

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

FACULTAD DE AGRONOMÍA

VALORES CARACTERÍSTICOS DE MÓDULO DE ELASTICIDAD Y MÓDULO
DE ROTURA PARA MADERA DE *Eucalyptus grandis* CULTIVADOS EN
RIVERA

por

María Fernanda MONTES DE OCA GOSPODINOFF
Diego RUBBO BERRUTTI

TESIS presentada como uno de
los requisitos para obtener el
título de Ingeniero Agrónomo

MONTEVIDEO
URUGUAY
2008

Tesis aprobada por:

Director: -----

Ing. Agr. Carlos Mantero

Ing. Agr. Jorge Franco

Arq. María Calone

Fecha: -----

Autor: -----

María Fernanda Montes de Oca Gospodinoff

Diego Rubbo Berrutti

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren manifestar su agradecimiento a todas las personas que colaboraron en la elaboración de este trabajo. En particular al Ing. Agr. Carlos Mantero, por su contribución y paciencia entretanto se llevaba a cabo este proceso; al Dr. Jorge Franco, por su apoyo en el tratamiento de datos. A nuestras familias, por su generoso e incondicional apoyo durante todo este tiempo. Y por supuesto, para los que por diferentes circunstancias hoy no pueden estar con nosotros.

A todos gracias

TABLA DE CONTENIDO

| | Página |
|---|--------|
| PÁGINA DE APROBACIÓN..... | II |
| AGRADECIMIENTOS..... | III |
| LISTA DE CUADROS E ILUSTRACIONES..... | VI |
| | |
| 1. <u>INTRODUCCIÓN</u> | 1 |
| 1.1 OBJETIVOS..... | 2 |
| | |
| 2. <u>REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA</u> | 3 |
| 2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA MADERA..... | 3 |
| 2.1.1 <u>Generalidades</u> | 3 |
| 2.1.2 <u>Tensiones admisibles de la madera</u> | 3 |
| 2.2. VALORES CARACTERISTICOS..... | 5 |
| 2.3. ESTABLECIMIENTO DE VALORES DE RESISTENCIA EN MADERA LIBRE DE DEFECTOS..... | 9 |
| 2.3.1 <u>Norma ASTM D 2555-78</u> | 9 |
| 2.4. METODOLOGIA ESTADISTICA..... | 10 |
| 2.4.1. <u>Norma ASTM 2915</u> | 10 |
| 2.4.2. <u>Procedimiento para el muestreo</u> | 12 |
| 2.4.3 <u>Análisis y presentación de resultados</u> | 13 |
| 2.4.4 <u>Aplicaciones</u> | 14 |
| 2.5. ESTABLECIMIENTO DE GRADOS ESTRUCTURALES Y PROPIEDADES PARA LA CLASIFICACIÓN VISUAL DE LA MADERA..... | 15 |
| 2.5.1. <u>Norma ASTM D 245-88</u> | 15 |
| 2.6. MÉTODOS ESTADISTICOS NO PARAMÉTRICOS..... | 16 |
| 2.6.1 <u>Bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov</u> | 16 |
| 2.6.2 <u>Remuestreo bootstrap</u> | 18 |
| 2.7. MÉTODOS ESTADISTICOS PARAMÉTRICO..... | 20 |
| | |
| 3. <u>MATERIALES Y MÉTODOS</u> | 21 |
| 3.1. PROCESAMIENTO DE DATOS..... | 21 |
| | |
| 4. <u>RESULTADOS Y DISCUSION</u> | 25 |
| 4.1. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA..... | 25 |
| 4.1.1. <u>Caracterización estadística para MOR y MOE</u> | 25 |
| 4.2. AJUSTE DE BONDAD PARA MOR Y MOE..... | 27 |
| 4.3. ESTIMACIÓN DEL P.05 E INTERVALOS DE CONFIANZA..... | 29 |
| 4.3.1. <u>Usando la distribución normal, mediante el teorema 14 (Mood, Graybil y Boes, 1974)</u> | 29 |
| 4.3.2. <u>Usando la técnica bootstrap</u> | 30 |

| | |
|--|----|
| 4.4. COMPARACION DE LAS ESTIMACIONES OBTENIDAS CON AMBOS METODOS..... | 30 |
| 4.5. CALCULO DEL TAMAÑO DE MUESTRAS PARA DIFERENTES PRECISIONES..... | 33 |
| 4.6. COMPARACIÓN TRABAJO PREVIO-ESTE TRABAJO..... | 34 |
| 5. <u>CONCLUSIONES</u> | 36 |
| 6. <u>RESUMEN</u> | 37 |
| 7. <u>SUMMARY</u> | 38 |
| 8. <u>BIBLIOGRAFÍA</u> | 40 |
| 9. <u>ANEXOS</u> | 42 |

LISTA DE CUADROS E ILUSTRACIONES

| Cuadro No. | Página |
|---|--------|
| 1. Descripción estadística para ambas variables..... | 25 |
| 2. Prueba de ajuste de bondad Kolmogorov – Smirnov..... | 28 |
| 3. Valor característico (P.05) e intervalo de confianza para MOR y MOE, normal..... | 29 |
| 4. Valor característico (P.05) e intervalo de confianza para MOR y MOE, bootstrap..... | 30 |
| 5. Comparación de resultados bootstrap teorema 14..... | 31 |
| 6. Tamaño de muestra y precisión..... | 33 |
| 7. Comparación de resultados trabajo previo vs éste trabajo..... | 34 |
| | |
| Figura No. | |
| 1. Histograma de frecuencias distribucional para MOE..... | 26 |
| 2. Histograma de frecuencias distribucional para MOR..... | 27 |
| 3. Distribución de frecuencias de la variable MOE y su ajuste normal..... | 28 |
| 4. Distribución de frecuencias de la variable MOE y su ajuste normal | 29 |
| 5. Comparación de resultados teorema 14 vs bootstrap para MOE | 32 |
| 6. Comparación de resultados teorema 14 vs bootstrap para MOR..... | 33 |

1. INTRODUCCIÓN

La actividad forestal ha mostrado un crecimiento muy importante en los últimos años, lo que ha llevado a un aumento en la oferta de materia prima forestal y con ello una diversificación en los usos. Entre estos se encuentra la madera sólida para construcción civil, la que requiere de ciertas características estructurales que la hacen apta para ello. Esto nos lleva a buscar parámetros confiables para poder usar este tipo de materiales en la práctica. Por esta razón se hace imprescindible conocer las propiedades mecánicas de la madera que afectan su posterior uso.

En la actualidad los métodos estadísticos, se hallan en pleno desarrollo y estudio en las diversas áreas de la investigación, dada su flexibilidad de aplicación a cualquier grupo de datos son una valiosa ayuda para determinar la precisión de las medidas teniendo en cuenta la evidente variabilidad y/o dispersión de las propiedades mecánicas de los materiales, en este caso la madera.

En este trabajo se buscará obtener los valores característicos para los módulos de elasticidad (MOE) y rotura (MOR) en *E. grandis*, cultivados en la zona de Rivera.

En un trabajo previo sobre “Caracterización físico mecánica de las principales especies forestales cultivadas en Uruguay”, Mantero et al. (2000), se calcularon las estadísticas descriptivas media, desvío estándar y coeficiente de variación de cada característica o propiedad de la madera medida, asumiendo la normalidad de las variables, pero lo cierto es que este supuesto no siempre se cumple para el caso de la madera.

El trabajo citado, también busca la distribución de mejor ajuste entre Weibull, Normal y Lognormal para cada variable y luego calcula el número mínimo de muestra para llegar a una precisión adecuada en la estimación de los valores característicos de aquellas variables en las que no se pudieron obtener con ese número de muestra

De aquí nace la inquietud de esta tesis que es calcular los valores característicos de elasticidad y módulo de rotura de una muestra mas grande

que la usada por Mantero et al. (2000), por otros métodos que no tengan en cuenta la asunción de ninguna distribución de la variable y probar un nuevo ajuste de la nueva muestra. Para esto es que usaremos los llamados métodos no paramétricos o de distribución libre.

En este ámbito es que se propuso hacer uso de la estadística para calcular los valores característicos de modulo de elasticidad y modulo de rotura de un grupo de datos en ensayos realizados en Facultad de Ingeniería, Universidad de la República (Serrentino y Viera, 2006).

1.1. OBJETIVOS

- Obtener los valores característicos y los intervalos de 95% confianza de MOE (Módulo de Elasticidad) y MOR (Módulo de rotura), para *Eucalyptus grandis* de la zona de Rivera.
- Ajuste de la nueva muestra a una distribución conocida utilizando la nueva muestra.
- Uso de métodos no paramétricos para el calculo de los intervalos de confianza como herramienta para independizarse de una distribución, en este caso bootstrap.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1. PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA MADERA

2.1.1. Generalidades

La importancia de las propiedades Mecánicas de la Madera dentro del contexto de la tecnología de la madera, se basa en que de ellas se adquieren los conocimientos fundamentales, que después tendrán gran aplicación en los procesos y técnicas de industrialización de esta materia prima (Coronel, 1994).

Como material proveniente de seres vivos, la madera es muy variable y las fuentes de variación se dan a nivel celular, en la composición química y en sus características ultra estructurales y microscópicas. Hay también una variación importante a niveles superiores de organización, no solo entre especies sino también entre árboles dentro de una especie y aun dentro de un mismo árbol (Mantero, 2001).

Según Kollmann y Cote (1968), las propiedades mecánicas de la madera son fuertemente influenciadas por diversos factores, como la edad de los árboles, ángulo de grano, tenor de humedad, temperatura, constituyentes químicos, masa específica, estructura anatómica, duración de la tensión y la deformación, fallas en la madera, porcentaje de leño juvenil, presencia de nudos y otros defectos.

2.1.2. Tensiones admisibles de la madera

La obtención de los “valores característicos” para la madera, bajo el lineamiento de una determinada norma, son un paso previo para poder calcular las tensiones admisibles de uso.

Los ensayos sobre maderas mediante los cuales se obtienen los valores de las propiedades mecánicas de esta, pueden ejecutarse de forma muy

diferente, dependiendo de la información a obtener y la exactitud que se pretenda, puede utilizarse piezas de tamaño estructural o pequeñas probetas libres de defectos.

Según Coronel (1996), la tensión admisible es un término o coeficiente adoptado por la técnica para resolver fundamentalmente los problemas relacionados con el dimensionado de los elementos estructurales y con los problemas de industrialización a que se someten los materiales. Es así, que el esfuerzo adoptado para el proyecto y cálculo a que un elemento estructural puede estar solicitado, se denomina "Tensión admisible".

El valor de la misma hace que el comportamiento del material quede comprendido dentro de determinados límites de seguridad, tanto en lo que se refiere a probabilidades de rotura, como a que se produzcan deformaciones que no estén en concordancia con el empleo final de la estructura.

Como la madera es un material heterogéneo, que presenta variaciones en sus diferentes propiedades físicas y mecánicas; no conocemos con absoluta seguridad todos los factores que pueden afectar el cálculo de las estructuras. Por esto debemos introducir en el cálculo del dimensionado una tensión admisible o de trabajo inferior a la de rotura, para que la estructura no tienda a un peligro de destrucción. La reducción del valor de la tensión de rotura, para tener la magnitud de la tensión admisible por emplear, se efectúa a través del denominado "coeficiente de seguridad". La tensión admisible se expresa:

$$\text{Tensión admisible (Kg/cm}^2\text{)} = \frac{\text{tensión de rotura (Kg/cm}^2\text{)}}{\text{coeficiente de seguridad}}$$

Las distintas propiedades de resistencia de la madera se evalúan sobre la base de ensayos normalizados de pequeñas probetas libre de defectos. A su vez, las estructuras de madera, generalmente las piezas son de mayor tamaño que las utilizadas en las probetas de ensayo, presentan defectos y la carga puede ser aplicada en ellas durante un periodo largo, en comparación con los pocos minutos que dura el ensayo.

En vista de esto, los valores de resistencia obtenidos en los ensayos de probetas pequeñas libres de defectos, no pueden aplicarse directamente al

dimensionado de elementos estructurales. Por lo tanto, lo que corresponde es tomar estos valores de ensayo como punto de partida y considerar en ellos la influencia de los diferentes factores que transforman las condiciones de ensayo en aquellas que realmente se encuentran en la práctica en una estructura. Todas estas influencias son las que se engloban en el concepto de “coeficiente de seguridad”.

Los valores de coeficiente de seguridad para cada material se presentan en tablas, para poder calcular las diferentes tensiones admisibles.

2.2. VALORES CARACTERÍSTICOS

Se define el valor característico como aquel que bajo un supuesto distribucional, es superado por el 95% de la población de la cual se extrajo la muestra Mantero et al. (2000).

Según Piter (2003), el sistema de clases resistentes previsto en la norma EN 338 del 1996, en pleno afianzamiento internacional, contempla la inserción en el mismo de nuevas normas de clasificación por resistencia, con la condición que estén probadas sobre una base estadística confiable para una determinada especie y procedencia de la misma. Es decir que actualmente es necesario investigar y considerar el conjunto de clasificación/especie/procedencia” para lograr un material con reconocimiento internacional.

Sus valores característicos de resistencia, rigidez, densidad, deben estar determinados sobre una base científica que otorgue adecuada confiabilidad conforme al moderno concepto de diseño estructural por estados límite, siguiendo los lineamientos de las diferentes normas

Las numerosas normas de clasificación redactadas en las décadas posteriores difieren en los parámetros considerados y/o en la forma de medirlos, pues recogen experiencias propias de cada país o región, y a su vez se orientan a distintas especies o a especies de diferentes procedencias. En este sentido pueden consultarse, entre otras, la norma alemana DIN 4074, Teil 1 (1989), la estadounidense ASTM D 245-98 (1999) y la australiana AS

2082/2000 (2000). Todas tienen en común la consideración de la correlación existente entre los parámetros considerados y la resistencia y rigidez del material evaluado.

Los modernos conceptos de diseño estructural, basados en los estados límite de resistencia y de servicio, requieren del conocimiento preciso de los valores característicos de las propiedades mecánicas del material. La división de la población original en clases, que constituyen sub-poblaciones de características más homogéneas, permite sacar provecho de las piezas de mayor calidad y a su vez trabajar con mayor confiabilidad. Razones técnicas y económicas son, entonces, las que justifican la clasificación por resistencia de este material.

La determinación de las propiedades mecánicas se efectúa en general a través de ensayos estáticos, que pueden no requerir de la destrucción total de la pieza, como es el caso de la obtención del módulo de elasticidad. En cambio, para conocer la tensión de rotura es necesario destruir el cuerpo de prueba. De acuerdo a los objetivos perseguidos, las pruebas se pueden realizar sobre cuerpos de prueba pequeños y libres de defectos, o en tamaño estructural usual. Los modernos conceptos de diseño por estados límite⁶, desarrollados principalmente a partir de la década de 1970, han sido acompañados por una evolución hacia la realización de los ensayos utilizando probetas de dimensiones y condiciones de utilización normales. Prescripciones en este último sentido se encuentran en la norma estadounidense ASTM D 198-98 (1999), en las europeas EN 408 (1996) y prEN 408 (2000), así como en la ISO 8375-1985 (E) (1985).

En Argentina, las vigentes normas prescriben las pruebas sobre probetas pequeñas y libres de defectos, como la IRAM 9545 (1985) para ensayos de flexión, la IRAM 9551 (1985) para ensayos de compresión paralela a las fibras, entre otras. Estas están en línea con los criterios adoptados por la ASTM D 143-94 (1994) y la brasileña NBR 7190 (1997).

La caracterización completa de una población de madera, a través de determinaciones de laboratorio, y para su uso en el diseño de estructuras, requiere actualmente el conocimiento de los valores característicos de las fibras, y el corte. Dentro de los segundos se contemplan los valores característicos medios del módulo de elasticidad paralelo a las fibras y del módulo de cizalladura, que se utilizan para los estados límite de servicio, y el

valor característico (5%) del primero de ellos, necesario para el cálculo de tensiones críticas ligadas a la inestabilidad. En el tercer caso se incluyen los valores característicos medio y 5% de la densidad aparente, que revisten fundamental importancia para el cálculo de las uniones.

Más allá de las diferencias en las relaciones adoptadas, el criterio establecido en NBR 7190 (1997) difiere fundamentalmente del europeo en dos aspectos. El primero es el referido a la adopción de las propiedades en compresión paralela a las fibras como las fundamentales, a partir de las cuales se derivan los restantes, mientras en el último ese rol es desempeñado por la flexión. El segundo es la utilización de probetas pequeñas y libres de defectos para la realización de las pruebas, mientras que en el europeo, como ya se expresó, las determinaciones se realizan sobre cuerpos de prueba de tamaño estructural usual.

No se conocen antecedentes de programas de ensayos relacionados con la determinación de las propiedades mecánicas del *E. grandis* de Argentina en tamaño estructural.

Sánchez Acosta (2003) informa resultados referidos a pruebas realizadas con probetas pequeñas y libres de defectos, conforme a la norma ASTM D 143. En flexión estática, con madera secada naturalmente, se obtuvieron valores de 73,1 N/mm² y 9835 N/mm² para el módulo de rotura y el módulo de elasticidad, respectivamente.

Para una serie de ensayos realizados con tablas de *E. grandis* de Uruguay en tamaño estructural, conforme a la norma ASTM D 198, libres de médula y con un contenido de humedad del 12%, fue reportado un valor medio de 54 N/mm² para la tensión de rotura en flexión (Pérez del Castillo, 2001). Para el mismo caso, el valor del módulo de elasticidad osciló entre 11200 N/mm² y 12600 N/mm². Utilizando la misma madera, este programa incluyó ensayos sobre probetas pequeñas y libres de defectos, respecto de los cuales se publican valores medios de 80,0 N/mm² y 11300 N/mm² para la resistencia y el módulo de elasticidad en flexión, respectivamente. En el caso de flexión, los resultados confirman una considerable mayor resistencia en los cuerpos de prueba pequeños que en los de tamaño estructural, pero valores similares para la rigidez.

Trabajos realizados sobre 52 pequeñas probetas libres de defectos, obtenidas de 10 árboles de *E. grandis* de la localidad de Rivera, ensayadas en máquina universal, arrojaron valores máximos de 15903 MPa, mínimos de 8232 MPa y una media aritmética de 11338 MPa (Pérez del Castillo, 2001).

Rogério Da Cruz y Tarsiso Lima (2003) encontraron valores de MOE de 15044 MPa. Según Piter (2003) este resultado fue superior al encontrado por otros autores en clones de *Eucalyptus*, que fue de 9754 MPa.

También se encontró un valor de MOR (f) medio entre clones de 94 MPa. Ese valor es similar al verificado por los mismos autores anteriormente citados por Piter (2003), que fue de 90 MPa.

De Castro y Silva (2005), trabajando con 16 árboles de diferentes edades (10, 14, 20 y 25 años) reportan valores medios para el Módulo de Elasticidad (MOE) de 129230 Kgf cm⁻², siendo los límites inferiores y superiores, respectivamente, 81438 Kgf cm⁻² (para árboles de 10 años de edad y en la posición mas próxima a la médula) y 19268 Kgf cm⁻² (para árboles de 20 años de edad en la posición mas cercana a la corteza).

Venturino Cammarota (2003), encontraron en 52 pequeñas probetas libres de defectos ensayadas en máquina universal valores máximos de 102 MPa, mínimos de 42 MPa, y una media aritmética de 80 MPa.

2.3. ESTABLECIMIENTO DE VALORES DE RESISTENCIA EN MADERA LIBRE DE DEFECTOS

2.3.1 Norma A S T M D 2555 -78

La norma ha sido hecha para responder a necesidades en el desarrollo de un trabajo seguro y eficiente sobre valores de resistencia de madera estructural a partir de material libre de defectos.

También brinda los procedimientos para obtener valores que pueden aplicarse a los diferentes grupos de especies para las condiciones de mercado.

Dado que factores tales como especies preferenciales, agrupamiento de especies, prácticas de mercado, técnicas de diseño y factores de seguridad varían con cada tipo de producto y uso final, se contempla que esta norma sea suplementada cuando sea necesario por otras normas apropiadas en lo referente a la resistencia específica de trabajo para cada uno de esos productos.

La norma ASTM 245 es un ejemplo de tal tipo de norma, aplicable a la interpretación de los valores de resistencia de la madera libre de defectos en términos de esfuerzo de trabajo para madera estructural.

Un primer rasgo de esta norma es el establecimiento de tablas presentando la información desarrollada sobre la resistencia de madera libre de defectos y su variación a lo largo del tiempo.

Las técnicas de ensayo empleadas son aquellas presentadas en ASTM Methods D 143.

Entre las limitaciones reconocidas de tales datos de resistencia están aquellas resultantes de los problemas de muestreo de material de los bosques que se extienden en regiones amplias, y la inviabilidad económica de un ensayo completo o intensivo de una muestra.

Se presentan dos métodos para establecer tablas con valores de propiedades de resistencia para diferentes especies y subdivisiones regionales. Estos se designan como Método A y Método B.

El Método A se usa cuando se hacen relevamientos de densidad de la madera.

El Método B es útil cuando no está disponible información de relevamientos de densidad.

Dentro del método B, los valores del módulo de elasticidad y límite proporcional en compresión perpendicular a la fibra, deben ser el valor promedio de la especie.

Los valores de resistencia asignables, deberán representar un valor asociado con el 5% más bajo de la madera excluida.

Los valores asignados de resistencia dentro de una especie no deberán exceder el 5% del valor de exclusión de la frecuencia de distribución.

Determinar el valor del 5% de exclusión, sumando las áreas bajo el volumen ponderado de frecuencia de distribución de la especie en niveles sucesivamente más altos de resistencia hasta que caiga un valor por debajo del 5% del área bajo la frecuencia.

2.4. METODOLOGIA ESTADÍSTICA

2.4.1. Norma ASTM 2915

Esta norma define una propiedad admisible como el valor de la propiedad que debería publicarse normalmente con la descripción del grado.

Los esfuerzos admisibles se corresponden con el esfuerzo extremo a la flexión, tracción paralela a la fibra, compresión paralela a la fibra, corte y compresión perpendicular a la fibra.

Las técnicas estadísticas implicadas en la norma ASTM 2915 proporcionan procedimientos para sintetizar información para que se puedan hacer juicios lógicos.

En esta norma se describen dos procedimientos generales de análisis, paramétrico y no paramétrico.

El método paramétrico asume una distribución conocida del universo analizado, que permite obtener información a cerca de la población mediante pruebas estadísticas.

Alternativamente una aproximación no-paramétrica requiere menos supuestos.

Varios procedimientos pueden ser usados para clasificar la madera en clases apropiadas o grados estructurales, los más ampliamente usados son los métodos visuales señalados en Test Methods D 245. Con cada uno de ellos, un Módulo de Elasticidad y un conjunto desde uno a cinco tensiones admisibles puede ser asociado con cada resistencia de grado.

El universo a ser evaluado debe estar claramente definido, de modo que lo que se infiera corresponda sólo a ese universo. A efectos de definir el universo, será necesario especificar :

- 1) Nombre del Grado y descripción
- 2) Área geográfica sobre la que se tomará la muestra (país, región, aserradero etc.)
- 3) Especies o Grupo de Especies
- 4) Lapso de tiempo en que se toma la muestra (la producción de 1 día, de 1 mes, 1 año)
- 5) Tamaño de la madera
- 6) Contenido de humedad

2.4.2. Procedimiento para el muestreo

El elemento unitario de la muestra es comúnmente la pieza individual de madera.

El muestreo deberá asumir la selección al azar de las unidades, extraídas del universo, con todos los individuos del universo teniendo igual probabilidad de selección.

Para el módulo de elasticidad, deberán estimarse varios percentiles del universo. Comúnmente se estima la media del Módulo de Elasticidad y de la compresión perpendicular a la fibra, asignándole así la resistencia al Grado en estudio.

La elección de un contenido específico y confiabilidad dependen del uso final del material, consideraciones económicas, las prácticas corrientes de diseño, requerimientos normativos etc. Niveles de confiabilidad diferentes deben ser adecuados a diferentes productos o usos finales específicos.

El nivel de confiabilidad y contenido apropiado deberán ser seleccionados antes del diseño del Plan de Muestreo.

Para determinar el mínimo tamaño de muestra para la estimación de las propiedades, puede usarse el concepto de límite de tolerancia no-paramétrico, o puede hacerse un enfoque paramétrico.

La frecuencia con que el límite de tolerancia cae por encima (o debajo) del valor del universo, está controlado por el nivel de confiabilidad seleccionado y tamaño de la muestra. Así cuanto más grande la muestra y por lo tanto el nivel de confianza, el límite de tolerancia se ajustará más al valor del universo.

A menudo el objetivo del programa de evaluación será para estimar simultáneamente propiedades medias y cercanas al mínimo.

2.4.3 Análisis y presentación de resultados

Los ensayos son llevados a cabo de acuerdo con la norma D 198 u otro procedimiento de ensayo normalizado.

Los resultados de éstos deberán ser analizados y presentados como un conjunto de datos estadísticos resumidos y un apéndice de resultados de ensayos en piezas individuales. Si van a ser usados procedimientos paramétricos, deberá brindarse una descripción de los procedimientos de selección y una tabulación de distribución de parámetros, cálculo de media, desviación Standard e intervalo de confianza para las variables en estudio.

El Punto porcentual Estimado (NPE) en las muestras no paramétricas, puede ser interpolado desde la muestra. Para realizar esta interpolación, se deben ordenar los valores de ensayo en orden ascendente. Simbólicamente pueden llamarse x_1 x_2 ... x_n . Comenzando con el valor más bajo (o sea, primer orden estadístico de un ranking de valores de ensayos), debe calcularse $i / (n+1)$, donde i es el valor del orden , para cada sucesivo valor más alto hasta $i / (n+1) \geq k/100$, (valor yésimo) , igualen o excedan el punto estimado k de la muestra, donde k es el punto deseado.

El Límite de Tolerancia no paramétrica (NTL) de un contenido específico es el mésimo orden estadístico, donde m depende del tamaño de la muestra y nivel de confiabilidad. Existen tablas que brindan el orden estadístico requerido para determinar el más bajo 5 % NTL en un tamaño dado de muestra y 3 niveles de confiabilidad.

Si se usan métodos paramétricos, el Punto Paramétrico Estimado (PPE) y el Límite de Tolerancia (PTL) deberán ser estimados por procedimientos documentados así como ser adecuados para el método adoptado.

Deberán presentarse un histograma, una función empírica de distribución, o ambas. Si se usan procedimientos paramétricos para el análisis, pueden mostrarse tanto una función acumulativa de distribución como una función probabilística de densidad sobreimpresa sobre la función de distribución acumulativa empírica, o el histograma respectivamente.

Si el propósito del programa de ensayos es establecer propiedades admisibles para el universo, deberán usarse con los resultados de los pasos anteriores. El valor admisible del Módulo de Elasticidad deberá ser la media de la muestra, así el ancho del intervalo de confianza deberá ser una fracción suficientemente pequeña de la media. Si esta condición no se satisface, deberán tomarse muestras adicionales hasta que se cumpla la condición.

Generalmente, el valor admisible para cualquier resistencia aceptable cercana al mínimo será el NPE de la muestra (5%), si la diferencia relativa entre el NPE y el NTL es suficientemente pequeña, es decir que el intervalo de confiabilidad sea lo suficientemente pequeño para el NPE. Si esta condición no se satisface, deberán tomarse muestras complementarias hasta que se cumpla la condición, o el NTL puede ser usado para el valor admisible. Si se elige el último criterio, uno deberá ser conciente de la baja precisión del NTL, consecuentemente al tamaño de la muestra.

Alternativamente, el PPE y PTL de los procedimientos paramétricos podrán ser empleados de manera paralela.

2.4.4. Aplicaciones

Los resultados reducidos al nivel de propiedades admisibles pueden ser usados para evaluar la precisión de las propiedades admisibles existentes o para establecer propiedades admisibles.

Cuando han sido asignadas previamente propiedades admisibles al universo de la madera estructural, un objetivo de esta norma es proveer un formato de evaluación de estas asignaciones a través de ensayos en madera de tamaño natural. Se hacen previsiones para estimar conjuntamente los valores de las propiedades promedio y cercanas al mínimo.

Los resultados obtenidos siguiendo estos procedimientos y el análisis de esta norma pueden ser también utilizados para caracterizar el universo muestreado y establecer valores de diseño. La caracterización específica del universo, media o una propiedad cercana al mínimo, depende del objetivo, el contenido y confiabilidad asociados con la muestra ensayada. La representatividad y tamaño de la muestra influyen en la caracterización.

El uso final de un producto específico dictará los requerimientos específicos. Esta práctica encamina a los procedimientos para el muestreo de universos específicos y procedimientos para interpretar los resultados. No puede ser implementada sin la selección de valores para los niveles de confiabilidad y grados de precisión necesarios en varias etapas del procedimiento. Estos valores deben ser cuidadosamente considerados para que sean compatibles con el uso final previsto. Así, disminuyen los riesgos que implican estimaciones imprecisas o decisiones incorrectas y los costos del muestreo, ensayos y análisis de resultados.

2.5. ESTABLECIMIENTO DE GRADOS ESTRUCTURALES Y PROPIEDADES PARA CLASIFICACIÓN VISUAL DE LA MADERA

2.5.1. Norma ASTM D 245-88

Se han establecido otros grados estructurales o grados de resistencia en base a características relacionadas con las propiedades mecánicas. Indican resistencias cercanas al mínimo y al promedio aproximado de rigidez en los cuales se basa el diseño estructural.

La norma D 2555 brinda información acerca de los valores de los esfuerzos admisibles y sus variaciones en maderas libres de defectos. Estos valores se obtienen para madera verde. Los esfuerzos admisibles están basados en una duración normal de la carga, y se asume que el diseño de las cargas es real y que cada pieza resiste su propia carga.

Los esfuerzos admisibles pueden ser determinados para cada especie o para grupos de especies.

El módulo de elasticidad y el esfuerzo de compresión perpendicular a la fibra pretenden ser el promedio de los valores para grupos de especies y el grado de resistencia, los otros esfuerzos límites pretenden ser menores que el esfuerzo admisible para el 95% de las piezas en un grupo de especies, y el grado de resistencia. En otras palabras, la mayoría de las tensiones admisibles están basadas en el concepto de exclusión del límite de 5%.

El límite de exclusión del 5% para fuerzas de flexión, tracción paralela a la fibra, compresión paralela a la fibra y esfuerzos cortantes horizontales a la fibra para madera libre de defectos en estado verde, deben obtenerse para cualquier especie o grupo de especies del Método de Ensayo D 2555.

2.6. MÉTODOS ESTADÍSTICOS NO PARAMÉTRICOS

La estadística no paramétrica permite la realización de pruebas y el uso sin necesidad de asumir una distribución probabilística a las observaciones. Su distribución no puede ser definida a priori, pues son los datos observados los que la determinan. La utilización de estos métodos se hace recomendable cuando no se puede asumir que los datos se ajusten a una distribución conocida.

2.6.1. Bondad de ajuste Kolmogorov- Smirnov

La prueba Kolmogorov - Smirnov permite probar si la muestra disponible se ajusta a un modelo distribucional teórico. Se supone que se dispone de una muestra aleatoria y que se desea probar si la distribución empírica se ajusta a alguna de las siguientes distribuciones teóricas:

Normal , T de Student , F de Snedecor , Chi cuadrado , Gamma , Beta , Weibull , Exponencial . La distribución teórica debe ser completamente especificada con (parámetros conocidos).

Las hipótesis son planteadas en la prueba de bondad de ajuste son :

$H_0: G(x) = F \text{ teórica}(x)$ vs. $H_1: G(x) \neq F \text{ teórica}(x)$, para al menos una x donde $G(x)$ es la función de distribución empírica (o de los valores observados) y $F \text{ teórica}(x)$ es la función de distribución teórica especificada por el usuario. La prueba es sensible a cualquier discrepancia entre las distribuciones (dispersión, posición, simetría, etc.). $G(x)$ es la distribución de frecuencias acumulada empírica (observada) y $F(X)$ la distribución en prueba.

El estadístico de prueba se basa en la máxima diferencia entre las dos distribuciones y se define como la máxima distancia vertical entre $G(x)$ y F teórica(x).

El estadístico D de Kolmogorov es:

$$D = \sup F(x) - G(x)$$

InfoStat provee de valores p exactos para pruebas bilaterales obtenidos desde la distribución del estadístico D , la cual corresponde a una aproximación asintótica (Hollander y Wolfe, 1999).

La prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov se usa cuando la función de distribución hipotetizada se especifica completamente, es decir que no se necesita estimar ningún parámetro desconocido desde la muestra. Por ello, seleccionada una distribución, InfoStat habilita tantos campos como parámetros la caracterizan para que el usuario introduzca el valor de cada parámetro.

Cuando se introducen como valores de los parámetros las estimaciones muestrales, la prueba puede resultar demasiado conservadora, desafortunadamente este es el caso en investigación experimental y por ello las pruebas deben ser interpretadas con mucho cuidado.

En la ventana Resultados, se especificará la variable y la distribución teórica seleccionada para el ajuste y las estimaciones por máxima-verosimilitud de los parámetros obtenidas a partir de las observaciones en la tabla de datos activa. Además se reporta el valor del estadístico (D) y el valor p correspondiente obtenido desde la aproximación asintótica de la distribución del estadístico (Universidad de Córdoba (Argentina), 2007).

2.6.2. Remuestreo bootstrap

Permite obtener muestras desde un conjunto de datos usando la técnica de bootstrap, muestreo aleatorio con reposición. La opción bootstrap realiza un muestreo aleatorio con reposición generando muestras de tamaño n igual al tamaño de la muestra original (Universidad de Córdoba (Argentina), 2007).

Las técnicas de simulación agrupadas bajo el nombre genérico de bootstrap se ocupan de los mismos asuntos que la estadística paramétrica pero bajo otro enfoque. Como indican Efron y Tibshirani (1993), las ideas básicas de la estadística no han cambiado lo que ha cambiado es su implementación.

La idea básica del bootstrap es tratar la muestra como si fuera la población, y aplicar el muestreo Monte Carlo para generar una estimación empírica de la distribución muestral del estadístico.

La verdadera estimación Monte Carlo requiere un conocimiento total de la población, pero por supuesto este no está generalmente disponible en la investigación aplicada.

En el bootstrapping, tratamos la muestra como si fuera la población y realizamos un procedimiento del estilo Monte Carlo sobre la muestra. Esto se hace extrayendo un gran número de "remuestras" de tamaño n de la muestra original aleatoriamente y con reposición. Así, aunque cada remuestra tendrá el mismo número de elementos que la muestra original, mediante el remuestreo con reposición cada remuestra podría tener algunos de los datos originales representados en ella más de una vez, y algunos que no aparecieran. Por lo tanto, cada una de estas remuestras probablemente será aleatoriamente diferente de la muestra original. Y como los elementos en estas remuestras varían, un estadístico, calculado a partir de una de esas remuestras probablemente tomará un valor ligeramente diferente de los otros y del parámetro original. La afirmación fundamental del bootstrapping es que una distribución de frecuencias relativas de esos estimadores calculada a partir de las demuestras permite es una estimación de la distribución muestral de (Mooney y Duval, 1993).

Más formalmente, los pasos básicos en la estimación bootstrap son los siguientes (Efron 1979, Hinckley 1988, Efron y Tibshirani 1993):

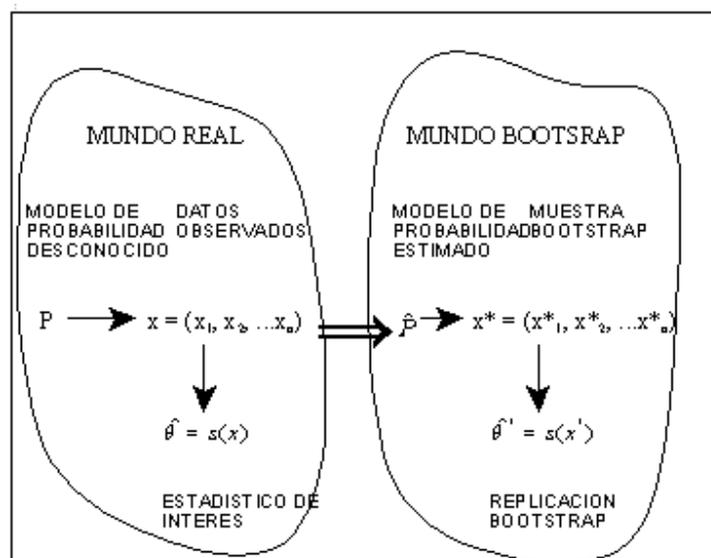
1.- Construir, utilizando para ello la distribución de frecuencias relativas, una distribución de probabilidad empírica, $G(x)$, a partir de la muestra asignando una probabilidad de $1/n$ a cada punto, x_1, x_2, \dots, x_n . Esta es la función de distribución empírica (FDE) de x , la cual es el estimador no-paramétrico de la función de distribución de la población, $F(X)$.

2.- A partir de la FDE, se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño n con reposición. Esta es una "remuestra".

3.- Se calcula el estadístico de interés, a partir de esa remuestra, resultando valores denominados.

4.- Se repiten los pasos 2 y 3 B veces, donde B es un número grande. La magnitud de B en la práctica depende de las pruebas que se van a aplicar a los datos. En general, B debería ser de entre 50 a 200 para estimar el error típico de $\hat{\theta}$, y al menos de 1000 para estimar intervalos de confianza (Efron y Tibshirani, 1993).

5.- Construir una distribución de probabilidad a partir de los B valores asignando una probabilidad de $1/B$ a cada punto. Esta distribución es la estimación bootstrap de la distribución muestral. Esta distribución puede usarse para hacer inferencias sobre el parámetro de interés.



Fuente: Efron y Tibshirani (1993)

En algunas ocasiones se tiene algún conocimiento más que el estrictamente aportado por la muestra, por ejemplo se conoce la función de distribución de la variable objeto de estudio pero se desconocen los parámetros, que deben ser estimados. En estos casos se estimarían los parámetros a partir de la muestra y el remuestreo se realizaría a partir de la función teórica conocida, con los parámetros estimados, en lugar de a partir de la FDE construida a partir de la muestra. En este caso hablamos de bootstrap paramétrico (Efron y Tibshirani, 1993).

2.7. MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARAMÉTRICOS

Son los métodos estadísticos que asumen alguna distribución teórica de probabilidad sobre las observaciones o los residuales de un modelo.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

El material experimental utilizado en esta investigación proviene del trabajo de (Serrentino y Viera, 2006).

Los valores de resistencia de la madera fueron obtenidos de probetas de *Eucalyptus grandis* libre de defectos por métodos destructivos, siguiendo lo prescrito en la norma ASTM D143.

Los percentiles y valores característicos fueron determinados siguiendo los lineamientos de la norma ASTM 2915.

3.1. PROCESAMIENTO DE DATOS

La fuente de datos utilizada se obtuvo a partir de ensayos de flexión estática: MOE y MOR (módulo de elasticidad y módulo de rotura respectivamente), en probetas de madera libres de defectos de *Eucalyptus grandis*.

Las actividades de tareas de gabinete realizadas corresponden a los métodos y técnicas propios del estudio estadístico de muestras: organización de los datos de los ensayos; análisis y clasificación de los mismos; conversión y almacenamiento de éstos en una base de datos; proceso de estadística descriptiva de los mismos; estudio comparativo de muestras; inferencia estadística.

Para procesar los datos obtenidos, se usó el programa InfoStat (Universidad de Córdoba (Argentina), 2007).

Se realizó el análisis comparativo buscando, con la base de datos adquirida y mediante el ya mencionado software, realizar estudios paramétricos

y no paramétricos, con el fin de determinar los intervalos de confianza de los valores característicos para MOR y MOE.

El análisis estadístico se basa en los criterios descritos en la norma ASTM 2915.

La metodología de trabajo utilizada para ambas variables es la siguiente,

- Descripción estadística de la muestra.
- Obtención de medidas descriptivas (media, desvío estándar etc), y tendencia de ajuste de los datos a alguna distribución.
- Prueba de bondad de ajuste (Kolmogorov - Smirnov) para comprobar si los datos de ambas muestras aleatorias se ajustan aproximadamente a una distribución normal (modelo teórico).

Se plantean las hipótesis:

$H_0: G(x) = F \text{ teórica}(x)$ vs. $H_1: G(x) \neq F \text{ teórica}(x)$, para al menos una x , donde $G(x)$ es la función de distribución empírica (o de los valores observados) y $F \text{ teórica}(x)$ es la función de distribución teórica especificada por el usuario. La prueba es sensible a cualquier discrepancia entre las distribuciones (dispersión, posición, simetría, etc.).

El estadístico se basa en la máxima diferencia entre las dos distribuciones y se define como la máxima distancia vertical entre $G(x)$ y $F \text{ teórica}(x)$.

El estadístico D de Kolmogorov es:

$$D = \sup |F(x) - G(x)|$$

InfoStat provee de valores p exactos para pruebas bilaterales obtenidos desde la distribución del estadístico D , la cual corresponde a una aproximación asintótica (Hollander y Wolfe, 1999).

- Obtención del intervalo de confianza para los valores característicos (percentil 05) siguiendo dos metodologías:
 - método paramétrico, basado en una distribución normal de las variables, usando el teorema 14 (Mood et al., 1974), referente a la distribución de los estadísticos de orden en una muestra aleatoria de una distribución conocida.

Sean X_1, \dots, X_n variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas con densidad de probabilidad $f(\cdot)$ y función de distribución acumulativa $F(\cdot)$. Se asume que $F(x)$ está comprendido estrictamente entre $0 < F(x) < 1$. Así ξ_p es la única solución en x de $F(x) = p$ para algún $0 < p < 1$. (ξ_p es el p -ésimo cuantil). p_n se puede expresar como np_n , (estadístico de orden). Finalmente, $Y_{np_n}^{(n)}$ es el estadístico de orden ($n p_n$)-ésimo para una muestra al azar de tamaño n . Entonces $Y_{np_n}^{(n)}$ tiene distribución asintótica conocida, que depende de la distribución asumida sobre los datos, por ejemplo la distribución Normal, con media ξ_p y varianza $p(1-p) / n|f(\xi_p)|^2$. Bajo estas condiciones el intervalo de confianza para el percentil p puede ser obtenido como:

$$IC(.95)_{\xi_{.05}} = \hat{\xi}_{.05} \pm Z_{(.025)} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\xi}_{.05}}$$

En este caso,

$$IC(.95)_{p_{.05}} = \hat{p}_{.05} \pm Z_{(.025)} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{p}_{.05}}$$

- método no paramétrico, técnica bootstrap, descrito anteriormente. En este caso no se precisa asumir ninguna distribución teórica sobre la variable de interés.

Para que pueda afirmarse que este método es “robusto” al muestreo el proceso de remuestreo (con 1000 muestras) fue repetido 50 veces.

Finalmente se realizaron 4 acciones utilizando los métodos mencionados

- Comparación de resultados para los valores característicos obtenidos por ambos métodos.
- Cálculo de la precisión para la muestra y tamaño de muestra requerido para diferentes precisiones.
- Comparación de resultados entre este trabajo y el trabajo de Mantero et al. (2000)
- Presentación de resultados en cuadros y gráficos.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

4.1.1. Caracterización estadística para MOR y MOE

CUADRO 1 Descripción estadística para ambas variables

| Variable (MPa) | N | media | Desvío estándar | varianza | Mínimo | máximo | P .05 | P .95 |
|----------------|-----|---------|-----------------|------------|---------|----------|---------|----------|
| MOE | 371 | 8796,98 | 1820,36 | 3312400,00 | 3899,72 | 13151,25 | 5645,84 | 11744,25 |
| MOR | 376 | 83,76 | 17,00 | 289,02 | 34,29 | 141,37 | 54,14 | 110,29 |

En el cuadro 1 se observa que MOR tiene un tamaño de muestra de 376 observaciones, con una media muestral de 83,73 MPa y una desviación estándar de de 17 MPa. Presenta un rango de distribución entre 34.29 MPa, valor mínimo que toma la variable y 141,37 MPa, siendo éste el valor máximo que alcanza la misma. También se calcula el percentil 05 correspondiente a 54.14 MPa y el percentil 95 de 110,29 MPa, quedando comprendido entre estos dos valores el 90 % de las observaciones.

Un tamaño de muestra de 371 observaciones, arrojó una media de 8796.98 MPa, una desviación estándar de 1820,36 MPa, encontrándose en un rango de distribución con un valor mínimo de la variable de 3899,72 MPa y un máximo de 13151,25 MPa. Se obtuvo también el percentil 05 (P 05) dando un valor de 5645.84 MPa y el percentil 95 (P 95) que da un valor de 11744.25 MPa, quiere decir que el 90% de las observaciones quedan comprendidas entre esos valores si asumimos una distribución normal de la variable MOE (Mpa).

La diferencia en el tamaño de muestra entre ambas variables es debida a que fueron eliminados los valores considerados “raros” o “muy fuera” del rango de distribución de los datos.

FIGURA 1 Histograma de frecuencia distribucional para MOE

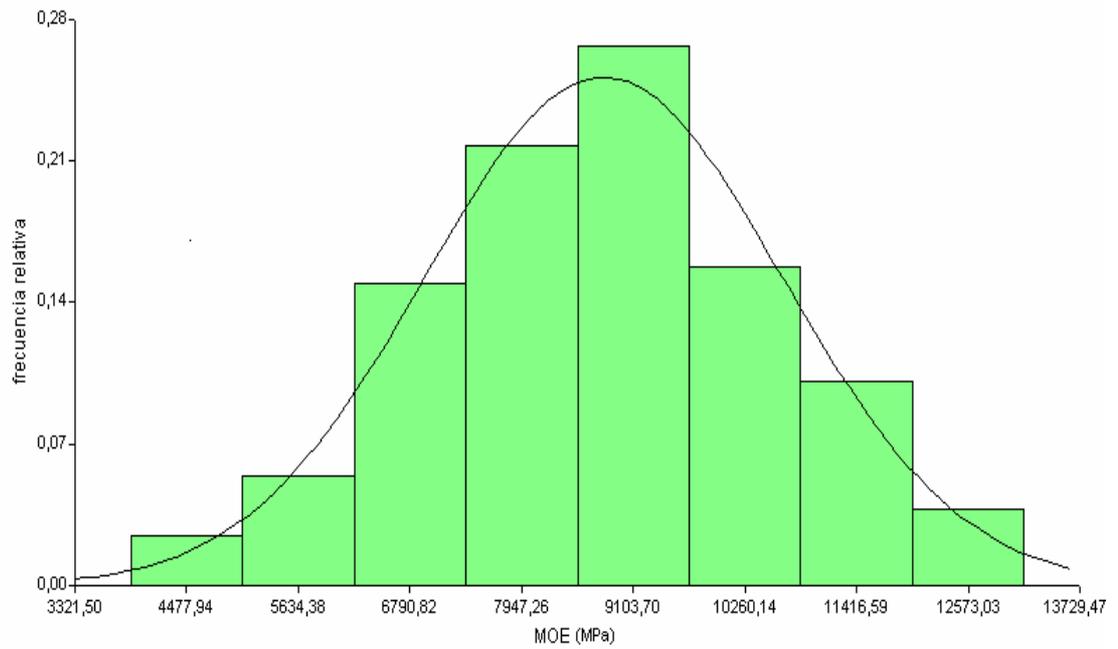
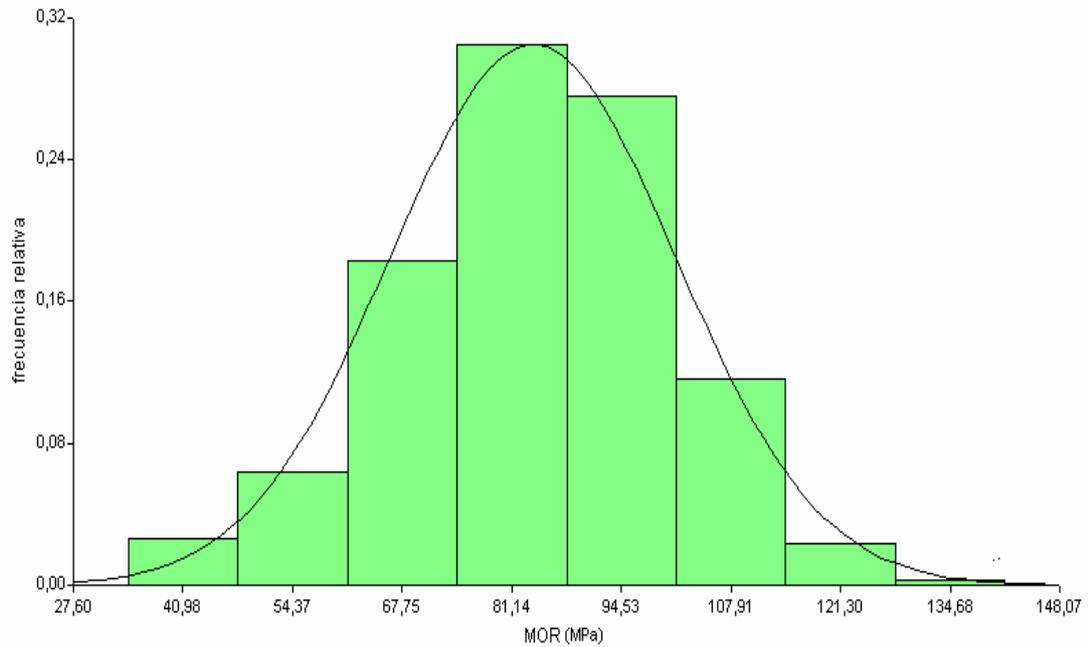


FIGURA 2 Histograma de frecuencia distribucional para MOR



4.2. BONDAD DE AJUSTE PARA MOR Y MOE

Se plantea la hipótesis de que la variable se distribuye según una Normal

Ho: la variable se distribuye normal.

Ha: la variable no se distribuye normal.

CUADRO 2 Prueba bondad de ajuste Kolmogorov- Smirnov

| Variable (MPa) | media | varianza | n | Estadístico D | P - valor |
|----------------|---------|------------|------------|---------------|-----------|
| MOE | 8796,98 | 3313726,38 | 371 | 0,03 | 0,9340 |
| MOR | 83,73 | 289,02 | 376 | 0,04 | 0,6742 |

En ninguno de los dos casos se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto puede decirse que no hay evidencia en estos datos de que la posible distribución de las variables MOE y MOR bajo las condiciones del estudio no sea Normal.

Esto mismo se puede visualizar en los siguientes gráficos

FIGURA 3 Distribución de frecuencias de la variable MOE y su ajuste normal

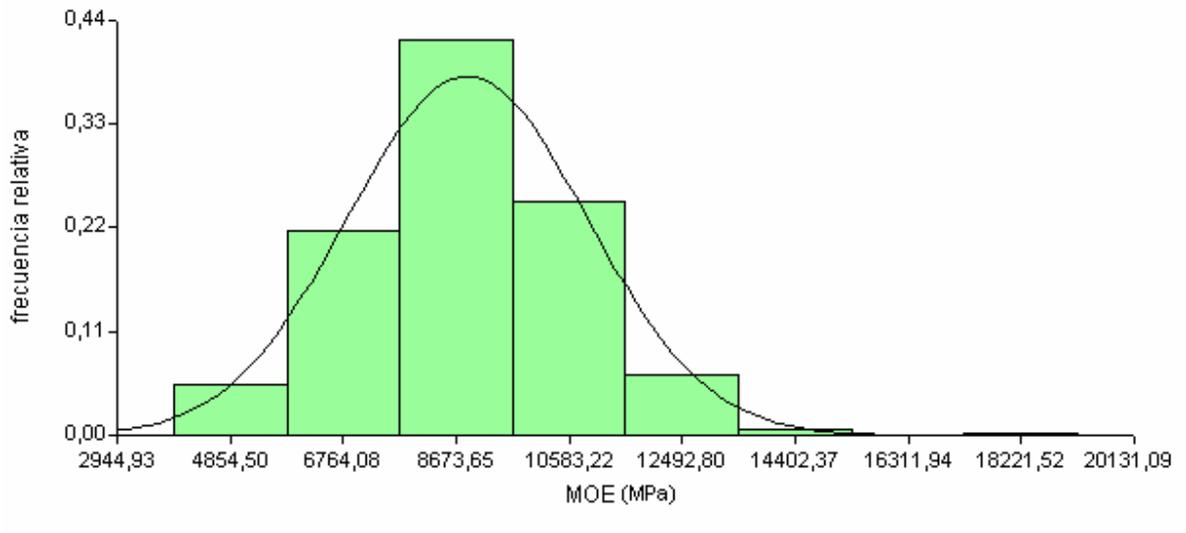
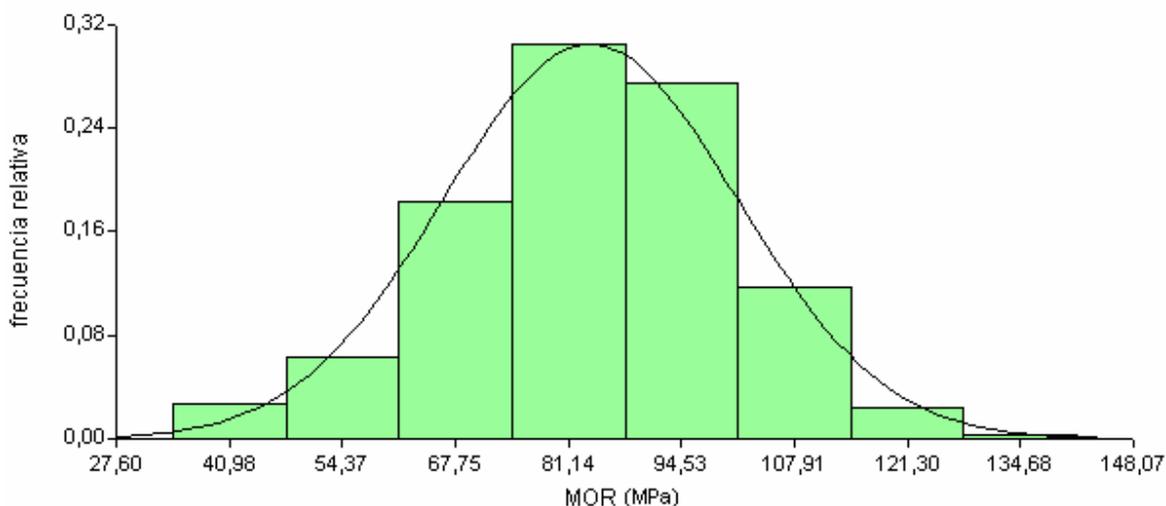


FIGURA 4 Distribución de frecuencias de la variable MOR y su ajuste normal



4.3. ESTIMACIÓN DEL $P_{.05}$ E INTERVALOS DE CONFIANZA

4.3.1. Usando la distribución normal, mediante el teorema 14 (Mood et al., 1974)

CUADRO 3 Valor característico ($P_{.05}$) e intervalo de confianza para MOR y MOE

| Variable (Mpa) | N | $P_{.05}$ (Valor característico) | f ($P_{.05}$) | Desvío estándar ($P_{.05}$) | Varianza ($P_{.05}$) | Li | Ls |
|----------------|-----|----------------------------------|-----------------|-------------------------------|------------------------|---------|---------|
| MOE | 371 | 5645,84 | 0,00004898 | 230,99 | 53357,47 | 5193,09 | 6098,58 |
| MOR | 376 | 54,14 | 0,00515901 | 2,18 | 4,74 | 49,87 | 58,41 |

En el cuadro 3 se presentan los estadísticos para MOE y MOR, donde se asume una distribución normal y se aplica el teorema 14 para calcular el valor característico ($P_{.05}$) y el intervalo de 95% de confianza para el parámetro de interés (el percentil $P_{.05}$).

4.3.2. Usando la técnica bootstrap

El intervalo de confianza para el P .05 estimado por bootstrap, está comprendido entre los valores de los percentiles P .025 y P .975 (cada percentil corresponde a un valor de la variable, medida en MPa).

CUADRO 4 Valor característico e intervalos de 95% de confianza para el percentil (P_{.05}). MOR y MOE

| Variable (MPa) | | P .05 (valor característico) | Li (P .025) | Ls (P .975) |
|----------------|--------------------|------------------------------|-------------|-------------|
| MOE | bootstrap n = 1000 | 5645,84 | 5338,77 | 6173,54 |
| | bootstrap n = 60 | 5645,84 | 5683,74 | 5821,07 |
| MOR | bootstrap n = 1000 | 54,14 | 50,21 | 58,48 |
| | bootstrap n = 60 | 54,14 | 53,22 | 54,16 |

En el cuadro 4 se presentan los valores para el P_{.05} y los respectivos límites de confianza para ambas variables (la confianza elegida es 95%).

4.4. COMPARACIÓN DE LAS ESTMACIONES OBTENIDAS CON AMBOS METODOS

En el cuadro 5 se comparan los valores obtenidos mediante el teorema 14 con respecto a los obtenidos por bootstrap. Como el método bootstrap es robusto (ver tablas en anexos), se toma al azar una de las 50 tablas bootstrap tanto para n=1000 (tabla 32) como para n=60 (tabla 23).

CUADRO 5 Comparación de resultados, método paramétrico vs. bootstrap

| Variable (MPa) | | P .05 (valor característico) | Li | Ls |
|----------------|--------------------|------------------------------|----------------|----------------|
| MOE | Teorema 14 | 5645,84 | 5193,09 | 6098,58 |
| | bootstrap n = 1000 | 5645,84 | 5338,77 | 6173,54 |
| | bootstrap n = 60 | 5645,84 | 5683,74 | 5821,07 |
| MOR | Teorema 14 | 54,14 | 49,87 | 58,41 |
| | bootstrap n = 1000 | 54,14 | 50,21 | 58,48 |
| | bootstrap n = 60 | 54,14 | 53,22 | 54,16 |

Para MOE los datos bootstrap para n = 1000 el valor del límite superior está por encima del límite superior calculado mediante el método paramétrico (fuera del rango).

En caso de n=60 el valor se encuentra dentro del intervalo.

En el caso del límite inferior, los valores obtenidos por bootstrap están siempre por encima (dentro del rango del intervalo) del calculado usando el teorema 14.

Para la variable MOR los valores obtenidos mediante la técnica bootstrap de n = 1000, presenta un límite superior por encima (fuera del rango del intervalo) del límite calculado mediante el teorema 14.

Los límites del intervalo calculado por bootstrap se encuentran dentro del rango del intervalo por el teorema 14.

En todos los casos, los valores se encuentran muy poco alejados entre métodos.

Esto puede apreciarse en las figuras 5 y 6.

FIGURA 5 Comparación de resultados bootstrap método paramétrico para MOE

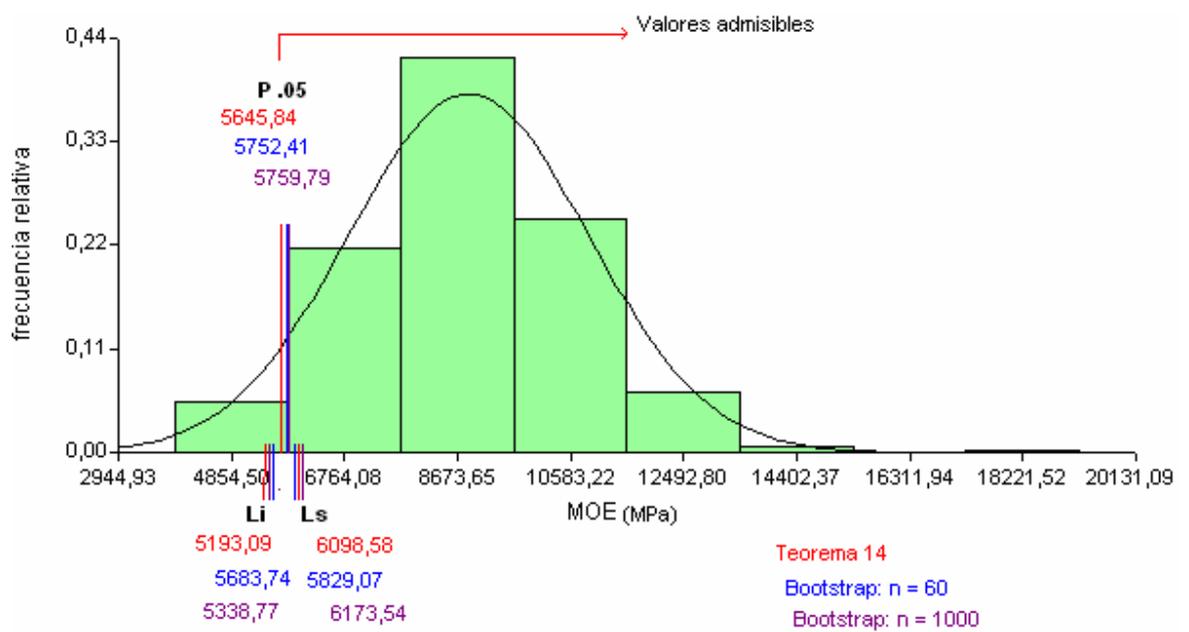
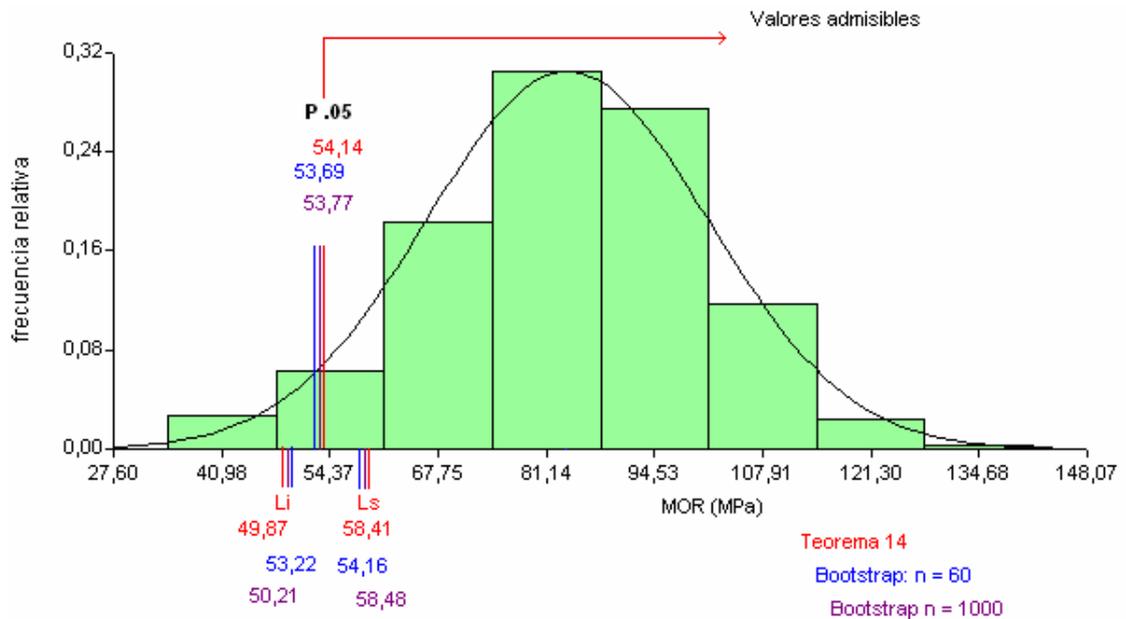


FIGURA 6 Comparación de resultados bootstrap método paramétrico para MOR



4.5. CALCULO DEL TAMAÑO DE MUESTRA PARA DIFERENTES PRECISIONES

CUADRO 6 Tamaño de muestra y precisión

| Variable | Precisión | (0,05) | (0,08) | (0,10) | (0,15) | (0,20) |
|----------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| MOE | Tamaño de muestra (n) | 954 | 371 | 239 | 106 | 60 |
| MOR | Tamaño de muestra (n) | 936 | 365 | 234 | 104 | 58 |

Se desprende del cuadro 6 que, para MOR con un tamaño de muestra de 365 observaciones se obtuvo una precisión del 8%.

Para MOE, con 371 observaciones, se alcanzó la misma precisión del 8%.

A partir de la muestra original se calculó el tamaño de muestra necesario para trabajar con una precisión del 20%. Esto arroja valores similares para ambas variables, 60 observaciones para MOE y 58 para MOR.

A partir de este cálculo de n=60 se trabajó nuevamente con el bootstrap. Se hicieron repeticiones de tablas obtenidas a partir de los datos originales de MOE y MOR pero para un tamaño de muestra de 60 datos, lo cual indica que el método bootstrap es confiable para este tamaño de muestra (ver tablas anexos).

4.6. COMPARACIÓN TRABAJO CON LOS RESULTADOS ANTERIORES

Como en el trabajo previo de Mantero et al. (2000), no se pudo llegar a valores característicos para las variables MOE y MOR, la comparación entre trabajos solo puede hacerse para la media.

CUADRO 7 Comparación de resultados trabajo previo vs. este trabajo

| | Variable (MPa) | n | Media | Li (95% conf.) | Ls (95% conf.) | Amplitud Intervalo |
|----------------|----------------|-----|----------|----------------|----------------|--------------------|
| Trabajo Previo | MOE | 20 | 13800,00 | 12400,00 | 15300,00 | 2900,00 |
| Tesis | MOE | 371 | 8796,98 | 8611,14 | 8982,82 | 371,68 |
| Trabajo Previo | MOR | 20 | 80,00 | 75,00 | 86,00 | 11,00 |
| Tesis | MOR | 376 | 83,76 | 82,00 | 85,45 | 3,45 |

Se parte de la base de que el tamaño de muestra es significativamente menor en el caso del trabajo previo con respecto a este trabajo.

La media observada para MOE difiere mucho para ambos casos, siendo mayor para el trabajo previo.

Algo similar ocurre para los valores y rango de los límites de confianza, los cuales son siempre mayores en el trabajo anterior respecto de este trabajo que hoy nos ocupa.

Para la variable MOR, la media observada es menor en el trabajo original.

Los valores de límite de confianza son mayores para el límite inferior en este trabajo, mientras ocurre a la inversa en el caso del límite superior. El trabajo previo presenta un rango del límite de confianza más amplio.

5. CONCLUSIONES

- Al trabajar con una muestra mayor a la usada en el trabajo previo de Mantero et al. (2000), se concluye que las variables MOE y MOR se distribuyen aproximadamente normal.
- Se probó que para lograr una precisión aceptable (20%) en los valores característicos que permita la derivación de tensiones de diseño para *Eucalyptus grandis* en condición seca, utilizando el mismo sistema de muestreo que el usado por Mantero et al. (2000), no se necesita un número muy grande de muestras. En este trabajo se encontró un tamaño de muestra de 60 para MOE y 58 para MOR.
- Se confirma que el método bootstrap es robusto, pudiéndose por lo tanto recurrir a él cuando no sea posible definir una distribución teórica para las variables.
- Como se obtienen valores similares de los límites del intervalo de confianza para el $P_{.05}$, entre el método bootstrap y el método paramétrico, no existirían diferencias en el uso de uno u otro método para calcular dicho parámetro.
- El ajuste obtenido con la Distribución Normal permite pensar que una descripción de las variables utilizando media y varianza muestrales es suficiente, bajo las condiciones del estudio, para estimar cualquier percentil o valor característico requerido

6. RESUMEN

Se estudiaron las propiedades mecánicas (MOE y MOR) de *E. grandis* de Rivera. Se trabajó con información proveniente de ensayos a partir de pequeñas probetas libres de defectos provenientes de un trabajo previo. Se calcularon los valores característicos para las variables MOE y MOR, mediante el uso de estadística paramétrica y no paramétrica. Se compararon los resultados, confirmándose la confiabilidad del método no paramétrico bootstrap.

Palabras clave: *Eucalyptus grandis*; Propiedades mecánicas; Módulo de elasticidad; Módulo de rotura; Valores característicos; Métodos no paramétricos.

7. SUMMARY

The mechanical properties (MOE and MOR) E. Grandis Rivera was studied. Were worked with data from small specimens free defects tests from a previous work. Were calculated the characteristic values for variables MOE and MOR, using statistical parametric and non-parametric statistics. The results confirmed the reliability of the non-parametric method bootstrap.

Key words: Eucalyptus grandis; Mechanical properties;
Modulus of elasticity; Module breakage;
Characteristic values; Nonparametric methods.

8. BIBLIOGRAFÍA

1. ACHUGAR, L. A.; SCAGLIONE, G. 2003. Evaluación de propiedades de la madera de clones de *Eucalyptus grandis* Hill (ex Maiden). Tesis Ing. Agr. Montevideo, Uruguay. Facultad de Agronomía. 97 p.
2. BENDTSEN, B.A.; RATTNER, F. 1969. Métodos para determinar tamaño de muestra para tomar límites de tolerancia para especies madereras. s.n.t. s.p.
3. CALVO, C. F.; CORTINA, A. D.; CUFFRE, A. G.; PITER, J.C.; STEFANI, P.M.; TORRAN, E.A. 2004. Deformaciones diferidas en probetas pequeñas libres de defectos de *E. grandis* de Argentina. Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina, Universidad Tecnológica Nacional. Laboratorio de Ingeniería Civil de la Facultad Regional de Concepción del Uruguay. 18 p.
4. CENTURION, C.; LLANO, L. 1995. Determinación de peso específico aparente por los métodos Unit 237-70 y máximo tenor de humedad con probetas de incremento radial de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden Tesis Ing. Agr. Montevideo, Uruguay. Facultad de Agronomía. 78 p.
5. CORONEL, E. O. 1994. Fundamentos de las propiedades físicas y mecánicas de las maderas; aspectos teóricos y prácticos para la determinación de las propiedades y sus aplicaciones. Santiago del Estero, Facultad de Ciencias Forestales. 187 p.
6. _____. 1996. Fundamentos de las propiedades físicas y mecánicas de las maderas; aspectos teóricos y prácticos para la determinación de las propiedades y sus aplicaciones; 2ª. parte. Santiago del Estero, Facultad de Ciencias Forestales. 335 p.
7. DE CASTRO, R.; SILVA, D. 2006. Propiedades mecánicas de *Eucalyptus grandis maiden* del centro del Uruguay. Montevideo, Laboratorio Tecnológico del Uruguay. Departamento de Proyectos Forestales. 59 p.
8. DOLDAN, J. 2003. Indicadores de calidad de madera de *Eucalyptus grandis* de Rio Negro, Montevideo, Uruguay. LATU/JICA. 40 p. (Informe de Investigación no. 9)

9. EFRON, B. 1979. Computer and the theory of statistics; thinking the unthinkable. s.n.t. s.p.
10. _____.; TIBSHIRANI, J. 1993. Una introducción al bootstrap. London, Chapman and Hall. s.p.
11. FERNÁNDEZ, E. M. 2004. Selección de clones de *Eucalyptus grandis* Hill (ex Maiden) por crecimiento y propiedades de la madera. Tesis Ing. Agr. Montevideo, Uruguay. Facultad de Agronomía. 71 p.
12. HILLIS, W. E. 1978. Wood quality and utilization. In: *Eucalyptus for wood production*. Melbourne, CSIRO. pp. 258-289.
13. HOLLANDER, M.; WOLFE, D. 1999. Nonparametric statistical methods. 2ª. ed. Nueva York, John Wiley. s.p.
14. INSTITUTO URUGUAYO DE NORMAS TÉCNICAS (UNIT). s.f. ASTM D-143 Testeo de probetas de madera libre de defectos. Montevideo. s.p.
15. _____. s.f. ASTM D2555-78 Establecimiento valores de resistencia de madera libre de defectos. Montevideo. s.p.
16. _____. s.f. ASTM 2915-87 Norma práctica para la evaluación de propiedades admisibles para la clasificación de madera estructural. Montevideo. s.p.
17. KOLLMAN, F. F. P.; COTE, W. A. 1968. Principles of wood science and technology. Berlin, Springer-Verlag. v. 1, 592 p.
18. MADSEN, B. 1992. Structural behaviour of timber. s.n.t. 405 p.
19. MANTERO, C.; FRANCO, J.; CALONE, M. 2000. Caracterización físico mecánicas de las principales especies forestales cultivadas en Uruguay. s.n.t. s.p.
20. _____. 2001. Posibilidades de uso de la madera de eucaliptos colorados en carpintería de obra *Eucalyptus tereticornis* Smith – *Eucalyptus camaldulensis* Dehnhardt. Uruguay Forestal. 11(28): 4-8.
21. MOOD, A.M. ; GRAYBILL, F.A. ; BOES, D.C. 1974 Introduction to the theory of statistics. s.n.t. s.p.

22. MOONEY, C.Z.; DUVAL, R. D. 1993. Bootstrapping; a nonparametric approach to statistical inference. Newbury Park, CA, Sage Publications. s.p.
23. PÉREZ DEL CASTILLO, A. 2001. Propiedades mecánicas y calidad de la madera de *Eucalyptus grandis* del Norte de Uruguay. Montevideo, LATU/JICA. 44 p. (Informe de investigación no. 4).
24. PITER, J. C. 2003. Clasificación por resistencia de la madera aserrada de como material estructural. Desarrollo de un método para el *Eucalyptus grandis* en Argentina. (en línea). Tesis Doctor en Ingeniería. La Plata, Argentina. Facultad de Ingeniería. 206 p. Consultado 10 set. 2007. Disponible en http://sedici.unlp.edu.ar/search/request.php?id_document=Arg-UNLP-TPG-0000000023&request=request
25. ROGÉRIO DA CRUZ, C.; TARSISO LIMA, J. 2003. Variações dentro das árvores e entre clones das propriedades físicas e mecânicas da madeira de híbridos de Eucalyptus. Scientia Forestalis. no. 64: 33- 47.
26. SÁNCHEZ ACOSTA, M. 2003. Variación tecnológica y aptitud de la madera de distintos orígenes y procedencias de *Eucalyptus grandis* utilizados comercialmente en Argentina; informe final. Proyecto Forestal de desarrollo SAGPYA – BIRF. EEA INTA Concordia. Concordia, Entre Ríos, INTA. 27 p.
27. SERRENTINO, P.; VIERA, J. 2006. Selección de *Eucalyptus grandis* HILL (EX MAIDEN) por módulo de elasticidad y módulo de rotura de su madera. Tesis Ing. Agr. Montevideo, Uruguay. Facultad de Agronomía. s.p.
28. TUSET, R.; DURAN, F. 1979. Manual de maderas comerciales, equipos y procesos de utilización. Montevideo, Hemisferio Sur. 688 p.
29. UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA (ARGENTINA). 2007. Manual del usuario del software InfoStat. (en línea). Córdoba. Consultado 10 ago. 2007. Disponible en <http://www.infostat.com.ar>
30. URUGUAY. MINISTERIO DE GANADERIA, AGRICULTURA Y PESCA. DIRECCIÓN GENERAL FORESTAL. 2005. Boletín estadístico; diciembre de 2005. (en línea). Montevideo. 44 p. Consultado 10 ago. 2007. Disponible en <http://www.mgap.gub.uy/Forestal/DGF.htm>

31. VENTURINO CAMMAROTA, A. 2003. Resumen de propiedades mecánicas de *Eucalyptus grandis*, *Pinus elliottii* y *Pinus Taeda* de distintas zonas del Uruguay. Montevideo, LATU/JICA. 31 p. (Informe de Investigación no. 14).

9. ANEXOS

Tablas bootstrap

MOE n=60

| P _{0,02} | P _{0,03} | P _{0,025} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5442,45 | 5442,45 | 5442,45 |
| 5236,38 | 5236,38 | 5236,38 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5442,45 | 5442,45 | 5442,45 |
| 5518,78 | 5518,78 | 5518,78 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5236,38 | 5236,38 | 5236,38 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5236,38 | 5236,38 | 5236,38 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5442,45 | 5442,45 | 5442,45 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |

| P _{0,97} | P _{0,98} | P _{0,975} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 6135,18 | 6135,18 | 6135,18 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6282,50 | 6282,50 | 6282,50 |
| 6284,64 | 6284,64 | 6284,64 |
| 6135,18 | 6135,18 | 6135,18 |
| 6096,06 | 6096,06 | 6096,06 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6282,50 | 6282,50 | 6282,50 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |
| 6135,18 | 6135,18 | 6135,18 |
| 6282,50 | 6282,50 | 6282,50 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6284,64 | 6284,64 | 6284,64 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6135,18 | 6135,18 | 6135,18 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6282,50 | 6282,50 | 6282,50 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |

| | | |
|----------|---------|----------------|
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5236,38 | 5236,38 | 5236,38 |
| 5236,38 | 5236,38 | 5236,38 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5442,45 | 5442,45 | 5442,45 |
| 5518,78 | 5518,78 | 5518,78 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5356,50 | 5356,50 | 5356,50 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| promedio | | 5350,76 |

| | | |
|----------|---------|----------------|
| 6135,18 | 6135,18 | 6135,18 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6134,64 | 6134,64 | 6134,64 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6284,64 | 6284,64 | 6284,64 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6229,53 | 6229,53 | 6229,53 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| promedio | | 6185,50 |

MOE n=1000

| P _{0,02} | P _{0,03} | P _{0,025} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |

| P _{0,97} | P _{0,98} | P _{0,975} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |

| | | |
|----------|---------|----------------|
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5356,50 | 5347,64 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5236,38 | 5338,77 | 5287,58 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| 5338,77 | 5338,77 | 5338,77 |
| promedio | | 5330,66 |

| | | |
|----------|---------|----------------|
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6229,53 | 6199,44 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6135,18 | 6177,73 | 6156,46 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6177,73 | 6177,73 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6177,73 | 6229,53 | 6203,63 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| 6169,34 | 6177,73 | 6173,54 |
| 6169,34 | 6169,34 | 6169,34 |
| promedio | | 6177,51 |

MOR=60

| P _{0,02} | P _{0,03} | P _{0,025} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 47,37 | 47,37 | 47,37 |
| 51,36 | 51,36 | 51,36 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |

| P _{0,97} | P _{0,98} | P _{0,975} |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 60,26 | 60,26 | 60,26 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 56,90 | 56,90 | 56,90 |
| 60,26 | 60,26 | 60,26 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |

| | | |
|----------|-------|--------------|
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 51,23 | 51,23 | 51,23 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 48,27 | 48,27 | 48,27 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 51,23 | 51,23 | 51,23 |
| 48,27 | 48,27 | 48,27 |
| 51,23 | 51,23 | 51,23 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,32 | 50,32 | 50,32 |
| 51,23 | 51,23 | 51,23 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| promedio | | 50,18 |

| | | |
|----------|-------|--------------|
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 60,57 | 60,57 | 60,57 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 56,90 | 56,90 | 56,90 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 60,57 | 60,57 | 60,57 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 60,26 | 60,26 | 60,26 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| 56,90 | 56,90 | 56,90 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 56,90 | 56,90 | 56,90 |
| 60,26 | 60,26 | 60,26 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 58,05 | 58,05 | 58,05 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 58,90 | 58,90 | 58,90 |
| 60,57 | 60,57 | 60,57 |
| 57,43 | 57,43 | 57,43 |
| 59,09 | 59,09 | 59,09 |
| promedio | | 58,31 |

MOR = 1000

| | | |
|----------|-------|--------------|
| 50,09 | 50,32 | 50,21 |
| 50,09 | 50,32 | 50,21 |
| 50,09 | 50,09 | 50,09 |
| 50,09 | 50,32 | 50,21 |
| promedio | | 50,11 |

| | | |
|----------|-------|--------------|
| 58,90 | 59,09 | 59,00 |
| 58,05 | 58,90 | 58,48 |
| 58,90 | 59,09 | 59,40 |
| 58,90 | 59,09 | 59,00 |
| promedio | | 58,65 |