#### FILTROS ACTIVOS SELECTIVOS DE CORRIENTES ARMÓNICAS

autor

Gonzalo Miguel Casaravilla Ponsetí

Puesta en consideración para los requerimientos curriculares del título de DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA de la UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA ORIENTAL DEL URUGUAY JULIO HERRERA Y REISSIG 565, MONTEVIDEO, URUGUAY

© Derechos de autor de Gonzalo Miguel Casaravilla Ponsetí, 2003 Email: gcp@fing.edu.uy •

#### UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA ORIENTAL DEL URUGUAY INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Los abajo firmantes certificamos que hemos leído el presente trabajo titulado "Filtros Activos Selectivos de Corrientes Armónicas" hecho por Gonzalo Miguel Casaravilla Ponsetí y encontramos que el mismo satisface los requerimientos curriculares que la Facultad de Ingeniería exige para la tesis del título de Doctor en Ingeniería Eléctrica.

Fecha: <u>Agosto de 2003</u>

Director Académico y Tesis:

Prof. Cesar Briozzo

Director de Tesis:

Prof. Edson H. Watanabe

Tribunal examinador:

Prof. María Inés Valla

Ing. José Serrato

Prof. José Vieitez

Prof. Rafael Canetti

Prof. Gregory Randall

ISSN: 1510 7264 Reporte Técnico N°6 Universidad de la República Facultad de Ingeniería Julio Herrera y Reissig 565 Montevideo, CP 11300 Uruguay

#### UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA ORIENTAL DEL URUGUAY

Fecha: Agosto de 2003

Autor:	Gonzalo Miguel Casaravilla Ponsetí
Titulo:	Filtros Activos Selectivos de Corrientes Armónicas
Instituto:	Ingeniería Eléctrica
Grado:	Doctor en Ingeniería Eléctrica (Dr. Ing.)

Se autoriza a través de la presente a la Universidad de la República Oriental del Uruguay a hacer circular y copiar esta tesis con propósitos no comerciales por requerimientos de individuos o instituciones.

Firma del autor

El autor se reserva otros derechos de publicación o utilización de la tesis y/o de extractos de la misma sin su autorización escrita.

El autor declara que obtuvo permiso explícito para el uso de todo material con derecho de autor que aparece en esta tesis, excepto extractos o menciones de trabajos académicos con autorización similar a la actual, cuyo uso es expresamente identificado. •

nuevamente a mis compañeras: mi esposa Silvia, mis hijas Emilia y Malena

## Indice

In	dice			XII
R	esum	en	2	XIII
A	$\operatorname{grad}\epsilon$	ecimie	ntos	xv
Li	sta d	e Síml	polos x	VII
In	trodu	ıcción	xx	X111
R	esum	en de	objetivos del trabajo xx	XXI
1.	Filt	ro acti	vo shunt de corrientes residuales	1
	1.1.	Cálcul	o de las corrientes que deberá tomar el filtro	1
	1.2.	Celda	básica de filtrado residual : $RFBC$	5
	1.3.	Filtra	lo residual mediante dos <i>RFBC</i> en cascada	6
	1.4.	El filti	ado residual y la $THDp$	9
	1.5.	Algun	os resultados	10
<b>2</b> .	Filt	ro acti	vo selectivo shunt	11
	2.1.	Discrit	minación de una secuencia armónica	11
		2.1.1.	$_{\dot{c}}$ Qué se obtiene a la salida de la demodulación?	15
		2.1.2.	Generalización para filtrado de secuencias negativas	17
	2.2.	Celda	básica de filtrado selectivo: $SFBC$	18
		2.2.1.	Método de Control $C: SFBC_C$	18
		2.2.2.	Método de Control $L: SFBC_L \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	19
	2.3.	Transf	erencias de corriente de una $SFBC$	19
		2.3.1.	Transferencia de corriente en el sistema $\alpha\beta$	22
		2.3.2.	Transferencia entre secuencias de corriente	22
		2.3.3.	Interpretación de la relación entre secuencias de entrada y salida	23
		2.3.4.	Visualización gráfica aproximada de la transferencia entre se-	
			cuencias	24
		2.3.5.	Conclusiones parciales de este capítulo	26

3.	Mét	odos d	le Cálculo Paralelo y Serie	<b>29</b>
	3.1.	Parale	lo de dos $SFBC$ de secuencias opuestas $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	29
		3.1.1.	Transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias opuestas en Paralelo	30
		3.1.2.	Análisis de la transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias op-	
			uestas en Paralelo	31
		3.1.3.	Generalización del cálculo Paralelo al control Louis	32
	3.2.	Serie o	le dos $SFBC$ de secuencias opuestas $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	33
	-	3.2.1.	Transferencia de dos $SFBC_{C}$ de secuencias opuestas en Serie.	34
		3.2.2.	Análisis de la transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias op-	-
		0	uestas en Serie	36
		3.2.3.	Generalización del filtrado con dos <i>SFBC</i> en Serie al método	00
		0.2.0.	de control L	37
	3.3	Conclu	usiones: Cálculo Paralelo o Serie de dos $SFBC$	38
	0.0.	331	Resumen de Transferencias en el método de control $C$	39
		332	Resumen de Transferencias en el método de control L	40
	3.4	;Paral	elo o Serie?	40
	0.1.	341	Método de control C	40
		342	Método de control L	42
	35	Filtrad	do selectivo múltiple	45
	0.0.	351	Transferencias del método de control C	45
		352	Transferencias del método de control $L$	46
	36	Eiemn	lo de filtro activo selectivo	48
	0.0.	361	Grados de libertad del diseño del filtro selectivo	49
		362	Eiemplo 1: Filtrado total de los armónicos 3, 5, 7 y 9	51
		363	Ejemplo 2: Filtrado selectivo para cumplir la reglamentación	55
		3.6.4	Conclusiones : Filtrado selectivo múltiple	63
		0.0.4.		00
4.	Ger	eraliza	ación a filtros híbridos	67
	4.1.	Model	o genérico de un filtro híbrido	68
	4.2.	Métod	o de cálculo Paralelo o Serie	70
		4.2.1.	Método de control $C$ : Cálculo Paralelo $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	70
		4.2.2.	Método de control $C$ : Cálculo Serie	72
		4.2.3.	Método de control $L$ : Cálculo Paralelo y Serie $\ldots \ldots \ldots$	74
		4.2.4.	¿Paralelo o Serie?	74
	4.3.	Transf	erencia del sistema pasivo $Z_L - Z_{PF}$	75
	4.4.	Ejemp	lo de Filtro Híbrido	77
	4.5.	Comp	aración entre el filtro activo y el híbrido	83
5.	Opt	imizac	ión local y remota	87
	5.1.	Filtro	selectivo con optimización local	88
		5.1.1.	Diagrama fasorial de la compensación de una secuencia armónica	88
		5.1.2.	Filtro selectivo óptimo	89
		5.1.3.	Implementación práctica	91
				-

5.1.4. ¿Y los máximos individuales?	92
5.1.5. Resumen del procedimiento de optimización	93
5.2. Filtrado selectivo con optimización remota	94
5.3. Ejemplos de aplicación	96
5.3.1. Optimización local $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	96
5.3.2. Optimización remota	98
5.3.3. Problemas y soluciones	99
6. Conclusiones	101
7. Futuros trabajos	107
Bibliografía	109
Apéndices	115
A. Teoría pq	117
A.1. Introducción	117
A.2. Aspectos preliminares	118
A.2.1. Sistema trifásico no ideal	118
A.2.2. Expresión de corrientes y tensiones en función de secuencias y	
$\operatorname{arm}\acute{o}nicas$	119
A.2.3. Transformada de Clarke	120
A.3. Enunciado de la Teoría pq	122
A.4. Interpretación de las potencias $p_o p \ge q \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	122
A.5. Teoría pq en régimen estacionario distorsionado	124
A.5.1. Espectro de $p \ge q$	126
A.6. Transformación inversa de la Teoría pq	126
A.7. Desarrollos similares, críticas y comparaciones de la Teoría pq	128
A.8. Otras Aplicaciones	129
B. Distorsión armónica en un sistema trifásico	131
C. Ejemplo de filtrado residual	135
C.1. Diseño del filtro	136
C.1.1. Consideraciones sobre el diseño del condensador de alimentación del inversor del Filtro Activo	137
C 1.2 Diseño del filtro pasa altos de los canales $n \times a$	138
C 1.3 Besultados y conclusiones	140
	110

D. Diferentes topologías de Filtros Activos

145

Е.	Métodos de control	149
	E.1. Esquema del método de control $C$	150
	E.2. Esquema del método de control $L$	151
F.	Coordenadas $\alpha/\beta$ y secuencias $I_+/I$	153
	F.1. Caso particular 1: Matriz de transferencia B diagonal de coeficientes	
	iguales	154
G.	Método pq y método SRF	157
H.	Filtrado entre polo y cero de $G_{LC}$	159
	H.1. Estudio del caso de método de control $C$	159
	H.2. Estudio del caso de método de control $L$ $\hdots$	162
I.	Demostración que $I_S^* > I_S$	165
J.	Caso particular en estudio	167
	J.1. Descripción de las instalaciones	167
	J.2. Datos registrados	167
	J.3. Análisis de datos registrados	168
	J.4. Registros con equipo $RPM$ c/15 minutos	169
	J.5. Registros con equipo $RPM$ c/3 minutos	169
	J.5.1. Determinación de la periodicidad del proceso	169
	J.5.2. Caracterización del ciclo de trabajo	169
	J.6. Registros con equipo $RPM$ c/3 segundos	173
	J.7. Registros con equipo $BMI$ 15 ciclos	173
	J.8. Modelo de carga para el diseño del filtro activo	179
K.	Horno de arco industrial	189
	K.1. Introducción	189
	K.2. Ciclo de trabajo típico de un horno de arco	190
	K.3. Modelo eléctrico de un horno de arco	190
	K.4. Modelo dinámico del arco eléctrico	194
L.	Cálculo del condensador del inversor	197

Tesis de Doctorado en Ingeniería Eléctrica Título: Filtros Activos Selectivos de Corrientes Armónicas Autor: Gonzalo Miguel Casaravilla Ponsetí Director académico y de tesis: Prof. Cesar Briozzo. Director de tesis: Prof. Edson H. Watanabe. Universidad de la República - Uruguay - Agosto de 2003

#### Resumen

Este trabajo tiene como objetivo general profundizar en el conocimiento de los filtros activos selectivos utilizados para disminuir o eliminar armónico de corriente de un sistema eléctrico de potencia. Como objetivos específicos se busca minimizar el costo del  $VSI^1$  del filtro activo al mismo tiempo que se impone el cumplimiento de los límites que establece la reglamentación sobre emisión armónica en sistemas de potencia. Asimismo, se busca la mejor forma de hacer cumplir el principio "quien ensucia, limpia" por el cual el consumidor que emite armónicos de corriente en el sistema eléctrico debe filtrar los mismos. En tal sentido se trabaja en base a configuraciones "shunt".

Para ejemplificar con un diseño y probar resultados mediante simulaciones se toma el caso real de un horno de arco industrial.

En una primera etapa se analiza teórica y prácticamente cómo, utilizando la Teoría  $pq^2$ , se puede reducir la distorsión armónica filtrando el residuo armónico en forma indiscriminada. Ante los problemas puntuales encontrados surge la necesidad de actuar selectivamente. Se desarrolla la metodología para lograr dicha selectividad en base a la Teoría pq y se demuestra la relación existente con el método  $SRF^3$ . Se analizan las transferencias en régimen estacionario obtenidas. Se propone una forma de analizar la transferencia entre secuencias positivas o negativas (Fortescue) armónicas de corriente. Se estudian las alternativas de control ya sea midiendo las corrientes de carga o las corrientes de línea.

Con el cometido de realizar un filtrado selectivo múltiple, se proponen dos alternativas de cálculo de las referencias del VSI del filtro activo. Estos métodos de cálculo propuestas se denominaron Serie y Paralelo. Se comparan y se concluye sobre

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Voltage Source Inverter

 $<sup>^{2}</sup>$ Teoría de la potencia activa e imaginaria instantánea (Akagi et al., 1984)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Synchronous Reference Frame

la conveniencia de usar uno u otro método de cálculo según sea el método de control adoptado.

A efectos de generalizar los resultados obtenidos y las particularidades del ejemplo adoptado, se analiza la configuración de filtro activo híbrido. Se establecen criterios para el diseño de su parte pasiva y activa selectiva en forma conjunta.

Se compara, para el ejemplo en estudio, la instalación de un filtro shunt o un filtro híbrido.

Finalmente se propone y desarrolla la optimización matemática que minimiza el VSI. Esto se hace para el caso *local* con el filtro activo conectado en el mismo lugar en donde se intenta hacer cumplir la reglamentación sobre emisión armónica. Luego se extiende la optimización para el caso *remoto* en el que se desea controlar la distorsión armónica en un punto diferente respecto al que está conectado el filtro activo.

Esta herramienta de cálculo óptimo permite instalar el filtro activo en mismo lugar donde se generan armónicos de corriente imponiendo al mismo tiempo el cumplimiento de la reglamentación en un punto diferente (*remoto*).

Se incluyen como Anexos un resumen de la Teoría pq en régimen estacionario haciendo énfasis en armónicos y desequilibrios de carga, una descripción de las instalaciones y registros de un horno de arco que se utilizarán como ejemplo para el diseño y un modelo de funcionamiento de los hornos de arco en general.

#### Agradecimientos

Este trabajo de tesis lo pude hacer gracias a múltiples contribuciones. Algunas, importantes, de carácter económico. Otras, imprescindibles, de carácter espiritual.

La Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC) de la Universidad de la República contribuyó financiándome el proyecto I+D (llamado 1999) *Filtro Activo de Corrientes Armónicas: FAICA*. Financió varias pasantías en Brasil que a la postre resultaron vitales para el desarrollo del doctorado. Financió la asistencia a varios congresos técnicos internacionales.

La empresa **Controles S.A.** financió durante dos años la beca Controles que me fuera otorgada por la Comisión Académica de Posgrado de la Facultad de Ingeniería (UDELAR). Esto me permitió poder dedicar menos tiempo a otras tareas ineludibles ya que financian normalmente la mayor parte del salario docente.

El Programa de Coordinación de Posgrados en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Federal de Río de Janeiro me recibió durante extensas pasantías en las cuales nunca me faltó apoyo.

Al Programa **720** de Cooperación Internacional de la Universidad de la República que financió parcialmente varias pasantías en Brasil.

El **Departamento de Potencia** del Instituto de Ingeniería Eléctrica (UDELAR) habilitó que este doctorado se hiciera en el marco de las líneas de acción del mismo. No pocas fueron las veces que otras tareas del Departamento se vieron postergadas por causa del presente trabajo de doctorado.

El cuerpo Docente del Instituto de Ingeniería Eléctrica (UDELAR), siempre a mano, siempre dispuesto, dio a este doctorado soporte logístico y académico desinteresado. No sé si hay otro lugar en el mundo que, con las carencias económicas que tenemos, logre juntar tan buena gente.

Detrás de las instituciones, comisiones, empresas etc. citadas hay personas. A todas ellas, muchísimas gracias.

XVI

#### Lista de Símbolos

a: Operador complejo  $e^{j\frac{2\pi}{3}}$ .

BESS: Battery Energy Storage System.

CC: Corriente o tensión continua.

 $C_{PF}$ : Condensador del filtro pasivo shunt  $Z_{PF}$ .

 $C_{VSI}$ : Condensador de CC de entrada del inversor (VSI) del filtro activo.

- E: Tensión entre fases del modelo de un horno de arco.
- EMC: Electromagnetic Compatibility.
- $HDp_n$ : Distorsión armónica ponderada individual de cada armónica. Se calcula como el promedio cuadrático entre las tres fases. Las distorsiones armónicas de corriente son relativas a  $I_N$ .
- $HD_{\pm n}$ : Distorsión armónica individual de la una secuencia armónica positiva o negativa respectivamente. Las distorsiones armónicas de corriente son relativas a  $I_N$ .
- HVDC: High Voltage Direct Current transmission line.

*IGBT*: Insulated Gate Bipolar Transistor.

 $i_C$ : [ $i_{CR}(t)$   $i_{CS}(t)$   $i_{CT}(t)$ ] Corriente trifásica de la carga.

 $i_{CR}$ : Corriente de la fase R de la corriente de carga. Depende del tiempo.

 $i_{CS}$ : Corriente de la fase S de la corriente de carga. Depende del tiempo.

 $i_{CT}$ : Corriente de la fase T de la corriente de carga. Depende del tiempo.

 $I_E$ : Valor eficaz del residuo armónico permitido  $(I_E = I_N T H D p)$ .

 $i_{F}$ : [ $i_{FR}(t)$   $i_{FS}(t)$   $i_{FT}(t)$ ] Corriente trifásica del filtro activo.

 $i_{FR}$ : Corriente de la fase R de la corriente del filtro activo. Depende del tiempo.

 $i_{FS}$ : Corriente de la fase S de la corriente del filtro activo. Depende del tiempo.

 $i_{FT}$ : Corriente de la fase T de la corriente del filtro activo. Depende del tiempo.

 $i_{L:}$  [ $i_{LR}(t)$   $i_{LS}(t)$   $i, i_{LT}(t)$ ] Corriente trifásica de línea.

- $i_{LS}$ : Corriente de la fase S de la corriente de línea. Depende del tiempo.
- $i_{LT}$ : Corriente de la fase T de la corriente de línea. Depende del tiempo.
- $i_{Rn}$ : Corriente de la armónica n de la fase R. Depende del tiempo.
- $i_{Sn}$ : Corriente de la armónica n de la fase S. Depende del tiempo.
- $i_{Tn}$ : Corriente de la armónica n de la fase T. Depende del tiempo.
- IC: Espectro de la corriente de carga dependiente de w (IC(w)).
- IF: Espectro de la corriente del filtro activo dependiente de w (IF(w)).
- *IL*: Espectro de la corriente de linea dependiente de w (*IL*(w)).
- $I_{+n}$ : Fasor de corriente de secuencia positiva de la armónica n.
- $I_{-n}$ : Fasor de corriente de secuencia negativa de la armónica n.
- $I_{On} {:}\ {\rm Fasor}$  de tensión de secuencia homopolar de la armónica n.
- $I_N$ : Corriente nominal. Corresponde a la corriente aparente asociada con la potencia activa contratada por el cliente y aplicando un determinado factor de potencia acordado o regulado.
- ICHQP: International Conference of Harmonics and Quality of Power.
- IIR: Filtros digitales del tipo "Infinite Impulse Response".
- $Imax_{95}$ : Es el percentil 95 % de las corrientes instantáneas que debe tomar el filtro activo.
- $I_O$ : Valor eficaz del residuo armónico controlable. Es el valor eficaz permitido menos el valor eficaz de las secuencias armónicas sobre las que no se realizará filtrado selectivo.
- $I_{Oj}$ : Valor eficaz permitido de la corriente de armónica j.
- $I_S$ : Valor eficaz que debe tomar la corriente de línea en cada una de las secuencias armónicas compensadas con un filtro activo optimizado.
- $I_S^{\ast}{:}$ Nuevo valor eficaz que debe tomar la corriente de línea como resultado del proceso iterativo de cálculo.
- $i_{\alpha}$ : Componente directa de las corrientes [ $i_R(t)$   $i_S(t)$   $i_T(t)$ ] al aplicarles la transformada de Clarke.
- $i_{\beta}$ : Componente en cuadratura de las corrientes [ $i_R(t)$   $i_S(t)$   $i_T(t)$ ] al aplicarles la transformada de Clarke.
- $i_o$ : Componente homopolar de las corrientes [ $i_R(t)$   $i_S(t)$   $i_T(t)$ ].
- FIR: Filtros digitales del tipo "Finite Impulse Response".

- $f_1$ : Frecuencia fundamental del sistema ( $w_1 = 2\pi f_1$ ).
- $f_o$ : Ancho de banda de un filtro pasa altos o pasa bajos ( $w_o = 2\pi f_o$ ).
- $f_{PF}$ : Frecuencia de resonancia de la impedancia  $Z_{PF}$ . Es el cero de la transferencia pasiva IL(w)/IC(w).
- $f_Q$ : Frecuencia de resonancia de la impedancia  $Z_L$  con el condensador  $C_{PF}$ . Es el polo de la transferencia pasiva IL(w)/IC(w) de la instalación estudiada.
- $f_R$ : Frecuencia de resonancia de la impedancia  $Z_{PF} + Z_L$ . Es el polo de la transferencia pasiva IL(w)/IC(w).
- $G_{FC}(w)$ : Transferencia  $-\frac{IF(w)}{IC(w)}$
- $G_{LC}(w)$ : Transferencia  $\frac{IL(w)}{IC(w)}$ ).
- $G_{FL}(w)$ : Transferencia  $-\frac{IF(w)}{IL(w)}$ .
- $G_{Ck}(w)$ :  $G_{Ck}(w \mp w_k)$  es la transferencia de corriente de una  $SFBC_C$  con  $G_C(w)$  un filtro pasa bajos. El signo es si se filtra una secuencia positiva y + si se filtra una negativa.
- $G_{Lk}(w)$ :  $G_{Lk}(w \mp w_k)$  es la transferencia de corriente de una  $SFBC_L$  con  $G_L(w)$  un filtro pasa bajos. El signo es si se filtra una secuencia positiva y + si se filtra una negativa.
- L: Inductancia por fase del modelo de un horno de arco.
- $L_L$ : Inductancia de la impedancia  $Z_L$ .
- $L_{PF}$ : Inductancia del filtro pasivo shunt  $Z_{PF}$ .
- n: Armónica de orden n.
- $n_c$ : Armónica de frecuencia angular  $w_c$ .
- $P{:}$  Potencia activa.
- p: Potencia activa instantánea.
- q: Potencia imaginaria instantánea.
- $p_o$ : Potencia homopolar instantánea.
- $\tilde{p}$ : Valor oscilante de la potencia activa instantánea p. Depende del tiempo.
- $\tilde{q}$ : Valor oscilante de la potencia imaginaria instantánea q. Depende del tiempo.
- $\bar{p}$ : Valor medio de la potencia activa instantánea p. Depende del tiempo.
- $\bar{q}$ : Valor medio de la potencia imaginaria instantánea q. Depende del tiempo.
- $q_k$ : Módulo de la transferencia de corriente del sub sistema eléctrico entre  $U_C$  y  $U_L$  (PCC).

- PA: Filtro pasa altos.
- PLL: Phase Locked Loop.
- *PWM*: Pulse With Modulation.
- p3: Potencia activa instantánea total en un sistema trifásico. Depende del tiempo.
- Q: Potencia reactiva.
- R: Resistencia por fase en el modelo de un horno de arco.
- r: Ganancia del filtro pasa altos (PA) de una RFBC.
- RFBC: Celda básica de filtrado residual (Residual Filtering Basic Cell)
- $R_L$ : Resistencia de la impedancia  $Z_L$ .
- RMS: Valor eficaz.
- $R_{PF}$ : Resistencia del filtro pasivo shunt  $Z_{PF}$ .
- $R_u$ : Resistencia del modelo de arco eléctrico.
- $R_p$ : Resistencia de pérdidas del modelo de un horno de arco.
- S: Potencia aparente.
- SFBC: Celda básica de filtrado selectivo (Selective Filtering Basic Cell).
- SFBC<sub>C</sub>: SFBC que usa el método de control C por el cual se calculan las referencias de VSI del filtro activo tomando como entrada la corriente de carga  $i_C(t)$ .
- SFBC<sub>L</sub>: SFBC que usa el método de control L por el cual se calculan las referencias de VSI del filtro activo tomando como entrada la corriente de línea  $i_L(t)$ .
- SRF: Synchronous Reference Frame.
- STATCOM: Static Synchronous Compensator.
- SVC: Static VAr Compensator.
- t: Tiempo.
- TCSC: Thyristor Controlled Series Capacitor.
- THD: Distorsión armónica total (Total harmonic distortion).
- $THD_R$ : Distorsión armónica total de la fase R.
- $THD_S$ : Distorsión armónica total de la fase S.
- $THD_T$ : Distorsión armónica total de la fase T.

- THDp: Distorsión armónica total calculada como el promedio cuadrático de las THD de cada una de las tres fases. Las distorsiones armónicas de corriente son relativas a  $I_N$ .
- $U_C$ : Tensión de red en bornes de la carga distorsionante.
- $U_L$ : Tensión de red en el PCC.
- UPFC: Unified Power Flow Controller.
- UPS: Uninterruptible Power Supply.
- URSEA: Unidad Reguladora de los Servicios de Energía y Agua (Uruguay).
- UTE: Usinas y Transmisiones Eléctricas. Es la única empresa eléctrica en el Uruguay y pertenece al estado.
- $v_{Rn}$ : Tensión de la armónica n de la fase R. Depende del tiempo.
- $v_{Sn}$ : Tensión de la armónica n de la fase S. Depende del tiempo.
- $v_{Tn}$ : Tensión de la armónica n de la fase T. Depende del tiempo.
- $V_n$ : Fasor de tensión de la armónica n.
- $V_{+n}$ : Fasor de tensión de secuencia positiva de la armónica n.
- $V_{-n}$ : Fasor de tensión de secuencia negativa de la armónica n.
- $V_{On}$ : Fasor de tensión de secuencia homopolar de la armónica n.
- $V_{CC}$ : Tensión de continua que alimenta al inversor del filtro activo (VSI).
- VSI: Voltage Source Inverter.
- $v_{\alpha}$ : Componente directa de las tensiones [ $v_R(t) v_S(t) v_T(t)$ ] al aplicárles la transformada de Clarke.
- $v_{\beta}$ : Componente en cuadratura de las tensiones [ $v_R(t) v_S(t) v_T(t)$ ] al aplicárles la transformada de Clarke.
- $v_o$ : Componente homopolar de las tensiones [ $v_R(t) v_S(t) v_T(t)$ ].
- $w_1$ : Frecuencia angular fundamental del sistema ( $w_1 = 2\pi f_1$ ).
- $w_o$ : Ancho de banda de filtro pasa altos o pasa bajos ( $w_o = 2\pi f_o$ ).
- $w_n$ : Frecuencia angular de la armónica n.
- X: Reactancia por fase del modelo de un horno de arco.
- $Z_L$ : Impedancia entre el *PCC* y la tensión  $U_C$ .
- $Z_{PF}$ : Filtro pasivo shunt del filtro activo híbrido.
- $\lambda$ : Ganancia del filtro pasa bajos de una SFBC.

 $\delta_{kn}$ : Fase de la corriente armónica de frecuencia n de la fase k = (R, S, T).  $\delta_{on}$ : Fase de la corriente de secuencia armónica homopolar de frecuencia n.  $\delta_{+n}$ : Fase de la corriente de secuencia armónica positiva de frecuencia n.  $\delta_{-n}$ : Fase de la corriente de secuencia armónica negativa de frecuencia n.  $\phi_{kn}$ : Fase de la tensión armónica de frecuencia n de la fase k = (R, S, T).  $\phi_{on}$ : Fase de la tensión de secuencia armónica homopolar de frecuencia n.  $\phi_{+n}$ : Fase de la tensión de secuencia armónica positiva de frecuencia n.  $\phi_{-n}$ : Fase de la tensión de secuencia armónica negativa de frecuencia n.

#### Introducción

Desde hace más de 40 años, el desarrollo tecnológico de la electrónica de potencia ha hecho proliferar las cargas no lineales en la red de transmisión o distribución de energía eléctrica. Tanto simples dimmers de algunos VA como complejas estaciones de sistema  $HVDC^4$  de hasta miles de MW son responsables de consumir corrientes no puramente sinusoidales de la frecuencia de red. Estas corrientes perturbadoras son de frecuencias superiores (armónicas) o inferiores (subarmónicas) de la frecuencia de red.

Armónicos de corriente emitidos por una carga perturbadora se transforman en armónicos de tensión en los sistemas de distribución. Se generan pérdidas adicionales en líneas y transformadores, deterioro y destrucción de condensadores de compensación de reactiva. Se producen resonancias de estos condensadores con la impedancia de corto circuito en el punto de conexión que no hacen otra cosa que propagar el problema.

Desde un punto de vista general, las cargas perturbadoras se pueden clasificar en identificables y no identificables (Akagi, 1996).

Rectificadores de grandes potencias con diodos o tiristores (electrólisis, hornos de arco de continua, controles de velocidad de motores,  $UPS^5$ , HVDC), cycloconvertidores, hornos de arco de alterna, sistemas  $SVC^6$ ,  $STATCOM^7$ ,  $TCSC^8$ ,  $UPFC^9$ ,  $BESS^{10}$ , etc. son típicamente los identificables. Las empresas de energía eléctrica conocen generalmente su existencia y ubicación.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>High Voltage Direct Current transmission line

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Uninterruptible Power Supply

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Static VAr Compensator

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Static Synchronous Compensator

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Thyristor Controlled Series Capacitor

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Unified Power Flow Controller

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Battery Energy Storage System

Por el contrario, las pequeñas cargas no lineales distribuidas en el sistema eléctrico son imposibles de ubicar. El rectificador de entrada de un pequeño electrodoméstico emite muy poca corriente armónica, pero miles distribuidos en una ciudad se transforman en un problema. Problema que se agrava ya que generalmente los armónicos que emiten están en fase.

La respuesta para ambas categorías de cargas no lineales es la misma: transitar el camino asociado con el concepto de la Compatibilidad Electromagnética (EMC)cuyo marco normativo establecen las normas (*IEC 61000-1*, 1992). En el caso de cargas identificables, se trata de que los distribuidores controlen a sus clientes, que los fabricantes o clientes diseñen su equipamiento para soportar hasta cierto deterioro de la calidad de suministro y que exista un ente regulador que ponga los límites de referencia, exigencias y derechos de distribuidores, clientes y fabricantes. Normas como la (*IEEE 519*, 1992) y la familia (*IEC 61000-3*, 1996) constituyen un punto de partida.

En el caso de cargas no identificables, quizás la única forma es el etiquetado energético que incluya el tema de armónicos. No se debería importar, fabricar, vender o instalar equipamiento que no tenga algún tipo de evaluación funcional asociado con su emisión armónica. Para este caso, las Normas (*IEC 61000-3-2*, 2001) (*IEC 61000-3-4*, 1998) son ejemplos concretos.

La Electrónica de Potencia, entendida como conversión de energía eléctrica en forma controlada mediante conmutación de tensiones y corrientes utilizando dispositivos semiconductores, se presenta como una disciplina autosustentable (Akagi, 1996). Da respuesta satisfactoria a muchos problemas de los sistemas eléctricos, de la industria, de la vida cotidiana. Pero también crea problemas. Los armónicos son el peor de estos problemas.

Clásicamente los problemas de armónicos se intentan resolver con la instalación de filtros pasivos shunt LC sintonizados lo más cerca posible de la fuente de armónicos. Son económicos y eficientes. Estos filtros pasivos, si bien solucionan en parte el problema en forma puntual, tienen múltiples inconvenientes. Si la tensión de suministro tiene armónicos, se sobrecarga el filtro pasivo. Se produce resonancia entre el filtro pasivo y la impedancia de línea. Si antes de instalar el filtro pasivo existía resonancia entre una eventual compensación de reactiva y la impedancia de línea, al reconvertir dicho condensador en filtro sintonizado shunt, se baja peligrosamente la frecuencia de la resonancia preexistente.

Los Filtros Activos son la solución al problemas de armónicos que ofrece la Electrónica de Potencia. Un filtro activo no es otra cosa que un fuente de tensión alterna controlable  $(VSI^{11})$  que comandada convenientemente  $(PWM^{12})$  tiene la capacidad de entregar o consumir corriente en su punto de conexión al sistema eléctrico. En el apéndice D se describen las configuraciones básicas de filtros activos (Shunt, Serie, Híbrido, UPQC, etc.) y bien podría formar parte de esta introducción.

En todo momento se trabajará con sistemas de tres hilos por lo que no habrá componente homopolar ni serán consideradas las topologías de filtros activos que sí las contemplan (ver apéndice D).

Varios factores han contribuido al desarrollo actual de los filtros activos de potencia:

- Los notables avances en el campo de los semiconductores. Hoy en día el IGBT<sup>13</sup> ha alcanzado niveles de tensión, corriente y velocidad que permiten construir VSI de varios MVA a precios competitivos.
- Los vertiginosos avances de los microcontroladores, DSP<sup>14</sup>, etc. que permiten implementar prácticamente algoritmos de control y cálculo que tan sólo una década atrás resultaban irrealizables en tiempo real.
- Propuestas de control potentes y prácticas. En ese sentido se destaca el trabajo de Akagi con su Teoría de la Potencia activa e imaginaria instantánea (Akagi et al., 1983)(Akagi et al., 1984).
- El aumento de las propias cargas perturbadoras.

Se podría agregar otro factor de impulso para el desarrollo de los filtros activos: la desregulación del sector eléctrico. A nivel mundial se viene operando este fenómeno. Se empiezan a aplicar en forma sistemática reglamentaciones sobre calidad en el suministro y consumo de energía eléctrica. Se va trasladando al consumidor la tarea

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Voltage Source Inverter

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Pulse With Modulation

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Insulated Gate Bipolar Transistor

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Digital Signal Processors

de solucionar sus problemas puntuales<sup>15</sup>. Va creciendo la conciencia asociada con el principio guía: "quien ensucia, limpia".

Los filtros pasivos no son adecuados a tal principio guía. Todo armónico emitido en las cercanías de un filtro pasivo shunt, sea propio o del vecino, terminará atrapado en el filtro pasivo. El Prof. E. H. Watanabe decía en la conferencia que brindara en ICHQP<sup>16</sup> 2002: los filtros pasivos son solidarios.

El dispositivo que más se adapta al principio de "quien ensucia, limpia" es el filtro activo shunt. Más aun si es controlado simplemente compensando armónicos consumidos. El consumidor deberá filtrar exclusivamente lo que emite en el sistema eléctrico. Los armónicos que surjan como consecuencia de la mala calidad intrínseca del suministro de energía no deberían ser filtrados por el consumidor.

Nuevamente deberá apelarse a los principios de la EMC. Al distribuidor se le deberá exigir cierta calidad en la tensión suministrada y será admisible cierta distorsión armónica de tensión. Al consumidor se le deberá limitar la emisión armónica.

Este trabajo tiene como uno de sus objetivos específicos el desarrollo de las herramientas de cálculo para cumplir con los límites que establece la reglamentación sobre emisión armónica.

Si también se tiene en cuenta el otro objetivo específico de arribar a una solución de mínimo costo, necesariamente no se deberá ir más allá de lo que la reglamentación exige. Posiblemente nadie estará dispuesto a pagar el esfuerzo adicional que se realice en ese sentido.

Por lo tanto no se eliminará todo el residuo armónico<sup>17</sup>. Se eliminará una parte, la estrictamente necesaria. Por otra parte, si bien un Filtro Activo podría cumplir simultáneamente con otras tareas como ser compensar reactiva y desbalances de carga, los mismos en principio no serán considerados.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>Se podrá pensar que se habla solamente de consumidores perturbadores. Las reglas del libre mercado llevan a que consumidores con cargas críticas deban ver la forma de solucionar sus problemas de suministro. Por ejemplo si son muy susceptibles a bajadas momentáneas de tensión (huecos o "sags") y el distribuidor en su zona no está dispuesto a mejorar la calidad del suministro, el consumidor deberá recurrir a una UPS, BESS, etc.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>International Conference on Harmonic and Quality of Power

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>Todos los armónicos de tensión o corriente que no son de la frecuencia de red del sistema eléctrico

En ausencia actual<sup>18</sup> de reglamentación nacional, en este trabajo se utilizará la reglamentación Argentina (ENRE, 1997b) (ENRE, 1997a) que básicamente es una reproducción adaptada de la norma (*IEC 61000-3-4*, 1998). También se podría utilizar como referencia la normativa interna de UTE<sup>19</sup> (*NCP.02.01/0*, 2000) que también es similar a las mencionadas. Estas reglamentaciones no sólo limitan la *distorsión armónica total (THD)*. También establecen límites a la emisión de cada armónica particular.

Basándose en la Teoría pq, se pueden eliminar fácilmente las corrientes armónicas. Problemas<sup>20</sup> reportados en la teoría al momento de eliminar armónicos son subsanables. Por ejemplo en el último trabajo de Akagi (Watanabe et al., 2002) se concluye que si las tensiones no son sinusoidales, la solución es sintetizarlas usando un PLL<sup>21</sup>. Básicamente la idea es separar de las potencias instantáneas fluctuantes<sup>22</sup> las contribuciones de frecuencia fundamental. Algunos autores llaman *directo* a este método (Basic et al., 2000). Aquí se lo denominará filtrado *residual* en virtud de que se trata por igual a todo el residuo armónico. En (Monteiro, 1997) se analiza esta metodología con profundidad pero para un caso particular. En (Casaravilla, 2000) y (Casaravilla et al., 2000) se utiliza y se aportan herramientas conceptuales para su análisis. En el Capítulo 1 de este trabajo se mejoran y generalizan las herramientas para analizar el filtrado *residual* y se muestra un ejemplo de diseño. Se concluye que si bien el filtrado *residual* permite cumplir con los requerimientos de *THD*, persisten problemas en algunas armónicas individuales.

Si se filtrase en forma *residual* hasta lograr cumplir con todos los límites individuales, lo más probable es que se cumpla con creces el límite de THD. El resultado final puede resultar en un filtro activo sumamente costoso.

El no cumplimiento de la reglamentación armónica en algunos límites individuales es consecuencia de la no selectividad del filtrado residual ya que filtra todo el residuo armónico en forma uniforme. Si por el contrario se filtra selectivamente cada armónica

 $<sup>^{18}\</sup>mathrm{A}$ corto plazo la URSEA (Unidad Reguladora de los Servicios de Energía y Agua) tiene previsto aprobar el primer reglamento sobre calidad del servicio de distribución de energía eléctrica.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>Es la única empresa eléctrica en el Uruguay y pertenece al estado

 $<sup>^{20}\</sup>mathrm{El}$ problema no es la teoría, la cual está bien definida. El problema es no hacer buen uso de la misma.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup>Phase Locked Loop

 $<sup>^{22}\</sup>tilde{p}$ y $\tilde{q}.$  Se recomienda al lector no versado en la Teoría p<br/>q le<br/>er el apéndice A

de corriente, se puede hacer cumplir los límites que establece la reglamentación optimizando el tamaño del filtro activo.

Los filtros activos selectivos han sido objeto de estudio en los últimos años (Basic et al., 2000)(Bhattacharya et al., 1997)(Mattavelli, 2001)(Shung et al., 2000). Si bien hay experiencia en su uso, implementación y limitaciones, en general se han aplicado a casos particulares en donde no se requería filtrar selectivamente muchas frecuencias. En muchos casos se buscaba la supresión total de determinada frecuencia, lo que hace críticos los problemas de estabilidad, los cuales fueron investigados en los mencionados artículos. En muchos casos no se ha hecho distinción entre secuencias<sup>23</sup> de diferente signo y se las ha filtrado por igual. No hay referencias a diferencias en la metodología de cálculo de las referencias de control del VSI según sea un control que compensa midiendo la corriente de carga (en este trabajo se denominará método de control C) o realimentando la corriente de línea. En el apéndice E estas dos alternativas de control se describen en detalle (en este trabajo se denominará método de control L). Ya que el primero es una compensación (feedforward) y el segundo es un sistema realimentado (feedback), los problemas de estabilidad deben ser estudiados. En este trabajo no se profundizará en el análisis de la estabilidad de las transferencias obtenidas. En los ejemplos presentados (que serán del tipo feedforward), dado que la carga distorsionante a compensar es modelada como fuente constante de armónicos, los eventuales problemas de estabilidad, en principio, no se presentan.

En este trabajo se investigará la posibilidad de filtrar múltiples secuencias armónicas. Teniendo en cuenta la reglamentación y el objetivo de optimizar el tamaño del VSI, se deberá filtrar una porción de corriente de cada secuencia armónica a limitar.

Dada la proximidad entre las frecuencias a filtrar<sup>24</sup> por los filtros selectivos, se deberán *manejar* las interferencias entre los mismos.

Se analizará los métodos de cálculo más adecuados según la estrategia de control utilizada. En particular se propondrá un método de cálculo de las referencias del VSIdel filtro activo hasta ahora no estudiado en la literatura consultada.

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup>Como se verá en este trabajo, en realidad se debe hablar de filtrar selectivamente *secuencias* armónicas. La expresión Secuencias armónicas se refiere a la descomposición fasorial propuesta por Fortescue de una terna trifásica desbalanceada, en dos ternas balanceadas. Una de rotación de fases horaria (denominada positiva) y otra de rotación de fases antihoraria (denominada negativa)

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>Por ejemplo para una frecuencias de red de 50Hz se puede querer filtrar selectivamente 100Hz, 150Hz, 200Hz, 250Hz, etc.

Este nuevo método permitirá resolver los problemas de interferencia entre filtros de frecuencias cercanas en forma más efectiva que con el método clásico utilizado hasta ahora.

A efectos de verificar mediante simulaciones los resultados teóricos desarrollados, se realiza un ejemplo de diseño para una de las peores cargas distorsionantes: Un horno de arco de alterna en donde las corrientes no son periódicas y están generalmente desbalanceadas.

En la Fig. 1 se muestra un sistema genérico donde se indica el punto de acoplamiento común  $PCC^{25}$  entre el distribuidor y el consumidor. El sub sistema eléctrico corresponde a transformadores, compensaciones de potencia reactiva, inductores, etc. Este sub sistema eléctrico puede ocasionar problemas de propagación armónica causando que armónicos de corriente en la carga sean amplificados en el PCC.



Figura 1: Sistema eléctrico genérico.

De las particularidades del ejemplo estudiado surgirá la necesidad de analizar dos tipos de filtros activos a diseñar. Un filtro activo shunt en el PCC (Fig. 2) o un filtro activo híbrido shunt más próximo a la carga (Fig. 3).

Cumplir con la THD permitida, cumplir con los límites exigibles para los armónicos individuales y tener un VSI de mínima corriente es un problema de optimización matemática. Del resultado de la optimización, surgirán las necesidades de filtrado selectivo.

Teniendo en cuenta que las reglamentaciones deben cumplirse en el PCC y las dos posibles ubicaciones del filtro activo (Fig. 2 y 3), surgirá la necesidad de hacer el cálculo matemático óptimo teniendo en cuenta la propagación armónica.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup>Point of Common Coupling.



mismo punto que se quiere cumplir la reglamentación. Figura 2: Control de distorsión con optimización local: se instala el filtro activo en el



un punto diferente del que se quiere cumplir la reglamentación. Figura 3: Control de distorsión con optimización remota: se instala el filtro activo en

de tanto, el diseño de la parte pasiva del filtro híbrido debe ser hecho en conjunto con el la impedancia de corto circuito en su punto de conexión. Esta impedancia de corto la ubicación de su frecuencia de resonancia (cero), pero al mismo tiempo se está ubique hay que llegar de acuerdo con la reglamentación a cumplir en el PCCdepende de su propagación armónica (transferencia pasiva del sistema) y del valor al circuito está básicamente determinada por el sub sistema eléctrico (Fig. 3). Por lo cando en una frecuencia menor, un polo de resonancia del filtro pasivo shunt con su parte activa selectiva. El nivel de compensación de una armónica en barras  $U_C$ , Cuando se diseña el filtro pasivo shunt del filtro activo shunt híbrido, se determina

denominará optimización remota. No se encontró referencias en la literatura consulpróximo a la carga distorsionante pero se cumple la reglamentación en el PCC, se lo tada a este tipo de optimización ya sea para el caso *local* como para el caso *remoto*. tado en el PCC, se lo denominará optimización local. Si se instala el filtro activo Al cálculo de optimización matemático para el caso en que el filtro activo está conec-

#### Resumen de objetivos del trabajo

- 1. Buscar la mejor forma de hacer cumplir el principio "quien ensucia, limpia" por el cual el distribuidor o consumidor que emite armónicos de corriente en el sistema eléctrico de potencia debe encargarse de filtrar los mismos.
- 2. Profundizar en el conocimiento de los filtros activos de corrientes *residuales* y mostrar sus límites si se desea cumplir con los requisitos que establecen las reglamentaciones sobre emisión armónica en sistemas de potencia.
- 3. Profundizar en el conocimiento de los filtros activos selectivos. En particular, mostrar cómo caracterizar su transferencia en el dominio de la frecuencia.
- 4. Caracterizar las diferencias que se puedan presentar en el cálculo de las referencias del *VSI* de filtro activo selectivo (para el filtrado de múltiples secuencias armónicas próximas), según el método de control utilizado.
- Minimizar el costo de VSI del filtro activo imponiendo al mismo tiempo el cumplimiento de los límites que establece la reglamentación sobre emisión armónica. No se considerarán otras tareas como ser compensación de reactiva o desbalances.
- 6. Analizar como influye en la minimización del VSI del filtro activo la propagación armónica, en el caso que se desea instalar el filtro activo en un punto diferente de donde se requiere cumplir con la reglamentación sobre emisión armónica (optimización *remota*).
- 7. Realizar un ejemplo de diseño para una carga con corrientes fuertemente distorsionadas a los efectos de analizar, mediante simulaciones, los resultados de las metodologías de cálculo propuestas.

XXXII

•

#### Capítulo 1

### Filtro activo shunt de corrientes residuales

En este Capítulo se verá cómo filtrar con un filtro activo shunt a efectos de disminuir la distorsión armónica de un sistema trifásico. Con ese objetivo se deben calcular las referencias de tensión o corriente del VSI del filtro activo.

Se estudiarán exclusivamente sistemas de tres hilos sin componente homopolar. Esta es la situación más usual en los sistemas eléctricos de potencia donde las corrientes homopolares se bloquean con transformadores adecuados. Sin embargo, extender lo aquí expuesto a sistemas con presencia de corrientes homopolares no presenta dificultad. La referencia a filtrado de corrientes *residuales* se debe a que se trata a todo el residuo (armónicas superiores a la fundamental) de la misma forma, no operándose ningún tipo de selectividad entre armónicas de diferente frecuencia ni entre secuencias de diferente signo de una misma frecuencia.

La Fig. 1.1 muestra la topología básica de un filtro activo shunt. Se utilizará, para ejemplificar, el método de control C definido en el apéndice E, donde se mide y compensa la corriente de carga  $i_C^1$  En este caso lo único que se quiere compensar son las armónicos residuales de corriente, por lo que toda corriente de secuencia armónica positiva  $V_{+n}$  y negativa  $V_{-n}$  con índice  $n \neq 1$  deberá ser compensada.

# 1.1. Cálculo de las corrientes que deberá tomar el filtro

Este análisis fue presentado inicialmente por (Monteiro, 1997). En este trabajo se resume y generaliza.

 $<sup>{}^{1}</sup>i_{C}$  representa la terna trifásica [ $i_{CR}(t)$   $i_{CS}(t)$   $i_{CT}(t)$ ] de la corriente de carga.



Figura 1.1: Topología básica de un Filtro Activo Shunt.

Supongase por un momento que sólo se tiene tensiones  $V_{+1}$  y  $V_{-1}$ .

La Fig. 1.3<sup>2</sup>, en la sub-tabla A, muestra todos los órdenes de frecuencia de las potencias presentes en el espectro de p o q (sólo se representan secuencias armónicas de corriente hasta  $I_{+4} \in I_{-4}$ ). Si se calcula la potencia en la carga utilizando solamente la secuencia  $V_{+1}$ , la potencia p que se obtendrá corresponde a las componentes de frecuencia mostradas en la sub-tabla B. Luego si se filtra p con un filtro pasa altos (PA)(que elimina la componente de continua  $\bar{p}$ ) y se hace la transformación inversa vista en el apartado A.6 del apéndice A usando la misma tensión  $V_{+1}$ , lo que queda es una corriente con las potencias instantáneas p de la sub-tabla C de la Fig. 1.3. Esta potencia representa (así fue calculada) a todas la corrientes del residuo armónico más la corriente  $I_{-1}$ . Teniendo en cuenta la convención de signos adoptada que muestra la Fig.1.2 si el filtro activo toma una corriente con signo opuesto al de la recién calculada (recordar que se está compensando la corriente de carga lo cual fue llamado método

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>En el apéndice A se desarrolla la Teoría p<br/>q y la interpretación de la tabla. Sumariamente para cada sub-tabla (A..H) la primera fila muestra las secuencia armónicas de corriente, la primera columna muestra las secuencias armónicas de tensión, y dentro de cada sub-tabla se indica el orden del armónico donde contribuyen las parejas corrientes/tensiones elegidas. Por ejemplo,  $I_{+3}$  y  $V_{+1}$  tienen en la tabla un 2 por lo que contribuyen a la segunda barra del espectro de  $\tilde{p}$  (100 Hz para el caso de redes de 50Hz)



Figura 1.2: Convención de signos.

C), se habrá eliminado de la corriente de línea las corrientes residuales.

Sin embargo sigue estando presente la corriente  $I_{-1}$ . Para eliminar de la corriente del filtro activo  $I_{-1}$ , se puede repetir el mismo procedimiento tomado como entrada la potencia (corriente) resultante de la primera extracción, pero usando, para realizar el nuevo cálculo de p y q, la tensión de secuencia negativa  $V_{-1}$ . De esta cuenta resulta la sub-tabla E de la Fig. 1.3 donde aparece en la componente de continua de p y q la contribución de  $I_{-1}$ . Filtrando p y q nuevamente con un filtro pasa altos (PA), se eliminará esta componente de continua asociada con la referida corriente  $I_{-1}$  lo cual se muestra en la sub-tabla F de la Fig. 1.3. En la sub-tabla G se observa cuáles son las potencias que toma el filtro activo, concluyéndose que éste tomará todas las corrientes armónicas residuales tal como era el objetivo.

Por otra parte, la Fig. 1.3 muestra en la sub-tabla H, las potencias que tomaría el filtro así calculado, pero para el caso que estén presentes en la tensión otras secuencias armónicas, por ejemplo  $V_{+2}$  y  $V_{-2}$ . La hipótesis de sólo tener presentes las tensiones  $V_{+1}$  y  $V_{-1}$  fue realizada a efectos del facilitar el razonamiento metodológico pero no es necesario para que el método expuesto funcione en un caso general.

Finalmente y como ejemplo, en la frecuencia 1, primera barra del espectro de  $\tilde{p}$  y  $\tilde{q}$  (1's en la Fig. A.2), contribuyen todos los armónicos; lo mismo se puede establecer para la segunda barra etc. Cualquiera sea el método que se utilice para filtrar p y q, se debe tener en cuenta que los armónicos están completamente mezclados en el espectro de p y q y que es imposible, al menos con esta metodología, actuar exclusivamente sobre uno sin alterar otro. La ventaja de usar un pasa altos es que se elimina todo el residuo armónico en forma uniforme.

	Potencias p y q presentes inicialmente en la carga									
Α		l+1	I+2	I+3	I+4		I-1	I-2	I-3	<b>I-4</b>
	V+1(	0	) 1	2	3	V+1	2	3	4	5
	V-1	2	3	4	5	V-1 (	0	) 1	2	3
	Potencias calculadas solo con V+1									
R				1003 3 113			l_1	I-2	1-3	I_ <b>4</b>
	V <b>⊥</b> 1(		) 1	2	3	V <b>⊥</b> 1	2	3	1-5 4	<b></b>
	VTIV			2	0	V T I	2	0	T	5
	Corrientes luego de filtro PA y transf. inversa con V+1									
С		l+1	I+2	I+3	I+4		I-1	I-2	I-3	I-4
	V+1(		2 1	2	3	V+1	2	3	4	5
	Nuev	a pote	ncia c	on co	rriente	anterior	y V-1			
Ε		I+1	I+2	I+3	I+4		,  -1	I-2	I-3	I-4
	V-1(		) 3	4	5	V-1 (	0	) 1	2	3
	Corri	ontoc	luogo	do filt		anof inv		on V 1	1	
E	Com		IL 2				-15a C		12	1.4
Г	V_1 (		1+2	1+3 1	1 <b>+4</b>	V_1		I-Z 1	1-3 2	1-4 2
	V-1 (		/ 3	4	5	V-1 (		)	2	J
	Poter	Potencia final que toma el filtro activo								
Ð			iai qu							
$\sim$		l+1	l+2	I+3	I+4		I-1	I-2	I-3	I-4
S	V+1	l+1	I+2 1	I+3 2	<b>I+4</b> 3	V+1	I-1	<b>I-2</b> 3	<b>I-3</b> 4	<b>I-4</b> 5
5	V+1 V-1	l+1	<b>I+2</b> 1 3	<b>I+3</b> 2 4	<b>I+4</b> 3 5	V+1 V-1	I-1	<b>I-2</b> 3	<b>I-3</b> 4	<b>I-4</b> 5 3
Ŭ	V+1 V-1 Poter	I+1 Icia qu	<b>I+2</b> 1 3 Je torr	<b>I+3</b> 2 4 a el fi	1+4 3 5	V+1 V-1	I-1 otro ai	<b>I-2</b> 3 1	I-3 4 2 co de	I-4 5 3 V
H	V+1 V-1 Poter	l+1 ncia qu	I+2 1 3 Je torr I+2	I+3 2 4 na el fi I+3	I+4 3 5 Itro si a	V+1 V-1 aparece o	I-1 otro ai	<b>I-2</b> 3 1 monie	I-3 4 2 co de	I-4 5 3 V
H	V+1 V-1 Poter V+1	l+1 ncia qu l+1	I+2 1 3 Je torr I+2 1	I+3 2 4 na el fi I+3 2	I+4 3 5 Itro si a I+4 3	V+1 V-1 aparece o	I-1 otro ai I-1	I-2 3 1 monie I-2 3	I-3 4 2 co de I-3 4	I-4 5 3 V I-4 5
H	V+1 V-1 Poter V+1 V-1	l+1 ncia qu l+1	I+2 1 3 Je tom I+2 1 3	I+3 2 4 na el fi I+3 2 4	I+4 3 5 Itro si a I+4 3 5	V+1 V-1 aparece of V+1 V-1	I-1 otro an I-1	I-2 3 1 1 1 1-2 3 1	I-3 2 co de I-3 4 2	I-4 5 3 V I-4 5 3
H	V+1 V-1 V+1 V+1 V-1 V+2	l+1 ncia qu l+1	I+2 1 3 Je tom I+2 1 3 0	I+3 2   4 4   1+3 2   4 4   1+3 4   1 1	I+4 3 5 Itro si a I+4 3 5 2	V+1 V-1 aparece o V+1 V-1 V-1 V+2	I-1 otro ai I-1	I-2 3 1 rmonic I-2 3 1 4	I-3 2 co de I-3 4 2 5	I-4 5 3 V I-4 5 3 6

Figura 1.3: Proceso de filtrado de  $\bar{p}_{+1}$  y  $\bar{p}_{-1}$ . Para cada sub-tabla (A..H), la primera fila muestra las secuencia armónicas de corriente, la primera columna muestra las secuencias armónicas de tensión, y dentro de la tabla se indica el orden del armónico donde contribuyen las parejas corrientes/tensiones elegidas. Por ejemplo,  $I_{+3}$  y  $V_{+1}$  tienen en la sub-tabla A un 2 por lo que contribuyen a la segunda barra del espectro de  $\tilde{p}$  (100 Hz para el caso de redes de 50Hz)


Figura 1.4: Esquema gráfico de extracción de las potencias instantáneas e imaginarias  $p_{+1}^-$  y  $q_{+1}^-$  de la corriente a compensar para sintetizar las corrientes de referencia del filtro activo de corrientes residuales.

## **1.2.** Celda básica de filtrado residual : *RFBC*

La Fig. 1.4 representa en forma esquemática los cálculos hechos a efectos de obtener las corrientes de la sub-tabla C de la Fig. 1.3 que se resumen en las siguientes etapas:

- Cálculo mediante la transformada de Clarke de las corrientes  $i_{\alpha}(t) \in i_{\beta}(t)$  a partir de la corriente  $i_{C} = [i_{CR}(t) \ i_{CS}(t) \ i_{CT}(t)]$ .
- Cálculo de  $p \ge q$  utilizando como tensión solamente la componente de secuencia positiva  $V_{+1}$  (indicadas como  $V\alpha(V_{+1}) \ge V\beta(V_{+1})$ ).
- Filtrado de  $p \ge q$  con iguales filtros pasa altos PA de ancho de banda  $w_o = 2\pi f_o$ y ganancia unitaria r (en principio se ha supuesto que son filtros ideales).
- Inversión de signo de acuerdo a la convención adoptada con lo cual se obtiene las potencias  $p_F$  y  $q_F$  que deberá tomar el filtro activo.
- Cálculo inverso de  $i_{F\alpha}(t)$  e  $i_{F\beta}(t)$  a partir de  $p_F$  y  $q_F$  utilizando las mismas tensiones  $V\alpha(V_{+1})$  y  $V\beta(V_{+1})$ .
- Cálculo inverso de la transformada de Clarke con lo cual se obtienen finalmente la corriente  $i_F = [i_{FR}(t) \ i_{FS}(t) \ i_{FT}(t)].$

El esquema de control que se muestra en la Fig. 1.5 es el mismo que el visto en la Fig. E.2 del apéndice E, donde se sustituye el bloque definido como  $-G_{FC}$  por todo el esquema de la Fig. 1.4. Si se combinan en un único esquema, el diagrama de control y el circuito de potencia, resulta el esquema de la Fig. 1.6. Este esquema se puede reducir a lo que se llamará celda básica de filtrado residual (*RFBC*) la cual se muestra en la Fig. 1.7. La línea punteada que une la entrada  $i_C$  y la salida  $i_F$ indica que se está utilizando el método de control *C*. Se debe destacar especialmente que el esquema simplificado propuesto de la Fig. 1.7 tiene incorporados las acciones de control y el esquema unifilar del circuito de potencia. Esta abstracción se realiza, como se verá oportunamente, a efectos de permitir una metodología de análisis que permita generalizar resultados parciales con facilidad.

Volviendo a los parámetros que determinan una RFBC, si la voluntad es filtrar todo el residuo armónico,  $f_o$  debe ser tal que filtre sólo CC (por ejemplo  $f_o = 10Hz$ ), el filtro pasa altos debe tener un orden adecuado y ganancia unitaria (r = 1).

## 1.3. Filtrado residual mediante dos RFBC en cascada

La tarea es filtrar todo el residuo armónico y no filtrar las corrientes  $I_{+1}$  e  $I_{-1}$ . Luego de obtener el residuo con la celda básica de filtrado residual que elimina  $I_{+1}$ , se debe eliminar  $I_{-1}$ , por lo que esquemáticamente se opera de acuerdo a la Fig. 1.8.

La  $RFBC_1$ , además de quitar  $I_{+1}$ , toma con el filtro todo el residuo armónico. La  $RFBC_2$  elimina de la corriente que tomaría el filtro activo la corriente  $I_{-1}$ . En esta última  $RFBC_2$  se puede modular, mediante la ganancia r, el residuo final que se quiere tomar con el filtro activo. Otra posibilidad equivalente es usar en ambos RFBC una ganancia  $\sqrt{r}$ .

Si se observa el esquema de la Fig. 1.6 y el filtrado en cascada que propone la Fig. 1.8 se puede dibujar el esquema de la Fig. 1.9. Este esquema puede dar la idea equivocada de que hay más de un filtro activo o lo que es lo mismo, que hay más de un inversor (VSI). El esquema de la Fig. 1.9 podría ser más claro si se dibuja tal como muestra en la Fig. 1.10.

En este trabajo se asume que el inversor del filtro activo consigue imponer perfectamente en el sistema eléctrico la referencia de corriente calculada. Por lo tanto ambos esquemas de cálculo arriban al mismo resultado de las corrientes de referencia  $i_F^*$ . Luego el VSI del filtro activo hace que  $i_F$  sea igual a  $i_F^{*3}$ . La representación

 $<sup>{}^{3}</sup>$ Esto implica disponer de un VSI con transferencia de corriente unitaria



Figura 1.5: Esquema de control de la compensación residual de corriente  $i_C$ .



Figura 1.6: Esquema combinado de esquema de control y circuito de potencia de la compensación residual de corriente  $i_C$ .



Figura 1.7: Representación esquemática de la celda básica de filtrado residual: RFBC.



Figura 1.8: Esquema de filtrado de  $I_{\pm 1}$  <br/>e $I_{-1}$  con dos RFBC en cascada.



Figura 1.9: Desarrollo en sus componentes del esquema de filtrado con dos RFBC en cascada.



Figura 1.10: Esquema real simplificado del filtrado con dos RFBC en cascada.

gráfica combinando esquema de control y circuito de potencia puede ser manejada libremente con la clara conciencia de que lo que se persigue es el cálculo de las corrientes de referencia del único filtro activo que tendrá el sistema.

## **1.4.** El filtrado residual y la *THDp*

Si se quiere filtrar todo el residuo, la ganancia deberá ser r = 1, pero si se desea controlar la distorsión armónica en la corriente  $i_L$ , se deberá variar r en el rango [0..1]. Usando la definición de distorsión armónica ponderada trifásica vista en el apéndice B, en el caso de que el filtro pasa altos de los canales  $p \ge q$  sea ideal, cada secuencia armónica se verá reducida por el valor 1 - r. Por lo tanto a partir de (B.0.9) se puede escribir

$$TDH_p = \frac{\sqrt{\sum_D [(1-r)^2 I_d^2]}}{I_N} = (1-r) \frac{I_E}{I_N} \quad D = [\pm 2 \ \pm 3 \dots \pm 40]^4 \qquad (1.4.1)$$

en donde

$$I_E = \sqrt{\sum_D I_d^2} \quad D = [\pm 2 \ \pm 3 \dots \pm 40]$$
(1.4.2)

es el residuo ponderado trifásico (B.0.10).

Suponiendo que la corriente de carga  $i_C$  tiene originalmente una distorsión  $THDp_C$ , el resultado expresado en (1.4.1) muestra que la distorsión trifásica ponderada resultante en la corriente de línea  $i_L$ , que llamaremos  $THDp_L$ , puede ser controlada mediante r. Si se desea distorsión nula en  $i_L$ , se deberá cumplir r = 1. Si se desea que tome un determinado valor  $THDp_L$ , se deberá cumplir

$$r = 1 - \frac{THDp_L}{THDp_C} \tag{1.4.3}$$

Este resultado, totalmente general y dependiente del filtro pasa altos utilizado, fue ejemplificado y evaluado para casos particulares en (Monteiro, 1997), (Casaravilla, 2000) y (Casaravilla et al., 2000).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Se ejemplifica considerando hasta el armónico 40. Este valor dependerá de la reglamentación sobre emisión armónica que se utilice.

## 1.5. Algunos resultados

En el apéndice C se presenta un ejemplo real de diseño de un filtrado residual.

Se observa cómo, con el método residual, se puede controlar la THDp. Se confirma la transferencia lineal vista en (1.4.1). Sin embargo ésta se cumple hasta cierto punto en que la linealidad deja de ser tal y no se puede seguir disminuyendo la THDp por más que se intente. Esto se debe a dos factores: 1) la corriente original a filtrar no es periódica y 2) los filtros pasa altos PA de los canales p y q tienen retardos inevitables.

Como resultado más destacado se concluye que, luego de realizado el filtrado *residual*, pueden persistir problemas en algunos armónicos individuales. Estos problemas no son resueltos por la naturaleza NO selectiva del filtrado residual.

# Capítulo 2 Filtro activo selectivo shunt

El objetivo del filtro activo shunt selectivo es eliminar o atenuar las secuencias armónicas de corriente seleccionadas de la corriente de línea  $i_L$ .

El objetivo de este Capítulo es desarrollar el método de cálculo en tiempo real que determine la referencia de corriente del VSI del filtro activo selectivo así como caracterizar y analizar en el dominio de la frecuencia la transferencia del método de cálculo utilizado.

## 2.1. Discriminación de una secuencia armónica

En el Capítulo 1 se realizan cálculos de p y q utilizando las secuencias de tensión fundamental  $V_{+1}$  y  $V_{-1}$ . En este Capítulo se analiza el caso genérico de utilizar como tensión de cálculo de p y q una secuencia positiva o negativa de frecuencia (angular)  $w_c$ . En una primera instancia se realizará el análisis para secuencias positivas y luego se generalizará a secuencias negativas. La armónica de frecuencia  $w_c$  se expresa como

$$n_c = \frac{w_c}{w_1} \tag{2.1.1}$$

siendo  $w_1$  la frecuencia fundamental del sistema. En este trabajo sólo importa analizar el filtrado en las frecuencias armónicas de la frecuencia de red, por lo que  $n_c$  sólo tomará valores enteros. En otro contexto, como ser tener por objetivo filtrar frecuencias interarmónicas,  $n_c$  podría tomar valores reales. No hay restricciones en ese sentido y los resultados expuestos en este trabajo son totalmente generalizables a dichos casos.

De la expresión (A.5.2) se deduce para este caso de tensión de sólo secuencia

positiva, que la tensión  $v_{\alpha}$  y  $v_{\beta}$  que se debe utilizar es

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}(t) \\ v_{\beta}(t) \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} +\sin(w_{c}t) \\ -\cos(w_{c}t) \end{bmatrix}$$
(2.1.2)

Nótese que se ha eliminado para simplificar la amplitud y la fase respectiva<sup>1</sup>. El signo "+"marcado a la derecha abajo del paréntesis recto es para recordar que se está trabajando con una secuencia positiva. Tomando la definición de p y q de (A.3.1) se puede escribir

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} +\sin(w_c t) & -\cos(w_c t) \\ -\cos(w_c t) & -\sin(w_c t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix}$$
(2.1.3)

en donde se ha eliminado la ecuación homopolar ya que se mantiene la hipótesis planteada inicialmente en el Capítulo 1 respecto a su no existencia.

Observando la tabla de la Fig. A.2<sup>2</sup>, se ve que el espectro de p y q resultante de realizar el cálculo establecido en (2.1.3) presenta en la frecuencia 0 (CC) solamente la secuencia de corriente que se quiere identificar y separar.

Si se separa esta porción del espectro de  $p \ge q$  con un filtro pasa bajos y se cambia de signo<sup>3</sup> se obtiene  $p_F \ge q_F$ . Usando la misma tensión de referencia de secuencia armónica positiva de frecuencia  $+w_c$ ,  $p_F \ge q_F$ , se obtienen mediante (A.6.1) las referencias de corriente  $[i_{F\alpha} \ i_{F\beta}]$  para el VSI del filtro activo. Como se puede intuir y se demostrará analíticamente,  $[i_{F\alpha} \ i_{F\beta}]$  será (con signo cambiado) exclusivamente la corriente de secuencia positiva de frecuencia  $+w_c$  de la corriente de partida para el cálculo.

El esquema de la Fig. 2.1 representa esta operativa en donde se pude decir que la primera etapa es una MODULACION, la segunda etapa intermedia es el filtrado (selectivo) y finalmente se tiene una etapa de salida de DEMODULACION (Monteiro, 1997) (Basic et al., 2000). La multiplicación en ambos canales por (-1) que se observa luego de los filtros G1(w) y G2(w) está asociado a la convención de sentidos adoptada. Un esquema básicamente igual se vio en la Fig. 1.4 con la diferencia de que en aquel caso  $w_c$  era  $w_1$  y se mantiene la amplitud y fase de  $V_{\pm 1}$ .

En el apéndice G se puede ver la similitud entre el método aquí desarrollado utilizando la Teoría pq y la metodología denominada SRF (Synchronous Reference

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nótese que quitando la restricción de la amplitud y la fase que se impuso al escribir (2.1.2), el significado de p y q deja de ser el convencional llegándose al caso de intercambiarse entre ellos si la fase real difiere de la de cálculo en 90°

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Se recuerda que se asume régimen estacionario.

 $<sup>^{3}\</sup>mathrm{El}$  cambio de signo obedece a las convenciones adoptadas en el Anexo E



Figura 2.1: Modulación-filtrado selectivo-demodulación.

Frame).

Básicamente la idea es que el filtro activo entregue las corrientes que arroja el cálculo realizado con lo cual la corriente de línea  $i_L$  no deberá suministrarlas (Akagi et al., 1984).

La expresión (2.1.3) en el dominio del tiempo se puede escribir en el dominio de la frecuencia como

$$\begin{bmatrix} P(w) \\ Q(w) \end{bmatrix}_{+} = \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} +S_{w_c}(w) & -C_{w_c}(w) \\ -C_{w_c}(w) & -S_{w_c}(w) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I\alpha(w) \\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.4)

$$sin(w_c t) \Rightarrow S_{w_c}(w) = \frac{\pi}{j} [\delta(w - w_c) - \delta(w + w_c)]$$
  

$$cos(w_c t) \Rightarrow C_{w_c}(w) = \pi [\delta(w - w_c) + \delta(w + w_c)]$$
(2.1.5)

donde "\*" denota el símbolo de *convolución* siendo (2.1.5) las transformadas de Fourier del seno y del coseno respectivamente.

Para obtener las potencias  $p_F$  y  $q_F$  que luego demodularemos, de observar la Fig. 2.1 se puede escribir

$$\begin{bmatrix} P_F(w) \\ Q_F(w) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} G_1(w) & 0 \\ 0 & G_2(w) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(w) \\ Q(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.6)

en donde ya se incluye el multiplicador por (-1). Luego a partir de (A.6.1), se puede escribir

$$\begin{bmatrix} i_{F\alpha}(t) \\ i_{F\beta}(t) \end{bmatrix}_{+} = \frac{1}{\sin^2 w_c t + \cos^2 w_c t} \begin{bmatrix} +\sin(w_c t) & -\cos(w_c t) \\ -\cos(w_c t) & -\sin(w_c t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_F(t) \\ q_F(t) \end{bmatrix}$$
(2.1.7)

que pasada al dominio de la frecuencia se transforma en

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} +S_{w_c}(w) & -C_{w_c}(w)\\ -C_{w_c}(w) & -S_{w_c}(w) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_F(w)\\ Q_F(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.8)

Sustituyendo (2.1.4) y (2.1.6) en (2.1.8) y luego de laboriosas cuentas resulta la expresión

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = -\frac{1}{4} \begin{cases} \begin{bmatrix} H^{-1} + H^{+1} & j(H^{-1} - H^{+1})\\ -j(H^{-1} - H^{+1}) & H^{-1} + H^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} D^{+1} & jD^{+1} \\ jD^{+1} & -D^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w + 2w_c)\\ I\beta(w + 2w_c) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} D^{-1} & -jD^{-1} \\ -jD^{-1} & -D^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w - 2w_c)\\ I\beta(w - 2w_c) \end{bmatrix} \end{cases}$$
(2.1.9)

en donde se define la notación

$$H^{+1} = G_1(w + w_c) + G_2(w + w_c)$$
  

$$D^{+1} = G_2(w + w_c) - G_1(w + w_c)$$
  

$$H^{-1} = G_1(w - w_c) + G_2(w - w_c)$$
  

$$D^{-1} = G_2(w - w_c) - G_1(w - w_c)$$
(2.1.10)

Suponiendo que G1(w) y G2(w) son filtros pasa bajos ideales idénticos<sup>4</sup> de ganancia 1 resulta H(w) = 2G(w) y D(w) = 0 con lo que (2.1.9) se reduce significativamente a la expresión

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} H^{-1} + H^{+1} & j(H^{-1} - H^{+1})\\ -j(H^{-1} - H^{+1}) & H^{-1} + H^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.11)

que a su vez sustituyendo H = 2G se transforma en

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} G^{-1} + G^{+1} & j(G^{-1} - G^{+1})\\ -j(G^{-1} - G^{+1}) & G^{-1} + G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.12)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Esta hipótesis se presenta como bastante restrictiva ya que se elimina un grado de libertad. La misma debe ser hecha con el objetivo de simplificar el problema. Si se recuerda las consideraciones del apartado C.1.2 del Anexo C, la hipótesis aquí propuesta elimina la posibilidad de compensar los canales p y q en forma diferenciada. Sin embargo se debe tener presente que p y q ya han quedado desnaturalizados al haber tomado la señal modulante/demodulante fase arbitraria como ya se ha comentado en este mismo apartado.

resultando las expresiones en el dominio de la frecuencia

$$IF\alpha(w)_{+} = -\frac{1}{2}[(G^{-1} + G^{+1})I\alpha(w) + j(G^{-1} - G^{+1})I\beta(w)]$$
(2.1.13)

$$IF\beta(w)_{+} = -\frac{1}{2}\left[-j(G^{-1} - G^{+1})I\alpha(w) + (G^{-1} + G^{+1})I\beta(w)\right]$$
(2.1.14)

### 2.1.1. ¿Qué se obtiene a la salida de la demodulación?

En la Fig. 2.2 se ubican en el espectro las transferencias de los multiplicandos de  $[I\alpha \ I\beta]$  de las expresiones (2.1.13) y (2.1.14) respectivamente.

Se puede ver que sólo hay posibilidades de tener resultados no nulos en las frecuencias que están ubicadas en  $+w_c$  y  $-w_c$ , por lo que se puede afirmar que sólo aparecerá dicha frecuencia de corriente a la salida en  $i_{F\alpha}$  e  $i_{F\beta}$ .

Por lo tanto se verá solamente qué resultados se obtienen para las secuencias positiva y negativa asociadas a la frecuencia  $w_c$ .

De (A.5.1) se pueden expresar las corrientes asociadas con la frecuencia  $w_c$  como

$$i_{\alpha}(t) = +\sqrt{3}I_{+w_c}\sin(w_c t + \delta_{+w_c}) + \sqrt{3}I_{-w_c}\sin(w_c t + \delta_{-w_c})$$
(2.1.15)

$$i_{\beta}(t) = -\sqrt{3}I_{+w_c}\cos(w_c t + \delta_{+w_c}) + \sqrt{3}I_{-w_c}\cos(w_c t + \delta_{-w_c})$$
(2.1.16)

Se comienza analizando qué le pasa a la corriente  $i_{F\alpha}$  si sólo se tiene en la entrada la secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ 

$$i_{\alpha}(t)_{+w_c} = +\sqrt{3}I_{+w_c}\sin(w_c t + \delta_{+w_c})$$
(2.1.17)

Haciendo uso de la propiedad de la transformada de Fourier de una señal retardada en el tiempo

$$x(t - to) \Rightarrow e^{-jwto}X(w) \tag{2.1.18}$$

se ubica en el diagrama de la Fig. 2.2 los términos de interés obteniéndose la Fig. 2.3. En esta figura se muestran todos los sumandos y multiplicandos de la corriente  $i_{F\alpha}$  de (2.1.13) para la secuencia positiva asociada con  $w_c$ . Por lo tanto resulta

$$i_{F\alpha}(t)_{+w_c} = -\sqrt{3}I_{+w_c}\sin(w_c t + \delta_{+w_c})$$
(2.1.19)

que al observar (2.1.17) se concluye que

$$i_{F\alpha}(t)_{+w_c} = -i_{\alpha}(t)_{+w_c} \tag{2.1.20}$$



Figura 2.2: Filtros ideales  $G,\,G^{-1} \ge G^{+1} \ge$ multiplicadores de (2.1.13) y (2.1.14)



Figura 2.3: Operaciones gráficas de (2.1.13)

Haciendo el mismo razonamiento y operativa para

$$i_{\beta}(t)_{+w_c} = -\sqrt{3}I_{+w_c}\cos(w_c t + \delta_{+w_c})$$
(2.1.21)

resulta

$$i_{F\beta}(t)_{+w_c} = -i_{\beta}(t)_{+w_c} \tag{2.1.22}$$

Haciendo luego el mismo razonamiento y operaciones para la secuencia negativa de  $I\alpha$  e  $I\beta$  asociada con  $w_c$ 

$$i_{\alpha}(t)_{-w_c} = +\sqrt{3}I_{-w_c}\sin(w_c t + \delta_{-w_c})$$
(2.1.23)

$$i_{\beta}(t)_{-w_c} = +\sqrt{3}I_{-w_c}\cos(w_c t + \delta_{-w_c})$$
(2.1.24)

Se llega a que

$$i_{F\alpha}(t)_{-w_c} = 0 (2.1.25)$$

$$i_{F\beta}(t)_{-w_c} = 0 (2.1.26)$$

Como importante conclusión parcial se puede decir que la operativa de (modular) - (filtrar con filtro pasa bajos) - (demodular) de la Fig. 2.1 con una secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ , tiene como consecuencia que la corriente de salida sólo tiene la corriente de secuencia positiva asociada con  $w_c$  (con signo cambiado por causa de la convención adoptada). Por lo tanto, si el filtro toma dicha corriente, la corriente de línea  $i_L$  quedará libre de dicha secuencia armónica <sup>5</sup>.

Se ha logrado por lo tanto discriminar de una corriente trifásica periódica una secuencia armónica determinada

#### 2.1.2. Generalización para filtrado de secuencias negativas

Haciendo un razonamiento similar se demuestra que pasa lo mismo si se modula y demodula con una secuencia negativa de frecuencia  $-w_c$ . Basta sustituir en todo el razonamiento  $w_c$  por  $-w_c$ . Por lo tanto se obtendrán a la salida sólo corrientes de secuencia negativa asociada con  $w_c$ . La expresión equivalente que se obtiene para modulación/filtrado/demodulación con secuencia negativa es

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{-} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} G^{+1} + G^{-1} & j(G^{+1} - G^{-1})\\ -j(G^{+1} - G^{-1}) & G^{+1} + G^{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(2.1.27)

Este importante resultado general es mostrado para un caso particular en (Monteiro, 1997).

 $<sup>{}^{5}</sup>$ Recuérdese la convención de signos adoptada en el Anexo E para la corriente  $i_{F}$ 



Figura 2.4: Esquema de cálculo principal de una celda básica de filtrado selectivo detallada.

## 2.2. Celda básica de filtrado selectivo: SFBC

En similitud con la definición de la celda básica de filtrado residual (RFBC)del apartado 1.2, se define la celda básica de filtrado selectivo (SFBC). Teniendo en cuenta los dos tipos de sistemas de control C o L presentados en el Anexo E se analizará esquemas de control y potencia para cada caso. Reproduciendo la Fig. 2.1 y sustituyendo  $G_1(w)$  y  $G_2(w)$  por pasa bajos iguales G(w), la Fig. 2.4 muestra el esquema de cálculo principal de una SFBC en donde se define  $w_o$  como la frecuencia de corte del filtro pasa bajos y  $\lambda$  su ganancia en CC.

## **2.2.1.** Método de Control $C: SFBC_C$

En el método de control C se calculan las referencias del VSI del filtro activo usando como entrada del control la corriente de carga. El esquema de control que se muestra en la Fig. 2.5 es el mismo que el visto en la Fig. E.2 en donde se sustituye el bloque definido como  $-G_{FC}$  por el esquema de la Fig. 2.4. Si se combinan en un único esquema, el diagrama de control y el circuito de potencia, resulta el esquema de la Fig. 2.6. Este esquema se puede reducir a lo que se llamará celda básica de filtrado selectivo  $(SFBC_C)^6$  que se muestra en la Fig. 2.7. La línea punteada que une la entrada  $i_C$  y la salida  $i_F$  indica que se está utilizando el método de control C. Se debe destacar especialmente que el esquema simplificado propuesto de la Fig. 2.7 tiene incorporados las acciones de control y el circuito de potencia. Esta abstracción se hace, como ya se ha establecido, a efectos de establecer una metodología de análisis

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>El subíndice C significa método de control C.

que permita generalizar resultados parciales con facilidad. Se indica en el esquema de la  $SFBC_C$  la frecuencia de modulación/demodulación  $w_c$ , interpretándose que si se modula/demodula con una secuencia positiva se deberá poner  $+w_c$  y si se lo hace con una secuencia negativa se denotará como  $-w_c$ .

Como se verá más adelante, si se quiere compensar completamente una determinada secuencia armónica, la ganancia  $\lambda$  debe ser 1.

#### **2.2.2.** Método de Control L: $SFBC_L$

En el método de control L se calculan las referencias del VSI del filtro activo usando como entrada del control la realimentación de la corriente de línea  $i_L$ . El esquema de control que se muestra en la Fig. 2.8 es el mismo que el visto en la Fig. E.3 en donde se sustituye el bloque definido como  $-G_{FL}$  por el esquema de la Fig. 2.4 y ya se eliminó referencia por ser nula. En forma similar a la  $SFBC_C$  se define la  $SFBC_L$ . La Fig. 2.8 es el esquema de control. La Fig. 2.9 combina en un único esquema el diagrama de control y el circuito de potencia. La Fig. 2.10 es lo que llamaremos celda básica de filtrado selectivo  $(SFBC_L)^7$  en el caso de método de control L. En principio la única diferencia que tiene una  $SFBC_C$  y una  $SFBC_L$ (más allá de usar diferente corriente como entrada) es la ganancia  $\lambda$  de los filtros pasa bajos. En el caso del método de control L, por su condición de sistema realimentado,  $\lambda$  será la necesaria ganancia del control. Si se desea eliminar de la corriente de línea  $i_L$ determinada secuencia armónica, la ganancia  $\lambda$  de su  $SFBC_L$  deberá tomar valores sustancialmente mayores que 1.

### **2.3.** Transferencias de corriente de una SFBC

Hasta el momento se ha asumido que  $G_1(w) = G_2(w) = G(w)$ , siendo G(w) un filtro pasa bajos ideal<sup>8</sup>. Si G(w) es un filtro real, su representación en el dominio de la frecuencia tiene para la ganancia simetría axial y para la fase simetría central. Por lo tanto la interpretación del filtrado de una señal real determinada es trivial y convencional. Por otra parte, al analizar transferencias sin dichas simetrías, en principio no se sabría cómo responden las señales reales a las mismas.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>El subíndice L significa método de control L.

 $<sup>^{8}</sup>$ Ideal se refiere a transferencia rectangular



Figura 2.5: Método de control C: Esquema de control de la compensación selectiva utilizando como entrada del control la propia corriente  $i_C$  a compensar.



Figura 2.6: Método de control C: Esquema combinado de esquema de control y circuito potencia de la compensación selectiva de corriente  $i_C$ .



Figura 2.7: Método de control C: Celda básica de filtrado selectivo:  $SFBC_C$ .



Figura 2.8: Método de control L: Esquema de control selectivo utilizando como entrada del control la corriente  $i_L$ .



Figura 2.9: Método de control L: Esquema combinado de control y potencia del control selectivo de corriente.



Figura 2.10: Método de control L: Celda básica de filtrado selectivo:  $SFBC_L$ .

#### **2.3.1.** Transferencia de corriente en el sistema $\alpha\beta$

Se desarrollarán los cálculos para modulación/demodulación con una secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ . Como ya se ha visto su generalización a secuencias negativas es inmediata.

Si se observan (2.1.13) (2.1.14) se puede concluir que

- Los canales  $\alpha \in \beta$  están acoplados.
- Las transferencias (en particular  $G^{+1} G^{-1}$ ) no tienen simetrías correspondientes a filtros reales, por lo que la interpretación en el dominio de la frecuencia no es inmediata.

#### 2.3.2. Transferencia entre secuencias de corriente

La pregunta que surge es:

¿Hay alguna forma de poder analizar en el dominio de la frecuencia, cómo responden las diferentes secuencias armónicas?

En el apéndice F se demuestra la relación que vincula los módulos de los fasores de las secuencias positivas y negativas con el espectro en frecuencia de las señales  $i_{\alpha}$ e  $i_{\beta}$  que aquí se reproduce

$$\begin{bmatrix} I\alpha_n\\I\beta_n \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} I_{+n}\\I_{-n} \end{bmatrix}$$
(2.3.1)

donde la matriz A es

$$A = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1\\ -j & j \end{bmatrix}$$
(2.3.2)

De (2.1.12) se puede escribir

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = B \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(2.3.3)

donde la matriz B es

$$B = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} G^{-1} + G^{+1} & j(G^{-1} - G^{+1}) \\ -j(G^{-1} - G^{+1}) & G^{-1} + G^{+1} \end{bmatrix}$$
(2.3.4)

Aplicando el resultado genérico (F.0.12) a (2.3.3) y luego de operar convenientemente resulta

$$\begin{bmatrix} IF_{+n} \\ IF_{-n} \end{bmatrix}_{+} = -\begin{bmatrix} G^{-1} & 0 \\ 0 & G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(2.3.5)

### 2.3.3. Interpretación de la relación entre secuencias de entrada y salida

La expresión (2.3.5) vincula las secuencias de entrada y salida del sistema en estudio. Se había llegado en el apartado 2.1.1 a la conclusión de que sólo se tendrían a la salida corrientes de secuencia positiva y frecuencia  $w_c$ .

Desarrollando (2.3.5) se obtiene

$$[IF_{+n}]_{+} = -G^{-1}I_{+n} (2.3.6)$$

$$[IF_{-n}]_{+} = -G^{+1}I_{-n} \tag{2.3.7}$$

Esta última expresión puede hacer pensar que, si se tiene corriente de secuencia negativa en la corriente de entrada  $i_{-n}(t)$  y siendo su transferencia  $G^{+1}$ , aparecerá algo de esta en la corriente  $i_F(t)$ . Por lo tanto habría en la salida corriente asociada a la secuencia negativa de la corriente de entrada. Esto contradice la conclusión a la que se arribara al final de la sección 2.1.1 donde se mostraba que sólo debía haber a la salida corriente de secuencia positiva.

Por otra parte la expresión (2.3.7) puede dar la idea de que existe una variable real en el tiempo  $i_{-n}(t)$  que filtrada por  $G^{+1}(w)$  da como salida otra variable real  $i_{F-n}(t)$ . Estas variables temporales reales no existen cómo tales. Sí existen los fasores  $I_{+n}$  e  $I_{-n}$ , una pareja para cada armónica. Las expresiones (2.3.6) (2.3.7) sólo indican cómo evaluar estos fasores de entrada y salida del sistema para determinada frecuencia.

Por ejemplo, si se evalúan para  $w = w_c$   $(n = n_c)$ , recordando de (2.1.10) que  $G^{+1} = G(w + w_c)$  y  $G^{-1} = G(w - w_c)$  resulta

$$[IF_{+n_c}]_{+} = -G(w_c - w_c)I_{+n_c} = -G(0)I_{+n_c}$$
(2.3.8)

$$[IF_{-n_c}]_{+} = -G(w_c + w_c)I_{-n_c} = -G(2w_c)I_{-n_c}$$
(2.3.9)

Si se tiene en cuenta que el filtro G(w) es un pasa bajos ideal de ganancia 1 y ancho de banda  $w_o$ , si se cumple que

$$w_o < w_1 \tag{2.3.10}$$

se tendrá para valores w o n genéricos que

$$IF_{+n_c} = -I_{+n_c} (2.3.11)$$

$$IF_{+n} = 0 \quad \forall \ n \neq n_c \tag{2.3.12}$$

$$IF_{-n} = 0 \quad \forall \quad n \tag{2.3.13}$$

Lo cual confirma el resultado esperado de que sólo hay en la corriente  $i_F(t)$  la corriente asociada a la secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ .

La acotación (2.3.10) da una condición a los efectos de poder discriminar secuencias del mismo signo e índice consecutivo. Nótese que es más fácil separar la secuencia armónica +5 y -5 que separar +5 de +6. Se podría decir que las secuencias de signo opuesto están muy *lejanas*, mientras que las de igual signo, y en particular con índices consecutivos, están muy *próximas*.

## 2.3.4. Visualización gráfica aproximada de la transferencia entre secuencias

Generalizado (2.3.8) y (2.3.9) a valores genéricos de w (ó n), si se desea saber cómo se ve atenuada cualquier secuencia armónica de frecuencia w\* (ó n\*), basta evaluar dichas expresiones en el valor w\*. En la Fig. 2.11 se dibujan G(w) y  $G^{-1} = G(w - w_c)$ reales exagerando el valor de  $w_o$ . A los efectos de simplificar el dibujo se expresa gráficamente con forma triangular una transferencia *real*.

Para saber qué le pasa a una cierta secuencia positiva de frecuencia  $w^*$ , basta con ver el valor que toma el filtro  $G^{-1}(w)$  en el valor  $w^*$ .

En la Fig. 2.11 se observa cómo en la gráfica de  $G(w-w_c)$  se obtiene el valor  $I_{+n*}$ .

Luego para saber qué pasa con la secuencia negativa se deberá tomar el valor de  $G^{+1}(w)$  en  $w^*$ .

Teniendo en cuenta que  $w_c = 2w_c - w_c$  se puede escribir

$$G^{+1}(w^*) = G(w^* + w_c) = G(w^* + 2w_c - w_c)$$
(2.3.14)

que por definición de  $G^{-1}$  resulta

$$G^{+1}(w^*) = G^{-1}(w^* + 2w_c)$$
(2.3.15)

Por lo tanto para saber qué pasa con la secuencia negativa de frecuencia  $w^*$  se deberá tomar el valor de  $G^{-1}$  evaluado en la frecuencia  $w^* + 2w_c$ .

Luego, como G(w) es un filtro real, se cumple para  $G^{-1}(w)$  que

$$G^{-1}(-w^*) = G^{-1}(w^* + 2w_c)$$
  

$$Arg[G^{-1}(-w^*)] = -Arg[G^{-1}(w^* + 2w_c)]$$
(2.3.16)



Figura 2.11: Atenuaciones esquemáticas de  $I_+n$  e  $I_-n$  al modular/demodular con secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ . Secuencia positiva: semiplano positivo. Secuencia negativa: semiplano negativo y cambiar la fase.

por lo que a partir de (2.3.14) y (2.3.16) se puede concluir que para saber cómo se filtra una secuencia negativa de frecuencia  $w^*$  hay que observar la ganancia del mismo filtro  $G^{-1}(w)$  en la frecuencia  $-w^*$  teniendo en cuenta que la fase estará invertida respecto a la real. En la Fig. 2.11 se observa cómo en la gráfica de  $G(w - w_c)$  se obtiene el valor  $I_{-n*}$ .

En resumen:

Si se modula con una secuencia positiva de frecuencia  $w_c$ , para analizar cómo se atenúa una secuencia positiva cualquiera, se la deberá observar en el semiplano positivo de la transferencia  $G(w - w_c)$ . Para saber cómo se atenúa una secuencia negativa, se deberá ver la misma transferencia en el semiplano negativo con la salvedad de que la fase, en este último caso, estará invertida.

Si se utilizan filtros pasa bajos de ancho de banda y orden adecuado en el filtrado de frecuencias *próximas*, es de esperar que la interferencia entre semiplanos sea despreciable. Por lo tanto será despreciable el eventual problema del cambio de signo de la fase en el semiplano opuesto al del que se realiza el filtrado selectivo.

Esta forma aproximada de visualización permitirá, llegado el caso, interpretar en terreno conocido de diagramas de ganancia/frecuencia convencionales qué pasa con las secuencias positivas y negativas. Constituirá una potente herramienta de análisis cuando se utilicen múltiples filtros selectivos.



Figura 2.12: Esquema de cálculo principal de una celda básica de filtrado selectivo detallada.

#### Generalización a secuencias negativas de modulación/demodulación

Generalizando a modular/demodular con una secuencia negativa, se debe sustituir el signo en todos los lugares que aparece  $w_c$ . La expresión equivalente a (2.3.5) que se obtiene es

$$\begin{bmatrix} IF_{+n} \\ IF_{-n} \end{bmatrix}_{-} = -\begin{bmatrix} G^{+1} & 0 \\ 0 & G^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(2.3.17)

la cual se analiza de la misma manera que su análoga (2.3.5) siendo válidas las consideraciones de cómo se debe interpretar la transferencia en el dominio de la frecuencia que en este caso es  $G^{+1} = G(w + w_c)$ .

Si se modula con una secuencia negativa de frecuencia  $w_c$ , para analizar cómo se atenúa una secuencia negativa cualquiera, se la deberá observar en el semiplano negativo de la transferencia  $G(w + w_c)$ . Para saber como se atenúa una secuencia positiva, se deberá ver la misma transferencia en el semiplano positivo con la salvedad de que la fase, en este último caso, estará invertida.

#### 2.3.5. Conclusiones parciales de este capítulo

Se ha analizado cómo es la transferencia del esquema principal de cálculo de la celda básica de filtrado selectivo que se reproduce en la Fig. 2.12. En el plano  $i_{\alpha}$  e  $i_{\beta}$  la misma es de difícil interpretación ya que los canales  $\alpha$  y  $\beta$  están acoplados y la transferencias involucradas no corresponden a las de un filtro real.

Por otra parte, en el plano de las secuencias armónicas, se tienen transferencias desacopladas entre las secuencias positivas y negativas.

Al demostrar que también en el dominio de las secuencias armónicas se verifica la selectividad, se introdujo la primera restricción en el ancho de banda del filtro pasa bajos de los canales p y q si se pretende separar secuencias armónicas próximas. Se entiende como secuencias armónicas próximas las que tienen una misma rotación de fases (positiva o negativa) e índice armónico consecutivo.

Finalmente se demuestra que se puede interpretar en forma aproximada cómo se ven filtradas las secuencias armónicas positivas y negativas. Cada una debe ser observada en su respectivo semiplano evaluando la transferencia  $G^{-1}(w)$  o  $G^{+1}(w)$ según se realize un filtrado selectivo de secuencia positiva o negativa.

# Capítulo 3 Métodos de Cálculo Paralelo y Serie

Una aplicación real requiere generalmente filtrar más de una secuencia armónica. Se plantea entonces el problema del cálculo de las referencia de corriente del inversor (VSI) del filtro activo shunt de tal modo de filtrar selectivamente varias secuencias armónicas. Como forma de aproximación al problema se verá, en primera instancia, cómo es la transferencia de dos celdas SFBC de secuencias opuestas y una misma frecuencia armónica conectadas en Paralelo (P) o en Serie (S) (Casaravilla et al., 2001). Seguidamente se analizará cuál de las dos estrategias de cálculo  $(S \circ P)$  de las referencias de corriente de los filtros activos es más adecuada para cada método de control  $(C \circ L)$ . Finalmente se generalizará al caso de múltiples secuencias armónicas a filtrar.

### **3.1.** Paralelo de dos SFBC de secuencias opuestas

Sea el esquema de cálculo de la Fig. 3.1. Cada  $SFBC_C$  usa para modular/demodular una misma frecuencia  $w_c$  de secuencias opuestas, tienen filtros G(w) idénticos y filtran la misma corriente de carga  $i_C$ . Se debe hacer notar que se presenta como ejemplo un caso de método de control C en donde se usa la corriente de carga  $i_C$  como entrada del control. El análisis es exactamente igual si utilizara el método de control L en donde se usa la corriente de línea  $i_L$  como entrada del control tal como muestra el esquema de la Fig. 3.2.

En la Fig. 3.1 la corriente del filtro activo  $i_F$  es la suma de  $i_{F1}$  e  $i_{F2}$ . La corriente  $i_L$  se obtiene a partir de  $i_L = i_C + i_F$ . A la derecha de la Fig. 3.1 se observa el esquema combinado de control y potencia. A la izquierda se muestra el esquema simplificado



Figura 3.1: Método C: Paralelo de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas.



Figura 3.2: Método L: Paralelo de dos  $SFBC_L$  de secuencias opuestas.

equivalente<sup>1</sup>.

# 3.1.1. Transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias opuestas en Paralelo

Tomando (2.1.12) y (2.1.27) que se transcriben

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} G^{-1} + G^{+1} & j(G^{-1} - G^{+1})\\ -j(G^{-1} - G^{+1}) & G^{-1} + G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(3.1.1)

 $<sup>^{1}</sup>$ Se recuerda que en este trabajo se asume que el inversor del filtro activo consigue imponer perfectamente en el sistema eléctrico la referencia de corriente calculada

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w) \\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{-} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} G^{+1} + G^{-1} & j(G^{+1} - G^{-1}) \\ -j(G^{+1} - G^{-1}) & G^{+1} + G^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w) \\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(3.1.2)

al hacer la suma de las matrices, la transferencia del Paralelo propuesto queda

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix}_{+P-} = -\begin{bmatrix} G^{+1} + G^{-1} & 0\\ 0 & G^{-1} + G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(3.1.3)

en donde +P- indica que es el resultado de aplicar dos secuencias opuestas de una misma frecuencia en Paralelo. Como se verifica el caso particular previsto en el Apéndice (F.1) donde las transferencias de los canales  $i_{\alpha}/i_{\beta}$  están desacopladas y son iguales, también se puede escribir la misma transferencia entre secuencias de corriente, resultando

$$\begin{bmatrix} IF_{+n} \\ IF_{-n} \end{bmatrix}_{+P-} = -\begin{bmatrix} G^{+1} + G^{-1} & 0 \\ 0 & G^{-1} + G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.1.4)

Teniendo en cuenta que  $i_L = i_F + i_C$ , se puede escribir

$$\begin{bmatrix} IL\alpha(w)\\ IL\beta(w) \end{bmatrix}_{+P-} = \begin{bmatrix} 1 - G^{+1} - G^{-1} & 0\\ 0 & 1 - G^{-1} - G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC\alpha(w)\\ IC\beta(w) \end{bmatrix}$$
(3.1.5)

$$\begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}_{+P-} = \begin{bmatrix} 1 - G^{+1} - G^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - G^{-1} - G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.1.6)

### 3.1.2. Análisis de la transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias opuestas en Paralelo

Se supone que el primer filtro  $SFBC_C$ + extrae de la corriente  $i_C$  la secuencia positiva de corriente de frecuencia  $w_c$ . El segundo, la secuencia negativa. Por lo tanto la corriente del filtro representa exactamente toda la corriente de frecuencia  $w_c$  de  $i_C$ . Finalmente  $i_L$  deberá estar libre de dicha corriente armónica.

En la Fig. 3.3 se muestra el perfil de las transferencias involucradas asumiendo filtro G(w) pasa bajos ideal de ganancia 1. La transferencia entre el plano de secuencias  $I_+/I_-$  y el plano  $\alpha/\beta$  son iguales. Por ejemplo de (3.1.4) la transferencia entre corriente de entrada ( $I_C$ ) y la corriente del filtro activo ( $I_F$ ) es ( $-G^{-1} - G^{+1}$ ).

La transferencia  $(-G^{-1} - G^{+1})$  corresponde a una transferencia de coeficientes reales por lo que la interpretación de cómo filtra determinada señal es la convencional.

En el plano  $\alpha/\beta$  se observa como  $(-G^{-1} - G^{+1})$  sólo deja pasar la corriente de frecuencia  $w_c$ .

En el plano  $I_+/I_-$ , se puede observar<sup>2</sup> en el semiplano derecho como es seleccionada exclusivamente la secuencia positiva y en el izquierdo como es seleccionada exclusivamente la secuencia negativa.



Figura 3.3: Método C: Transferencias del Paralelo de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas y una misma frecuencia.

Luego la transferencia entre secuencias de corriente  $I_C$  e  $I_L$   $(1 - G^{-1} - G^{+1})$ muestra como es de esperar, que no aparecerán secuencias armónicas de frecuencia  $w_c$  en  $i_L$ .

Finalmente las transferencias  $G_{FC}$  y  $G_{LC}$  definidas en el apéndice E en (E.1.1) y (E.1.2) resultan

$$G_{FC}(w) = -\frac{IF(w)}{IC(w)} = G^{-1} + G^{+1}$$
(3.1.7)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = 1 - G^{-1} - G^{+1}$$
(3.1.8)

#### 3.1.3. Generalización del cálculo Paralelo al control L

Observando la Fig. 3.2 se ve que, para obtener la transferencia en este caso, basta sustituir IL por IC en (3.1.3) y (3.1.4). De esta sustitución la transferencia entre las secuencias de la corriente total del filtro  $i_F$  y la corriente de línea  $i_L$  (de acuerdo con (E.2.1)) queda como

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)} = G^{-1} + G^{+1}$$
(3.1.9)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Utilizando la propuesta de cómo analizar en el diagrama de frecuencias las transferencias entre secuencias de una SFBC vista en el apartado 2.3.4.



Figura 3.4: Método L: Transferencias del Paralelo de dos  $SFBC_L$  de secuencias opuestas y una misma frecuencia.

luego teniendo en cuenta (E.2.2) resulta

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = \frac{1}{1 + G^{-1} + G^{+1}}$$
(3.1.10)

En este caso, es evidente que con que G(w) sea un pasa bajos de ganancia 1 no se logran resultados adecuados. Se debe lograr que para la frecuencia  $w_c$  la transferencia sea nula, lo cual se conseguiría teóricamente con ganancia  $\lambda$  infinita. Desde el punto de vista práctico<sup>3</sup>, se debe cumplir que la ganancia de G(w) sea  $\lambda_L >> 1$ , por ejemplo  $\lambda_L = 15$ . En la Fig. 3.4 se observan las transferencias involucradas para este caso.

## **3.2.** Serie de dos *SFBC* de secuencias opuestas

Sea el esquema de cálculo de la Fig. 3.5. Nuevamente se analiza el método de control C para posteriormente generalizarlo al método L. Cada  $SFBC_C$  usa frecuencias  $w_c$  asociadas a secuencias opuestas y tienen filtros G(w) idénticos. El primero filtra la corriente de carga. A su salida se obtiene  $i_{F1}$  y queda determinada la corriente  $i_{L1}$ que será la entrada de la siguiente  $SFBC_C$ . La corriente  $i_L$  será la resultante de esta última etapa de filtrado y la corriente final del filtro será la suma de la corrientes  $i_{F1} + i_{F2}$ .

A efectos de reafirmar los conceptos del esquema combinado control/potencia simplificado propuesto en este trabajo, en la Fig. 3.6 se dibuja el esquema equivalente de control y potencia en concordancia con la definición de la  $SFBC_C$  de la Fig. 2.6.

 $<sup>^{3}</sup>$ Téngase presente que, al ser un sistema realimentado, ganancias altas tienden a provocar inestabilidades.

Atendiendo al hecho de que sólo hay una fuente de corriente (un único VSI) y que la corriente  $i_{L1}(t)$  es el resultado de un cálculo y no una corriente real, el esquema de la Fig. 3.7 es una mejor opción de representación, en la que explícitamente se dibujan el control y la potencia<sup>4</sup>.

Debe quedar claro que todos los esquemas buscan determinar la corriente  $i_F(t)$ de un único filtro activo. Los esquemas de las Figs. 3.5, 3.6 y 3.7 terminan dando el mismo resultado  $i_F$ . A partir exclusivamente de la corriente  $i_C$ , el control determina la corriente  $i_F*$ . No es necesario medir otra corriente como podría inferirse del esquema de la Fig. 3.6. El esquema combinado propuesto intenta simplificar la representación gráfica lo cual facilitará el análisis al momento de introducir el filtrado múltiple y su generalización a filtros híbridos.

## **3.2.1.** Transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias opuestas en Serie

Tomando (2.3.5) y (2.3.17) y teniendo en cuenta que se cumple  $i_{L1} = i_{F1} + i_C$  e  $i_L = i_{F2} + i_{L1}$ , se puede escribir

$$\begin{bmatrix} IL1_{+n} \\ IL1_{-n} \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} 1 - G^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - G^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.1)

$$\begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}_{-} = \begin{bmatrix} 1 - G^{+1} & 0 \\ 0 & 1 - G^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IL1_{+n} \\ IL1_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.2)

luego sustituyendo (3.2.1) en (3.2.2) resulta

$$\begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}_{+S-} = \begin{bmatrix} (1-G^{-1})(1-G^{+1}) & 0 \\ 0 & (1-G^{+1})(1-G^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.3)

en donde +S- indica que es el resultado de aplicar dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas en serie.

Nuevamente se tiene que la matriz que vincula las entradas y salidas es del tipo diagonal de términos iguales, caso particular previsto en el apéndice (F.1), por lo que se puede escribir

$$\begin{bmatrix} IL\alpha(w) \\ IL\beta(w) \end{bmatrix}_{+S-} = \begin{bmatrix} (1-G^{-1})(1-G^{+1}) & 0 \\ 0 & (1-G^{+1})(1-G^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC\alpha(w) \\ IC\beta(w) \end{bmatrix}$$
(3.2.4)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Se recuerda nuevamente que en este trabajo se asume que el inversor del filtro activo consigue imponer perfectamente en el sistema eléctrico la referencia de corriente calculada



Figura 3.5: Método C: Serie de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas de una misma frecuencia. Esquema combinado control/potencia.



Figura 3.6: Método C: Serie de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas de una misma frecuencia. Esquema intermedio.



Figura 3.7: Método C: Serie de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas de una misma frecuencia. Esquema extenso.



Figura 3.8: Método C: Transferencias de la Serie de dos  $SFBC_C$  de secuencias opuestas y de una misma frecuencia.

# **3.2.2.** Análisis de la transferencia de dos $SFBC_C$ de secuencias opuestas en Serie

Las expresiones (3.2.3) y (3.2.4) permiten analizar el filtrado resultante de aplicar dos  $SFBC_C$  en serie. El primer filtro  $SFBC_C$ + extrae de la corriente  $i_C$  la secuencia de corriente positiva. Por lo tanto la corriente  $i_{L1}$  ya no tiene dicha secuencia armónica. El segundo extrae de  $i_{L1}$  la secuencia negativa. Por lo tanto  $i_L$  deberá quedar libre de dicha corriente armónica.

Se observa en la Fig. 3.8 como  $1 - G^{-1}$  filtra la secuencia positiva de frecuencia  $w_c$  (semiplano derecho). Luego  $1 - G^{+1}$  filtra la secuencia negativa de frecuencia  $w_c$  de la corriente  $i_{L1}$  (semiplano izquierdo). Luego la transferencia entre las secuencias armónicas de las corrientes  $I_C$  e  $I_L$  que se definiera como  $G_{LC}$  en (E.1) resulta

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = (1 - G^{-1})(1 - G^{+1})$$
(3.2.5)

En la Fig. 3.8 se observa la transferencia  $(1 - G^{-1})(1 - G^{+1})$  que determina la no aparición de secuencias armónicas de frecuencia  $w_c$  en  $i_L$ .

La transferencia entre secuencias de corriente es la misma que la transferencia de corriente en el plano  $\alpha/\beta$ . Por lo tanto la Fig. 3.8 se puede utilizar también para ver como es la transferencia entre las corrientes  $i_{\alpha}$  e  $i_{\beta}$  de entrada y salida ( $i_C$  e  $i_L$  respectivamente). La transferencia  $G_{LC}(w) = (1 - G^{-1})(1 - G^{+1})$  es de coeficientes reales, por lo tanto se puede utilizar para saber que es lo que ocurre en cada frecuencia del sistema. Para ver cómo se filtra determinada frecuencia w, basta ver en el semiplano derecho cual será la ganancia y fase correspondiente. Por ejemplo se concluye, como era de esperar, que no se tiene en la corriente  $i_L$  absolutamente nada de corriente de frecuencia  $w_c$ .

A partir de (E.1.2) y (3.2.5) se deduce la transferencia

$$G_{FC}(w) = 1 - G_{LC}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)} = 1 - (1 - G^{-1})(1 - G^{+1})$$
(3.2.6)

# 3.2.3. Generalización del filtrado con dos SFBC en Serie al método de control L

Observando la Fig. 3.9, para analizar este caso basta comenzar el cálculo desde el primer  $SFBC_L$  de la izquierda hacia el de la derecha. Tomando (2.3.5) y (2.3.17) y teniendo en cuenta que se cumplen las ecuaciones de nudos  $i_{L1} = i_L - i_{F2}$  e  $i_C = i_{L1} - i_{F1}$ , se puede escribir

$$\begin{bmatrix} IL1_{+n} \\ IL1_{-n} \end{bmatrix}_{-} = \begin{bmatrix} 1+G^{+1} & 0 \\ 0 & 1+G^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.7)

$$\begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} 1+G^{+1} & 0 \\ 0 & 1+G^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IL1_{+n} \\ IL1_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.8)

y sustituyendo (3.2.7) en (3.2.8) resulta

$$\begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}_{+S-} = \begin{bmatrix} (1+G^{+1})(1+G^{-1}) & 0 \\ 0 & (1+G^{-1})(1+G^{+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.9)

en donde +S- indica que es el resultado de aplicar dos SFBC de secuencias opuestas en Serie. Esta última relación es invertible con lo que

$$\begin{bmatrix} IL_{+n} \\ IL_{-n} \end{bmatrix}_{+S-} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+G^{+1})(1+G^{-1})} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1+G^{-1})(1+G^{+1})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IC_{+n} \\ IC_{-n} \end{bmatrix}$$
(3.2.10)

resultando que la transferencia entre las secuencias de la corriente total del filtro  $I_L$  y la corriente  $I_C$  resulta

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = \frac{1}{(1+G^{-1})(1+G^{+1})}$$
(3.2.11)

y aplicando (E.2.1) y (E.2.2) se obtiene

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)} = (1+G^{-1})(1+G^{+1}) - 1$$
(3.2.12)



Figura 3.9: Método L: Serie de dos SFBC de secuencias opuestas y una misma frecuencia.

Nuevamente en este caso de método de control L, es evidente que con que G(w) sea un pasa bajos de ganancia 1 no se logran resultados adecuados. Se debe lograr que para la frecuencia  $w_c$  la transferencia sea nula, lo cual se conseguiría teóricamente con ganancia infinita del pasa bajos. Como ya se ha establecido, desde el punto de vista práctico, se debe cumplir que la ganancia de G(w) sea  $\lambda_L >> 1$ .

## **3.3. Conclusiones: Cálculo Paralelo o Serie de dos** SFBC

En cada uno de los análisis recién vistos, las transferencias entre las corrientes  $I_C$ e  $I_L$  (o  $I_F$ ) son de coeficientes reales, de ganancias simétricas respecto al eje vertical, antisimétricas en su fase, por lo tanto estas transferencias se pueden sintetizar con filtros de fácil implementación (analógicos o digitales) sin la necesidad de modular, filtrar y demodular. En el caso de sintetizar el filtro digital se bajaría a la mitad los cálculos en filtros ya que en vez de tener 4 filtros pasa bajos (2 por *SFBC*) se tendrían los 2 filtros digitales que sintetizarían la transferencia deseada. Tampoco serían necesarias la modulación y demodulación. Por lo tanto se bajaría casi a la cuarta parte los cálculos necesarios. Lo que sí es necesario en todos los casos es pasar de tres a dos coordenadas al comienzo y al final del cálculo de las referencias de corriente del inversor del filtro activo.

Por otra parte, tanto para el método de control C o L, con cálculo Paralelo o Serie, se obtienen resultados idénticos si G(w) es un pasa bajo ideal. En la Fig. 3.10 se observan las transferencias  $G_{LC}$  para el método de control C con el cálculo Paralelo o Serie. En la Fig. 3.11 se observan las transferencias  $G_{LC}$  para el método de control



Figura 3.10: Método C: Transferencias  $G_{LC}$  con cálculo Paralelo y Serie.



Figura 3.11: Método L: Transferencias  $G_{LC}$  con cálculo Paralelo y Serie.

L con el cálculo Paralelo o Serie. En ambos casos se obtendría el mismo resultado pese a que las transferencias son diferentes. Como se verá más adelante, optar entre usar el método Paralelo o Serie dependerá de si se mide corriente de carga (control C) o si se mide corriente de línea (control L).

#### 3.3.1. Resumen de Transferencias en el método de control C

En las corrientes de línea  $I_L$  se tiene

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{+P-} = 1 - G^{+1} - G^{-1}$$
(3.3.1)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{+S-} = (1 - G^{+1})(1 - G^{-1})$$
(3.3.2)

y para las corrientes del filtro  $I_F$  resultan en

$$G_{FC}(w) = -\frac{IF(w)}{IC(w)} = G^{+1} + G^{-1}$$
(3.3.3)

$$G_{FC}(w) = -\frac{IF(w)}{IC(w)} = (1 - G^{+1})(1 - G^{-1}) - 1$$
(3.3.4)

#### **3.3.2.** Resumen de Transferencias en el método de control L

En las corrientes  $I_L$  se tiene

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{+P^{-}} = \frac{1}{1 + G^{-1} + G^{+1}}$$
(3.3.5)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{+S-} = \frac{1}{(1+G^{-1})(1+G^{+1})}$$
(3.3.6)

y para las corrientes del filtro  $I_F$  resultan en

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)} = G^{+1} + G^{-1}$$
(3.3.7)

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)} = (1 + G^{-1})(1 + G^{+1}) - 1$$
(3.3.8)

## 3.4. ¿Paralelo o Serie?

En esta sección se analiza la conveniencia de adoptar una estrategia Paralelo o Serie en el cálculo de las referencias de corriente de un filtro activo shunt.

### 3.4.1. Método de control C

El resultado particular obtenido en las secciones 3.1 y 3.2 se puede generalizar al caso de que las dos  $SFBC_C$  sean de frecuencia y secuencia cualesquiera. Por lo tanto tomando (3.3.1) y (3.3.2) se tiene para el caso de método de control C

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{P} = 1 - G_1 - G_2$$
(3.4.1)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)_S} = (1 - G_1)(1 - G_2)$$
(3.4.2)

en donde  $G_1 = G_1(w \mp w_c)$  etc. según se module/demodule con  $+w_c$  o  $-w_c$  respectivamente.


Figura 3.12: Método C: Demostración de que el cálculo Serie es mejor que el Paralelo. Para simplificar se asumirá que  $G_1(w)$  y  $G_2(w)$  son filtros pasa bajos idénticos. Nuevamente a los efectos de simplificar el dibujo se expresa gráficamente con forma triangular una transferencia *real*. Los dos filtros selectivos son de secuencias armónicas positivas de frecuencias respectivas  $w_X$  y  $w_Y$ . Por tanto  $G_1(w - w_X)$ y  $G(w - w_Y)$  quedan en el semiplano derecho. Por ser  $G_1 = G_2$ , se cumple  $|G_1(w_Y - w_X)| = |G_2(w_X - w_Y)| = \psi$  y se asumirá, para simplificar (lo cual no hace perder generalidad), que su fase ya es  $90^{\circ}$ . En el punto de corte de las transferencias se cumple  $|G_1(w_Z - w_X)| = |G_2(w_Z - w_Y)| = \Delta$  y  $Arg(G_2) = -Arg(G_1) = \varphi$ . Si se calculan las transferencias  $G_{LC}(w)$  para el método de cálculo Serie o Paralelo se obtienen en  $w_X$ ,  $w_Y$  y  $w_Z$  los valores mostrados en la tabla.

En la Fig. 3.12 se observan esquemáticamente las transferencias de filtrado de dos secuencias armónicas próximas  $G_1(w - w_X)$  y  $G_2(w - w_Y)$  positivas (por lo tanto sólo se muestra el semiplano derecho del diagrama  $G_{LC}$ ).

En la frecuencia intermedia  $w_Z$ , el término  $\Delta^2$  en la transferencia del método Serie hace que la ganancia sea más cercana a 1, y por lo tanto mejor que en el caso Paralelo. Por otra parte, las ganancias en  $w_X$  y  $w_Y$  son para el caso Serie nulas tal como debe ser, mientras que en el caso Paralelo toman un valor determinado no nulo como consecuencia de la interferencia entre los filtros selectivos *próximos*.

En la Fig. 3.13 se presenta un ejemplo de transferencias reales para el método C,



Figura 3.13: Método C. G1:  $w_X = 5w_1$  (250Hz). G2:  $w_Y = 6w_1$  (300Hz). Pasa bajos de 2° orden,  $f_o = 30Hz$  y ganancia  $\lambda_c = 1$ .

donde los filtros  $G_1(w)$  y  $G_2(w)$  son pasa bajos de segundo orden<sup>5</sup>, ancho de banda  $f_o$  de 30Hz, ganancia en continua  $\lambda_c = 1$ ,  $w_X = 5w_1$  (250Hz) y  $w_Y = 6w_1$  (300Hz). En la Fig. 3.14 se baja el ancho de banda  $f_o$  a 10Hz. Es interesante hacer notar que aunque parezca paradójico, es mucho mas fácil discriminar corrientes de secuencias opuestas de una misma frecuencia, que dos secuencias armónicas próximas del mismo signo. Por ejemplo, si se estuviese frente a corrientes armónicas consumidas por un rectificador trifásico de 6 pulsos, donde la 5<sup>a</sup> armónica es de secuencia negativa y la 7<sup>a</sup> es de secuencia positiva, no se tendrá problemas de interferencia al filtrarlas selectivamente. Incluso, dada la *distancia* entre estos filtros (están en semiplanos diferentes), se podrá emplear el método Serie o Paralelo indistintamente.

#### **3.4.2.** Método de control L

Nuevamente, el resultado particular obtenido en las secciones 3.1 y 3.2 se puede generalizar al caso de que las dos SFBC sean de frecuencia y secuencia cualesquiera.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>La implementación digital de estos filtros pasa bajos se realizó como el filtro complementario de un filtro digital Butterworth pasa altos.



Figura 3.14: Método C. G1:  $w_X = 5w_1$  (250Hz). G2:  $w_Y = 6w_1$  (300Hz). Pasa bajos de 2° orden,  $f_o = 10Hz$  y ganancia  $\lambda_c = 1$ .

Por lo tanto tomando (3.3.5) y (3.3.6) se tiene para el caso de método de control L

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)_P} = \frac{1}{1 + G_1 + G_2}$$
(3.4.3)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{S} = \frac{1}{(1+G_1)(1+G_2)}$$
(3.4.4)

en donde  $G_1 = G_1(w \mp w_c)$  etc. según se module/demodule con  $+w_c$  o  $-w_c$  respectivamente. En forma simétrica a lo recién visto en el método de control C, para el caso de método de control L, es el método Paralelo el que da mejores resultados. Esto se puede observar en la Fig. 3.15 donde esquemáticamente se representan las transferencias de dos secuencias armónicas próximas  $G_1(w - w_X)$  y  $G_2(w - w_Y)$  positivas (por lo tanto sólo se observa el semiplano derecho del diagrama  $G_{LC}$ .

La única diferencia en este caso es que los filtros G tiene una ganancia en continua  $\lambda_L \gg 1$ .

En las frecuencias  $w_X$  y  $w_Y$  ambos métodos de cálculo dan resultados similares lo cual se denota con el símbolo ( $\approx$ ).

En la frecuencia intermedia  $w_Z$  el término  $\Delta^2$  en el denominador de la transferencia del método Serie hace que la ganancia se aparte del valor ideal. El objetivo es que en



Figura 3.15: Demostración de que el método de cálculo Paralelo es mejor que el Serie si se hace control L.



Figura 3.16: Método L. G1:  $w_X = 5w_1$  (250Hz). G2:  $w_Y = 6w_1$  (300Hz). Pasa bajos de 2° orden,  $f_o = 4Hz$  y ganancia  $\lambda_L = 15$ .

dicha frecuencia intermedia la ganancia sea lo más próximo a 1. Con el método de cálculo Serie las secuencias armónicas *próximas* filtradas se interfieren mutuamente.

En la Fig.3.16 se presenta un ejemplo de transferencias reales para el caso L, donde los filtros  $G_1(w)$  y  $G_2(w)$  son pasa bajos de segundo orden similares a los ya vistos, ancho de banda de 4Hz, ganancia  $\lambda_L = 15$ ,  $w_X = 5w_1$  (250Hz) y  $w_Y = 6w_1$ (300Hz). Como se puede apreciar, para el método de control L los filtros deben ser de un ancho de banda menor (condición más restrictiva) que en el método de control C.

## 3.5. Filtrado selectivo múltiple

La generalización de lo recién visto para realizar un filtrado selectivo simultáneo de varias secuencias armónicas es inmediata. Nuevamente se deben analizar por separado los métodos de control C o L.

#### 3.5.1. Transferencias del método de control C

De la generalización de (3.4.1) y (3.4.2) resulta para las corrientes  $i_L$ 

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{P} = 1 - \sum G_{Ck}$$
(3.5.1)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{S} = \prod (1 - G_{Ck})$$
(3.5.2)

y para las corrientes del filtro  $i_F$  se obtiene

$$G_{FC}(w) = -\frac{IF(w)}{IC(w)_P} = \sum G_{Ck}$$
 (3.5.3)

$$G_{FC}(w) = -\frac{IF(w)}{IC(w)} = \prod (1 - G_{Ck}) - 1$$
(3.5.4)

En la Fig.3.17 se muestra el esquema de filtrado con cálculo Paralelo. En la Fig. 3.19 se muestra el esquema de filtrado con cálculo Serie de las referencias del VSI del filtro activo.

Generalizando el problema de interferencia si las secuencias armónicas a filtrar son *próximas*, si se quiere filtrar múltiples secuencias armónicas *próximas*, se debe usar el método Serie.

## 3.5.2. Transferencias del método de control L

De la generalización de (3.4.3) y (3.4.4) resulta para las corrientes  $I_L$ 

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{P} = \frac{1}{1 + \sum G_{Lk}}$$
(3.5.5)

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{S} = \frac{1}{\prod(1+G_{Lk})}$$
(3.5.6)

y para las corrientes del filtro  $I_F$  se obtiene

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)}_{P} = \sum G_{Lk}$$
 (3.5.7)

$$G_{FL}(w) = -\frac{IF(w)}{IL(w)}_{S} = \prod (1 + G_{Lk}) - 1$$
(3.5.8)

Luego utilizando (E.2.3) se obtiene

$$\frac{IF(w)}{IC(w)}_{P} = \frac{-\sum G_{Lk}}{1 + \sum G_{Lk}}$$
(3.5.9)

$$\frac{IF(w)}{IC(w)_S} = \frac{1 - \prod(1 + G_{Lk})}{\prod(1 + G_{Lk})}$$
(3.5.10)

En la Fig.3.18 se muestra el esquema de filtrado con cálculo Paralelo. En la Fig. 3.20 se muestra el esquema de filtrado con cálculo Serie.

Simétricamente a lo que ocurre con el método de control C, en este otro caso de control L, si se quiere filtrar selectivamente secuencias armónicas *próximas*, se deberá optar por el método de cálculo Paralelo.



Figura 3.17: ControlCy cálculo Paralelo.<br/>  $G_{LC}(w) = 1 - \sum G_{Ck}$ 

Figura 3.18: Control Ly cálculo Paralelo.<br/>  $G_{LC}(w) = \frac{1}{1 + \sum G_{Lk}}$ 



Figura 3.19: Control Cy cálculo Serie<br/>. $G_{LC}(w) = \prod (1-G_{Ck})$ 



Figura 3.20: Control L y cálculo Serie.  $G_{LC}(w) = \frac{1}{\prod(1+G_{Lk})}$ 

## 3.6. Ejemplo de filtro activo selectivo

Se tomará como caso a estudiar el ya visto para el filtrado *residual* en el apéndice C que se reproduce en la Fig. 3.21.



Figura 3.21: Esquema de potencia del ejemplo real estudiado

El filtro activo shunt será instalado en barras de 150kV en el PCC (punto común de acoplamiento eléctrico) tal como muestra la Fig. 3.22. Es en el PCC que se deberá cumplir con la reglamentación sobre emisión armónica permitida.

En una primera instancia se utilizarán en las simulaciones datos de corriente periódicos sintetizados a partir del registro real tomado como referente. En una segunda instancia se utilizará el registro en las simulaciones para posteriormente analizar y comparar resultados. La síntesis periódica se construye de tal forma que tiene la misma distorsión en cada secuencia armónica. En la Fig. 3.23 se aprecia el registro real y su síntesis.

En la Fig.3.24 se muestra el contenido en frecuencia (distorsiones armónicas normalizadas<sup>6</sup>) de ambos registros para cada secuencia armónica  $(HD_{\pm n})$ , ponderada

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Las definiciones de distorsiones utilizadas en las reglamentaciones son relativas a la corriente aparente nominal  $I_N$ . Este valor representa la corriente que corresponde a la potencia activa contratada aplicando un determinado factor de potencia que para el caso Argentino es de 0.85(ENRE, 1997b)



Figura 3.22: Filtro activo shunt en barra de 150kV.

para cada armónica  $(HDp_n)$ , el máximo permitido por la reglamentación para cada armónica y las distorsiones armónicas ponderadas totales (THDp). En el Apéndice B se dan las expresiones de cálculo de  $HD_{\pm n}$ ,  $HDp_n$  y THDp.

A partir del resultado de un filtrado activo *residual* se concluyó que era necesario un filtrado selectivo ya que si bien se cumplía con la distorsión THDp requerida, persistían problemas en armónicas individuales.

### 3.6.1. Grados de libertad del diseño del filtro selectivo

Lo primero a decidir es el método de cálculo (Serie o Paralelo) a utilizar. De acuerdo con las demostraciones del apartado 3.4, si se realiza control C, se debe usar cálculo Serie, si se utiliza método de control L, se debe utilizar método de cálculo Paralelo. Por lo tanto en este caso de control C se utilizará método de cálculo Serie.

Al momento del diseño hay que determinar las secuencias armónicas a filtrar: para cada una de ellas se presentan los siguientes grados de libertad:

• El tipo de filtro pasa bajos (IIR<sup>7</sup>, FIR<sup>8</sup>, etc.)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Infinite Impulse Response. La salida y en el instante t (y(t)) se calcula como una combinación lineal de las entradas y salidas del filtro anteriores de acuerdo a la expresión a(1)y(t) = b(1)x(t) + b(2)x(t-1) + ... + b(nb+1)x(t-tb) - a(2)y(t-1) - ... - a(ta+1)y(t-ta). Su respuesta al impulso se propaga al infinito.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Finite Impulse Response. Su respuesta al impulso es finita en el tiempo. La salida y(t) depende



Figura 3.23: Registro real y síntesis periódica.

- Orden del filtro pasa bajos
- Ancho de banda del filtro pasa bajos
- Ganancia del filtro pasa bajos
- Adelantos de fase <sup>9</sup>

Se utilizarán filtros pasa bajos de segundo orden implementados digitalmente como el complemento de filtros Butterworth *IIR* pasa altos. Ordenes mayores producen un retraso en las señales de tal magnitud que hace imposible el filtrado selectivo en tiempo real. Esta circunstancia se agrava en el caso de que las corrientes a filtrar no sean periódicas.

solamente de los valores pasados de la entrada x(t) por lo que  $a(i) = 0 \forall i \neq 1$ .

 $<sup>^{9}</sup>$ Estos adelantos de fase se introducen en la etapa de la demodulación de cada SFBC a efectos de compensar en alguna medida los retardos de cálculo y del VSI (Mattavelli, 2001).



Figura 3.24: Registro real y síntesis periódica: distorsión armónica de las secuencias  $(HD_{\pm n})$ , distorsión armónica ponderada en cada frecuencia  $(HDp_n)$ , distorsión armónica total ponderada (THDp) y máximos distorsiones armónicas permitidos por la reglamentación para cada frecuencia. Todas las distorsiones están normalizadas a la corriente aparente nominal  $I_N$  de la instalación.

#### 3.6.2. Ejemplo 1: Filtrado total de los armónicos 3, 5, 7 y 9

En este caso se utilizan ocho  $SFBC_C$  ya que la corriente a compensar tiene ambas secuencias armónicas en cada una de estas frecuencias. Como se desea un filtrado total, las ganancias de cada uno de los filtros pasa bajos  $G_{Ck}$  de cada  $SFBC_C$  deberán ser  $\lambda_k = 1$ . Para determinar los anchos de banda  $w_{ok}$  de cada  $G_{Ck}$  se elige en forma individual para cada  $SFBC_C$  el valor que logra filtrar mejor (y sin atenuar otras secuencias armónicas) cada secuencia armónica. Esta elección se hace en forma individual para cada filtro selectivo. Con los valores así elegidos se realiza el cálculo Serie con las 8  $SFBC_C$  selectivas. En la Fig.3.25 se muestran los espectros de las corrientes de linea  $i_L$  luego de simulado el filtrado, la corriente de carga  $i_C$  y los máximos permitidos. Se observa que los armónicos 3, 5, 7 y 9 se han reducido y los demás se han visto levemente modificados. En la Fig. 3.26 se muestran las corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$  para un par de ciclos de red. Se puede apreciar cómo el filtro activo toma indebidamente corriente en la frecuencia fundamental.



Figura 3.25: Corriente  $i_C$  sintetizada (periódica). Máximos permitidos y distorsiones armónicas ( $HDp \ y \ THDp$ ) de las corrientes  $i_C \in i_L$  luego del filtrado de las armónicas 3, 5, 7 y 9.



Figura 3.26: Corriente  $i_C$  sintetizada (periódica). Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$  para un par de ciclos de red.



Figura 3.27: Transferencia teórica del filtro selectivo utilizado:  $\frac{IL(w)}{IC(w)_S} = \prod (1 - G_{Ck}).$ 



Figura 3.28: Detalle en torno a 50Hz de la transferencia teórica del filtro selectivo utilizado.

La transferencia teórica del filtrado selectivo utilizado es

$$\frac{IL(w)}{IC(w)}_{S} = \prod [1 - G_{Ck}(w \mp w_{k})]$$
(3.6.1)

donde el signo - se utiliza en el caso de  $SFBC_C$  de secuencia positiva y el signo + cuando es filtrado de secuencia negativa. En la Fig.3.27 se muestra la transferencia teórica del filtro selectivo utilizado. En la Fig. 3.28 se ve un detalle de ésta en un entorno de 50Hz. Se puede concluir que:

- La transferencia muestra como se anulan las secuencias 3, 5, 7 y 9 positivas y negativas.
- La transferencia no es neutra en la frecuencia fundamental.

La causa de que se tenga corriente de la frecuencia fundamental de red en la corriente del filtro activo es que cada uno de los filtros selectivos va tomando, por no ser ideales, un poco de corriente de esta frecuencia. Por lo tanto se deberá eliminar de la corriente  $i_F$  las corrientes fundamentales de secuencia positiva y negativa  $I_+$  e  $I_-$ . La forma de realizar esta tarea está descrita en el Capítulo 1. En similitud con el esquema del filtrado de la Fig. 1.8, se obtiene la Fig.3.29. De la misma forma que se demostró que la transferencia  $\frac{I_F(w)}{I_C(w)}$  de una  $SFBC_C$  es  $-G(w \mp w_c)^{10}$  siendo G(w) un filtro pasa bajos, se demuestra que la transferencia de una RFBC es  $-M(w \mp w_c)$  siendo M(w)un filtro pasa altos. Por lo tanto  $-M(w \mp w_c)$  es un tipo de filtro suprime banda (suprime una secuencia armónica, positiva o negativa).

Luego la transferencia  $\frac{I_F(w)}{I_C(w)}$  de las dos RFBC en serie tal como muestra la Fig. 3.29 para  $w_c = w_1$ , es  $M(w - w_1).M(w + w_1)$ . Esta transferencia corresponde a un filtro de coeficientes reales suprime banda convencional (filtro *notch*).

Finalmente la transferencia teórica total del método de cálculo que se denominará Serie Residual (SR) resulta

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = 1 - M(w - w_1)M(w + w_1) \prod G_{Ck}$$
(3.6.2)

en la Fig. 3.30 se muestra esta transferencia para el caso en estudio. En la Fig. 3.31 se ve un detalle de la misma en un entorno de los 50Hz

Con esta nueva estrategia de filtrado Serie Residual se obtienen las corrientes de la Fig.3.33 y las distorsiones individuales HDp y total THDp de la Fig.3.33. En las mismas se observa cómo se ha eliminado de la corriente del filtro activo la corriente de frecuencia de red.

 $<sup>^{10}\</sup>mathrm{El}$ signo será - si se filtra una secuencia positiva <br/>o+si es negativa



Figura 3.29: Método C: Filtrado selectivo múltiple con cálculo Serie y filtrado Residual para eliminar de la corriente del filtro las secuencias de corriente  $I_+$  e  $I_-$ : Método de cálculo Serie-Residual.

Si en vez de usar el registro periódico sintetizado se usan los datos reales no periódicos, el resultado que se obtiene en las corrientes se muestra en la Fig.3.34 y en las distorsiones en la Fig.3.35. Se observa cómo se ha reducido selectivamente los armónicos 3, 5, 7 y 9 dejando los demás levemente modificados.

#### 3.6.3. Ejemplo 2: Filtrado selectivo para cumplir la reglamentación

Como ya se ha dicho, las reglamentaciones sobre emisión armónica establecen dos requerimientos:

- No sobrepasar cierta distorsión armónica total THD
- No sobrepasar cierta distorsión armónica HD causada por cada armónica individual

En el Capítulo 5 se verá un criterio de cálculo óptimo por el cual se determinan las ganancias  $\lambda_i$  de los diferentes SFBC a efectos de cumplir con los requisitos en las armónicas individuales y de  $THD^{11}$ . El cálculo óptimo minimiza la corriente del filtro activo  $i_F$ .



Figura 3.30: Serie-Residual:  $G_{LC} = \frac{IL(w)}{IC(w)}_{SR} = 1 - M(w - w_1)M(w + w_1)\prod(G_{Ck})$ 



Figura 3.31: Detalle de la transferencia en torno a 50Hz.



Figura 3.32: Corriente  $i_C$  sintetizada (periódica). Cálculo Serie Residual: Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$  para un par de ciclos de red.



Figura 3.33: Corriente  $i_C$  sintetizada (periódica). Cálculo Serie Residual: Máximos permitidos y distorsiones HDp y THDp de las corrientes  $i_C$  e  $i_L$  luego del filtrado de las armónicas 3, 5, 7 y 9.



Figura 3.34: Corriente  $i_C$  real (no periódica). Cálculo Serie Residual: Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$  para un par de ciclos de red.

En este ejemplo se supondrán ya elegidas las secuencias armónicas sobre las que se actuará selectivamente y las ganancias óptimas asociadas. La Fig. 3.36 muestra las ganancias óptimas que hacen que la corriente sintética periódica del registro 3 cumpla la reglamentación. La Fig. 3.37 muestra los valores correspondientes a la corriente real. Como se desprende de las figuras, se actuará selectivamente hasta la armónica 10 inclusive, requiriéndose 15 o 16 SFBCs.

Las pequeñas diferencias son consecuencia de la mejor respuesta dinámica del filtro cuando la señal es periódica. Esto provoca una disminución en las ganancias de los diferentes SFBC necesarias para cumplir con la reglamentación. Esto será tratado en profundidad en el Capítulo 5.

Como ya se ha establecido se usan filtros pasa bajos implementados como el complemento de filtros pasa altos Butterworth de orden 2.

Por lo tanto sólo queda por determinar los anchos de banda  $w_k$  y los adelantos que se aplicarán en la demodulación de cada SFBC.

 $<sup>^{11}{\</sup>rm Se}$ impone que se cumpla que la THDp ponderada trifásica definida en el Apéndice B sea menor o igual que lo que establece la reglamentación



Figura 3.35: Corriente  $i_C$  real (no periódica). Cálculo Serie Residual: Máximos permitidos y distorsiones HDp y THDp de las corrientes  $i_C$  e  $i_L$  luego del filtrado de la 3, 5, 7 t 9 armónica

Nuevamente para determinar los valores  $w_k$  se elige para cada filtro selectivo el valor que logra filtrar cada secuencia armónica de la mejor forma. Esta elección se hace en forma individual para cada filtro selectivo. En el mismo proceso se elige el *adelanto* más adecuado. En este proceso de selección individual de anchos de banda  $w_{ok}$  y *adelantos* se busca filtrar el máximo de la secuencia armónica particular sin atenuar otras secuencias armónicas.

#### Datos sintetizados periódicos

En el caso de la corriente sintetizada periódica, en una primera instancia se arriba a determinados valores óptimos individuales de los anchos de banda  $w_{ok}$  de los 15 SFBCs. Posteriormente se debe hacer una optimización local tomando como valor de partida los óptimos individuales. La consigna de la optimización es la de minimizar la corriente  $Imax_{95}^{12}$ . De este último proceso de cálculo surgen valores wo optimizados

 $<sup>^{12}</sup>Imax_{95}$  es el percentil 95 % de las corrientes instantáneas que debe tomar el filtro activo. Por lo tanto se puede decir que si el inversor del filtro activo puede suministrar dicho valor de corriente, se podrá cumplir en hasta un 95 % con los requerimientos calculados.



Figura 3.36: Corriente  $i_C$  sintetizada (periódica). Ganancias óptimas.



Figura 3.37: Corriente  $i_C$  real (no periódica). Ganancias óptimas.

para la corriente particular en estudio. Para este ejemplo con corriente periódica, por haber buscado el óptimo local y no haberse quedado con los valores iniciales obtenidos individualmente, se logra disminuir un 7% el tamaño del filtro activo requerido<sup>13</sup>

Por otra parte, por la búsqueda del los *adelantos* óptimos se logra disminuir el tamaño del filtro activo un 2%. Se debe tener en cuenta que estos adelantos deberán ser recalculados al momento de considerar los inevitables retardos *reales* adicionales como los que puede causar el control del VSI. Por ejemplo en el trabajo (Mattavelli, 2001) se presenta un criterio para su determinación teórica de acuerdo al retardo del control del VSI del filtro activo.

La Fig.3.38 muestra la corriente original periódica  $i_C$ , la corriente final  $i_L$  luego del filtrar y la corriente  $i_F$  del filtro activo. La Fig. 3.39 muestra las distorsiones armónicas de estas corrientes junto con los máximos permitidos.

Finalmente la corriente  $Imax_{95}$  de la corriente  $i_F$  resulta en un valor de 10.6A y la corriente eficaz (RMS) de 5.8A.<sup>14</sup>.

#### Datos reales no periódicos

En este caso se procede de igual forma que la recién vista con la diferencia que al realizar la búsqueda individual de los anchos de banda  $w_{ok}$  y *adelantos* óptimos de cada SFBC, no es tan fácil la elección de los mismos. En particular es prácticamente imposible determinar los *adelantos* óptimos individuales. Se debe tener en cuenta que ciclo a ciclo de los 15 ciclos de red que contiene el registro real, los contenidos de secuencias armónicas son variables. Quizás la mejor forma de compensar sería calcular para cada ciclo el conjunto de valores  $w_{ok}$  y *adelantos* óptimos. En este trabajo y como primera aproximación se utilizará un único conjunto de valores  $w_{ok}$  en los 15 ciclos de red. por lo tanto el resultado al que se arriba es un promedio de buenas y malas compensaciones en torno a un *óptimo* hallado en valores medios.

Si bien no se puede determinar el conjunto de *adelantos* óptimos, si se usa para la simulación del filtrado del registro real los *adelantos* óptimos que se obtuvieran para la corriente sintética periódica, se logra reducir un 4% la corriente  $Imax_{95}$ .

Posteriormente se hace la optimización local tomando como valor de partida los óptimos individuales con la consigna de minimizar la corriente  $Imax_{95}$ . Para este

 $<sup>^{13}\</sup>mathrm{El}$  filtro activo utilizando el resultado de la optimización matemática local es un 7 % más chico que el filtro activo resultante de utilizar los óptimos individuales inicialmente obtenidos (que luego son las condiciones iniciales para la optimización matemática local realizada).

 $<sup>^{14}</sup>$ Se debe recordar que todos los valores están normalizados a la tensión de red de 150kV



Figura 3.38: Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$ . Corriente  $i_C$  sintética (periódica). Cálculo Serie Residual. Filtro selectivo óptimo que hace cumplir la reglamentación.



Figura 3.39: Espectros de las corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  y máximos permitidos. Corriente  $i_C$  sintética (periódica). Cálculo Serie Residual. Filtro selectivo óptimo que hace cumplir la reglamentación.

ejemplo con corriente real, por haber buscado el óptimo local se logra disminuir un 2% el tamaño del filtro activo requerido.

La Fig.3.40 muestra la corriente real  $i_C$ , la corriente final  $i_L$  luego del filtrar y la corriente  $i_F$  del filtro activo. La Fig. 3.41 muestra las distorsiones armónicas de estas corrientes junto con los máximos permitidos.

La corriente  $Imax_{95}$  de la corriente  $i_F$  resulta en un valor de 10.2A y la corriente eficaz (RMS) de 5.7A. Finalmente la transferencia teórica (3.6.2) se muestra en la Fig.3.42 en donde se marca con círculos pequeños los valores  $\lambda_i$  objetivo que arrojara el cálculo óptimo correspondiente.

#### **3.6.4.** Conclusiones : Filtrado selectivo múltiple

Los resultados muestran la potencialidad del filtrado selectivo. Si se compara el resultado logrado con el filtrado residual analizado en el apéndice C, se puede concluir que:

- El filtrado residual puede hacer cumplir la *THDp* que establece la reglamentación pero tiene problemas para hacer cumplir los requerimientos en armónicas individuales.
- El filtrado selectivo logra cumplir con todos los requisitos de la reglamentación.
- Por lograr cumplir con los requisitos, el filtrado selectivo, en este ejemplo particular, necesita un inversor de una capacidad 25 % mayor<sup>15</sup>.

Otro aspecto a resaltar es el hecho de que el conjunto de valores de anchos de banda de los diferentes SFBC son específicos para cada corriente a filtrar. Ni siquiera se obtienen buenos resultados intercambiando mutuamente los óptimos hallados con la corriente sintética periódica y con el registro real. Se debe entender la optimización de los valores  $w_{ok}$  como aquella que logra compensar lo mejor posible las interferencias entre todos los filtros selectivos SFBC. Arribar al óptimo que requiera un inversor de mínimo tamaño dependerá de la diversidad de secuencias armónicas presentes en la corriente a compensar y los niveles a los que se debe llegar para cumplir la reglamentación. De los ejemplos mostrados surge la conveniencia de intentar encontrar el óptimo *local* ya que se logran reducciones relativas importantes en el tamaño del inversor.

 $<sup>^{15}</sup>$ La corriente  $Imax_{95}$  en el filtrado residual era de 8.1A y la corriente RMS era de 4.7A.



Figura 3.40: Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$ . Corriente  $i_C$  real (no periódica). Cálculo Serie Residual. Filtro selectivo óptimo que hace cumplir la reglamentación.



Figura 3.41: Espectros de las corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  y máximos permitidos. Corriente  $i_C$  real (no periódica). Cálculo Serie Residual. Filtro selectivo óptimo que hace cumplir la reglamentación.



Figura 3.42: Transferencia  $\frac{IL(w)}{IC(w)}_{SR} = 1 - M(w - w_1)M(w + w_1) \prod G_{Ck}$ . Los círculos marcan los valores  $\lambda_k$  objetivo. En punteado se muestran los diferentes filtros involucrados  $G_{Ck}(w \mp w_k)$ ,  $M(w - w_1)$  y  $M(w + w_1)$ 

Finalmente, la búsqueda de los *adelantos* óptimos contribuye en menor medida a la reducción del inversor del filtro activo (se destaca que no se han explorado las mejoras que ofrecería al momento de utilizar los mismos para compensar los retardos propios del control del inversor).

# Capítulo 4 Generalización a filtros híbridos

En el capítulo anterior se analizó la instalación de un filtro activo en el PCC en barras de  $U_L = 150kV$  (ver Fig. 3.21 y 3.22). Otros puntos de conexión alternativos pueden ser las barras de 31.5kV, 6kV o 0.4kV.



Figura 4.1: Ubicación en barras de  $U_C = 31,5kV$  del filtro activo reutilizando el condensador de compensación de reactiva mediante configuración híbrida.

En particular puede ser interesante utilizar una configuración híbrida como la mostrada en la Fig. D.4 del apéndice D reutilizando el condensador de compensación de reactiva instalado en barras de  $U_C = 31,5kV$ . El circuito detallado quedaría tal como muestra la Fig. 4.1.

# 4.1. Modelo genérico de un filtro híbrido



Figura 4.2: Filtro activo híbrido en barras de  $U_C = 31,5kV$ .



Figura 4.3: Modelo de un sistema genérico con filtro shunt híbrido.

Teniendo en cuenta este circuito, el esquema de la Fig. 4.3 modela todos los elementos del sistema a analizar.

La impedancia  $Z_{PF}$  es la serie de un condensador  $C_{PF}$ , una inductancia  $L_{PF}$ y una resistencia  $R_{PF}$ . La impedancia  $Z_L$  es una inductancia  $L_L$  en serie con una resistencia  $R_L$  que básicamente es asimilable a la impedancia de corto circuito aguas



Figura 4.4: Modelo equivalente Norton.

arriba del punto de conexión del filtro activo. En este caso en estudio corresponde casi exclusivamente a la impedancia de corto circuito del tranformador 150/31.5kV.

En la Fig. 4.4 se sustituye el filtro híbrido por su equivalente Norton. Las siguientes ecuaciones representan la dinámica del circuito

$$i_F = \frac{U_L}{Z_L + Z_{PF}} - i_C \frac{Z_L}{Z_L + Z_{PF}} - U_{AF} \frac{1}{Z_L + Z_{PF}}$$
(4.1.1)

$$i_L = \frac{U_L}{Z_L + Z_{PF}} + i_C \frac{Z_{PF}}{Z_L + Z_{PF}} - U_{AF} \frac{1}{Z_L + Z_{PF}}$$
(4.1.2)

$$i_L = i_C + i_F$$
 (4.1.3)

El control del sistema tiene como entrada una corriente  $(i_C \circ i_L \operatorname{según} \operatorname{sea} \operatorname{método} de \operatorname{control} C \circ L)$  y debe calcular la tensión  $U_{AF}$  de referencia del VSI. A dicha transferencia se la define como  $Z_{eq}^{-1}$  que será (4.1.4) o (4.1.5) según sea método de control L o C respectivamente.

$$U_{AF} = i_C Z_{eq} \tag{4.1.4}$$

$$U_{AF} = i_L Z_{eq} \tag{4.1.5}$$

Sustituyendo estas definiciones en (4.1.1) y (4.1.2) se obtienen para el método de control C

$$i_F = \frac{U_L}{Z_L + Z_{PF}} - i_C \frac{Z_L + Z_{eq}}{Z_L + Z_{PF}}$$
(4.1.6)

$$i_L = \frac{U_L}{Z_L + Z_{PF}} - i_C \frac{Z_{eq} - Z_{PF}}{Z_L + Z_{PF}}$$
(4.1.7)

y para el método de control L

$$i_F = \frac{U_L}{Z_{PF}} - i_L \frac{Z_L + Z_{eq}}{Z_{PF}}$$
(4.1.8)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Se define con Z ya que la transferencia tiene las mismas dimensiones que una impedancia

$$i_L = \frac{U_L}{Z_L + Z_{PF} + Z_{eq}} + i_C \frac{Z_{PF}}{Z_L + Z_{PF} + Z_{eq}}$$
(4.1.9)

En la hipótesis de que  $U_L = 0$  para los armónicos diferentes del primero (tensión de alimentación del sistema puramente sinusoidal), (4.1.7) y (4.1.9) se pueden escribir como

$$\frac{i_L}{i_C} = \frac{1 - \frac{Z_{eq}}{Z_{PF}}}{1 + \frac{Z_L}{Z_{PF}}} \tag{4.1.10}$$

$$\frac{i_L}{i_C} = \frac{1}{1 + \frac{Z_L}{Z_{PF}} + \frac{Z_{eq}}{Z_{PF}}}$$
(4.1.11)

que representan las transferencias genéricas de los métodos de control C y L respectivamente.

## 4.2. Método de cálculo Paralelo o Serie

Se desea realizar un filtrado selectivo de múltiples secuencias armónicas. El control deberá calcular la referencia  $U_{AF}$  del VSI del filtro activo. Para cada secuencia armónica a filtrar, se debe calcular la tensión de referencia  $U_{AFi}$ . Luego el control deberá sumarlas para obtener el valor final cumpliéndose

$$U_{AF} = \sum U_{AFi} \tag{4.2.1}$$

La Fig. 4.5 muestra el esquema equivalente Norton del filtrado selectivo múltiple en este caso<sup>2</sup>.

Nuevamente surge la posibilidad de realizar cálculos Paralelo (P) o Serie (S). Se deberán analizar por separado para las alternativas de método de control C o L.

#### 4.2.1. Método de control C: Cálculo Paralelo

La Fig. 4.6 muestra el equivalente Norton del circuito de potencia y el control considerado. Todos las fuentes de corriente  $U_{AFi}/Z_{PF}$  son calculadas con sus correspondientes SFBC y reciben en su entrada la misma corriente  $i_C$ . Por lo tanto se pueden definir, en similitud con (4.1.4), las sub transferencias  $Z_{eqi}$  de tal forma que

$$U_{AFi} = i_C Z_{eqi} \tag{4.2.2}$$

 $<sup>^2 {\</sup>rm Al}$ igual que en los capítulos anteriores se asumirá que el filtro activo copia la referencia obtenida con el control en la salida del VSI por lo que se seguirán utilizando esquemas combinados control/potencia



Figura 4.5: Circuito equivalente Norton en el caso de filtrado selectivo múltiple con filtro activo híbrido.



Figura 4.6: Método de control C y cálculo Paralelo

Utilizando (4.2.1) resulta

$$U_{AF} = \sum U_{AFi} = \sum i_C Z_{eqi} = i_C \sum Z_{eqi}$$
(4.2.3)

pudiéndose identificar la transferencia del control definida en (4.1.4) como

$$Z_{eq} = \sum Z_{eqi} \tag{4.2.4}$$

Sustituyendo  $Z_{eq}$  en (4.1.10) utilizando (E.1.2) se obtienen las transferencias finales

$$\frac{IL(w)}{IC(w)}_{P} = \frac{1 - \sum \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}}{1 + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.5)

$$\frac{IF(w)}{IC(w)}_{P} = -\frac{\sum \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}} + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}{1 + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.6)

Nuevamente al utilizar métodos de cálculo Paralelo se obtienen resultados en donde aparecen sumas<sup>3</sup> de transferencias  $Z_{eqi}$  sobre las que se tendrá que operar a efectos de lograr determinado filtrado selectivo.

Si se desea filtrar cierta secuencia armónica, se deberá imponer que algún término de la sumatoria tome el valor 1. Esto equivale a imponer en dicha secuencia armónica

$$\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}} = 1 \tag{4.2.7}$$

o lo que es lo mismo,  $\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}$  deberá ser un filtro del tipo pasa banda en similitud a lo que se le imponía a los filtros  $G_{Ck}(w \mp w_c)$  ya analizados en el Capítulo 3.

La aparente complicación que representa tener que considerar el valor que toma  $Z_{PF}$  para dicha secuencia armónica no es otra cosa que reconocer que la implementación real de un filtro activo consiste en un inversor de tensión (VSI) que tendrá básicamente para las frecuencias armónicas a  $Z_{PF}$  como impedancia de carga.

### 4.2.2. Método de control C: Cálculo Serie



Figura 4.7: Método de control C y cálculo Serie.

Al igual que lo planteado en el apartado 3.2 se propone una metodología de cálculo Serie.

Sea la Fig. 4.7. Se debe comenzar el análisis de derecha a izquierda. El primer módulo  $SFBC_C$  calcula la referencia  $U_{AF1}$  de la primera fuente de corriente

$$U_{AF1} = i_C Z_{eq1} (4.2.8)$$

 $<sup>^3\</sup>overline{\rm Se}$ recuerda la transferencia del método de ControlCy método de cálculo Paralelo vista:  $\frac{IL(w)}{IC(w)_P}=1-\sum G_{Ck}$ 

por lo que la fuente de corriente resulta

$$\frac{U_{AF1}}{Z_{PF}} = i_C \frac{Z_{eq1}}{Z_{PF}} \tag{4.2.9}$$

que junto con la corriente  $i_C$  determina

$$i_{L1} = i_C \left(1 - \frac{Z_{eq1}}{Z_{PF}}\right) \tag{4.2.10}$$

La corriente  $i_{L1}$  será la corriente de entrada para el cálculo de la segunda fuente de corriente mediante el segundo  $BFSC_C$ .

Siguiendo este razonamiento se llega a que

$$i_{Li} = i_C \left(1 - \frac{Z_{eq1}}{Z_{PF}}\right) \dots \left(1 - \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}\right) = i_C \prod \left(1 - \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}\right)$$
(4.2.11)

Luego resolviendo el nudo eléctrico, la corriente total de todas las fuentes de corrientes es

$$\frac{U_{AF}}{Z_{PF}} = i_C - i_{Li} \tag{4.2.12}$$

Sustituyendo la definición de  $Z_{eq}$  (4.1.4) y (4.2.11) en (4.2.12) resulta

$$\frac{Z_{eq}}{Z_{PF}} = 1 - \prod \left(1 - \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}\right)$$
(4.2.13)

Finalmente sustituyendo este resultado en (4.1.10) y utilizando (E.1.2) se obtiene la transferencia para el método de cálculo Serie y método de control C

$$\frac{IL(w)}{IC(w)_{S}} = \frac{\prod(1 - \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}})}{1 + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.14)

$$\frac{IF(w)}{IC(w)}_{S} = -\frac{\prod(\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}} - 1) + 1 + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}{1 + \frac{Z_{L}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.15)

Nuevamente en el método Serie, aparecen productos de transferencias<sup>4</sup>.

Si se desea filtrar cierta secuencia armónica se deberá imponer que algún factor del producto se anule. Esto equivale nuevamente a imponer en dicha secuencia armónica

$$\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}} = 1 \tag{4.2.16}$$

o lo que es lo mismo,  $\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}$  deberá ser del tipo filtro pasa banda en similitud a lo que se le imponía a los filtros  $G_{Ck}(w \mp w_c)$  ya analizados en el Capítulo 3.

<sup>4</sup>La transferencia del método C y cálculo Serie ya vista era  $\frac{IL(w)}{IC(w)_S} = \prod (1 - G_{Ck})$ 

## 4.2.3. Método de control L: Cálculo Paralelo y Serie

Para el caso Paralelo, utilizando una metodología similar a la recién vista se arriba a que

$$Z_{eq} = \sum Z_{eqi} \tag{4.2.17}$$

y las transferencias quedan

$$\frac{IL(w)}{IC(w)}_{P} = \frac{1}{\frac{Z_{L}}{Z_{PF}} + 1 + \sum \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.18)

$$\frac{IF(w)}{IC(w)}_{P} = -\frac{\frac{Z_{L}}{Z_{PF}} + \sum \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}}{\frac{Z_{L}}{Z_{PF}} + 1 + \sum \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}}$$
(4.2.19)

Luego para método de cálculo Serie se llega a que

$$\frac{Z_{eq}}{Z_{PF}} = \prod \left(1 + \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}\right) - 1 \tag{4.2.20}$$

y las transferencias quedan

$$\frac{IL(w)}{IC(w)}_{S} = \frac{1}{\frac{Z_{L}}{Z_{PF}} + \prod(1 + \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}})}$$
(4.2.21)

$$\frac{IF(w)}{IC(w)}_{S} = \frac{1 - \frac{Z_{L}}{Z_{PF}} - \prod(1 + \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}})}{\frac{Z_{L}}{Z_{PF}} + \prod(1 + \frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}) - 1}$$
(4.2.22)

Según lo analizado en el Capítulo  $3^5$ , si se desea filtrar selectivamente, los factores  $\frac{Z_{eqi}}{Z_{PF}}$  deberán ser del tipo filtro pasa bandas de ganancia

$$\lambda_L >> 1 \tag{4.2.23}$$

## 4.2.4. ¿Paralelo o Serie?

Las conclusiones referentes a la conveniencia de utilizar el método de cálculo Serie en el caso de método de control C son directamente trasladables al caso híbrido genérico.

En forma análoga, se concluye que el método de cálculo Paralelo es mejor que el Serie si se realiza control L.

La principal diferencia entre las demostraciones hechas en el Capítulo 3 y el caso híbrido en estudio radica en la aparición de la transferencia del sistema pasivo compuesto por  $Z_L$  y  $Z_{PF}$ . Como se verá a continuación, estos elementos pasivos juegan un papel fundamental al momento de decidir qué se filtra con el elemento activo y qué con el elemento pasivo del filtro híbrido.

 $^5 {\rm Se}$ había llegado a que $\frac{IL(w)}{IC(w)}_P = \frac{1}{1+\sum G_{Lk}}$  y $\frac{IL(w)}{IC(w)}_S = \frac{1}{\prod(1+G_{Lk})}$ 

# 4.3. Transferencia del sistema pasivo $Z_L - Z_{PF}$



Figura 4.8: Circuito pasivo a estudiar.

La transferencia de corriente del sistema pasivo que muestra la Fig. 4.8 es

$$\frac{IL(w)}{IC(w)} = \frac{1}{1 + \frac{Z_L}{Z_{PF}}}$$
(4.3.1)

Esta transferencia tiene un cero en la frecuencia de resonancia de la impedancia  $Z_{PF}$ 

$$f_{PF} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{PF} L_{PF}}}$$
(4.3.2)

y un polo en la frecuencia de resonancia entre el filtro  $Z_{PF}$  y la impedancia de cortocircuito  $Z_L$  de la línea

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{PF}(L_{PF} + L_L)}}$$
(4.3.3)

Es común encontrar sistemas como el que se está estudiando, en donde  $Z_L$  y  $C_{PF}$ ya existen (Fig. 3.21)( $C_{PF}$  es la compensación de potencia reactiva del sistema) por lo que el sistema original tiene una transferencia que presenta un polo de resonancia en la frecuencia

$$f_Q = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{PF}L_L}} \tag{4.3.4}$$

La Fig. 4.9 muestra una gráfica de la transferencia original en el ejemplo estudiado. Recordando la Fig. 3.24 en donde se mostraba el contenido armónico de un registro real de la corriente en barras de 150kV, dada la resonancia presente, es posible entender el alto contenido de armónicas 8, 9 y 10. Esto concuerda con el hecho



Figura 4.9: Transferencia IL/IC del filtro pasivo original  $Z_L - C_{PF}$  donde se aprecia la resonancia en la frecuencia  $f_Q$ .

de que un horno de arco no consume corriente en una frecuencia particular dada la aleatoriedad del proceso.

A partir de (4.3.2), (4.3.3) y (4.3.4) se puede calcular la relación que vincula  $f_{PF}$ ,  $f_R$  y  $f_Q$ 

$$f_{PF} = f_R \sqrt{\frac{1}{1 - (\frac{f_R}{f_Q})^2}} \tag{4.3.5}$$

Si se normalizan las frecuencias  $f_R \ge f_{PF}$  a la frecuencia fundamental del sistema  $f_1$ , resulta la expresión

$$\frac{f_{PF}}{f_1} = \frac{f_R}{f_1} \sqrt{\frac{1}{1 - (\frac{f_R/f_1}{f_Q/f_1})^2}}$$
(4.3.6)

La Fig. 4.10 muestra la gráfica de (4.3.6) para los valores reales del sistema bajo estudio. La Fig. 4.11 muestra la transferencia pasiva resultante para varios valores de  $f_R$  donde se ha establecido un determinado factor de calidad  $Q_{PF}^6$  de 40 para el filtro  $Z_{PF}$ .

Se puede establecer que:

- La frecuencia  $f_R$  siempre es menor que  $f_Q$
- A medida que  $f_R$  se acerca a  $f_Q$ , la frecuencia  $f_{PF}$  tiende a infinito

$${}^{6}R_{PF} = \frac{2\Pi f_{PF}L_{PF}}{Q_{PF}}$$


Figura 4.10: Relaciones entre  $f_{PF}$ ,  $f_R$ ,  $f_Q$  y  $f_1$ .

- $f_R$  es siempre menor que  $f_{PF}$
- A medida que  $f_R$  se hace menor,  $f_{PF}$  se acerca a  $f_R$  y la transferencia tiende a compensar el polo con el cero.
- Es conveniente elegir  $f_R$  en valores interarmónicos para minimizar la resonancia. Al mismo tiempo que se debe tratar que  $f_{PF}$  caiga en valores en donde sea conveniente filtrar con el filtro pasivo.
- Si  $f_R$  es menor que  $f_Q/\sqrt{2}$ ,  $f_{PF}$  es menor que  $f_Q$
- Si  $f_R$  es mayor que  $f_Q/\sqrt{2}$ ,  $f_{PF}$  es mayor que  $f_Q$

## 4.4. Ejemplo de Filtro Híbrido

Se tomará como caso a estudiar el ya visto en los casos anteriores utilizando el registro real tomado como referente. El esquema de potencia es el de la Fig.4.2.

La elección de  $f_R$  (y en consecuencia la de  $f_{PF}$ ) determinan el polo y cero de la transferencia pasiva. En la eventualidad de que el filtro activo esté fuera de servicio (su salida en corto circuito), el filtro pasivo podrá contribuir en la disminución de la THDp y no deberá amplificar con su polo frecuencias armónicas de la carga. Por otra parte se debe optimizar el filtrado selectivo a efectos de tener mínima corriente por el Filtro Activo. Por lo tanto la optimización del elemento pasivo y activo deben ser hechas en conjunto y teniendo en cuenta la corriente a filtrar.



Figura 4.11: Transferencia IL/IC pasiva original y final para varios valores de  $f_R$ .

De la Fig. 4.11 se puede inferir que valores bajos de  $f_R$  como 3,5 $f_1$  son más adecuados que valores más altos como 6,5 $f_1$  debido a que tienen menos propagación armónica al ser menor la ganancia en el polo de frecuencia  $f_R$ . Sin embargo cuanto más bajo es  $f_R$ , más baja es  $f_{PF}$  y más grande es el valor de la inductancia  $L_{PF}$ . Por otra parte cuanto más alta es  $f_R$  ( $f_{PF}$ ), más grande deberá ser la resistencia  $R_{PF}$  y por lo tanto más grandes las pérdidas en ella<sup>7</sup>.

La primera y segunda gráfica de la Fig. 4.12 se construyeron calculando el valor de  $Imax_{95}$  y la THDp que se obtiene con sólo el filtro pasivo  $Z_{PF}$  al variar el valor de la frecuencia  $f_R$ .

Si se toma como criterio que, por sí solo, el filtro pasivo filtre lo máximo posible y tenga mínima corriente, de la primera y segunda gráfica de Fig.4.12 se podría

 $<sup>^7</sup>R_{PF}$ se diseña de tal forma que el factor de calidad del filtro $Z_{PF}$ sea 40

seleccionar  $f_R = 2.8f_1$ . Sin embargo la presencia cercana de resonancia en 150Hz recomendaría alejarse de dicha zona. Por otra parte, para  $f_R = 2.8f_1$ ,  $L_{PF}$  tendría un valor relativamente grande.

Si se toma como criterio que, luego de diseñado el filtro híbrido selectivo, su inversor tome mínima corriente  $(Imax_{95})$ , de la tercer gráfica de la Fig. Fig.4.12 se deberá seleccionar  $f_R = 3,5f_1$ . Esta gráfica fue construida a partir de calcular para cada valor  $f_R$ , el filtro óptimo selectivo que minimiza  $Imax_{95}$  y respetar la reglamentación<sup>8</sup> sobre emisión armónica. También con  $f_R = 4,3f_1$  se obtienen resultados semejantes pero con la consiguiente reducción del valor de  $L_{PF}$  (y de  $R_{PF}$ ).



Figura 4.12: Arriba y al medio: Imax95 y THDp con solamente el filtro pasivo. Abajo: Imax95 de los óptimos selectivos que se obtienen cumpliendo la reglamentación. Abscisas:  $f_R/f_1$ .

Es interesante notar como, en algunos casos, el filtro activo híbrido selectivo óptimo logra hacer cumplir la reglamentación (THDp = 12%) con menos corriente  $Imax_{95}$  que si estuviese el filtro pasivo sólo (donde no alcanza a cumplirse la reglamentación). Este aspecto se hace más que evidente cuando se selecciona  $f_R$  en

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Esta optimización se verá en el próximo capítulo



Figura 4.13: Ganancias  $\lambda_i$ : Filtrando selectivo óptimo con  $f_R = 4,3f_1$ .

una frecuencia armónica de red. En estos casos el filtro híbrido óptimo intenta contrarrestar selectivamente el efecto de la resonancia filtrando la corriente de carga. Como se demuestra en el Apéndice H, cuando el retraso de fase del filtro pasivo es mayor que cierto valor, el filtrado selectivo hace que se consuma menos corriente  $i_F$ al mismo tiempo que se obtienen mejores resultados en la THDp de la corriente  $i_L$ .

Retomando el ejemplo en estudio, para  $f_R = 4,3f_1$  se obtiene el filtrado óptimo selectivo<sup>9</sup> con las ganancias  $\lambda_i$  que muestra la Fig. 4.13. La Fig. 4.14 y 4.15 muestran las corrientes involucradas y sus espectros. La corriente  $Imax_{95}$  de la corriente  $i_F$ resulta en un valor de 12.3A y la corriente eficaz (*RMS*) de 8A<sup>10</sup>.

En la gráfica de la corriente  $i_F$  se puede ver como además de los armónicos de corriente está presente la corriente reactiva de la frecuencia fundamental.

En la Fig.4.16 se muestra la transferencia IL/IC del filtrado selectivo.

Finalmente en la Fig.4.17 se muestra la tensión  $U_{AF}$  que deberá imponer el VSI del filtro activo en su fase R. Mediante simulación se verifica que esta tensión puede ser sintetizada mediante PWM sinusoidal con una frecuencia de portadora de 4.8kHz

 $<sup>^9\</sup>mathrm{M\acute{e}todo}$  de control Cy método de cálculo Serie

 $<sup>^{10}\</sup>mathrm{El}$ filtro híbrido está conectado en 31.5kV pero todos los valores están normalizados a la tensión de red de 150kV



Figura 4.14: Corriente  $i_C$  real. Cálculo Serie Residual Híbrido: Corrientes  $i_C$ ,  $i_L$  e  $i_F$  para unos ciclos de red.



Figura 4.15: Corriente  $i_C$  real. Cálculo Serie Residual Híbrido: Máximos permitidos,  $HDp \ y \ THDp$  de las corrientes originales  $i_C$ , las corrientes  $i_L$  luego del filtrado híbrido selectivo y las corrientes  $i_L$  con sólo el filtro pasivo.



Figura 4.16: Transferencia $i_L/i_C$  del filtro híbrido selectivo.



Figura 4.17: Tensión  $U_{AF}$  que deberá imponer el VSI en su fase R.

y una tensión  $V_{CC}$  de alimentación de continua del VSI de 160kV<sup>11</sup>.

### 4.5. Comparación entre el filtro activo y el híbrido

Todos las magnitudes están normalizadas a la tensión de red de 150kV.

La Fig. 4.18 muestra la corriente  $i_F$  en el caso visto en el apartado 3.6, instalando un filtro activo en barras de 150kV y (el caso recién visto) instalando un filtro activo híbrido en barras de 31.5kV.

La Fig. 4.19 muestra los espectros finales de las corrientes  $i_L$  en uno y otro caso. Ambos filtrados cumplen la reglamentación.

En el caso de un filtro activo conectado en 150kV la corriente  $Imax_{95}$  es de 10.2A y la corriente eficaz (RMS) de es 5.7A. En el caso híbrido, estos valores son 12.3A y 8A respectivamente. Por lo tanto el caso híbrido requeriría un VSI con llaves con capacidad de corriente 20 % mayor (12.3/10.2=1.2). Teniendo en cuenta además los valores de corriente RMS calculados, los requerimientos de disipación térmica también serán mayores en el caso híbrido.

Teniendo el filtro híbrido, se puede operar con el VSI fuera de servicio y seguir contando con la ayuda del filtro pasivo y disminuir la distorsión armónica de 20 % a 17.5 %. También se puede ver en la Fig. 4.15 que con sólo el filtro pasivo no hay resonancias destacadas.

En el ejemplo de filtro activo conectado en 150kV con filtrado residual (Apéndice C) se establece una tensión  $V_{CC}$  del bus de de continua de 340kV que permitiría al VSI imponer la corriente deseada. Para el caso en estudio, con el filtro activo selectivo en barras de 150kV, son válidas las mismas consideraciones por lo que se puede asumir el mismo valor de  $V_{CC}$ .

En el caso híbrido,  $V_{CC}$  puede tomar valores sustancialmente menores. Como se establece en el ejemplo recién visto, un valor de 160kV resultaría suficiente. La apreciable reducción de  $V_{CC}$  en los filtros activos híbridos hace que el condensador  $C_{VSI}$  en barras de continua sea de menor costo. Sin embargo se debe tener presente que el VSI está conectado a la red mediante la impedancia  $Z_{PF}$ , por lo tanto las llaves del VSI deben ser dimensionadas para la tensión de red o prever un sistema de

 $<sup>^{11}</sup>$ Se recuerda que para facilitar las comparaciones todos los valores están normalizados a la tensión del PCC de 150kV. La tensión final del inversor dependerá de la tecnología adoptada y se ajustará con un transformador de ajuste de niveles de tensión tal como muestra, por ejemplo, la Fig. D.4



Figura 4.18: Corrientes  $i_F$  para del filtrado selectivo óptimo en barras de 150kV o 31.5KV.



Figura 4.19: Espectros Corrientes  $i_F$  para del filtrado selectivo óptimo en barras de 150kV o 31.5KV.

protecciones que actue rápidamente si el control del VSI quedara fuera de servicio<sup>12</sup>. En este trabajo se asumirá que en el caso híbrido se implementa este tipo de protección y no es necesario sobredimensionar las llaves y el condensador  $C_{VSI}$  de barras de continua del VSI.

En estas condiciones sería posible calcular, en uno y otro caso, la potencia aparente del VSI. Tomando como definición de potencia aparente

$$S = \sqrt{3} U_A^{max} I_{fase}^{max} \tag{4.5.1}$$

si se asume que la corriente eficaz de fase  $I_{fase}^{max}$  es el valor máximo de la corriente de fase dividido  $\sqrt{2}$  resulta

$$I_{fase}^{max} = \frac{Imax_{95}}{\sqrt{2}} \tag{4.5.2}$$

y si se asume que la tensión eficaz máxima que puede dar un VSI alimentado con una tensión  $V_{CC}$  en su salida es

$$U_A^{max} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{CC} \tag{4.5.3}$$

se obtiene

$$S = V_{CC} Imax_{95} \tag{4.5.4}$$

Utilizando esta definición para los dos casos en estudio, se obtiene que la potencia aparente en el caso de instalar el filtro activo shunt en 150kV debe ser de 3.5MVA y en el caso de un filtro híbrido en 31.5kV, debe ser de 2MVA.

Otro aspecto que puede incidir bajando el costo relativo del filtro híbrido es en el caso que el cero en la frecuencia  $f_{PF}$  filtre armónicos altos y que el filtro selectivo sólo opere sobre armónicos bajos<sup>13</sup>. Como las corrientes a sintetizar en el filtro activo son de menor frecuencia, también lo será la frecuencia de la tensión  $U_{AF}$  y se podrá realizar un PWM de frecuencia de portadora relativamente más baja y por lo tanto con menores pérdidas de conmutación.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Por ejemplo, si se deja de controlar la llaves del VSI, los diodos anti-paralelos del puente inversor funcionan como rectificador trifásico y el condensador  $C_{VSI}$  en barras de continua se podría cargar a valores inadecuados. En ese caso se podría instalar en paralelo con las barras de continua una resistencia controlada con una llave semiconductora que actue rápidamente y de tiempo a un disyuntor a cortocicuitar la salida del VSI.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Para el ejemplo híbrido estudiado si se selecciona  $f_R = 6,5f_1$  se filtra selectivamente hasta el armónico 7. El 8, 9 y 10 son atenuados por el cero del filtro pasivo.

## Capítulo 5 Optimización local y remota

En los capítulos precedentes se mencionó la optimización del filtrado selectivo a efectos de minimizar la corriente que debe tomar el filtro activo y cumplir simultáneamente con la reglamentación sobre emisión armónica. El filtro activo puede estar



Figura 5.1: Control de distorsión con optimización *local*: se instala el filtro activo en el mismo punto que se quiere cumplir la reglamentación.



Figura 5.2: Control de distorsión con optimización *remota*: se instala el filtro activo en un punto diferente del que se quiere cumplir la reglamentación.

conectado en el mismo punto en donde se quiere cumplir la reglamentación (PCC) o en otro punto del sistema. Por lo tanto surgen al menos dos optimizaciones a considerar:

- Local: Cumplir la reglamentación donde está instalado el Filtro Activo.Fig. 5.1
- **Remota**: Cumplir la reglamentación en un punto diferente a donde está instalado el Filtro Activo.Fig. 5.2

### 5.1. Filtro selectivo con optimización local

## 5.1.1. Diagrama fasorial de la compensación de una secuencia armónica

Sea  $IC_k$  el fasor de una secuencia armónica de la corriente de carga  $i_C$ .

El fasor de la corriente  $i_F$  de la misma secuencia armónica  $IF_k$  que se obtiene con un filtro selectivo cumple

$$IF_k = -\lambda_k IC_k \tag{5.1.1}$$

En el caso de utilizarse el método de control C,  $\lambda_k$  es la ganancia del filtro pasa bajos G(w) de la respectiva  $SFBC_C$ .

En el caso de utilizarse el método de control L, a partir de (E.2.3) se puede demostrar que las ganancias  $\lambda$  de los filtros pasa bajos de la  $SFBC_L$  deberán ser

$$\frac{\lambda_k}{1 - \lambda_k} \tag{5.1.2}$$

Como resultado de la optimización se calculará el valor  $\lambda_k$  y a partir de (5.1.2), se deberá calcular para el caso L, el valor de la ganancia de filtro pasa bajos de la  $SFBC_L$  asociada.

Teniendo en cuenta el nudo eléctrico

$$i_L(t) = i_C(t) + i_F(t) \tag{5.1.3}$$

la corriente de línea  $i_L$  cumple

$$IL_k = IC_k - IF_k \tag{5.1.4}$$

El esquema de la Fig. 5.3 muestra como son los fasores de las corrientes involucradas.



Figura 5.3: Diagrama fasorial de la compensación de una secuencia armónica.

### 5.1.2. Filtro selectivo óptimo

La reglamentación exige que la distorsión armónica sea menor o igual que cierto valor. Si bien generalmente no dice explícitamente que ésta se deba cumplir para cada fase, es de esperar que el Ente Regulador responsable así lo exija. Sin embargo como se ha sugerido en el Apéndice B de este trabajo, se podría hacer cumplir la THDpromediando cuadráticamente entre las tres fases del sistema. A esta distorsión se la definió como THDp en (B.0.9) y es

$$THDp = \frac{\sqrt{\sum_{D} I_d^2}}{I_N} = \frac{I_E}{I_N}$$
(5.1.5)  
$$D = [\pm 2 \pm 3 \cdots \pm 40]$$

donde  $I_E$  se define como el residuo armónico permitido.

Una vez seleccionadas las secuencias armónicas en las que se aplica filtrado selectivo, quedan definidas dos categorías: secuencias armónicas ELEGIDAS (H) y secuencias armónicas NO ELEGIDAS (P). Sólo las ELEGIDAS serán compensadas activamente.

Aplicando (5.1.5) a la corriente  $i_L$  resulta

$$I_E = \sqrt{\sum_H IL_h^2 + \sum_P IL_p^2} \quad D = H \bigcup P \tag{5.1.6}$$

Considerando que no se realiza compensación activa en las secuencias armónicas NO ELEGIDAS resultará para éstas que  $i_C = i_L$  pudiéndose escribir

$$\sqrt{I_E^2 - \sum_P IC_p^2} = \sqrt{\sum_H IL_h^2} = I_O$$
(5.1.7)

donde  $I_O$  se define como el "residuo armónico controlable".

Luego teniendo en cuenta (5.1.4) resulta

$$I_O = \sqrt{\sum_{H} (IC_h - IF_h)^2}$$
(5.1.8)

Por otra parte, en el peor caso, la máxima corriente instantánea que tomará el filtro activo será

$$iF_{MAX} = \sum_{H} \sqrt{2}IF_h \tag{5.1.9}$$

Por lo tanto el problema se reduce a hallar las corrientes  $IF_h$  que verifican (5.1.8) y que hacen mínima (5.1.9).

Con el objeto de aplicar el método de optimización de Euler-Lagrange (Luenberger, 1984) se definen los vectores

$$\overrightarrow{IC} = [IC_1 \dots IC_M]^t$$
  

$$\overrightarrow{IF} = [IF_1 \dots IF_M]^t$$
  

$$\overrightarrow{W} = [1 \dots 1]^t$$
  

$$\overrightarrow{W}^t \overrightarrow{W} = M$$
  
(5.1.10)

donde M es la cantidad de secuencias armónicas ELEGIDAS.

Usando la notación vectorial, (5.1.8) y (5.1.9) se pueden escribir como

$$(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF})^t (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) - I_0^2 = 0 \qquad i_{Fmax} = \sqrt{2} \overrightarrow{W}^t \overrightarrow{IF} \qquad (5.1.11)$$

Luego el lagrangiano es

$$\chi = \overrightarrow{W}^t \overrightarrow{IF} + \zeta [(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF})^t (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) - I_0^2]$$
(5.1.12)

y la solución debe satisfacer

$$\frac{\partial \chi}{\partial \zeta} = \frac{\partial \chi}{\partial \overrightarrow{IF}} = 0 \tag{5.1.13}$$

La primera derivada parcial de (5.1.12) respecto a  $\zeta$  resulta

$$\frac{\partial \chi}{\partial \zeta} = (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF})^t (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) - I_0^2 = 0$$
(5.1.14)

La segunda derivada parcial respecto a $\overrightarrow{IF}$  es

$$\frac{\partial \chi}{\partial \vec{IF}} = \vec{W}^t \vec{W} + \zeta \left[-\vec{W}^t (\vec{IC} - \vec{IF}) + (\vec{IC} - \vec{IF})^t (-\vec{W})\right] = 0$$
(5.1.15)

que operando resulta en

$$(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) = \frac{\overrightarrow{W}}{2\zeta}$$
(5.1.16)

Sustituyendo esta última expresión en (5.1.14) se arriba a la solución

$$\zeta = \frac{\sqrt{M}}{2I_0} \tag{5.1.17}$$

$$\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF} = \frac{I_0}{\sqrt{M}} \overrightarrow{W}$$
(5.1.18)

Definiendo  $I_S$  como

$$I_S = \frac{I_0}{\sqrt{M}} \tag{5.1.19}$$

resulta la solución óptima

$$\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF} = I_S \overrightarrow{W} \tag{5.1.20}$$

 $I_S$  es el valor que deben tomar en la corriente de línea  $i_L$  todas las secuencias armónicas a ser compensadas. Esto es equivalente a decir que el óptimo se obtiene cuando todas las secuencias armónicas a ser compensadas activamente tienen la misma amplitud. En este caso en que las distorsiones armónicas de corriente son relativas a un valor fijo  $I_N$ , decir que se tiene una misma amplitud es equivalente a decir que se tiene una misma distorsión.

Finalmente, si bien corregir desbalances no era en principio una tarea del Filtro Activo Selectivo, como consecuencia del resultado obtenido en la optimización, el balance se podría lograr indirectamente para algunos armónicos. Bastará con incluir entre los ELEGIDOS las parejas de secuencias positivas y negativas de una misma frecuencia.

### 5.1.3. Implementación práctica



Figura 5.4: Arriba: Todas las secuencias armónicas mayores que  $I_S$ . Abajo: Alguna secuencia armónica menor que  $I_S$ .

La Fig. 5.4 muestra dos casos particulares. En el primero inicialmente todas las secuencias armónicas tienen valores mayores que  $I_S$ . En el segundo alguna secuencia armónica tiene un valor menor que  $I_S$ . En el primer caso quedan bien determinadas las corrientes que debe tomar el filtro activo. En el segundo caso, la secuencia armónica



Figura 5.5: Pasaje de una secuencia armónica menor que  $I_S$  al grupo de las NO ELEGIDAS. Nuevo valor  $I_S^*$  y reducción de las corrientes  $IF_1$  e  $IF_3$  respecto al valor que tomarían con  $I_S$ .

 $IC_2$  no deberá ser compensada ya que inicialmente es menor que lo que indica el resultado óptimo. Por lo tanto  $IC_2$  debe pasar del grupo de las ELEGIDAS al grupo de las que no lo son.

Esto produce dos cambios en el cálculo de  $I_S$ . Sea  $I_S^*$  el nuevo valor calculado. Por una parte la cantidad de secuencias ELEGIDAS (originalmente M) decrece en una unidad. Por otra parte se debe recalcular  $I_O$  mediante (5.1.7). Puede quedar la duda de si el nuevo valor  $I_S^*$  es mayor o menor que el valor  $I_S$  inicial ya que los dos cambios tienen efectos contrapuestos sobre el valor de  $I_S^*$ .

En el apéndice I se demuestra que siempre resulta  $I_S^* > I_S$ .

En la Fig. 5.5 se muestra como las corrientes  $IF_1$  y  $IF_3$  se redujeron gracias a la contribución de  $(I_S - IC_2)$ . Si en esta nueva situación alguna otra secuencia armónica de corriente quedara por debajo de  $I_S^*$ , se deberá proceder de la misma forma y pasarla del grupo de las ELEGIDAS al de las NO ELEGIDAS. Así se itera hasta que no haya más pasajes de grupo.

Podría pasar que inicialmente o luego del proceso de iteración, que todas las secuencias armónicas terminaran perteneciendo al grupo de las NO ELEGIDAS. Esto significa que sin realizar filtrado, ya se verifica que la distorsión armónica THDp es menor de lo requerido.

### 5.1.4. ¿Y los máximos individuales?

Las reglamentaciones establecen también limitaciones en cada frecuencia armónica. Por lo tanto se deberá filtrar las parejas  $IL_{+j}$   $IL_{-j}$  y hacer cumplir la restricción.



Figura 5.6: Optimización de armónicas individuales.

Como caso particular de (5.1.7) se puede escribir para una sola armónica j

$$I_{Oj}^2 = IL_{+j}^2 + IL_{-j}^2 \tag{5.1.21}$$

donde  $I_{Oj}$  es el valor eficaz de corriente que no debe superarse en la armónica j de acuerdo a la reglamentación.

Por otra parte, la corriente máxima que tomará el filtro activo por filtrar  $IC_{+j}$  e  $IC_{-j}$  será

$$iF_{maxj} = \sqrt{2}(IF_{+j} + IF_{-j})$$
 (5.1.22)

Por lo tanto el objetivo es minimizar (5.1.22) con la restricción

$$I_{Oj} = \sqrt{(IC_{+j} - IF_{+j})^2 + (IC_{-j} - IF_{-j})^2}$$
(5.1.23)

Este es un caso particular al ya visto pudiéndose utilizar el resultado óptimo (5.1.18) con M = 2 resultando que el óptimo en este caso es

$$\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF} = \frac{I_{Oj}}{\sqrt{2}} \overrightarrow{W} = I_{Sj} \overrightarrow{W}$$
(5.1.24)

En la Fig. 5.6 se muestra como debe ser hecha la optimización individual. Si alguna de las secuencias armónicas es inicialmente menor que  $I_{Sj}$ , se deberá calcular una nueva  $I_{Sj}^*$  que permitirá a la restante secuencia armónica de  $I_F$  tomar valores menores.

### 5.1.5. Resumen del procedimiento de optimización

**Paso (a)** Se hace cumplir los máximos individuales obteniéndose un primer conjunto de valores  $IL_k^*$ .

- **Paso (b)** Tomando como nueva corriente de carga  $IC_k$  los valores  $IL_k^*$  calculados en el paso (a), se realiza el proceso iterativo de compensación óptimo descrito en el apartado 5.1.3 de manera que se cumpla con la THDp. Este proceso iterativo se continúa hasta que no hay más secuencias armónicas cambiando del grupo de las ELEGIDAS al de las NO ELEGIDAS. Se obtiene así un conjunto de valores  $IL_k^{**}$ . Estos valores  $IL_k^{**}$  son los que deben quedar finalmente en la corriente de línea IL por la aplicación del filtrado IF a la corriente IC.
- **Paso (c)** Se calcula para cada filtro selectivo la ganancia  $\lambda_k^{1}$ . Teniendo en cuenta (5.1.1) y (5.1.4) las ganancias quedan

$$\lambda_k = \frac{IC_k}{IC_k - IL_k^{**}} \tag{5.1.25}$$

Una secuencia armónica corregida en el paso (a) puede o no ser modificada en el paso (b).

Si no hay ninguna modificación en el paso (b) significa que se verifica la THDp en exceso.

Por otra parte, si todas las secuencias armónicas son objeto de modificaciones en el paso (a), también deberá haber alguna modificada en el paso (b). Esto ocurre porque los límites de las reglamentaciones están establecidos de tal forma que si se cumple con todos los máximos individuales en forma exacta, se tendrá una THDpsuperior a la permitida en la propia reglamentación.

## 5.2. Filtrado selectivo con optimización remota

En un caso más general que el ya analizado, puede ser interesante considerar el cumplir la reglamentación en un punto del sistema eléctrico diferente del que se usa para instalar el filtro activo. En la Fig. 5.7 se muestra un sistema genérico radial y con una sola fuente de armónicos distorsionantes. La corriente  $i_L$  es la que debe cumplir con la reglamentación (*PCC*).

Entre el punto de instalación del filtro activo y el punto remoto se puede establecer una transferencia en estado estacionario tal que

$$IL_k = q_k IC_k^* \tag{5.2.1}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>En el caso de utilizar el método de control C, el valor obtenido es directamente la ganancia del filtro pasa bajos de su respectiva  $SFBC_C$ . En el caso de utilizar el método de control L, se deberán calcular las ganancias de los respectivos  $SFBC_L$  utilizando la expresión (5.1.2).



Figura 5.7: Sistema genérico con filtro activo conectado en un punto diferente al PCC.

donde  $q_k$  es el módulo de la transferencia no importando la fase de la misma.

Utilizando el mismo razonamiento por el que se obtuvieron (5.1.7) y (5.1.8), la restricción en este caso será

$$I_O = \sqrt{I_E^2 - \sum_P q_P^2 I C_P^2} = \sqrt{\sum_H q_h^2 (I C_h - I F_h)^2}$$
(5.2.2)

El valor de la corriente máxima del filtro activo en el peor caso sigue siendo la misma que (5.1.9).

A efectos de utilizar el mismo método de optimización de Euler-Lagrange con notación vectorial se define

$$K = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & q_M^2 \end{bmatrix}$$
(5.2.3)

Por lo tanto (5.2.2) se puede escribir como

$$(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF})^t K(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) - I_0^2 = 0$$
(5.2.4)

cuyo lagrangiano es

$$\chi = \overrightarrow{W}^t I_F + \zeta [(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF})^t K (\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF}) - I_0^2]$$
(5.2.5)

que imponiendo (5.1.13) y operando convenientemente se arriba a la solución óptima

$$\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IF} = \frac{K^{-1}\overrightarrow{W}}{\sqrt{\overrightarrow{W}^{t}K^{-1}\overrightarrow{W}}}I_{0}$$
(5.2.6)

Luego para cada secuencia armónica se puede escribir

$$IC_{h} - IF_{h} = \frac{\frac{1}{q_{h}^{2}}}{\sqrt{\sum_{H} \frac{1}{q_{h}^{2}}}} I_{O} = I_{Sh}$$
(5.2.7)

Este resultado es similar al expresado en  $(5.1.20)^2$ . Se puede decir que

$$\frac{\frac{1}{q_h^2}}{\sqrt{\sum_H \frac{1}{q_h^2}}}$$
(5.2.8)

es el peso relativo de cada secuencia armónica en función de su capacidad de propagación en el sistema eléctrico.

### Implementación práctica



Figura 5.8: Ejemplo de optimización remota.

En forma similar a la vista en el caso de optimización local, se aplican los tres pasos ya vistos. La única diferencia es que para cada secuencia armónica se tiene un valor  $I_{Sh}$  diferente. Si el sub sistema eléctrico es lineal, para secuencias positivas y negativas de una misma frecuencia se usa el mismo valor  $q_h$ . En la Fig. 5.8 se muestra un ejemplo en donde tres secuencias armónicas son compensadas de acuerdo a sus respectivos valores  $I_S$ .

### 5.3. Ejemplos de aplicación

### 5.3.1. Optimización local

En el apartado 3.6 se mostró un ejemplo de filtrado óptimo local instalando un filtro activo selectivo en barras de 150kV. En la Fig. 5.9 se muestran juntos las ganancias  $\lambda_k$ , los espectros iniciales de cada secuencia armónica, los espectros iniciales totales en cada frecuencia, los máximos permitidos, los máximos permitidos divididos por

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>En el caso particular que  $q_h = 1 \ \forall h$  el resultado es exactamente el mismo



Figura 5.9: Arriba: Espectros iniciales de cada secuencia armónica, espectros iniciales totales en cada frecuencia, máximos permitidos, máximos permitidos divididos por  $\sqrt{2}$  y valores objetivo a los que deben llegar las secuencias armónicas de acuerdo al óptimo calculado. Abajo: Ganancias  $\lambda_k$  de los diferentes elementos SFBCs.

 $\sqrt{2}$ y los valores a los que deben llegar las secuencias armónicas de acuerdo al óptimo calculado.

En particular se observa cómo en las armónicas 4, 6, 8, 9 y 10 se realizó la optimización individual (paso (a) del procedimiento).

En las armónicas 2 y 3 se realizó la optimización en ambas secuencias armónicas de acuerdo al paso (b) igualándose las distorsiones a determinado valor, resultado del proceso iterativo.

En las armónicas 5 y 7 sólo se filtró una de las secuencias armónicas, negativa y positiva respectivamente, llevándolas al mismo valor que las armónicas 2 y 3.

### 5.3.2. Optimización remota

En el apartado 3.6 se mostró un ejemplo de filtrado óptimo remoto instalando un filtro activo selectivo en barras de 31.5kV. En la Fig.5.10 se muestran juntos las ganancias  $\lambda_k$  de los diferentes *SFBCs*, los espectros iniciales referidos a 150kV<sup>3</sup> de cada secuencia armónica, los espectros iniciales totales en cada frecuencia, los máximos permitidos, los máximos permitidos divididos por  $\sqrt{2}$  y los valores a los que deben llegar las secuencias armónicas de acuerdo al óptimo calculado.



Figura 5.10: Arriba: Espectros iniciales de cada secuencia armónica, espectros iniciales totales en cada frecuencia, máximos permitidos, máximos permitidos divididos por  $\sqrt{2}$  y valores objetivo a los que deben llegar las secuencias armónicas de acuerdo al óptimo calculado. Abajo: Ganancias  $\lambda_k$  de los diferentes elementos SFBCs.

Por ejemplo, se observa cómo en las armónicas 8 y 10 se operó la optimización individual (paso (a) del procedimiento).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Para facilitar la comparación con los máximos permitidos el espectro se refiere a barras de 150kV. Como la corriente a ser filtrada está en barras de 31.5kV, para pasar a 150kV se debe multiplicar el espectro en 31.5kV por la transferencia  $q_k$ .

En las armónicas 2, 3 y 4 se realizó la optimización en ambas secuencias armónicas de acuerdo al paso (b). No se observa la igualación de distorsiones a determinado valor ya que la transferencia pasiva  $q_k$  en estas frecuencias toma valores 1.06, 1.19 y 2.23 respectivamente.

### 5.3.3. Problemas y soluciones

Las corrientes no periódicas a compensar constituyen un problema particular. En estos casos, al aplicar el filtro selectivo calculando previamente los ganancias  $\lambda_k$  en forma teórica, resulta que no se verifica la THDp prevista de 12%. Esto no ocurre con señales periódicas si los diversos SFBC fueron diseñados en forma optimizada (tipo de filtro, ancho de banda, orden y adelanto). Una primera solución puede ser aumentar en cierta proporción todas las ganancias  $\lambda_k$ . Otra solución que se utilizó en este trabajo, es especificarle al método de cálculo óptimo una THDp menor manteniendo los máximos individuales. De esta forma, las ineficiencias del filtro selectivo frente a la no periodicidad de las corrientes compensadas, se reparte equitativamente entre todas las secuencias armónicas. Por ejemplo en vez de utilizar el valor THDp = 12%, en el caso de filtrado selectivo local se debe especificar una THDp = 11% y en el caso de filtrado híbrido remoto una THDp = 10.8%.

El segundo problema es consecuencia también de las ineficiencias del filtro selectivo. Consiste en que en algunas frecuencias no se llega a cumplir del todo con los requerimientos individuales. Esto se puede observar en la Fig. 4.19 para las frecuencias 6, 8 y 10. Con corrientes periódicas no se encuentra este problema o si aparece es casi despreciable. Se podría pensar que la solución consiste en aumentar el valor  $\lambda_k$  en dichas frecuencias problemáticas más allá de lo que el cálculo teórico indica. Esto será posible si es que queda margen para aumentar  $\lambda_k$ . En las simulaciones no se obtuvieron buenos resultados si dicho margen es pequeño. En señales no periódicas como la del horno de arco usada como referencia, la HDp de una armónica particular o la distorsión armónica total THDp no se puede reducir mediante filtrado selectivo todo lo que se podría teóricamente respecto a si la misma fuese periódica.

# Capítulo 6 Conclusiones

### Filtro activo de corrientes residuales

En el Capítulo 1, se desarrolló cómo y por qué se puede filtrar el *residuo* armónico de una corriente distorsionada. Para esto se utiliza la Teoría pq convencional. A efectos de simplificar el análisis se propuso y definió esquemáticamente la Celda Básica de Filtrado Residual (RFBC).

Dos de estas celdas conectadas en forma adecuada filtran las corrientes de frecuencia fundamental. La primera filtra la secuencia de corriente positiva  $(I_{+1})$  y la segunda la secuencia de corriente negativa  $(I_{-1})$ . Queda por lo tanto identificada la corriente asociada con el residuo armónico.

Se demostró genéricamente que si los filtros pasa altos de los canales  $p \ge q$  son ideales, la *THD* puede ser controlada linealmente mediante la ganancia (r) de los filtros pasa altos de una de las *RFBC*.

Al momento de la implementación práctica y por lo tanto de utilizar filtros pasa altos reales, se agrega como grado de libertad en el diseño el ancho de banda  $(f_o)$  de los filtros pasa altos de cada RFBC.

Con la consigna de minimizar el inversor del filtro activo se propone un indicador práctico a tales efectos  $(Imax_{95})$ . Si por ejemplo se busca un diseño que reduzca la THD a cierto valor, existe una solución óptima  $(r y f_o)$ .

Sin embargo, si bien se verifica la THD objetivo, no se puede evitar, usando un filtrado residual (por lo tanto no selectivo), seguir teniendo problemas en determinados armónicos individuales.

Se verifica la dependencia inversamente lineal de la THD con la ganancia r, pero se comprueba mediante simulación que esta linealidad tiende a desaparecer a medida que se desea disminuir la THD por debajo de cierto valor. El filtrado de todo el residuo armónico no es posible dado que la dinámica de los filtros pasa altos no lo permite (recordar que la compensación es en tiempo real). Esto se ve agravado si la corriente a filtrar no es periódica.

### Celda Básica de Filtrado Selectivo

Una vez analizado el filtrado *residual* y sus limitaciones, se plantea la interrogante de si se puede hacer un filtrado *selectivo*.

En el Capítulo 2 se presentan los desarrollos matemáticos que demuestran la posibilidad de filtrar selectivamente una determinada secuencia armónica de corriente.

Si bien se usa la Teoría p<br/>q como base del método, también se demuestra la equivalencia con el método<br/> SRF.

Se define entonces la celda básica de filtrado selectivo (SFBC).

### Visualización gráfica de la transferencia de secuencias armónicas

La transferencia de la SFBC en las coordenadas  $\alpha\beta$  resulta difícil de analizar por estar acoplados los canales  $\alpha$  y  $\beta$  y por la presencia de trasferencias que no corresponden a filtros reales.

Por otra parte la transferencia entre secuencias de corriente está desacoplada.

Se propone una forma práctica de ver la transferencia asociada en los diagramas de amplitud y fase casi como si fuese una transferencia convencional. Las secuencias positivas se deben ver en el semiplano positivo de la transferencia y las negativas en el semiplano negativo.

Esta forma propuesta de ver la transferencia es privativa de los sistemas trifásicos (sólo en éstos tiene sentido hablar de secuencias).

### Métodos de Cálculo Paralelo y Serie

Una vez demostrada y analizada la posibilidad de filtrar una secuencia armónica surge la necesidad de analizar el filtrado de múltiples secuencias armónicas (Capítulo 3).

Si bien el método de cálculo más natural e inmediato parecería ser el que se propuso denominar *Paralelo*, surge la alternativa de hacer los cálculos de otra forma.

Se propuso definir esta otra forma como cálculo Serie y justo es decir que de alguna forma se inspiró en el filtrado residual de dos RFBC en cascada.

Como aproximación a los métodos de cálculo Paralelo o Serie se analizaron las transferencias de dos SFBC de secuencias opuestas conectados en paralelo o serie y para los casos de control C o control L.

Un resultado importante es que en la medida que ambas SFBC tengan iguales parámetros (tipo de filtro pasa bajos, ganancia y ancho de banda) en los dos métodos de cálculo se arriba a transferencias triviales. Tanto en coordenadas  $\alpha\beta$  como entre secuencias, las transferencias son iguales, desacopladas y de términos reales. Por lo tanto son implementables con filtros digitales reales y se podría bajar sustancialmente el esfuerzo de cálculo. Sin embargo se destaca que se pierde un grado de libertad del sistema al tener que tratar de la misma forma a secuencias opuestas.

Generalizar los resultados a secuencias cualesquiera resultó inmediato y permitió analizar la conveniencia de utilizar el método *Paralelo* o *Serie*. Se llegó al importante resultado de que en los casos de método de control C (usar como entrada del control la corriente de carga  $i_C$ ), conviene usar el método de cálculo *Serie*. Por el contrario, si se utiliza el método de control L (usar como entrada del control la corriente de línea  $i_L$ ) se debe usar el método de cálculo *Paralelo*.

Generalizar los resultados al filtrado de múltiples secuencias permitió arribar a las formulas genéricas en donde el método de cálculo *Paralelo* queda asociado a sumas y el *Serie* a productos.

### Filtrado Selectivo - Residual

El ejemplo analizado muestra, entre otras cosas, la necesidad de eliminar de las corrientes inicialmente calculadas del filtro activo, los pequeños remanentes de secuencias +1 y -1. Para esto se utilizaron en forma natural e inmediata, los conceptos del filtrado residual .

También se pudo mostrar cómo el filtrado selectivo permite alcanzar los resultados esperados si la corriente a filtrar es periódica. También son buenos los resultados en el caso no periódico analizado, pero pueden aparecer algunos problemas puntuales. Queda clara la necesidad de tener en cuenta los necesarios adelantos compensatorios en cada SFBC. Queda clara la ventaja de intentar buscar la optimización de los anchos de banda de todos los SFBC.

Finalmente, al comparar el ejemplo de selectividad múltiple con el de filtrado residual, se concluye que, al hacer cumplir la reglamentación sobre emisión armónica también en los límites individuales por armónica (selectividad múltiple), se debe usar un inversor más grande  $(25\%)^1$  y por lo tanto más caro.

### Filtros Activos Híbridos Selectivos

Del propio ejemplo en estudio, surge la necesidad de analizar la generalización de lo visto al caso de utilizar filtros activos híbridos (Capítulo 4). De hecho esta es la situación normal, en donde hay condensadores de compensación de reactiva e impedancias de corto circuito del punto de conexión no nulas. Todo esto determina que surjan las inevitables resonancias armónicas que deben ser tenidas en cuenta durante el diseño del filtro activo puro.

La generalización para este caso híbrido de lo ya visto sobre método de cálculo Paralelo o Serie muestra resultados similares a los del caso activo puro. Sumas para el caso Serie, productos para el caso Paralelo.

Son igualmente válidas las conclusiones de cuál método de cálculo usar según el método de control utilizado. La diferencia radica en la aparición de la transferencia del filtro pasivo.

La ubicación del cero y polo de dicha transferencia pasiva debe ser hecha en conjunto con la optimización del filtro activo selectivo.

Para el ejemplo estudiado del horno de arco y optimizando con la consigna de minimizar la corriente  $Imax_{95}$ , se obtiene un resultado donde se verifica el cumplimiento de la reglamentación armónica.

#### Optimización local y remota

En el Capítulo 5 se estudia el cumplimiento de la reglamentación en un punto diferente (*remoto*) al de conexión del filtro activo.

Primero se estudia la optimización *local* en donde se llega a que el óptimo que minimiza la corriente del VSI se verifica cuando todas las secuencias de corrientes armónicas de la corriente de línea se llevan al mismo valor.

Se propone una metodología iterativa de cálculo que siempre converge.

Dadas las ineficiencias de los filtros selectivos<sup>2</sup> se propone una forma de recálculo de las ganancias de los diversos filtros selectivos que consiste en exigir una THD

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Se}$  de be tener en cuenta que este valor es el que se obtiene para el ejemplo en estudio de un horno de arco particular.

 $<sup>^2</sup>$ retardos de los filtros pasa bajos, la no periodicidad de la corriente a filtrar, retardos delVSIo cálculo, etc.

menor de la realmente requerida.

Luego se generaliza la optimización al cumplimiento remoto de la reglamentación. El procedimiento iterativo es similar al caso de optimización local con la diferencia de que cada secuencia armónica a filtrar debe ser llevada en la corriente de línea final a un valor diferente dependiendo ponderadamente de su propagación armónica en el sub sistema eléctrico.

#### Análisis comparativo de dos diseños

El filtro activo híbrido shunt conectado en 31.5kV (en el que se utiliza optimización remota ya que el *PCC* donde se debe cumplir la reglamentación es en 150kV) resulta ser un 20 % más grande en corriente que un filtro activo shunt conectado en barras de 150kV (optimización local ya que el inversor está conectado en el propio *PCC*). Básicamente el aumento en la capacidad de corriente del *VSI* se debe a que este debe dejar pasar por él la corriente reactiva.

Por otra parte la tensión  $V_{CC}$  del condensador  $C_{VSI}$  de alimentación del VSIpodrá tomar en el caso híbrido un valor del orden de la mitad de la tensión necesaria para el filtrado activo en 150kV.

Teniendo en cuenta estos dos últimos aspectos, en el ejemplo estudiado en este trabajo se obtuvo un valor de potencia aparente de diseño de 3.5MVA para el filtro activo shunt en barras de 150kV (local) y de 2MVA para el caso híbrido en barras de 31.5kV (remoto)(se recuerda que en ambos casos se deberá conectar el VSI mediante un transformador que adapte los niveles de tensión de acuerdo a la tecnología utilizada y que determinará la tensión real en barras de continua del mismo).

Por otra parte si por alguna razón el VSI quedara fuera de servicio, en el caso híbrido se seguiría contando con la ayuda del filtro pasivo. El filtro pasivo baja la distorsión armónica total y atenúa las resonancias originales (entre la impedancia de corto circuito del punto de conexión en 31.5kV y el condensador de compensación de reactiva conectado en dicho lugar).

Incluso en algunos casos, por instalar el filtro activo más cerca de la carga y adelantarse a las resonancias inevitables, puede pasar que el filtro activo selectivo fundamentalmente deba compensar frecuencias menores pudiéndose bajar la frecuencia del PWM y por lo tanto bajar las pérdidas de conmutación.

#### Filtrado Híbrido Selectivo en frecuencias especiales

Se debe destacar en estas conclusiones el aspecto analizado en al Anexo H. Al filtrar selectivamente entre las frecuencias del polo y el cero de la transferencia pasiva se logra el doble efecto de bajar la distorsión armónica disminuyendo (y no aumentando) la corriente del filtro respecto a la situación en que sólo la parte pasiva esté operativa.

### Distorsión Armónica Ponderada Trifásica

Se propuso compensar los armónicos haciendo un promedio ponderado entre las tres fases (THDp). Así se hizo la optimización. Sin embargo la reglamentación podría imponer que el cumplimiento de la THD o límite individual sea por fase.

Hacer la optimización que minimiza la corriente del VSI por fase en un sistema de tres hilos es imposible ya que no se puede actuar sobre una sola fase. En un caso extremo de desequilibrio (corriente monofásica) el filtro activo selectivo (sistema de tres hilos) compensa los armónicos en las dos fases con problemas y no modifica la corriente en la restante<sup>3</sup>.

En este caso extremo de carga monofásica, utilizar el criterio THDp haría que la distorsión en las dos fases con problemas sólo debería bajar hasta  $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,22$  pu<sup>4</sup> del valor que pediría la reglamentación (1 pu) si se aplicara estrictamente por fase.

Si se tiene en cuenta que en los sistema reales el desequilibrio no es tan extremo, optimizar cumpliendo la THDp dará resultados por fase acotados a un 22 % de incumplimiento. En sistemas equilibrados, optimizar con el criterio de cumplir la THDp hará que se verifique también la reglamentación en todas las fases.

Es de esperar que los filtros activos selectivos y el desarrollo aquí presentado contribuyan a mejorar la calidad de los sistemas eléctricos. Pueden ayudar a su mejora en forma distribuida bajando la propagación armónica.

Este desarrollo contribuye a posibilitar la puesta en práctica del principio "quien ensucia, limpia". Cumplir este principio, en un ambiente en proceso de desrregulación a nivel nacional, regional y mundial, quizás sea la clave que permita la sana convivencia de los diferentes agentes del sistema eléctrico.

$${}^{4}\sqrt{\left[\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{2} + \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{2} + 0^{2}\right]/3} = 1$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>En el caso de cargas monofásicas conectadas entre fases, para cada frecuencia las secuencias directas  $(I_{+n})$  e inversas  $(I_{-n})$  son de igual magnitud y para la fase R están desfasadas 60°. Luego de (B.0.5) y (B.0.6) resulta que la corriente eficaz de las líneas cargadas es  $\sqrt{3}I_{+n}$ 

# Capítulo 7 Futuros trabajos

- Realizar un prototipo del control. Si bien la implementación de los métodos de cálculo propuesto, mediante los DSP actuales no presenta mayores dificultades (Machmoum and Bruyant, 2000) (Zmood et al., 2001) (Shung et al., 2000) (Singh et al., 2000) (Mattavelli, 2001) (Xu et al., 2001), siempre un prototipo da la posibilidad de encontrar nuevos problemas y permitirá profundizar en la temática durante la búsqueda de las soluciones.
- Validar el diseño con datos de entrada reales de un horno de arco durante una semana de producción. La idea es poder validar las consideraciones del Apéndice J en el cual se modeló la carga del horno de arco. Esta validación puede ser hecha mediante simulación o con el prototipo del control.
- Realizar un prototipo a escala de la etapa de potencia que junto con el prototipo del control puedan ser utilizados en un ejemplo real. Por ejemplo, el dimerizado de redes de alumbrado público a los efectos de regular iluminación. Es una aplicación de fuerte impacto en el ahorro energético, pero por ser de aplicación masiva y distribuida, necesariamente debe tenerse en cuenta y controlar la emisión armónica que ocasionaría.
- Mejorar el procedimiento de optimización de los diferentes SFBC que determina los anchos de banda del los filtros pasa bajos y los adelantos. En particular y para el caso del horno de arco, puede ser muy interesante incorporar un control neuronal a los efectos de ir modificando dichos parámetros durante el proceso de producción.
- Incorporar al estudio el tema de la estabilidad. En el contexto de este trabajo se justificó el uso del método de control C (feedforward) y que para el tipo

de carga (horno de arco) no presentaría problemas. En particular en los casos de control L (feedback) se deberá analizar si se presentan problemas según se utilize el método de cálculo Serie o Paralelo.

- Profundizar en la caracterización del tipo de filtro pasa altos de las SFBC. En el contexto de este trabajo se llegó, en forma práctica, a la utilización de filtros pasa bajos implementados como el complemento de filtros Butterworth pasa altos (lo cual no es un Butterworth pasa bajos).
- En este trabajo se mostró, mediante simulaciones, que para el caso particular estudiado, la selectividad era posible. Se debe entender como selectividad a la capacidad de poder elegir libremente y luego poder cumplir, el grado de filtrado de cada secuencia armónica. Las inevitables interferencias entre filtros selectivos próximos pueden hacer que dicha selectividad no sea alcanzable. Dependerá de las corrientes a filtrar (diversidad armónica y periodicidad) y del objetivo buscado (por ejemplo la reglamentación armónica a cumplir). Dependerá de los parámetros de cada SFBC. Como se comentara en el apartado 3.4.2 para el caso de control L, se deben usar filtros pasa bajos de anchos de banda más reducidos que en el caso de control C. Esto influye en la selectividad y en la estabilidad del sistema. ¿Estará las selectividad más comprometida en el caso de control L que en el caso C?

## Bibliografía

- Akagi, H. (1996). New trends in active filters for power conditioning, *IEEE Trans.* on Ind. Applications Vol. 32(6): 1312–1322.
- Akagi, H. (1997a). Applications of power electronics to power systems in japan, COBEP'97, Brazilian Conference on Power Electronics pp. 29–38.
- Akagi, H. (1997b). Control strategy and site selection of a shunt active filter for damping of harmonic propagation in power distribution systems, *IEEE Transactions* on Power Delivery 12(1): 354–362.
- Akagi, H. and Fujita, H. (1995). A new line conditioner for harmonic compensation, IEEE Trans. on Power Delivery Vol. 10(3): 1570–1575.
- Akagi, H., Kanazawa, Y. and Nabae, A. (1983). Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits, *Proceedings of the IPEC'83 - Int. Power Electronics Conf.*, Tokyo pp. 1375–1386.
- Akagi, H., Kanazawa, Y. and Nabae, A. (1984). Instantaneous reactive power compensator comprising switching devices without energy storage components, *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 20(3): 625–630.
- Akagi, H. and Kim, H. (1999). The theory of instantaneous power in three-phase fourwire systems: A comprehensive approach, *IEEE Industry Applications Society* Ann. Meeting Conf. .
- Aredes, M. (1996). Active power line conditioners, PhD thesis, Technical University of Berlin.
- Aredes, M., Hafner, J. and Heumann, K. (1997). Three-pahse four-wire shunt active filter control strategies, *IEEE Trans. on Power Electronics* Vol. 12(2): 311–318.

- Aredes, M., Heumann, K. and Watanabe, E. H. (1998). An universal active power line conditioner, *IEEE Trans. on Power Delivery* Vol. 13(2): 545–551.
- Aredes, M. and Watanabe, E. H. (1995). New control algorithms for series and shunt three-phase four-wire active power filters, *IEEE Trans. on Power Delivery* Vol. 10(3): 1649–1656.
- Barbosa, P. G., a. Santisteban, J. and Watanabe, E. H. (1998). Shunt-series active power filter for rectifiers ac and dc sides, *IEE Power Applications* 145(6): 577– 584.
- Barbosa, P., Rolim, L., Watanabe, E. H. and Hanitsch, R. (1998). Control strategy for grid-conected DC-AC converters with load power factor correction, *IEE Proc. Gener. Transm. and Distrib.* Vol. 145(5): 487–491.
- Basic, D., Ramsden, V. and Muttik, P. (2000). Hybrid filter control system with adaptive filters for selective elimination of harmonics and interharmonics, *IEE Proc.-Electr. Power Appl.* 147(3): 295–303.
- Bhattacharya, S., Cheng, P. and Divan, M. D. (1997). Hybrid solutions for improving passive filter performance in high power applications, *IEEE Transactions on Industry Applications* **33**(3): 732–747.
- Casaravilla, G. (2000). Filtro activo de mínimo costo ajustado a la carga de un horno de arco y a las reglamentaciones sobre emisión armónica aplicables, Master's thesis, Universidad de la República - Uruguay.
- Casaravilla, G., Briozzo, C. and Watanabe, E. H. (2000). Filtro activo de mínimo costo ajustado a la carga de un horno de arco y a las regalamentaciones sobre emisión armónica aplicables, XIII CBA-Brazilian Conference on Automatic Control pp. 1108–1113. (in spanish).
- Casaravilla, G., Salvia, A., Briozzo, C. and Watanabe, E. H. (2001). Control strategies of selective harmonic current shunt active filter, *COBEP - 6th Brazilian Congress* of Power Electronics Vol. 2: 432–437.
- Clarke, E. (1943). Circuit analysis of A-C power systems, Vol. I- Symetrical and ralated components, John Wiley and Sons. Inc.

- Cordeiro, S. (1997). *Reactor série limitador de corriente para fornos de arco*, Master's thesis, PUC Rio de Janeiro Brazil.
- Dan, A. M. and Mohacsi, A. (1994). Computer simulation of a three-phase a.c. electric arc furnace and its reactive power compensation, *IEEE Proc. of the International Conference on Harmonics in Power Systems (ICHPS VI)*.
- Dan, A., Mochasi, A., Stade, D., Schau, H. and Kramer, S. (1994). Comparison of different ways to simulate arc power quality impacts, *IEEE Proc. of the International Conference on "Harmonics in Power Systems (ICHPS VI)* pp. 429–435.
- de Melo, E. F. (1997). Simulacao de forno de arco trifásico através do PSpice, *COBEP-Brazilian Congress of Power Electronics* pp. 771–776.
- Dempenbrock, M. (1993). The FBD-method, a generally applicable tool for analyzing power relations, *IEEE Trans. on Power Systems* Vol. 8(2): 381–387.
- ENRE (1997a). Base metodológica para el control de la emisión de perturbaciones, producto téc. - etapa dos. Ente Nacional Regulador de la Electricidad de Argentina.
- ENRE (1997b). Decreto 99/97. Ente Nacional Regulador de la Electricidad de Argentina.
- Fortescue, C. L. (1918). Method of symetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks, AIEE Transactions Vol. 37: 1027–1140.
- Fujita, H. and Akagi, H. (1991). A practical approach to harmonic compensation in power systems-series connection of passive and active filters, *IEEE Trans. on Ind. Applications* Vol. 27(6): 1020–1025.
- Hafner, J., Aredes, M. and Heumann, K. (1997). A shunt active power filter applied to high voltage distribution lines, *IEEE Trans. on Power Delivery* Vo. 12(1): 266– 262.
- IEC 61000-1 (1992). Technical report, International Electrotechnical Commission. Electromagnetic Compatibility (EMC): General considerations, Definitions and terminology.

- *IEC 61000-3* (1996). *Technical report*, International Electrotechnical Commission. Electromagnetic Compatibility: Emission limits and Immunity limits.
- IEC 61000-3-2 (2001). Technical report, International Electrotechnical Commission. Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-2: Limits - Limits for harmonic current emissions (equipment input current lower than 16A per phase).
- IEC 61000-3-4 (1998). Technical report, International Electrotechnical Commission. Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-4: Limits - Limitation of emission of harmonic currents in low-voltage power supply systems for equipment with rated current greater than 16 A.
- *IEEE 519* (1992). *Technical report*, IEEE. Recommended practices and Requirements for harmonic control in electrical power systems.
- Komatsu, Y. and Kawabata, T. (1997). Characteristics of three phase active power filter using extension pq theory, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE'97)* pp. 302–307.
- Luenberger, D. G. (1984). Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley.
- Machmoum, M. and Bruyant, N. (2000). DSP based control of shunt active power filters for global or selective harmonics compensatio, 9th International Conference on Harmonic and Quality of Power (ICHQP), IEEE, pp. 661–666.
- Mattavelli, P. (2001). A closed-loop selective harmonic compensation for active filters, *IEEE Transactions on Industry Applications* **37**(1): 81–89.
- Mayordomo, J. G., Beites, L., Asensi, R., Izzeddine, M., Zabala, L. and Amantegui, J. (1997). A new frequency domain arc furnace model for iterative harmonic analysis, *Trans. Power Delivery*.
- Monteiro, J. (1997). Filtros híbridos Ativo/Passivo de potência: Modelagem no domínio da freqüência, Master's thesis, COPPE UFRJ.
- Nabae, H., Nakano, H. and Togasawa, S. (1995). An instantaneous distortion current compensator without and cordinate transformation, *IEEE Int. Powr. Elec. Conf.* (*IPEC-Yokohama*) Vol. 114(3): 1651–1655.
- NCP.02.01/0 (2000). Technical report, Usinas y Transmisiones Eléctricas (UTE). Criterios de Aceptación de Cargas Perturbadoras.
- Oliveira, J. J. R. and Watanabe, E. H. (1993). Real time monitoring system for three-phase circuits, Brazilian Conference on Power Electronics (COBEP)- Uberlandia Brazil.
- Penello, L. F. (1992). *Filtro activo de potencia shunt*, Master's thesis, COPPE URFJ, Brazil.
- Penello, L., Watanabe, E. H. and Aredes, M. (1992). Filtro ativo de potência com seleção da potência a ser compensada, *Proceedings of the IX congresso Brasileiro* de Automática Vol. 2: 786–791.
- Peng, F. Z., Akagi, H. and Nabae, A. (1988). A new approach to harmonic compensation in power systems, *IEEE Industry Applications Society - Ann. Meeting Conf.* pp. 874–880.
- Schau, H. and Stade, D. (1994). Mathematical modelling of three-phase arc furnaces, IEEE Proc. of the International Conference on Harmonics in Power Systems (ICHPS VI) pp. 422–428.
- Shung, J., S.Park and K.Nam (2000). New hybrid parallel active filter configuration minimising active filter size, *IEE Proc. Electr. Power Appl.* 147(2): 93–98.
- Singh, B., Al-Haddad, K. and Chandra, A. (1999). A review of active filters for power quality improvement, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 46(5): 960– 971.
- Singh, B., Chandra, A. and Al-Haddad, K. (2000). DSP-based indirect-currentcontrolled STATCOM part 1: Evaluation of current control techniques, *IEE Proc. Electr. Power Appl.* 147: 107–112.
- Verdelho, P. and Soares, V. (1997). A unity factor PWM voltage rectifier based on the instantaneous active and reactive current id-iq method, *IEEE International* Symposium on Industrial Electronics (ISIE97) pp. 411–416.
- Watanabe, E. H., Aredes, M. and Akagi, H. (2002). The PQ-theory for active filter control: Some problems and solutions, *Congresso Brasileiro de Automática*.

- Xu, L., Acha, E. and Agelidis, V. G. (2001). A new synchronous frame-based control strategy for a series voltage and harmonic compensator, *IEEE* pp. 1274–1280.
- Zmood, D., Holmes, D. and Bode, G. (2001). Frequency domain analysis of three phase linear current regularors, *IEEE Transactions on Industry Applications* pp. 601–610.

# Apéndices

# Apéndice A Teoría pq

## A.1. Introducción

La teoría de la potencia activa e imaginaria instantánea, en adelante Teoría pq, es una forma de caracterizar, en el dominio del tiempo, las variables involucradas en sistemas eléctricos de potencia en circuitos de tres o cuatro hilos con carga genérica.

En la forma que actualmente se conoce, con notación y definiciones claras y prácticas, fue presentada en (Akagi et al., 1983) y (Akagi et al., 1984). En sus 20 años de existencia ha tenido logros y ha recibido críticas, algunas de las cuales se verán en el apartado A.7. Si bien su aplicación inmediata está en los filtros activos, los cuales serán tratados en el Apéndice D, tiene muchas otras vertientes de aplicación que serán vistas en el apartado A.8.

Sin lugar a duda el gran avance que han tenido éstas, como otras aplicaciones, ha venido de la mano de los avances en la Electrónica de Potencia. El trabajo (Akagi, 1997a) plantea, sólo para Japón, el estado de situación de la Electrónica de Potencia y sus aplicaciones en los Sistemas Eléctricos de Potencia. En este artículo y en (Akagi, 1996) se consigna el gran impacto de los filtros activos en este país, en donde en 1996 ya se contaba con 500 equipos instalados, con equipos que se separan en dos campos, compensación de armónicos y compensación de desbalances de tensión. Las potencias de los mismos van desde 50kVA a 60MVA, en donde las aplicaciones shunt prevalecen netamente sobre las aplicaciones serie. Es sólo en la categoría de filtros activos shunt donde se encuentran fabricantes con productos estándar.

El mayor emprendimiento con filtros activos es el set de 3 filtros activos de 16MVA/12MW (total 48MVA) instalados en el sistema de trenes bala japonés (las máquinas toman energía en forma monofásica de un sistema trifásico) con el objetivo de compensar desbalances de tensión compensando la secuencia negativa del primer

armónico cuando pasa el tren por cada centro de transformación.

### A.2. Aspectos preliminares

#### A.2.1. Sistema trifásico no ideal

#### Armónicos de tensión y corriente

Los sistemas reales tienen formas de corriente y tensión que no son absolutamente sinusoidales. En el caso de tener un sistema en régimen estacionario, se puede establecer que tanto la corriente como la tensión pueden ser representadas por su descomposición en las componentes de Fourier (espacio de funciones sinusoidales de frecuencia múltiplo de la frecuencia fundamental).

La expresión (A.2.1) para la corriente, y (A.2.2) para la tensión, muestran esta descomposición en donde los ángulos  $\delta$  y  $\phi$  son respectivamente el desfasaje entre la componente particular y la fundamental. Las letras R, S y T representan las tres fases del sistema trifásico.

$$ik(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2}Ik_n \sin(w_n t + \delta_{kn}); \ k = (R, S, T)$$
 (A.2.1)

$$vk(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2}Vk_n \sin(w_n t + \phi_{kn}); \ k = (R, S, T)$$
 (A.2.2)

En sistemas trifásicos reales las componentes armónicas en la tensión son generalmente relativamente menores que las de corriente. Por otra parte, a medida que se sube desde la BT (baja tensión) en distribución, a AT (alta tensión) en generación o transmisión, las componentes armónicas de tensión y corriente son cada vez relativamente menores.

#### Desbalances de carga

El otro aspecto que hace que un sistema trifásico no sea ideal es que la carga no está balanceada. La forma clásica para modelar este aspecto es la descomposición de los vectores (fasores) del sistema trifásico en sus componentes simétricas directa, inversa y homopolar (Fortescue, 1918). Esta descomposición se puede aplicar a la corriente y a la tensión para cada una de las armónicas de ambas ternas. En (A.2.3) se ve cómo quedan las secuencias de corriente y en (A.2.4) las de tensión, donde se define el operador  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$  (rotación en el espacio complejo de 120°). Por ejemplo  $V_{\pm 1}$ 

es la secuencia positiva de la componente fundamental y  $V_{-3}$  es la secuencia negativa de la tercera armónica de tensión.

$$\begin{bmatrix} Io_n \\ I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IR_n \\ IS_n \\ IT_n \end{bmatrix}$$
(A.2.3)

$$\begin{bmatrix} Vo_n \\ V_{+n} \\ V_{-n} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VR_n \\ VS_n \\ VT_n \end{bmatrix}$$
(A.2.4)

La inversa de estas transformaciones son respectivamente

$$\begin{bmatrix} IR_n \\ IS_n \\ IT_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Io_n \\ I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(A.2.5)

$$\begin{bmatrix} VR_n \\ VS_n \\ VT_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Vo_n \\ V_{+n} \\ V_{-n} \end{bmatrix}$$
(A.2.6)

## A.2.2. Expresión de corrientes y tensiones en función de secuencias y armónicas

Si se combinan las expresiones (A.2.1) de la corriente en función del tiempo y sus armónicas, la descomposición en componentes simétricas vista en  $(A.2.3)^1$  se puede escribir la expresión de la corriente como muestra (A.2.7). En forma similar se puede escribir para la tensión (A.2.8).

Se recuerda que la definición de armónicos supone, tal como se expresa en el

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La fase S de una secuencia positiva/negativa está retrasada/adelantada 120° respecto a R. La fase T de una secuencia positiva/negativa está adelantada/retrasada 120° respecto a R.

apartado A.2.1, funcionamiento en régimen estacionario.

$$i_{Rn} = \sqrt{2}Io_{n}\sin(w_{n}t + \delta_{on}) + \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_{n}t + \delta_{+n}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_{n}t + \delta_{-n}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_{n}t + \delta_{on}) + \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_{n}t + \delta_{+n} - \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_{n}t + \delta_{-n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_{n}t + \delta_{-n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_{n}t + \delta_{+n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_{n}t + \delta_{-n} - \frac{2\pi}{3})$$
(A.2.7)

$$v_{Rn} = \sqrt{2}Vo_{n}\sin(w_{n}t + \phi_{on}) + \sqrt{2}V_{+n}\sin(w_{n}t + \phi_{+n}) + \sqrt{2}V_{-n}\sin(w_{n}t + \phi_{-n}) + \sqrt{2}V_{-n}\sin(w_{n}t + \phi_{on}) + \sqrt{2}V_{+n}\sin(w_{n}t + \phi_{+n} - \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}V_{-n}\sin(w_{n}t + \phi_{-n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}V_{-n}\sin(w_{n}t + \phi_{-n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}V_{+n}\sin(w_{n}t + \phi_{+n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}V_{-n}\sin(w_{n}t + \phi_{-n} - \frac{2\pi}{3})$$
(A.2.8)

#### A.2.3. Transformada de Clarke

Una de las transformaciones más comunes (directa e inversa) de un sistema trifásico a uno bifásico ortogonal (ya que el primero es redundante para definir un vector en el plano) es la transformada de Clarke (Clarke, 1943). En la Fig. A.1 se ve gráficamente la ubicación de los ejes ortogonales  $\alpha\beta$  respecto a los fasores R, S y T. En (A.2.9) se aprecia la aplicación de esta transformación para el fasor de corriente y en (A.2.10) para el de tensión, quedando por lo tanto definidas las ternas  $i_o, i_\alpha, i_\beta y v_o, v_\alpha, v_\beta$ 



Figura A.1: Transformada de Clarke

$$\begin{bmatrix} i_{o} \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R} \\ i_{S} \\ i_{T} \end{bmatrix}$$
(A.2.9)
$$\begin{bmatrix} v_{o} \\ v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{R} \\ v_{S} \\ v_{T} \end{bmatrix}$$
(A.2.10)

Las transformadas inversas para pasar del sistema  $(0, \alpha, \beta)$  al sistema (R, S, T) son las indicadas en (A.2.11) y (A.2.12) respectivamente.

$$\begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$
(A.2.11)

$$\begin{bmatrix} v_R \\ v_S \\ v_T \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_o \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}$$
(A.2.12)

## A.3. Enunciado de la Teoría pq

La definición de potencia instantánea homopolar  $p_o$ , potencia real instantánea py potencia imaginaria instantánea q queda determinada por (A.3.1). Ya se ha introducido, lo cual es aceptado internacionalmente, el cambio de signo de q respecto del original propuesto en (Akagi et al., 1983). Este cambio de signo surge, como se verá más adelante en sistemas equilibrados, por la necesidad de que q resulte con valor medio positivo si se tienen corrientes atrasadas (inductivas) respecto al fundamental positivo de tensión. El desarrollo de (A.3.1) arroja la definición de  $p_o$  en (A.3.2), de p en (A.3.3) y de q en (A.3.4).

$$\begin{bmatrix} p_o \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_o & 0 & 0 \\ 0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$
(A.3.1)

$$p_o = v_o \cdot i_o \tag{A.3.2}$$

$$p = v_{\alpha} \cdot i_{\alpha} + v_{\beta} \cdot i_{\beta} \tag{A.3.3}$$

$$q = v_{\beta} \cdot i_{\alpha} - v_{\alpha} \cdot i_{\beta} \tag{A.3.4}$$

Tal como fueron definida p, q y  $p_o$ , también se puede escribir la ecuación equivalente

$$\begin{bmatrix} p_o \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_o & 0 & 0 \\ 0 & i_\alpha & i_\beta \\ 0 & -i_\beta & i_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_o \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}$$
(A.3.5)

## A.4. Interpretación de las potencias $p_o p \mathbf{y} q$

La potencia instantánea de un sistema trifásico es

$$p_{3} = v_{R} \cdot i_{R} + v_{S} \cdot i_{S} + v_{T} \cdot i_{T} = \begin{bmatrix} i_{R} \\ i_{S} \\ i_{T} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} v_{R} \\ v_{S} \\ v_{T} \end{bmatrix} =$$
(A.4.1)

Si se sustituye en esta ecuación las ecuaciones del vector de tensión y corriente tal como muestran (A.2.11) y (A.2.12), se obtiene

$$\left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o\\ i_\alpha\\ i_\beta \end{bmatrix} \right\}^t \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_o\\ v_\alpha\\ v_\beta \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} i_{o} \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}^{t} \underbrace{\left[ \begin{array}{cccc} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right]^{t} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right]}_{I} \begin{bmatrix} v_{o} \\ v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{bmatrix} i_{o} \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} v_{o} \\ v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = v_{\alpha} \cdot i_{\alpha} + v_{\beta} \cdot i_{\beta} + v_{o} \cdot i_{o} \qquad (A.4.2)$$

Si se observa (A.3.2) y (A.3.3) se ve que se puede decir, sin lugar a dudas, que la potencia activa instantánea trifásica es la suma de  $p_o$  y p definidos en el apartado (A.3). Por lo tanto se puede escribir

$$p_3 = p_o + p \tag{A.4.3}$$

Por otra parte sustituyendo en (A.3.4) las definiciones de  $v_{\alpha}$ ,  $v_{\beta}$ ,  $i_{\alpha}$  e  $i_{\beta}$  que se derivan de (A.2.9) y (A.2.10) se obtiene

$$q = v_{\beta} \cdot i_{\alpha} - v_{\alpha} \cdot i_{\beta} = \frac{1}{3} \left[ (v_R - v_S)i_T + (v_S - v_T)i_R + (v_T - v_R)i_S \right]$$
(A.4.4)

Si se tiene un sistema trifásico de tensiones equilibradas,  $(v_R - v_S)$  es un vector rotado 90° respecto de  $v_T$ , lo mismo para  $(v_S - v_T)$  respecto de  $v_R$  etc., por lo que la potencia instantánea inmaginaria q, en un sistema equilibrado de tensiones, no es otra cosa que lo que sería el cálculo de la potencia activa instantánea desfasando las tensiones 90°  $(Q = \sqrt{3}V \cdot I \cdot \sin \phi)$ . Esto es lo que hace un medidor electromecánico de reactiva. En este caso en vez de usar valores eficaces, se usa el valor instantáneo, lo cual trae como consecuencia que el valor medio de q, que denotaremos como  $\bar{q}$ , coincidirá exactamente con Q (potencia reactiva convencional).

Las unidades de q se definen como Volt-Ampere-Imaginario, VAi por sus siglas en inglés (Akagi et al., 1983), en analogía de los VAr asignados a la potencia reactiva Q.

En régimen estacionario los valores instantáneos  $p_o$ ,  $p \ge q$  tienen valor medio  $\bar{p_o}$ ,  $\bar{p} \ge \bar{q}$ . Por tanto se pueden definir los valores oscilantes  $\tilde{p_o}$ ,  $\tilde{p} \ge \tilde{q}$  como

$$p_o = \bar{p_o} + \tilde{p_o} \tag{A.4.5}$$

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \tag{A.4.6}$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \tag{A.4.7}$$

## A.5. Teoría pq en régimen estacionario distorsionado

La teoría de la potencia instantánea se formaliza en el dominio del tiempo. Sin embargo, interesa relacionarla con lo que pasa en el dominio de la frecuencia cuando el fenómeno en estudio está en régimen estacionario. A cada componente de frecuencia, en función de sus secuencias de corriente y tensión en el sistema (R, S, T) definidas en (A.2.7) y (A.2.8), se le puede aplicar la transformada de Clarke de acuerdo a las ecuaciones (A.2.9) y (A.2.10). En las ecuaciones (A.5.1) y (A.5.2) se ve como quedan las expresiones de las corrientes y tensiones en el sistema (0,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) teniendo en cuenta todas las frecuencias.

$$i_{\alpha}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}I_{+n} \sin(w_{n}t + \delta_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}I_{-n} \sin(w_{n}t + \delta_{-n})$$

$$i_{\beta}(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}I_{+n} \cos(w_{n}t + \delta_{-n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}I_{-n} \cos(w_{n}t + \delta_{-n})$$

$$i_{o}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{6}Io_{n} \sin(w_{n}t + \delta_{on}) \quad (A.5.1)$$

$$v_{\alpha}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}V_{+n} \sin(w_{n}t + \phi_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}V_{-n} \sin(w_{n}t + \phi_{-n})$$

$$v_{\beta}(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}V_{-n} \cos(w_{n}t + \phi_{-n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3}V_{-n} \cos(w_{n}t + \phi_{-n})$$

$$v_{o}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{6}Vo_{n} \sin(w_{n}t + \phi_{on}) \quad (A.5.2)$$

Analizando las expresiones (A.5.1) y (A.5.2) se constata el hecho de que hay un completo desacople entre las secuencias positivas y negativas respecto a la homopolar. En las expresiones  $\alpha$  y  $\beta$  no aparece la homopolar y viceversa.

Luego, sustituyendo en (A.3.2), (A.3.3) y (A.3.4) las expresiones (A.5.1) y (A.5.2), operando convenientemente y separando términos, obtenemos las expresiones (A.5.3), (A.5.4), (A.5.5), (A.5.6), (A.5.7) y (A.5.8) de  $\bar{p_o}$ ,  $\tilde{p_o}$ ,  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$  y  $\tilde{q}$  respectivamente. Nuevamente se destaca el no acoplamiento entre la potencia  $p_o$  homopolar con p o qen donde sólo aparecen secuencias mayores o menores que cero.

$$\bar{p}_{o}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} +3Vo_{n}Io_{n}\cos(\phi_{0n} - \delta_{0n})$$
(A.5.3)

$$\tilde{p}_{o}(t) = + \sum_{\substack{m=1 \ m \neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} + 3Vo_{m}Io_{n}\cos[(w_{m} - w_{n})t + \phi_{om} - \delta_{on}]\} + \sum_{m=1}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} - 3Vo_{m}Io_{n}\cos[(w_{m} + w_{n})t + \phi_{om} + \delta_{on}]\}$$
(A.5.4)

$$\bar{p}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{+n}I_{+n}\cos(\phi_{+n} - \delta_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{-n}I_{-n}\cos(\phi_{-n} - \delta_{-n})$$
(A.5.5)

$$\tilde{p}(t) = (A.5.6)$$

$$+ \sum_{\substack{m=1 \ m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{+m}I_{+n}\cos[(w_m - w_n)t + \phi_{+m} - \delta_{+n}]\}$$

$$+ \sum_{\substack{m=1 \ m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{-m}I_{-n}\cos[(w_m - w_n)t + \phi_{-m} - \delta_{-n}]\}$$

$$+ \sum_{\substack{m=1 \ m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} - 3V_{+m}I_{-n}\cos[(w_m + w_n)t + \phi_{+m} + \delta_{-n}]\}$$

$$+ \sum_{\substack{m=1 \ m=1}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} - 3V_{-m}I_{+n}\cos[(w_m + w_n)t + \phi_{-m} + \delta_{+n}]\}$$

$$\bar{q}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} +3V_{+n}I_{+n}\sin(\phi_{+n} - \delta_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} -3V_{-n}I_{-n}\sin(\phi_{-n} - \delta_{-n})$$
(A.5.7)

$$\begin{split} \tilde{q}(t) &= (A.5.8) \\ &+ \sum_{\substack{m=1\\m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{+m}I_{+n}\sin[(w_m - w_n)t + \phi_{+m} - \delta_{+n}]\} \\ &+ \sum_{\substack{m=1\\m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} - 3V_{-m}I_{-n}\sin[(w_m - w_n)t + \phi_{-m} - \delta_{-n}]\} \\ &+ \sum_{\substack{m=1\\m\neq n}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} - 3V_{+m}I_{-n}\sin[(w_m + w_n)t + \phi_{+m} + \delta_{-n}]\} \\ &+ \sum_{\substack{m=1\\m=1}}^{\infty} \{\sum_{n=1}^{\infty} + 3V_{-m}I_{+n}\sin[(w_m + w_n)t + \phi_{-m} + \delta_{+n}]\} \end{split}$$

#### A.5.1. Espectro de $p \neq q$

Observando (A.5.5) se ve que  $\bar{p}$  tiene un espectro con una barra en continua a la que aportan todas las frecuencias y secuencias de las tensiones y corrientes. Observando (A.5.6) se puede analizar como contribuyen al espectro de  $\tilde{p}$  las secuencias armónicas. Lo mismo vale para  $\bar{q}$  analizando (A.5.7) y (A.5.8), pero para simplificar, en lo que sigue se hablará sólo de p.

La Fig. A.2 muestra esta dependencia, en donde la primera fila de cada una de las cuatro submatrices muestra secuencia armónicas de corriente, la primera columna muestra secuencias armónicas de tensión, y dentro de la tabla se indica el orden del armónico donde contribuyen las parejas corrientes/tensiones elegidas. Por ejemplo,  $I_{+3}$  y  $V_{+1}$  tienen en la tabla un 2 por lo que contribuyen a la segunda barra del espectro de  $\tilde{p}$  (100 Hz para el caso de redes de 50Hz). Se destaca que todas las secuencias armónicas de tensión o corriente contribuyen en todas las frecuencias de los espectros de p y q.

### A.6. Transformación inversa de la Teoría pq

El cálculo de p y q a partir de las tensiones y corrientes trifásicas instantáneas  $v_k(t)$ e  $i_k(t)$  es biunívoco. Observando (A.3.1) se puede ver que la submatriz que define p y q es invertible, por lo que en (A.6.1) quedan definidas las corrientes en coordenadas  $\alpha$  y  $\beta$  a partir de p, q,  $v_{\alpha}$  e  $v_{\beta}$ .

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$
(A.6.1)

	l+1	I+2	I+3	I+4		l+n		<b>I-1</b>	I-2	I-3	I-4	 l-n
V+1	0	1	2	3		n-1	V+1	2	3	4	5	n+1
V+2	1	0	1	2		n-2	V+2	3	4	5	6	n+2
V+3	2	1	0	1		n-3	V+3	4	5	6	7	n+3
V+4	3	2	1	0		n-4	V+4	5	6	7	8	n+4
					0							
V+n	n-1	n-2	n-3	n-4		0	V+n	n+1	n+2	n+3	n+4	2n
-		-		1							-	
	l+1	I+2	I+3	I+4		l+n		I-1	I-2	I-3	I-4	 l-n
V-1	l+1 2	<b>l+2</b> 3	<b>I+3</b> 4	<b>l+4</b> 5		<b>l+n</b> n+1	V-1	<b>I-1</b>	<b>I-2</b>	I-3 2	<b>I-4</b> 3	 <b>l-n</b> n-1
V-1 V-2	<b>l+1</b> 2 3	<b>I+2</b> 3 4	<b>I+3</b> 4 5	<b>l+4</b> 5		<b>l+n</b> n+1 n+2	V-1 V-2	<b>I-1</b> 0	<b>I-2</b> 1	<b>I-3</b> 2	<b>I-4</b> 3 2	 <b>I-n</b> n-1 n-2
V-1 V-2 V-3	<b>l+1</b> 2 3 4	<b>I+2</b> 3 4 5	<b>I+3</b> 4 5 6	<b>I+4</b> 5 6 7		<b>l+n</b> n+1 n+2 n+3	V-1 V-2 V-3	<b>I-1</b> 0 1 2	<b>I-2</b> 1 0 1	I-3 2 1 0	<b>I-4</b> 3 2 1	 <b>I-n</b> n-1 n-2 n-3
V-1 V-2 V-3 V-4	<b>I+1</b> 2 3 4 5	<b>I+2</b> 3 4 5 6	<b>I+3</b> 4 5 6 7	<b>I+4</b> 5 6 7 8		<b>l+n</b> n+1 n+2 n+3 n+4	V-1 V-2 V-3 V-4	I-1 0 1 2 3	I-2 1 0 1 2	I-3 2 1 0 1	I-4 3 2 1 0	 <b>I-n</b> n-1 n-2 n-3 n-4
V-1 V-2 V-3 V-4	l+1 2 3 4 5	<b>I+2</b> 3 4 5 6	<b>I+3</b> 4 5 6 7	<b>I+4</b> 5 6 7 8	·····	<b>l+n</b> n+1 n+2 n+3 n+4	V-1 V-2 V-3 V-4	I-1 0 1 2 3	I-2 1 0 1 2	I-3 2 1 0 1	I-4 3 2 1 0	 <b>I-n</b> n-1 n-2 n-3 n-4

Figura A.2: Contribución de armónicos y secuencias al espectro de  $\tilde{p}$  (y  $\tilde{q}$ ). Para cada sub-tabla, la primera fila muestra las secuencia armónicas de corriente, la primera columna muestra las secuencias armónicas de tensión y adentro se indica el orden del armónico donde contribuyen las parejas corrientes/tensiones elegidas. Por ejemplo,  $I_{+3}$  y  $V_{+1}$  tienen en la sub-tabla un 2 por lo que contribuyen a la segunda barra del espectro de  $\tilde{p}$  (100 Hz para el caso de redes de 50Hz)

De la misma forma y teniendo en cuenta la simetría en la propia definición de la Teoría pq manifiesta en la ecuación (A.3.5) se puede escribir

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{i_{\alpha}^2 + i_{\beta}^2} \begin{bmatrix} i_{\alpha} & i_{\beta} \\ -i_{\beta} & i_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$
(A.6.2)

Por otra parte los cálculos inversos de *io* o *vo* son triviales y se expresan como

$$i_o = \frac{p_o}{v_o} \tag{A.6.3}$$

$$v_o = \frac{p_o}{i_o} \tag{A.6.4}$$

Finalmente para pasar a coordenadas (R, S, T) se recurre respectivamente a la transformada inversa de Clarke mostrada en (A.2.11) y (A.2.10).

## A.7. Desarrollos similares, críticas y comparaciones de la Teoría pq

Quizás uno de los mejores indicadores de que la teoría de la potencia instantánea está en desarrollo y que queda terreno para seguir investigando, es que su propio creador figure como el primer y último referente en la materia. Desde su primer trabajo presentando la teoría (Akagi et al., 1983), hasta sus últimos trabajos (Akagi and Kim, 1999) (Watanabe et al., 2002), el emblemático Akagi sigue aportando en medio de críticas y realizaciones. En el trabajo (Akagi and Kim, 1999) se presenta una comparación entre la teoría inicialmente presentada por Akagi en el 83 con una modificación de la misma presentada luego por su maestro en (Nabae et al., 1995). Como primera conclusión establece que ambas teorías son correctas pero que la segunda tiene problemas para compensar corrientes homopolares si el filtro es sin fuente de energía independiente. Luego en (Watanabe et al., 2002) se describen algunos problemas reportados y se dan interpretaciones y soluciones a los mismos.

El trabajo (Komatsu and Kawabata, 1997) intenta desacreditar la clásica Teoría pq y propone la teoría *Extendida* y se concluye tener mejores resultados para sistemas con gran desbalance de tensiones. La Teoría pq clásica puede tener problemas con grandes desbalances de tensión, pero la realidad indica que los casos en los que es deseable utilizar un filtro activo, el problema no es el desbalance de tensión sino de carga y la presencia de armónicos de corriente. En general, los sistemas trifásicos en sistemas eléctricos son equilibrados en tensión y no se presentan estos problemas.

Finalmente del trabajo (Dempenbrock, 1993) se pueden reproducir dos párrafos que muestran el espíritu de competitividad que hay en torno a este tema.

All mentioned basic contributions to the  $FBD^2$  -method have been published in German and seem to be widely unknown in the English speaking world.

Sólo el hecho que el método se llame como el autor, marca la puja que hay en torno a estas temáticas, pero el tono indica además una actitud al menos molesta. Luego, en otra parte del artículo dice:

These equations were later independently confirmed in [9] using matrix notations, the result for the special case m=3 are the same as derived in a somewhat different way in [10] using complex space vector notation

<sup>2</sup>Fryze, Buchholz and Depenbrock

De la cuidadosa lectura del artículo de Depenbrock, llegar a la conclusión de que *"de alguna forma y por otro camino diferente"* la propuesta de Akagi (referencia [10] de la cita de Depenbrock) y la de Depenbrock son coincidentes, es más que una tarea trivial.

Como conclusión, la teoría presentada por Akagi<sup>3</sup>, es consistente teórica y físicamente, fácil de entender y aplicar, y algo de gran importancia es el hecho de que hay aplicaciones reales que la utilizan.

## A.8. Otras Aplicaciones

Como ya se ha comentado, la utilización de filtros activos shunt para mejorar la carga que supone para el sistema eléctrico determinada carga con armónicos y desbalances, ha sido tratado en numerosos trabajos en los que se destaca (Penello et al., 1992) mostrando que la Teoría pq es a la *carte* en donde basta elegir qué se quiere compensar.

Hay numerosas vertientes de estudio en donde se ha aplicado la Teoría pq con resultados satisfactorios. El trabajo (Aredes et al., 1998) muestra como esta teoría es directamente aplicable en el campo de los FACTS <sup>4</sup>. En (Oliveira and Watanabe, 1993) se propone usar la Teoría pq para medir potencias. En (Barbosa, Rolim, Watanabe and Hanitsch, 1998) se integran paneles solares fotovoltaicos a la red mediante un inversor comandado con la Teoría pq. Luego, el trabajo (Verdelho and Soares, 1997) aplica la teoría para un rectificador hecho con 6 llaves IGBT, de modo de rectificar y mantener factor de potencia y distorsión controlados. Digno de mención, por el grado de generalidad con que se aplica la teoría, es el trabajo (Barbosa, a. Santisteban and Watanabe, 1998). Allí se extrae el ripple de tensión a la salida de un rectificador mediante un filtro activo serie en el bus de continua, se extraen los armónicos de corriente mediante un filtro shunt en barras de alterna y todo esto sin fuente de energía independiente. Si bien esta aplicación está lejos de ser industrializada, muestra la gran versatilidad de la teoría.

 $<sup>^3\</sup>mathrm{Es}$ reconocida su autoría y propuesta inicial

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Flexible AC Transmission Systems

## Apéndice B

## Distorsión armónica en un sistema trifásico

Las reglamentaciones (ENRE, 1997a) establecen la necesidad de no superar cierta distorsión armónica total (THD) en el PCC. Si se siguiese de forma estricta el texto de las mismas, se debería cumplir este requerimiento para cada una de las tres fases del sistema eléctrico.

Por otra parte, sea la expresión de las corrientes  $R, S \ge T$  vista en (A.2.1) que aquí se reproduce para la fase R

$$i_R(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I R_n \sin(w_n t + \delta_{Rn})$$
(B.0.1)

Teniendo en cuenta la expresión de la corriente armónica de cada fase en función de los fasores de secuencias armónicas positivas y negativas vista en (A.2.7) y asumiendo que no hay componentes homopolares, se tendrá

$$i_{Rn} = \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_nt + \delta_{+n}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_nt + \delta_{-n})$$

$$i_{Sn} = \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_nt + \delta_{+n} - \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_nt + \delta_{-n} + \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{Tn} = \sqrt{2}I_{+n}\sin(w_nt + \delta_{+n} + \frac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}I_{-n}\sin(w_nt + \delta_{-n} - \frac{2\pi}{3})$$

Luego se puede calcular el valor RMS de  $i_{Rn}$  como

$$IR_n = \sqrt{\frac{1}{T} \int i_{Rn}^2 dt} \tag{B.0.3}$$



Figura B.1: Suma fasorial de corrientes armónicas de secuencias opuestas.

Sustituyendo en (B.0.3) la expresión (B.0.2) y operando convenientemente se obtiene

$$IR_n^2 = I_{+n}^2 + I_{-n}^2 + 2I_{+n}I_{-n}\cos(\delta_{+n} - \delta_{-n})$$
(B.0.4)

Notar que NO se cumple que el valor eficaz de la corriente de una fase sea la suma cuadrática de los valores eficaces de las secuencias positivas y negativas. En el esquema fasorial de la Fig. B.1 se ve como, dependiendo de los ángulos  $\delta_+$  y  $\delta_-$  de cada secuencia armónica, quedan determinados los fasores de las corrientes de línea asociadas con la frecuencia de dichas secuencias armónicas. El resultado expresado en B.0.4 no es otra cosa que el cálculo, mediante el teorema del coseno, de las corrientes resultantes de línea para cada armónica.

Las definiciones de distorsiones utilizadas en las reglamentaciones son relativas a la corriente nominal  $I_N$ . Este valor representa la corriente que corresponde a la potencia contratada aplicando un determinado factor de potencia que para el caso Argentino es de 0.85 (ENRE, 1997b). Por lo tanto se puede escribir la  $THD_R$  de la fase R como

$$THD_R^2 = \sum_K IR_k^2 / I_N^2 \quad K = [2 \cdots 40]$$
 (B.0.5)

Generalizando (B.0.4) y (B.0.5) para las demás fases resulta

$$IS_{n}^{2} = I_{+n}^{2} + I_{-n}^{2} + 2I_{+n}I_{-n}\cos(\delta_{+n} - \delta_{-n} - 2\frac{2\pi}{3})$$
  

$$IT_{n}^{2} = I_{+n}^{2} + I_{-n}^{2} + 2I_{+n}I_{-n}\cos(\delta_{+n} - \delta_{-n} + 2\frac{2\pi}{3})$$
(B.0.6)

у

$$THD_{S}^{2} = \sum_{K} IS_{k}^{2}/I_{N}^{2} \qquad THD_{T}^{2} = \sum_{K} IT_{k}^{2}/I_{N}^{2}$$
(B.0.7)

Al momento de aplicar la reglamentación puede ser más justo<sup>1</sup> ponderar la distorsión en forma cuadrática entre las tres fases

$$THDp = \sqrt{\frac{THD_R^2 + THD_S^2 + THD_T^2}{3}}$$
 (B.0.8)

Sustituyendo (B.0.4) (B.0.5) (B.0.6) y (B.0.7) en (B.0.8) resulta

$$THDp = \frac{\sqrt{\sum_{D} I_d^2}}{I_N} = \frac{I_E}{I_N} \quad D = [\pm 2 \ \pm 3 \dots \pm 40]$$
(B.0.9)

en donde se ha definido  $I_E$ 

$$I_E = \sqrt{\sum_D I_d^2} \quad D = [\pm 2 \ \pm 3 \dots \pm 40]$$
 (B.0.10)

como el residuo ponderado trifásico.

Este resultado SI da lo que intuitivamente se podría haber supuesto que pasaba, y que no mostraba (B.0.4). Se confirma que el residuo armónico ponderado es la suma cuadrática de todas las secuencias armónicas de corriente. Este resultado es consistente con asumir que la  $I_E$  es la responsable de las pérdidas en el sistema eléctrico debido a armónicas residuales relevantes de corrientes.

En forma equivalente se puede definir la distorsión<sup>2</sup> de una secuencia armónica positiva o negativa de frecuencia  $w_n$  como

$$HD_{\pm n} = \frac{I_{\pm n}^2}{I_N} \tag{B.0.11}$$

o la distorsión ponderada de una armónica de frecuencia  $w_n$  como

$$HDp_n = \frac{\sqrt{I_{+n}^2 + I_{-n}^2}}{I_N} \tag{B.0.12}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Esta afirmación corresponde al campo legal y no al técnico. Desde el punto de vista técnico se debería evaluar comparativamente a un consumidor que emite en sus tres fases justo por debajo de lo permitido frente a otro que emite en una sola fase justo por encima de lo permitido. Al primero no se lo penaliza, al segundo si.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Para una sola secuencia armónica no tiene sentido la ponderación ya que por definición de secuencia armónica se tiene la misma distorsión en las tres fases.

# Apéndice C Ejemplo de filtrado residual

Sea el sistema real presentado en el apéndice J. La Fig. C.1 muestra su esquema general de potencia indicándose el punto de acoplamiento común (PCC).



Figura C.1: Esquema de potencia del ejemplo real estudiado

Se utiliza como registro de datos representativo el elegido en el apartado J.8 del apéndice J. Este registro real medido en el PCC se reproduce en la Fig. C.2. El filtro activo shunt que muestra la Fig. C.3 será instalado en barras de 150kV en el PCC (punto común de acoplamiento eléctrico). Es en este PCC que se deberá cumplir con la reglamentación sobre emisión armónica permitida.



Figura C.2: Momentos de máxima distorsión armónica en la corriente de carga medida en el *PCC* luego del agregado de chatarra en el horno de arco: registro BMI03.

Las reglamentaciones sobre emisión armónica establecen dos requerimientos:

- No sobrepasar cierta THD total
- No sobrepasar cierto valor de distorsión armónica debido a cada armónica individual

En todos los casos las distorsiones son relativas a un valor de corriente fijo que corresponde a la corriente contratada afectada por un determinado factor de potencia (por ejemplo 0.85). Estos requisitos se deben cumplir durante más del 95 % del tiempo en una ventana de medida de, por ejemplo, una semana (ENRE, 1997b).

## C.1. Diseño del filtro

La tarea del filtro activo es reducir las corrientes armónicas al menos hasta el límite establecido en la reglamentación aplicable. No se deben filtrar las corrientes de las secuencias armónicas de la fundamental  $I_{+1}$  e  $I_{-1}$ . Por lo tanto se puede utilizar el esquema de filtrado de dos celdas RFBC en cascada analizado en el Capítulo 1 y que se reproduce en la Fig. C.4.

En este caso particular no se requiere un PLL o similar que extraiga la señal  $V_{+1}$ dado que en el PCC la tensión es prácticamente sinusoidal y equilibrada, teniéndose



Figura C.3: Filtro activo shunt en barra de 150kV.

presente sólo  $V_{+1}$ . La señal  $V_{-1}$  necesaria para el segundo RFBC deberá ser sintetizada a partir de  $V_{+1}$ . Dado que no existe realmente  $V_{-1}$ , quizás en este momento el lector se estará preguntando por qué es válido el método de cálculo esquematizado en la Fig. 1.3 en donde se suponía existía  $V_{-1}$ . La respuesta a esta interrogante se desarrolla en el Capítulo 2 referido a filtrado selectivo, en donde el filtrado mediante celdas RFBC es generalizado al caso de usar para el cálculo tensiones de frecuencia y secuencia arbitraria.

### C.1.1. Consideraciones sobre el diseño del condensador de alimentación del inversor del Filtro Activo

El diseño del condensador  $C_{VSI}$  del VSI debe realizarse de modo tal que la potencia activa instantánea fluctuante  $\tilde{p}$  que circula por él produzca un ripple de tensión tolerable. La energía media estimada en el condensador es  $\frac{1}{2}C_{VSI}V_{CC}^2$ . Como criterio de diseño del condensador  $C_{VSI}$  mínimo a utilizar se impone que la energía máxima fluctuante sea, a lo sumo, un 10% de la energía del propio condensador. Esto es equivalente a imponer aproximadamente un ripple de 5% en tensión (ver Anexo L).

Por otra parte, cuando se calcula el precio del condensador se ve que es de un orden de magnitud menor al costo del inversor, por lo que no vale la pena preocuparse por aumentos de  $C_{VSI}$  frente a disminuciones de la corriente del inversor, ya que el óptimo



Figura C.4: Esquema de filtrado de  ${\cal I}_{+1}$  <br/>e ${\cal I}_{-1}$  con dos RFBC en cascada.

económico consiste en tener el inversor de corriente mínima.

El otro aspecto a elegir es la tensión  $V_{CC}$  de trabajo del condensador  $C_{VSI}$ . Dicho valor depende fuertemente de la referencia de corriente que se le impondrá al inversor del filtro activo. Como un primer criterio se puede establecer que el inversor pueda imponer en cada fase un valor cierto porcentaje mayor que la tensión máxima de fase<sup>1</sup>. Por ejemplo  $\frac{V_{VCI}}{2} = [150\sqrt{2}/\sqrt{3}] * 1,4 = 170kV$ . El factor 1.4 es razonablemente conservador a efectos de asegurar un buen desempeño del inversor y lograr imponer la corriente deseada. Este aspecto deberá ser verificado mediante simulaciones o experimentación. Los resultados de simulación que se mostrarán asumen que el inversor VSI puede copiar en su salida la corriente de referencia teniendo en cuenta su máxima derivada etc. Bastará elegir adecuadamente la tensión  $V_{VSI}$  del condensador  $C_{VSI}$ , la inductancia de desacople y el método y frecuencia de modulación.

Todos los valores aquí presentados están normalizados a la tensión de línea Vn=150kV. El inversor del filtro activo tendrá posiblemente una tensión inferior dependiendo de la tecnología utilizada. Si por ejemplo, la relación de transformación es 10 (filtro activo conectado a barras de 15kV), la tensión  $V_{CC}$  en  $C_{VSI}$  será 17kV, las corrientes se multiplicarán por 10 y la capacidad  $C_{VSI}$  se multiplicará por 100.

#### C.1.2. Diseño del filtro pasa altos de los canales $p \neq q$

Los grados de libertad para diseñar el filtro pasa altos de los canales  $p \ge q$  son el tipo de filtro, su ancho de banda  $f_o$ , el orden y la ganancia en alta frecuencia r.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Por ejemplo, si se realiza PWM sinusoidal y las referencias al VSI no tienen componente homopolar (esto último hace que el potencial del punto medio de la fuente coincida con el potencial del neutro del sistema trifásico), la tensión máxima de fase es  $\frac{V_{VSI}}{2}$ .

Un aspecto interesante es que si el filtro sólo tomara una fracción de la  $\tilde{p}$ , el condensador  $C_{VSI}$  de alimentación del inversor podría ser cada vez más chico al tener que soportar menores oscilaciones de la porción  $\tilde{p}$  de la potencia activa instantánea p (Casaravilla, 2000) (Casaravilla et al., 2000). Esto determinaría el uso de filtros pasa altos diferentes en los canales  $p \ge q$  (al menos diferentes sus ganancias r). Este aspecto no será abordado aquí. Como se ve en el Capítulo 2, el utilizar filtros diferentes en los canales  $p \ge q$  agrega complejidad al análisis y no determina la disminución de la corriente del filtro activo.

Se utilizan filtros Butterworth digitales de orden 2. Ordenes mayores a 2 dan malos resultados dado el retardo que producen en la compensación en tiempo real de las corrientes residuales (Casaravilla, 2000) (Casaravilla et al., 2000).

Una primera aproximación a la selección de  $f_o$  y r se puede obtener al observar la Fig. C.5 en donde se ha graficado cómo varía la distorsión trifásica ponderada (THDp) y la corriente  $Imax_{95\%}^2$  al variar  $f_o$  manteniendo r = 1 (máximo filtrado).



Figura C.5: Curvas al variar  $f_o$  y mantener r = 1. Arriba: THDp; Abajo:  $Imax_{95}$ .

La gráfica de la THDp da de acuerdo a lo esperado, ya que en la medida que

 $<sup>^{2}</sup>Imax_{95}$  es el percentil 95 % de las corrientes instantáneas que debe tomar el filtro activo. Por lo tanto, se puede decir que si el inversor del filtro activo puede suministrar dicho valor de corriente, se podrá cumplir en hasta un 95 % con los requerimientos calculados.

se aumenta  $f_o$  se está dejando de filtrar residuo armónico y como consecuencia aumentando la THDp. Si se observa la sub-tabla C y F de la Fig. 1.3 se verá que, a medida que aumenta  $f_o$  se va filtrando, en orden creciente con el índice armónico, cada vez menos  $I_2$ ,  $I_3$ , etc. Por ejemplo en la sub-tabla C se observa en los 50Hz (1 en la tabla) la secuencia armónica  $I_{+2}$ . Esta será la primera secuencia armónica cuyo filtrado disminuye en el primer RFBC. También al aumentar  $f_o$  disminuye el filtrado de  $I_{-2}$ , ya que está en 150Hz (tiene un 3 en la sub-tabla). Luego en la sub-tabla F, que corresponde a la segunda RFBC, la primera secuencia armónica cuyo filtrado disminuye es la  $I_{-2}$  (y algo  $I_{+2}$  por estar en 150Hz).

Si bien lo que se espera es disminución de la corriente  $Imax_{95}$  al aumentar  $f_o$ , dicha disminución presenta un andamiento irregular debido a la diversidad original de las diferentes secuencias armónicas en la corriente de carga a compensar.

En la Fig. C.6 se observan las curvas de THDp e  $Imax_{95}$  al variar  $f_o$  pero para tres valores determinados de r. Para cada r, están señalados los puntos de interés si se desea tener una THDp de 12%. Se ve claramente que valores reducidos de r son más convenientes. Se plantea entonces cuál es la pareja óptima  $(f_o,r)$  por la cual se obtiene una THDp de 12% y se tiene mínima corriente  $Imax_{95}$ .

En la Fig. C.7 se grafican las parejas  $(f_o, r)$  que determinan una THDp de 12%. Se concluye que el óptimo se obtiene para fo = 7Hz y r = 0.43.

#### C.1.3. Resultados y conclusiones

En la Fig. C.8 se observa la corriente de carga  $i_C$ , la corriente de línea  $i_L$  y la corriente del filtro activo  $i_F$  para el óptimo elegido. En la Fig. C.9 se observan los espectros normalizados<sup>3</sup> de dichas corrientes. Con el filtro activo se baja la distorsión inicial de 20 % a 12 %. Sin embargo persisten problemas en las armónicas 8, 9 y 10. Finalmente, la corriente  $Imax_{95}$  de la corriente  $i_F$  resulta en un valor de 8.1A y la corriente eficaz (RMS) en 4.7A.

Finalmente en la Fig. C.10 se confirma mediante simulación la expresión (1.4.1), que muestra la linealidad esperada entre r y la THDp cuando el filtro pasa altos es fijo. Sin embargo, pese a que teóricamente era de esperar que para r = 1 la distorsión se debía anular, esto no ocurre debido a que la dinámica del filtro pasa altos de p y q

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Las definiciones de distorsiones utilizadas en las reglamentaciones son relativas a la corriente aparente nominal  $I_N$ . Este valor representa la corriente que corresponde a la potencia activa contratada aplicando un determinado factor de potencia, que para el caso Argentino es de 0.85(ENRE, 1997b). Apéndice B.



Figura C.6: Curvas al variar  $f_o$  y diferentes valores de r. Arriba: THDp; Abajo:  $Imax_{95}$ .



Figura C.7: Curvas de r y  $f_o$  para  $THDp=12\,\%$ 



Figura C.8: Filtrado residual: Corriente de carga  $i_C$ , corriente de línea  $i_L$  y corriente del filtro activo  $i_F$  para el óptimo elegido: fo = 7Hz y r = 0.43



Figura C.9: Filtrado residual: Espectros normalizados  $(HDp \ y \ THDp)$  de  $i_C$ ,  $i_L$ y máximos permitidos por la reglamentación para el óptimo elegido: fo = 7Hz y r = 0.43. La THDp se grafica en 0Hz

no lo permite, haciéndose notar los retardos introducidos por dichos filtros, sumados al hecho de que las propias señales  $p \ge q$  no son periódicas (por no serlo tampoco las corrientes de entrada).



Figura C.10: Curvas THDp e  $Imax_{95}$  en función de r para  $f_o$  constante

## Apéndice D

## Diferentes topologías de Filtros Activos

La Fig. D.1 muestra la topología básica de un filtro activo shunt. Las inductancias entre el inversor y la red proporcionan el necesario desacople entre las tensiones instantáneas del inversor y la red. Muchas veces se usa con ese mismo fin la propia impedancia de cortocircuito de un transformador que adapta niveles de tensión. Tanto



Figura D.1: Topología básica de un Filtro Activo Shunt.

el trabajo (Akagi et al., 1983) como los siguientes (Akagi et al., 1984), (Penello, 1992), (Penello et al., 1992), (Aredes, 1996), (Aredes and Watanabe, 1995), presentan el filtro shunt como solución al problema de armónicos.

Para cerrar el ciclo de compensación y eliminar toda perturbación en la tensión y

desacoplar el sistema eléctrico de la carga que alimenta, surge la idea del filtro serie cuyo esquema se muestra en la Fig. D.2 Nuevamente Akagi y sus socios plantean



Figura D.2: Topología básica de un Filtro Activo Serie.

la posibilidad de seguir explorando la utilización de la Teoría pq en este camino (Peng et al., 1988). Luego trabajos como (Fujita and Akagi, 1991) trabajan con la combinación de filtros pasivos shunt y serie activos, trabajos como (Hafner et al., 1997) tratan la integración de filtros shunt y pasivos y trabajos como (Aredes, 1996), (Aredes and Watanabe, 1995), (Akagi and Fujita, 1995) combinan filtros shunt y serie para llegar incluso a plantear conceptos como el del UPQC (Unified Power Quality Conditioner) (Aredes et al., 1998) que, tal como se ve en la Fig. D.3 no es más que un filtro activo serie y otro shunt que comparten el condensador de fuente de continua (CC).

Por otra parte, se llama filtro activo híbrido a la combinación de filtros activos con filtros pasivos. Por ejemplo la Fig. D.4 muestra un ejemplo de filtro híbrido shunt básico. La topología mostrada en la Fig. D.5 (Shung et al., 2000) (Hafner et al., 1997) permite, en algunos casos, reducir el costo del filtro activo respecto al filtro pasivo. Otro aspecto no menor es la diversidad de sistemas de distribución existentes, en donde la existencia o no de neutro, hace surgir diferentes vertientes de estudio. Trabajos como (Aredes, 1996), (Aredes and Watanabe, 1995) y (Aredes et al., 1997) exploran este aspecto en donde el cuarto conductor del sistema eléctrico marca la diferencia y hace incluso que diferentes mutaciones de la teoría inicial presentada en (Akagi et al., 1983) sean coincidentes o no (Akagi and Kim, 1999).



Figura D.3: UPQC: Unified Power Quality Conditioner.



Figura D.4: Topología básica de un filtro activo shunt híbrido.



Figura D.5: Topología de filtro activo shunt híbrido con inductancia partida.
## Apéndice E Métodos de control

La Fig.E.1 muestra un esquema general de filtrado shunt y la convención de signos utilizada por lo que se cumplirá

$$i_L(t) = i_C(t) + i_F(t)$$
 (E.0.1)

Con el objeto de compensar armónicos de corriente en la corriente de carga  $i_C$  se pueden identificar al menos tres métodos de control. En (Akagi, 1997a) son presentados como

- medida de la corriente de carga  $i_C$
- medida de la corriente de línea  $i_L$
- medida de la tensión en el punto de conexión  $(PCC^1)$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Point of common coupling



Figura E.1: Esquema general de filtrado shunt y convención de signos.

El primer método de control, en donde se mide  $i_C$  y que se abreviará como método de control C, consiste en compensar las corrientes armónicas con el filtro activo. Por lo tanto se trata un sistema *feedforward*, en el que, si la carga no modifica su comportamiento frente a la variación de las tensiones armónicas que las alimentan, no se presentarán en principio problemas de estabilidad. En este trabajo no se ha modelado la respuesta dinámica de la carga, asumiendo que la misma es una fuente de corriente distorsionada constante. Esto concuerda con el hecho de que un horno de arco no consume corriente en una frecuencia particular dado lo aleatorio del proceso. Esto determina la existencia de muy baja o inexistente correlación entre los armónicos de la tensión de alimentación y los de la corriente consumida por un horno de arco. En sistemas más complejos, en particular cuando la carga incluye condensadores de compensación de reactiva, se debe analizar con sumo cuidado la estabilidad del sistema, ya que la propia carga puede introducir al control *feedforward* una realimentación que haga al control inestable.

El segundo método, que se denominará método de control L, es un sistema realimentado (feedback). La estabilidad del mismo debe ser analizada en todos los casos. En particular, la resonancia que pudiera tener el sistema eléctrico debido a la impedancia de cortocircuito del punto de conexión y las capacidades parásitas o explícitas en la carga, pueden tornar inestable al sistema. Trabajos como (Basic et al., 2000) (Mattavelli, 2001) utilizan este método de control con resultados satisfactorios en filtros armónicos selectivos.

El tercer método es similar al método L por lo que en este trabajo no se abunda en el mismo. Sin embargo, de acuerdo a la topología de la carga y teniendo en cuenta las resonancias ya comentadas, puede ser mejor y más estable que el método L. En (Akagi, 1997a) se llega incluso a mostrar cómo este método es el que da mejores resultados frente a los otros.

#### E.1. Esquema del método de control C

Teniendo en cuenta la convención de signos adoptada, el esquema de compensación del método de control C es el mostrado en la Fig. E.2 en donde por razones de conveniencia se define como  $-G_{FC}(w)$  a la transferencia

$$\frac{IF(w)}{IC(w)} = -G_{FC}(w) \tag{E.1.1}$$



Figura E.2: Método C: Esquema del control.



Figura E.3: Método L: Esquema del control.

por lo que la transferencia total del sistema resulta

$$G_{LC}(w) = \frac{IL(w)}{IC(w)} = 1 - G_{FC}(w)$$
(E.1.2)

Si se pretende filtrar totalmente una determinada frecuencia, la transferencia  $G_{FC}$  deberá tomar valor 1 en dicha frecuencia.

#### E.2. Esquema del método de control L

Análogamente, la Fig. E.3 muestra el esquema del método de control L en donde  $i_C$  es una entrada de ruido. Por ser un sistema realimentado, se incluye por razones formales la referencia  $i_{Lhref}$ , pero la misma será siempre nula (Akagi, 1997b) (Shung et al., 2000) (Fujita and Akagi, 1991) (Basic et al., 2000). No tiene sentido, en este caso de filtrado de armónicos, imponer un valor a la corriente  $i_L$ . La forma de filtrar más o menos corriente será operando sobre la transferencia  $G_{FL}$ . Por lo tanto resulta

$$\frac{IF(w)}{IL(w)} = -G_{FL}(w) \tag{E.2.1}$$

Luego la transferencia total del sistema (considerando como única entrada la perturbación  $i_C$ ) resulta

$$G_{LC} = \frac{IL(w)}{IC(w)} = \frac{1}{1 + G_{FL}(w)}$$
(E.2.2)

Si se pretende filtrar totalmente una determinada frecuencia, la transferencia  $G_{FL}$ deberá tomar teóricamente un valor infinito en dicha frecuencia. A los efectos prácticos y por evidentes problemas de estabilidad, esta ganancia deberá ser acotada con la consiguiente no total eliminación de la corriente armónica de  $i_L$ .

En este caso puede interesar saber como quedaría la relación entre la corriente  $i_F$ e  $i_C$ . Utilizando (E.0.1) queda

$$\frac{IF(w)}{IC(w)} = \frac{-G_{FL}(w)}{1 + G_{FL}(w)} = G_{LC}(w) - 1$$
(E.2.3)

## Apéndice F Coordenadas $\alpha/\beta$ y secuencias $I_+/I_-$

Eliminando las secuencias homopolares, la transformada de Clarke A.2.9 es

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R}(t) \\ i_{S}(t) \\ i_{T}(t) \end{bmatrix}$$
(F.0.1)

donde se ha indicado explícitamente la dependencia de estas funciones con el tiempo. Si se pasa esta expresión del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, para cada armónico individual que se indica como n se cumple

$$\begin{bmatrix} I\alpha_n\\ I\beta_n \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IR_n\\ IS_n\\ IT_n \end{bmatrix}$$
(F.0.2)

Por ejemplo y para reafirmar qué es lo que representa F.0.2, se puede escribir

$$I\alpha_5 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( IR_5 - \frac{1}{2}IS_5 - \frac{1}{2}IT_5 \right)$$
(F.0.3)

Luego, Fortescue establece la transferencia entre fasores de corriente y secuencias individuales n, la cual, eliminando la secuencia homopolar, resulta

$$\begin{bmatrix} I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} IR_n \\ IS_n \\ IT_n \end{bmatrix}$$
(F.0.4)

con su relación inversa

$$\begin{bmatrix} IR_n \\ IS_n \\ IT_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a^2 & a \\ a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(F.0.5)

Si se sustituye (F.0.5) en (F.0.2) se obtiene

$$\begin{bmatrix} I\alpha_n\\I\beta_n \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1\\a^2 & a\\a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+n}\\I_{-n} \end{bmatrix}$$
(F.0.6)

lo cual, luego de algunas operaciones conduce a

$$\begin{bmatrix} I\alpha_n\\I\beta_n \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1\\-j & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+n}\\I_{-n} \end{bmatrix}$$
(F.0.7)

Esta expresión es válida para cada valor n. Esta transformación entre las parejas de coordenadas  $\alpha/\beta$  y secuencias armónicas  $I_+/I_-$  es un especie de cambio de coordenadas, que se podrá expresar como

$$\begin{bmatrix} I\alpha_n\\ I\beta_n \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} I_{+n}\\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(F.0.8)

donde se ha definido

$$A = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1\\ -j & j \end{bmatrix}$$
(F.0.9)

siendo su inversa

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix}$$
(F.0.10)

Si en forma genérica se tuviese una transferencia en el plano  $\alpha/\beta$  del tipo

$$\begin{bmatrix} IF\alpha(w)\\ IF\beta(w) \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} I\alpha(w)\\ I\beta(w) \end{bmatrix}$$
(F.0.11)

aplicando el cambio de coordenadas establecido por (F.0.8), resulta en una transferencia en el plano de secuencias  $I_+/I_-$ 

$$\begin{bmatrix} IF_{+n} \\ IF_{-n} \end{bmatrix} = A^{-1}BA\begin{bmatrix} I_{+n} \\ I_{-n} \end{bmatrix}$$
(F.0.12)

### F.1. Caso particular 1: Matriz de transferencia B diagonal de coeficientes iguales

Si se estuviese frente al caso particular de que la matriz B es del tipo

$$B = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = XI$$
(F.1.1)

se cumple la expresión  $A^{-1}BA=B$ , por lo que la relación (transferencia) en coordenadas  $\alpha/\beta$  y secuencias  $I_+/I_-$  es la misma.

# Apéndice G Método pq y método *SRF*

En este apéndice se mostrará la equivalencia entre la metodología de cálculo para discriminar una secuencia armónica usando la Teoría pq o la metodología denominada SRF (Synchronous Reference Frame) (Zmood et al., 2001) (Bhattacharya et al., 1997) (Basic et al., 2000) (Singh et al., 1999) (Basic et al., 2000) (Mattavelli, 2001).

Por una parte utilizando la Teoría pq y teniendo en cuenta (A.5.2) que aquí se reproduce parcialmente

$$v_{\alpha}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3} V_{+n} \sin(w_n t + \phi_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3} V_{-n} \sin(w_n t + \phi_{-n})$$
$$v_{\beta}(t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3} V_{+n} \cos(w_n t + \phi_{+n}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{3} V_{-n} \cos(w_n t + \phi_{-n})$$
(G.0.1)

las tensiones  $v_{\alpha}$  y  $v_{\beta}$ 

$$\begin{bmatrix} v_{\alpha}(t) \\ v_{\beta}(t) \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} +\sin(w_{c}t) \\ -\cos(w_{c}t) \end{bmatrix}$$
(G.0.2)

corresponden a una secuencia positiva de frecuencia  $w_{c}$ normalizada.

Tomando la definición de  $p \ge q$  de (A.3.1) se puede escribir

$$\begin{bmatrix} p(t) \\ q(t) \end{bmatrix}_{+} = \begin{bmatrix} +\sin(w_c t) & -\cos(w_c t) \\ -\cos(w_c t) & -\sin(w_c t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix}$$
(G.0.3)

Por otra parte en la metodología SRF se descompone a las corrientes  $i_R e i_S$  en los ejes  $d \ge q$  sincrónicos con la tensión asociada con la secuencia armónica de frecuencia  $w_c$ . Esta rotación de los ejes  $\alpha \ge \beta$  a los ejes  $d \ge q$  es una transformación que verifica

$$\begin{bmatrix} id(t)\\ iq(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos(w_c t]) & -\sin(w_c t)\\ +\sin(w_c t) & +\cos(w_c t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha}(t)\\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix}$$
(G.0.4)

Esta última expresión también puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} id(t) \\ iq(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\sin(\frac{\pi}{2} - w_c t) & -\cos(\frac{\pi}{2} - w_c t) \\ +\cos(\frac{\pi}{2} - w_c t) & +\sin(\frac{\pi}{2} - w_c t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha}(t) \\ i_{\beta}(t) \end{bmatrix}$$
(G.0.5)

por lo que si se comparan las expresiónes (G.0.3) y (G.0.5) se puede establecer que, a no ser por el cambio de signo de lo que sería la potencia instantánea imaginaria q, el método SRF y el que se desarrolla en este trabajo en base a la Teoría pq son equivalentes y no alternativas diferentes (Basic et al., 2000).

# Apéndice H Filtrado entre polo y cero de $G_{LC}$

En este apéndice se analizará el filtrado selectivo híbrido cuando la frecuencia de la secuencia armónica a filtrar está entre las frecuencias del cero y del polo de la transferencia pasiva

$$\frac{IL(w)}{IC(w)} = \frac{1}{1 + \frac{Z_L}{Z_{PF}}}$$
(H.0.1)

Esta transferencia tiene un cero en la frecuencia de resonancia  $f_{PF}$  de la impedancia  $Z_{PF}$ 

$$f_{PF} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{PF}L_{PF}}} \tag{H.0.2}$$

y un polo en la frecuencia  $f_R$  de resonancia entre el filtro  $Z_{PF}$  y la impedancia de cortocircuito  $Z_L$  de la línea

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_{PF}(L_{PF} + L_L)}}$$
(H.0.3)

Sea  $w_k = 2\pi f_k$  la frecuencia del filtrado selectivo. Se tiene por lo tanto que

$$f_R < f_k < f_{PF} \tag{H.0.4}$$

Se asumirá que no hay interferencia entre los diferentes filtros selectivos, por lo que se puede considerar que, para w en un entorno de  $w_k$ , el VSI se modela como una sola fuente de tensión  $U_{AFk}$ .

#### H.1. Estudio del caso de método de control C

Para el método de control C y cálculo Paralelo (o Serie), utilizando (4.1.4) (4.2.4) (4.2.7) [(o (4.2.13) (4.2.16) para el caso Serie] y teniendo en cuenta la ganancia  $\lambda_k$  del filtro pasa bajos del  $SFBC_k$ , resulta para ambos casos Paralelo y Serie, que la fuente de corriente selectiva es

$$\lambda_k I C_k$$
 (H.1.1)

Por lo tanto, la corriente de carga del filtro pasivo será

$$IC_k^* = (1 - \lambda_k)IC_k \tag{H.1.2}$$

Luego, la Fig. H.1 representa el equivalente Norton del esquema de compensación para una secuencia armónica k.



Figura H.1: Equivalente Norton del esquema de compensación para una secuencia armónica k.

Si la transferencia de corriente del filtro pasivo  $Z_L - Z_{PF}$  tiene en la frecuencia asociada con la armónica k módulo  $q_k$  y argumento  $\theta_k$ , resulta la corriente de línea

$$IL_k = (1 - \lambda_k)q_k e^{j\theta_k} IC_k \tag{H.1.3}$$

Finalmente, la corriente que toma el filtro activo es

$$IF_k = IL_k + IC_k \tag{H.1.4}$$

La Fig. H.2<sup>1</sup> muestra un ejemplo de transferencia pasiva. Se observa que, para valores  $f_k$  que verifican (H.0.4), se tienen fases negativas cercanas a  $\pi$ . En la parte superior del esquema fasorial de la Fig. H.3 se muestra la corriente del filtro  $IF_k$  si sólo estuviese el filtro pasivo. En la parte inferior, cómo quedaría  $IF_k$  si se realizara el filtrado selectivo (se ha supuesto un valor de aproximadamente 0.5 para  $q_k$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Calculada para  $f_R = 6.5f_1$  y  $f_{PF} = 8.8f_1$ .



Figura H.2: Transferencia de corriente del filtro pasivo  $Z_L - Z_{PF}$  para un caso particular.



Figura H.3: Esquema fasorial de compensación en el caso que  $\theta_k$  sea elevada. Arriba: sólo filtro pasivo. Abajo: filtro híbrido selectivo.



Figura H.4: Esquema fasorial de compensación en el caso que  $\theta_k$  es relativamente bajo. Arriba: sólo filtro pasivo. Abajo: filtro híbrido selectivo.

De la comparación de ambos esquemas se puede afirmar: Al filtrar selectivamente se ha logrado el doble efecto de bajar la distorsión armónica disminuyendo (y no aumentando) la corriente del filtro respecto a la situación en que sólo la parte pasiva esté operativa.

Si por el contrario, la fase  $\theta_k$  es baja, la Fig. H.4 muestra en su parte superior la corriente del filtro si sólo estuviese el filtro pasivo. Luego en la parte inferior cómo quedaría si se realiza el filtrado selectivo. En este caso, si se desea disminuir la corriente  $IL_k$ , hay que aumentar la corriente  $IF_k$ . En general, fuera de la zona  $[f_R..f_{PF}]$ , la fase es cercana a cero y se da esta situación.

#### H.2. Estudio del caso de método de control L

Para el método de control L y cálculo Paralelo (o Serie), utilizando (4.1.5) (4.2.17) (4.2.23) [o (4.2.20) (4.2.23)], resulta para ambos casos Paralelo y Serie, que la fuente de corriente selectiva es

$$\lambda_k I L_k$$
 (H.2.1)

Para analizar este caso se puede usar el mismo esquema que el de la Fig. H.1 sustituyendo la fuente de corriente por  $\lambda_k IL_k$ .

La Fig. H.5 muestra el caso en que se tendría  $\theta$  cercano a  $\pi$ . Se aprecia como



Figura H.5: Esquema fasorial de compensación en el caso que  $\theta_k$  sea elevada. Arriba: sólo filtro pasivo. Abajo: filtro híbrido selectivo.



Figura H.6: Esquema fasorial de compensación en el caso que  $\theta_k$  es relativamente bajo. Arriba: sólo filtro pasivo. Abajo: filtro híbrido selectivo.

nuevamente se logra *el doble efecto* ya señalado (se ha supuesto un valor de aproximadamente 1 para  $q_k$ )

La Fig. H.6 muestra el caso en que el filtro selectivo está fuera de la zona en consideración. Se observa cómo, al filtrar selectivamente, hay que aumentar la corriente del filtro activo para bajar la corriente de línea al igual que en el caso del método de control C.

# Apéndice I Demostración que $I_S^* > I_S$

En el proceso iterativo que minimiza la corriente del VSI del filtro activo con la consigna de cumplir la reglamentación, se producen pasajes de secuencias armónicas del grupo de las ELEGIDAS (H) (las que efectivamente se filtran activamente) al grupo de las NO ELEGIDAS (P) (las que no se filtran activamente). Esto produce dos cambios en el cálculo de  $I_S$  (valor óptimo que deben tomar las secuencias armónicas filtradas)

$$I_S = \frac{I_0}{\sqrt{M}} \tag{I.0.1}$$

Por una parte M (cantidad de secuencias armónicas del grupo de las ELEGIDAS) decrece en una unidad. Por otra parte se debe recalcular  $I_O$ 

$$I_O = \sqrt{I_E^2 - \sum_P I_{Cp}^2}$$
(I.0.2)

resultando en un valor menor ya que  $I_E$  es constante y hay un término menos en la sumatoria.

Puede quedar la duda de si el nuevo valor  $I_S^*$  es mayor o menor que el valor  $I_S$ inicial ya que los dos cambios tienen efectos contrapuestos sobre el valor de  $I_S^*$ .

Al pasar, por ejemplo, la secuencia armónica  $I_{C2}$  del grupo de las ELEGIDAS (H) al grupo de las NO ELEGIDAS (P) se tiene que

$$I_o^* = \sqrt{I_E^2 - \sum_P I_{Cp}^2 - I_{C2}^2}$$
(I.0.3)

$$I_S^* = \frac{I_o^*}{\sqrt{M-1}}$$
(I.0.4)

Sustituyendo (I.0.2) en (I.0.3) se obtiene

$$I_O^* = \sqrt{I_O^2 - I_{C2}^2} \tag{I.0.5}$$

Luego, elevando al cuadrado (I.0.4), sustituyendo  $I_O^\ast$  con (I.0.5),  $I_O$  con (I.0.1) y operando, resulta

$$I_{S}^{*2}(M-1) = MI_{S}^{2} - I_{C2}^{2} = (M-1)I_{S}^{2} + (I_{S}^{2} - I_{C2}^{2})$$
(I.0.6)

Teniendo en cuenta que  $I_S^2 > I_{C2}^2$  (razón por la cual  $I_{C2}$  pasa del grupo H al P) se obtiene que

$$I_S^{*2}(M-1) - (M-1)I_S^2 = (I_S^2 - I_{C2}^2) > 0$$
 (I.0.7)

por lo que se demuestra que

$$I_S^{*2} > I_S^2 \tag{I.0.8}$$

Por lo tanto, se demuestra que, durante el proceso iterativo, los valores  $I_O$  son monótonos crecientes.

## Apéndice J Caso particular en estudio

Gerdau-Laisa es una fábrica siderúrgica donde funden chatarra en un horno de arco de alterna. En el apéndice K se describe el funcionamiento de un horno de arco de alterna genérico.

#### J.1. Descripción de las instalaciones

El esquema eléctrico del horno de arco en su configuración previa a su actual remodelación<sup>1</sup> se muestra en la Fig. J.1. Los datos registrados fueron tomados en barras de 150kV. Desde este punto de medida de datos en 150kV en adelante, la red es propiedad del cliente. El Transformador de 15MVA está en la *Estación Montevideo* A de 150kV de UTE<sup>2</sup>. A 13km de tendido aéreo, está la fábrica donde estaban el transformador de 11MVA, el inductor variable de 1.25-0.6MVA, el transformador variable de 6.7MVA y el horno de arco.

#### J.2. Datos registrados

Los datos registrados se obtuvieron a partir de dos equipos que se denominarán RPM y BMI.

El equipo denominado RPM está diseñado especialmente para medir calidad de servicio de redes eléctricas. El mismo realiza mediciones ciclo a ciclo de red, calcula los contenidos armónicos de cada ciclo hasta el armónico 40 y cada determinado tiempo especificado, guarda promedios y máximo y mínimo medido.

 $<sup>^1{\</sup>rm Actualmente tiene instalado un filtro pasivo shunt de tercera armónica y se ha eliminado la tensión intermedia de 6kV.$ 

 $<sup>^2\</sup>mathrm{El}$  transformador 150/31.5kV es del cliente y está en el predio de UTE.



Figura J.1: Esquema eléctrico y punto de toma de datos en el PCC.

El equipo denominado BMI está especializado en medida de transitorios en redes eléctricas. Realiza 256 medidas por ciclo y puede guardar hasta 15 ciclos consecutivos de red en cada registro.

#### J.3. Análisis de datos registrados

A efectos de poder caracterizar la carga, se procede a analizar los datos disponibles inicialmente tomados en marzo de 1999. De un primer análisis de los registros RPMc/15 minutos se verá que hay una periodicidad incipiente, pero se llega a la conclusión que se necesita un mayor ancho de banda de muestreo para caracterizar los ciclos de producción. De los nuevos datos registrados, cada 3 minutos y cada 3 segundos, se logra determinar el ciclado horario y diario de actividad del horno de arco de la fábrica. Finalmente, teniendo en cuenta las necesidades del presente trabajo de disponer de un patrón de carga para proceder a corregir posibles excesos de acuerdo a la reglamentación aplicable, se modela y determina cuáles son los registros BMI a utilizar y las modificaciones que correspondan.

### J.4. Registros con equipo RPM c/15 minutos

La Fig. J.2 muestra el valor de la corriente eficaz medida del registro RPM c/15 de las cuatro semanas. La Fig. J.3 muestra el valor para cada día. Se constata que la fábrica opera durante las 24 horas menos aproximadamente las 4 horas correspondientes a la máxima tarifa de energía eléctrica.

Asimismo se observa que no se trabaja sábado de tarde y domingo pese a que se registra una corriente residual del banco de compensación de reactiva que siempre está conectado.

#### J.5. Registros con equipo RPM c/3 minutos

Del estudio preliminar de los datos disponibles RPM c/15 min. surge la necesidad de tener registros con mayor velocidad de muestreo.

Como primer criterio, se trató de obtener registros con el equipo RPM a la mayor velocidad que éste permite, que es con ventanas de 3 segundos. Por razones operativas de la fábrica sólo fue posible registrar un primer ciclo de producción. Si embargo, fue posible dejar el equipo registrando cada 3 minutos, lo que aumenta el ancho de banda 5 veces respecto a los datos originales disponibles.

#### J.5.1. Determinación de la periodicidad del proceso

La Fig. J.4 muestra la corriente fundamental del proceso. Se observa nuevamente que el período de trabajo es de un día con descanso de 4 horas.

#### J.5.2. Caracterización del ciclo de trabajo

A efectos de poder caracterizar un ciclo de trabajo, se procedió a individualizar lo que se entendía como puntos coincidentes del proceso. De esta forma se pudo elegir hasta 40 ciclos representativos. La Fig. J.5 muestra los 40 ciclos juntos en donde se resalta un ciclo que será tomado como el ciclo representativo del proceso.

Dado que, al momento de elegir los puntos coincidentes, no se tenía clara la relación entre los ciclos registrados y el proceso real, se tomó como origen el comienzo de la recarga intermedia (Ver Anexo K, sección K.2).

De la Fig. J.6 a la Fig. J.11 se muestra para cada fase (R,  $S \ge T$ ) las parejas de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo de:



Figura J.2: Corriente eficaz media fundamental en las cuatro semanas. Fase R. Registros RPM c/15. De abajo hacia arriba se muestra la corriente de las 4 semanas registradas. Escala 75A/div.

Figura J.3: Corriente eficaz media fundamental de cada día. Fase R. RegistrosRPM c/15. Escala 75A/div.



171



Figura J.4: Corriente media eficaz de la fundamental, fase  $R,\,RPM$ c/3min. Escala 75A/div.



Figura J.5: 40 ciclos seleccionados y ciclo representativo RPM c/3 min. Corriente media eficaz.

- distorsión armónica  $@40^3$  respecto del fundamental medido
- distorsión armónica @40 respecto de la corriente nominal  $In^4$  contratada. Se indica con una línea horizontal el valor 12 % que sería el límite aceptado por la reglamentación Argentina (ENRE, 1997b) (ENRE, 1997a).

### J.6. Registros con equipo RPM c/3 segundos

Como ya se ha establecido, se obtuvo un registro del primer ciclo de operación del horno de arco. Es de hacer notar que, por la complejidad del proceso físico, sería deseable contar con registros de estas características con la producción en régimen, pero, como se ve en la Fig. J.12, la coincidencia con el ciclo representativo elegido es más que aceptable. En este caso está dibujada la corriente eficaz media, pero si se observa la Fig. J.13, donde se muestra la media y la máxima, y se tiene en cuenta las figs. J.6 a J.11 antes vistas con la distorsión armónica a lo largo del ciclo, se detectan tres partes diferenciadas de funcionamiento. Una primera etapa de gran distorsión armónica y grandes variaciones entre corriente media y máxima (rellenado), una segunda etapa en donde baja considerablemente la distorsión armónica pese a que la corriente es relativamente elevada (oxidación o refinamiento), y una tercera etapa en donde aumenta la distorsión armónica, pero no tanto como en la primera etapa (fundición inicial del material).

La Fig. J.14 muestra finalmente la potencia, apreciándose la gran fluctuación de la misma, la cual posiblemente podría estar dando problemas en el rango de las frecuencias en que el efecto flicker es relevante.

### J.7. Registros con equipo BMI 15 ciclos

Nuevamente, a efectos de poder pensar en realizar una compensación dinámica de las corrientes de la carga, surge la necesidad de ampliar más el ancho de banda de medida. Es así que se determina la adquisición de registros con el equipo BMI.

Las tensiones registradas son sinusoides casi perfectas. Esta es una situación más que esperada si se tienen en cuenta los aproximadamente 5000MVA de potencia de

 $<sup>^{3}\</sup>mathrm{Cálculo}$ utilizando hasta el armónico 40

 $<sup>{}^{4}</sup>In$  es la corriente aparente contratada. Se calcula como el valor de corriente asociada a la potencia activa contratada afectada por un factor de potencia de 0.85 (ENRE, 1997a).



Figura J.6: Distorsión armónica respecto al fundamental de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase R. RPM c/3 min.



Figura J.7: Distorsión armónica respecto a In de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase R.RPM c/3 min.



Figura J.8: Distorsión armónica respecto al fundamental de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase S. RPM c/3 min.



Figura J.9: Distorsión armónica respecto a In de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase S. RPM c/3 min.



Figura J.10: Distorsión armónica respecto al fundamental de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase T. RPM c/3 min.



Figura J.11: Distorsión armónica respecto a In de todos los ciclos seleccionados y el ciclo representativo. Fase T. RPM c/3 min.



177



Figura J.13: Corriente media y máxima del ciclo RPM c/3 seg.



Figura J.14: Potencia del ciclo RPM c/3 seg.

cortocircuito de la barra de 150kV de la *Estación Montevideo A*, donde fue realizada la medida.

De los múltiples registros realizados se muestran los más representativos de cada parte del proceso.

El registro de la Fig. J.15 está asociado a un momento de subida de la distorsión armónica luego de la carga inicial o recarga intermedia. Se puede establecer claramente que este registro está ubicado en una de las partes iniciales del sub-proceso luego de agregar chatarra, de aproximadamente 0.15 horas, en donde la corriente eficaz del primer armónico crece hasta un máximo, y la distorsión es relativamente grande tal como muestra la Fig. J.7.

El registro de la Fig. J.16 corresponde a un momento en que los electrodos están levantados y se produce un arco eléctrico.

El registro de la Fig. J.17 corresponde al momento en que se bajan los electrodos sobre la chatarra todavía sólida.

El registro de la Fig. J.18 corresponde al momento en que se bajan los electrodos sobre la chatarra sólida combinada con hierro ya fundido. Se observa que dos fases tienen la misma corriente instantánea y la restante tiene el doble de corriente que las otras dos pero de signo cambiado. Esta situación se produce cuando sólo dos electrodos del horno de arco tienen corriente y el restante tiene corriente nula. Luego por efecto del transformador triángulo/estrella del sistema es que la corriente en barras de 150kV queda cómo muestra la figura.

El registro de la Fig. J.19 corresponde al momento en que se suben los electrodos sobre la chatarra sólida combinada con hierro ya fundido.

El registro de la Fig. J.20 corresponde al proceso de oxidación o refinado por lo cual la distorsión baja sensiblemente y se tiene consumo de potencia máxima.

### J.8. Modelo de carga para el diseño del filtro activo

El desafío que se presenta es definir un perfil de corriente típico a efectos de usarlo como referente al momento de diseñar el filtro activo.

La Fig. J.13 muestra que, cuando se realiza el promedio de valores eficaces de todos los ciclos de red en ventanas de 3 segundos, por lo menos en un ciclo se registraron valores sustancialmente mayores al promedio.



Figura J.15: Momentos de máxima distorsión armónica luego del agregado de chatarra: registro BMI03



Figura J.16: Electrodos levantados y se produce un pequeño arco eléctrico: registro BMI23



Figura J.17: Bajada de los electrodos sobre la chatarra todavía sólida: registro BMI24



Figura J.18: Bajada de los electrodos sobre la chatarra sólida combinada con hierro ya fundido: registro BMI25



Figura J.19: Subida de los electrodos sobre la chatarra sólida combinada con hierro ya fundido: registro BMI27



Figura J.20: Proceso de oxidación o refinado: registro BMI07

Aquí se ve una carencia del equipo registrador RPM ya que no se da una idea estadística de cuántas veces se da dicho pico máximo. Tampoco, cuando se reporta un determinado valor medio, se sabe cuál es la dispersión de este valor. La Fig. J.21 muestra la relación entre la corriente máxima registrada y la media a lo largo de los  $150^5$  ciclos promediados del registro disponible. Descartados los valores en donde la relación vale 1 por estar el horno de arco fuera de servicio, se puede determinar que, cuando el horno opera, esta relación tiene un valor mínimo de 1.20, una media de 1.65 y una máxima de 5.56. La Fig. J.22 muestra la probabilidad acumulada de la distribución de valores de esta relación. Pude establecerse con un 90% de seguridad que dicho factor será menor a 1.95. Se debe hacer notar nuevamente que, basta que en uno y sólo uno de los 150 ciclos haya ocurrido dicha sobrecorriente detectada como máxima, para que la misma quedara registrada.

Por otra parte, en los registros BMI, no se detectó ningún ciclo de red en los cuales se midieran corrientes mayores a 100A de pico en forma instantánea lo que equivaldría a corrientes eficaces de 70 A.

Como criterio de diseño, se asumirá que las corrientes registradas fueron tomadas sin la ocurrencia de los picos extremos detectados por el equipo RPM, pero que durante un porcentaje de tiempo menor representado por el factor en [pu] que llamaremos k, la corriente toma una forma de onda de amplitud 1.95 mayor.

Por otra parte, la distorsión armónica de los registros RPM c/3 min. ya analizada y mostrada en las Figs. J.7 a J.11, muestra que la misma es mayor al principio de los ciclos de operación del horno de arco con chatarra sólida. Se asumirá distribución uniforme en el tiempo, por lo que en todo el ciclo de trabajo es igualmente probable la ocurrencia de estos picos de corriente de valor 1.95 respecto al valor medio.

Con la idea de implementar un filtro óptimo desde el punto de vista de los requerimientos reglamentarios, se debe tener en cuenta que los mismos piden que no se supere cierto valor de distorsión armónica individual o total por un cierto porcentaje del tiempo. Por ejemplo, la reglamentación Argentina y otras, exige una toma de datos de por lo menos una semana de medidas y que los máximos permitidos no sean registrados por más de 5 % del tiempo. Por lo tanto, se deberá estimar cuánto tiempo de cada ciclo de producción se podría exceder el límite permitido.

Los tiempos en que el horno no está en operación juegan a favor del cliente ya que hacen mayor el tiempo disponible en que se puede exceder dentro de cada ciclo

 $<sup>^{5}3</sup>seg./0.02seg.$ 



Figura J.21: Relación Imáxima/Imedia del registro RPM c/3 seg.



Figura J.22: Probabilidad acumulada de la ocurrencia de Imáxima/Imedia del registroRPM c/3 seg.
Dia	Parada	Arranque	Parado [h:m]	Parado [m]	Operando [m]	Ciclos de 54'
Lunes	16:00	22:00	06:00	360	1080	20.0
Martes	16:00	22:00	06:00	360	1080	20.0
Miercoles	16:00	22:00	06:00	360	1080	20.0
Jueves	16:00	22:00	06:00	360	1080	20.0
Viernes	16:00	22:00	06:00	360	1080	20.0
Sabado	07:30	00:00	16:30	990	450	8.3
Diomingo	00:00	22:00	22:00	1320	120	2.2
Tiempo total parado [m] 4110						
Tiempo total operando 5970						
Cantidad total de ciclos de 54' en la semana						110.6
Tiempo total de una semana [m]						10080
Tiempo permitido de exceso maximo semanal (5% de la semana) [m]						504
Tiempo permitido de exceso maximo por ciclo [m]						4.6
Porcentaje de tiempo que el horno esta parado por senana						41%
			Comienzo [hs]	Fin [hs]	Duracion [hs]	Duracion [m]
Tiempo de subida inicial			0	0.1	0.1	6
Tiempo de valle			0.1	0.2	0.1	6
Tiempo de llano			0.2	0.45	0.25	15
Tiempo sin operacion interciclo			0.45	0.55	0.1	6
Tiempo de segunda subida			0.55	0.65	0.1	6
Tiempo de segundo valle			0.65	0.9	0.25	15
Tiempo total del ciclo					0.9	54
Tiempo con alta distorsion (superior a 12% si se toma Ref. Argentina) [m]						33
[%] del tiempo permitido de exceso por ciclo respecto al de alta distorsion						14%

Figura J.23: Cálculo de tiempos característicos de ciclo, tiempos de gracia y margen de seguridad.

de producción.

En la tabla de la Fig. J.23 se establecen dichos tiempos basándose en los registros RPM c/3 min disponibles ya vistos. De los 10080 minutos en la semana, se tienen 4110 con el horno parado, por lo que el horno opera 10080-4110=5970 minutos. Dado que cada ciclo de trabajo tiene 0.9 de hora (54 minutos), se tendrá aproximadamente 111 ciclos de producción semanal. Por otro lado, el 5% de tiempo de gracia son 504 minutos (5% de 10080 minutos), por lo que, de cada uno de los 111 ciclos, se tendrán 4.6 minutos en los que no habrá que preocuparse si hay excessos.

Asimismo, tampoco importan los tiempos dentro del ciclo en que la distorsión es menor que el límite permitido. Teniendo en cuenta las figs. J.5 y J.7, resumidas en la Fig. J.24, se pueden establecer tiempos característicos del proceso, los cuales se ven también en la tabla de la Fig. J.23, cuya asignación de nombres es arbitraria en analogía con las tarifas horarias.

Se ve que dentro de cada ciclo, se tienen 33 minutos con problemas a resolver dado que la distorsión es superior al 12% establecido como límite máximo por la

reglamentación Argentina. Los 4.6 minutos en los que no se realizarán acciones de filtrado representan el 14% del tiempo de cada ciclo.

Ya se ha establecido que los registros disponibles no detectaron las sobrecorrientes máximas medidas por los equipos RPM y que se estimaron promedialmente en 1.95 veces la corriente media medida. Se propuso considerar que dichas sobrecorrientes se producen durante un porcentaje de tiempo menor que se definió como k. El valor de 14 % permitido de excesos, respecto a los 33 minutos problemáticos, parece ser un índice conservador para el valor k.

Por lo tanto, como modelo de carga a la que se deberá reducir su distorsión armónica hasta el límite permitido, se tomará la carga representada en el registro BMI03: Presenta la mayor distorsión de los registros disponibles y corresponde claramente al momento llamado *subida* que presenta la máxima distorsión del proceso.



Figura J.24: Determinación gráfica de tiempos característicos de ciclo.

# Apéndice K Horno de arco industrial

#### K.1. Introducción

Esta forma de fundir y realizar aleaciones de metales es sin duda una de las maneras más eficientes desde el punto de vista energético, pero por su sencillez, se transforma en la más perjudicial para el sistema eléctrico del que se alimenta. Se basa en realizar corto circuitos trifásicos sumamente desbalanceados, limitados por una gran reactancia de corto circuito.

El calor necesario en el proceso de fundición se genera por efecto Joule en la resistencia del arco eléctrico y en la propia carga fundida.

El calor generado en dicho arco eléctrico se transmite a la carga por los tres medios posibles que son radiación, convección y conducción. Los diferentes tipos de hornos de arco determinan qué forma de transmisión de calor es la más preponderante.

Los hornos de arco se clasifican en Abiertos y Sumergidos (Cordeiro, 1997).

Los *Abiertos* se caracterizan porque los arcos que generan el calor se establecen entre los electrodos del arco y la carga y entre los propios electrodos. Este tipo de horno se utiliza para fundir metales y también puede servir para su refinamiento. Estos hornos son utilizados fundamentalmente para la producción de aceros comunes y para la refusión de hierro fundido y chatarra. De acuerdo a la forma que se transmite el calor se clasifican, a su vez, en de arco *Indirecto* y de arco *Directo*. Los primeros (Stassano, Bassanese, etc.), utilizan básicamente la radiación en la parte de reverberación del movimiento circular del arco. Los segundos, utilizan la radiación de todo el arco y el hecho de que sus posiciones son aleatorias.

Los hornos de arco tipo *Sumergido* tienen sus electrodos inmersos en el material al cual le están entregando calor, y se produce una cavidad llamada *zona de reacción del electrodo*. A diferencia del denominado *Abierto*, no existen arcos entre electrodos. Este tipo de horno se utiliza para producir aleaciones de hierro como ser hierrosilicio, hierro-magnesio, hierro-cromo, hierro-boro, etc y hierros con alto contenido de aluminio. La forma en que el calor generado en el arco eléctrico se transmite al material que está siendo fundido también es, básicamente, por la radiación, pero la mayor parte del calor que funde el material es debido al efecto Joule en la propia carga, calor que se transmite por conducción y algo por convección.

#### K.2. Ciclo de trabajo típico de un horno de arco

Los hornos de arco también se clasifican de acuerdo a su tamaño y esto está también asociado al tipo de tarea que realizan. Básicamente, hay dos tareas que realizan los hornos de arco, la fundición inicial del material y la oxidación o refinamiento. La primera está caracterizada por una gran aleatoriedad del arco ya que dentro del horno coexisten trozos sólidos y líquidos. En la segunda, el horno sólo tiene masa líquida y el arco es mucho más estable y controlable.

Dependiendo del tamaño de la acería, estas tareas se realizan en un único horno o en varios.

En acerías grandes la fundición se realiza en lo que se denomina un horno de arco de gran potencia, que tiene la ventaja de realizar la tarea más rápido ya que la velocidad en que se realiza este proceso de fundición está inversamente relacionada con la potencia de alimentación del mismo. Luego, la oxidación y refinamiento se hacen en hornos más pequeños. En el presente caso ambos procesos se realizan en el mismo horno de arco y se agrega una recarga de material antes de iniciar la oxidación. Luego de la recarga, el proceso es menos drástico ya que coexisten materia sólida (la recién agregada) y la materia líquida de la primera carga. En el apéndice J, donde se presentan los datos registrados, se ve en los hechos este comportamiento.

#### K.3. Modelo eléctrico de un horno de arco

La forma clásica de modelar un horno de arco consiste en utilizar una resistencia R variable y una inductancia serie para limitar y estabilizar la corriente. La inductancia limita la corriente, dado que R puede llegar a tener valores muy bajos en los momentos que se produce un cortocircuito franco entre fases. En particular la resistencia R toma valores decrecientes con el aumento de la corriente y temperatura lo que llevaría a una realimentación positiva destructiva.



Figura K.1: Modelo trifásico de un horno eléctrico de arco

En la realidad, la resistencia R tiene un valor residual  $R_p$  fijo debido a cableados, barras y resistencia de transformadores aguas arriba.  $R_p$  se define como resistencia de pérdidas. Por lo tanto  $R = R_p + R_u$ , en donde  $R_u$  es la resistencia del arco eléctrico.

La Fig. K.1 muestra el modelo trifásico a adoptar. Se pueden hacer varios cálculos interesantes para comprender mejor el *punto de trabajo* deseado de funcionamiento para el arco eléctrico. Asumiendo un sistema trifásico balanceado<sup>1</sup>, se puede establecer que la potencia consumida por el horno de arco es

$$P = 3 \cdot R \cdot I^2 \tag{K.3.1}$$

y sustituyendo en esta el valor de la corriente

$$I = \frac{E/\sqrt{3}}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad X = L \cdot \omega_1 \tag{K.3.2}$$

arroja el resultado

$$P = E^2 \cdot \frac{R}{R^2 + X^2}$$
 (K.3.3)

Definida la potencia aparente como

$$S = 3 \cdot \frac{E}{\sqrt{3}} \cdot I \tag{K.3.4}$$

y sustituyendo la corriente I de acuerdo a (K.3.2) se ve cómo queda S en función de  $R,\,X$  y E

$$S = E^2 \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \tag{K.3.5}$$

Por otra parte, definida la potencia reactiva como

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \tag{K.3.6}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Lo cual claramente no corresponde a un horno de arco. La hipótesis es a efectos de poder analizar aproximadamente el funcionamiento del horno de arco.



Figura K.2: Lugar geométrico de P y Q en un horno de arco

resulta

$$Q = E^2 \frac{X}{R^2 + X^2}$$
(K.3.7)

Operando convenientemente, se puede establecer que P y Q cumplen la ecuación

$$P^2 + Q^2 = Q \frac{E^2}{X}$$
(K.3.8)

que en el plano P, Q definen una semi circunferencia tal como muestra la Fig. K.2. Este diagrama circular, muestra cómo al variar R desde un valor nulo (corto circuito) hasta R infinito (circuito abierto), se irá cambiando la potencia consumida, tanto activa como reactiva. La potencia activa tendrá un máximo que se llamará  $P_M$  y se obtiene cuando el valor de R toma el valor de X (circuito con impedancias adaptadas). El valor de  $P_M$  es

$$P_M = Q_M = \frac{E^2}{2.X} \tag{K.3.9}$$

y tiene un valor de  $\cos\varphi$  de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (45°).

Si se considera la potencia real *entregada* en la carga (arco eléctrico), el nuevo punto de acoplamiento  $R_u$  para dar máxima potencia  $P_{Mreal}$  queda determinado (Cordeiro, 1997) por

$$R_u = \sqrt{R_p^2 + X^2}$$
 (K.3.10)

y la potencia máxima  $P_{Mreal}$  en la carga queda igual a

$$P_{Mreal} = 3 \cdot R_u \cdot I^2 = 3 \cdot \sqrt{R_p^2 + X^2} \cdot I^2 = \frac{\sqrt{R_p^2 + X^2} \cdot E^2}{(R_p + R_u)^2 + X^2} = \frac{E^2}{2(R_p + \sqrt{R_p^2 + X^2})}$$
(K.3.11)

Para este valor  $R_u$ , la potencia consumida por el sistema es

$$P_w = P_u + P_p = 3 \cdot (R_u + R_p) \cdot I^2$$
 (K.3.12)

por lo que la potencia consumida por el sistema  $P_{LIM}$  cuando se está en el punto de máxima potencia en la carga queda

$$P_{LIM} = \frac{(\sqrt{R_p^2 + X^2} + R_p) \cdot E^2}{X^2 + (\sqrt{R_p^2 + X^2} + R_p)^2} = \frac{E^2}{2\sqrt{R_p^2 + X^2}}$$
(K.3.13)

En estas condiciones se puede decir que se está en un punto de máxima potencia en la carga. Superado el mismo aumentaría el consumo de activa y reactiva del sistema al mismo tiempo que disminuiría la potencia activa en la carga. Comparando con (K.3.9), el resultado encontrado, al tener en cuenta las pérdidas, da menor valor en la potencia consumida por la línea en condiciones de máxima potencia en la carga.

El nuevo lugar geométrico de  $P_u$  y Q queda determinado por

$$\left(\frac{R_p}{R_u} + 1\right)^2 P_u^2 + Q^2 = Q \frac{E^2}{X}$$
(K.3.14)

La Fig. K.3 muestra dicho lugar geométrico superpuesto con el de P y Q ya visto. Se tomaron valores que podrían corresponder a este caso en estudio con E = 440V,  $I_N = 10kA$ ,  $X = 0.0125\Omega$  y  $R_p = 0.005\Omega$ .

Las expresiones de P,  $P_u$  y Q en función de la corriente I quedan finalmente

$$P = 3\sqrt{\frac{E}{3I^2} - X \cdot I^2}$$
 (K.3.15)

$$P_u = P - P_p = P - 3R_p I^2 (K.3.16)$$

$$Q = \sqrt{3E^2I^2 - 9(\frac{E}{3I^2} - X)I^4}$$
(K.3.17)

La Fig. K.4 muestra su andamiento gráfico. Se ha marcado la zona de trabajo en la que se debe operar. Más allá de la misma se aumentan las pérdidas con resultados



Figura K.3: Lugar geométrico de P y Q en un horno de arco teniendo en cuenta las pérdidas

adversos en cuanto a potencia útil y factor de potencia (definido este último como P/S).

El control del horno de arco regula la posición de los electrodos de modo de mantener la corriente en dicha zona de trabajo. Si es necesario se modifica adicionalmente el tap de los transformadores o se actúa sobre una eventual reactancia variable intercalada en el sistema.

#### K.4. Modelo dinámico del arco eléctrico

El modelado de la impedancia del arco eléctrico como una resistencia R utilizado en el apartado anterior, es útil a efectos de comprender en régimen estacionario el comportamiento de un horno de arco. Un modelo propuesto por Ayrton en 1902, retomado y simplificado en (de Melo, 1997) establece que la tensión del arco eléctrico es de la forma que muestra (K.4.1) donde se asume condiciones de alta corriente. Sin esta última restricción la dependencia con la propia corriente aparece en el valor de



Figura K.4: P, Q, Pu, Pp y factor de potencia al variar I (Ru)

la tensión de arco.

$$V = (A + B \cdot L_a)sig(I_a) \tag{K.4.1}$$

Asimismo, y también reportado en (Schau and Stade, 1994), a efectos de modelar dinámicamente el comportamiento de arco se deben tener en cuenta sus alinealidades e interacciones entre arcos. El propio trabajo (Schau and Stade, 1994) plantea un modelo en que la tensión de arco tiene una característica aleatoria ajustada con registros reales para los procesos de fusión y oxidación, y establece refinamientos tales como asumir que la corriente comienza a fluir cuando la tensión llega hasta la tensión de arco, lo que no es otra cosa que suponer que el arco se comporta como un par de zeners contrapuestos de tensiones aleatorias. En el trabajo (Dan et al., 1994) se muestra el resultado de comparar el modelo propuesto en (Schau and Stade, 1994) con otro similar propuesto en (Dan and Mohacsi, 1994), pero llegan a la conclusión que ambos modelos, si bien dan valiosa información a efectos de simular su funcionamiento de régimen, no da buenos resultados en los armónicos superiores al fundamental, por lo que no se presentan como adecuados para simulaciones dinámicas en donde se quiera llegar a analizar el comportamiento de frecuencias armónicas. También concluyen diciendo que la decisión de cuál modelo es más acertado debe tomarse contrastando resultados con registros reales. El modelo presentado en (Mayordomo et al., 1997), similar al (Dan et al., 1994) y (de Melo, 1997), llega a conclusiones similares respecto a la bondad del mismo para realizar estudios armónicos, pero sugiere la utilización de un módulo más detallado a efectos de modelar interarmónicos, que en este caso en estudio también están presentes.

Cualquiera sea el modelo utilizado, es un hecho que la carga de un horno de arco no es, en absoluto, un proceso periódico, por lo que un análisis en el dominio de la frecuencia tiene soporte limitado.

### Apéndice L

## Cálculo del condensador del inversor

La potencia instantánea  $\tilde{p}$  que circula por el condensador del inversor del filtro activo producirá un ripple de tensión intolerable si no se elige bien el valor  $C_{VSI}$  (Akagi et al., 1984). Como criterio de diseño del condensador mínimo a utilizar, se puede imponer que la energía máxima fluctuante (entrante o saliente) sea un porcentaje de la energía del propio condensador.

El valor de  $\tilde{p}$  integrado en el tiempo dará la energía entrante en el condensador  $C_{VSI}$  y es

$$E_C(t) = \int \tilde{p}(t)dt \qquad (L.0.1)$$

Suponiendo estado estacionario, al ser  $\tilde{p}$  por su propia definición de valor medio nulo, la energía entrante y saliente se compensará pero quedará determinada cierta energía  $E_C(t)$  que tendrá su máximo absoluto  $MAX_{E_C}$  el cual queda expresado como

$$MAX_{E_C} = maximo[E_C(t)] \tag{L.0.2}$$

Lo que queda por imponer es que esta energía sea menor que determinado porcentaje (que definiremos como  $\mu$ ) de la energía del condensador, que si asumimos poca variación de tensión en torno de su valor medio  $V_{CC}$ , será  $\frac{1}{2}C_{VSI}V_{CC}^2$ .

Finalmente el valor del condensador queda determinado por la inecuación

$$C_{VSI} \ge \frac{MAX_{E_C}}{\mu \cdot \frac{1}{2}V_{CC}^2} \tag{L.0.3}$$

Como lo usual es imponer restricciones en la variación de la tensión, pero dado que en este caso en estudio lo que se dispone directamente es la información de potencia fluctuante  $\tilde{p}$ , resulta más simple esta forma de cálculo. Si se tiene en cuenta que la energía en el condensador es  $E_C = \frac{1}{2} C_{VSI} V_{CC}^2$ , se tiene que

$$\frac{\partial E_C}{\partial V_{CC}} = \frac{1}{2} \cdot C_{VSI} \cdot 2V_{CC} = \frac{1}{2} \cdot C_{VSI} \cdot 2V_{CC} \cdot \frac{V_{CC}}{V_{CC}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot C_{VSI} \cdot V_{CC}^2 \cdot \frac{1}{V_{CC}} = 2 \cdot \frac{E_C}{V_{CC}} \quad (L.0.4)$$

por lo que para pequeñas variaciones de  $V_{CC},$  se puede estimar que

$$\frac{\Delta E_C}{E_C} = 2 \cdot \frac{\Delta V_{CC}}{V_{CC}} \tag{L.0.5}$$

concluyéndose que una pequeña variación en un porcentaje  $\mu$  en la energía del condensador producirá aproximadamente una variación  $\frac{\mu}{2}$  porcentual en la tensión.