

Avances para el estudio de la dinámica de sedimentos
cohesivos en el laboratorio.
Maestría en Ingeniería en Mecánica de los Fluidos Aplicada.

Rodrigo Mosquera
<rmosquer@fing.edu.uy>

Laboratorio de Hidráulica,
Departamento de Mecánica de los Fluidos,
Instituto de Mecánica de los Fluidos
e Ingeniería Ambiental,
Facultad de Ingeniería,
Universidad de la República,
Montevideo, Uruguay

Tutor : Francisco Pedocchi

Tesis de Maestría
Diciembre 2012

A mi mamá y mi papá. Los principales responsables.

Índice general

1..	<i>Introducción</i>	1
2..	<i>Experimentos en el canal de oleaje con un lecho de barro</i>	3
2.1.	Materiales, equipos e instalaciones	4
2.1.1.	Acondicionamiento del canal	4
2.1.2.	Presión de agua en los poros	5
2.1.3.	Perfil de velocidad próximo a la interfase agua-barro	8
2.1.4.	Lecho de barro	9
2.1.5.	Densidad del barro	12
2.2.	Procedimiento experimental	15
2.3.	Resultados y discusión	16
2.4.	Conclusiones	20
3..	<i>Descomposición del oleaje en un canal de laboratorio con un UVP</i>	27
3.1.	Introducción	27
3.2.	Teoría	30
3.3.	Implementación	39
3.3.1.	Descripción de los medidores de ola	39
3.3.2.	Condicionamiento de la matriz	41
3.3.3.	Simultaneidad en las medidas	42
3.3.4.	Determinación del período	43
3.3.5.	Precisión	43
3.3.6.	Procedimiento general	44
3.4.	Experimentos, resultados y discusión	45
3.5.	Resumen y trabajos futuros	49
4..	<i>Determinación de la tensión de fluencia con ensayos de asentamiento</i>	54
4.1.	Introducción	54
4.2.	Teoría	55
4.3.	Implementación	65
4.4.	Experimentos	66
4.5.	Resultados	68
4.6.	Conclusiones	70

Índice de figuras

2.1. Foto del canal utilizado en los experimentos.	4
2.2. Filtro utilizado en los experimentos. A la izquierda una foto del perfil longitudinal. A la derecha una foto del perfil ya instalado.	5
2.3. Esquema del canal.	6
2.4. Presión del micro-manómetro en función de la salida de voltaje del sensor de presión.	7
2.5. Puntos de toma de muestra de presión (TP) y posición del UVP. A la derecha se encuentra el bateolas.	8
2.6. Tomas de muestra de presión de poro. A la izquierda una foto del canal con el sistema de medición de poro ya instalado. A la derecha una foto del detalle de una de las piezas de hierro. .	9
2.7. Resultados del análisis granulométrico de la caolinta utilizando la metodología propuesta por la norma ASTM (-o-) y utilizando el Mastersizer 2000 (-●-).	10
2.8. Fuente Terzaghi et al. [1996].	11
2.9. Fuente Mackenzie [1957].	13
2.10. Resultado del análisis térmico diferencial.	14
2.11. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$.	18
2.12. No falla, experimento #3, $\rho_b = 1738 \text{ kg/m}^3$	19
2.13. Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$	20
2.14. Velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$	21
2.15. Detalle previo a la falla de velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$	22
2.16. Detalle en la falla de velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$	23
2.17. Velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #2, $\rho_b = 1599 \text{ kg/m}^3$	24

2.18. Velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$	24
2.19. Detalle en la falla de velocidades a 3 y 1 <i>cm</i> encima y a 1 <i>cm</i> debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$	25
3.1. Primer armónico ($L^{(1)}$) y segundos armónicos, libre ($L_F^{(2)}$) y atrapado ($L_B^{(2)}$) para $h = 0,32 \text{ m}$ y $T = 1,91 \text{ s}$	31
3.2. Esquema que muestra el sistema de muestreo con el UVP y sus principales características geométricas.	35
3.3. Fotos de los medidores de olas utilizados. A la izquierda una foto del sensor. A la derecha una foto del circuito electrónico.	41
3.4. Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, pared vertical al final del canal. Reflexión elevada.	47
3.5. Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, pared vertical al final del canal. Reflexión elevada.	48
3.6. Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, playa impermeable al final del canal. Reflexión moderada.	49
3.7. Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, playa impermeable al final del canal. Reflexión moderada.	50

3.8.	Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 m$, $T = 1,91 s$, playa permeable al final del canal. Reflexión baja.	51
3.9.	Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 m$, $T = 1,91 s$, playa permeable al final del canal. Reflexión baja.	52
4.1.	Resultados del ensayo con el reómetro Physica MCR 301 para barro de Acceso Norte.	57
4.2.	Geometría final del ensayo de asentamiento para barro de la Bahía de Montevideo.	58
4.3.	Círculo de Mohr para un en estado de cedencia.	61
4.4.	Esquema de las fuerzas horizontales.	63
4.5.	A la izquierda la foto sacada al ensayo. A la derecha la foto proyectada para relevar el perfil.	66
4.6.	Fuente MAST-G6M.	67
4.7.	Fotos del ensayo de asentamiento (izquierda) y del ensayo con el reómetro DV-III ULTRA (derecha).	68
4.8.	A la izquierda un esquema de la paleta utilizada en los ensayos con el reómetro. A la derecha el resultado del ensayo $\rho = 1639 kg/m^3$ y $\tau_c = 40 Pa$	69
4.9.	Perfiles adimensionales de los ensayos de asentamiento. En la leyenda se puede observar el par ordenado densidad en kg/m^3 y tensión de cedencia en Pa ($\rho ; \tau_c$)	70
4.10.	Comparación de τ_c obtenida mediante el reómetro (eje de las abscisas) y mediante los ensayos de asentamiento (eje de las ordenadas).	71
4.11.	Perfil medido (o) y perfil ajustado para el ensayo $\rho = 1684 kg/m^3$ y $\tau_c = 88 Pa$. Entre líneas punteadas se puede observar la región utilizada para hacer el ajuste.	72

Índice de cuadros

2.1. Densidades del lecho previo al experimento.	16
3.1. Comparación de las amplitudes de ola utilizando cuatro sensores de ola y el método de Lin and Huang (WG-Lin) y cuatro canales del UVP y el método propuesto (UVP). El coeficiente de reflexión global K_R y el cociente entre la señal y el residuo (SSR) también están incluidos.	53

1. INTRODUCCIÓN

En las cercanías de las desembocaduras de los ríos o estuarios suelen encontrarse depósitos de sedimentos finos que constituyen el lecho marino. Los sedimentos finos presentan propiedades cohesivas debido a la acción de fuerzas electrostáticas entre las partículas, acción de igual o mayor orden que la acción de la gravedad. La fracción más fina de estos sedimentos cohesivos, es denominada arcilla y tienen un tamaño medio d_{50} menor a 4 *micrones* ($4E-6 m$). La fracción más gruesa corresponde a los limos, cuyo d_{50} es menor a $60 \mu m$ [García, 2008]. En la ingeniería de costas, estos depósitos suelen ser denominados barros.

Los procesos que involucran a estos sedimentos con el resto de los elementos presentes en los cuerpos de agua, son muchos y en general muy complejos. Sedimentación, consolidación, erosión y resuspensión son algunos de los procesos físicos que surgen de la interacción de los sedimentos con el agua. El estudio del comportamiento de los sedimentos cohesivos bajo la acción hidrodinámica, es relevante para las actividades que se desarrollan en los cuerpos de agua como ser pesca, diseño y construcción de obras civiles, dragado en puertos y canales de acceso.

La erosión o puesta en movimiento del lecho puede ser clasificada de forma muy simplificada en: Erosión superficial, cuando los agregados son removidos de la superficie del lecho uno a uno; Erosión en masa, cuando el lecho falla en una superficie interna y el material entra en suspensión; Erosión por desestabilización de la interfase, cuando el lecho primero se licua desestabilizando la interfase agua-sedimento [Mehta, 1991].

Bajo la acción del oleaje, la desestabilización de la interfase puede darse por dos motivos: la erosión del lecho debido a que los esfuerzos a los que es sometido superan la resistencia interna del mismo; o por licuefacción inducida por la acumulación de presión de poro debido a la carga cíclica, como sucede en el caso de las arenas finas [de Wit and Kranenburg, 1997; Sumer et al., 1999]. El estudio de la interacción del oleaje y las corrientes en los sedimentos cohesivos es fundamental para comprender el transporte de sedimentos cohesivos en lagos y estuarios. Al día de hoy no se tiene una comprensión profunda de la respuesta de los depósitos de barro a los esfuerzos generados por el flujo de agua. De todas maneras, observaciones tanto en campo como

en laboratorio muestran que el oleaje tiene la capacidad de licuar los depósitos de barro. En este estado, el lecho tiene un comportamiento semejante al de un fluido denso (con densidades entre 1100 y 1800 kg/m^3).

En esta tesis, se presentan las principales actividades realizadas en el marco de un proyecto de investigación aplicada denominado “*Estudio de la fluidificación de los sedimentos cohesivos de la costa de Montevideo*”. Uno de los objetivos de este proyecto era el de estudiar mediante experimentos en el laboratorio, la respuesta de los barros bajo la acción del oleaje.

Este documento consta de tres capítulos, el capítulo 2 resume un trabajo de laboratorio realizado en un canal de oleaje con un lecho de sedimento cohesivo. Primeramente se realiza una descripción de los materiales, equipos e instalaciones utilizadas para los experimentos. Luego se describen los principales aspectos relacionados al procedimiento experimental. A continuación se presentan los resultados obtenidos. Finalmente se realizan una serie de conclusiones referentes al comportamiento que manifestó el lecho en cada uno de los experimentos.

El capítulo 3 se presenta una técnica para la descomposición del oleaje en un canal de laboratorio mediante la utilización de un perfilador de velocidades. Primero se presentan los principales aspectos de la teoría detrás de la metodología propuesta. Luego se detalla la implementación de esta metodología, donde se mencionan los problemas técnicos que pueden surgir y se presentan posibles soluciones a los mismos. A continuación se presentan una serie de experimentos realizados en un canal de olas donde se compara esta nueva metodología, con las metodologías ya existentes para la descomposición del oleaje mediante la utilización de sensores de olas. Finalmente se presenta un resumen, así como posibles líneas futuras de investigación que surgen de este trabajo.

El último capítulo 4 se presenta una nueva técnica para la determinación de la tensión de fluencia mediante la utilización de ensayos de asentamiento. Se sugiere como mejora a las técnicas ya existentes, la realización de relevamientos más detallados de los perfiles que adopta la geometría final del material. Primero se formaliza la teoría que hay detrás del movimiento y se utiliza un método matemático para la determinación de soluciones algebraicas en un rango de casos. Luego se describe la implementación de la técnica propuesta. A continuación se presentan una serie de experimentos realizados con el material utilizado en los experimentos del capítulo 2. Los resultados obtenidos con esta técnica son comparados con ensayos realizados al mismo material utilizando un reómetro. Finalmente se presenta una serie de conclusiones de este trabajo.

2. EXPERIMENTOS EN EL CANAL DE OLEAJE CON UN LECHO DE BARRO

En la Mecánica de Suelos, el término licuefacción refiere al estado del suelo en que las tensiones entre los granos de sedimento, se ven reducidas debido al incremento de la presión de agua en los poros del lecho. El fenómeno de licuefacción puede ser generado por terremotos, golpes causados por el impacto de grandes masas o por la acción del oleaje.

La licuefacción debida al oleaje ocurre en lechos compuestos por barro o arenas finas donde la conductividad hidráulica es muy baja. El oleaje ejerce esfuerzos cíclicos sobre el lecho que van reordenando gradualmente los granos de sedimento. Esto genera un incremento de presión de poro y un decremento en las tensiones de contacto entre los granos de sedimento. En este estado, el barro manifiesta un comportamiento similar al de un fluido (mezcla de sedimentos y agua) con densidades entre 1100 y 1800 kg/m^3 .

La licuefacción suele ser muy eficiente en la atenuación del oleaje y modifica de manera sustancial los esfuerzos transmitidos entre el lecho y las obras civiles. Durante la licuefacción, el lecho pierde su capacidad soporte, en la ingeniería se lo considera como un estado de falla. Las cañerías enterradas pueden flotar, los grandes bloques de protección pueden penetrar el suelo, los puentes pueden manifestar asentamientos diferenciales. Una vez licuado el lecho, es más susceptible a la erosión por las corrientes que coexisten con el oleaje.

Se realizaron en el laboratorio del IMFIA una serie de experimentos con el objetivo de estudiar el comportamiento de un lecho cohesivo bajo la acción del oleaje. Estos experimentos fueron realizados en el canal de olas con un lecho constituido por caolinita. A diferencia de trabajos anteriores [de Wit et al., 1994; Sumer et al., 1999; Tzang and Ou, 2006] en este trabajo se realizaron mediciones de velocidad en la columna de agua y el lecho de sedimento cohesivo. Las tareas de acondicionamiento y puesta a punto del canal para realizar la serie de experimentos fueron realizadas a lo largo del 2011 y principios del 2012. Los experimentos fueron realizados de marzo a mayo del 2012. Este capítulo resume la descripción del montaje de los experimentos así como el procedimiento experimental. A continuación, se discuten los resultados obtenidos. Finalmente se resumen las conclusiones derivadas de este

estudio.

2.1. Materiales, equipos e instalaciones

2.1.1. Acondicionamiento del canal

El IMFIA cuenta con un canal de olas de 15,8 m de largo, 0,51 m de ancho y 0,76 m de alto. Las paredes están construidas en vidrio y el fondo en hormigón. Un motor eléctrico impone un movimiento sinusoidal al generador de olas, una pala rígida capaz de desarrollar movimientos basculantes o de tipo pistón. Este sistema es capaz de generar olas regulares. En la figura 2.1 se presenta una foto del canal.



Fig. 2.1: Foto del canal utilizado en los experimentos.

Se diseñó una playa permeable con el fin de reducir la energía reflejada en el otro extremo del canal. Se ubicó en el extremo opuesto al generador de olas y mostró ser muy efectiva. La reflexión de este filtro fue evaluada mediante dos técnicas distintas, una mediante mediciones con cuatro medidores de olas y una técnica propuesta por Lin and Huang [2004] y la otra mediante

mediciones con un perfilador de velocidades ultrasónico y una nueva técnica desarrollada en el marco de este trabajo de tesis Mosquera and Pedocchi [2013]. En el capítulo 3 se hace un mayor desarrollo tanto de la técnica como de la eficiencia del filtro. En la figura 2.2 se presentan dos fotos del filtro.

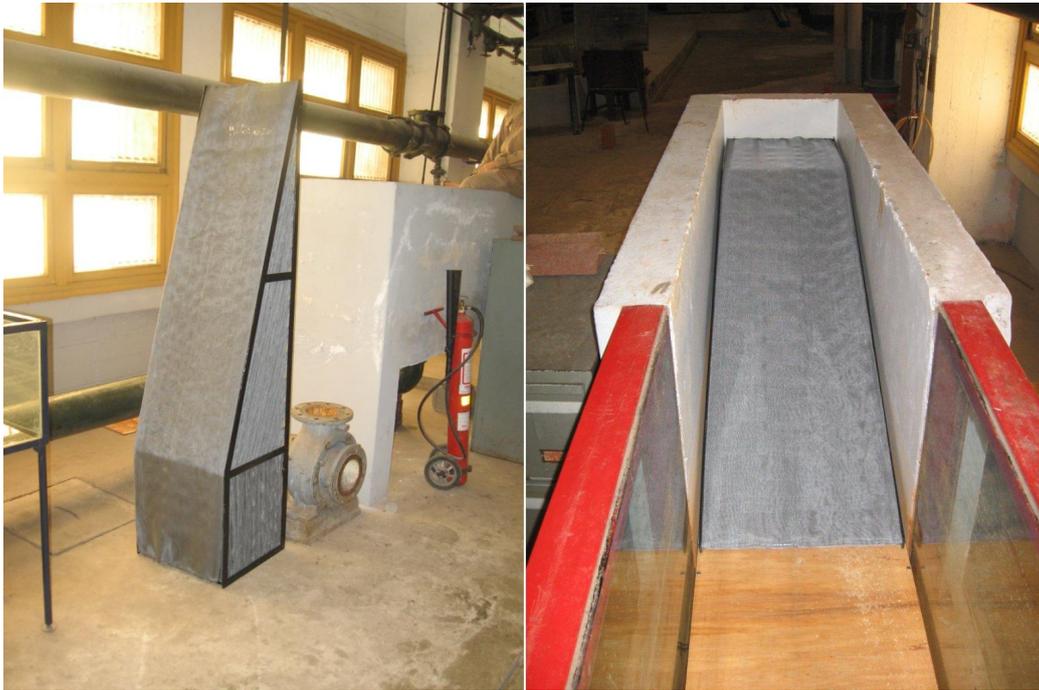


Fig. 2.2: Filtro utilizado en los experimentos. A la izquierda una foto del perfil longitudinal. A la derecha una foto del perfil ya instalado.

Fue construido un falso fondo de compensado marino con el fin de realizar el estudio con sedimentos cohesivos. El falso fondo comienza a 1,20 m del bateolas con una rampa de 2,80 m de largo y 15 cm de alto y el ancho de todo el canal. Luego de la rampa, un fondo horizontal de 3,20 m de largo, a 15 cm del fondo del canal y del ancho del canal. A continuación, se encuentra la fosa para los sedimentos. La fosa tiene 1,80 m de largo, 15 cm de profundidad (del falso fondo al fondo de hormigón) y el ancho del canal. Finalmente, en los restantes 6,80 m se encuentra un fondo horizontal también a 15 cm del fondo del canal y del ancho del mismo. En la figura 2.3 se presenta un esquema del canal.

2.1.2. Presión de agua en los poros

Los sensores de presión utilizados fueron el modelo 26PCAFA6D Honeywell S&C. Estos sensores son del tipo Wet-Wet Differential con sello de fluo-

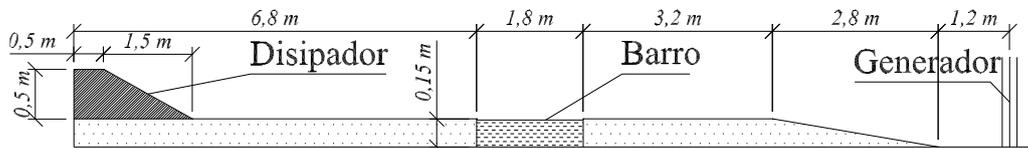


Fig. 2.3: Esquema del canal.

rosilicona. Tienen un rango de presión de $\pm 1 \text{ psi}$ ($\pm 0,703 \text{ metros de columna de agua}$), un tiempo de respuesta de 1 ms y una precisión de $0,5 \%$ del fondo de escala. Cuando se lo alimenta con 10 Volts tienen una sensibilidad de $16,7 \text{ mV/psi}$ ($23,8 \text{ mV/mca}$). Estos sensores poseen cuatro piezoresistores galvanizados, montados en un diafragma de silicio y miden la diferencia de presión entre sus dos puertos. Un cambio en la diferencia de presión entre los puertos, flexiona el diafragma generando una variación en los valores de resistencias, proporcional a la tensión aplicada¹.

Estos sensores fueron testeados con el fin de evaluar la respuesta Voltaje de salida – Diferencia de presión. Fueron ensayados en seco (con aire) midiendo la presión con un micro-manómetro modelo VelociCalc 9555² de la marca TSITM. En la figura 2.4 se observa el resultado de dicho ensayo.

Se observa una respuesta con un coeficiente de correlación lineal prácticamente igual a 1. Debido a que la alimentación del sistema eléctrico se realiza mediante una batería de $12,5 \text{ V}$, se observa que la sensibilidad del sensor es de $30,0 \text{ mV/mca}$ (aproximadamente doce décimas y media mayor que la sugerida por el fabricante). Si bien el rango ensayado es menor al rango máximo provisto por el fabricante, contiene los valores relevados durante los experimentos. La calibración de cada uno de los sensores fue realizada una vez montado todo el sistema de medición de presión dentro del canal.

La presión de agua en los poros, o presión de poro, fue medida en tres secciones dentro de la fosa totalizando siete puntos de muestreo. Los puntos de muestreo se encuentran en el medio del ancho del canal. La sección más cercana al bateolas se encuentra a $42,5 \text{ cm}$ del borde de la fosa. En esta sección se ubicaron tres puntos de muestreo de presión. Los mismos están a $11,7 \text{ cm}$; $8,2 \text{ cm}$; y $4,4 \text{ cm}$ del fondo del canal. La sección del medio se encuentra a $66,3 \text{ cm}$ del borde de la fosa más cercano al bateolas. En esta sección se ubicó un solo punto de muestreo de presión a $11,4 \text{ cm}$ del fondo del canal. En la tercera sección, a $41,0 \text{ cm}$ del borde de la fosa más alejado

¹ Datos del fabricante en <http://www.honeywell.com>

² Datos del fabricante en <http://www.tsi.com>

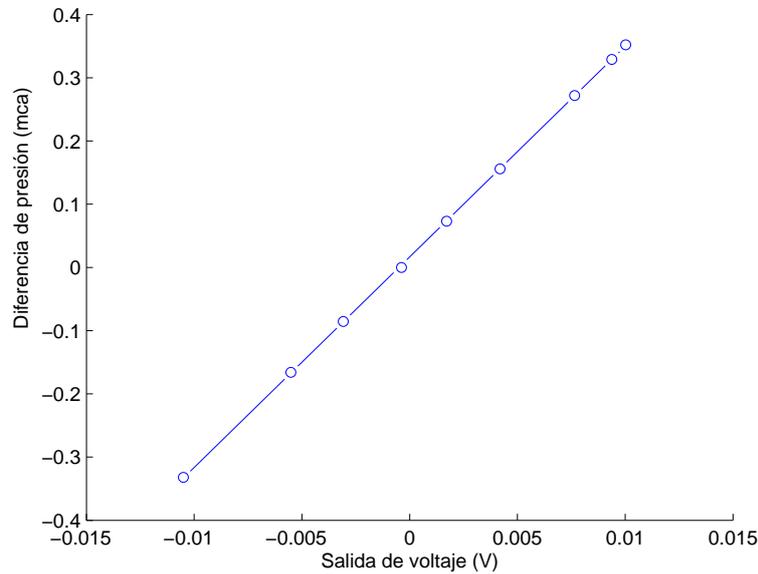


Fig. 2.4: Presión del micro-manómetro en función de la salida de voltaje del sensor de presión.

al bateolas, se ubicaron tres puntos de muestreo de presión. Estos puntos están a 11,2 *cm*; 7,1 *cm*; y 4,1 *cm* del fondo del canal. El punto de toma de muestra se encuentra fijo mediante piezas de hierro. En la figura 2.5 se presenta un esquema con la ubicación puntos de muestreo.

En el extremo del tubo próximo al punto de muestreo, se colocó un filtro de cigarrillo para prevenir el ingreso de partículas de barro en el tubo. Este filtro sostiene la matriz de sedimentos contra el punto de muestreo. Permite la conexión entre la presión del agua que se encuentra en los poros del lecho adyacente al filtro, con la presión del agua dentro del tubo. En el exterior de este extremo, se colocó un caño metálico con el fin de evitar movimientos del punto de muestreo de presión.

El sistema de medición de presión consta de tubos de PVC transparentes con diámetro interno de 3/16 *pulgadas* (4,8 *mm*) y diámetro externo de 9/32 *pulgadas* (7,1 *mm*) que conectan los siete puntos de muestreo con siete sensores de presión. Los sensores se ubican a la misma altura debajo del canal. El puerto restante de cada sensor fue conectado a una columna de agua en reposo. En la figura 2.6 se muestran dos fotos de los puntos de muestreo de presión.

Antes de dar inicio a cada ensayo, la columna de agua se modifica de manera de que la diferencia de presiones que registran los sensores fuese

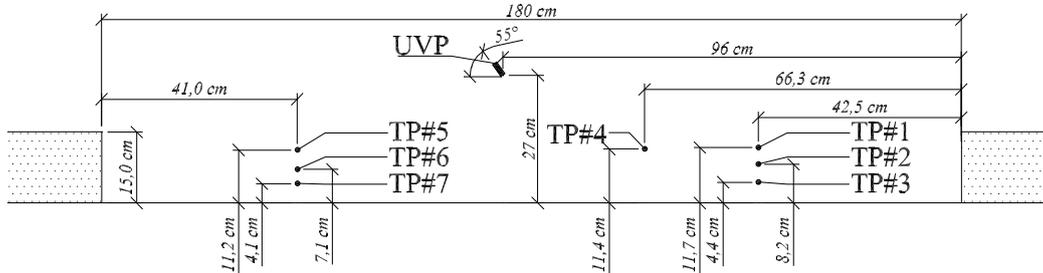


Fig. 2.5: Puntos de toma de muestra de presión (TP) y posición del UVP. A la derecha se encuentra el bateolas.

próxima a cero. La rigidez del tubo y el espesor permiten mantener una medida de presión libre de las fluctuaciones a las que esta sometido el tubo. En caso de ser necesario, se realizaba una purga de aire en el sistema de tubos para cada experimento.

2.1.3. Perfil de velocidad próximo a la interfase agua-barro

Para la determinación de la velocidad fue utilizado un perfilador acústico Doppler, el Ultrasonic Velocity Profiler (UVP), fabricado por Met-Flow SA [Met-Flow, 2002]. El UVP es un instrumento que permite determinar la velocidad de las partículas arrastradas por el flujo que reflejan las ondas de ultra sonido. Esta determinación se realiza utilizando el corrimiento en frecuencia entre las ondas transmitidas y las recibidas (efecto Doppler).

El transductor del UVP envía un pulso ultrasónico en la columna de fluido a lo largo de un eje de transmisión. Cuando termina de transmitir, comienza a recibir los ecos de las partículas que reflejan estas ondas. El tiempo de demora δt entre la emisión y recepción de los ecos ubicados a una distancia r del sensor es $\delta t = \frac{2r}{c}$, siendo c la velocidad del sonido en el fluido. Si las partículas tienen una proyección de su velocidad en el eje de transmisión del sensor u_r , el sonido reflejado presentará un corrimiento de la frecuencia respecto al pulso original. Por otro lado, conocido el tiempo de demora y la velocidad de propagación del sonido en el medio es posible determinar la distancia al sensor del lugar donde fue reflejada la onda [Pedocchi and García, 2011].



Fig. 2.6: Tomas de muestra de presión de poro. A la izquierda una foto del canal con el sistema de medición de poro ya instalado. A la derecha una foto del detalle de una de las piezas de hierro.

2.1.4. Lecho de barro

El material utilizado para el lecho fue un material compuesto principalmente por caolinita, provisto en sacos de polvo de 40 *kg*. La densidad del sólido es 2635 *kg/m*³. Se mezclaron 5 sacos con agua de la canilla para ser usados a lo largo de todos los experimentos. Un par de semanas antes de realizar el experimento siguiente, se comenzaba con las tareas de preparación del lecho. Primero se vaciaba toda el agua del tanque mediante el sistema de purgas. Se dejaba unos días sin agua para permitir que el compensado se seque.

Previo a alguno de los experimentos, se colocaban un par de tabiques con el fin de impedir el flujo de sedimentos desde la fosa al resto del canal. Después se llenaba todo el tanque hasta el nivel establecido para el experimento. Se batía el agua y los sedimentos en la fosa, de manera de resuspender la arcilla y lograr una buena mezcla. Por último, se dejaba pasar un tiempo con el fin de que la mezcla sedimente y consolide por peso propio.

En otros experimentos se comenzaba con el lecho del experimento anterior. En la sección 2.3 se menciona con mayor detalle el procedimiento realizado para cada uno de los experimentos.

Sedimentos cohesivos

Se realizaron una serie de análisis del material utilizado en los experimentos con el fin de caracterizarlo. La mayoría de los análisis fueron realizados en el Departamento de Ingeniería de materiales Laboratorio de Materiales del Instituto de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería.

Se utilizaron las normas: ASTM [2007a] para la preparación de la muestra; ASTM [2007b] para determinación de la granulometría; ASTM [2007c] para la determinación del límite líquido; y ASTM [2007d] para la determinación del límite plástico. En la figura 2.7 se presenta el resultado del análisis realizado en el Laboratorio de Materiales. También se presenta el resultado de un análisis realizado en el Laboratório de Dinâmica de Sedimentos Coesivos del Área de Engenharia Costeira & Oceanográfica de la Universidade Federal do Rio de Janeiro. En este laboratorio se utilizó un analizador de tamaño de partículas por difracción laser Mastersizer 2000³.

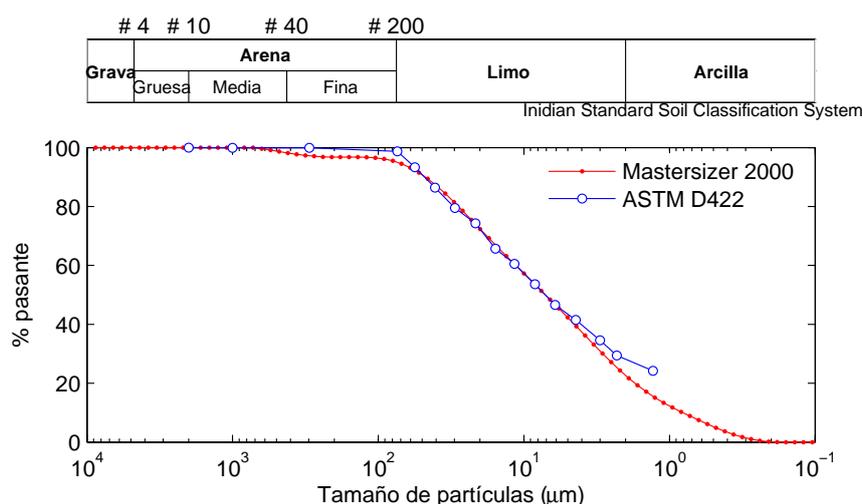


Fig. 2.7: Resultados del análisis granulométrico de la caolinita utilizando la metodología propuesta por la norma ASTM (-o-) y utilizando el Mastersizer 2000 (-●-).

El Mastersizer 2000 utiliza la técnica de difracción láser para medir el tamaño de las partículas. Se mide la intensidad de la luz dispersada con un rayo láser que pasa a través de una muestra de partículas dispersas. Luego se analiza la medición para calcular el tamaño de las partículas que crearon el patrón de dispersión.

³ Datos del fabricante en <http://www.malvern.com>

Se determinaron, el límite líquido y el límite plástico resultando 24 y 18 respectivamente. Con la diferencia es posible determinar el índice plástico siendo 6. Según el esquema de plasticidad propuesto por Casagrande [1932], clasifica como arcilla inorgánica de baja plasticidad. En la figura 2.8 se presenta el diagrama de Casagrande extraído del libro de Terzaghi et al. [1996].

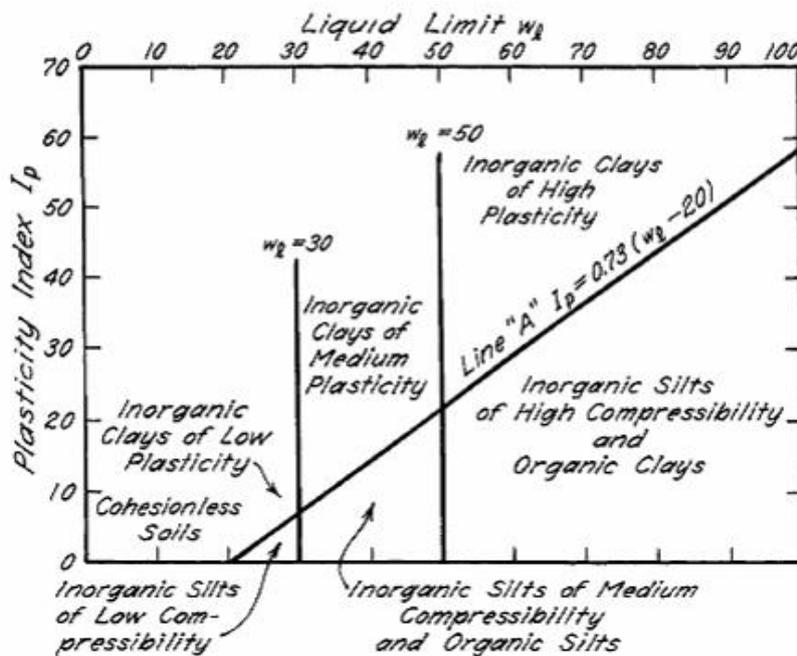


Figure 7.2 Plasticity chart (after Casagrande 1932a).

Fig. 2.8: Fuente Terzaghi et al. [1996].

Análisis térmico diferencial

El análisis térmico diferencial, un método que se basa en los cambios de energía y es muy utilizado para la caracterización de arcillas. La muestra que se desea investigar (o espécimen) es calentada junto a una muestra de material térmicamente inerte dentro de una cámara, registrándose la diferencia de temperatura ΔT entre ambas. Cuando el espécimen no manifiesta procesos exotérmicos o endotérmicos, no se observan diferencias entre ambas temperaturas. En cuanto el espécimen comienza a presentar diferencias de temperatura es porque está comenzando algún proceso térmico. De haber una diferencia negativa, el proceso es endotérmico, si la diferencia es positiva, el proceso es exotérmico.

Generalmente, los procesos endotérmicos en estos casos suelen ser: eva-

poración de agua por deshidratación; deshidroxilación de los grupos OH estructurales; cambios de fases o transformaciones polimórficas. Los procesos exotérmicos por otra parte suelen ser: combustión de compuestos orgánicos; oxidación de sulfuros; desarrollos de nuevas fases cristalinas; nucleación; recristalizaciones.

Las diferencias de temperatura suelen presentarse en función del tiempo t o de la temperatura del portamuestra T constituyendo las denominadas curvas de temperatura diferencial. La utilidad de este análisis es debido a que la temperatura pico, la temperatura en la que se registra la mayor diferencia, es característica del mineral presente y el área del pico, el área debajo del gráfico $\Delta T - T$ es proporcional a la masa del material que participa de la reacción. [Mackenzie, 1957]

Las arcillas de caolín suelen presentar tres procesos térmicos característicos que se manifiestan como picos en la curva de temperatura diferencial. Los primeros dos, son endotérmicos (entre 50 y 200 °C el primero y entre 400 y 700 °C el segundo), el tercero es exotérmico (encima de 800 °C) [Besoain, 1985]. La ubicación de estos picos está sujeta a la tasa de temperatura a la que se hace el ensayo. [Mackenzie, 1957] sugiere mantener una tasa de 600 °C/hora. En el análisis de la caolinita utilizada para los experimentos, se utilizó una tasa de 200 °C/hora.

El primer pico, corresponde a la remoción del agua de hidratación. En general es agua sorbida a la superficie de las partículas finas, agua de entre-capas o agua asociada con geles de silica y alumina. El segundo pico, es el pico endotérmico principal. Se lo asocia con reacciones de deshidroxilación. El tercer pico, se debe a reacciones de nucleación o recristalización.

En la figura 2.9 se presentan diagramas $\Delta T - T$ para arcillas de caolín extraídos del libro de Mackenzie. En la figura 2.10 se presenta el resultado del análisis térmico diferencial para el material utilizado en los experimentos. Se observa claramente que es un material de la familia de los caolines.

2.1.5. Densidad del barro

Antes de iniciar cada uno de los experimentos, se extrajo una muestra del lecho para determinar su densidad ρ_b . Las mediciones se realizaron con una balanza LJ16 Infrared Dryers⁴. Los resultados se presentan en la tabla 3.1. En el capítulo 4 se determina la relación entre la densidad y la tensión de fluencia para este material.

Una vez extraída la muestra se realiza la medición de la masa de la muestra húmeda M_b . Esta se determina restando la masa de la tara M_t a la masa

⁴ Datos del fabricante en <http://www.mt.com>

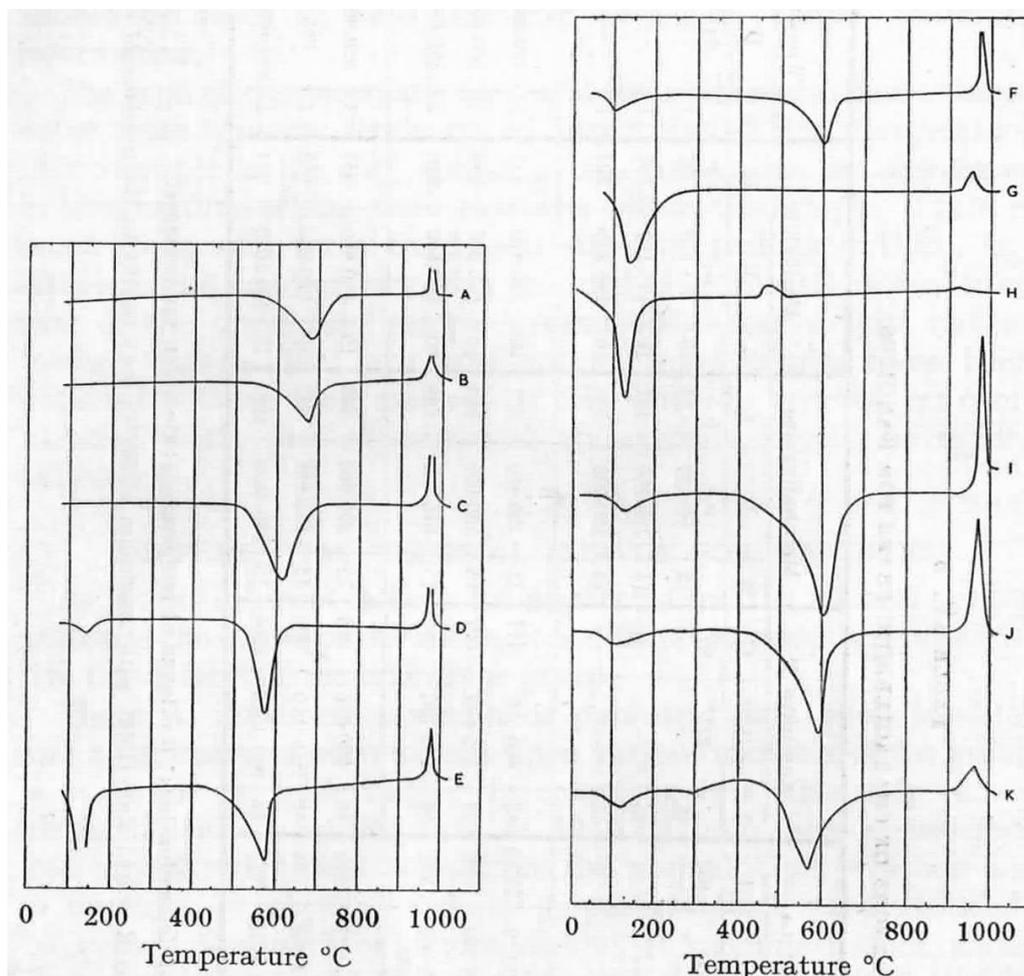


FIG. IV, 7. Typical differential thermal curves for kandites: *A*—dickite, Mexico (after Kerr and Kulp 1948); *B*—nacrite, Germany (after Kerr and Kulp 1948); *C*—kaolinite (T), Utah (after Kerr and Kulp 1948); *D*—metahalloysite, Kansas (after Kerr and Kulp 1948); *E*—halloysite, North Carolina (after Kerr, Kulp and Hamilton 1949); *F*—anauxite, North Carolina (after Speil 1944); *G*—allophane, Japan (after Sudo and Osaka 1952); *H*—hisingerite, Japan (sample diluted to 25 per cent; after Sudo and Nakamura 1952); *I*—ball clay, South Devon (after Baker, Holdridge and Richardson 1951); *J*—ball clay (kaolinite pM), Dorset (after Baker, Holdridge and Richardson 1951); *K*—fireclay, South Midlands (Brit. Ceram. Res. Assoc., unpublished).

N.B. Curves *I*, *J*, and *K* are on more open ΔT scale than others; they correspond approximately to Curve *C*.

Fig. 2.9: Fuente Mackenzie [1957].

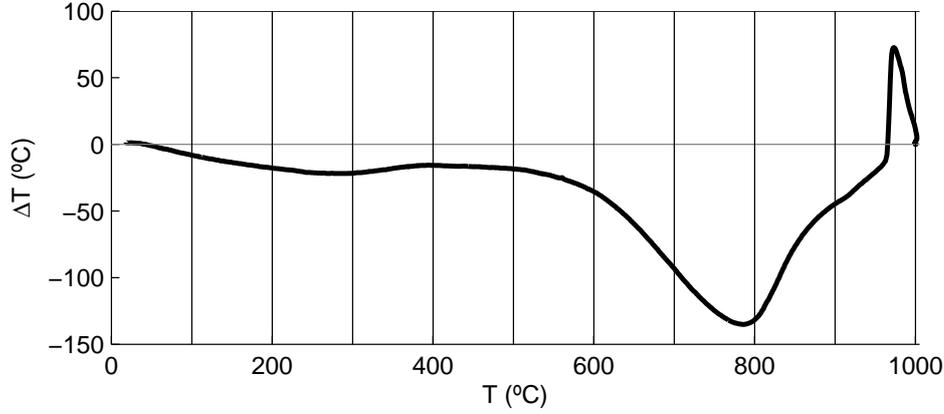


Fig. 2.10: Resultado del análisis térmico diferencial.

de la muestra húmeda con tara M_{b+t} . Para determinar la densidad del barro es necesario estimar el volumen de la muestra V_T ya que $\rho_b = \frac{M_b}{V_T}$. En nuestro caso, no es posible la medición directa de V_T sin incurrir en grandes errores de estimación así como errores propios de la manipulación.

Para la estimación del volumen se realizó la medición de la masa de la muestra seca M_{sol} . Se pone la muestra en una secadora de lámpara infrarroja a $160\text{ }^\circ\text{C}$ hasta obtener una medición constante de masa que denominaremos masa de la muestra seca con tara M_{sol+t} . M_{sol} se determina mediante la resta de M_{sol+t} y M_t . Asumiendo que la muestra extraída se encuentra saturada (no posee aire) y conocidas las densidades de las dos fases (fase sólida y fase líquida), es posible estimar el volumen mediante la siguiente fórmula:

$$V_T = V_{sol} + V_{liq} = \frac{M_{sol}}{\rho_{sol}} + \frac{M_{liq}}{\rho_{liq}}, \quad (2.1)$$

donde V_{sol} y ρ_{sol} son el volumen y la densidad de la fase sólida y V_{liq} , M_{liq} y ρ_{liq} son el volumen, la masa y la densidad de la fase líquida. M_{liq} se determina mediante la diferencia entre M_{b+t} y M_{sol+t} . Finalmente la ecuación para determinar la densidad de barro queda de la siguiente forma:

$$\rho_b = \frac{M_b}{V_T} = \frac{M_{b+t} - M_t}{\frac{M_{sol+t} - M_t}{\rho_{sol}} + \frac{M_{b+t} - M_{sol+t}}{\rho_{liq}}}. \quad (2.2)$$

Se consideró una densidad de la fase sólida ρ_{sol} de 2635 kg/m^3 y una densidad de la fase líquida ρ_{liq} de 1000 kg/m^3 . Se realizó un estudio de propagación de errores con el fin de conocer la incertidumbre en la determinación de la densidad. Utilizando la fórmula propuesta por Ku [1966] para

el cálculo de la propagación de errores de variables independientes para la ecuación (2.2), se puede estimar el error en la densidad del barro como:

$$\sigma_{\rho_b} = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{b+t}}\right)^2 \sigma_{M_{b+t}}^2 + \left(\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{sol+t}}\right)^2 \sigma_{M_{sol+t}}^2 + \left(\frac{\partial \rho_b}{\partial M_t}\right)^2 \sigma_{M_t}^2}, \quad (2.3)$$

donde σ_{ρ_b} es el error absoluto de la densidad del barro, $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{b+t}}$, $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{sol+t}}$ y $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_t}$ son las derivadas parciales de la densidad respecto a la masa de la muestra húmeda con tara y la masa de la muestra seca con tara y la masa de la tara, $\sigma_{M_{b+t}}$, $\sigma_{M_{sol+t}}$ y σ_{M_t} son los errores absolutos de las mediciones de las respectivas masas. Las derivadas parciales de la densidad del barro son:

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{b+t}} = \frac{\rho_{sol} \rho_{liq} (\rho_{liq} - \rho_{sol}) (M_{sol+t} - M_t)}{(\rho_{sol} M_{b+t} + (\rho_{liq} - \rho_{sol}) M_{sol+t} - \rho_{liq} M_t)^2}, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{sol+t}} = \frac{\rho_{sol} \rho_{liq} (\rho_{liq} - \rho_{sol}) (M_t - M_{b+t})}{(\rho_{sol} M_{b+t} + (\rho_{liq} - \rho_{sol}) M_{sol+t} - \rho_{liq} M_t)^2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial M_t} = \frac{\rho_{sol} \rho_{liq} (\rho_{liq} - \rho_{sol}) (M_{b+t} - M_{sol+t})}{(\rho_{sol} M_{b+t} + (\rho_{liq} - \rho_{sol}) M_{sol+t} - \rho_{liq} M_t)^2}. \quad (2.6)$$

Debido a que todas las medidas realizadas de todos los ensayos (M_{b+t} , M_{sol+t} y M_t) estuvieron por encima de los 10 *gr*, los errores absolutos de las medidas están reportados por el fabricante en el manual Mettler-Toledo [1999] siendo en nuestro caso:

$$\sigma_{M_{b+t}} = 0,0001 M_{b+t}, \quad (2.7)$$

$$\sigma_{M_{sol+t}} = 0,0001 M_{sol+t}, \quad (2.8)$$

$$\sigma_{M_t} = 0,0001 M_t. \quad (2.9)$$

De todos los experimentos realizados, la muestra extraída el día 4 de mayo del 2012 fue la que presentó un mayor error absoluto. Las medidas realizadas fueron: $M_{b+t} = 39,466$ *gr*; $M_{sol+t} = 31,156$ *gr*; y $M_t = 16,470$ *gr*. Los valores de las derivadas parciales en este caso son: $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{b+t}} = -47,657$ l^{-1} ; $\sigma_{M_{b+t}} = 0,0039$ *gr*; $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_{sol+t}} = 74,623$ l^{-1} ; $\sigma_{M_{sol+t}} = 0,0031$ *gr*; $\frac{\partial \rho_b}{\partial M_t} = -26,966$ l^{-1} ; y $\sigma_{M_t} = 0,0016$ *gr*. En este caso, el error absoluto de ρ_b es de $\pm 0,30$ *gr/l* ó *kg/m³*. Asumiremos un error absoluto de ± 1 *kg/m³* en ρ_b estando este valor encima del máximo calculado para los experimentos.

2.2. Procedimiento experimental

Se mantuvo una amplitud del bateolas de 9,5 *cm* y un movimiento tipo pistón a lo largo de todos los experimentos. El período de oscilación del bateolas para los experimentos fue de 1,48 *s* y el tirante de agua de 17,6 *cm*.

Durante los experimentos se realizaron dos tipos de medición: la presión de poro en el lecho de barro en siete puntos; y la velocidad en la cercanía de la interfase barro-agua con un perfilador de velocidad.

2.3. Resultados y discusión

Se realizaron un total de seis experimentos el 29 de marzo (experimento #1), el 10 (experimento #2), el 16 (experimento #3) y el 30 de abril (experimento #4) y el 4 (experimento #5) y el 18 de mayo (experimento #6).

El lecho que se utilizó en los experimentos #1, #2, #4 y #6 fue obtenido mediante la sedimentación de una mezcla de agua y caolinita. Se ubicaron unos tabiques que aislaban la fosa del resto del canal generando un recinto de 45 cm de profundidad (30 cm por encima del falso fondo). Se realizó una mezcla homogénea del lecho y agua in situ con un tirante de agua de 30 cm desde el fondo de la fosa aproximadamente. Para el experimento #1 se dejó sedimentar la mezcla unos 4 días. Para los experimentos #2, #4 y #6 la mezcla sedimentó unos 10 días aproximadamente. Los experimentos #3 y #5 fueron realizados con el lecho resultante del experimento anterior.

Tab. 2.1: Densidades del lecho previo al experimento.

	Experimentos					
	#1	#2	#3	#4	#5	#6
$\rho_b(kg/m^3)$	1548	1599	1738	1608	1660	1604

Los experimentos presentaron tres tipos de comportamiento:

- Movimiento del lecho debido a esfuerzos impuestos por el oleaje que exceden un valor umbral. Esta falla es debida a tensiones que impone el oleaje a las primeras capas del lecho. Los **esfuerzos cortantes** son los responsables de la puesta en movimiento de las capas superiores del lecho que se observa en las primeras olas. Gradualmente, las capas inferiores comienzan el movimiento. Este tipo de comportamiento fue observado en el ensayo #1.
- Movimiento del lecho debido al incremento en la presión de poro. Se constató un aumento en la presión de agua en los poros sin que el lecho inicie su movimiento. Luego que algunas decenas de olas pasaron encima del lecho, el lecho comienza su movimiento (**licuefacción**) de manera abrupta y la presión de poro comienza a descender. Este tipo de comportamiento fue observado en los ensayos #2 y #4.

- **No movimiento** del lecho. Luego de centenares de que olas pasaron encima del lecho sin generar un incremento en la presión de poro, el perfilador de velocidades no registró movimiento del lecho. Este tipo de comportamiento fue observado en los ensayos #3, #5 y #6.

En los seis experimentos no se modificó la hidrodinámica. Es decir, el movimiento impuesto al generador de ola (excursión de la pala y período de oscilación) y el tirante de agua permanecieron iguales. En las figuras 2.11, 2.12 y 2.13 se pueden observar los resultados obtenidos en los ensayos #1, #3 y #4.

Arriba se presentan los resultados de la medición con el perfilador de velocidades. La velocidad tiene signo positivo cuando la proyección se aleja del sensor. Además de la señal de velocidad, el UVP reporta la amplitud de la señal. Cuando las ondas de presión reflejan en zonas de grandes variaciones de densidad (por ejemplo la interfase agua-lecho), se observa una amplitud grande en la onda reflejada. Por lo tanto es posible detectar la interfase agua-barro mediante el análisis de la señal de amplitud. En el gráfico de velocidades puede observarse la ubicación de la interfase agua-lecho en reposo, determinada mediante el análisis de la señal de la amplitud en los primeros instantes, antes de que inicie el movimiento del bateolas.

Abajo se presentan los resultados de dos sensores de presión, ubicados a 2,3 y 5,3 *cm* (TP#5 y TP#2, ver figura 2.5) debajo de la interfase agua-lecho. Se removió la oscilación observada en la señal mediante la utilización de un filtro de ventana móvil con un largo igual al período de la ola. La presión media presentada en este gráfico está referida a la presión de reposo previo al inicio del movimiento del bateolas.

En la figura 2.11, se puede observar que la cinemática de las primeras capas de barro es gradual. En cuestión de 50 olas, comienzan a moverse en el entorno de 1,5 *cm* de lecho, estando las capas inferiores sujetas a un movimiento muy débil. La señal de presión del sensor a 2,3 *cm* no presenta evolución temporal. La evolución que presenta el sensor a 5,3 *cm* resulta difícil de interpretar, pudiendo estar asociada a problemas experimentales.

En la figura 2.12, se observa que tanto las señales de velocidad como de presión no presentan una evolución a lo largo del experimento. Tampoco se observa un movimiento de las capas del lecho manifestando el comportamiento de un sólido.

En la figura 2.13, se observa una evolución abrupta de los registros próximo a las 65 olas. Previo a este punto de inflexión en el comportamiento del lecho, se observa un comportamiento semejante al de la figura 2.12 en lo que refiere a la cinemática. Sin embargo, se observa un gradual incremento en la presión de poro en ambos sensores, siendo el más próximo a la interfase el

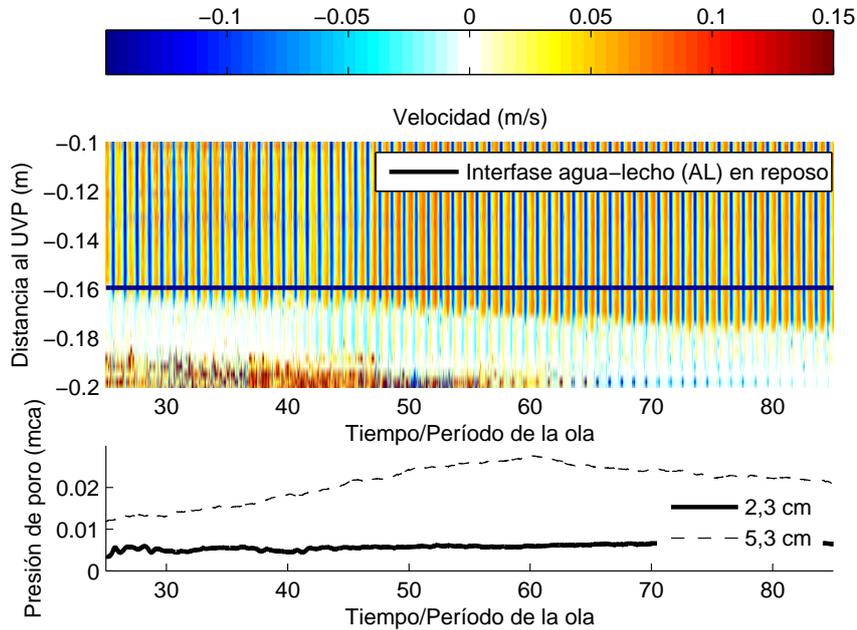


Fig. 2.11: Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$.

que presenta una taza mayor. En el entorno a la ola 64 la presión media del sensor a 2,3 cm es de 7,5 mmca mientras que en el sensor a 5,3 cm es de 3,8 mmca. Luego, la presión en el sensor superior comienza a descender a valores próximos al del sensor inferior. En este intervalo de tiempo (entre 3 y 4 olas) el perfilador de velocidades comienza a registrar un inicio de movimiento de una columna importante de lecho (por lo menos 2 cm que es el máximo que puede penetrar la onda acústica del sensor del UVP).

En las figuras 2.14 a la 2.19 se presentan las medidas de velocidad en canales que se encuentran a 3 y 1 cm encima de la línea de barro en reposo y a 1 cm debajo de esta línea. Aquí se graficó en puntos grises, los datos reportados por el UVP. En trazo negro se presenta una señal filtrada con un filtro pasa bajos con una frecuencia de corte de 1,43 Hz. Esta frecuencia permite capturar, en la señal reconstruida, las frecuencias del segundo armónico que en todos nuestros experimentos es 1,35 Hz.

En la figura 2.14 se observa que el movimiento del lecho (1 cm debajo) es muy bajo en las primeras 50 olas. A lo largo del experimento la hidrodinámica en la columna de agua próxima al lecho no manifiesta grandes cambios.

En la figura 2.15 se presenta un detalle de la figura anterior en un intervalo donde el lecho todavía no falló pero presenta un movimiento muy débil. Si

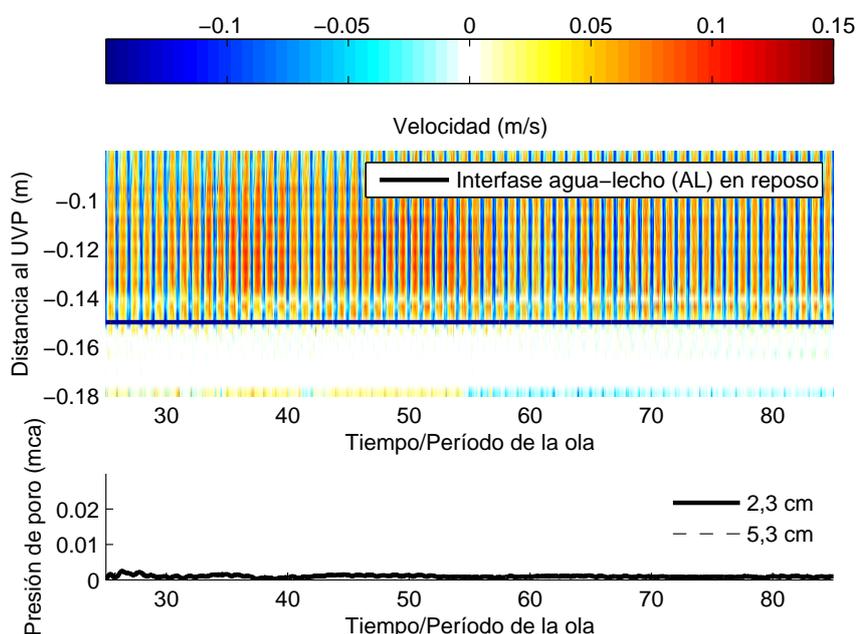


Fig. 2.12: No falla, experimento #3, $\rho_b = 1738 \text{ kg/m}^3$.

bien el ruido en la señal de velocidades debajo del lecho es muy alto, es posible observar que para estos instantes, el movimiento del lecho presenta un desfase importante respecto a la velocidad del agua.

En la figura 2.16 se presenta otro detalle de la figura 2.14. Esta vez en la zona próxima a la falla. Se observa un comportamiento asimétrico del lecho, en las olas previas a la falla. Posiblemente debido a que el forzante también es asimétrico, y que el material presenta una reología compleja en deformaciones bajas. Luego se observa que el movimiento del lecho entra en fase con el movimiento del agua.

En las figuras 2.17 y 2.18 se presentan los resultados de los experimentos que presentaron licuefacción. El experimento #2 presentó una licuefacción luego de 10 olas aproximadamente. Se destaca la reducción en la amplitud de oscilación de la velocidad en la columna de agua, luego de iniciado el movimiento del lecho. El experimento #4 presenta también una reducción en la amplitud de la velocidad. Esta reducción es debida a cambios en el perfil de velocidades en la columna de agua, debido a un cambio en la condición de borde impuesta por el lecho, que pasa de comportarse como sólido, a comportarse como un fluido. Obsérvese que este ensanchamiento de la capa límite próxima al lecho, podría interactuar con el resto de la columna de

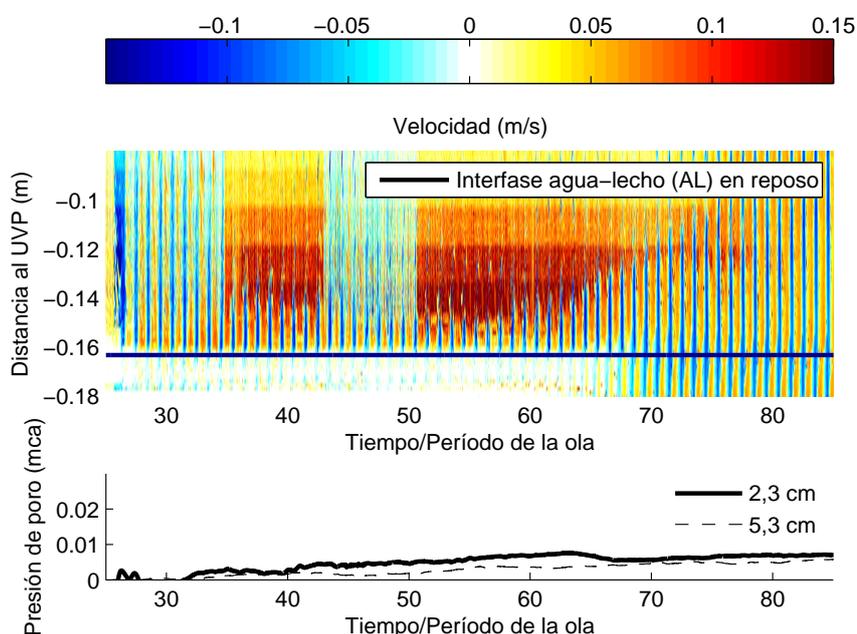


Fig. 2.13: Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$.

agua, produciendo el decaimiento del oleaje (wave damping).

En la figura 2.19 se presenta un detalle de las medidas de velocidad en la zona próxima a la falla. Se puede observar que el movimiento del lecho previo a la falla se encuentra desfasado respecto al movimiento del agua. Luego de la falla, el lecho entra en fase con el movimiento de la columna de agua.

2.4. Conclusiones

Se realizaron una serie de experimentos de un lecho cohesivo sujeto a la acción del oleaje, pudiéndose observar tres tipos de comportamiento del lecho bien diferenciados: Movimiento del lecho debido a exceso de la tensión de corte impuesta por el oleaje sobre los sedimentos; Movimiento debido a licuefacción del lecho por acumulación de presión de poro; y No movimiento del lecho.

Se puede observar que hay una correlación muy fuerte entre la densidad del lecho en reposo, y el comportamiento obtenido en el experimento. Cuando el lecho se encontraba muy poco consolidado (ensayo #1 $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$) el comportamiento que manifestó fue el de movimiento debido a **esfuerzos cortantes**. Cuando el lecho se encontraba poco consolidado (ensayo #2 $\rho_b =$

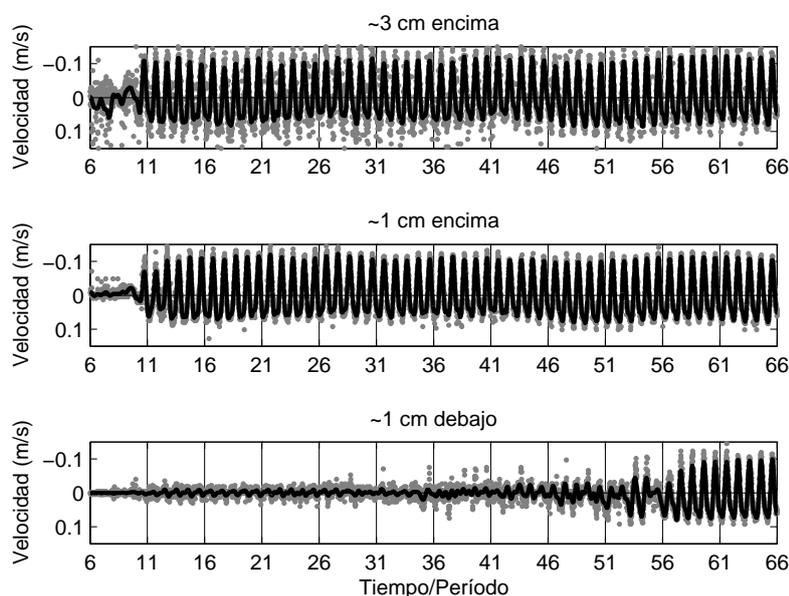


Fig. 2.14: Velocidades a 3 y 1 cm encima y a 1 cm debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$.

1599 kg/m^3 y ensayo #4 $\rho_b = 1604 \text{ kg/m}^3$) el comportamiento que manifestó el lecho es el asociado al fenómeno de **licuefacción**. Finalmente, cuando el lecho se encontraba muy consolidado (ensayo #3 $\rho_b = 1738 \text{ kg/m}^3$, ensayo #5 $\rho_b = 1660 \text{ kg/m}^3$ y ensayo #6 $\rho_b = 1604 \text{ kg/m}^3$) el lecho **no** manifestó **movimiento**.

Las medidas de presión manifiestan un comportamiento similar a los reportados por otros investigadores (de Wit et al. para experimentos con caolinita y Sumer et al. para arenas muy finas).

Fue posible la determinación de la cinemática del lecho próxima a la interfase agua-lecho, hasta donde sabemos, estas mediciones no fueron reportadas anteriormente por otros investigadores.

Finalmente se observa que el fenómeno de licuefacción por acumulación de presión de poro puede manifestarse solamente, en lechos poco consolidados, donde es posible un reacomodamiento de las partículas de sedimentos. En la naturaleza, este tipo de casos no es muy habitual puesto el movimiento de la columna de agua, suele actuar durante el procesos de sedimentación y consolidación temprana del depósito. Sin embargo, en lugares donde fueron realizados movimientos del lecho asociados a obras de ingeniería (por ejemplo construcción de emisarios), los sedimentos depositados en forma artificial, son

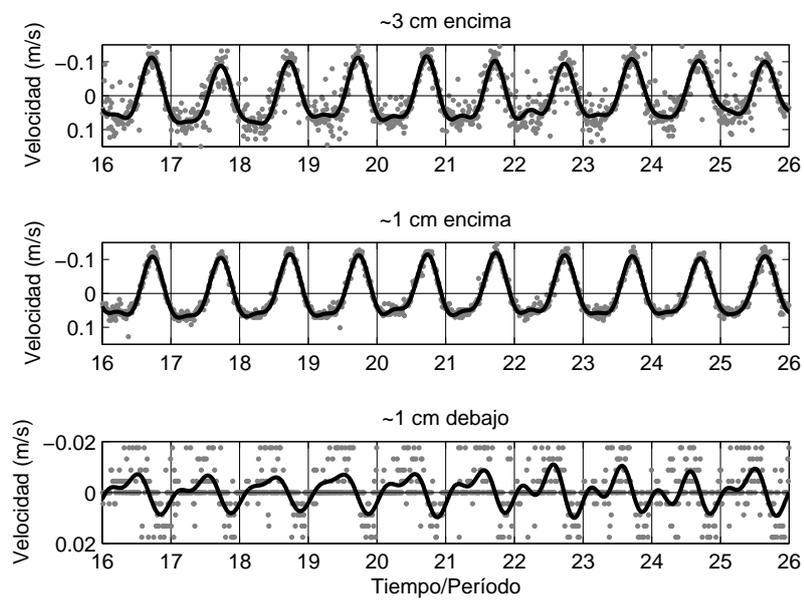


Fig. 2.15: Detalle previo a la falla de velocidades a 3 y 1 cm encima y a 1 cm debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$.

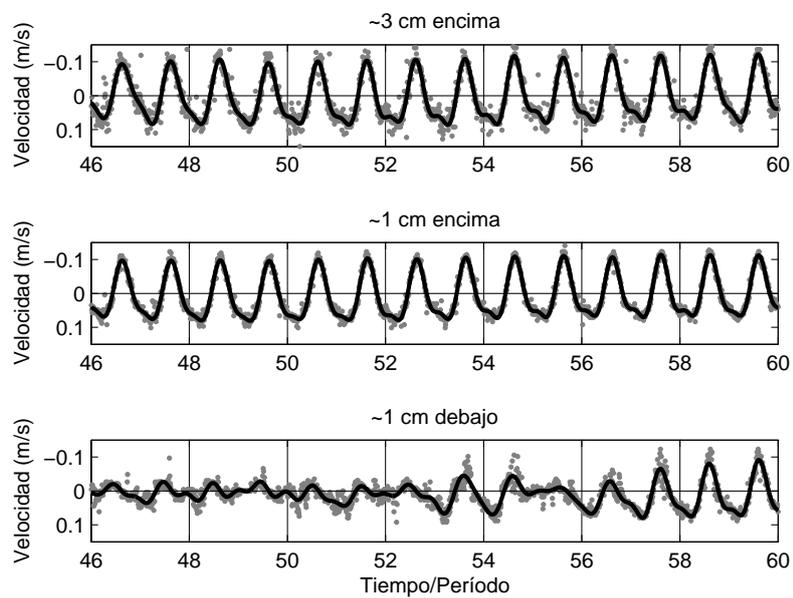


Fig. 2.16: Detalle en la falla de velocidades a 3 y 1 *cm* encima y a 1 *cm* debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por esfuerzo cortante, experimento #1, $\rho_b = 1548 \text{ kg/m}^3$.

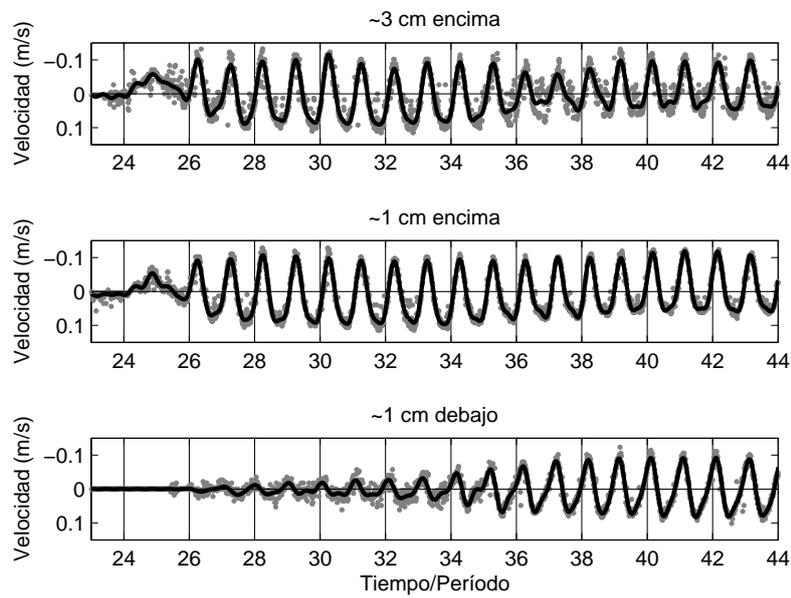


Fig. 2.17: Velocidades a 3 y 1 cm encima y a 1 cm debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #2, $\rho_b = 1599 \text{ kg/m}^3$.

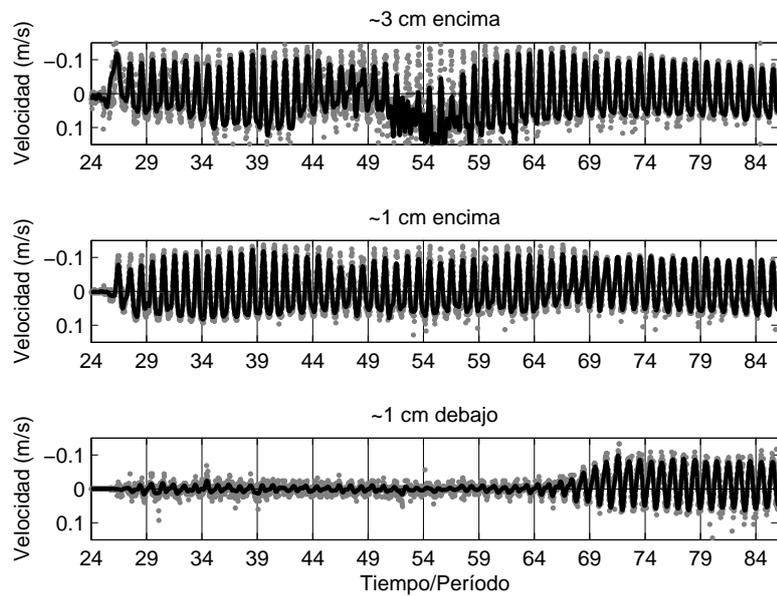


Fig. 2.18: Velocidades a 3 y 1 cm encima y a 1 cm debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$.

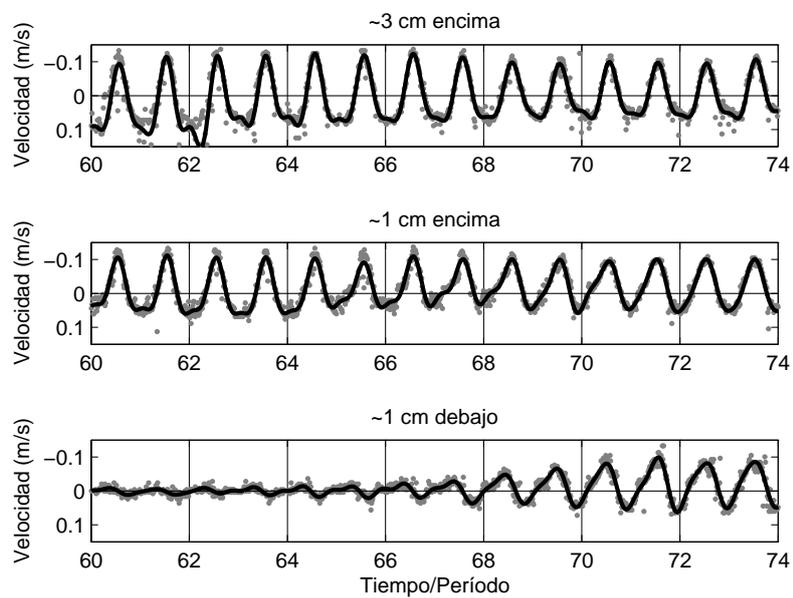


Fig. 2.19: Detalle en la falla de velocidades a 3 y 1 *cm* encima y a 1 *cm* debajo de la línea del lecho en reposo. Falla por licuefacción, experimento #4, $\rho_b = 1608 \text{ kg/m}^3$.

susceptibles a manifestar el fenómeno de licuefacción bajo la acción de oleaje moderado en tiempos inmediatamente posteriores a su ejecución.

3. DESCOMPOSICIÓN DEL OLEAJE EN UN CANAL DE LABORATORIO CON UN UVP

En este capítulo se presenta una nueva metodología para la estimación del oleaje incidente y reflejado en un canal de laboratorio. En lugar de utilizar mediciones de variación de superficie de agua (obtenidos mediante sensores de olas), se utilizan mediciones de velocidad en la columna de agua (obtenidas mediante un perfilador de velocidades) para descomponer el campo de olas. La técnica propuesta permite la identificación del primer armónico incidente y reflejado y los segundos armónicos (el segundo armónico libre y el segundo armónico atrapado) tanto incidentes como reflejados. Esta técnica mostró tener buenos resultados realizando mediciones en una pequeña fracción de la longitud del primer armónico, permitiendo su aplicación en estudios donde la profundidad no es constante.

Se comparó la metodología con mediciones obtenidas mediante cuatro sensores de olas en tres condiciones de reflexión distintas obteniéndose excelentes resultados. Se destaca que una ventaja de esta metodología frente a las existentes, es que no necesita la calibración del instrumento como si lo requiere la utilización de sensores de oleaje convencionales.

3.1. *Introducción*

Conocer la variación del oleaje cuando es reflejado en la costa o en estructuras marinas es de mucha relevancia en la ingeniería de costas. Por ejemplo, luego de la construcción de una nueva estructura en un puerto, la interacción entre el oleaje incidente y el reflejado puede producir cambios importantes en el campo de olas, afectando directamente la agitación portuaria. En la morfodinámica de costas, cuando se realiza una modificación en la zona costera, la interacción entre el oleaje incidente y reflejado modifica las velocidades de la columna de agua próximas al fondo marino generando una variación en el transporte de sedimento y la morfología de playas. En la hidráulica experimental, la correcta caracterización del oleaje incidente y reflejado es crítica en estudios de interacción, oleaje-lecho móvil, oleaje-estructura o de interacciones no lineales entre diferentes componentes del campo de olas.

Las olas en un canal de laboratorio son generadas usualmente por generadores de olas mecánicos, principalmente palas rígidas con movimientos tipo pistón o basculantes. La condición de borde impuesta en la masa de agua por estos mecanismos con movimientos puramente sinusoidales, suele generar no sólo un primer armónico (olas con un período igual al período de oscilación del generador) sino varios segundos armónicos (olas con un período igual a la mitad del período del generador) con diferentes velocidades de propagación. Esto genera complicaciones al momento de interpretar las observaciones del laboratorio.

Madsen [1971] utilizando la teoría de oleaje aproximada a segundo orden, mostró que el generador tipo pistón con un movimiento puramente sinusoidal puede generar, además de una ola en el primer armónico, dos olas en el segundo armónico en un canal infinitamente largo. Uno de estos armónicos responde al desarrollo de Stokes de segundo orden y se lo denomina armónico libre. Al otro, generalmente más largo y rápido, se lo denomina armónico atrapado. La presencia de olas con el mismo período pero diferente longitud de onda, resulta en una modulación del segundo armónico a lo largo del canal. Lo mismo puede esperarse para el tercer armónico o armónicos mayores. Sin embargo en experimentos de oleaje regular (movimiento puramente sinusoidal del generador), estos armónicos suelen contener muy baja energía.

Se observa que la mayoría de los canales de oleaje disponibles en los laboratorios, no suelen tener más que unas decenas de metros en su longitud. Esto implica que al poco tiempo de iniciado el movimiento del generador, el oleaje es reflejado en el otro extremo del canal retornando en dirección opuesta. La presencia del segundo armónico libre y el segundo armónico atrapado genera una complejidad adicional al momento de estudiar la reflexión del oleaje como fue reportado recientemente en la literatura [Lin and Huang, 2004; Hancock, 2005].

Existen distintos métodos para la descomposición del oleaje incidente y reflejado en canales de laboratorio utilizando sensores de olas. Los más populares fueron desarrollados por Goda and Suzuki [1976] y por Mansard and Funke [1980]. Ambos permiten el estudio de la reflexión de trenes de olas regulares e irregulares. Goda and Suzuki propusieron una técnica para la estimación de olas incidentes y reflejadas mediante mediciones simultáneas de dos sensores de olas puestos a lo largo del canal. En el capítulo 3.3.1 se presenta el funcionamiento de este tipo de sensores.

Luego Mansard and Funke formularon un método de mínimos cuadrados para la separación del oleaje incidente y reflejado utilizando mediciones simultáneas de tres sensores de oleaje. El método de Mansard and Funke resuelve varias limitaciones que presenta el de Goda and Suzuki. Sin embargo, ninguno de los dos métodos tiene en cuenta la presencia de armónicos libres y

atrapados. Recientemente Lin and Huang [2004] presentaron un método para la estimación del oleaje incidente y reflejado de armónicos libres y atrapados. Este método utiliza mediciones simultáneas de cuatro sensores de oleaje para realizar la descomposición del primer armónico incidente y reflejado y de los segundos armónicos libre y atrapado tanto incidente como reflejado.

Un camino diferente fue tomado por Hughes [1993a] quien propuso un método utilizando sensores en la misma vertical (un sensor de olas y un velocímetro láser Doppler) El método de Hughes no tiene en cuenta la presencia de armónicos libres y enganchados. Sin embargo es el primer método que utiliza mediciones del campo de velocidades en la columna de agua además de las mediciones de la variación de la superficie libre. Desde su publicación al día de hoy, la hidro-acústica a experimentado un rápido crecimiento, permitiendo que diferentes tipos de velocímetros se encuentren disponibles en muchos laboratorios de hidráulica. Por lo tanto, el trabajo realizado por Hughes cobra mayor relevancia.

En este capítulo se describe un nuevo método para la descomposición del oleaje incidente y reflejado de olas regulares generadas en un canal de olas, caracterizando tanto los armónicos libres como los atrapados. La técnica utiliza mediciones de velocidad de la columna de agua obtenidas mediante un UVP (por su sigla en inglés Ultrasonic Velocity Profiler) [Met-Flow, 2002; Pedocchi and García, 2011]. Sin embargo puede ser adaptada a otro instrumento, capaz de realizar mediciones simultáneas de velocidad en varios puntos de la masa de agua. El UVP mide la proyección de la velocidad en el eje alineado con el sensor como muestra la figura 3.2; más detalles del arreglo experimental son dados en la sección 3.3.

La base de la teoría detrás del método presentado puede ser encontrada en los trabajos propuestos por Mansard and Funke, Hughes y Lin and Huang, pero las diferentes particularidades que este caso son presentadas en la sección 3.2. La metodología propuesta es presentada en la sección 3.3. En la sección 3.4 se presentan los resultados de la aplicación de esta teoría a tres escenarios de reflexión distintos en un canal de oleaje. Los escenarios considerados fueron: muy alta reflexión, reflexión media y muy baja reflexión. Los resultados obtenidos mediante esta metodología fueron comparados con resultados obtenidos mediante mediciones simultáneas de cuatro sensores de olas con la metodología propuesta por Lin and Huang. Este trabajo sirve también como validación experimental del método de Lin and Huang ya que fue validado solamente con series sintéticas. Al final se discuten algunas ventajas del método aquí propuesto en relación con los existentes, así como algunas líneas de desarrollo que surgen de la realización de este trabajo.

3.2. Teoría

Havelock [1929] propuso una teoría general para generadores de olas mecánicas. Luego Biesel and Suquet [1951] realizaron varias contribuciones tanto en aspectos teóricos como prácticos, de la generación de olas mediante la utilización de generadores tipo pistón y de movimiento basculante. Fontanet [1961] desarrolló una teoría de segundo orden en coordenadas Lagrangianas para el campo de olas generado por un movimiento sinusoidal de un generador. Madsen [1971] desarrolló una aproximación en coordenadas Eulerianas de esta teoría, asumiendo generación de olas largas por un generador tipo pistón. Sulisz and Hudspeth [1993] extendieron el trabajo de Madsen determinando una solución de segundo orden para olas generadas por un generador de olas del tipo genérico.

La solución analítica de la teoría de segundo orden mostró tener una mucha utilidad, presentando un buen ajuste en varios experimentos [Madsen; Sulisz and Hudspeth; Hancock]. El principal resultado de esta teoría, es que predice la generación de dos tipos de olas en el segundo armónico. Una ola atrapada con la misma celeridad que el primer armónico y una ola libre, con la celeridad dada por la ecuación de dispersión propuesta por la teoría lineal de Airy. Esta segunda ola puede ser cancelada agregando un movimiento en esta frecuencia al generador de olas. La solución completa predice términos adicionales que reflejan el hecho de que el movimiento de la pala del generador de olas, no corresponde exactamente al movimiento de las partículas de agua determinado por la teoría de segundo orden. Estos términos son denominados evanescentes debido a que decaen exponencialmente con la distancia x al generador de olas. Sulisz and Hudspeth [1993] predicen que a distancias mayores a tres veces la altura de agua en reposo h , estos términos son menores que el 1 % de su valor en el generador (en $x = 0$).

Manteniendo la notación de Madsen, la superficie de agua asociada a una ola progresiva generada por un generador del tipo pistón en un canal de oleaje puede ser expresada como (Figura 3.2):

$$\begin{aligned} \eta = & \eta^{(1)} + \eta^{(2)} = \eta^{(1)} + \eta_B^{(2)} + \eta_F^{(2)} = -a^{(1)} \sin(k_0 x - \omega t) - \dots \\ & \dots - a_B^{(2)} \cos 2(k_0 x - \omega t) + a_F^{(2)} \cos(\kappa x - 2\omega t + \delta), \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde $\eta^{(1)}$ es la solución de primer orden, $\eta_B^{(2)}$ es la solución de segundo orden que satisface la condición de borde no homogénea en $z = 0$ (plano de la superficie libre en reposo) sin tener en cuenta la condición impuesta en el generador de olas (armónico atrapado), y $\eta_F^{(2)}$ es la solución de segundo orden que satisface las ecuaciones linealizadas y la condición de borde en el generador (armónico libre), δ es el desfase del armónico libre. Los números

de onda k_0 y κ son obtenidos mediante las siguientes ecuaciones de dispersión:

$$\omega^2 = k_0 g \tanh(k_0 h), \quad (3.2)$$

$$(2\omega)^2 = \kappa g \tanh(\kappa h), \quad (3.3)$$

donde ω es la frecuencia angular del período del generador, g es la aceleración gravitatoria terrestre, y h la profundidad del agua en reposo. Por lo tanto, Madsen determina para la solución de segundo orden de un canal infinitamente largo, la existencia de tres ondas, dos de ellas con el mismo período pero diferente longitud. Una responde a la ecuación de dispersión que surge de la teoría de pequeña amplitud propuesta por Airy y la otra tiene la misma celeridad que el primer armónico. En la figura 3.1 se esquematizan los tres tipos de olas para una profundidad h de 0,32 m y un período T de 1,91 s (los mismos valores que los ensayos realizados en el capítulo 3.4). En esta

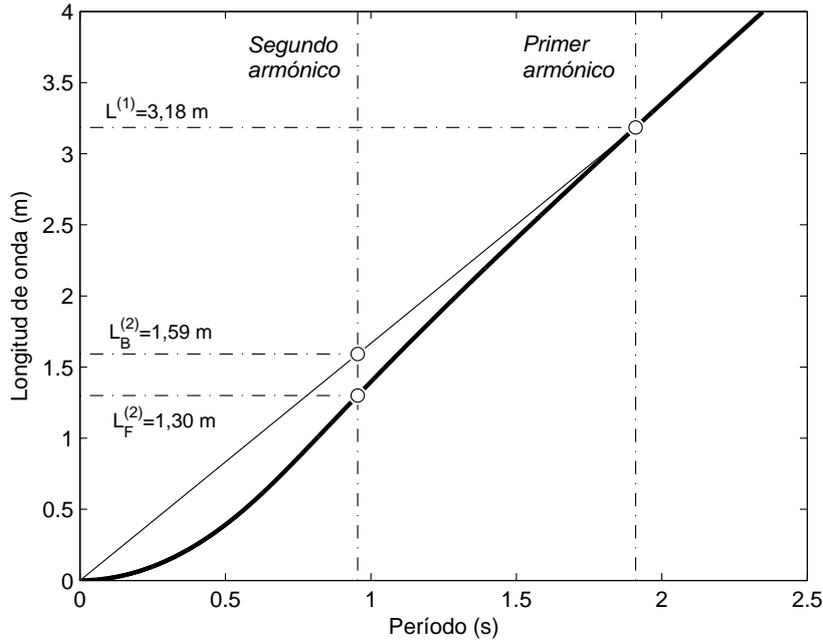


Fig. 3.1: Primer armónico ($L^{(1)}$) y segundos armónicos, libre ($L_F^{(2)}$) y atrapado ($L_B^{(2)}$) para $h = 0,32$ m y $T = 1,91$ s.

figura se observa que para el período asociado al segundo armónico, existe una ola con una longitud que responde a la ecuación de dispersión propuesta por Airy (trazo grueso) con una longitud de 1,30 m y otra que tiene la misma celeridad que el primer armónico (misma relación $\frac{L}{T}$) con una longitud de 1,59 m.

El potencial de velocidades ϕ desarrollado al segundo orden es:

$$\phi = \phi^{(1)} + \phi^{(2)} + O(\epsilon^3), \quad (3.4)$$

donde $\phi^{(1)}$ y $\phi^{(2)}$ son las soluciones de primer y segundo orden del potencial de velocidades, $O(\epsilon^3)$ es un término de orden ϵ^3 , y ϵ es igual a $a^{(1)}k_0$ supuesto pequeño. Utilizando la ecuación (3.1), $\phi^{(2)}$ puede ser expresado como la suma de $\phi_B^{(2)}$ y $\phi_F^{(2)}$. Con $\phi_B^{(2)}$ tal que cumpla la condición de borde no homogénea en $z = 0$ sin tener en cuenta la condición impuesta por el generador de olas, y $\phi_F^{(2)}$ tomado de manera de satisfacer las ecuaciones homogéneas linealizadas y la condición impuesta por el generador.

Los potenciales de velocidades del oleaje incidente y reflejado en el canal pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$\phi^{(1)} = a_I^{(1)} Z^{(1)} \cos(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)}) - a_R^{(1)} Z^{(1)} \cos(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)}), \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \phi_B^{(2)} = & -a_{I,B}^{(2)} Z_B^{(2)} \sin(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{I,B}^{(2)}) + \dots \\ & \dots + a_{R,B}^{(2)} Z_B^{(2)} \sin(2(k_0 x + \omega t) + \delta_{R,B}^{(2)}) + b_t(t) + b_x(x), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\phi_F^{(2)} = a_{I,F}^{(2)} Z_F^{(2)} \sin(\kappa x - 2\omega t + \delta_{I,F}^{(2)}) - a_{R,F}^{(2)} Z_F^{(2)} \sin(\kappa x + 2\omega t + \delta_{R,F}^{(2)}), \quad (3.7)$$

con

$$Z^{(1)} = \frac{g \cosh(k_0(h+z))}{\omega \cosh(k_0 h)}, \quad (3.8)$$

$$Z_B^{(2)} = \frac{g \cosh(2k_0(h+z))}{2\omega \cosh(2k_0 h)}, \quad (3.9)$$

$$Z_F^{(2)} = \frac{g \cosh(\kappa(h+z))}{2\omega \cosh(\kappa h)}. \quad (3.10)$$

Donde a es la amplitud del oleaje, los subíndices I y R indican incidente y reflejado, los subíndices B y F indican atrapado y libre, el superíndice (n) indica el n -ésimo armónico, δ es el desfase respecto a un instante arbitrario del tiempo, $b_x(x)$ y $b_t(t)$ son funciones que agrupan ondas no progresivas resultantes del desarrollo de la teoría a segundo orden. A pesar de que la teoría propuesta por Madsen permite la determinación del desfase entre los distintos armónicos, la interacción con las olas reflejadas no es tomada en cuenta ya que asume un canal infinitamente largo. Los desfases entre las distintas olas son consideradas desconocidas en el desarrollo matemático de este trabajo.

Imponer la condición de borde dinámica en la superficie libre resulta en:

$$\eta^{(1)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial t}, \quad (3.11)$$

$$\eta^{(2)} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial t} - \frac{1}{g} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi^{(1)^2}}{\partial x} + \frac{\partial \phi^{(1)^2}}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial t \partial z} \eta^{(1)} \right). \quad (3.12)$$

Luego de algunas manipulaciones algebraicas y descartando los términos que no conducen a olas progresivas, la condición de borde en la superficie libre queda:

$$\begin{aligned} \eta^{(1)} + \eta^{(2)} = & -a_I^{(1)} \sin(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)}) - a_R^{(1)} \sin(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)}) - \dots \\ & \dots - a_{I,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{I,B}^{(2)}) + a_I^{(1-2)} \cos(2(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)})) - \dots \\ & \dots - a_{R,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x + \omega t) + \delta_{R,B}^{(2)}) + a_R^{(1-2)} \cos(2(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)})) + \dots \\ & \dots + a_{I,F}^{(2)} \cos(\kappa x - 2\omega t + \delta_{I,F}^{(2)}) + a_{R,F}^{(2)} \cos(\kappa x + 2\omega t + \delta_{R,F}^{(2)}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Nótese que dos términos con frecuencia 2ω aparecen en la ecuación (3.13) como resultado de los últimos tres términos no lineales en la ecuación. Sus amplitudes están dadas por:

$$a_I^{(1-2)} = \frac{a_I^{(1)^2} k_0 (1 - 3 \tanh^2(k_0 h))}{4 \tanh(k_0 h)}, \quad (3.14)$$

$$a_R^{(1-2)} = \frac{a_R^{(1)^2} k_0 (1 - 3 \tanh^2(k_0 h))}{4 \tanh(k_0 h)}. \quad (3.15)$$

Estas amplitudes son proporcionales a las amplitudes de los primeros armónicos. Estos términos tienen la misma forma que los armónicos atrapados de la teoría de segundo orden del potencial de velocidades, y pueden ser agrupados definiendo dos nuevos armónicos enganchados, cada uno con su correspondiente amplitud b y fase φ :

$$\begin{aligned} b_{I,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \varphi_{I,B}^{(2)}) = & -a_{I,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{I,B}^{(2)}) + \dots \\ & + a_I^{(1-2)} \cos(2(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)})), \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} b_{R,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \varphi_{R,B}^{(2)}) = & -a_{R,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{R,B}^{(2)}) + \dots \\ & + a_R^{(1-2)} \cos(2(k_0 x - \omega t + \delta_R^{(1)})). \end{aligned} \quad (3.17)$$

De esta forma, la superficie libre puede ser expresada como:

$$\begin{aligned}
 \eta^{(1)} + \eta^{(2)} = & \dots \\
 & \dots - a_I^{(1)} \sin(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)}) - a_R^{(1)} \sin(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)}) + \dots \\
 & \dots + b_{I,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \varphi_{I,B}^{(2)}) + b_{R,B}^{(2)} \cos(2(k_0 x + \omega t) + \varphi_{R,B}^{(2)}) + \dots \\
 & \dots + a_{I,F}^{(2)} \cos(\kappa x - 2\omega t + \delta_{I,F}^{(2)}) + a_{R,F}^{(2)} \cos(\kappa x + 2\omega t + \delta_{R,F}^{(2)}). \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones (3.16) y (3.17) muestran que, para el caso particular de la teoría de segundo orden, las interacciones no-lineales aportan términos con la misma forma que los armónicos atrapados en la superficie libre. La ecuación (3.13) muestra como pueden ser consideradas estas interacciones cuando se mide el campo de velocidades pero se quiere conocer la superficie libre. Este resultado fue utilizado para poder realizar una comparación entre el método propuesto y el desarrollado por Lin and Huang.

La componente horizontal u y vertical w de la velocidad desarrolladas al segundo orden pueden ser escritas como:

$$u^{(1)} + u^{(2)} = \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial x}, \quad (3.19)$$

$$w^{(1)} + w^{(2)} = \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z}. \quad (3.20)$$

El UVP mide la proyección de la velocidad en el eje alineado con el sensor \mathbf{e}_α también denominada velocidad radial v_r , como lo esquematiza la figura 3.2. La velocidad radial medida con el UVP en un punto arbitrario del espacio

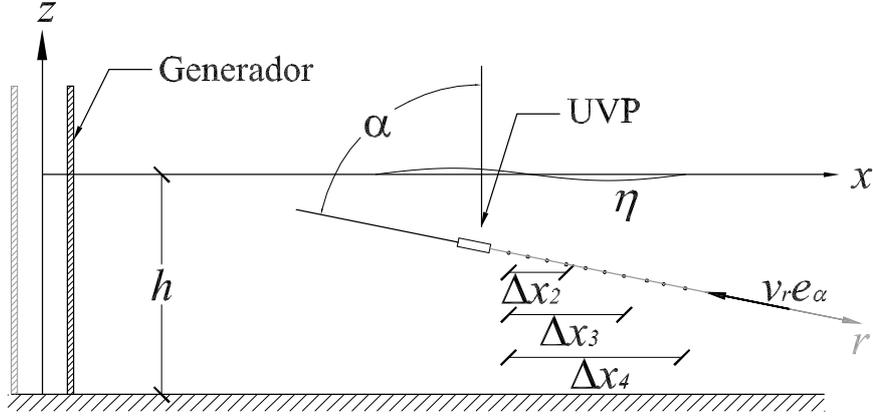


Fig. 3.2: Esquema que muestra el sistema de muestreo con el UVP y sus principales características geométricas.

está dado por la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned}
v_r(x, z, t) &= \nabla \phi \cdot \mathbf{e}_\alpha = -u \sin(\alpha) + w \cos(\alpha) = \\
&= a_I^{(1)} k_0 \left[\begin{array}{l} Z^{(1)} \sin(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y^{(1)} \cos(k_0 x - \omega t + \delta_I^{(1)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] - \dots \\
&\dots - a_R^{(1)} k_0 \left[\begin{array}{l} Z^{(1)} \sin(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y^{(1)} \cos(k_0 x + \omega t + \delta_R^{(1)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] - \dots \\
&\dots - a_{I,B}^{(2)} 2k_0 \left[\begin{array}{l} -Z_B^{(2)} \cos(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{I,B}^{(2)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y_B^{(2)} \sin(2(k_0 x - \omega t) + \delta_{I,B}^{(2)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] + \dots \\
&\dots + a_{R,B}^{(2)} 2k_0 \left[\begin{array}{l} -Z_B^{(2)} \cos(2(k_0 x + \omega t) + \delta_{R,B}^{(2)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y_B^{(2)} \sin(2(k_0 x + \omega t) + \delta_{R,B}^{(2)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] + \dots \\
&\dots + a_{I,F}^{(2)} \kappa \left[\begin{array}{l} -Z_F^{(2)} \cos(\kappa x - 2\omega t + \delta_{I,F}^{(2)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y_F^{(2)} \sin(\kappa x - 2\omega t + \delta_{I,F}^{(2)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] - \dots \\
&\dots - a_{R,F}^{(2)} \kappa \left[\begin{array}{l} -Z_F^{(2)} \cos(\kappa x + 2\omega t + \delta_{R,F}^{(2)}) \sin(\alpha) + \dots \\ \dots + Y_F^{(2)} \sin(\kappa x + 2\omega t + \delta_{R,F}^{(2)}) \cos(\alpha) \end{array} \right] + e(x, z, t),
\end{aligned} \tag{3.21}$$

con

$$Y^{(1)} = \frac{g \sinh(k_0(h+z))}{\omega \cosh(k_0 h)}, \quad (3.22)$$

$$Y_B^{(2)} = \frac{g \sinh(2k_0(h+z))}{2\omega \cosh(2k_0 h)}, \quad (3.23)$$

$$Y_F^{(2)} = \frac{g \sinh(\kappa(h+z))}{2\omega \cosh(\kappa h)}, \quad (3.24)$$

y $e(x, z, t)$ el residuo resultante de truncar la expansión del potencial de velocidades en el segundo orden. Este residuo es en general distinto de cero en una señal medida.

La transformada de Fourier de la velocidad radial es:

$$\hat{v}_r^{(n)}(x, z) = \hat{v}_r(x, z, n\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{(2\pi/\omega)} v_r(x, z, t) \exp(-in\omega t) dt. \quad (3.25)$$

Para determinar el primer armónico incidente y reflejado en la coordenada (x_m, z_m) la expresión para $v_r^{(1)}$ dada en la ecuación (3.21) puede ser inserta en la ecuación (3.25) con $n = 1$, obteniendo:

$$\hat{v}_r^{(1)}(x_m, z_m) = C_I^{(1)} X_I^{(1)} + C_R^{(1)} X_R^{(1)} + \Omega_m^{(1)}, \quad (3.26)$$

donde

$$X_I^{(1)} = a_I^{(1)} \exp\left(-i\left(k_0 x_1 + \delta_I^{(1)}\right)\right), \quad (3.27)$$

$$X_R^{(1)} = a_R^{(1)} \exp\left(i\left(k_0 x_1 + \delta_R^{(1)}\right)\right), \quad (3.28)$$

$$C_I^{(1)} = k_0 \left(iZ^{(1)} \sin(\alpha) + Y^{(1)} \cos(\alpha)\right) \exp(-i(k_0 \Delta x_m))/2, \quad (3.29)$$

$$C_R^{(1)} = k_0 \left(iZ^{(1)} \sin(\alpha) - Y^{(1)} \cos(\alpha)\right) \exp(+i(k_0 \Delta x_m))/2, \quad (3.30)$$

con $\Omega_m^{(1)}$ la transformada de Fourier de $e(x, z, t)$ para $n = 1$ y Δx_m la distancia horizontal al primer punto donde se mide la velocidad. Se observa que $Z^{(1)}$ y $Y^{(1)}$ son funciones de z_m .

La solución óptima para los números complejos $X_I^{(1)}$ y $X_R^{(1)}$ es aquella que minimiza la diferencia entre el primer armónico medido en todos los puntos de medición. Esta solución se puede obtener cuando el residuo complejo $\Omega_m^{(1)}$ es minimizado en algún sentido en todos los puntos. En este trabajo se propone minimizar el residuo determinado como la suma de los cuadrados de la amplitud $\Omega_m^{(1)}$ para los m puntos seleccionados.

$$\sum_m \left|\Omega_m^{(1)}\right|^2 = \sum_m \Omega_m^{(1)} \Omega_m^{(1)*} = \sum_m \left|\hat{v}_r(x_m, z_m) - C_I^{(1)} X_I^{(1)} - C_R^{(1)} X_R^{(1)}\right|^2, \quad (3.31)$$

donde el subíndice * indica el complejo conjugado y || la norma del número complejo.

Baquerizo Azofra [1995] señaló que el residuo utilizado por Mansard and Funke para ser minimizado era complejo. La minimización de este residuo es por lo tanto formalmente imposible, ya que los números complejos no pueden ser ordenados. Este problema se encontró en el trabajo propuesto por Lin and Huang. En el trabajo aquí presentado, el residuo tal cual está definido es un número real y por lo tanto, es posible encontrar un mínimo. El residuo será mínimo si se seleccionan $X_I^{(1)}$ y $X_R^{(1)}$ tal que:

$$\frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(1)}|^2}{\partial X_I^{(1)*}} = \frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(1)}|^2}{\partial X_R^{(1)*}} = 0. \quad (3.32)$$

Se utilizó la definición de derivada parcial de una función de variables complejas y con imagen real presentada por Brandwood [1983].

Notando que $-C_I^{(1)*} = C_R^{(1)}$, la expresión anterior resulta entonces en:

$$A^{(1)} X^{(1)} = b^{(1)}, \quad (3.33)$$

con

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} |C_I^{(1)}|^2 & -C_I^{(1)*2} \\ -C_I^{(1)2} & |C_I^{(1)}|^2 \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} X_I^{(1)} \\ X_R^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

$$b^{(1)} = \begin{bmatrix} C_I^{(1)*} \hat{v}_r(x_m, z_m) \\ -C_I^{(1)} \hat{v}_r(x_m, z_m) \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Por último, las amplitudes del primer armónico incidente y reflejado se calculan como:

$$a_I^{(1)} = |X_I^{(1)}|, \quad (3.37)$$

$$a_R^{(1)} = |X_R^{(1)}|. \quad (3.38)$$

El mismo procedimiento se aplicó para el cálculo de las amplitudes de los segundos armónicos:

$$\hat{v}_r^{(2)}(x_m, z_m) = C_{I,B}^{(2)} X_{I,B}^{(2)} + C_{R,B}^{(2)} X_{R,B}^{(2)} + C_{I,F}^{(2)} X_{I,F}^{(2)} + C_{R,F}^{(2)} X_{R,F}^{(2)} + \Omega_m^{(2)}, \quad (3.39)$$

con

$$X_{I,B}^{(2)} = a_{I,B}^{(2)} \exp \left(-i \left(2k_0 x_1 + \delta_{I,B}^{(2)} \right) \right), \quad (3.40)$$

$$X_{R,B}^{(2)} = a_{R,B}^{(2)} \exp \left(i \left(2k_0 x_1 + \delta_{R,B}^{(2)} \right) \right), \quad (3.41)$$

$$X_{I,F}^{(2)} = a_{I,F}^{(2)} \exp \left(-i \left(\kappa x_1 + \delta_{I,F}^{(2)} \right) \right), \quad (3.42)$$

$$X_{R,F}^{(2)} = a_{R,F}^{(2)} \exp \left(i \left(\kappa x_1 + \delta_{R,F}^{(2)} \right) \right), \quad (3.43)$$

$$C_{I,B}^{(2)} = +2k_0 \left(Z_B^{(2)} \sin(\alpha) - iY_B^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(-i(2k_0 \Delta x_m))/2, \quad (3.44)$$

$$C_{R,B}^{(2)} = -2k_0 \left(Z_B^{(2)} \sin(\alpha) + iY_B^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(+i(2k_0 \Delta x_m))/2, \quad (3.45)$$

$$C_{I,F}^{(2)} = -\kappa \left(Z_F^{(2)} \sin(\alpha) - iY_F^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(-i(\kappa \Delta x_m))/2, \quad (3.46)$$

$$C_{R,F}^{(2)} = +\kappa \left(Z_F^{(2)} \sin(\alpha) + iY_F^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(+i(\kappa \Delta x_m))/2. \quad (3.47)$$

y $\Omega_m^{(2)}$ la transformada de Fourier de $e(x, z, t)$ para $n = 2$.

En este caso también se escogió para ser minimizado, el residuo definido como la suma de los cuadrados de las amplitudes de $\Omega_m^{(2)}$ en los m puntos.

$$\frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(2)}|^2}{\partial X_{I,B}^{(2)*}} = \frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(2)}|^2}{\partial X_{R,B}^{(2)*}} = \frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(2)}|^2}{\partial X_{I,F}^{(2)*}} = \frac{\partial \sum_m |\Omega_m^{(2)}|^2}{\partial X_{R,F}^{(2)*}} = 0. \quad (3.48)$$

Notando que $-C_{I,B}^{(2)*} = C_{R,B}^{(2)}$ y $-C_{I,F}^{(2)*} = C_{R,F}^{(2)}$, resolver la expresión anterior es equivalente a resolver:

$$A^{(2)} X^{(2)} = b^{(2)}, \quad (3.49)$$

con

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} |C_{I,B}^{(2)}|^2 & -C_{I,B}^{(2)*2} & C_{I,B}^{(2)*} C_{I,F}^{(2)} & -C_{I,B}^{(2)*} C_{I,F}^{(2)*} \\ -C_{I,B}^{(2)2} & |C_{I,B}^{(2)}|^2 & -C_{I,B}^{(2)} C_{I,F}^{(2)} & C_{I,B}^{(2)} C_{I,F}^{(2)*} \\ C_{I,F}^{(2)*} C_{I,B}^{(2)} & -C_{I,F}^{(2)*} C_{I,B}^{(2)*} & |C_{I,F}^{(2)}|^2 & -C_{I,F}^{(2)*2} \\ -C_{I,F}^{(2)} C_{I,B}^{(2)} & C_{I,B}^{(2)*} C_{I,F}^{(2)} & -C_{I,F}^{(2)2} & |C_{I,F}^{(2)}|^2 \end{bmatrix}, \quad (3.50)$$

$$X^{(2)} = \begin{bmatrix} X_{I,B}^{(2)} \\ X_{R,B}^{(2)} \\ X_{I,F}^{(2)} \\ X_{R,F}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (3.51)$$

$$b^{(2)} = \begin{bmatrix} C_{I,B}^{(2)*} \hat{v}_r(x_m, z_m) \\ -C_{I,B}^{(2)} \hat{v}_r(x_m, z_m) \\ C_{I,F}^{(2)*} \hat{v}_r(x_m, z_m) \\ -C_{I,F}^{(2)} \hat{v}_r(x_m, z_m) \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Finalmente, las amplitudes de los segundos armónicos resultan:

$$a_{I,B}^{(2)} = |X_{I,B}^{(2)}|, \quad (3.53)$$

$$a_{R,B}^{(2)} = |X_{R,B}^{(2)}|, \quad (3.54)$$

$$b_{I,B}^{(2)} = \left| -X_{I,B}^{(2)} + X_I^{(1)2} \frac{k_0}{4} \frac{(1 - 3 \tanh^2(k_0 h))}{\tanh(k_0 h)} \right|, \quad (3.55)$$

$$b_{R,B}^{(2)} = \left| -X_{R,B}^{(2)} + X_R^{(1)2} \frac{k_0}{4} \frac{(1 - 3 \tanh^2(k_0 h))}{\tanh(k_0 h)} \right|, \quad (3.56)$$

$$a_{I,F}^{(2)} = |X_{I,F}^{(2)}|, \quad (3.57)$$

$$a_{R,F}^{(2)} = |X_{R,F}^{(2)}|. \quad (3.58)$$

3.3. Implementación

3.3.1. Descripción de los medidores de ola

Muchos laboratorios de hidráulica experimental en los que se estudian modelos físicos relacionados a la ingeniería de costas suelen tener, como parte del instrumental disponible para la medición del flujo, medidores de ola. Debido a que generalmente se estudian flujos oscilatorios a superficie libre, donde la posición de la superficie libre manifiesta variaciones temporales, se han desarrollado una variedad instrumentos de laboratorio que permiten determinar esta variación con una buena precisión. Estos sensores tienen la

capacidad de realizar muestreos con una alta frecuencia ($> 20 \text{ Hz}$) y una buena resolución ($\pm 0,1 \text{ mm}$) y son denominados medidores de ola [Hughes, 1993b].

Los medidores de ola más comunes son los del tipo resistivo (dos cables gemelos) o capacitivo (sólo un cable) y aparecieron en la década de 1950. Estos instrumentos son montados de manera que los cables están en posición vertical y penetran la superficie del agua.

Los sensores capacitivos consisten en un cable fino aislado, tensado por una barra construida generalmente en acero inoxidable. El aislamiento sirve como capacitor entre el cable fino y el agua. La capacitancia en este circuito, varía linealmente con la posición relativa de la superficie libre y el sensor. Mediante la utilización de circuitos electrónicos es posible determinar la variación temporal de la capacitancia y así inferir la variación de la superficie libre.

Los sensores resistivos consisten en dos cables rígidos paralelos. Cuando el sensor está en funcionamiento, un voltaje alterno de alta frecuencia pasa por los cables y se muestrea la conductancia (el inverso de la resistencia eléctrica) entre los cables. Esta conductancia es proporcional al largo del cable sumergido y la conductividad del agua. La resistencia entre dos conductores paralelos que se encuentran sumergidos en un electrolito puede aproximarse por:

$$R = \frac{C}{l\sigma}, \quad (3.59)$$

donde R es la resistencia eléctrica entre los conductores, C es una constante que depende de la geometría de los conductores, l es la longitud de que se encuentran sumergidos los conductores y σ es la conductividad del electrolito. De esta manera es posible determinar una transformación lineal entre la conductancia del circuito y la posición de la superficie libre. La principal desventaja que presentan, es que requieren una frecuente calibración debido a la variación de la conductividad del agua por cambios en la temperatura o concentraciones de iones disueltos que modifican la transformación.

Los medidores de ola utilizados en este trabajo son del tipo resistivo. Se construyeron en la década de 1980 en el IMFIA en base a un trabajo realizado por Guaraglia [1986]. La principal ventaja de estos medidores es que poseen una respuesta lineal mejor del 0,5 % y una frecuencia de corte o frecuencia máxima de muestreo de 40 Hz pudiendo alcanzar resoluciones de $\pm 0,1 \text{ mm}$. Fueron necesarias tareas de recuperación de los instrumentos, debido a que hacía treinta años que no eran utilizados, y de implementación del sistema de medición. Para la digitalización de la señal del circuito se utilizó una

tarjeta NI USB-6008¹ En la figura 3.3 se muestran dos fotos del sensor de olas utilizado y el circuito eléctrico del mismo.

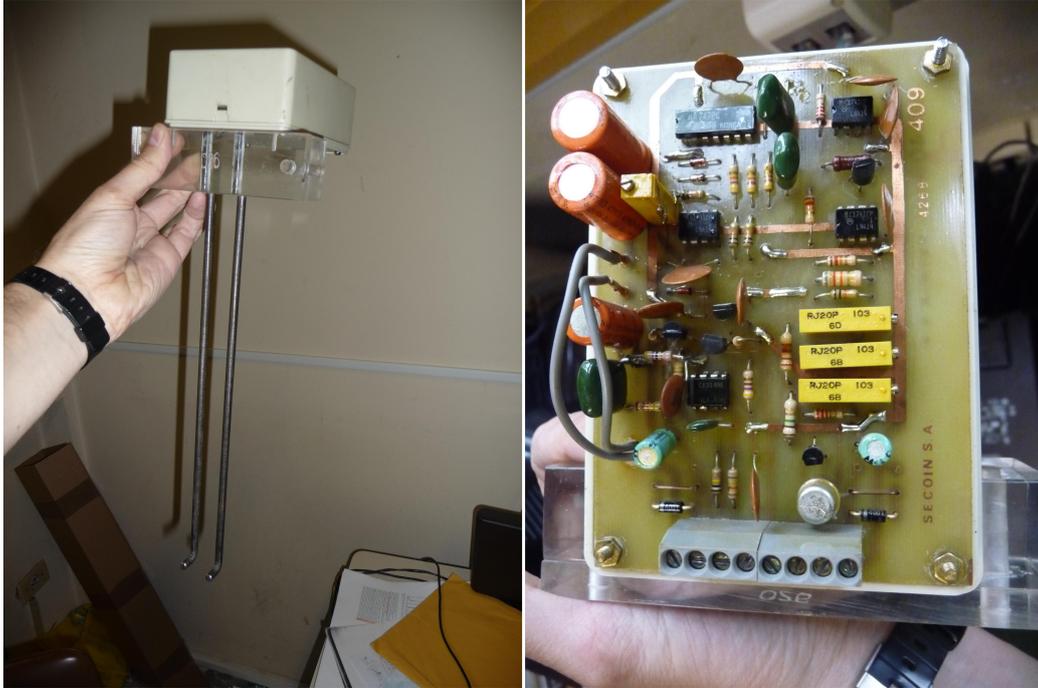


Fig. 3.3: Fotos de los medidores de olas utilizados. A la izquierda una foto del sensor. A la derecha una foto del circuito electrónico.

Con el fin de reducir la frecuente calibración de los medidores, el sistema tiene un circuito de compensación de conductividad. El circuito genera una tensión cuya amplitud es proporcional a la resistividad del agua excitando a los sensores con esta tensión. Para esto se utiliza un sensor de referencia sumergido en el agua [Villeneuve and Ouellet, 1978].

Los conductores utilizados son dos barras de 6,35 *mm* diámetro (1/4 *pulgadas*) y 30 *cm* de longitud. Son de acero inoxidable y mantienen una separación de 1,8 *cm*. Los extremos inferiores de los conductores se encuentran doblados en un ángulo recto de manera de ampliar el rango de linealidad. Esto permite que el extremo inferior permanezca sumergido con escaso nivel de agua.

3.3.2. Condicionamiento de la matriz

Como fue reportado por Lin and Huang, el sistema de ecuaciones (3.49) es singular cuando el determinante de la matriz $A^{(2)}$ se iguala a cero. Sin

¹ National Instruments : <http://www.ni.com/>

embargo, como fue notado anteriormente por Goda and Suzuki (en términos de espaciamiento de sensores de olas) existe una zona de divergencia (o zona de alta imprecisión) adyacente a la singularidad del sistema (3.49). En la metodología aquí descrita, esta zona de divergencia está asociada con el condicionamiento o número de condición de la matriz $A^{(2)}$. Cuando $A^{(2)}$ está mal condicionada, es necesario adoptar ciertas precauciones para obtener buenos resultados en la solución del sistema (3.49).

Se exploraron diversos caminos para mejorar el número de condición de la matriz $A^{(2)}$ y así obtener resultados más confiables. Primero se seleccionó el espaciamiento entre los puntos de medición del UVP de manera de reducir el número de condición. Se determinó de manera heurística para nuestro caso, que si se los escoge de manera equiespaciada se obtienen mejores resultados. Luego, el sistema debe ser resuelto mediante métodos apropiados para sistemas mal condicionados. El método del gradiente biconjugado estabilizado demostró ser suficiente para este caso. También se investigó el uso de pre-condicionadores sin obtener mejoras significativas en los resultados.

3.3.3. Simultaneidad en las medidas

El UVP no realiza mediciones exactamente en el mismo instante en todos los puntos de muestreo. El desfase entre dos puntos, o canales según la jerga de los usuarios del UVP, es el tiempo que le lleva al sonido recorrer la distancia entre ellos. Considerando que la ecuación (3.21) está evaluada en $t + \Delta t_{\text{lag}}$ se implementó una corrección. Δt_{lag} es el tiempo que demora el sonido en viajar entre el canal considerado y un punto de referencia.

La corrección propuesta implica la adición de un término $\omega \Delta t_{\text{lag}}$ cuando definimos $C_I^{(1)}$ y $C_R^{(1)}$, así como $2\omega \Delta t_{\text{lag}}$ cuando definimos $C_{I,B}^{(2)}$, $C_{R,B}^{(2)}$, $C_{IF}^{(2)}$ y

$C_{R,F}^{(2)}$. Esto resulta en:

$$C_I^{(1)} = k_0 (iZ^{(1)} \sin(\alpha) + Y^{(1)} \cos(\alpha)) \exp(-i(k_0 \Delta x_m - \omega \Delta t_{\text{lag}}))/2, \quad (3.60)$$

$$C_R^{(1)} = k_0 (iZ^{(1)} \sin(\alpha) - Y^{(1)} \cos(\alpha)) \exp(+i(k_0 \Delta x_m + \omega \Delta t_{\text{lag}}))/2, \quad (3.61)$$

$$C_{I,B}^{(2)} = +2k_0 \left(Z_B^{(2)} \sin(\alpha) - iY_B^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(-i(2k_0 \Delta x_m - 2\omega \Delta t_{\text{lag}}))/2, \quad (3.62)$$

$$C_{R,B}^{(2)} = -2k_0 \left(Z_B^{(2)} \sin(\alpha) + iY_B^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(+i(2k_0 \Delta x_m + 2\omega \Delta t_{\text{lag}}))/2, \quad (3.63)$$

$$C_{I,F}^{(2)} = -\kappa \left(Z_F^{(2)} \sin(\alpha) - iY_F^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(-i(\kappa \Delta x_m - 2\omega \Delta t_{\text{lag}}))/2, \quad (3.64)$$

$$C_{R,F}^{(2)} = +\kappa \left(Z_F^{(2)} \sin(\alpha) + iY_F^{(2)} \cos(\alpha) \right) \exp(+i(\kappa \Delta x_m + 2\omega \Delta t_{\text{lag}}))/2. \quad (3.65)$$

También $A^{(1)}$, $b^{(1)}$, $A^{(2)}$, y $b^{(2)}$ deben ser redefinidas, en este caso $-C_I^{(1)*} \neq C_R^{(1)}$, $-C_{I,B}^{(2)*} \neq C_{R,B}^{(2)}$ y $-C_{I,F}^{(2)*} \neq C_{R,F}^{(2)}$ de todas maneras, las matrices asociadas al sistema de ecuaciones a resolver siguen siendo Hermíticas. Considerando que la velocidad del sonido en el agua es cercana a 1500 m/s y que la celeridad de las ondas de superficie son menores a 2 m/s, la corrección realizada está en el orden del 0,1 %. Se realizó esta corrección y no generó cambios significativos en la solución final.

3.3.4. Determinación del período

En casos en que el período de oscilación del generador de olas (por lo tanto del primer armónico) es desconocido, los datos medidos pueden ser usados para su determinación. El período fundamental puede ser obtenido mediante la maximización de:

$$\sum_m \left| \frac{1}{T} \int_0^T v_r(x_m, z_m, t) \exp\left(-\frac{i2\pi t}{T}\right) \right|. \quad (3.66)$$

Esta determinación fue implementada para ambos conjuntos de medidas, el de los generadores de olas y el del UVP. En todos los casos los periodos determinados en los dos conjuntos de medidas fueron coincidentes.

3.3.5. Precisión

El método propuesto fue testado y verificado primeramente utilizando series sintéticas con excelentes resultados. El efecto de sumar un ruido aleatorio no fue considerado durante estos primeros estudios en el entendido

que una señal real puede presentar ruido de características, a priori desconocidas. Se espera que una señal real posea energía en el tercer armónico o en armónicos superiores pudiendo afectar el rendimiento del método. De todas maneras se decidió evaluar la precisión del método mediante la medición de datos reales, comparando los resultados con los obtenidos de utilizar cuatro sensores de olas (método de Lin and Huang 2004).

Con el objetivo de evaluar el ajuste de los resultados se definió el cociente entre la señal y el residuo SRR. El SRR (por su sigla en inglés Signal to Residual Ratio) es el cociente entre la energía de la señal E_{signal} y la energía del residuo E_{residual} , expresado en decibeles (dB)

$$\text{SRR} = 10 \log_{10} \left(\frac{E_{\text{signal}}}{E_{\text{residual}}} \right). \quad (3.67)$$

El residuo fue introducido en la ecuación (3.21) y es definido como la diferencia entre la señal calculada y la medida. Los SRR de los experimentos realizados se encontraban en el orden de los 15 dB cuando se utilizaban las mediciones del UVP y en el orden de los 10 dB en las medidas de los sensores de olas como se discute en 3.4, y presentado en la tabla 3.1.

3.3.6. Procedimiento general

El método propuesto fue implementado en nuestro laboratorio de la siguiente manera:

1. Se instala el UVP y se miden: la distancia entre el sensor y el fondo del canal, el ángulo del sensor con la vertical, la profundidad del agua en reposo y la temperatura del agua. Esta última se mide con el objetivo de determinar la velocidad de propagación del sonido. La determinación de la velocidad de propagación del sonido también se realizó mediante la comparación del retorno del instrumento apuntando a una placa metálica y la distancia medida entre ellos. Esta medida directa toma en consideración, la variación de la velocidad del sonido con la salinidad.
2. Se calculan x_m , z_m , $C_I^{(1)}$, $C_{I,B}^{(2)}$, y $C_{I,F}^{(2)}$ para cada uno de los canales del UVP a ser utilizados. Se determina el número de condición de la matriz $A^{(2)}$. De ser necesario, se modifican los canales seleccionados y se ajusta el ángulo del sensor. El período del primer armónico debe ser conocido en este punto. De ser desconocido, se recomienda para su determinación la maximización de la expresión (3.66).
3. Se realiza la colecta de los datos de velocidad con el UVP. De manera de facilitar el pos-procesamiento de los datos, se selecciona una duración

de la colecta como un número entero de períodos de olas y un total de datos para cada canal que sea potencia de 2.

4. Se calcula $\hat{v}_r^{(1)}$ y $\hat{v}_r^{(2)}$ mediante la ecuación (3.25) para cada canal seleccionado.
5. Los sistemas (3.34) y (3.50) se resuelven mediante el uso del método del gradiente biconjugado estabilizado, se determina la amplitud de cada armónico utilizando las ecuaciones (3.37) y (3.53).

3.4. Experimentos, resultados y discusión

Se presentan tres experimentos que representan cada uno diferentes condiciones de reflexión en el canal. Estos experimentos permitieron explorar las ventajas del método propuesto y la comparación con el método propuesto por Lin and Huang. Como producto extra, permitieron para probar el método de Lin and Huang con medidas reales. Se observa que ese método fue validado únicamente con series sintéticas y con ruido blanco agregado, sin considerar la posible presencia de armónicos mayores en la señal.

Cada experimento aquí reportado fue medido con el UVP y cuatro sensores de olas. Los experimentos fueron realizados en el un canal del laboratorio del IMFIA. El mismo que fue utilizado para el estudio de la licuefacción de los sedimentos cohesivos con la única diferencia de que en este caso, no había una fosa con sedimentos. En su lugar había una pieza de la misma madera que le otorgaba continuidad al fondo. La profundidad del agua h fue de 32 *cm* y el período T del primer armónico de 1,91 *s* para todos los experimentos.

Se estudiaron tres condiciones de reflexión distintas introduciendo diferentes “playas” en el extremo opuesto al generador de olas en el canal. La primer condición es una pared vertical que impone condiciones de reflexión muy alta. La segunda, una playa impermeable, con un ángulo de 17 ° con la horizontal e impone condiciones de reflexión moderadas. Por último, una playa permeable realizada en marco de este trabajo de investigación y presentada en el capítulo de licuefacción de los barroes. Esta playa permeable presento condiciones de reflexión muy bajas.

La distancia entre el sensor del UVP y el falso fondo fue de 15,5 *cm*, y el sensor fue posicionado de manera horizontal apuntando al generador. El método propuesto considera cualquier orientación del sensor. Debido a las condiciones experimentales se optó ponerlo en posición horizontal. La distancia entre cada canal del UVP fue en este caso de 2,9 *mm* y las medidas de velocidad fueron realizadas en 344 canales, cubriendo una distancia de aproximadamente 70 *cm*. Las distancias entre el primer canal y los otros tres

canales utilizados fueron de 19,4 *cm*, 38,6 *cm* y 58,0 *cm*. La tasa de muestreo del UVP fue de 17 *Hz* y una duración de 2 *minutos* aproximadamente.

También se instalaron los cuatro sensores de olas y fueron calibrados antes y después de cada experimento. Las distancias del primer sensor a los otros tres fueron de 0,40 *m*, 0,73 *m* y 1,23 *m*. La tasa y la duración de muestreo son las mismas que las seleccionadas en el UVP.

Las figuras 3.4 a la 3.9 muestran todos los datos colectados puestos en un ciclo para los cuatro canales utilizados del UVP y los cuatro sensores de olas en cada uno de los tres experimentos descritos. Los datos medidos se muestran en puntos grises. Se observa una dispersión muy baja para las medidas del UVP confirmando el bajo nivel de ruido. Adicionalmente las medidas confirman la entrada en régimen oscilatorio del campo de olas presente en el canal durante los experimentos. Las señales de los sensores de ola presentan una mayor dispersión. Esto puede ser originado por la presencia de ondas capilares y transversales en el canal. Sin embargo, ambos conjuntos de datos indican la presencia de pequeñas pero inevitables variaciones del oleaje producto de la interacción entre el oleaje reflejado y el generador de olas, manifestándose en mayor magnitud en la superficie libre que en la columna de agua. Esto sugiere que el método propuesto, basado en medidas de velocidad en la columna de agua, es más robusto que los métodos existentes basados en medidas de superficie libre.

En las figuras 3.4 a 3.9 se presenta la señal reconstruida en una línea negra para los canales que se utilizaron del UVP y los sensores de ola. El ajuste de la señal reconstruida con la medida es claramente superior en el caso del UVP. Los datos de los sensores de ola sugieren la presencia de armónicos mayores en el campo de olas los cuales no son observados en el caso del UVP. Esto es debido al hecho de que los armónicos mayores, son ondas más cortas y tienen asociados movimientos que decaen más rápidamente con la profundidad por lo cual no son capturados por el UVP que se encontraba posicionado en la mitad de la columna de agua. Los resultados sugieren que la teoría de segundo orden utilizada muestra una representación del campo de velocidades mejor que la superficie libre. En este sentido, Dean [1972] demostró que la teoría lineal propuesta por Airy presenta una significativa mejor representación del campo de velocidades en la columna de agua, que de la variación de la superficie libre en un rango amplio de condiciones de oleaje. La elevación de la superficie libre es obtenida de imponer la condición dinámica en esta superficie (ecuaciones 3.11 y 3.12), que es una ecuación no lineal, y permite las interacciones no lineales entre términos de diferente orden, como fue el caso de los términos presentados en las ecuaciones (3.14) y (3.15). Por otro lado, el campo de velocidades es obtenido de la derivación espacial del potencial de velocidades (ecuaciones 3.19 y 3.20) que es una ecuación

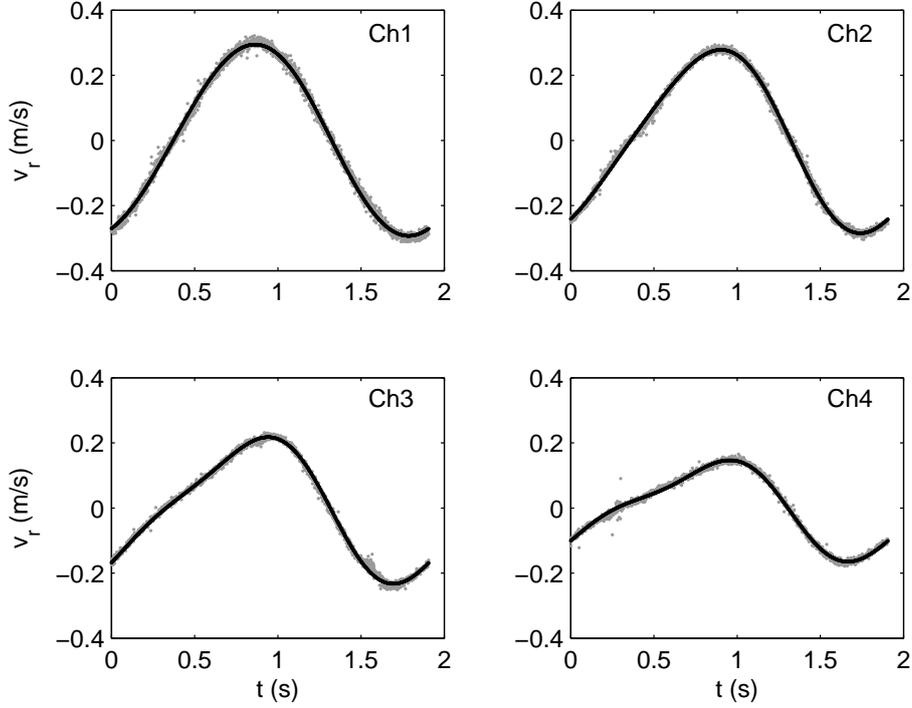


Fig. 3.4: Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, pared vertical al final del canal. Reflexión elevada.

lineal y por lo tanto no permite interacciones no lineales.

La tabla 3.1 resume el resultado de las amplitudes de las olas incidentes y reflejadas de los primeros y segundos armónicos para los tres experimentos. Los cálculos fueron realizados utilizando el método propuesto por Lin and Huang [2004] y el aquí presentado. También se presentan en esta tabla el SRR y un coeficiente global de reflexión K_R . El coeficiente global de reflexión, en el espacio de los números de onda y en términos de amplitudes de ola es definido como:

$$K_R = \left[\frac{a_R^{(1)2} + b_{R,B}^{(2)2} + a_{R,F}^{(2)2}}{a_I^{(1)2} + b_{I,B}^{(2)2} + a_{I,F}^{(2)2}} \right]^{1/2}. \quad (3.68)$$

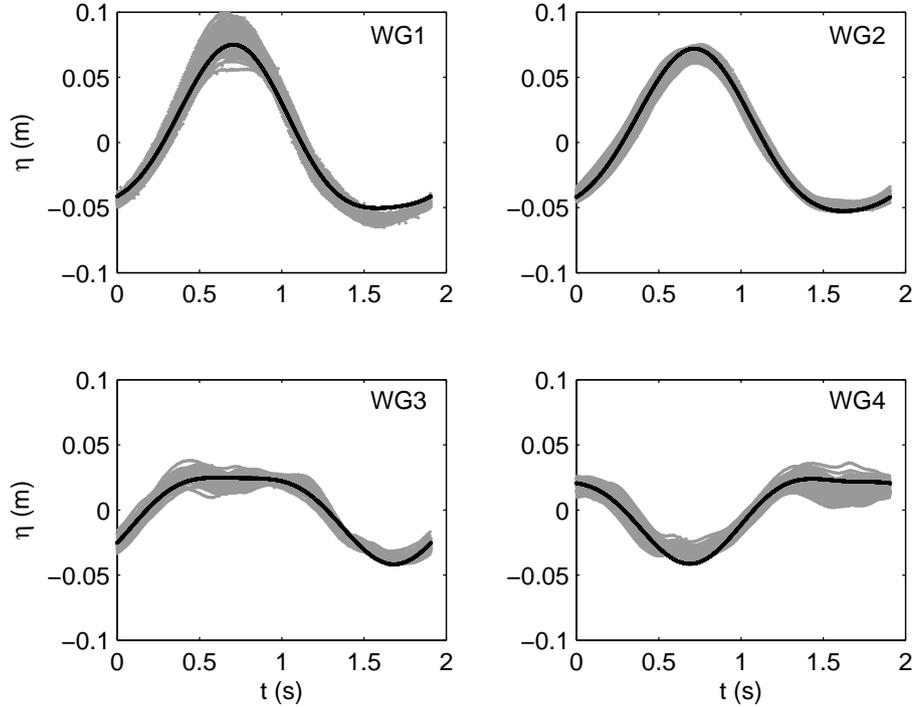


Fig. 3.5: Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, pared vertical al final del canal. Reflexión elevada.

Ambos métodos presentaron resultados similares, pero el método del UVP presenta mejores valores de SRR para todas las condiciones de reflexión, capturando de mejor manera el comportamiento de la señal medida, como se discutió anteriormente. Se debe notar que la distancia entre el primer y último canal del UVP es de menos de $0,70 \text{ m}$. Esto muestra que el método propuesto permite una correcta caracterización del campo de olas, utilizando información en una pequeña porción del canal. De manera que permite obtener descripciones “locales” del campo de olas donde la configuración espacial del mismo puede presentar variaciones, como ser el caso de olas propagándose en un fondo de pendiente suave.

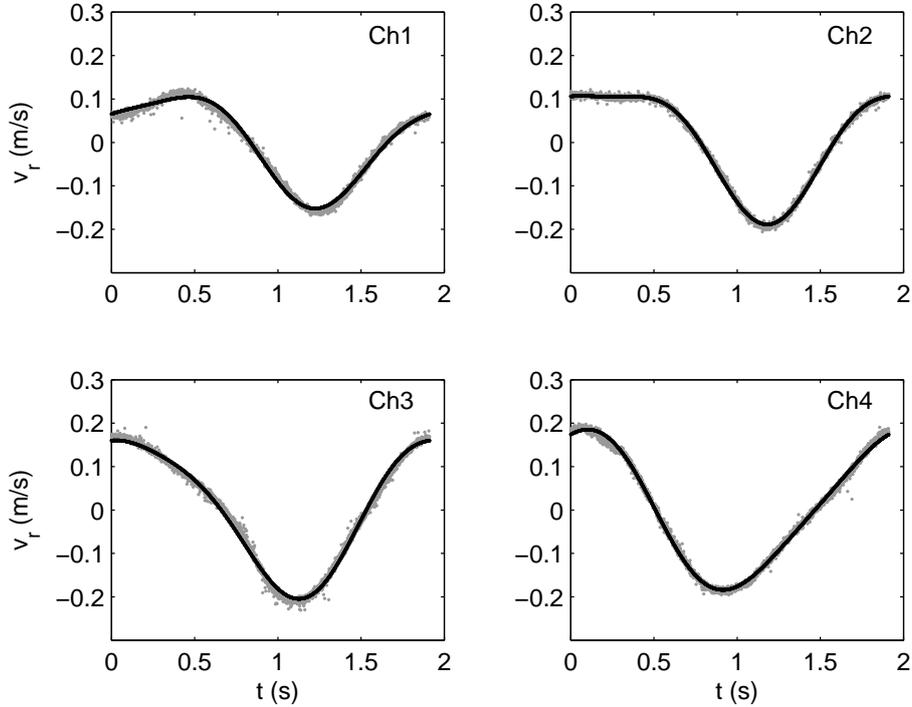


Fig. 3.6: Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32$ m, $T = 1,91$ s, playa impermeable al final del canal. Reflexión moderada.

3.5. Resumen y trabajos futuros

Se ha introducido una nueva metodología para determinar la descomposición de olas incidentes y reflejadas regulares en un canal de laboratorio, incluyendo la discriminación de armónicos libres y atrapados. Este método utiliza mediciones de velocidad en la columna de agua mostrando ser más robusto y más sencillo de implementar que un método basado en sensores de olas. Se comparó con una metodología que utiliza mediciones de superficie libre mostrando excelentes resultados. Debido a que los sensores ultrasónicos no necesitan calibración, la tediosa rutina de los sensores de oleaje es evitada. Por otro lado, la intrusión del sistema de medición es mucho menor puesto que es necesario un sólo sensor en el canal. Finalmente, debido a que sólo se necesitan medidas a lo largo de una fracción del primer armónico, la

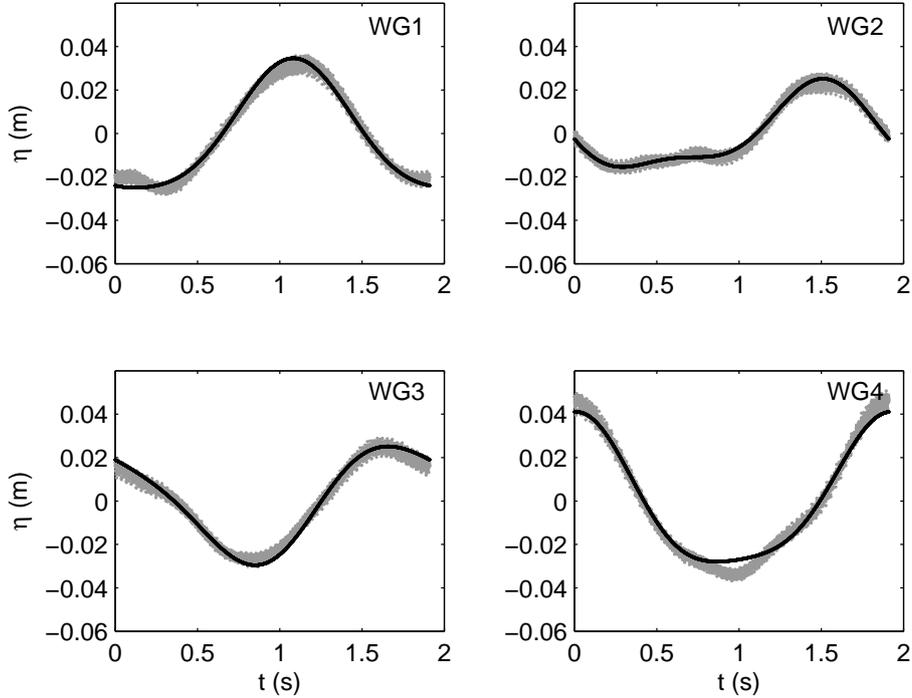


Fig. 3.7: Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, playa impermeable al final del canal. Reflexión moderada.

metodología propuesta permite la caracterización “local” del campo de olas.

Esta línea de trabajo abre muchas opciones. Debido a que se realizan mediciones directas de la velocidad del oleaje, es posible efectuar estudios de oleaje en presencia de corrientes sin la necesidad de un cambio en el sistema de medición. También es posible extender este método para realizar una caracterización tridimensional del oleaje incidente y reflejado en cuencos mediante la utilización de dos perfiladores perpendiculares. También se señala que todas las metodologías propuestas para la descomposición del oleaje en canales de laboratorio se basan en la utilización de la ecuación de dispersión que relaciona frecuencias y números de onda. Los perfiladores de velocidad realizan una medición del campo de velocidades tanto en el tiempo como en el espacio con una muy buena resolución en ambos. Eventualmente es

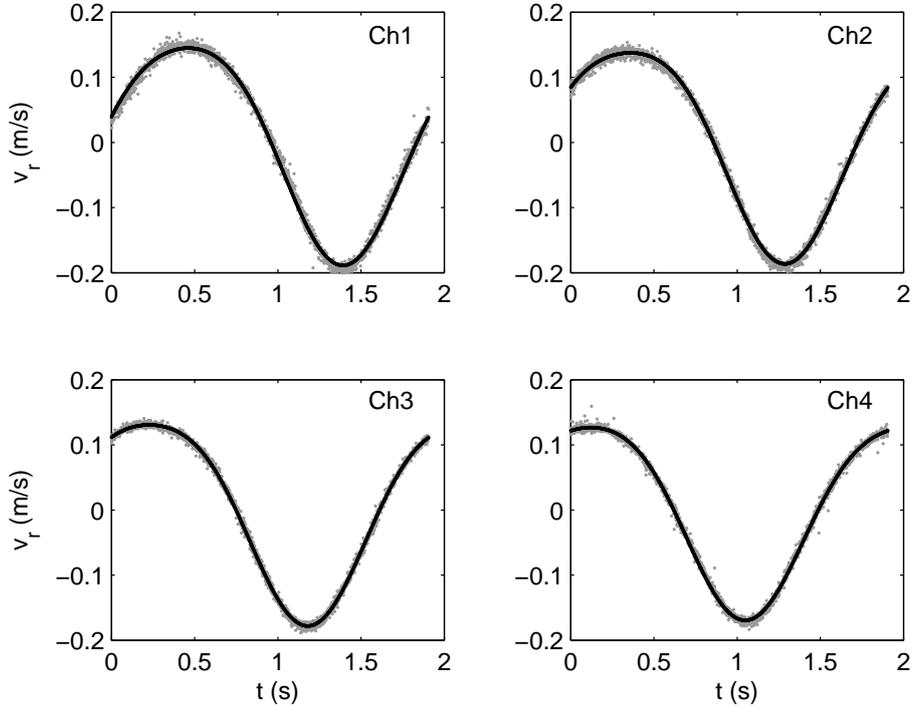


Fig. 3.8: Velocidades medidas por cada uno de los cuatro canales seleccionados de UVP puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32$ m, $T = 1,91$ s, playa permeable al final del canal. Reflexión baja.

posible determinar la relación entre las frecuencias y los números de onda directamente, mediante el estudio de la transformada de Fourier 2D de las mediciones del UVP. Para esto sería necesario tener mediciones a lo largo de al menos un par de longitudes de onda del primer armónico, lo cual no es posible de implementar en la actualidad dada la limitación de los instrumentos disponibles.

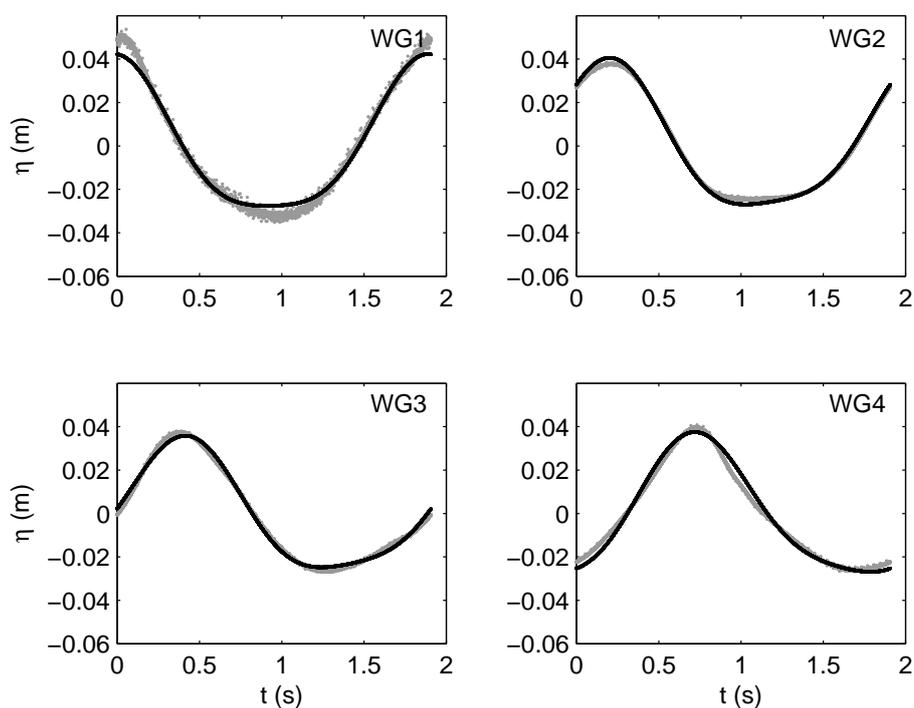


Fig. 3.9: Medición de la elevación de la superficie libre para cada uno de los cuatro sensores de ola utilizados puestos en un ciclo con un período correspondiente al primer armónico (puntos grises), y la señal reconstruida resultante de la aplicación del método propuesto por Lin and Huang (línea negra). Condiciones experimentales: $h = 0,32 \text{ m}$, $T = 1,91 \text{ s}$, playa permeable al final del canal. Reflexión baja.

Tab. 3.1: Comparación de las amplitudes de ola utilizando cuatro sensores de ola y el método de Lin and Huang (WG-Lin) y cuatro canales del UVP y el método propuesto (UVP). El coeficiente de reflexión global K_R y el cociente entre la señal y el residuo (SSR) también están incluidos.

Amplitud (cm)	Pared vertical		Playa impermeable		Playa permeable	
	WG-Lin	UVP	WG-Lin	UVP	WG-Lin	UVP
$a_I^{(1)}$	3,5	3,1	2,6	2,8	3,2	3,1
$a_R^{(1)}$	3,2	2,7	0,8	0,9	0,3	0,2
$b_{I,B}^{(2)}$	0,9	0,9	0,5	0,8	0,7	0,7
$b_{R,B}^{(2)}$	0,9	1,1	0,1	0,2	0,1	0,2
$a_{I,F}^{(2)}$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2
$a_{R,F}^{(2)}$	0,2	0,5	0,4	0,4	0,1	0,1
$K_R(\%)$	92	91	33	35	10	10
$SRR(dB)$	7,9	14,4	13,0	15,4	10,4	18,3

4. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FLUENCIA CON ENSAYOS DE ASENTAMIENTO

En este capítulo, se propone la realización de mediciones más detalladas de la geometría final de materiales “pastosos” sujetos al ensayo de asentamiento, con el fin de obtener mediciones más precisas de la tensión de cedencia. En lugar de utilizar dimensiones de la geometría final del depósito, como ser el asentamiento total o el radio máximo final, que son medidas globales, se plantea la posibilidad de relevar los perfiles finales. Si bien estas mediciones continúan siendo globales, puesto que son el resultado de lo ocurrido en la columna vertical del material, es posible determinar regiones donde la teoría se verifica sin tener que integrar zonas problemáticas donde existe un apartamiento de las hipótesis planteadas.

4.1. Introducción

El ensayo de asentamiento (o slump test) es un procedimiento muy sencillo que consiste en llenar un recipiente con el material en estudio, luego se retiran las paredes que confinan el volumen, permitiendo que escurra por acción de su peso. Una vez finalizado este asentamiento, es posible determinar algunas características *reológicas* en función de la forma final que adopta la masa ensayada.

Este ensayo [UNIT, 1998] es utilizado desde hace mucho tiempo para la determinación en campo de la consistencia del hormigón fresco con propósitos de control de calidad. En este caso un cono truncado, generalmente de metal, es llenado completamente con el hormigón fresco. Luego se levanta el molde (sin fondo ni tapa) y se mide la altura final del depósito de hormigón. Las dimensiones del cilindro cónico son 4 *pulgadas* (10 *cm*) de diámetro superior, 8 *pulgadas* (20 *cm*) de diámetro inferior y 12 *pulgadas* (30 *cm*) de alto. Para materiales poco resistentes (que presentan grandes deformaciones) se realiza la medida del diámetro exterior [ASTM, 2003]. En este caso se utiliza un cono de 3 *pulgadas* (7,6 *cm*) de diámetro superior, 4 *pulgadas* (10 *cm*) diámetro inferior y 4 *pulgadas* (10 *cm*) de altura.

El slump test es utilizado actualmente en la minería, la industria de ali-

mentos y la industria farmacéutica entre otras áreas. Se lo utiliza como parte de los procedimientos de rutina para el control de los materiales en estudio permitiendo una comparación cualitativa entre distintas muestras. La comparación de los resultados de estos ensayos con otros materiales suele ser en general complicada y no trivial.

Algunos investigadores, [Balmforth et al., 2006; Roussel and Coussot, 2005; Dubash et al., 2009] estudiaron la dinámica del movimiento que ocurre en el ensayo, y determinaron ciertas correlaciones entre la forma final y la tensión de cedencia (yield stress). La tensión de cedencia τ_c es la mínima tensión necesaria para que el material manifieste una deformación irreversible y comience a fluir. Es considerada una propiedad del material y se puede determinar mediante la utilización de herramientas convencionales de la reología.

Sin embargo no siempre es posible la utilización de estas herramientas debido a sus altos costos, o porque no pueden ser llevados en salidas de campo, o debido a que la granulometría del material puede imposibilitar el uso de reómetros convencionales. Es en estos casos donde el ensayo de asentamiento cobra importancia, debido a que es una metodología rápida, sencilla y de muy bajo costo.

4.2. Teoría

El comportamiento reológico de un material es determinado por una ecuación que relaciona las tensiones con las deformaciones y sus derivadas respecto al tiempo. Esta ecuación es llamada ecuación reológica del estado del material o simplemente ecuación reológica. Los parámetros que aparecen en esta ecuación, caracterizan al material y son denominados *constantes reológicas* mientras las tensiones y deformaciones son las *variables reológicas*.

Considerando válidos para los materiales en estudio, tres de los postulados propuestos por Sir George Stokes en relación al concepto de fluidez, a saber:

1. El tensor de tensiones \tilde{T} es una función continua del tensor de velocidades de deformación \mathbf{D} , y es independiente de otras magnitudes cinemáticas.
2. \tilde{T} no depende explícitamente de la posición (homogeneidad espacial).
3. No hay direcciones preferenciales en el espacio (isotropía).

Serrin [1959] presenta la siguiente expresión que relaciona ambos tensores:

$$\tilde{T} = \alpha \mathbf{I} + \beta \mathbf{D} + \gamma \mathbf{D}^2, \quad (4.1)$$

donde α , β y γ son funciones de los invariantes principales de \mathbf{D} , e \mathbf{I} la matriz identidad. El tensor de velocidades de deformación se define como el promedio entre el tensor gradiente de velocidades y su traspuesto. El primer invariante del tensor de velocidades de deformación I_{1D} es la traza de \mathbf{D} , o lo que es lo mismo, la divergencia del campo de velocidades. El segundo invariante I_{2D} se puede calcular como $\frac{1}{2}(\text{tr}(\mathbf{D})^2 - \text{tr}(\mathbf{D}^2))$. El tercer invariante I_{3D} es el determinante de \mathbf{D} . Se señala que los valores propios del tensor \mathbf{D} son a su vez invariantes, y las formulaciones que puedan surgir de la combinación de estos invariantes y los invariantes principales también son invariantes.

Ciertos materiales sujetos a una tensión de corte, manifiestan una deformación elástica pero no fluyen a menos que esta tensión supere un cierto umbral denominado tensión de cedencia τ_c (constante reológica). Para tensiones mayores, el material presenta un comportamiento semejante al de un fluido viscoso. La siguiente ecuación reológica es la de un material con este comportamiento:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= 0 & \tau &\leq \tau_c, \\ \tau &= \left(\frac{\tau_c}{D} + 2\mu\right) \mathbf{D} & \tau &> \tau_c, \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde τ es la tensión rasante (variable reológica), \mathbf{D} es el ya mencionado tensor de velocidades de deformación (variable reológica), D es $\sqrt{-I_{2D}}$ (variable reológica) y μ es la viscosidad dinámica (constante reológica). El modelo de cuerpo continuo de las ecuaciones 4.2 es denominado material de Bingham [1925] y es un modelo que desarrolló Bingham basado en experimentos con pinturas, arcillas y otras suspensiones.

Observe que en general el cociente $\frac{\mathbf{D}}{D}$ tiende un tensor no nulo cuando \mathbf{D} tiende al tensor nulo, es decir cuando las velocidades de deformación del material tienden a cero. Tomemos por ejemplo un movimiento plano de un cuerpo incompresible ($\text{tr}(\mathbf{D}) = 0$). Se puede escribir la matriz \mathbf{D} en un sistema de coordenadas conveniente como:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

donde λ es una magnitud que tiende a cero a medida que el material se acerca al fin de la deformación. En este caso $I_{2D} = -\lambda^2$ por lo que el cociente anterior tiende a:

$$\frac{\mathbf{D}}{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

En la figura 4.1 se presenta un diagrama $\tau - D$ para un fluido viscoso Newtoniano, un material de Bingham y un sedimento cohesivo extraído de Acceso Norte, en el puerto de Montevideo analizado mediante un reómetro Physica MCR 301¹.

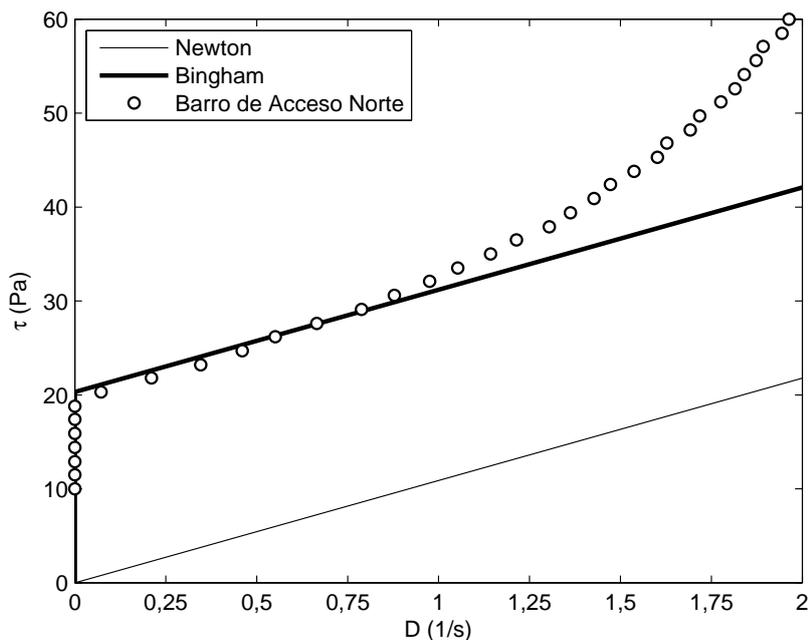


Fig. 4.1: Resultados del ensayo con el reómetro Physica MCR 301 para barro de Acceso Norte.

Se puede observar en esta figura, que el material de Acceso Norte presenta un punto de inflexión en $20 Pa$, esta tensión sería la denominada τ_c del material. A este estado tensional lo denominaremos estado de cedencia o de falla.

La configuración que adopta un material visco-plástico una vez terminado el escurrimiento por peso propio ha sido estudiada anteriormente. Nye [1967] estudió el deslizamiento de glaciares proponiendo un modelo de material perfectamente plástico y determinando la solución mediante el método de líneas de falla de la teoría de plasticidad. La solución propuesta por Nye determina que la geometría que adopta un material visco-plástico, próximo al fin de su deformación, se encuentra relacionada con τ_c reduciéndose su ecuación constitutiva a la de un cuerpo plástico. En la figura 4.2 se presenta

¹ Datos del fabricante en <http://www.nanocenter.si/en>

un perfil final de un ensayo de asentamiento hecho con barro de la Bahía de Montevideo.

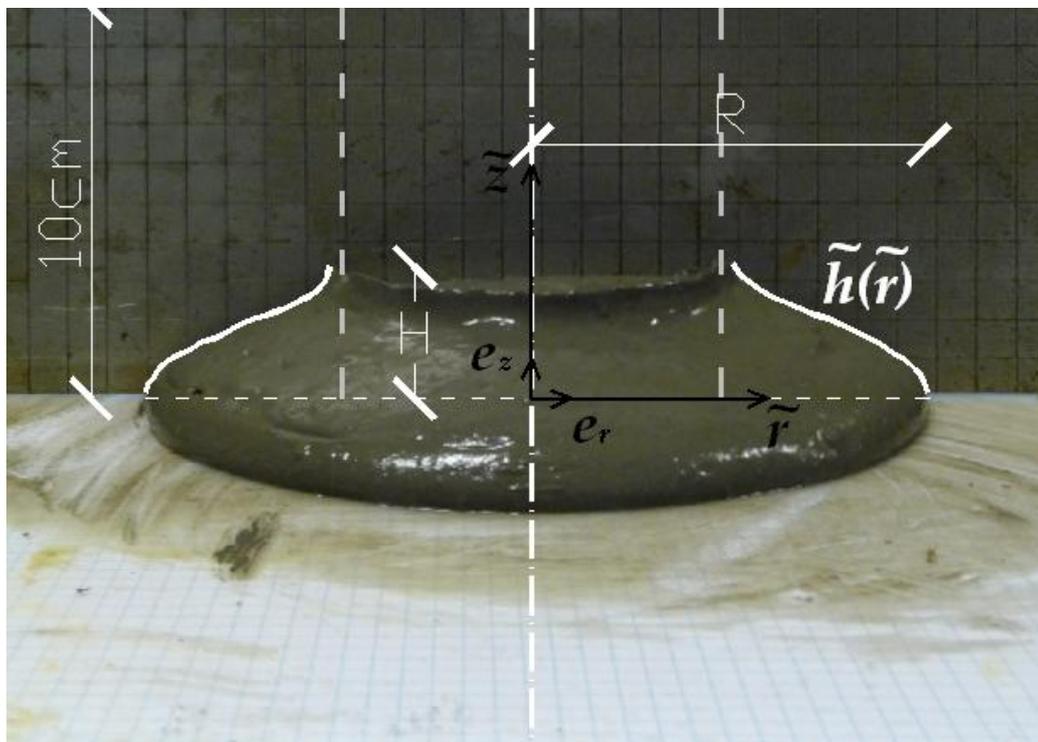


Fig. 4.2: Geometría final del ensayo de asentamiento para barro de la Bahía de Montevideo.

El modelo utilizado para la estimación de τ_c en el ensayo de asentamiento fue propuesto por Murata [1984], corregido por Schowalter and Christensen [1998] y adaptado por Pashias et al. [1996] a una geometría cilíndrica. Sin embargo existen ciertas discrepancias entre los experimentos y los escurrimientos que predice la teoría como señalan Roussel and Coussot [2005]. En ese trabajo, Roussel and Coussot extienden la teoría proponiendo dos regímenes de flujo distintos en función de la relación entre el radio R y la altura H del cono deformado. Proponen soluciones analíticas para dos casos asintóticos, $H \gg R$ y $H \ll R$. Finalmente comparan las soluciones con resultados obtenidos mediante una simulación numérica tri-dimensional de revolución y datos experimentales en un gran rango de τ_c .

Dubash et al. [2009] presenta dos modelos para determinar la forma final de un material visco-plástico con un asentamiento bi-dimensional. Ambos asumen que luego de finalizado el escurrimiento, todo el material se encuentra en un estado tensional de falla. El primer modelo determina la forma final

mediante la aplicación del método de las perturbaciones. En este método se asume que la forma final del depósito tiene una altura H menor que el largo L resultando en una relación de aspecto ($\epsilon = \frac{H}{L}$) baja. Este tipo de consideraciones permiten obtener relaciones algebraicas que tienen un rango de validez ($\epsilon < 1$). El segundo modelo presentado en ese trabajo, utiliza las ecuaciones diferenciales del estado tensional para determinar curvas características.

El método de las curvas características es muy utilizado en sistemas de ecuaciones diferenciales de dos variables independientes. Mediante cambios de variable es posible, algunas veces, reducir el problema original a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Dubash et al. [2009] utilizó la teoría de líneas de deslizamiento y determinó las curvas características para este caso. Estas curvas son tangentes a los planos donde la tensión rasantes es máxima. El método de las curvas características levanta la restricción del primer modelo y permite la construcción de perfiles que pueden ser comparados con perfiles reales.

Ambos modelos fueron contrastados con datos experimentales presentando ciertos desvíos en los perfiles. El segundo modelo pone de manifiesto zonas donde el material no se encuentra en falla. Se detectan al menos dos regiones donde la deformación ocurrida no fue capaz de inducir la falla al material (unyielded region), una próxima al eje de revolución (radios pequeños) y otra cerca de la nariz de avance del escurrimiento (donde las alturas del perfil son pequeñas). A continuación se presentarán los principales aspectos de la teoría utilizada para la interpretación de los perfiles del ensayo de asentamiento, generalizada para un ensayo tri-dimensional de revolución.

Se estudiará el movimiento próximo al final del asentamiento. Las aceleraciones del material serán despreciadas ($a \approx 0$) en los instantes finales bajo la hipótesis de que se trata de un movimiento cuasi-estacionario. En un sistema de coordenadas cilíndricas, las ecuaciones de balance mecánico puntual que cumple un cuerpo continuo en reposo con simetría de revolución entorno a un eje vertical y sometido a la acción del campo gravitatorio son:

$$\frac{\partial \widetilde{T}_{rr}}{\partial \widetilde{r}} + \frac{\partial \widetilde{T}_{rz}}{\partial \widetilde{z}} + \frac{\widetilde{T}_{rr}}{\widetilde{r}} = 0, \quad (4.5)$$

$$-\rho g + \frac{\partial \widetilde{T}_{rz}}{\partial \widetilde{r}} + \frac{\partial \widetilde{T}_{zz}}{\partial \widetilde{z}} + \frac{\widetilde{T}_{rz}}{\widetilde{r}} = 0, \quad (4.6)$$

donde \widetilde{T}_{rr} , \widetilde{T}_{rz} y \widetilde{T}_{zz} son componentes de la matriz del tensor de tensiones \widetilde{T} , ρ la densidad del cuerpo, g la aceleración gravitatoria, \widetilde{r} la coordenada radial y \widetilde{z} la coordenada vertical ascendente del sistema cilíndrico. Observe que se omitió la componente tangencial del balance puntual como las componentes $\widetilde{T}_{r\theta}$ y $\widetilde{T}_{z\theta}$ de \widetilde{T} debido a la hipótesis de la geometría de revolución. La relación

que mantiene el tensor de tensiones con el gradiente de deformaciones, puede ser generalizado mediante la siguiente expresión:

$$\tilde{T} = -\tilde{p}\mathbf{I} + F(\mathbf{D}), \quad (4.7)$$

donde \tilde{p} es el campo de presiones, \mathbf{I} es la matriz identidad y F es una función que relaciona el gradiente de deformaciones con el tensor de tensiones desviatorio, es decir el tensor de tensiones menos el tensor esférico. En nuestro caso, la transformación F debe cumplir ciertas condiciones puesto que nuestro material de estudio manifiesta el estado de cedencia. Trabajaremos con transformaciones que preserven proporcionalidad directa entre el tensor de tensiones desviatorio y \mathbf{D} simplificando la expresión propuesta por Serrin en la ecuación 4.1. Se observa que el material de Bingham cumple con esta condición.

Asumiremos un movimiento incompresible del material, por lo tanto $\text{tr}(F(\mathbf{D}))$ es cero. Se buscarán soluciones donde la tensión normal al plano radial es nula. Podemos reescribir las ecuaciones de balance mecánico de la siguiente forma:

$$-\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{F}_{rr}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial \tilde{F}_{rz}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{F}_{rr}}{\tilde{r}} = 0, \quad (4.8)$$

$$-\rho g - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial \tilde{F}_{rz}}{\partial \tilde{r}} - \frac{\partial \tilde{F}_{rr}}{\partial \tilde{z}} + \frac{\tilde{F}_{rz}}{\tilde{r}} = 0, \quad (4.9)$$

donde \tilde{F}_{rr} y \tilde{F}_{rz} son las componentes de la transformación F . Aquí se utilizó el hecho de que $\tilde{F}_{rr} + \tilde{F}_{zz} = 0$. Si consideramos que todo el material se encuentra en el estado de falla, se puede deducir que existe una tercer ecuación que deben cumplir las incógnitas. von Mises [1913] en su teoría de la energía de distorsión máxima, determina un criterio de falla por fluencia para materiales isótropos. El diagrama de Mohr presentado en la figura 4.3, permite resumir el estado tensional en un círculo en el espacio $\tau - \sigma$ donde σ es la tensión normal. De este diagrama se puede observar que:

$$\tilde{F}_{rr}^2 + \tilde{F}_{rz}^2 = \tau_c^2. \quad (4.10)$$

Con la ecuación 4.10, se obtiene un sistema de tres ecuaciones para las tres incógnitas del problema (\tilde{p} , \tilde{F}_{rr} y \tilde{F}_{rz}). La condición de borde dinámica que impone la atmósfera en la superficie libre del material \tilde{h} nos brinda dos ecuaciones no triviales para la tensión en el plano tangente a la superficie de contacto aire-material (una para la tensión normal y otra para la rasante en el plano radial). Asumiendo un campo de presiones atmosféricas uniforme (su variación en 10 cm es de 1,22 Pa) es posible trabajar con un campo de

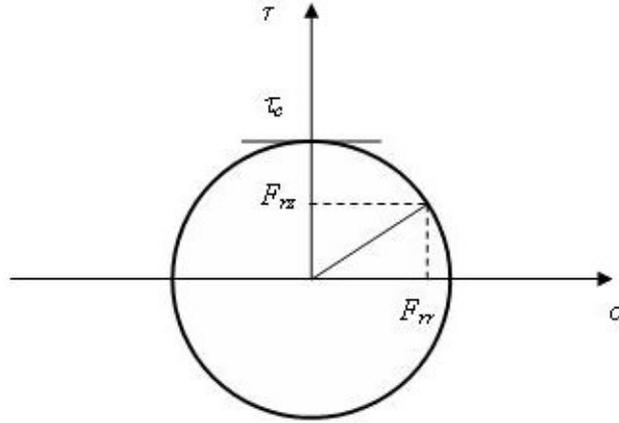


Fig. 4.3: Círculo de Mohr para un estado de cedencia.

presiones \tilde{p} manométricas en la masa. Con el fin de simplificar la notación, llamaremos \tilde{h}' a la derivada de \tilde{h} respecto a \tilde{r} (o sea a $\tilde{h}' = \frac{d\tilde{h}}{d\tilde{r}}$). Notese que \tilde{h} sólo puede depender de \tilde{r} . Observando que $-\tilde{h}'\mathbf{e}_r + \mathbf{e}_z$ es un vector normal a la superficie de revolución con generatriz \tilde{h} , la condición en $\tilde{z} = \tilde{h}$ queda:

$$-\tilde{F}_{rr}\tilde{h}' + \tilde{F}_{rz} + \tilde{p}\tilde{h}' = 0, \quad (4.11)$$

$$\tilde{F}_{rz}\tilde{h}' + \tilde{F}_{rr} + \tilde{p} = 0, \quad (4.12)$$

La condición de borde impuesta por el plano sobre el que reposa el depósito, es aún muy discutida. Con argumentos de adherencia durante el escurrimiento, diversos autores [Nye, Roussel and Coussot y Dubash et al.] sugieren que ese plano es de máxima tensión rasante (en nuestro caso $\tau_{max} = \tau_c$ en el reposo), o sea es un plano de falla. Se realizaron una serie de ensayos con el fin de determinar la influencia de la condición del plano horizontal en el perfil. Para este estudio se trabajó con: acrílico previamente mojado (buscando un plano bien lubricado); acrílico seco; acrílico con una capa de unos milímetros del material a ensayar; y acrílico forrado de una tela plástica muy porosa. Si bien estas distintas condiciones tienen una influencia directa en la forma final del ensayo (radio máximo y asentamiento final), no se encontraron diferencias al calcular la τ_c a partir de los perfiles de los distintos ensayos. Se asumirá por lo tanto, que el plano horizontal actúa como un plano de falla en la región de interés resultando entonces para $\tilde{z} = 0$:

$$\tilde{F}_{rz} = \tau_c. \quad (4.13)$$

Se eligieron escalas convenientes de manera de adimensionalizar las ecua-

ciones del problema.

$$\begin{aligned}\widetilde{F}_{rr} &= \tau_c F_{rr}, & \widetilde{F}_{rz} &= \tau_c F_{rz}, & \widetilde{p} &= \rho g H p, \\ \widetilde{h} &= H h, & \widetilde{r} &= R r, & \widetilde{z} &= H z,\end{aligned}\quad (4.14)$$

donde H y R son la altura y el radio representativos del depósito y F_{rr} , F_{rz} , p , h , r y z son las magnitudes adimensionales. Podemos escribir entonces, el sistema de ecuaciones adimensional de la siguiente manera:

$$\frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} \frac{\partial F_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{F_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} \frac{F_{rr}}{r} - \frac{H}{R} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4.15)$$

$$\frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} \frac{\partial F_{rz}}{\partial r} - \frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{F_{rr}}{\partial z} + \frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} \frac{F_{rz}}{r} - \frac{\partial p}{\partial z} - 1 = 0, \quad (4.16)$$

$$F_{rr}^2 + F_{rz}^2 = 1. \quad (4.17)$$

Las condiciones de borde en $z = h$ resultan:

$$-\frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} F_{rr} h' + \frac{\tau_c}{\rho g H} F_{rz} + \frac{H}{R} p h' = 0, \quad (4.18)$$

$$\frac{\tau_c}{\rho g H} \frac{H}{R} F_{rz} h' + \frac{\tau_c}{\rho g H} F_{rr} + p = 0, \quad (4.19)$$

y en $z = 0$:

$$F_{rz} = 1. \quad (4.20)$$

Si se realiza un balance mecánico a la mitad del material deformado (ver figura 4.4) proyectado según la normal del plano de corte radial \vec{n} , y se desprecia la acción del tensor de tensiones desviatorio en la superficie vertical, es posible determinar que:

$$\int_0^\pi \int_0^R \tau_c \sin(\theta) r dr d\theta = 2 \int_0^R \int_0^{h(r)} \rho g z dz dr. \quad (4.21)$$

La primer integral doble es $\tau_c R^2$ mientras que la segunda integral se puede reducir a:

$$\rho g \int_0^R h^2 dr. \quad (4.22)$$

Si se elige una altura conveniente H es posible escribir la integral anterior como $\rho g H^2 R$. Por lo tanto, podemos escribir que $\frac{H}{R} \sim \frac{\tau_c}{\rho g H} \sim \epsilon$ siendo ϵ un parámetro del problema que se asumirá pequeño. Eventualmente será posible

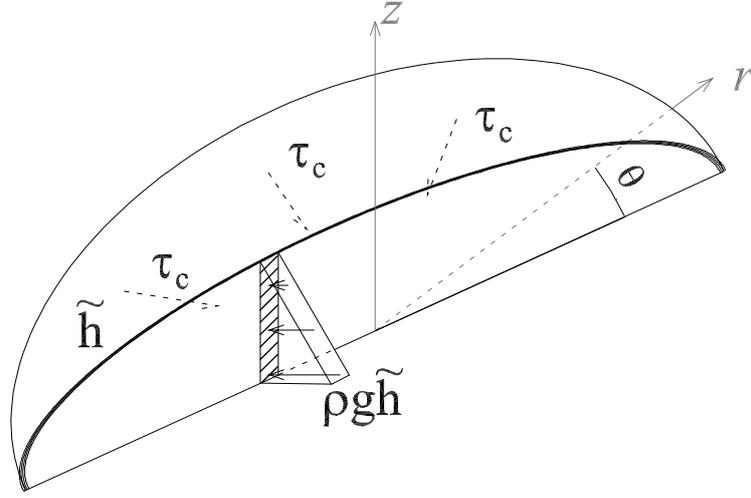


Fig. 4.4: Esquema de las fuerzas horizontales.

aplicar el análisis de perturbación para obtener una aproximación analítica a la solución de este sistema de ecuaciones. Como ejemplo, en el último ensayo presentado en la sección 4.4, $H = 2 \text{ cm}$, $R = 15 \text{ cm}$, $\rho = 1650 \text{ kg/m}^3$ y $\tau_c = 50 \text{ Pa}$ se obtiene que $\frac{H}{R} = 0,13$ y $\frac{\tau_c}{\rho g H} = 0,15$. De esta manera, agrupando algunos términos, las ecuaciones adimensionales quedan:

$$\epsilon \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial F_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4.23)$$

$$\epsilon^2 \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_{rz})}{\partial r} - \epsilon \frac{\partial F_{rr}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - 1 = 0, \quad (4.24)$$

$$F_{rr}^2 + F_{rz}^2 = 1, \quad (4.25)$$

las ecuaciones de borde en $z = h$:

$$-\epsilon F_{rr} h' + F_{rz} + p h' = 0, \quad (4.26)$$

$$\epsilon^2 F_{rz} h' + \epsilon F_{rr} + p = 0, \quad (4.27)$$

y en $z = 0$ se mantiene:

$$F_{rz} = 1. \quad (4.28)$$

Expandiendo las incógnitas en series de funciones multiplicadas por potencias de ϵ tenemos que:

$$p = p_0 + \epsilon p_1 + O(\epsilon^2), \quad (4.29)$$

$$F_{rr} = F_{rr0} + \epsilon F_{rr1} + O(\epsilon^2), \quad (4.30)$$

$$F_{rz} = F_{rz0} + \epsilon F_{rz1} + O(\epsilon^2), \quad (4.31)$$

donde p_n , F_{rrn} y F_{rzn} son denominados los términos de orden n -ésimo de p , F_{rr} y F_{rz} respectivamente. Este procedimiento es denominado el análisis de perturbación Mei [1997]. Consiste en ir resolviendo los distintos sistemas de ecuaciones que plantean los distintos órdenes de manera progresiva. Primero se resuelve el orden cero ($\epsilon = 0$), luego utilizando los resultados obtenidos, se procede a resolver el orden ϵ , así sucesivamente hasta obtener el orden de aproximación deseado.

En nuestro caso, el sistema de ecuaciones para el orden cero resulta:

$$\frac{\partial F_{rz0}}{\partial z} - \frac{\partial p_0}{\partial r} = 0, \quad (4.32)$$

$$-\frac{\partial p_0}{\partial z} - 1 = 0, \quad (4.33)$$

$$F_{rr0}^2 + F_{rz0}^2 = 1, \quad (4.34)$$

con las ecuaciones de borde en $z = h$:

$$F_{rz0} + p_0 h' = 0, \quad (4.35)$$

$$p_0 = 0, \quad (4.36)$$

y en $z = 0$ se mantiene:

$$F_{rz0} = 1. \quad (4.37)$$

Nótese que al tomar los términos de orden 0 las derivadas respecto al radio F_{rr} y F_{rz} no aparecen en las ecuaciones a resolver, esto hará que estas funciones dependan de r indirectamente a travez de la condición de borde $z = h(r)$.

Utilizando la ecuación 4.33 e imponiendo la condición de borde 4.36 se halla p_0 :

$$p_0 = h - z. \quad (4.38)$$

Con la ecuación 4.32 y la condición de borde 4.35 es posible hallar F_{rz0} :

$$F_{rz0} = h'(z - h). \quad (4.39)$$

Finalmente podemos imponer la condición de borde en $z = 0$:

$$F_{rz0} + O(\epsilon) = 1. \quad (4.40)$$

Imponiendo las soluciones que hallamos, haciendo un desarrollo de h en series de potencias ($h = h_0 + \epsilon h_1 + O(\epsilon^2)$), para el orden cero resulta:

$$1 = -\frac{1}{2} (h_0^2)'. \quad (4.41)$$

Para $\epsilon = 0$, imponiendo la condición de que en $r = 0,5$ $h_0 = 1$, queda que:

$$h_0^2 = 2(1 - r). \quad (4.42)$$

Esta condición de borde es arbitraria y está asociada a la elección arbitraria del origen de r y de la escala vertical H tal que $h(r = 1/2) = 1$. Se observa que la solución hallada verifica $h(r = 1) = 0$ aunque como se puede ver en el apéndice final esta condición de borde interna no puede ser impuesta en esta solución externa del problema. Entonces, la formulación del perfil final de la teoría desarrollada a orden cero, que adopta el material es:

$$\tilde{h}_0^2 = \frac{2\tau_c}{\rho g}(R - \tilde{r}). \quad (4.43)$$

4.3. Implementación

La solución hallada en la teoría propuesta tiene un rango de validez $R \gg H$. Algunos autores [Roussel and Coussot; Dubash et al.] sugieren analizar este rango como una limitación global, es decir estudiar el cociente entre el asentamiento total y su máximo radio. De esta manera quedarían fuera de la teoría, ensayos donde el asentamiento fue muy pequeño. En el presente trabajo, se sugiere que puede ser aplicado a un ensayo de asentamiento donde lo que se busca es la zona de cuerpo deformado que mantiene una relación $r \gg h(r)$. Si bien es probable que (en función de la reología del material y el volumen ensayado) muchos ensayos no posean esta zona, esta condición es menos restrictiva en cuanto a los ensayos que quedan fuera de la teoría. A la zona donde las hipótesis necesarias para desarrollar la teoría anterior se cumplen razonablemente, la denominaremos zona de validez.

De existir esta zona (alejada del centro y del borde del cono deformado), donde se cumplan las hipótesis propuestas en la teoría, podríamos ajustar el perfil medido con los que predice la teoría de manera de realizar la determinación de τ_c .

En este trabajo proponemos la medición de este perfil y la comparación con los resultados de un reómetro para el mismo material en un amplio rango de casos. Se señala que lo fundamental en la idea propuesta, es una medición del perfil que sea no solo precisa sino que tenga una buena discretización.

Estas mediciones fueron realizadas mediante la utilización de una cámara fotográfica y una chapa metálica cuadrículada con borde recto. Básicamente se realiza un corte radial con la chapa metálica mojada (de manera de reducir las deformaciones del material con la chapa) y se saca una foto al perfil adyacente al corte. Luego, se realiza una rectificación de la proyección de la foto. Esta rectificación consiste en ubicar cuatro puntos pertenecientes al

plano sobre el cual se va a proyectar la imagen. Conociendo las distancias entre los puntos es posible determinar una transformación lineal que rectifique la proyección obteniendo una imagen donde la chapa metálica pertenece a un plano perpendicular a la foto. En nuestro caso, estos puntos forman parte de la cuadrícula dibujada en la chapa. De esta forma se evitan errores sistemáticos propios del ángulo con que es sacada la foto. En la figura 4.5 se presenta un ejemplo de esta rectificación.



Fig. 4.5: A la izquierda la foto sacada al ensayo. A la derecha la foto proyectada para relevar el perfil.

Una vez realizada la rectificación, se digitaliza el perfil de corte y se selecciona una zona del perfil, donde se realizará un ajuste mediante mínimos cuadrados del perfil teórico propuesto en la fórmula 4.43. De esta manera es posible determinar el $\frac{\tau_c}{\rho g}$. Finalmente, con la determinación de ρ es posible estimar τ_c . En la figura

Se observa que la metodología preserva cierta sencillez, ya que se utilizan herramientas que son fáciles de transportar pudiendo ser llevadas a campañas de medición sin mayores inconvenientes.

4.4. Experimentos

Se realizaron en las instalaciones del IMFIA una serie de ensayos de asentamiento con el material cohesivo utilizado en los experimentos del capítulo 2. Fueron realizados ensayos de distintas mezclas de este material con agua obteniéndose una serie de ensayos para diversas densidades. Se llenaron tubos de PVC de 10 cm de alto y $3\frac{3}{4}$ pulgadas (9,5 cm) de diámetro interno.

Paralelamente al ensayo de asentamiento, se realizaron mediciones con un reómetro DV-III ULTRA². Estas mediciones se realizaron con muestras

² Datos del fabricante en <http://www.brookfieldengineering.com>

de la misma mezcla y permitieron otra estimación de τ_c . De esta forma es posible realizar comparaciones de τ_c determinadas a partir de dos ensayos completamente distintos.

Existen diversos ensayos para la estimación de τ_c con un reómetro. En la figura 4.6 se presenta un esquema extraído del reporte MAST-G6M [1993] que resume las principales metodologías para su determinación.

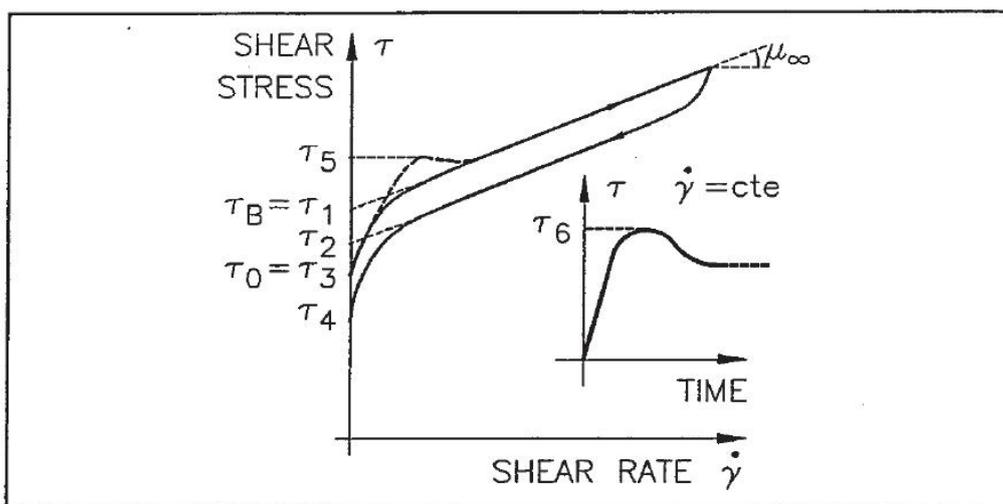


Fig.4.16

Different possible definitions of yield stress, using flow curve data: Extrapolation of the up- or down-curve (upper or Bingham yield: τ_1 and τ_2 ; lower yield: τ_3 and τ_4). Stress peak values: dynamic (τ_5 - Kuijper et al., 1992) or static, at the lowest shear rate (τ_6 - Migniot, 1968; Migniot and Hamm, 1990).

Fig. 4.6: Fuente MAST-G6M.

En la figura 4.6 $\dot{\gamma}$ es igual a $2D$. Para esta comparación se utilizó la definición τ_6 propuesta por Migniot and Hamm [1990]. La estimación de τ_c fue realizada mediante el análisis de un ensayo a bajas revoluciones (0,05 rpm) utilizando una paleta tipo cruceta, con 2,535 cm de alto y 1,267 cm de diámetro. En la figura 4.7 se observa a la derecha un foto del ensayo de asentamiento y a la izquierda una foto del reómetro.

En este ensayo a velocidad constante, el reómetro registra el momento que realiza el material a la pala. Con esta medida, conociendo la geometría de la pala y realizando ciertas hipótesis de la superficie de deslizamiento, es posible estimar una tensión media en esta superficie. En la figura 4.8 se muestra el resultado de uno de los ensayos.



Fig. 4.7: Fotos del ensayo de asentamiento (izquierda) y del ensayo con el reómetro DV-III ULTRA (derecha).

Migniot and Hamm [1990] sugieren que la máxima tensión alcanzada en este ensayo, es una buena estimación de τ_c . Previo a alcanzar dicha tensión, se observa un crecimiento lineal en el tiempo. En función del estado tensional del material al inicio del ensayo, la pala tiene que realizar un trabajo de manera de inducir a la masa el estado tensional de cedencia. El comportamiento que se observa en los primeros instantes, se asemeja a la respuesta que tendría un material elástico.

4.5. Resultados

En la figura 4.9 se observa una gráfica de los perfiles de los diez ensayos. Los datos presentan un buen ajuste para valores de $\frac{\rho g(R-\tilde{r})}{\tau_c}$ entre 0,5 y 6 en la mayoría de los perfiles siendo una longitud horizontal (para los ensayos realizados) entre 2 y 3 *cm*. Este rango puede ser considerado como la región de validez para estos ensayos. Se observa que los ensayos con densidades entre 1639 y 1691 kg/m^3 (ensayos intermedios) tienen una mayor región de validez, mientras que los otros tiene desviaciones para valores de $\frac{\rho g(R-\tilde{r})}{\tau_c}$ entre 0 y 0,5 (cerca a la nariz del perfil) y para valores mayores a 4. Aquí se ponen

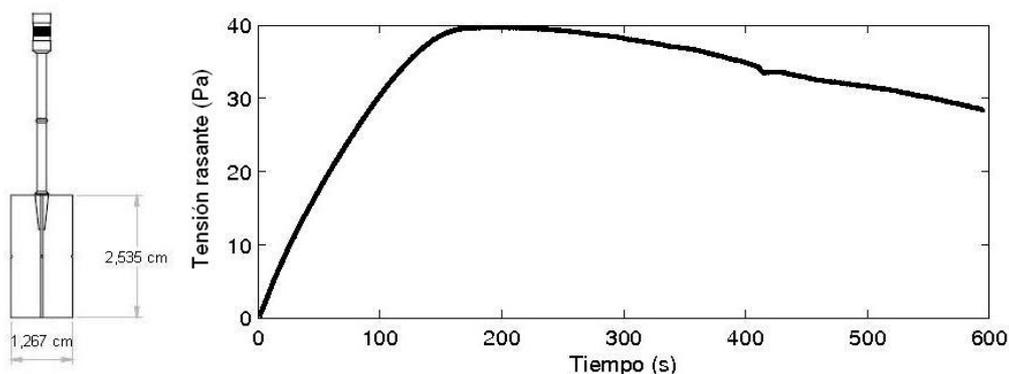


Fig. 4.8: A la izquierda un esquema de la paleta utilizada en los ensayos con el reómetro. A la derecha el resultado del ensayo $\rho = 1639 \text{ kg/m}^3$ y $\tau_c = 40 \text{ Pa}$.

de manifiesto las regiones donde las hipótesis de la teoría no se verifican.

Finalmente, en la figura 4.10 se presenta una comparación entre los resultados obtenidos con el reómetro y el las tensiones obtenidas para cada ensayo. Se observa una desviación sistemática entre ambos ensayos de 10 Pa .

Por otro lado, para τ_c menores a 50 Pa en el ensayo de asentamiento, los ensayos pueden presentar otro apartamiento con los valores medidos con el reómetro. En estos ensayos puede no ser válida la hipótesis de que el movimiento es cuasi-estacionario, es decir que las aceleraciones son despreciables. En estos casos, en cuestión de *1 segundo* la masa se desplazaba cerca de 14 cm . Si realizamos un cálculo rápido de las tensiones de inercia típicas (ρv^2) con densidades de 1640 kg/m^3 obtenemos un valor de 32 Pa siendo un término no despreciable frente a los 50 Pa . Si el material ensayado presenta el mismo asentamiento, pero en un tiempo mayor (por ejemplo con materiales más viscosos) o se utilizara un cilindro más pequeño (como el ensayo del mini-cono) es de esperar que la hipótesis de movimiento cuasi-estacionario vuelva a tener validez.

Se observa también, que en el ensayo con un τ_c del reómetro de 80 Pa , el valor de τ_c del ensayo de asentamiento es próximo a 110 Pa , siendo este ensayo el que presenta las mayores diferencias. Se recuerda que ambas medidas no fueron realizadas exactamente con la misma muestra, pudiendo existir problemas en el mezclado que repercutan en el resultado final ya que serían dos muestras con un comportamiento reológico distinto.

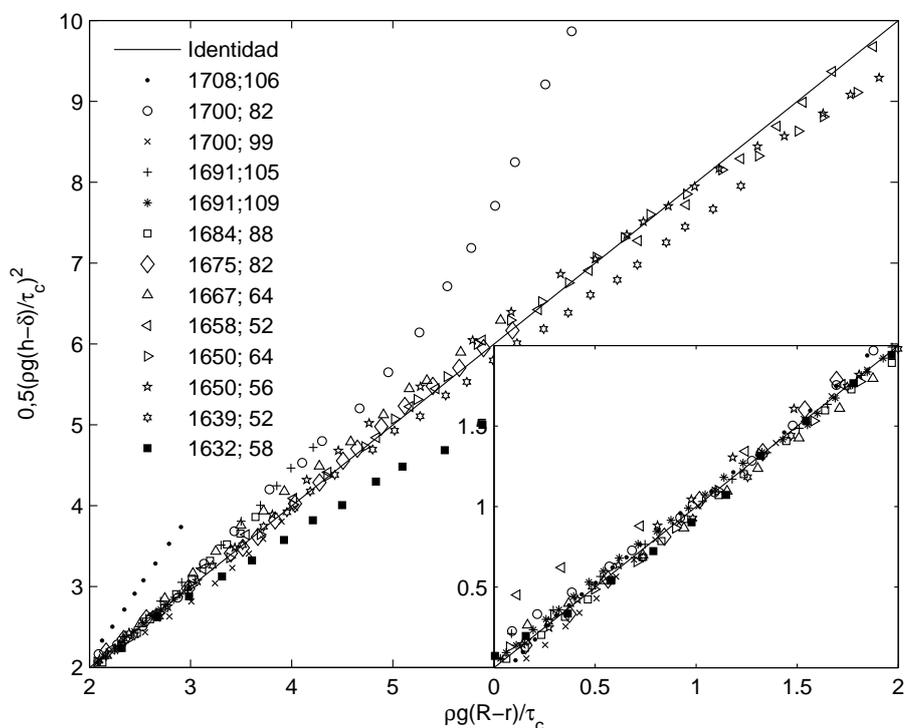


Fig. 4.9: Perfiles adimensionales de los ensayos de asentamiento. En la leyenda se puede observar el par ordenado densidad en kg/m^3 y tensión de cedencia en Pa ($\rho ; \tau_c$)

4.6. Conclusiones

El método propuesto presenta una buena correlación con valores de τ_c determinados mediante un reómetro mostrando ser una metodología de gran exactitud.

Levanta las restricciones que tienen las medidas del asentamiento total o radio máximo, ampliando el rango de aplicación. No presenta el sesgo que origina en las medidas globales, la condición del plano sobre el cual se desarrolla el escurrimiento. De esta manera demuestra ser una metodología de buena precisión.

Es una metodología sencilla, de bajo costo y que puede realizarse, por ejemplo, en campañas de campo para determinación de la τ_c in situ. También puede ser aplicada a materiales que, debido a su granulometría, no pueden ser ensayados en reómetros convencionales.

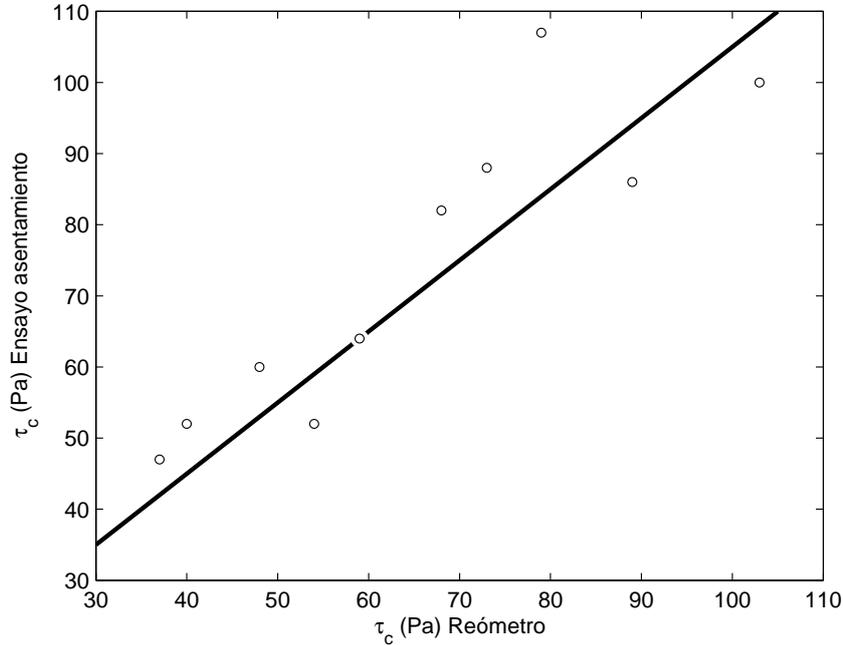


Fig. 4.10: Comparación de τ_c obtenida mediante el reómetro (eje de las abscisas) y mediante los ensayos de asentamiento (eje de las ordenadas).

Apéndice

En este apéndice se presenta el desarrollo a orden ϵ del problema planteado en la sección 4.2 utilizando el método de las perturbaciones. En particular se muestra que el método regular de las perturbaciones (método utilizado) no permite resolver el problema en la cercanía inmediata de la nariz del depósito. En esta zona “interna” las derivadas respecto a r toman valores muy elevados que hace que los términos asociadas con ellas no puedan ser depreciados. Parecería ser necesario realizar un análisis de perturbaciones singular para resolver adecuadamente la zona cercana a la nariz, hemos preferido sin embargo no resolver esta zona y limitarnos a la resolución de la zona “externa” más o menos alejada de la nariz ya que en dicha zona es donde todo el material puede considerarse en falla y tienen validez las ecuaciones generales estudiadas.

Retomando el desarrollo de orden cero desde la ecuación 4.39, es posible determinar F_{rr0} como:

$$F_{rr0} = \sqrt{1 - (h'(z - h))^2}. \quad (4.44)$$

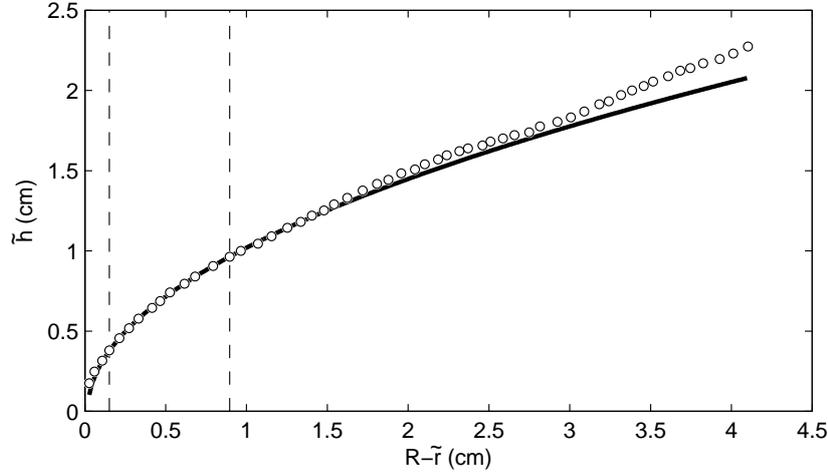


Fig. 4.11: Perfil medido (o) y perfil ajustado para el ensayo $\rho = 1684 \text{ kg/m}^3$ y $\tau_c = 88 \text{ Pa}$. Entre líneas punteadas se puede observar la región utilizada para hacer el ajuste.

Se escogió la raíz positiva debido a que en los últimos instantes, la derivada parcial respecto a \tilde{z} de la componente vertical de la velocidad U_z ($\frac{\partial U_z}{\partial \tilde{z}}$) es necesariamente negativa (desciende en el interior y tiene como condición de borde $U_z = 0$ en $z = 0$). Esta derivada parcial es opuesta a $\frac{\partial U_r}{\partial r}$, debido a que el movimiento es incompresible, siendo esta última derivada proporcional a F_{rr} por hipótesis.

Para el orden ϵ , el sistema de ecuaciones resulta:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rF_{rr0})}{\partial r} + \frac{\partial F_{rz1}}{\partial z} - \frac{\partial p_1}{\partial r} = 0, \quad (4.45)$$

$$-\frac{\partial F_{rr0}}{\partial z} - \frac{\partial p_1}{\partial z} = 0, \quad (4.46)$$

$$F_{rr0}F_{rr1} + F_{rz0}F_{rz1} = 0, \quad (4.47)$$

con las condiciones de borde en $z = h$:

$$-F_{rr0}h' + F_{rz1} + p_1h' = 0, \quad (4.48)$$

$$F_{rr0} + p_1 = 0, \quad (4.49)$$

y en $z = 0$:

$$F_{rz1} = 0. \quad (4.50)$$

Utilizando la ecuación 4.46 se puede determinar que:

$$p_1 = -\sqrt{1 - (h'(z - h))^2}. \quad (4.51)$$

La ecuación 4.45 permite determinar:

$$\frac{\partial F_{rz1}}{\partial z} = -\frac{2}{\sqrt{r}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sqrt{r} \sqrt{1 - (h'(z - h))^2} \right). \quad (4.52)$$

Utilizando la condición de borde 4.48 se puede determinar que:

$$F_{rz1} = -\frac{2}{\sqrt{r}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sqrt{r} \frac{h'(z - h) \sqrt{1 - (h'(z - h))^2} + \arcsin(h'(z - h))}{h'} \right). \quad (4.53)$$

Finalmente podemos imponer la condición de borde en $z = 0$:

$$F_{rz0} + \epsilon F_{rz1} + O(\epsilon^2) = 1. \quad (4.54)$$

Con las soluciones que hallamos, haciendo un desarrollo de h en series de potencias ($h = h_0 + \epsilon h_1 + O(\epsilon^2)$) resulta:

$$\begin{aligned} 1 = & -\frac{1}{2} (h_0^2)' - \dots \\ & \dots - \epsilon \left((h_0 h_1)' + \frac{2}{\sqrt{r}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sqrt{r} \frac{-h_0 h_0' \sqrt{1 - (h_0 h_0')^2} - \arcsin(h_0 h_0')}{h_0'} \right) \right). \end{aligned} \quad (4.55)$$

Para el orden ϵ :

$$h_1 = \pi \left(2 + \frac{1}{\sqrt{1-r}} \left(A + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 - \sqrt{1-r}}{1 + \sqrt{1-r}} \right) \right) \right). \quad (4.56)$$

Imponiendo la condición de borde que en $r = 0,5$ $h_1 = 0$, el A es $-0,5328$. Se puede observar que la solución hallada en este caso, diverge cuando r tiende a 1. Este inconveniente está asociado a haber despreciado las derivadas de F_{rr} y F_{rz} por considerarlas pequeñas, lo que claramente no es cierto en la cercanía de la nariz del depósito. Por tanto en la cercanía de la nariz la solución hallada no es aplicable.

Este tipo de problemas está dentro de los denominados *problemas singulares* y surgen cuando existe una “capa límite” o zona interna donde la función buscada, o alguna de sus derivadas, cambia rápidamente. Para la determinación de la solución se suele aplicar el método de las perturbaciones singulares. Este método sugiere el escalamiento de las variables, ya no con escalas externas (como H y R) sino mediante escalas internas asociadas al parámetro ϵ . El problema de fondo tiene que ver con el hecho de que una sola escala, no es un buen escalamiento para todo el dominio.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado en el marco de un proyecto de investigación aplicada financiado por el Fondo María Viñas de la Agencia Nacional de Investigación e Innovación (ANII) PR_FMV_2009_1_1890 también se contó con una beca de posgrado de la misma agencia. Este apoyo es muy apreciado.

Durante mi trabajo de maestría fue posible realizar una estadía en el Laboratório de Dinâmica de Sedimentos Coesivos (LDSC) de la Universidade Federal do Rio de Janeiro en el marco de un proyecto CAPES-UdelaR. Este apoyo es muy apreciado. Gracias especialmente a Susana Vinzón y Marcos Gallo del LDSC.

Gracias al Laboratorio de Materiales, del Instituto de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería, especialmente a Gustavo Sánchez y Aldo Bologna.

Gracias a también a Valentina Groposo por la ayuda durante los experimentos y gracias al personal del taller del IMFIA, Daniel Barboza y Ricardo Zouko por su ayuda en los muchos de los trabajos de taller necesarios para la puesta en marcha de los experimentos.

Quería agradecer especialmente a mi tutor, que cumplió ampliamente con su rol, dándome los espacios necesarios para poder desarrollarme como investigador. Muchas gracias por compartir tu tiempo y conocimiento.

Bibliografía

- ASTM, 2003. WK27311 - New Test Method for Measurement of Cement Paste Consistency Using a Mini-Slump Cone. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- ASTM, 2007a. D421 - 85 Standard Practice for Dry Preparation of Soil Samples for Particle-Size Analysis and Determination of Soil Constants. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- ASTM, 2007b. D422 - 63 Standard Test Method for Particle-Size Analysis of Soils. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- ASTM, 2007c. D423-66 Method of Test for Liquid Limit of Soils. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- ASTM, 2007d. D424-54 Standard Method of Test for Plastic Limit. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- Balmforth, N. J., Craster, R. V., Rust, A. C., Sassi, R., 2006. Viscoplastic flow over an inclined surface. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 139, 103–127.
- Baquerizo Azofra, A., 1995. Reflexión del oleaje en playas. Métodos de evaluación y de predicción. Ph.D. thesis, Universidad de Cantabria, Santander.
- Besoain, E., 1985. Mineralogía de arcillas de suelos. Bib. Orton IICA / CATTIE.
- Biesel, F., Suquet, F., 1951. Les appareils générateurs de houle en laboratoire. *La Houille Blanche* 5, 723–737.
- Bingham, E. C., 1925. Plasticity. *The Journal of Physical Chemistry* 29 (10), 1201–1204.
- Brandwood, D. H., 1983. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory. *Microwaves, Optics and Antennas, IEE Proceedings H* 130 (1), 11–16.

- Casagrande, A., 1932. The structure of clay and its importance in foundation engineering. *Journal of Boston Society of Civil Engineers* 419 (19), 168[?]–209.
- de Wit, P. J., Kranenburg, C., 1997. The wave-induced liquefaction of cohesive sediment beds. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 45 (2), 261–271.
- de Wit, P. J., Kranenburg, C., Winterwerp, J. C., 1994. Liquefaction and erosion of mud due to waves and current: Experiments on china clay.
- Dean, R. G., 1972. Evaluation and development of water wave theories for engineering application. Volume I. Presentation of research results. Technical Report 14, Coastal and Oceanographic Engineering Laboratory, University of Florida, Gainesville.
- Dubash, N., Balmforth, N. J., Slim, A. C., Cochard, S., 2009. What is the final shape of a viscoplastic slump. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* 158, 91–100.
- Fontanet, P., 1961. Théorie de la génération de la houle cylindrique par un batteur plan (2e ordre d'approximation). *La Houille Blanche* 1, 23–31.
- García, M. H., 2008. Sedimentation engineering: process, measurements, modeling and practice; Manual of Practice 110; M. H. García Ed. American Society of Civil Engineers, ASCE, Ch. 2: Sediment transport and morphodynamics.
- Goda, Y., Suzuki, Y., 1976. Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. In: *Proceedings of 15th ICCE, ASCE*. pp. 828–845.
- Guaraglia, D., 1986. Desarrollo de un sistema para la medición de olas en modelos hidráulicos. In: *XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, San Pablo. pp. 281–292.
- Hancock, M. J., 2005. Generation of sand bars under surface waves. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Civil and Environmental Engineering.
- Havelock, T. H., 1929. Forced Surface-Waves on water. *Philosophical Magazine* 8, 569–576.
- Hughes, S. A., 1993a. Laboratory wave reflection analysis using co-located gages. *Coastal Engineering* 20 (3-4), 223–247.

-
- Hughes, S. A., 1993b. *Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering*. World Scientific.
- Ku, H. H., 1966. Notes on the use of propagation of error formulas. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*. 70C, 263–273.
- Lin, C.-Y., Huang, C.-J., 2004. Decomposition of incident and reflected higher harmonic waves using four wave gauges. *Coastal Engineering* 51 (5-6), 395–406.
- Mackenzie, R. C., 1957. *The Differential Thermal Investigation of Clays*. Mineralogical Society (Clay Minerals Group).
- Madsen, O. S., 1971. On the generation of long waves. *Journal of Geophysical Research* 76 (36), 8672–8683.
- Mansard, E., Funke, E., 1980. The measurement of incident and reflected spectra using a least square method. In: *Proceedings of the 17th International Conference on Coastal Engineering*. Vol. 2.
- MAST-G6M, 1993. On the methodology and accuracy of measuring physico-chemical properties to characterize cohesive sediment. Internal report G6M - Coastal Morphodynamics European project (EC MAST-1 research programme).
- Mehta, A. J., 1991. Review notes on cohesive sediment erosion. *Coastal Sediments 1991*, 40–53.
- Mei, C. C., 1997. *Mathematical Analysis in Engineering: How to Use the Basic Tools*. Cambridge University Press.
- Met-Flow, 2002. *UVP Monitor User's Guide*. Met-Flow SA, Lausanne.
- Mettler-Toledo, 1999. *Installation and Operating Instructions - Infrared Dryers LJ16 LP16*. Mettler-Toledo GmbH, Laboratory & Weighing Technologies.
- Migniot, C., Hamm, L., 1990. Consolidation and rheological properties of mud deposits. *Coastal Engineering Proceedings* 1.
- Mosquera, R., Pedocchi, F., 2013. Decomposition of incident and reflected surface waves using an ultrasonic velocity profiler. *Coastal Engineering* 71 (0), 52–59.

- Murata, J., 1984. Flow and deformation of fresh concrete. *Materials and Structures* 17, 117–129.
- Nye, J., 1967. Plasticity solution for a glacier snout. *Journal of Glaciology* 6, 695–715.
- Pashias, N., Boger, D., Summers, J., Glenister, D., 1996. A fifty cent rheometer for yield stress measurement. *Journal of Rheology* 40, 1179–1189.
- Pedocchi, F., García, M. H., 2011. Acoustic measurement of suspended sediment concentration profiles in an oscillatory boundary layer. *Continental Shelf Research In Press*, doi 10.1016/j.csr.2011.05.013.
- Roussel, N., Coussot, P., 2005. Fifty cent rheometer for yield stress measurements: From slump to spreading flow. *Journal of Rheology* 49, 705.
- Schowalter, W. R., Christensen, G., 1998. Toward a rationalization of the slump test for fresh concrete: Comparisons of calculations and experiments. *Journal of Rheology* 42, 865.
- Serrin, J., 1959. Mathematical principles of classical fluid mechanics. *Handbuch der physik* 8(1), 125–263.
- Sulisz, W., Hudspeth, R., 1993. Complete Second-Order solution for water waves generated in wave flumes. *Journal of Fluids and Structures* 7 (3), 253–268.
- Sumer, B. M., Fredsøe, J., Christensen, S., Lind, M. T., 1999. Sinking/floatation of pipelines and other objects in liquefied soil under waves. *Coastal Engineering* 38 (2), 53–90.
- Terzaghi, K., Peck, R. B., Mesri, G., 1996. *Soil mechanics in engineering practice*. Vol. 3rd edition. Wiley.
- Tzang, S.-Y., Ou, S.-H., 2006. Laboratory flume studies on monochromatic wave-fine sandy bed interactions: Part 1. soil fluidization. *Coastal Engineering* 53 (11), 965–982.
- UNIT, 1998. UNIT-NM 67:1998. Hormigón. Determinación de la consistencia mediante el asentamiento del tronco de cono. Instituto Uruguayo de Normas Técnicas, MERCOSUR.
- Villeneuve, J. P., Ouellet, Y., 1978. Laboratory systems for measuring short-term changes in water levels. *The Review of scientific instruments* 49, 1425.

von Mises, R., 1913. Mechanik der festen korper im plastisch deformablen zustand. *Journal of Mathematical Physics* 1, 582–592.