

Segmentación con  
Información *a priori* de Forma  
aplicada a  
Sistema de Valoración Cárnica

Proyecto de Fin de Carrera

Pablo Arias

Alejandro Pini

Gonzalo Sanguinetti

Pablo Sprechmann

Tutores

Pablo Cancela

Alvaro Gómez

Alicia Fernández

Gregory Randall

Aprobado el 15 de Agosto del 2005

Instituto de Ingeniería Eléctrica  
Facultad de Ingeniería  
Universidad de la República



## Agradecimientos

Queremos agradecer a las siguientes personas que nos han ayudado mucho y varias formas:

- A nuestras familias por su inagotable paciencia y comprensión.
- A los tutores Pablo Cancela, Alicia Fernández, Álvaro Gómez y Gregory Randall que nos guiaron y aconsejaron durante todo el proyecto.
- A Omar Gil y a Juan Cardelino por su ayuda.
- A los docentes de los cursos de Sistemas de Comunicación y Desarrollo de Software, a los integrantes del Proyecto PDT de Análisis de Video y a los compañeros de Gonzalo en IPCOM. Gracias a todos ellos pudimos dedicarnos enteramente al proyecto en los momentos en los que el tiempo apremiaba.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>9</b>
1.1. Descripción del Proyecto y Objetivos Generales . . . . .	9
1.1.1. Contexto . . . . .	9
1.1.2. Planteo del problema . . . . .	9
1.1.3. Objetivos del proyecto . . . . .	11
1.1.4. Descripción del Proyecto . . . . .	11
1.2. Trabajos previos en segmentación . . . . .	12
1.2.1. Segmentación con información <i>a priori</i> de forma . . . . .	13
1.3. Organización del Documento . . . . .	13
<b>2. Antecedentes</b>	<b>15</b>
2.1. Consideraciones sobre el problema . . . . .	15
2.1.1. Descripción de la anatomía del ojo de bife . . . . .	15
2.1.2. Técnica de adquisición de ecografías . . . . .	15
2.2. Algoritmo de detección de ojo de bife del SVC 1.0 . . . . .	17
<b>3. Teoría del Descriptor de Formas</b>	<b>23</b>
3.1. Introducción . . . . .	23
3.2. Formas y espacio de formas . . . . .	24
3.2.1. Forma de una curva cerrada plana . . . . .	24
3.2.2. Espacio de formas . . . . .	26
3.2.3. Geodésicas en los espacios $\mathcal{C}$ y $\mathcal{S}$ . . . . .	28
3.3. Implementación y testeo . . . . .	33

3.3.1.	Preprocesamiento de los datos . . . . .	34
3.3.2.	Muestreo uniforme . . . . .	35
3.3.3.	Cálculo de geodésicas . . . . .	36
3.4.	Estadística . . . . .	41
3.4.1.	Forma media . . . . .	41
3.4.2.	Aprendizaje de la forma . . . . .	44
3.4.3.	Modelo a utilizar . . . . .	44
3.4.4.	Energía . . . . .	46
3.5.	Aplicaciones . . . . .	50
3.5.1.	Planteo . . . . .	50
3.5.2.	Resultados . . . . .	54
<b>4.</b>	<b>Análisis Estadístico de la Base de Datos</b>	<b>57</b>
4.1.	Introducción . . . . .	57
4.2.	Descripción de los datos . . . . .	58
4.3.	Estadística de la forma del ojo de bife . . . . .	58
4.3.1.	Estudio de la forma media por cabaña . . . . .	59
4.3.2.	Estudio acerca de la existencia de clusters . . . . .	62
4.3.3.	Matriz de covarianza por cabaña . . . . .	64
4.4.	Estadística de la imagen en los bordes . . . . .	71
<b>5.</b>	<b>Solución Propuesta</b>	<b>75</b>
5.1.	Introducción . . . . .	75
5.2.	Corrección de Forma . . . . .	76
5.2.1.	Nuevo Patrón de forma . . . . .	77
5.2.2.	Corrección por Forma Media . . . . .	77
5.2.3.	Corrección mediante Estadísticas . . . . .	80
5.3.	Planteo variacional . . . . .	81
5.4.	Condición de Parada . . . . .	83
5.5.	Condición inicial . . . . .	84
5.5.1.	Preprocesado de la imagen . . . . .	84
5.5.2.	Determinación del punto semilla . . . . .	87

---

5.5.3. Primera condición inicial . . . . .	89
5.5.4. Segunda condición inicial . . . . .	90
5.6. Ponderación Local . . . . .	96
<b>6. Validación</b>	<b>99</b>
6.1. Introducción . . . . .	99
6.2. Metodología . . . . .	99
6.2.1. Consideraciones de la validación . . . . .	100
6.2.2. Método . . . . .	103
6.2.3. Presentación de la información . . . . .	104
6.3. Análisis y discusión de los resultados . . . . .	106
6.3.1. Comparación entre los expertos . . . . .	106
6.3.2. Acerca de los indicadores . . . . .	107
6.3.3. Comparación entre las versiones del SVC . . . . .	109
<b>7. Conclusiones</b>	<b>121</b>
7.1. Conclusiones Generales . . . . .	121
7.2. Conclusiones sobre el desarrollo del proyecto . . . . .	122
7.3. Evaluación del descriptor de forma . . . . .	122
7.4. A Futuro . . . . .	123
<b>A. Diseño de Software de SVC.2</b>	<b>125</b>
<b>B. Resultados</b>	<b>127</b>
B.1. SVC 1.0 . . . . .	128
B.2. SVC 1.1 . . . . .	131
B.3. SVC 2.0 . . . . .	134
B.4. SVC 2.1 . . . . .	137
B.5. SVC 2.3 . . . . .	140
B.6. SVC 2.4 . . . . .	143
B.7. SVC 2.9 . . . . .	146



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Descripción del Proyecto y Objetivos Generales

#### 1.1.1. Contexto

Esta es la documentación del Proyecto de Fin de Carrera de Ingeniería Eléctrica de los estudiantes Pablo Arias, Alejandro Pini, Gonzalo Sanguinetti y Pablo Sprechmann. Este proyecto corresponde al Grupo de Tratamiento de Imágenes (GTI), y sus tutores son Pablo Cancela, Alicia Fernández, Álvaro Gómez y Gregory Randall.

El mismo se enmarca a su vez en el proyecto C.S.I.C. Sistema de Valoración Cárnica cuyo responsable es el Dr. Gregory Randall, y cuenta además con el apoyo del INIA<sup>1</sup> y el Frigorífico Colonia. Como consecuencia de ello el INIA nos ha provisto de una base de más de 600 imágenes ecográficas, interpretadas cada una por dos expertos. Esta base la utilizaremos para calibrar el algoritmo.

#### 1.1.2. Planteo del problema

Una técnica muy utilizada en la estimación de la calidad y el rendimiento cárnico sobre ganado en pie, consiste entre otras cosas, en medir el área de la sección transversal de un músculo de la res, conocida con el nombre de *ojo de bife*. La medición se realiza sobre una imagen ecográfica que, como es conocido, poseen muy baja calidad. Para obtener el dato del área se debe detectar el músculo en la ecografía. Este trabajo es actualmente realizado por expertos que cuentan con la ayuda de paquetes de software que facilitan la segmentación manual. Las técnicas automáticas apenas han sido exploradas. En la Figura 1.1 se muestra una imagen ecográfica de un ojo de bife y su correspondiente segmentación manual.

En el proyecto de fin de carrera “Sistema de Valoración Cárnica”[4] realizado por los estudiantes Pablo Cancela, Fernando Reyes y Pablo Rodríguez, se desarrolló un software en C++ que

---

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria

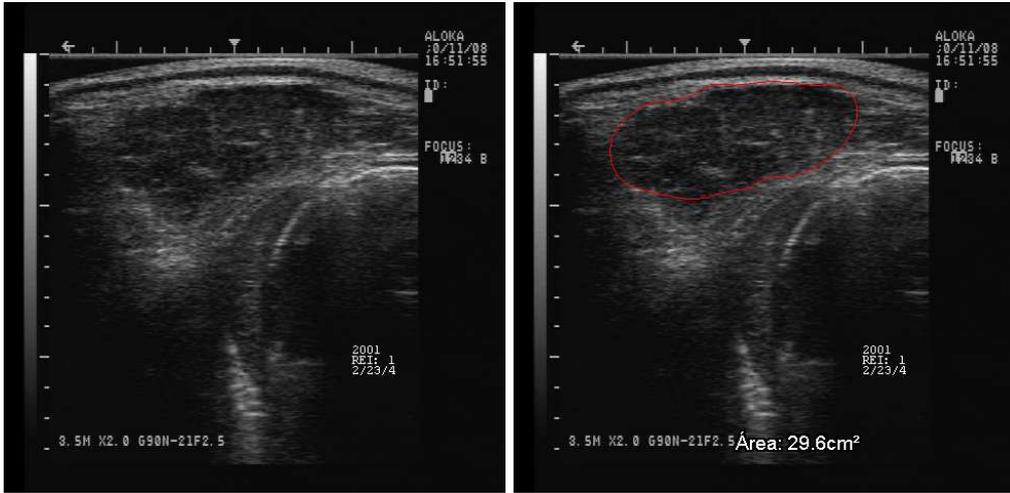


Figura 1.1: Ecografía del ojo de bife y su correspondiente segmentación manual.

permite realizar la segmentación automática, manual y asistida del ojo de bife. Llamaremos a esta herramienta SVC 1.0.

Basándose en la manera en que los expertos identifican el ojo de bife, parece importante tener en cuenta su forma para poder detectarlo automáticamente. Esto es debido a que, por la propia naturaleza de las imágenes ecográficas, no es posible realizar la segmentación utilizando sólo la información disponible en la imagen. En esto se basa la estrategia implementada por el SVC 1.0.

Para ejemplificar este concepto mostramos en la Figura 1.2 los resultados de una segmentación en la que no es posible identificar el objeto sin utilizar información *a priori*. Intencionalmente se modificaron partes del objeto para que quedaran con características como las del fondo. Con las imágenes ecográficas la situación es similar.

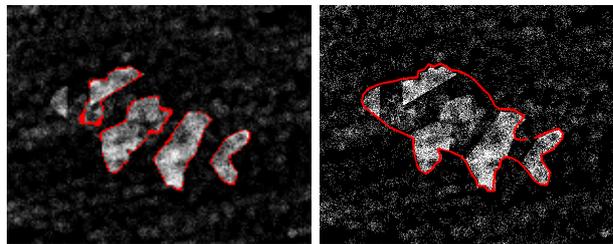


Figura 1.2: Necesidad del conocimiento *a priori* en la segmentación

### 1.1.3. Objetivos del proyecto

Tomando el SVC 1.0 como antecedente, el principal objetivo de este proyecto es profundizar en la segmentación automática del ojo de bife, buscando dotar al sistema de una mayor flexibilidad, generalidad y robustez. Estas modificaciones deben integrarse a la versión existente dando lugar a un nuevo SVC.

Se pretende con esta nueva versión obtener mejores resultados en el problema de la detección automática del ojo de bife. Para esto, parece importante profundizar en la inclusión del conocimiento *a priori* de la forma del músculo (información de alto nivel).

El segundo objetivo está relacionado con el anterior, pero tiene un carácter más académico y consiste en investigar alternativas formales de como incluir información de forma en una segmentación. Buscaremos entonces un descriptor flexible, con el que podamos distinguir las formas típicas del ojo de bife y sus más probables variaciones.

Con un manejo apropiado de tal descriptor de forma, se podría extender este enfoque a problemas similares para otros animales o inclusive a aplicaciones de otra naturaleza, no necesariamente segmentación de ecografías.

Como tercer objetivo se busca validar ambas versiones del software SVC, contrastando los resultados contra imágenes interpretadas por expertos. Es necesario para esto, elaborar un plan de validación estadística del software, definir una metodología y comparar los resultados de la segmentación automática contra las interpretaciones de los expertos.

### 1.1.4. Descripción del Proyecto

El desarrollo del proyecto se puede dividir en dos partes tanto temática como cronológicamente.

En la primera mitad se trabajó investigando estrategias para incluir la información *a priori* de la forma en la segmentación. En particular estudiamos el descriptor de forma propuesto en el artículo “Analysis of planar Shapes Using Geodesic Paths on Shape Spaces”, de Klassen, Srivastava, Mio y Joshi [2], enfoque que finalmente usamos para la segmentación.

Este descriptor se adapta muy bien a los requerimientos del problema, además de presentar un enfoque muy formal.

La etapa finalizó con el análisis estadístico de la forma de los ojos de bife de la base de datos. Éste constituye un insumo fundamental para las actividades siguientes.

En la segunda parte del proyecto nos avocamos al diseño e implementación de la segmentación utilizando la información estadística acerca de la forma. Esto se realizó gradualmente, obteniendo varios resultados intermedios estimando el impacto de cada alternativa. Para facilitar esta tarea, fue modificada la estructura de clases del SVC.

El desarrollo de la herramienta de validación se realizó en paralelo. Esta herramienta nos proporcionó también una forma sistemática de evaluar el efecto de las distintas modificaciones realizadas durante el proceso de desarrollo.

## 1.2. Trabajos previos en segmentación

En los últimos 20 a 30 años se ha desarrollado una gran cantidad de algoritmos de segmentación de imágenes. Intentaremos ubicar el enfoque seguido en este proyecto en el espectro de las técnicas desarrolladas. Antes de hablar de algunas de las principales clases de algoritmos, describiremos los tipos de información que pueden ser usadas.

Cuando no se tiene ninguna información *a priori* acerca de la segmentación, se cuenta solamente con la información que pueda aportar la imagen. En este caso hay básicamente dos posibles estrategias: detectar regiones en las que alguna característica de la imagen guarda cierta homogeneidad, o buscar las zonas en las que éstas cambian (bordes). Claro que también es posible combinar ambas estrategias.

Las características de la imagen utilizadas por estos algoritmos pueden ser simples, como los valores de gris o más complejas, como un tensor de textura, pero en todos los casos se determinan a partir de los valores de los píxeles de la imagen. Este tipo de información se considera *información de bajo nivel*.

La *información de alto nivel* involucra características ya no de la imagen, sino de alguna segmentación de la misma. Podrían ser consideradas información de este tipo la regularidad de los curvas que delimitan las regiones, su forma, su factor de forma, cierta coherencia en la ubicación relativa de las regiones, etc. Generalmente está asociada a un conocimiento *a priori*.

Con respecto a los algoritmos, los clasificaremos primero entre *iterativos* y *de una pasada*. Los primeros parten de una segmentación inicial que con el transcurrir de las iteraciones evoluciona buscando ajustarse con algún criterio a la imagen. Dan en general mejores resultados a cuenta de un mayor costo computacional.

Existen varios tipos de algoritmos de segmentación iterativos. Hablaremos en particular de aquellos que basan su funcionamiento en la evolución de una curva. Ejemplos de otros algoritmos iterativos podrían ser aquellos que trabajan con las regiones como conjuntos de puntos. Estos últimos parten de una partición inicial que en cada iteración se modifica, ya sea al dividir un región en dos (*splitting regions*) o al fusionar dos regiones adyacentes (*region merging*).

Dentro de los que evolucionan curvas se pueden considerar dos categorías. Están los que trabajan con puntos muestreados de la curva explícitamente, llamados algoritmos de *snakes*, y los que definen la curva de forma implícita, como el nivel cero de una función sobre la imagen. Estos últimos se conocen en la literatura como algoritmos de *level sets*. En general tratan de hallar una función definida sobre la imagen que minimice algún funcional que integre la información de bajo y alto nivel. Usando herramientas del cálculo variacional se deducen ecuaciones en derivadas parciales (EDP) cuya solución coincide con el óptimo del funcional.

Por otro lado los algoritmos de tipo *snakes* trabajan evolucionando una curva con cierto criterio. En general se deforma la curva buscando minimizar alguna función de costo que integre la información de imagen con la de alto nivel. Los métodos de *level sets* tienen una ventaja frente a los *snakes* que es el hecho de que permiten cambios en la topología de la curva en forma natural. Sin embargo es más complicado lograr una implementación eficiente de *level sets* debido a problemas de estabilidad.

El SVC basa la detección del ojo de bife en un algoritmo de *snakes*. Esto representa una solución

adecuada frente a un enfoque de *level sets* ya que no son necesarios los cambios de topología.

En la siguiente sección resumiremos brevemente algunos ejemplos de algoritmos de segmentación que utilizan *priors de forma*.

### 1.2.1. Segmentación con información *a priori* de forma

Srivastava et al.[1] presentan un algoritmo para detectar objetos parcialmente ocluidos en imágenes de baja relación señal a ruido. La estrategia se basa en el conocimiento *a priori* de la forma del objeto a segmentar basándose en el descriptor de forma presentado en [2]. Los autores remarcan que este método está orientado a detectar y ubicar objetos en una imagen y no a realizar una segmentación detallada.

A partir de la forma de objetos similares ya segmentados, y asumiendo que las formas son realizaciones de un mismo modelo probabilístico, se estima una función de densidad de probabilidad para su distribución. Se aproxima dicho modelo por una normal multivariada, lo cual es correcto si la varianza en las formas es acotada. La ventaja de esto radica en poder determinar la probabilidad de que una forma dada pertenezca o no al tipo modelado.

La segmentación se realiza mediante *snakes* donde se minimiza una energía que consta de dos términos. Uno que contiene la información de bajo nivel obtenida de los tonos de gris de la imagen y el otro la información de forma.

Rousson y Paragios presentan [3] un funcional que permite introducir información *a priori* de forma de curvas cerradas en una segmentación por *level sets*. Para definir este funcional es necesario construir un modelo de forma, que se obtiene a partir de un conjunto de muestras del mismo.

A esto está dedicada la primera parte del artículo. Después de resolver algunos problemas prácticos como ser la alineación de las muestras, se obtiene un modelo que consta de dos imágenes. La primera es la imagen forma media calculada a partir de la función mapa de distancia al contorno promedio. La otra imagen considera las variaciones locales de las muestras con respecto a la media.

Una vez obtenido el modelo, se desarrolla el funcional para introducir el *prior* de forma en la segmentación. Este funcional penaliza que la función objetivo (argumento del funcional) no tenga una forma probable de acuerdo al modelo. Debido a que tanto la función objetivo como el prior son funciones distancia sobre la imagen, básicamente el funcional mide la distancia entre ambas, después de haberlas alineado.

## 1.3. Organización del Documento

El presente documento se organiza en siete capítulos.

El Capítulo 2 resume el proyecto SVC 1.0, luego de especificar algunos aspectos relativos a la conformación anatómica del ojo de bife y la técnica de adquisición, necesarios para la comprensión completa del problema a resolver.

El Capítulo 3 contiene la descripción teórica y los detalles de implementación del descriptor de formas que utilizaremos en el proyecto. El Capítulo 4 está dedicado al análisis estadístico de la

base de datos de las marcas de los expertos.

Los algoritmos de segmentación propuestos están explicados en el Capítulo 5 y en el Capítulo 6, se describe la metodología de validación, los resultados que ella arroja sobre distintas versiones de software que se implementaron y el análisis de los mismos.

El último capítulo está dedicado a las conclusiones y a la discusión de posibles caminos a seguir en el futuro.

Hay 2 anexos, uno sobre el diseño del software y otro que contiene datos exhaustivos de los resultados de cada una de las versiones del SVC.

## Capítulo 2

# Antecedentes

En las siguientes secciones se da una breve descripción de algunas características del problema a resolver, para lograr interiorizar al lector en el mismo. También es importante precisar terminología que será usada en este y los restantes capítulos.

En la primera sección se explican aspectos concernientes a la anatomía del ojo de bife y la toma de ecografías. La segunda sección presenta una breve descripción de la estrategia de segmentación seguida por el SVC 1.0.

### 2.1. Consideraciones sobre el problema

#### 2.1.1. Descripción de la anatomía del ojo de bife

La importancia del ojo de bife radica en que su área es una de las características de la res más importantes que se pueden determinar ecográficamente. El área del ojo de bife (AOB) corresponde a la sección del músculo *Longissimus Dorsi*, principal músculo del corte conocido como bife ancho, medido entre las costillas 12<sup>a</sup> y 13<sup>a</sup>. Contrariamente a la grasa dorsal, es un buen predictor de la cantidad de músculo que posee el animal (correlación del 60 % según los expertos del INIA) En la Figura 2.1 se puede apreciar la estructura anatómica del ojo de bife, y en la Figura 2.2 un corte del mismo.

#### 2.1.2. Técnica de adquisición de ecografías

La adquisición de la ecografía es realizada por un experto, a partir de determinar la 13<sup>a</sup> costilla por palpación, para luego colocar el transductor del ecógrafo entre ésta y la 12<sup>a</sup> costilla, cerca de la columna vertebral. El transductor se utiliza adosado a un cojinete untado con un agente acoplador vegetal, para lograr un buen ajuste a la superficie de la res. De esta manera, se evita la presencia de aire, y se tiene un mejor acoplamiento, minimizando los efectos de ecos indeseables que deterioran la calidad de la ecografía. La Figura 2.3 muestra este procedimiento.

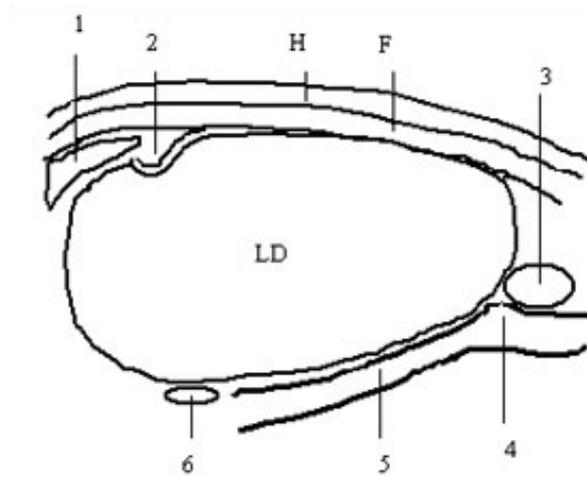


Figura 2.1: Estructura del ojo de bife

1. Espina dorsal
  2. Veta de grasa que se introduce en el ojo de bife, llamada "hook" (no siempre está presente)
  3. Músculo *Longissimus Costarum*
  4. Quiebre intercostal
  5. Bordes del músculo intercostal, también llamado "vías de tren"
  6. Músculo *Quadratus Lumborum*
- H. Piel del animal
- F. Capa de grasa subcutánea
- LD. Sección del músculo *Longissimus Dorsi* (ojo de bife)

La imagen ecográfica se forma a partir de la reflexión de una onda de ultrasonido. La profundidad se determina considerando el retardo entre la emisión de la onda y su recepción, y el tono de gris se fija en relación a la intensidad de la onda recibida. La onda se refleja cuando hay un cambio de medio paralelo al transductor. Es por esto que en la ecografía se observan con mayor claridad los bordes horizontales que los verticales.

Si bien las ecografías son imágenes intrínsecamente ruidosas, dependiendo de qué tan buena sea la adquisición, se pueden distinguir algunas de las características anatómicas anteriormente detalladas, como se muestra en la Figura 2.4.



Figura 2.2: Corte del ojo de bife



Figura 2.3: Adquisición de ecografías

## 2.2. Algoritmo de detección de ojo de bife del SVC 1.0

Esta sección busca describir brevemente la versión anterior del software, SVC 1.0, cuya explicación detallada se puede leer en [4]. La búsqueda de otros métodos de segmentación automática de ecografías de carne bovina no arrojó resultados positivos.

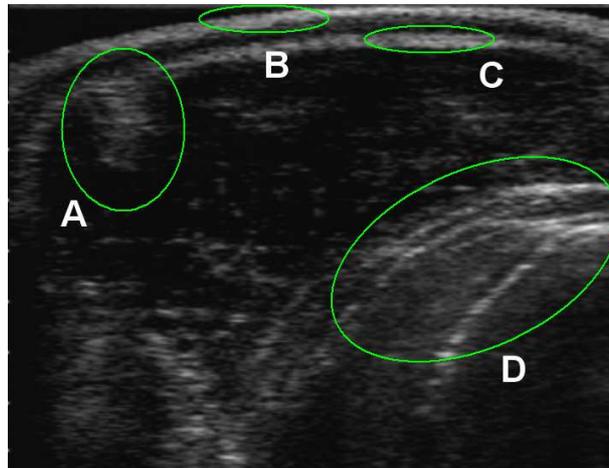


Figura 2.4: Zonas notables en una ecografía de un ojo de bife: (A) Hook, (B) Piel del Animal, (C) Capa de grasa subcutánea, (D) Vías de tren.

A grandes rasgos, el método utilizado por el SVC 1.0 para realizar la detección de ojo de bife, es un método iterativo que parte de una curva inicial a la cual se le efectúan sucesivos ajustes hasta completar una cierta cantidad de pasos.

En cada iteración del método se realizan dos tipos de ajustes, uno teniendo en cuenta la infomación de bordes de la imagen de ultrasonido y el otro en base a un patrón de forma, que representa la forma tipo de los ojos de bife. Al primer ajuste lo llamaremos *corrección por bordes* y al segundo *corrección por forma*.

A continuación describiremos cada uno de ellos por separado.

### Corrección por bordes

La corrección por bordes se realiza extrayendo información de la imagen ecográfica. En esta imagen hay otros elementos además de la ecografía propiamente dicha, como ser una barra conteniendo información acerca de la adquisición.

Para determinar en la imagen la región en donde se encuentra la ecografía el algoritmo usa una máscara. La máscara es una imagen que vale 1 en la region de interés y 0 fuera de ella y hay que configurarla manualmente.

Para realizar la corrección por bordes a una curva dada, se define un cambio de coordenadas dependiente de la curva, y se obtiene una nueva imagen, mapeo de la imagen original por el cambio de coordenadas. En la figura 2.5 se muestra esta idea.

La abscisa correspondiente a un punto de la imagen original luego del mapeo corresponde a la longitud de arco de su proyección ortogonal sobre la curva. Su ordenada se determina como la distancia con signo a la curva. De esta forma, una banda centrada en la curva se mapea en un rectángulo. La curva en este rectángulo se ve como la línea horizontal de ordenada cero.

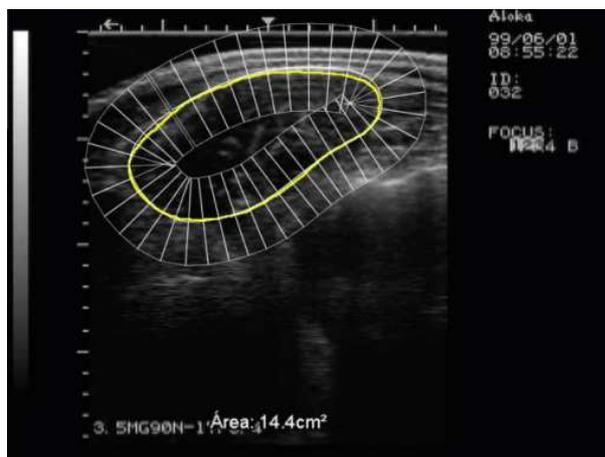


Figura 2.5: El mapeo normal para una curva se obtiene “desplegando” la banda de la figura

Este mapeo tiene como ventaja una reformulación más simple del problema. Éste consiste ahora en encontrar un borde horizontal que recorra todo el largo de la nueva imagen. Con este fin, se aplican filtros gaussianos que promedien en la dirección horizontal y luego se diferencia en la dirección vertical. La imagen diferenciada se binariza con un umbral calculado en base a la media y la varianza en el nivel de gris de la imagen filtrada. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 2.6.

Cada punto de la curva se desplaza en la dirección normal a la curva. La magnitud del desplazamiento se calcula en base al resultado de la segmentación de la imagen de bordes: para cada punto de control, se suman las ordenadas de puntos con la misma abscisa que pertenezcan a alguna región. Estas sumas se ponderan de acuerdo a la proximidad de la región a la curva, a su superficie y a qué tan horizontal es esta región.

De esta forma se obtiene una nueva curva, que se adapta mejor a los bordes de la imagen ecográfica.

### Corrección por forma

Debido a la pobre relación señal a ruido de varias regiones de la imagen ecográfica, es imposible lograr una detección exitosa si no se cuenta *a priori* con información adicional. Los ojos de bife tienen aproximadamente la misma forma, y son raros aquellos que se apartan mucho de esta forma media.

Para poder introducir esta información *a priori* en la segmentación, se incluye en cada iteración una corrección por forma, que ajusta la forma de la curva resultado de la corrección por bordes. Este ajuste se basa en un patrón de forma (o *template* de forma). Veremos a continuación cómo se obtuvo el patrón de forma usado en el SVC 1.0. Cabe aclarar que este patrón fue calculado una sola vez y se utilizó en todas las detecciones.



Figura 2.6: Mapeo normal filtrado para la curva que se muestra en la figura.

**Determinación del patrón de forma** El patrón de forma se obtuvo a partir de ojos de bife obtenidos por detección manual de un conjunto de imágenes ecográficas. Se contó con el apoyo del Ing. Agrónomo Diego Gimeno, Profesor Agregado de la Cátedra de Zootecnia de la Facultad de Agronomía, quien marcó las ecografías manualmente.

A partir de cada ecografía marcada se obtuvo una imagen binaria con dos regiones, el ojo de bife y el fondo. Mediante la superposición de unas 50 de estas imágenes binarias (alineados previamente sus baricentros y sus ejes principales) se obtuvo una imagen en tonos de gris, donde la intensidad de cada punto viene dada por el número de ojos de bife a los que ese punto pertenece.

Esta imagen se umbraliza y se obtiene la forma tipo del ojo de bife. El patrón de forma se obtiene mediante la aplicación de un filtro gaussiano a la imagen umbralizada, cuyo resultado se observa en la Figura 2.7.

**Cálculo de la corrección de forma** Disponemos de los puntos de la curva que arrojó la corrección por bordes y nos disponemos a aplicar la corrección por forma. Definimos entonces puntos sobre la curva que llamaremos *puntos de control*. El ajuste de forma se realiza desplazando estos puntos de control en la dirección normal a la curva, una fracción de la distancia que tendrían que recorrer para llegar a un ojo de bife típico con la misma área.

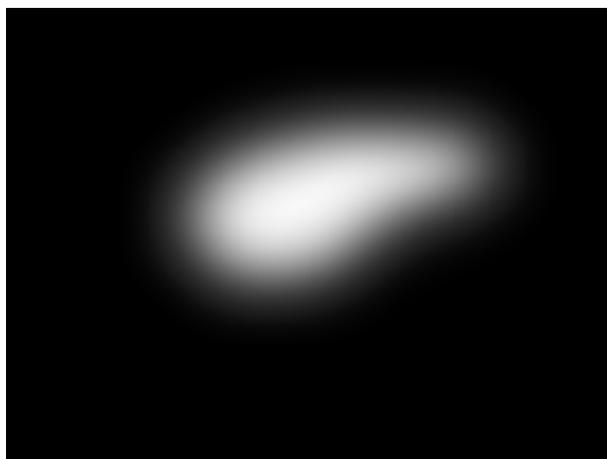


Figura 2.7: Patrón de Forma del SVC 1.0



## Capítulo 3

# Teoría del Descriptor de Formas

### 3.1. Introducción

Este capítulo explica el descriptor de forma presentado por Klassen, Srivastava, Joshi y Mio en el artículo *Analysis of Planar Shapes Using Geodesic Paths on Shape Spaces* publicado en *IEEE Tran. on Pattern Analysis & Computer Vision* en marzo del 2004 [2]. Se detalla la implementación del mismo, a la que le hacemos algunos aportes. En particular resaltamos la elección de la condición inicial en el algoritmo de cálculo de geodésicas en el espacio de formas. Luego explicamos los fundamentos teóricos sobre la estadística definida en el espacio de formas y mostramos los resultados de algunas pruebas realizadas. Finalmente presentamos una aplicación del descriptor a un problema de segmentación.

El análisis de la forma desde un punto de vista cuantitativo es un área de investigación que está tomando cada vez más importancia en el procesamiento de imágenes. Por esta razón, existen en la literatura distintos enfoques que pretenden caracterizar y cuantificar las formas. Pueden verse trabajos interesantes como el de Rousson y Paragios [3] o el de Charpiat et al. [5].

Segun Klassen y otros [2], algunas ventajas que presenta el descriptor elegido son,

1. Se tratan los contornos como curvas continuas, evitando las complicaciones asociadas a la selección automática de landmarks.
2. Se utilizan ecuaciones diferenciales ordinarias en lugar de ecuaciones en derivadas parciales, obteniendo así algoritmos mucho menos costosos computacionalmente.

En [6] se pueden encontrar detalles formales de los conceptos de Geometría Diferencial que se manejan en el presente capítulo.

## 3.2. Formas y espacio de formas

En esta sección daremos una posible definición de la forma de una curva plana, y deduciremos un espacio al cual estas formas pertenecen. Si bien intuitivamente no dudamos acerca de lo que es la forma de una curva, no es fácil dar una definición aunque sea con palabras.

### 3.2.1. Forma de una curva cerrada plana

Consideraremos sólo curvas planas cerradas y con una sola componente conexa. En el artículo se define su forma, como aquella propiedad geométrica de la curva que es invariante frente a traslaciones, rotaciones y escalas. Esto se condice con la siguiente idea intuitiva: si trasladamos, rotamos y cambiamos el tamaño de la curva, no cambiará su forma.

Representaremos las curvas usando la parametrización con respecto a la longitud de arco,  $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ .

**Invarianza con respecto a escalas.** Para garantizar que la forma de la curva sea invariante con respecto a escalas, restringiremos nuestro estudio a curvas de perímetro  $2\pi$ . No hay pérdida de generalidad en esta restricción, pues si una curva no tiene perímetro  $2\pi$ , existe una homotecia que la lleva en una curva con el perímetro deseado. La forma de esta nueva curva será la misma que la de la curva original.

Que la curva tenga perímetro  $2\pi$  implica que la parametrización con respecto a la longitud de arco sea periódica de período  $2\pi$ , o sea  $\alpha(s + 2\pi) = \alpha(s)$  para todo  $s$  real.

**Invarianza con respecto a traslaciones.** Una curva y todos sus trasladados deben tener la misma forma. Una manera de lograr esto es trabajar con derivadas de la curva, pues una curva y todos sus trasladados tendrán las mismas derivadas.

En [2] se proponen dos enfoques. El primero es trabajar con la función directriz de la curva,  $\theta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . El valor  $\theta(s)$  representa el ángulo que forma el vector tangente  $\dot{\alpha}(s)$  con el eje horizontal en  $s$ . Ver Figura 3.1.

El segundo es trabajar con la función curvatura,  $k(s)$ , que puede obtenerse derivando la función directriz. Nos concentraremos solamente en el primer enfoque.

Hasta ahora hemos indicado cómo se podría asegurar la invarianza de la definición de forma con respecto a traslaciones y escalas, pero aún no hemos especificado cómo determinaremos la forma de una curva.

El descriptor de la forma de la curva será (con algunas salvedades que veremos después) la propia función directriz<sup>1</sup>, pero aún hay que tomar las precauciones necesarias para que la definición resulte invariante frente a rotaciones. Con este fin, repasaremos antes algunas propiedades de la función directriz.

<sup>1</sup>O la función curvatura siguiendo con el segundo enfoque.

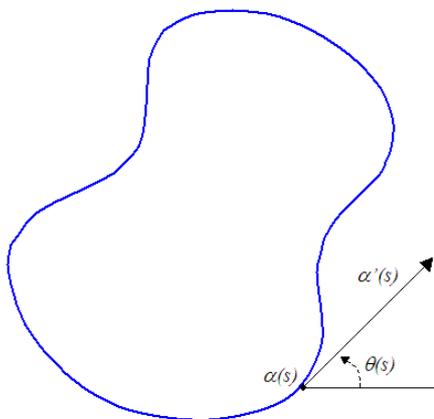


Figura 3.1: Se muestra gráficamente la función directriz  $\theta$  para una curva dada.

Para curvas cerradas y de longitud  $2\pi$ , debe cumplirse que  $\theta(s + 2\pi) - \theta(s) = 2\pi n$  para algún entero  $n$ , y para todo  $s$  real. Esto quiere decir que al dar una vuelta completa a la curva y volver al mismo punto, obtenemos un vector tangente que forma el mismo ángulo con el eje  $Ox$  que el del punto de salida. Al entero  $n$  se le llama índice de rotación de la curva.

Si la curva es simple<sup>2</sup>, se cumple que  $n = \pm 1$ , donde el signo depende del sentido en el que se recorra la curva. En consecuencia, podemos asumir sin pérdida de generalidad que  $\theta(s + 2\pi) - \theta(s) = 2\pi$ .

Las funciones directrices de curvas con índice de rotación 1, se pueden descomponer como

$$\theta(s) = \theta_0(s) + f(s) \text{ para todo } s \text{ real,} \quad (3.1)$$

donde  $\theta_0(s) = s$  y  $f$  es una función periódica de período  $2\pi$  cuadrático integrable en un período. Llamaremos  $\mathbb{L}_2$  al espacio de las funciones  $2\pi$  periódicas cuadrático integrables, con el producto interno usual. Observar que  $\theta_0$  es una función directriz del círculo unidad. Esta propiedad puede verse intuitivamente en la Figura 3.2.

Definimos por lo tanto el espacio  $\theta_0 + \mathbb{L}_2$  como el conjunto de las funciones que se pueden describir como en la ecuación 3.1. Nuestro conjunto de formas será un subconjunto de  $\theta_0 + \mathbb{L}_2$ .

**Invarianza con respecto a rotaciones.** Consideremos una curva de función directriz  $\theta$ . Al rotar la curva un ángulo  $\varphi$ , obtenemos una nueva curva que tiene como función directriz  $\theta_1$  tal que  $\theta_1(s) = \theta(s) + \varphi$ . Esto quiere decir que el ángulo que forman los vectores tangentes de la curva rotada con el eje  $Ox$ , varió según el ángulo de rotación.

Definimos el valor medio de  $\theta$  como,

<sup>2</sup>Una curva es simple si no se autointersecta.

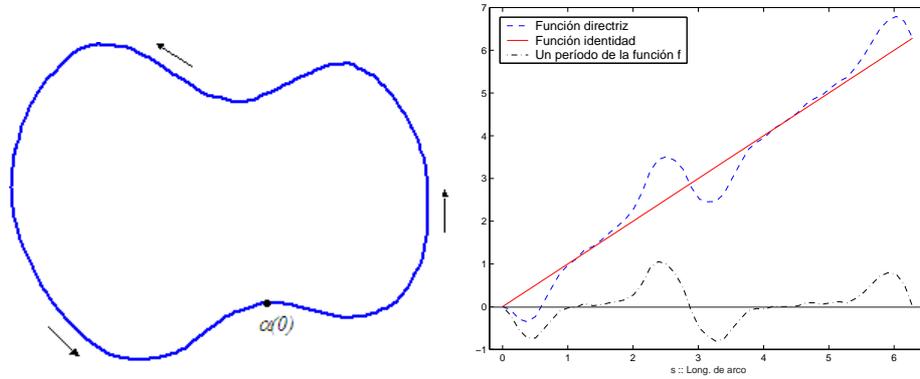


Figura 3.2: Para la forma de la figura se muestra la función directriz  $\theta$  (en azul). En la misma gráfica se superponen la función identidad  $\theta_0$  (en rojo) y un período de la correspondiente función  $f \in \mathbb{L}_2$  (en negro). Se observa claramente que se cumple que  $\theta = \theta_0 + f$

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \theta(s) ds.$$

Para lograr la invarianza con respecto a las rotaciones, trabajaremos con curvas tales que  $\bar{\theta} = \pi$ . Notamos que puede elegirse cualquier otro valor, se toma  $\pi$  para incluir a la función  $\theta_0$ . Toda curva plana puede ser llevada a una de valor medio  $\pi$  mediante una rotación, por lo tanto tampoco hay pérdida de generalidad en esta restricción.

A esta altura ya casi estamos en condiciones de hallar un descriptor para la forma de una curva. Para realizar esto, hay que escalar la curva hasta que su perímetro sea  $2\pi$ , rotarla hasta que el valor medio de su función directriz sea  $\pi$ , y finalmente el descriptor de forma es la función directriz de esta curva rotada y escalada.

### 3.2.2. Espacio de formas

Las funciones directrices que representan formas, como vimos antes pertenecen al conjunto  $\theta_0 + \mathbb{L}_2$ . En este conjunto hay además otras funciones que no son formas, entre ellas funciones directrices de curvas que son abiertas, funciones directrices de curvas cerradas pero que no tienen valor medio  $\pi$ , etc.

Veremos primero cómo podemos caracterizar el espacio de formas, de manera de excluir las funciones directrices de curvas abiertas. Para esto es necesario determinar la condición que debe cumplir la función directriz de una curva cerrada.

Identificando el plano  $\mathbb{R}^2$  con el plano complejo en la forma usual, podemos representar la curva como  $\alpha(s) = x(s) + iy(s)$ , donde  $s \in \mathbb{R}$  es la longitud de arco. El vector tangente a la curva en  $s$ ,  $\dot{\alpha}(s)$  tiene módulo 1 y forma un ángulo  $\theta(s)$  con el eje  $Ox$ , por lo tanto,

$$\dot{\alpha}(s) = e^{i\theta(s)} \quad s \in \mathbb{R},$$

De integrar esta ecuación obtenemos,

$$\alpha(s) - \alpha(0) = \int_0^s e^{i\theta(u)} du.$$

Si la curva es cerrada, por definición se cumple que  $\alpha(0) = \alpha(2\pi)$ , por lo tanto la condición de cerradura para la función directriz queda expresada por,

$$\int_0^{2\pi} e^{i\theta(u)} du = \int_0^{2\pi} \cos(\theta(u)) du + i \int_0^{2\pi} \sin(\theta(u)) du = 0.$$

Definimos el espacio de pre-formas  $\mathcal{C}$  como el conjunto de funciones directrices de valor medio  $\pi$  y que correspondan a curvas cerradas de perímetro  $2\pi$ ,

$$\mathcal{C} = \left\{ \theta \in \theta_0 + \mathbb{L}^2 \mid \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \theta(s) ds = \pi \text{ y } \int_0^{2\pi} e^{i\theta(s)} ds = 0 \right\}.$$

El conjunto  $\mathcal{C}$  se llama conjunto de pre-formas porque aún no representa un espacio de formas. En este espacio hay elementos, que si bien son distintos, representan la misma forma. Esto se debe a que la misma curva se puede parametrizar con respecto a la longitud de arco de varias maneras distintas, cambiando el punto inicial.

Más específicamente, consideremos  $\theta_k = \theta(s - k) - k$ , con  $k \in [0, 2\pi]$ , que corresponde a una reparametrización de  $\theta$  rotada para darle valor medio  $\pi$ .

Todos los  $\theta_k$  representan la misma forma, sin embargo son elementos distintos en el espacio de preformas. Solucionaremos esto definiendo una relación de equivalencia sobre  $\mathcal{C}$  mediante la cual una función directriz  $\theta$  resulte equivalente a todas sus reparametrizaciones. Para esto definimos el operador  $\cdot : [0, 2\pi] \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$  como

$$k \cdot \theta(s) = \theta(s - k) - k$$

Todas las posibles reparametrizaciones de  $\theta$  en  $\mathcal{C}$  son de la forma  $k \cdot \theta$  con  $k \in [0, 2\pi]$ .

Luego la relación de equivalencia queda dada por

$$\theta_2 \sim \theta_1 \Leftrightarrow \text{existe } k \in [0, 2\pi] \text{ tal que } \theta_2(s) = k \cdot \theta_1(s) \quad (3.2)$$

Las clases de equivalencia son conjuntos del espacio de preformas cuyos elementos representan la misma forma. Se define entonces la forma como este conjunto de elementos.

Antes de continuar, veremos otra manera de caracterizar al espacio de preformas  $\mathcal{C}$ , que nos aportará más información acerca de su estructura geométrica.

Definiremos  $\phi : \theta_0 + \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  a partir de sus tres componentes funcionales  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ :

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \theta(s) ds \\ \phi_2 &= \int_0^{2\pi} \cos(\theta(s)) ds \\ \phi_3 &= \int_0^{2\pi} \sin(\theta(s)) ds\end{aligned}$$

El espacio de pre-forma coincide con  $\phi^{-1}(\pi, 0, 0)$ . Mediante una generalización del teorema de la función implícita se puede concluir, bajo estas hipótesis, que  $\mathcal{C}$  es una subvariedad completa de codimensión tres<sup>3</sup>. Una variedad se dice de codimensión  $n$  si el espacio normal en cualquier punto tiene dimensión  $n$ .

### 3.2.3. Geodésicas en los espacios $\mathcal{C}$ y $\mathcal{S}$

Tanto el espacio de pre-formas  $\mathcal{C}$ , como el espacio de formas  $\mathcal{S}$  son *variedades* (generalización de superficie a dimensión mayor que 2) y están dotados de una estructura geométrica que permite, entre otras cosas, trazar geodésicas<sup>4</sup> entre dos formas (o pre-formas).

Para nuestros propósitos, los caminos geodésicos entre dos formas son de vital importancia, pues definiremos la distancia entre dos elementos del espacio de formas como la longitud del camino geodésico más corto que los une.

Dado que el espacio  $\mathcal{C}$  es más simple que el espacio  $\mathcal{S}$ , tanto el cálculo de geodésicas como sus aplicaciones se realizan en el espacio de pre-formas. La idea es básicamente “proyectar” las geodésicas calculadas en el espacio de pre-formas al espacio de formas. El problema es que la proyección al espacio de formas de cualquier geodésica de  $\mathcal{C}$  no tiene por qué ser geodésica en  $\mathcal{S}$ . A continuación veremos un algoritmo para trazar geodésicas en  $\mathcal{C}$  que proyectadas representen geodésicas del espacio de formas  $\mathcal{S}$ . Nos ocuparemos primero de cómo hallar geodésicas entre dos elementos del espacio de pre-formas. Una vez logrado esto, veremos cuales son las condiciones que debe cumplir la geodésica trazada, para que pueda proyectarse en una geodésica en el espacio de formas.

El algoritmo para trazar una geodésica entre dos elementos del espacio de pre-formas consta de dos partes, que resumimos a continuación:

- La primera es un método para recorrer un flujo geodésico saliendo de una pre-forma cualquiera en una dirección dada. Como analogía, esto se puede pensar, como una función que tiene como argumentos un punto  $P$  del plano  $\mathbb{R}^2$  y una dirección indicada por un vector  $v$ . La

<sup>3</sup>En el Capítulo I de [7] podemos encontrar el enunciado y la demostración del teorema de la función implícita para variedades de dimensión finita. La versión para espacios infinito dimensionales se puede leer en el Capítulo 2 de [8].

<sup>4</sup>Una geodésica entre dos puntos de un espacio es un camino de menor distancia entre los dos puntos.

función entonces devuelve el punto correspondiente a moverse un tiempo  $t = 1$  a lo largo de la recta dada por la ecuación  $r = P + vt$  con  $t$  real. Volviendo al espacio de pre-formas, en lugar de tener una recta (que son las geodésicas del plano) tenemos un flujo geodésico  $\Psi(\theta_1, t, f)$ , donde  $t \in \mathbb{R}$  es real, y al igual que en la recta  $r$ , representa el tiempo;  $f \in \mathbb{L}^2$  es el vector que indica la dirección de la geodésica, y  $\theta_1$  es el punto de partida del flujo geodésico. Nos interesa el tiempo 1 del flujo, o sea  $\theta = \Psi(\theta_1, 1, f)$ .

- El flujo geodésico no resuelve el problema de hallar el camino geodésico entre dos pre-formas dadas,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , sino que simplemente nos da una forma de movernos a lo largo de una dirección geodésica. Volviendo a la analogía con el plano, saber moverse por rectas, no implica conocer la recta que une dos puntos dados. La geodésica entre dos elementos del espacio de pre-formas se halla resolviendo un problema de optimización. La idea de esto es hallar la dirección  $f$  que haga más parecidos a  $\Psi(\theta_1, 1, f)$  y  $\theta_2$ .

Antes de ver con mayor detalle estos dos pasos, estudiaremos algunos aspectos de la estructura geométrica de  $\mathcal{C}$ .

### Estructura geométrica de $\mathcal{C}$

Dada la no linealidad de la variedad  $\mathcal{C}$ , nos veremos obligados a aproximar la variedad en cada punto por su espacio tangente. Para obtener una expresión de este espacio, recordemos que  $\mathcal{C} = \phi^{-1}(\pi, 0, 0)$ . O sea que podemos pensar en el espacio de pre-formas como un conjunto de nivel de la función  $\phi$ . Con esto en mente, el espacio tangente a  $\mathcal{C}$  es el conjunto de las direcciones según las cuales la derivada direccional de  $\phi$  se anula. Si calculamos la derivada direccional,  $d\phi = (d\phi_1, d\phi_2, d\phi_3)$ , según una dirección dada por una función  $f \in \mathbb{L}^2$ , obtenemos,

$$\begin{aligned} d\phi_1 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(s) ds = \langle f, \frac{1}{2\pi} \rangle \\ d\phi_2 &= - \int_0^{2\pi} \sin(\theta(s)) f(s) ds = -\langle f, \sin(\theta) \rangle \\ d\phi_3 &= \int_0^{2\pi} \cos(\theta(s)) f(s) ds = \langle f, \cos(\theta) \rangle \end{aligned}$$

El espacio generado por las funciones  $1, \cos(\theta)$  y  $\sin(\theta)$  es el espacio normal a la variedad en el punto  $\theta$ . Por lo tanto el espacio tangente a la variedad en  $\theta$  viene dado por,

$$T(\mathcal{C}) = \{f \in \mathbb{L}^2 \mid f \perp [1, \cos(\theta), \sin(\theta)]\}$$

Para aproximar el flujo geodésico en  $\mathcal{C}$ , trabajaremos moviéndonos por direcciones tangentes. Al desplazarnos a lo largo de estas direcciones, por efecto de la curvatura de  $\mathcal{C}$ , nos alejaremos del espacio de pre-formas, y por lo tanto necesitaremos un método para proyectar un elemento de  $\theta_0 + \mathbb{L}^2$  nuevamente a este espacio.

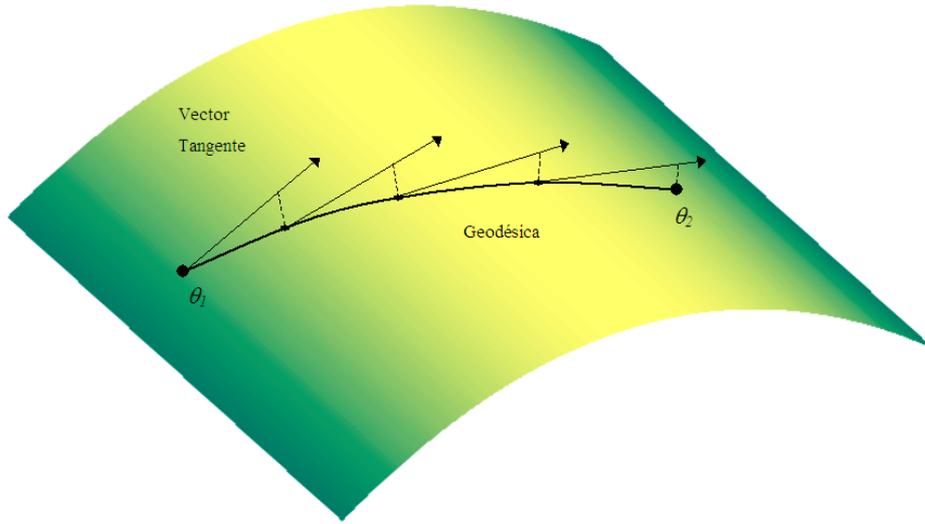


Figura 3.3: Camino geodésico entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$

### Proyección sobre $\mathcal{C}$

Sea  $\theta \in \theta_0 + \mathbb{L}^2$  no necesariamente perteneciente a  $\mathcal{C}$ . Si  $b = \phi(\theta)$ ,  $\theta$  pertenece al conjunto de nivel  $b$  de  $\phi$ . Para proyectar  $\theta$  en  $\mathcal{C}$ , nos moveremos en dirección ortogonal a los conjuntos de nivel de  $\phi$ . Con este fin consideramos un elemento  $d\phi$  perteneciente al espacio normal al conjunto de nivel  $b$ , y aproximamos la función  $\phi$  por su desarrollo de Taylor de primer orden en  $\theta$ :

$$\phi(\theta + d\theta) \simeq \phi(\theta) + J_\phi(\theta)d\theta$$

Estamos buscando  $d\phi$  que cumpla que  $\phi(\theta + d\theta) = b_0 = (\pi, 0, 0)$ . Como  $d\phi$  pertenece al espacio normal al conjunto de nivel, podemos trabajar con una restricción de la función  $\phi$  que tiene como dominio  $\theta + N(\phi^{-1}(b))$ , donde  $N(\phi^{-1}(b))$  es el espacio normal y tiene dimensión tres. Por lo tanto la matriz  $J_\phi(\theta)$  es una matriz  $3 \times 3$ .

A partir de la expresión anterior obtenemos:

$$d\phi = J_\phi(\theta)^{-1}(b_0 - b)$$

La matriz jacobiana puede calcularse como,

$$J_\phi(\theta) = \begin{bmatrix} \langle \frac{1}{2\pi}, 1 \rangle & \langle \frac{1}{2\pi}, \sin(\theta) \rangle & \langle \frac{1}{2\pi}, \cos(\theta) \rangle \\ -\langle \sin(\theta), 1 \rangle & -\langle \sin(\theta), \sin(\theta) \rangle & -\langle \sin(\theta), \cos(\theta) \rangle \\ \langle \cos(\theta), 1 \rangle & \langle \cos(\theta), \sin(\theta) \rangle & \langle \cos(\theta), \cos(\theta) \rangle \end{bmatrix}$$

A partir del  $d\phi$  calculado, repetimos el procedimiento para  $\theta^{(1)} = \theta + d\phi$ , y así sucesivamente hasta que el residuo  $b_0 - \phi(\theta^{(k)})$  sea lo suficientemente pequeño. Denotaremos por  $\mathbb{P} : \theta_0 + \mathbb{L}^2 \rightarrow \mathcal{C}$  a la proyección sobre el espacio de pre-formas.

### Flujo geodésico

Ahora podemos describir el algoritmo para hallar el valor en tiempo 1 de un flujo geodésico a lo largo de una dirección determinada  $f \in \mathbb{L}^2$ , tangente al espacio de pre-formas. El flujo geodésico a partir de  $\theta \in \mathcal{C}$  en la dirección  $f$ , es una curva en el espacio de pre-formas  $\Psi(\theta, t, f)$ . Si bien no es posible hallar una expresión analítica para  $\Psi(\theta, t, f)$  podemos aproximar su valor en un conjunto finito de puntos tales que  $t = 0, \Delta, 2\Delta, \dots, k\Delta$  con  $k\Delta = 1$ . Construiremos la geodésica tomando pequeños incrementos en el espacio tangente y proyectándolos nuevamente a la variedad.

El procedimiento es el siguiente. A partir de  $\theta_0$  y  $f$  aproximamos el flujo en un tiempo  $\Delta$  pequeño, como

$$\Psi(\theta_0, \Delta, f) = \mathbb{P}(\theta_0 + \Delta f)$$

Consideramos ahora  $\theta_1 = \Psi(\theta_0, \Delta, f)$ , y aproximamos  $\Psi(\theta_0, 2\Delta, f) = \Psi(\theta_1, \Delta, \hat{f})$ , donde

$$\hat{f} = \frac{\|f\|}{\|f - \sum_{k=1}^3 \langle f, h_k \rangle h_k\|} \left( f - \sum_{k=1}^3 \langle f, h_k \rangle h_k \right) \quad (3.3)$$

donde  $h_1(s) = 1$ ,  $h_2(s) = \sin(\theta(s))$  y  $h_3 = \cos(\theta(s))$ , es la proyección de la dirección  $f$  sobre el espacio tangente a  $\mathcal{C}$  en  $\theta_1$ , manteniendo el módulo original de  $f$  (las geodésicas tienen velocidad constante). Esto se repite  $k$  veces, donde  $\Delta = 1/k$ .

### Camino geodésico entre dos formas dadas

Pudiendo calcular el tiempo 1 de un flujo geodésico, estamos en condiciones de afrontar el problema original: hallar un camino geodésico entre dos formas dadas. Para lograr esto, resolveremos primero un problema más simple: hallar un camino geodésico entre dos puntos dados en el espacio de pre-formas.

Consideremos entonces  $\theta_1, \theta_2 \in \mathcal{C}$ . El problema a resolver consiste en hallar una dirección  $f \in T_{\theta_1}(\mathcal{C})$  tal que el flujo geodésico de tiempo 1 partiendo de  $\theta_1$  en la dirección dada por  $f$ , sea  $\theta_2$ , o un equivalente a  $\theta_2$  según la relación de equivalencia dada por la ecuación 3.2. En otras palabras,

$$f \in T_{\theta_1}(\mathcal{C}) \mid \Psi(\theta_1, 1, f) \sim \theta_2$$

Resolveremos este problema como un problema de optimización, definiendo para esto la función de costo  $H : T_{\theta_1}(\mathcal{C}) \rightarrow \mathbb{R}^+$  dada por

$$H(f) = \inf_{v \in [0, 2\pi]} \|\Psi(\theta_1, 1, f) - v \cdot \theta_2\|^2 \quad (3.4)$$

donde  $(v \cdot \theta_2)(s) = \theta_2(s - v) + v$ , es una de las reparametrizaciones equivalentes a  $\theta_2$ . Al hacer variar  $v$  en el intervalo  $[0, 2\pi]$ , recorreremos todas las pre-formas equivalentes a  $\theta_2$ . Recordemos que la forma asociada a  $\theta_2$  es el conjunto de pre-formas que le son equivalentes.

La norma  $\|\cdot\|$  en la expresión 3.4 representa la norma usual en  $\mathbb{L}^2$  (observar que la resta de dos funciones directrices pertenece a  $\mathbb{L}^2$ ). La función  $H$ , que es semidefinida positiva, alcanza su valor mínimo  $H(f) = 0$  cuando  $\Psi(\theta_1, 1, f) \sim \theta_2$ .

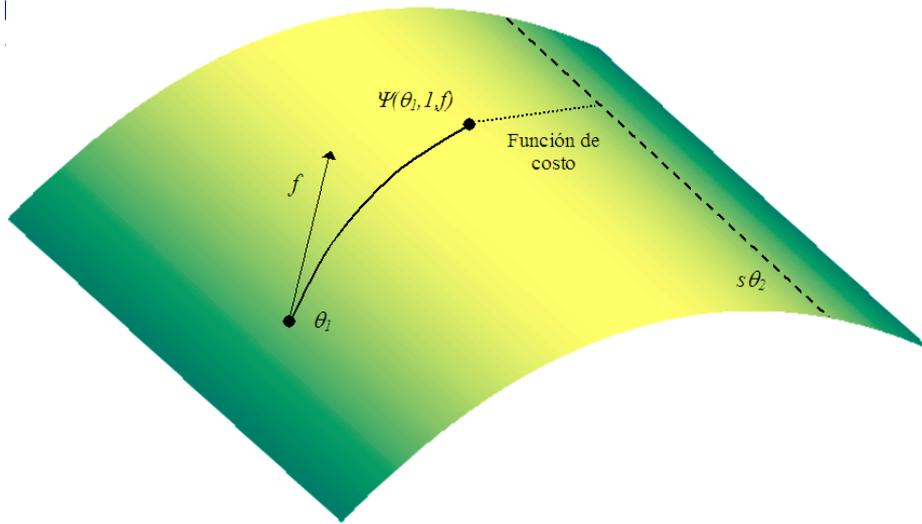


Figura 3.4: Se muestra un esquema de lo que representa la función de costo  $H$ .

Por lo tanto el problema de buscar una geodésica entre dos pre-formas se reduce a optimizar una función de costo. Sin embargo este problema aún no puede ser resuelto numéricamente, dado que el dominio de la función  $H$  es un espacio vectorial infinito-dimensional.

Una posible solución a este problema es restringir el dominio de la función  $H$  a un subespacio vectorial de dimensión finita. Debido a que  $T_{\theta_1}(\mathcal{C}) \subset \mathbb{L}^2$  todas las funciones  $f$  admiten un desarrollo en series de Fourier. Podemos entonces restringir el dominio de  $H$  a aquellas funciones que puedan expresarse en función de los  $m$  primeros armónicos. Por lo tanto, si  $\tilde{H} : \mathbb{R}^{2m+1} \rightarrow \mathbb{R}$  es la restricción de  $H$ , tenemos que

$$\tilde{H}(a, b) = \inf_{v \in [0, 2\pi]} \left\| \Psi(\theta_1, 1, \sum_{n=0}^m a_n \cos(ns) + b_n \sin(ns)) - v \cdot \theta_2 \right\|^2 \quad (3.5)$$

donde  $a = (a_0, \dots, a_m)$  y  $b = (b_1, \dots, b_m)$ . Cabe mencionar que el valor mínimo de la restricción de la función  $H$  no será necesariamente cero.

Hasta ahora hemos obtenido, mediante la optimización de  $\tilde{H}$  un método para trazar geodésicas entre dos puntos en el espacio de pre-formas. Recordemos que nuestro objetivo inicial es hallar geodésicas en el espacio de formas.

El espacio de formas es el espacio cociente de  $\mathcal{C}$  por la relación de equivalencia dada en (3.2)<sup>5</sup>. Los elementos de  $\mathcal{S}$  son las clases de equivalencia. Estas clases son de la forma  $\{v \cdot \theta : v \in [0, 2\pi]\}$ . Podemos pensar en estos conjuntos como curvas continuas contenidas en  $\mathcal{C}$ , donde  $v \in [0, 2\pi]$  es el parámetro mediante el cual se recorre la curva (a medida que  $v$  varía continuamente en el intervalo  $[0, 2\pi]$ ,  $v \cdot \theta$  describe una trayectoria en  $\mathcal{C}$ ).

Para resumir esta idea, los elementos del espacio  $\mathcal{S}$  son los descriptores de formas. Cada una de estas formas, es a su vez un conjunto de pre-formas que son equivalentes por reparametrizaciones. Estas pre-formas equivalentes entre sí, describen curvas continuas en  $\mathcal{C}$ . Cada una de estas curvas está asociada con la misma forma.

Para “proyectar” una curva del espacio de pre-formas al espacio de formas, simplemente le asociamos a cada punto de la curva la clase de equivalencia a la cual pertenece ese punto. Se puede probar que, de esta forma, si la geodésica en el espacio de pre-formas es ortogonal a las trayectorias  $\{v \cdot \theta : v \in [0, 2\pi]\}$ , la proyección de dicha geodésica resulta una geodésica en el espacio de formas. Se puede probar que para que la geodésica sea ortogonal a las clases de equivalencia, el vector director tangente a la geodésica  $f$ , debe ser en cada punto  $\theta$  ortogonal al vector  $1 - \dot{\theta}$ . Esta condición reduce en una dimensión el dominio al cual pertenece el vector director  $f$ . El algoritmo para trazar el flujo geodésico de tiempo 1, sufre una única modificación: una vez obtenido un nuevo punto sobre la geodésica hay que proyectar el vector director sobre el espacio tangente a la variedad en el nuevo punto. Esto se realiza por medio de la ecuación (3.3). Debido a que el vector director debe ser también ortogonal a  $1 - \dot{\theta}$ , la ecuación (3.3) debe sustituirse por la siguiente:

$$\hat{f} = \frac{\|f\|}{\|f - \sum_{k=1}^4 \langle f, h_k \rangle h_k\|} \left( f - \sum_{k=1}^4 \langle f, h_k \rangle h_k \right)$$

donde  $h_1(s) = 1$ ,  $h_2(s) = \sin(\theta(s))$ ,  $h_3 = \cos(\theta(s))$  y  $h_4(s) = \dot{\theta}(s)$ .

### 3.3. Implementación y testeo

Hasta el momento hemos trabajado con curvas continuas, y hemos presentado un descriptor para su forma, sin tener en cuenta en casi ningún momento la futura implementación del descriptor. Esto es, según los autores del artículo, una de las principales virtudes de su enfoque. A continuación veremos algunos detalles de implementación.

Para testear el descriptor de forma trabajamos, al igual que en [2], con curvas extraídas de la *SQUID Fish Database* de la Universidad de Surrey, en Inglaterra. Esta base de curvas, contiene archivos en formato texto con dos columnas de números, correspondientes a las coordenadas de alrededor de 1000 puntos pertenecientes a la curva.

<sup>5</sup>El cociente de un conjunto por una relación de equivalencia dada, es un conjunto cuyos elementos son las clases de equivalencia.

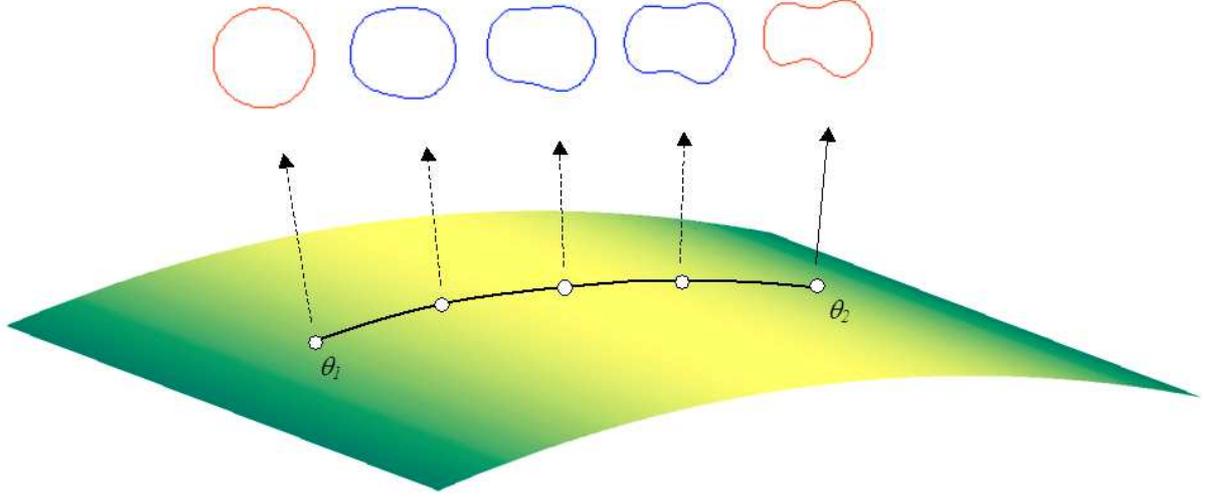


Figura 3.5: Camino geodésico entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Se muestran las formas intermedias.

### 3.3.1. Preprocesamiento de los datos

Para poder calcular numéricamente el descriptor de forma de una curva plana, es necesario contar con muestras de la curva. Estas muestras pueden venir dadas en varios formatos, y para el correcto funcionamiento de los algoritmos descritos, es necesario procesar los datos para adaptarlos a un formato común y finalmente obtener el descriptor de forma.

Supongamos entonces que las curvas vienen dadas como  $N$  puntos ordenados de  $\mathbb{R}^2$  de coordenadas  $(x_i, y_i)$ . Es necesario fijar la cantidad de muestras  $T$  con las que se desea trabajar. Claramente cuanto mayor sea este número, mejor será la representación de la curva. El compromiso está en que tomar una mayor cantidad de muestras implica un costo computacional mayor.

A los efectos de facilitar el procesamiento de los datos (especialmente a la hora de calcular los caminos geodésicos) es necesario que el muestreo se realice en forma uniforme y equiespaciado<sup>6</sup>.

Supondremos primero que ya contamos con el muestreo uniforme de la curva con la que queremos trabajar. Llamemos  $(x_i, y_i)$  a dichas muestras. Estimamos el valor de la función directriz en cada punto como

$$\phi_i = \arctan((y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)) \quad (3.6)$$

Resta fijar las condiciones descritas en las secciones anteriores para lograr una representación de la directriz que pertenezca a  $\mathcal{C}$ . Fijando el largo de la curva en  $2\pi$  e imponiendo que la media de los  $\phi_i$  muestreados,  $\bar{\phi}_n$ , sea  $\pi$ , obtenemos el representante deseado.

<sup>6</sup>Se entiende por muestreo equiespaciado que las muestras sean puntos equidistantes en el plano.

Para ello es preciso redefinir los valores de la directriz según la ecuación

$$\theta_i = \phi_i - \bar{\phi}_n + \pi$$

y tomar la longitud de los segmentos entre puntos  $\delta = \frac{2\pi}{T}$ . En la figura 3.6 se muestra el gráfico de una función directriz obtenida mediante este procedimiento.

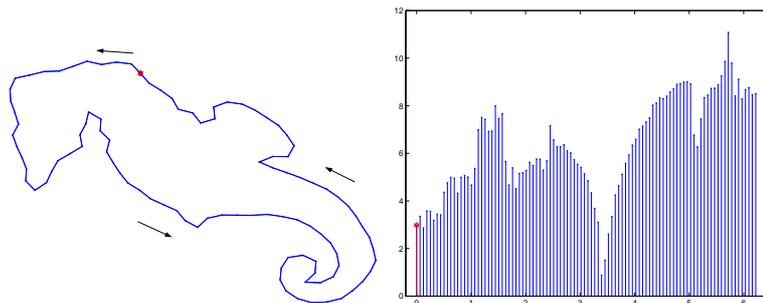


Figura 3.6: Una forma y su respectiva función directriz, parametrizada en la longitud de arco de 0 a  $2\pi$ , obtenida a partir del muestreo uniforme con 100 muestras. La figura se recorre en sentido antihorario, como se indica.

Obsérvese que la curva queda determinada a partir de las muestras  $\theta_i$ , ya que  $\delta$  depende únicamente de  $T$  (cantidad de muestras). Para reconstruir la curva a partir de las muestras  $\theta_i$  obtenidas, alcanza con tomar

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \delta e^{-j\theta_i}$$

donde los  $\alpha_i$  son los puntos de la curva reconstruida.

### 3.3.2. Muestreo uniforme

Supongamos ahora el caso en que se cuenta con muestras arbitrarias de la forma. La finalidad es remuestrear la curva para obtener un muestreo equiespaciado y luego aplicar el procedimiento descrito en la sección anterior.

Para resolver este problema desarrollamos un algoritmo iterativo que genera muestras equiespaciadas a partir de un conjunto de muestras arbitrarias. A continuación explicamos en líneas generales la idea del algoritmo.

Primero interpolamos entre los nodos con una función suave, en nuestro caso simplemente interpolación lineal. Luego permitiremos a los nuevos nodos moverse libremente por la curva generada. Resta determinar el valor de la distancia entre puntos,  $\delta$ . La idea es partir de una condición inicial  $\delta_0$  suficientemente pequeño, de manera de estar seguros de que es posible encontrar al menos  $T$  nodos sobre la curva interpolada a dicha distancia. Llamemos  $h$  a la distancia entre el primero y

el último de los nuevos puntos. Ajustamos iterativamente  $\delta$  en función de dicha separación, de la forma  $\delta_i = \delta_{i-1} + (h - \delta)/100$ .

Habría que iterar hasta que  $h$  coincida con  $\delta$ . Lograr esto presenta problemas para converger y cuando lo hace requiere de muchas iteraciones. Por lo tanto iteramos hasta que la separación  $h$  sea “parecida” a  $d$ <sup>7</sup>. Puede pensarse que los puntos hallados son muestras equiespaciadas de una curva abierta muy parecida a la que queremos hallar. Por lo tanto su forma no pertenece al espacio de formas, pero sí está muy cerca.

Basándonos en la observación anterior obtenemos las muestras equiespaciadas de la siguiente manera: calculamos la función directriz de la curva como se indica en la ecuación (3.6), a partir de los nodos hallados iterando. La proyectamos sobre el espacio de formas  $\mathcal{C}$ , obteniendo la función directriz de una curva cerrada simple muy próxima a la anterior. Esta será el representante de la forma en el espacio de formas.

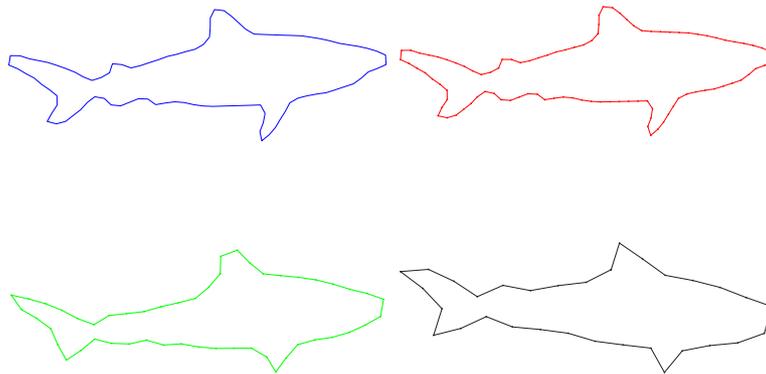


Figura 3.7: Resultado del muestreo uniforme. Se muestra la curva continua y muestreada con 100, 50 y 32 puntos.

### 3.3.3. Cálculo de geodésicas

En las secciones anteriores estudiamos métodos que conducían a hallar la geodésica entre dos formas distintas. En particular el problema se reduce a optimizar la función de costo dada en la ecuación (3.5).

<sup>7</sup>En nuestra implementación utilizamos  $h \approx 1,5\delta$ .

### Costo computacional

En los experimentos de la etapa de testeo del prototipo del descriptor, trabajamos con  $T$  muestras,  $m$  armónicos de la serie de Fourier de las funciones directoras de las geodésicas y realizamos el flujo geodésico en  $N_p$  pasos de duración  $\Delta = 1/N_p$ . En estas condiciones la función a minimizar  $\tilde{H}$  queda definida sobre  $\mathbb{R}^{T+1}$ .

Minimizamos la función  $\tilde{H}$  usando un método de descenso por gradiente. En la dirección opuesta al gradiente usamos la búsqueda lineal inexacta dada por la regla de Wolfe. Hasta ahora hemos trabajado aproximando el gradiente por diferencias centradas. Esto es costoso computacionalmente: en cada iteración del algoritmo de optimización se evalúa la función  $\tilde{H}$  en  $2(T+1)$  puntos distintos.

A su vez cada evaluación de la función requiere una iteración de  $N_p$  pasos para calcular el flujo geodésico  $\Psi(\theta, 1, f)$ . Luego hay que hallar el ínfimo de  $\|\Psi(\theta, 1, f) - v \cdot \theta_2\|^2$  con  $v$  variando en el intervalo  $[0, 2\pi]$ .

### Cálculo eficiente de $\tilde{H}$

Como estamos trabajando con funciones directrices discretas de  $T$  muestras, el problema de hallar el ínfimo en la minimización de  $\tilde{H}$  se traduce en

$$\min_{v \in \{0, \delta, 2\delta, \dots, T\delta\}} \|\Psi(\theta, 1, f) - v \cdot \theta_2\|^2 \quad (3.7)$$

donde  $\delta = 2\pi/T$ . Inspirados en el trabajo de Marques y Abrantes [9] encontramos una forma eficiente de resolver este problema.

Como mencionamos  $v \cdot \theta_2$  con  $v \in \{0, \delta, 2\delta, \dots, T\delta\}$  representa todas las reparametrizaciones de la curva que consideramos. Por lo tanto el problema de optimización planteado en (3.7) se reduce a calcular la distancia de  $\Psi(\theta, 1, f)$  a las  $T$  reparametrizaciones de  $\theta_2$  mencionadas. El valor de  $\tilde{H}$  será la menor de dichas distancias, cuando  $\Psi(\theta, 1, f)$  y  $v \cdot \theta_2$  sean lo más parecidas posible.

Como mencionamos en la sección anterior toda función directriz  $\theta$  se puede escribir de la forma

$$\theta(s) = s + f(s) \text{ para todo } s \text{ real,}$$

con  $f \in \mathbb{L}_2$ . Observamos que dadas dos funciones directrices  $\theta_1(s) = s + f_1(s)$  y  $\theta_2(s) = s + f_2(s)$  tenemos que

$$\|\theta_1 - \theta_2\|^2 = \|f_1 - f_2\|^2 \quad (3.8)$$

Por otro lado podemos escribir todas las reparametrizaciones de la curva como

$$\theta(s) = s + f(s + \tau) \text{ para todo } s \text{ real,}$$

con  $\tau \in [0, 2\pi)$ . Dado que estamos trabajando con funciones directrices discretas, consideramos únicamente  $\tau \in \{0, \delta, 2\delta, \dots, T\delta\}$ . Como se trata de funciones periódicas de período  $2\pi$ , quedan

completamente determinadas con  $T$  muestras. Podemos considerar a las funciones  $f$  como vectores de  $\mathbb{R}^T$ . La ventaja que presenta esta representación es que todas las parametrizaciones se obtienen haciendo una rotación circular de dicho vector.

Podemos escribir la expresión de la ecuación (3.8) de la forma,

$$\|f_1 - f_2\|^2 = (f_1 - f_2)(f_1 - f_2) = \|f_1\|^2 + \|f_2\|^2 - 2f_1f_2 \quad (3.9)$$

donde  $f_1f_2$  representa el producto interno entre  $f_1$  y  $f_2$  y está dado por

$$f_1f_2[n] = \sum_{k=0}^{T-1} f_1[k]f_2[k-n] \quad (3.10)$$

El problema se reduce a, dejando fijo  $f_1$ , hallar cuál de las rotaciones circulares de  $f_2$  minimiza la norma de su diferencia. Las normas de  $f_1$  y  $f_2$  son constantes, por lo tanto se observa en la ecuación (3.9) que será menor cuanto mayor sea  $f_1f_2$ .

Para hallar el valor de  $H$  es entonces necesario calcular  $T$  productos internos y ver cuándo se maximiza. Luego para dicha reparametrización  $H = \|f_1 - f_2\|^2$ .

La idea que desarrollamos basados en el artículo de Marques y Abrantes [9], se basa en utilizar la DFT para hacer un cálculo más eficiente de los productos internos. A continuación detallamos dicho procedimiento.

Definimos  $p[n]$  con  $n = 0 \dots T - 1$ , como,

$$p[n] = \sum_{i=0}^{T-1} f_1[i]f_2[(i-n)_{\text{mod}N}] \quad (3.11)$$

La secuencia  $p[n]$  tiene en sus componentes el resultado de evaluar la expresión (3.10) para cada uno de las posibles reparametrizaciones.

La ecuación (3.11) corresponde a realizar la convolución circular de  $T$  puntos de  $f_1[n]$  con  $f_2[-n]$ . Por lo tanto se cumple que la DFT de  $p[n]$  verifica que  $P[k] = F_1[k]F_2[k]$ , donde  $F_1[k]$  y  $F_2[k]$  son las DFT's de  $f_1[n]$  y  $f_2[n]$  respectivamente. El procedimiento cuenta con los siguientes pasos:

- Calcular  $F_1[k]$  y  $F_2[k]$ .
- Realizar la DFT inversa de  $F_1[k]F_2[k]$ . Esta será la secuencia  $p[n]$ .
- El valor de  $\hat{H}$  será igual al máximo de  $p[n]$ .

De esta manera se reduce considerablemente la cantidad de operaciones. La mejora desde el punto de vista del tiempo de procesamiento obtenida fue en promedio 50% del tiempo total.

### Condición inicial.

Pudimos comprobar que el algoritmo de optimización es muy sensible con respecto a la condición inicial. Esto se debe a que dada la estructura de  $\mathcal{C}$  existen varias geodésicas que unen dos puntos. Recordemos que podemos definir una geodésica como una curva diferenciable entre dos puntos que minimice localmente la longitud. Intuitivamente esto significa que cualquier perturbación pequeña de una geodésica, que una los mismos puntos extremos, tendrá una mayor longitud. Esta propiedad es local, y por lo tanto puede haber otras geodésicas. Cualquiera de estas geodésicas puede ser calculada por el algoritmo de optimización, y lo que es peor, esto puede variar de acuerdo a la condición inicial.

Si queremos hallar un camino geodésico entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$  necesitamos una condición inicial que sea simétrica con respecto a ambas formas (la geodésica calculada entre  $\theta_1$  y  $\theta_2$  debe coincidir con la geodésica entre  $\theta_2$  y  $\theta_1$ ). Será además deseable que la condición inicial esté cerca de la verdadera dirección de la geodésica con el fin de reducir la cantidad de iteraciones necesarias para converger.

Encontramos una condición inicial que parecía intuitivamente adecuada, y que en la práctica ha dado buenos resultados. Ésta se basa en la presunción, de que para pre-formas cercanas el espacio  $\mathcal{C}$  puede aproximarse por su espacio tangente y por lo tanto podemos aproximar la geodésica entre  $\theta_1$  y  $v \cdot \theta_2$  por el vector diferencia entre las dos pre-formas.

Basados en estas ideas, para hallar el camino geodésico entre dos formas  $\theta_1$  y  $\theta_2$  tomamos la siguiente condición inicial:

1. Hallamos  $v_0 \cdot \theta_2$  tal que

$$\min_{v \in [0, 2\pi]} \|\theta_1 - v \cdot \theta_2\|^2 = \|\theta_1 - v_0 \cdot \theta_2\|^2$$

2. Definimos  $f \in \mathbb{L}^2$  como  $f = v_0 \cdot \theta_2 - \theta_1$ .
3. La condición inicial  $f_0$  es la proyección de  $f$  sobre el espacio tangente a  $\mathcal{C}$  en  $\theta_1$ .

Esta condición inicial ha dado muy buenos resultados, en particular cuando las dos formas son parecidas, como es el caso de los ojos de bife. Para estos casos la cantidad de iteraciones realizadas por el algoritmo de optimización se reduce a dos, una o ninguna iteración, reduciendo considerablemente el costo computacional y los tiempos asociados.

### Tiempo de procesamiento

El tiempo que requiere el cálculo de una geodésica varía de acuerdo a los parámetros con los que se trabaja, teniendo especial influencia, la cantidad de coeficientes de Fourier  $m$  usados para representar las funciones directoras de las geodésicas y la cantidad de muestras  $T$  usadas en el muestreo de las formas. Esto está íntimamente ligado a la “complejidad” de las formas con las que se trabaja.

Realizamos los cálculos en una computadora con un CPU Xeon de 2.4 GHz. Los tiempos promedio que obtuvimos en el cálculo de una geodésica, trabajando con las formas de la *SQUID*

*Fish Database* fueron entre 2 y 10 segundos. Para los ojos de bife, que son formas mucho menos complejas y similares entre sí, los tiempos necesarios promedian los 0.25 segundos.

### Análisis de los resultados obtenidos

A continuación se muestran algunos resultados obtenidos a partir del descriptor. En la figura 3.8 se muestran geodésicas entre distintas formas. Las formas de partida y llegada están dibujadas en color rojo, mientras que en azul se muestran algunas formas intermedias (puntos en el espacio de formas) del camino geodésico.

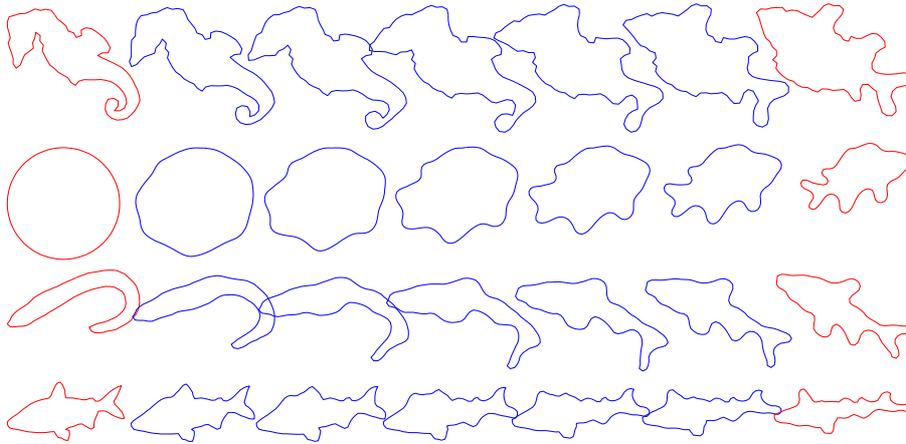


Figura 3.8: Formas intermedias de varias geodésicas.

Puede observarse en las geodésicas la invariabilidad frente a las rotaciones. Notar que las dos primeras geodésicas tienen la misma forma de llegada, pero en cada caso se llega a curvas que difieren en una rotación.

Un punto muy importante es poder “validar” los resultados obtenidos en nuestra implementación. Esto resulta imprescindible a los efectos de poder desarrollar aplicaciones basadas en el descriptor.

Como primera medida desarrollamos un programa en MatLab que permite calcular y visualizar geodésicas entre dos formas cualesquiera. En la figura 3.9 se muestra la interfaz del software diseñado.

A partir de dicho programa, realizamos diferentes tipos de testeos a los resultados. Por ejemplo verificar que una geodésica pasa por los mismos puntos si se calcula en una dirección tanto como si se calcula en la contraria. Como ya mencionamos el camino geodésico entre dos formas dadas puede interpretarse como la deformación más suave que lleva una forma en la otra. Calculamos un gran número de geodésicas entre formas de la base de datos con el objetivo de verificar que las formas intermedias de las geodésicas resultaran intuitivamente razonables.

A modo de ejemplo puede verse en la tercera geodésica de la figura 3.8 que la deformación

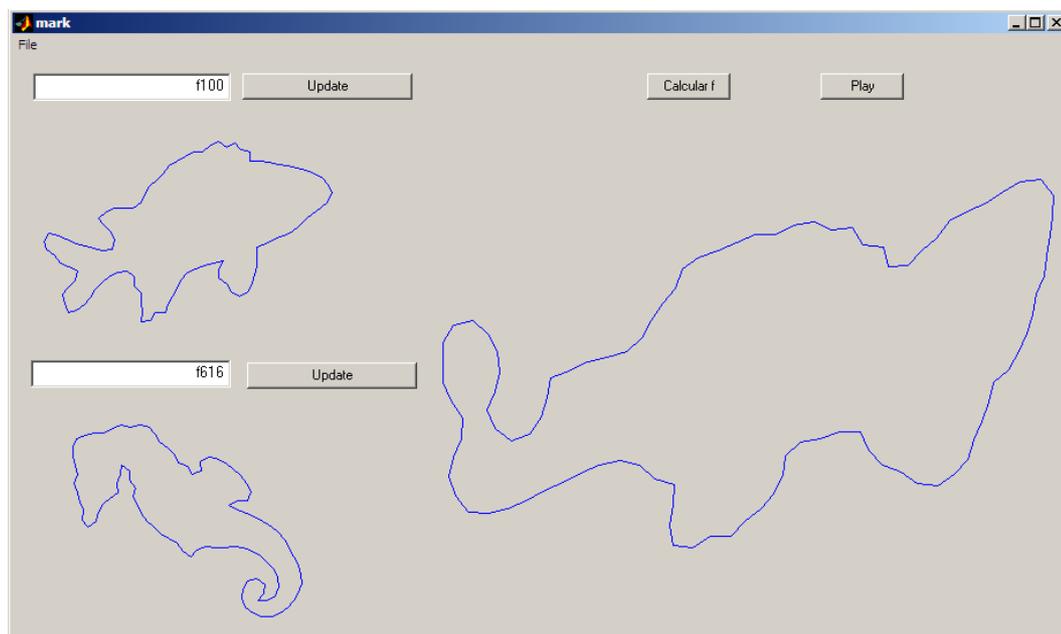


Figura 3.9: Programa “Mark”. Permite calcular y visualizar geodésicas entre dos formas cualesquiera.

resulta muy intuitiva. La cola de un pez “se mueve” hacia la cola del otro. Es razonable pensar que esta deformación resulta menos costosa que llevar la cola de un pez en, por ejemplo, a la cabeza del otro.

Si bien el método de testeo de los resultados descrito fue muy importante durante la etapa de desarrollo, consideramos necesario basarnos también en datos cuantitativos. Para ello calculamos las distancias numéricas entre varias formas de la base y verificamos que se cumpliera la propiedad de simetría. Por otro lado observamos que no siempre se cumple la propiedad triangular.

## 3.4. Estadística

Hay muchas aplicaciones interesantes que surgen a partir del enfoque presentado. A continuación comentamos aquellas aplicaciones que son de especial interés para nuestro proyecto.

### 3.4.1. Forma media

Una aplicación muy relevante que puede realizarse a partir del modelo estudiado es calcular la forma media de un conjunto de formas dadas.

Comentaremos brevemente cómo incide esto en nuestro problema. Como mencionamos antes, en la segmentación del ojo de bife, la forma de dicho músculo parece tener un patrón determinado<sup>8</sup>. Surge entonces el interés de determinar aproximadamente la forma de un ojo de bife “tipo”. Intuitivamente resulta razonable la idea de, a partir de formas del músculo observadas (segmentadas a mano por un experto), realizar un “promediado”. Desarrollamos formalmente esta idea a continuación.

Hay por lo menos dos maneras de calcular un valor medio para un conjunto de  $n$  puntos  $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$  sobre el espacio de formas  $\mathcal{S}$ . La primera, llamada *media extrínseca*, consta de calcular la media euclídea de los puntos en el espacio ambiente, y luego proyectarla sobre la variedad (el espacio de formas).

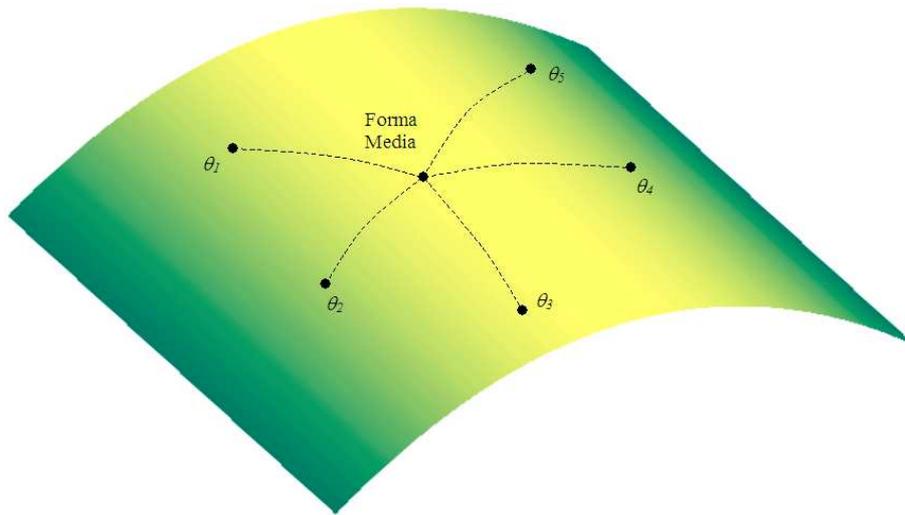


Figura 3.10: Representación gráfica de la forma media para un conjunto de formas en una variedad.

La otra manera, llamada *media intrínseca* o *media de Karcher*, no necesita hacer uso del espacio ambiente. Consiste en hallar un punto del espacio de formas que minimice localmente la función de varianza  $V : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por

$$V(\theta) = \sum_{i=1}^n d(\theta, \theta_i)^2$$

donde  $d(\theta, \theta_i)$  es la longitud de la geodésica que une a las formas  $\theta$  y  $\theta_i$ . Debido a que el espacio de formas es una variedad de Hilbert completa, la media intrínseca siempre existe. Si bien por su propia definición, esta forma media puede no ser única. Según indican Srivastava et al. [2], puede probarse la unicidad cuando las formas  $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$  están suficientemente cerca.

<sup>8</sup>En secciones posteriores estudiaremos esta posibilidad y la de que existan diferentes formas “típicas” de ojo de bife.

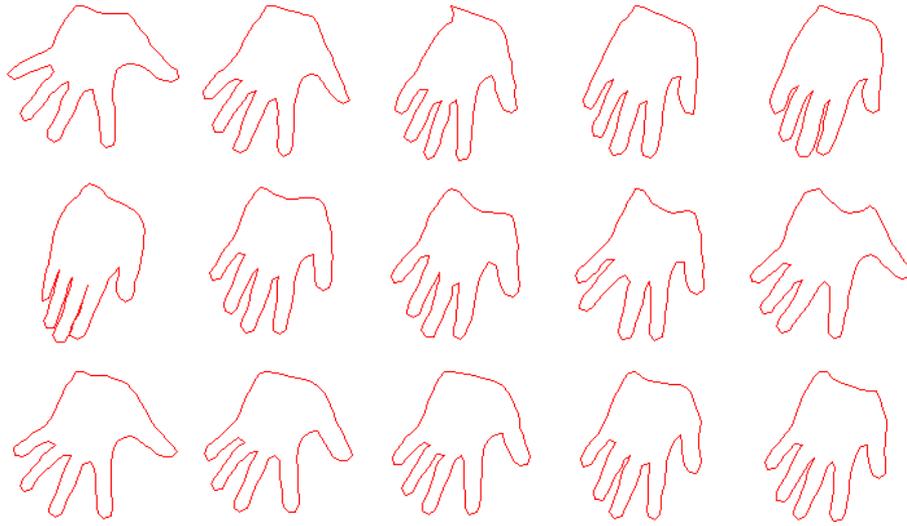


Figura 3.11: En la figura se muestran los contornos de las manos con los que se generó la forma media de la figura 3.12.

Bajo estas hipótesis también se puede probar que la forma media puede hallarse minimizando la varianza con un algoritmo de descenso por gradiente.

Para testear el algoritmo trabajamos con una base de datos de imágenes de manos. Las imágenes fueron segmentadas manualmente. En la figura 3.12 se muestra un ejemplo de *media de Karcher* para las quince formas que se muestran en la figura 3.11.

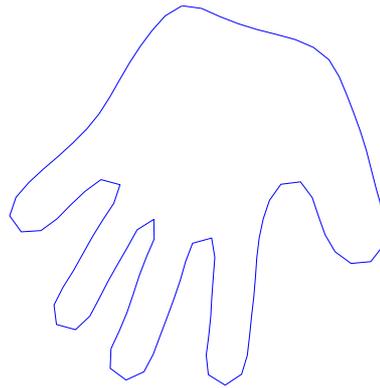


Figura 3.12: Forma media para las quince manos que se muestran en la figura 3.11.

### 3.4.2. Aprendizaje de la forma

Consideremos una colección de formas cerradas planas, para las cuales es razonable pensar que son muestras aleatorias de un mismo modelo probabilístico. El aprendizaje de la forma consiste en estimar una función de densidad de probabilidad en el espacio de formas para dicho modelo.

El problema de determinar un modelo probabilístico es muy complejo y difícil de realizar con precisión. Srivastava et al. presentan en el artículo *Learning and bayesian shape extraction for object recognition* [1] una forma simplificada para resolver este problema. La idea consiste en asumir un modelo paramétrico para la función de densidad de probabilidad. De esta forma el problema se reduce a determinar una cantidad finita de parámetros. Aunque para ello es preciso escoger un modelo paramétrico que resulte apropiado. Si las formas no distan mucho entre sí, el modelo que resulta más razonable utilizar es una normal multivariada centrada en la *forma media de Karcher*,  $\mu$ , y con energía proporcional a  $d(\theta, \mu)/2$ .

En este análisis se presentan dos problemas. Como mencionamos en la sección anterior, el espacio de formas  $\mathcal{S}$  con el que trabajamos es *no lineal* y de *dimensión infinita*. A continuación explicamos cómo se evitan dichos inconvenientes.

**No linealidad:** Consideraremos la función de densidad de probabilidad en el espacio tangente al espacio de formas en la forma media  $\mu$  hallada,  $\mathcal{T}_\mu$ , ver figura 3.13. Cabe mencionar que este cambio evita las complicaciones de la no linealidad del espacio de formas  $\mathcal{S}$  pero es válido siempre que se verifique la hipótesis de que las formas que se quieren modelar no distan mucho entre sí.

**Dimensión infinita:** El espacio tangente  $\mathcal{T}_\mu \in \mathbb{L}^2$  es también de dimensión infinita. Aproximaremos las covarianzas por operadores definidos en un subespacio de dimensión finita. Dicho subespacio se construye a partir de las muestras con las que se cuenta.

A continuación comentamos cómo se aplican en la práctica las soluciones de los problemas anteriores.

Sean  $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$  las funciones directrices de las formas muestreadas. Para poder considerar a la función de densidad de probabilidad en el espacio tangente  $\mathcal{T}_\mu$ , tenemos que asociar a cada una de ellas un vector de dicho espacio. Resulta razonable elegir como representante de una forma  $\theta_i$  al vector  $g_i \in \mathcal{T}_\mu$  tal que la geodésica que parta de la forma media  $\mu$  con dirección  $g_i$  llegue en tiempo uno a  $\theta_i$ , es decir  $\Psi(\mu, g_i, 1) = \theta_i$ .

Sea  $V$  el subespacio de  $\mathcal{T}_\mu$  generado por los vectores  $B = \{g_1, \dots, g_n\}$ . Claramente  $V$  es de dimensión finita. Sea  $A = \{e_1, \dots, e_m\}$  una base ortonormal de  $V$ .  $m \leq n$  ya que el conjunto  $B$  no tiene por qué ser linealmente independiente. Cada vector de  $V$  tiene asociadas sus coordenadas en la base  $A$ , es decir  $\mathbf{x}_i = (x_1, \dots, x_m)$  tal que  $g_i = x_1 e_1 + \dots + x_m e_m$ . De esta forma es natural identificar a  $V$  con  $\mathbb{R}^m$ .

### 3.4.3. Modelo a utilizar

El modelo que utilizaremos es una normal multivariada en  $\mathbf{x}$  con media  $\mathbf{0}$  y matriz de covarianza  $K$ . Como estamos trabajando en  $\mathbb{R}^m$ ,  $K$  es una matriz  $m \times m$  y se calcula en la forma usual.

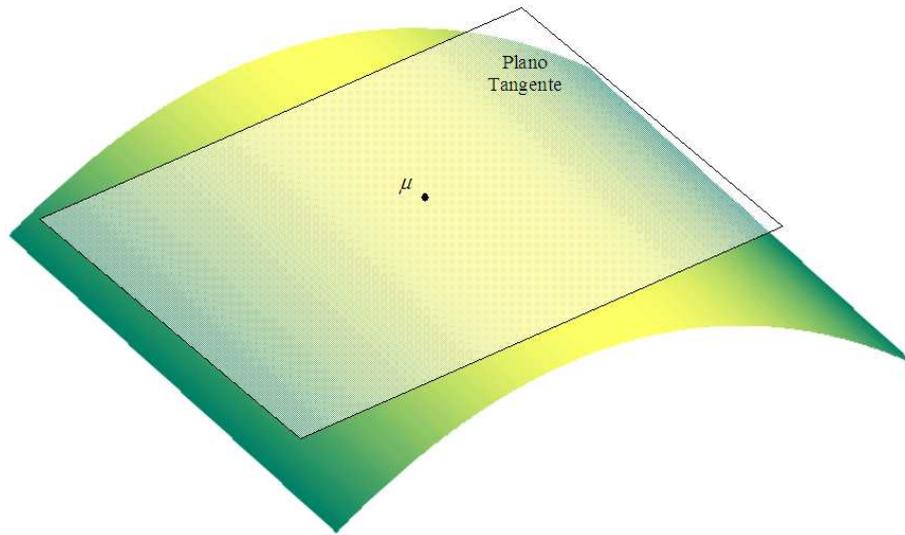


Figura 3.13: En esta figura se muestra cómo se soluciona el problema de la no linealidad de la variedad.

Los vectores y valores propios dominantes de la matriz  $K$  contienen información muy importante. Representan las principales direcciones de variación en el espacio de formas y las respectivas varianzas que presenta el modelo. Se tiene una idea importante de cómo es el modelo observando las variaciones en las direcciones que corresponden a los valores propios dominantes.

Es posible que el espacio propio asociado al valor propio 0 sea no trivial. El modelo obtenido no permite variaciones de la forma en las direcciones pertenecientes al espacio generado por los vectores propios asociados a 0. Estas direcciones son las perpendiculares a los vectores propios asociados a los valores propios no nulos de  $K$ . Para permitir una cierta variación en estas direcciones, modificamos la matriz de covarianza de la forma,

$$K_{\epsilon_1} = K + \epsilon_1^2 I_m$$

donde  $\epsilon_1 > 0$  es un real algo menor que los valores propios dominantes de  $K$  e  $I_m$  es la matriz identidad  $m \times m$ . Los valores propios de  $K_{\epsilon_1}$  son  $\lambda_{\epsilon_1} = \lambda + \epsilon_1^2$ , donde llamamos  $\lambda$  a los valores propios de  $K$ .

Finalmente la función de densidad de probabilidad está dada entonces por

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \det(K_{\epsilon_1})^{1/2}} e^{-\frac{x^T K_{\epsilon_1}^{-1} x}{2}}$$

### 3.4.4. Energía

Una aplicación interesante que se obtiene a partir de este análisis es, dada una forma cualquiera, poder “medir” qué tan probable es que la misma pertenezca al cluster.

En efecto, como se explicó en la sección anterior, logramos hallar una función de densidad de probabilidad que modela las formas observadas. Es posible entonces definir una variable aleatoria que a cada suceso del espacio muestral le asigne una forma<sup>9</sup>. Por lo que puede determinarse probabilidad de que ésta variable aleatoria tome un valor determinado.

Aunque se podría trabajar directamente con la probabilidad, consideraremos una función de energía asociada. La idea es que cuanto menos probable sea que la variable aleatoria tome una forma dada, mayor sea el valor de su energía.

Dada una forma  $\theta$ , llamemos  $g$  al vector del espacio tangente en  $\mu$  que cumple  $\Psi(\mu, g, 1) = \theta$ . En la figura 3.14 se muestra gráficamente la asociación  $g - \theta$ .

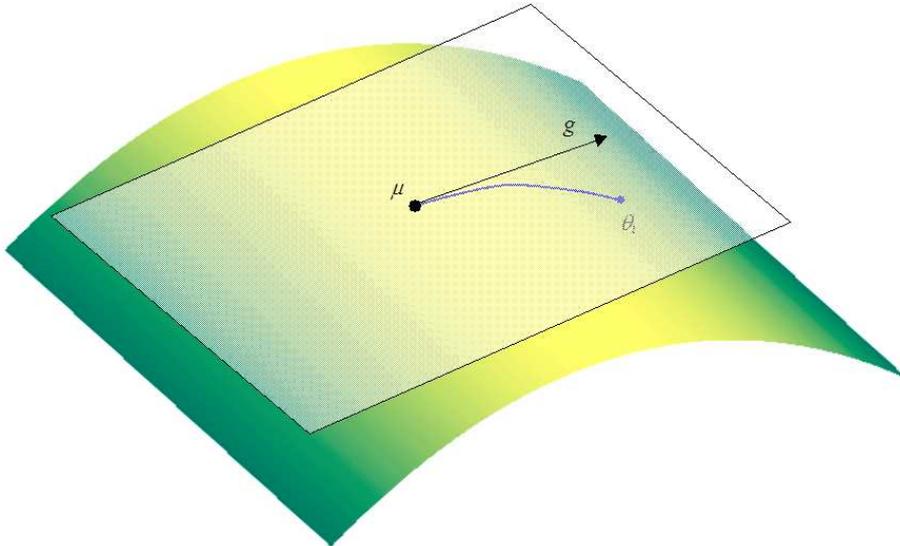


Figura 3.14: En esta figura se muestra como es gráficamente la asociación  $g - \theta$ .

Supongamos que  $g$  pertenece al espacio  $V$ . Sea  $x$  el vector de coordenadas de  $g$  en la base  $A$ . Una posible energía a definir es:

$$F(\mu, K, \theta) = \frac{x^T K_{\epsilon_1}^{-1} x}{2}$$

Como la matriz de covarianza  $K$  es definida positiva, también lo serán  $K_{\epsilon}$  y  $K_{\epsilon}^{-1}$ . Esto implica que la forma cuadrática definida por  $F(\mu, K, \theta)$  será positiva para todo  $x$  no nulo. El vector  $x = 0$

<sup>9</sup>Un punto en el espacio de formas.

tiene energía nula y corresponde a la forma media  $\mu$ .

Como  $V$  es una aproximación del espacio tangente,  $g$  puede no pertenecer a  $V$ . Por lo tanto es deseable que la energía “penalice” la presencia de esta componente.

Llamaremos  $g^\top$  a la componente de  $g$  en el espacio normal en  $\mu$ . Definimos entonces a la función de energía como,

$$F(\mu, K, \theta) = \frac{x^\top K_{\epsilon_1}^{-1} x}{2} + \frac{1}{\epsilon_2} \|g^\top\| \quad (3.12)$$

donde  $x$  son las coordenadas en la base  $A$  de la proyección de  $g$  en el espacio  $V$  y  $\epsilon_2$  es un real positivo.

Como se mencionó antes, este análisis es válido siempre que las formas consideradas no disten mucho entre sí. Los resultados presentados no son válidos globalmente.

En la figura 3.15 se muestra una representación gráfica de la idea de la energía definida.

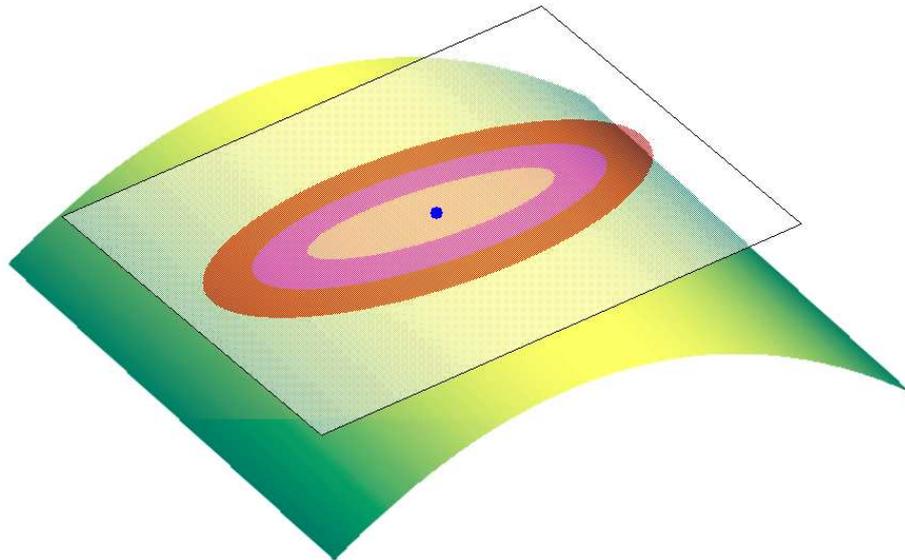


Figura 3.15: Se muestra una representación gráfica de la idea de la energía definida.

## Resultados

A continuación mostramos los resultados que se obtuvieron trabajando con la base de contornos de manos que se mostraron en la figura 3.12. Como se observa, las formas no difieren mucho entre sí, por lo que podemos asumir que se cumple la hipótesis de proximidad requerida. En este caso la estadística se generó a partir de la base completa que consta de 36 contornos. Originalmente se

contaba con unos 40, pero hubo que descartar 4 de ellos ya que diferían mucho del resto (manos cerradas).

Como ya se dijo, los vectores propios de la matriz de covarianza asociados a los vectores propios más grandes, representan las direcciones principales de variación. En la figura 3.16 se muestran las tres direcciones de principal variación obtenidos para el conjunto de contornos de manos.

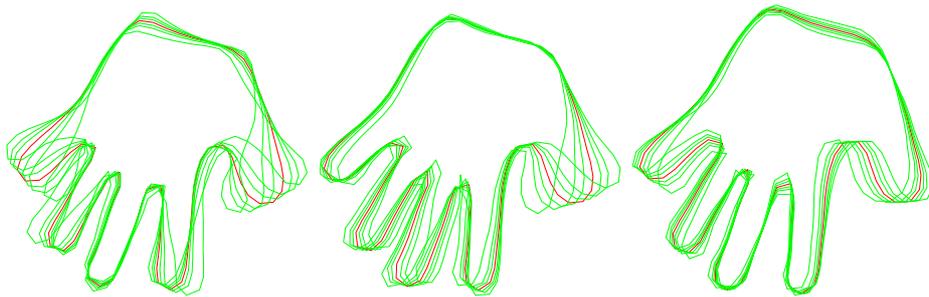


Figura 3.16: Direcciones principales para la base de manos. Se muestran en orden decreciente de izquierda a derecha.

El valor propio asociado a un vector propio representa como dijimos la varianza que se tiene en la dirección correspondiente. En la figura 3.17 se muestran en orden decreciente los 15 valores propios de las direcciones más significativas.

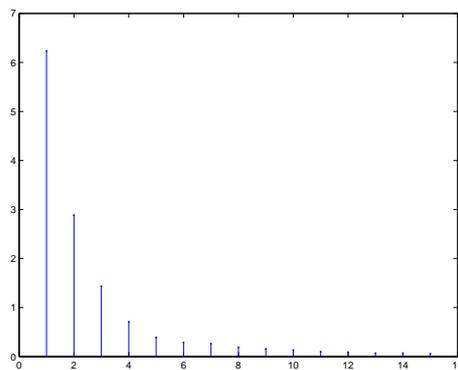


Figura 3.17: En la figura se muestran los 15 valores propios más significativos en orden decreciente para la estadística calculada para los contornos de las manos.

### Testeo

Para testear la estadística obtenida generamos formas aleatorias a partir de la estadística obtenida<sup>10</sup>. Notar que generar formas aleatoriamente es muy sencillo ya que la estadística se redujo a una normal multivariada. En la Figura 3.18 se muestran ocho contornos de manos generados aleatoriamente a partir de la estadística hallada.

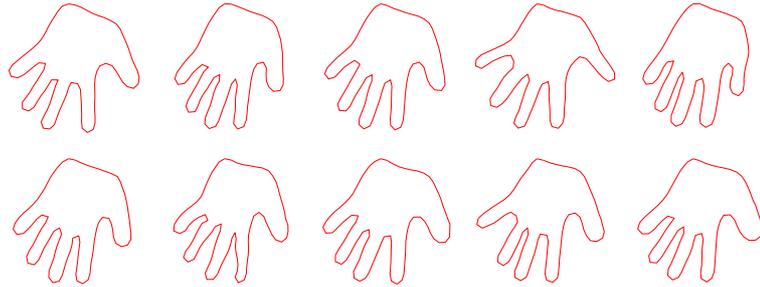


Figura 3.18: En la figura se muestran contornos de manos generadas aleatoriamente. Las energías asociadas a dichas formas son, de izquierda a derecha, arriba: 21.4, 20.1, 8.5, 31.6, 19.5 y abajo: 7.6, 100.9, 5.9, 21.9, 7.3. Para las manos de la base los valores energéticos están entre 4 y 16.

Se puede observar que las formas obtenidas se parecen a manos ya que tienen una palma, 5 dedos, el pulgar está más separado del resto y se mantienen una relación entre largo de los dedos coherente con la realidad. Sin embargo también se ve una limitante del algoritmo, y es que no se asegura que formas intermedias en una geodésica entre dos formas de la misma naturaleza tienen que pertenecer a ella. Por ejemplo la geodésica inferior de la figura 3.19 no mantiene un ancho de dedos razonable (observar como se deforma el pulgar).

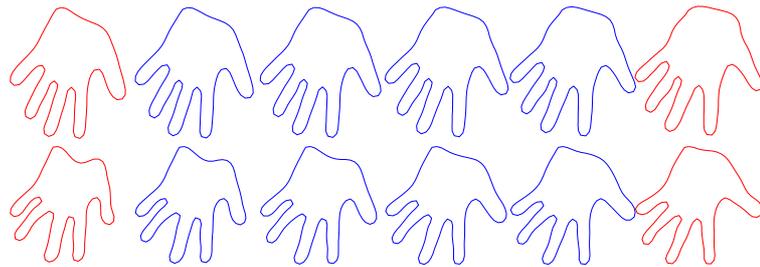


Figura 3.19: Geodésicas entre dos manos.

<sup>10</sup>Esto lo hacen también en [2]

## 3.5. Aplicaciones

En esta sección describiremos una aplicación del descriptor de forma presentado, a un problema de segmentación, del que se sabe *a priori* de la forma de lo que se quiere segmentar. La importancia de esta información se convierte en fundamental si se trabaja con imágenes ruidosas y/o parcialmente ocluidas.

La idea es integrar un método de corrección de forma en algún algoritmo de segmentación estándar y ver que es posible obtener resultados razonables. En este caso, el algoritmo utilizado es uno basado en Geodesic Active Regions (GAR). En la siguiente sección explicamos los detalles de la implementación.

### 3.5.1. Planteo

#### Hipótesis

Las hipótesis que asumimos para el algoritmo implementado son las siguientes.

1. En la imagen se encuentra un objeto que presenta una estadística en su nivel de gris distinguible del fondo de la imagen.
2. La forma del objeto a segmentar es similar a un modelo que se conoce. Esto no implica que pueda estar parcialmente deformado u ocluido.

#### Descripción general

De las hipótesis de trabajo se observa que se cuenta con información de dos clases distintas. Podría decirse que la primera es una propiedad de la imagen que se está segmentando y la segunda del objeto a segmentar.

La idea del algoritmo es evolucionar iterativamente una curva según los tipos de información antes mencionados. Es decir, un ajuste determina el movimiento de la curva de acuerdo a la información presente en la imagen y el otro lo hace basándose en la forma modelo. Llamemos a dichos ajustes “término de imagen” y “término de forma” respectivamente.

La segmentación se inicia a partir de una curva arbitraria. Los ajustes no tienen la misma influencia en la evolución de la curva a lo largo de la segmentación. A medida que transcurren las iteraciones el peso de cada uno varía en forma opuesta. Mientras que el peso del término de imagen decrece, el del término de forma aumenta. Se pretende que, en las primeras iteraciones, a partir de la información de imagen se detecte a grandes rasgos dónde está ubicado el objeto. Luego, la forma de la curva detectada comienza a tener mayor importancia. Es entonces cuando tiene mayor peso el término de corrección de forma. Como se conoce la forma aproximada del objeto *a priori*, es de esperar que el resultado de la segmentación lo refleje. Por lo tanto la idea de que el término de imagen pierda fuerza respecto del de forma pretende permitir a la curva moverse hacia formas más razonables sobre el final de la detección.

A continuación se explica cómo se implementó cada uno de los términos y cómo se relacionan entre sí. Antes mencionaremos que la curva está representada por un conjunto ordenado de  $n$  muestras equiespaciadas a las que llamamos puntos frontera. Sea  $\gamma$  una representación de la curva,

$$\gamma = [(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)] \in R^{2n}$$

donde  $(x_i, y_i)$  es el  $i$ -ésimo punto frontera.

### Término de imagen

El término de evolución de la curva a partir de la información de imagen se implementa mediante un algoritmo de GAR.

El objetivo es estimar la estadística de los niveles de gris en el interior y en el exterior de la curva, asumiendo un modelo gaussiano para cada región. En base a la probabilidad de que un punto frontera esté en el interior de la curva, a la probabilidad de que esté en el exterior y al factor de ponderación externo, se determina su avance por la dirección normal a la curva. El factor de ponderación externo regula la influencia del término de imagen en la segmentación.

### Término de forma

A continuación se enumeran los pasos que se realizan en la corrección. Presentamos una explicación más detallada de éste método en la sección “Corrección por forma” del Capítulo 5.

1. Hallamos la representación de la curva en el espacio de preformas. Notar que al hacer esto perderemos la ubicación, la orientación y la escala de la misma.
2. Calculamos la geodésica que une  $\theta_k$  con  $\theta_m$ , representación en el espacio de formas de la forma modelo.
3. Avanzamos por la geodésica desde  $\theta_k$  una cierta fracción de su largo.
4. Retornamos del espacio de forma a una curva en la imagen. Llamamos a este procedimiento “vuelta atrás”. Esto es un elemento de  $R^{2n}$ .

La vuelta atrás es un punto fundamental del algoritmo. A continuación explicamos el procedimiento seguido.

### Vuelta atrás

El algoritmo presentado en por Marques y Abrantes describe [9] una forma óptima de alinear un par de curvas planas definidas por listas de puntos.

Dado una curva “modelo”,  $\bar{x}$ , y una curva observada,  $x$ , se estima muy eficientemente y en forma óptima los parámetros de posicionamiento, escala y parametrización que alinean a  $x$  con  $\bar{x}$ .

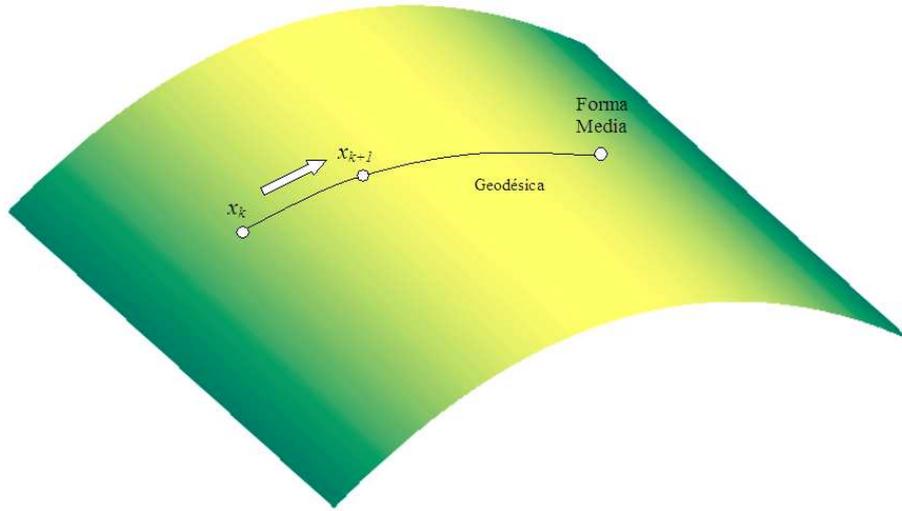


Figura 3.20: Corrección en el espacio de formas.

Claramente este problema es muy similar al que se nos presenta en la vuelta atrás. A continuación resumimos la idea general del algoritmo.

Las curvas con las que se trabaja están dadas por listas de puntos, de la misma forma en que se hace en el SVC. Sea  $\bar{x} \in \mathbb{R}^{2n}$  la representación de la curva “modelo” normalizada, esto es con norma de Frobenius<sup>11</sup> unitaria. Se supone que la curva observada  $\bar{x}$  es una versión deformada, rotada y homotetizada del modelo. Por otro lado las curvas pueden estar parametrizadas en forma distinta, por lo que se estima, mediante una rotación circular, la reparametrización correspondiente. Es decir que se cumple que

$$x = D_m \{ Rc(\bar{x} + x_d) \} \quad (3.13)$$

donde  $x_d \in \mathbb{R}^{2n}$  es el vector de deformación,  $c$  es el factor de escalado,  $R$  es una matriz de rotación de ángulo  $\theta$  dada por

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

y  $D_m$  es el operador de rotación circular de  $m$  lugares, el cual está dado por

$$D_m \{v\} = [(x_m, y_m), (x_{m+1}, y_{m+1}), \dots, (x_{m-1}, y_{m-1})]$$

con  $v = [(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)]$ .

<sup>11</sup>Recordamos que la norma de Frobenius de una matriz  $M = ((a_{ij}))$  está dada por  $\|M\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} a_{ij}^2}$ .

Es decir que si se le aplica al modelo  $\bar{x}$  una deformación  $x_d$ , una rotación de ángulo  $\theta$ , un escalado de factor  $c$  y una rotación circular de  $m$  lugares se obtiene la curva observada  $x$ .

Por lo tanto, el problema se reduce a hallar los parámetros  $m$ ,  $\theta$  y  $c$  de la ecuación (3.13). Es claro que  $x_d$  no se conoce, y si no se asumen restricciones sobre sus posibles variaciones el problema presenta infinitas soluciones. Por lo tanto, se estiman los parámetros  $m$ ,  $\theta$  y  $c$  tales que  $x_d$  presenta norma mínima. Es decir

$$\min_{m,\theta,c} \|x - c\psi\|_F^2 \quad (3.14)$$

donde  $\psi = D_m\{R\bar{x}\}$ . Observamos ahora que el término a minimizar en la ecuación (3.14) se puede reescribir como,

$$\|x - c\psi\|_F^2 = \|x\|_F^2 - 2c \langle x, \psi \rangle + c^2 \|\psi\|_F^2$$

donde  $\langle \cdot \rangle$  representa el producto interno que define la norma de Frobenius y que cumple la propiedad

$$\langle a, b \rangle = \text{tr}\{ab^T\}$$

donde  $\text{tr}$  representa la traza de la matriz  $ab^T$ . Como  $\|\psi\|_F = 1$  (ya que es el resultado de rotar y reparametrizar  $\bar{x}$ ) se tiene que el problema se redujo a minimizar un polinomio de segundo grado de variable  $c$  dado por

$$c^2 - 2c \langle x, \psi \rangle + \|x\|_F^2 \quad (3.15)$$

Por lo que el valor de  $c$  que minimiza la expresión anterior se halla derivando respecto de  $c$  e igualando a cero el resultado obtenido, de donde se obtiene que

$$c = \langle x, \psi \rangle \quad (3.16)$$

Notar que si sustituímos (3.16) en la (3.15) se tiene

$$\min_{m,\theta,c} \|x\|_F^2 - c^2 \quad (3.17)$$

y como la norma de  $x$  es constante se tiene que el problema anterior se reduce al de maximizar  $c$ . Entonces los valores de  $\theta$  y  $m$  se obtienen resolviendo

$$\max_{m,\theta} \text{tr}\{ab^T\} \quad (3.18)$$

En el artículo se presenta una solución muy elegante para el problema anterior basada en el cálculo de DFTs.

Finalmente la aplicación al problema de la vuelta atrás del algoritmo descrito es la siguiente:

- Se toma la curva modelo como la curva que se obtiene con la forma luego de la corrección tal que tenga norma de Frobenius igual a uno.
- Se toma como la curva observada a la que se tenía en la segmentación antes de hacer la corrección de forma.
- Lo que se obtiene es la alineación óptima de la curva con la forma corregida a la curva que había antes de la corrección.

### 3.5.2. Resultados

A continuación analizaremos los resultados que obtuvimos al probar el algoritmo de segmentación descrito en la sección anterior.

En la figura 3.21 se muestra una imagen artificial de un pez que tiene la forma indicada. Dicha forma es el prior que utilizamos en la segmentación. A la imagen se le agregó ruido y la forma se encuentra parcialmente ocluida.

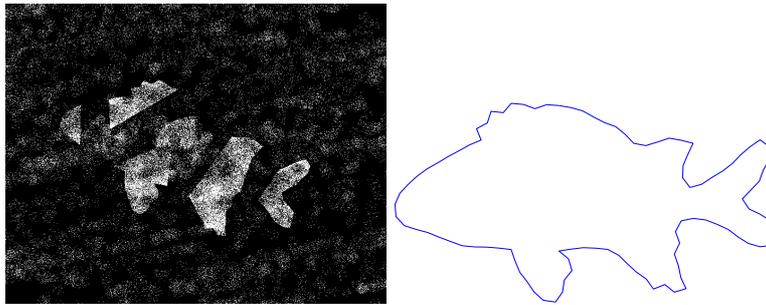


Figura 3.21: Imagen ruidosa donde se quiere segmentar el pez ocluido.

En la figura 3.22 puede verse la evolución de la detección.

Al observarse la evolución de la segmentación, puede apreciarse claramente cómo el peso del término de imagen domina en las primeras iteraciones, en tanto que el término de forma comienza a ganar peso sobre el final.

Puede apreciarse muy bien en el ejemplo el objetivo buscado al implementar factores que varían con las iteraciones. Al comienzo el término de GAR juega un papel fundamental, ya que encuentra varias regiones de interés, esta curva puede pensarse como una primera estimación del objeto. Notar que se deja afuera a una pequeña región clara (boca del pez) en la parte superior izquierda. Esta primera detección logra que la forma que la curva tenga cuando empieza a tener peso el término de forma, sea ya a *grosso modo* similar a la del pez. De esta manera tiene sentido la corrección por forma.

En la evolución que se muestra en la figura 3.22, puede verse, a partir del tercer cuadro, cómo el término de forma comienza a tener mayor influencia. En contra de lo que haría el GAR evolucionando libremente, la curva empieza a crecer. En particular, en la parte superior izquierda,

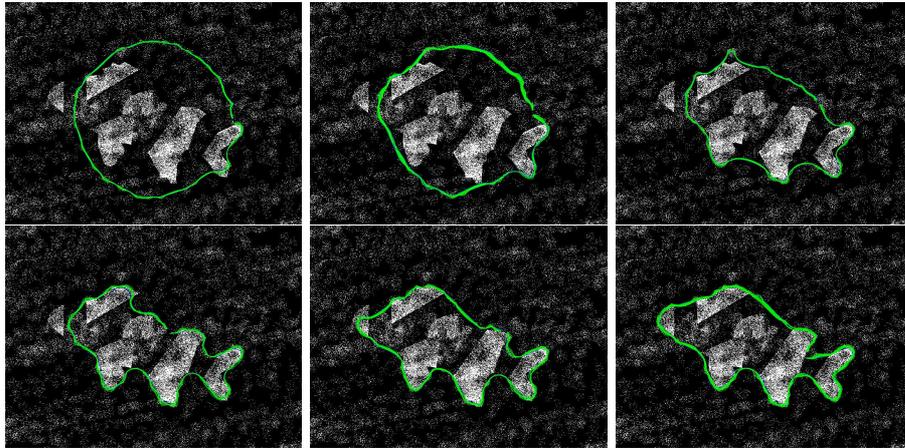


Figura 3.22: Primera secuencia de la segmentación. Ordenadas de izquierda a derecha.

la curva se agranda muy lentamente debido a la oposición que ejerce el término de imagen. Cuando la curva logra incluir puntos de la región aislada, ambos términos, de imagen y de forma, ayudan a incluirla completamente.

Vemos que el resultado final es muy bueno. Este se muestra en la figura 3.23.

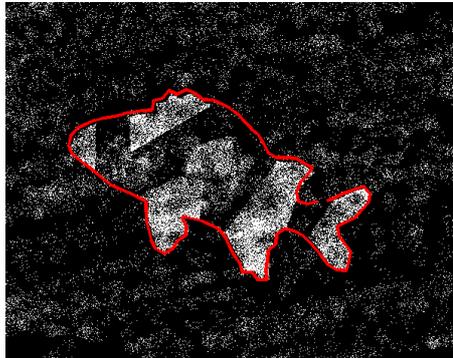


Figura 3.23: Resultado obtenido luego de la segmentación.

### Comentarios

Claramente no puede obtenerse la solución deseada si no se utiliza de alguna manera la información que se tiene sobre la forma. Lo que resulta natural de esperar de un algoritmo de segmentación que no cuente con este dato *a priori*, es que segmente individualmente cada una de las regiones presentes en la imagen.

Probamos el algoritmo implementado por Juan Cardelino [10]. Evidentemente este algoritmo está subutilizado ya que únicamente se usa el canal de nivel de gris en esta segmentación. El resultado se muestra en la figura 3.24. Como era de esperar, se observa que se detectaron las “islas” blancas como objetos independientes.

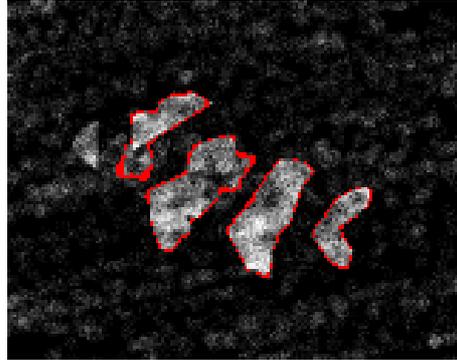


Figura 3.24: Resultado obtenido luego de la segmentación realizada por el algoritmo implementado por Juan Cardelino en [10].

A modo de conclusión, se desprende del análisis anterior que la utilización de términos de forma en una segmentación puede lograr grandes resultados, incluso con algoritmos muy simples. Evidentemente para obtener una solución robusta es necesario un trabajo mucho más profundo que el presentado en esta sección.

Por otro lado, lo que se muestra en esta sección es un método particular de incluir la información de forma. Existen muchas otras alternativas que pueden también implementarse con este descriptor, como ser por ejemplo tener control de la variación de la forma entre iteraciones en una segmentación, y queda una puerta abierta al interesante problema de investigar otras.

## Capítulo 4

# Análisis Estadístico de la Base de Datos

### 4.1. Introducción

En este capítulo se analizan los datos de ecografías obtenidas y marcadas por expertos del INIA. Realizamos estudios sobre distintos aspectos de las ecografías y sus interpretaciones realizadas por los expertos, con el objetivo de encontrar características que puedan ser útiles en la segmentación.

En particular realizamos tres tipos de estudios, que resumimos a continuación.

**Estudio estadístico de la forma.** Utilizando el descriptor de forma y la noción de forma media expuestos en los capítulos anteriores es posible dar un modelo paramétrico de la estadística de la forma de los ojos de bife a partir de las marcas de los expertos.

**Tono de gris y bordes sobre la frontera del ojo de bife.** Interesa conocer cuáles son las regiones del ojo de bife en las que hay mayor información de imagen, y en cuáles debe pesar más la interpolación usando el conocimiento *a priori* de la forma.

Comenzaremos resumiendo el conjunto de datos con los que se cuenta y en qué condiciones fueron obtenidos. En la sección 4.3 describimos los ensayos realizados en el estudio estadístico de la forma, y sus resultados. En la sección 4.4 se detallan los estudios de bordes sobre la frontera del ojo de bife.

Estancia	Cant. imágenes	Raza	Id de las imágenes
Santa Rita Perseverano	45	HEREFORD	9721 9765
La Manchega Asencio	34	HEREFORD	9766 9799
Loma Azul Florida	117	HEREFORD	10415 10531
Capilla Vieja Cardona	48	HEREFORD	12570 12617
	20		12814 12833
	38	HEREFORD	12834 12871
El Baqueano Molles	131	HEREFORD	12130 12260
Los Butia - Guichón	34	HEREFORD	11986 12019
Garzón Rocha	20	HEREFORD	17453 17472
Cipa Cebollatí - 7a. Sección	24	HEREFORD	15773 15796
	23		15821 15843
La Chiquita Young	19	HEREFORD	14786 14804
Los Tilos Feliciano	63	HEREFORD	18484 18546

Cuadro 4.1: Ecografías marcadas por imagen.

## 4.2. Descripción de los datos

Se cuenta con una base de datos que consta de 614 imágenes ecográficas de ojos de bife que fueron adquiridas en 10 estancias distintas, durante los meses de febrero a mayo de 2004. Se cuenta además con las marcas realizadas por dos expertos (Daniela y Chifa) sobre estas imágenes.

El cuadro 4.1 muestra cómo se distribuyen las imágenes por estancia. Es importante aclarar que todos los animales estudiados tienen aproximadamente la misma edad (180 días).

## 4.3. Estadística de la forma del ojo de bife

Dada la pobre relación señal a ruido que poseen las imágenes ecográficas del ojo de bife, en su detección resulta fundamental el conocimiento previo de la forma que posee. Es notoria la manera en que los expertos sacan provecho de esta información *a priori*, y por lo tanto parece natural introducir algún patrón de forma en la segmentación automática.

La primera pregunta que surge es acerca de la naturaleza del comportamiento de este patrón de forma. ¿Qué forma tienen los ojos de bife? ¿Existen formas típicas? ¿Cuántas? ¿Cuánto distan entre sí? ¿Cuál es la varianza con respecto a estas formas típicas?

Para responder a estas preguntas, y en definitiva conocer la naturaleza de la forma de los ojos de bife, realizamos los estudios estadísticos que se describen en esta sección.

Los objetivos particulares de esta etapa y su relación con las preguntas antes formuladas son los siguientes:

- Investigar la conveniencia o no de incluir el “hook” para realizar el cálculo de la forma media. El resultado de este estudio determinará la forma en la que de aquí en más se considerará el ojo de bife.

- *Estudiar la relación entre la forma media de animales de distintas cabañas.* Una primera aproximación para responder la pregunta acerca de la existencia o no de formas de ojo de bife típicas es estudiando primero grupos de animales criados en condiciones similares y comparar luego estos grupos entre sí.
- *Detectar clusters (agrupamientos) de formas.* Para determinar si existen uno o varios ojos de bife típicos, se considera el estudio por cabaña.
- *Estudiar la relación entre la matriz de covarianza y direcciones principales halladas a partir de animales de distintas cabañas.* Finalmente se comparan las demás propiedades estadísticas de las cabañas.

### Ensayos realizados

Assumiendo cierta homogeneidad entre los animales criados en iguales condiciones, es de esperar que si existen clusters en la forma de los ojos de bife, estos se correspondan con cabañas distintas.

Con este fin, calculamos una forma media y matriz de covarianza para cada cabaña, y medimos la distancia entre formas medias de distintas cabañas y la distancia entre estas matrices de covarianza.

También comparamos la distancia de la forma media de una cabaña a ojos de bife de la misma, y a cabañas distintas y estudiamos la distribución entre estas distancias.

### Incidencia del “hook”

Como ya se ha explicado antes, el “hook” del ojo de bife es una entrada de grasa sobre el mismo, que se produce cercana al extremo izquierdo superior del músculo.

Los expertos, al marcar las ecografías, tienen en cuenta la existencia del “hook”. Sin embargo su aporte al área no es significativo.

En particular, en esta etapa, nos interesa saber si el hecho de considerar el “hook”, no oculta rasgos comunes del comportamiento de la forma de los ojos de bife. Para esto, en todos los ensayos, consideraremos la forma media de las marcas realizadas por cada experto teniendo en cuenta el “hook” y sin tenerlo en cuenta. Para eliminar el “hook” de la imagen se utilizará la envolvente convexa del ojo de bife (ver Figura 4.1), en la región donde se encuentra el “hook”. El “hook” es fácilmente detectable considerando las funciones directrices de las marcas.

#### 4.3.1. Estudio de la forma media por cabaña

Para calcular las formas medias de cada cabaña, consideramos sólo la mitad de las formas de la cabaña, con el fin de que quede la otra mitad para verificar la representatividad de la forma media. Este estudio se realizó sobre las ecografías de seis estancias, a saber: “El Baqueano”, “Loma Azul”, “Garzón”, “Los Butiá”, “Santa Rita” y “La Manchega”.

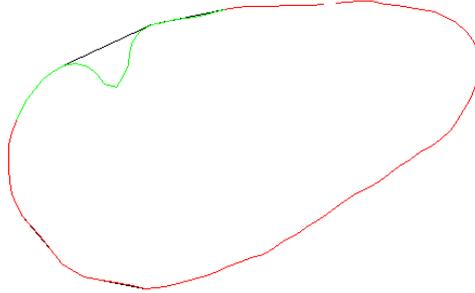


Figura 4.1: Ojo de bife con “hook” sin “hook”.

En las figuras 4.2 y 4.3 se puede ver el resultado para dos de las cabañas, junto con las correspondientes funciones directrices. En las funciones directrices se puede ver claramente la parte que corresponde al “hook”, y cómo esta parte desaparece al trabajar sin “hook”.

Calculamos las distancias entre la forma media y las demás formas de la cabaña. Esto fue hecho para todas las cabañas, menos para “Capilla Vieja”. Para poder comparar la distribución de distancias a la forma media en las distintas cabañas, en las figuras 4.4 y 4.5 se muestran las superposiciones de los histogramas obtenidos para cada una de las cabañas. Hay 4 tipos distintos de histogramas:

- distancias de la forma media a las formas que participaron en el promediado para el caso sin “hook” y con “hook”.
- distancia de la forma media a aquellas formas de la cabañas que no participaron en el promediado para el caso sin “hook” y con “hook”.

En la Figura 4.4 se muestran los histogramas de las distancias entre formas sin “hook” mientras que en la Figura 4.5 se pueden ver los respectivos histogramas para los ojos de bife con “hook”.

De estos histogramas se pueden extraer las siguientes observaciones y conclusiones:

- No hay distancias menores que 0.4. Probablemente esto se explique debido a que, a diferencia de la forma media, los ojos de bife tienen detalles que se condicen con componentes en alta frecuencia. Al realizar el promediado, estos detalles desaparecen.
- La distribución de distancias a la forma media de los ojos de bife que participaron en el promediado es similar a la del resto de los ojos de bife de la cabaña. Esto se cumple para todas las cabañas y da la pauta de que la forma media calculada con la mitad de las formas de la cabaña es representativa de la cabaña entera.

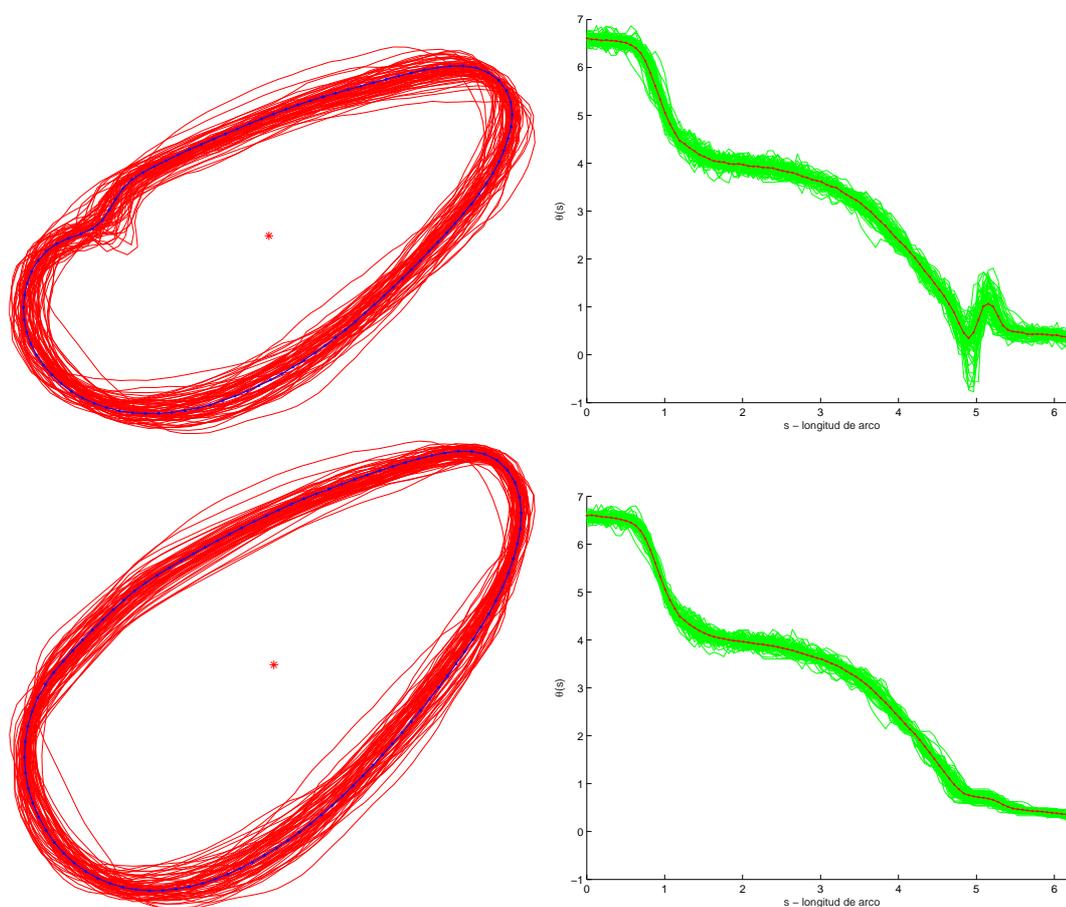


Figura 4.2: Forma media con y sin “hook” para “El Baqueano”.

- La distribución de distancias a la forma media es similar en todas las cabañas. Esto quiere decir que en este aspecto no hay comportamientos muy disímiles entre cabañas.
- Las distancias entre los ojos de bife sin “hook” a la forma media están claramente concentrados entre 0.4 y 1.2, habiendo muy pocos *outliers*. Cuando se considera el “hook” las distancias ahora ocupan un rango mucho mayor (aproximadamente entre 0.6 y 2.8).

Este último punto nos permite apreciar que la forma media al no considerar el “hook” es más representativa del conjunto. El “hook” varía mucho de un ojo de bife a otro y por este motivo las distancias entre formas aumentan al considerarlo. Sin embargo, si bien dos formas con “hook” pueden estar relativamente lejos entre sí, las formas sin “hook” no lo están. Por lo tanto, es conveniente no considerarlo, aprovechando la poca variabilidad que hay con respecto a la forma media sin “hook”.

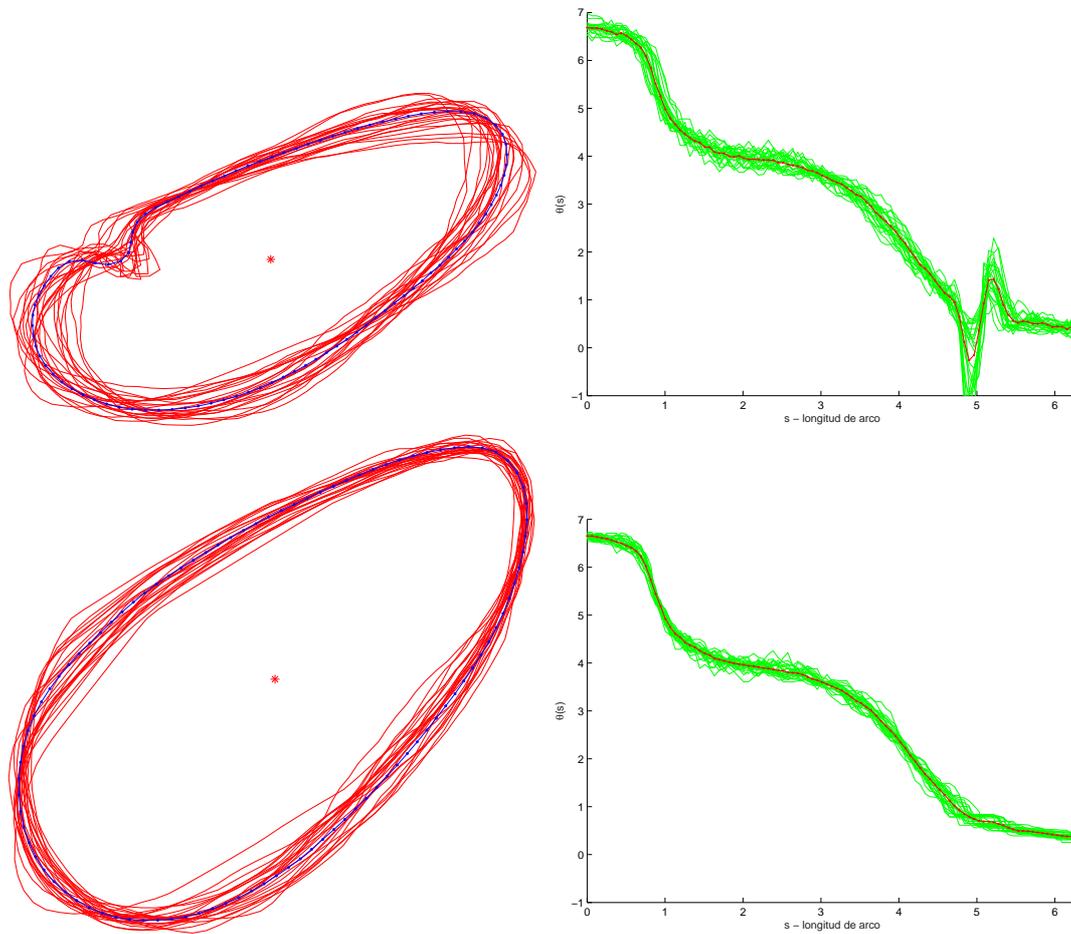


Figura 4.3: Forma media con y sin “hook” para “Santa Rita”.

Hasta el momento hemos visto que, por lo menos desde el punto de vista de las distancias a la forma media, las distintas cabañas se parecen bastante entre sí. Si embargo podría suceder que estas formas medias fueran muy distintas. En este caso sería de esperar que existieran *clusters*, o agrupamientos de formas, asociados estos con las cabañas. En la siguiente sección estudiaremos esta posibilidad.

### 4.3.2. Estudio acerca de la existencia de clusters

Con el fin de determinar si existen clusters asociados a las diferentes cabañas, comparamos las formas medias correspondientes a cabañas distintas. En la Figura 4.6 se puede apreciar la comparación de las formas medias calculadas para las cabañas “Santa Rita”, “La Manchega”,

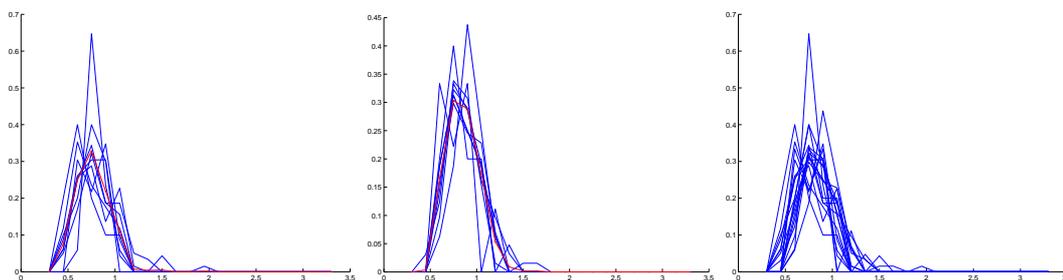


Figura 4.4: Histogramas de distancias a la forma media sin considerar “hook”. A la izq. distancias a los ojos de bife que fueron promediados, en el centro al resto y a la der. todos juntos superpuestos.

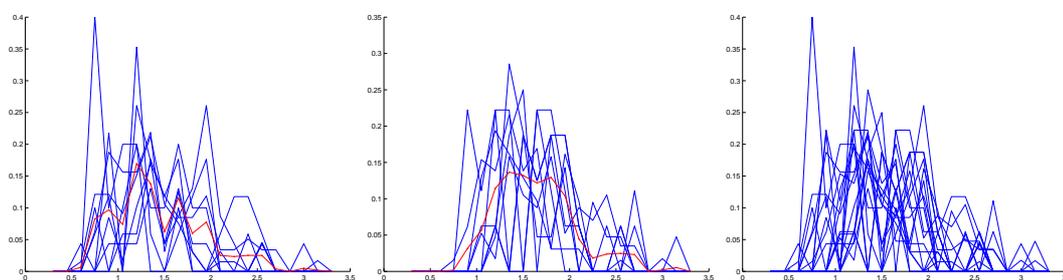


Figura 4.5: Histogramas de distancias a la forma media considerando el “hook”. A la izquierda distancias a los ojos de bife que fueron promediados, en el centro al resto y a la derecha todos juntos superpuestos.

“Los Butiá”, “El Baqueano”, “Garzón” y “Loma Azul”.

Es notoria la gran similitud entre las formas medias, aún considerando el “hook”. Las tablas 4.2 y 4.3 resumen las distancias entre las respectivas formas medias. Al comparar los resultados presentados en dichas tablas se observa que las formas consideradas sin “hook” están todas mucho más cerca entre sí que las otras. Esto muestra una vez más cómo incide el “hook” en el cálculo de las distancias.

Aunque estos experimentos carezcan del rigor necesario para poder sacar conclusiones bien fundadas, podemos aventurar algunas afirmaciones.

Este experimento parece indicar que, por lo menos con respecto a los ojos de bife sin “hook”, no se observa una gran variación entre las distintas estancias. La variación observada al considerar los ojos de bife, tampoco parece atribuible a la existencia de clusters asociados a las cabañas, dado que dentro de cada cabaña se observa la misma variación.

Para finalizar comparamos la forma media de una cabaña con formas de otras cabañas. Con este fin calculamos los histogramas de la distancias de la forma media de “Loma Azul” a los ojos de bife de “El Baqueano”, y de la forma media de “El Baqueano” a los ojos de bife de “Los Butia”, “Garzón” y “Cipa”. En la Figura 4.7 se comparan ambos histogramas, considerando nuevamente

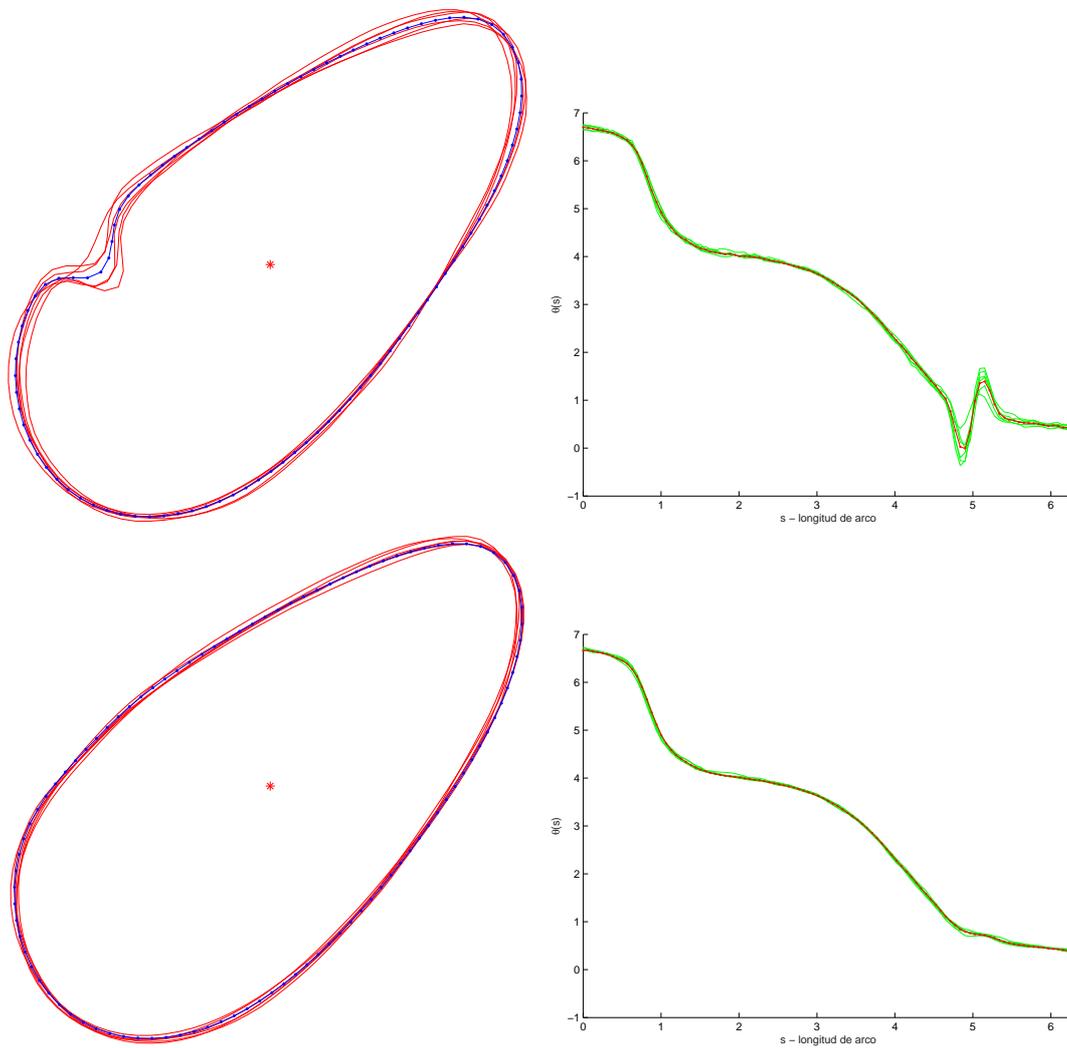


Figura 4.6: Comparación entre las formas medias correspondientes a 6 cabañas.

los ojos de bife con y sin “hook”.

### 4.3.3. Matriz de covarianza por cabaña

En esta sección repetiremos para la matriz de covarianza algunos de los experimentos realizados antes para la forma media. Comenzamos calculando las matrices de covarianza para seis cabañas. Estas son “Santa Rita”, “La Manchega”, “Los Butiá”, “El Baqueano”, “Los Tilos” y “Loma Azul”.

	SR	LM	LA	EB	LB	G
SR	0	1.2270	0.9781	2.7375	1.4681	1.6739
LM	1.2270	0	1.1922	3.7802	2.2828	2.6385
LA	0.9781	1.1922	0	3.0657	1.6523	2.1909
EB	2.7375	3.7802	3.0657	0	1.9202	1.8565
LB	1.4681	2.2828	1.6523	1.9202	0	1.3161
G	1.6739	2.6385	2.1909	1.8565	1.3161	0

Cuadro 4.2: Distancias entre formas medias con “hook”.

	SR	LM	LA	EB	LB	G
SR	0	0.5996	0.4740	0.5931	0.7474	0.8415
LM	0.5996	0	0.6211	0.8233	0.7726	0.9151
LA	0.4740	0.6211	0	0.5576	0.5398	0.7490
EB	0.5931	0.8233	0.5576	0	0.6511	0.7793
LB	0.7474	0.7726	0.5398	0.6511	0	0.8185
G	0.8415	0.9151	0.7490	0.7793	0.8185	0

Cuadro 4.3: Distancias entre formas medias sin “hook”.

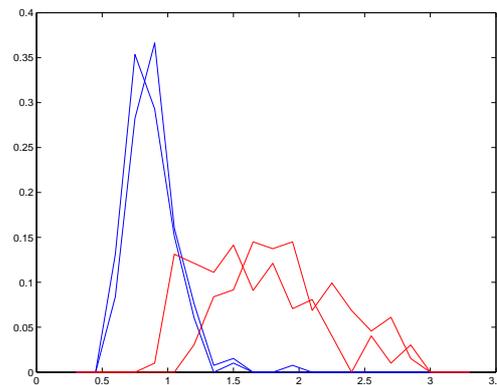


Figura 4.7: Distribución de distancias de forma media de una cabaña a formas de otras cabañas. En azul, sin “hook”.

Con el fin de comparar las matrices de covarianza, comparamos sus valores y vectores propios. En la Figura 4.8 se muestra una gráfica comparativa de los 10 mayores valores propios para las 6 cabañas con y sin “hook”.

Se puede observar que los valores propios son mayores considerando el “hook”. Esto era esperable, pues en este caso hay más varianza con respecto a la media. También se observa una gran coincidencia entre los valores propios de diferentes cabañas en el caso con “hook”, no siendo así al

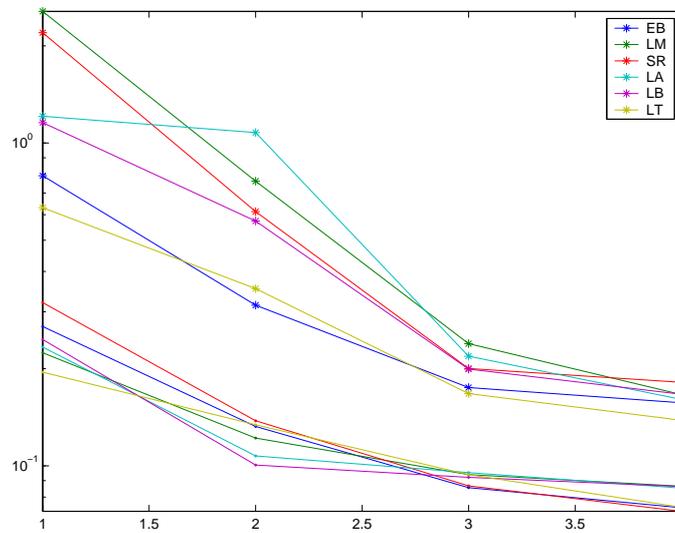


Figura 4.8: Valores propios principales con y sin “hook”. Se muestran los datos para cada uno de los cuatro valores propios principales. El índice 1 indica el valor propio principal.

considerar el “hook”.

En las figuras 4.9 y 4.10 se muestran la comparación de los vectores propios asociados a los 4 mayores valores propios para el caso con y sin “hook”.

Se puede apreciar que la mayor coincidencia entre vectores propios de distintas cabañas se observa al considerar el “hook”. En cambio, cuando se trabaja con formas convexas, las direcciones de mayor variación son mucho más dispares entre las distintas cabañas.

También es perceptible que la correlación disminuye al disminuir la magnitud de los valores propios, independientemente de si se considera el “hook” o no.

### Efectos de las direcciones principales

En esta sección identificaremos cómo se modifica la forma cuando nos movemos en direcciones geodésicas dadas por vectores propios hallados en la sección anterior.

Para ello calculamos flujos geodésicos de tiempos proporcionales a los principales valores propios, en la dirección del correspondiente vector propio. Trabajamos con los datos de las cabañas “El Baqueano”, “Loma Azul” y “Los Tilos”, por ser las estancias con mayor cantidad de muestras, y porque tienen diferencias en sus matrices de covarianza. Realizamos el modelado de las formas con y sin “hook”.

Para poder efectuar la comparación de las direcciones propias, calculamos la forma media entre las formas medias de cada cabaña. A partir de esta forma media, consideramos los desplazamientos en las direcciones dadas por los vectores propios principales.

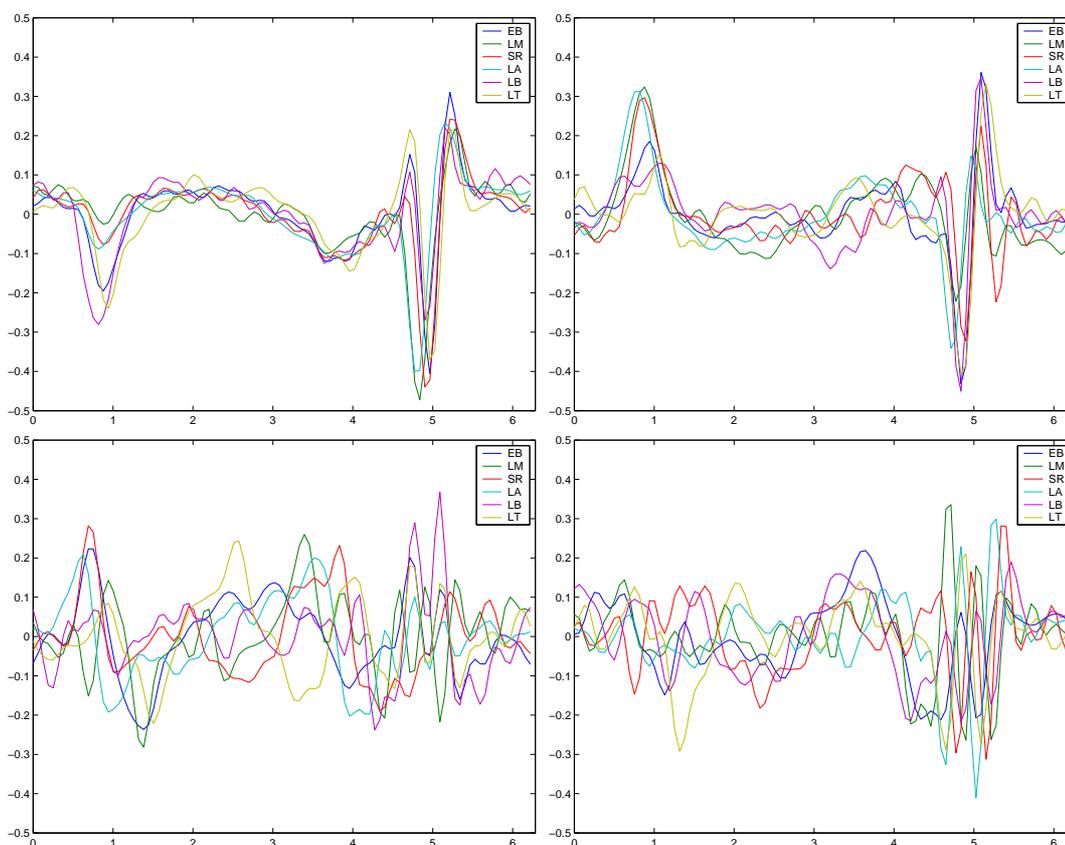


Figura 4.9: Vectores propios principales con “hook”. El valor propio asociado decrece en sentido horario, empezando de la superior izq.

En las figuras 4.11 y 4.12 mostramos las variaciones respecto de la forma media sobre las 3 direcciones asociadas a los 3 valores propios dominantes para el caso con y sin “hook” respectivamente.

Claramente se verifica una vez más la idea de que la forma presenta una gran varianza en la zona del “hook” y también es claro que al menos los dos primeros vectores propios representan variaciones en la zona del “hook”, no siendo éstas tan claras para el tercer vector propio. Esta observación es en cierta forma coherente con la Figura 4.8. En la figura se puede apreciar que los terceros valores propios en el caso sin “hook” coinciden con los primeros valores propios en el caso convexo.

Se observa también que al no considerar el “hook” hay poca varianza en las segunda y tercera direcciones principales. En cambio en el caso con “hook” si bien las variaciones disminuyen, éstas son todavía importantes. Esto es coherente con los valores de varianza.

Llama la atención el comportamiento de las curvas verdes en el centro de la Figura 4.11, estas

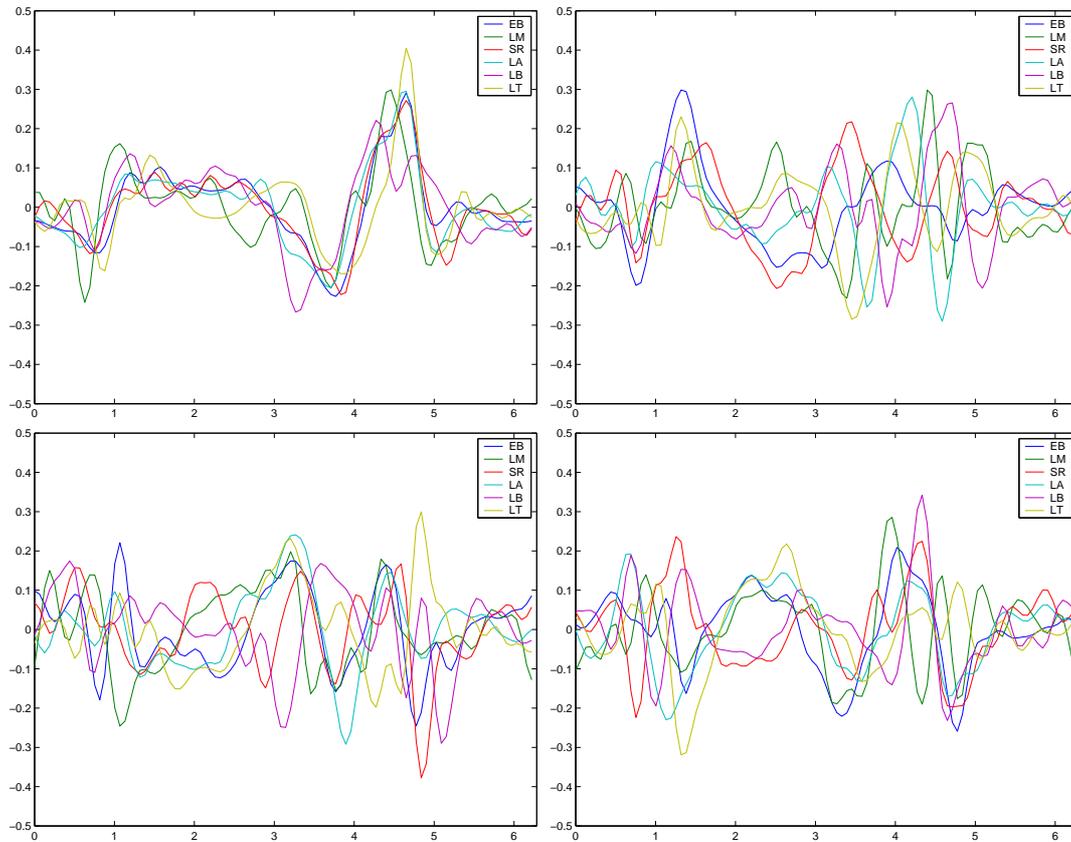


Figura 4.10: Vectores propios principales sin “hook”. El valor propio asociado decrece en sentido horario, empezando de la superior izq.

curvas difieren de las demás en una zona apartada del “hook”. Esta diferencia, sin embargo no se observa en las curvas convexas, dado que es un detalle que se pierde al tomar la envolvente convexa. Estos ojos de bife corresponden a la estancia “Loma Azul”. Hay coherencia con el segundo valor propio observado en la Figura 4.8, considerablemente mayor que los demás. De todos modos la concavidad observada, está exagerada debido a que si bien las curvas fueron obtenidas mediante flujos geodésicos en la dirección del segundo vector propio, el punto de partida de estas geodésicas, no coincide con el que debería ser. Como dijimos antes, a los efectos de poder comparar las direcciones principales, el punto de salida de las geodésicas no es la forma media de “Loma Azul”, sino su promedio con las de las otras dos estancias.

Esto refuerza aún más la conveniencia de trabajar con la envolvente convexa de los ojos de bife.

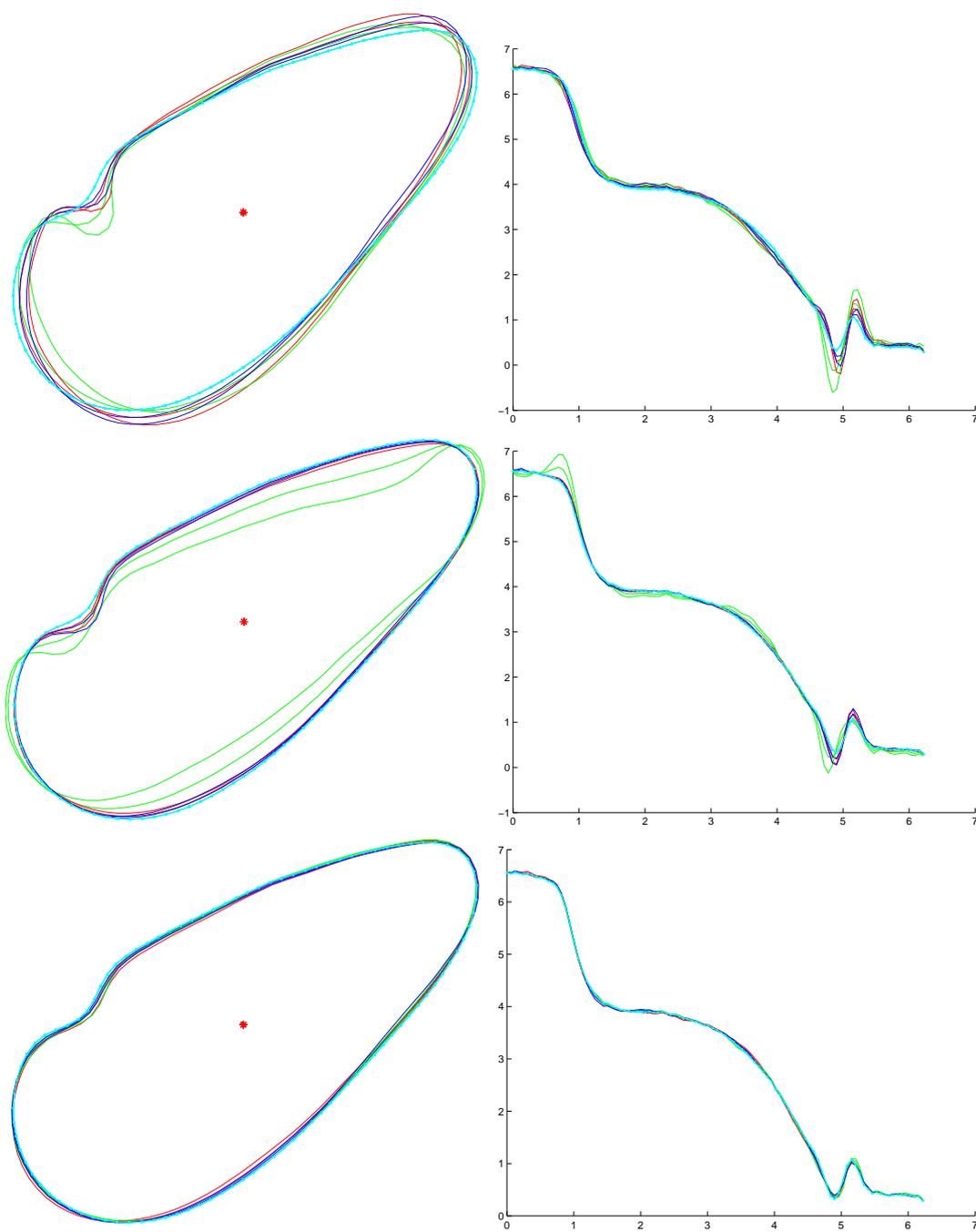


Figura 4.11: Variaciones respecto de la forma media considerando las formas con “hook” sobre las 3 direcciones asociadas con los vectores propios principales.

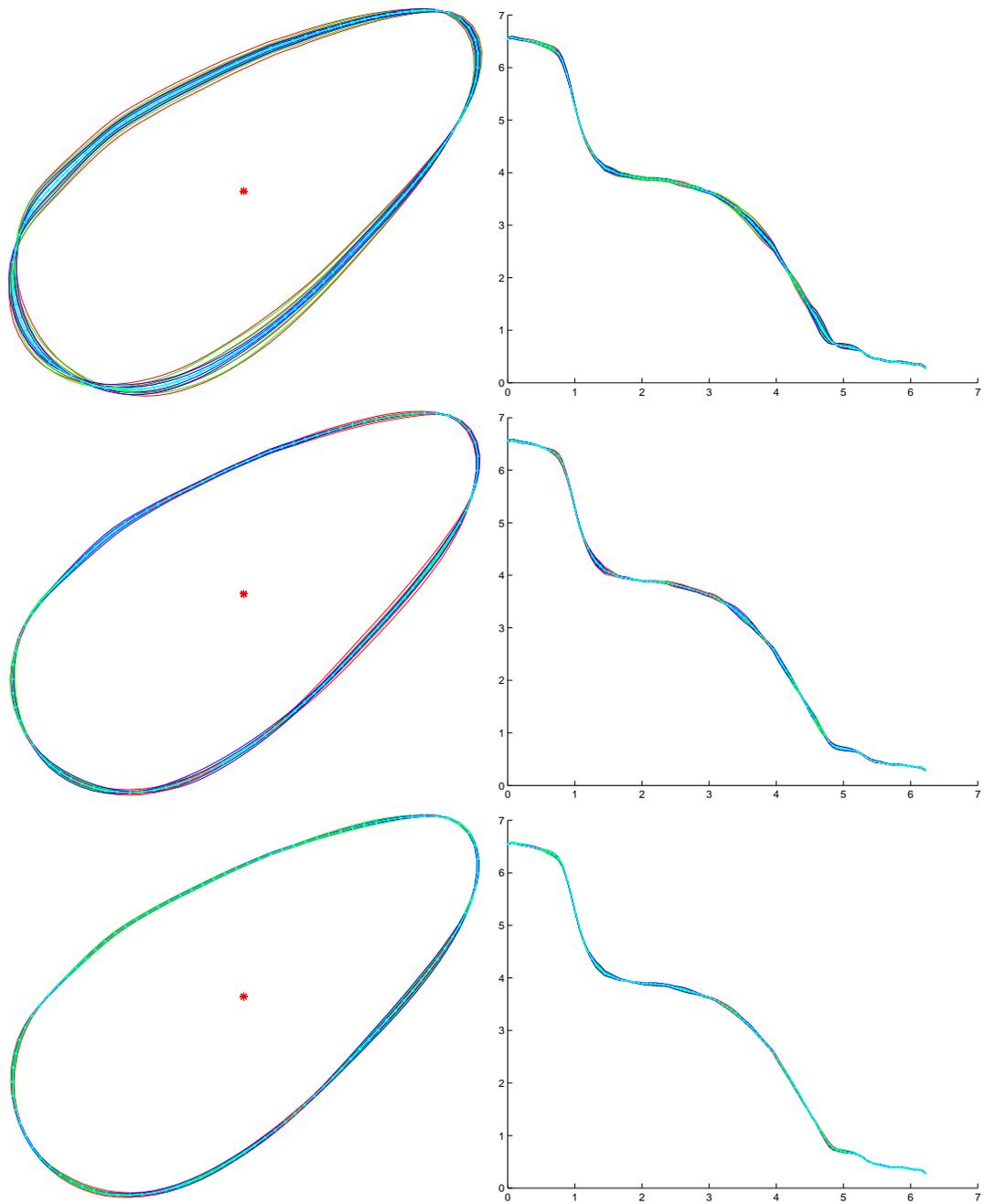


Figura 4.12: Variaciones respecto de la forma media considerando las formas sin “hook” sobre las 3 direcciones asociadas con los vectores propios principales.

## 4.4. Estadística de la imagen en los bordes

Del análisis visual de las ecografías se aprecia que la frontera de los ojos de bife no está igualmente definida en los distintos sectores de la misma. Se observa que en general el sector superior queda muy bien definido, el sector inferior menos y en los dos laterales difícilmente encontremos información. Este efecto se debe principalmente al método utilizado para obtener las imágenes, por ejemplo, la zona superior es la más cercana al trasductor, además tiene los bordes perpendiculares a la onda sonora que se dispara y eso explica por qué se ve mejor. En la figura 4.13 se observa un ejemplo.

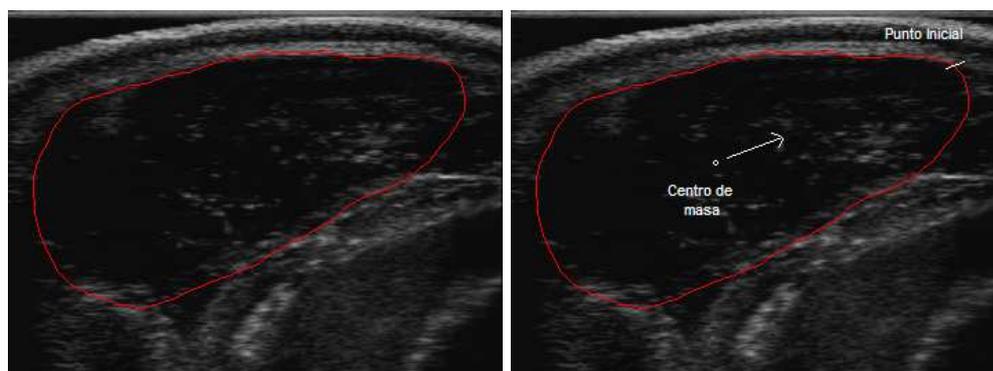


Figura 4.13: Marca de un experto sobre una ecografía.

Sería interesante tener algún método más objetivo de obtener esta información para incluirla luego en la segmentación. Para ello desarrollamos el siguiente método:

Estudiamos el tono de gris y el gradiente de la imagen en los lugares cercanos a las marcas de los expertos. Para ello aprovechamos el mapeo normal a una curva desarrollado en el SVC.1. Recordemos que el mapeo generaba una imagen rectangular dónde las columnas corresponden a rectas normales a la curva en la imagen original, ver Figura 4.14. Lo que muestra la “imagen mapeo” es el desarrollo de la imagen alrededor de la marca del experto, ver Figura 4.14. Los mapeos son generados sobre la imagen con la máscara aplicada para evitar las zonas brillantes que no corresponden a la ecografía. Es importante aclarar que se elimino el hook antes de realizar el promediado, recordar que en esta región fue donde se encontró mayor variación entre distintos ejemplares.

Intentaremos promediar ahora los mapeos para varias marcas, pero antes debemos correlacionarlas. Para ello elegimos desenvolverlas desde algún lugar que sea aproximadamente siempre el mismo. Como punto inicial para desenvolverla tomaremos la intersección de la curva con una recta disparada desde el centro de masa en la dirección principal de ojo. Luego, a la imagen obtenida le aplicamos un filtro de Sobel vertical, para obtener el gradiente de la misma por columnas y resaltar los bordes. La imagen promediada y filtrada se muestra en la figura 4.15.

Los resultados son los esperados, quedan muy claramente definidos los bordes en la parte correspondiente al sector superior, bastante menos en la zona inferior y casi nada en los laterales.

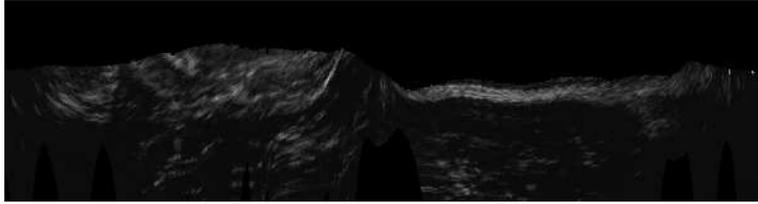


Figura 4.14: Mapeo normal de la ecografía de la Figura 4.13.

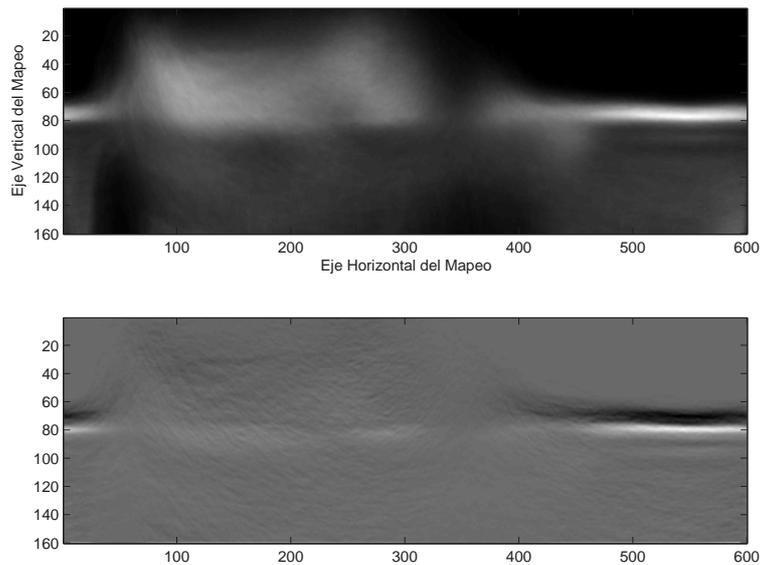


Figura 4.15: Promedio de 150 mapeos y su gradiente.

En el capítulo 5, veremos cómo incluir estos resultados en la segmentación.

### Observación

Como se explicó en el Capítulo 1, el algoritmo de corrección por bordes del SVC 1, intenta encontrar una frontera horizontal que recorra toda la línea media de la imagen de mapeo filtrada y umbralizada.

Analizamos los mapeos filtrados para las marcas realizadas por los expertos. En casi la totalidad de ellas, el mapeo filtrado presentaba un borde horizontal muy nítido a lo largo de su línea media. En la Figura 4.16 se muestra el resultado para la ecografía de la Figura 4.13.

Como conclusión mencionamos que las marcas realizadas por los expertos, tienen las propiedades buscadas por el algoritmo de corrección por bordes del SVC 1.

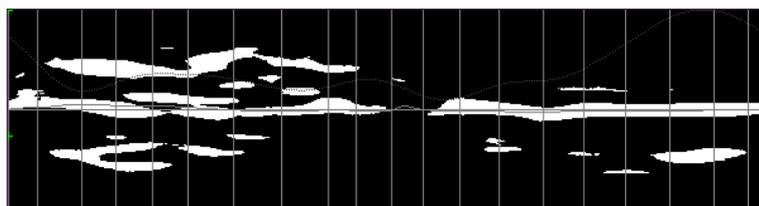


Figura 4.16: Mapeo normal mapeado filtrado para la imagen de la Figura 4.13. La marca fue realizada por el Chifa.



## Capítulo 5

# Solución Propuesta

### 5.1. Introducción

En este capítulo se describen las soluciones que se proponen implementar en el SVC.2. La idea es tratar de reutilizar el algoritmo que se implementó en el SVC.1 y agregarle las mejoras que se crean convenientes.

El algoritmo de detección automática del SVC tiene un esquema similar al que se muestra en la figura 5.1. En él se parte de una cierta curva inicial fija, luego se realizan de manera independiente y alternada una corrección de imagen y una de forma, hasta completar un número fijo de iteraciones. Las curvas se representan como un conjunto de puntos ordenados que son los que en realidad evolucionan (“snakes”). Las correcciones de imagen y de forma que se realizan están explicadas brevemente en el Capítulo 1 o con más detalle en [4].

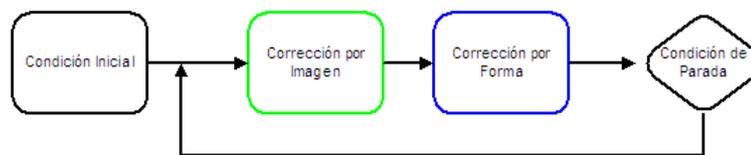


Figura 5.1: Esquema del algoritmo de segmentación del SVC.

Los aportes que creemos importante agregar son:

1. **Corrección de forma.** Es sin duda el aporte más importante e interesante que pretendemos hacer. Se intentará incluir de la mejor manera posible el prior de forma descrito en los capítulos anteriores.
2. **Planteo Variacional.** El SVC 1.0 es un algoritmo iterativo en el que se alterna entre una corrección de imagen y una de forma. Podría ser interesante realizar estas correcciones

simultáneamente con la expectativa de lograr más estabilidad. Para ello se propone plantear el problema de manera variacional y tratar de resolverlo como la minimización de una función de costo que contiene términos de energía de imagen y de forma.

3. **Condición de Parada.** Hasta ahora el algoritmo no posee una forma de finalizar salvo cuando se cumplen un determinado número de iteraciones. Se planea desarrollar un criterio de convergencia que permita detectar si se ha llegado a una solución estable y evitar iteraciones innecesarias así como truncamientos en la evolución por falta de ellas.
4. **Condición Inicial.** En la primera versión del software se parte siempre de una forma fija. Parece factible a partir de un preprocesamiento de la imagen obtener una estimación inicial de dónde se va a ubicar el ojo de bife. De esta manera se espera que disminuya el número de veces en que el algoritmo se equivoca (outliers) y la cantidad de iteraciones necesarias para converger a una solución.
5. **Ponderación Local.** La corrección por bordes implementada en el SVC 1.0 es muy sólida. Ésto lo verifica el análisis realizado en el Capítulo 4. Se pretende ponderar la corrección de imagen de modo que tenga mayor peso en los sectores en que hay bordes mejor definidos.

Con el fin de poder incluir estas modificaciones se debió agregar y rediseñar algunas de las clases de software del SVC 1.0. Los cambios que se hicieron se explican en el Anexo A. Se trató de hacer estos cambios tan genéricos como sea posible para que sea fácil incluir nuevas modificaciones más adelante.

## 5.2. Corrección de Forma

En los capítulos anteriores hemos repasado la teoría del descriptor de forma de Srivastava et al. [2], su implementación y los resultados que arrojó sobre la base de datos de ojos de bifes.

¿Por qué podría ser interesante introducir este nuevo enfoque? En él se cuenta con una aproximación formal a una noción de forma, definiendo un espacio en el cual se encuentran ellas, y lo que es más importante aún, con una estructura que nos permite medir distancias entre formas, encontrar caminos que las conectan de manera óptima, calcular formas medias y varianzas, así como realizar test de hipótesis (por ejemplo para poder determinar si una forma pertenece o no a un determinado cluster). Junto con estas herramientas contamos además con las marcas de dos expertos realizadas sobre más de 600 imágenes ecográficas. Los estudios realizados sobre estas marcas nos han permitido demostrar que existe una forma media claramente definida y hemos calculado una matriz de covarianza que las relaciona y detecta en qué direcciones hay mayor desviación respecto de la media.

Explicaremos en esta sección cómo hemos introducido el descriptor en la nueva versión del SVC. Los cambios fueron realizados de manera progresiva. A continuación se enumeran los pasos seguidos:

1. Calcular un nuevo patrón de forma basado en la forma media obtenida del prior.

2. Realizar la corrección moviéndose en el espacio de forma, utilizando como información única, la forma media calculada.
3. Ponderar la corrección de forma según el peso de una energía que penaliza formas menos probables y respeta aquellas más factibles.

### 5.2.1. Nuevo Patrón de forma

El algoritmo del SVC 1.0, para realizar su corrección de forma, utilizaba una imagen llamada “Patrón de Forma”. Como se explicó en el Capítulo 2, para generar esta imagen se promediaron marcas de varios expertos. En lugar de esto, se utilizará la forma media (según el descriptor) entre algunas marcas. A partir de los resultados obtenidos en el capítulo 4, esta forma media parece ser independiente tanto de la cabaña como del experto. Dado que el algoritmo del SVC 1.0 no está preparado para detectar el “hook”, se utilizará la que tiene ese sector convexo. Los detalles de cómo se calculó la forma media están en el Capítulo 4. En la Figura 5.2 se ven ambos patrones de forma.

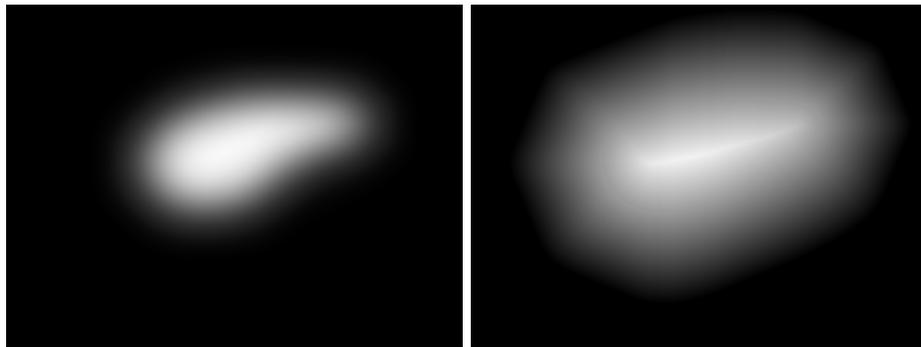


Figura 5.2: Patrón de forma nuevo y patrón de forma recalculado según el descriptor

Esta modificación no requirió cambios a nivel de software.

### 5.2.2. Corrección por Forma Media

Realizaremos ahora la corrección de forma moviéndonos en el espacio de formas, manteniendo la corrección por imagen tal cual está.

En el SVC las curvas que evolucionan hacia el ojo de bife están representadas por  $n$  muestras llamadas puntos de control (por lo tanto  $n$  es la cantidad de puntos de control). Hemos elegido para los ojos de bife representar las curvas con  $n = 32$ , que es suficiente dada la complejidad de las mismas. Sea entonces  $\gamma \in \mathbb{R}^{2n}$  la representación de una curva, luego:

$$\gamma = [(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})]$$

dónde  $(x_i, y_i)$  es el  $i$ -ésimo punto de control.

$\gamma_k$  es una curva en la iteración  $k$  del algoritmo. Luego de una corrección de forma se obtiene  $\gamma_{k+1}$ .

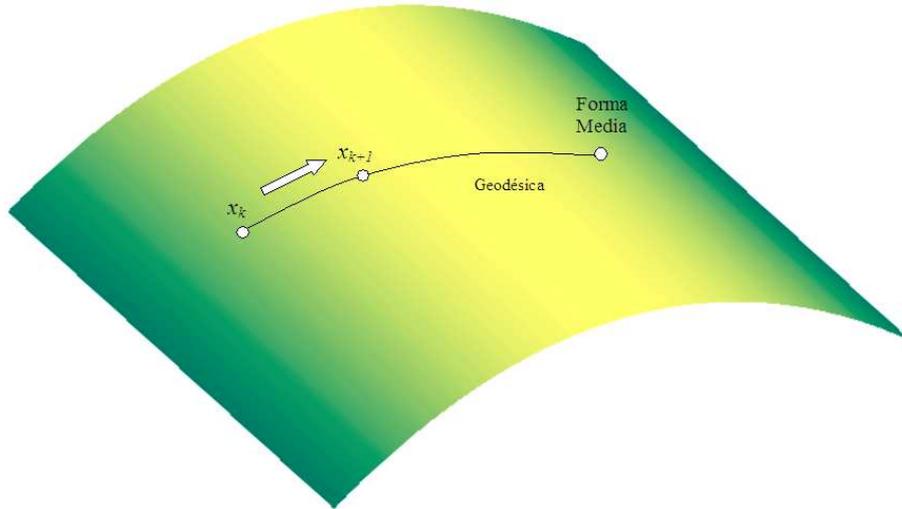


Figura 5.3: Corrección en el espacio de formas

En la Figura 5.4 se muestra un esquema del algoritmo. Para corregir  $\gamma_k$  se debe:

1. Hallar la representación de  $\gamma_k$  en el espacio de pre-formas. A ella la llamaremos  $\theta_k$ . Al hacer esto perderemos la ubicación, la orientación y la escala de  $\gamma_k$ .
2. Calcular la geodésica que une  $\theta_k$  con la forma media  $\mu$ . La geodésica queda representada por  $f_k$ , vector tangente a la variedad en  $\theta_k$ . Como se vió en el Capítulo 3 debemos hallar  $f$  tal que  $\Psi(\theta_k, f, 1) = \mu$  donde  $\Psi(\theta, f, t)$  es un flujo geodésico partiendo de  $\theta$  con dirección  $f$ .
3. Avanzar por la geodésica desde  $\theta_k$  hacia  $\mu$  un cierto porcentaje de su largo para hallar  $\theta_{k+1}$ . O sea  $\theta_{k+1} = \Psi(\theta_k, f_k, t)$  con  $t \in [0, 1]$ . En la Figura 5.3 se muestra esta idea gráficamente.
4. Retornar del espacio de formas a  $\mathbb{R}^{2n}$ , o sea hallar  $\gamma_{k+1}$ . Para ello encontramos dos opciones: recuperar la ubicación, la orientación y la escala que tenía  $\gamma_k$  o tratar de ajustar la nueva curva a la anterior mediante el algoritmo presentado por Marqués y Abrantes [9]. Nos referiremos a estas alternativas como “Vuelta Atrás LM” y “Vuelta Atrás MyA” respectivamente.<sup>1</sup>

### Vuelta Atrás LM

Para poder mantener la información de posicionamiento y escala entre dos iteraciones hacen falta tres grados de libertad, siempre que no se cambie la parametrización de la curva. Hemos

<sup>1</sup>LM: LandMark, MyA: Marqués y Abrantes, autores del artículo donde presenta el algoritmo [?].

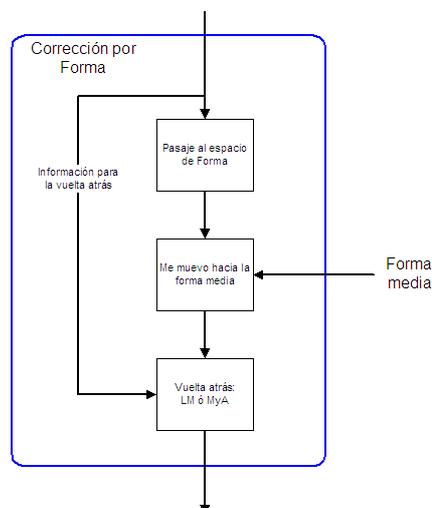


Figura 5.4: Resumen de la corrección por Forma Media

elegido guardar esta información en tres variables: el punto de control inicial  $(x_0, y_0)$  (ubicación en la imagen), el valor medio de la función directriz (orientación, al cambiarlo queda la misma curva rotada) y el área de la curva (factor de escala). Esta elección si bien es arbitraria se hizo teniendo en cuenta las características de la imagen. Otros parámetros que pudieron haberse considerado son el baricentro, el perímetro de la curva, el valor inicial de la función directriz, la componente principal de la curva, etc.

Elegimos como punto inicial uno perteneciente a la frontera superior de la imagen, ya que esta zona es en la que los límites del ojo de bife están mejor definidos. Específicamente elegimos de los puntos del semiplano superior (respecto del centro de masa) el aquel se encuentra en el centro de dicho borde.

Si bien esta alternativa para posicionar la imagen no es muy formal, con ella hemos logrado muy buenos resultados. Tiene como ventaja que estamos de alguna manera incluyendo información a priori sobre las características de la imagen. A cambio perdemos generalidad en el algoritmo. Otra ventaja no menor de este método es que prácticamente no consume tiempo de procesamiento.

En la subsección siguiente veremos un algoritmo más genérico para reposicionar la curva.

### Vuelta Atrás MyA

La idea de esta vuelta atrás es lograr la alineación óptima de la curva con la forma corregida a la curva que había antes de la corrección. Esto se logra utilizando el algoritmo presentado por Marqués y Abrantes [9] y explicado en el Capítulo 3.

### 5.2.3. Corrección mediante Estadísticas

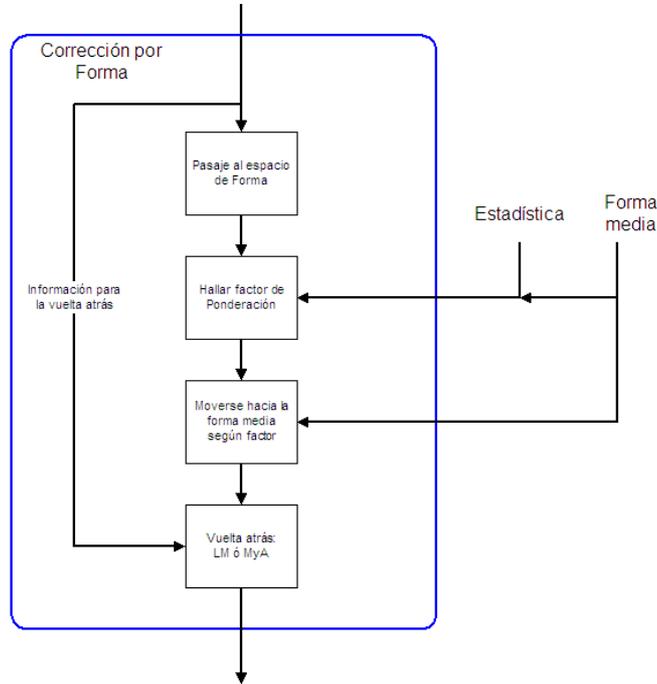


Figura 5.5: Resumen de la corrección mediante Estadísticas

La siguiente modificación realizada al algoritmo de forma del SVC tiene como objetivo introducir los resultados del análisis estadístico sobre las variaciones en las formas de las marcas de los expertos. Trataremos que la corrección por forma solamente tenga peso cuando la curva tiene poca probabilidad de ser un ojo de bife.

La implementación de esta solución se basa fuertemente en la utilizada en la corrección por Forma Media. En la Figura 5.5. Se sigue corrigiendo la forma en el espacio de formas moviéndose a través de la geodésica que la conecta con la forma media, pero ahora ponderaremos el avance por el flujo geodésico según el valor de energía que tenga la curva. La función que mide la energía de una forma es la dada en 3.12.

O sea,

$$\theta_{k+1} = \Psi(\theta_k, f_k, t_k) \text{ con } t_k \in [0, 1]$$

$t_k$  depende del valor de la energía  $U_k$  de la forma  $\theta_k$ :

$$t_k = F_{\text{map}}(U_k), \text{ con } F_{\text{map}} : \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, 1]$$

Queda por definir como elegir  $F_{\text{map}}$ . Nuevamente para ello recurriremos a las marcas de los expertos.  $F_{\text{map}}$  determina cuánto avanzar por la geodésica según el valor de energía que tiene la forma. Lo lógico es que formas con energías similares a las que marcaron los expertos prácticamente no sean corregidas, y a medida que el valor de la energía crece (la curva se aleja de ser una forma probable) aumente el peso de la corrección. Sin embargo, si corregimos demasiado entre iteraciones, corremos riesgo de perder estabilidad en el algoritmo.

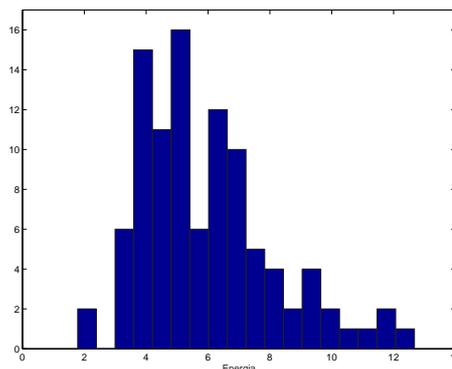


Figura 5.6: Histograma de las energías de 100 marcas de expertos

En el histograma de la Figura 5.6 se ve cómo se distribuyen las energías de 100 marcas de expertos (las marcas son distintas de las que se utilizaron para generar la estadística).

La idea es que en los valores de las energías donde caen la mayoría de las marcas de los expertos no debería prácticamente haber corrección. Luego debe aumentar el factor de corrección progresivamente hasta llegar a un valor tope donde siempre se corrige lo mismo. Por simplicidad la función que mapeará la energía al porcentaje de corrección se define de manera lineal a trozos. En la Figura 5.7 se ve la función  $F_{\text{map}}$  elegida.

### 5.3. Planteo variacional

El objetivo de este cambio es plantear el algoritmo del SVC de manera variacional, definiendo una energía  $U(\gamma_k)$  para minimizar. La energía la definiremos como la suma de dos términos, uno de imagen y otro de forma:

$$U(\gamma_k) = U_I(\gamma_k) + U_F(\gamma_k)$$

La energía de forma  $U_F(\gamma_k)$  es la que definimos en la ecuación 3.12<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Previo al cálculo de la energía hay que hallar  $\theta_k$ , la representación de  $\gamma_k$  en el espacio de pre-forma. Por más detalles consultar el Capítulo 3.

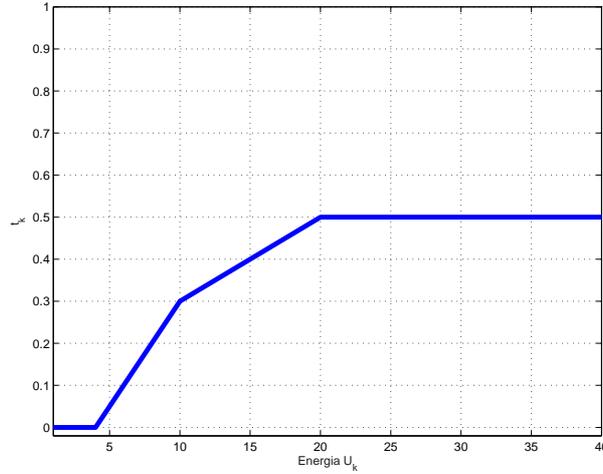


Figura 5.7: Función de mapeo  $F_{\text{map}}$  usada para ponderar el avance en la geodésica según el valor de la energía

Como energía de imagen  $U_I(\gamma_k)$  elegiremos la suma de los cuadrados de las distancias de los puntos de control de  $\gamma_k$  al borde que detecta el algoritmo de imagen. De esta manera estaremos penalizando los puntos que se encuentran lejos de los bordes detectados.

Podríamos minimizar  $U$  mediante un algoritmo de descenso por el gradiente. Luego,

$$\nabla U = \nabla U_I + \nabla U_F$$

Debemos entonces estimar los gradientes de las energías de imagen y de forma. Dado que es una operación muy costosa en tiempo de procesamiento los aproximaremos encontrando direcciones de descenso para ambas energías.

Está claro cuál es la mejor dirección de descenso para  $U_F(\gamma_k)$ , basta con movernos hacia la forma media por la geodésica que las une. En definitiva logramos descender el valor de esta energía simplemente corrigiendo por forma como describimos antes.

Para el caso de la imagen la solución es bastante similar. Si nos movemos en la dirección normal una fracción de la distancia hacia los bordes haremos descender el término de energía que hemos definido.

Recordemos que la representación de la curva  $\gamma$  era:

$$\gamma = [(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})]$$

donde los  $(x_i, y_i)$  son los puntos de control.

Sea  $\gamma_{k+1}^I$  y  $\gamma_{k+1}^F$  las correcciones de  $\gamma_k$  por imagen y por forma respectivamente.

Luego:

$$\gamma_{k+1} = \gamma_k + \alpha_I (\gamma_{k+1}^I - \gamma_k) + \alpha_F (\gamma_{k+1}^F - \gamma_k)$$

donde los  $\alpha$  son factores de peso que ponderan cada uno de los avances.

El esquema del algoritmo resultante se muestra en la Figura 5.8.

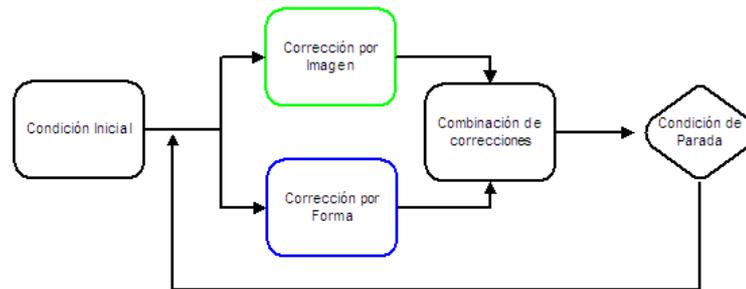


Figura 5.8: Algoritmo del SVC modificado según el planteo variacional.

## 5.4. Condición de Parada

Para poder definir una condición de parada para el algoritmo es necesario definir primero criterios de convergencia.

Las curvas con las que trabajamos están representadas por el conjunto de sus puntos de control. Suena razonable entonces, que cuando la curva converja a una solución estable, los puntos se muevan cada vez menos entre iteraciones. Nuestro criterio de convergencia se basa en este hecho, pero solamente debemos verificarlo una vez que hayan pasado una corrección de imagen y una de forma, ya sea ambas al mismo tiempo o en forma alternada.

Se definió entonces el siguiente criterio de parada. Consideremos el módulo de la diferencia de los puntos de control entre una iteración y las anteriores. Si se cumple que estas diferencias se mantienen por debajo de un determinado umbral podremos asegurar que la curva está estable. El umbral escogido arbitrariamente, tras realizar algunas pruebas y observar cómo evolucionaba el algoritmo, es de un pixel por punto en promedio.

Se observó también que aumentar el número de iteraciones degrada significativamente la solución hallada (termina teniendo mucho peso la forma y casi nada la imagen). Es por ello que el número máximo de iteraciones no es muy alto.

La condición de parada tiene sentido solamente para las versiones que incluyan la corrección de forma con estadística. Cuando se agrega la estadística sólo se corrige por forma si la curva no es un ojo de bife probable. En el otro caso se corrige siempre por forma, lo que hace mover más a los puntos haciendo más difícil que queden estables.

## 5.5. Condición inicial

Se plantean dos posibles soluciones al problema de la condición inicial del algoritmo de segmentación, específicas para esta aplicación. Dado que nuestra técnica de segmentación utiliza prior de forma, parece muy lógico proponer que la condición inicial del algoritmo sea la forma media ajustada a la imagen a segmentar. Si bien el punto de partida de ambas se basa en la determinación de un punto semilla, el cual se espera sea una buena aproximación del baricentro del ojo de bife a segmentar, las estrategias utilizadas en una y otra son distintas tanto en su robustez como en su complejidad. Comenzaremos por explicar todo lo relativo al preprocesamiento de la imagen y la determinación del punto semilla.

### 5.5.1. Preprocesado de la imagen

El preprocesado consiste en un conjunto de operaciones que se realizan a la imagen con la finalidad de umbralizarla. Para ello, se define dentro de la imagen una región de interés (ROI), que contiene al ojo de bife y es sobre la cual se trabaja (ver Figura 5.9). Si bien se podría operar sobre toda la imagen, el restringirse únicamente a la ROI optimiza de forma considerable los tiempos de ejecución.

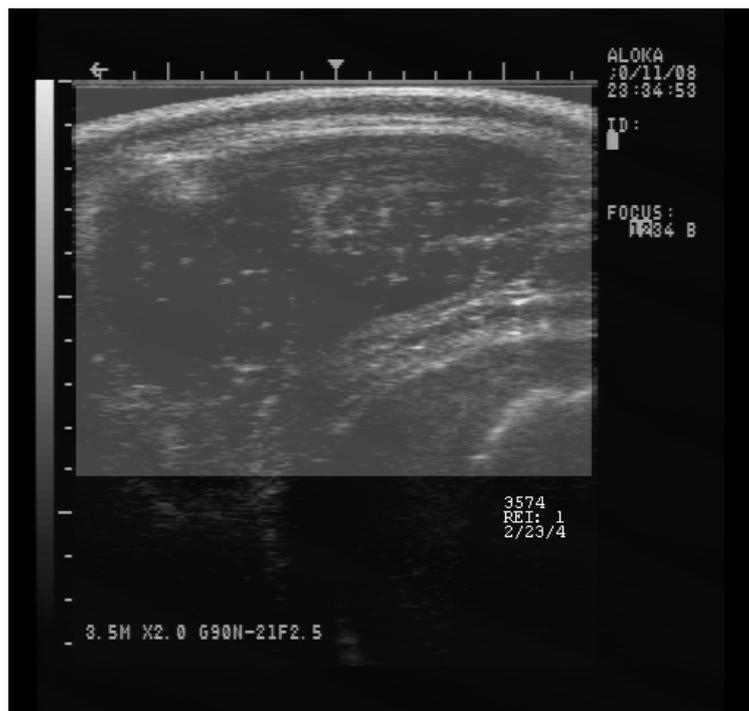


Figura 5.9: Región de interés sobre la que se trabaja

Las operaciones que se realizan sobre la imagen son:

1. Difusión anisotrópica
2. Filtrado pasa alto
3. Umbralizado
4. Remoción de regiones pequeñas
5. Etiquetado

### Difusión anisotrópica

Se comienza aplicando una difusión anisotrópica con detector de bordes lorentziano, la cual conserva los bordes y las grandes estructuras, suavizando el interior de ellas. Esto es fundamental, dado que por tratarse de una imagen ecográfica, el ruido presente generaría al momento de umbralizar, varias regiones pequeñas no conexas dentro una misma región.

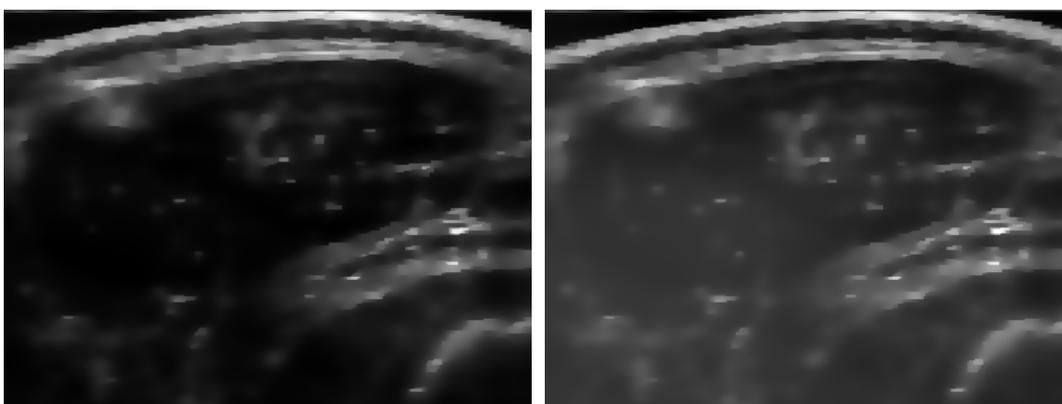


Figura 5.10: Resultado de la difusión anisotrópica a la izquierda y resultado del filtrado pasa altos.

### Filtrado pasa alto

Para aplicar un umbral adaptivo independiente de la media local de la imagen, se le quitan sus componentes de muy baja frecuencia. Esto se logra a partir de restar a la imagen difundida el resultado de un filtrado pasabajo gaussiano por filas y columnas, con un kernell de 200 muestras de una campana de media nula y varianza 50. En la Figura 5.10 se pueden ver los resultados del filtrado de difusión anisotrópica y del filtrado pasa altos.

### Umbralizado

El umbralizado de esta imagen obtenida se realiza comparando contra un umbral adaptivo igual al 10% de la desviación estándar de la misma.



Figura 5.11: Resultado de la umbralización y remoción de regiones pequeñas.

### Remoción de regiones pequeñas

Si bien la difusión genera que no hayan muchas regiones pequeñas, es necesario intentar removerlas todas para que los algoritmos de condición inicial no se confundan. Para tal fin, se procede a quitar las regiones menores a 700 píxeles. El resultado de esto es una imagen con predominancia de negro (valor 0) y algunas regiones adyacentes al ojo de bife. En la figura 5.11 se puede ver el resultado de la umbralización con las regiones pequeñas extraídas.

### Etiquetado

Para etiquetar la imagen, se cuenta la cantidad de píxeles de cada una de las regiones y se les asigna ese resultado como valor de etiqueta. De esta manera, se le asigna un valor mayor a los píxeles de regiones grandes, lo cual es fundamental para la determinación del punto semilla.

En la Figura 5.12 se pueden apreciar los resultados del preprocesado en dos ecografías como también la comparación con la interpretación de los expertos. Se observa como en ambos casos las regiones claras de la imagen etiquetada delimitan con bastante precisión el ojo de bife.

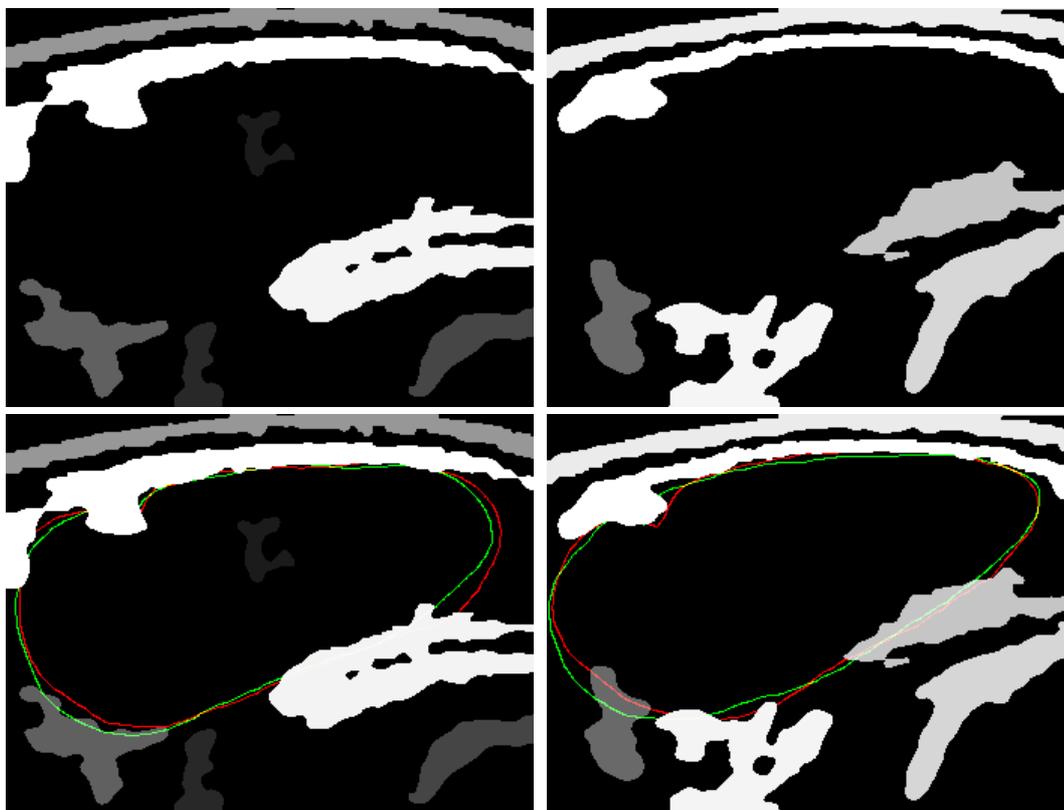


Figura 5.12: Resultados del etiquetado y comparación con interpretaciones de ambos expertos.

### 5.5.2. Determinación del punto semilla

Partiendo del supuesto que el ojo de bife segmentado generalmente se encuentra horizontalmente centrado en la imagen, el problema de la determinación del punto semilla se resume a hallar la ordenada de un punto con abscisa en la mitad de la imagen.

Se comienza por sumar 7 columnas de la imagen (la columna central, 3 a la derecha y 3 a la izquierda) equidistantes 5 píxeles, comenzando desde arriba. Esto genera un vector, cuyo gráfico se puede observar en la Figura 5.14.

Este vector presenta características que son comunes a la gran mayoría de las ecografías y es a partir de ellas que se justifica el funcionamiento del algoritmo. En los primeros 50 píxeles aproximadamente se encuentran los valores correspondientes a las bandas superiores presentes en todas las ecografías. Por lo general, luego del preprocesado dan lugar a dos regiones independientes, pero no siempre es así. Luego, se encuentra la región que contiene al ojo de bife, caracterizada por ceros, que eventualmente puede estar afectada por píxeles de alguna región pequeña que no se logró remover. Por último, se encuentra una zona con valores altos, correspondiente a regiones grandes, que delimitan al ojo de bife.

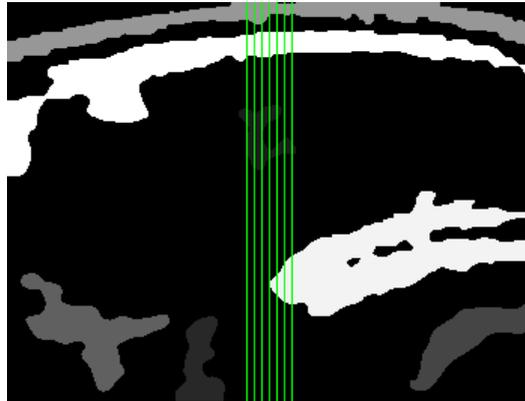


Figura 5.13: Columnas sumadas

Para determinar la ordenada del punto semilla, se estiman primero las ordenadas de los puntos superior e inferior del ojo de bife. El algoritmo es el siguiente:

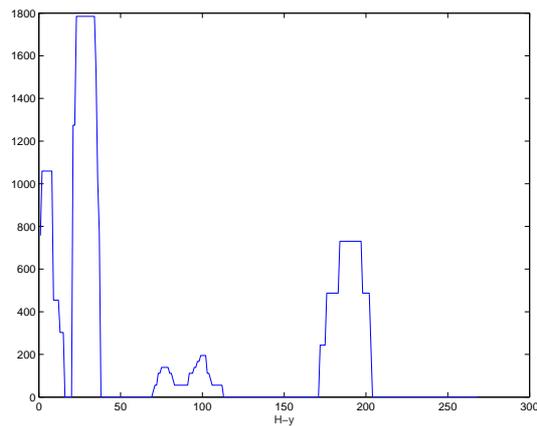


Figura 5.14: Vector suma de las siete columnas

1. Se comienza a recorrer el vector hasta encontrar la primera transición a cero. Esto no es suficiente para garantizar que encontramos el punto superior, pues las ecografías por lo general presentan dos bandas superiores que al umbralizar pueden dar origen a dos regiones independientes, como fue explicado anteriormente.
2. Para asegurarnos que este punto encontrado no está entre ambas bandas, se continúa recorriendo el vector contando la cantidad de ceros. Si la misma es mayor a un determinado umbral, es porque el punto hallado no estaba entre las bandas y se adopta como el punto superior. En caso contrario, se continúa hasta encontrar la siguiente transición a cero.
3. Se recorre el vector a partir del punto superior y se halla aquel en donde se alcanza el máximo.

4. A partir de ahí hacia atrás, se busca la primera transición a cero, y se la adopta como punto inferior. Este procedimiento intenta evitar la elección equivocada de puntos frontera de regiones pequeñas que no se hayan podido eliminar.
5. Se calcula la ordenada del punto semilla como el promedio de los puntos superior e inferior.

### 5.5.3. Primera condición inicial

La primera propuesta para la inicialización del algoritmo de segmentación consiste en posicionar, rotar y escalar la forma media a la imagen a segmentar. Para el posicionamiento, se hace coincidir el baricentro de la forma media con el punto semilla. Para la rotación, se utiliza un ángulo fijo, ya que el mismo no presenta grandes variaciones de una ecografía a otra. Para determinar el escalado, en principio se coloca la forma media con un factor de escala arbitrario. Luego, se reescala la forma media, de manera tal que el punto superior de abscisa más próxima a la del baricentro coincida con el punto superior hallado.

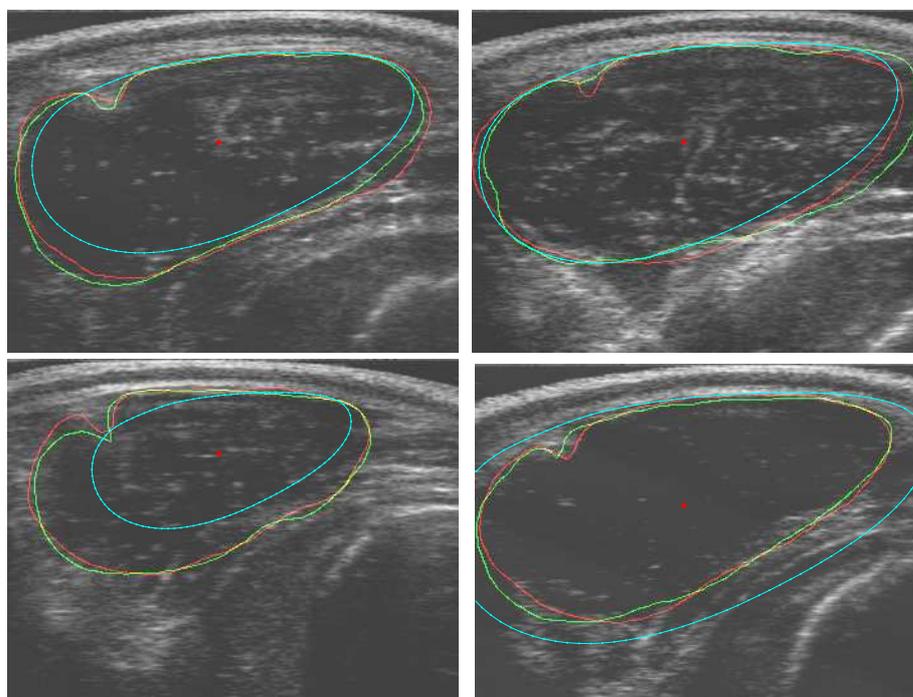


Figura 5.15: Resultados de la condición inicial (en turquesa) sobre 4 ecografías comparados con las marcas de los expertos (en rojo y verde).

Ejemplos de los resultados logrados con este algoritmo de condición inicial se pueden observar en la figura 5.15. Se muestran dos buenos resultados en las ecografías superiores y dos ejemplos de malos resultados en las imágenes inferiores. En los cuatro casos se identifica correctamente el punto superior en la ecografía. Las malas detecciones se deben a una mala estimación del baricentro.

En la imagen inferior izquierda se ve claramente que el baricentro hallado está más a la derecha que el baricentro real. Deja de ser cierta en este caso, la hipótesis de que la abcisa del baricentro coincida con la mitad del ancho de la región de interés. Además de este problema, se ve que la orientación de la forma media ubicada no es correcta. Este problema surge al posicionar la forma media con un ángulo de rotación fijo, que no siempre se ajusta al del ojo de bife.

Por otro lado, en la imagen inferior derecha, la mala detección se debe mayormente a una mala estimación de la ordenada del baricentro. El baricentro estimado quedó alejado del punto superior, lo que causa que la forma media hallada se extienda más allá del ojo de bife.

Este algoritmo presenta la ventaja de ser muy sencillo, brindando un punto de partida que en la mayoría de los casos simplifica el trabajo del algoritmo de segmentación. Esto se debe a la regularidad que hay en la forma y la ubicación del ojo de bife en la región de interés.

Sin embargo, encontramos que tiene las siguientes carencias.

- Al calcularse usando solamente dos puntos, es muy dependiente de que estos estén bien estimados. Esto es crítico sobre todo en la estimación del baricentro.
- Asume hipótesis que no siempre son del todo ciertas, por ejemplo la orientación del ojo de bife.
- En la imagen etiquetada, hay mucha más información útil que la que en realidad está siendo usada.

Esto ocasiona que en algunos casos sea propensa a confundir al algoritmo de segmentación con falsos bordes. Por ejemplo, en algunos casos de imágenes de ojos de bife grandes con hook, la condición inicial puede ser una forma que deja al hook en el exterior, condicionando la evolución del algoritmo de segmentación, como se aprecia en la ecografía inferior izquierda de la Figura 5.15.

#### 5.5.4. Segunda condición inicial

Debido a los problemas de la primera condición inicial, se plantea una segunda propuesta para inicializar el algoritmo, que utilice más información presente en la imagen preprocesada, y que agregue robustez a los problemas de la primera. La idea de este algoritmo es posicionar la forma media a partir de puntos obtenidos de la imagen, que llamaremos puntos de ajuste. El ajuste se realiza usando el método de Marqués y Abrantes [9], explicado en la sección 3.5.

Para tal fin, se utiliza la primera condición inicial para ubicar una forma con factor de escala  $\frac{1}{2}$ . Haremos referencia a los puntos de la forma media como puntos base. A partir de su baricentro, se lanzan rayos que pasan por cada punto base, y sobre los mismos se buscan las transiciones de cero a otro valor, los que serán considerados candidatos a puntos de ajuste. Luego se calcula el cociente entre las distancias al baricentro del candidato a punto de ajuste y el de la forma. Básicamente, si esta relación está comprendida entre ciertos umbrales, el candidato se acepta como punto de ajuste. En caso contrario se interpola sobre ese rayo uno en función de las relaciones anteriores. De esta manera, se introduce la información del prior de forma en la determinación de los puntos de ajuste.

Daremos a continuación una descripción más detallada del algoritmo.

### Descripción del algoritmo

Antes de proceder a tirar los rayos, los puntos base se dividen en puntos base izquierdos (abscisa menor que la del baricentro) y puntos base derechos (abscisa mayor que la del baricentro). Los rayos se tirarán secuencialmente desde el punto con ordenada mayor, recorriendo los puntos base en sentido horario para los de la derecha y antihorario para los de la izquierda.

Esto se debe principalmente a tres consideraciones:

- Cuando el candidato a punto de ajuste no cumple con las condiciones impuestas por los umbrales, es necesario determinarlo usando los puntos de ajuste de rayos inmediatamente anteriores. Por esta razón es conveniente tirar los primeros rayos en zonas donde haya certeza acerca del borde del ojo de bife.
- Con el trascurrir de las iteraciones, es posible, sobretodo en ecografías con poca información de imagen, que los puntos de ajuste se vayan alejando del contorno real del ojo de bife. Al particionar la curva en dos y recorrerlas independientemente, se evita la propagación de posibles errores.
- Los puntos de ajuste de la izquierda se elijen según un algoritmo ligeramente distinto a los de la derecha, para no detectar el hook.

Previo a describir los procedimientos para calcular los puntos de ajuste conviene realizar algunas definiciones.

Sea  $A_i$  el  $i$ -ésimo punto de ajuste,  $B_i$  el  $i$ -ésimo punto base y  $r_i = \overrightarrow{GB_i}$  el  $i$ -ésimo rayo. Sean  $C_{ij}$  con  $j = 1, \dots, N_i$  los  $N_i$  candidatos a puntos de ajuste hallados sobre  $r_i$ . En todos los casos  $i = 1, 2, \dots, M$  siendo  $M$  la cantidad de puntos base.

Definiremos además la función  $h_i : r_i \rightarrow \mathbb{R}^+$ , dada por

$$h_i(P) = \frac{\|P - G\|}{\|B_i - G\|}$$

Esta función devuelve la relación de homotecia de centro  $G$  que lleva  $B_i$  en  $P$ .

### Determinación de puntos de ajuste de la derecha

- El primer punto de ajuste se elige como aquel candidato cuya relación de homotecia está más próxima a 2, sobre  $r_1$ :

$$A_1 = \arg \min_{\{C_{1j}\}} |h_1(C_{1j}) - 2|$$

- Para los restantes  $A_i$  el procedimiento es el siguiente.

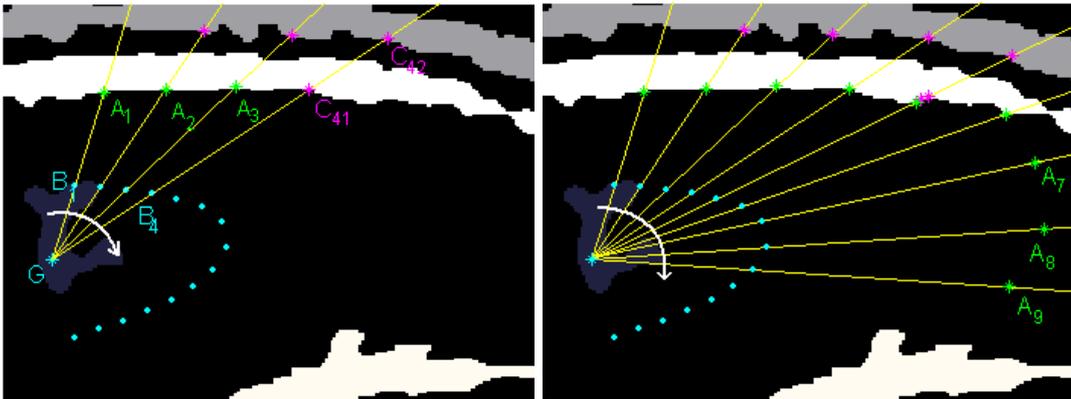


Figura 5.16: Segunda condición inicial con los puntos base de la derecha. En la imagen de la derecha,  $A_7$ ,  $A_8$  y  $A_9$  son interpolados.

1. Se determinan los umbrales  $T_m$  y  $T_M$  como función de la relación de homotecia del punto de ajuste anterior,  $h_{i-1}(A_{i-1})$ . Se cumple que  $T_m < h_{i-1}(A_{i-1}) < T_M$ . Estos umbrales se definen para que cumplan algunas propiedades, basadas en la hipótesis de que los puntos de ajuste deberían estar a distancia doble del baricentro que el punto base.

Si  $h_{i-1}(A_{i-1})$  es chico,  $T_m$  debe ser cercano a  $h_{i-1}(A_{i-1})$  para evitar que los puntos de ajuste se acerquen demasiado al baricentro. Por otro lado  $T_M$  debe ser tolerante para permitir volver a relaciones del orden de 2.

Análogamente a medida que  $h_{i-1}(A_{i-1})$  crece  $T_M$  deberá evitar que la relación crezca a valores poco razonables, mientras que  $T_m$  debe permitir que la relación decrezca. La gráfica de los umbrales se pueden ver en la figura 5.17.

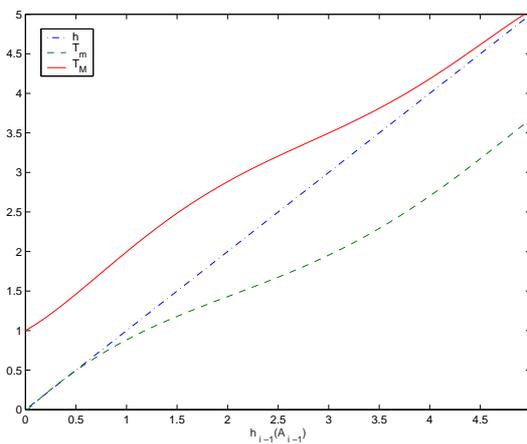


Figura 5.17: Valor de los umbrales en función de  $h_{i-1}(A_{i-1})$ .

2. Luego, se recorren todos los puntos  $C_{ij}$  sobre el  $i$ -ésimo rayo, en busca de aquel cuya relación  $h_i(C_{ij})$  sea más similar a la de  $A_{i-1}$  con los umbrales elegidos. Entonces:

- Si  $\min_{\{C_{ij}\}} |h_i(C_{ij}) - h_{i-1}(A_{i-1})|$  está entre los umbrales  $T_m$  y  $T_M$ , se toma  $A_i$  como el candidato  $C_{ij}$  donde se alcanzó el mínimo. Ver figura 5.16 a la izquierda.
- En caso contrario, se interpola  $A_i$  a partir de la mediana de las 3 últimas relaciones obtenidas:

$$A_i = G + \text{mediana}\{h_{i-3}(A_{i-3}), h_{i-2}(A_{i-2}), h_{i-1}(A_{i-1})\} \cdot \overrightarrow{GB_i}$$

Ver Figura 5.16 a la derecha.

### Determinación de puntos de ajuste de la izquierda

El algoritmo que describimos a continuación, es una modificación del anterior, que busca evitar el hook. La necesidad de esta modificación queda clara observando el comportamiento del primer algoritmo sobre ojos de bife con hook. La figura 5.18 ilustra el caso. El hook se interpone entre los puntos que limitan el ojo de bife y el baricentro. Se eligen los puntos de ajuste sobre el hook por ser éstos los que hacen más continua la evolución de las relaciones de homotecia. Esto ocasiona además que en los rayos siguientes que no intersectan al hook, los puntos de ajuste se determinen interpolando. La razón es que los bordes hallados sobre estos rayos guardan una relación de homotecia con respecto a los respectivos puntos base mucho mayor que la de los puntos que están sobre el hook.

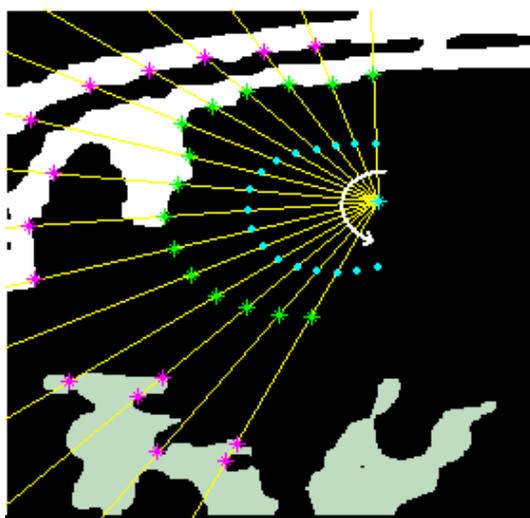


Figura 5.18: Efecto del hook en el algoritmo usado para los puntos de la derecha.

Para solucionar este problema, se determina el punto de ajuste sobre el rayo, como en el algoritmo anterior. Antes de pasar al siguiente rayo se examinan los puntos más alejados del baricentro y se compara su relación contra un umbral calculado con las relaciones de puntos de ajuste de los rayos anteriores.

A continuación describimos con más detalle el algoritmo para los puntos de ajuste de la izquierda.

- El primer punto se determina de forma análoga que para los puntos de la derecha, de acuerdo a:

$$A_1 = \arg \min_{\{C_{1j}\}} |h_1(C_{1j}) - 2|$$

- Para los siguientes puntos, la estrategia difiere del primer algoritmo en aquellos casos en los que no es necesario interpolar.

1. Determino los umbrales  $T_m$  y  $T_M$  en función de la relación de homotecia del punto de ajuste anterior,  $h_{i-1}(A_{i-1})$ .
2. De igual forma que para los puntos de la derecha, se recorren todos los puntos  $C_{ij}$  sobre el  $i$ -ésimo rayo, en busca de aquel cuya relación  $h_i(C_{ij})$  sea más similar a la de  $A_{i-1}$  con los umbrales elegidos. Entonces:

- Si  $\min_{\{C_{ij}\}} |h_i(C_{ij}) - h_{i-1}(A_{i-1})|$  no está comprendido entre  $T_m$  y  $T_M$ , se interpola:

$$A_i = G + \text{mediana}\{h_{i-3}(A_{i-3}), h_{i-2}(A_{i-2}), h_{i-1}(A_{i-1})\} \cdot \overrightarrow{GB_i}$$

- En caso contrario, se extrapola. La extrapolación busca entre el resto de los candidatos del rayo  $r_i$ , uno cuya relación se parezca a la mediana de las relaciones de los 5 puntos de ajuste anteriores  $m_h$ . Para esto se define un umbral  $T_M^{\text{exp}}$ , función de  $m_h$  y se elige el candidato más cercano a  $G$  que verifique que  $h(C_{ij}) < T_M^{\text{exp}}$ .

### Extrapolación y la máscara

La extrapolación, si bien en la mayoría de los casos logra evitar el hook, tiene también efectos negativos cuando se aplica en rayos que no se intersectan con el hook. Esto se puede ver en la imagen de la derecha de la figura 5.19. El algoritmo de extrapolación prefiere los puntos más alejados, tomando los puntos de ajuste sobre la banda blanca superior, que corresponde a la piel.

Solucionamos este problema, multiplicando a la imagen preprocesada con la máscara. De esta manera se anulan los candidatos a borde que corresponden a la piel. La imagen de la izquierda de la figura 5.19 muestra al algoritmo de extrapolación actuando sobre la ecografía enmascarada.

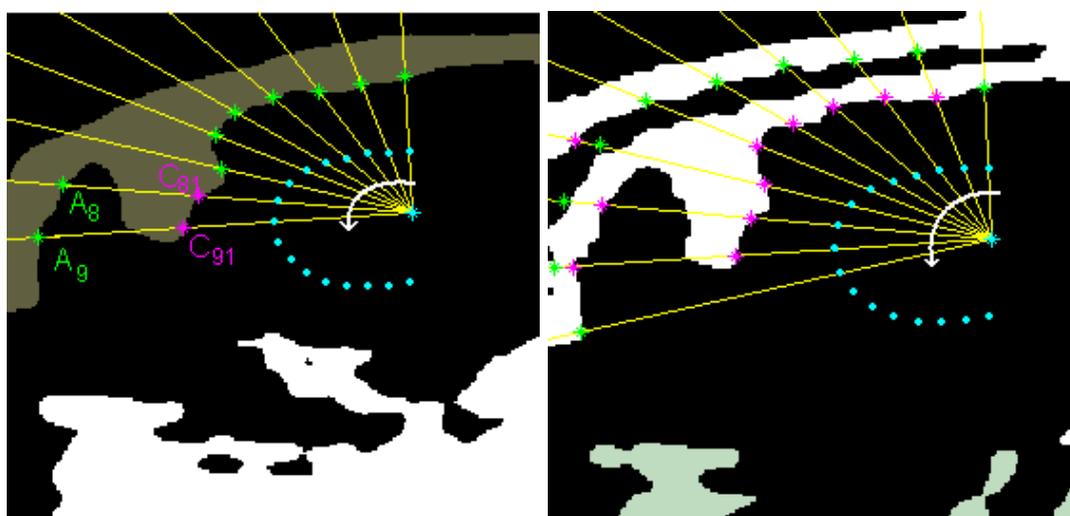


Figura 5.19: Segunda condición inicial con los puntos base de la izquierda. La imagen de la derecha evidencia la necesidad de utilizar la máscara cuando se realiza la extrapolación.

## 5.6. Ponderación Local

Veremos ahora cómo incluir la información *a priori* sobre el peso de los bordes aprendido mediante el método explicado en el Capítulo 4. Recordemos que habíamos calculado el mapeo normal a las marcas de varios expertos, las correlacionamos, las promediamos y filtramos, obteniendo las imágenes de la Figura 5.20.

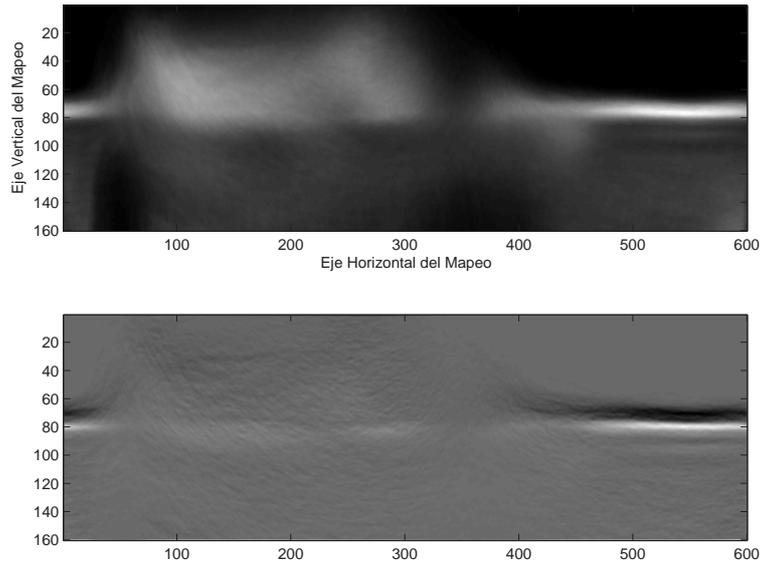


Figura 5.20: Promedio de 150 mapeos y su gradiente.

La idea es que en los sectores en que hay bordes mejor definidos, la corrección de imagen debería tener más peso. Recordemos que la corrección de imagen mueve los puntos de control en la dirección normal a la curva, una fracción del recorrido hasta alcanzar un borde paralelo a ella. Ponderaremos entonces esta fracción según el sector al que pertenece el punto de control. Por supuesto, primero debemos determinar la correspondencia entre estos puntos y la imagen de mapeo. Para hacerlo, hallaremos en la curva que está evolucionando el mismo punto que usamos para correlacionar los mapeos, y aplicaremos los pesos a la corrección a partir de ahí.

Los pesos son calculados a partir de las imágenes de la Figura 5.20, promediando las filas cercanas a la de la marca, o sea la fila central. Los resultados del promediado se observan en la Figura 5.21.

Finalmente, elegimos tomar como factores de peso la suma de ambas funciones (la del promediado y de su gradiente), filtrada con un pasa bajos y escalada, obteniéndose el resultado de la figura 5.22.

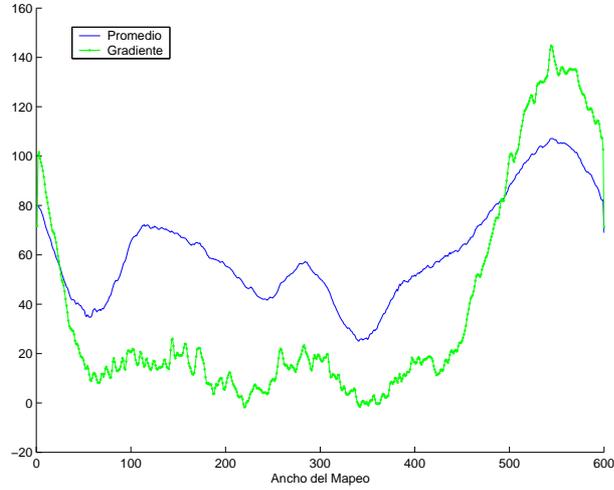


Figura 5.21: Promediado de las líneas centrales.

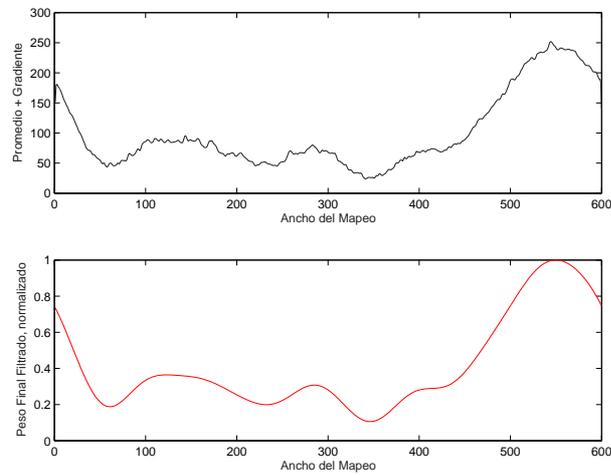


Figura 5.22: Factores de pesos finales



# Capítulo 6

## Validación

### 6.1. Introducción

Tanto durante el proceso de desarrollo como en la etapa de testeo, resulta necesario contar con una medida objetiva del desempeño del algoritmo de segmentación. Es por esto que desarrollamos un software que atiende entonces a dos grandes objetivos: por un lado debe permitir cuantificar el desempeño del algoritmo de segmentación y de esta forma posibilitar comparaciones entre distintos algoritmos y por otro lado debe también proveer una realimentación que permita, durante el desarrollo, identificar los puntos fuertes y débiles de cada método.

Al evaluar el desempeño de cualquier algoritmo de detección, lo natural es comparar los resultados del algoritmo contra la “verdadera” detección. Aún en los casos más simples, puede existir cierto grado de ambigüedad en la naturaleza de esta última. En nuestro caso, contamos con una base de 614 ecografías marcadas cada una por dos expertos del INIA.

Dado el tamaño de la base de ecografías, la herramienta de validación debe ser automática. Además debe ser de fácil ejecución y configuración.

Este capítulo está dedicado a describir los criterios de validación y los resultados obtenidos en la validación de las distintas versiones del SVC. En la sección 6.2 se detalla la metodología seguida en la validación, junto con los criterios y los indicadores de desempeño utilizados. La última sección presenta los resultados de la validación de las diferentes versiones del SVC desarrolladas.

### 6.2. Metodología

La idea básica subyacente en toda validación, es la comparación de lo que se desea validar contra lo que se conoce como verdad. El primer problema surge a la hora de determinar qué se considera verdad.

Como fue dicho antes, contamos con una base de 614 ecografías marcadas cada una por dos

expertos del INIA, Chifa y Daniela. Por lo tanto, tenemos para cada ecografía dos interpretaciones distintas. Esto nos permite tener una idea de la variabilidad aceptada entre los expertos, que a su vez determina cuál es el índice de desempeño esperable para el algoritmo.

Warfield et al. presenta [11] un enfoque muy interesante con respecto a la validación de algoritmos de segmentación cuando se cuenta con interpretaciones de un conjunto de expertos. En este enfoque se asume que existe una única detección que es considerada como verdad. Esta se calcula como una estimación de máxima verosimilitud a partir de las interpretaciones de los expertos. Habiendo estimado la detección verdadera para cada imagen se pueden calcular índices de desempeño por experto. El desempeño del algoritmo se compara entonces con el desempeño de los expertos.

Antes de describir la metodología precisaremos algunos conceptos.

### 6.2.1. Consideraciones de la validación

#### Indicadores de la bondad de la detección

Los indicadores de la bondad de la detección se calculan dadas dos marcas (o curvas), y miden, de acuerdo a un cierto criterio, la distancia entre éstas. El resultado final de la validación se da en base a los resultados de los indicadores para el conjunto de ecografías.

Consideramos en principio tres indicadores, diseñados de acuerdo a distintos criterios de similitud entre curvas, pero el software permite fácilmente la inclusión de más indicadores.

**Área de la unión sobre área de la intersección.** Dadas dos marcas el indicador se calcula como  $1 - A_i/A_u$ , donde  $A_i$  corresponde al área de la intersección de las marcas y  $A_u$  al área de la unión. En el caso en que las dos marcas coincidan (y sólo en este caso) el indicador vale 0 y decrece a medida que disminuya el solapamiento entre ambas marcas.

**Máxima separación.** No todas las diferencias entre marcas se cuantifican correctamente observando las áreas de sus interiores. El indicador de máxima separación trata de aproximar una especie de norma del supremo entre los recorridos de ambas curvas.

Sean  $\mathcal{C}_1$  y  $\mathcal{C}_2$  las curvas a considerar (la marca del experto será  $\mathcal{C}_1$ ). Sea  $G_1$  el baricentro de  $\mathcal{C}_1$ . Asumiremos la hipótesis de que ambas son curvas cerradas y de que  $G_1$  es interior a  $\mathcal{C}_2$ . Dado  $x$  perteneciente a la traza de  $\mathcal{C}_1$ , consideremos  $p(x)$  como la proyección de  $x$  sobre la traza de  $\mathcal{C}_2$ , definida como la intersección entre la traza de  $\mathcal{C}_2$  y la semirrecta  $\overrightarrow{G_1x}$ .<sup>1</sup> El indicador se calcula como  $\sup\{x \in \text{tr}(\mathcal{C}_1) : \|x - p(x)\|\}$ .

Aún resta normalizar el valor dado por el indicador, de forma que éste quede relativo al tamaño del ojo de bife. Esto se logra dividiendo entre el radio de una circunferencia con la misma superficie que la marca del experto.

<sup>1</sup>En general esta intersección define un único punto.

**Diferencia entre áreas.** Si bien el objetivo del algoritmo desarrollado es realizar una segmentación que coincida con las interpretaciones de los expertos, lo único que se usará de esta segmentación es el área de la región segmentada. Basándonos en esto usamos también el indicador  $(A_1 - A_2)/A_1$ , donde  $A_i$  son las áreas de cada marca. Se tomará  $A_1$  como el área de la interpretación del experto.

Estos indicadores fueron usados con diferentes fines. Para evaluar el desempeño del algoritmo los más apropiados son los dos primeros. Sin embargo, el último es el que importa a la hora de validar el algoritmo contra los expertos.

### Identificación de Outliers

Los outliers serán detecciones que, de acuerdo a alguno de los indicadores manejados, se alejan demasiado de las marcas de los expertos. Éstos se definen por medio de umbrales particulares a cada indicador, cuyo objetivo es identificar los resultados en los que por algún motivo, el algoritmo falló.

La identificación de los outliers atiende a dos objetivos que se corresponden con los de la validación. El primero es que a la hora de medir el desempeño del algoritmo interesa separar los casos en los que el algoritmo funcionó normalmente de aquellos en los que no, dado que tienen causas de distinta naturaleza. En el resultado final de la validación se tienen en cuenta los valores de los indicadores para las detecciones que no fueron consideradas outliers y la cantidad de outliers.

El segundo objetivo de la identificación de outliers es identificar fallas del algoritmo. Analizando cómo se comporta el algoritmo en estos casos es posible determinar las causas de los mismos.

### Análisis por regiones

En las ecografías se pueden detectar cuatro regiones con características diferentes. La Figura 6.1 indica una partición de la ecografía de acuerdo a estas regiones. Las regiones se determinan a partir de la marca de un experto. Para definir las se usan su baricentro y cuatro ángulos que se pueden configurar.

A continuación describimos las propiedades que generalmente cumplen estas regiones.

- La región superior (o región norte) es en general la región donde son más claros los límites del ojo de bife.
- La región oeste tiene en muchos casos muy poca información. En esta región es importante el conocimiento a priori.
- En la región sur existen bordes que pueden guiar al algoritmo, pero es en donde hay mayor variabilidad.
- En la región este también es importante el prior de forma, porque al igual que en el oeste, hay poca información útil.

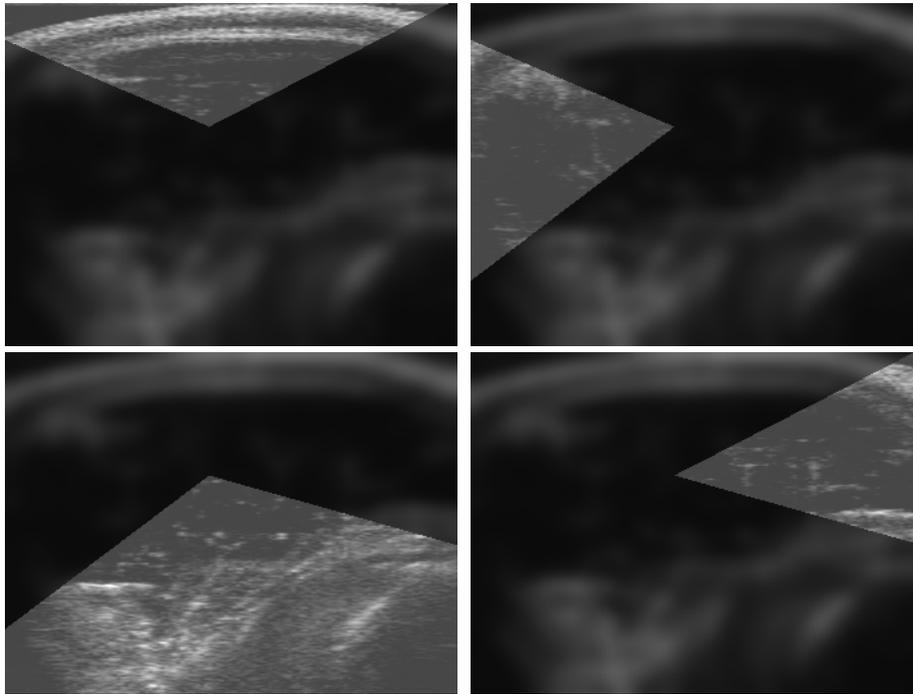


Figura 6.1: Regiones de la ecografía. En sentido horario: norte, oeste, este y sur.

Estas apreciaciones se condicen con el hecho de que en las imágenes ecográficas, se detectan los bordes paralelos al transductor.

El análisis de los resultados del algoritmo en cada región, es un insumo útil en la etapa de desarrollo, pues permite una mejor interpretación del funcionamiento del algoritmo.

### **Agrupaciones de las ecografías**

Existen distintos grupos de ecografías que se diferencian o bien por pertenecer a animales de cabañas diferentes, o bien por ser tomadas en condiciones disímiles. Es por esto que interesa considerar el desempeño del algoritmo sobre cada uno de estos grupos por separado para poder determinar una posible correlación con los resultados de la segmentación.

Si bien inicialmente se trabajó con una partición de las ecografías de acuerdo a las cabañas a las que corresponden, optamos por agruparlas de acuerdo a un criterio alternativo, que puede tener una mayor correlación en los resultados observados.

Como fue explicado en la Sección 1.1, durante la adquisición de las ecografías, se coloca un cojinete entre el transductor y el animal, para eliminar cualquier presencia de aire. El cojinete tiene dos lados, uno plano, que va de cara al transductor y el otro con cierta curvatura diseñada para adaptarse al lomo de la res. La curvatura es más pronunciada sobre uno de los extremos. Esto

genera, de colocarse el cojinete al revés, que cambie la posición del ojo de bife en la imagen. En la Figura 6.2 se ejemplifican las posibles posiciones. Se puede observar una diferencia de inclinación del ojo de bife. Esto tiene implicancias en la elección de la máscara usada por el SVC para delimitar la región de interés. Encontramos pertinente agrupar las imágenes de acuerdo a la posición del cojinete para estudiar alguna posible dependencia en el desempeño del algoritmo con respecto a la posición del ojo de bife en la imagen.

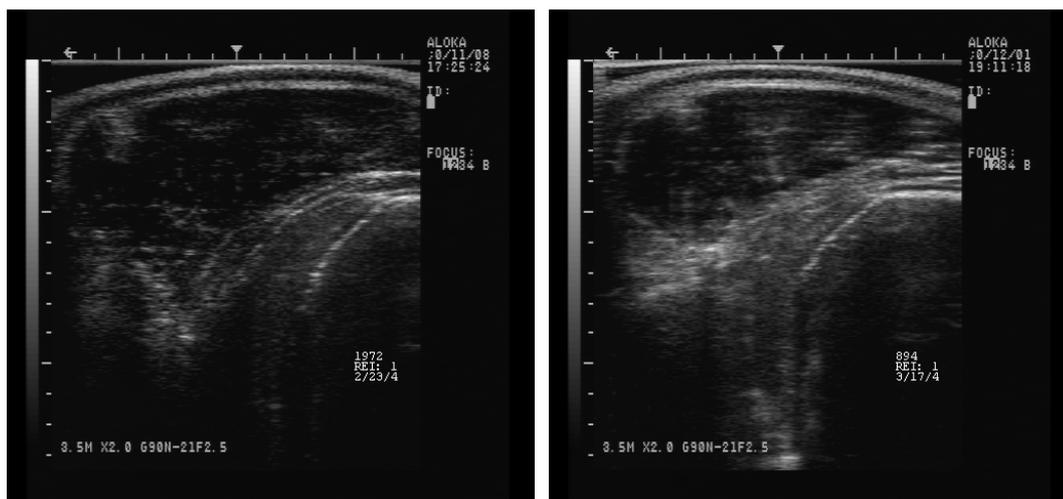


Figura 6.2: Ecografías adquiridas con diferentes posiciones del cojinete.

### 6.2.2. Método

Ahora estamos en condiciones de detallar el procedimiento seguido. Los siguientes pasos se realizan sobre cada grupo de ecografías.

- Se corre el algoritmo de detección sobre todas las ecografías del grupo.
- Sobre cada imagen ecográfica se calculan los distintos medidores de la bondad de la segmentación, comparando contra las interpretaciones de los dos expertos de forma independiente. El cálculo de los indicadores se efectúa además sobre cada una de las regiones de la ecografía.
- Además las interpretaciones de los expertos son comparadas entre sí usando los mismos indicadores de performance.
- Aquellas ecografías en las cuales las interpretaciones de los expertos disten mucho entre sí, son consideradas ecografías mal tomadas y no son tenidas en cuenta.<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Cabe destacar que estas ecografías representan menos del 1% del total de la base.

- Se identifican los outliers a partir de los umbrales para cada indicador. Basta que una ecografía sea considerada outlier para un indicador, para que sea identificada y separada del resto.
- Los outliers también se identifican sobre las regiones, considerando umbrales particulares para cada región y para cada indicador. Cabe aclarar que la marca es excluida del resto sólo si es un outlier teniendo en cuenta el total de la ecografía
- Sobre las ecografías que no fueron consideradas outliers se analizan los valores obtenidos para cada indicador de performance.
- Finalmente se procesan los datos obtenidos para el grupo de ecografías y se generan los resultados.

Los umbrales para cada uno de los indicadores se pueden apreciar en el Cuadro 6.1.

Indicador	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
$1 - \frac{A_i}{A_u}$	0.4	0.2	0.3	0.4	0.2
Máxima separación	0.6	0.4	0.5	0.6	0.6

Cuadro 6.1: Umbrales por regiones.

Los valores de los mismos fueron determinados a partir de la observación y comparación en los aciertos y errores, de varias marcas entre expertos.

### 6.2.3. Presentación de la información

La herramienta de validación genera una gran cantidad de información. Para cada indicador, hay comparaciones con respecto a los dos expertos, y a esto se le suma el análisis por regiones.

Resultó difícil determinar una forma de presentar los resultados de la información que no fuera agobiante. Diseñamos para esto una presentación que considera distintos niveles de detalle.

Los resultados de la validación se despliegan primero en la ventana de comando de MatLab. Estos resultados corresponden al mayor nivel de detalle si bien ya son a su vez un resumen del total de la información generada. Los archivos que contienen el total de la información quedan guardados por si en algún momento se desea realizar una consulta con mayor detalle.

Con un resumen de estos datos se generan archivos de  $\text{\LaTeX}$ , para ser incluidos en esta documentación. Estos archivos cuentan a su vez con gráficas que corresponden al menor nivel de detalle, cómodas para una consulta rápida.

Además de la información general sobre el desempeño del algoritmo en el conjunto de ecografías, interesa realizar muchas veces un estudio de algunas ecografías particulares. Un caso claro de esto son los outliers. Es por esto que para las ecografías en las que la detección se considera outlier, se guarda una imagen con las marcas de ambos expertos y la del SVC. Ejemplos de estas imágenes se pueden ver en la Figura 6.3.

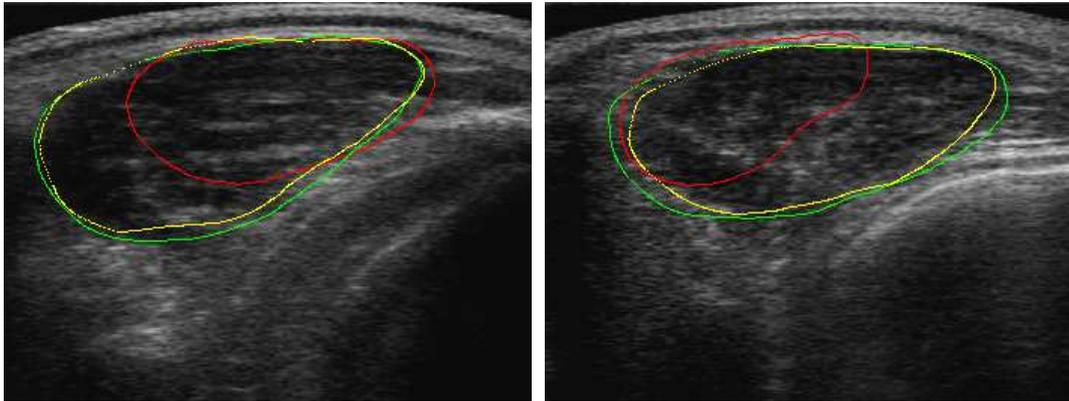


Figura 6.3: Imágenes de un outlier generadas por la herramienta de validación. En rojo la detección del SVC, en amarillo la marca de Daniela y en verde la marca de Chifa.

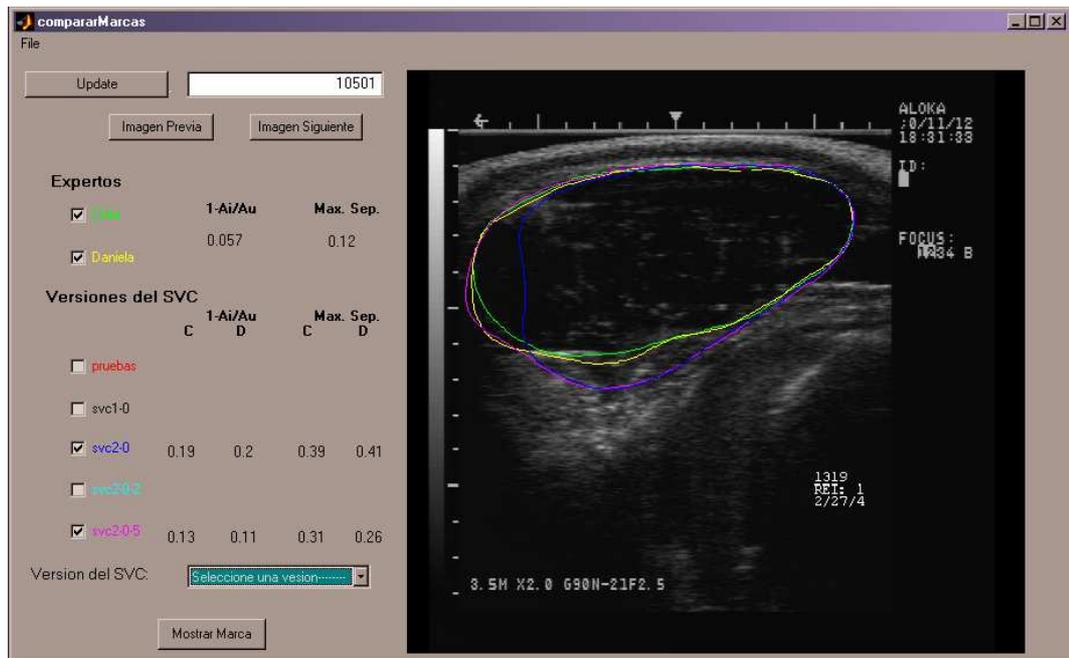


Figura 6.4: Interfaz gráfica de la herramienta para comparar marcas.

Los outliers no son las únicas ecografías que requieren un análisis particular. Muchas veces es útil comparar las marcas de distintas versiones del SVC con las de los expertos. Para esto desarrollamos en MatLab un programa con interfaz gráfica que permite levantar, para cualquier

ecografía, marcas de distintas versiones y compararlas entre sí. El programa también muestra los valores de dos de los indicadores con respecto a ambos expertos. En la Figura 6.4 se puede ver la interfaz gráfica de esta herramienta.

### 6.3. Análisis y discusión de los resultados

En esta sección analizaremos los resultados obtenidos con la herramienta de validación. Compararemos en líneas generales el desempeño de las distintas versiones del SVC y elegimos una para estudiarla con mayor detenimiento. Los resultados completos para cada versión se muestran en el Anexo B.

Con el fin de tener una referencia que permita interpretar los índices de desempeño del SVC, conviene realizar primero un estudio comparativo de las marcas de los expertos.

#### 6.3.1. Comparación entre los expertos

Calculamos los índices de desempeño que implementamos para validar el SVC (descritos en la Sección 6.2) para los expertos.

Para poder contrastar estos indicadores con los del SVC, eliminamos el “hook” en las marcas de los expertos, como se describe en el Capítulo 4. La Figura 6.5 muestra los resultados obtenidos considerando los indicadores de  $1 - A_i/A_u$  y diferencia entre áreas. Estos resultados se presentan con mayor detalle en los Cuadros 6.2 y 6.3.

Rangos	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	2.46	21.97	1.80	6.07	20.49
0.05 a 0.10	60.66	62.95	29.51	35.25	51.48
0.10 a 0.15	30.49	13.11	31.97	27.21	18.69
0.15 a 0.20	5.08	1.97	18.36	15.57	6.39
0.20 a 0.25	0.98	0	9.67	9.02	1.48
0.25 a 0.3	0.16	0	5.25	3.93	0.49
0.3 a 1	0.16	0	3.44	2.95	0.98

Cuadro 6.2: Comparación entre expertos considerando el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje contra el total de las ecografías marcadas por ambos expertos.

Se listan a continuación algunas observaciones realizadas a partir de los resultados obtenidos.

- Para el indicador  $1 - A_i/A_u$  el 60% de las ecografías están en el rango de 0.05 a 0.1 y tan sólo un 2% cayó en el primer rango.
- Con el indicador de la diferencia entre áreas, cerca del 50% cayó en el primer rango. Para el 96% de las ecografías hay una diferencia en el valor numérico del área menor a un 15%.

Rangos	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	52.79	68.69	27.21	27.05	49.18
0.05 a 0.10	34.59	25.41	24.10	27.05	29.34
0.10 a 0.15	10.16	5.25	19.18	16.72	12.62
0.15 a 0.20	1.80	0.66	12.13	13.93	4.92
0.20 a 0.25	0.49	0	7.05	6.89	2.13
0.25 a 0.3	0	0	5.08	4.43	0.49
0.3 a 1	0.16	0	4.92	3.93	1.15

Cuadro 6.3: Comparación entre expertos considerando el indicador de la diferencia entre áreas. Resultados en porcentaje contra el total de las ecografías marcadas por ambos expertos.

- Con respecto a la comparación por regiones, es claro que la región norte es en la que hay mayor coincidencia. Algo similar sucede en el oeste, mientras que las menores coincidencias se dan en el este y en el sur.

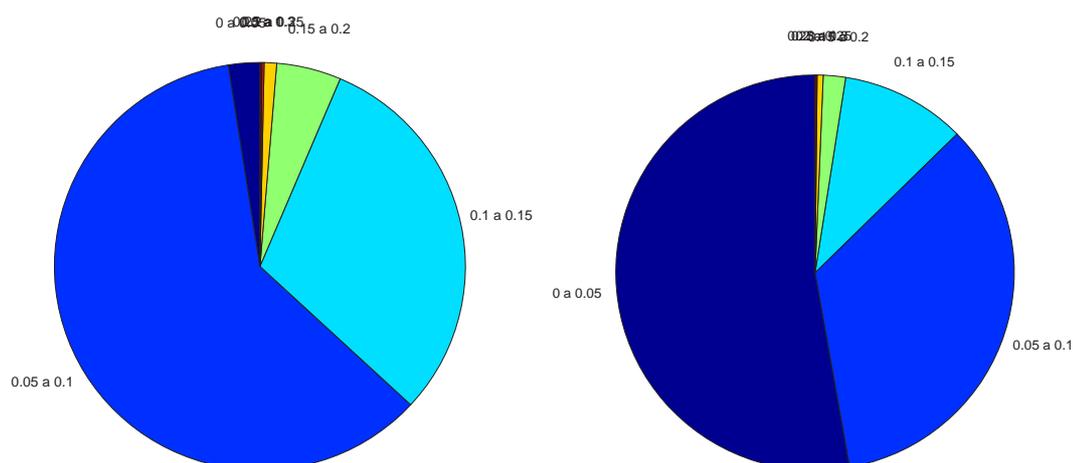


Figura 6.5: Visualización gráfica de las tablas 6.2 (izquierda) y 6.3 (derecha), considerando sólo la primera columna.

### 6.3.2. Acerca de los indicadores

Otro insumo útil para entender los valores numéricos determinados por los indicadores de desempeño, es ver algunos ejemplos utilizando la herramienta de comparación de áreas desarrollada (ver Sección 6.2.3). La idea es superponer las marcas realizadas por los expertos y observar el valor del indicador que les corresponde. Por ejemplo, el hecho de que con el indicador  $1 - A_i/A_u$  haya tan sólo un 2% de las marcas de los expertos en el primer rango, puede llevar a pensar que no hay

mucha coincidencia entre ellos. Queda claro que esto no es así cuando se ve cómo son las marcas que quedan en el segundo rango. Por lo tanto, las marcas que tengan dicho indicador en el primer o segundo rango pueden considerarse muy buenas.

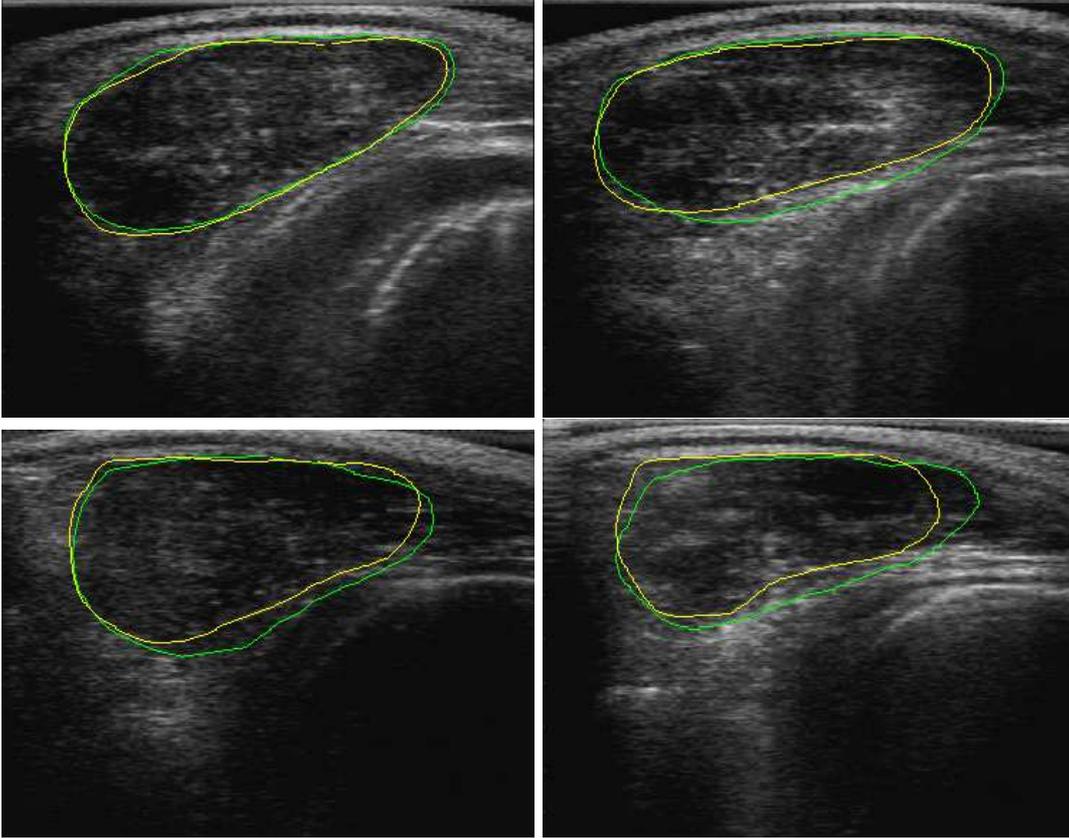


Figura 6.6: Ejemplos de marcas en distintos rangos para el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Los valores del indicador correspondientes son 0.068, 0.14, 0.15 y 0.23.

Como se aprecia en la Figura 6.6, para las marcas en los rangos del 1 al 4, la segmentación apenas difiere entre los expertos. Además, dado que más del 98 % de las marcas realizadas por los expertos se encuentran en estos primeros cuatro rangos, consideraremos ésta la exigencia mínima para las marcas del SVC.

### **Incidencia del “hook”**

Como fuera explicado en el Capítulo 4, el algoritmo de segmentación del SVC no detecta el “hook” del ojo de bife. El hecho de que el resultado sea un ojo de bife convexo, genera que en aquellas imágenes con “hook”, el mismo quede incluido dentro de la región segmentada, provocando

un error en exceso en el valor del área. Si bien hemos considerado indicadores que reflejan estas diferencias de interpretación entre los expertos y el algoritmo, importa determinar cuál es su impacto en los resultados que se obtienen.

Para tal fin, compararemos cada una de las marcas de los expertos con su equivalente sin “hook”. En la Figura 6.7 se muestran los histogramas de las diferencias porcentuales de área para Chifa y Daniela respectivamente.

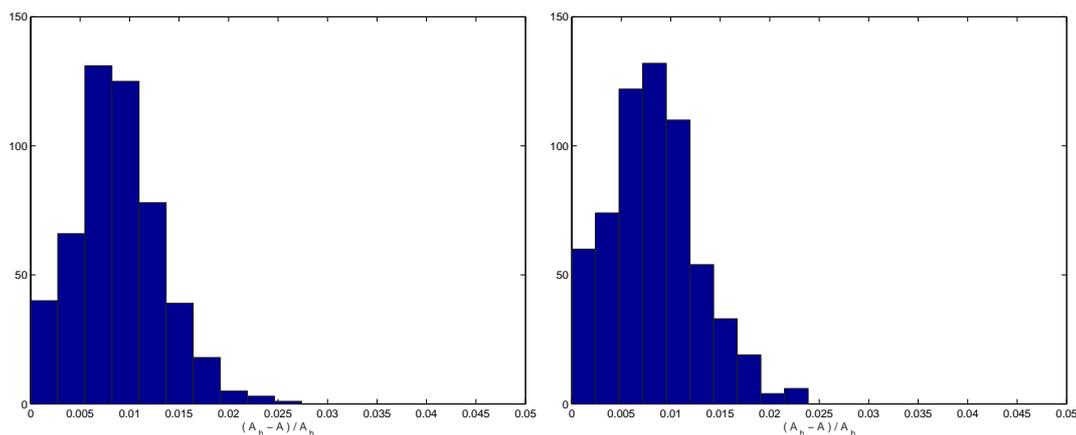


Figura 6.7: Exceso en el área por no considerar el “hook”, en porcentaje con respecto al área total. Se muestran los histogramas para Chifa (der.) y Daniela (izq.)

Los resultados indican que en aquellas imágenes que presentan “hook”, la incidencia del mismo siempre es menor al 3% del área total del ojo de bife, independientemente del experto. Además, el error medio tanto para Chifa como para Daniela es menor al 1%.

Queda claro que la incidencia del “hook” en el valor del área total es pequeña, lo que de cierta manera justifica que el SVC no lo detecte. Como conclusión, no detectar el “hook” no es una limitante para no considerar al SVC como una herramienta eficiente de medición.

### 6.3.3. Comparación entre las versiones del SVC

Analizaremos los resultados arrojados por la herramienta de validación sobre las distintas versiones del SVC. Los resultados completos para cada versión se muestran en el anexo B.

Las versiones analizadas se agrupan en dos conjuntos bien diferenciados. Las que se basan en la estructura original, SVC 1.X, y las que lo hacen en la desarrollada en este proyecto, SVC 2.X.

La idea es estudiar cómo repercuten las variantes del algoritmo presentadas en el capítulo 5 sobre los resultados obtenidos al procesar la base de más de 600 ecografías. Es importante recalcar que para entrenar al algoritmo utilizamos formas interpretadas por Chifa en 168 ecografías.

Durante el proyecto desarrollamos varias versiones del SVC. En ellas estudiamos problemas específicos de desarrollo, diferentes combinaciones de los distintos aportes que planteamos o posibles

alternativas, como ser, diferentes tipos “vuelta atrás” en la corrección por formas. A continuación listamos aquellas versiones que consideramos importante analizar.

- SVC 1.0 - Versión heredada del proyecto anterior.
- SVC 1.1 - Con el patrón de forma modificado.
- SVC 2.0 - Corrección de forma en el espacio de forma.
- SVC 2.1 - Agrega condición inicial.
- SVC 2.2 - Se pondera la corrección a partir de la estadística usando la condición inicial.
- SVC 2.3 - Se incluye una condición de parada a la versión 2.2.
- SVC 2.4 - Con ponderación local y condición inicial.
- SVC 2.5 - Gradiente, no incluye condición inicial.

## Resultados

Los indicadores de  $1 - A_i/A_u$ , máxima separación y cantidad de outliers son muy importantes desde el punto de vista del problema de segmentación. Estos fueron los que observamos para tener una realimentación en la etapa de desarrollo, prestando particular atención en el indicador de  $1 - A_i/A_u$ , mientras que la diferencia de áreas y el tiempo de procesamiento son los de mayor relevancia para el usuario final del producto. Es importante observar que medir el área del ojo de bife en forma eficiente es justamente el objetivo del software. Todos los tiempos a los que se hacen referencia en esta sección corresponden a trabajar en un CPU Xeon de 2.8 GHz.

Versiones	Rangos	0 a 0.05	0 a 0.1	0 a 0.15	0 a 0.2
1.0		0	4.61	32.08	68.08
1.1		0	6.70	36.43	69.42
2.0		0.17	22.20	58.89	79.27
2.1		0.50	25.71	66.21	83.69
2.2		0.17	26.10	66.10	84.74
2.3		0.17	25.06	64.53	84.63
2.4		0.34	19.12	61.08	83.92
2.5		0	17.04	58.61	80.59

Cuadro 6.4: Indicador  $1 - A_i/A_u$  contra las marcas realizadas por Chifa. Se expresan los porcentajes de ecografías en cada rango

Los resultados para el indicador  $1 - A_i/A_u$  para todas las versiones del SVC se muestran en las tablas 6.4 y 6.5. En la tabla 6.6 se muestra la comparación de la cantidad de outliers. Notar que los valores están expresados en porcentaje. Esto se debe a que los expertos no marcaron la misma cantidad de imágenes y a que algunas versiones del SVC presentaron problemas a la hora

Versiones	Rangos	0 a 0.05	0 a 0.1	0 a 0.15	0 a 0.2
1.0		0	3.74	25.98	60.95
1.1		0	2.93	34.31	70.17
2.0		0	21.38	53.28	75.35
2.1		0.50	19.16	58.32	80.67
2.2		0	18.29	59.06	82.05
2.3		0.17	21.28	59.14	81.92
2.4		0	17.11	56.88	82.72
2.5		0	12.0	52.53	76.35

Cuadro 6.5: Indicador  $1 - A_i/A_u$  contra las marcas realizadas por Daniela. Se expresan los porcentajes de ecografías en cada rango

de procesarlas. Si bien puede llegar a ser muy grave que el software tenga problemas en tiempo de ejecución, esto ocurrió en promedio, en menos del 1% de los casos.

A partir de los resultados que vemos en las tablas 6.4 y 6.5 se nota una leve mejoría al pasar de la versión 1.0 a la 1.1 en lo que respecta al indicador de  $1 - A_i/A_u$ . Creemos que esta mejora puede deberse a que el patrón de forma utilizado en el SVC 1.0 fue obtenido a partir de modificar uno ya existente e independiente de las marcas de los expertos. Por otro lado, en la comparación contra Chifa, solamente el segundo rango presenta una mejora considerable, mientras que contra Daniela la mejora se da en los últimos rangos y es del orden de un 10%. Deducimos que el hecho de que el algoritmo fuera entrenado a partir de ecografías marcadas por Chifa no jugó un papel notorio.

Un factor importante en el que la versión 1.0 se comporta mejor que la 1.1 es el número de outliers. No tiene sentido hacer una comparación en el tiempo de precesamiento, ya que es exactamente el mismo algoritmo.

Versiones \ Experto	Chifa	Daniela
1.0	2.0	2.3
1.1	4.3	4.9
2.0	4.6	5.0
2.1	1.3	1.1
2.2	1.8	1.3
2.3	1.5	1.0
2.4	1.5	1.2
2.5	2.2	1.8

Cuadro 6.6: Outliers que presentaron las distintas versiones del SVC, expresados en porcentajes.

Analizaremos ahora quizás el salto más importante en el desarrollo de las versiones, este es de la 1.1 a la 2.0.

Mirando los datos obtenidos, puede verse claramente una mejora en términos generales entre

el conjunto de las versiones 1.X y 2.X. Si bien existen algunas pequeñas variaciones, mirando las tablas 6.4 y 6.5 puede verse que, en todos los rangos, el porcentaje de marcas aumenta de un grupo de versiones al otro. En la figura 6.8 se muestra esto gráficamente para algunas versiones a modo de ejemplo.

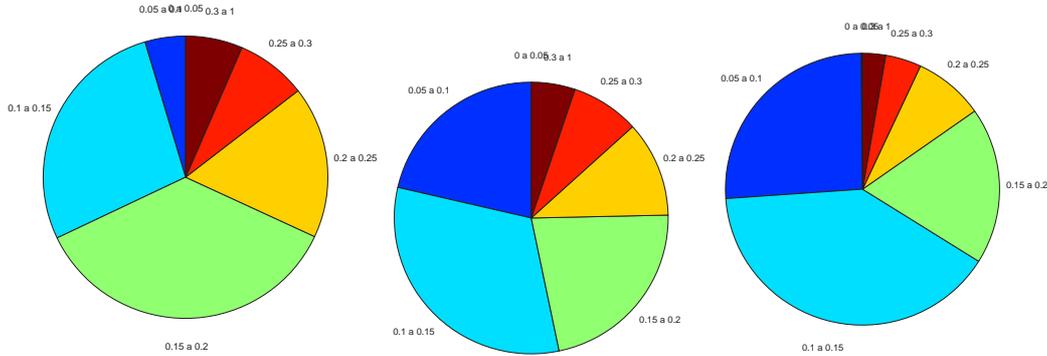


Figura 6.8: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$  para algunas de las versiones. De izquierda a derecha se muestran los resultados para SVC 1.0 contra Chifa, 2.0 contra Daniela y 2.2 contra Chifa.

Sin embargo, desde el punto de vista de la diferencia de áreas la mejora es bastante menos notoria. Esto puede verse en la figura 6.9.

Se tiene un aumento de la complejidad del algoritmo ya que para realizar la corrección por forma es preciso calcular una geodésica entre la representación en el espacio de formas y la forma media con que se cuenta. Cada iteración aumenta en poco menos de un segundo. En la tabla 6.7 se muestra una comparación entre las distintas versiones.

Ahora analizaremos las diferencias observadas entre los resultados obtenidos entre las versiones basadas en el algoritmo que desarrollamos.

Como primer punto, todas las versiones 2.X implican interactuar con el espacio de formas, por lo que en todas ellas se requiere utilizar algún algoritmo de “vueltas atrás” desde el espacio de formas (presentados en la sección 5.2). A partir de varias pruebas constatamos que la vuelta atrás LM mostró mejores resultados que la MyA. Esto es razonable ya que, a pesar de que LM es bastante más rudimentario que el MyA, utiliza información sobre el problema. MyA tiene como ventaja justamente lo opuesto. Se trata de un algoritmo totalmente independiente del problema, por lo que si se quisiera hacer un algoritmo genérico, sería éste la mejor opción. Por lo tanto, para todas las versiones del SVC analizadas en esta sección utilizamos el algoritmo LM para la “vuelta atrás”.

Como mostramos en la tabla 6.6 los resultados obtenidos desde el punto de vista de la cantidad de outliers son bastante peores para las versiones 1.1 y 2.0 que para las demás. La mejora sustantiva se produjo al introducir la condición inicial, es decir a partir la versión 2.1. Este resultado es bastante razonable ya que, como se mostró en la sección 5.5, la segmentación comienza mucho más cerca de la solución. Por lo tanto se evita que la curva se detenga en mínimos locales lejanos al óptimo.

Puede verse también que el indicador de  $1 - A_i/A_u$  mejoró entre las versiones 2.0 y 2.1. Para ambos expertos se constata una mejora del orden del 6% para el tercer rango. Algo similar sucede en el último escalafón, mientras que en el segundo, si bien hay una leve mejora en la comparación contra las marcas realizadas por Chifa, contra las de Daniela se produce lo contrario.

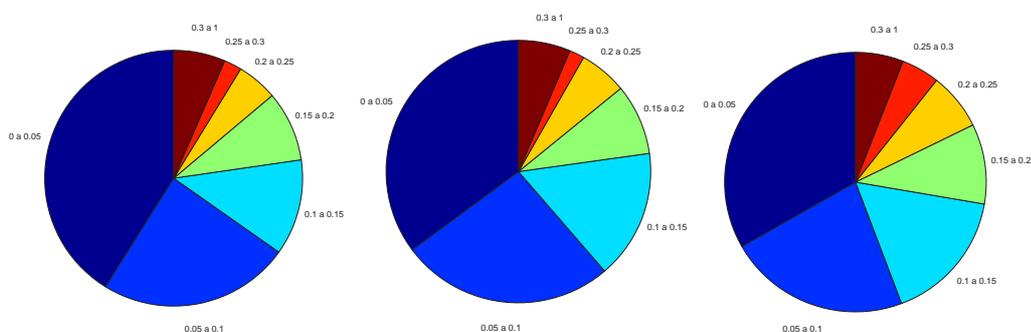


Figura 6.9: Pastel de diferencia de áreas para las versiones que se indican. De izquierda a derecha: 1.0 contra Chifa, 2.3 contra Daniela y 2.5 contra Daniela.

Un aspecto importante a analizar es qué tanto procesamiento extra requiere incluir la condición inicial. Primero que nada es importante recalcar que los cálculos se realizan una única vez en la segmentación. Desde el punto de vista de la complejidad del algoritmo, la parte más costosa es el preprocesado de la imagen. Como mencionamos en 5.5, este consiste básicamente en la aplicación de un filtro de difusión anisotrópica. El tiempo de procesamiento medio es menor a un segundo. La parte iterativa del algoritmo es idéntica a la del SVC 2.0, por lo que concluimos que el costo computacional no es significativo.

La versión 2.2 es la primera que realiza la corrección por forma a partir de la energía presentada en 5.2.3. Si comparamos su desempeño con el de la versión 2.1, vemos que la diferencia es bastante pequeña. La nueva implementación mejora levemente en casi todos los rangos para ambos expertos en el indicador de  $1 - A_i/A_u$ . En el segundo rango nuevamente la comparación contra las interpretaciones de Daniela cae unos pocos puntos porcentuales respecto de las dos versiones anteriores. Sin embargo es claramente la variante del SVC que tuvo el mejor desempeño de todas las desarrolladas. Se muestran en forma detallada los resultados obtenidos más adelante en esta misma sección.

Otro aspecto muy importante a recalcar es que el SVC 2.2 es el que presenta mayor generalidad. Al utilizar la corrección de forma con base estadística, puede adaptarse a trabajar con otro tipo de problemas distintos del estudiado en este proyecto. Posibles aplicaciones podrían ser la segmentación de ecografías de corazón o próstata, siempre y cuando permitan un modelado normal para la característica de forma. Ambos problemas cumplen el resto de las hipótesis de funcionamiento requeridas por la implementación que realizamos y son actualmente temas de estudio en la literatura del tratamiento de imágenes.

Analizando la complejidad del algoritmo, mencionamos que en la corrección de forma, el SVC 2.2 calcula dos geodésicas en el espacio de formas en lugar de una como sus antecesoras. El tiempo de procesamiento medio requerido por iteración es de 0.2 segundos.

Versiones	tiempo/iter	N iteraciones	$T$ medio
1.0	0.1	40	4
1.1	0.1	40	4
2.0	0.175	40	7
2.1	0.175	40	8
2.2	0.2	40	11
2.3	0.2	25.5	5.1
2.4	0.2	40	11
2.5	0.2	40	10

Cuadro 6.7: Tabla comparativa del tiempo de procesamiento requerido en cada versión del software. Se muestran el tiempo medio por iteración (tiempo/iter) y el número y tiempo medio de iteraciones por segmentación. Todos los resultados de tiempos están expresados en segundos.

La versión 2.3 es igual a la anterior, salvo que se agrega una condición de parada al algoritmo. Claramente el objetivo principal de esta modificación atiende al tiempo de procesamiento. Aunque como se mencionó en 5.4, realizamos pruebas donde se constató que en algunos casos los resultados se degradan levemente al aumentar el número de iteraciones luego de cierto umbral (40 iteraciones). En la tabla 6.7 puede verse que el tiempo medio por iteración mejora sustancialmente. Los resultados según el indicador  $1 - A_i/A_u$  empeoran un poco respecto de los obtenidos en las versiones 2.2 y 2.1, pero son claramente mejores que los obtenidos en la 2.0 y anteriores.

El SVC 2.4 tiene como agregado la utilización de la ponderación local vista en 5.6. Los resultados que arrojó la validación en este caso empeoran claramente respecto de los anteriores. Sin embargo es natural esperar una mejora, ya que se está agregando información. No realizamos en este caso un estudio detallado de los factores que pueden inducir este comportamiento. Lo consideramos, por lo tanto, un punto interesante para estudiar en el futuro.

Por último, la versión 2.5 presentó resultados más pobres que las otras versiones basadas en la estructura que desarrollamos. Arroja sin embargo resultados claramente mejores que las versiones 1.X.

Este problema lo estudiamos con mucha profundidad. Aunque no logramos mejorar los resultados nos vimos obligados a realizar un repaso minucioso del software. Esto permitió encontrar algunos errores difíciles de detectar. A pesar de ello creemos que sigue siendo muy interesante plantear el problema en forma variacional.

## Outliers

Analizaremos ahora más al detalle las diferentes razones por las cuales algunas marcas obtenidas por el SVC resultan en outliers. Como fue explicado en la metodología de validación, dado un cierto indicador y un umbral para el mismo, el criterio para no considerar algunas imágenes al momento de validar está determinado por el resultado de la comparación entre las marcas de ambos expertos: si el indicador es menor que el umbral, se considera que la imagen es buena; en caso contrario, la misma se descarta. Este criterio parte de la base de que si las interpretaciones de los expertos

difieren mucho entre sí, es porque la ecografía no es lo suficientemente buena.

Este mismo criterio adoptaremos para evaluar si una imagen segmentada por el SVC es un outlier o no, comparando contra cada uno de los expertos.

Veamos a continuación algunas imágenes en las cuales las segmentaciones obtenidas con el SVC son consideradas outliers, y por qué sucede esto.

- En la figura 6.10 se muestra un caso en el que la segmentación converge a un mínimo local. Esto se debe principalmente a que la ecografía presenta zonas claras correspondientes a vetas de grasa, las cuales confunden al algoritmo con falsos bordes. Una buena condición inicial minimiza la probabilidad de que esto ocurra.

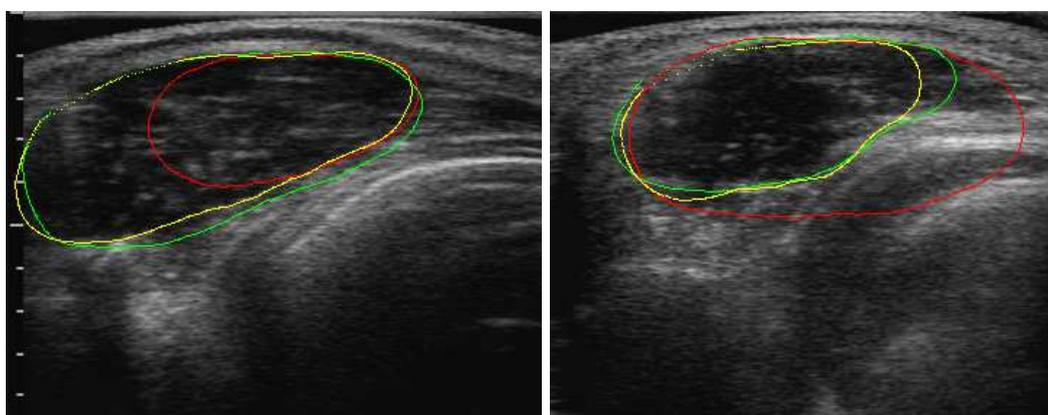


Figura 6.10: Ejemplos de outliers por: Convergencia a un mínimo local y Efecto de las “vías de tren”. Se muestran las marcas de Chifa en verde, Daniela en amarillo y el SVC en rojo.

- En las imágenes en las cuales las “vías de tren” aparecen como bordes muy definidos, el algoritmo también puede confundirse. Un ejemplo de esto se puede ver en la Figura 6.10.
- También puede suceder que el ojo de bife a segmentar se encuentre por fuera de la región de interés considerada, o sea, de la máscara. Esto sucede principalmente cuando los ojos de bife son muy grandes. En la figura 6.11 se puede apreciar claramente un caso en el cual el ojo de bife se encuentra más allá de esta región.
- Por último, en la figura 6.11 se muestra una ecografía en la cual, si bien los expertos la interpretaron de manera muy similar, la información de imagen que necesita el algoritmo para segmentar no es lo suficientemente buena o definida. Observar que incluso las marcas de los expertos difieren mucho entre si. Esta ecografía fue descartada por ser considerada outliers entre expertos.

### Versión final

Como ya mencionamos, elegimos al SVC 2.3 como solución final debido a que combina varias ventajas importantes.

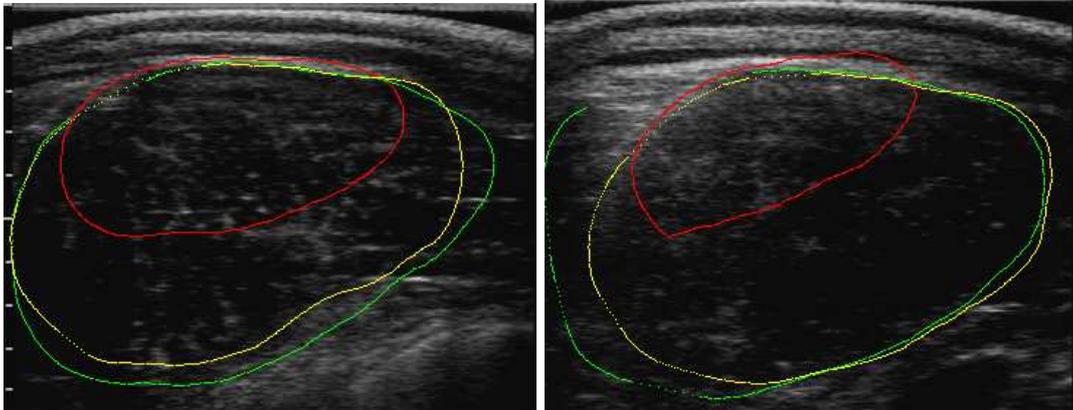


Figura 6.11: Ejemplos de ojo de bife grande y ecografía con escasa información de bajo nivel. Se muestran las marcas de Chifa en verde, Daniela en amarillo y el SVC en rojo.

- Los resultados obtenidos son muy similares a los mejores que obtuvimos. Esto fue en la versión 2.2.
- Realiza la corrección por forma utilizando la energía. Esto hace que el algoritmo tenga mayor generalidad.
- Utiliza la condición inicial. Esto evita que el algoritmo se confunda con mínimos locales.
- Tiene una condición de parada inteligente que mejora sustantivamente el tiempo de procesamiento y evita degradación debida al exceso de iteraciones.

El objetivo de esta sección es analizar con mayor detenimiento los resultados obtenidos.

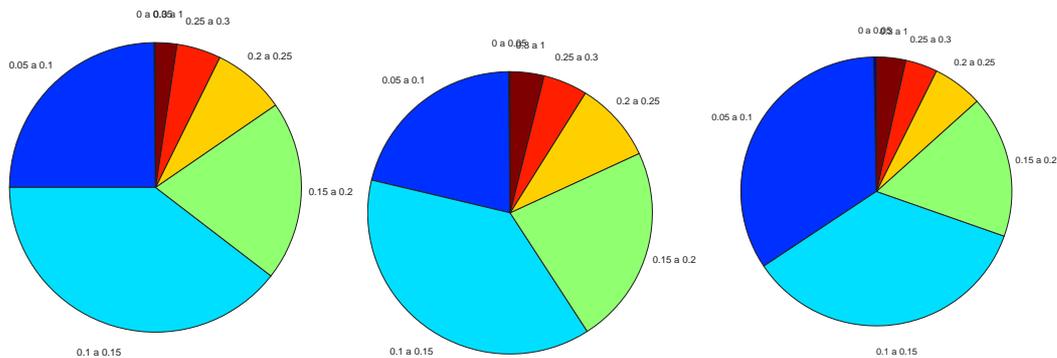


Figura 6.12: Se muestra el desempeño del índice  $1 - A_i/A_u$  que se obtuvo para el SVC 2.3 contra Chifa, Daniela y el experto más cercano.

En la Figura 6.12 se muestra gráficamente el desempeño que se tuvo según el indicador de  $1 - A_i/A_u$ . Agregamos un pastel que muestra los resultados de comparar cada ecografía contra el

experto que haya marcado más parecido al SVC. Si bien éste es un parámetro que hay que manejar con cuidado, muestra claramente que muchas veces la segmentación realizada está muy cerca de alguno de los expertos. En este problema en particular este análisis tiene un valor muy importante ya que se observa, en algunas ecografías de mala calidad, que incluso los propios expertos pueden discrepar en la interpretación.

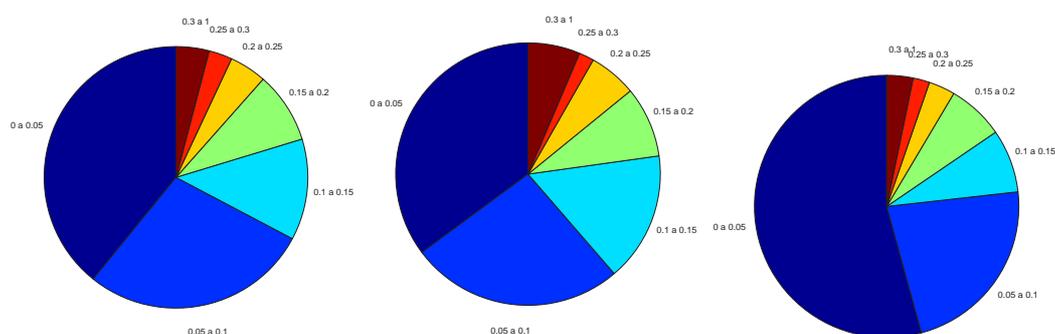


Figura 6.13: Se muestra la diferencia de áreas obtenida para el SVC 2.3 contra Chifa, Daniela y el experto más cercano.

Los resultados obtenidos comparando contra el experto más cercano muestran que el 35 % de las marcas cayeron en el intervalo 0 – 0,10, en tanto que el 90 % lo hizo en el 0 – 0,20 que fue el que consideramos como aceptable.

Mostramos gráficamente los resultados para la diferencia de áreas en la Figura 6.13. En este caso también mostramos el resultado obtenido comparando contra el experto más cercano. Puede verse que los resultados que se obtienen son muy buenos. Notar que el 76,8 % de las marcas tienen una diferencia de área menor que el 10 % y que el, mientras que 85 % menor al 15 %. Por último como ya mencionamos en la sección anterior el porcentaje de outliers es menor al 2 %.

En las Figuras 6.15 y 6.16 mostramos algunas segmentaciones realizadas por el SVC 2.3. Éstas se comparan contra las marcas de los expertos.

### Tendencias

Finalmente estudiamos posibles tendencias del software en lo que respecta a la medida del área, comparando el valor del área detectado automáticamente contra el de los expertos.

En la Figura 6.14 se muestran pasteles que indican el porcentaje de ecografías en las que el SVC detectó un ojo de bife de área mayor que el experto y viceversa, contra ambos expertos. Cabe aclarar que al realizar esta comparación no se considera el “hook” en las marcas de los expertos.

En el 57 % de las ecografías, el área medida por el SVC supera a la de la interpretación de Chifa. Esta tendencia es aún mayor con respecto a Daniela. Entre los expertos se nota una tendencia muy parecida entre. El 68 % de las interpretaciones de Chifa tienen un área mayor que las de Daniela.

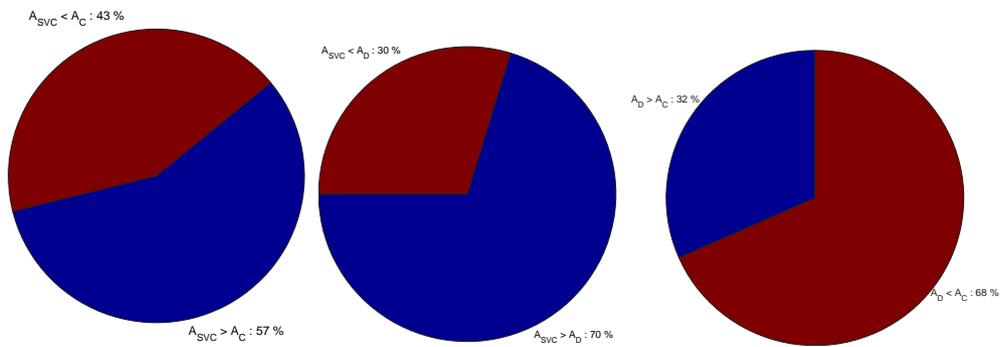


Figura 6.14: Comparación entre el SVC y Chifa (izq.), SVC y Daniela (centro) y los expertos entre sí (der.).

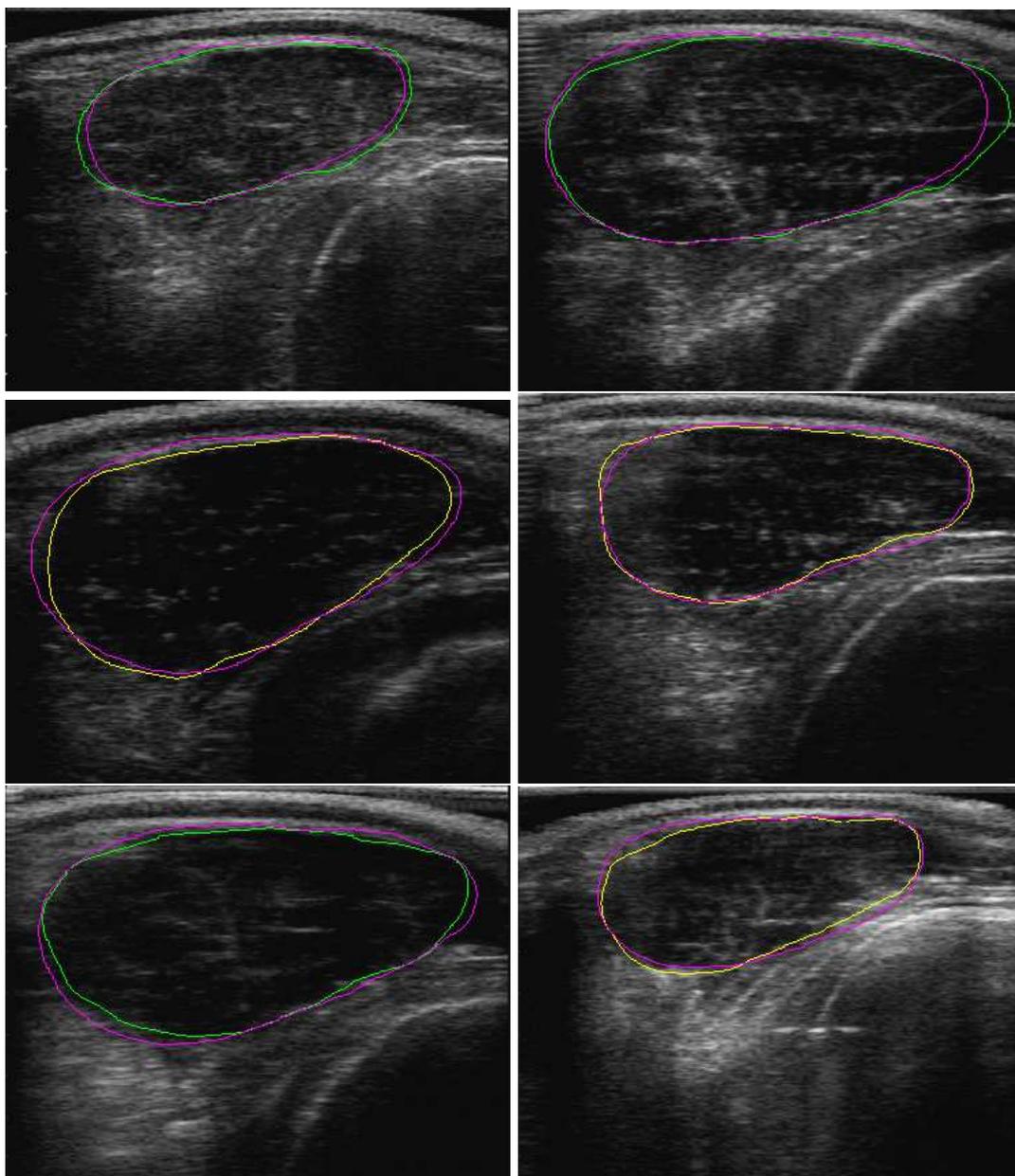


Figura 6.15: Algunas segmentaciones realizadas por el SVC 2.3. Las marcas en verde corresponden Chifa, las amarillas a Daniela y las magenta al SVC.

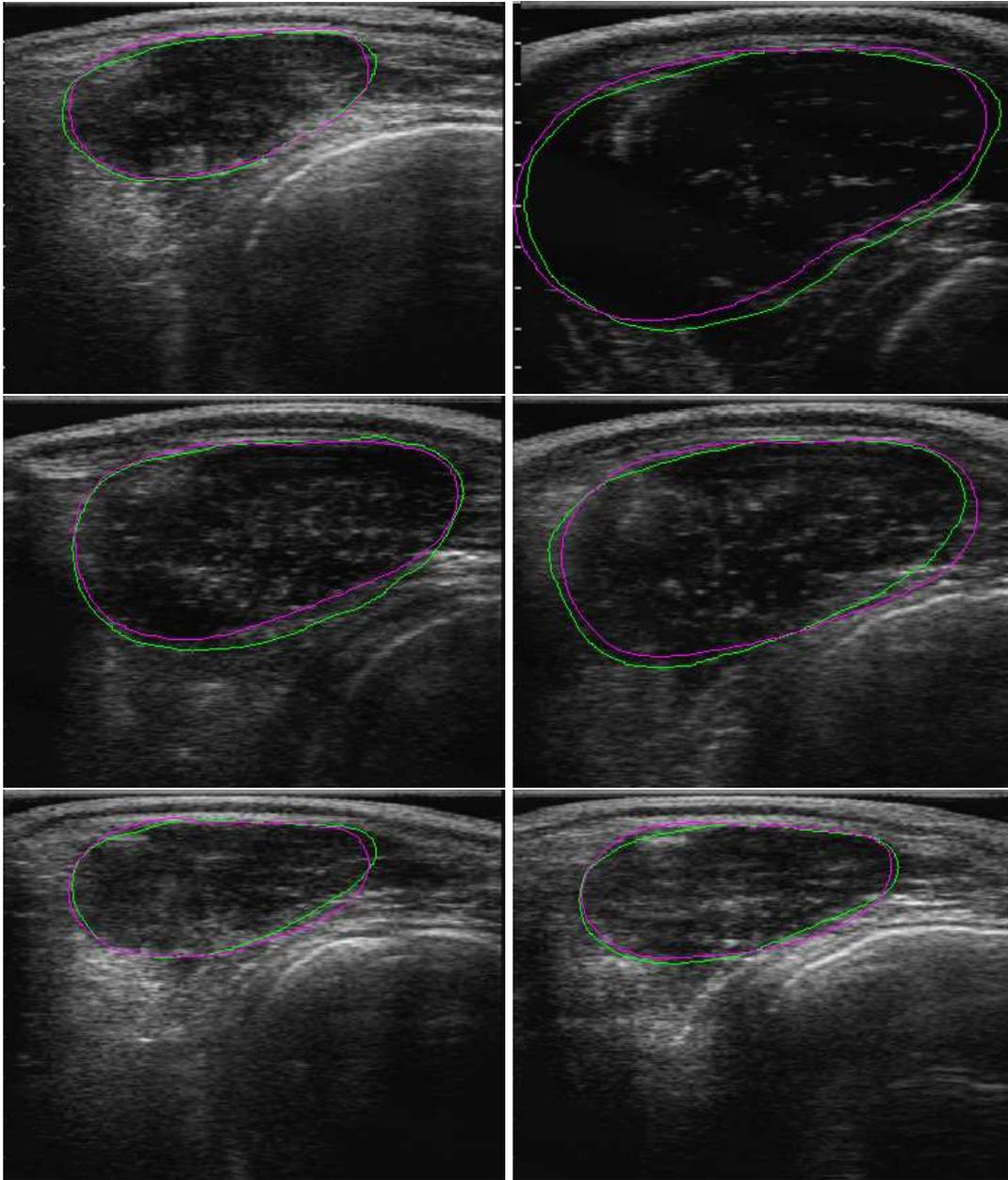


Figura 6.16: Algunas segmentaciones realizadas por el SVC 2.3. Las marcas en verde corresponden Chifa, las amarillas a Daniela y las magenta al SVC.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Este capítulo está dedicado a expresar nuestras conclusiones sobre el proyecto. Dado que las mismas son bastante amplias en cuanto a la cantidad de temas que tocan las separaremos en secciones. También agregamos una sección de cómo creemos que debe continuar el proyecto en el futuro.

### 7.1. Conclusiones Generales

Creemos que el objetivo principal del proyecto fue cumplido, o sea se obtuvo una versión más estable, flexible y formal del algoritmo de detección automática del SVC.

Sobre la base de 600 imágenes la versión implementada arroja resultados razonables, casi el 80 % de las segmentaciones presenta un error en el área menor del 10 % respecto a la marca de los expertos y menos del 2 % de las curvas obtenidas son outliers.

Por otro lado, la herramienta de validación automática nos permitió realizar un testeo sistemático de las distintas versiones de software que se implementaron. El hecho de poder comparar entre ellas ayudó a detectar bugs y poder analizar más objetivamente las ventajas y desventajas de algunos cambios y agregados.

Se pudo comprobar que es razonable realizar la segmentación del ojo de bife utilizando información *a priori* de la forma. Este tipo de herramientas, especialmente en el caso de imágenes ecográficas muy ruidosas y con partes ocluidas, ayuda a encontrar una solución que de otra manera sería muy difícil, sino imposible. Quizás no se necesita un descriptor tan sofisticado como el elegido. Sin embargo, el nuestro presenta como principal ventaja su generalidad. Por ello resulta atractivo utilizarlo en otras aplicaciones. Creemos que con mínimos ajustes el SVC debería funcionar para otros animales o inclusive en ecografías de próstata o corazón, problemas similares al del ojo de bife, muy estudiados en la literatura actualmente [12] [13].

Podríamos generalizar aún más la manera de incluir la información de forma al agregar canales en la segmentación de color, textura, etc., al considerar clusters en el espacio de forma, logrando

extender el rango de aplicaciones. En este sentido, se incluyó el descriptor en un problema de segmentación diferente obteniéndose resultados prometedores.

Uno de los aportes más interesante que creemos tiene el proyecto es el resultado del análisis estadístico sobre la base de imágenes. El descriptor de forma nos permitió calcular formas medias, determinar que no es necesario separar en clusters y calcular las variaciones más probables que tienen los ojos de bife. Este último punto es interesante, ya que además pudimos intuir a qué corresponden esas variaciones anatómicamente.

## 7.2. Conclusiones sobre el desarrollo del proyecto

Más allá de los objetivos específicos del proyecto, durante el transcurso del mismo hemos adquirido algunos conocimientos que no están presentes en la carrera. Entre otras cosas mencionamos el haber podido entender y aplicar a un problema muy concreto, un artículo de investigación recientemente publicado (Marzo 2004) para el cual no existen aplicaciones desarrolladas. El mismo utiliza herramientas matemáticas relativamente avanzadas para nuestra formación.

Como ya se ha dicho, nuestro proyecto es la continuación del SVC 1.0, un software de porte mediano desarrollado en C++. Si bien no se tuvo que crear una aplicación desde cero, creemos que llegar a comprender el código existente para poder incluirle mejoras o modificaciones, implica un trabajo tanto o más complejo. Además, trabajar con el software permitió depurarlo algunos bugs difíciles de encontrar, contribuyendo a la continuidad del proyecto SVC a largo plazo.

Una de las dificultades más grandes que se nos presentó en el proyecto fue tener que interactuar con una gran cantidad de datos. Debimos aprender a ordenarlos, procesarlos, interpretarlos, etc.

## 7.3. Evaluación del descriptor de forma

Uno de los sustentos fundamentales del proyecto es sin duda el descriptor de forma presentado por Srivastava et al. [2]. Estimamos pertinente dedicar una sección de las conclusiones para evaluarlo.

Rescatamos entonces los siguientes aspectos:

- Elegimos representar las curvas por puntos equiespaciados, como sugiere el artículo y se explica con detalle en el Capítulo 3. Esta decisión facilita y permite optimizar bastante la implementación. Sin embargo, si se quiere trabajar con mucho detalle en los contornos, la única alternativa posible es aumentar la cantidad de puntos. Para el caso del ojo de bife, que es una forma relativamente sencilla, no es una limitación el muestreo equiespaciado. Si se trabaja con formas que necesitan más detalle se deberá tener cuidado. Pensamos que es factible cambiar el tipo de muestreo, aunque este punto requiere estudio.
- Al realizar los cálculos de la estadística, se asumieron hipótesis de distribución normal de las formas alrededor de la forma media. Se podrían haber realizado test de ajuste que verificaran esto.

- El algoritmo del cálculo de geodésicas no asegura estar hallando la más corta. Sin embargo en formas cercanas, donde la variedad es bastante lineal, seguramente esto no es un problema. De manera similar, el algoritmo de forma media no asegura la convergencia a un mínimo global ni la unicidad del mismo si las formas no son suficientemente cercanas.
- Las geodésicas que se calculan entre dos formas no tienen un sentido físico en cuanto a la naturaleza de las formas. Simplemente trata de hallar una deformación menos costosa entre ellas, según un determinado criterio. Por ejemplo, en la geodésica entre siluetas de dos peces, no siempre ocurrirá que la cabeza de uno se corresponda con la del otro y las formas intermedias no tienen por qué representar peces. Otra manifestación de este fenómeno es que la media entre varias formas de la misma clase, puede no pertenecer a la clase. En algunas aplicaciones podría implicar que este descriptor pueda no ser el apropiado.

## 7.4. A Futuro

El proyecto ha dejado muchos caminos para continuar, tanto del lado académico o de investigación como práctico. A continuación incluimos la lista de las que creemos son las líneas más interesantes:

- Existen muchos parámetros del SVC cuyo peso en el funcionamiento del algoritmo no hemos investigado aún. Al elegir un valor para ellos, tomamos decisiones arbitrarias, la mayoría de las veces basándonos en criterios que parecen razonables pero no están muy formalmente fundamentados. Nos gustaría realizar pruebas más sistemáticas al respecto. Los puntos que pensamos deberíamos estudiar más en detalle son:
  - El peso de la corrección de forma. Este parámetro aparece en dos lugares: cuando la corrección es con paso fijo sobre la geodésica y en la función que permite saber cuánto corregir en razón de la energía de forma.
  - Cómo correlacionar las curvas al momento de calcular y aplicar la ponderación local. Hemos elegido un criterio que parece funcionar bien, tratando de identificar un landmark y normalizando las curvas al mismo perímetro.
  - Cómo determinar correctamente la función de ponderación local. Proponemos una combinación lineal de la información del tono de gris y la información de gradiente obtenida de los mapeos normales, pero no sabemos realmente si esta es la mejor opción.
  - Cuáles son los mejores criterios de parada para el algoritmo. La elección hecha no dio malos resultados. Sin embargo, creemos más robusto considerar los solapamientos entre regiones definidas por curvas de iteraciones sucesivas.
  - La cantidad de puntos de control con los que se representa la curva. Los 32 puntos son un buen compromiso entre performance y detalle para las formas dadas.
- Dedicamos mucho empeño en hacer funcionar el enfoque variacional, sin embargo no hemos conseguido mejorar los resultados con él, es más se degradan los mismos respecto al enfoque que hace las correcciones alternadas. A pesar de ello, creemos que proporciona algunas ventajas como ser más formalidad, flexibilidad para incluir otros canales, una condición de parada más natural; por lo que no descartamos esta línea de trabajo.

- Nos gustaría que el software fuera capaz de autocalibrarse. Para ello deberíamos guardar las marcas de los expertos en una base de datos y codificar algunas funciones que calculen los parámetros de calibración. Éstos son la forma media, las matrices de covarianza y los coeficientes de ponderación local, todos ellos calculables a partir de las ecografías interpretadas.
- Debemos ajustar la condición inicial para hacerla más robusta. Este item está muy avanzado.
- Sería deseable optimizar las funciones que hemos codificado pues creemos podrían funcionar bastante más rápido.
- Contamos con una base de 3000 ecografías de ojo de bife con sus respectivas marcas. Probaremos el desempeño del SVC en esta nueva base.
- A nivel estadístico, quedan por realizar algunas pruebas con el prior de forma. Nos gustaría analizar más formalmente la existencia de clusters en los ojos de bife. Existen además indicios recientes de que la forma del ojo de bife está relacionada con el tamaño del mismo. Podría ser relevante agregar esta información en el modelo estadístico.

En el país con más reses per cápita del mundo donde la cantidad de vacas triplica la de personas, nos parece importante tratar de aportar mejoras tecnológicas que ayuden a la cadena de producción agropecuaria. La valoración del rendimiento cárnico de ganado en pie es un parámetro importante en la selección genética de los mejores animales, trazabilidad, selección del tipo de alimentación, etc. y sería deseable poder expandirla masivamente. Sin embargo, en las condiciones actuales resulta un procedimiento muy costoso para poder realizarse sobre la totalidad del ganado bovino del país y se está lejos de lograr este objetivo. Actualmente, sólo se realiza esta medición a 15 mil vacas por año. Esperamos que con un software de este tipo podamos ampliar este número de manera significativa, bajando los costos, el tiempo y la dificultad de realizar estas interpretaciones.

## Apéndice A

# Diseño de Software de SVC.2

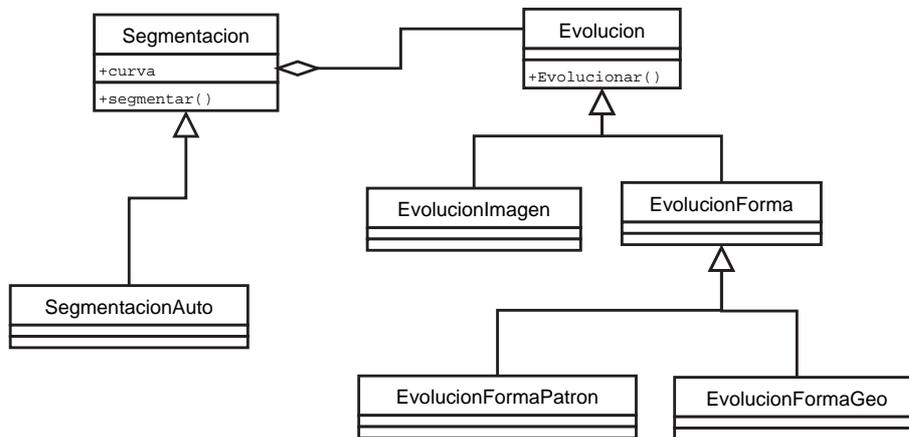


Figura A.1: Principales clases agregadas al SVC

En el transcurso del proyecto se debieron realizar cambios al diseño del software del SVC. Se implementaron varias funciones y se realizó un agregado al diseño de las clases. A continuación explicaremos muy brevemente estos cambios. No es el objetivo de este apéndice incluir una documentación extensa ni formal de las clases de software, sino brindar un pantallazo de los principales cambios respecto a la versión anterior.

Se agregaron las clases abstractas `Segmentacion` y `Evolucion`. La clase `Segmentacion` tiene como atributo una curva que debe corregirse mediante distintas evoluciones. Tiene además como atributos instancias de la clase `Evolucion`. Cada `Evolucion` corresponde a una corrección ya sea por imagen, por forma o por otro canal que se quiera agregar, por ejemplo textura, color, etc.

`Segmentacion` tiene tantas clases hijas como algoritmos de segmentación se hayan implementado. En cada hija se debe sobrescribir el método virtual `segmentar()` según sea el algoritmo. De

manera muy similar **Evolucion** tiene tantas clases hijas como correcciones distintas existan y cada hija debe implementar el método **evolucionar()** de **Evolucion** que se encarga de corregir una forma. En la Figura A.1 se ve un esquema de las clases anteriores.

También se agregó una clase que contiene el algoritmo que calcula la condición inicial.

## Apéndice B

# Resultados

En este anexo analizaremos los resultados arrojados por la herramienta de validación sobre las distintas versiones del SVC.

Recordemos que las versiones analizadas se agrupan en dos conjuntos bien diferenciados. Las que se basan en la estructura original, SVC 1.X, y las que lo hacen en la desarrollada en este proyecto, SVC 2.X. Las variantes de cada versión particular se listan a continuación.

- SVC 1.0 - Versión heredada del proyecto anterior.
- SVC 1.1 - Con el patrón de forma modificado.
- SVC 2.0 - Corrección de forma en el espacio de forma.
- SVC 2.1 - Agrega condición inicial.
- SVC 2.2 - Se pondera la corrección a partir de la estadística usando la condición inicial.
- SVC 2.3 - Se incluye una condición de parada a la versión 2.2.
- SVC 2.4 - Con ponderación local y condición inicial.
- SVC 2.5 - Gradiente, no incluye condición inicial.

B.1. SVC 1.0

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	4.61	3.74
0.10 a 0.15	27.47	22.24
0.15 a 0.20	36.01	34.97
0.20 a 0.25	17.41	20.54
0.25 a 0.30	8.02	9.51
0.30 a 1	6.48	9.00

Cuadro B.1: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

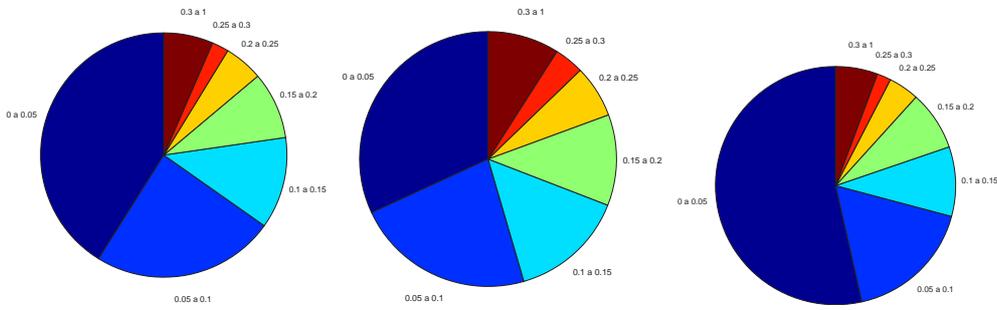


Figura B.1: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

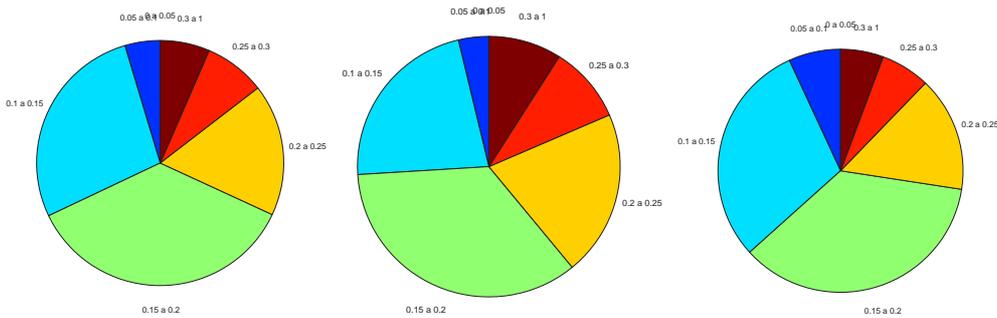


Figura B.2: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . A la derecha comparando contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	4.61	3.74
0.10 a 0.15	27.47	22.24
0.15 a 0.20	36.01	34.97
0.20 a 0.25	17.41	20.54
0.25 a 0.30	8.02	9.51
0.30 a 1	6.48	9.00

Cuadro B.2: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	3.58	0.17	1.37	4.27
0.05 a 0.10	21.16	2.90	11.26	28.16
0.10 a 0.15	34.13	13.65	24.57	29.86
0.15 a 0.20	27.13	21.33	21.84	16.04
0.20 a 0.25	9.73	20.65	20.48	7.68
0.25 a 0.30	3.24	13.14	8.70	4.27
0.30 a 1	1.02	28.16	11.77	9.73

Cuadro B.3: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

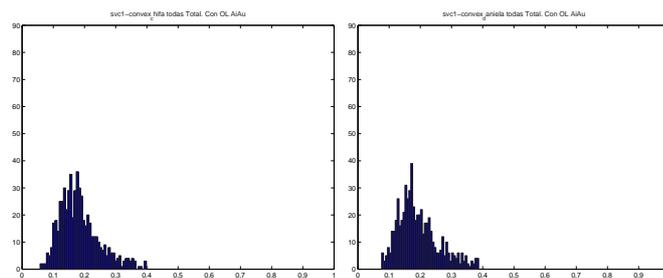


Figura B.3: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . A la derecha comparando contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	0.51	0.17	0.51	6.28
0.05 a 0.10	13.92	3.40	8.83	28.01
0.10 a 0.15	25.47	13.41	22.07	25.30
0.15 a 0.20	35.65	20.37	26.32	16.64
0.20 a 0.25	15.45	20.20	19.35	7.98
0.25 a 0.30	6.62	10.02	9.85	4.75
0.30 a 1	2.38	32.43	13.07	11.04

Cuadro B.4: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.37	0.33	0.62	0.58	0.46
Daniela	0.38	0.36	0.64	0.60	0.45

Cuadro B.5: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	12	4	12	10	12	603
Daniela	14	7	14	14	12	606

Cuadro B.6: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	15	0	15	5	14	603
Daniela	16	1	15	8	15	606

Cuadro B.7: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

B.2. SVC 1.1

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	6.70	2.93
0.10 a 0.15	29.73	31.38
0.15 a 0.20	32.99	35.86
0.20 a 0.25	17.35	15.86
0.25 a 0.30	8.42	8.28
0.30 a 1	4.81	5.69

Cuadro B.8: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

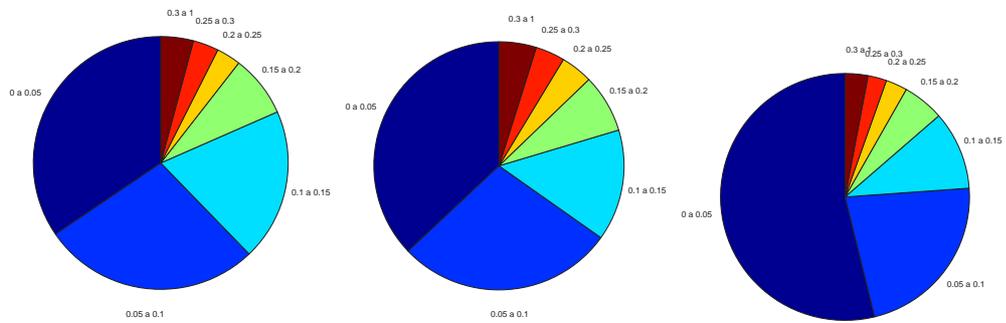


Figura B.4: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

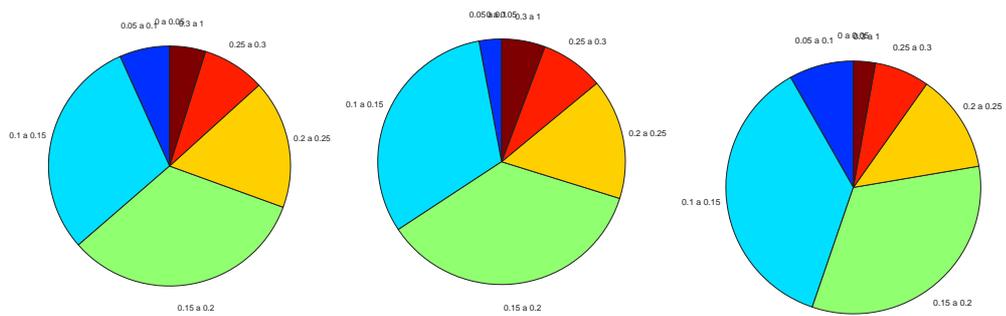


Figura B.5: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	6.70	2.93
0.10 a 0.15	29.73	31.38
0.15 a 0.20	32.99	35.86
0.20 a 0.25	17.35	15.86
0.25 a 0.30	8.42	8.28
0.30 a 1	4.81	5.69

Cuadro B.9: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.03	0.34	1.37	6.01
0.05 a 0.10	22.34	6.36	10.31	29.38
0.10 a 0.15	34.71	23.88	21.13	27.66
0.15 a 0.20	24.91	18.90	19.07	16.84
0.20 a 0.25	12.89	18.21	16.84	8.59
0.25 a 0.30	3.09	12.71	13.40	4.12
0.30 a 1	1.03	19.59	17.87	7.39

Cuadro B.10: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

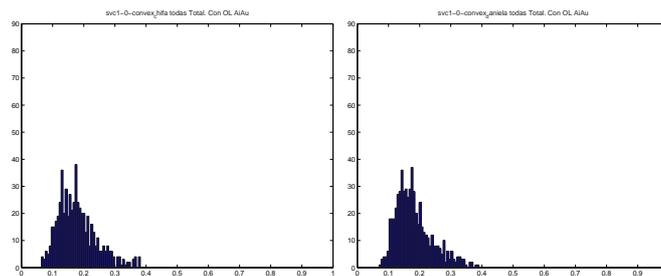


Figura B.6: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	0.52	0	0.69	1.72
0.05 a 0.10	11.55	7.07	12.24	27.41
0.10 a 0.15	32.41	24.48	23.45	30.00
0.15 a 0.20	29.83	25.00	23.97	17.76
0.20 a 0.25	16.03	15.34	15.17	9.31
0.25 a 0.30	6.38	9.83	10.34	4.83
0.30 a 1	3.28	18.28	14.14	8.97

Cuadro B.11: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.36	0.36	0.47	0.55	0.44
Daniela	0.35	0.39	0.47	0.52	0.45

Cuadro B.12: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	26	18	23	24	25	611
Daniela	30	23	26	28	28	614

Cuadro B.13: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	25	4	22	17	24	611
Daniela	26	9	21	16	25	614

Cuadro B.14: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

### B.3. SVC 2.0

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.17	0
0.05 a 0.10	21.93	21.38
0.10 a 0.15	36.96	31.90
0.15 a 0.20	20.38	22.07
0.20 a 0.25	10.36	11.38
0.25 a 0.30	5.87	8.10
0.30 a 1	4.32	5.17

Cuadro B.15: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

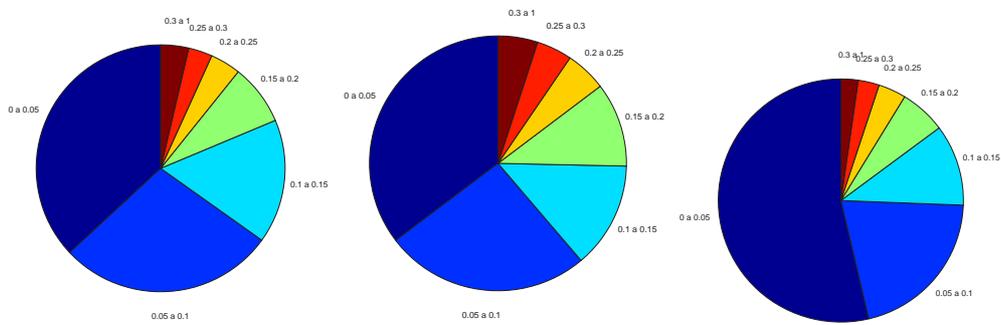


Figura B.7: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

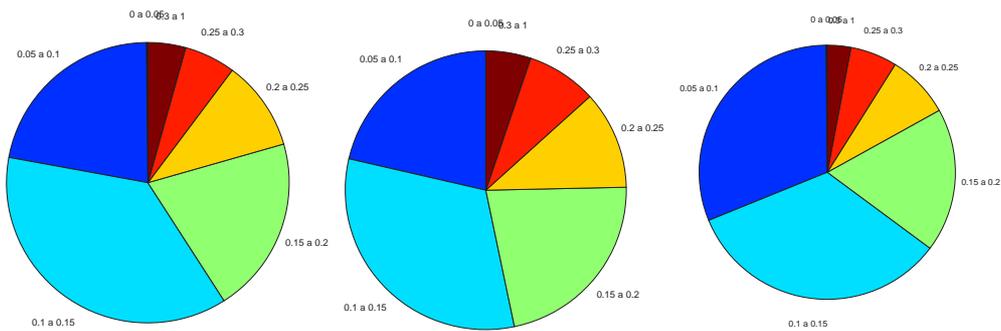


Figura B.8: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.17	0
0.05 a 0.10	21.93	21.38
0.10 a 0.15	36.96	31.90
0.15 a 0.20	20.38	22.07
0.20 a 0.25	10.36	11.38
0.25 a 0.30	5.87	8.10
0.30 a 1	4.32	5.17

Cuadro B.16: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	7.60	1.55	3.45	10.54
0.05 a 0.10	55.27	15.72	22.97	35.41
0.10 a 0.15	28.15	23.49	24.87	21.42
0.15 a 0.20	7.25	16.93	15.89	11.57
0.20 a 0.25	1.04	12.09	15.37	8.64
0.25 a 0.30	0.35	8.29	6.91	2.59
0.30 a 1	0.35	21.93	10.54	9.84

Cuadro B.17: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

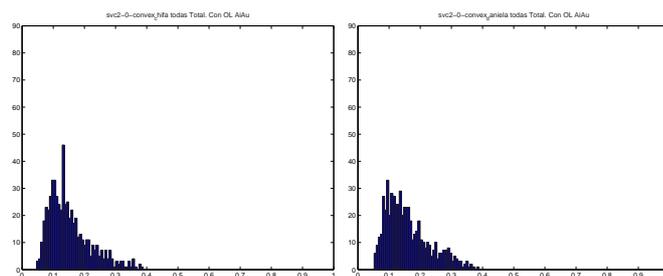


Figura B.9: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.90	0.86	6.21	9.83
0.05 a 0.10	41.21	18.62	23.79	36.38
0.10 a 0.15	39.14	21.55	21.21	21.90
0.15 a 0.20	14.31	15.00	17.76	11.55
0.20 a 0.25	2.24	9.83	10.17	5.00
0.25 a 0.30	0.69	10.69	7.41	3.62
0.30 a 1	0.52	23.45	13.45	11.72

Cuadro B.18: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.31	0.19	0.49	0.50	0.38
Daniela	0.33	0.22	0.52	0.51	0.38

Cuadro B.19: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	28	15	25	27	27	611
Daniela	31	18	27	30	27	614

Cuadro B.20: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	23	7	22	18	18	611
Daniela	28	11	28	23	22	614

Cuadro B.21: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

B.4. SVC 2.1

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.50	0.50
0.05 a 0.10	25.21	18.66
0.10 a 0.15	40.50	39.16
0.15 a 0.20	17.48	22.35
0.20 a 0.25	8.57	10.42
0.25 a 0.30	4.37	5.88
0.30 a 1	3.36	3.03

Cuadro B.22: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

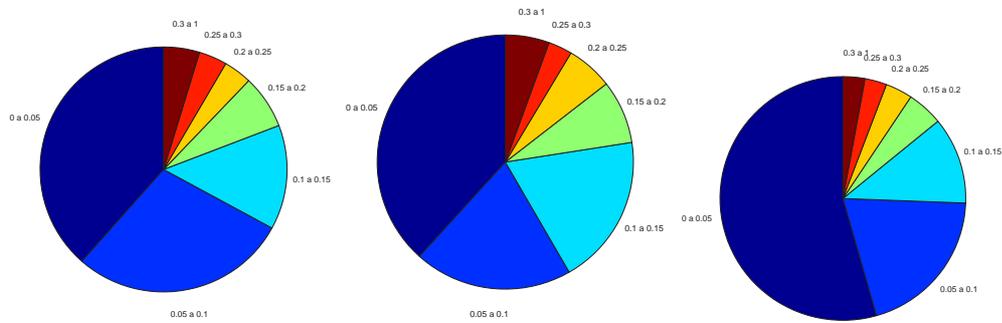


Figura B.10: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

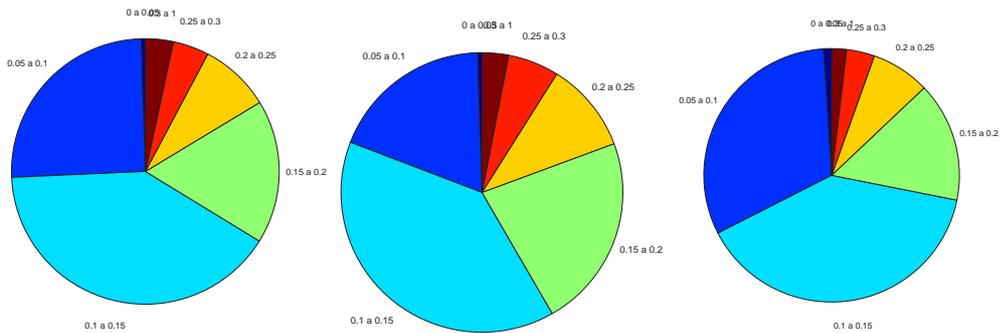


Figura B.11: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.50	0.50
0.05 a 0.10	25.21	18.66
0.10 a 0.15	40.50	39.16
0.15 a 0.20	17.48	22.35
0.20 a 0.25	8.57	10.42
0.25 a 0.30	4.37	5.88
0.30 a 1	3.36	3.03

Cuadro B.23: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	2.52	2.18	4.87	13.61
0.05 a 0.10	41.85	18.66	27.90	35.97
0.10 a 0.15	40.84	23.36	22.86	24.20
0.15 a 0.20	12.10	19.66	18.49	12.44
0.20 a 0.25	1.51	12.10	9.92	6.39
0.25 a 0.30	0.50	7.39	7.56	2.86
0.30 a 1	0.67	16.30	8.40	4.54

Cuadro B.24: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

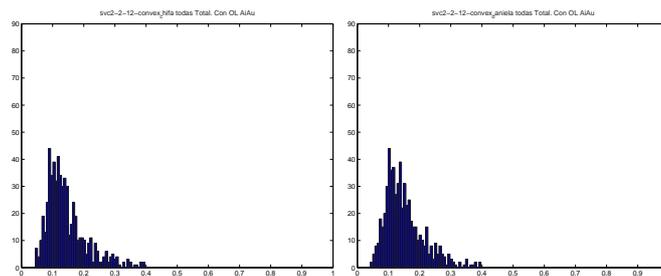


Figura B.12: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.01	1.34	7.73	9.08
0.05 a 0.10	27.39	19.83	29.08	36.47
0.10 a 0.15	41.51	23.19	20.67	24.71
0.15 a 0.20	22.02	16.47	16.64	13.95
0.20 a 0.25	6.22	12.44	10.08	6.39
0.25 a 0.30	1.01	8.24	3.70	4.54
0.30 a 1	0.84	18.49	12.10	4.87

Cuadro B.25: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.27	0.20	0.41	0.45	0.32
Daniela	0.28	0.23	0.44	0.45	0.33

Cuadro B.26: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	8	3	6	6	6	603
Daniela	7	5	7	5	5	606

Cuadro B.27: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	5	2	5	3	5	603
Daniela	8	2	7	4	7	606

Cuadro B.28: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

B.5. SVC 2.3

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.17	0.17
0.05 a 0.10	24.83	21.11
0.10 a 0.15	39.53	37.86
0.15 a 0.20	20.10	22.78
0.20 a 0.25	8.11	9.21
0.25 a 0.30	4.90	5.03
0.30 a 1	2.36	3.85

Cuadro B.29: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes

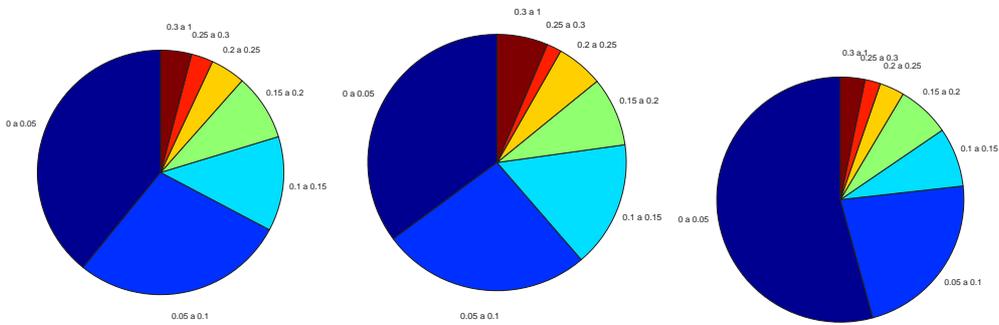


Figura B.13: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el minimo de los expertos.

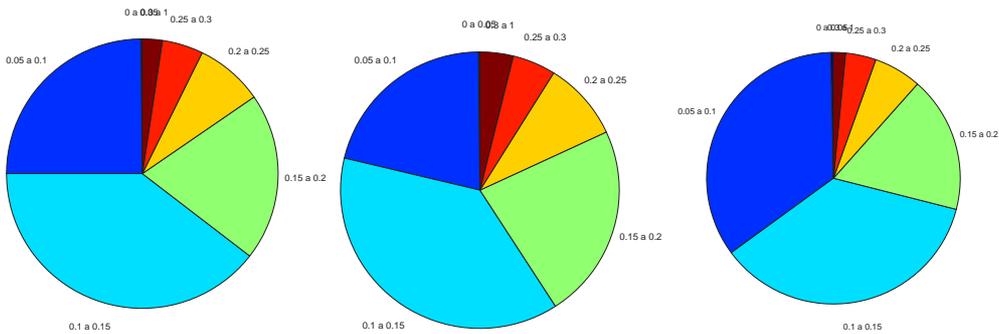


Figura B.14: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el minimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.17	0.17
0.05 a 0.10	24.83	21.11
0.10 a 0.15	39.53	37.86
0.15 a 0.20	20.10	22.78
0.20 a 0.25	8.11	9.21
0.25 a 0.30	4.90	5.03
0.30 a 1	2.36	3.85

Cuadro B.30: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	4.39	2.20	4.39	14.36
0.05 a 0.10	44.93	19.76	24.16	37.50
0.10 a 0.15	37.16	20.61	27.87	21.11
0.15 a 0.20	11.32	20.10	19.43	12.67
0.20 a 0.25	1.52	12.67	7.60	6.42
0.25 a 0.30	0.34	8.28	6.08	3.89
0.30 a 1	0.34	16.39	10.47	4.05

Cuadro B.31: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

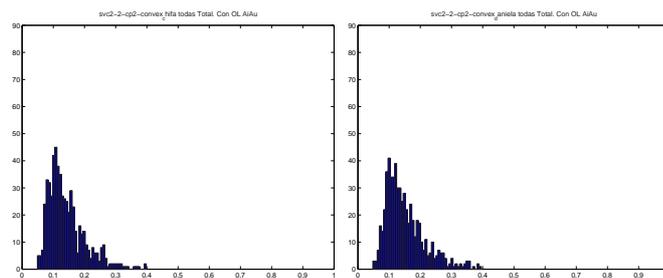


Figura B.15: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.01	1.01	7.20	9.72
0.05 a 0.10	32.83	19.93	28.31	35.01
0.10 a 0.15	43.38	23.28	22.95	26.30
0.15 a 0.20	15.75	13.74	15.58	11.73
0.20 a 0.25	5.53	12.73	9.21	7.87
0.25 a 0.30	0.84	10.05	5.53	3.69
0.30 a 1	0.67	19.26	11.22	5.70

Cuadro B.32: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.26	0.20	0.40	0.45	0.31
Daniela	0.28	0.23	0.44	0.45	0.33

Cuadro B.33: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	9	1	9	5	7	603
Daniela	6	2	5	5	3	606

Cuadro B.34: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	7	4	6	4	6	603
Daniela	7	4	6	4	6	606

Cuadro B.35: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

B.6. SVC 2.4

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.34	0
0.05 a 0.10	18.78	17.11
0.10 a 0.15	41.96	39.77
0.15 a 0.20	22.84	25.84
0.20 a 0.25	8.97	8.72
0.25 a 0.30	3.72	5.54
0.30 a 1	3.38	3.02

Cuadro B.36: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

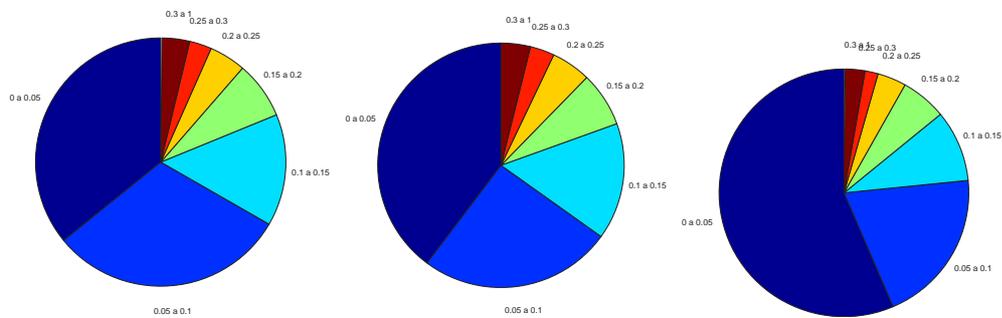


Figura B.16: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

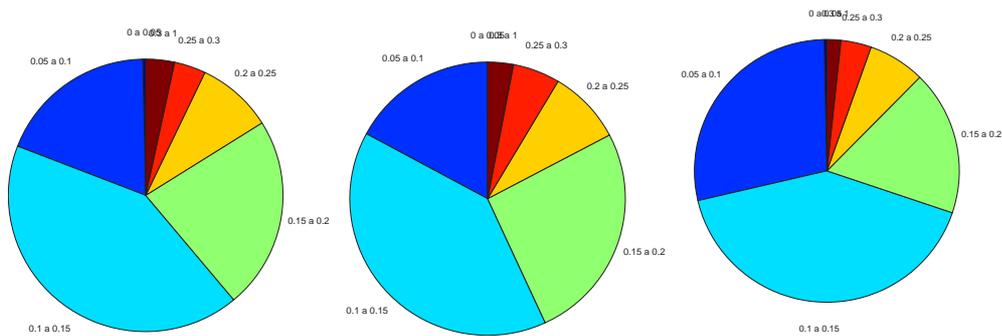


Figura B.17: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0.34	0
0.05 a 0.10	18.78	17.11
0.10 a 0.15	41.96	39.77
0.15 a 0.20	22.84	25.84
0.20 a 0.25	8.97	8.72
0.25 a 0.30	3.72	5.54
0.30 a 1	3.38	3.02

Cuadro B.37: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	3.05	2.37	4.57	10.49
0.05 a 0.10	38.24	19.29	21.49	34.18
0.10 a 0.15	40.10	23.01	26.90	24.53
0.15 a 0.20	14.89	18.44	19.12	14.21
0.20 a 0.25	2.71	13.20	10.83	8.29
0.25 a 0.30	0.34	9.14	7.61	4.06
0.30 a 1	0.68	14.55	9.48	4.23

Cuadro B.38: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

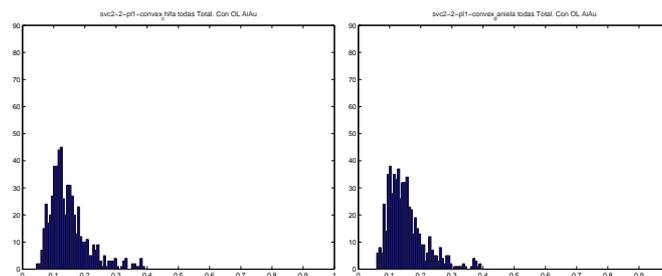


Figura B.18: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.01	1.17	5.20	5.20
0.05 a 0.10	25.00	19.63	26.85	33.05
0.10 a 0.15	41.61	23.83	24.83	29.19
0.15 a 0.20	21.64	16.95	19.80	13.76
0.20 a 0.25	8.22	14.09	10.07	9.23
0.25 a 0.30	1.85	7.38	5.20	3.19
0.30 a 1	0.67	16.95	8.05	6.38

Cuadro B.39: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.27	0.22	0.38	0.44	0.33
Daniela	0.27	0.25	0.41	0.42	0.35

Cuadro B.40: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	9	2	7	5	6	601
Daniela	7	4	7	5	3	604

Cuadro B.41: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	7	3	7	4	5	601
Daniela	7	2	7	4	6	604

Cuadro B.42: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

B.7. SVC 2.9

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	17.04	11.99
0.10 a 0.15	41.57	40.54
0.15 a 0.20	21.98	23.82
0.20 a 0.25	11.75	13.85
0.25 a 0.30	4.77	5.74
0.30 a 1	2.90	4.05

Cuadro B.43: Comparación de la diferencia de áreas contra los expertos. Resultados en porcentajes.

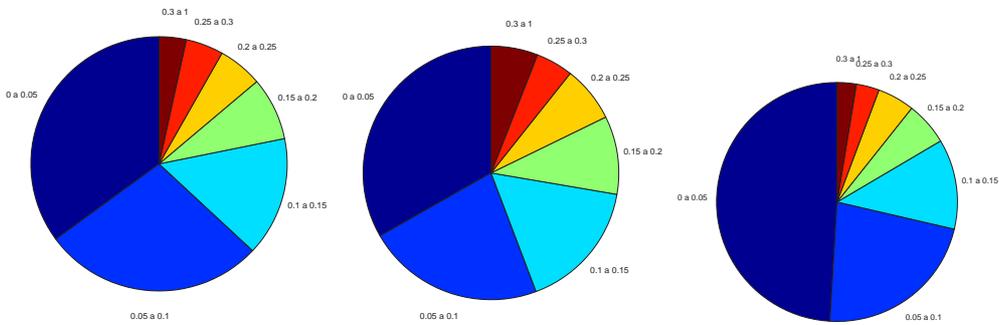


Figura B.19: Pastel del indicador diferencia de áreas. Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

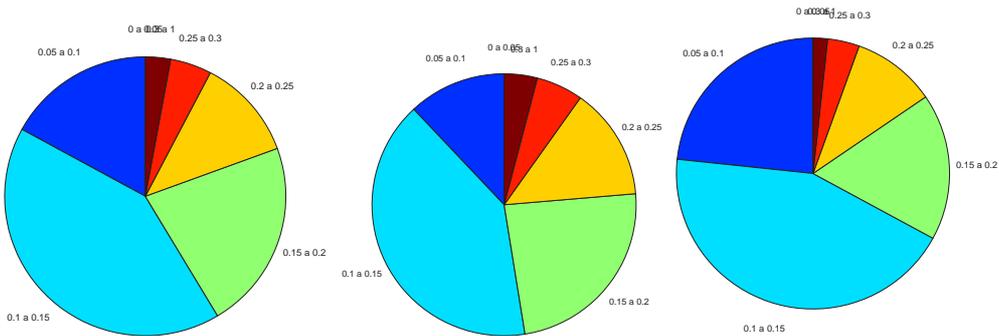


Figura B.20: Pastel del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa, en el centro contra Daniela y a la izquierda el mínimo de los expertos.

Rangos	Chifa	Daniela
0.00 a 0.05	0	0
0.05 a 0.10	17.04	11.99
0.10 a 0.15	41.57	40.54
0.15 a 0.20	21.98	23.82
0.20 a 0.25	11.75	13.85
0.25 a 0.30	4.77	5.74
0.30 a 1	2.90	4.05

Cuadro B.44: Comparación sobre el indicador  $1 - A_i/A_u$ . Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	1.70	1.02	4.26	10.90
0.05 a 0.10	24.36	17.04	24.19	37.82
0.10 a 0.15	37.14	25.55	28.45	24.53
0.15 a 0.20	24.19	18.23	19.59	12.44
0.20 a 0.25	8.52	11.07	10.22	5.28
0.25 a 0.30	1.70	6.98	5.45	3.41
0.30 a 1	2.39	20.10	7.84	5.62

Cuadro B.45: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Chifa. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

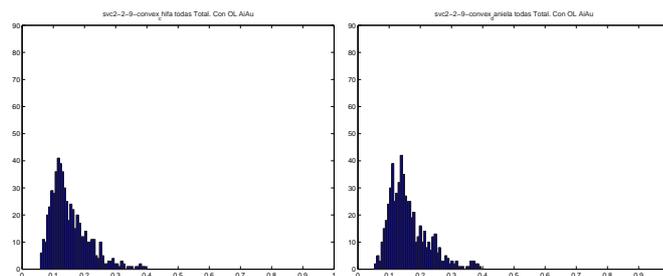


Figura B.21: Histogramas del indicador  $1 - A_i/A_u$ . Comparando a la derecha contra Chifa y a la izquierda contra Daniela.

Rangos	Norte	Sur	Este	Oeste
0.00 a 0.05	0.34	0.84	3.89	7.77
0.05 a 0.10	13.01	17.91	25.34	35.98
0.10 a 0.15	32.77	22.80	27.53	26.35
0.15 a 0.20	32.60	16.05	18.07	13.18
0.20 a 0.25	14.36	10.98	10.14	6.42
0.25 a 0.30	4.90	10.14	5.57	4.73
0.30 a 1	2.03	21.28	9.46	5.57

Cuadro B.46: Comparación del indicador de  $1 - A_i/A_u$  contra Daniela. Resultados en porcentaje sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste
Chifa	0.29	0.30	0.44	0.44	0.35
Daniela	0.30	0.34	0.49	0.45	0.37

Cuadro B.47: Comparación del indicador de máxima separación contra los expertos. Resultados promedio sobre el total de marcas comparadas, que no fueron consideradas outliers.

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	13	7	12	10	9	601
Daniela	11	6	9	10	7	604

Cuadro B.48: Numero de outliers por regiones para el indicador de  $1 - A_i/A_u$ .

Experto	Total	Norte	Sur	Este	Oeste	Nro ecos
Chifa	7	3	7	4	7	601
Daniela	6	3	5	4	6	604

Cuadro B.49: Numero de outliers por regiones para el indicador de máxima separación.

# Bibliografía

- [1] Washington Mio, Anuj Srivastava, and Xiuwen Liu. Learning and bayesian shape extraction for object recognition. pages 62–73, 2004.
- [2] Eric Klassen, Anuj Srivastava, Washington Mio, and Shantanu Joshi. Analysis of planar shapes using geodesic paths on shape spaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(3):372–383, 2003.
- [3] Mikael Rousson and Nikos Paragios. Shape priors for level set representations. In *European Conference on Computer Vision 2002*, volume 2351.
- [4] Pablo Cancela, Fernando Reyes, Pablo Rodríguez, Gregory Randall, and Alicia Fernández. Automatic object detection using shape information in ultrasound images. In *ICIP (3)*, pages 417–420, 2003.
- [5] Guillaume Charpiat, Olivier D. Faugeras, and Renaud Keriven. Approximations of shape metrics and application to shape warping and empirical shape statistics. *Foundations of Computational Mathematics*, 5(1):1–58, 2005.
- [6] M.P. Do Carmo. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, 1976.
- [7] Frank W. Warner. *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*. Springer, 1983.
- [8] A. Ambrosetti and G. Prodi. *A Primer of Nonlinear Analysis*. Cambridge University Press, 1993.
- [9] Jorge S. Marques and Arnaldo J. Abrantes. Shape alignment – optimal initial point and pose estimation. *Pattern Recognition Letters*, 18(1):49–53, 1997.
- [10] Juan Cardelino. Tesis de maestria. 2005.
- [11] Simon K. Warfield, Kelly H. Zou, and William M. Wells III. Validation of image segmentation and expert quality with an expectation-maximization algorithm. In Takeyoshi Dohi and Ron Kikinis, editors, *MICCAI (1)*, volume 2488 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 298–306. Springer, 2002.
- [12] Dinggang Shen, Yiqiang Zhan, and Christos Davatzikos. Segmentation of prostate boundaries from ultrasound images using statistical shape model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(4):539–551, 2003.

- [13] Anant Madabhushi and Dimitris Metaxas. Combining low, high-level and empirical domain specific knowledge for automated segmentation of ultrasonic breast lesions. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 22(2):155–169, 2003.