistente con las tasas de afluencia de pasajeros al sistema en los diferentes horizontes horarios estudiados. Las utilizaciones medias no superan en una diferencia considerable en la mayoría de los casos al 50 %. Las utilizaciones críticas, presentan valores mayores al 100 % en algunos casos. En particular, en el horario de mayor afluencia, en 4 de las 13 líneas (Santa Teresa, Comeri - Estiba, Mandubí y Lagunón) se presentan utilizaciones críticas mayores al 100 %. La línea 8 (Lagunón) presenta una utilización crítica del 162 %, lo que significa que en el tramo de mayor carga, los buses operan con 18 pasajeros parados.

Por último, en el Cuadro 8.12 se presentan los valores de los factores cíclicos  $\rho$  de los recorridos de ida y vuelta de cada línea; para las líneas 12 y 13 que tienen un sólo recorrido circular, este descriptor no está definido. Puede observarse que en la gran mayoría, los factores cíclicos no superan el 2; en algunos casos son muy cercanos a 1. Solamente la línea 3 (Pueblo Nuevo), tiene recorridos con altos valores cíclicos (en el entorno de 6).



<i>Línea</i>	$\rho$ ida	$\rho$ vuelta
1	1,28	1,63
2	1,80	1,70
3	5,22	6,39
4	1,00	1,13
5	1,19	1,38
6	1,58	1,70
7	1,44	1,57
8	1,11	1,16
9	1,63	1,69
10	1,14	1,21
11	1,27	1,20
12	-	-
13	-	-
<i>Promedios</i>	1,70	1,89

Cuadro 8.12: Factores cíclicos de recorridos, solución actual de Rivera

### Calibración de los parámetros del algoritmo GRASP TNDP

En un algoritmo basado en una metaheurística, generalmente la configuración de parámetros que produce el mejor resultado depende de los datos de cada caso particular. Por este motivo, es necesario calibrar los parámetros del algoritmo GRASP TNDP para el caso de Rivera.

Se consideran los siguientes dos grupos de parámetros:

- i) Parámetros del procedimiento de construcción de soluciones:  $\rho_{max}$  (máximo factor cíclico), y  $t_{max}^{ini}$  y  $t_{max}^{fin}$  (cota inferior y superior para la máxima duración de un recorrido respectivamente).
- ii) Parámetros de la metaheurística GRASP:  $\alpha$  (tamaño de la lista restringida de candidatos) y *MaxIteraciones* (cantidad de iteraciones).

i) *Parámetros*  $\rho_{max}$ ,  $t_{max}^{ini}$  y  $t_{max}^{fin}$

Estos parámetros reflejan (a diferencia de los parámetros propios de la metaheurística GRASP), propiedades de las soluciones, que son observables en la solución actual, y medibles en el modelo. Por otra parte, el conocimiento de los técnicos puede ser utilizado para la determinación de valores razonables para los mismos. En este trabajo, se toman los valores de la solución actual de Rivera, y se expanden en un 10% para no limitar el conjunto de soluciones factibles a ser explorado por el algoritmo:

- $t_{max}^{ini} = 40$  minutos, correspondiente a la duración teórica del recorrido más corto de la solución actual de Rivera, menos un 10% de esa duración.
- $t_{max}^{fin} = 120$  minutos, análogo al anterior, para el recorrido más largo, más un 10% de su valor.

$\alpha$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
<i>HV</i>	0,679	<b>0,698</b>	0,683	0,679	0,684

Cuadro 8.13: Calibración del parámetro  $\alpha$

- $\rho_{max} = 2$ , el mayor factor cíclico de la solución actual de Rivera (exceptuando la línea 3), más un 10 % de su valor.

ii) *Parámetros  $\alpha$  y  $MaxIteraciones$*

Los parámetros de la metaheurística GRASP requieren calibración para obtener los mejores posibles resultados. Para *MaxIteraciones*, la calidad de los resultados generalmente mejora con un aumento en su valor; de esta forma es posible aumentar la calidad de los resultados, conforme se decide la realización de un mayor esfuerzo de cómputo. Sin embargo, la sensibilidad de la calidad de los resultados con respecto al parámetro  $\alpha$  se debe estudiar en forma experimental.

Se considera una serie de pruebas, con valores de  $\alpha$  en el conjunto  $\{0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5\}$ . En el Cuadro 8.13 se presentan los resultados obtenidos, caracterizando la calidad de las soluciones por su valor de hipervolumen (*HV*), con extremos 1500 y 150 para  $Z_1$  y  $Z_2$  respectivamente. Este conjunto de pruebas se realiza con un valor para *MaxIteraciones* = 100. Se observa que los mejores resultados se obtienen para  $\alpha = 0, 2$ . Las subsiguientes pruebas se realizan por lo tanto con este valor.

Para el parámetro *MaxIteraciones*, se realizan pruebas con valores en el conjunto  $\{10, 100, 500, 1000\}$ . Los resultados se presentan en el Cuadro 8.14, el tiempo de ejecución del algoritmo se expresa en segundos. Las siguientes observaciones se plantean:

- Las relaciones entre los tiempos de ejecución para distintos valores de *MaxIteraciones*, confirman que los tiempos de ejecución de las iteraciones son aproximadamente los mismos, en este caso 22 segundos aproximadamente por cada iteración.
- La calidad de los resultados (frentes de Pareto aproximados), evaluada en base al hipervolumen, no es estrictamente creciente con la cantidad de iteraciones de GRASP. Observando los distintos frentes de Pareto obtenidos, puede verse que para valores bajos de *MaxIteraciones* (de 10 a 100), existen diferencias entre los resultados (Figura 8.11). Para valores altos del parámetro (de 500 a 1000, Figura 8.12), los frentes se superponen, existiendo soluciones de similares características en ambos. La Figura 8.13 muestra una comparación de los resultados obtenidos para 10 y 1000 iteraciones de GRASP.

En el Cuadro 8.15 se presentan las soluciones obtenidas para *MaxIteraciones* = 1000, caracterizadas por sus valores de  $Z_1$  (desglosado en *tv*, *te* y *tt*),  $Z_2$  y cantidad de recorridos  $|R|$ . Estas soluciones forman un frente de Pareto denominado *P*.

<i>Solución</i>	$Z_1$	<i>tv</i>	<i>te</i>	<i>tt</i>	$Z_2$	$ R $
$S_1$	659	238	421	0	19	10
	483	231	252	0	20	10

	470	236	234	0	21	10
	453	233	219	0	22	11
	443	239	204	0	23	9
	437	248	189	0	25	10
	417	222	195	0	26	13
	412	219	193	0	27	14
$S_3$	405	233	172	0	29	12
	397	217	180	0	30	16
	397	236	160	0	31	11
	388	237	150	0	32	12
	381	229	152	0	34	10
	375	228	147	0	35	10
	371	225	147	0	36	16
	369	235	135	0	37	12
	364	226	138	0	38	11
	357	226	131	0	39	11
	356	229	128	0	40	13
	354	229	125	0	41	13
	350	228	122	0	42	13
	348	229	119	0	43	12
	337	229	108	0	45	12
	334	220	114	0	48	15
	332	239	92	0	51	10
	328	217	111	0	53	19
	327	235	92	0	54	13
	321	210	111	0	55	19
	319	210	109	0	56	19
	315	210	106	0	57	19
	310	218	92	0	59	16
	308	218	90	0	62	16
	306	218	88	0	63	16
	304	215	89	0	66	16
	302	215	87	0	67	16
	298	215	83	0	68	16
	295	215	81	0	69	16
	291	217	74	0	81	14
	288	217	71	0	83	14
	287	210	77	0	85	19
	283	227	56	0	86	13
	283	217	66	0	87	14
	282	217	65	0	88	14
	279	217	62	0	89	14
	275	217	58	0	90	14
	273	217	56	0	92	14
	270	217	53	0	96	14
	269	217	52	0	97	14
	268	217	51	0	98	14

	266	220	46	0	118	16
	265	202	62	0	123	31
	262	202	59	0	124	31
	261	202	59	0	125	31
	260	202	58	0	127	31
	260	211	49	0	129	22
	259	211	48	0	132	22
	257	198	59	0	140	34
	253	198	55	0	143	34
	252	198	54	0	144	34
	251	198	53	0	145	34
$S_2$	251	198	53	0	147	34

Cuadro 8.15: Soluciones producidas por el algoritmo GRASP TNDP

### Análisis y comparación de soluciones de un mismo frente de Pareto producido por el algoritmo GRASP TNDP

En esta sección se comparan las soluciones extremas del frente de Pareto  $P$ : la solución  $S_1$  con mayor valor en  $Z_1$  (por lo tanto menor en  $Z_2$ ) con la solución  $S_2$  con mayor valor en  $Z_2$  (por lo tanto menor en  $Z_1$ ). En el Cuadro 8.16 se presentan los principales descriptores de las soluciones extremas. Las siguientes observaciones pueden realizarse en base a estos resultados:

- Con respecto a la cota inferior para el tiempo de viaje en vehículo ( $CI(tv) = 188$ ), se observa una distancia del 27% para  $S_1$ , mientras que para  $S_2$  es un 5%. El tiempo de espera está para  $S_1$  a un 501% de distancia de la cota inferior  $CI(te) = 70$ ; sin embargo para  $S_2$  está por debajo de su valor. Este hecho ocurre dado que  $CI(te)$  no es estrictamente una cota inferior. En la solución  $S_2$  existen pares de nodos cuya demanda es satisfecha por varios recorridos, lo que reduce los valores de tiempos de espera.
- Las cantidades de buses y recorridos para  $S_2$  hacen que no sea válida su implantación para el caso de Rivera.

En el Cuadro 8.17 se presentan para las soluciones  $S_1$  y  $S_2$ , los períodos  $1/f_k$ , las duraciones  $t_k$ , y las ocupaciones medias  $\bar{\Delta}_k$  y críticas  $\Delta_k^*$  de los buses de cada recorrido  $r_k$ . Se observa que:

- Las principales características de  $S_1$  (solución de alto costo para los usuarios) son: pocos recorridos, con bajos valores de frecuencias y alta duración. La utilización media promedio de los buses es del 47% y la utilización crítica promedio es cercana al 100%. Sobre esta última medida, se observa que existen recorridos con utilidades críticas cercanas al valor límite establecido por  $LF_{max} = 1,5$ .
- Las principales características de  $S_2$  (solución de alto costo para los operadores) son: muchos recorridos, con altos valores de frecuencias, baja duración y considera-

<i>MaxIteraciones</i>	10	100	500	1000
<i>HV</i>	0,666	0,698	0,699	0,695
<i>Tiempo</i>	220	2228	11022	22126

Cuadro 8.14: Determinación del parámetro *MaxIteraciones*

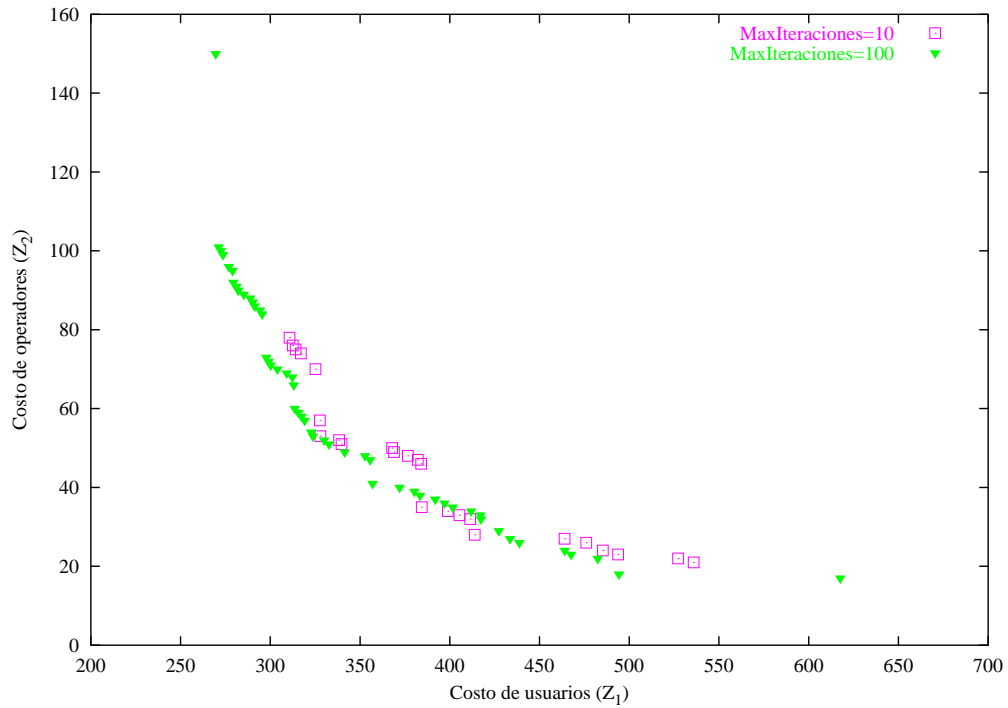


Figura 8.11: Frentes de Pareto para *MaxIteraciones* = 10 y 100

		$S_1$	$S_2$
$Z_1$	<i>Tiempo total</i>	659	251
	<i>Tiempo de viaje</i>	238	198
	<i>Tiempo de espera</i>	421	53
	<i>Tiempo de transbordo</i>	0	0
$Z_2$	<i>Cantidad de buses</i>	19	147
	<i>Cantidad de recorridos</i>	10	34

Cuadro 8.16: Soluciones extremas del frente de Pareto calculado

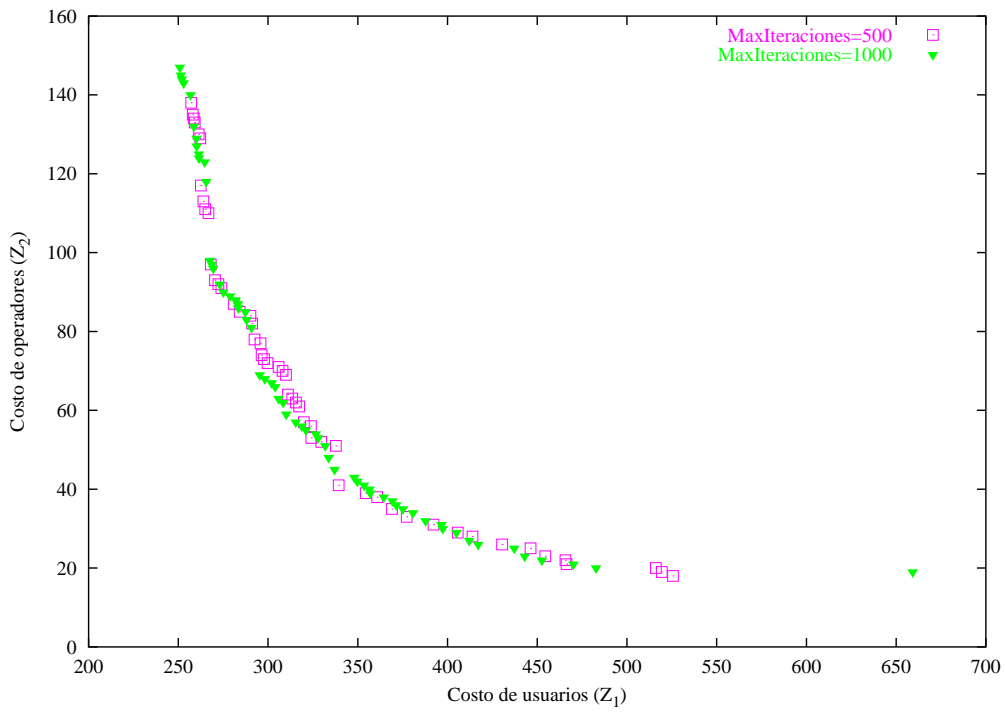


Figura 8.12: Frentes de Pareto para  $MaxIteraciones = 500$  y  $1000$

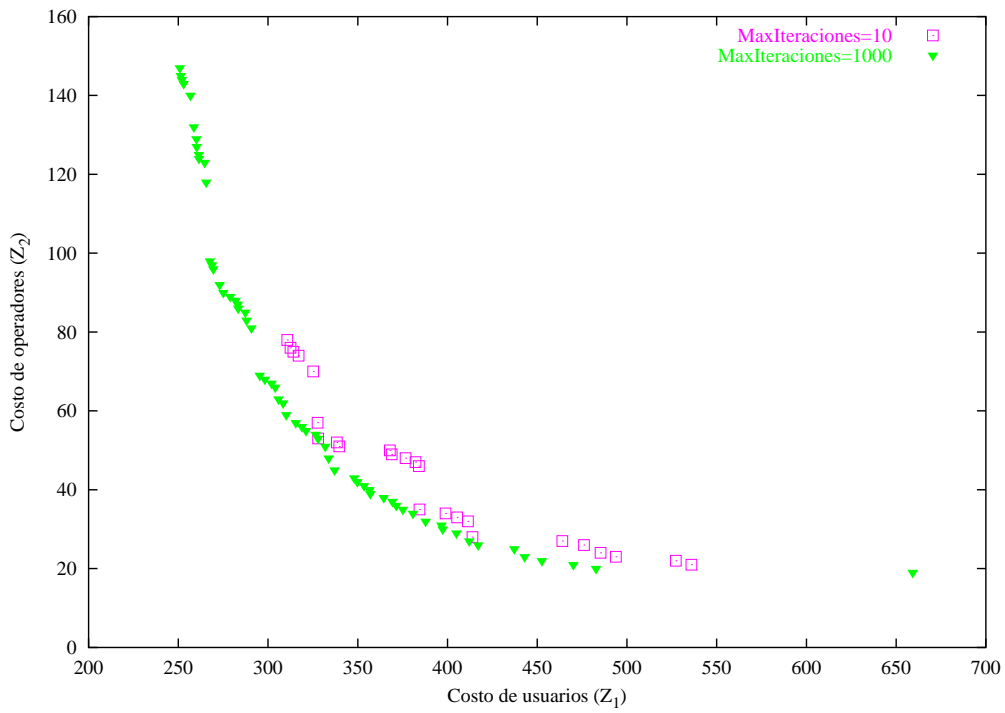


Figura 8.13: Frentes de Pareto para  $MaxIteraciones = 10$  y  $1000$

blemente baja utilización media promedio de los buses (5%). Incluso la utilización crítica promedio en esta caso es baja (9%).

### Comparación de soluciones obtenidas por el algoritmo GRASP TNDP, frente al sistema actual de Rivera

En esta sección, se compara la solución actual de Rivera con el conjunto de soluciones del frente de Pareto  $P$  calculado por el algoritmo GRASP TNDP. En la Figura 8.14 se ubica la solución actual de Rivera  $S_A$  con todas las soluciones del frente. Dado que existen diferencias entre los valores teórico y real para el tamaño de la flota de la solución actual de Rivera, se consideran las dos soluciones ( $S_A^T$  y  $S_A^R$ ). La única diferencia entre estas dos soluciones es la evaluación correspondiente a la función objetivo  $Z_2$ , que es 33 para  $S_A^T$  y 23 para  $S_A^R$ . Se observa que  $S_A^R$  domina a soluciones similares en el frente, mientras que  $S_A^T$  es dominada. A partir del frente  $P$ , se selecciona una solución  $S_3$  de características similares (en los valores producidos para  $Z_1$  y  $Z_2$ ), a ser comparada con la solución del sistema actual de Rivera; sus principales descriptores se presentan en el Cuadro 8.18 y a nivel de recorridos en el Cuadro 8.19, en los dos horizontes horarios de estudio. Puede observarse (Cuadro 8.18) que tanto los valores de tiempos de viaje en vehículo como de tiempos de espera, son similares entre las soluciones  $S_A$  y  $S_3$ . En principio no es posible inferir valores respecto a la flota real de la solución  $S_3$ , sin embargo los resultados de evaluación de la solución actual (Cuadro 8.8) indican que generalmente existe una sobre estimación en el dimensionamiento de la flota utilizando el modelo teórico. Las utilidades medias y críticas promedio de los buses en el horizonte horario promedio de todo el día de la solución  $S_3$  (0,28 y 0,54 respectivamente, Cuadro 8.19) son similares a las de  $S_A$  (0,32 y 0,58, Cuadro 8.11). La misma observación se cumple para las utilidades en el período de mayor afluencia de pasajeros. En cuanto a las utilidades críticas, se observa un elevado valor para la línea 8 en el horario de mayor afluencia (2,04), que excede el valor crítico especificado por el parámetro del modelo  $LF_{max} = 1,5$ ; esto es consecuencia de que el dimensionamiento de la flota se realizó con la matriz de demandas promedio de todo el día. Los promedios de períodos y duraciones de recorridos son mayores para  $S_3$  (44 y 89 respectivamente) con respecto a los de  $S_A$  (37 y 63).

Existen soluciones próximas a  $S_3$  (y por lo tanto a  $S_A$ ) en el frente de Pareto  $P$ , con diferentes niveles de compromiso entre los objetivos, candidatas como alternativas factibles a la solución actual. Sin embargo se observa una región de bajo cubrimiento en el frente, correspondiente a soluciones con alto costo para usuarios y bajo para operadores.

Finalmente, en las Figuras 8.15 y 8.16 se presenta la disposición espacial de los recorridos de las soluciones  $S_3$  y  $S_A$  respectivamente, visualizados con la herramienta TPUC. En la figura, los trazados de los recorridos se expresan en términos del modelo de red intermedia, a nivel de zonas. Esta forma de presentar los resultados se piensa que es la más adecuada, dado que el propósito del modelo de optimización de recorridos y frecuencias es proponer y evaluar alternativas en un contexto de planificación estratégica. Por otro lado, la planificación operacional, que incluye la determinación exacta de la composición de los recorridos es una decisión que debe recaer en los técnicos que poseen el conocimiento local del caso. Por este motivo, no se presentan los resultados en términos de calles de la red vial real. A criterio del autor, observando la disposición espacial de los recorridos de la solución propuesta  $S_3$  se puede ver que los mismos cubren las principales áreas urbanas cubiertas por los recorridos de la solución actual  $S_A$ . Sin embargo los técnicos del Depar-

$S_1$					$S_2$				
<i>Línea</i>	$1/f_k$	$t_k$	$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$	<i>Línea</i>	$1/f_k$	$t_k$	$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$
1	60	102	0,48	0,97	1	10	50	0,04	0,07
2	60	109	0,72	1,25	2	10	47	0,03	0,07
3	60	111	0,48	1,15	3	10	46	0,12	0,15
4	60	110	0,70	1,35	4	10	68	0,07	0,11
5	50	85	0,58	1,31	5	10	46	0,10	0,15
6	60	52	0,36	0,57	6	10	48	0,09	0,17
7	60	78	0,07	0,16	7	10	50	0,08	0,13
8	60	101	0,45	1,10	8	10	51	0,04	0,08
9	60	105	0,55	0,94	9	10	50	0,07	0,14
10	60	109	0,27	0,54	10	10	48	0,06	0,08
<i>Promedios</i>	59	96	0,47	0,93	11	10	67	0,06	0,13
					12	10	51	0,04	0,11
					13	10	52	0,06	0,10
					14	20	50	0,04	0,07
					15	10	43	0,07	0,11
					16	10	47	0,03	0,05
					17	10	50	0,04	0,08
					18	20	49	0,02	0,05
					19	10	63	0,03	0,06
					20	10	47	0,02	0,05
					21	40	65	0,05	0,09
					22	10	49	0,01	0,03
					23	20	40	0,04	0,06
					24	10	53	0,04	0,06
					25	20	40	0,03	0,09
					26	20	65	0,05	0,08
					27	20	31	0,03	0,06
					28	50	40	0,04	0,07
					29	10	52	0,08	0,19
					30	50	44	0,03	0,05
					31	60	52	0,09	0,11
					32	30	21	0,02	0,04
					33	60	52	0,06	0,08
					34	10	49	0,00	0,02
					<i>Promedios</i>	19	49	0,05	0,09

Cuadro 8.17: Soluciones extremas del frente de Pareto calculado, descriptores de recorridos



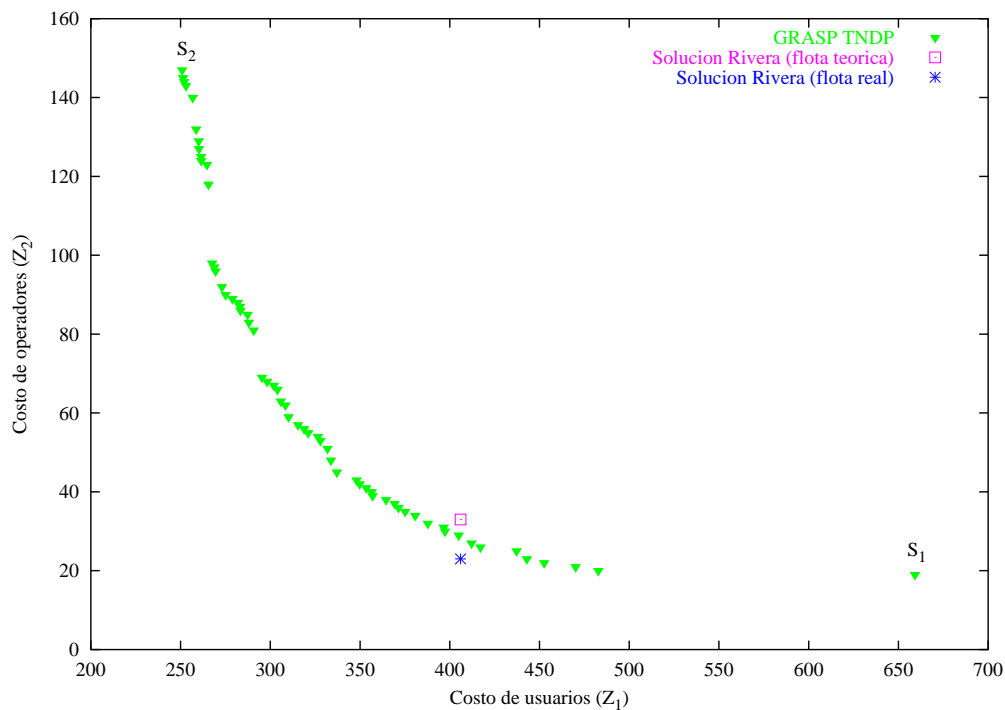


Figura 8.14: Comparación de resultados del algoritmo GRASP TNDP con solución actual de Rivera

tamento de Tránsito y Transporte de la IMR son los actores más apropiados para validar la solución. La validación de los resultados producidos por el algoritmo GRASP TNDP de optimización de recorridos y frecuencias por parte de los técnicos es trabajo pendiente a realizar, parte del proyecto de mayor alcance al que pertenece esta tesis.

		$S_A^T$	$S_A^T$	$S_3$
$Z_1$	<i>Tiempo total</i>	406	406	405
	<i>Tiempo de viaje</i>	232	232	233
	<i>Tiempo de espera</i>	174	174	172
	<i>Tiempo de transbordo</i>	0	0	0
$Z_2$	<i>Cantidad de buses</i>	33	23	29
	<i>Cantidad de recorridos</i>	13	13	12

Cuadro 8.18: Solución seleccionada del frente de Pareto calculado y solución actual de Rivera, principales descriptores

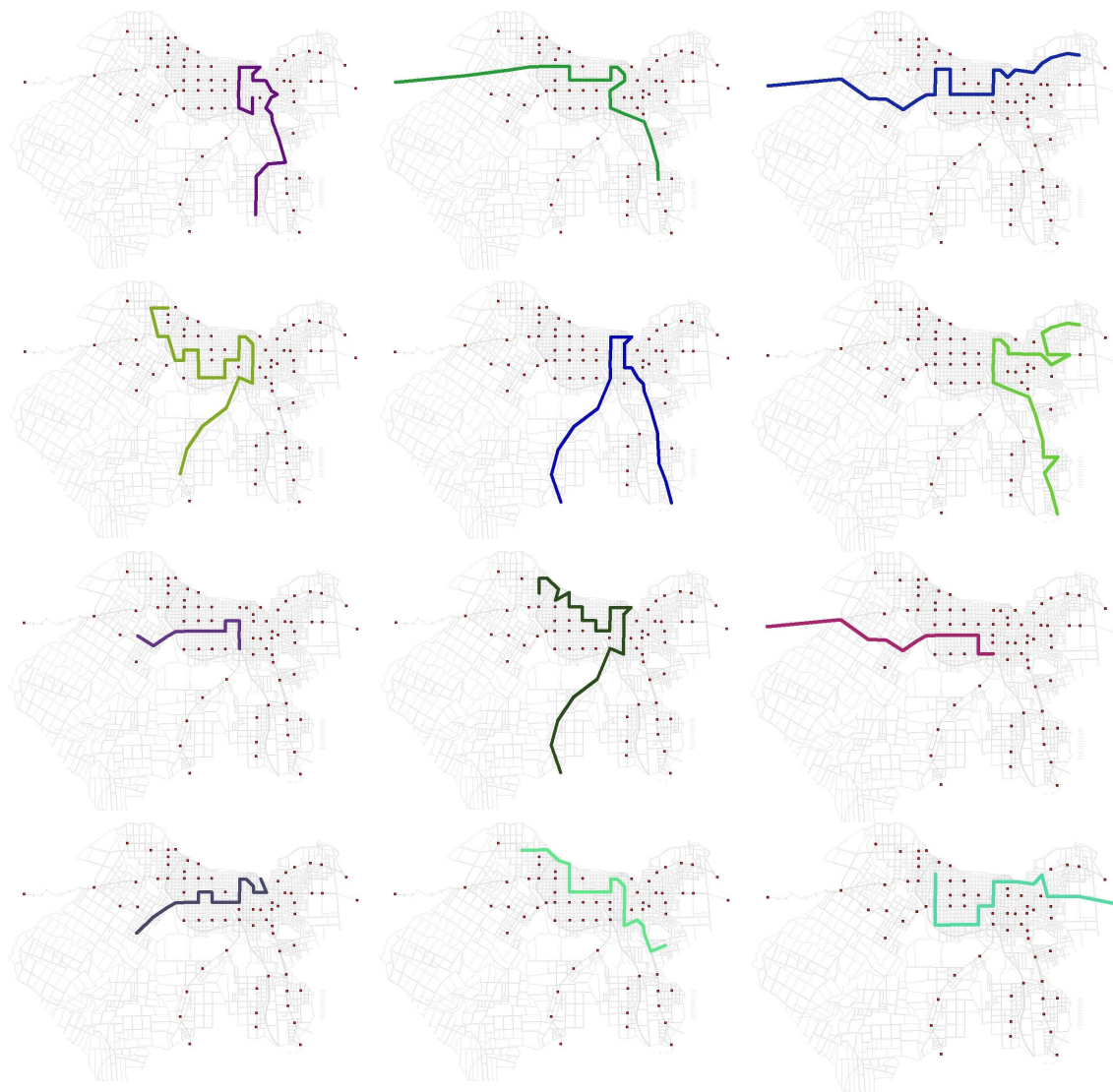


Figura 8.15: Disposición espacial de los recorridos (solución seleccionada del frente de Pareto calculado)

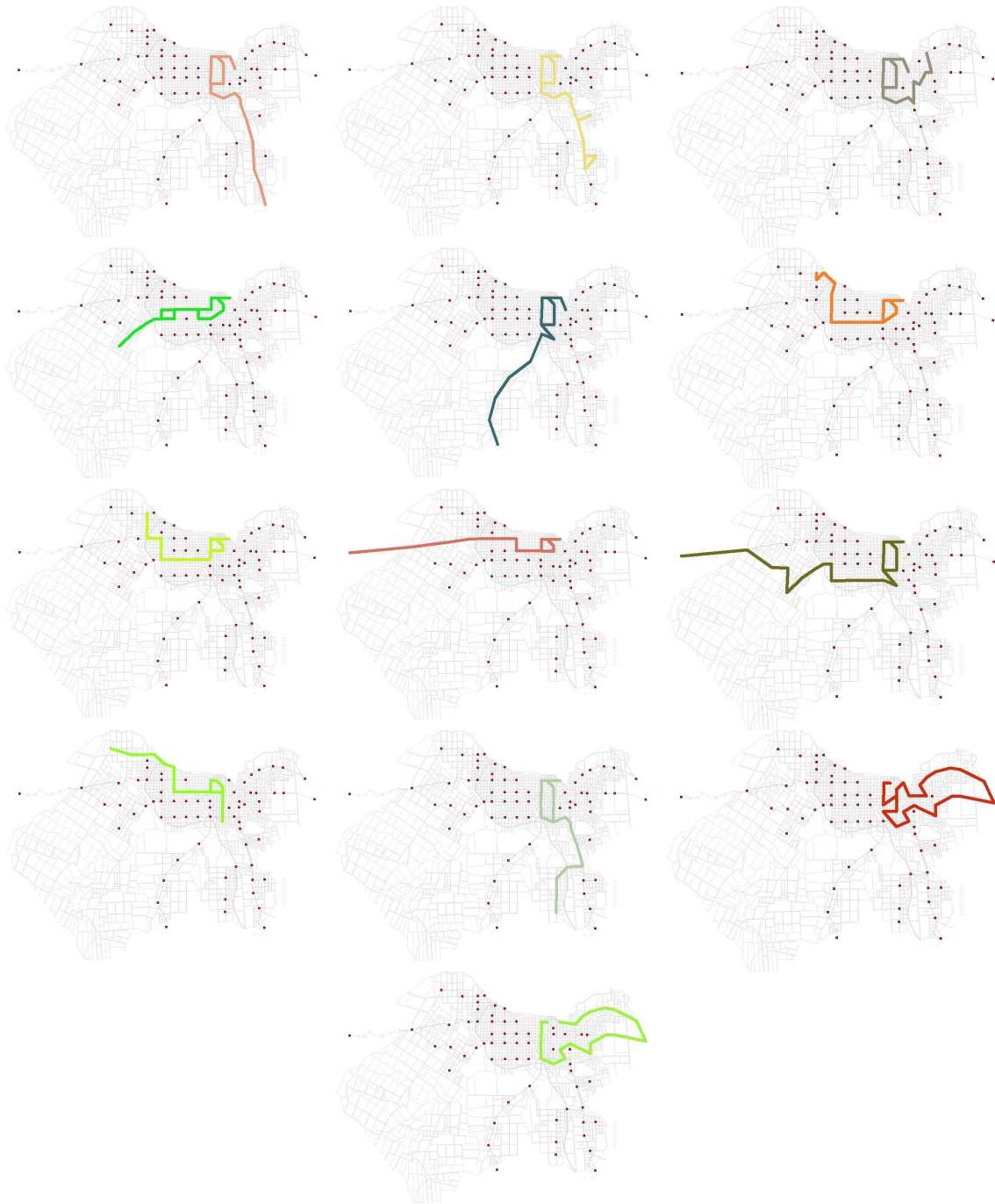


Figura 8.16: Disposición espacial de los recorridos (solución actual de Rivera)

<i>Línea</i>	$1/f_k$	$t_k$	<i>Promedio</i>		<i>Mayor afluencia</i>	
			$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$	$\bar{\Delta}_k$	$\Delta_k^*$
1	20	85	0,40	0,69	0,52	1,18
2	60	112	0,34	0,77	0,55	1,41
3	30	111	0,37	0,82	0,49	1,39
4	60	113	0,22	0,44	0,42	1,01
5	60	108	0,35	0,63	0,53	1,25
6	60	110	0,31	0,71	0,53	1,07
7	40	40	0,10	0,22	0,14	0,30
8	60	111	0,36	0,61	0,70	<b>2,04</b>
9	40	68	0,15	0,25	0,19	0,31
10	20	60	0,25	0,45	0,40	0,74
11	40	71	0,37	0,57	0,52	0,96
12	40	77	0,12	0,33	0,29	0,61
<i>Promedios</i>	44	89	0,28	0,54	0,44	1,02

Cuadro 8.19: Solución seleccionada del frente de Pareto calculado, descriptores de recorridos

## Capítulo 9

# Resumen, conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se estudia el problema de optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público, con un enfoque de optimización combinatoria. Se reseñan los principales modelos y algoritmos existentes para la resolución del problema. Se propone un modelo de optimización multiobjetivo y un algoritmo aproximado para su resolución, basado en la metaheurística GRASP. La metodología propuesta es aplicada a un caso de estudio relativo a la ciudad de Rivera, para cuya construcción fue necesario el diseño y ejecución de un estudio de la demanda de transporte público en dicha ciudad.

En cuanto a la resolución del problema, la metodología de esta tesis ha sido el tratar por separado dos aspectos que tienen relación estrecha entre ambos, y que son el modelado matemático y la resolución algorítmica.

### **Modelado matemático**

Se confirman las fuentes de complejidad del modelado del problema, identificadas por otros autores. Estas refieren a la dificultad de lograr una formulación que refleje aspectos del problema como la composición de los recorridos (en base a nodos de la red) y el modelo de asignación de pasajeros a recorridos. Estas dificultades se observan a lo largo de los modelos presentados en el Capítulo 3. En este trabajo se propone un modelo de optimización de recorridos y frecuencias (Capítulo 4), cuya formulación está fuertemente basada en las formulaciones de Baa'j y Mahmassani [5] e Israeli y Ceder [38].

Desde el punto de vista del modelado de los objetivos contrapuestos de los usuarios y los operadores, se observa que la técnica de optimización multiobjetivo tal como se presenta en el estado del arte actual [21, 19, 22], no es aplicada a la resolución del TNDP en los trabajos reseñados en el Capítulo 3. Salvo en [38], el problema se resuelve utilizando el método basado en preferencias de optimización multiobjetivo [19], para cuya aplicación es necesaria la estimación de coeficientes para la ponderación de las distintas funciones objetivo. Los métodos de obtención de estos coeficientes no son generalmente especificados en los trabajos consultados, y el método sufre de las desventajas enumeradas en [19]. En este trabajo se propone un modelo de optimización multiobjetivo, cuyo enfoque de resolución se basa en el método ideal de optimización multiobjetivo [19], que consiste en encontrar primeramente un frente de Pareto de soluciones no dominadas, para luego

seleccionar una, en base a información adicional proporcionada por los responsables de la toma de decisiones. Esta metodología se considera la más adecuada en el contexto de planificaciones estratégicas, aplicación para la cual se propone.

Un importante problema relacionado con el modelado del TNDP es la inclusión del modelo de asignación de pasajeros a recorridos. El modelo de asignación es fundamental para el cálculo de la función objetivo, dada una determinada solución al TNDP; por este motivo es necesario contar con un modelo de asignación adecuado, ya que de otra forma la evaluación de la función objetivo puede no ser válida. Por razones de complejidad, es tratado en forma aislada del modelo matemático de optimización de recorridos y frecuencias, y por ende no siempre es visible en su formulación. Los modelos de asignación más sencillos no consideran competencia entre líneas, y consideran costos constantes en los arcos de la red; los modelos de asignación más complejos consideran los efectos de la congestión en los arcos de la red, que afectan los tiempos de viaje y las restricciones de capacidad de los buses, que afectan los tiempos de espera.

### **Resolución algorítmica**

En este sentido también se confirman las fuentes de dificultad identificadas por otros autores, principalmente la complejidad computacional derivada de la naturaleza combinatoria del problema y la característica multiobjetivo. La primera impide resolver en forma exacta el problema, y la segunda implica tener en cuenta características específicas de optimización multiobjetivo al momento de proponer un algoritmo.

La complejidad computacional del problema hace que la totalidad de los algoritmos existentes para su resolución sean basados en heurísticas. Cronológicamente, las primeras propuestas consisten en heurísticas puras, y las últimas en la aplicación de metaheurísticas. En este último grupo, la mayoría de los trabajos consisten en aplicaciones de Algoritmos Genéticos, con distintos esquemas de codificación; recientemente surge una aplicación de Tabu Search para la resolución del problema.

La característica multiobjetivo del problema es resuelta en el aspecto algorítmico en la gran mayoría de los casos, reduciendo el problema a uno de objetivo único. Solamente un trabajo [38] diseña un algoritmo que incluye mecanismos para encontrar explícitamente soluciones con diferentes niveles de compromiso entre los objetivos en conflicto; sin embargo, este algoritmo está basado en complejos procedimientos, que no utilizan las técnicas propuestas por el estado del arte actual para el abordaje de problemas con múltiples objetivos.

En este trabajo se propone un algoritmo basado en la metaheurística GRASP para la resolución aproximada del modelo de optimización multiobjetivo propuesto. El diseño del algoritmo tuvo en cuenta los siguientes requerimientos: diversificación de la búsqueda en el espacio de soluciones factibles, tratamiento explícito de las frecuencias como variables de decisión y tratamiento explícito de la característica multiobjetivo del problema. El algoritmo está basado en tres componentes principales: construcción, evaluación y mejora de soluciones. La primera genera un conjunto de recorridos que cumplen con determinadas restricciones del modelo de optimización, principalmente de satisfacción de demanda; la segunda implementa un modelo de asignación de pasajeros a recorridos, que permite el cálculo de las funciones objetivo del modelo de optimización, dada una solución particular; la tercera implementa una búsqueda local, en el espacio de frecuencias factibles. Estos tres componentes se articulan en el contexto de la metaheurística GRASP, y producen como

resultado un frente de Pareto aproximado, consistente en un conjunto de soluciones no dominadas. Se concluye que los requerimientos planteados en el diseño del algoritmo propuesto fueron logrados: la diversificación de la búsqueda se logró mediante la utilización de una metaheurística, que mediante la manipulación de sus parámetros de configuración, permite controlar la diversificación; el tratamiento de las frecuencias se logró mediante el diseño de una búsqueda local que opera explícitamente con dichas variables de decisión; el tratamiento de la característica multiobjetivo se logró mediante la introducción de direcciones aleatorias en el espacio de los objetivos en la búsqueda local, y la consideración explícita de un frente de Pareto aproximado de soluciones no dominadas. La utilización de GRASP en el contexto de la optimización multiobjetivo es escasa; en la resolución del TNDP es inédita.

Una parte importante del tiempo de desarrollo del algoritmo propuesto fue insumida por el desarrollo del algoritmo de asignación. Esta implicó la comprensión e implementación del algoritmo de asignación de Baaj y Mahmassani [4] y su posterior validación en base a resultados numéricos existentes. La implementación del algoritmo de asignación requirió varios ajustes con el fin de mejorar su eficiencia, dado que se comprobó que constituye un componente crítico en la implementación de la totalidad del algoritmo de optimización.

## **Pruebas con el caso de Mandl**

El caso de prueba de Mandl fue seleccionado para las pruebas de validación de la implementación y la comparación de la performance del algoritmo propuesto, por ser el más utilizado en la literatura del TNDP y por ser un caso de dimensiones reducidas, a la vez que bien documentado.

El estudio computacional del algoritmo propuesto con el caso de Mandl comprendió tres tipos de pruebas: calibración de parámetros, comparación con resultados de otros autores y análisis de soluciones obtenidas.

La calibración de parámetros de un algoritmo aproximado que resuelve un modelo de optimización multiobjetivo plantea la dificultad de la comparación entre diferentes frentes de Pareto aproximados. Esta debe tener en cuenta las cualidades de cercanía y diversidad de un frente aproximado. Para cuantificar estas cualidades en una sola medida, se utilizó la métrica de hipervolumen; sin embargo no existe una métrica estándar en la literatura para realizar dicha comparación. Los parámetros que se consideran en la calibración son los propios de la metaheurística GRASP: tamaño de la lista restringida de candidatos respecto a la lista completa de candidatos, y cantidad de iteraciones. La calibración del primero permitió seleccionar un valor que produce los mejores resultados. Respecto a la determinación de la cantidad de iteraciones, se concluye que aún para elevados valores se continúa mejorando la calidad de los frentes de Pareto obtenidos.

La comparación de los resultados obtenidos con los de otros autores presenta las siguientes dificultades: inexistencia de casos de prueba estándares, inexistencia de un conjunto de hipótesis estándar y modelo de asignación utilizado. Según estas restricciones, los únicos resultados comparables con los producidos por el algoritmo propuesto, son los producidos por el algoritmo de Baaj y Mahmassani. Esta comparación, muestra que las soluciones del algoritmo propuesto dominan en la gran mayoría de los casos a las de Baaj y Mahmassani. Esta observación es consistente con la naturaleza de los algoritmos, ya que el de Baaj y Mahmassani es una heurística ávida pura con un procedimiento de mejora de soluciones, mientras que en el algoritmo propuesto se realiza una exploración del espacio



de soluciones factibles. Sería deseable comparar resultados contra algoritmos más recientes (el de Baaj y Mahmassani data del año 1991), que utilizan técnicas más “actuales” de exploración del espacio de soluciones. Si bien existen propuestas con estas características, no es posible realizar comparaciones válidas, porque no se dispone de la información de los casos de prueba, o porque suponen un diferente conjunto de hipótesis, en particular respecto al modelo de asignación.

El análisis de las soluciones obtenidas de un mismo frente de Pareto permite extraer dos conclusiones: i) no se vislumbra una tendencia en los valores de frecuencias y duraciones de recorridos, que caracterice soluciones con un determinado nivel de compromiso entre los diferentes objetivos en conflicto, lo que confirma que tanto la estructura topológica de los recorridos como sus frecuencias, en combinación determinan el nivel de compromiso, ii) los promedios de utilización media de los buses en cada solución, presentan una clara tendencia, con valores bajos en soluciones con bajo costo para usuarios, y altos en soluciones con bajo costo para operadores.

### **Construcción y pruebas con el caso de Rivera**

La validación del modelo y del algoritmo propuesto fue realizada mediante el caso de estudio de la ciudad de Rivera. Las dimensiones del mismo hacen que sea un caso manejable en el alcance de este trabajo, e interesante para la aplicación de un método de optimización de recorridos y frecuencias.

La aplicación de un algoritmo de optimización de recorridos y frecuencias para un caso de estudio real requiere la disponibilidad de una cantidad importante de datos. El volumen más importante de información necesaria en este sentido proviene de la red y la matriz (o matrices) origen-destino. En el primer caso, es necesario contar con información geográfica de la región de estudio, en particular de la red vial; la herramienta de software adecuada a estos efectos y para el procesamiento de información acerca de la red es un Sistema de Información Geográfica. En el segundo, es necesario contar con información acerca de viajes necesarios entre distintos puntos de la ciudad.

La información acerca de la demanda, requiere el conocimiento de las necesidades de desplazamiento de personas utilizando transporte público entre distintos puntos de la ciudad. Esta demanda se caracteriza mediante una o varias matrices origen-destino. Si bien los técnicos responsables de los sistemas de transporte público tienen conocimiento acerca de las principales características de los desplazamientos de pasajeros, esta información es generalmente cualitativa y no es suficiente para la derivación de una matriz origen-destino. En este trabajo se planteó la realización de un procedimiento de recolección de datos para su confección, basado en técnicas existentes, adaptadas al caso de estudio en cuestión. Dicha recolección implicó la realización de conteos a bordo de los buses, de modo de obtener una muestra de los desplazamientos de pasajeros en todo el sistema de transporte público en un día típico. Este trabajo se realizó en colaboración con personal de la IMR, y el procesamiento de los datos recolectados se realizó utilizando una herramienta de software específicamente desarrollada para este fin.

La información digitalizada acerca de la red (en términos de calles) y la demanda (en términos de viajes entre paradas) requirió un post procesamiento para llevarla al formato requerido por la implementación del algoritmo propuesto. Se realizó una zonificación de la zona de estudio, y se transformó tanto la información relativa a la red como de la demanda, para lograr el nivel de agregación adecuado.



El tiempo insumido en la obtención y procesamiento de estos datos fue considerable con respecto a la totalidad del tiempo dedicado a este trabajo. La disponibilidad de herramientas de software adecuadas para su manipulación es un aspecto clave en este sentido.

Los resultados numéricos del algoritmo propuesto con el caso de estudio muestran que la solución actual de trazados de recorridos y valores de frecuencias en Rivera, llevados al modelo de red, demanda y evaluación de la función objetivo utilizados en este trabajo, está cercana a los valores obtenidos por el algoritmo como aproximación a los óptimos. Los resultados permiten: i) validar el modelo propuesto, el algoritmo propuesto para su resolución y su implementación, ii) mostrar que es posible obtener soluciones con distintos niveles de compromiso entre objetivos de usuarios y operadores, mediante la aplicación del algoritmo propuesto. Respecto a la validez de los resultados, se observa que: i) se comprobó que el modelo de costos utilizado para la ponderación de los arcos de la red, produce valores que difieren de los reales en algunos casos; este hecho indica la necesidad de la utilización de un modelo más ajustado, por ejemplo, mediante la calibración de funciones de costo (tiempo de viaje en vehículo) en función del flujo (cantidad de pasajeros a bordo de los buses) [10], ii) la validación final del resultado producido por el algoritmo propuesto debe ser efectuada conjuntamente con los técnicos de la IMR; estos son los actores que tienen elementos para decidir la factibilidad de la implementación de alguna de las soluciones propuestas por el algoritmo. La cercanía en el espacio de las funciones objetivo del modelo de optimización propuesto, de la solución actual del sistema de Rivera a las soluciones encontradas por el algoritmo propuesto, admite la siguiente interpretación: asumiendo que el algoritmo propuesto encontró un frente de Pareto aproximado cercano al óptimo, la solución actual de Rivera está por lo tanto cercana a una solución óptima (cercana a una posible solución no dominada); esto puede ser consecuencia de dos factores: i) los ajustes manuales realizados por los técnicos de la IMR en un sistema de dimensión mediana-chica, han permitido el perfeccionamiento de la solución, contando actualmente con una buena solución, en términos de costos para usuarios y operadores, ii) la solución actual es evaluada con una matriz origen-destino proveniente de la realización de conteos en líneas existentes en la actualidad en el sistema de transporte público; esto hace que la demanda relevada esté de alguna forma adaptada a la oferta (trazados de recorridos y frecuencias de la solución actual), lo que causa que en términos del modelo de optimización, dicha oferta sea “casi óptima” para la caracterización disponible para la demanda. Respecto a i), la cercanía de la solución actual al frente óptimo es verificable mediante la comparación con soluciones producidas por un algoritmo exacto, el cual no se dispone al momento. Sobre ii), la estimación de la demanda de forma independiente a la oferta requiere un procedimiento de recolección de información más complejo que el realizado en este trabajo, que implica por ejemplo la realización de encuestas de hogares y el estudio de otros modos de transporte utilizados en la ciudad (por ejemplo, taxi); de todos modos, la información de la demanda disponible en este trabajo, permite confirmar la validez del modelo, a probar en un futuro con otro conjunto de datos origen-destino.

## Trabajos futuros

Con respecto a lo desarrollado en el presente trabajo, se identifican las siguientes líneas de continuación del mismo:

- *Caracterización del problema.* Si bien se reconoce la complejidad computacional del problema, derivada de la naturaleza combinatoria del mismo, no existe un prueba

formal de tal complejidad. En [38] se clasifica el problema como NP difícil, haciendo una analogía con el problema generalizado de diseño de redes de transporte, presentado en [42]; sin embargo no existe una prueba formal de esta afirmación.

- *Formulación del modelo de optimización.* La formulación propuesta para el modelo de optimización está fuertemente basada en formulaciones existentes. La misma permite representar todas las características deseables en un modelo de optimización de recorridos y frecuencias. Sin embargo, esta formulación no es una formulación estricta de programación matemática. El interés de contar con una formulación de tales características puede permitir: i) contar con una estructura reconocible que permita caracterizar el problema, ii) derivar un algoritmo exacto para la resolución del problema. El único antecedente en el esfuerzo de lograr una formulación de programación matemática para el TNDP se encuentra en [64], sin embargo el modelo propuesto en dicho trabajo no considera los intereses de los usuarios en su formulación. Esto hace que no se considere estrictamente un modelo de optimización para el TNDP, sin embargo puede considerarse un punto de partida en el objetivo de lograr una formulación de programación matemática para el problema.
- *Algoritmo propuesto.* El algoritmo propuesto ha producido buenos resultados, ya sea frente a otros algoritmos existentes o con el caso de estudio de la ciudad de Rivera. Sin embargo se identifican las siguientes posibles mejoras en su diseño, que merecen exploración:
  - Alternativas de diseño relacionadas con la metaheurística GRASP. Concretamente se plantea el estudio de la inclusión de sorteo sesgado y GRASP reactivo para la autocalibración del parámetro  $\alpha$  [53]. Esto último requiere el diseño de estrategias de autocalibración específicas para optimización multiobjetivo.
  - El algoritmo propuesto opera en dos fases bien definidas, consistente con la naturaleza de la metaheurística GRASP. En la fase de construcción de soluciones se determinan las estructuras de los recorridos, y en la fase de búsqueda local se opera con las frecuencias. Por este motivo, una vez que se establece la estructura de los recorridos, esta permanece fija en una misma iteración GRASP. La definición de una estructura de vecindad que implique modificaciones en la estructura de los recorridos presenta dificultades, particularmente respecto al cumplimiento de las restricciones de satisfacción de demanda. Este tópico merece exploración, con un posible punto de partida en [68], donde se proponen estructuras de vecindad para un algoritmo que resuelve un problema relacionado con el TNDP.
  - La búsqueda local implementada, opera con las frecuencias de los recorridos, avanzando en una dirección aleatoria en el espacio de los objetivos. Es posible que esta búsqueda local finalice al encontrar un óptimo local en la trayectoria seguida. Por este motivo, resulta interesante explorar el uso de técnicas que permitan escapar de dichos óptimos locales. En el contexto de optimización multiobjetivo, la metaheurística Simulated Annealing [34] cuenta con adaptaciones diseñadas para tal fin [40].
  - Incorporación de Path Relinking. La propuesta original de GRASP no hace uso de memoria, es decir, en cada iteración, los resultados son independientes de lo ocurrido en iteraciones anteriores. La técnica Path Relinking propone la

incorporación de mecanismos de memoria, mediante la exploración de trayectorias que conectan “buenas” soluciones obtenidas en diferentes instancias, y su utilización conjuntamente con GRASP ha probado ser efectiva [54]. Es de interés explorar la incorporación de esta técnica al algoritmo GRASP TNDP.

- *Otros algoritmos.* En el presente trabajo se propone un algoritmo basado en la metaheurística GRASP para la resolución de un modelo multiobjetivo para el TNDP. GRASP pertenece a la clase de métodos basados en trayectorias, dada la naturaleza de su modo de exploración del espacio de soluciones factibles [9]. Es de interés comparar la performance de este algoritmo con un algoritmo de tipo basado en poblaciones. En este sentido, se identifica como posible trabajo futuro, la adaptación del algoritmo genético propuesto en [61] para el problema multiobjetivo. La implementación de dicha propuesta, utilizando el mismo modelo de asignación que el utilizado por el algoritmo propuesto, permite la realización de comparaciones válidas entre ambos algoritmos. La comparación de algoritmos basados en estos dos diferentes paradigmas, permitirá extraer conclusiones respecto a la eficiencia y calidad de los resultados obtenidos. Además, esta comparación complementa y actualiza la realizada entre el algoritmo propuesto con el de Baaj y Mahmassani. Una faltante es la propuesta de un algoritmo exacto, que sea practicable (en términos de tiempo de cómputo) al menos con casos de prueba de dimensión reducida; como complemento y como parte de un plan de comparaciones se plantea el diseño de un algoritmo de enumeración completa de soluciones factibles, que debe tener en cuenta adecuados criterios de poda.
- *Modelo y algoritmo de asignación.* El modelo de asignación es un componente clave en el contexto del TNDP, tanto desde el punto de vista de la validez del modelo como de la eficiencia de los algoritmos que lo implementan. En el presente trabajo se utiliza el modelo de asignación de Baaj y Mahmassani [4], que cuenta con una clara descripción y permite la comparación de los resultados con los existentes en otros trabajos. Sin embargo, mediante la aplicación del mismo al caso de estudio de la ciudad de Rivera, se comprobó que el modelado de los costos de los arcos de la red intermedia no es realista. Por este motivo, para la aplicación del algoritmo de optimización propuesto a un caso real, es necesario contar con un modelo de asignación que modele adecuadamente los efectos de la congestión en los costos de los arcos de la red. Existe literatura identificada al respecto [27] que merece ser explorada en profundidad para tal fin.
- *Caso de estudio.* El caso de estudio de la ciudad de Rivera permitió apreciar la complejidad en torno a la obtención de información, principalmente aquella referente a la demanda. Se observa que el procedimiento de relevamiento de la demanda puede ser mejorado en los siguientes aspectos:
  - Diseño de la recolección de datos. El procedimiento utilizado se basa únicamente en la realización de conteos a bordo de los buses que operan los servicios del sistema actual de transporte público. Esto produce un sesgo en la estimación de la demanda, en torno a la oferta particular donde fue relevada. Aunque en el caso de la ciudad de Rivera se observó que la realización de conteos a bordo de los buses produce una estimación razonable de la demanda, es deseable contar con información complementaria, por ejemplo, proveniente de encuestas

de hogares y del estudio de la demanda por otros modos de transporte (por ejemplo, taxi).

- Obtención de otras muestras. La información recolectada produjo una sola muestra de la utilización del sistema de transporte público en un día típico. Para contar con una estimación estadísticamente válida, es necesario contar con varias muestras, que permitan realizar un promedio de los valores obtenidos. La obtención de esta información tiene un alto costo, sin embargo su utilización en una aplicación real requiere la disponibilidad de datos de calidad.

Otro aspecto relevante en la construcción del caso de estudio, lo constituye la manipulación de la información acerca de la red vial para la construcción de la red intermedia. Idealmente es deseable contar con información geográfica de la ciudad; esta información es naturalmente manipulada por un Sistema de Información Geográfica (SIG). Actualmente la Intendencia Municipal de Rivera está introduciendo el uso de esta herramienta, lo que permitirá en un futuro contar con esta información. La disponibilidad de información geográfica relativa al caso de estudio facilita la construcción de la red para los algoritmos de optimización de recorridos y frecuencias, pero también facilita la gestión de la información necesaria para la realización del estudio de la demanda.

- *Validación con los técnicos.* Las soluciones producidas por el algoritmo propuesto para el caso de Rivera no fueron validadas por los técnicos de la IMR, ya que esta instancia estaba fuera del alcance de este trabajo. Este proceso de validación requiere fuertemente de una herramienta de software que permita comunicar las ideas, en términos reconocibles por los técnicos. Existen prototipos desarrollados por Proyectos de Grado de la carrera Ingeniería en Computación [25, 30], que cumplen parcialmente con este requerimiento, que se consideran un adecuado punto de partida para la construcción de una herramienta de apoyo a la toma de decisiones para el diseño de recorridos y frecuencias. La herramienta debe proveer un fácil acceso a los algoritmos de optimización y evaluación, así como una manera de integrar la planificación estratégica de los recorridos (a nivel de zonas y de la red intermedia) con la planificación operacional de los mismos (a nivel de paradas y de calles de la red vial). Desde el punto de vista metodológico, se identifica la necesidad de incursionar en técnicas que permitan a los técnicos seleccionar una solución particular a partir de un frente de Pareto formado por varias soluciones no dominadas; las técnicas de toma de decisión multicriterio y su inclusión en herramientas de apoyo a la toma de decisiones, se identifican como adecuadas para este fin, y se identifica literatura al respecto que debe ser explorada [41].

# Bibliografía

- [1] J. Agrawal y M. Tom. Transit route network design using parallel Genetic Algorithm. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 18(3):248–256, 2004.
- [2] E. Amaral. *Um Método de Utilização de Dados de Pesquisa Embarque/Desembarque na Calibração de Modelos de Distribuição do Tipo Gravitacional*. Tesis de Maestría en Ingeniería de Transporte, Universidade de São Paulo, 1999.
- [3] Autodesk. <http://www.autodesk.com> (06-2005), 2005.
- [4] M. H. Baaj y H. S. Mahmassani. TRUST: A LISP program for the analysis of transit route configurations. *Transportation Research Record*, (1283):125–135, 1990.
- [5] M. H. Baaj y H. S. Mahmassani. An AI-based approach for transit route system planning and design. *Journal of Advanced Transportation*, 25(2):187–210, 1991.
- [6] M. H. Baaj y H. S. Mahmassani. Hybrid route generation heuristic algorithm for the design of transit networks. *Transportation Research*, 3(1):31–50, 1995.
- [7] G. Baldoquín. Approximate solution of an extended 0/1 knapsack problem using GRASP. En *XI Congreso Latino-Iberoamericano de Investigación de Operaciones*, Concepción, Chile, 2002.
- [8] A. Barra. *Roteirização de Ônibus Urbano: Escolha de um Método Apropriado às Cidades Brasileiras*. Tesis de Maestría en Ingeniería de Transporte, Universidade de São Paulo, 1999.
- [9] C. Blum y A. Roli. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3):268–308, 2003.
- [10] J. De Cea, J. Fernández, A. Salgado, y M. Fernández. Calibración de funciones flujo-costo para un modelo de asignación de transporte público con restricción de capacidad. En *X Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte*, Santander, España, 1998.
- [11] J. De Cea y J. Fernández. Transit assignment for congested public transport systems: An equilibrium model. *Transportation Science*, 27(2):133–147, 1993.
- [12] A. Ceder y Y. Israeli. User and operator perspectives in transit network design. *Transportation Research Record*, (1623):3–7, 1998.
- [13] A. Ceder y N. H. M. Wilson. Bus network design. *Transportation Research B*, 20(4):331–344, 1986.

- [14] A. Ceder. Bus frequency determination using passenger count data. *Transportation Research A*, 18(5-6):439–453, 1984.
- [15] P. Chakroborty. Genetic Algorithms for optimal urban transit network design. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 18(3):184–200, 2003.
- [16] Citilabs. <http://www.citilabs.com> (06-2005), 2005.
- [17] J. Claro y J. Sousa. An object-oriented framework for multiobjective local search. En *4th Metaheuristics International Conference*, Porto, Portugal, 2001.
- [18] R. Cominetti y J. Correa. Common lines and passenger assignment in congested transit networks. *Transportation Science*, 35(3):250–267, 2001.
- [19] K. Deb. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley and Sons, 2001.
- [20] G. Desaulniers y M. D. Hickman. Public transit. Reporte Técnico G-2003-77, GERAD, 2003. <http://www.gerad.ca/fichiers/cahiers/G-2003-77.pdf> (12-2004).
- [21] M. Ehrgott y X. Gandibleux. An annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization. Reporte Técnico 62/2000, Fachbereich Mathematik - Universität Kaiserslautern, 2000. <http://www.univ-valenciennes.fr/ROAD/XavierG/rapports/bib2.pdf> (12-2004).
- [22] M. Ehrgott y X. Gandibleux. Approximative solution methods for multiobjective combinatorial optimization. *Top: Revista de la Asociación Española de Estadística e Investigación Operativa*, 12(1):1–89, 2004.
- [23] W. Fan y R. B. Machemehl. Optimal transit route network design problem: Algorithms, implementations, and numerical results. Reporte Técnico 167244-1, University of Texas, 2004. <http://swutc.tamu.edu/Reports/167244-1.pdf> (12-2004).
- [24] W. Fan y R. B. Machemehl. A Tabu Search based heuristic method for the transit route network design problem. En *9th International Conference on Computer Aided Scheduling of Public Transport*, San Diego, Estados Unidos, 2004.
- [25] A. Ferraz-Leite y A. Meneghin. *Interfase Gráfica para Herramienta de Planificación de Transporte Público Colectivo Urbano*. Proyecto de Grado de Ingeniería en Computación, Universidad de La República, 2004.
- [26] P. Festa y M. Resende. An annotated bibliography of GRASP. Reporte Técnico TD-5WYSEW, AT&T Labs Research, 2004. <http://www.research.att.com/~mg-cr/doc/gannbib.pdf> (12-2004).
- [27] M. Florian. Frequency based transit route choice models. En W. Lam y M. Bell, editores, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*, páginas 165–180. Elsevier Science, 2003.
- [28] Z. Gao, H. Sun, y L. L. Shan. A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems. *Transportation Research B*, 38(3):235–250, 2004.

- [29] M. Garey y D. Johnson. *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman, 1979.
- [30] G. Garula, D. Cukerman, y M. Melgar. *Herramienta para el Diseño de Recorridos en Transporte Colectivo Urbano*. Proyecto de Grado de Ingeniería en Computación, Universidad de La República, 2005.
- [31] D. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [32] E. Gruttner, M. A. Pinninghoff, A. Tudela, y H. Díaz. Recorridos óptimos de líneas de transporte público usando algoritmos genéticos. En *Jornadas Chilenas de Computación*, Copiapó, Chile, 2002.
- [33] E. Gruttner. *Determinación de Recorridos Óptimos de Líneas de Transporte Público Utilizando Algoritmos Genéticos*. Proyecto de Grado de Ingeniería Civil Informática, Universidad de Concepción de Chile, 2002.
- [34] D. Henderson, S.H. Jacobson, y A.W. Johnson. The theory and practice of Simulated Annealing. En F. Glover y G. Kochenberger, editores, *Handbook of Metaheuristics*, páginas 287–319. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [35] ILOG. <http://www.ilog.com> (06-2005), 2005.
- [36] Instituto Nacional de Estadística. VII censo general de población, III de hogares y V de viviendas, 1996.
- [37] Interconsult. Estudio sobre utilización del transporte colectivo urbano de pasajeros en la ciudad de Montevideo, 1997.
- [38] Y. Israeli y A. Ceder. Transit route design using scheduling and multiobjective programming techniques. En Daduna, Branco, y Paixão, editores, *Computer-Aided Transit Scheduling*, páginas 56–75. Springer, 1993.
- [39] A. Jaszkiwicz y R. Slowinski. The light beam search approach - an overview of methodology and applications. *European Journal of Operational Research*, 113(2):300–314, 1999.
- [40] A. Jaszkiwicz. *Multiple Objective Metaheuristic Algorithms for Combinatorial Optimization*. PhD Thesis in Computer Science, Poznan University of Technology, 2001.
- [41] I. Kaliszewski. Out of the mist: towards decision-maker-friendly multiple criteria decision making support. *European Journal of Operational Research*, 158(2):293–307, 2004.
- [42] T. L. Magnanti y R. T. Wong. Network design and transportation planning: Models and algorithms. *Transportation Science*, 18(1):1–55, 1984.
- [43] C. E. Mandl. Evaluation and optimization of urban public transportation networks. *European Journal of Operational Research*, 5(6):396–404, 1980.
- [44] P. H. J. Marguier y A. Ceder. Passenger waiting strategies for overlapping bus routes. *Transportation Science*, 18(3):207–230, 1984.



- [45] A. Mauttone, H. Cancela, y M. Urquhart. Diseño y optimización de rutas y frecuencias en el transporte colectivo urbano, modelos y algoritmos. En *XI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, páginas 299–310, Santiago, Chile, 2003.
- [46] S. Ngamchai y D. Lovell. Optimal time transfer in bus transit route network design using a Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering*, 129(5):510–521, 2003.
- [47] I. Norambuena. *Diseño Óptimo de Sistemas de Transporte Público Urbano*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2003.
- [48] A. Nuzzolo. Transit path choice and assignment model approaches. En W. Lam y M. Bell, editores, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*, páginas 93–124. Elsevier Science, 2003.
- [49] J. de D. Ortúzar y L. Willumnsen. *Modelling Transport*. John Wiley and Sons, 1996.
- [50] S. B. Pattnaik, S. Mohan, y V. M. Tom. Urban bus transit route network design using Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering*, 124(4):368–375, 1998.
- [51] M. Prais y C. Ribeiro. Variação de parâmetros em procedimentos GRASP. *Investigación Operativa*, 9:1–20, 2000.
- [52] K. V. Krishna Rao, S. Muralidhar, y S. L. Dhingra. Public transport routing and scheduling using Genetic Algorithms. En *8th International Conference on Computer Aided Scheduling of Public Transport*, Berlin, Alemania, 2000.
- [53] M. Resende y C. Ribeiro. Greedy randomized adaptive search procedures. En F. Glover y G. Kochenberger, editores, *Handbook of Metaheuristics*, páginas 219–249. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [54] M. Resende y C. Ribeiro. GRASP with Path-Relinking: recent advances and applications. En T. Ibaraki, K. Nonobe, y M. Yagiura, editores, *Metaheuristics: Progress as Real Problem Solvers*. Springer, 2005.
- [55] SECTRA. Actualización de encuestas origen destino de viajes, II etapa, 2002.
- [56] M. C. Shih, H. S. Mahmassani, y M. H. Baaaj. Planning and design model for transit route networks with coordinated operations. *Transportation Research Record*, (1623):16–23, 1998.
- [57] L. A. Silman, Z. Barziliy, y U. Passy. Planning the route system for urban buses. *Computers and Operations Research*, 1(2):201–211, 1974.
- [58] J. Simon y P. Furth. Generating a bus route O-D matrix from on-off data. *Journal of Transportation Engineering*, 111(6):583–593, 1985.
- [59] D. Soares y J. Arroyo. A GRASP algorithm for the multi-objective knapsack problem. En *XXIV International Conference of the Chilean Computer Science Society*, páginas 69–75, Arica, Chile, 2004.
- [60] P. R. Stopher, L. Shillito, D.T. Grober, y H.M.A. Stopher. On-board bus surveys: No questions asked. *Transportation Research Record*, (1085):50–57, 1986.



- [61] V. M. Tom y S. Mohan. Transit route network design using frequency coded Genetic Algorithm. *Journal of Transportation Engineering*, 129(2):186–195, 2003.
- [62] Transportation Research Board. Synthesis of transit practice 10 - Bus route evaluation standards, 1995. <http://gulliver.trb.org/publications/tcrp/tsyn10.pdf> (03-2003).
- [63] R. van Nes. *Optimal Stop and Line Spacing for Urban Public Transport Networks*. Delft University Press, 2000.
- [64] Q. K. Wan y H. K. Lo. A mixed integer formulation for multiple-route transit network design. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2(4):299–308, 2003.
- [65] S. C. Wirasinghe. Initial planning for urban transit systems. En W. H. K. Lam y M. G. H. Bell, editores, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*, páginas 1–29. Elsevier Science, 2003.
- [66] A. Wren. Heuristics ancient and modern, transport scheduling through the ages, 1999. <http://www.comp.leeds.ac.uk/seth/seminars/nov-17-99b.DOC> (03-2003).
- [67] J. Zak. The MCDA methodology applied to solve complex transportation decision problems. En *13th Mini-EURO Conference (Handling Uncertainty in the Analysis of Traffic and Transportation Systems)*, 2002.
- [68] F. Zhao y A. Gan. Optimization of transit network to minimize transfers. Reporte Técnico BD015-02, Lehman Center for Transportation Research, Department of Civil and Environmental Engineering, Florida International University, 2003. [http://www.dot.state.fl.us/research-center/Completed\\_Proj/Summary\\_PTO/FDOT\\_BD015\\_02rpt.pdf](http://www.dot.state.fl.us/research-center/Completed_Proj/Summary_PTO/FDOT_BD015_02rpt.pdf) (12-2004).



## Apéndice A

# Optimización multiobjetivo

Este apéndice se basa en los trabajos de Deb [19], Ehrgott y Gandibleux [21, 22] y Jaskiewicz [40].

En un problema de optimización de objetivo único, se busca encontrar una solución que optimiza la función objetivo. Excepto en casos donde la función objetivo es multimodal en el dominio de soluciones factibles, existe una única solución al problema. En un problema de optimización multiobjetivo, existen varias funciones objetivo, que modelan intereses en conflicto, y se puede expresar como:

$$\begin{aligned} & \min/\max f_1(x) \\ & \min/\max f_2(x) \\ & \quad \vdots \\ & \min/\max f_M(x) \\ & \text{sa} \\ & \quad x \in C \end{aligned}$$

donde  $C$  es el conjunto que define las soluciones factibles, y  $f_i$ , con  $i \in [1..M]$  son las distintas funciones objetivo, que se buscan minimizar o maximizar según el objetivo [19].

Idealmente se busca hallar una solución que optimice todos los objetivos en forma simultánea, pero cuando existen objetivos en conflicto, sólo es posible hallar “buenas” soluciones con diferentes grados de compromiso. Los objetivos son contrapuestos (o están en conflicto) cuando una mejora en uno se logra solamente con un detrimento en otro. El conjunto de las soluciones de compromiso debe ser tal que dadas dos soluciones cualesquiera del mismo, no puede existir una que mejore a la otra en algún objetivo, sin empeorar en otro. Soluciones que sean peores que otras en al menos un objetivo, y no mejoren en otro, no son buenas soluciones de compromiso.

En la práctica, en la gran mayoría de las veces es necesario tomar una decisión que implica seleccionar una única solución con un determinado nivel de compromiso. En el proceso de selección de dicha solución, en [19] se distinguen dos diferentes metodologías:

- *Procedimiento basado en preferencias de optimización multiobjetivo.* En una primera fase se determina un vector de pesos  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$  que reflejan la importancia relativa de los diferentes objetivos, y en una segunda fase se resuelve el problema de optimización de objetivo único cuya función objetivo es  $\lambda_1 f_1 + \dots + \lambda_M f_M$ .

- *Procedimiento ideal de optimización multiobjetivo.* En una primera fase se encuentran todas las soluciones factibles con diferentes niveles de compromiso, tales que no existe ninguna que comparada con otra empeora en todos los objetivos simultáneamente. En una segunda fase, se selecciona una solución con un determinado nivel de compromiso.

En ambos casos existe un actor que debe aportar información adicional, ya sea para la estimación del vector de pesos relativos o para tomar una decisión con respecto a la elección entre soluciones con diferentes niveles de compromiso. Deb [19] concluye que el procedimiento ideal es el más apropiado para la resolución de modelos de optimización multiobjetivo, por las siguientes razones:

- El procedimiento basado en preferencias es altamente sensible al vector de pesos utilizado para formar la función objetivo compuesta. Un cambio en dicho vector, puede resultar en una diferente solución de compromiso, pero no hay garantías de que esto ocurra, es posible hallar una solución peor en todos los objetivos.
- La tarea de hallar a priori un vector de pesos que refleje las preferencias entre los distintos objetivos es altamente subjetiva y no inmediata.
- En el procedimiento ideal, el proceso de selección de una solución a partir del conjunto de soluciones de compromiso hallado, dispone de información del problema. En el procedimiento basado en preferencias, un vector de pesos debe ser provisto a priori, sin conocimiento de las posibles consecuencias.

Sobre la resolución de modelos de optimización multiobjetivo, existen variantes en la terminología y conceptos usados en la literatura. En este trabajo se toma el criterio de [19], [21] y [22], donde se considera la resolución de un problema de optimización multiobjetivo, la acción de hallar el conjunto de todas las soluciones de compromiso.

## A.1. Definiciones

En esta sección se formalizan los conceptos relativos a optimización multiobjetivo. Se asume que el modelo de optimización consta de  $M$  funciones objetivo que se buscan optimizar en forma simultánea. Para generalizar, se utiliza el operador de comparación genérico  $\triangleleft$  entre valores correspondientes a una misma función objetivo  $f_i$ , que será  $<$  en caso de minimización, o  $>$  en caso de maximización.

Se dice que una solución  $x_1 \in C$  *domina* a otra solución  $x_2 \in C$  ( $x_1 \preceq x_2$  por notación) si se cumplen las siguientes condiciones:

1.  $x_1$  no es peor que  $x_2$  en todos los objetivos, es decir  $f_j(x_1) \not\geq f_j(x_2)$  para todo  $j \in [1..M]$ .
2.  $x_1$  es estrictamente mejor que  $x_2$  en al menos un objetivo, es decir,  $\exists j \in [1..M]$  tal que  $f_j(x_1) \triangleleft f_j(x_2)$ .

Si se cumplen estas dos condiciones también se dice que  $x_2$  es dominada por  $x_1$ , y  $x_1$  es no dominada por  $x_2$ .

La relación de dominancia es asimétrica (si  $p$  domina a  $q$ , entonces  $q$  no domina a  $p$ ) y transitiva (si  $p$  domina a  $q$  y  $q$  domina a  $r$ , entonces  $p$  domina a  $r$ ), y dado que no es

reflexiva (una solución nunca se domina a sí misma por definición), la dominancia es una relación de orden parcial estricto. Otra propiedad que cumple la relación de dominancia, es que si  $p$  no domina a  $q$ , esto no implica que  $q$  domine a  $p$ .

Dado un conjunto de soluciones  $P \subset C$ , se define el *conjunto no dominado*  $P'$  de  $P$  como el formado por aquellas soluciones de  $P$  que no son dominadas por ninguna otra solución de  $P$ . Cuando  $P = C$  (la totalidad del espacio de soluciones factibles), el conjunto  $P'$  de soluciones no dominadas de  $C$  se denomina *conjunto óptimo de Pareto* o *frente de Pareto*. La resolución de un modelo de optimización multiobjetivo implica hallar el conjunto óptimo de Pareto.

En [22] se define la propiedad de eficiencia de una solución a un problema de optimización multiobjetivo. De esta forma, en las definiciones se hace referencia a comparaciones en el espacio  $C$  de soluciones factibles, o en el espacio  $\mathbb{R}^M$  de las funciones objetivo. El conjunto de *soluciones eficientes* es la preimagen por las funciones objetivo, del conjunto óptimo de Pareto del problema de optimización multiobjetivo. Se denomina  $X_E \subseteq C$  al conjunto de soluciones eficientes, preimagen del conjunto óptimo de Pareto.

## A.2. Optimización combinatoria multiobjetivo

En el contexto de optimización combinatoria, el dominio de soluciones factibles  $C$  es discreto. En [22] se define el problema de optimización combinatoria multiobjetivo, restringido al caso de función objetivo y restricciones lineales. Para problemas de este tipo, es conocido un resultado que establece la existencia de soluciones pertenecientes al frente óptimo de Pareto, que no se obtienen mediante la resolución del siguiente problema de optimización de objetivo único

$$\begin{aligned} & \min/\max \{ \lambda_1 f_1(x) + \dots + \lambda_M f_M(x) \} \\ & \text{sa} \\ & x \in C \end{aligned}$$

para ningún vector de pesos positivos  $\lambda$ .

Tales soluciones se denominan *soluciones eficientes no soportadas*, y constituyen el conjunto  $X_{NE}$ . Las soluciones tales que es posible hallarlas mediante una combinación particular de pesos  $\lambda$  se denominan *soluciones eficientes soportadas*, y constituyen el conjunto  $X_{SE}$ . La existencia de soluciones eficientes soportadas y no soportadas se extiende para problemas con funciones objetivos y/o restricciones no lineales.

Desde el punto de vista teórico, encontrar la totalidad de las soluciones eficientes  $X_E = X_{SE} \cup X_{NE}$ , es el mayor desafío en cuanto a la resolución exacta de problemas de optimización combinatoria multiobjetivo. La mayoría de estos problemas (encontrar o contar el conjunto  $X_E$ ) es de tipo NP difícil; esto es cierto para casos donde incluso existe un método eficiente para los problemas relacionados de objetivo único [21].

## A.3. Métodos aproximados para optimización combinatoria multiobjetivo

La resolución exacta de un problema de optimización combinatoria multiobjetivo es generalmente de alta complejidad computacional. Las razones de la existencia de métodos

aproximados para la resolución de problemas de optimización combinatoria de objetivo único, son las mismas en el caso multiobjetivo. Un método aproximado para optimización combinatoria multiobjetivo, encuentra un conjunto de soluciones no dominadas, que no necesariamente es el frente óptimo de Pareto. Un conjunto de soluciones de tales características se denomina *frente de Pareto aproximado*. Los métodos o algoritmos aproximados para optimización combinatoria multiobjetivo, son conocidos como heurísticas, al igual que en el caso de objetivo único [22].

Una característica particular del caso multiobjetivo, es que un algoritmo exacto que encuentra todas las soluciones eficientes soportadas para un determinado problema, puede ser una heurística en el sentido estricto, si no encuentra las soluciones eficientes no soportadas. Por otro lado, es posible que una heurística sea capaz de hallar algunas soluciones eficientes no soportadas.

La utilización de heurísticas para la resolución aproximada de problemas de optimización combinatoria multiobjetivo, puede darse de dos formas:

1. Resolviendo problemas de objetivo único, mediante diferentes transformaciones del problema original.
2. Tratando los diferentes objetivos en forma simultánea.

La primera forma deriva en que las heurísticas se utilizan de la misma forma que en optimización de objetivo único, conformando un grupo de métodos que en [19] se denominan *métodos clásicos*. Estos son utilizados en aplicaciones reales de optimización multiobjetivo, no necesariamente restringidos a dominios discretos, y en algunos casos, resuelven el problema de forma exacta. Dentro de estos métodos se encuentran el de suma ponderada,  $\epsilon$ -restricción, métrica ponderada, método de Benson, entre otros. Sin embargo, se enumeran las siguientes desventajas de su aplicación:

- Producen solamente una solución no dominada en una ejecución del algoritmo.
- No son capaces de hallar todas las soluciones del frente de Pareto óptimo. Esto es claro en problemas de optimización combinatoria, donde no es posible hallar soluciones eficientes no soportadas utilizando este enfoque.
- Requieren conocimiento del problema, por ejemplo para la determinación de los valores de los pesos en el método de la suma ponderada, o del valor de  $\epsilon$  en el método de  $\epsilon$ -restricción.

Tratando los diferentes objetivos en forma simultánea, la búsqueda en el espacio de soluciones factibles debe estar guiada por los valores producidos en el espacio de las funciones objetivo. Esto da lugar a la existencia de las heurísticas específicas para optimización multiobjetivo, cuyos trabajos se centran actualmente en las metaheurísticas. En [22] se clasifican las metaheurísticas existentes para optimización combinatoria multiobjetivo en cinco grandes grupos:

- Evolutionary Algorithms.
- Simulated Annealing.
- Tabu Search.
- Ant Colony Optimization.

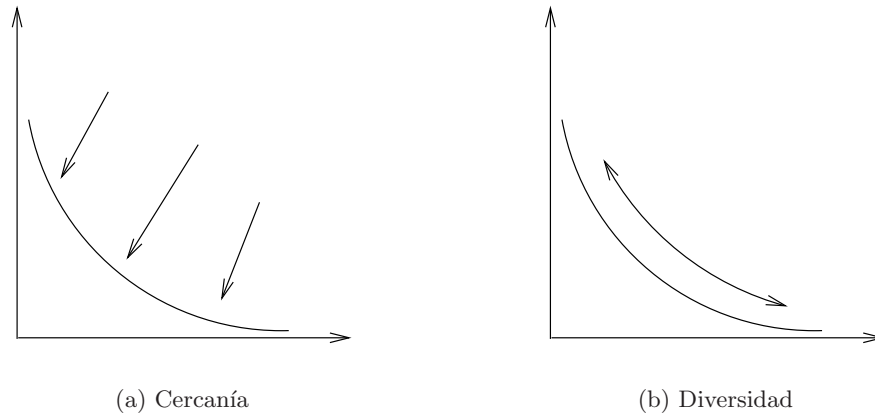


Figura A.1: Propiedades deseables en un frente de Pareto aproximado

- Otros (Artificial Neural Networks, GRASP y Scatter Search).

En cada uno de estos grupos, los métodos originalmente pensados para problemas de objetivo único, han sido adaptados para considerar explícitamente la características multiobjetivo.

#### A.4. Métricas de performance

En un problema de objetivo único, un método aproximado busca hallar una solución lo más cercana posible a la óptima. En un problema de optimización multiobjetivo, el resultado consta de un conjunto de soluciones no dominadas, que constituyen un frente de Pareto aproximado. Dicho frente de Pareto, debe cumplir las dos siguientes propiedades [19]:

- *Cercanía* respecto al frente óptimo. Es un objetivo primordial en todos los métodos de resolución de modelos de optimización. Sin embargo, dado que la solución a un problema multiobjetivo consiste en varias soluciones no dominadas, se requiere que cada una esté lo más cerca posible del frente de Pareto óptimo.
- *Diversidad*. Implica hallar soluciones con diversos grados de compromiso entre los diferentes objetivos. Dado que el proceso de resolución del modelo multiobjetivo no cuenta con información que permita valorar las distintas funciones objetivo, es necesario hallar la mayor cantidad posible de soluciones no dominadas, y además en un amplio rango a lo largo del frente de Pareto. Este objetivo debe ser cumplido por el proceso de resolución del modelo; una vez que se tiene una solución no dominada, no siempre es cierto que soluciones cercanas en el dominio de soluciones factibles resulten en valores cercanos en los codominios de las funciones objetivo.

Estas propiedades son ortogonales en cierto sentido, por lo que los algoritmos de resolución deben implementar mecanismos que permitan hallar soluciones que convergen al frente de Pareto óptimo según estos dos criterios. En las Figuras A.1(a) y A.1(b) se ilustran las propiedades de cercanía y diversidad para un problema de minimización en dos objetivos.

En [40] se propone una clasificación de las métricas de evaluación de la calidad de frentes de Pareto en dos tipos:

- *Cardinales.* Cuentan la cantidad o proporción de soluciones que cumplen determinados requerimientos.
- *Geométricas.* Tienen en cuenta las posiciones y distancias de las soluciones en el espacio de las funciones objetivo.

En [22] se apunta que no hay métricas aceptadas universalmente en la literatura de optimización multiobjetivo, y además se presentan generalizaciones de las nociones de cotas y radios de performance para este tipo de optimización.

En [19] se presentan las métricas de performance que a continuación se presentan, clasificadas por su propósito según caracterizan la cercanía, diversidad o ambas propiedades de un frente de Pareto aproximado  $P$ . Algunas de estas métricas asumen el conocimiento del frente de Pareto óptimo  $P^*$ , que puede ser de cardinalidad finita o infinita.

#### A.4.1. Métricas de evaluación de cercanía

##### Factor de error

Cuenta la cantidad de soluciones de un frente  $P$  que no son miembros del frente óptimo  $P^*$ , se define como

$$FE = \frac{\sum_{i=1}^{|P|} e_i}{|P|}$$

donde  $e_i = 0$  si  $i \in P^*$ ,  $e_i = 1$  en caso contrario. Esta métrica es de fácil computación si se conoce el frente óptimo  $P^*$ , sin embargo tiene las dos siguientes desventajas:

- El frente óptimo disponible  $P^*$  debe ser de cardinalidad alta, en caso de ser infinito.
- Si ningún elemento de  $P$  está en  $P^*$ , la métrica resulta en un valor cero, equivalente a no tener información sobre la cercanía al frente óptimo. Esto se debe a la característica discreta binaria de la métrica. Existen adaptaciones que solucionan parcialmente este problema, basadas en la distancia euclídea entre soluciones de  $P$  y  $P^*$ .

##### Cubrimiento de conjunto

Esta métrica es utilizada para comparar la cercanía al frente óptimo de dos frentes aproximados  $A$  y  $B$ . La métrica calcula la proporción de elementos del conjunto  $B$  que son dominados por elementos de  $A$ , como

$$C(A, B) = \frac{|\{b \in B \mid \exists a \in A : a \preceq b\}|}{|B|}$$

De esta forma se cumple  $C(A, B) = 1$  si todos los miembros de  $B$  son dominados por  $A$ . Dado que la dominancia no es una relación simétrica,  $C(A, B)$  no es necesariamente igual a  $1 - C(B, A)$ , por lo que es necesario calcular ambos valores para comparar los frentes.

##### Distancia generacional

Encuentra una distancia promedio de las soluciones de un frente  $P$  al frente óptimo  $P^*$  como

$$DG = \frac{(\sum_{i=1}^{|P|} d_i^p)^{1/p}}{|P|}$$



Para  $p = 2$ ,  $d_i$  es la distancia euclídea en el espacio de las funciones objetivo entre la solución  $i \in P$  y el elemento más cercano de  $P^*$  a la misma.

Dado que pueden existir fluctuaciones en los valores de distancias de las diferentes soluciones de  $P$ , puede ser necesario además el cálculo de la varianza de  $DG$ . Dado que las diferentes funciones objetivo pueden estar expresadas en diferente magnitudes, es necesario normalizar los valores de los diferentes objetivos.

#### A.4.2. Métricas de evaluación de diversidad

##### Espaciamiento

Mide la distancia relativa entre elementos consecutivos de un frente  $P$  de la siguiente forma:

$$E = \sqrt{\frac{1}{|P|} \sum_{i=1}^{|P|} (d_i - \bar{d})^2}$$

donde  $d_i = \min_{k \in P, k \neq i} \sum_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k|$  y  $\bar{d} = \sum_{i=1}^{|P|} d_i / |P|$ . Esta métrica mide la desviación estándar de los diferentes valores  $d_i$ , por lo que frentes con soluciones cercanas entre sí y uniformemente espaciadas tendrán valores bajos de  $E$ . Esta métrica provee información útil al momento de evaluar un frente de Pareto aproximado, sin embargo, su cálculo tiene una complejidad computacional cuadrática en la cardinalidad del frente, si no se utiliza una estrategia específica para el almacenamiento y acceso de los elementos dentro del frente.

##### Dispersión

Definida como

$$D = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^e + \sum_{i=1}^{|P|} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{m=1}^M d_m^e + |P| \bar{d}}$$

donde  $d_i$  es una medida de distancia entre soluciones vecinas y  $\bar{d}$  es el promedio de estas distancias. Los valores  $d_m^e$  representan distancias entre soluciones extremas de  $P^*$  y  $P$ , correspondientes a la función objetivo  $f_m$ . Cuando los valores  $d_i$  son todos idénticos y los extremos de  $P$  coinciden con los de  $P^*$ , se cumple  $D = 0$ , y es el caso de distribución ideal de las soluciones en un frente de Pareto.

##### Máxima dispersión

Esta métrica mide la distancia en el espacio de las funciones objetivo, entre las soluciones extremas de un frente de Pareto aproximado  $P$ . Se define como

$$D = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\max_{i=1}^{|P|} f_m^i - \min_{i=1}^{|P|} f_m^i)^2}$$

Para  $M = 2$  la máxima dispersión coincide con la distancia euclídea entre los extremos del frente aproximado  $P$ .

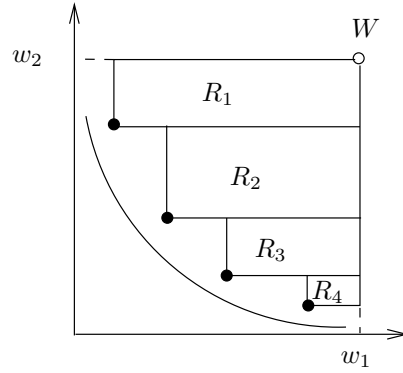


Figura A.2: Hipervolumen

Existe una versión normalizada de esta métrica, adecuada en casos donde las diferentes funciones objetivo están expresadas en diferentes magnitudes. Se define como

$$D = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left( \frac{\max_{i=1}^{|P|} f_m^i - \min_{i=1}^{|P|} f_m^i}{F_m^{max} - F_m^{min}} \right)^2}$$

donde  $F_m^{max}$  y  $F_m^{min}$  son los valores máximo y mínimo respectivamente de la función objetivo  $f_m$  en el frente óptimo  $P^*$ .

Estas métricas miden la dispersión entre los extremos de un frente aproximado, sin embargo, no informan sobre la distribución de las soluciones intermedias.

### A.4.3. Métricas de evaluación de cercanía y diversidad

#### Hipervolumen

Calcula el volumen en el espacio de las funciones objetivo, cubierto por las soluciones de un frente de Pareto aproximado  $P$ , para problemas de minimización en todos los objetivos. Se define como

$$HV = \bigcup_{i=1}^{|P|} v_i$$

donde  $v_i$  es el área del rectángulo  $R_i$  (en el caso de dos dimensiones), según se muestra en la Figura A.2. Para su cálculo, es necesaria la definición de un punto de referencia  $W$ , que toma los mayores valores de los objetivos en las soluciones del frente  $P$ . Si las diferentes funciones objetivo están expresadas en diferentes magnitudes, es necesario normalizar los valores. Otra forma de resolver este problema, implica el cálculo del hipervolumen del frente aproximado  $P$ , relativo al hipervolumen del frente óptimo  $P^*$ , como  $HV(P)/HV(P^*)$ .

#### Métrica ponderada

Considera una combinación lineal de métricas de evaluación de cercanía y diversidad. Se define como

$$W = w_1 M_1 + w_2 M_2$$

donde  $M_1$  es una métrica de evaluación de cercanía, y  $M_2$  es una métrica de evaluación de diversidad. Debe tenerse en cuenta la interpretación de cada una de las métricas  $M_i$  así como la necesidad de normalizar los valores.



## Apéndice B

# Modelos de asignación

Los modelos de asignación de pasajeros a recorridos aplican hipótesis acerca del comportamiento de los pasajeros con respecto a un conjunto de líneas de transporte público, y distribuyen la demanda entre dichas líneas. De esta forma, reflejan la utilización de los servicios provistos por los operadores por parte de los usuarios. Los modelos de asignación forman parte del modelo clásico en etapas de transporte [49], representando el aspecto de la oferta; el aspecto de la demanda es representado por los modelos de generación, distribución y partición modal. Para el caso específico del transporte público, los modelos de asignación deben considerar las características particulares de dicho modo. Los modelos de asignación de transporte público se aplican en una variada gama de contextos, por ejemplo, en interacción con modelos de otros modos de transporte, o para analizar una determinada propuesta de estructura de recorridos; en cada uno de estos casos, se utilizan con un determinado propósito. En el contexto del TNDP, los modelos de asignación se utilizan para la evaluación de las funciones objetivo de los usuarios y los operadores, dada una propuesta particular de recorridos y frecuencias. En base a la información referente a la demanda de viajes (matriz origen-destino  $D$ ) y la red (grafo  $G$ ), los modelos de asignación determinan para cada par  $(i, j)$  de nodos, las proporciones de demanda  $d_{ij}$  que utilizan cada uno de los recorridos de una solución dada  $S = (R, F)$  al TNDP; esta asignación permite calcular tiempos de viaje en vehículo, tiempos de espera, así como frecuencias factibles, necesarios para el cálculo de las funciones objetivo del modelo de optimización.

La asignación de la demanda a los diferentes recorridos, requiere el modelado de la interacción de los pasajeros en los puntos de acceso (paradas) a los servicios (líneas de buses). El fenómeno de espera de pasajeros en las paradas puede ser descrito como un complejo sistema de colas, donde los pasajeros arriban en forma estocástica con una determinada tasa promedio, y son servidos por un conjunto de diferentes líneas que pasan por la parada [28]. No se conoce resolución analítica de un sistema de colas con estas características. Tampoco es practicable realizar una microsimulación de todas las entidades involucradas en este proceso, por su excesivo costo computacional. En contraposición, el enfoque típico de los modelos de asignación considera la demanda con un menor grado de detalle, pero accesible en términos de tiempo de cómputo.

El aspecto más relevante de los modelos de asignación es el referente al modelado del comportamiento de la demanda (pasajeros), frente a una determinada oferta (conjunto de líneas). Dicho comportamiento se ve afectado principalmente por los siguientes factores [48]:

- *Frecuencia.* Directamente relacionada con las frecuencias planificadas para los re-

corridos. Servicios de alta frecuencia son considerados aquellos con pasadas cada menos de 12-15 minutos, mientras que servicios con pasadas cada más de 15 minutos se consideran de frecuencia baja.

- *Regularidad.* Se refiere al grado de ajuste de los servicios efectivos a los programados. Servicios de baja frecuencia pueden considerarse regulares, mientras que servicios de alta frecuencia en sistemas congestionados se consideran de tipo irregular, es decir, las frecuencias efectivas de pasada de los buses, en promedio se acercan a las frecuencias programadas, pero no individualmente.
- *Información.* La información con que cuentan los usuarios referente a los horarios del servicio influye en la utilización que harán del mismo. Dicha información puede proveerse de distintas formas y con distintos grados de precisión, desde las tablas fijas de horarios en las paradas, hasta los sistemas avanzados de información al viajante, que proveen información en tiempo real referente a los servicios, lo que puede impactar en los valores subjetivos de los tiempos de espera.

El modelo de comportamiento a aplicar más adecuado depende de como se presenten los factores de frecuencia, regularidad e información en la misma realidad, y del contexto de planificación donde se utiliza el modelo de asignación. Para el caso particular del TNDP, su aplicación se da en el contexto de planificaciones estratégicas, donde la única información con que se cuenta acerca de la demanda es la matriz origen-destino, y la información acerca de la oferta comprende solamente los trazados de los recorridos y los valores de frecuencias operando en cada uno. Por este motivo, los modelos de asignación más adecuados en este caso son los denominados *modelos basados en frecuencias*; estos se basan únicamente en información acerca de las frecuencias (además de los trazados de los recorridos) para realizar el proceso de asignación de demanda. En contraposición, los *modelos basados en tablas de horarios* hacen uso de información detallada de cada una de las pasadas de cada línea; estos son usados en contextos de planificaciones tácticas u operacionales, como ser el establecimiento de una nueva tabla horaria de una línea ya existente [48].

Si se combinan las diferentes formas de modelar el comportamiento de la demanda, con las diferentes formas de modelar los costos de los arcos de la red, se obtiene la clasificación del Cuadro B.1, donde las siglas abrevian los términos All or Nothing (AON), Stochastic Network Loading (SNL), Deterministic User Equilibrium (DUE), Stochastic User Equilibrium (SUE), Deterministic Dynamic Process (DDP) y Stochastic Dynamic Process (SDP).

Los modelos de tipo AON (*todo o nada*), asignan la totalidad de la demanda  $d_{ij}$  a una sola línea, típicamente la que transporta a los pasajeros con un menor tiempo de viaje. Los modelos de tipo SNL, distribuyen la demanda entre los elementos de un conjunto de líneas atractivas; esta distribución generalmente se realiza de forma proporcional a la frecuencia de operación de cada línea. Cuando los costos de la red (que modelan los tiempos de viaje a bordo de los buses) se modelan dependientes de la carga de las líneas (flujos), los modelos de asignación son de tipo DUE o SUE. Los primeros se resuelven aplicando los enfoques de desigualdades variacionales y punto fijo. Los segundos utilizan el enfoque de punto fijo para su resolución, y permiten modelar los efectos de la congestión tanto en los tiempos de viaje a bordo de los buses, como en las frecuencias efectivas de los servicios. Los modelos de tipo DDP o SDP incluyen procesos de aprendizaje de atributos, que permiten actualizar los mecanismos de opción por parte de los pasajeros.

<i>Red</i>	<i>Criterio de asignación</i>	<i>Opción de líneas</i>	
		<i>Determinístico</i>	<i>Estocástico</i>
sin congestión, $c_a = cte$	carga de la red	AON	SNL
con congestión, $c_a = c_a(\phi_a)$	equilibrio dinámico	DUE DDP o SDP	SUE DDP o SDP

Cuadro B.1: Clasificación de modelos de asignación

## B.1. Modelos basados en frecuencias

Los modelos basados en frecuencias son los apropiados para su utilización en el contexto del TNDP, debido a que requieren solamente de los trazados de los recorridos y los valores de frecuencias para realizar el proceso de asignación. El enfoque clásico consiste en la resolución de formulaciones de programación matemática, que modelan estrategias de optimización de los usuarios con respecto a un conjunto de líneas. En [27] se presenta un modelo de tipo SNL, cuya formulación se transcribe a continuación:

$$\min \left\{ \sum_{a \in A} c_a \phi_a + \sum_{i \in N} \frac{\Phi_i}{\sum_{a \in A_i^+} f_a x_a} \right\}$$

sa

$$\phi_a = \frac{x_a f_a}{\sum_{a' \in A_i^+} f_{a'} x_{a'}}, a \in A_i^+, i \in N \quad (\text{B.1})$$

$$\Phi_i = \sum_{a \in A_i^-} \phi_a + g_i, i \in N \quad (\text{B.2})$$

$$\Phi_i \geq 0, i \in N$$

$$x_a \in \{0, 1\}, a \in A$$

En este modelo de asignación, se asume un modelo de red  $G = (N, A)$  dirigido, donde cada arco está replicado para cada recorrido que lo utiliza. Por simplicidad, se asume un solo destino  $q$ . La notación es la siguiente:

- $c_a$  es el costo del arco  $a$ , el mismo para todos los arcos que unen el mismo par de nodos.
- $\phi_a$  es el flujo en el arco  $a$ , conocido luego de resolver el modelo.
- $\Phi_i$  es una variable de decisión que representa el flujo producido por la asignación en el nodo  $i$ .
- $A_i^+$  es el conjunto de arcos salientes del nodo  $i$ .  $A_i^-$  es el conjunto de arcos entrantes.
- $f_a$  es la frecuencia de la línea correspondiente al arco  $a$ .
- $x_a$  es una variable de decisión binaria;  $x_a = 1$  si el arco  $a$  se utiliza en la solución,  $x_a = 0$  en caso contrario.
- $g_i$  es la demanda desde el nodo  $i$  hacia el único destino  $q$ .

La función objetivo establece la minimización de la suma de tiempos de viaje en vehículo (primer término) y tiempos de espera (segundo término). La restricción B.1 establece la regla para la distribución de la demanda entre líneas competentes, de forma proporcional a las frecuencias de las líneas. La restricción B.2 establece el equilibrio de flujos en cada nodo. El modelo es en primera instancia de naturaleza entera mixta y no lineal. Sin embargo, mediante la realización de cambios de variables, la aplicación de propiedades de los modelos lineales, y la consideración de la formulación del problema dual, es posible resolverlo mediante un algoritmo eficiente [27].

## B.2. Modelos avanzados de asignación

Los modelos que consideran competencia entre líneas son una alternativa más adecuada a aquellos de tipo todo o nada, ya que permiten que pasajeros viajando de  $i$  a  $j$  se distribuyan entre un conjunto de líneas alternativas. Dicha distribución se realiza en base a las frecuencias, asignando más viajes a aquellas líneas con mayor frecuencia. Cuando se contempla el efecto de la congestión que producen los buses con alto grado de utilización, es necesario reflejar las demoras en los tiempos de viaje en vehículo, debido a mayores tiempos de ascenso y descenso de pasajeros. También es necesario reflejar el hecho de que eventualmente los pasajeros deben esperar que pase un bus ocupado (o más de uno) para poder ascender, debido a los efectos de la congestión. Así es que se plantean los modelos de costos no lineales y los modelos con restricciones de capacidad.

### B.2.1. Modelos con costos no lineales

Si el tiempo de viaje en vehículo en los arcos  $a \in A$ ,  $c_a$  es una función continua monótona creciente  $c_a(\phi_a)$ , existe un problema equivalente de optimización convexa, que corresponde a una asignación en equilibrio. Se considera la hipótesis que los pasajeros seleccionan estrategias que minimizan sus tiempos de viaje, y en caso de congestión, no seleccionan otra estrategia de mayor costo. Lo anterior lleva a las condiciones de equilibrio de Wardrop [49]. El término que modela los tiempos de viaje en vehículo en la función objetivo, en este caso es:

$$\sum_{a \in A} \int_0^{\phi_a} c_a(x) dx$$

La función  $c_a(x)$  debe ser continua monótona creciente, y existen determinadas familias de funciones adecuadas para su uso en este contexto, cada una de las cuales consta de un conjunto de parámetros que requieren calibración [10].

El modelo de optimización resultante en este caso es de costos cuyas funciones son convexas, y existe un algoritmo eficiente para resolverlo, que aplica una aproximación lineal, descomponiendo el modelo original en submodelos donde los costos son lineales [27].

En el modelo de costos convexos, los tiempos de espera no son afectados por los volúmenes de ocupación de los buses, además de asumirse que todos los pasajeros pueden tomar el primer bus que arriba a la parada. Estos dos aspectos son tratados en los modelos con restricciones de capacidad.



### B.2.2. Modelos con restricciones de capacidad

Cuando un recorrido tiene una alta utilización por parte de los pasajeros, es necesario dimensionar los servicios (por medio del establecimiento de valores adecuados para las frecuencias), de forma que todos los pasajeros que así lo deseen, puedan abordar un bus. En sistemas que operan con alta congestión, puede ocurrir que los pasajeros se vean obligados a dejar pasar un bus de la línea (o más de uno) por no poder ascender, debido a que están utilizados en la totalidad de su capacidad. Esto motiva el concepto de frecuencia efectiva de una determinada línea, que se define como la frecuencia percibida por los usuarios. Cuando no existe congestión, la frecuencia efectiva coincide con la programada. En los modelos con restricciones de capacidad, la frecuencia efectiva es una función decreciente del flujo. En el contexto de análisis de sistemas de transporte público existentes, es de interés el cálculo de las frecuencias efectivas, de forma de identificar servicios donde es necesario un aumento de las frecuencias en determinados períodos de tiempo. En el contexto del TNDP, es necesario tener en cuenta las capacidades de los buses y los flujos producidos por la demanda asignada a un recorrido, para establecer valores factibles en las frecuencias. Los modelos con restricciones de capacidad [11, 18], consideran la obtención de tales frecuencias efectivas, además de considerar costos de viaje en vehículo no lineales. En [27], se presenta un algoritmo iterativo de resolución para un modelo con restricciones de capacidad, cuya convergencia no está probada formalmente, pero existe evidencia empírica de su efectividad.



## Apéndice C

# Algoritmo de asignación

El modelo de optimización de recorridos y frecuencias propuesto en el Capítulo 4 utiliza el modelo de asignación de pasajeros a recorridos de Baaj y Mahmassani [4]. Este es necesario para la evaluación de las funciones objetivo de usuarios y operadores, dada una solución factible al modelo de optimización. El modelo de Baaj y Mahmassani tiene las siguientes características:

- Es un modelo de asignación basado en frecuencias [48], por lo que esta información (junto con los trazados de los recorridos) es en la única que se basa para realizar la asignación.
- Aplica un criterio de minimización de transbordos. Esto significa que los pasajeros siempre prefieren realizar su viaje utilizando una sola línea, incluso si existen transbordos factibles, que impliquen un menor tiempo total de viaje.
- Considera competencia entre líneas. Cuando los pasajeros que viajan de un determinado origen a un determinado destino tienen más de una opción, la asignación de la demanda a los diferentes recorridos se realiza de forma proporcional a las frecuencias operando en los mismos.
- Considera la posibilidad de transbordos para pares origen-destino que no comparten una línea.
- Considera costos constantes en los arcos. El costo de viaje en vehículo sobre un arco determinado de la red, es el mismo para diferentes recorridos que lo utilizan, incluso si en estos operan buses con diferentes condiciones de utilización.
- Considera restricciones de capacidad de los buses. El modelo toma como entrada un conjunto de recorridos y un conjunto inicial de frecuencias, y determina un conjunto de frecuencias alternativo que representa un equilibrio entre oferta y demanda en los servicios. Estos valores de frecuencias en equilibrio son los mínimos factibles, para que los usuarios puedan abordar los buses, en condiciones de utilización especificadas.
- Produce diversos valores descriptores para una solución factible al modelo de optimización, en particular los necesarios para el cálculo de las funciones objetivo.

A diferencia de otros modelos de asignación que se basan en formulaciones de programación matemática [27], el de Baaj y Mahmassani consiste en una serie de reglas, que son implementadas por un algoritmo. A grandes rasgos, el modelo toma una solución  $S = (R, F)$ ,

y considera cada par de nodos  $(i, j)$  de la red  $G$  cuya demanda  $d_{ij}$  es no nula, verificando las siguientes posibilidades:

- Si  $i$  ó  $j$  están aislados según los recorridos de  $R$  (ningún recorrido pasa por  $i$  o por  $j$ ), la demanda  $d_{ij}$  se considera insatisfecha.
- Si existen recorridos de  $R$  que pasan por  $i$  y por  $j$ , se selecciona un subconjunto  $R_{ij}$  de  $R$  (los más cortos), y se distribuye la demanda  $d_{ij}$  entre los recorridos de  $R_{ij}$ .
- Si no es posible satisfacer la demanda  $d_{ij}$  con viajes directos (utilizando una sola línea) se verifican los posibles transbordos. Análogamente al punto anterior, se selecciona un subconjunto de los transbordos más cortos (que implican menor tiempo de viaje en vehículo) y se distribuye la demanda  $d_{ij}$  entre los mismos. El modelo original propone la consideración de hasta dos transbordos.
- Si la demanda  $d_{ij}$  no es satisfecha aún con un número determinado de transbordos, se considera insatisfecha.

La asignación de la demanda a los recorridos, produce los flujos  $\phi$  en los arcos de cada recorrido. Estos flujos son utilizados para determinar los mínimos valores factibles para las frecuencias  $F_{sal}$ , que respetan la restricción de máximo factor de carga de los buses, en el modelo de optimización. Si los valores de frecuencias  $F_{sal}$  difieren de los especificados inicialmente por la solución  $S = (R, F)$ , se repite el proceso de asignación, con las frecuencias  $F_{sal}$  como dato de entrada. Esta iteración se repite hasta que las frecuencias de entrada y salida no difieren en forma significativa. Este procedimiento puede verse como un ajuste entre servicios ofertados (frecuencias de entrada) y demandados (frecuencias de salida). No existe una justificación rigurosa para la convergencia de este procedimiento; en [4] se afirma que el método converge con las pruebas realizadas, y en este trabajo se comprobó experimentalmente que la convergencia es además independiente del conjunto inicial de frecuencias.

En la publicación original se describe una implementación del modelo de asignación de Baaj y Mahmassani, realizada en el lenguaje de programación LISP. En el presente trabajo, el modelo de asignación se implementó en lenguaje C++ y constituye un módulo que forma parte de la totalidad de la implementación del modelo de optimización para el TNBP. Concretamente, el algoritmo de asignación es el utilizado en el módulo de evaluación de soluciones, presentado en el Capítulo 6. El algoritmo de asignación toma como entrada la siguiente información:

- Red  $G$ .
- Matriz origen-destino  $D$ .
- Solución a evaluar  $S = (R, F)$ .
- Parámetros de configuración:
  - $\sigma_d$ . Filtro de recorridos candidatos en la selección de líneas competentes para un mismo par de nodos  $(i, j)$ . No se consideran recorridos cuyo largo de  $i$  a  $j$  exceda por sobre la proporción especificada por  $\sigma_d$  el largo del recorrido más corto que une a  $i$  con  $j$  en la solución considerada.
  - $\sigma_t$ . Idem que  $\sigma_d$  pero para transbordos.

- $p_t$ . Penalización de cada transbordo (valor arbitrario). Cada unidad de demanda no satisfecha es penalizada por este valor, para el cálculo de la función objetivo  $Z_1$  del modelo de optimización.
- $\delta_F$ . Proporción de diferencias entre las frecuencias de entrada y salida, para criterio de parada del procedimiento iterativo de ajuste de frecuencias.

El algoritmo de asignación produce como salida los siguientes resultados:

1. Evaluación de la función objetivo de los usuarios  $Z_1$ . Implica el cálculo de los valores de tiempos de viaje  $tv_{ij}$ , espera  $te_{ij}$  y transbordo  $tt_{ij}$  para todos los pares  $(i, j)$  origen-destino con demanda  $d_{ij}$  no nula, utilizando la solución  $S$ .
2. Evaluación de la función objetivo de los operadores  $Z_2$ . Implica el cálculo de la cantidad de buses necesarios  $N_k$ , para cubrir los servicios en cada recorrido  $r_k \in R$  de la solución  $S$ , según el factor de carga máximo especificado  $LF_{max}$ .
3. Otras medidas de interés, por ejemplo  $D_0$ ,  $D_{01}$  y  $D_{NS}$ , proporciones de demanda satisfecha con y sin transbordo, y no satisfecha por la solución  $S$  respectivamente.
4. Flujos  $\phi_k$  en los recorridos  $r_k$  de la solución  $S$ ; en particular los flujos medio  $\bar{\phi}$  y crítico  $\phi^*$
5. Frecuencias mínimas factibles de operación  $F$  para cada recorrido.

La Figura C.1 muestra el pseudocódigo del algoritmo de asignación implementado, que coincide con el algoritmo de evaluación presentado en el Capítulo 6. Merecen aclaración las siguientes partes del pseudocódigo:

- Línea 10 (AsignaciónDirecta): El procedimiento de asignación directa, verifica si existen recorridos en común, entre los conjuntos de recorridos que pasan por  $i$  y los que pasan por  $j$ . Si la intersección es vacía se indica un resultado *false*. De lo contrario, se halla el recorrido que une a  $i$  con  $j$  con el menor costo posible, dicho tramo de recorrido tendrá costo  $tc_{ij}$ . Si hay recorridos alternativos, se seleccionan aquellos cuyos recorridos unen  $i$  con  $j$  a un costo menor que  $tc_{ij}\sigma_d$ . Tomando el conjunto resultante  $R_{ij}$  de recorridos de tal proceso, se asignan proporciones  $P_{ijk}$  de la demanda  $d_{ij}$  a cada recorrido  $r_k \in R_{ij}$  de acuerdo a las frecuencias de cada uno, de la forma

$$P_{ijk} = \frac{f_k}{\sum_{r_m \in R_{ij}} f_m}$$

Las actualizaciones de los descriptores de interés (líneas 11-13 del pseudocódigo) se efectúan de la siguiente forma:

- $D_0 \leftarrow D_0 + d_{ij}/D_{tot}$ , donde  $D_{tot} = \sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$
- $tv_{ij} \leftarrow \sum_{r_k \in R_{ij}} P_{ijk} t_k^{ij}$ , donde  $t_k^{ij}$  es el tiempo de viaje en vehículo por el recorrido  $r_k$  entre los nodos  $i$  y  $j$
- $te_{ij} \leftarrow 1/(2 \sum_{r_k \in R_{ij}} f_k)$
- $\phi_{a,r_k} \leftarrow \phi_{a,r_k} + P_{ijk} d_{ij}$  para cada arco  $a$  entre los nodos  $i$  y  $j$  de cada recorrido  $r_k$  del conjunto de líneas competentes  $R_{ij}$ . La actualización de los flujos debe tener en cuenta el sentido del recorrido, donde el nodo  $i$  está antes del nodo  $j$ ; de esta forma se actualizarán solamente flujos en el sentido de ida o de vuelta.

- Línea 15 (AsignaciónTransbordo): En caso de no existir un recorrido que conecte directamente a los nodos  $i$  y  $j$ , se verifican los posibles transbordos, buscando nodos en común entre los recorridos de los conjuntos  $R_i$  y  $R_j$ . De esta forma se identifica un conjunto de trayectorias de transbordo posibles, donde cada trayectoria  $T$  será de la forma  $r_s n_t r_l$  donde  $r_s$  y  $r_l$  son recorridos que pasan por  $i$  y  $j$  respectivamente (salida y llegada), y  $n_t$  es el nodo de transbordo. Al igual que en la asignación directa, se halla la trayectoria de transbordo más corta y se filtran las que se exceden en tiempo de viaje en vehículo en un factor  $\sigma_t$  del tiempo de la trayectoria más corta. Una vez obtenido el conjunto  $T_{ij}$  de trayectorias de transbordo competentes, se realiza la asignación a las distintas alternativas. Para eso, primeramente el conjunto  $T_{ij}$  se particiona en clases  $C_{ij} = (C_1, \dots, C_t)$ , donde los elementos de una misma clase son tales que tienen en común el recorrido de salida de su trayectoria. De esta forma, la demanda se distribuye primeramente entre las clases de la partición de forma proporcional a la frecuencia de los recorridos de salida de cada una (proporciones  $P_{ijk}$ ). Dentro de una clase, la demanda se distribuye de manera uniforme entre los recorridos de llegada (proporciones  $P_{ijkm}$ ). Las actualizaciones de los descriptores (líneas 16-18) son las siguientes:

- $D_{01} \leftarrow D_{01} + d_{ij}/D_{tot}$
- $tv_{ij} \leftarrow \sum_{C_k \in C_{ij}} P_{ijk} \left( \sum_{T_m \in C_k} P_{ijkm} (t_s^{it} + t_l^{tj}) \right)$ , donde  $t_s^{it}$  es el tiempo de viaje en vehículo por el recorrido de salida de la trayectoria  $T_m$  de la clase  $C_k$  entre los nodos  $i$  y  $n_t$ , y  $t_l^{tj}$  es el tiempo de viaje en vehículo por el recorrido de llegada de la trayectoria de transbordo  $T_m$  de la clase  $C_k$  entre los nodos  $n_t$  y  $j$ . Cada trayectoria de transbordo  $T_m$  tiene un nodo de transbordo  $n_t$  diferente.
- $te_{ij} \leftarrow 1/(2 \sum_{C_k \in C_{ij}} f_s) + \sum_{C_k \in C_{ij}} P_{ijk} \sum_{T_m \in C_k} P_{ijkm}/2f_l$ , donde  $f_s$  es la frecuencia del recorrido de salida de la clase  $C_k$ , y  $f_l$  es la frecuencia del recorrido de llegada de la trayectoria de transbordo  $T_m$  de la clase  $C_k$ .
- $tt_{ij} \leftarrow p_t$
- $\phi_{a,r} \leftarrow \phi_{a,r} + P_{ijk} d_{ij}$  para cada arco  $a$  entre los nodos  $i$  y  $n_t$  de los recorridos  $r$  de salida de cada clase  $C_k$
- $\phi_{a,r} \leftarrow \phi_{a,r} + P_{ijk} P_{ijkm} d_{ij}$  para cada arco  $a$  entre los nodos  $n_t$  y  $j$  de los recorridos  $r$  de llegada en cada trayectoria de cada clase.

En la Figura C.2 se muestra un ejemplo de posibles transbordos para viajar desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ . En este caso existen cuatro trayectorias,  $r_2 n_t r_3$ ,  $r_2 n_t r_4$ ,  $r_1 n_t r_5$  y  $r_1 n_t r_6$ , agrupadas en dos clases,  $C_1 = \{r_2 n_t r_3, r_2 n_t r_4\}$  y  $C_2 = \{r_1 n_t r_5, r_1 n_t r_6\}$ .

- Línea 20: Si no es posible asignar la demanda  $d_{ij}$  realizando un transbordo, la demanda se considera insatisfecha, actualizándose el siguiente descriptor:

- $D_{NS} \leftarrow D_{NS} + d_{ij}/D_{tot}$

Una vez asignada la totalidad de la demanda, se calculan las frecuencias necesarias en cada recorrido, de forma de respetar el factor de carga  $LF_{max}$  especificado en el modelo de optimización, de la siguiente forma

$$f_k = \frac{\phi_k^*}{LF_{max} CAP}$$

```

procedure Asignacion(in  $G$ , in  $D$ , in  $S = (R, F)$ ,
                    out  $tv, te, tt$ , out  $D_0, D_{01}, D_{NS}$ , out  $\bar{\phi}, \phi^*$ , out  $F_{sal}$ );
01  $F_{sal} \leftarrow F$ ;
02 repeat
03    $F_{ent} \leftarrow F_{sal}$ ;
04   for  $(i, j)$  in  $[1..n] \times [1..n]$  do
05      $R_i \leftarrow$  Recorridos de  $R$  que pasan por el nodo  $i$ ;
06      $R_j \leftarrow$  Recorridos de  $R$  que pasan por el nodo  $j$ ;
07     if  $R_i = \emptyset$  or  $R_j = \emptyset$ 
08       Actualizar  $D_{NS}$ ;
09     else
10       if AsignacionDirecta( $i, j, R_i, R_j, F_{ent}$ )
11         Actualizar  $D_0$ ;
12         Actualizar  $tv$  y  $te$ ;
13         Actualizar flujos  $\phi$  en recorridos de  $R$ ;
14       else
15         if AsignacionTransbordo( $i, j, R_i, R_j, F_{ent}$ )
16           Actualizar  $D_{01}$ ;
17           Actualizar  $tv, te$  y  $tt$ ;
18           Actualizar flujos  $\phi$  en recorridos de  $R$ ;
19         else
20           Actualizar  $D_{NS}$ ;
21         end if;
22       end if;
23     end if;
24   end for;
25   Calcular  $F_{sal}$  según flujos  $\phi$ ;
26 until  $F_{ent}$  y  $F_{sal}$  no difieren significativamente;
27 return ( $tv, te, tt, D_0, D_{01}, D_{NS}, \bar{\phi}, \phi^*, F_{sal}$ );
end Asignacion;

```

Figura C.1: Algoritmo de asignación

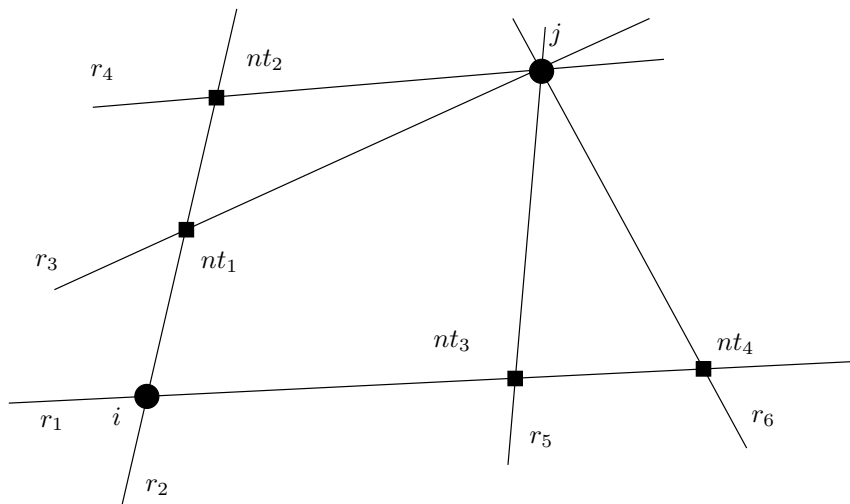


Figura C.2: Trayectorias de transbordo

Además se obtiene la cantidad de buses necesarios para operar en cada recorrido  $r_k$ , como

$$N_k = f_k t_k$$



## Apéndice D

# Glosario de símbolos

<i>Símbolo</i>	<i>Página de definición</i>
$A$	18
$\bar{A}$	20
$AF_k$	37
$C$	24
$CAP$	35
$CI$	118
$C_v$	38
$D$	19
$D_i$	109
$D_k$	37
$D_{NS}$	38
$D_S$	21
$D_0$	43
$D_0^{min}$	43
$D_{01}$	44
$D_{01}^{min}$	44
$E$	68
$F$	17
$F_{ent}$	48
$FO_k$	37
$FU_k$	37
$F_{sal}$	48
$G$	18
$H$	109
$HV$	83
$K$	24
$K_k$	37
$L$	109
$LF_k$	35
$LF_{max}$	35
$MaxIteraciones$	69
$N$	18
$N_k$	32

$P$	70
$R$	17
$S$	17
$T$	38
$T_k$	37
$V$	68
$V_{ijk}$	37
$V_S$	78
$VST$	37
$W_{max}$	34
$Z_1$	43
$Z_2$	43
$a$	20
$a_i$	32
$c_a$	20
$c_{ij}$	20
$d_{ij}$	19
$dist$	119
$e_k$	36
$f_k$	17
$f_{max}$	44
$f_{min}$	34
$f_O$	24
$f_U$	24
$l_k$	17
$lrc$	68
$n$	20
$p_i$	109
$r_k$	17
$r_{max}$	33
$semilla$	68
$t_{ij}^*$	32
$t_k$	32
$t_{min}$	33
$t_{max}$	33
$t_{max}^{fin}$	79
$t_{max}^{ini}$	79
$tc_{ij}$	32
$te_{ij}$	32
$te_{ijk}$	37
$tt_{ij}$	32
$tv_{ij}$	32
$tv_{ijk}$	37
$\Delta_k^*$	120
$\bar{\Delta}_k$	92
$\Phi_k$	32
$\Theta$	78

$\Omega$	17
$\alpha$	68
$\alpha_{ij}$	33
$\alpha_{ijk}$	38
$\phi_{a,r}$	21
$\phi_{a,r_k}^{ida}$	32
$\phi_{a,r_k}^{vuelta}$	32
$\bar{\phi}_k$	32
$\phi_k^*$	32
$\eta$	37
$\lambda$	46
$\rho$	72
$\rho_{max}$	72



# Índice de figuras

2.1. Red detallada . . . . .	19
2.2. Red no detallada . . . . .	19
2.3. Combinación lineal de objetivos . . . . .	24
2.4. Uno de los objetivos como restricción . . . . .	25
2.5. Soluciones no dominadas, frente de Pareto . . . . .	26
2.6. Diferentes opciones de transporte para un mismo par de nodos, incluyendo transbordos . . . . .	27
4.1. Método ideal de optimización multiobjetivo . . . . .	45
4.2. Método basado en preferencias de optimización multiobjetivo . . . . .	46
4.3. Solución dominada utilizando el método basado en preferencias . . . . .	47
4.4. Interacción entre los modelos de optimización y asignación . . . . .	48
5.1. Construcción de recorridos, Ceder y Wilson . . . . .	53
5.2. Construcción de soluciones, Baaj y Mahmassani . . . . .	55
5.3. Construcción de recorridos candidatos, Pattnaik <i>et al.</i> . . . . .	58
5.4. Identificación de corredores, Krishna Rao <i>et al.</i> . . . . .	59
5.5. Construcción de recorridos, Gruttner <i>et al.</i> . . . . .	60
5.6. Construcción de recorridos, Ngamchai y Lovell . . . . .	61
6.1. GRASP, estructura general . . . . .	67
6.2. Construcción ávida aleatoria . . . . .	68
6.3. Búsqueda local . . . . .	69
6.4. Búsqueda del frente de Pareto óptimo . . . . .	71
6.5. GRASP para optimización multiobjetivo . . . . .	71
6.6. Construcción ávida aleatoria de soluciones . . . . .	73
6.7. Inserción de pares de nodos en recorridos existentes . . . . .	75
6.8. Algoritmo de inserción de pares de nodos en recorridos existentes . . . . .	75
6.9. Combinación de recorridos . . . . .	76
6.10. Evaluación de soluciones . . . . .	77
6.11. Mejora de soluciones, búsqueda local . . . . .	79
6.12. GRASP para el TNDP multiobjetivo . . . . .	80
7.1. Red del caso de Mandl . . . . .	82
7.2. Comparación de frentes de Pareto aproximados, según distintos criterios . . . . .	83
7.3. Comparación de frentes de Pareto aproximados, dificultad . . . . .	84
7.4. Hipervolumen . . . . .	85
7.5. Comparación de resultados con y sin mejora de soluciones . . . . .	89

7.6. Comparación con soluciones de Baa'j y Mahmassani . . . . .	92
8.1. Estructura radial de recorridos . . . . .	99
8.2. Ciudad de Rivera . . . . .	100
8.3. Zonificación: nivel de barrios . . . . .	102
8.4. Zonificación: nivel de paradas . . . . .	103
8.5. Zonificación: nivel de (micro) zonas . . . . .	103
8.6. Introducción de nodos y arcos en TPUC . . . . .	106
8.7. Red de Rivera . . . . .	107
8.8. Talón de encuesta . . . . .	110
8.9. Red de Rivera, post procesamiento . . . . .	114
8.10. Post procesamiento de la red y de la matriz origen-destino . . . . .	115
8.11. Frentes de Pareto para $MaxIteraciones = 10$ y $100$ . . . . .	125
8.12. Frentes de Pareto para $MaxIteraciones = 500$ y $1000$ . . . . .	126
8.13. Frentes de Pareto para $MaxIteraciones = 10$ y $1000$ . . . . .	126
8.14. Comparación de resultados del algoritmo GRASP TNDP con solución ac- tual de Rivera . . . . .	129
8.15. Disposición espacial de los recorridos (solución seleccionada del frente de Pareto calculado) . . . . .	130
8.16. Disposición espacial de los recorridos (solución actual de Rivera) . . . . .	131
A.1. Propiedades deseables en un frente de Pareto aproximado . . . . .	151
A.2. Hipervolumen . . . . .	154
C.1. Algoritmo de asignación . . . . .	167
C.2. Trayectorias de transbordo . . . . .	167

# Índice de cuadros

3.1. Resumen de principales características y comparación de modelos para el TNDP . . . . .	42
5.1. Resumen de principales características y comparación de algoritmos para el TNDP . . . . .	65
7.1. Matriz origen-destino, caso de Mandl . . . . .	83
7.2. Calibración del parámetro $\alpha$ . . . . .	87
7.3. Determinación del parámetro <i>MaxIteraciones</i> . . . . .	88
7.4. Efectividad del procedimiento de mejora de soluciones . . . . .	88
7.5. Detalle de comparación con soluciones de Baaj y Mahmassani . . . . .	91
7.6. Análisis de diferentes soluciones de compromiso . . . . .	94
7.7. Utilizaciones promedio en soluciones con diferentes niveles de compromiso . . . . .	95
8.1. Líneas del sistema de transporte público de Rivera . . . . .	98
8.2. Resultados de conteos origen-destino . . . . .	111
8.3. Factores de expansión utilizados . . . . .	112
8.4. Resultados de conteos origen-destino, horario de mayor afluencia . . . . .	113
8.5. Resultados de conteos origen-destino, nivel de zonas . . . . .	114
8.6. Resultados de conteos origen-destino, horario de mayor afluencia (nivel de zonas) . . . . .	115
8.7. Evaluación de las funciones objetivo, solución actual de Rivera . . . . .	118
8.8. Duraciones y flotas de solución actual de Rivera . . . . .	119
8.9. Distancias de cotas inferiores, solución actual de Rivera . . . . .	119
8.10. Evaluación de las funciones objetivo por horarios, solución actual de Rivera . . . . .	120
8.11. Descriptores de recorridos, solución actual de Rivera . . . . .	120
8.12. Factores cíclicos de recorridos, solución actual de Rivera . . . . .	121
8.13. Calibración del parámetro $\alpha$ . . . . .	122
8.15. Soluciones producidas por el algoritmo GRASP TNDP . . . . .	124
8.14. Determinación del parámetro <i>MaxIteraciones</i> . . . . .	125
8.16. Soluciones extremas del frente de Pareto calculado . . . . .	125
8.17. Soluciones extremas del frente de Pareto calculado, descriptores de recorridos . . . . .	128
8.18. Solución seleccionada del frente de Pareto calculado y solución actual de Rivera, principales descriptores . . . . .	129
8.19. Solución seleccionada del frente de Pareto calculado, descriptores de recorridos . . . . .	132
B.1. Clasificación de modelos de asignación . . . . .	159





## Aclaración

En este trabajo se utilizó el caso de prueba de Mandl, tomado de [5], a efectos de poder comparar resultados del algoritmo GRASP TNDP con los de otros algoritmos. Este caso es el único publicado, con información disponible, contra el cual se puede comparar el GRASP TNDP, ya que el algoritmo de Baaj y Mahmassani es el único que utiliza el mismo modelo de asignación de pasajeros que el utilizado en este trabajo, y por tanto el único comparable.

Sin embargo, la información del caso adolece de inconsistencias que se consideró no influye en cuanto la comparación de performance de los algoritmos, pero sí influye e invalida la interpretación de los resultados desde el punto de vista de un sistema real de transporte público. La matriz origen-destino figura en el artículo original expresada en viajes por día, pero luego su utilización y los resultados presentados, sugieren que la información ha sido interpretada como viajes por hora. En el presente trabajo se sigue el mismo criterio para poder realizar la comparación, al no contar con otra información.