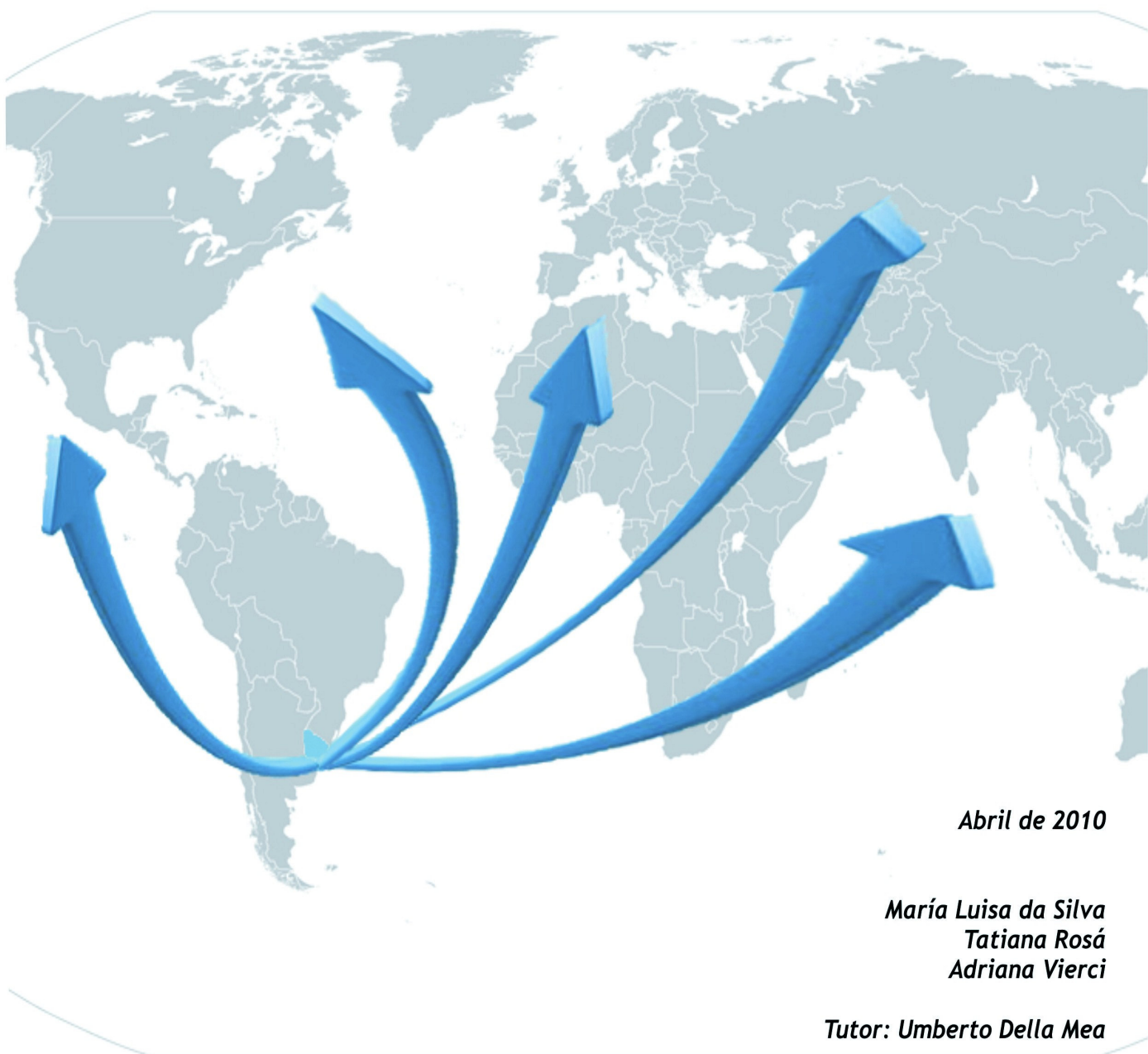


Trabajo Monográfico presentado ante la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración de la Universidad de la República para el título de Licenciado en Economía (Plan 1990)

Introducción de activos externos en las carteras de las AFAP:

Un enfoque *forward looking*



Abril de 2010

*María Luisa da Silva
Tatiana Rosá
Adriana Vierci*

Tutor: Umberto Della Mea

Al solver de Word, la CUD, la CUI y el doble espacio

RESUMEN

Existe en la actualidad una exigente regulación en materia de inversiones en el exterior de las Administradoras de Fondos de Ahorro Previsional (AFAP). En este marco, la presente investigación busca determinar el impacto, ante la inclusión de activos externos, sobre la eficiencia de las carteras de las AFAP, medido en términos reales. A efectos de incorporar al análisis posibles estrategias de inversión de las administradoras de fondos, se analiza la composición de las carteras para diferentes horizontes de tiempo.

Para analizar este impacto, se utiliza el modelo clásico de Markowitz, con un enfoque *forward looking* para el cálculo de los retornos esperados de los activos, incorporando a dicho cálculo las expectativas futuras de los agentes económicos. La resolución del problema de optimización definido por la teoría de selección de portafolios, se realizó mediante la descomposición de los elementos de la matriz de varianzas y covarianzas, utilizando series históricas de las variables relevantes.

Los resultados de la investigación evidencian que, para un horizonte de 5 años, la introducción de activos externos en los portafolios, principalmente de renta variable, no implicaría una mejora significativa en la relación riesgo retorno de las carteras de menor varianza, en tanto que permitiría optar por niveles de rentabilidad y riesgo muy superiores a los alcanzables a partir de instrumentos domésticos de renta fija. Si bien los resultados parecerían indicar que existe la posibilidad de contar con portafolios más rentables, esto implicaría asumir un muy elevado riesgo. En lo que respecta a horizontes de tiempo más prolongados -15 y 30 años-, la incorporación de activos externos mejoraría la eficiencia de los portafolios para todos los niveles de riesgo.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos especialmente a nuestro tutor, Umberto Della Mea por su excelente predisposición, así como por su constante dedicación y apoyo en la realización de este trabajo.

Además agradecemos a Diego Aboal, Natalia Aranco, Adrián Fernández, Nelson Noya y Christian Tondo por sus sugerencias y comentarios.

A Carlos Testuri y Fernando Zimmet por habernos recibido y contestado amablemente nuestras preguntas.

Al grupo de trabajo de CINVE, a Felipe Bastarrica y Jessica Gerpe por su importante colaboración y aportes a esta investigación.

Un especial agradecimiento a Sandra Lampreia y Pablo Vierci por la ayuda brindada en la edición de este trabajo y a Rosalía Romariz por el diseño de la portada.

Por último, a nuestras familias y amigos por habernos apoyado incondicionalmente a lo largo de este proceso.

Los errores y limitaciones que permanezcan en el trabajo son de nuestra entera responsabilidad.

INTRODUCCIÓN	1
<hr/>	
I - APROXIMACIÓN AL MERCADO DE LAS ADMINISTRADORAS DE FONDOS DE AHORRO PREVISIONAL	3
<hr/>	
I.1. Características generales del régimen	3
I.1.1 Antecedentes	3
I.1.2 Cambio en el sistema previsional	3
I.1.3 Contexto en el que se crea el nuevo sistema	4
I.2 Marco regulatorio del mercado de AFAP	5
I.2.1 Normas generales: administración y control de los fondos de ahorro previsional	5
I.2.2 Regulación de las inversiones en el mercado de AFAP	7
I.2.2.1 Inversiones permitidas y sus límites	7
I.2.2.2 Inversiones prohibidas	10
I.2.2.3 Otras limitaciones a la inversión	10
I.3. El sistema de AFAP en la actualidad	11
I.3.1 Descripción general del sistema	11
I.3.2 Las inversiones de las AFAP	12
II - EVIDENCIA EMPÍRICA EN LA REGIÓN	14
<hr/>	
II.1. Hacia la capitalización individual en América Latina	14
II.2. La experiencia chilena: el mercado de AFP	15
II.2.1 Descripción del régimen y límites a la inversión	15
II.2.2 Sistema de multifondos	16
II.3. El caso peruano	17
II.3.1 Descripción general del régimen previsional vigente	17
II.3.2 Regulación en materia de inversiones	18
II.4. El ejemplo colombiano	19
II.4.1 Descripción del sistema de seguridad social	19
II.4.2 Régimen de inversión	20
III - UN ENFOQUE <i>FORWARD LOOKING</i> DEL MODELO CLÁSICO DE MARKOWITZ Y PRINCIPALES ANTECEDENTES	22
<hr/>	
III.1. Modelo clásico de selección de portafolios	22
III.1.1 Conceptos claves	22
III.1.2 Desarrollo del modelo	23
III.1.3 Limitaciones del modelo clásico	25
III.2. El enfoque <i>forward looking</i>	26

III.3. Antecedentes en el tema de inversión de las AFAP para Uruguay	27
III.4. Especificación de los horizontes de inversión	27
III.5. La Unidad Reajutable como unidad de cuenta	28
III.6. Supuestos auxiliares	28
III.6.1 Riesgos incluidos en el análisis y tasa libre de riesgo	28
III.6.2 No rebalanceo del portafolio	29
IV - ESTRATEGIA EMPÍRICA Y ANÁLISIS DE DATOS	30
<hr/>	
IV.1. Selección de activos para el estudio	30
IV.1.1 Títulos de deuda pública doméstica	30
IV.1.2 Títulos de deuda pública extranjera	32
IV.1.3 Índices accionarios	32
IV.2. Valores <i>forward looking</i> de las variables relevantes	34
IV.2.1 Inflación esperada	34
IV.2.2 Índice de Salario Real e Índice Medio de Salarios	35
IV.2.3 Tipo de cambio nominal con EEUU y Hong Kong	35
IV.2.3.1 Estimación para largo plazo	35
IV.2.3.1 Estimación para el corto plazo: un modelo de corrección del error	37
IV.2.4 Normalidad de los rendimientos de los activos seleccionados	39
IV.3. Cálculo del vector de retornos esperados	40
IV.3.1 Renta fija nacional	40
IV.3.1.1 Títulos en dólares	40
IV.3.1.2 Títulos en Unidades Indexadas	41
IV.3.1.3 Títulos en pesos uruguayos	41
IV.3.2 Bonos del Tesoro de EEUU	42
IV.3.3 Índices accionarios	43
IV.3.4 Vectores de retornos esperados	45
IV.4. Una medida de riesgo: matriz de varianzas y covarianzas con ventanas móviles	45
IV.4.1 Análisis de riesgo para un horizonte de 5 años	45
IV.4.1.1 Disección de los elementos de la matriz de varianzas a 5 años	46
V.4.2 Análisis de riesgo para horizontes de 15 y 30 años	48
IV.4.3 Comportamiento de las variables relevantes para el cálculo de las varianzas	48
IV.4.4 Cálculo de las covarianzas entre los activos	49
IV.4.5 Riesgo global de los portafolios: matrices de varianzas y covarianzas	49
IV.5 Principales resultados de la Estrategia Empírica	50

V - RESULTADOS Y SENSIBILIDADES DEL MODELO	53
V.1. Fronteras de eficiencia para un horizonte de 5 años	53
V.2. Fronteras de eficiencia para un horizonte de 15 años	56
V.3. Fronteras de eficiencia para un horizonte de 30 años	58
V.4. Análisis de sensibilidad	60
V.4.1. Análisis de sensibilidad del modelo frente a cambios en el ISR	60
V.4.2. Análisis de sensibilidad frente a cambios en los rendimientos de los índices accionarios	61
V.4.3. Un shock al tipo de cambio	63
V.4.4. Efectos de la imposición de restricciones a la cartera de inversión	64
V.4.4.1. Restricciones a las inversiones en moneda extranjera	64
V.4.4.2. Restricciones a las inversiones en el exterior siguiendo el caso de Chile	65
VI - CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES	68
BIBLIOGRAFÍA	72
ANEXO ESTADÍSTICO	77
ANEXO METODOLÓGICO Y ECONÓMICO	100
ANEXO MATLAB	129

INTRODUCCIÓN

Pocos temas del quehacer humano han sufrido cambios más abruptos en los últimos tiempos como todo lo que refiere al sistema previsional. Basta recordar que la expectativa de vida pasó de menos de 50 años en 1900, a 75 en 2009 (una diferencia mayor que en los mil años precedentes), para comprender cómo han cambiado las expectativas y las esperanzas de los individuos. Esto constituye un permanente desafío, para responder a un escenario que ha cambiado a ritmo de vértigo.

En Uruguay, el primer cambio en esta línea se concretó con el pasaje de un sistema de reparto intergeneracional a uno mixto, que combina el antiguo sistema con un régimen privado de capitalización individual. Es en este contexto que surgen las Administradoras de Fondos de Ahorro Previsional (AFAP). Si bien el cambio logró aliviar las cuentas fiscales, las rentabilidades de las AFAP en estos últimos tiempos se han situado por debajo de la media histórica. En el marco de la teoría financiera clásica de Markowitz, dicho problema podría explicarse por la falta de diversificación de las carteras de las administradoras de fondos, lo que las situaría sobre una frontera de eficiencia¹ por debajo de una menos restricta. El escaso desarrollo del mercado de capitales local, concomitantemente con las restricciones establecidas por ley que impiden la colocación de fondos en el extranjero, no permiten que las AFAP cuenten con suficientes alternativas de inversión.

A esta limitante de mediano y corto plazo, debe agregársele una dificultad en la trayectoria de largo plazo del sistema. A través de los años el sistema ha ido acumulando fondos que actualmente representan el 14 por ciento del Producto Bruto Interno. A su vez, más del 85 por ciento de estos fondos se encuentra invertido en títulos de deuda pública, lo que representa casi 25 por ciento de la deuda pública total emitida. En un contexto de desendeudamiento del gobierno -como se viene apreciando en la economía uruguaya desde 2003- se exacerba la limitante natural a la tenencia de títulos de deuda por parte de las AFAP. Algunos países de la región, que como Uruguay optaron por un sistema de capitalización individual, han logrado sortear estas dificultades con el desarrollo del mercado de capitales doméstico, así como permitiendo la colocación de fondos en el exterior.

En este contexto de escasas alternativas de inversión, cabría preguntarse **qué impacto tendría sobre la frontera eficiente de las inversiones de las AFAP, la introducción de activos externos en sus portafolios**. La presente investigación pretende aportar a este debate desde una óptica innovadora de la Teoría Moderna de Portafolio de H. Markowitz, introduciendo una visión *forward looking* que permita incorporar las expectativas de los agentes al análisis, dejando de lado los sesgos que pudiese introducir el comportamiento histórico de las principales variables macroeconómicas utilizadas en el estudio. Asimismo cabe resaltar la utilización de la Unidad Reajutable (UR) como unidad de medida, generando que, tanto las variables introducidas al estudio como los resultados, sean medidos en términos reales. Esta innovación en términos metodológicos respecto a trabajos anteriores para Uruguay, se explica por la utilización de la UR como unidad de cuenta, tanto de los fondos como de la rentabilidad del sistema.

¹ Se entiende por frontera de eficiencia aquel conjunto de todas las combinaciones de riesgo y retorno de todas las carteras óptimas.

Existe un principio financiero básico que determina que mientras mayor es el porcentaje de renta variable, mayor la rentabilidad que se puede obtener en un horizonte de inversión de largo plazo. Siguiendo esta línea, el presente estudio se plantea tres horizontes de análisis: 5, 15 y 30 años. El objetivo de esta distinción por período de inversión, es ubicar a los diferentes afiliados del sistema previsional en el portafolio que se ajuste mejor a su estrategia de inversión, dependiendo del tiempo de permanencia en el sistema que le reste al individuo. Para personas de edad más avanzada, la cartera debería estar compuesta en forma predominante por títulos de renta fija, evitando de este modo las fluctuaciones cíclicas que puedan presentar los activos en el corto plazo. Para los individuos más jóvenes, en cambio, sería recomendable una mayor participación de renta variable, que a largo plazo pueda generar un rendimiento mayor.

A la luz del debate planteado, se justifica la realización de un trabajo de investigación que analice cuál sería el cambio en la frontera de eficiencia, para cada uno de los plazos mencionados, como consecuencia de la diversificación mediante la inclusión de activos externos en las carteras de las AFAP.

A tales efectos, el trabajo se ha estructurado en cinco capítulos. En el primero, se realiza una aproximación al mercado actual de las AFAP, describiendo las características del nuevo régimen así como las principales regulaciones en materia de inversión. El capítulo 2 realiza una revisión de los principales antecedentes en materia de sistemas privados de capitalización individual en países pioneros de América Latina. En el tercer capítulo se presenta la metodología así como los principales antecedentes en el tema. En el capítulo 4 se desarrolla la estrategia empírica utilizada para la estimación de las fronteras eficientes. El capítulo 5 recoge los resultados más destacados obtenidos para los diferentes horizontes de tiempo considerados así como los análisis de sensibilidad realizados a las principales variables. Por último, se plantean las conclusiones y reflexiones finales de la investigación.

I. APROXIMACIÓN AL MERCADO DE LAS ADMINISTRADORAS DE FONDOS DE AHORRO PREVISIONAL

I.1 Características generales del régimen

I.1.1 Antecedentes

La ley 15.611 del 10 de agosto de 1984 habilitaba la existencia de Sociedades Administradoras de Fondos Complementarios de Previsión Social. Se trataba de un sistema de adscripción voluntaria cuyo principal cometido era proveer de rentas complementarias para la cobertura de las contingencias relativas a la incapacidad, total o parcial, la vejez o muerte. La única inversión permitida para estas administradoras era la compra de títulos de deuda pública o depósitos en el banco del Estado.

I.1.2 Cambio en el sistema previsional

Las Administradoras de Fondos de Ahorro Previsional (AFAP) fueron creadas por la ley 16.713 en septiembre de 1995 y comenzaron a funcionar a partir de abril de 1996. Previo a esa reforma previsional, el régimen de seguridad social era de prestación definida, administrado por el Estado y basado en un principio de solidaridad intergeneracional. El Banco de Previsión Social (BPS) era la institución encargada de administrar los fondos de ahorro previsional.

La ley 16.713 crea un régimen mixto, que articula un régimen de jubilación por solidaridad intergeneracional con otro de ahorro individual obligatorio. La administración del primero de estos regímenes se mantiene a cargo del Estado por intermedio del BPS, en tanto que el segundo se encuentra administrado por las diferentes AFAP. Queda así definido el “Modelo Uruguayo de Seguridad Social” (Luján, 2002). El mismo funciona mediante un sistema de dos pilares: el primero, de solidaridad intergeneracional, basado en un esquema de prestación definida, y el segundo, de capitalización individual, creado en base a un modelo de cotización definida.

El artículo 7 de la ley 16.713 establece tres niveles de cobertura: el primero se corresponde con el régimen de solidaridad intergeneracional, con aportes personales, patronales y del Estado. El segundo, por su parte, combina el ahorro individual obligatorio con aportes personales, mientras que el tercero está conformado por ahorro voluntario con aportes personales opcionales. De acuerdo al artículo 8, los afiliados del BPS cuyas asignaciones corresponden al primer nivel, pueden optar por realizar aportes al ahorro individual por el 50 por ciento de su contribución al sistema (Luján, 2002).

El régimen de solidaridad, o régimen de reparto se encuentra financiado por las aportaciones de empleadores y empleados, impuestos de afectación específica y subsidios directos del Estado. Estas contribuciones permiten financiar las prestaciones de los pasivos, previamente definidas, así como las prestaciones no contributivas a activos.

El segundo pilar, de ahorro individual, es administrado por instituciones privadas y recibe mensualmente aportaciones de los afiliados, las que son depositadas en cuentas personales. Las AFAP son las instituciones encargadas de administrar dichas cuentas y de gestionar las inversiones de estos fondos a cambio del pago de comisiones. El afiliado acumula mensualmente sus ahorros en una cuenta individual, capitalizando el rendimiento obtenido de las inversiones a lo largo de su vida laboral. Finalizado el período de aportación, se realiza el traspaso del capital acumulado de los cotizantes a una empresa aseguradora, previamente elegida por el afiliado, la cual será responsable del pago mensual de las prestaciones.

1.1.3 Contexto en el que se crea el nuevo sistema

El cambio en el sistema de previsión se da en un contexto de alto déficit fiscal del Estado y de importantes reformas estructurales del sistema financiero (Lora, 1997).

Cuando se organizaron los sistemas previsionales a principios del siglo XX, la población era predominantemente joven y el régimen era perfectamente viable. Sin embargo, por razones demográficas a partir de la década del 70 comienza a manifestarse el deterioro de la relación activos/pasivos, generando un déficit creciente e insostenible para el BPS y el Estado.

Los principales fenómenos demográficos que explicaron esta tendencia fueron la caída de la natalidad y el incremento de la esperanza de vida. El primero, asociado a aspectos culturales, afectó directamente el número de trabajadores activos en el mercado laboral, lo que hizo que la cantidad de activos por pasivo disminuya. A su vez, el aumento de la expectativa de vida, causado por los avances en los cuidados médicos, provocó que las prestaciones debieran ser otorgadas por un período más prolongado de tiempo, incrementando el gasto del Estado para hacer sostenible el sistema. El gasto del gobierno en Seguridad Social alcanzó en 1994, 14,7 por ciento² del Producto Bruto Interno.

Es en este escenario que surgen las administradoras de fondos de pensiones con el objetivo de disminuir el gasto del gobierno a largo plazo.

Otra de las metas de este sistema de capitalización fue el de promover un mercado de capitales local a mediano y largo plazo. Con ello se buscaba que el ahorro de los cotizantes fuera canalizado hacia inversiones productivas a través del mercado de valores. En un sistema financiero caracterizado históricamente por la presencia dominante de la banca cumpliendo el rol de prestamista, las inversiones podrían ser ahora financiadas con el capital proveniente del nuevo sistema de pensiones.

Esta meta se enmarcó en una década de importantes reformas en el mercado de valores. Uno de los cambios más relevantes fue introducido por la ley 16.749 de 1996, cuyo objetivo principal fue el de promover el financiamiento de las firmas con ahorro privado a través del mercado de capitales. La

² Datos extraídos de “Programa de Políticas Públicas e Información Ciudadana URU/95/004”, PNUD.

nueva legislación facilitaba a las empresas privadas la emisión de títulos de deuda, fortaleciendo de este modo la utilización de las obligaciones negociables como instrumento para la obtención de financiamiento de mediano y largo plazo, y dinamizando la actividad del mercado de valores local.

Otro cambio significativo, característico de la década de los noventa, fue el desarrollo del sector de inversores institucionales³. En 1996, a través de la ley 16.774 de fondos de inversión, se crean inversores institucionales que captan el ahorro voluntario del público para invertir en activos financieros, demandando nuevos títulos y valores. Con la reforma del sistema de previsión surgen también las AFAP como nuevos actores del mercado, invirtiendo el dinero de sus ahorristas en activos financieros. Las administradoras buscan maximizar su rentabilidad asumiendo el menor riesgo posible, ya que, a diferencia de los fondos de inversión, se trata de un ahorro obligatorio y no voluntario.

I.2 Marco regulatorio del mercado de AFAP

La ley 16.713 de 1996 que creó las AFAP, establece las normas administrativas y operacionales que regulan el funcionamiento de los dos pilares del régimen de seguridad social, el de solidaridad intergeneracional y el de ahorro individual. En esta sección se sistematizará y analizará la normativa vigente bajo las cuales funcionan las administradoras de fondos de pensiones.

I.2.1 Normas generales: administración y control de los fondos de ahorro previsional

Esta ley, la que será denominada en adelante ley marco, define el rol que juegan las AFAP dentro del sistema previsional. Deja explícito que el único servicio que se les permite ofrecer es el de administrar los ahorros de los afiliados a lo largo de su vida activa. Estas empresas generan contratos a largo plazo con sus afiliados, por lo cual el Estado, a través de diversos mecanismos de contralor desarrollados en la ley, busca el bienestar de los individuos y, por ende, la protección de estos fondos.

Las empresas que se encuentran habilitadas por la ley para constituir una AFAP son las empresas de intermediación financiera y las empresas estatales, el Banco de la República Oriental del Uruguay (BROU), el BPS, el Banco Hipotecario del Uruguay (BHU) y el Banco de Seguros del Estado (BSE), actuando en forma conjunta o separada. La normativa regula a las administradoras en lo referente a los requisitos necesarios para su constitución, así como las condiciones básicas para su funcionamiento y su posible disolución.

Actualmente estas firmas se encuentran reguladas por el Banco Central del Uruguay (BCU). El órgano de contralor de las mismas es la Superintendencia de Servicios Financieros, aunque también se encuentran sujetas a normas sobre seguridad social dictadas por el BPS. Estos órganos son los

³ En 1996 se crea la Ley de Fondos de Inversión, creando inversores institucionales que captan el ahorro voluntario del público para invertir en activos financieros, demandando nuevos títulos y valores. Sin embargo, estos nuevos actores constituyen una porción ínfima del sistema, ya que el protagonista central del sistema financiero continúa siendo la banca. Con la crisis de 2002, estas instituciones desaparecen.

encargados de aplicar las sanciones correspondientes a las empresas en caso de incumplimiento de las normas, así como de fiscalizar los mercados de transacciones.

Mediante el artículo 81 de la ley 16.713, se formula una distinción entre el patrimonio de la empresa y el de los afiliados, estableciendo que las AFAP deben administrar los fondos de los ahorristas con “independencia del patrimonio del ente”⁴. Mientras que la empresa es propietaria de su patrimonio, los afiliados a cada empresa son los propietarios del Fondo de Ahorro Previsional (FAP), el que es inembargable en caso de liquidación de la administradora de fondos.

El FAP está integrado por los aportes de los ahorristas, los fondos acumulados que los afiliados hayan traspasado desde otra AFAP, la rentabilidad generada por las inversiones realizadas por la administradora y las transferencias realizadas por el Estado, así como las provenientes de la Reserva Especial, cuyo funcionamiento será explicado más adelante. En síntesis, el FAP representa el total del activo del fondo administrado, deducida la Reserva Especial, considerada esta última como un pasivo a todos los efectos que correspondan⁵. Los importes que constituyen el FAP son acreditados a las cuentas de los afiliados en un plazo de 48 horas después de recibidos, y son controlados por el BCU.

La retribución recibida por las AFAP a cambio del servicio que ofrecen se denomina comisión y es debitada mensualmente de las cuentas de ahorro individual de sus afiliados. La misma es determinada libremente por cada una de las AFAP, con la debida comunicación en tiempo y forma al BCU, y tiene carácter de uniforme para todos sus cotizantes.

Éstas pueden variar dependiendo de las características de los aportes, si son obligatorios, voluntarios o un depósito convenido. Actualmente, el promedio ponderado de las tasas de comisión del sistema se ubica en 1,62 por ciento⁶ al mes de septiembre de 2009. República AFAP es la empresa que registra la comisión más baja, 1,14 por ciento, y Unión Capital la más alta, 2,29 por ciento.

La unidad de cuenta utilizada para medir la magnitud del FAP y su rentabilidad es la Unidad Reajutable (UR)⁷. Uno de los mecanismos de contralor de los fondos es a través del requisito de una tasa de rentabilidad superior a la tasa de rentabilidad real mínima anual del régimen. De acuerdo a los artículos 116 y 117 de la ley 16.713, la rentabilidad real anual representa el “porcentaje de variación anual experimentado” por el FAP y es calculada a través de la acumulación de tasas de rentabilidad reales mensuales. “La tasa de rentabilidad real mínima anual promedio del régimen es la menor entre el 2 por ciento anual y la tasa de rentabilidad real promedio del régimen menos dos puntos porcentuales”⁸.

⁴ Ley 16.713, artículo 81.

⁵ Circular 1.961, BCU, “AFAP - Recopilación de Normas de Fondos Previsionales -Modificación.-” Montevideo, 8 de septiembre de 2006

⁶ “Memoria Trimestral del Régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio”, N° 53, septiembre 2009, Superintendencia de Servicios Financieros, BCU,

⁷ Se define como una unidad de valor que se reajusta mensualmente en función del Índice Medio de Salarios, siendo este último publicado por el Instituto Nacional de Estadística.

⁸ Ley 16.713, artículo 117, incisos 2° y 3°.

Con el objetivo de garantizar esta tasa de rentabilidad mínima, la normativa exige a cada una de las administradoras la formación de un Fondo de Fluctuación de Rentabilidad como parte del FAP. El mismo se expresa en UR y se integrará mensualmente con el producido de todo exceso de la tasa de rentabilidad del FAP sobre la tasa de rentabilidad promedio de régimen, incrementada en dos puntos porcentuales⁹.

Esta ley marco exige también a las AFAP el mantenimiento permanente de una Reserva Especial, la que equivale a un porcentaje situado entre un 0,5 por ciento y un 2 por ciento del FAP respectivo¹⁰. Su función es asegurar la rentabilidad mínima del FAP en caso que el Fondo de Fluctuación sea insuficiente. En el caso de que la Reserva Especial también lo sea, el Estado cubrirá el déficit, pero exigirá a la AFAP que este fondo sea recuperado dentro de un plazo determinado por el Poder Ejecutivo. En caso de incumplimiento, el BCU aplicará las sanciones que correspondan.

1.2.2 Regulación de las inversiones en el mercado de AFAP

Si bien las administradoras de fondos de pensiones son quienes gestionan el Fondo de Ahorro Previsional, los afiliados son quienes asumen el riesgo de las inversiones que estas empresas realizan. Por ello es que el Estado, velando por el bienestar de los ciudadanos, debe proteger estos ahorros estableciendo limitaciones a las inversiones, impidiendo de este modo un manejo riesgoso de los fondos. El capítulo IV de la ley que se ha venido analizando desarrolla cuáles son las inversiones permitidas para las AFAP, así como los límites cuantitativos por tipo de instrumento y origen de los mismos.

De acuerdo a la ley marco, los criterios que deben ser tomados en cuenta por las administradoras de fondos de pensiones para invertir son los siguientes¹¹: seguridad, rentabilidad, diversificación y compatibilidad de plazos en función de sus objetivos.

1.2.2.1 Inversiones permitidas y sus límites

Las inversiones de las AFAP están íntegramente reguladas por el BCU, principal órgano contralor de este subsector de la industria financiera. De acuerdo a la ley 16.713, las administradoras tienen permitido invertir el Fondo de Ahorro Previsional en seis categorías de instrumentos financieros¹²:

A) Valores emitidos por el Estado uruguayo, principalmente bonos, los cuales no podrán superar el 60 por ciento del total del activo del Fondo de Ahorro Previsional.

⁹ Ley 16.713, artículo 119.

¹⁰ Ley 17.243, artículo 54, sustitución del artículo 121 de la ley 16.713.

¹¹ Ley 16.713, artículo 123.

¹² Ley 16.713, artículo 123.

B) Valores emitidos por el BHU y el BCU, los que incluyen letras de regulación monetaria e instrumentos que emite el BCU. Los valores emitidos por el BHU se encuentran actualmente en desuso. El límite máximo que se puede destinar a estos instrumentos es 30 por ciento.

C) Certificados de depósitos en moneda nacional o extranjera en instituciones de intermediación financiera instaladas en el país, autorizadas por el BCU. Estos instrumentos no deben sobrepasar el 30 por ciento de la cartera de las administradoras. Los fondos derivados de estos depósitos deberán permanecer radicados en el país sin excepción alguna¹³.

La suma de los depósitos que se realicen en las instituciones financieras accionistas de la AFAP o las que se encuentren relacionadas por pertenecer a un mismo grupo económico, deberá quedar limitada al 10 por ciento del valor del FAP¹⁴.

De acuerdo a la circular 1937, el total de las inversiones en instrumentos emitidos o garantizados por una misma institución de intermediación financiera no podrá superar el 10 por ciento de su Responsabilidad Patrimonial Neta (RPN). Si la institución cuenta con una calificación de riesgo de categoría 2, dicho límite podrá alcanzar 20 por ciento de la RPN, y 30 por ciento si la institución se encontrara en la categoría 1¹⁵.

D) Acciones ordinarias u obligaciones negociables emitidas por empresas privadas o públicas uruguayas que coticen en algún mercado formal¹⁶, autorizadas por el BCU, valores o cuotapartes de Fondos de Inversión uruguayos¹⁷ y certificados de participación en Fideicomisos Financieros. El límite máximo que puede tomar este literal es de 25 por ciento.

E) Valores representativos de inversiones inmobiliarias, industriales, forestales u otros sectores productivos, reuniendo condiciones suficientes de retorno y seguridad, garantizados debidamente según reglamentaciones del BCU y que estén radicados en el país. El límite en este caso es de hasta 20 por ciento¹⁸.

F) Préstamos al consumo concedidos a afiliados y beneficiarios del sistema de seguridad social a través de colocaciones en instituciones públicas o privadas, garantizadas por las mismas. Éstos tendrán hasta dos años de plazo y una tasa de interés no inferior a la evolución del Índice Medio de Salarios (IMS) en los últimos doce meses, más cinco puntos porcentuales. El monto máximo del préstamo en estas condiciones no podrá superar los seis salarios de actividad o pasividad. El importe a prestar no excederá el 15 por ciento del activo del Fondo de Ahorro Previsional y sólo podrá invertirse hasta 10 por ciento de este fondo en colocaciones garantizadas por una misma empresa.

¹³ Circular 1520.

¹⁴ Artículo 55 de la Recopilación de Normas de Control de AFAP.

¹⁵ Ver Anexo Estadístico, Cuadro 1.

¹⁶ El artículo 53 de la Recopilación de Normas de Control de AFAP define como mercado formal los mercados oficiales de las bolsas de valores registradas en el BCU, es decir, la Bolsa de Valores de Montevideo o la Bolsa Electrónica de Valores S.A.

¹⁷ Circular 67.

¹⁸ Ley 17.243, artículo 56.

En mayo de 2007, por intermedio de la ley 18.127¹⁹, se amplían las alternativas de inversión de las AFAP, agregándose dos nuevos literales, el G y el H, de modo de lograr una mayor diversificación de sus carteras de activos.

Esta ley habilita a las administradoras a invertir en:

G) Operaciones de cobertura de riesgos financieros del fondo de ahorro previsional con las condiciones y limitaciones que establezca el BCU, supervisor y regulador del sistema. El tope habilitado para estas operaciones es del 10 por ciento del FAP.

H) Valores de renta fija emitidos por organismos internacionales de crédito de los cuales Uruguay sea miembro. Podrán ser invertidos en estos instrumentos hasta 15 por ciento del activo del fondo previsional.

A su vez también existen ciertas restricciones agregadas para las inversiones. La suma de los literales de lo que se conoce como sector privado, del B al F, no debe sobrepasar el 60 por ciento del total del FAP. Por otra parte, el acumulado de los literales D, E y F no podrá ser mayor a un 40 por ciento del fondo²⁰.

En lo que respecta a los límites por moneda²¹, a partir de junio de 2003 la proporción de activos del FAP que puede invertirse en valores denominados en moneda extranjera no debe superar el 60 por ciento.

Cuadro 1.1 Límites de inversión fijados por la ley 16.713

Literales	Instrumentos	Límite Máximo	Límites Agregados	
A	Valores del Estado Uruguayo	60%	60%	40%
B	Valores del BHU y Banco Central	30%		
C	Certificados de Depósitos Bancarios	30%		
D	Valores de Empresas Públicas o Privadas uruguayas, Valores o Cuotapartes de Fondos de Inversión uruguayos y Certificados de Participación en Fideicomisos Financieros	25%		
E	Valores representativos de inversiones en sectores productivos	20%		
F	Préstamos al Consumo garantizados por empresas	15%		
G	Operaciones con cobertura de riesgos financieros	10%		
H	Valores de renta fija emitidos por organismos internacionales de crédito de los cuales el país sea miembro	15%		
Inversiones en valores denominados en Moneda Extranjera			60%	

Fuente: Elaboración propia en base a la Ley 16.713 art. 123, ley 17.243 art. 55 y Circular 1828 del BCU.

¹⁹ Ley 18.127, "Fideicomisos Financieros", Publicada D.O. 22 may/007-N° 27241.

²⁰ Ley 17.243, artículo 55.

²¹ Circular 1828, sustitución del artículo 51.2 de la Recopilación de Normas de Control de Administradoras de Fondos Previsionales.

I.2.2.2 Inversiones prohibidas

De acuerdo al artículo 124 de la ley marco, existen inversiones prohibidas para las AFAP. El FAP no podrá invertirse en:

- i) Valores emitidos por otras AFAP.
- ii) Valores emitidos por empresas aseguradoras.
- iii) Valores emitidos por sociedades constituidas en el extranjero, no residentes, exceptuando los instrumentos emitidos por empresas de intermediación financiera autorizadas a operar en el país y por organismos internacionales de crédito de los cuales el país sea miembro.
- iv) Valores emitidos por las sociedades financieras de inversión.
- v) Valores emitidos por empresas vinculadas a la AFAP, ya sea directamente o por su integración a un conjunto económico.
- vi) Acciones escriturales, preferidas y de goce²².

I.2.2.3 Otras limitaciones a la inversión

En lo que respecta al financiamiento del sector productivo, también existen límites referidos al tipo de instrumento, la emisión, el emisor y el fiduciario.

En primer lugar, de acuerdo a la circular 1.520²³, las AFAP no podrán poseer en sus portafolios de activos más del 10 por ciento de las acciones emitidas por una misma sociedad anónima. La inversión de los activos del FAP en obligaciones negociables, en cuotas partes de Fondos de Inversión emitidas o garantizadas por una misma empresa o en Fideicomisos Financieros podrá alcanzar el 100 por ciento²⁴ del monto emitido y en circulación.

Por otro lado, los límites por emisor son los siguientes²⁵:

- i) La AFAP no podrá invertir más del 3 por ciento del FAP en instrumentos emitidos por la misma empresa o grupo económico²⁶.
- ii) La suma de las inversiones en instrumentos del literal D) y E), emitidos o garantizados por instituciones de intermediación financiera privadas no podrán sobrepasar el 3 por ciento del FAP.

²² Definidas por la Ley 16.060, de septiembre de 1989.

²³ Definidas en la Circular 1.520, "AFAP - Límites de Inversiones" del BCU, mayo de 1996. Estas fueron luego modificadas a través de circulares posteriores (Circular 1.590).

²⁴ Modificación del artículo 60 de la Recopilación de Normas de Control de AFAP a través de la circular 1.970.

²⁵ Artículo 63 de la Recopilación de Normas de Control de AFAP. Modificado por las circulares 1.590 y 1.604

²⁶ Modificación al artículo 63 de la Recopilación de Normas de Control de AFAP.

iii) La suma de las inversiones en activos emitidos por empresas privadas del sector no financiero o conjunto de las mismas integrantes de un grupo económico privado, incluidas en los literales D), E) y F), no podrá superar más del 3 por ciento del FAP.

Analizando la calificación de riesgo de los activos de los puntos i) e ii), si las empresas que se indican integran un grupo económico privado, encontrándose los instrumentos en la Categoría 1²⁷, los límites mencionados en los párrafos anteriores del presente artículo, se ampliarán hasta el 5% del valor del activo del Fondo de Ahorro Previsional.

iv) La suma de las disponibilidades transitorias y de las inversiones contenidas dentro del literal C) en una sola institución de intermediación financiera, tiene como límite máximo 7 por ciento del valor del FAP. Para el caso de la suma de disponibilidades y de las inversiones de los literales C), D), E) y F), emitidas o garantizadas por una misma empresa o grupo económico privado, no se deberá exceder el 15 por ciento del fondo.

En caso de superposición de límites a las inversiones opera el menor de ellos.

Por último, en lo que refiere a la inversión en Fideicomisos Financieros²⁸, cada administradora no podrá invertir más del 10 por ciento de los activos de su FAP en instrumentos representativos de fideicomisos financieros administrados por un mismo fiduciario o fiduciarios integrantes de un mismo grupo económico privado.

I.3 El sistema de AFAP en la actualidad

I.3.1 Descripción general del sistema

Actualmente, el número de afiliados del sistema de capitalización asciende a 912.218 individuos²⁹ y el monto acumulado desde 1996 en las cuentas de ahorro individual ascendió a 100.183 millones de pesos³⁰, lo cual constituye el 14 por ciento³¹ del Producto Bruto Interno anual del Uruguay. Este rubro del sector financiero se encuentra integrado por cuatro AFAP: Afinidad, Integración, República y Unión Capital. Todas estas empresas son declaradas Sociedades Anónimas y se encuentran operando desde 1996³².

²⁷ Ver Anexo Estadístico, Cuadro 1.

²⁸ Artículos 60.2 y 60.3 del Capítulo III, Título II, Parte Tercera del Libro Segundo de la Recopilación de Normas de Control de Administradoras de Fondos Previsionales.

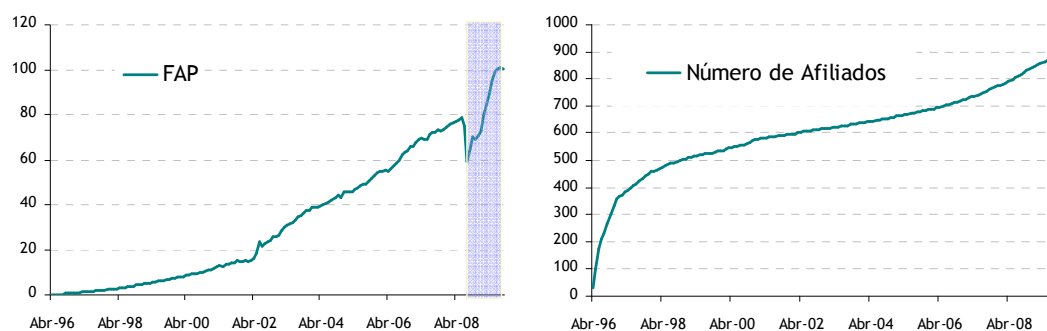
²⁹ Dato a diciembre de 2009, Memoria Trimestral del Régimen por Ahorro Individual Obligatorio, División Mercado de Valores y Control de AFAP, No. 54, diciembre 2009.

³⁰ Dato a diciembre de 2009, Memoria Trimestral del Régimen por Ahorro Individual Obligatorio, División Mercado de Valores y Control de AFAP, No. 54, diciembre 2009.

³¹ Cálculos propios en base a la publicación de Cuentas Nacionales de Enero - Diciembre 2009.

³² En 1996 las AFAP eran 6: República AFAP, Unión AFAP, Integración AFAP, Capital AFAP, Santander AFAP y Comercial AFAP. En 2001 se unieron Unión y Capital AFAP por un lado, formando Unión-Capital, y Santander y Comercial por otro formando Afinidad AFAP.

Grafico 1.1 Evolución del número de afiliados (en miles de afiliados) y del Fondo de Ahorro Previsional (en miles de millones de pesos corrientes)



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU.

República AFAP es la administradora de fondos previsionales de mayor dimensión en el mercado, con el 37,92 por ciento del total de afiliados del sistema y el 56,49 por ciento del total de ahorros³³. Desde sus inicios los accionistas de esta empresa son el BROU con el 51 por ciento de las acciones, el BPS con el 37 por ciento y el BSE con el restante 12 por ciento.

En segundo lugar se encuentra Afinidad AFAP, que administra los fondos de 231.561 afiliados, representando a más de un cuarto de los cotizantes del sistema. Los ahorros acumulados por los mismos ascienden a 924.314 miles de dólares, el 18,11 por ciento del total del sistema y las inversiones son gestionadas por ING Latin American Holdings B.V. (Grupo ING), único accionista de la empresa.

Por último se encuentran Unión Capital e Integración AFAP, de menor tamaño tanto por su participación en la afiliación total como por el valor de sus fondos. Mientras que la primera de ellas representa a el 21,35 por ciento del total de afiliados al sistema y administra el 16,81 por ciento de los fondos totales, Integración maneja el 15,35 por ciento de los cotizantes y gestiona el 8,59 por ciento de los ahorros acumulados del sistema³⁴.

1.3.2 Las inversiones de las AFAP

Si se analizan los portafolios de las AFAP al 30 de diciembre de 2009, de acuerdo a los datos publicados en forma mensual por el BCU³⁵, su composición es la siguiente: el 57,07 por ciento corresponde a valores del Estado (literal A), mientras que los instrumentos emitidos por el BHU y, en forma predominante, las Letras de Regulación Monetaria emitidas por el BCU (literal B) alcanzan el 28,59 por ciento de la composición de las carteras del sistema. Los instrumentos del literal D abarcan el 5,73 por ciento del total del portafolio de las administradoras de fondos. Por último, el 8,61 por ciento restante del portafolio se compone de notas multilaterales del Banco Mundial y del Banco Interamericano de

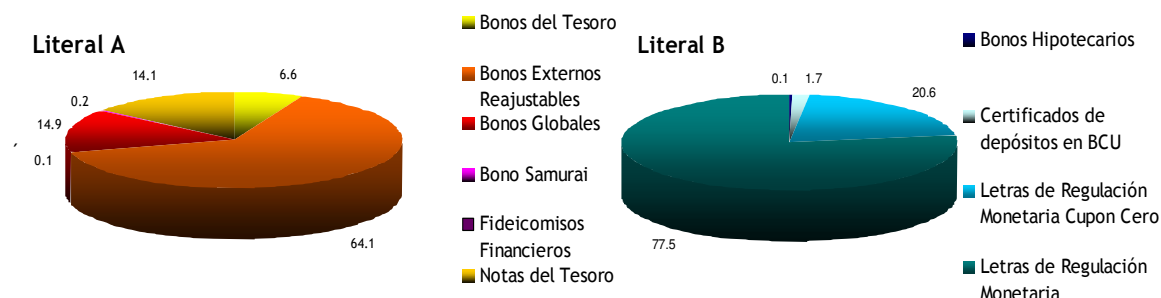
³³ Fuente: BCU, Superintendencia de Servicios Financieros, "Memoria Trimestral del régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio", N° 54, diciembre de 2009.

³⁴ Los datos aquí mencionados fueron extraídos del reporte trimestral publicado por el BCU, "Memoria Trimestral del régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio", N° 54, diciembre de 2009.

³⁵ "Composición del activo de los fondos de ahorro previsional", Superintendencia de Servicios Financieros, BCU.

Desarrollo (literal H), préstamos a afiliados al sistema, depósitos a plazo en instituciones financieras y disponibilidades transitorias.

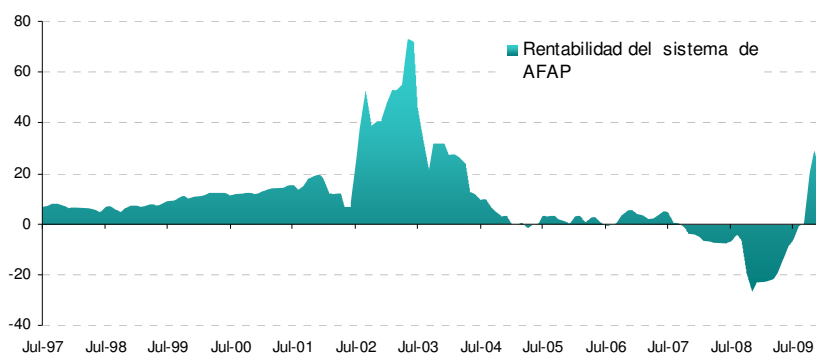
Gráfico 1.2 Composición de los Literales A y B, en porcentaje. (Diciembre de 2009)



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU.

Examinando la composición de las carteras por moneda para esta misma fecha, la participación de los instrumentos en pesos alcanza el del 45,89 por ciento del total del FAP, en tanto que las inversiones realizadas en Unidades Indexadas alcanzan el 38,34 por ciento. Las inversiones en moneda extranjera representan el 15,77 por ciento de los mismos³⁶.

Gráfico 1.3 Evolución de la tasa de rentabilidad real anual calculada en Unidades Reajustables (expresada en porcentajes)



Fuente: Elaboración propia en base a datos extraídos del BCU

Observando la evolución de la tasa de rentabilidad real anual promedio del sistema, deflactada por la variación de la UR, se puede apreciar, al igual que para la evolución del FAP, que la mayor caída de ambos fue durante 2008. De acuerdo un análisis realizado por República AFAP en 2009, esta caída del 23 por ciento de la rentabilidad se debió principalmente a la disminución del valor de los bonos del Estado Uruguayo, cuyos precios disminuyeron en respuesta a las necesidades de liquidez de los inversores internacionales.

³⁶ Esta información fue extraída del reporte trimestral publicado por el BCU, "Memoria Trimestral del Régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio", N° 54, diciembre de 2009.

II. EVIDENCIA EMPÍRICA EN LA REGIÓN

II.1 Hacia la capitalización individual en América Latina

Originalmente el sistema de seguridad social de América Latina emulaba al sistema bismarkiano de origen alemán de fines de siglo XIX, basado en los principios de obligatoriedad, el aporte de empleadores y trabajadores y el papel del Estado como regulador. El mismo se describía como un régimen intergeneracional mediante el cual se realizaba un traspaso de recursos desde las generaciones activas hacia las pasivas. La expectativa de vida no superaba en muchos años la edad de jubilación y por lo tanto los aportes a la seguridad de la población activa eran suficientes para financiar las pensiones, tornando el sistema viable.

Hacia 1960, los sistemas de seguridad social latinoamericanos basados en el reparto intergeneracional comenzaron a mostrar claras señales de deterioro. El aumento de la esperanza de vida, la caída de la natalidad y el consecuente envejecimiento de la población, hicieron difícil preservar el equilibrio de los sistemas de seguridad social.

Estos cambios a nivel demográfico provocaron en muchos países del continente el deterioro de la relación activos/pasivos, es decir, una disminución del número de trabajadores activos por pasivo. Dicha situación llevó a los sistemas previsionales a aumentar el gasto y agotar sus reservas, enfrentando en consecuencia un creciente déficit financiero. El mismo debió ser financiado con transferencias del Estado, generando un creciente déficit fiscal.

Sumado al importante gasto en cobertura de los afiliados, los sistemas previsionales presentaban también excesivos costos administrativos, explicados principalmente por un manejo inapropiado de las cuentas (Uthoff, 1997). Un ejemplo de esta situación fue Uruguay, en donde se comenzó a dar un manejo político al sistema, otorgándose jubilaciones y pensiones de forma discrecional, sin estar relacionadas con los aportes al régimen, ni con las posibilidades del gobierno.

En un marco de problemas de financiamiento de las prestaciones así como de deficiencias operativas, y del consecuente déficit fiscal que estos sistemas generaron al Estado, los mismos no parecían tener viabilidad financiera en el largo plazo. Esto hizo necesario un cambio de régimen. Las reformas previsionales latinoamericanas³⁷ estuvieron basadas en líneas de acción comunes, pero presentando importantes diferencias por país. El elemento común fue la sustitución total o parcial de los sistemas de reparto por regímenes de capitalización individual administrados por el sector privado.

En la década de los 80, Chile fue el pionero en introducir estos nuevos modelos. En 1981 se instauró en este país un nuevo sistema de seguridad social basado en un esquema de capitalización individual que

³⁷ La reforma previsional forma parte del conjunto de reformas estructurales de Segunda Generación que se dieron en América Latina en las décadas del 80 y 90. Tal como menciona Lora (1997), estas políticas estructurales estuvieron orientadas a mejorar la eficiencia económica y reducir las interferencias del Estado en las decisiones económicas.

intentaba reemplazar el viejo sistema de reparto. Siguiendo el ejemplo de este país, durante la década del 90 se llevaron a cabo reformas estructurales a nivel previsional en Perú (1992), Argentina (1993),

Colombia (1993), Uruguay (1995), Bolivia (1996), México (1996), El Salvador (1997) y Costa Rica (2000), cada una con sus características particulares.

En el caso de Argentina³⁸, Uruguay y Costa Rica, el nuevo sistema se complementa con el sistema de reparto. En el caso de Perú y Colombia ambos sistemas compiten y en Chile, El Salvador y Bolivia, el nuevo sistema reemplaza al anterior.

Estas reformas previsionales introdujeron cambios importantes desde el punto de vista del régimen financiero, respecto a los roles del sector público y privado dentro del sistema y en lo que concierne a las posibilidades de elección de los trabajadores. No tan importantes fueron los cambios en lo que refiere a la cobertura.

En lo que respecta al tema de las inversiones, casi todas las regulaciones de las administradoras privadas de fondos de pensiones de América Latina incluyen límites a la inversión por activo. Particularmente, cabe destacar la importancia que se ha otorgado hoy en día a la diversificación de portafolios y la inclusión de activos externos. Se trata de temas ampliamente discutidos a nivel internacional y varias de las reformas de los fondos acontecidas en las últimas décadas, han centrado su interés en ellos, flexibilizando los límites de las inversiones y suavizando sus restricciones (Ferro, 2009). A continuación se realizará un análisis descriptivo de los sistemas de pensiones de Chile, Perú y Colombia, así como un estudio de las regulaciones impuestas a las inversiones para cada uno de los mismos.

II.2 La experiencia chilena: el mercado de AFP

II.2.1 Descripción del régimen y límites a la inversión

Hasta 1981, el sistema social chileno había funcionado como un sistema de reparto intergeneracional³⁹, basado en el financiamiento de las pensiones de jubilados mediante contribuciones obligatorias de los trabajadores activos. Luego de esta fecha, Chile atravesó una reforma de su sistema de seguridad social (amparada en el Decreto Ley 3.500), impulsada fundamentalmente por la transición demográfica que atravesaba este país, caracterizada por la caída de la tasa de natalidad y una disminución del ratio activos/pasivos.

³⁸ Este régimen rigió desde 1994 hasta marzo de 2007, cuando el sistema de capitalización fue reformado con nuevas limitantes y estuvo vigente hasta finales de 2008 cuando fue aprobada la nacionalización de las Administradoras de Fondos de Jubilación y Pensión (AFJP), ley que permite el traspaso de fondos de las AFJP a la Administración Nacional de Seguridad Social (ANSS).

³⁹ También conocido como *Pay As You Go* (PAYG).

Dicha reforma está basada en un esquema de tres pilares, cuyo primer pilar es un sistema público no contributivo, compuesto por distintos esquemas según quién sea el beneficiario del mismo, el segundo pilar es un régimen privado de contribución obligatoria, y el tercer pilar es de aportes voluntarios. El segundo pilar da lugar al surgimiento de las Administradoras de Fondos de Pensión (AFP), cuyo rol es remplazar el sistema previsional vigente hasta la fecha, basándose en un régimen de capitalización individual, y cuya entidad reguladora es la Superintendencia de AFP. Al pasar de un régimen de reparto a uno de ahorro individual obligatorio, el Estado comenzó a jugar el rol de regulador y supervisor, así como el de garante en última instancia (Berstein, Larrain y Pino, 2004).

Desde la reforma de 1981, con el fin de proteger los ahorros de los afiliados, las AFP no poseen total libertad en sus decisiones de inversión. Esta situación responde a una exigente regulación cuyo objetivo es asegurar la adecuada rentabilidad y seguridad de las inversiones. Sin embargo, con el objetivo de permitir una mayor diversificación de las inversiones de los fondos, dichas restricciones han ido flexibilizándose con el transcurso de los años.

Originalmente, los portafolios de las AFP estaban conformados únicamente por activos financieros emitidos por el sector público, restricción que fue flexibilizada en forma progresiva hasta alcanzar la situación actual en que, aún estando limitadas las cantidades, se puede invertir tanto en activos de renta fija como variable, de origen nacional o extranjero. No fue hasta 1990 que se permitió a las AFP invertir en activos del exterior, y sólo a partir de mayo de 1995 se les permitió invertir en activos de renta variable. Los límites establecidos a la inversión se fijaron tanto como un porcentaje del fondo invertido, así como un porcentaje de los activos del emisor.

A su vez, las AFP chilenas están sujetas a regulaciones que exigen un retorno mínimo. Las administradoras deben poder asegurar en promedio por los 36 meses anteriores, un retorno real que exceda el retorno promedio de todos los fondos menos el 2 por ciento, o en su defecto debe alcanzar un 50 por ciento del retorno promedio de todos los fondos, el menor de ambas opciones. Con este propósito las AFP deben mantener en su poder una reserva del 1 por ciento del valor de sus fondos, denominada Reserva de Caja, la cual debe ser utilizada en caso que el retorno se encuentre por debajo de los niveles establecidos. En caso de que dicha reserva no sea suficiente para cubrir la diferencia, el Estado deberá hacerse cargo de dicha mora (Berstein y Chumacero, 2003).

II.2.2 Sistema de Multifondos

Actualmente, el mayor avance de las reformas de seguridad social se relaciona con la creación de los multifondos. Los mismos han sido muy exitosos desde su nacimiento, en tanto que permiten a las personas optar por el rendimiento y riesgo que desean mantener durante su ciclo de vida, en función de la proporción de renta fija y variable que compongan el fondo. A partir de enero de 2000 se obligó a las AFP a ofrecer dos tipos de fondos: el fondo 1, compuesto de renta fija y renta variable, y el fondo 2 concentrado en renta fija. Ya en septiembre de 2002 esta normativa cambió, permitiendo a las

administradoras ofrecer cinco tipos de fondos a sus afiliados, denominados A, B, C, D y E. El fondo A, más riesgoso, tiene la mayor proporción de activos invertidos en renta variable, alcanzando un límite máximo del 80 por ciento. En el otro extremo se encuentra el fondo E, menos riesgoso, el que se encuentra autorizado a invertir un máximo de 5 por ciento en este tipo de activos⁴⁰.

Al ingresar al sistema de pensiones, los afiliados no pueden optar libremente por el tipo de fondo en el que invertir sus ahorros, el mismo se les asigna de acuerdo a su edad. Los individuos más jóvenes son asignados a fondos más riesgosos, con mayor participación de renta variable, mientras que a los de mayor edad se los asigna a fondos de menor riesgo, intensivos en renta fija. Los límites de inversión en renta variable por tipo de fondo se detallan a continuación.

Cuadro 2.1 Límites de inversión máximos y mínimos en instrumentos de renta variable

Fondos	Limite Máximo	Limite Mínimo
Fondo A	80%	40%
Fondo B	60%	25%
Fondo C	40%	15%
Fondo D	20%	5%
Fondo E	5%	0%

Fuente: Superintendencia de Pensiones de Chile

Por último, en lo que respecta a las inversiones de las AFP en activos externos, actualmente el límite máximo fijado por el Banco Central de Chile asciende al 60 por ciento⁴¹ del total de los fondos de una misma administradora.

II.3 El caso peruano

II.3.1 Descripción general del régimen previsional vigente

A fines de 1992, Perú comenzó la reforma de su sistema de pensiones pasando de un régimen estatal basado en un sistema de reparto, a uno que combina la existencia de un esquema de reparto intergeneracional, con uno privado, autofinanciado y con bases en los aportes de cada trabajador. Queda entonces conformado el sistema previsional peruano, constituido por dos regímenes excluyentes entre sí: el Sistema Nacional de Pensiones⁴² (SNP) y el Sistema Privado de pensiones (SPP). El primero está bajo la órbita del Estado y el segundo está administrado por entes privados.

⁴⁰ Información obtenida de Superintendencia de Pensiones de Chile.

⁴¹ Datos extraídos de Superintendencia de Pensiones de Chile, 2009.

⁴² Creado a través del Decreto Ley 19.990. Dentro del sistema estatal también se encuentra el Régimen del decreto Ley 20.530- o Cédula Viva- mediante el cual el Estado otorga pensiones y compensaciones a los servicios de carácter civil prestados por los trabajadores del Sector Público Nacional, no comprendidos en el Decreto Ley 19.990.

El Decreto Ley 25.897 habilita a los afiliados a la libre elección del sistema pensionario, pudiendo estos elegir entre el sistema estatal a cargo de la Oficina de la Normalización Previsional (ONP) o el privado a cargo de las Administradoras de Fondos Previsionales (AFP).

El pasaje de un sistema al otro se realiza a través de bonos de reconocimiento, emitidos por la ONP a favor del afiliado, por el valor correspondiente a su aportación al sistema estatal. Dicho documento es entregado a la AFP correspondiente, la que acredita el monto en la cuenta individual del cotizante.

Como el SPP no contaba en sus inicios con una pensión mínima garantizada, aquellos trabajadores con salarios inferiores optaron por permanecer en el sistema estatal. Así fue que a fines de 1993 sólo el 43 por ciento de los trabajadores que podían optar por el SPP lo habían hecho efectivamente (Iwasaki, 1996). Sumado a lo anterior, se registró en el primer año una tasa de morosidad cercana al 50 por ciento, lo que conflujo en el casi fracaso de la reforma previsional en Perú.

Para evitar la desaparición del SPP, el Estado peruano se vio obligado a “reformular la reforma” (Iwasaki, 1996), con el fin de generar condiciones competitivas entre el sistema público y privado. Es así que entre 1995 y 2001 se dictaron varias medidas que introdujeron cambios en el sistema previsional vigente. Dentro de las principales modificaciones se destacan la introducción de una pensión mínima en el SPP y la igualación de la edad mínima de jubilación en 65 años para ambos regímenes.

II.3.2 Regulación en materia de inversiones

La introducción de agentes privados en el sistema previsional hace necesaria la regulación por parte del Estado, con el fin de evitar posibles abusos de las AFP, que pudiesen repercutir en una magra o inexistente pensión para los trabajadores. Para ello se dictó la Ley de Sistema Privado de Pensiones, que impone ciertas limitantes a las inversiones de las AFP.

Las AFP estuvieron habilitadas para realizar inversiones en el extranjero, desde que surgieron en 1993, sin embargo, recién en junio del 2000 efectivamente comenzaron esas operaciones. Actualmente, el límite de inversión en el exterior de las AFP, fijado por el Banco Central de Reserva del Perú asciende a 24 por ciento.

Desde fines del 2005, el SPP cuenta con un esquema de fondos múltiples, o multifondos, mediante el cual el afiliado elige el nivel de riesgo que desea asumir por su cuota parte en el fondo de pensión. Actualmente existen tres tipos de fondos entre los cuales puede optar el aportante, dependiendo tanto de la rentabilidad que desee obtener como del riesgo que este dispuesto a asumir. El fondo de tipo 1 (conservador) esta compuesto principalmente por instrumentos de renta fija, y por ende está asociado a un bajo nivel de riesgo. El tipo 2 (balanceado), incluye un porcentaje mayor de instrumentos de renta variable, en tanto que el fondo de tipo 3 (de crecimiento) está compuesto mayoritariamente por instrumentos cuya renta varía según la performance del emisor del título.

Cuadro 2.2 Límites máximos de inversión en renta fija y renta variable⁴³

FONDOS	Rentabilidad Esperada	Riesgo	Inversión en Renta Variable	Inversión en Renta Fija
Fondo Tipo 1 - Conservador	Estable	Menor	10%	No existe límite
Fondo Tipo 2 - Balanceado	Media	Medio	45%	75%
Fondo Tipo 3 - De crecimiento	Alta	Mayor	80%	70%

Fuente: Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones (FIAP)

Las limitaciones a las inversiones definidas por la ley, dependen entonces del tipo de fondo elegido por el cotizante.

II.4 El ejemplo colombiano

II.4.1 Descripción del sistema de Seguridad Social

El régimen de ahorro y capitalización individual comenzó a operar en Colombia en 1994, luego de la aprobación en 1993 de la ley 100 denominada Ley de Seguridad Social, que creó las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), encargadas de la gestión de los Fondos de Pensiones Obligatorias (FPO).

La ley 100 establece las normas para la constitución y el funcionamiento de las AFP, definiendo los planes que estas ofrecen así como las inversiones permitidas, sus límites y las tasas de rentabilidad mínimas para su control. Esta legislación otorga a la Superintendencia Financiera las facultades necesarias para regular el sistema previsional y aplicar las sanciones que ésta considere necesario en caso de incumplimiento de la normativa por parte de las administradoras de fondos.

Actualmente el sistema de pensiones de Colombia consiste en un esquema multipilar, formado en primer lugar por un sistema público no contributivo, denominado primer pilar, y un sistema obligatorio mixto contributivo conformado por dos modelos, uno de prestación definida y otro de contribución definida. El primero es un régimen público solidario de prima media administrado por el Instituto de Seguros Sociales (ISS) y el segundo se define como un sistema privado de ahorro y capitalización individual, cuyo manejo está a cargo de las Sociedades Administradoras de Fondos de Pensiones, entre las que el afiliado puede elegir.

El sistema de seguridad social cuenta también con un tercer pilar de ahorro voluntario, gestionado por las AFP. Los afiliados pueden realizar sus aportes en forma periódica con el fin de complementar su pensión obligatoria. Cada administradora cuenta con una oferta de portafolios diseñados de acuerdo a las necesidades de los cotizantes, ofreciendo diferentes combinaciones de riesgo y retorno. La AFP

⁴³ La ley no establece límites mínimos de inversión en renta variable o renta fija.

invierte estos aportes voluntarios en valores emitidos por empresas, títulos del Estado, así como en activos de origen extranjero.

II.4.2 Régimen de inversión

En un esquema como el colombiano, el objetivo de las AFP es lograr los máximos retornos posibles, identificando la asignación estratégica de activos para el fondo de pensiones. Con el fin de proteger los ahorros de los afiliados y para contar con la seguridad, rentabilidad y liquidez requeridas, la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) regula las estrategias de inversión asumidas por las AFP. La Circular Externa 007 de 1996 determina cuáles son las inversiones admisibles, establece límites máximos por instrumentos e impone requisitos mínimos de calificación por emisor y emisión. El resumen de los límites de inversión por instrumento se detalla en el cuadro siguiente.

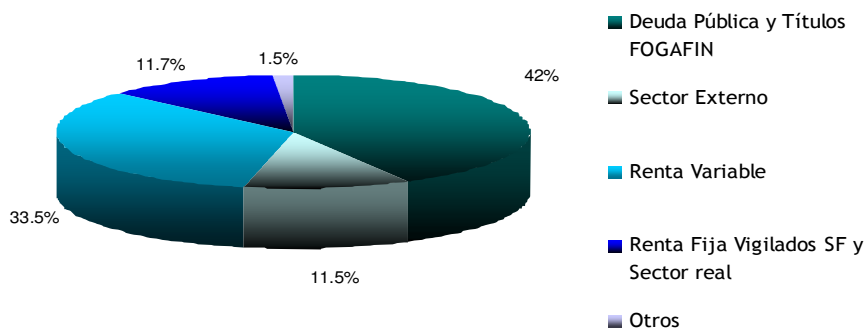
Cuadro 2.3 Límites de inversión para los fondos de pensiones obligatorias⁴⁴

INSTRUMENTOS	Límites Máximos
Deuda Pública	50%
Títulos de FOGAFIN y FOGACOOP	10%
Títulos de renta fija de instituciones vigiladas por la Superintendencia Financiera	30%
Títulos de renta fija de instituciones no vigiladas por la Superintendencia Financiera	30%
Renta Variable	30%
Títulos de emisores del exterior	40%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Asociación Colombiana de Administradoras de Fondos de Pensiones y de Cesantías (ASOFONDOS)

Si bien las AFP colombianas están habilitadas para invertir hasta el 40 por ciento del FPO en el exterior, existe una alta concentración del portafolio de las administradoras privadas en instrumentos locales, principalmente en títulos emitidos por el Estado, los cuales presentan una fuerte correlación en sus rendimientos. Esto incrementa la exposición al riesgo del mercado colombiano, siendo los portafolios más sensibles a los ciclos económicos, sin que esto se vea reflejado en una mayor rentabilidad (Martínez y Murcia, 2007).

⁴⁴ Fondo Nacional de Garantías Financieras Institución del Gobierno Nacional (FOGAFIN), protege la confianza de los depositantes y acreedores de las Instituciones Financieras existentes en Colombia. Fondo de Garantías de Entidades Cooperativas (FOGACOOP), es la entidad administradora del seguro de depósitos de los ahorradores del sector cooperativo financiero.

Gráfico 2.2. Composición del portafolio de las AFP (diciembre 2009)

Fuente: Elaboración propia con base en Superintendencia Financiera de Colombia.

Revez y León (2008) plantean que el marco regulatorio de las inversiones de las AFP restringe el acceso a niveles elevados de retorno por unidad de riesgo. Frente a esta situación, las propuestas de los autores apuntaron a la flexibilización de las restricciones, así como a la utilización del esquema de multifondos adaptando las inversiones al perfil de riesgo de los afiliados. Tal como fue anticipado entonces, el esquema de multifondos comenzará a funcionar a partir del año 2011.

III - UN ENFOQUE *FORWARD LOOKING* DEL MODELO CLÁSICO DE MARKOWITZ Y PRINCIPALES ANTECEDENTES

El presente capítulo se organiza de la siguiente manera. En primer lugar se presenta el modelo clásico de selección de portafolios y el enfoque *forward looking*, utilizado por Della Mea y Juambeltz (2007) para estimar las fronteras de eficiencia. Seguidamente, se distinguen los distintos horizontes de tiempo para los que fue realizado el análisis y se determina la unidad de medida. Por último se presentan los supuestos auxiliares necesarios para poder llevar a cabo las estimaciones empíricas.

III.1 Modelo clásico de selección de portafolios

III.1.1 Conceptos claves

La Teoría de Selección de Portafolios fue desarrollada por Harry Markowitz en su artículo titulado *Portfolio Selection*, publicado en 1952 en el *Journal of Finance*. Allí plantea un modelo de decisión racional para la selección de carteras de un inversor.

El mismo se formula en base a las expectativas de los inversores sobre los retornos esperados para cada activo. Uno de los objetivos del modelo de Markowitz es plasmar de forma gráfica la relación existente entre las expectativas de los agentes y sus posteriores decisiones de inversión. Dichas decisiones se toman en entornos cambiantes, por lo que se introduce la noción de riesgo en el modelo. Estadísticamente, el resultado de acciones cuyos efectos no son conocidos con certeza, suelen plasmarse en distribuciones de frecuencia. Estas últimas se definen como fórmulas matemáticas que proveen un modelo teórico, el que se aproxima de manera aceptable al comportamiento de las variables. Asumiendo normalidad, sólo se necesitan dos medidas para capturar la información relevante de una distribución de frecuencias: la media y la varianza.

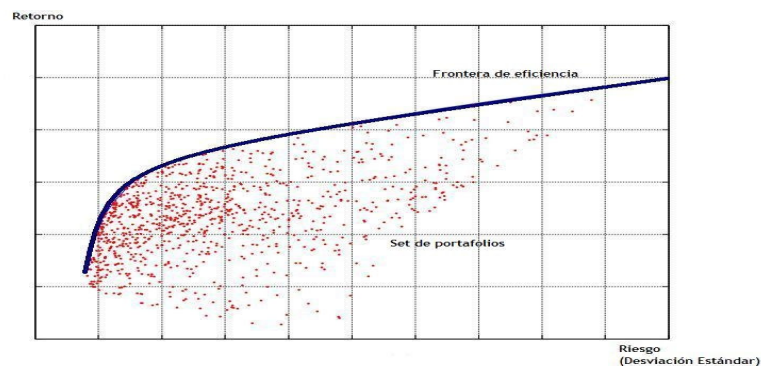
En el modelo clásico, también denominado de media varianza, el retorno esperado de los instrumentos financieros es calculado como la media histórica de dichas variables, en tanto que el riesgo de realización de dicho retorno es aproximado a partir de la desviación de esta variable respecto a su media. El subrogante del riesgo que utiliza es la varianza.

El retorno de un portafolio es también una variable aleatoria, combinación lineal de los retornos ponderados -según su participación en la cartera- de los activos que lo componen. Por su parte, el riesgo no se determina como el promedio ponderado de los riesgos implícitos en cada uno de los activos. La varianza de una variable aleatoria está dada por la suma de las varianzas de sus componentes, más dos veces las covarianzas entre los mismos. La correlación entre los rendimientos de los activos es de vital importancia para el riesgo total de los portafolios, ya que una correlación negativa puede disminuir el riesgo de la cartera. Se desprende de lo anterior que mientras menor sea la correlación entre los rendimientos de los activos, mayores serán los beneficios que se obtengan de la diversificación.

El modelo de media varianza parte del supuesto de la racionalidad de los inversores, por lo que los agentes son maximizadores de retorno y aversos al riesgo. Una cartera será por tanto más eficiente cuanto mayor sea la rentabilidad brindada para un riesgo dado, o menor el riesgo para una rentabilidad determinada.

El set de portafolios que es posible formar a partir de un conjunto de activos, se denomina conjunto de oportunidades. Dentro de este último, existe un subconjunto de carteras que minimiza el riesgo para cada nivel de rendimiento o, lo que es lo mismo, maximiza el rendimiento para un determinado riesgo. Dicho subconjunto se denomina frontera de eficiencia.

Gráfico 3.1 Set de portafolios y frontera de eficiencia teórica



Fuente: Matlab

En síntesis, los activos que componen una cartera de inversiones no deben ser seleccionados únicamente en base a sus características propias, tales como su retorno esperado y su varianza. Los inversores deben tomar en consideración la correlación que presenta el movimiento de dicho activo con los demás componentes del portafolio. Esto permitirá obtener carteras de inversión con igual retorno esperado y menor varianza, denominadas carteras eficientes.

III.1.2 Desarrollo del modelo

En línea con lo expuesto anteriormente, no es correcto suponer que el inversor siempre maximiza el valor presente de su inversión. De ser así, colocaría todos sus fondos en el activo con mayor valor presente y por lo tanto no habría diversificación de carteras. Para Markowitz, la diversificación de portafolios debe ser la regla aunque no debe olvidarse que ésta no elimina completamente el riesgo (Markowitz, 1952).

Existen diversas técnicas mediante las cuales se pueden obtener todas las combinaciones posibles de riesgo y retorno esperado. A partir de este set de portafolios, se seleccionan aquéllos que se consideran óptimos en el sentido anteriormente mencionado, para formar la frontera eficiente.

Formulación matemática

La expresión matemática del modelo dependerá de si la meta asumida por el inversionista se refiere al riesgo o al rendimiento. Dado el objeto de estudio de la presente investigación, se trabajará de aquí en adelante con el modelo que maximiza el rendimiento esperado, minimizando el riesgo aparejado.

Matemáticamente, la maximización de la rentabilidad esperada para un nivel de riesgo dado queda expresada a través del siguiente problema de optimización:

$$\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^N (w_i E(R_i))$$

$$\text{s.a. } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (w_i w_j \sigma_{ij}) \leq \sigma_p^2$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

El retorno esperado del portafolio se expresa como:

- $E(R_p) = \sum_{i=1}^N (w_i E(R_i))$, donde w_i representa la proporción del activo i en el portafolio,

$E(R_i)$ el retorno esperado del activo i en el período de referencia, N el número de activos incluido en el portafolio, σ_{ij} la covarianzas entre los activos i y j y σ_p^2 la matriz de varianzas y covarianzas.

El problema se encuentra sujeto a tres restricciones básicas:

- $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (w_i w_j \sigma_{ij}) \leq \sigma_p^2$

- La suma de los ponderadores debe ser igual a 1:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

- Restricción a la venta corta⁴⁵, es decir los ponderadores son no negativos:

$$w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$$

⁴⁵ La venta en corto se define como la venta de un valor que no se posee al momento de la operación, cuyo precio se espera que descienda en el mercado. Este título deberá ser posteriormente comprado para “cubrir” dicha venta.

A partir de este problema y, mediante la sucesión de algoritmos, se obtiene el conjunto de portafolios eficientes que conforman la frontera en el plano media varianza.

III.1.3 Limitaciones del modelo clásico

El modelo clásico de optimización de portafolios implica diversas limitaciones en su aplicación, como se enumera a continuación.

En primer lugar se resalta la dificultad matemática de su resolución, dado que un número finito de activos puede conducir a la formulación de un número infinito de portafolios. Esta consecuente complejidad de cálculo generó una escasa implementación del modelo durante las primeras décadas luego de su aparición, haciendo necesario un complejo software computacional para su resolución.

Una segunda limitación se origina en los grandes volúmenes de datos necesarios para la resolución del modelo. Un inversor que desee optimizar su cartera mediante un análisis de media varianza, debe conocer el retorno esperado de cada uno de los activos que desee incluir en su portafolio, así como las varianzas y covarianzas de los mismos.

Por otro lado, el modelo considera un número limitado de momentos, la media y la varianza del portafolio, dejando fuera otros momentos que podrían colaborar a una mejor especificación del modelo (Elton y Gruber, 1997). Más allá de dichas limitaciones, el retorno esperado y la varianza permanecen en el centro de la Teoría Moderna del Portafolio.

En lo que respecta al supuesto de normalidad de los retornos, éste ha recibido importantes críticas ya que es difícil que esta hipótesis se cumpla en la realidad. Existe evidencia que permite afirmar que los retornos no respetan esta distribución, entre los que se destacan Fama (1965) y Affleck-Graves y McDonald (1989). En los casos en los que se encuentre sesgo positivo y exceso de curtosis, inconsistente con una distribución normal, se deberían recoger de forma explícita en el modelo los momentos de tercer y cuarto orden (Mendizábal, Miera y Zubia, 2002).

Por último, el modelo clásico de Markowitz utiliza series históricas para su desarrollo, lo que podría introducir sesgos en el cálculo. Esto reduciría la confiabilidad de los resultados si no se realizan ajustes en los valores esperados de los retornos, basados en juicios previos sobre valores razonables esperados para proyecciones fuera de la muestra (Foxley, 1996).

III.2 El enfoque *forward looking*

El presente trabajo continúa la línea de Della Mea et al (2007), basada en la estimación de fronteras de eficiencia con un enfoque *forward looking*. Estos autores realizan su investigación basados en la Teoría Moderna del Portafolio (TMP) de Markowitz (1952), utilizando una visión *forward looking* para estimar los retornos esperados de los activos financieros.

En 2002, Fabozzi, Gupta y Markowitz plantean esta metodología, haciendo una revisión de las diferentes aplicaciones de la TMP utilizadas por los inversores de fin del siglo XX en la selección de carteras. Dichas aplicaciones difieren de las planteadas originalmente por Markowitz a raíz de los cambios en las condiciones iniciales en las que fue planteado el modelo.

Estos autores analizan la posibilidad de estimar los retornos esperados de índices accionarios mediante suposiciones de sus comportamientos futuros. Fabozzi et al (2002), estudian esta alternativa dada la escasa capacidad explicativa que poseen los valores históricos de los retornos sobre su realización futura en contextos macroeconómicos cambiantes.

La evidencia empírica acumulada permite afirmar que la historia es más adecuada para predecir el riesgo futuro que el retorno medio esperado. Por lo tanto, las relaciones media varianza pueden ser muy poco confiables como insumos de modelos de optimización sí no se realiza algún ajuste a los retornos esperados. Estos ajustes pueden basarse en juicios previos sobre valores razonables esperados para proyecciones fuera de la muestra (Foxley, 1996).

Siguiendo esta línea de pensamiento, Della Mea et al (2007) estudian la composición óptima del portafolio de deuda uruguaya, incorporando los valores futuros de la inflación y el tipo de cambio para el cálculo de los costos esperados. En el caso de la inflación, asumen como valor futuro la meta fijada por el Banco Central del Uruguay (BCU). En el caso del tipo de cambio, los autores realizan un análisis de sensibilidad en torno al valor del mismo.

Para el estudio de las varianzas y covarianzas, estos autores plantean una metodología para su cálculo basada en la descomposición de sus elementos. Para ello, Della Mea et al (2007) proponen la disección⁴⁶ de las varianzas y covarianzas en sus principales componentes, utilizando series históricas - de las restantes variables - para dicho análisis.

A nivel internacional, Jara, Gómez y Pardo (2005) aplican esta metodología *forward looking* en la estimación de fronteras de eficiencia para las carteras de inversión de las AFP colombianas. Estos autores incorporan al análisis de los retornos, los valores *forward looking* de la inflación y del tipo de

⁴⁶ Disecar: "Dividir en partes un vegetal o el cadáver de un animal para el examen de su estructura normal o de las alteraciones orgánicas", Real Academia Española.

cambio. Para la primera de estas variables toman la inflación esperada publicada por el Banco de la República de Colombia en la encuesta de expectativas, mientras que para el tipo de cambio utilizan los pronósticos a un año publicados por J.P. Morgan⁴⁷.

III.3 Antecedentes en el tema de inversión de las AFAP para Uruguay

Siandra y Testuri (2002) estudian para el corto plazo la composición óptima de renta variable externa en los portafolios de las AFAP, con el fin de cuantificar las pérdidas de eficiencia derivadas de la restricción a la inversión en el exterior impuesta a las administradoras de fondos. Para realizar el análisis, los autores llevan a cabo estimaciones de las fronteras de eficiencia de Markowitz, seguido de modelos *Value at risk* (VaR) y *Conditional Value at Risk* (C-Var) los que cuantifican las máximas pérdidas posibles con un determinado nivel de confianza. Incluyeron en el análisis 13 índices accionarios y un índice elaborado por los autores a partir de las rentabilidades observadas de las AFAP como *proxy* de las inversiones en renta fija. Los autores destacan la escasa diversificación de activos en los portafolios óptimos (la mayoría compuesto por uno de los mencionados índices accionarios y el indicador de rentabilidad de los títulos de renta fija). Finalmente, se concluye que una liberalización de las restricciones sobre la inversión en el exterior generaría mejores oportunidades de inversión para las administradoras.

Por su parte, el trabajo de Rivero y Valdés (2003) constituye una extensión al trabajo previamente mencionado, e intenta demostrar cuál sería la composición óptima de los portafolios de las AFAP en el corto plazo, al introducir en los mismos instrumentos externos de renta variable. Para realizar este análisis se utiliza el modelo clásico de media varianza y posteriormente se utilizan los enfoques modernos de VaR y C-VaR, con el fin de comparar los resultados. Los autores concluyen que la introducción de estos activos en las carteras de las administradoras habría permitido, para el período 1998-2003, una mejor gestión de las inversiones, mejorando la eficiencia de los portafolios.

III.4 Especificación de los horizontes de inversión

Este trabajo realiza un análisis de fronteras de eficiencia para diferentes horizontes de inversión: 5, 15 y 30 años. El objetivo de esta distinción por período de inversión es ubicar a los diferentes afiliados del sistema en el portafolio que se ajuste mejor a su estrategia de inversión (Revez y León, 2008).

El primer horizonte de inversión evaluado fue el de 5 años, considerado de corto plazo. Éste se corresponde con las personas de edades más avanzadas que están próximos a la edad de jubilación. Para ellos es importante que sus carteras de inversión estén compuestas por activos poco riesgosos.

⁴⁷ Estos datos son publicados en el documento "Exchange Rate Outlook" de JP Morgan (2005).

En el otro extremo, se incorporó al estudio el horizonte de 30 años, a efectos de evaluar qué sucede con los ahorros e inversiones de aquellas personas que ingresaron recientemente al sistema de seguridad social. Existe un principio financiero básico contrastado empíricamente (Bodie, 1995) que determina que, mientras mayor es el porcentaje de renta variable, mayor es el potencial de rentabilidad que se puede obtener, siempre y cuando se refiera a un horizonte de tiempo de largo plazo. Un individuo joven que tiene por delante un extenso período de ahorro antes de llegar a su edad de jubilación, podría estar interesado en que sus ahorros participen en planes de inversión con una mayor participación de renta variable, ya que en el largo plazo es muy probable que se recuperen las pérdidas ocasionadas por crisis puntuales, alcanzando un retorno mayor.

Este principio financiero es el que se encuentra detrás del esquema de multifondos anteriormente mencionado en la versión aplicada en Chile y Perú.

III.5 La Unidad Reajutable como unidad de cuenta

Es importante definir la unidad de cuenta en un estudio de media varianza ya que éste tiene un impacto importante en la volatilidad de los activos, tanto a nivel de media como de varianza de sus retornos. Una vez establecida la unidad en la que se computarán los rendimientos de las carteras, queda determinado el riesgo cambiario al que éstas se verán expuestas.

La Unidad Reajutable (UR) es una unidad de valor que se reajusta mensualmente en función del Índice Medio de Salarios (IMS), publicado por el Instituto Nacional de Estadística. Las Administradoras de Fondos de Ahorro Provisional, de acuerdo a la ley 16.713 deben computar en UR, tanto el capital mínimo exigido por ley, como el fondo previsional y sus ganancias. Por su parte, las cuentas de los afiliados al sistema están denominadas en UR. Esto significa que más allá de no tener pasivos en sus hojas de balance, las AFAP son administradoras de fondos que serán eventualmente entregados a los ahorristas en dicha unidad. Por estas razones este estudio utiliza la UR como unidad de cuenta.

III.6 Supuestos auxiliares

Adicionalmente a los supuestos clásicos del modelo de Markowitz, se utilizaron los supuestos auxiliares que se detallan a continuación.

III.6.1 Riesgos incluidos en el análisis y tasa libre de riesgo

En la literatura financiera se pueden distinguir diferentes tipos de riesgo, entre los que se destacan el riesgo crediticio, riesgo de liquidez, riesgo cambiario y el riesgo país. Con el fin de simplificar el análisis, el estudio tomó en cuenta únicamente el riesgo cambiario.

Tal como fue explicado en el apartado anterior, la unidad de medida considerada para el estudio es la UR, con lo que la tasa libre de riesgo es aquella implícita en los títulos denominados en esta unidad. Dado que actualmente no existe deuda pública denominada en UR, no existe una tasa libre de riesgo para el estudio realizado.

III.6.2 No rebalanceo del portafolio

Como el modelo de Markowitz no permite realizar un análisis dinámico, y siguiendo la literatura referida a este tema (Siandra y Testuri, 2002; Mendizábal, Miera y Zubia, 2002; Ribero y Valdez, 2003; Jara, Gómez y Pardo, 2005; Rodríguez Hernández, 2005; Gutiérrez, 2005 y Pereda, 2007 entre otros), se realizó el estudio bajo el supuesto de no rebalanceo de los portafolios. Concomitantemente con este supuesto, se asumió que todos los activos permanecen en los portafolios hasta su vencimiento, para cada uno de los horizontes de tiempo.

IV. ESTRATEGIA EMPÍRICA Y ANÁLISIS DE DATOS

La estrategia empírica utilizada en el presente trabajo sigue la línea de Della Mea y Juambeltz (2007), basada en la estimación de fronteras de eficiencia con un enfoque *forward looking*. Estos autores realizan su investigación basados en la Teoría Moderna del Portafolio (TMP) de Markowitz (1952), utilizando una visión *forward looking* para estimar los retornos esperados de los activos financieros así como las desviaciones respecto a la media.

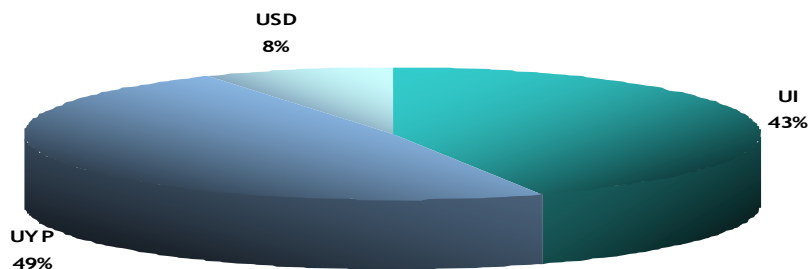
El presente capítulo se organiza de la siguiente manera: primero, se fundamenta la selección de activos utilizados en el estudio, detallando en segundo lugar los valores *forward looking* de las variables relevantes para el análisis. En tercer lugar, se estima el tipo de cambio futuro de corto plazo, mediante un modelo de vectores autorregresivos con corrección del error (VECM). A continuación, se presentan las metodologías para el cálculo de los retornos esperados así como para la matriz de varianzas y covarianzas. Finalmente, se exponen los resultados obtenidos a partir de dichas estimaciones.

IV.1 Selección de activos para el estudio

IV.1.1 Títulos de deuda pública doméstica

El portafolio actual de las AFAP uruguayas está compuesto en más de 85 por ciento⁴⁸ por títulos de deuda pública uruguaya. En lo que respecta a la composición por monedas de los mencionados instrumentos, la tenencia de deuda pública en UI alcanza el 43 por ciento, en tanto que los títulos en pesos nominales (UYP) representan el 49 por ciento y los denominados en dólares americanos (USD) corresponden al 8 por ciento del total de deuda pública en poder de las administradoras.

Gráfico 4.1 Composición por monedas de la deuda pública uruguaya en poder de las AFAP



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU.

Dado el nivel de agregación en la información sobre las carteras de inversión publicada por las administradoras, la que no permite distinguir con exactitud los instrumentos que componen cada literal, y la escasa información disponible sobre el mercado secundario de cada instrumento particular de deuda pública, el trabajo toma como *proxies* de dichos instrumentos las curvas de rendimiento por moneda publicadas por BEVSA al 30 de diciembre de 2009.

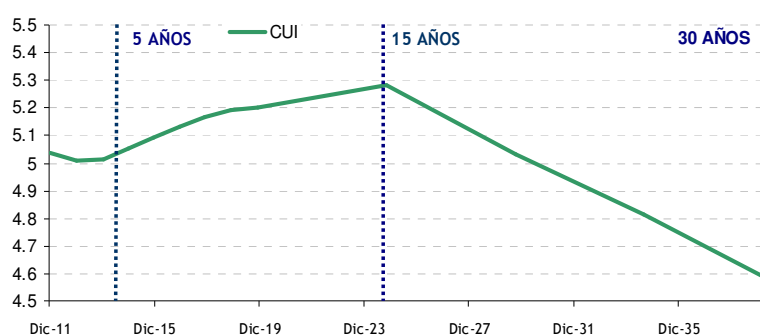
⁴⁸ Datos extraídos del reporte “Memoria trimestral del régimen de jubilación por ahorro individual obligatorio” para diciembre de 2009 publicado por el BCU.

Las curvas de rendimiento - *yield curves* - se calculan diariamente y permiten conocer cuál es el rendimiento actual de conservar determinado instrumento hasta su vencimiento, dados los precios tranzados durante ese día en el mercado secundario. A partir de las mencionadas curvas, es posible observar la estructura temporal de tasas de interés (ETTI) para un tipo específico de riesgo crediticio.

En Uruguay, se encuentran disponibles la Curva Uruguay en Unidades Indexadas (CUI), la Curva Uruguay en Dólares (CUD) y el Índice de Tasas de Rendimiento de Letras de Tesorería en Moneda Nacional (ITLUP), para los papeles en pesos, dólares americanos y UI respectivamente.

La CUI describe la estructura de tasas de interés implícitas en la deuda soberana uruguaya, incluyendo para su cálculo las emisiones de Notas del Tesoro, Letras de Tesorería, Notas del BCU, Letras de Regulación, Bonos Globales y Locales en UI. La misma es calculada por BEVSA desde 2007⁴⁹ para un plazo máximo de 30 años. Tal como se puede apreciar en el gráfico 4.2, la CUI muestra rendimientos decrecientes para horizontes mayores a los 15 años. Dicho comportamiento inusual se debe a la escasez de instrumentos denominados en Unidades Indexadas para los mencionados plazos. Estos rendimientos especialmente bajos para la parte larga de la curva, son consecuencia de una cotización por debajo de la par⁵⁰ en el mercado secundario causada principalmente por la falta de liquidez que exhiben dichos instrumentos en estos mercados.

Gráfico 4.2 Curva de rendimiento de Unidades Indexadas para plazos mayores a 2 años, en porcentaje



Fuente: Elaboración propia en base a BEVSA.

La CUD es concebida a partir de las Letras de Tesorería, Bonos del Tesoro y Bonos Globales del gobierno uruguayo, todos ellos denominados en dólares americanos. Esta curva describe la estructura temporal de las tasas de interés uruguayas en USD.

⁴⁹ Anteriormente se publica otra versión de la CUI siguiendo otra metodología que la actual.

⁵⁰ El vector de precios publicado por el BCU el 30.12.2009 mostró una cotización 88 y 83 por ciento para los bonos en UI con vencimiento en 2030 y 2037 respectivamente.

La ITLUP incluye el rendimiento de todas las letras de tesorería en circulación denominadas en pesos uruguayos, cuyo plazo abarca desde 30 hasta 1.080 días. A diferencia de las restantes curvas que se utilizan en el análisis, la curva de rendimiento de letras en moneda nacional no recoge los rendimientos de los bonos nominales en esta moneda. No obstante, esta curva se utilizó en el presente estudio como un *proxy* de los rendimientos de los títulos de deuda pública denominada en pesos uruguayos.

IV.1.2 Títulos de deuda pública extranjera

Se realizó un análisis exploratorio sobre los posibles instrumentos de renta fija a incluir en el portafolio. En una primera instancia se consideraron bonos de la Eurozona, de países emergentes y de EEUU.

En lo que respecta a los valores denominados en euros, resultó imposible su inclusión en el análisis en razón de que no se cuenta con una serie histórica lo suficientemente larga. El euro comenzó a cotizar en el mercado formal de divisas en 1996, por lo que incluir estos activos implicaría restringir el horizonte de estudio a menos de 15 años, lo que no permitiría realizar el análisis para 15 y 30 años.

Los bonos de países emergentes por su lado, presentan severos inconvenientes a la hora de incluirlos en el análisis, en razón de que no cuentan, simultáneamente, con las características necesarias de disponibilidad de datos, larga historia de la moneda local y riesgo crediticio moderado. Si bien esta última variable se excluyó del análisis, la inclusión de instrumentos con elevado nivel de riesgo país sesgaría los resultados a favor de los mismos.

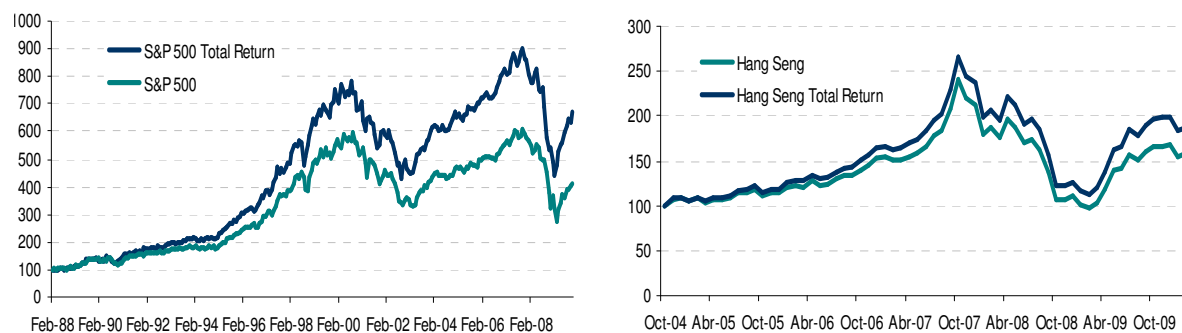
Por último, a modo de representar los mercados de deuda pública de las economías industrializadas, se utilizaron como *proxy* de los bonos de estos países los títulos del tesoro de EEUU. Para ello se trabajó con la *US Treasury Strips BFV curve*, obtenida de Bloomberg al 30 de diciembre de 2009.

IV.1.3 Índices accionarios

Con el fin de incorporar renta variable en las carteras de las AFAP, se utilizaron índices accionarios representativos de los mercados internacionales. Los índices que mejor aproximan los retornos arrojados por los índices accionarios, son los de retorno total, ya que los mismos incluyen ganancias o pérdidas de capital, más dividendos en el caso de acciones o más cupones en el caso de bonos. En cambio, los índices de precios sólo incorporan ganancias o pérdidas de capital, subestimando así el verdadero retorno (Pereda, 2007). Sin embargo, los primeros se encuentran disponibles desde fines de la década del 80, lo que no permite contar con series históricas suficientemente largas para llevar a cabo el presente análisis, especialmente en los portafolios de más largo plazo.

Por causa de esta limitante, se utilizaron índices de precios accionarios, cuyos retornos muestran un comportamiento semejante a los de retorno total. En particular, se tomó el S&P 500 para representar el mercado bursátil de las economías desarrolladas, y el Hang Seng como *proxy* de mercados emergentes (Foxley, 1996) (Siandra y Testuri, 2001). Ambas series fueron extraídas de Bloomberg para el período 1975-2009.

Gráfico 4.3 Evolución del S&P 500 Index, S&P 500 Total Return Index (Índices base 02.1988=100), Hang Seng Index y Hang Seng Index Total Return (Índices base 10.2004=100)⁵¹



Fuente: Elaboración propia en base a Bloomberg

El S&P 500 fue diseñado por *Standard & Poor's* para medir el desempeño de la economía estadounidense a través de cambios en el valor de mercado de las principales 500 empresas que cotizan en bolsa, abarcando todos los sectores de la economía. El índice pondera los diferentes *stocks* a partir de la capitalización bursátil⁵² de las compañías seleccionadas. El mismo fue desarrollado con base 10 para el período 1941-1943 (Bloomberg).

El *Hang Seng Index* fue creado en 1969 por el Hang Seng Bank de Hong Kong, con el objetivo de monitorear el desempeño de las 33 empresas líderes de la *Hong Kong Stock Exchange* (HKES), cubriendo el 65 por ciento de la capitalización total del mercado y los principales sectores de actividad económica. El mismo fue desarrollado con base 100 para julio de 1964.

⁵¹ Hang Seng Index Total Return se encuentra disponible en Bloomberg a partir de 2004, mientras que el S&P 500 Total Return Index lo está desde 1988

⁵² Capitalización bursátil: es el valor de una empresa calculado como resultado de multiplicar las acciones en circulación por su precio de mercado (Investopedia).

Cuadro 4.1 Activos seleccionados para el estudio

Tipo de instrumento	Activo(s) seleccionado(s)	Índice/Curva representativa
Títulos Uruguayos de deuda pública en dólares	Letras de tesorería y Bonos del tesoro y Globales	CUD
Títulos Uruguayos de deuda pública en UI	Letras, bonos y Notas del Tesoro	CUI
Títulos Uruguayos de deuda pública en pesos nominales	Letras de tesorería	ITLUP
Títulos de renta fija del exterior	Bonos de EEUU	US Treasury Strips BFV curve
Índice accionario representativo de economías desarrolladas	S&P 500	S&P 500 Index
Índice accionario representativo de economías emergentes	Hang Seng	Hang Seng Index

Fuente: Elaboración propia

IV.2 Valores *forward looking* de las variables relevantes

IV.2.1 Inflación esperada

Siguiendo a Della Mea et al (2007) se asume como inflación doméstica esperada la meta establecida por el BCU.

De acuerdo al Comunicado del 21 de diciembre de 2009, el Comité de Política Monetaria fijó el objetivo para la tasa de inflación a 18 meses en 5 por ciento anual. El margen de tolerancia establecido fue de 1 por ciento. Siguiendo a los autores, se asume entonces para el presente trabajo que la inflación se distribuye normal en torno al objetivo de política económica, y el 50 por ciento del tiempo el valor se situará dentro del rango meta más/menos 1. Para realizar el presente estudio se asumió que dicha meta se mantendrá constante durante los próximos 30 años, abarcando los tres horizontes analizados.

Tomando el valor antes mencionado, la inflación esperada para 5 años alcanza el 28 por ciento⁵³ para todo el período, 108 por ciento⁵⁴ para 15 años y 332 por ciento⁵⁵ para el total de los 30 años.

⁵³ $\pi_5 = (1 + \pi_1)^5 - 1 = (1 + 0,05)^5 - 1 = 0,28$, siendo π_1 la inflación esperada para un año y π_5 la esperada para 5 años.

⁵⁴ $\pi_{15} = (1 + \pi_1)^{15} - 1 = (1 + 0,05)^{15} - 1 = 1,08$, siendo π_{15} la inflación esperada para 15 años.

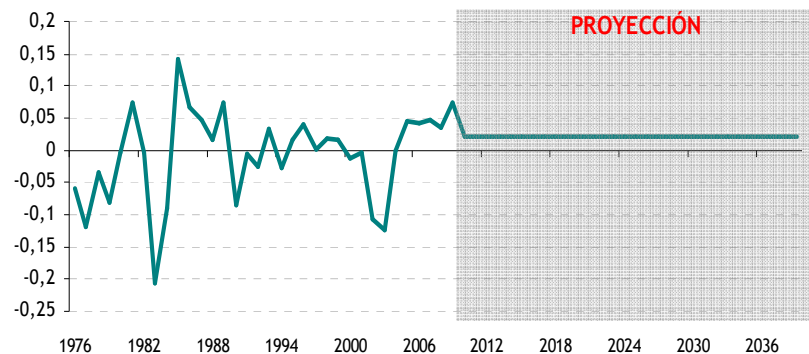
⁵⁵ $\pi_{30} = (1 + \pi_1)^{30} - 1 = (1 + 0,05)^{30} - 1 = 3,32$, siendo π_{30} la inflación esperada para 30 años.

IV.2.2 Índice de Salario Real e Índice Medio de Salarios

Con el fin de medir los retornos esperados en UR, fue necesario incluir en el estudio los valores futuros del IMS. Para ello se tomó como valor del aumento de la productividad en el largo plazo un 2 por ciento anual⁵⁶. Tomando entonces un aumento anual de 2 por ciento para el ISR, y, como se mencionó anteriormente, un aumento de precios de 5 por ciento al año, el incremento anual del IMS quedó determinado en 7 por ciento.

Análogo a lo efectuado para la inflación, se realizaron los cálculos para la variación esperada del ISR obteniendo para 5, 15 y 30 años, tasas de 10, 35 y 81 por ciento respectivamente.

Gráfico 4.4 Evolución observada y estimada del ISR. Índice base diciembre 2002=100



Fuente: Elaboración propia en base a datos del INE y estimaciones propias.

IV.2.3 Tipo de cambio nominal con EEUU y Hong Kong

IV.2.3.1 Estimación para el largo plazo

La teoría de la Paridad de Poderes de Compra (PPC) establece que el tipo de cambio nominal entre las monedas de dos países es igual a la relación entre los niveles de precios de ambos. De acuerdo a esta teoría, un aumento en el nivel de precios de la economía doméstica estará acompañado de una pérdida de poder adquisitivo de la moneda de dicha economía, depreciándose ésta respecto a la moneda extranjera (Krugman y Obstfeld, 2001). La PPC en su versión absoluta predice: $E = P / P^*$

Siendo E el tipo de cambio nominal bilateral entre ambas economías, P^* el nivel de precios de la economía extranjera y P el nivel de precios de la economía nacional.

Si bien la validez universal de la PPC ha sido discutida, lo cierto es que esta teoría ha destacado algunas causas importantes que influyen sobre las variaciones del tipo de cambio (Krugman y Obstfeld, 2001).

⁵⁶ Valor consultado a expertos en el área

En el caso uruguayo, existen diversos trabajos, entre ellos Cancelo, Fernández, Rodríguez, Urrestarazu y Goyeneche (1999), y Bucacos (2004), que comprueban el cumplimiento de la PPC para el largo plazo. Siguiendo a estos autores, se tomó como tasa de crecimiento del tipo de cambio nominal de largo plazo, el diferencial entre la inflación doméstica y la extranjera.

Para el cálculo del tipo de cambio bilateral con EEUU, se consideró como inflación esperada de dicha economía la meta establecida por la Reserva Federal⁵⁷ para el largo plazo, de 2 por ciento anual.

Siguiendo la PPC, la variación del tipo de cambio bilateral con EEUU será, expresada en logaritmos, será en el largo plazo:

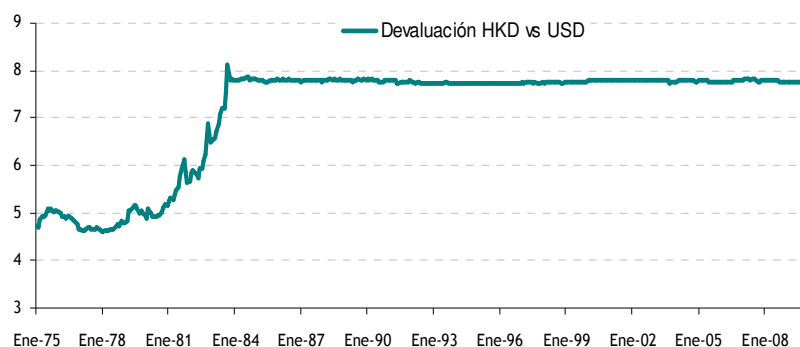
$$\delta = \pi - \pi^* = 5\% - 2\% = 3\%$$

Siendo δ la tasa de depreciación anual esperada del peso uruguayo respecto al dólar estadounidense, π la tasa de inflación anual esperada doméstica y π^* la tasa de inflación anual esperada para el largo plazo en EEUU, todas ellas expresadas en logaritmos.

Los cálculos realizados para los distintos horizontes de inversión, arrojan una depreciación del peso uruguayo frente al dólar americano de 56 por ciento para los próximos 15 años y 143 por ciento para los 30.

En lo que respecta al Hong Kong Dollar (HKD), la autoridad monetaria de Hong Kong tiene como objetivo principal mantener la paridad de la moneda hongkonesa frente al dólar americano. El sistema cambiario de dicha región se caracteriza por estar indexado al USD desde 1983. Dadas las características de esta moneda, se asumió una depreciación del peso contra el HKD de la misma magnitud que la del peso contra el USD.

Gráfico 4.5 Evolución del HKD contra el USD, cantidad de HKD por USD



Fuente: Elaboración propia en base a datos extraídos de Bloomberg

⁵⁷ Según el *Monetary Policy Report to the Congress*, 21 de julio de 2009.

IV.2.3.1 Estimación para el corto plazo: un modelo de corrección del error⁵⁸

Desvíos de la paridad de poderes de compra

Conforme a lo mencionado anteriormente, existe evidencia empírica para Uruguay que confirma el cumplimiento de la PPC en el largo plazo con desvíos transitorios del equilibrio para el corto (Cancelo Fernández y Rodríguez, 1999). Dado que las variables utilizadas en el análisis son integradas de orden 1 y siguiendo a Aboal (2002), se procedió a estimar un Vector con Mecanismo de Corrección del Error (VECM) para determinar estos desvíos.

Bucacos (2004) estima una relación de largo plazo para los precios domésticos, los internacionales y el tipo de cambio nominal, concluyendo -a partir de la metodología de Johansen- que existe una relación de cointegración entre las mencionadas variables.

Una relación de cointegración entre un conjunto de variables indica la existencia de un equilibrio de largo plazo entre las mismas, es decir que las diferencias entre estas variables se presentan estables en el tiempo. Económicamente, esto implica la estacionariedad de los residuos resultantes de la ecuación cointegradora. Para el corto plazo, el VECM permite, a partir de la múltiple interacción entre las variables, estimar la ecuación de corto plazo que asegura la convergencia al equilibrio en el largo plazo.

Para estimar el tipo de cambio de corto plazo, se estudió la relación de largo plazo entre la inflación anual uruguaya medida a través de las variaciones del IPC, la estadounidense calculada a partir de los datos publicados por el *Bureau of Labor Statistics (BLS)* y el tipo de cambio nominal promedio anual publicado por el BCU. Se estimó un VECM (2) a partir de datos anuales para el período 1913-2009 tomando como variables endógenas las tres anteriormente mencionadas y corrigiendo los principales *outliers* de la muestra.

Análisis y principales resultados del modelo

Para comprobar la relación de largo plazo, se realizó el test de cointegración de Johansen. Este test somete a prueba la hipótesis nula de que existen como máximo r vectores cointegrados independientes (rango de cointegración), siendo r positivo y menor al número de variables endógenas del modelo menos uno, mediante la utilización de dos estadísticos: el de traza y el de máximo valor propio.

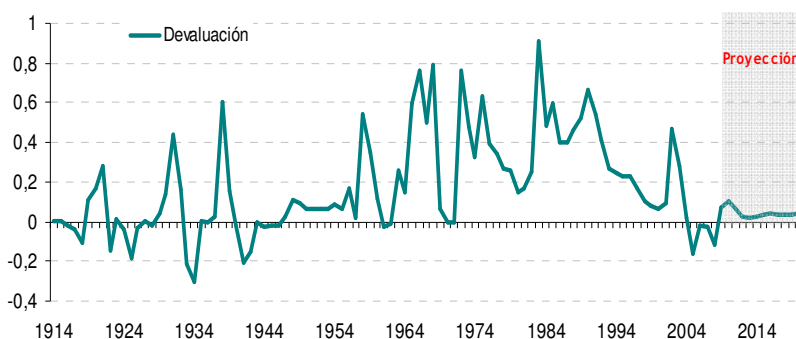
⁵⁸ El procedimiento metodológico utilizado para la estimación del VECM es detallado así como todos los tests econométricos (realizados con Eviews 5) y sus salidas están disponibles en el Anexo Metodológico y Econométrico apartado A.2.

En base a los resultados obtenidos por Bucacos (2004), que confirman el cumplimiento de la PPC en el largo plazo, se restringió el modelo, imponiendo la igualdad entre los coeficientes de largo plazo de las tres variables endógenas. Esta restricción no fue rechazada con un 95 por ciento de confianza. A su vez, para la ecuación de ajuste de corto plazo se impuso un coeficiente igual a cero para la inflación de EEUU, dado que dicha variable no juega un rol activo en el ajuste de corto plazo.

Los resultados obtenidos mostraron la existencia de una relación de cointegración entre las variables endógenas del modelo, con un nivel de significación de 0,05 para ambos estadísticos. El test de normalidad de los residuos efectuado a partir del Jarque Bera, confirmó la normalidad de los mismos, con un 95 por ciento de confianza. Asimismo, los valores de las funciones de autocorrelación de las variables se encontraron dentro de los intervalos de confianza, validando de este modo los resultados obtenidos.

Con el fin de obtener el valor futuro de corto plazo del tipo de cambio, se utilizó el VECM (2) para proyectar dicha variable. La depreciación resultante⁵⁹ para los próximos 5 años fue de 23 por ciento en tanto que a partir de 2017 los valores tienden a converger al 4 por ciento anual, valor en línea con el cumplimiento de la PPC establecida en el apartado anterior. Por su parte, las proyecciones de inflación resultantes del modelo parecen acercarse a la meta de 5 por ciento fijada por la autoridad monetaria.

Gráfico 4.6 Evolución de la depreciación nominal del peso contra el dólar americano, en porcentaje



Fuente: Elaboración propia en base a BCU y proyecciones propias

⁵⁹ Calculada en términos de diferencias logarítmicas.

Cuadro 4.2. Resumen de los valores *forward looking* de las variables relevantes, en porcentajes

Horizonte de tiempo	Inflación	Variación del ISR	Variación del IMS	Devaluación nominal con el USD	Devaluación nominal con el HKD
Tasa anual	5	2	7	3*	3*
5 años	28	10	41	23	23
15 años	108	35	180	56	56
30 años	332	81	683	143	143

* Tasa anual para el largo plazo. Para el corto plazo se utilizaron los valores proyectados a partir del VECM.

Fuente: Elaboración Propia

IV.2.4 Normalidad en los rendimientos de los activos seleccionados

El modelo clásico de Markowitz parte del supuesto de normalidad de las variables utilizadas. Tal como se explicitó en el capítulo III, dicho supuesto es necesario para utilizar la esperanza como medida de rendimiento y la varianza como medida de riesgo. En caso de no cumplirse con este supuesto, la varianza no será un buen indicador de riesgo, ya que la misma no recogerá fielmente la dispersión de los datos entorno a la media. Con el fin de comprobar el cumplimiento de dicho supuesto en los rendimientos de los activos seleccionados, se realizaron los cálculos de curtosis, índice de asimetría y el test del Jarque Bera a un 5 por ciento de significación, para las series de ventanas móviles correspondientes a cada horizonte de estudio⁶⁰.

En el horizonte de 5 años, el S&P 500 es la única serie que no rechaza la hipótesis nula de normalidad del Jarque Bera. Las variaciones del ISR, del salario nominal expresado en moneda extranjera y del Hang Seng no siguen una distribución normal. El salario nominal expresado en moneda extranjera - tanto en dólares americanos como hongkoneses - presenta un coeficiente de asimetría positivo lo que está dando la pauta de una distribución empírica con una cola a la derecha. Al tomar la varianza de estas variables como medida de riesgo, se está omitiendo dicha información, ya que al tomar el promedio de los desvíos respecto a la media, no se recoge la mayor probabilidad de ocurrencia de los valores inferiores al promedio presentes en estas distribuciones. Asimismo, se estaría omitiendo la existencia de valores muy extremos a la derecha de la media. En lo referente al cuarto momento de la distribución (Curtosis), todas las variables muestran tener una distribución platicúrtica, indicando una reducida concentración alrededor de los valores centrales de la variable.

⁶⁰ Ver salidas en el Anexo Metodológico y Econométrico Apartado A.3

Para el estudio a 15 años, las únicas variables que no rechazan la hipótesis nula de normalidad, son la variación del salario real y el rendimiento del S&P 500. La variación del salario expresado en dólares y el rendimiento del Hang Seng a 15 años presentan coeficientes de asimetría significativamente negativos. Al contrario de lo analizado para el horizonte de 5, este coeficiente está indicando una cola a la izquierda en la distribución, por lo que, al tomar la varianza de estas variables como medida de riesgo, se está omitiendo la mayor probabilidad de ocurrencia de los valores superiores al promedio presentes en estas distribuciones. Asimismo, se estaría omitiendo la existencia de valores muy extremos a la izquierda de la media. Al igual que para un horizonte de inversión a 5 años, las variables mostraron ser platicúrticas.

Si bien los datos utilizados para estos horizontes de inversión no siguen una distribución normal como lo plantea la teoría clásica de Markowitz, existe evidencia empírica que afirma que el buen funcionamiento del modelo de media varianza no se debe a la normalidad de las series (Kroll, Levy y Markowitz, 1984). Siguiendo a estos autores, el presente estudio continúa con su meta de aproximar una frontera eficiente más allá de que los datos no se comporten como lo indica la teoría.

De la mano con lo planteado por la Ley de los grandes números⁶¹, en el caso de los 30 años, ninguna de las variables rechazó la hipótesis nula del test de normalidad, con lo que se cumple cabalmente con los supuestos planteados por Markowitz en su trabajo original.

IV.3 Cálculo del vector de retornos esperados⁶²

IV.3.1 Renta fija nacional

IV.3.1.1 Títulos en Dólares

Tal como se enunció en el apartado de selección de activos, el valor esperado del retorno de los títulos de deuda pública uruguaya en dólares se obtuvo a partir de la CUD. Para los vencimientos a 5, 15 y 30 años, las tasas anuales de retorno fueron 4,70 7,36 y 7,88 por ciento⁶³, lo que se corresponde con un rendimiento total para cada horizonte analizado de 26, 190 y 873 por ciento⁶⁴ respectivamente.

Expresado en UR los rendimientos fueron de: 10, 62 y 212 por ciento respectivamente. El cálculo realizado fue el siguiente:

⁶¹ Ley de los grandes números: Sin importar la distribución subyacente de las variables aleatorias, la variable estandarizada converge a una distribución normal estándar.

⁶² Todos los cálculos realizados en este apartado se detallan en el apartado A.1 del Anexo Estadístico

⁶³ Datos correspondientes a la CUD del 30.12.2009.

⁶⁴ Bajo el supuesto de reinversión de los fondos a la misma tasa, los retornos se calcularon de la siguiente manera: $i_5 = (1 + i_1)^5 - 1 = (1 + 0,047)^5 - 1 = 0,26$; $i_{15} = (1 + i_1)^{15} - 1 = (1 + 0,074)^{15} - 1 = 1,90$; $i_{30} = (1 + i_1)^{30} - 1 = (1 + 0,078)^{30} - 1 = 8,73$

$$E(R_{USD}) = \frac{(1+i_{USD})(1+E(\delta_{USD}))}{(1+E(\pi))(1+E(\Delta ISR))} - 1$$

Siendo $E(R_{USD})$ el retorno esperado de los títulos de deuda

pública uruguaya en USD expresado en UR, i_{USD} la tasa de retorno de dichos títulos, obtenida a partir de la curva de rendimientos, $E(\pi)$ la inflación esperada y $E(\Delta ISR)$ la variación esperada del ISR.

IV.3.1.2 Títulos en Unidades Indexadas

Tal como se enunció en el apartado de selección de activos, el valor esperado del retorno de los títulos de deuda uruguaya en UI se obtuvo a partir de la CUI. Para los vencimientos a 5, 15 y 30 años, las tasas anuales de retorno fueron 5,05 5,28 y 4,57 por ciento⁶⁵, lo que se corresponde con un rendimiento total para cada horizonte analizado de 28, 116 y 282 por ciento⁶⁶ respectivamente.

Expresado en UR, dichos rendimientos fueron de: 16, 61 y 111 por ciento respectivamente. El cálculo realizado fue el siguiente:

$$E(R_{UI}) = \frac{(1+i_{UI})}{(1+E(\Delta ISR))} - 1$$

Siendo $E(R_{UI})$ el retorno esperado de los títulos de deuda pública

uruguaya en UI expresado en UR, e i_{UI} la tasa de retorno de dichos títulos obtenida a partir de la curva de rendimientos.

IV.3.1.3 Títulos en pesos uruguayos

La curva de rendimiento para la deuda pública denominada en moneda nacional solamente incluye letras de tesorería, donde el plazo más largo para el que existen tasas de interés es 1.080 días. Dada la escasa información disponible para los horizontes analizados, estos instrumentos financieros sólo fueron incluidos en los portafolios de inversión para plazos de 5 años.

Para el cálculo de la tasa de rendimiento de dichos títulos a 5 años se asumió una prima de riesgo constante e igual al último plazo disponible (1.080 días).

$(1+i_{UYP}) = (1+i_{UI})(1+E(\pi))(1+\rho)$, siendo ρ la prima por riesgo e i_{UYP} la tasa de retorno de los títulos de deuda emitidos en moneda nacional obtenido a partir de la ITLUP.

En una primera instancia se calculó la prima por riesgo anual implícita para las letras a 1.080 días:

$$\rho = \frac{(1+i_{UYP})}{(1+i_{UI})(1+E(\pi))} - 1$$

⁶⁵ Datos correspondientes a la CUI del 30.12.2009.

⁶⁶ Bajo el supuesto de reinversión de los fondos a la misma tasa, los retornos se calcularon de la siguiente manera: $i_5 = (1+i_1)^5 - 1 = (1+0,05)^5 - 1 = 0,28$; $i_{15} = (1+i_1)^{15} - 1 = (1+0,053)^{15} - 1 = 1,16$; $i_{30} = (1+i_1)^{30} - 1 = (1+0,046)^{30} - 1 = 2,82$.

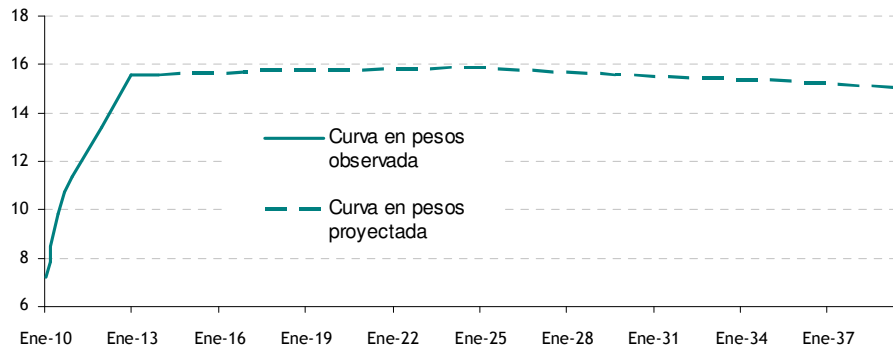
Añadiendo dicha prima y la inflación anual esperada a la tasa en UI a 5 años de la CUI, se obtuvo una aproximación a la tasa de rendimiento anual en pesos a 5 años.

Expresado en UR:

$$E(R_{UYYP}) = \frac{(1 + i_{UYYP,5})}{(1 + E(\pi))(1 + E(\Delta ISR))} - 1$$

Siendo $E(R_{UYYP})$ el retorno esperado de los títulos de deuda pública emitida en pesos uruguayos expresado en UR.

Gráfico 4.7 Curva de rendimiento en pesos y UI para Uruguay al 30 de diciembre de 2009



Fuente: Elaboración propia en base a datos de BEVSA y estimaciones propias.

IV.3.2 Bonos del Tesoro de EEUU

Tal como se expuso en el apartado IV.1.2, se utilizó la curva de rendimiento *US Treasury Strips BFV curve*, publicada por Bloomberg, para calcular los rendimientos de los bonos estadounidenses de los diferentes horizontes considerados. Las tasas anuales utilizadas para 5, 15 y 30 años fueron 2,76, 4,63 y 4,66 por ciento⁶⁷, lo que se corresponde con un rendimiento total para cada horizonte analizado de 15,97 y 292 por ciento⁶⁸ respectivamente.

En términos de UR los rendimientos fueron los siguientes: 0, 10 y 22 por ciento respectivamente. El cálculo realizado fue el siguiente:

$$E(R_{EEUU}) = \frac{(1 + i_{EEUU})(1 + E(\delta_{USD}))}{(1 + E(\pi))(1 + E(\Delta ISR))} - 1$$

Siendo $E(R_{EEUU})$ el retorno esperado de los bonos de

EEUU expresado en UI y i_{EEUU} el retorno en dólares de los bonos norteamericanos.

⁶⁷ Datos al 31.12.2009.

⁶⁸ Bajo el supuesto de reinversión de los fondos a la misma tasa, los retornos se calcularon de la siguiente manera: $i_5 = (1 + i)^5 - 1 = (1 + 0,028)^5 - 1 = 0,15$; $i_{15} = (1 + i)^{15} - 1 = (1 + 0,0463)^{15} - 1 = 0,97$; $i_{30} = (1 + i)^{30} - 1 = (1 + 0,0466)^{30} - 1 = 2,92$.

IV.3.3 Índices accionarios

Los índices accionarios se caracterizan por ser series de tiempo no estacionarias cuya primera diferencia del logaritmo -la rentabilidad del activo- tiende a comportarse como ruido blanco. Estas características dificultan la modelización econométrica de los índices e inhabilitan la posibilidad de realizar proyecciones robustas de los mismos (Novales, 2004). Es así que, a diferencia de lo realizado con los activos de renta fija para los cuales se utilizó un valor *forward looking* de los retornos, para los instrumentos de renta variable se tomó como valor esperado el promedio histórico de los mismos.

En la literatura financiera se distingue entre las rentabilidades porcentuales y logarítmicas (Novales, 2004). La rentabilidad porcentual de un índice accionario se define como:

$$R_t = 100 * \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

La rentabilidad logarítmica en un período de 5 años, se define como:

$$r_5 = 100 * (\ln P_t - \ln P_{t-5})$$

Las diferencias entre estos dos tipos de rentabilidades son pequeñas para períodos cortos de tiempo así como para períodos de estabilidad (Novales, 2004) ya que los logaritmos tienden a suavizar los ciclos. Con el fin de hacer comparables estas rentabilidades con las obtenidas a partir de las curvas de rendimientos para los instrumentos de renta fija⁶⁹, se procedió a calcular los retornos esperados de los índices accionarios como rentabilidades porcentuales.

Para la determinación de los retornos esperados de los índices accionarios, se asumió que el índice se comportará en el futuro de la misma forma que lo hizo durante todo el período de estudio. A su vez se supuso un comportamiento lineal acumulativo en el rendimiento del mismo.

En una primera instancia se calculó el crecimiento total del índice a lo largo del período de estudio (1975-2009). Luego se procedió a anualizar dicho valor obteniendo el retorno promedio anual de dicho período. Se asumió como valor esperado del rendimiento del índice el valor del promedio anual previamente mencionado, calculado para el horizonte de tiempo correspondiente a cada análisis. En suma, para el horizonte de 5 años se calculó el retorno promedio anual de toda la historia del índice, se anualizó y luego se elevó dicha tasa a la 5, obteniendo el valor esperado del rendimiento del índice para 5 años. En forma análoga se calcularon los retornos para los horizontes de 15 y 30 años.

⁶⁹ Las curvas de rendimiento se calculan a partir de las variaciones porcentuales de los precios de los activos.

Matemáticamente,

$$R_{PERÍODO} = \frac{P_{2009} - P_{1975}}{P_{1975}}$$

$$R_A = (1 + R_{PERÍODO})^{1/34} - 1$$

$$R_H = (1 + R_A)^H - 1$$

Siendo P_{2009} el precio del activo a diciembre de 2009, P_{1975} el precio del activo a diciembre de 1975, $R_{PERÍODO}$ el retorno a lo largo de todo el período de estudio, R_A el retorno anual promedio de dicho período y R_H el rendimiento del activo para el período H (siendo H 5, 15 y 30 años)

Durante el período 1975-2009 el retorno promedio obtenido para 5 años del S&P fue de 61 por ciento, expresado en dólares americanos. En términos de UR fue de 41 por ciento. El cálculo realizado fue el siguiente:

$$E(R_{SP}) = \frac{(1 + E(i_{SP}))(1 + E(\delta_{USD}))}{(1 + E(\pi))(1 + E(\Delta ISR))} - 1 \text{ Siendo } E(R_{SP}) \text{ el retorno esperado del índice accionario S\&P}$$

500 expresado en UR y i_{SP} es la tasa de retorno en dólares americanos de dicho índice.

De forma análoga a los cálculos realizados para el S&P 500, los efectuados para el Hang Seng arrojaron un resultado de 76 por ciento en dólares hongkoneses y 53 por ciento en términos de UR. El cálculo realizado fue el siguiente:

$$E(R_{HS}) = \frac{(1 + E(i_{HS}))(1 + E(\delta_{HKD}))}{(1 + E(\pi))(1 + E(\Delta ISR))} - 1 \text{ Siendo } E(R_{HS}) \text{ el retorno esperado del Hang Seng}$$

expresado en UR, i_{HS} es la tasa de retorno en dólares hongkoneses de dicho índice y δ_{HKD} la depreciación de la moneda nacional frente al dólar hongkonés.

Los rendimientos para 15 y 30 años se calcularon en forma análoga a lo realizado para 5 años.

IV.3.4 Vectores de retornos esperados

Siendo la matriz genérica:

$$RET_t = [E(R_{USD}) \quad E(R_{ULt}) \quad E(R_{UYB}) \quad E(R_{EEUQ}) \quad E(R_{SPt}) \quad E(R_{HSr})]$$

Los vectores de retornos resultantes de las operaciones efectuadas fueron los siguientes:

$$RET_{\cdot 5} = [0,10 \quad 0,16 \quad 0,47 \quad 0,00 \quad 0,41 \quad 0,53]$$

$$RET_{\cdot 15} = [0,62 \quad 0,61 \quad 0,098 \quad 1,33 \quad 2,04]$$

$$RET_{\cdot 30} = [2,02 \quad 1,11 \quad 0,22 \quad 4,4 \quad 8,2]$$

IV.4 Una medida de riesgo: matriz de varianzas y covarianzas con ventanas móviles⁷⁰

IV.4.1 Análisis de riesgo para un horizonte de 5 años

Con el fin de aproximar el riesgo implícito en la tenencia de activos financieros durante un período de 5 años, para el cálculo de las varianzas se tomaron las series de ventanas móviles mensuales para 5 años de las diferencias logarítmicas⁷¹ de las distintas series utilizadas. Dada la fuerte inestabilidad que presentan las series históricas de las variables nominales, se buscó combinar las variables de modo tal de trabajar, en la medida de lo posible, con variables reales, cuyas fluctuaciones son más moderadas y responden a cambios en los fundamentos de la economía. En el caso de los activos en moneda extranjera, se trabajó con la variable salario en dólares (tanto americanos como hongkoneses) que mide la evolución del salario nominal uruguayo expresado en moneda extranjera. Los únicos activos cuyas volatilidades no pudieron ser expresadas en términos reales fueron los bonos uruguayos en pesos nominales, dado que el riesgo en estos títulos viene dado únicamente por la evolución del salario nominal.

Tomar como volatilidad esperada de los bonos uruguayos en pesos el comportamiento histórico de la inflación nacional, implicaría asumir un riesgo total esperado para dichos papeles de 95 por ciento para un horizonte de 5 años. Partiendo del supuesto que la inflación se comportará como una variable normal alrededor de la meta establecida por el BCU, más/menos 1 por ciento en el 50 por ciento de los casos, se calculó la varianza esperada de esta variable a partir de su distribución.

⁷⁰ Los cálculos efectuados para este apartado se detallan en el apartado A.3 del Anexo Estadístico

⁷¹ Véase Noveles (2004).

Finalmente, una vez calculadas las series de ventanas móviles, se procedió a estudiar la estacionariedad⁷² de las mismas con el fin de comprobar que las variables de estudio oscilan de forma constante en el tiempo respecto a su media.

IV.4.1.1 Disección de los elementos de la matriz de varianzas a 5 años

Siguiendo a Della Mea et al (2003), se calcularon las varianzas mediante la descomposición de sus elementos.

Títulos de deuda pública uruguaya en dólares

$$V(R_{USD}) = V\left(\frac{(1+i_{USD})(1+\Delta USD)}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(\delta_{USD} - \dot{ims}) = V(\dot{ims} - \delta_{USD})^{73}$$

Siendo, ΔUSD la tasa de depreciación nominal del peso frente al dólar para el período de 5 años.

δ_{USD} representa la depreciación calculada en términos logarítmicos y el \dot{ims} la variación en 5 años del IMS respecto al tiempo también en términos logarítmicos. De aquí en adelante se utilizará la notación minúscula como representativa de los valores expresados en logaritmos.

En síntesis, la varianza de los retornos de los títulos uruguayos en dólares está determinada por la variación del salario nominal en dólares.

Títulos de deuda pública uruguaya en Unidades Indexadas

$$V(R_{UI}) = V\left(\frac{(1+i_{UI})}{(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(\dot{isr})$$

Estudiar el comportamiento de la varianza de los retornos de los títulos uruguayos en UI es equivalente a estudiar el comportamiento de la varianza de la variación del índice de salario real. Se observa que el riesgo implícito en estos activos viene determinado por la evolución del salario real.

Títulos de deuda pública uruguaya en Pesos nominales

Tal como se mencionó anteriormente, dado que el riesgo de los papeles en pesos nominales está determinado por la evolución de una variable nominal, se descompuso esta última en una variable real (ISR) y una variable con distribución normal conocida (inflación).

⁷² Las salidas se encuentran disponibles.

⁷³ La i_{USD} al igual que todas las tasas de retorno de los instrumentos de renta fija, no presenta varianza ya que se trata de un valor no estocástico obtenido a partir de la curva de rendimiento.

$$V(R_{UYP}) = V\left(\frac{(1+i_{UYP})}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(-\pi) + V(-\dot{isr}) + 2COV(\pi, \dot{isr}) = V(\pi) + V(\dot{isr})$$

La varianza de la inflación fue calculada a partir de su distribución⁷⁴. Por otro lado, se asume independencia entre la inflación y la variación del ISR para un período de 5 años. Si bien en el muy corto plazo la inflación genera una caída del salario real, la variación de precios no debería tener efectos en el mediano y largo plazo sobre el ISR dado el actual mecanismo de ajuste de los salarios nominales⁷⁵, mecanismo que asegura la indexación de los mismos a la inflación.

Tal como se aprecia en la ecuación, el riesgo en este tipo de activos, está determinado por las fluctuaciones de la inflación y del aumento de salario real.

Títulos del Tesoro de EEUU

$$V(R_{EEUU}) = V\left(\frac{(1+i_{EEUU})(1+\Delta USD)}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(\delta_{USD} - \dot{ims}) = V(\dot{ims} - \delta_{USD})$$

Se observa que la varianza de estos títulos es idéntica a la de los títulos de deuda pública uruguaya denominados en dólares, ya que el riesgo asociado a ambos instrumentos está determinado por las mismas variables (riesgo cambiario y aumento del salario nominal).

Índices accionarios

$$V(R_{SP}) = V\left(\frac{(1+i_{SP})(1+\delta_{USD})}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(i_{SP} + \delta_{USD} - \dot{ims}) = V(i_{SP}) + V(\delta_{USD} - \dot{ims})$$

Para el siguiente estudio se asumió independencia entre el retorno del S&P 500 y el salario nominal en dólares americanos. Dicha hipótesis no fue rechazada empíricamente con un 95 por ciento de confianza⁷⁶.

$$V(R_{HS}) = V\left(\frac{(1+i_{HS})(1+\delta_{HKD})}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(i_{HS} + \delta_{HKD} - \dot{ims}) = V(i_{HS}) + V(\delta_{HKD} - \dot{ims})$$

Análogamente al caso del S&P 500, se asumió independencia del retorno del Hang Seng y del salario nominal en dólares hongkoneses. Dicha hipótesis no fue rechazada empíricamente al 5 por ciento de significación⁷⁷.

⁷⁴ Ver Anexo Estadístico, apartado A.2.

⁷⁵ A partir de 2005, se reestructuró el marco institucional en el que se desarrollan las relaciones laborales, teniendo como principal elemento de cambio la reconvocatoria de los Consejos de Salarios, donde se ajustan semestralmente los salarios nominales con el fin de mantener (o incrementar) el poder de compra de los mismos.

⁷⁶ Ver las salidas de la prueba de significación de Wald en Anexo Estadístico, apartado A.5.

Se puede observar que el riesgo implícito en este tipo de activos está determinado por el riesgo cambiario y la variación del salario nominal (al igual que el de los instrumentos de renta fija denominados en moneda extranjera), más las fluctuaciones del retorno del propio índice.

IV.4.2 Análisis de riesgo para horizontes de 15 y 30 años

Análogamente a lo realizado para un plazo de 5 años y con el fin de aproximar el riesgo implícito en la tenencia de activos financieros durante un horizonte de 15 y 30 años, para el cálculo de las varianzas se tomaron las series de ventanas móviles mensuales de las diferencias logarítmicas a dichos períodos.

IV.4.3 Comportamiento de las variables relevantes para el cálculo de las varianzas

Las variables relevantes para el cálculo de las varianzas son: la variación del salario nominal en dólares (americanos y hongkoneses); la variación del ISR y los retornos de los índices, ya que como fue demostrado anteriormente entre estas cuatro variables se recoge toda la varianza de los distintos instrumentos.

Con el fin de estudiar el comportamiento de dichas variables, se analizó el orden de integración de las series de ventanas móviles, encontrando que todas, a excepción del SP 500, son integradas de orden 0 con un nivel de confianza de al menos 90 por ciento⁷⁸, tanto para las variaciones a 5 como a 15 años durante el período 1975-2009.

Este comportamiento de las series permitió utilizar la varianza de la serie de ventanas móviles como *proxy* del riesgo implícito de mantener los activos durante un período de 5 y 15 años respectivamente.

En el caso del S&P 500 se encontró que la misma es integrada de orden 1. Siguiendo la metodología de Box y Jenkins (1970), se estudió la estructura ARMA de dicha serie, encontrando que se comporta como un *random walk* sin deriva. Dicha estructura autorregresiva no nos permite inferir sobre el comportamiento futuro de su varianza, ya que esta es variante en el tiempo. No obstante estas características, y dada la falta de antecedentes en el tema, se utilizó al igual que para las demás series, la varianza de la serie de ventanas móviles como *proxy* del riesgo.

En el caso de las variaciones a 30 años, dada la escasez de datos históricos para este plazo de análisis, no fue posible realizar las pruebas de estacionariedad de las series, lo que impide realizar inferencias sobre la trayectoria de las mismas.

⁷⁷ Ver las salidas de la prueba de significación de Wald en Anexo Estadístico, apartado A.5.

⁷⁸ Se realizó el test de Dickey-Fuller Aumentado para todas las series. El nivel de significación con el que se realizaron los mismos varían entre 1, 5 y 10 por ciento dependiendo de la serie analizada. Ver salidas en el apartado A.1 del Anexo Metodológico y Econométrico.

IV.4.4 Cálculo de las covarianzas entre los activos

Para el cálculo de las covarianzas⁷⁹ entre las variables se asumió que la correlación entre ellas se mantiene estable en el tiempo, más allá de cambios en el nivel de cada una. Con el fin de estimar las covarianzas entre las distintas variables para cada uno de los plazos estudiados, se hallaron los distintos coeficientes de correlación entre las series⁸⁰. Utilizando estos coeficientes y mediante el uso de las varianzas previamente calculadas a través del método de ventanas móviles, se arribó a un valor para las covarianzas para cada uno de los períodos analizados.

IV.4.5 Riesgo global de los portafolios: matrices de varianzas y covarianzas

Siendo la matriz genérica:

$$\begin{bmatrix} V(R_{USD}) & Cov(R_{USD}, R_{UI}) & Cov(R_{USD}, R_{UYP}) & Cov(R_{USD}, R_{EEUU}) & Cov(R_{USD}, R_{SP}) & Cov(R_{USD}, R_{HS}) \\ & V(R_{UI}) & Cov(R_{UI}, R_{UYP}) & Cov(R_{UI}, R_{EEUU}) & Cov(R_{UI}, R_{SP}) & Cov(R_{UI}, R_{HS}) \\ & & V(R_{UYP}) & Cov(R_{UYP}, R_{EEUU}) & Cov(R_{UYP}, R_{SP}) & Cov(R_{UYP}, R_{HS}) \\ & & & V(R_{EEUU}) & Cov(R_{EEUU}, R_{SP}) & Cov(R_{EEUU}, R_{HS}) \\ & & & & V(R_{SP}) & Cov(R_{SP}, R_{HS}) \\ & & & & & V(R_{HS}) \end{bmatrix}$$

La matriz de varianzas y covarianzas calculada para el horizonte de 5 años es:

$$\begin{bmatrix} 0,297 & -0,053 & -0,065 & 0,297 & 0,297 & 0,265 \\ -0,053 & 0,028 & 0,028 & -0,053 & -0,049 & -0,047 \\ -0,065 & 0,028 & 0,051 & -0,065 & -0,063 & -0,053 \\ 0,297 & -0,053 & -0,065 & 0,297 & 0,297 & 0,265 \\ 0,297 & -0,049 & -0,063 & 0,297 & 0,412 & 0,268 \\ 0,265 & -0,047 & -0,053 & 0,265 & 0,268 & 0,469 \end{bmatrix}$$

La matriz de varianzas y covarianzas calculada para el horizonte de 15 años es:

$$\begin{bmatrix} 0,151 & -0,039 & 0,151 & 0,151 & 0,170 \\ -0,039 & 0,029 & -0,039 & -0,034 & -0,043 \\ 0,151 & -0,039 & 0,151 & 0,151 & 0,170 \\ 0,151 & -0,034 & 0,151 & 0,276 & 0,179 \\ 0,170 & -0,043 & 0,170 & 0,179 & 0,589 \end{bmatrix}$$

La matriz de varianzas y covarianzas calculada para el horizonte de 30 años es:

$$\begin{bmatrix} 0,016 & -0,013 & 0,016 & 0,016 & 0,017 \\ -0,013 & 0,034 & -0,013 & -0,011 & -0,014 \\ 0,016 & -0,013 & 0,016 & 0,016 & 0,017 \\ 0,016 & -0,011 & 0,016 & 0,059 & 0,020 \\ 0,017 & -0,014 & 0,017 & 0,020 & 0,104 \end{bmatrix}$$

⁷⁹ Los cálculos realizados se encuentran en el apartado A.4 del Anexo Estadístico.

⁸⁰ Se calcula este coeficiente utilizando la serie histórica para todo el período de estudio de las variaciones mensuales de cada una de las variables.

IV.5 Principales resultados de la estrategia empírica

Puede observarse en las matrices precedentes un comportamiento similar entre las variables de estudio en los diferentes horizontes de tiempo. Las covarianzas entre las mismas mantienen el signo incambiado para los distintos plazos analizados. Dicha particularidad se desprende de la forma de cálculo de estos momentos. Tal como se mencionó en el apartado 4.4 del presente capítulo, se asumió una correlación constante en el tiempo entre las variables, lo que explica que el signo de las covarianzas no cambie más allá del horizonte de inversión considerado.

Dado el enfoque con el que se realiza el estudio, las varianzas de las variables y por ende sus covarianzas, quedan determinadas por las relaciones entre las monedas en las que están definidas. Para el caso particular de los títulos de renta fija esta es la única fuente de fluctuaciones. En el caso de los instrumentos de renta variable, debe añadirse las propias variaciones en el tiempo de su tasa de rendimiento.

Tal como puede esperarse, los rendimientos de los títulos en moneda extranjera y en moneda local, tanto nominal como real, están negativamente correlacionados. Esto se explica porque cuando hay una depreciación fuerte de la moneda, los precios de la economía doméstica aumentan, pero en menor medida que la variación del tipo de cambio (el pass through del tipo de cambio a la inflación es menor que uno). Esto provoca que los rendimientos de los instrumentos denominados en moneda extranjera aumenten, aunque menos que proporcionalmente a lo que aumenta el tipo de cambio, en tanto que los rendimientos de los títulos en moneda local se ven disminuidos.

Cuadro 4.3 Resumen de los principales resultados arribados, en porcentaje⁸¹

	5 AÑOS		15 AÑOS		30 AÑOS	
	Retorno esperado	Riesgo	Retorno esperado	Riesgo	Retorno esperado	Riesgo
Bonos uruguayos USD	9,7	5,4	61,6	3,9	202	1,3
Bonos uruguayos en UI	15,9	1,7	60,8	1,7	111	1,8
Bonos uruguayos en UYP	46,6	2,3	N/A	N/A	N/A	N/A
Bonos EEUU	0,0	5,4	9,8	3,9	22	1,3
S&P 500	40,6	6,4	133,0	5,3	440	2,4
Hang Seng	53,6	6,8	204,0	7,7	820	3,2

Fuente: Elaboración propia en base a estimaciones y cálculos propios

Tal como se observa en el cuadro 4.3, en tanto que los retornos aumentan en forma acumulativa a medida que se extiende el horizonte de inversión, el riesgo de los activos disminuye cuanto mayor es el plazo.

⁸¹ Los riesgos son expresados en términos de desvíos estándar.

Para los horizontes de inversión de mediano y corto plazo, los activos con menor riesgo en los portafolios son los bonos uruguayos denominados en UI (1,7 para 5 y 15 años), dada la unidad de medida adoptada en la presente investigación. Sin embargo, para los horizontes de largo plazo, los instrumentos que presentan menor riesgo asociado, son los títulos de renta fija denominados en dólares americanos (1,3 por ciento). Esto se debe en gran medida al sesgo inducido por el método de cálculo de las varianzas.

Tal como se explicó anteriormente, el riesgo de los papeles denominados en moneda extranjera está determinado por las variaciones del salario nominal expresado en dichas monedas. Al calcular la varianza de la variable “variación del salario nominal en moneda extranjera” (denominada en este capítulo como SalME), implícitamente se calcula la covarianza entre la variación del tipo de cambio y la variación del salario nominal. La metodología de ventanas móviles utilizada, tiende a sobreestimar las covarianzas entre estas dos variables dada la fuerte correlación que tienen entre sí los datos de cada una de las series.⁸² A su vez, por la construcción de SalME, la depreciación de la moneda nacional y la variación del salario nominal se encuentran inversamente relacionadas (SalME = depreciación de la moneda- variación del salario nominal). La mencionada sobreestimación de las covarianzas (que tiene un efecto negativo sobre la varianza de SalME), provoca que la varianza de los títulos denominados en moneda extranjera se vea subestimada.

En línea con lo esperado, los instrumentos con mayor retorno son los activos de renta variable, cuya rentabilidad asciende en el horizonte de corto plazo, a 41 y 54 por ciento para el S&P 500 y el Hang Seng respectivamente. A su vez, estos son los activos que presentan los mayores niveles de riesgo asociado, del orden de 41 y 47 por ciento respectivamente. Se destaca entre ambos el Hang Seng, con un crecimiento del 13 por ciento acumulativo anual -frente al 10 por ciento del S&P 500- ya que además de ser un instrumento de renta variable, representa un mercado emergente de creciente dinamismo como es el mercado chino.

Cabe recalcar el buen desempeño de los papeles de deuda pública uruguaya denominados en moneda nacional, los que muestran rendimientos comparables a los de los índices accionarios para el corto plazo (47 por ciento versus 41 y 54 por ciento respectivamente). Se puede apreciar que los agentes siguen descontando una depreciación de la moneda local frente al dólar americano, más allá de la situación actual de la divisa norteamericana, la cual se ha venido depreciando en este último tiempo - 7 por ciento total para los últimos 5 años⁸³ - frente a las principales monedas internacionales.

⁸² Recordar que la metodología de ventanas móviles genera una fuerte correlación entre los datos de una misma serie de tiempo ya que cada dato se diferencia del anterior en solamente un dato de la serie original.

⁸³ El *FED Dollar Index* indica una depreciación del dólar del 7 por ciento frente a una canasta de monedas compuesta por las divisas de los principales socios comerciales de EEUU.

Corresponde resaltar el bajo retorno junto al elevado riesgo -en términos relativos- que presentan los *treasuries* americanos. Si bien dichos títulos están libres de riesgo crediticio⁸⁴, no lo están de riesgo cambiario para un agente cuya unidad de cuenta es la UR, como es el caso de las AFAP.

Por último, pero no menos importante, es necesario explicitar ciertos aspectos de la metodología utilizada para el cálculo de las varianzas. El método de ventanas móviles no es otra cosa que el cálculo de medias móviles para el conjunto de las observaciones. Este procedimiento es utilizado por los métodos de ajuste estacional, como el X11 y X12 ARIMA, para suavizar ciclos. El efecto de esta suavización será mayor cuanto más amplias sean las ventanas.

Para el horizonte de inversión de corto plazo, el efecto de suavización no presenta mayores problemas dado la pequeña amplitud de las ventanas. Cuando se realiza este procedimiento con ventanas mensuales a 30 años, en cambio, el impacto en las varianzas es tal, que invalida parcialmente las interpretaciones sobre las mismas. En este estudio se calcularon las varianzas de todos los diferentes activos incluidos en el portafolio utilizando el método anteriormente detallado, por lo que el efecto de suavización se da en todos los casos⁸⁵, permitiendo comparar dichos desvíos.

En síntesis, los principales resultados expuestos en este apartado se encuentran en línea con lo anticipado por la teoría financiera clásica. Los instrumentos de renta variable muestran mayor riesgo y retorno que los títulos de deuda, por lo que cabría esperar la presencia de estos activos en portafolios eficientes de mayor riesgo y retorno que los alcanzables actualmente por las administradoras de fondos de pensión.

⁸⁴ Riesgo que no es tomado en cuenta en este análisis.

⁸⁵ Si bien el efecto se da en todos los casos, el mismo es mayor cuanto mayor la volatilidad del activo subyacente. Esta diferencia no fue tomada en consideración para realizar el presente análisis.

V. RESULTADOS Y SENSIBILIDADES DEL MODELO

Con el objetivo de analizar cuál sería el impacto sobre la frontera de eficiencia de permitir a las AFAP invertir en el exterior, se realizaron dos fronteras de eficiencia para cada horizonte de tiempo analizado. Las mismas fueron realizadas a partir de la resolución del problema de optimización de Markowitz, utilizando como insumo el vector de retornos y la matriz de varianzas y covarianzas calculados en el capítulo anterior.

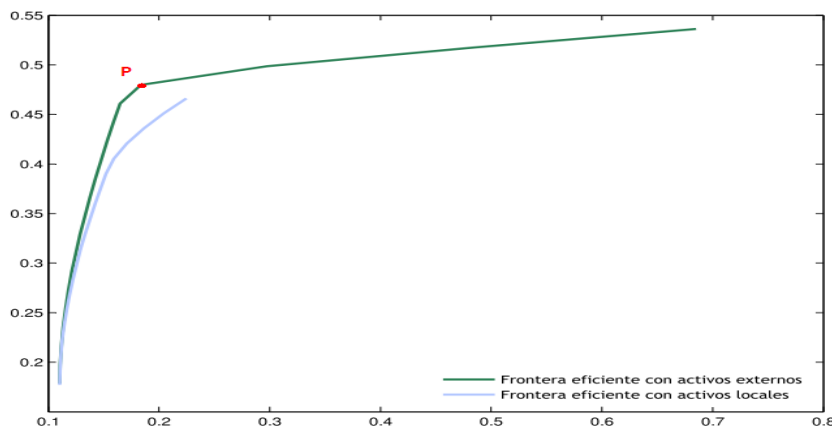
Se tomó como frontera base del estudio, la frontera realizada a partir de los activos de origen doméstico -instrumentos en los que están autorizadas a invertir las AFAP hoy en día-. En segundo lugar se generó una frontera de eficiencia incluyendo tanto los activos de origen local como los de origen externo. Ambas fueron calculadas en una primera instancia sin agregar ninguna restricción adicional a las del modelo clásico de selección de portafolios. Los cálculos fueron realizados a partir de algoritmos de optimización definidos en MATLAB⁸⁶.

El presente capítulo se organiza de la siguiente manera. En primer lugar se presentan las fronteras de eficiencia para los diferentes horizontes de tiempo, con su respectivo análisis, y seguidamente se realizan diferentes análisis de sensibilidad al modelo.

V.1 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 5 años

A continuación se presentan las fronteras de eficiencia calculadas:

Gráfico 5.1 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 5 años (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a las salidas de Matlab.

Tal como se aprecia en el gráfico precedente, para un horizonte de 5 años no existen diferencias significativas entre los retornos de los portafolios óptimos con menores niveles de riesgo

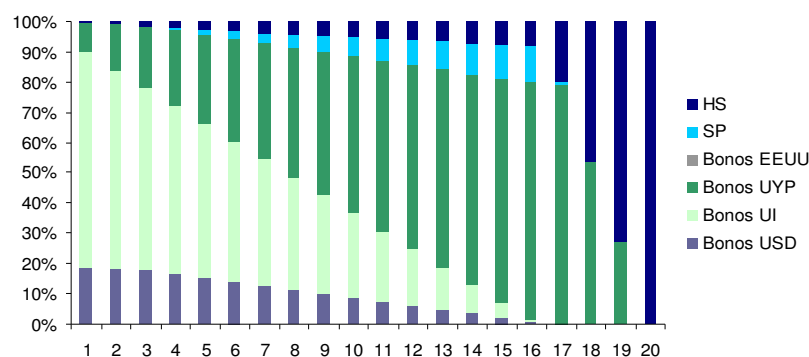
⁸⁶ Ver Anexo de Matlab.

calculados a partir de los dos escenarios -con y sin posibilidades de inversión en el exterior- detallados anteriormente. Para un horizonte de inversión de corto plazo, las combinaciones eficientes de activos con menores niveles de riesgo, están compuestas casi en su totalidad por títulos de renta fija uruguayos (ver gráfico 5.1). Esto se explica fundamentalmente por la atractiva relación riesgo retorno que presentan los activos denominados en moneda local, explicada en el capítulo anterior. Sin embargo, se puede observar un punto de inflexión a partir del cual, para un mismo nivel de riesgo, los portafolios que incluyen activos externos presentan mayores retornos que aquéllos constituidos únicamente por títulos de renta fija uruguaya. Esto se explica por la creciente participación que comienzan a tener en los portafolios los índices accionarios, principalmente el Hang Seng.

En suma, la inclusión de activos de renta variable en las carteras de inversión para horizontes de inversión de corto plazo, permite asumir mayores niveles de riesgo, concomitantemente con mayores niveles de retorno, que aquellos resultantes de incorporar únicamente activos de renta fija doméstica. Gráficamente, se puede ver como un “estiramiento” de la frontera de eficiencia.

En adelante, el Hang Seng será denominado HS, el S&P 500 SP, los bonos de EEUU, Bonos EEUU, los instrumentos de deuda denominados en pesos uruguayos, Bonos UYP, los títulos en Unidades Indexadas, Bonos UI y instrumentos de deuda de origen local denominados en dólares americanos, Bonos USD.

Gráfico 5.2 Composición de los portafolios eficientes con inclusión de activos externos para un horizonte de 5 años (Ponderación de los activos en función del número de portafolio)



Fuente: Elaboración propia en base a resultados de MATLAB.

De aquí en más, se hará referencia a los distintos portafolios según su número, siendo el número 1 el menos riesgoso y rentable, y el número 20 el de mayor riesgo y rentabilidad.

Como se puede apreciar en el gráfico 5.2 los bonos en pesos se encuentran presentes en casi todos los portafolios. Dada la elevada correlación positiva entre estos (2,8 por ciento) y los activos en UI, en los portafolios de menor riesgo la UI tiene mayor participación, perdiendo importancia a medida que aumenta la rentabilidad del portafolio, cediendo su lugar al peso uruguayo. A su vez, en los portafolios

más rentables, y consecuentemente los más riesgosos, existe una predominancia creciente de la renta variable, llegando a componer en su totalidad al portafolio más rentable.

Cabe resaltar que, al igual que lo encontrado por Siandra y Testuri (2002), el SP se encuentra presente en los portafolios del “medio”, es decir, no se encuentra presente ni en los más riesgosos ni en los de menor riesgo implícito.

El índice de Sharpe permite apreciar en qué medida los retornos del portafolio se deben a buenas decisiones de inversión o son el resultado de una excesiva toma de riesgo. Para su cálculo, se toma la rentabilidad del portafolio neta de la tasa libre de riesgo y se expresa en unidades de riesgo.

Matemáticamente:

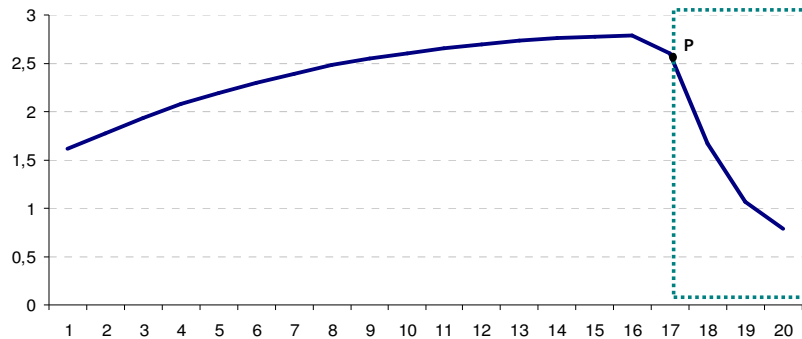
$$Sharpe = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p}, \text{ siendo } \bar{r}_p \text{ el retorno esperado del portafolio, } r_f \text{ la tasa libre de riesgo y } \sigma_p \text{ el}$$

riesgo del portafolio medido como la desviación típica del mismo. En este estudio en particular, no existe tasa libre de riesgo, por lo que el índice de Sharpe representa el retorno esperado por unidad de riesgo.

Para este horizonte en particular, el índice de Sharpe comenzó en 1,6 incrementándose a medida que aumenta el rendimiento del portafolio, llegando a su máximo de 2,8 para el portafolio número 16. A partir de este punto, comienza a descender, por lo que cada unidad adicional de retorno es más “cara” en términos de riesgo. El quiebre fuerte del ratio de Sharpe se encuentra en el antepenúltimo portafolio (punto P de la frontera de eficiencia, gráfico 5.1), a partir del cual, una unidad de riesgo adicional “remunera” en tan sólo 1,6 unidades de retorno, llegando hasta un mínimo de 0,8 para el portafolio más riesgoso.

Si bien el nivel óptimo de riesgo a tomar depende de las curvas de indiferencia de los agentes, se podría esperar que un inversor averso al riesgo elegirá un portafolio situado a la izquierda del punto P de la frontera, punto de inflexión del índice de Sharpe.

Gráfico 5.3. Evolución del ratio de Sharpe en la frontera a 5 años según el número de portafolio (Ratio de Sharpe en función del número de portafolio)

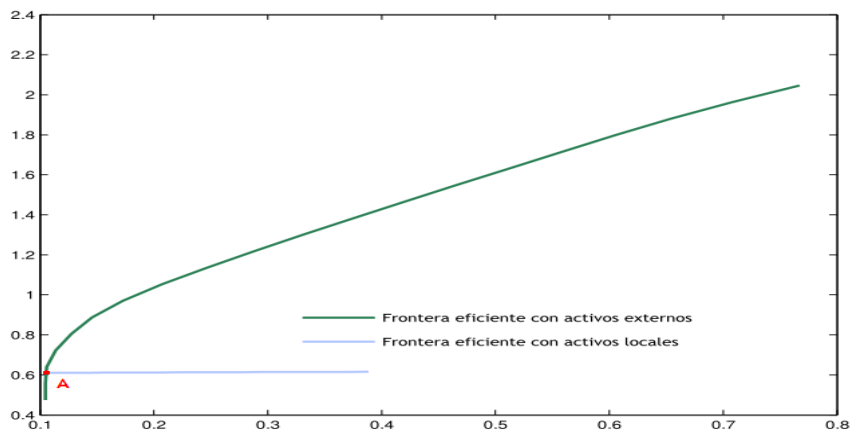


Fuente: Elaboración propia en base a resultados de Matlab

V.2 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 15 años

Como se puede apreciar en el gráfico 5.4, para el horizonte de 15 años la frontera de eficiencia comienza a partir del punto A. Para el nivel de riesgo implícito en esa cartera, el portafolio A es el que presenta mayor rendimiento. Cualquier portafolio por debajo de este punto no será óptimo.

Gráfico 5.4 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 15 años (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a resultados de MATLAB.

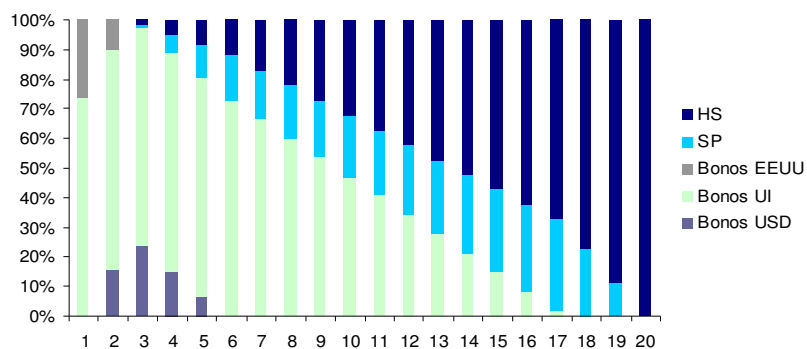
Para este horizonte de estudio, la incorporación de activos externos, principalmente de renta variable, conlleva una notoria mejora en las posibilidades de inversión. La frontera que incorpora activos externos alcanza combinaciones de riesgo y retorno muy superiores a la frontera base, siendo ésta la que se desprende de las posibilidades de inversión actuales de las AFAP. Esta conclusión no resulta sorprendente, pues es de esperar que la correlación de activos externos con activos locales sea menor que aquélla entre activos netamente locales (Jara, Gómez y Pardo, 2005).

La forma que presenta la curva de activos domésticos es explicada por la rentabilidad de los activos que la componen. Tanto los títulos en UI como la deuda uruguaya denominada en moneda extranjera presentan rendimientos cercanos al 60 por ciento, generando portafolios cuya rentabilidad oscila alrededor de dicho guarismo.

En lo que respecta a la frontera que incluye activos externos, el índice de Sharpe⁸⁷ muestra una tendencia decreciente a medida que aumenta el riesgo del portafolio. La trayectoria de dicho ratio no presenta puntos de inflexión, lo que estaría indicando que no existe un portafolio a partir del cual el costo por unidad extra de retorno -medido en términos de riesgo- se incrementa sustancialmente.

A diferencia de lo observado para el horizonte de 5 años, en lo que refiere a la composición de las carteras, se observa en gran parte de los portafolios una predominancia de los activos de renta variable sobre los de renta fija.

Grafico 5.5 Composición de los portafolios eficientes con inclusión de activos externos para un horizonte de 15 años (Ponderación de los activos en función del número de portafolio)



Fuente: Elaboración propia en base a resultados de MATLAB.

Al excluir los títulos en pesos nominales de estas carteras, los portafolios más rentables quedan compuestos en su totalidad por activos de renta variable. En lo que respecta a los títulos de renta fija, existe para este horizonte una predominancia de los títulos en UI sobre los denominados en dólares americanos, dado que estos instrumentos son los más seguros del portafolio a 15 años.

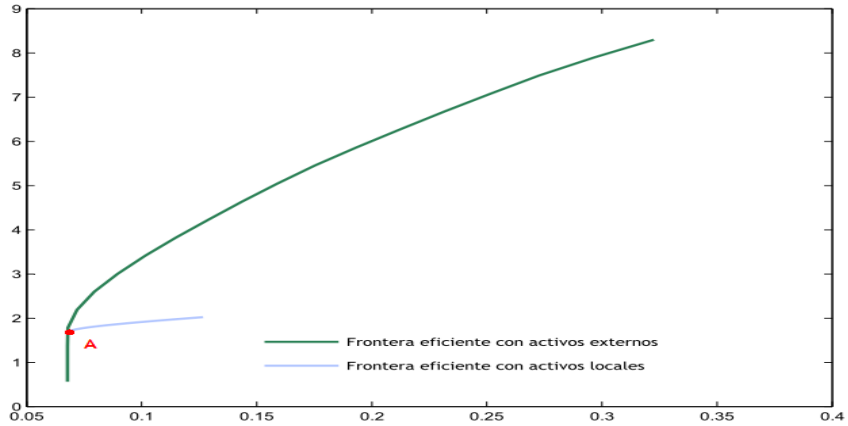
En línea con lo esperado, al igual que para el horizonte de 5 años, en el de 15, la inclusión de activos externos en los portafolios de las AFAP, permite asumir niveles de riesgo imposibles de alcanzar sin la inclusión de los mismos.

⁸⁷ Ver gráfico 1 en el Anexo Estadístico, apartado A.6

V.3 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 30 años

Al igual que en el horizonte de 15 años, en el de 30 la frontera de eficiencia comienza a partir del punto A.

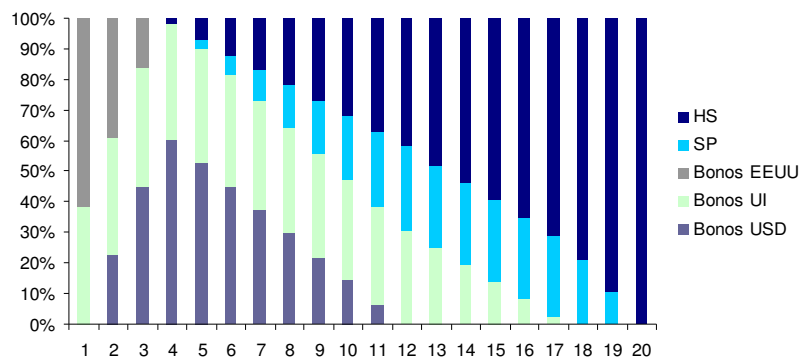
Gráfico 5.6 Fronteras de eficiencia para un horizonte de 30 años (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a resultados de MATLAB.

Los efectos causados a partir de la inclusión de activos externos en la frontera de 30 son muy similares a los efectos de la de 15 años. La mejora en la relación riesgo retorno se da tanto para las carteras poco riesgosas, como para las de mayor desviación. Cabe señalar que estos resultados se encuentran en línea con los hallados por Siandra y Testuri (2002) para Uruguay, los que establecen que habría espacio para un cierto grado de flexibilización de la legislación vigente en términos de inversión en el exterior.

Gráfico 5.7 Composición de los portafolios eficientes con inclusión de activos externos para un horizonte de 30 años (Ponderación de los activos en función del número de portafolio)



Fuente: Elaboración propia en base a resultados de MATLAB

Si bien las fronteras eficientes a 15 y 30 años presentan comportamientos semejantes, se puede apreciar ciertas diferencias en cuanto a la composición de las carteras.

Así pues, tanto en el análisis a 30 años como a 15, tienen participación en las carteras menos riesgosas los bonos de EEUU, llegando a representar más del 50 por ciento del portafolio número 1 de la frontera a 30 años. Esto se debe a que, tal como se explicitó en el capítulo anterior, debido al sesgo inducido por la metodología adoptada para el cálculo de las varianzas de los instrumentos en moneda extranjera a largo plazo, estos títulos son los que presentan menores desvíos en dicho horizonte de inversión. Esto explica la preponderancia de instrumentos denominados en dólares americanos frente a los ajustados por inflación, en los portafolios menos riesgosos. Por otro lado, en la frontera a 30 años al igual que en la de 15, se puede ver que el SP, participa, sin ser predominante, en la mayoría de los portafolios. Sin embargo, se observa que este índice, al igual que lo hallado por Siandra y Testuri en su trabajo de 2002, se encuentra presente en los portafolios del “medio”, es decir, no se encuentra presente ni en los más riesgosos ni en los de menor riesgo implícito, tal como sucede, en menor medida, en la frontera de 5 años.

Por su parte, los títulos en unidades indexadas mantienen una participación constante en los primeros portafolios de la frontera, para luego dar paso a los instrumentos de renta variable que claramente dominan los portafolios con mayores niveles de riesgo.

En lo que respecta a estos últimos, al igual que para el período de 15 años, la renta variable compone más de la mitad de las carteras a partir del décimo portafolio. En el horizonte de 5 años, esta situación se alcanzaba recién en el portafolio número 19.

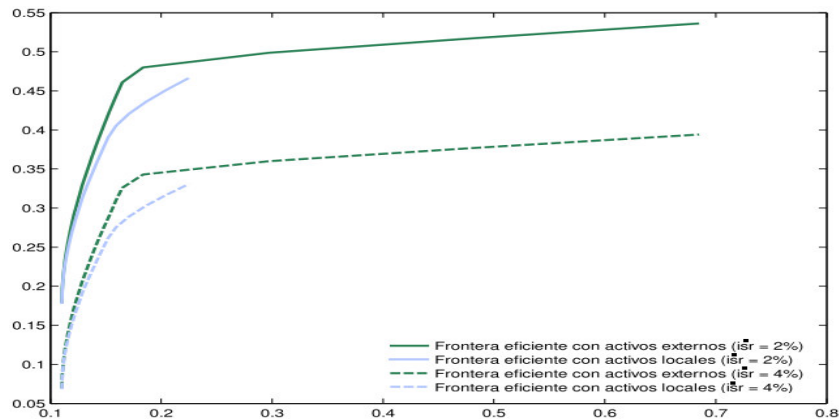
En síntesis, los resultados arribados para el horizonte de 30 años son muy similares a las conclusiones extraídas para el estudio a 15. La mejora observada por la flexibilización de la regulación, es el resultado de la inclusión de activos de renta variable en los portafolios, contrariamente con lo que sucede con los títulos de renta fija, cuya introducción no parece mostrar cambios sustantivos en las fronteras de eficiencia. La renta variable toma un rol preponderante en los portafolios más riesgosos, permitiendo a las administradoras de fondos extender su frontera de eficiencia con carteras más rentables y riesgosas. La renta fija pierde importancia, incluso en los portafolios con menor nivel de riesgo, con lo que, tal como predice la teoría, se podría concluir que si bien los activos de renta variable son riesgosos en el corto plazo, lo son en mucho menor medida para el largo plazo, justificando la inclusión de los mismos en horizontes largos de inversión. Dichos resultados se encuentran en línea con lo demostrado por Siandra y Testuri (2002).

V.4 Análisis de Sensibilidad

V.4.1 Análisis de sensibilidad del modelo frente a cambios en el ISR

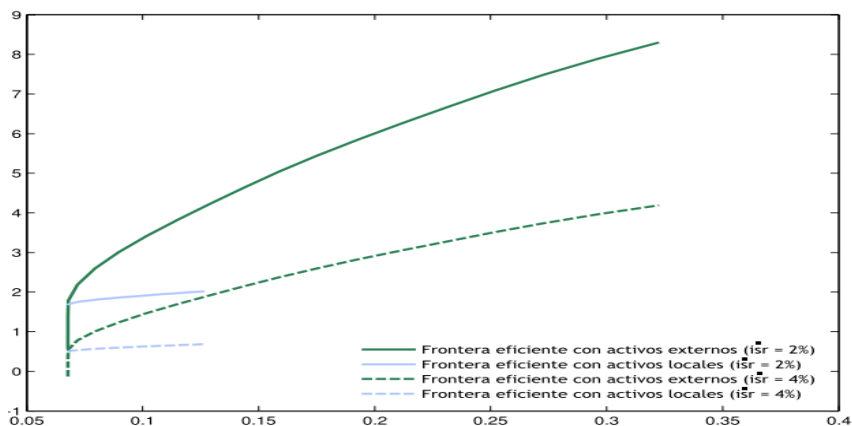
Con el fin de determinar la sensibilidad del modelo ante un cambio en la variación del ISR, se supuso un aumento del mismo de 4 por ciento anual, aumento promedio anual de los últimos años, en lugar del 2 por ciento planteado inicialmente. Como se puede apreciar en los gráficos 5.8 y 5.9, el cambio no afecta las conclusiones extraídas anteriormente, tanto para los horizontes de corto como de largo plazo. La frontera con activos domésticos como la que incorpora renta externa se trasladan hacia abajo. Para un mismo nivel de riesgo, el rendimiento de todas las carteras es sensiblemente menor en ambos horizontes de tiempo.

Gráfico 5.8 Impacto en las fronteras de eficiencia a 5 años de las AFAP ante un cambio en la variación del ISR (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab

Gráfico 5.9 Impacto en las fronteras de eficiencia a 30 años de las AFAP ante un cambio en la variación del ISR (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab

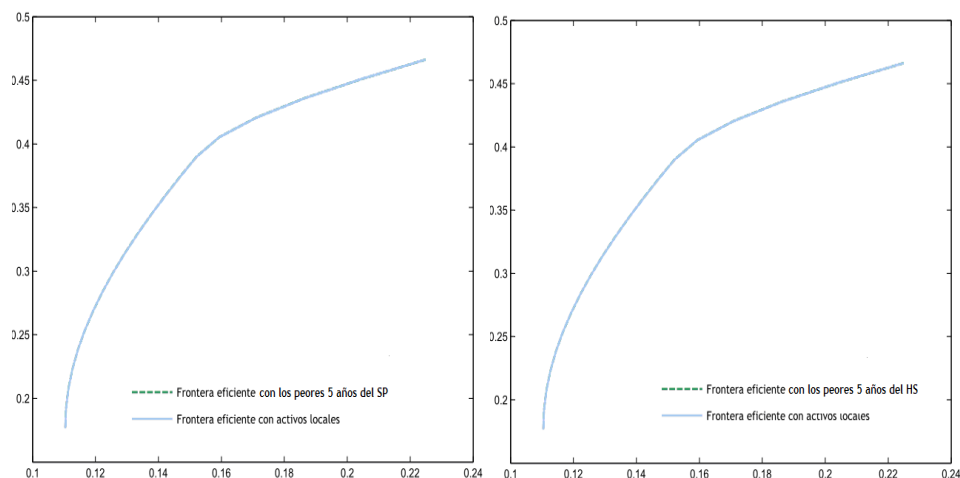
El aumento de la variación del ISR no afecta por igual a los retornos de los diferentes activos que componen el portafolio, afectando más que proporcionalmente a aquellos denominados en moneda extranjera, dada la composición del deflactor de estos últimos.

En suma, este cambio en las variaciones del ISR no invalida las conclusiones extraídas inicialmente. Para el horizonte de inversión de corto plazo los cambios generados por la inversión en activos externos son poco significativos en los portafolios con menores niveles de riesgo. Para el de largo plazo, la flexibilización en las condiciones de inversión de las AFAP redundará en una cuantiosa mejoría en la relación riesgo retorno de las carteras.⁸⁸

V.4.2 Análisis de sensibilidad frente a cambios en los rendimientos de los índices accionarios

Con el fin de determinar la sensibilidad del modelo frente a cambios en los rendimientos de los instrumentos de renta variable extranjeros, se efectuaron dos análisis de sensibilidad, tanto para el horizonte de corto plazo como para el de largo plazo. El primero de ellos tomó los peores 5 y 30 años de los retornos del S&P 500 para cada horizonte de estudio respectivamente. El segundo estimó los cambios en las fronteras eficientes para los peores 5 y 30 años del Hang Seng.

Gráfico 5.10 Fronteras eficientes estimadas a partir de los peores 5 años del S&P 500 (izquierda) y los peores 5 años del Hang Seng (derecha) (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab

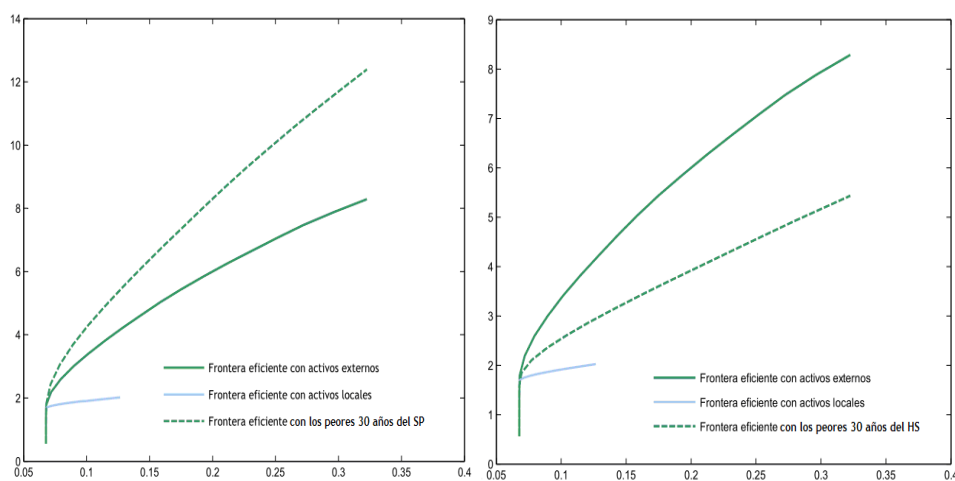
Tal como se puede apreciar en el gráfico 5.10, el modelo cambia parcialmente los resultados respecto a los hallados bajo los supuestos iniciales, si se toman como evolución futura del S&P 500 y el Hang Seng los peores 5 años de cualquiera de estos. El peor rendimiento del S&P 500 se alcanza en los 5 años finalizados en marzo de 2009, luego de la última crisis financiera internacional, donde el índice presentó un rendimiento acumulado negativo de casi 40 por ciento, medido en dólares americanos. Durante este mismo período el Hang Seng mostró un rendimiento positivo de 7,5 por ciento expresado

⁸⁸ Ver composición de los portafolios en el Anexo Estadístico, gráficos 2 y 3 del apartado A.6

en moneda hongkonesa. En este escenario, la introducción de activos externos en los portafolios de las AFAP no genera ningún cambio en las fronteras eficientes de las mismas, ya que los activos de renta variable no integran ninguna de las carteras óptimas.⁸⁹

Lo mismo ocurre para los peores 5 años del Hang Seng, alcanzados en setiembre de 2002. En esta ocasión el índice hongkonés presenta un rendimiento negativo de casi 40 por ciento en su moneda de origen, en tanto que el S&P 500 rindió -5,4 por ciento en igual período. Las conclusiones son análogas a los peores 5 años de rendimiento del índice americano.

Gráfico 5.11 Fronteras eficientes estimadas a partir de los peores 30 años del S&P 500 y los peores 30 del Hang Seng (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a salida de Matlab⁹⁰

A diferencia de lo ocurrido para el horizonte de 5 años, tomar como *proxy* de los rendimientos esperados de los instrumentos de renta variable los peores 30 años de los mismos, no invalida las conclusiones extraídas anteriormente. Tanto en los peores escenarios del S&P 500 como del Hang Seng, la frontera eficiente integrada por instrumentos de activos externos sigue presentando mejores relaciones riesgo retorno que aquella que incluye únicamente activos domésticos. Esta situación se debe al comportamiento de largo plazo de los índices, los que más allá de caídas puntuales, presentan una tendencia creciente a lo largo del tiempo. Al considerar períodos de inversión más amplios, estos ciclos se compensan dando lugar a rendimientos positivos en el largo plazo.

Nótese, en el primer cuadrante del gráfico 5.11, que los peores 30 años del S&P 500 coinciden con un muy buen escenario para el Hang Seng, generando el desplazamiento de la frontera hacia mejores combinaciones de riesgo y retorno.

⁸⁹ Ver composición de los portafolios en Anexo Estadístico, gráficos 4 y 5 del apartado A.6.

⁹⁰ Ver composición de los portafolios en Anexo Estadístico, gráficos 6 y 7 del apartado A.6.

En síntesis, si bien las conclusiones extraídas para el horizonte de inversión de corto plazo dependen de los 5 años tomados para analizar los rendimientos de los activos de renta variable, en el largo plazo sigue siendo conveniente, en cuanto a la relación riesgo retorno, permitir a las administradoras de fondos diversificar sus carteras incorporando índices accionarios.

V.4.3 Un shock al tipo de cambio

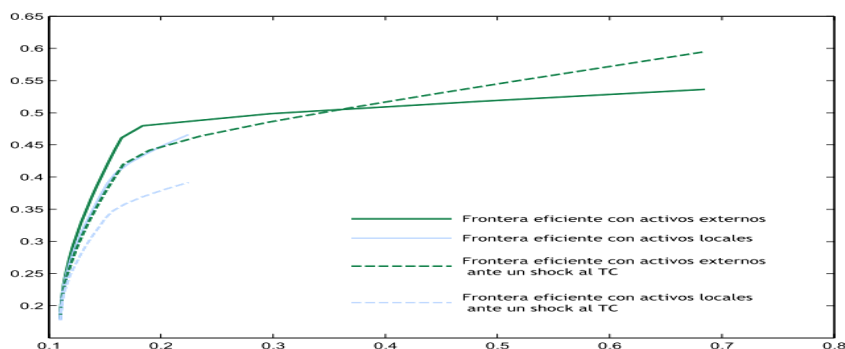
Con el fin de determinar los impactos en el modelo de un shock sobre el tipo de cambio bilateral con EEUU, se realizó una función de respuesta al impulso en el VECM anteriormente estimado. Dichas funciones permiten introducir innovaciones en una de las variables endógenas del modelo y recoger cuáles serán los impactos en las demás variables endógenas a medida que transcurre el tiempo.

Específicamente se realizó un shock sobre la variable tipo de cambio nominal. Dado que tanto esta variable como la inflación doméstica y la internacional son variables integradas de orden 1, un shock sobre cualquiera de las mismas tendrá efectos permanentes. Dada la estructura autorregresiva de la variable y las correlaciones que presenta con las demás variables del modelo, el shock se expande hacia las demás variables para los diferentes horizontes de tiempo.

Tal como se especificó en el capítulo IV, siguiendo el trabajo de Bucacos (2004) se asumió como equilibrio de largo plazo la paridad de poderes de compra. Esto implica que, si bien el shock es permanente en el nivel de las variables de estudio, la primera diferencia de las mismas retornará al equilibrio de largo plazo siguiendo la ecuación de ajuste de corto determinada en el VECM.

Los resultados de aplicar un shock de un desvío estándar de magnitud sobre la variable tipo de cambio expresada en logaritmos, repercutió en una devaluación esperada para los próximos cinco años de 51 por ciento, en tanto que el impacto sobre la inflación esperada fue de 23 por ciento. Se asumió exogeneidad de la inflación de EEUU frente al mencionado shock.

Gráfico 5.12 Impactos de un shock al tipo de cambio sobre las fronteras eficientes de las AFAP en un horizonte de 5 años (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab y estimaciones propias⁹¹

⁹¹ Ver composición de las carteras a 5 años luego de un shock al tipo de cambio en Anexo Estadístico, apartado A.6, gráfico 8.

Tal como se puede observar en el gráfico 5.12, un shock sobre el tipo de cambio hace aún más atractiva la opción de invertir en el extranjero. Existe un doble efecto sobre los instrumentos denominados en dólares. Por un lado aumenta el retorno nominal expresado en pesos nominales, y por otro, cae el rendimiento expresado en UI dado el aumento de la inflación. Los títulos denominados en pesos ven “licuados” sus rendimientos como consecuencia de la alta inflación, y la UI no presenta mayores cambios en sus retornos.

En el análisis a 30 años no se puede determinar el efecto de este tipo de shocks devaluatorios, ya que, según el modelo autorregresivo anteriormente estimado, las variables convergen al equilibrio alrededor de 10 años después del shock⁹², con lo que el ajuste ya fue completamente procesado por las variables al finalizar el período de 30 años.

En suma, un shock devaluatorio genera en el corto plazo un escenario propicio para la inversión en renta extranjera, dado su impacto positivo sobre los rendimientos de dichos instrumentos expresados en moneda local, a la vez que “licua” los rendimientos de los activos denominados en pesos. En el largo plazo dicho shock es completamente internalizado por las variables, de forma que no altera los resultados arribados en las secciones anteriores del presente estudio.

V.4.4 Efectos de la imposición de restricciones a la cartera de inversión

V.4.4.1 Restricciones a las inversiones en moneda extranjera

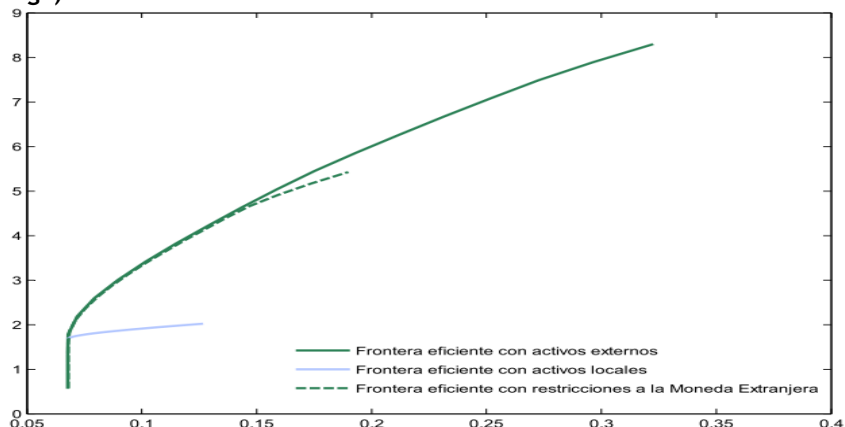
Actualmente las inversiones de las AFAP en moneda extranjera se encuentran limitadas por ley, ascendiendo esta restricción a 60 por ciento del total del FAP. En base a esta imposición se construyó una frontera de eficiencia, dejando constante los cálculos previamente realizados. A continuación se presenta la frontera de eficiencia obtenida a partir de la imposición de dicha restricción.

Para el horizonte de 5 años⁹³, el comportamiento de la curva restringida es muy similar al de la frontera sin restricciones. La misma se comporta de forma muy parecida a esta última, mostrando leves mejoras respecto a la frontera base. Cabe destacar que los activos más riesgosos disminuyen su participación en los portafolios, recortando dicha curva.

⁹² Ver salida de la función de respuesta al impulso en Anexo Metodológico y Econométrico, apartado A.2.

⁹³ Ver frontera de eficiencia y composición de las carteras a 5 años en Anexo Estadístico, gráficos 10 y 11, apartado A.6.

Gráfico 5.13 Frontera eficiente a 30 años con restricciones a la moneda extranjera (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab

En un análisis a 30 años, tal como se aprecia en el gráfico, aún con la imposición de la restricción en moneda extranjera, se observa una importante mejora respecto a la frontera base, en donde el portafolio se compone únicamente de activos locales. Si se realiza una comparación con la frontera sin restricciones (en cuyos portafolios encontramos activos externos), se aprecia que al aplicar la restricción por moneda no es posible alcanzar portafolios tan riesgosos como en el caso irrestricto. Esto se debe principalmente al cambio en la composición del portafolio dado que los activos más riesgosos están restringidos al encontrarse denominados en dólares americanos y hongkoneses.⁹⁴

V.4.4.2 Restricciones a las inversiones en el exterior siguiendo el caso de Chile

Dado que Chile fue el país pionero en la implementación de los regímenes privados de capitalización individual, se decidió realizar un análisis incorporando las restricciones a las inversiones en el exterior de las AFP, impuestas por la autoridad reguladora de dicho país.

En lo que respecta a los límites de inversión en el exterior, de acuerdo a la Superintendencia de Pensiones de Chile, el límite máximo actualmente vigente para la inversión en instrumentos extranjeros asciende al 60 por ciento del valor total del fondo. El valor mínimo impuesto para este tipo de inversiones es de 30 por ciento⁹⁵.

Los distintos tipos de fondos que ofrecen las administradoras se diferencian por la proporción de activos de renta variable que incluyen sus portafolios, según el nivel de riesgo que estos traen aparejados. El fondo más riesgoso tendrá entonces una mayor proporción de renta variable, mientras que en los de menor riesgo ésta será menor. Se asociaron para este análisis los límites de los fondos más riesgosos con las inversiones a 30 años y los correspondientes a los fondos de menor riesgo con el horizonte de 5 años.

⁹⁴ Ver composición de las carteras a 30 años en Anexo Estadístico, gráfico 9, apartado A.6.

⁹⁵ Artículo 42, Ley 20.255, Chile.

La normativa chilena impone los siguientes límites:

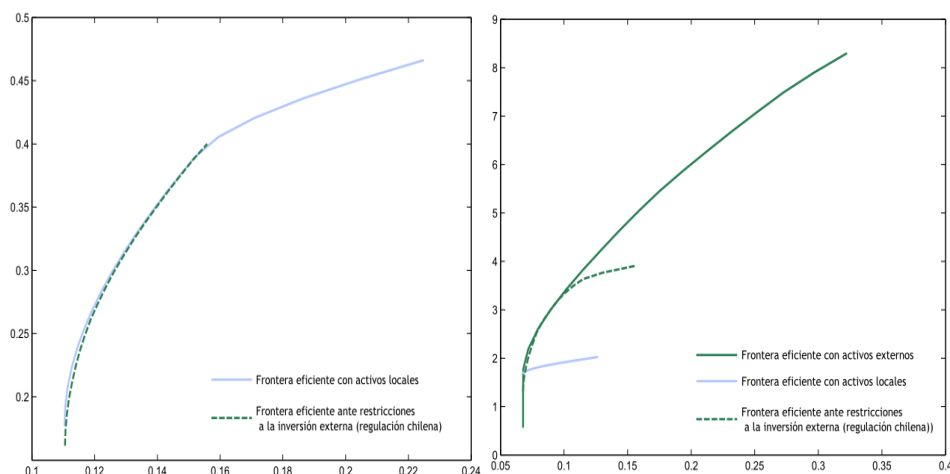
	Inversiones en el exterior		Inversiones en renta variable	
	Límite máximo	Límite mínimo	Límite máximo	Límite mínimo
Horizonte de 5 años			5%	-
Horizonte de 30 años	30%	20%	80%	40%

Fuente: Elaboración propia en base a información extraída de la Superintendencia de Pensiones de Chile⁹⁶

Dado que los únicos títulos de renta variable que se incluyen en los portafolios de este análisis son de origen externo, para el horizonte de 30 años se asumieron únicamente para el estudio los límites de la inversión en el exterior.

Las fronteras de eficiencia obtenidas para los horizontes de 5 y 30 años siguiendo las mencionadas restricciones fueron las siguientes:

Gráfico 5.14 Frontera de eficiencia a 5 y 30 años incorporando las restricciones chilenas⁹⁷ (Retorno en función del riesgo)



Fuente: Elaboración propia en base a Matlab

Como se observa en el gráfico 5.14, la restricción en lo referente a la inversión extranjera impuesta para el horizonte de 5 años, genera que no se provoquen mejoras respecto a la frontera base al introducir activos externos. Esto se puede explicar por la magnitud de la restricción que se le impone a los activos de renta variable, dado que estos instrumentos son los que proveen de rendimiento a los portafolios.

⁹⁶ La discusión de la parte regulatoria realizada en el Capítulo II se actualizó a la luz de las innovaciones recientes, pero la metodología fue aplicada a la regulación de 1999, dado que era lo consistente con los datos vigentes al momento de realizado el trabajo y no la fecha de su presentación. A partir de 2009 los límites de inversión en el exterior son 60 por ciento y 30 por ciento, máximo y mínimo respectivamente.

⁹⁷ Ver composición de las carteras en gráficos 12 y 13 del Anexo Estadístico, apartado A.6

Analizando las fronteras a 30 años, al incluir la restricción para las inversiones en el exterior, la situación mejora respecto a la frontera base. Sin embargo, la frontera queda por debajo del escenario irrestricto y alcanza niveles de riesgo retorno muy inferiores. Esto se debe a que, los activos de mayor retorno incluidos en el análisis son inversiones externas, y por lo tanto, al limitar estas inversiones, se reducen las posibilidades de diversificación de portafolio, y con ello, de mejoras en la rentabilidad.

VI. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

Este trabajo se propuso fundamentalmente dos metas: en primer lugar, crear evidencia empírica respecto al impacto de la introducción de activos externos en la gestión de portafolios de las AFAP, medidos en Unidades Reajustables. En segundo lugar, aportar a la metodología para la estimación de fronteras de eficiencia, basándose en un enfoque *forward looking* y la descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas.

Para la estimación de los retornos esperados se utilizó la metodología *forward looking* utilizada por Della Mea et al (2003). Las variaciones de corto plazo del tipo de cambio fueron calculadas a partir de un modelo de vectores autorregresivos con corrección del error (VECM), en tanto que para el largo plazo se asumió la PPC (Bucacos 2004). Para la inflación esperada se tomó la meta de inflación del BCU, asumiendo una distribución normal alrededor de la meta, con una desviación de más/menos 1 por ciento para el 50 por ciento de los casos. A partir de estos valores y mediante la *disección* de la matriz de varianzas y covarianzas, se calcularon las relaciones riesgo retorno de todos los activos considerados en el estudio.

Utilizando los resultados anteriormente mencionados, se estimaron para cada uno de los horizontes de 5, 15 y 30 años dos fronteras de eficiencia. El objetivo de esta distinción por período de inversión, fue ubicar a los diferentes afiliados del sistema previsional en el portafolio que se ajuste mejor a su estrategia de inversión, dependiendo del tiempo de permanencia en el sistema que le resta al individuo.

Los resultados encontrados para el horizonte de inversión de corto plazo indicarían que, bajo las condiciones inicialmente supuestas, la inclusión de activos externos -principalmente de renta variable- no implicaría una mejora significativa en la relación riesgo retorno de las carteras de menor varianza, en tanto que permitiría optar por niveles de rentabilidad y riesgo muy superiores a los alcanzables a partir de instrumentos domésticos de renta fija.

Los análisis de sensibilidad realizados para este horizonte de inversión, revelan que las conclusiones extraídas bajo los supuestos iniciales, no se ven alteradas por el nivel de crecimiento de salario real que se asuma en el modelo. Estas conclusiones se verían modificadas en el caso que se tome como retornos esperados de los índices accionarios, el rendimiento de los mismos durante sus peores 5 años, que en el caso del S&P 500 coinciden con la última crisis financiera internacional. Bajo estas condiciones, no sería óptimo incluir activos externos de renta variable en los portafolios de las AFAP.

Generando un *shock* al tipo de cambio nominal, se pueden testear los resultados del modelo frente a una devaluación. Si bien la devaluación es acompañada por un empuje inflacionario, el efecto neto sobre los rendimientos de activos externos es de signo positivo, ampliando la brecha existente entre ambas fronteras eficientes.

En suma, el estudio realizado no encuentra evidencia empírica suficiente que respalde una necesidad de apertura para los fondos de las AFAP para un horizonte de inversión de corto plazo. Si bien los resultados parecerían indicar que existe la posibilidad de contar con portafolios más rentables, esto implicaría asumir un muy elevado riesgo, comportamiento que en principio no sería esperable en el corto plazo por parte de las AFAP.

Dichas conclusiones deben ser interpretadas en el marco en el que se realizó el estudio. Como se mencionó en el capítulo IV, las series de retornos no cumplen con el supuesto clásico de normalidad que asegura la correcta estimación del riesgo en el modelo.

En lo referente a los horizontes de inversión de más largo plazo, en cambio, el estudio reveló que la introducción de activos extranjeros en las carteras de las AFAP, más precisamente activos externos de renta variable, mejoraría la eficiencia de los portafolios para todos los niveles de riesgo. Esta conclusión no resulta sorprendente, pues es de esperar que la correlación de activos externos con activos locales sea menor que aquélla entre activos netamente locales (Jara, Gómez y Pardo, 2005). Cabe señalar que estos resultados se encuentran en línea con los hallados por Siandra y Testuri (2002) para Uruguay, los que establecen que habría espacio para un cierto grado de flexibilización de la legislación vigente en términos de inversión en el exterior. Por su parte, Rivero y Valdés (2003) afirman que la diversificación de los portafolios a nivel internacional habría permitido a las AFAP aumentar el retorno de sus carteras durante el período 1998-2004.

Los análisis de sensibilidad para este horizonte de estudio muestran, en una primera instancia, que las conclusiones se mantienen inalteradas ante cambios en la variación del ISR. El resultado del análisis de sensibilidad realizado a partir de los cambios en los retornos esperados de los índices accionarios muestran que, incluso asumiendo el peor retorno alcanzando en un plazo de 30 años, es conveniente incluir activos de renta variable en el portafolio de las AFAP.

Del ejercicio de aplicación de restricciones, tanto por moneda como por destino de la inversión, se desprende que más allá de las restricciones impuestas, la inversión en el exterior permite mejorar la eficiencia de las carteras. Sin embargo, dichas restricciones limitan la cuantía de riesgo que puede asumir una AFAP.

Se debe tomar especial precaución con los resultados obtenidos para este horizonte de tiempo. La metodología de ventanas móviles adoptada para el cálculo de las varianzas tiende a suavizar el comportamiento de las series. Este efecto será mayor cuanto más amplia la ventana, lo que induce a que se subestimen los riesgos en el análisis a 30 años. Tampoco debe perderse de vista que, dada la escasez de datos históricos para este plazo de análisis, no fue posible realizar las pruebas de estacionariedad de las series, lo que impide realizar inferencias sobre la trayectoria de las mismas.

Tal como se anticipó, para personas de edad más avanzada, la cartera debería estar compuesta en forma predominante por títulos de renta fija, evitando de este modo las fluctuaciones cíclicas que puedan presentar los activos en el corto plazo. Por el contrario, para los individuos más jóvenes, sería recomendable una mayor participación de renta variable, ya que a largo plazo puede generar un rendimiento mayor.

En síntesis, parecería existir evidencia empírica suficiente para comprobar la existencia, en un horizonte de inversión de largo plazo, de un impacto positivo de las inversiones en el exterior sobre la frontera de eficiencia de las AFAP, lo que significaría la posibilidad de una mejora en la gestión de activos por parte de las administradoras. Cabe destacar que esta mejora es el resultado de la inclusión de activos de renta variable en los portafolios, contrariamente con lo que sucede con los títulos de renta fija, cuya introducción no parece mostrar cambios sustantivos en las fronteras de eficiencia. No sucede lo mismo para el horizonte de inversión de corto plazo, donde la introducción de activos externos simplemente permitiría contar con opciones más rentables pero mucho más riesgosas, comportamiento que en principio no sería esperable por parte de las AFAP. En consecuencia, un esquema de multifondos habilitaría la coexistencia de ambas estrategias de inversión, permitiendo al afiliado contar con diferentes opciones de riesgo retorno.

Cabe destacar que los resultados de este trabajo constituyen una aproximación al tema de cómo mejora la eficiencia de la gestión de carteras de las AFAP ante la diversificación de sus portafolios, un tema hasta el momento poco analizado a nivel nacional. En este sentido, se desprenden al menos cinco líneas de investigación para una agenda futura. En primer lugar, y siguiendo a la bibliografía analizada a lo largo de este trabajo, sería interesante contrastar los resultados obtenidos en el estudio utilizando metodologías alternativas como el VaR y el C-VaR, que han mostrado arrojar resultados en línea con los obtenidos aquí. En segundo lugar, sería interesante realizar el análisis mediante una modificación en la metodología de cálculo de varianzas y covarianzas, utilizando modelos de heteroscedasticidad condicionada para obtener valores alternativos del riesgo implícito en los diferentes activos, dado que la metodología adoptada en el análisis presenta, como ya se explicó, ciertos sesgos a la hora de calcular las distintas varianzas. En tercer lugar, avanzar en el análisis de los distintos activos que podrían integrar una cartera de inversión diversificada podría resultar de gran interés. En esta línea se podría realizar el estudio incorporando, además de activos de renta fija y renta variable, títulos respaldados en *commodities* o instrumentos financieros de mayor complejidad. Como forma de diversificar los portafolios pero sin incorporar títulos externos, se podría incluir también inversiones en bienes raíces (*Real Estate*) en los portafolios. Por último, cabe resaltar que este estudio utilizó todas las variables en términos reales, en particular, se utilizó la Unidad Reajutable como unidad de cuenta. Sería interesante entonces estudiar cómo se verían alterados los resultados sobre la rentabilidad del sistema y principalmente la exposición al riesgo, en caso de utilizar la Unidad Indexada como unidad de cuenta y por ende contar con una tasa libre de riesgo. Finalmente, sería interesante realizar el mismo

estudio utilizando modelos dinámicos de optimización de portafolios, que permitan levantar el supuesto de no rebalanceo.

BIBLIOGRAFÍA

- Affleck-Graves, J., y McDonald B. 1989. Nonnormalities and Tests of Asset Pricing Theories. *The Journal of Finance* vol. 44, no. 4: 889-908.
- Aranco N. y Golembiewski B. 2004. *Análisis del mercado de AFAP*. Trabajo realizado para obtener el título de grado en la Facultad de Ciencias Económicas y Administración, Universidad de la República.
- Arthur E, G. 2000. *Sistema privado de pensiones chileno*. Asociación Gremial de AFP CHILE, I conferencia internacional de fondos de pensiones Inverco - España.
- Auguste, S., y Artana D. 2006. *Desempeño de las inversiones de los fondos de pensiones. El caso de Argentina, Colombia, Chile y Perú*. Seminario de la FIAP “Perspectivas de los fondos de pensiones”.
- Banco de la República de Colombia. 2007. *Reporte de Estabilidad Financiera*.
- Berstein, S., Larraín G., y Pino, F. 2004. Cobertura, densidad y pensiones en Chile: Proyecciones a 30 años. *Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones Ministerio del Trabajo y Previsión Social*.
- Berstein, S., y Chumacero, R. 2003. Quantifying the costs of Investment Limits for Chilean Pension Funds. *Banco Central de Chile*, Documento de Trabajo no. 248.
- Bodie, Z. 1995. On the risk of stocks in the long run. *Financial Analysts Journal*: 18-22.
- Borrás, R. 2009. *Sistema Financiero colombiano: coyuntura, supervisión y retos para las AFPs*. Superintendente Financiero de Colombia, Trabajo presentado en el II Congreso Internacional FIAP - ASOFONDOS, Entorno Financiero y Económico actual y su influencia en el Sistema de Pensiones, Cartagena de Indias.
- Box, G., y Jenkins, G. 1970. *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- Bucacos, E. 2004. *Acerca del proceso de formación de precios internos en Uruguay: 1986.1-2003.4*. Trabajo presentado en las XIX Jornadas Anuales de Economía del BCU.

-
- Cancelo, J.R., Fernández, A., Rodríguez, S., I. Urrestarazu, J., y Goyeneche, J. 1999. *Paridad de poder de compra en el MERCOSUR: un análisis a partir de la evolución a largo y mediano plazo del tipo de cambio real*. Análisis estadístico de series de tiempo, proyecto CSIC.
 - Cancelo, J.R., Fernández, A., y Rodríguez, S. 1999. *El comportamiento a largo plazo de los tipos de cambio real en el MERCOSUR*. Análisis estadístico de series de tiempo, proyecto CSIC.
 - Cobo Quintero, A. 2001. *La Selección de Carteras: Desde Markowitz*.
 - Cuspina, V. 2006. *Carteras de Inversión con Escenarios Aplicando Heurísticas*. Trabajo realizado para obtener el título de la licenciatura en actuaría de grado en la Escuela de Ingeniería y Ciencias, Departamento de Actuaría y Matemáticas, Facultad de Ciencias Económicas y Administración, Universidad de las Américas Puebla.
 - Chueh-Chi, C., y Chang A. 2006. Applying Grey Forecasting Model on the Investment Performance of Markowitz Efficiency Frontier: A Case of the MSCI World Index. *JCIS-2006 Proceedings, Advances in Intelligent Systems Research*.
 - Della Mea, U., Juambeltz, A. 2007. *Original Sin and Redemption: Rebalancing the Currency Structure of Uruguayan Public Debt*. Debt Management Unit, Ministry of Economy and Finance, Uruguay.
 - Elton, E. J., y Gruber M. J. 1997. Modern Portfolio Theory, 1950 to date. *Journal of Banking and Finance*, vol. 21: 1743-1759.
 - Fabozzi F. J., Gupta F., y Markowitz, H. 2002. The Legacy of Modern Portfolio Theory. *The Journal of Investing*: 7-22.
 - Fama, E. 1965. The Behavior of Stock Market Prices. *The Journal of Business* vol. 38, no. 1: 34-105.
 - Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones (FIAP). 2010. Descripción y análisis de los esquemas de multifondos en los sistemas de pensiones de América Latina y Europa del Este. *Documento preparado por la FIAP, Series Regulaciones Comparadas*.
 - Fernández, A. 2009. Notas de clase del curso de *Métodos Cuantitativos Avanzados, Opción Econometría*. Universidad de la República, Facultad de Ciencias Económicas y Administración.

-
- Ferro, G. 2009. *Reformas previsionales de capitalización en diez países de América Latina*. ISBN 978-987-05-6354-9.
 - Foxley, J. 1996. Inversión en portafolios internacionales desde Chile. *Estudios Públicos* no. 62, Centro de Estudios Públicos, Santiago de Chile.
 - Gonzalo, J. s/f. *Regresión Espuria y Cointegración Simple*. Universidad Carlos III de Madrid.
 - Gutiérrez, M. 2005. *Hedge Funds. La nueva generación*. Trabajo realizado para obtener el título de postgrado en Finanzas en la Facultad de Ciencias Económicas y Administración, Universidad de la República.
 - Hamilton, J. 1994. *Time Series Analysis*. New Jersey: Princeton University press.
 - Jara, D. 2006. *Modelo de la Regulación de las AFP en Colombia y su Impacto en el Portafolio de los Fondos de Pensiones*.
 - Jara, D., Gómez, C., y Pardo, A. 2005. Análisis de la eficiencia de los portafolios pensionales obligatorios en Colombia. *Banco de la República de Colombia, Subgerencia Monetaria y de Reservas*.
 - Juselius, K. 2006. *The Cointegrated VAR Model: Methodology and applications*. New York: OXFORD University press.
 - Kroll, Y., Levy, H. y Markowitz, H. 1984. Mean-Variance versus Direct Utility Maximization. *The Journal of Finance* vol. 39, no. 1: 47-61.
 - Krugman, P., y Obstfeld, M. 2001. *Economía internacional, teoría y política*. 5ª edición, Madrid: Pearson Educación.
 - Larrañaga, N. 1996. *El nuevo modelo de previsión social uruguayo*.
 - Laserna, J.M. 2007. Una propuesta para mejorar el manejo de riesgo, la diversificación y la eficiencia de los portafolios de los fondos de pensiones obligatorias. *Cuadernos Latinoamericanos de Administración*, vol. II, no. 4.
 - Laserna, J.M., y León, C. 2008. Asignación estratégica de activos para Fondos de Pensiones Obligatorias en Colombia: un enfoque alternativo. *Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía* no. 523.

-
- Laserna, J.M., Martínez, I., y Reveiz, A. 2008. Recomendaciones para la modificación del régimen de pensiones obligatorias de Colombia. *Banco de la República de Colombia, Ensayos Sobre Política Económica*, vol. 26, no. 56.
 - Lazén, V. 2004. Competitividad de la Industria de Fondos Mutuos en Chile. *Superintendencia de Valores y Seguros*, Documento de Trabajo no. 1.
 - Ley de Seguridad Social, N° 16.713, y posteriores modificaciones. Setiembre 1995.
 - Lora, E. 1997. Una década de reformas estructurales en América Latina: ¿Qué se ha reformado y cómo cuantificarlo? *Inter-American Development Bank, Office of the Chief Economist, Working Paper Green Series* no. 348.
 - Luján, C. 2002. La reforma de la seguridad social en Uruguay: actores y procesos de negociación. *Revista Uruguaya de Ciencia Política* 13/2002 - ICP- Montevideo.
 - Markowitz, H. 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance* vol. 7, no. 1: 77-91.
 - Martínez, Ó., y Murcia, A. 2007. Desempeño financiero de los fondos de pensiones obligatorias en Colombia. *Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República*.
 - Mendizábal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L., y Zubia Zubiaurre, M. 2002. El Modelo de Markowitz en la Gestión de Carteras. *Universidad del País Vasco. Cuadernos de Gestión*, vol. 2, no. 1: 33-46.
 - Novales, A. 2004. *Master en Finanzas Cuantitativas y Computacionales*. Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Complutense de Madrid.
 - Pereda, J. 2007. Estimación de la frontera eficiente para las AFP en el Perú y el impacto de los límites de inversión: 1995-2004. *Banco Central de Reserva del Perú, Serie de Documentos de Trabajo*, DT. No. 2007-009.
 - Reveiz, A., y León, C. 2008. Administración de fondos de pensiones y multifondos en Colombia. *Banco de la República de Colombia, Serie de Borradores de Economía* no. 506.
 - Rivero, M., y Valdez, M. 2003. *Optimización de los portafolios de las AFAP con inversión en el exterior*. Presentado en las XIX Jornadas Anuales de Economía.

-
- Rubinstein, M. 2002. Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective. *The Journal of Finance* vol. 57, no. 3: 1041-1045.
 - Siandra E., y Testuri C. 2002. Foreign Equity Investment in Uruguayan Pension Funds. *Facultad de Administración y Ciencias Sociales, Universidad ORT Uruguay*, DT. No. 12.
 - Siandra, E. 1999. La reforma de la seguridad social y el mercado de capitales: una descripción del caso uruguayo. *Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Sociales, Universidad de la República (DECON), Serie de Documentos de Trabajo*, DT. No. 499.
 - Superintendencia de AFP y Dirección de Presupuesto, Chile. 2004. *Reforma al Sistema de Pensiones en Chile*. Informe de Diagnóstico para el Consejo Asesor para la Reforma Provisional.
 - Superintendencia de Servicios Financieros. 2009. *Memoria Trimestral del régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio*, N° 53 BCU.
 - Superintendencia de Servicios Financieros. 2009. *Memoria Trimestral del régimen de Jubilación por Ahorro Individual Obligatorio*, N° 54 BCU.
 - Superintendencia de Valores de Colombia. 2003. *La regulación de la compensación y liquidación de valores en Colombia*.
 - Teja, A.M. 2006. Notas de clase del curso de *Econometría II*, Raíz Unitaria - *Tests de Dickey-Fuller*. Universidad de la República, Facultad de Ciencias Económicas y Administración.
 - Testuri, C. E., y Uryasev S. 2004. On Relation Between Expected Regret and Condicional Value at Risk. En *Handbook of Computational and Numerical Methods in Finance*, ed. Z., Rachev, 361-373. Birkhauser.
 - Uthoff, A. 1997. Reformas a los sistemas de pensiones, mercado de capitales y ahorro. *Revista de la CEPAL*, no. 63.

ANEXO ESTADÍSTICO

Cuadro 1. Categorías de calificaciones de riesgo para Instituciones de Intermediación Financiera

TRAMO DE LA CALIFICACIÓN	Standard & Poors	Fitch Inc.	Moody's Investors Service
Categoría 1	AAA.uy hasta AA-.uy	AAA.uy hasta AA-.uy	Aaa.uy hasta Aa3.uy
Categoría 2	A+.uy hasta BBB-.uy	A+.uy hasta BBB-.uy	A1.uy hasta Baa3.uy
Categoría 3	BB+.uy hasta R.uy	BB+.uy hasta R.uy	Ba1.uy hasta C.uy

Fuente: Comunicación N° 2005/178 del Mercado de Valores, BCU, Montevideo, 29 de agosto de 2005.

A.1 Cálculo de retornos

Títulos de deuda pública uruguaya en dólares

Para un horizonte de 5 años:

$$E(R_{USD}) = \frac{(1 + 0,25)(1 + 0,23)}{(1 + 0,28)(1 + 0,10)} - 1 = 0,097$$

Para un horizonte de 15 años:

$$E(R_{USD}) = \frac{(1 + 1,90)(1 + 0,56)}{(1 + 1,08)(1 + 0,35)} - 1 = 0,62$$

Para un horizonte de 30 años:

$$E(R_{USD}) = \frac{(1 + 8,73)(1 + 1,43)}{(1 + 3,32)(1 + 0,81)} - 1 = 2,02$$

Títulos de deuda pública uruguaya en Unidades Indexadas

Para un horizonte de 5 años:

$$E(R_{UI}) = \frac{(1 + 0,28)}{(1 + 0,10)} - 1 = 0,16$$

Para un horizonte de 15 años:

$$E(R_{UI}) = \frac{(1 + 1,16)}{(1 + 0,35)} - 1 = 0,61$$

Para un horizonte de 30 años:

$$E(R_{UI}) = \frac{(1 + 2,82)}{(1 + 0,81)} - 1 = 1,11$$

Títulos de deuda pública uruguaya en pesos uruguayos

Prima por riesgo anual implícita para las letras a 1.080 días

$$\rho = \frac{(1 + 0,16)}{(1 + 0,05)(1 + 0,05)} - 1 = 0,048$$

Tasa de rendimiento anual en pesos a 5 años

$$i_{UY,5} = (1 + 0,0505)(1 + 0,05)(1 + 0,048) - 1 = 0,1562$$

Retorno a 5 años:

$$E(R_{UY,5}) = \frac{(1 + 0,1562)}{(1 + 0,28)(1 + 0,10)} - 1 = 1,066$$

Títulos del tesoro de EEUU

Para un horizonte de 5 años:

$$E(R_{EEU,5}) = \frac{(1 + 0,15)(1 + 0,23)}{(1 + 0,28)(1 + 0,10)} - 1 = 0,00018 \cong 0$$

Para un horizonte de 15 años:

$$E(R_{EEU,15}) = \frac{(1 + 0,97)(1 + 0,56)}{(1 + 1,08)(1 + 0,35)} - 1 = 0,098$$

Para un horizonte de 30 años:

$$E(R_{EEU,30}) = \frac{(1 + 2,92)(1 + 1,43)}{(1 + 3,32)(1 + 0,81)} - 1 = 0,22$$

Índices accionarios

Para un horizonte de 5 años:

$$E(R_{SP,5}) = \frac{(1+0,61)(1+0,23)}{(1+0,28)(1+0,10)} - 1 = 0,406$$

$$E(i_{HS,5}) = 0,76$$

$$E(R_{HS,5}) = \frac{(1+0,76)(1+0,23)}{(1+0,28)(1+0,10)} - 1 = 0,536$$

IV.3.3.2 Horizonte de 15 años

$$E(i_{SP,15}) = 3,18$$

$$E(R_{SP,15}) = \frac{(1+3,18)(1+0,56)}{(1+1,08)(1+0,35)} - 1 = 1,33$$

$$E(i_{HS,15}) = 4,47$$

$$E(R_{HS,15}) = \frac{(1+4,47)(1+0,56)}{(1+1,08)(1+0,35)} - 1 = 2,04$$

IV.3.3.3 Horizontes de 30 años

$$E(i_{SP,30}) = 16,45$$

$$E(R_{SP,30}) = \frac{(1+16,45)(1+1,43)}{(1+3,32)(1+0,81)} - 1 = 4,4$$

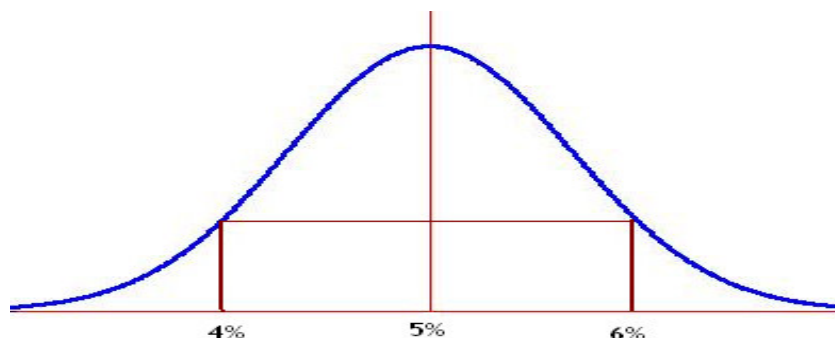
$$E(i_{HS,30}) = 28,95$$

$$E(R_{HS,30}) = \frac{(1+28,95)(1+1,43)}{(1+3,32)(1+0,81)} - 1 = 8,2$$

A.2 Distribución de la inflación

Para todos los cálculos a continuación, se realiza el siguiente supuesto:

La varianza de la inflación es calculada a partir de su distribución. Tal como se mencionó en el capítulo IV, la inflación se distribuye normal en torno a un objetivo de política económica de 5 por ciento anual, y el 50 por ciento del tiempo el valor se situará dentro del rango meta de +/- 1.



$$\frac{(\pi_5 - \bar{\pi}_5)}{\sigma} = \text{Valortabla}_{0,25} \text{ siendo } \pi_5 \text{ la inflación a 5 años, y } \bar{\pi}_5 \text{ la media a 5 años.}$$

$$\pi_5 = (1 + \pi_a)^5 - 1 \text{ siendo } \pi_a \text{ la tasa de inflación anual y } \bar{\pi}_a \text{ la media de inflación anual}$$

$$\frac{((1 + 0,06)^5 - 1) - ((1 + 0,05)^5 - 1)}{\sigma} = 0,4013$$

$$\frac{(0,34 - 0,28)}{\sigma} = 0,40 \Rightarrow \sigma = 0,15 \text{ de donde la } V(\pi_5) = 0,023$$

A.3 Cálculo de varianzas

Títulos de deuda pública uruguaya en Pesos nominales

$$V(R_{UYP}) = V\left(\frac{(1 + i_{UYP})}{(1 + \pi)(1 + \Delta ISR)} - 1\right) \cong V(-\pi) + V(-isr) + 2COV(\pi, isr) = V(\pi) + V(isr)$$

Índices accionarios

$$V(R_{SP}) = V\left(\frac{(1 + i_{SP})(1 + \delta_{USD})}{(1 + \pi)(1 + \Delta ISR)} - 1\right) \cong V(i_{SP} + \delta_{USD} - im_s) = V(i_{SP}) + V(\delta_{USD} - im_s)$$

Se asume independencia entre el retorno del S&P 500 y la variable *saldol*, definida como variación del salario nominal en dólares americanos ($Saldol = (\delta_{USD} - \dot{ims})$).

$$V(R_{HS}) = V\left(\frac{(1+i_{HS})(1+\delta_{HKD})}{(1+\pi)(1+\Delta ISR)} - 1\right) \cong V(\dot{i}_{HS} + \delta_{HKD} - \dot{ims}) = V(i_{HS}) + V(\delta_{HKD} - \dot{ims})$$

Se asume independencia entre el retorno del HS y la variable *salhong*, definida como variación del salario nominal en dólares hongkoneses ($Salhong = (\delta_{HKD} - \dot{ims})$).

Los mismos cálculos fueron realizados para los distintos horizontes, utilizando las variaciones a 5, 15 o 30 años según correspondiera.

Títulos de deuda pública uruguaya en dólares

Horizonte de 5 años

$$V(R_{USD}) = V(\dot{ims} - \delta_{USD}) = 0,297$$

Horizonte de 15 años

$$V(R_{USD}) = V(\dot{ims} - \delta_{USD}) = 0,151$$

Horizonte de 30 años

$$V(R_{USD}) = V(\dot{ims} - \delta_{USD}) = 0,016$$

Títulos de deuda pública uruguaya en Unidades Indexadas

Horizonte de 5 años

$$V(R_{UI}) = V(\dot{i} sr) = 0,028$$

Horizonte de 15 años

$$V(R_{UI}) = V(\dot{i} sr) = 0,029$$

Horizonte de 30 años

$$V(R_{UI}) = V(\dot{i}_{sr}) = 0,034$$

Títulos de deuda pública uruguaya en Pesos nominales

Horizonte de 5 años

$$V(R_{UYP}) = V(\pi) + V(\dot{i}_{sr}) = 0,023 + 0,028 = 0,051$$

Títulos del Tesoro de EEUU

Horizonte de 5 años

$$V(R_{EEUU}) = V(\dot{i}_{ms} - \delta_{USD}) = 0,297$$

Horizonte de 15 años

$$V(R_{EEUU}) = V(\dot{i}_{ms} - \delta_{USD}) = 0,151$$

Horizonte de 30 años

$$V(R_{EEUU}) = V(\dot{i}_{ms} - \delta_{USD}) = 0,016$$

Índices accionarios

Horizonte de 5 años

$$V(R_{SP}) = V(i_{SP}) + V(\delta_{USD} - \dot{i}_{ms}) = 0,114 + 0,297 = 0,411$$

$$V(R_{HS}) = V(i_{HS}) + V(\delta_{HKD} - \dot{i}_{ms}) = 0,244 + 0,254 = 0,469$$

Horizonte de 15 años

$$V(R_{SP}) = V(i_{SP}) + V(\delta_{USD} - im_s) = 0,126 + 0,150 = 0,276$$

$$V(R_{HS}) = V(i_{HS}) + V(\delta_{HKD} - im_s) = 0,378 + 0,211 = 0,589$$

Horizonte de 30 años

$$V(R_{SP}) = V(i_{SP}) + V(\delta_{USD} - im_s) = 0,042 + 0,016 = 0,059$$

$$V(R_{HS}) = V(i_{HS}) + V(\delta_{HKD} - im_s) = 0,084 + 0,020 = 0,104$$

A.4 Cálculo de las covarianzas entre los activos

Correlación entre los retornos de títulos en dólares americanos y los retornos de títulos en UI

$$Cov(R_{USD}, R_{UI}) = Cov(saldol, isr) = \rho_{saldol, isr} \cdot \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(isr)}$$

$$\rho_{saldol, isr} = -0,589$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{USD}, R_{UI}) = (-0,589) \sqrt{0,297} \sqrt{0,028} = -0,053$$

Horizonte de 15 años

$$Cov(R_{USD}, R_{UI}) = (-0,589) \sqrt{0,151} \sqrt{0,029} = -0,039$$

Horizonte de 30 años

$$Cov(R_{USD}, R_{UI}) = (-0,589) \sqrt{0,016} \sqrt{0,034} = -0,013$$

Correlación entre los retornos de títulos en dólares americanos y los retornos de títulos en UYP

$$\begin{aligned} Cov(R_{USD}, R_{UYP}) &= Cov(saldol, \pi + isr) = Cov(saldol, \pi) + Cov(saldol, isr) = \\ &= \rho_{saldol, \pi} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(\pi)} + \rho_{saldol, isr} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(isr)} \end{aligned}$$

$$\rho_{saldol, \pi} = -0,143$$

$$\rho_{saldol, isr} = -0,589$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{USD}, R_{UYP}) = (-0,143) \sqrt{0,297} \sqrt{0,023} + (-0,589) \sqrt{0,297} \sqrt{0,028} = -0,065$$

Correlación entre los retornos de títulos en dólares americanos y los retornos de los activos de renta fija emitidos por EEUU

$$Cov(R_{USD}, R_{EEUU}) = Cov(saldol, saldol) = V(saldol)$$

Horizonte de 5 años

$$V(saldol) = 0,297$$

Horizonte de 15 años

$$V(saldol) = 0,151$$

Horizonte de 30 años

$$V(saldol) = 0,016$$

Correlación entre los retornos de títulos en dólares americanos y los retornos de índices accionarios

$$\begin{aligned} Cov(R_{USD}, R_{SP}) &= Cov(saldol, saldol + sp) = V(saldol) + Cov(saldol, sp) = \\ &= V(saldol) + \rho_{saldol, sp} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(sp)} = V(saldol) \end{aligned}$$

Se supone independencia entre Saldol y SP.

Horizonte de 5 años

$$V(\text{saldol}) = 0,297$$

Horizonte de 15 años

$$V(\text{saldol}) = 0,151$$

Horizonte de 30 años

$$V(\text{saldol}) = 0,016$$

$$\begin{aligned} Cov(R_{USD}, R_{HS}) &= Cov(\text{saldol}, \text{saldhong} + \text{hs}) = Cov(\text{saldol}, \text{saldhong}) + Cov(\text{saldol}, \text{hs}) = \\ &= \rho_{\text{saldol}, \text{saldhong}} \sqrt{V(\text{saldol})} \sqrt{V(\text{saldhong})} + \rho_{\text{saldol}, \text{hs}} \sqrt{V(\text{saldol})} \sqrt{V(\text{hs})} \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{saldol}, \text{saldhong}} = 0,983$$

$$\rho_{\text{saldol}, \text{hs}} = -0,023$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{USD}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,297} \sqrt{0,254} + (-0,023) \sqrt{0,297} \sqrt{0,215} = 0,265$$

Horizonte de 15 años

$$Cov(R_{USD}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,151} \sqrt{0,211} + (-0,023) \sqrt{0,151} \sqrt{0,377} = 0,170$$

Horizonte de 30 años

$$Cov(R_{USD}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,016} \sqrt{0,020} + (-0,023) \sqrt{0,016} \sqrt{0,083} = 0,017$$

Correlación entre los retornos de títulos en UI y los retornos de títulos en UYP

$$Cov(R_{UI}, R_{UYP}) = Cov(\dot{isr}, \dot{\pi} + \dot{isr}) = Cov(\dot{isr}, \dot{\pi}) + V(\dot{isr}) = \rho_{\dot{isr}, \dot{\pi}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{\pi})} + V(\dot{isr}) = V(\dot{isr})$$

Se asume independencia entre \dot{isr} e $\dot{\pi}$.

Horizonte de 5 años

$$V(\dot{isr}) = 0,028$$

Correlación entre los retornos de títulos en UI y los retornos de los activos de renta fija emitidos por EEUU

$$Cov(R_{UI}, R_{EEUU}) = Cov(\dot{isr}, \dot{saldol}) = \rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{saldol})}$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} = -0,589$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{UI}, R_{EEUU}) = (-0,589) \sqrt{0,028} \sqrt{0,297} = -0,053$$

Horizonte de 15 años

$$Cov(R_{UI}, R_{EEUU}) = (-0,589) \sqrt{0,029} \sqrt{0,151} = -0,039$$

Horizonte de 30 años

$$Cov(R_{UI}, R_{EEUU}) = (-0,589) \sqrt{0,034} \sqrt{0,016} = -0,013$$

Correlación entre los retornos de títulos en UI y los retornos de índices accionarios

S&P 500

$$\begin{aligned} Cov(R_{UI}, R_{SP}) &= Cov(\dot{isr}, \dot{saldol} + sp) = Cov(\dot{isr}, \dot{saldol}) + Cov(\dot{isr}, sp) = \\ &= \rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{saldol})} + \rho_{\dot{isr}, sp} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(sp)} \end{aligned}$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} = -0,589$$

$$\rho_{\dot{isr}, sp} = 0,074$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{UI}, R_{SP}) = (-0,589)\sqrt{0,028}\sqrt{0,297} + (0,074)\sqrt{0,028}\sqrt{0,114} = -0,049$$

Horizonte de 15 años

$$Cov(R_{UI}, R_{SP}) = (-0,589)\sqrt{0,029}\sqrt{0,151} + (0,074)\sqrt{0,029}\sqrt{0,126} = -0,034$$

Horizonte de 30 años

$$Cov(R_{UI}, R_{SP}) = (-0,589)\sqrt{0,034}\sqrt{0,016} + (0,074)\sqrt{0,034}\sqrt{0,043} = -0,011$$

HANG SENG

$$\begin{aligned} Cov(R_{UI}, R_{HS}) &= Cov(\dot{isr}, \dot{salhong} + \dot{hs}) = Cov(\dot{isr}, \dot{salhong}) + Cov(\dot{isr}, \dot{hs}) = \\ &= \rho_{\dot{isr}, \dot{salhong}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{salhong})} + \rho_{\dot{isr}, \dot{hs}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{hs})} \end{aligned}$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{salhong}} = -0,587$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{hs}} = 0,022$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{UI}, R_{HS}) = (-0,587)\sqrt{0,028}\sqrt{0,255} + (0,022)\sqrt{0,028}\sqrt{0,214} = -0,047$$

Horizonte de 15 años

$$Cov(R_{UI}, R_{HS}) = (-0,587)\sqrt{0,029}\sqrt{0,211} + (0,022)\sqrt{0,029}\sqrt{0,378} = -0,043$$

Horizonte de 30 años

$$Cov(R_{UI}, R_{HS}) = (-0,587)\sqrt{0,034}\sqrt{0,020} + (0,022)\sqrt{0,034}\sqrt{0,084} = -0,014$$

Correlación entre los retornos de títulos en pesos uruguayos y los retornos de los activos de renta fija emitidos por EEUU

$$\begin{aligned} Cov(R_{UY}, R_{EEU}) &= Cov(\pi + \dot{isr}, \dot{saldol}) = Cov(\pi, \dot{saldol}) + Cov(\dot{isr}, \dot{saldol}) = \\ &= \rho_{\pi, \dot{saldol}} \sqrt{V(\pi)} \sqrt{V(\dot{saldol})} + \rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{saldol})} \end{aligned}$$

$$\rho_{\pi, \dot{saldol}} = -0,143$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} = -0,589$$

Horizonte de 5 años

$$Cov(R_{UY}, R_{EEU}) = (-0,143) \sqrt{0,023} \sqrt{0,297} + (-0,589) \sqrt{0,028} \sqrt{0,297} = -0,065$$

Correlación entre los retornos de títulos en pesos uruguayos y los retornos de índices accionarios

S&P 500

$$\begin{aligned} Cov(R_{UY}, R_{SP}) &= Cov(\pi + \dot{isr}, \dot{saldol} + sp) = \\ &= Cov(\pi, \dot{saldol}) + Cov(\pi, sp) + Cov(\dot{isr}, \dot{saldol}) + Cov(\dot{isr}, sp) = \\ &= \rho_{\pi, \dot{saldol}} \sqrt{V(\pi)} \sqrt{V(\dot{saldol})} + \rho_{\pi, sp} \sqrt{V(\pi)} \sqrt{V(sp)} + \rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(\dot{saldol})} + \rho_{\dot{isr}, sp} \sqrt{V(\dot{isr})} \sqrt{V(sp)} \end{aligned}$$

$$\rho_{\pi, \dot{saldol}} = -0,143$$

$$\rho_{\pi, sp} = -0,032$$

$$\rho_{\dot{isr}, \dot{saldol}} = -0,589$$

$$\rho_{\dot{isr}, sp} = 0,074$$

Horizonte de 5 años

$$\begin{aligned} Cov(R_{UYV}, R_{SP}) &= (-0,143)\sqrt{0,023}\sqrt{0,297} + (-0,032)\sqrt{0,023}\sqrt{0,114} + \\ &(-0,589)\sqrt{0,028}\sqrt{0,297} + (0,074)\sqrt{0,028}\sqrt{0,114} = -0,063 \end{aligned}$$

HANG SENG

$$\begin{aligned} Cov(R_{UYV}, R_{HS}) &= Cov(\pi + isr, salhong + hs) = \\ &= Cov(\pi, salhong) + Cov(\pi, hs) + Cov(isr, salhong) + Cov(isr, hs) = \\ &= \rho_{\pi, salhong} \sqrt{V(\pi)} \sqrt{V(salhong)} + \rho_{\pi, hs} \sqrt{V(\pi)} \sqrt{V(hs)} + \\ &\rho_{isr, salhong} \sqrt{V(isr)} \sqrt{V(salhong)} + \rho_{isr, hs} \sqrt{V(isr)} \sqrt{V(hs)} \end{aligned}$$

$$\rho_{\pi, hs} = -0,066$$

$$\rho_{\pi, salhong} = -0,133$$

$$\rho_{isr, salhong} = -0,587$$

$$\rho_{isr, hs} = 0,022$$

Horizonte de 5 años

$$\begin{aligned} Cov(R_{UYV}, R_{HS}) &= (-0,133)\sqrt{0,023}\sqrt{0,255} + (-0,066)\sqrt{0,023}\sqrt{0,215} + \\ &(-0,587)\sqrt{0,028}\sqrt{0,255} + (0,022)\sqrt{0,028}\sqrt{0,215} = -0,053 \end{aligned}$$

Correlación entre los retornos de títulos de renta fija emitidos por EEUU y los índices accionarios

S&P 500

$$\begin{aligned} Cov(R_{EEUU}, R_{SP}) &= Cov(saldol, saldol + sp) = V(saldol) + Cov(saldol, sp) = \\ &= V(saldol) + \rho_{saldol, sp} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(sp)} = V(saldol) \end{aligned}$$

Se supone independencia entre Saldol y SP.

Horizonte de 5 años

$$V(\text{saldol}) = 0,297$$

Horizonte de 15 años

$$V(\text{saldol}) = 0,151$$

Horizonte de 30 años

$$V(\text{saldol}) = 0,016$$

HANG SENG

$$\begin{aligned} \text{Cov}(R_{EEUU}, R_{HS}) &= \text{Cov}(\text{saldol}, \text{saldhong} + \text{hs}) = \text{Cov}(\text{saldol}, \text{saldhong}) + \text{Cov}(\text{saldol}, \text{hs}) = \\ &= \rho_{\text{saldol}, \text{saldhong}} \sqrt{V(\text{saldol})} \sqrt{V(\text{saldhong})} + \rho_{\text{saldol}, \text{hs}} \sqrt{V(\text{saldol})} \sqrt{V(\text{hs})} \end{aligned}$$

$$\rho_{\text{saldol}, \text{saldhong}} = 0,983$$

$$\rho_{\text{saldol}, \text{hs}} = -0,023$$

Horizonte de 5 años

$$\text{Cov}(R_{EEUU}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,297} \sqrt{0,254} + (-0,023) \sqrt{0,297} \sqrt{0,215} = 0,265$$

Horizonte de 15 años

$$\text{Cov}(R_{EEUU}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,151} \sqrt{0,211} + (-0,023) \sqrt{0,151} \sqrt{0,377} = 0,170$$

Horizonte de 30 años

$$\text{Cov}(R_{EEUU}, R_{HS}) = 0,983 \sqrt{0,016} \sqrt{0,020} + (-0,023) \sqrt{0,016} \sqrt{0,083} = 0,017$$

Correlación entre los retornos del S&P 500 y los retornos del Hang Seng

$$\begin{aligned}
Cov(R_{SP}, R_{HS}) &= Cov(saldol + sp, salhong + hs) = \\
&= Cov(saldol, salhong) + Cov(saldol, hs) + Cov(sp, salhong) + Cov(sp, hs) = \\
&= \rho_{saldol, salhong} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(salhong)} + \rho_{saldol, hs} \sqrt{V(saldol)} \sqrt{V(hs)} \\
&+ \rho_{sp, salhong} \sqrt{V(sp)} \sqrt{V(salhong)} + \rho_{sp, hs} \sqrt{V(sp)} \sqrt{V(hs)}
\end{aligned}$$

$$\rho_{saldol, salhong} = 0,983$$

$$\rho_{saldol, hs} = -0,023$$

$$\rho_{sp, salhong} = -0,056$$

$$\rho_{sp, hs} = 0,085$$

Horizonte de 5 años

$$\begin{aligned}
Cov(R_{SP}, R_{HS}) &= (0,983) \sqrt{0,297} \sqrt{0,254} + (-0,023) \sqrt{0,297} \sqrt{0,215} \\
&+ (-0,056) \sqrt{0,114} \sqrt{0,254} + (0,085) \sqrt{0,114} \sqrt{0,215} = 0,268
\end{aligned}$$

Horizonte de 15 años

$$\begin{aligned}
Cov(R_{SP}, R_{HS}) &= (0,983) \sqrt{0,151} \sqrt{0,211} + (-0,023) \sqrt{0,151} \sqrt{0,378} \\
&+ (-0,056) \sqrt{0,126} \sqrt{0,211} + (0,085) \sqrt{0,126} \sqrt{0,378} = 0,179
\end{aligned}$$

Horizonte de 30 años

$$\begin{aligned}
Cov(R_{SP}, R_{HS}) &= (0,983) \sqrt{0,016} \sqrt{0,020} + (-0,023) \sqrt{0,016} \sqrt{0,084} \\
&+ (-0,056) \sqrt{0,043} \sqrt{0,020} + (0,085) \sqrt{0,043} \sqrt{0,084} = 0,020
\end{aligned}$$

A.5 Pruebas de significación

Para el cálculo de las varianzas se asumió independencia entre la variación del salario nominal expresado en dólares americanos (SALDOL) y los rendimientos del S&P 500. Con el fin de validar empíricamente dicho supuesto, se planteo el siguiente modelo:

$$\Delta \log(SP) = \beta \Delta \log(SALDOL)$$

Luego se realizó una prueba de significación de WALD sobre el parámetro β , no rechazando con un 95 por ciento de confianza la hipótesis nula $\beta = 0$.

Especificación del Modelo

Dependent Variable: DLOG(SP) Method: Least Squares Date: 03/28/10 Time: 22:15 Sample (adjusted): 1975M02 2009M12 Included observations: 419 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.006382	0.002230	2.862305	0.0044
SALDOL	-0.046740	0.041921	-1.114963	0.2655
R-squared	0.002972	Mean dependent var		0.006569
Adjusted R-squared	0.000581	S.D. dependent var		0.045522
S.E. of regression	0.045509	Akaike info criterion		-3.337046
Sum squared resid	0.863641	Schwarz criterion		-3.317772
Log likelihood	701.1111	F-statistic		1.243142
Durbin-Watson stat	1.870550	Prob(F-statistic)		0.265509

Test de Wald sobre el parámetro de SALDOL

Wald Test: Equation: Untitled			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	1.243142	(1, 417)	0.2655
Chi-square	1.243142	1	0.2649
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(2)	-0.046740	0.041921	
Restrictions are linear in coefficients.			

En lo que respecta a la variación del salario nominal expresado en dólares hongkoneses (SALHONG) y el rendimiento del Hang Seng, se realizó la misma prueba de independencia que para el S&P 500 y SALDOL, no rechazando la hipótesis nula de independencia entre las variables, al 5 por ciento de significación.

Especificación del Modelo

Dependent Variable: DLOG(HS)				
Method: Least Squares				
Date: 03/28/10 Time: 22:23				
Sample (adjusted): 1975M02 2009M12				
Included observations: 419 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.011092	0.004209	2.635172	0.0087
SALHONG	0.022595	0.075690	0.298519	0.7655
R-squared	0.000214	Mean dependent var	0.010974	
Adjusted R-squared	-0.002184	S.D. dependent var	0.085689	
S.E. of regression	0.085783	Akaike info criterion	-2.069236	
Sum squared resid	3.068569	Schwarz criterion	-2.049962	
Log likelihood	435.5049	F-statistic	0.089113	
Durbin-Watson stat	1.870389	Prob(F-statistic)	0.765456	

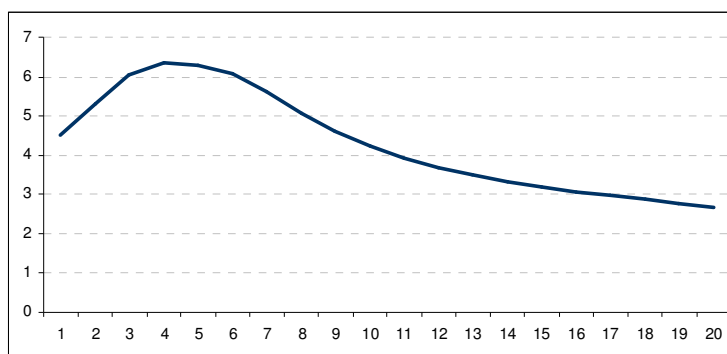
Test de Wald sobre el parámetro de SALDOL

Wald Test:			
Equation: EQSALHONGHS			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	0.089113	(1, 417)	0.7655
Chi-square	0.089113	1	0.7653
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(2)	0.022595	0.075690	
Restrictions are linear in coefficients.			

Ambas pruebas se realizaron a partir de variaciones mensuales.

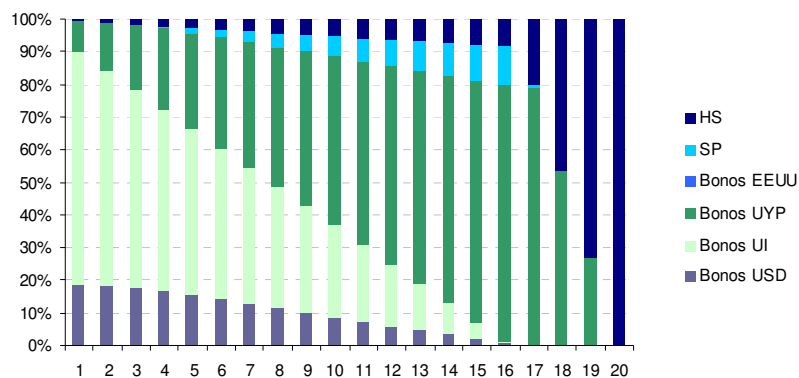
A.6 Gráficos capítulo V

Gráfico 1. Evolución del ratio de Sharpe en la frontera a 15 años según el número de portafolio (ratio de Sharpe en función del número de portafolio)



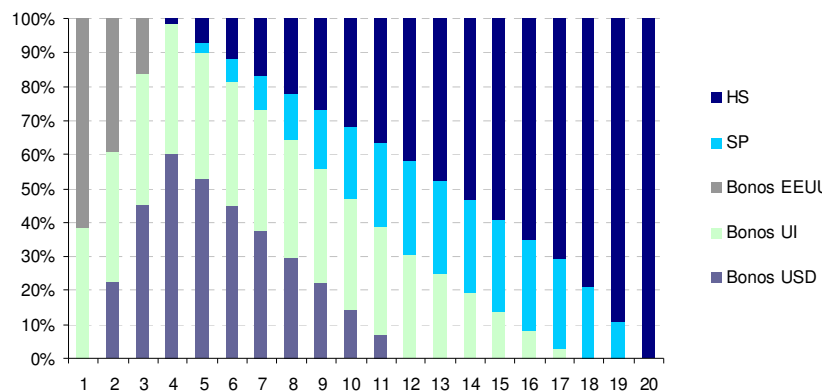
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 2. Composición de las carteras luego de un cambio en la variación del ISR en un horizonte de 5 años



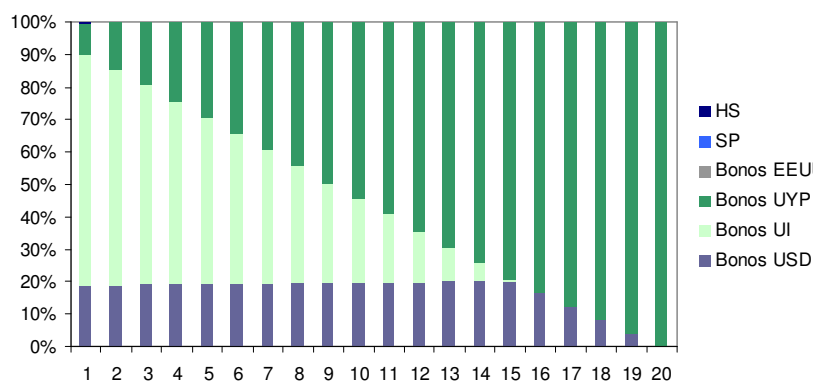
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 3. Composición de las carteras luego de un cambio en la variación del ISR en un horizonte de 30 años



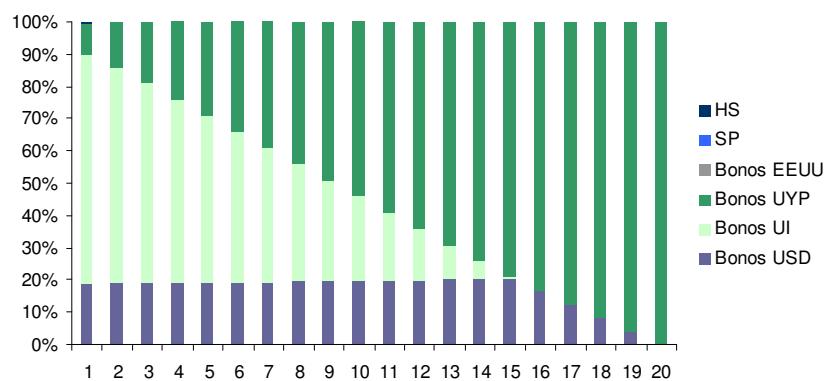
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 4. Composición de las carteras estimadas a partir de los peores 5 años del S&P 500.



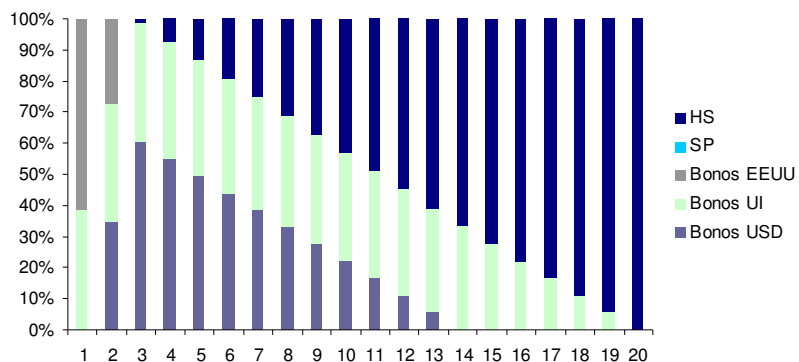
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 5. Composición de las carteras estimadas a partir de los peores 5 años del HS.



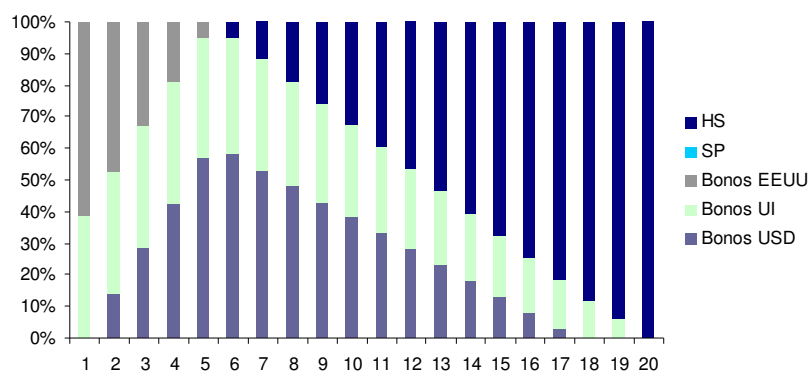
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 6. Composición de las carteras estimadas a partir de los peores 30 años del S&P 500.



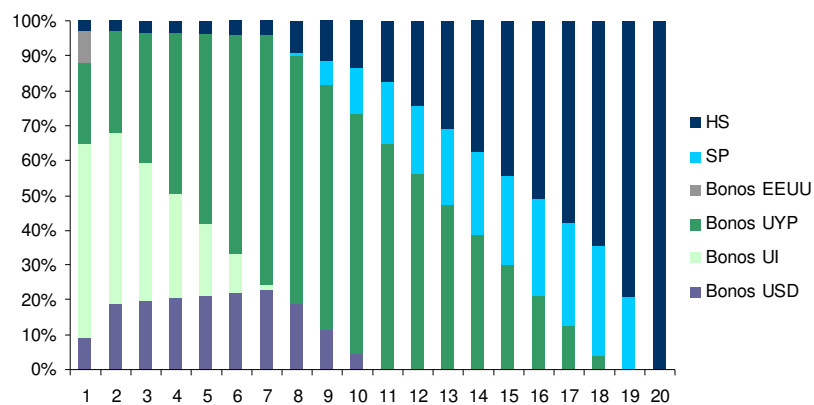
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 7. Composición de las carteras estimadas a partir de los peores 30 años del HS.



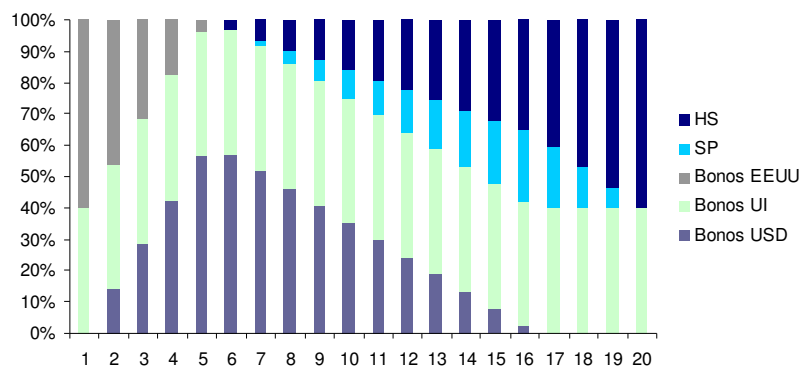
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 8. Composición de las carteras ante un shock al tipo de cambio sobre las fronteras de eficiencia de las AFAP en un horizonte de 5 años.



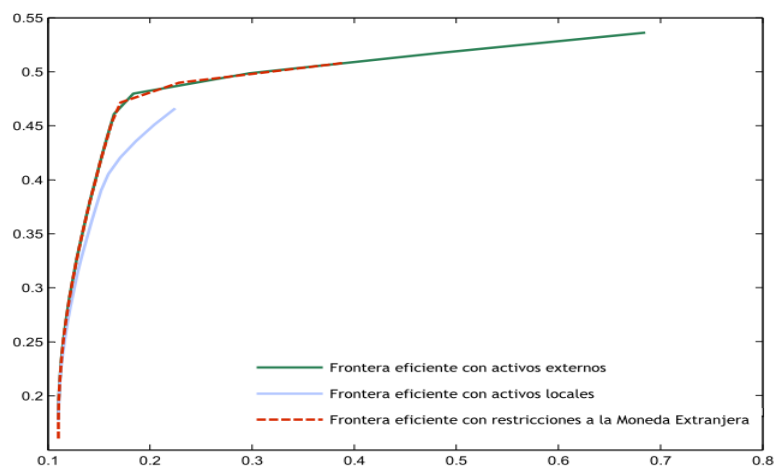
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 9. Composición de las carteras a un horizonte de 30 años con restricciones a la moneda extranjera



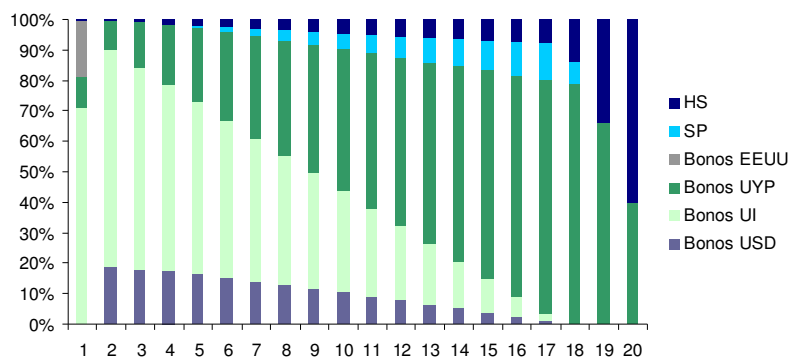
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 10. Frontera de eficiencia a 5 años con restricciones a la moneda extranjera (Retorno en función del riesgo)



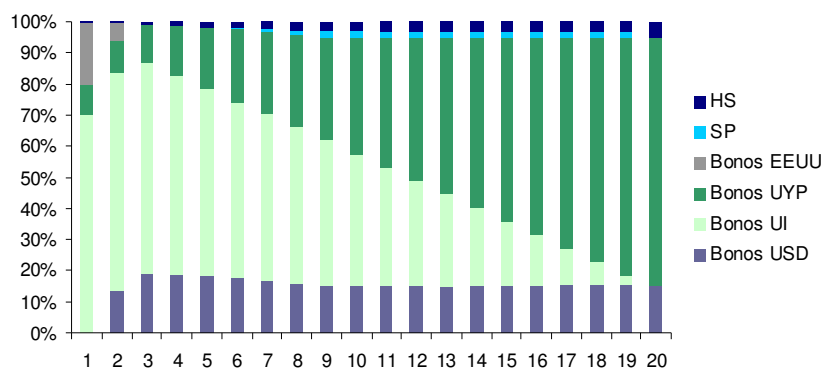
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 11. Composición de las carteras a un horizonte de 5 años con restricciones a la moneda extranjera



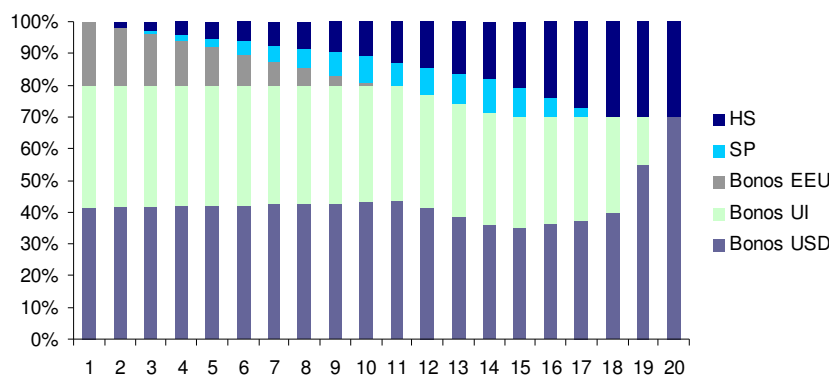
Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 12. Composición de las carteras a un horizonte de 5 años aplicando restricciones chilenas a las inversiones



Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

Gráfico 13. Composición de las carteras a un horizonte de 30 años aplicando restricciones chilenas a las inversiones



Fuente: Elaboración propia en base a resultados del Matlab.

A.1 Análisis del orden de integración de las series

Test de Dickey Fuller Aumentado

Con el fin de determinar el orden de integración de las series analizadas, se utilizó el Test de Dickey Fuller Aumentado (ADF).

Para desarrollar dicho test, se parte del proceso estacionario más simple, un modelo AR(1):

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t$$

Siendo ρ un parámetros a estimar y u_t el término de error para el que se asume que cumplen las propiedades de ruido blanco.

Si $-1 \leq \rho \leq 1$ el proceso puede definirse como estacionario. En cambio, cuando $\rho = 1$, se está ante la presencia de una raíz unitaria y se trata de un proceso *random walk*.

El test de Dickey-Fuller (DF) plantea, sencillamente, contrastar estadísticamente si $\rho = 1$. La hipótesis nula es $H_0 : \rho = 1$, y la alternativa $H_1 : \rho < 1$.

Si se resta y_{t-1} en ambos lados de la ecuación, se obtiene:

$$\Delta y_t = (\rho - 1)y_{t-1} + u_t = \gamma y_{t-1} + u_t, \text{ siendo } \gamma = (\rho - 1)$$

Para testear la hipótesis nula de raíz unitaria, se testea la hipótesis de que el coeficiente γ es igual a cero, contra la alternativa de que es menor que cero: $H_0 : \gamma = 0$, $H_1 : \gamma < 0$.

Si $\gamma = 0$, entonces $\Delta y_t = u_t$, por lo cual las primeras diferencias son estacionarias, pero la serie no lo es ($\rho = 1$).

El estadístico utilizado para realizar la prueba es denominado tau (τ) y su distribución no es la misma que la de un simple estadístico t (*t-Student*). Por ello, los valores críticos se encuentran tabulados mediante simulaciones Montecarlo por Dickey y Fuller (1979) para distintos tamaños muestrales y niveles de significación. Esta simulación fue posteriormente ampliada por MacKinnon.

El problema del test DF es que supone que el modelo sigue un proceso AR(1). Cuando el modelo siga otro proceso diferente, la estimación de la regresión auxiliar del test arrojará un incumplimiento de la condición de ruido blanco para los residuos. El test de Dickey-Fuller Aumentado (ADF), en cambio, permite considerar otros esquemas de autocorrelación, siendo este el test más utilizado en la práctica.

Para desarrollar el test ADF, se incorporan al modelo los valores rezagados de la variable independiente, con el fin de capturar la autocorrelación de mayor orden.

Esta versión fue la que se utilizó en el presente trabajo y se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \delta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Las hipótesis así como el estadístico utilizado, son los mismos que para el test de DF.

Análisis de las series de ventanas móviles a 5 años

A continuación se presentan las salidas de los test ADF para las diferentes series utilizadas en el estudio.

Serie de ventanas móviles de la variación del Salario nominal expresado en dólares americanos (SALDOL5) y en dólares hongkoneses (SALHONG5) a 5 años respectivamente

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SALDOL5

Null Hypothesis: SALDOL5 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 12 (Automatic based on AIC, MAXLAG=16)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic -2.269928 0.0226				
Test critical values:				
1% level -2.571643				
5% level -1.941740				
10% level -1.616087				
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SALDOL5)				
Method: Least Squares				
Date: 03/21/10 Time: 10:39				
Sample (adjusted): 1981M02 2009M12				
Included observations: 347 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SALDOL5(-1)	-0.017143	0.007552	-2.269928	0.0238
D(SALDOL5(-1))	0.089214	0.053484	1.668057	0.0962
D(SALDOL5(-2))	-0.106653	0.053512	-1.993068	0.0471
D(SALDOL5(-3))	0.179897	0.053673	3.351730	0.0009
D(SALDOL5(-4))	0.141596	0.054339	2.605807	0.0096
D(SALDOL5(-5))	-0.046271	0.054291	-0.852282	0.3947
D(SALDOL5(-6))	0.004701	0.054334	0.086512	0.9311
D(SALDOL5(-7))	0.036005	0.054278	0.663340	0.5076
D(SALDOL5(-8))	0.147756	0.053852	2.743717	0.0064
D(SALDOL5(-9))	-0.071787	0.053993	-1.329569	0.1846
D(SALDOL5(-10))	0.063729	0.053499	1.191236	0.2344
D(SALDOL5(-11))	-0.047263	0.053024	-0.891355	0.3734
D(SALDOL5(-12))	0.185503	0.053030	3.498052	0.0005
R-squared	0.165308	Mean dependent var	-0.000525	
Adjusted R-squared	0.135319	S.D. dependent var	0.080515	
S.E. of regression	0.074870	Akaike info criterion	-2.309391	
Sum squared resid	1.872227	Schwarz criterion	-2.165180	
Log likelihood	413.6794	Durbin-Watson stat	1.979108	

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SALHONG5

Null Hypothesis: SALHONG5 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 12 (Automatic based on AIC, MAXLAG=16)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic -2.007350 0.0430				
Test critical values:				
1% level -2.571643				
5% level -1.941740				
10% level -1.616087				
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SALHONG5)				
Method: Least Squares				
Date: 03/26/10 Time: 11:07				
Sample (adjusted): 1981M03 2010M01				
Included observations: 347 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SALHONG5(-1)	-0.015831	0.007886	-2.007350	0.0455
D(SALHONG5(-1))	0.122133	0.053299	2.291469	0.0226
D(SALHONG5(-2))	-0.175953	0.053424	-3.293495	0.0011
D(SALHONG5(-3))	0.167869	0.054071	3.104604	0.0021
D(SALHONG5(-4))	0.094330	0.054362	1.735210	0.0836
D(SALHONG5(-5))	-0.040319	0.054132	-0.744819	0.4569
D(SALHONG5(-6))	-0.010734	0.054126	-0.198324	0.8429
D(SALHONG5(-7))	0.054746	0.054097	1.011997	0.3123
D(SALHONG5(-8))	0.123790	0.053833	2.299527	0.0221
D(SALHONG5(-9))	-0.108013	0.053984	-2.000813	0.0462
D(SALHONG5(-10))	0.099540	0.053775	1.851033	0.0650
D(SALHONG5(-11))	-0.070407	0.052704	-1.335909	0.1825
D(SALHONG5(-12))	0.210713	0.052606	4.005527	0.0001
R-squared	0.172954	Mean dependent var	-0.000386	
Adjusted R-squared	0.143240	S.D. dependent var	0.083980	
S.E. of regression	0.077733	Akaike info criterion	-2.234322	
Sum squared resid	2.018184	Schwarz criterion	-2.090111	
Log likelihood	400.6548	Durbin-Watson stat	1.984397	

Serie de ventanas móviles de la variación a 5 años del ln(ISR)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on ISR5

Null Hypothesis: ISR5 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 10 (Automatic based on AIC, MAXLAG=16)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.404309	0.0159
Test critical values:	1% level		-2.571605	
	5% level		-1.941734	
	10% level		-1.616091	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(ISR5)				
Method: Least Squares				
Date: 03/26/10 Time: 10:56				
Sample (adjusted): 1981M01 2010M01				
Included observations: 349 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ISR5(-1)	-0.032287	0.013429	-2.404309	0.0167
D(ISR5(-1))	-0.104988	0.052932	-1.983446	0.0481
D(ISR5(-2))	-0.137185	0.052824	-2.597012	0.0098
D(ISR5(-3))	0.133041	0.052389	2.539488	0.0115
D(ISR5(-4))	0.226307	0.052611	4.301536	0.0000
D(ISR5(-5))	-0.045946	0.053842	-0.853356	0.3941
D(ISR5(-6))	0.109511	0.053444	2.049094	0.0412
D(ISR5(-7))	0.011395	0.052328	0.217760	0.8277
D(ISR5(-8))	0.193637	0.052098	3.716758	0.0002
D(ISR5(-9))	-0.034716	0.052359	-0.663027	0.5078
D(ISR5(-10))	-0.182280	0.051706	-3.525303	0.0005
R-squared	0.249827	Mean dependent var		0.001384
Adjusted R-squared	0.227633	S.D. dependent var		0.043420
S.E. of regression	0.038159	Akaike info criterion		-3.663096
Sum squared resid	0.492166	Schwarz criterion		-3.541589
Log likelihood	650.2102	Durbin-Watson stat		1.999600

Serie de ventanas móviles de la variación a 5 años del ln(SP)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SP5

Null Hypothesis: SP5 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=16)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.276328	0.1860
Test critical values:	1% level		-2.571401	
	5% level		-1.941706	
	10% level		-1.616109	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SP5)				
Method: Least Squares				
Date: 03/26/10 Time: 11:32				
Sample (adjusted): 1980M02 2010M01				
Included observations: 360 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SP5(-1)	-0.008239	0.006455	-1.276328	0.2027
R-squared	0.004132	Mean dependent var		-0.001303
Adjusted R-squared	0.004132	S.D. dependent var		0.066382
S.E. of regression	0.066244	Akaike info criterion		-2.588156
Sum squared resid	1.575410	Schwarz criterion		-2.577361
Log likelihood	466.8680	Durbin-Watson stat		1.869407

Serie de ventanas móviles de la variación a 5 años del ln (Hang Seng)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on HS5

Null Hypothesis: HS5 has a unit root					
Exogenous: None					
Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=16)					
			t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.999459	0.0438	
Test critical values:	1% level		-2.571419		
	5% level		-1.941709		
	10% level		-1.616108		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.					
Augmented Dickey-Fuller Test Equation					
Dependent Variable: D(HS5)					
Method: Least Squares					
Date: 03/24/10 Time: 21:39					
Sample (adjusted): 1980M03 2010M01					
Included observations: 359 after adjustments					
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	HS5(-1)	-0.016403	0.008204	-1.999459	0.0463
R-squared	0.010534	Mean dependent var		-0.002747	
Adjusted R-squared	0.010534	S.D. dependent var		0.121100	
S.E. of regression	0.120460	Akaike info criterion		-1.392211	
Sum squared resid	5.194826	Schwarz criterion		-1.381394	
Log likelihood	250.9019	Durbin-Watson stat		1.913884	

Análisis de las series de ventanas móviles a 15 años

Serie de ventanas móviles de la variación del Salario nominal expresado en dólares americanos (SALDOL5) y en dólares hongkoneses (SALHONG5) a 15 años respectivamente

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SALDOL15

Null Hypothesis: SALDOL15 has a unit root Exogenous: None Lag Length: 3 (Automatic based on AIC, MAXLAG=14)					
			t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic					
			-6.073409	0.0000	
Test critical values:					
	1% level		-2.574839		
	5% level		-1.942182		
	10% level		-1.615799		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.					
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SALDOL15) Method: Least Squares Date: 04/05/10 Time: 02:29 Sample (adjusted): 1990M06 2009M12 Included observations: 235 after adjustments					
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	SALDOL15(-1)	-0.765969	0.126118	-6.073409	0.0000
	D(SALDOL15(-1))	-0.201920	0.111240	-1.815172	0.0708
	D(SALDOL15(-2))	-0.316983	0.087455	-3.624511	0.0004
	D(SALDOL15(-3))	-0.182810	0.064330	-2.841756	0.0049
	R-squared	0.521141	Mean dependent var	-0.000460	
	Adjusted R-squared	0.514923	S.D. dependent var	0.101436	
	S.E. of regression	0.070647	Akaike info criterion	-2.445359	
	Sum squared resid	1.152931	Schwarz criterion	-2.386472	
	Log likelihood	291.3296	Durbin-Watson stat	1.946030	

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SALHONG15

Null Hypothesis: SALHONG15 has a unit root Exogenous: None Lag Length: 3 (Automatic based on AIC, MAXLAG=14)					
			t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic					
			-6.073409	0.0000	
Test critical values:					
	1% level		-2.574839		
	5% level		-1.942182		
	10% level		-1.615799		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.					
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(SALHONG15) Method: Least Squares Date: 04/05/10 Time: 02:27 Sample (adjusted): 1990M06 2009M12 Included observations: 235 after adjustments					
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	SALHONG15(-1)	-0.765969	0.126118	-6.073409	0.0000
	D(SALHONG15(-1))	-0.201920	0.111240	-1.815172	0.0708
	D(SALHONG15(-2))	-0.316983	0.087455	-3.624511	0.0004
	D(SALHONG15(-3))	-0.182810	0.064330	-2.841756	0.0049
	R-squared	0.521141	Mean dependent var	-0.000460	
	Adjusted R-squared	0.514923	S.D. dependent var	0.101436	
	S.E. of regression	0.070647	Akaike info criterion	-2.445359	
	Sum squared resid	1.152931	Schwarz criterion	-2.386472	
	Log likelihood	291.3296	Durbin-Watson stat	1.946030	

Serie de ventanas móviles de la variación a 15 años del ln(ISR)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on ISR15

Null Hypothesis: ISR15 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 10 (Automatic based on AIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.509037	0.0120
Test critical values: 1% level			-2.575099	
5% level			-1.942218	
10% level			-1.615776	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(ISR15)				
Method: Least Squares				
Date: 04/05/10 Time: 01:42				
Sample (adjusted): 1990M12 2009M12				
Included observations: 229 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ISR15(-1)	-0.040655	0.016203	-2.509037	0.0128
D(ISR15(-1))	-0.192528	0.065662	-2.932095	0.0037
D(ISR15(-2))	-0.158799	0.066939	-2.372272	0.0185
D(ISR15(-3))	0.132394	0.066280	1.997503	0.0470
D(ISR15(-4))	0.184929	0.066925	2.763208	0.0062
D(ISR15(-5))	-0.041344	0.068050	-0.607554	0.5441
D(ISR15(-6))	0.042011	0.067881	0.618896	0.5366
D(ISR15(-7))	0.003509	0.066792	0.052535	0.9582
D(ISR15(-8))	0.203797	0.065908	3.092159	0.0022
D(ISR15(-9))	0.045586	0.066865	0.681761	0.4961
D(ISR15(-10))	-0.154956	0.065585	-2.362683	0.0190
R-squared	0.253156	Mean dependent var		0.002236
Adjusted R-squared	0.218897	S.D. dependent var		0.045109
S.E. of regression	0.039867	Akaike info criterion		-3.559671
Sum squared resid	0.346492	Schwarz criterion		-3.394732
Log likelihood	418.5823	Durbin-Watson stat		1.953053

Serie de ventanas móviles de la variación a 15 años del ln(SP)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SP15

Null Hypothesis: SP15 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.931244	0.3123
Test critical values:				
1% level			-2.574674	
5% level			-1.942159	
10% level			-1.615814	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(SP15)				
Method: Least Squares				
Date: 04/05/10 Time: 02:51				
Sample (adjusted): 1990M02 2009M12				
Included observations: 239 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SP15(-1)	-0.002605	0.002798	-0.931244	0.3527
R-squared	0.001505	Mean dependent var		-0.003012
Adjusted R-squared	0.001505	S.D. dependent var		0.065343
S.E. of regression	0.065294	Akaike info criterion		-2.615660
Sum squared resid	1.014665	Schwarz criterion		-2.601114
Log likelihood	313.5714	Durbin-Watson stat		1.900193

Serie de ventanas móviles de la variación a 15 años del ln (Hang Seng)

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on HS15

Null Hypothesis: HS15 has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-3.479263	0.0439
Test critical values:				
1% level			-3.997083	
5% level			-3.428819	
10% level			-3.137851	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(HS15)				
Method: Least Squares				
Date: 03/21/10 Time: 00:36				
Sample (adjusted): 1990M03 2009M12				
Included observations: 238 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
HS15(-1)	-0.084689	0.024341	-3.479263	0.0006
D(HS15(-1))	0.169199	0.064305	2.631185	0.0091
C	1.594980	0.519753	3.068726	0.0024
@TREND(1980M01)	-0.004253	0.001541	-2.760012	0.0062
R-squared	0.064731	Mean dependent var		-0.037869
Adjusted R-squared	0.052740	S.D. dependent var		1.090974
S.E. of regression	1.061815	Akaike info criterion		2.974501
Sum squared resid	263.8238	Schwarz criterion		3.032859
Log likelihood	-349.9657	F-statistic		5.398451
Durbin-Watson stat	2.003152	Prob(F-statistic)		0.001311

A.2 Modelo de Vectores autorregresivos con corrección del error

Cointegración

Dos series están cointegradas si existe una combinación lineal de las mismas que sea integrada de un orden menor que cada una de ellas por separado. Para que esto ocurra, las mencionadas series deben tener una tendencia común -tanto determinística como estocástica-. Económicamente, decir que dos variables se encuentran cointegradas es análogo a decir que existe una relación de largo plazo entre las mismas, o que sus diferencias son estables en el tiempo. La modelización de series que no presentan un relación de equilibrio, puede tener como resultado excelentes indicadores de ajuste del modelo (tal como un R^2 cercano a 100) y no estar reflejando más que la presencia de raíces unitarias en ambas variables. A este tipo de relaciones se las denomina Regresiones Espúreas, y su ocurrencia queda imposibilitada frente a la existencia de relaciones de cointegración entre las variables.

Se puede escribir la relación de equilibrio entre dos variables x_t y y_t como:

$$\text{A.1)} \quad y_t = \kappa_0 + \gamma_1 x_t + R_t$$

O lo que es lo mismo,

$$\text{A.1 bis)} \quad \gamma_0 y_t - \gamma_1 x_t - \kappa_0 = R_t$$

Siendo κ_0 la constante de la relación de equilibrio, $[\gamma_0 \quad \gamma_1]$ el vector de cointegración y R_t el residuo de la ecuación cointegradora. Dado que la mayoría de las series macroeconómicas son $I(1)$, si efectivamente x_t y y_t están cointegradas ($CI(1,1)$), el residuo de la relación de largo plazo debe ser estacionario ($I(0)$).

Test de Johansen

Existen diferentes tests para probar la cointegración entre variables. El procedimiento multivariado de S. Johansen se ha convertido en uno muy popular, dado que el mismo posee ciertas propiedades deseables, incluyendo el hecho de que todas las variables del test son tratadas como variables endógenas. La prueba consiste en testear las restricciones que impone la existencia de relaciones de cointegración sobre un VAR irrestricto que explica la dinámica de las series. Este test hace necesario probar como primer paso el orden de integración de cada una de las series del modelo. El Teorema de la Representación de Granger establece que si en la representación VAR o VECM de un sistema, la matriz de coeficientes Γ es de rango reducido ($r < n$), entonces existen matrices α y β de $n \times r$, cada una de rango completo, tales que $\Gamma = \alpha\beta'$ y $\beta'y_{t-1}$ es estacionario. De acuerdo con lo anterior, r es el número de relaciones de cointegración (rango de cointegración) y cada columna de β es una relación de cointegración. Los parámetros de α son parámetros de ajuste, parámetros de corrección del desvío del equilibrio de largo plazo.

Para determinar el número de vectores de cointegración utiliza dos estadísticos, La prueba de la traza, y la prueba del Máximo Valor Propio, cuyas hipótesis nulas representan la no existencia de una relación de cointegración. Cuando ambos estadísticos se contradicen, no se puede resolver sobre la existencia o no de relaciones de cointegración. Las distribuciones de los contrastes estadísticos no son estándar y será la simulación la que proporcione valores críticos asintóticos aproximados según la estructura de los datos y el VAR a estimado.

Modelo de Corrección del error y teorema de representación de Granger

Si bien en el largo plazo las variables siguen una misma trayectoria, existen desvíos del equilibrio así como mecanismos de retorno al mismo, que determinan la trayectoria de corto plazo de las variables.

Cuando dos variables son CI(1,1), el residuo de la relación de largo plazo puede ser utilizado para estimar la relación de corto plazo entre las mismas. Partiendo de un modelo autorregresivo con retardo distribuido (ADL por su sigla en inglés) con un rezago en la variable dependiente y uno en su único regresor (ADL(1,1)):

$$A.2) \quad y_t = m + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Siendo m el término constante y $\alpha_1, \beta_0, \beta_1$ los regresores de y_{t-1}, x_t, x_{t-1} respectivamente.

En el equilibrio de largo plazo, $y_t = y_{t-1} = y$ y $x_t = x_{t-1} = x$, con lo que podemos reescribir A.2 para el largo plazo como:

$$A.3) \quad y(1 - \alpha_1) = m + (\beta_0 + \beta_1)x$$

$$A.4) \quad y = \frac{m}{1 - \alpha_1} + \frac{\beta_0 + \beta_1}{1 - \alpha_1} x$$

Con lo que ante un cambio en x , y se verá afectada en:

$$A.5) \quad \gamma_1 = \frac{\beta_0 + \beta_1}{1 - \alpha_1}$$

Donde se puede apreciar que γ_1 es el mismo de la ecuación A.1 de equilibrio de largo plazo.

Sustrayendo y_{t-1} en ambos lados de la ecuación y sumando y restando $\beta_0 x_{t-1}$ en el miembro derecho de la misma, podemos reescribir A.2 como:

$$y_t - y_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \beta_0 x_t - \beta_0 x_{t-1} + \beta_0 x_{t-1} + \beta_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$A.6) \quad y_t - y_{t-1} = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)y_{t-1} + \beta_0 (x_t - x_{t-1}) + (\beta_0 + \beta_1)x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Expresando A.6 en términos de diferencias y tomando en cuenta A.5, podemos describir la ecuación como:

$$A.7) \quad \Delta y_t = \alpha_0 + \beta_0 \Delta x_t + (\alpha_1 - 1)(y_{t-1} + \gamma_1 x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Se puede apreciar en A.7 que a la relación de largo plazo entre x y y se le suma el término $(\alpha_1 - 1)(y_{t-1} + \gamma_1 x_{t-1})$ que explica los desvíos del equilibrio del largo plazo en el corto plazo. A esta ecuación de ajuste se le denomina Modelo de Corrección del Error (ECM por su sigla en inglés) y muestra la trayectoria de las variables del modelo hacia el equilibrio de la largo plazo. El regresor de las variables endógenas rezagadas brinda información sobre la velocidad de ajuste al equilibrio, ya que el mismo determina como se irán “acomodando” las variables para retornar al equilibrio luego de un *shock* de corto plazo

Clive Granger (1987) demostró que bajo algunas condiciones de regularidad, se puede escribir un proceso cointegrado como un modelo de corrección del error y viceversa. A esta demostración se la denominó teorema de representación de Granger.

Modelos multivariantes

Los modelos VAR fueron planteados inicialmente por Sims (1980), y surgen como una crítica a los métodos tradicionales de elaboración de modelos econométricos al estilo de la *Cowles commission*, en el sentido de que las restricciones que se imponen en los modelos son ficticias y no se corresponden con la realidad en la que todas las variables son dependientes. De acuerdo a Sims, los modelos VAR permiten dar cuenta de la dinamicidad de las relaciones, sin imponer restricciones a priori (salvo mínimas restricciones relativas a las variables que se incluyen y sus retardos).

Al igual que ocurre en los modelos univariantes, cuando las variables del VAR son integradas de orden (1), la estimación no restringida del mismo puede dar lugar a regresiones espúreas. Sin embargo, Granger (1987) demostró que la presencia de relaciones de cointegración entre las variables endógenas del modelo brinda la posibilidad de modelar series I(1), siempre que se incorpore al modelo la dinámica de ajuste de corto plazo de las variables. A estos VAR restringidos se los denomina Vector Equilibrium Correction Model (VECM), por su incorporación del modelo de corrección del error.

Los modelos VECM permiten recoger todas las interacciones entre las variables del modelo, así como sus fluctuaciones de corto plazo, asegurando la convergencia al equilibrio para el largo plazo.

Elección del número de retardos óptimos

La determinación del número óptimo de retardos del VECM debe realizarse de forma cuantitativa, ya que no existen evidencias teóricas al respecto. Sims, en su artículo inicial propone la utilización de un Ratio de Verosimilitud (RV) entre el modelo restringido (el que tienen el menor número de retardos) y el modelo ampliado (el que incluye todos los retardos deseados).

Formulación matemática

Siguiendo con el ejemplo anteriormente planteado para un ADL (1,1), un VECM (k) se puede expresar en su forma reducida como:

$$\Delta y_t = \Pi \gamma_{t-k} + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \Gamma_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{k-1} + \varepsilon_t$$

Siendo Π la matriz que resulta del producto del vector de cointegración y del que incorpora los coeficientes de velocidad de ajuste de las variables al equilibrio. Γ_i denota la matriz de los coeficientes a estimar y ε_t el vector de errores no serialmente correlacionados.

Todas las estimaciones econométricas se realizaron en Eviews 5. Las tablas y graficas presentadas a continuación corresponden a las salidas de dicho programa

Salida del test de Cointegración de Johansen

Johansen Cointegration Test

Date: 03/26/10 Time: 13:04 Sample (adjusted): 1916 2009 Included observations: 94 after adjustments Trend assumption: No deterministic trend (restricted constant) Series: LOG(IPC) LOG(IPCUSA) LOG(TC) Exogenous series: (FE=1921) (FE=1965) (FE=1966) (FE=1968) (FE=1969) Warning: Critical values assume no exogenous series Lags interval (in first differences): 1 to 2				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.280351	47.43115	35.19275	0.0015
At most 1	0.107794	16.50596	20.26184	0.1520
At most 2	0.059682	5.784527	9.164546	0.2080
Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)				
Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.280351	30.92519	22.29962	0.0024
At most 1	0.107794	10.72143	15.89210	0.2731
At most 2	0.059682	5.784527	9.164546	0.2080
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level * denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level **MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values				
Restrictions:				
a(2,1)=0 b(1,1)=b(1,2) b(1,1)=b(1,3)				
Tests of cointegration restrictions:				
Hypothesized No. of CE(s)	Restricted Log-likelihood	LR Statistic	Degrees of Freedom	Probability
1	433.2375	4.952784	3	0.175287
2	441.0504	0.048424	1	0.825828
1 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 5 iterations.				
Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)				
LOG(IPC)	LOG(IPCUSA)	LOG(TC)	C	
4.124069	-4.124069	-4.124069	17.78081	
Adjustment coefficients (standard error in parentheses)				
D(LOG(IPC))	-0.018332			
	(0.00618)			
D(LOG(IPCUSA))	0.000000			
	(0.00000)			
D(LOG(TC))	0.028646			
	(0.01207)			
2 Cointegrating Equation(s): Convergence achieved after 10 iterations.				
Restricted cointegrating coefficients (not all coefficients are identified)				
LOG(IPC)	LOG(IPCUSA)	LOG(TC)	C	
4.781847	-4.781847	-4.781847	20.76971	

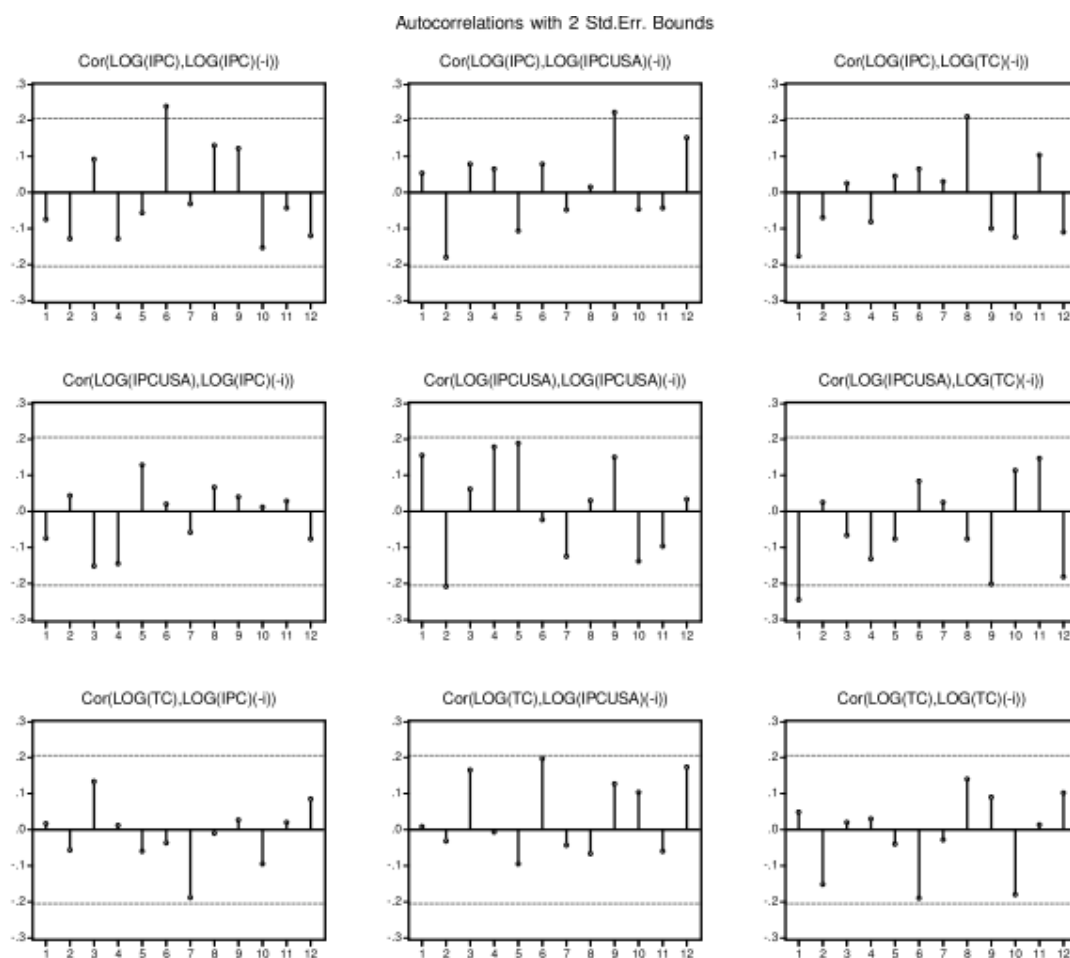
-0.740992	6.710396	-0.046654	-26.71968
Adjustment coefficients (standard error in parentheses)			
D(LOG(IPC))	-0.014863	-0.004980	
	(0.00640)	(0.00578)	
D(LOG(IPCUSA))	0.000000	-0.008189	
	(0.00000)	(0.00225)	
D(LOG(TC))	0.030113	0.021742	
	(0.01239)	(0.01142)	

Salida de los principales estadísticos y estimaciones

Vector Error Correction Estimates			
Vector Error Correction Estimates Date: 03/23/10 Time: 18:46 Sample (adjusted): 1916 2009 Included observations: 94 after adjustments Standard errors in () & t-statistics in []			
Cointegration Restrictions: A(2,1)=0 B(1,1)=-B(1,2) B(1,1)=-B(1,3) Convergence achieved after 4 iterations. Not all cointegrating vectors are identified LR test for binding restrictions (rank = 1): Chi-square(3) 3.564759 Probability 0.312460			
Cointegrating Eq:	CointEq1		
LOG(IPC(-1))	4.146860		
LOG(IPCUSA(-1))	-4.146860		
LOG(TC(-1))	-4.146860		
C	17.63574		
Error Correction:	D(LOG(IPC))	D(LOG(IPCU	D(LOG(TC))
CointEq1	-0.019316 (0.00576) [-3.35086]	0.000000 (0.00000) [NA]	0.018561 (0.00920) [2.01766]
D(LOG(IPC(-1)))	0.737630 (0.08724) [8.45542]	-0.004175 (0.04472) [-0.09335]	0.239924 (0.14264) [1.68201]
D(LOG(IPC(-2)))	0.012008 (0.07517) [0.15975]	-0.014886 (0.03854) [-0.38629]	0.186686 (0.12291) [1.51891]
D(LOG(IPCUSA(-1)))	0.871482 (0.24088) [3.61792]	1.122820 (0.12349) [9.09247]	-0.113941 (0.39386) [-0.28929]
D(LOG(IPCUSA(-2)))	-0.717154 (0.23853) [-3.00650]	-0.341045 (0.12229) [-2.78889]	0.099000 (0.39002) [0.25383]
D(LOG(TC(-1)))	0.192557 (0.04875) [3.95002]	0.005810 (0.02499) [0.23246]	0.490579 (0.07971) [6.15473]
D(LOG(TC(-2)))	-0.087566 (0.05036) [-1.73886]	0.053618 (0.02582) [2.07687]	-0.213772 (0.08234) [-2.59619]
FE=1921	-0.212494 (0.06221) [-3.41592]	-0.239955 (0.03189) [-7.52420]	0.158706 (0.10171) [1.56032]
FE=1965	0.169207 (0.06001) [2.81946]	-0.002596 (0.03077) [-0.08437]	0.469858 (0.09813) [4.78823]
FE=1966	0.088384 (0.06072) [1.45570]	0.017966 (0.03113) [0.57718]	0.341686 (0.09928) [3.44178]
FE=1968	0.274872 (0.06115) [4.49540]	-0.004067 (0.03135) [-0.12973]	0.480067 (0.09998) [4.80174]
FE=1969	-0.574321 (0.06227) [-9.22316]	0.004885 (0.03192) [0.15301]	-0.502064 (0.10182) [-4.93110]
FE=1972	0.405185 (0.05912) [6.85371]	0.009954 (0.03031) [0.32842]	0.686107 (0.09666) [7.09780]
FE=1983	0.262128 (0.05961) [4.39717]	-0.009508 (0.03056) [-0.31113]	0.713951 (0.09747) [7.32468]
FE=1958	0.030506 (0.05870) [0.51966]	-0.006319 (0.03009) [-0.20998]	0.547655 (0.09598) [5.70563]
FE=1990	0.213790 (0.05948) [3.59459]	0.001816 (0.03049) [0.05956]	0.293756 (0.09725) [3.02071]
FE=1985	0.150952 (0.06387) [2.36338]	-0.036249 (0.03274) [-1.10703]	0.398910 (0.10443) [3.81971]
FE=1989	0.136436 (0.05897) [2.31348]	0.006535 (0.03023) [0.21615]	0.197395 (0.09643) [2.04707]
FE=2002	0.084343 (0.05781) [1.45890]	-0.007135 (0.02964) [-0.24075]	0.414583 (0.09453) [4.38576]
FE=1975	0.093753 (0.06052) [1.54911]	-0.024405 (0.03103) [-0.78659]	0.324193 (0.09896) [3.27615]
FE=1922	0.138860 (0.07880) [1.76222]	0.107074 (0.04040) [2.65056]	-0.289414 (0.12884) [-2.24628]
FE=1979	0.185772 (0.05868) [3.16562]	0.035718 (0.03009) [1.18725]	0.038225 (0.09595) [0.39837]
FE=1938	-0.041690 (0.05811) [-0.71738]	-0.062076 (0.02979) [-2.08362]	0.580323 (0.09502) [6.10734]
R-squared	0.950391	0.717847	0.894973
Adj. R-squared	0.935019	0.630420	0.862430
Sum sq. resids	0.234885	0.061733	0.627967
S.E. equation	0.057517	0.029487	0.094046
F-statistic	61.82650	8.210764	27.50086
Log likelihood	148.2415	211.0469	102.0222
Akaike AIC	-2.664713	-4.000999	-1.681324
Schwarz SC	-2.042418	-3.378703	-1.059028
Mean dependent	0.205188	0.032499	0.180298
S.D. dependent	0.225634	0.048504	0.253558
Determinant resid covariance (dof adj.)	1.66E-08		
Determinant resid covariance	7.17E-09		
Log likelihood	480.0356		
Akaike information criterion	-8.660332		
Schwarz criterion	-6.685220		

La variable fe de la salida se construyó para corregir outliers. Otorga el valor 1 a la fecha que se le indique, generando así escalones e impulsos para los distintos valores de la muestra. La misma fue generada en primera diferencia.

Funciones de autocorrelación y correlaciones cruzadas entre las variables endógenas contemporáneas: rezagadas



Test de Normalidad de los Residuos del Modelo

VEC Residual Normality Tests				
Orthogonalization: Cholesky (Lutkepohl)				
H0: residuals are multivariate normal				
Date: 03/26/10 Time: 13:13				
Sample: 1913 2009				
Included observations: 94				
Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	0.140435	0.308979	1	0.5783
2	0.359491	2.024668	1	0.1548
3	0.436739	2.988278	1	0.0839
Joint		5.321925	3	0.1497
Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	2.089036	3.250266	1	0.0714
2	2.569983	0.724250	1	0.3948
3	2.664008	0.442155	1	0.5061
Joint		4.416670	3	0.2198
Component	Jarque-Bera	df	Prob.	
1	3.559245	2	0.1687	
2	2.748917	2	0.2530	
3	3.430433	2	0.1799	
Joint	9.738595	6	0.1361	

Proyecciones de las variables endógenas a partir del modelo*Proyecciones del tipo de cambio nominal*

DLOG(TC_0M)

1983	0.908387
1984	0.484972
1985	0.592335
1986	0.404268
1987	0.399919
1988	0.460645
1989	0.521503
1990	0.659582
1991	0.544609
1992	0.405032
1993	0.265777
1994	0.246648
1995	0.228397
1996	0.227552
1997	0.169562
1998	0.103300
1999	0.079486
2000	0.064908
2001	0.096027
2002	0.465984
2003	0.283074
2004	0.017566
2005	-0.159662
2006	-0.016725
2007	-0.025266
2008	-0.111871
2009	0.074679
2010	0.097741
2011	0.060741
2012	0.029619
2013	0.021675
2014	0.028500
2015	0.042316
2016	0.042201
2017	0.046335
2018	0.047268
2019	0.045728
2020	0.050675

Proyecciones del tipo de la inflación

DLOG(IPC_0M)

Last updated: 03/26/10 - 14:32

1975	0.595562
1976	0.409670
1977	0.458642
1978	0.368557
1979	0.512022
1980	0.491545
1981	0.292985
1982	0.174008
1983	0.400189
1984	0.440368
1985	0.543681
1986	0.567487
1987	0.492030
1988	0.483480
1989	0.590135
1990	0.754156
1991	0.702960
1992	0.521503
1993	0.432419
1994	0.369784
1995	0.352386
1996	0.249546
1997	0.180804
1998	0.102656
1999	0.055044
2000	0.046538
2001	0.042726
2002	0.130730
2003	0.177309
2004	0.087553
2005	0.045929
2006	0.062016
2007	0.078022
2008	0.075803
2009	0.053482
2010	0.043458
2011	0.041322
2012	0.040108
2013	0.042248
2014	0.046888
2015	0.050889
2016	0.054924
2017	0.056671
2018	0.061913
2019	0.063606
2020	0.066415

Resultado de la función de respuesta al impulso efectuada sobre el $\ln(tc)$ en el momento 0.

Las funciones impulso-respuesta constituyen la herramienta básica de simulación con modelos VAR para el análisis de teorías o políticas económicas. Constituyen una aproximación a como los shocks sobre una variable afectan al resto del sistema (Fernández, 2009).

Dicho impulso fue de una magnitud de un desvío estándar de la variable (Cholesky)

Accumulated Effect of Cholesky (d.f. adjusted) One S.D. LOG(TC) Innovation

Period	LOG(IPC)	LOG(TC)
1	0.000000	0.079033
2	0.021549	0.190755
3	0.066026	0.299760
4	0.133784	0.404086
5	0.224494	0.512557
6	0.336164	0.631300
7	0.466152	0.761614
8	0.612047	0.902188
9	0.771886	1.051323
10	0.944009	1.207847
11	1.126905	1.371078
12	1.319151	1.540498
13	1.519421	1.715552
14	1.726513	1.895606
15	1.939364	2.079999
16	2.157053	2.268104
17	2.378791	2.459355
18	2.603905	2.653257
19	2.831826	2.849379
20	3.062076	3.047349
21	3.294257	3.246848
22	3.528040	3.447608
23	3.763151	3.649404
24	3.999367	3.852051
25	4.236504	4.055396
26	4.474412	4.259318
27	4.712965	4.463714
28	4.952061	4.668504
29	5.191616	4.873622
30	5.431558	5.079014

Cholesky Ordering: LOG(IPC) LOG(IP)

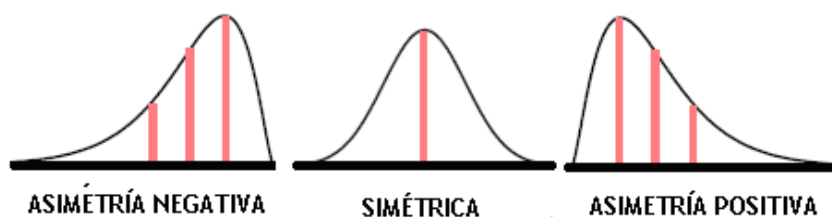
A.3 Distribuciones empíricas de las variables relevantes para el estudio

A continuación se presentan las distribuciones empíricas de las series de ventanas móviles para los diferentes horizontes de estudio, así como el test de normalidad del Jarque Bera

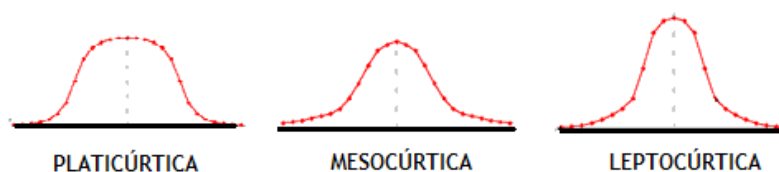
A.3.1 Normalidad de las variables

Para verificar la normalidad de las variables se observan: la curtosis, la asimetría y el estadístico Jarque Bera. La asimetría y la curtosis, bajo normalidad, deberían ser 0 y 3 respectivamente. El estadístico Jarque Bera permite medir la asimetría y la curtosis en forma conjunta. El mismo se distribuye asintóticamente, bajo la hipótesis nula de normalidad del ruido blanco del proceso, como una Chi cuadrado con dos grados de libertad (χ^2_2).

La asimetría de la distribución es el tercer momento respecto de la media, es decir, si existen o no observaciones muy extremas en algún sentido con frecuencias razonablemente altas. Este momento hace referencia a la concentración de los valores que forman la curva a la izquierda y la derecha de la media aritmética. Gráficamente, una distribución es simétrica cuando los valores se distribuyen en forma homogénea a ambos lados de la media. Presenta asimetría negativa cuando existe una mayor concentración de valores a la izquierda, y asimetría positiva cuando la concentración es mayor a la derecha.

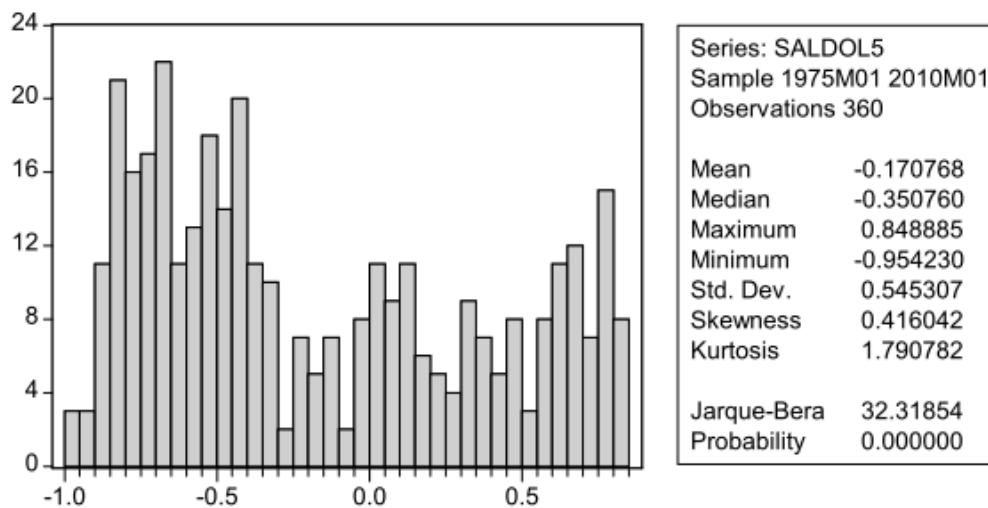


El cuarto momento respecto de la media mide la curtosis de la distribución, es decir, la forma de la distribución de probabilidad, indica una mayor o menor concentración de valores en los rangos centrales del histograma. Gráficamente, cuando la curtosis es igual a 3 (mesocúrtica), las variables son normales, existiendo un grado de concentración medio en torno a los valores centrales. Las variables con curtosis menor a 3, platicúrticas, presentan colas cortas y un aspecto aplanado o en meseta y las variables con curtosis mayor a 3, leptocúrticas, son representadas por una gráfica alta y estilizada, con colas largas y pesadas.

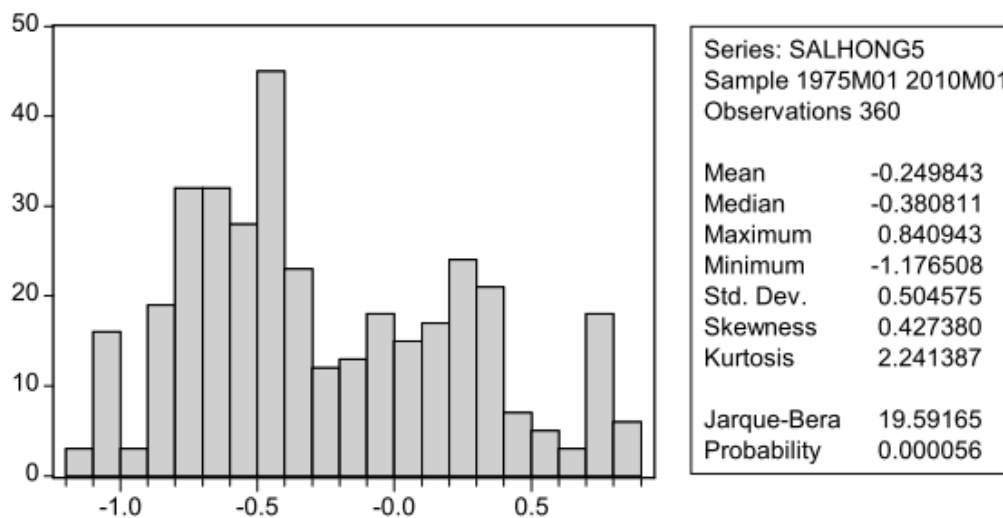


A.3.2 Comportamiento de las variables a 5 años

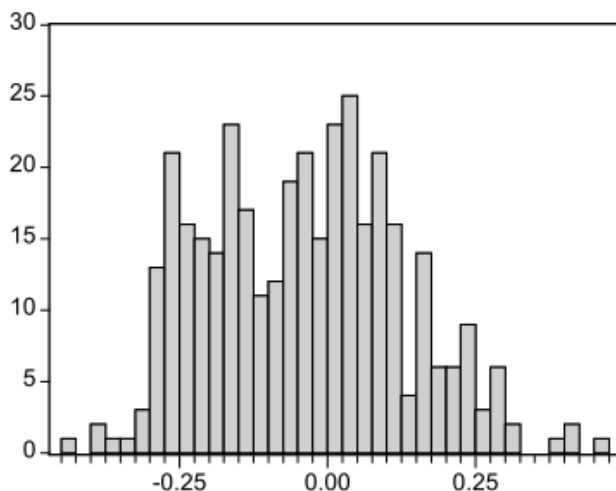
Variación del salario nominal expresado en dólares americanos, a 5 años



Variación al salario nominal expresado en dólares hongkoneses, a 5 años

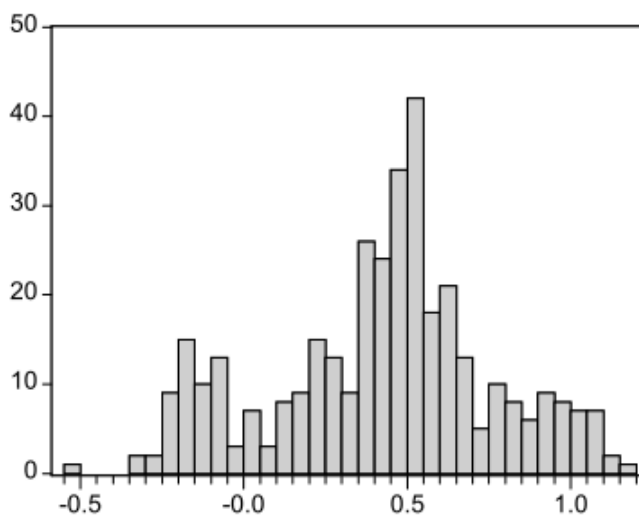


Variación del ISR en 5 años



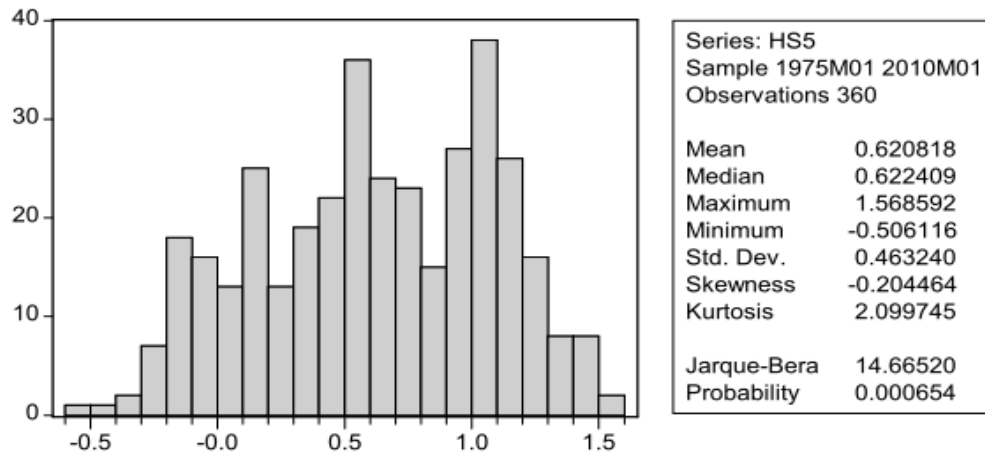
Series: ISR5	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 360	
Mean	-0.039362
Median	-0.038135
Maximum	0.457946
Minimum	-0.429977
Std. Dev.	0.166047
Skewness	0.249469
Kurtosis	2.552814
Jarque-Bera	6.733721
Probability	0.034498

Variación rendimiento del S&P 500 a 5 años



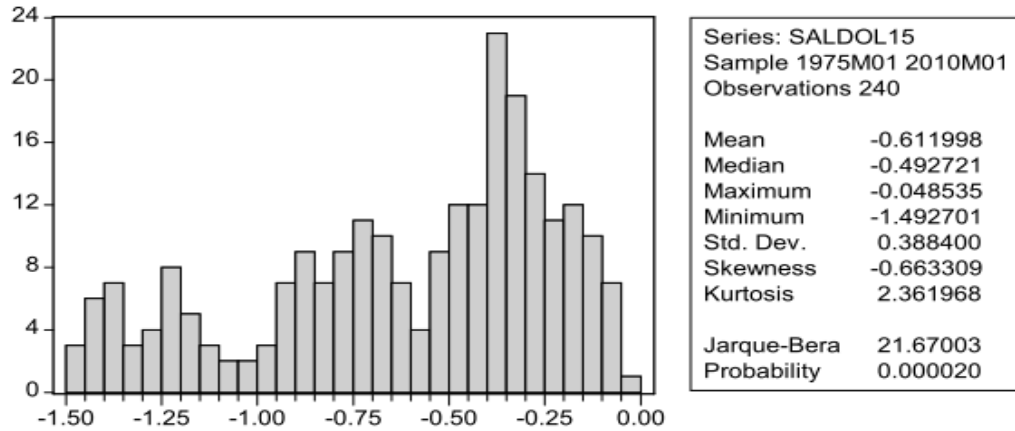
Series: SP5	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 360	
Mean	0.422705
Median	0.466101
Maximum	1.153623
Minimum	-0.500444
Std. Dev.	0.337923
Skewness	-0.225183
Kurtosis	2.677762
Jarque-Bera	4.600009
Probability	0.100258

Variación rendimiento del Hang Seng a 5 años

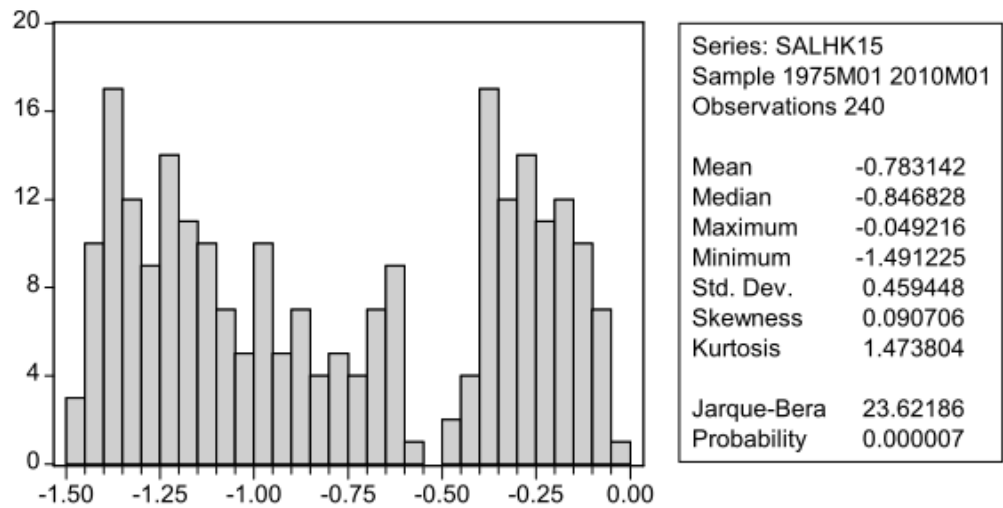


A.3.3 Comportamiento de las variables a 15 años

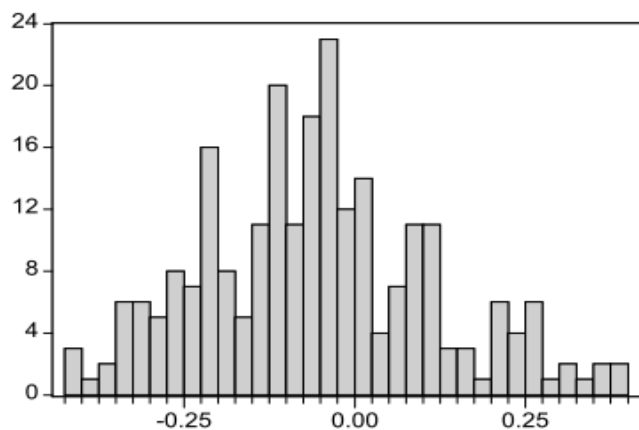
Variación del salario nominal expresado en dólares americanos, a 15 años



Variación al salario nominal expresado en dólares hongkoneses, a 15 años

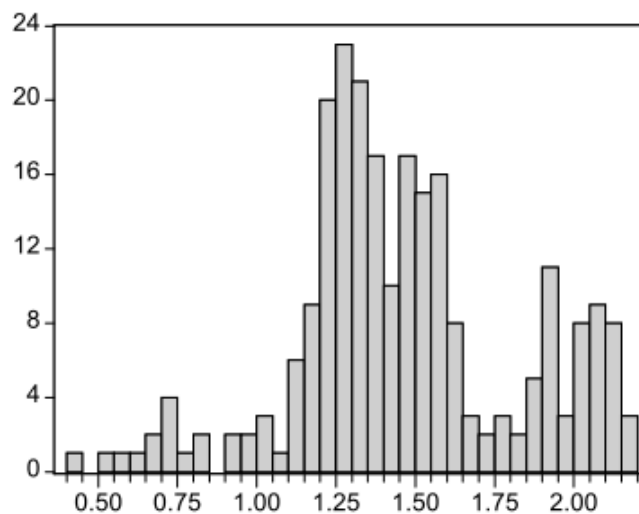


Variación del ISR en 15 años



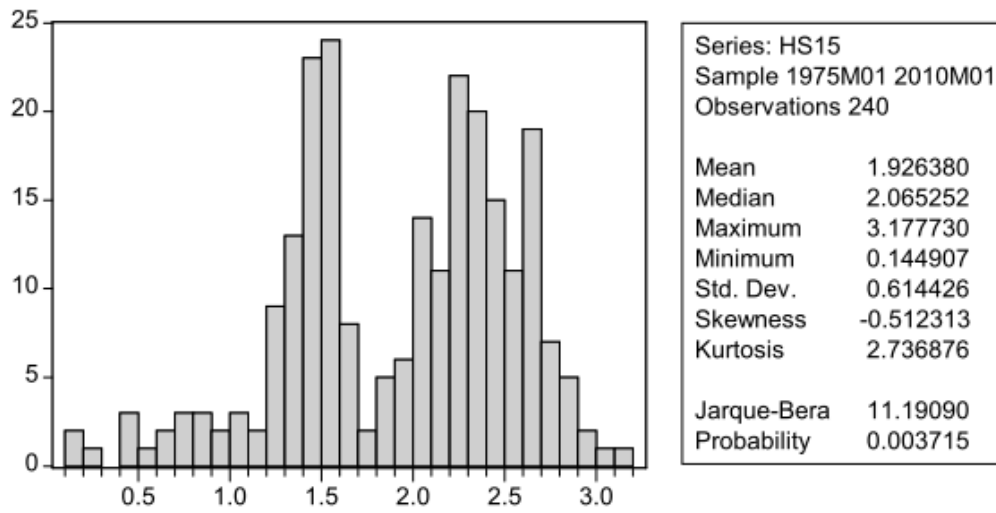
Series: ISR15	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 240	
Mean	-0.056549
Median	-0.060068
Maximum	0.398630
Minimum	-0.421107
Std. Dev.	0.168988
Skewness	0.315816
Kurtosis	2.811459
Jarque-Bera	4.345069
Probability	0.113889

Variación rendimiento del S&P 500 a 15 años



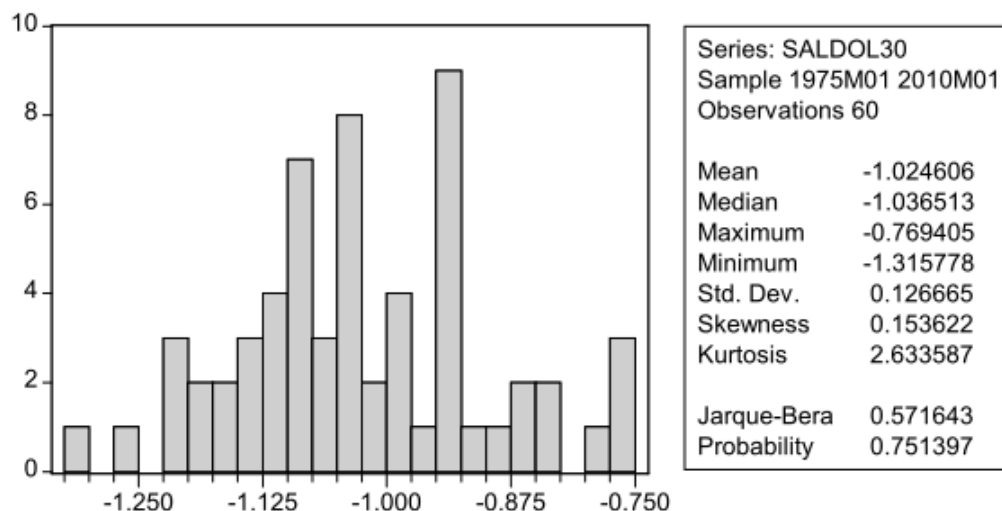
Series: SP15	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 240	
Mean	1.465552
Median	1.409472
Maximum	2.195532
Minimum	0.411419
Std. Dev.	0.354695
Skewness	0.022595
Kurtosis	3.075206
Jarque-Bera	0.076982
Probability	0.962241

Variación rendimiento del Hang Seng a 15 años

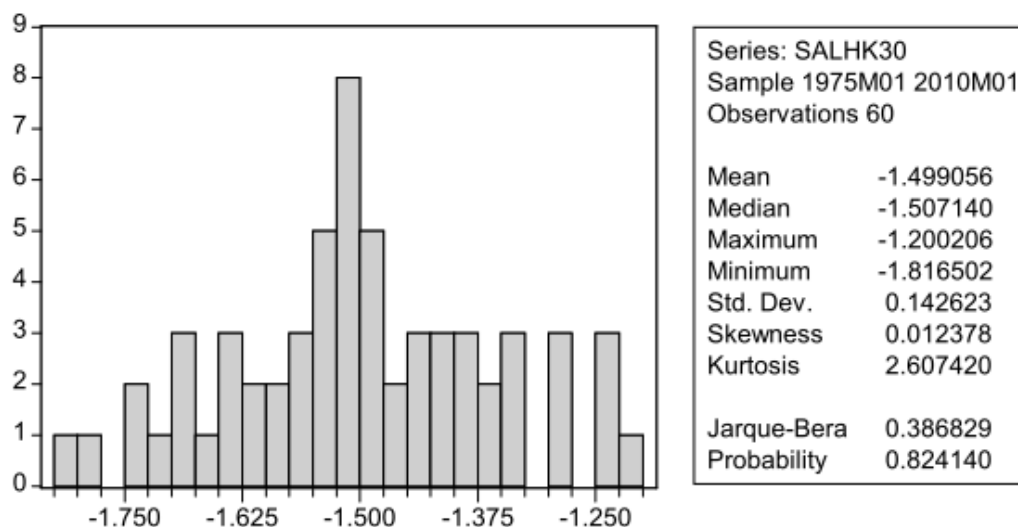


A.3.4 Comportamiento de las variables a 30 años

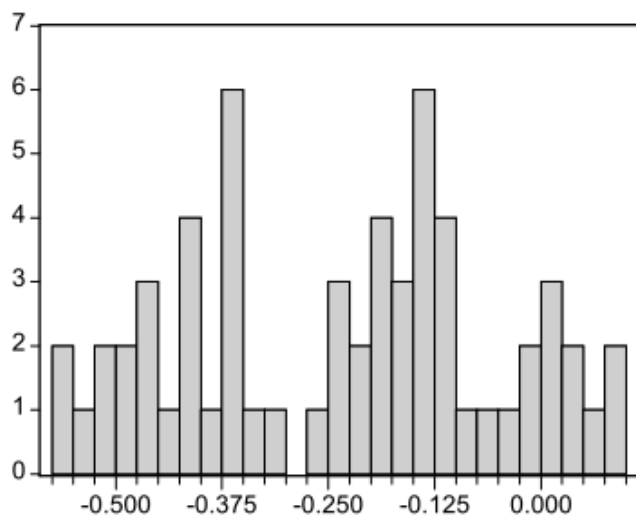
Variación del salario nominal expresado en dólares americanos, a 30 años



Variación al salario nominal expresado en dólares hongkoneses, a 30 años

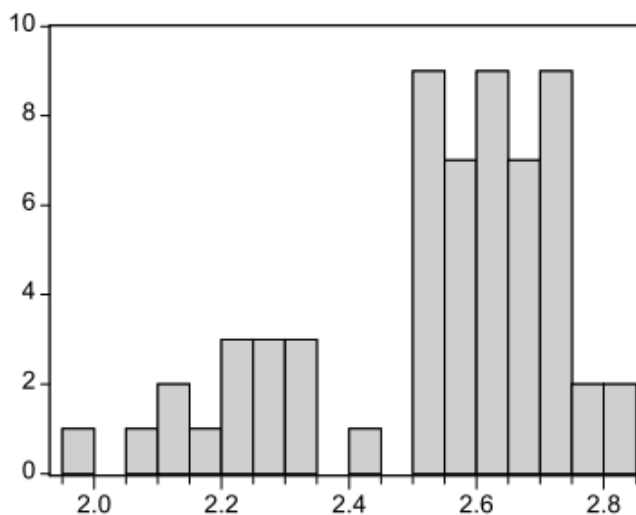


Variación del ISR en 30 años



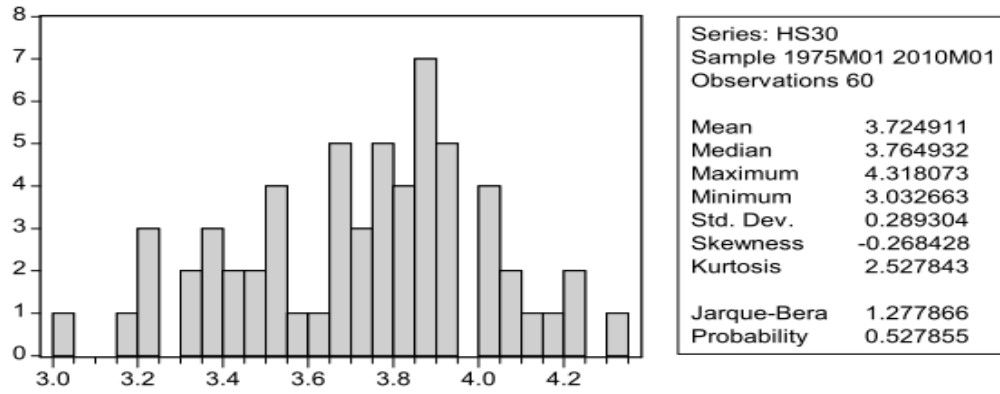
Series: ISR30	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 60	
Mean	-0.236173
Median	-0.201494
Maximum	0.097591
Minimum	-0.561024
Std. Dev.	0.184103
Skewness	-0.018491
Kurtosis	1.912699
Jarque-Bera	2.958978
Probability	0.227754

Variación rendimiento del S&P 500 a 30 años



Series: SP30	
Sample 1975M01 2010M01	
Observations 60	
Mean	2.536231
Median	2.584226
Maximum	2.833222
Minimum	1.978572
Std. Dev.	0.206695
Skewness	-0.953124
Kurtosis	2.941933
Jarque-Bera	9.092875
Probability	0.010605

Variación rendimiento del Hang Seng a 30 años



ANEXO MATLAB

Se utilizó la función *Frontcon* cuyos argumentos son *ExpReturn*, *ExpCovariance*, *NumPorts*, *AssetBounds*, *Groups*, *GroupBounds*, *varargin*. Los resultados que se desprenden de esta función son *PortWts*, *PortRisk* y *PortReturn*.

La especificación de esta función se escribe como sigue:

(*PortRisk*, *PortReturn*, *PortWts*): *frontcon*(*ExpReturn*, *ExpCovariance*, *NumPorts*, *AssetBounds*, *Groups*, *GroupBounds*, *varargin*)

ExpReturn: Vector de retornos de los activos.

ExpCovariance: Es la matriz de varianzas y covarianzas utilizada.

NumPorts: Es el número de portafolios que se generan a lo largo de la frontera. En este estudio se utilizaron 20 portafolios para cada una de las fronteras realizadas.

AssetBounds: Matriz de 2 por el número de activos que contiene las restricciones superior e inferior de la ponderación de cada activo en el portafolio. Por defecto se utiliza 0 como límite inferior y 1 como límite superior. En el presente trabajo se utilizó dicha restricción, a excepción del análisis de sensibilidad aplicando restricciones a la moneda y tipo de activo.

Groups: Matriz que sirve para especificar grupos de activos.

GroupBounds: Matriz que restringe la ponderación en los portafolios de los grupos especificados.

Varargin: Este argumento define por defecto el algoritmo utilizado: "lcprog", así como el número de iteraciones realizadas: 100.000.

PortWts: Matriz de n° de activos * n° de portafolios que muestra la composición de cada uno de los portafolios que componen la frontera.

PortRisk: Vector que muestra el riesgo de cada uno de los portafolios.

PortReturn: Vector que muestra el retorno total de cada uno de los portafolios.

La función *frontcon* realiza la frontera de eficiencia. Esta puede verse utilizando la función *plot* permite realizar la frontera de eficiencia

A continuación se presentan los resultados de cada una de las fronteras desprendidas en el análisis. El orden en que se encuentran los activos para presentar los datos será el mismo al utilizado a lo largo de todo el trabajo.

Fronteras a 5 años

Frontera incluyendo activos externos:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.1104
0.1107
0.1118
0.1134
0.1156
0.1183
0.1214
0.1250
0.1290
0.1333
0.1379
0.1428
0.1480
0.1534
0.1591
0.1649
0.1838
0.2974
0.4832
0.6849

PortReturn =

0.1786
0.1974
0.2162
0.2351
0.2539
0.2727
0.2915
0.3104
0.3292
0.3480
0.3668
0.3857
0.4045
0.4233
0.4421
0.4610
0.4798
0.4986

0.5175
0.5363

PortWts =

0.1866	0.7122	0.0973	0.0000	0.0000	0.0038
0.1818	0.6582	0.1499	0.0000	-0.0000	0.0101
0.1770	0.6042	0.2025	0.0000	-0.0000	0.0163
0.1675	0.5546	0.2507	0.0000	0.0052	0.0219
0.1541	0.5087	0.2953	0.0000	0.0148	0.0270
0.1408	0.4628	0.3400	0.0000	0.0244	0.0321
0.1275	0.4169	0.3846	-0.0000	0.0340	0.0371
0.1141	0.3709	0.4292	0.0000	0.0435	0.0422
0.1008	0.3250	0.4738	0.0000	0.0531	0.0473
0.0874	0.2791	0.5185	0.0000	0.0627	0.0523
0.0741	0.2332	0.5631	-0.0000	0.0722	0.0574
0.0608	0.1873	0.6077	0.0000	0.0818	0.0625
0.0474	0.1413	0.6524	0.0000	0.0914	0.0675
0.0341	0.0954	0.6970	0.0000	0.1009	0.0726
0.0207	0.0495	0.7416	0.0000	0.1105	0.0776
0.0074	0.0036	0.7862	0.0000	0.1201	0.0827
-0.0000	-0.0000	0.7920	0.0000	0.0080	0.2000
0	-0.0000	0.5379	0.0000	-0.0000	0.4621
0	-0.0000	0.2690	0.0000	-0.0000	0.7310
0.0000	0.0000	0	-0.0000	0.0000	1.0000

Frontera sin incluir activos externos:

[PortRisk1, PortReturn1, PortWts1] = frontcon(ExpReturn1, ExpCovariance1, NumPorts, [],
AssetBounds1)

PortRisk1 =

0.1104
0.1107
0.1114
0.1127
0.1144
0.1166
0.1192
0.1222
0.1256
0.1293
0.1334
0.1377
0.1423
0.1472
0.1522
0.1594
0.1711
0.1864
0.2046
0.2249

PortReturn1 =

0.1772
0.1924
0.2076
0.2228
0.2380
0.2533
0.2685
0.2837
0.2989
0.3141
0.3293
0.3446
0.3598
0.3750
0.3902
0.4054
0.4206
0.4359
0.4511
0.4663

PortWts1 =

0.1901	0.7116	0.0982
0.1910	0.6612	0.1479
0.1918	0.6107	0.1975
0.1926	0.5602	0.2472
0.1935	0.5097	0.2968
0.1943	0.4592	0.3465
0.1952	0.4087	0.3961
0.1960	0.3582	0.4458
0.1968	0.3077	0.4954
0.1977	0.2572	0.5451
0.1985	0.2067	0.5948
0.1993	0.1563	0.6444
0.2002	0.1058	0.6941
0.2010	0.0553	0.7437
0.2019	0.0048	0.7934
0.1647	0	0.8353
0.1235	0	0.8765
0.0823	0	0.9177
0.0412	0	0.9588
0	0	1.0000

Fronteras a 15 años

Frontera incluyendo activos externos:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.1047
0.1047
0.1058
0.1139
0.1277
0.1459
0.1729
0.2076
0.2466
0.2882
0.3315
0.3758
0.4209
0.4665
0.5125
0.5587
0.6052
0.6536
0.7080
0.7672

PortReturn =

0.4742
0.5569
0.6396
0.7223
0.8051
0.8878
0.9705
1.0532
1.1359
1.2186
1.3014
1.3841
1.4668
1.5495
1.6322
1.7149
1.7977
1.8804
1.9631
2.0458

PortWts =

0.0000	0.7382	0.2618	-0.0000	-0.0000
0.1598	0.7382	0.1020	0.0000	0.0000
0.2362	0.7395	-0.0000	0.0067	0.0176
0.1510	0.7414	-0.0000	0.0574	0.0502
0.0658	0.7432	-0.0000	0.1082	0.0829
0.0000	0.7298	0.0000	0.1506	0.1196
0.0000	0.6651	-0.0000	0.1650	0.1699
0.0000	0.6004	-0.0000	0.1794	0.2202
0.0000	0.5356	-0.0000	0.1939	0.2705
0.0000	0.4709	-0.0000	0.2083	0.3208
0.0000	0.4062	-0.0000	0.2227	0.3711
0.0000	0.3414	-0.0000	0.2371	0.4214
0.0000	0.2767	-0.0000	0.2516	0.4717
0.0000	0.2120	-0.0000	0.2660	0.5220
0.0000	0.1472	-0.0000	0.2804	0.5724
0.0000	0.0825	-0.0000	0.2948	0.6227
0.0000	0.0178	0.0000	0.3093	0.6730
0.0000	0	0.0000	0.2298	0.7702
0.0000	0.0000	0.0000	0.1149	0.8851
0	0.0000	-0.0000	0.0000	1.0000

Frontera sin incluir activos externos:

[PortRisk1, PortReturn1, PortWts1] = frontcon(ExpReturn1, ExpCovariance1, NumPorts, [],
AssetBounds1)

PortRisk1 =

0.1047
0.1065
0.1119
0.1202
0.1310
0.1437
0.1578
0.1731
0.1891
0.2058
0.2230
0.2405
0.2584
0.2765
0.2948
0.3133
0.3319
0.3506
0.3695
0.3884

PortReturn1 =

0.6097
0.6100
0.6104
0.6107
0.6110
0.6113
0.6116
0.6119
0.6122
0.6125
0.6129
0.6132
0.6135
0.6138
0.6141
0.6144
0.6147
0.6150
0.6154
0.6157

PortWts1 =

0.2618	0.7382
0.3006	0.6994
0.3395	0.6605
0.3784	0.6216
0.4172	0.5828
0.4561	0.5439
0.4949	0.5051
0.5338	0.4662
0.5726	0.4274
0.6115	0.3885
0.6503	0.3497
0.6892	0.3108
0.7280	0.2720
0.7669	0.2331
0.8057	0.1943
0.8446	0.1554
0.8834	0.1166
0.9223	0.0777
0.9611	0.0389
1.0000	0

Fronteras a 30 años

Frontera incluyendo activos externos:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.0677
0.0677
0.0677
0.0680
0.0720
0.0795
0.0896
0.1016
0.1148
0.1289
0.1437
0.1589
0.1753
0.1931
0.2119
0.2315
0.2517
0.2727
0.2964
0.3225

PortReturn =

0.5593
0.9667
1.3741
1.7816
2.1890
2.5964
3.0038
3.4112
3.8186
4.2260
4.6334
5.0408
5.4482
5.8556
6.2630
6.6704
7.0778
7.4852
7.8926
8.3000

PortWts =

0.0000	0.3847	0.6153	-0.0000	-0.0000
0.2259	0.3847	0.3894	-0.0000	-0.0000
0.4518	0.3847	0.1635	-0.0000	-0.0000
0.6010	0.3816	0.0000	-0.0000	0.0175
0.5290	0.3727	0.0000	0.0278	0.0705
0.4518	0.3640	0.0000	0.0638	0.1205
0.3746	0.3552	0.0000	0.0998	0.1704
0.2974	0.3465	0.0000	0.1358	0.2204
0.2202	0.3377	0.0000	0.1718	0.2703
0.1429	0.3290	0.0000	0.2078	0.3202
0.0657	0.3202	-0.0000	0.2439	0.3702
-0.0000	0.3045	-0.0000	0.2742	0.4213
-0.0000	0.2492	-0.0000	0.2718	0.4790
-0.0000	0.1938	-0.0000	0.2694	0.5368
-0.0000	0.1384	-0.0000	0.2670	0.5945
-0.0000	0.0831	0.0000	0.2647	0.6523
-0.0000	0.0277	-0.0000	0.2623	0.7100
0.0000	0	-0.0000	0.2089	0.7911
-0.0000	0	-0.0000	0.1045	0.8955
0	0.0000	0.0000	0	1.0000

Frontera sin incluir activos externos:

[PortRisk1, PortReturn1, PortWts1] = frontcon(ExpReturn1, ExpCovariance1, NumPorts, [],
AssetBounds1)

PortRisk1 =

0.0677
0.0680
0.0687
0.0698
0.0714
0.0734
0.0757
0.0784
0.0814
0.0846
0.0881
0.0918
0.0957
0.0998
0.1040
0.1083
0.1127
0.1173
0.1219
0.1267

PortReturn1 =

1.6689
 1.6874
 1.7058
 1.7242
 1.7426
 1.7611
 1.7795
 1.7979
 1.8163
 1.8348
 1.8532
 1.8716
 1.8900
 1.9085
 1.9269
 1.9453
 1.9637
 1.9822
 2.0006
 2.0190

PortWts1 =

0.6153	0.3847
0.6356	0.3644
0.6558	0.3442
0.6761	0.3239
0.6963	0.3037
0.7165	0.2835
0.7368	0.2632
0.7570	0.2430
0.7773	0.2227
0.7975	0.2025
0.8178	0.1822
0.8380	0.1620
0.8583	0.1417
0.8785	0.1215
0.8988	0.1012
0.9190	0.0810
0.9393	0.0607
0.9595	0.0405
0.9798	0.0202
1.0000	0

Análisis de sensibilidad

Sensibilidad del modelo frente a cambios en el ISR

Fronteras con inversión extranjera a 5 años:

[PortRiskS, PortReturnS, PortWtsS] = frontcon(ExpReturnS, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRiskS =

0.1104
0.1107
0.1118
0.1134
0.1156
0.1183
0.1214
0.1250
0.1290
0.1333
0.1379
0.1428
0.1480
0.1534
0.1591
0.1649
0.1838
0.2974
0.4832
0.6849

PortReturnS =

0.0695
0.0866
0.1037
0.1208
0.1379
0.1549
0.1720
0.1891
0.2062
0.2233
0.2404
0.2575
0.2745
0.2916
0.3087
0.3258
0.3429
0.3600
0.3770
0.3941

PortWtsS =

0.1866	0.7122	0.0973	0.0000	0.0000	0.0038
0.1818	0.6582	0.1499	-0.0000	0.0000	0.0101
0.1770	0.6042	0.2025	-0.0000	0.0000	0.0163
0.1675	0.5546	0.2507	0.0000	0.0052	0.0219
0.1542	0.5087	0.2954	0.0000	0.0148	0.0270
0.1408	0.4627	0.3400	0.0000	0.0243	0.0321
0.1275	0.4168	0.3847	0.0000	0.0339	0.0371
0.1142	0.3708	0.4293	0.0000	0.0435	0.0422
0.1008	0.3249	0.4740	0.0000	0.0530	0.0473

0.0875	0.2789	0.5186	0.0000	0.0626	0.0523
0.0742	0.2330	0.5633	0.0000	0.0721	0.0574
0.0608	0.1871	0.6079	0.0000	0.0817	0.0625
0.0475	0.1411	0.6526	0.0000	0.0913	0.0675
0.0342	0.0952	0.6972	0.0000	0.1008	0.0726
0.0208	0.0492	0.7419	0.0000	0.1104	0.0777
0.0075	0.0033	0.7865	0.0000	0.1199	0.0827
-0.0000	0.0000	0.7921	0.0000	0.0079	0.2000
0	0.0000	0.5379	0.0000	-0.0000	0.4621
0	0.0000	0.2690	0.0000	-0.0000	0.7310
0.0000	-0.0000	0	-0.0000	0.0000	1.0000

Fronteras sin inversión extranjera a 5 años:

[PortRiskS1, PortReturnS1, PortWtsS1] = frontcon(ExpReturnS1, ExpCovariance1, NumPorts, [], AssetBounds1)

PortRiskS1 =

0.1104
0.1107
0.1114
0.1127
0.1144
0.1166
0.1192
0.1222
0.1256
0.1293
0.1334
0.1377
0.1423
0.1472
0.1522
0.1594
0.1711
0.1864
0.2046
0.2249

PortReturnS1 =

0.0683
0.0821
0.0959
0.1097
0.1235
0.1373
0.1511
0.1649
0.1787
0.1925
0.2063
0.2202
0.2340

0.2478
 0.2616
 0.2754
 0.2892
 0.3030
 0.3168
 0.3306

PortWtsS1 =

0.1901	0.7116	0.0982
0.1910	0.6612	0.1479
0.1918	0.6107	0.1975
0.1926	0.5602	0.2472
0.1935	0.5097	0.2968
0.1943	0.4592	0.3465
0.1952	0.4087	0.3961
0.1960	0.3582	0.4458
0.1968	0.3077	0.4954
0.1977	0.2572	0.5451
0.1985	0.2067	0.5948
0.1993	0.1563	0.6444
0.2002	0.1058	0.6941
0.2010	0.0553	0.7437
0.2019	0.0048	0.7934
0.1647	0	0.8353
0.1235	0	0.8765
0.0823	0	0.9177
0.0412	0	0.9588
0	0	1.0000

Fronteras con inversión extranjera a 30 años:

[PortRiskS, PortReturnS, PortWtsS] = frontcon(ExpReturnS, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRiskS =

0.0677
 0.0677
 0.0677
 0.0680
 0.0720
 0.0794
 0.0895
 0.1015
 0.1147
 0.1288
 0.1435
 0.1587
 0.1751
 0.1929
 0.2117
 0.2313
 0.2515
 0.2726
 0.2963
 0.3225

PortReturnS =

-0.1290
 0.0983
 0.3256
 0.5529
 0.7802
 1.0075
 1.2349
 1.4622
 1.6895
 1.9168
 2.1441
 2.3715
 2.5988
 2.8261
 3.0534
 3.2807
 3.5080
 3.7354
 3.9627
 4.1900

PortWtsS =

0.0000	0.3847	0.6153	-0.0000	-0.0000
0.2257	0.3847	0.3896	-0.0000	0.0000
0.4513	0.3847	0.1640	-0.0000	0.0000
0.6011	0.3816	0.0000	-0.0000	0.0173
0.5291	0.3727	0.0000	0.0279	0.0703
0.4519	0.3640	0.0000	0.0640	0.1201
0.3747	0.3552	0.0000	0.1002	0.1699
0.2974	0.3465	0.0000	0.1364	0.2197
0.2202	0.3377	0.0000	0.1725	0.2696
0.1429	0.3290	0.0000	0.2087	0.3194
0.0657	0.3202	0.0000	0.2448	0.3692
0.0000	0.3045	0.0000	0.2752	0.4202
0.0000	0.2490	0.0000	0.2731	0.4779
0.0000	0.1935	0.0000	0.2710	0.5355
0.0000	0.1380	0.0000	0.2688	0.5932
0.0000	0.0825	0.0000	0.2667	0.6508
0.0000	0.0270	0.0000	0.2645	0.7085
0.0000	0	0.0000	0.2097	0.7903
0.0000	-0.0000	0.0000	0.1048	0.8952
0	0.0000	-0.0000	0	1.0000

Fronteras sin inversión extranjera a 30 años:

[PortRiskS1, PortReturnS1, PortWtsS1] = frontcon(ExpReturnS1, ExpCovariance1, NumPorts, [],
 AssetBounds1)

PortRiskS1 =

0.0677
0.0680
0.0687
0.0698
0.0714
0.0734
0.0757
0.0784
0.0814
0.0846
0.0881
0.0918
0.0957
0.0998
0.1040
0.1083
0.1127
0.1173
0.1219
0.1267

PortReturnS1 =

0.4908
0.5011
0.5113
0.5216
0.5319
0.5422
0.5525
0.5628
0.5731
0.5834
0.5937
0.6040
0.6143
0.6245
0.6348
0.6451
0.6554
0.6657
0.6760
0.6863

PortWtsS1 =

0.6153 0.3847
0.6356 0.3644
0.6558 0.3442
0.6761 0.3239
0.6963 0.3037
0.7165 0.2835
0.7368 0.2632
0.7570 0.2430
0.7773 0.2227
0.7975 0.2025
0.8178 0.1822
0.8380 0.1620

0.8583	0.1417
0.8785	0.1215
0.8988	0.1012
0.9190	0.0810
0.9393	0.0607
0.9595	0.0405
0.9798	0.0202
1.0000	0

Sensibilidad del modelo frente a variaciones en los retornos de los índices accionarios

Impacto de cambios en el HS a 5 años:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.1104
0.1106
0.1114
0.1126
0.1143
0.1165
0.1191
0.1221
0.1255
0.1292
0.1333
0.1376
0.1422
0.1471
0.1521
0.1593
0.1710
0.1863
0.2045
0.2249

PortReturn =

0.1763
0.1915
0.2068
0.2221
0.2373
0.2526
0.2679
0.2831
0.2984
0.3136
0.3289
0.3442
0.3594
0.3747
0.3900

0.4052
 0.4205
 0.4358
 0.4510
 0.4663

PortWts =

0.1866	0.7122	0.0973	0.0000	0.0000	0.0038
0.1907	0.6639	0.1452	0.0000	-0.0000	0.0003
0.1918	0.6134	0.1949	0.0000	0.0000	0.0000
0.1926	0.5627	0.2447	0.0000	0.0000	0.0000
0.1934	0.5121	0.2945	0.0000	0.0000	0.0000
0.1943	0.4614	0.3443	0.0000	-0.0000	0.0000
0.1951	0.4108	0.3941	0.0000	-0.0000	0.0000
0.1960	0.3601	0.4439	0.0000	0.0000	0.0000
0.1968	0.3095	0.4937	0.0000	0.0000	0.0000
0.1976	0.2588	0.5435	0.0000	0.0000	0.0000
0.1985	0.2082	0.5933	0.0000	0.0000	0.0000
0.1993	0.1575	0.6432	0.0000	0.0000	0.0000
0.2002	0.1069	0.6930	0.0000	0.0000	0.0000
0.2010	0.0562	0.7428	-0.0000	0.0000	0.0000
0.2018	0.0056	0.7926	-0.0000	0.0000	0.0000
0.1652	0	0.8348	-0.0000	0.0000	0.0000
0.1239	0	0.8761	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0826	0	0.9174	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0413	-0.0000	0.9587	-0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0	1.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000

Impacto de cambios en el HS a 30 años:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.0677
 0.0677
 0.0677
 0.0677
 0.0677
 0.0695
 0.0771
 0.0893
 0.1044
 0.1215
 0.1397
 0.1587
 0.1782
 0.1981
 0.2182
 0.2386
 0.2591
 0.2798
 0.3010
 0.3225

PortReturn =

```

0.5593
0.8159
1.0725
1.3291
1.5856
1.8422
2.0988
2.3554
2.6120
2.8685
3.1251
3.3817
3.6383
3.8948
4.1514
4.4080
4.6646
4.9211
5.1777
5.4343

```

PortWts =

```

-0.0000  0.3847  0.6153  -0.0000  -0.0000
0.1423  0.3847  0.4730  -0.0000  -0.0000
0.2846  0.3847  0.3307  -0.0000  -0.0000
0.4268  0.3847  0.1885  -0.0000  -0.0000
0.5691  0.3847  0.0462  -0.0000  -0.0000
0.5827  0.3704  0.0000  -0.0000  0.0469
0.5324  0.3508  0.0000  -0.0000  0.1168
0.4822  0.3311  0.0000  -0.0000  0.1867
0.4319  0.3115  0.0000  -0.0000  0.2566
0.3816  0.2919  0.0000  -0.0000  0.3265
0.3313  0.2723  0.0000  -0.0000  0.3964
0.2811  0.2526  0.0000  -0.0000  0.4663
0.2308  0.2330  0.0000  -0.0000  0.5362
0.1805  0.2134  0.0000  -0.0000  0.6061
0.1303  0.1938  0.0000  -0.0000  0.6760
0.0800  0.1741  0.0000  -0.0000  0.7459
0.0297  0.1545  0.0000  -0.0000  0.8158
0         0.1186  0.0000  -0.0000  0.8814
0         0.0593  0.0000  -0.0000  0.9407
0        -0.0000  0.0000  0.0000  1.0000

```

Impacto de cambios en el S&P 500 a 5 años:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.1104
0.1106
0.1114
0.1126
0.1143
0.1165
0.1191
0.1221
0.1255
0.1292
0.1333
0.1376
0.1422
0.1471
0.1521
0.1593
0.1710
0.1863
0.2045
0.2249

PortReturn =

0.1763
0.1915
0.2068
0.2221
0.2373
0.2526
0.2679
0.2831
0.2984
0.3136
0.3289
0.3442
0.3594
0.3747
0.3900
0.4052
0.4205
0.4358
0.4510
0.4663

PortWts =

0.1866	0.7122	0.0973	0.0000	0.0000	0.0038
0.1907	0.6639	0.1452	0.0000	-0.0000	0.0003
0.1918	0.6134	0.1949	0.0000	0.0000	0.0000
0.1926	0.5627	0.2447	0.0000	0.0000	0.0000
0.1934	0.5121	0.2945	0.0000	0.0000	0.0000
0.1943	0.4614	0.3443	0.0000	-0.0000	0.0000
0.1951	0.4108	0.3941	0.0000	-0.0000	0.0000
0.1960	0.3601	0.4439	0.0000	0.0000	0.0000
0.1968	0.3095	0.4937	0.0000	0.0000	0.0000
0.1976	0.2588	0.5435	0.0000	0.0000	0.0000
0.1985	0.2082	0.5933	0.0000	0.0000	0.0000
0.1993	0.1575	0.6432	0.0000	0.0000	0.0000

0.2002	0.1069	0.6930	0.0000	0.0000	0.0000
0.2010	0.0562	0.7428	-0.0000	0.0000	0.0000
0.2018	0.0056	0.7926	-0.0000	0.0000	0.0000
0.1652	0	0.8348	-0.0000	0.0000	0.0000
0.1239	0	0.8761	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0826	0	0.9174	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0413	-0.0000	0.9587	-0.0000	0.0000	0.0000
-0.0000	0	1.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000

Impacto de cambios en el S&P 500 a 30 años:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRisk =

0.0677
0.0677
0.0679
0.0714
0.0787
0.0890
0.1013
0.1150
0.1296
0.1449
0.1606
0.1767
0.1931
0.2096
0.2268
0.2448
0.2635
0.2827
0.3024
0.3225

PortReturn =

0.5593
1.1824
1.8054
2.4284
3.0514
3.6744
4.2974
4.9204
5.5435
6.1665
6.7895
7.4125
8.0355
8.6585
9.2815
9.9045
10.5276

11.1506
11.7736
12.3966

PortWts =

-0.0000	0.3847	0.6153	-0.0000	-0.0000
0.3455	0.3847	0.2698	-0.0000	0.0000
0.6037	0.3833	0.0000	0.0000	0.0130
0.5489	0.3785	0.0000	0.0000	0.0726
0.4941	0.3737	0.0000	0.0000	0.1323
0.4392	0.3689	0.0000	0.0000	0.1919
0.3844	0.3641	0.0000	0.0000	0.2515
0.3296	0.3593	0.0000	0.0000	0.3111
0.2748	0.3545	0.0000	0.0000	0.3707
0.2199	0.3497	0.0000	0.0000	0.4303
0.1651	0.3450	0.0000	0.0000	0.4899
0.1103	0.3402	0.0000	0.0000	0.5496
0.0555	0.3354	0.0000	0.0000	0.6092
0.0006	0.3306	0.0000	0.0000	0.6688
0	0.2760	0.0000	0.0000	0.7240
0	0.2208	0.0000	0.0000	0.7792
0	0.1656	0.0000	0.0000	0.8344
0	0.1104	0.0000	0.0000	0.8896
0	0.0552	0.0000	0.0000	0.9448
0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000	1.0000

Shock al tipo de cambio:

Frontera 5 años:

[PortRiskS, PortReturnS, PortWtsS] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds)

PortRiskS =

0.1104
0.1111
0.1131
0.1161
0.1201
0.1248
0.1303
0.1365
0.1432
0.1503
0.1581
0.1665
0.1896
0.2354
0.2967
0.3676
0.4436
0.5225
0.6032
0.6849

PortReturnS =

0.1794
 0.2012
 0.2231
 0.2450
 0.2668
 0.2887
 0.3106
 0.3324
 0.3543
 0.3761
 0.3980
 0.4199
 0.4417
 0.4636
 0.4855
 0.5073
 0.5292
 0.5511
 0.5729
 0.5948

PortWtsS =

0.1866	0.7122	0.0973	0.0000	0.0000	0.0038
0.1771	0.6395	0.1674	-0.0000	-0.0000	0.0161
0.1592	0.5769	0.2276	-0.0000	0.0101	0.0263
0.1366	0.5201	0.2821	-0.0000	0.0258	0.0353
0.1140	0.4633	0.3367	-0.0000	0.0416	0.0444
0.0914	0.4065	0.3913	-0.0000	0.0573	0.0534
0.0688	0.3497	0.4459	0.0000	0.0731	0.0625
0.0462	0.2929	0.5005	0.0000	0.0888	0.0716
0.0236	0.2361	0.5551	0.0000	0.1045	0.0806
0.0010	0.1793	0.6097	0.0000	0.1203	0.0897
0.0000	0.0917	0.6900	0.0000	0.1240	0.0942
0.0000	0.0027	0.7715	0.0000	0.1272	0.0986
0	0.0000	0.7127	0.0000	0.0627	0.2247
0	0	0.6469	0.0000	-0.0000	0.3531
0	0	0.5391	0.0000	-0.0000	0.4609
0	0	0.4312	0.0000	-0.0000	0.5688
0	0	0.3234	0.0000	-0.0000	0.6766
0	0	0.2156	0.0000	-0.0000	0.7844
0	0.0000	0.1078	0.0000	-0.0000	0.8922
0.0000	0	0	-0.0000	0	1.0000

Restricciones a las inversiones en moneda extranjera

Al imponer restricciones a la moneda extranjera, se armó la matriz Groups y GroupBounds como sigue:

Groups: 1 0 0 1 1 1

Indicando todos los activos que pertenecen al mismo grupo

GroupBounds: 0 0,6

Indicando las restricciones del grupo seleccionado.

El resultado se muestra a continuación:

Frontera de 5 años

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds, Groups, GroupBounds)

PortRisk =

0.1104
0.1104
0.1107
0.1117
0.1133
0.1154
0.1179
0.1209
0.1243
0.1281
0.1322
0.1367
0.1414
0.1463
0.1515
0.1569
0.1625
0.1712
0.2283
0.3893

PortReturn =

0.1606
0.1789
0.1972
0.2155
0.2338
0.2521
0.2704
0.2887
0.3070
0.3253
0.3436
0.3619
0.3802
0.3985
0.4168
0.4351
0.4534

0.4717
0.4900
0.5083

PortWts =

0.0000	0.7122	0.0973	0.1866	-0.0000	0.0038
0.1865	0.7114	0.0982	0.0000	0.0000	0.0039
0.1819	0.6589	0.1493	0.0000	0.0000	0.0100
0.1772	0.6064	0.2004	0.0000	0.0000	0.0161
0.1684	0.5578	0.2477	0.0000	0.0046	0.0216
0.1554	0.5131	0.2910	0.0000	0.0139	0.0265
0.1425	0.4685	0.3344	0.0000	0.0232	0.0314
0.1295	0.4238	0.3778	0.0000	0.0325	0.0364
0.1165	0.3792	0.4212	0.0000	0.0418	0.0413
0.1036	0.3346	0.4646	0.0000	0.0511	0.0462
0.0906	0.2899	0.5080	0.0000	0.0604	0.0511
0.0776	0.2453	0.5513	0.0000	0.0697	0.0561
0.0646	0.2007	0.5947	0.0000	0.0790	0.0610
0.0517	0.1560	0.6381	0.0000	0.0883	0.0659
0.0387	0.1114	0.6815	0.0000	0.0976	0.0708
0.0257	0.0667	0.7249	0.0000	0.1069	0.0757
0.0128	0.0221	0.7682	0.0000	0.1162	0.0807
-0.0000	-0.0000	0.7912	0.0000	0.0707	0.1382
0	-0.0000	0.6614	0.0000	-0.0000	0.3386
0.0000	0	0.4000	-0.0000	0	0.6000

Frontera de 30 años:

[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds, Groups, GroupBounds)

PortRisk =

0.0679
0.0679
0.0679
0.0679
0.0679
0.0686
0.0712
0.0753
0.0806
0.0869
0.0940
0.1017
0.1100
0.1187
0.1276
0.1369
0.1468
0.1591
0.1737
0.1898

PortReturn =

0.5730
0.8283
1.0836
1.3389
1.5942
1.8495
2.1048
2.3601
2.6154
2.8707
3.1260
3.3813
3.6365
3.8918
4.1471
4.4024
4.6577
4.9130
5.1683
5.4236

PortWts =

-0.0000	0.4000	0.6000	0	-0.0000
0.1416	0.4000	0.4584	0.0000	0.0000
0.2831	0.4000	0.3169	0.0000	0.0000
0.4247	0.4000	0.1753	-0.0000	0
0.5663	0.4000	0.0337	-0.0000	-0.0000
0.5690	0.4000	-0.0000	-0.0000	0.0310
0.5155	0.4000	-0.0000	0.0208	0.0637
0.4608	0.4000	-0.0000	0.0434	0.0958
0.4061	0.4000	-0.0000	0.0661	0.1278
0.3513	0.4000	-0.0000	0.0888	0.1599
0.2966	0.4000	-0.0000	0.1114	0.1919
0.2419	0.4000	-0.0000	0.1341	0.2240
0.1872	0.4000	-0.0000	0.1568	0.2561
0.1325	0.4000	-0.0000	0.1794	0.2881
0.0777	0.4000	-0.0000	0.2021	0.3202
0.0230	0.4000	-0.0000	0.2248	0.3522
0	0.4000	-0.0000	0.1964	0.4036
0	0.4000	-0.0000	0.1309	0.4691
0	0.4000	-0.0000	0.0655	0.5345
0	0.4000	0.0000	0	0.6000

Restricciones a las inversiones en el exterior (según normativa chilena)

Al imponer restricciones a la inversión en el exterior, se armó la matriz Groups y GroupBounds como sigue a modo de generar un grupo de la inversión externa y otro que incluya únicamente las variables.

Frontera de 5 años:

Groups:

```
0    0    0    1    1    1
0    0    0    0    1    1
```

GroupBounds:

```
0,2    0,3
0      0,05
```

Los resultados desprendidos fueron:

PortRisk =

```
0.1106
0.1107
0.1111
0.1119
0.1128
0.1140
0.1153
0.1170
0.1189
0.1211
0.1236
0.1263
0.1293
0.1325
0.1359
0.1395
0.1433
0.1472
0.1513
0.1559
```

PortReturn =

```
0.1612
0.1738
0.1863
0.1989
0.2115
0.2240
0.2366
0.2491
0.2617
0.2743
0.2868
0.2994
0.3119
0.3245
0.3371
0.3496
0.3622
0.3747
0.3873
0.3999
```

PortWts =

```

-0.0000  0.6981  0.1019  0.1947  0.0000  0.0053
-0.0000  0.6657  0.1343  0.1899  0.0000  0.0101
-0.0000  0.6333  0.1667  0.1851  0.0000  0.0149
-0.0000  0.6010  0.1990  0.1801  0.0001  0.0198
-0.0000  0.5757  0.2243  0.1695  0.0072  0.0233
-0.0000  0.5504  0.2496  0.1588  0.0143  0.0269
-0.0000  0.5225  0.2775  0.1500  0.0201  0.0299
-0.0000  0.4817  0.3183  0.1500  0.0199  0.0301
-0.0000  0.4410  0.3590  0.1500  0.0197  0.0303
 0.0000  0.4002  0.3998  0.1500  0.0195  0.0305
 0.0000  0.3595  0.4405  0.1500  0.0192  0.0308
 0.0000  0.3187  0.4813  0.1500  0.0190  0.0310
 0.0002  0.2777  0.5221  0.1500  0.0188  0.0312
 0.0009  0.2362  0.5629  0.1500  0.0185  0.0315
 0.0016  0.1946  0.6038  0.1500  0.0182  0.0318
 0.0023  0.1530  0.6447  0.1500  0.0180  0.0320
 0.0030  0.1114  0.6856  0.1500  0.0177  0.0323
 0.0037  0.0698  0.7264  0.1500  0.0174  0.0326
 0.0045  0.0282  0.7673  0.1500  0.0171  0.0329
-0.0000  0.0000  0.8000  0.1500 -0.0000  0.0500

```

Frontera de 30 años:

En este caso las matrices *Groups* y *GroupBounds* fueron las siguientes:

```
Groups: 0    0    1    1    1
```

```
GroupBounds: 0,2    0,3
```

Los resultados se presentan a continuación:

```
[PortRisk, PortReturn, PortWts] = frontcon(ExpReturn, ExpCovariance, NumPorts, [], AssetBounds,
Groups, GroupBounds)
```

PortRisk =

```

0.0677
0.0680
0.0686
0.0694
0.0705
0.0718
0.0732
0.0749
0.0768
0.0788
0.0812
0.0845
0.0881
0.0918
0.0960
0.1012
0.1075
0.1148
0.1304
0.1559

```

PortReturn =

1.3083
1.4449
1.5814
1.7180
1.8546
1.9912
2.1278
2.2643
2.4009
2.5375
2.6741
2.8107
2.9472
3.0838
3.2204
3.3570
3.4936
3.6301
3.7667
3.9033

PortWts =

0.4153	0.3847	0.2000	-0.0000	0.0000
0.4176	0.3824	0.1834	-0.0000	0.0166
0.4193	0.3807	0.1629	0.0077	0.0294
0.4209	0.3791	0.1409	0.0188	0.0403
0.4226	0.3774	0.1188	0.0300	0.0512
0.4242	0.3758	0.0967	0.0412	0.0622
0.4259	0.3741	0.0746	0.0523	0.0731
0.4275	0.3725	0.0525	0.0635	0.0840
0.4291	0.3709	0.0304	0.0746	0.0950
0.4308	0.3692	0.0083	0.0858	0.1059
0.4371	0.3623	0.0000	0.0707	0.1300
0.4112	0.3594	0.0000	0.0827	0.1467
0.3853	0.3564	0.0000	0.0948	0.1635
0.3594	0.3535	-0.0000	0.1069	0.1802
0.3536	0.3464	-0.0000	0.0943	0.2057
0.3639	0.3361	0.0000	0.0617	0.2383
0.3743	0.3257	0.0000	0.0291	0.2709
0.3998	0.3002	0.0000	-0.0000	0.3000
0.5499	0.1501	0.0000	-0.0000	0.3000
0.7000	-0.0000	0.0000	0	0.3000