

TESIS

a presentarse el día 26 de Marzo de 2010 en la

Universidad de La República, UdelaR

para obtener el título de

MAGISTER EN INGENIERÍA
Mención INGENIERÍA MATEMÁTICA

para

Claudio Enrique RISSO MONTALDO

Instituto de Investigación : LPE - IMERL

Componentes universitarios :
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE INGENIERÍA

Título de la tesis :

Optimización de Costos en Redes Multicapa Robustas

a realizarse el 26 de febrero de 2010 por el comité de examinadores

Dr. Franco	ROBLEDO	Director de Tesis
Dr. Gerardo	RUBINO	Presidente
Dr. Pablo	BELZARENA	
Dr. Hector	CANCELA	
Dr. Gonzalo	PERERA	
Dr. Gabriel	CAZES	
Ing. Fernando	FONTÁN	

Agradecimientos

Desde su génesis teníamos claro que asociados a este trabajo aparecerían desafíos de toda índole. Desde intelectualmente abstractos a crudamente terrenales.

No obstante quiero destacar que en cada problema contamos siempre con el apoyo de la persona idónea en el momento oportuno. Convencidos que gracias a éstas el proyecto finalmente ha llegado a cumplir sus objetivos, es que quiero hacer los agradecimientos del caso.

En primer lugar agradezco a Alfredo Marrero, “Gerente Financiero” de la “Gerencia de Negocios y Servicios” de ANTEL. Ya que tanto en forma directa como a través de Luis Steneri y Viviana Umpierrez, han colaborado activamente en la proyección de los datos de demanda.

A Ignacio Bergara de la “División Económico Financiera” de ANTEL, ya que su cuidadoso análisis de los objetos contables, nos ha proporcionado otro de los insumos básicos de este proyecto: los costos de la infraestructura.

A Laura Saldanha de la “División Técnica de Desarrollo” de ANTEL. En primer término por adelantar el análisis de inversiones a los efectos que Ignacio contara con esta información. En segundo lugar por haber aportado a lo largo del proyecto su experiencia, para concretar así las definiciones que permitieron llegar a un modelo realista.

A los Doctores Eduardo Canale y Franco Robledo del “Laboratorio de Probabilidad y Estadística” de UdelaR, que me han guiado en todo momento, además de haber contribuído con sus conocimientos de Redes y Algoritmos.

Agradezco al Dr. Maurice Queyranne (Univ. Grenoble - Francia, Univ. British Columbia - Canadá) y al Dr. Guillermo Durán (Univ. Bs. As. - Argentina, Univ. de Chile), por ayudarnos a ubicar el estado del arte en el tema y colaborar incondicionalmente con el equipo en las oportunidades que les fuera solicitado.

Quiero destacar especialmente a Gonzalo Perera, que tuvo la visión de ver un proyecto útil para ANTEL en una presentación de unas jornadas del CLADIT. Y que en consecuencia nos impulsó y apoyó para concretarlo.

Finalmente, quiero agradecer además a: Gerardo Rubino, Pablo Belzarena, Hector Cancela, Gabriel Cazes y Fernando Fontán por el honor que me hacen al juzgar este trabajo.

Índice general

Índice de Contenidos	1
I INTRODUCCIÓN	5
0.1. Las Redes en Overlay	10
0.2. Objetivo del Proyecto	11
II ENTIDADES DEL MODELO	13
1. Entidades Físicas y su Modelado	15
1.1. Introducción	15
1.2. La Red de Datos	15
1.2.1. Los Nodos de Datos	16
1.2.2. Los Aristas de Datos	18
1.3. La Red de Transporte	19
1.3.1. Los Nodos de Transporte	20
1.3.2. Las Aristas de Transporte	20
1.3.3. Costos de Transmisión	21
1.4. Relación entre ambas Redes	23
2. Análisis Estadístico de Tráfico	25
2.1. Introducción	25
2.2. El Tráfico TCP	26
2.3. Modelo Formal Básico	28
2.3.1. Modelo Estocástico Unidimensional	28
2.3.2. Análisis Numérico	34
2.3.3. Monitoreo de las Metas	37
2.3.4. Dependencia con la Velocidad de Acceso	40
2.3.5. Modelo Estocástico Bidimensional	45
2.3.6. Síntesis de Resultados	51
2.4. Implementación Real	53
2.4.1. Análisis de Consumo	54
2.4.2. Análisis de Tráfico	57

2.4.3.	Relación de diseño z_Q (overbooking)	60
2.4.3.1.	Portafolio de Productos a Junio 2009	61
2.4.3.2.	Proyección 1 con predominio de “Servicios Libres”	63
2.4.3.3.	Proyección 1 con predominio de “Servicios Flexibles”	64
2.4.3.4.	Proyección 2 con predominio de “Servicios Libres”	66
2.4.3.5.	Proyección 2 con predominio de “Servicios Flexibles”	68
2.4.4.	Elección de Escenarios Representativos	69
3.	El Ruteo (Datos/Transporte)	71
3.1.	Introducción	71
3.2.	Ruteo en Red de Datos	72
3.3.	Ruteo en Red de Transporte	74
III	MODELO FORMAL	77
4.	Definiciones Estratégicas	79
4.1.	Variantes del Modelo	79
4.2.	Conexiones Access Edge	80
4.3.	Estructura y Propiedades de la red G_E	85
4.3.1.	Condiciones Necesarias	86
4.3.2.	Dominancia y Equivalencia entre familias	95
4.3.3.	Condiciones de Suficiencia	101
4.4.	Definiciones sobre G_E	112
5.	Modelo Abstracto (MORN)	115
5.1.	Complejidad Computacional	118
IV	META-HEURÍSTICA	123
6.	Un Algoritmo GRASP para MORN	125
6.1.	Inicialización	127
6.1.1.	Cálculo de Bonds Estructurales	127
6.1.2.	Asociación Topológica G_E, G_T	129
6.2.	Asignación Access - Edge	130
6.3.	Ruteo $G_{E\text{sol}}$ sobre G_T	133
6.4.	Eliminación/Anexión de Links	138
6.5.	$G_{E\text{sol}}$ factible	140
6.6.	Búsqueda Local	141
6.6.1.	Reconexión de Access - Edge	141
6.6.2.	Recomposición de Links	142
6.6.3.	Acortamiento de Links	142
6.6.4.	Eliminación de Links	143

<i>Índice general</i>	3
7. Resultados	145
7.1. Variables de Control	145
7.2. Datos del Problema	148
7.3. Solución a G_E	149
7.4. Componente Access - Edge	162
7.5. Conclusiones y Análisis de Resultados	163
V ANEXOS	167
A. ANEXO (Códigos MATLAB)	169
A.1. MMKGDNN	169
A.2. KFORN	170
A.3. KFORN2	171
A.4. MATRIX4MTIST	172
A.5. MMKGDNN2D	173
A.6. KFORN2D	175
B. ANEXO (Intervalo de Confianza)	179
B.1. Teoría Básica	179
B.2. Cálculos	180
C. ANEXO (LAGs y SDH)	181
C.1. LAG sin Caminos Independientes	181
C.2. LAG con Caminos Independientes	182
C.3. Requerimientos Access - Edge (SDH)	183
Bibliografía	188
Índice de Contenidos	188
Lista de Figuras	189

Parte I

INTRODUCCIÓN

ABSTRACT

Fibras ópticas, transporte óptico (DWDM), transporte TDM (SDH), redes ATM, IP y MPLS, con distintos grupos de operación brindándose servicios entre sí. Los overlays tanto tecnológicos (distinto tipo de equipos) como administrativos (distintos grupos de operación), son una realidad instaurada desde hace un buen tiempo en las redes.

Ya sea por: razones históricas, conveniencia organizacional (distintos negocios de una misma empresa que se arriendan recursos entre sí), justificación económica (una empresa que arrienda recursos de otra de mayor escala o penetración) o imposición regulatoria; esta situación es presente y debemos acostumbrarnos a pensar que las redes se brindan servicios entre sí.

Este trabajo da una aproximación para resolver el problema de como desplegar una red, haciendo uso de recursos de un overlay inferior, en forma robusta¹ y a costo óptimo.

Adelantamos que los resultados obtenidos han colmado ampliamente nuestras expectativas. En lo económico; de poder llevarse a cabo la mitad de los cambios propuestos, este proyecto se pagaría con los ahorros generados en 2 semanas. En lo académico, hemos encontrado diversos resultados teóricos interesantes. En lo estratégico, hemos identificado algunos problemas estructurales en las redes del cliente, que suponemos dispararán su análisis y solución, antes que representen un problema importante.

¹Que la falla simple en cualquier elemento de la capa inferior, no deje in-operativo ningún servicio de la red.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se resolverá el problema de diseñar una Red de Datos MPLS, a ser desplegada sobre una Infraestructura de Transporte existente, que es a su vez una combinación de tecnologías. Los datos y distintas hipótesis de trabajo son los de un operador concreto: la Administración Nacional de Telecomunicaciones (ANTEL) del Uruguay.

La Red de Datos objetivo es una Red IP/MPLS sobre la que se entregan servicios de distinto tipo y por ende con distintos requerimientos de calidad. El ejemplo es conveniente en la medida que la realidad expuesta tiende a ser sobre la de los servicios en las Telcos modernas.

En el proceso se buscará minimizar los Recursos Económicos (Costos) incurridos por el despliegue en la Infraestructura de Transporte (Red de Transporte). Esto en el entendido que son los costos más importantes de todo proveedor. Y que la competencia cada vez más fuerte en el sector, exige ser eficientes en el manejo de los recursos.

La solución hallada debe poder cursar cierto tráfico conocido cumpliendo con determinados parámetros de calidad. Incluso frente a fallas simples en algún tramo de la Red de Transporte. Especialmente para la nueva generación de servicios multimedia (VoIP, VB, VoD, etc.) que son altamente sensibles a degradaciones transitorias.

Históricamente y por ser el problema extremadamente complejo para ser analizado informalmente, los despliegues se centraban en torno a la factibilidad y no a la optimalidad de la solución. En ese proceso se perdía visibilidad de cuales son los costos reales e ineludibles. Máxime en los inciertos horizontes del mediano plazo asociados a un sector tan dinámico como el de las telecomunicaciones. En los contextos vigentes: altamente competitivos y dinámicos, así como progresivamente regulados, cada vez es menor el margen para una decisión incorrecta, o incluso para una que el tiempo mostró imprecisa.

0.1. Las Redes en Overlay

Una Red Overlay es aquella que virtualiza sus conexiones sobre una o más redes existentes.

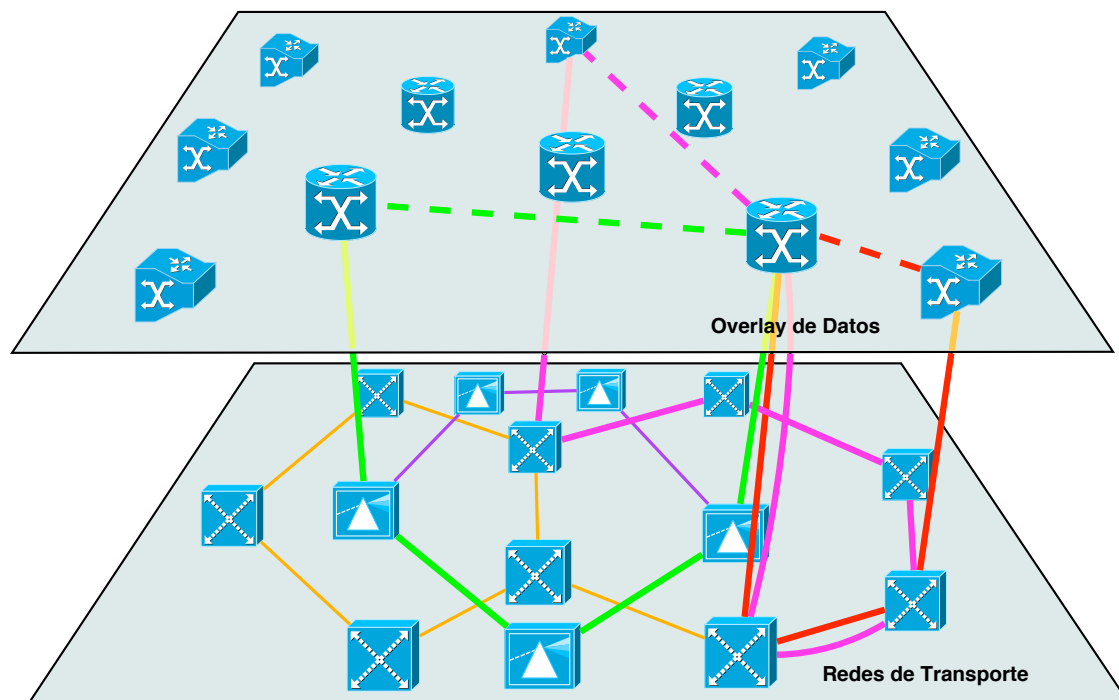


Figura 1: Representación de Red Overlay.

En otras palabras: las conexiones de una red overlay no son físicas sino lógicas.

Lo que en el ejemplo es percibido en la Red de Datos como un enlace directo entre dos nodos (líneas punteadas en Fig-1), es en realidad una conexión punto a punto provista por la Red de Transporte (línea sólida del color correspondiente).

Existen varios ejemplos típicos de este tipo de redes, entre los que mencionamos:

Internet Es un ejemplo bastante rico ya que combina el uso de: Red Telefónica (PSTN) para las conexiones dial-up, Redes ATM y MPLS como agregadoras del tráfico ADSL Residenciales y SDH que es la tecnología sobre la que se montan los enlaces internacionales.

P2P En este caso los nodos son procesos corriendo en un gran número de computadoras. Estos procesos generan una estructura de túneles punto a punto (vecindad) entre las distintas instancias de la aplicación (nodos) en Internet. Generando una “Red Virtual” para distribución masiva y distribuida de contenido.

IPSec Presenta una arquitectura similar a la anterior, pero persigue un propósito antagónico. Se utilizan para crear “Redes Privadas Virtuales” (VPN) y está especializada en agregar a las conexiones virtuales, el nivel de seguridad y privacidad que Internet no proporciona natural ni nativamente.

ATM Históricamente se han montado las conexiones entre nodos sobre Redes SDH.

MPLS Repite la realidad de ATM pero es soportada por más tecnologías de Transporte e Interfaces más económicas (como Ethernet).

0.2. Objetivo del Proyecto

Lo que se busca en este trabajo es una herramienta que de respuesta a preguntas tales como:

- ¿En que Centrales deben haber nodos de la Red MPLS?
- ¿Entre cuales nodos de la Red de Datos (DSLAMs, Switches MPLS, Routers Internet) es conveniente establecer enlaces y en caso afirmativo de que capacidad?

Como consecuencia de lo anterior:

- ¿Que tecnología de transporte conviene usar en cada caso?
- ¿Que camino en la Red de Transporte deben seguir las conexiones inducidas a raíz de los enlaces anteriores?
- ¿Cual es la forma óptima de distribuir el tráfico en la Red MPLS para cada escenario simple de falla en esta configuración de red?

Suponemos que a tales efectos se contará con la siguiente información:

- El conjunto de Estaciones de Red² de interés.
- Puntos de ingreso/egreso de tráfico en la red y la Matriz de Tráfico correspondiente.
- Puntos donde es viable instalar Switches MPLS.
- Los enlaces viables entre estos nodos.
- Las velocidades tecnológicamente soportadas para estos enlaces.
- El costo de cada alternativa para cada velocidad.
- La topología física de la Red de Transporte, inducida por las estaciones de interés.
- Es necesario además conocer el comportamiento del tráfico de los clientes. Incierto y a lo sumo tratable como estadístico.

²Típicamente Centrales Telefónicas.

Una Herramienta de estas características permitiría:

- Suministrar lineamientos estratégicos para planificar la Red de Datos al mediano plazo sobre principios de optimalidad.
- Con resultados que ayudan a la planificación de capacidad y enrutamiento en la Red de Transporte.
- Mediante Análisis de Sensibilidad en los tráficos de distintas calidades, determinar cuantitativamente cual es el costo de las distintas "Clases de Servicio".
- Contrastar las políticas establecidas de "Traffic Engineering", con aquellas reconocidas como optimales³.
- Mediante Análisis de Sensibilidad en distintos puntos de la Matriz de Tráfico, determinar cuantitativamente cual es el costo de dar los servicios en cada punto del país.
- Evaluar la conveniencia económica de algunas inversiones en transporte o proyectar el retorno económico de algunas decisiones relativas a la arquitectura de la red⁴.
- Evaluar la utilidad de la infraestructura Legacy en las redes.
- Tener costos optimales de referencia objetivos, para impulsar cambios o defenderse de algunas decisiones del regulador⁵.
- Con un poco de investigación y la experiencia propia, calcular el costo asociado a ciertos proyectos de la competencia.

³Especialmente útil en los escenarios de falla.

⁴Integrar las Redes IP pública y la Red MPLS por ejemplo.

⁵Tener un elemento de presión por el costo adicional del Servicio Universal hasta el momento financiado íntegramente por ANTEL, al demostrar que ciertos precios están por debajo del costo realizable.

Parte II

ENTIDADES DEL MODELO

Capítulo 1

Entidades Físicas y su Modelado

1.1. Introducción

Explicaremos a continuación las entidades básicas u objetos del problema. Sus principales características y relaciones.

Nuestro problema concreto consta de dos Redes (Datos y Transporte) y separaremos el análisis en consecuencia, comenzando por la Red de Datos, siguiendo por la Red de Transporte y finalmente por los vínculos entre ambas.

Siempre es discutible si un modelo no admite tal o cual variante. En nuestro caso estamos convencidos que el que presentamos tiene la virtud de ser “simple”, al mismo tiempo que ha mostrado ser “flexible”, en virtud de las diferentes realidades que hemos modelado y que serán debida y oportunamente explicadas.

1.2. La Red de Datos

Representaremos la Red de Datos mediante un grafo $G_D = (V_D, E_D)$. A su vez V_D representa el conjunto de nodos del grafo (de la red) y E_D el de aristas (conexiones de red) entre nodos. En esta etapa no asumiremos nada respecto a la multiplicidad de estas aristas, pudiendo las mismas ser: simples o múltiples. Sí asumimos que G_D es no-dirigido.

Definición 1.2.1 *La Red de Datos es un grafo $G_D = (V_D, E_D)$ no dirigido, donde V_D y E_D representan el conjunto de nodos (vértices) y links (aristas) respectivamente.*

Otra característica de G_D es que en principio no tiene por que ser planar. De hecho normalmente no lo es, al poder llegar a tener una estructura bastante densa y mallada.

Finalmente otra característica destacable de la Red de Datos respecto a la de Transporte es la naturaleza del tráfico. En la Red de Datos éste es dinámico: tanto en sus rutas como en su volumen. Quizás ésta sea la principal característica que ha impulsado las Redes de Datos sobre las Legacy (TDM). Favoreciendo tanto la disponibilidad como los costos.

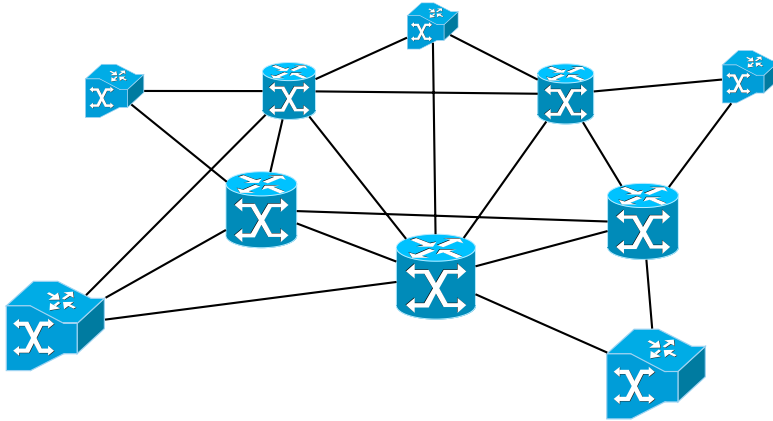


Figura 1.1: Esquema de una Red de Datos.

1.2.1. Los Nodos de Datos

Manejaremos dos clasificaciones para estos nodos. La primera hace a su función en la red y la segunda a su presencia en la solución.

En una primera clasificación los nodos de la Red de Datos pertenecen estrictamente a uno de dos tipos de nodos: Access y Edge. Siendo V_A el conjunto de “Nodos de Acceso” y V_E el de “Nodos Edge”, la relación entre ambos es: $V_A \cup V_E = V_D$, $V_A \cap V_E = \emptyset$ (i.e: $V_E = V_D \setminus V_A$).

Nodos de acceso son aquellos a través de los cuales se entrega tráfico a los clientes finales. Cumplen una función de concentradores de última milla, alimentando la red con el tráfico de un conjunto de clientes conectados a estos. Las funcionalidades de estos equipos no van mucho más lejos. Solo pueden conectarse físicamente a otro nodo de la red.

El ejemplo típico de estos equipos es un DSLAM xDSL y se representará gráficamente con:



Figura 1.2: Representación de un DSLAM xDSL.

Asumiremos que $v_a \in V_A$ sii al menos tiene un cliente y por tanto algo de demanda.

Los Nodos Edge son bastante más potentes. Tienen la capacidad de enrutar el tráfico hacia su destino. Manejan dinámicamente la información topológica de la red, detectando fallos y bus-

cando nuevas rutas para evitarlos. Asimismo disponen de mecanismos de Ingeniería de Tráfico para elegir adecuadamente estas rutas, evitando sobrecargar enlaces cuando haya capacidad libre en otro camino, aunque no sea necesariamente el más corto.

Típicamente se conectan a numerosos equipos de acceso, así como a otros nodos edge con los que comparte tráfico. Es la subred $G_E \subseteq G_D$ inducida por V_E , el componente más complejo y desafiante de nuestro problema. Al punto que le dimos nombre: $G_E = (V_E, E_E)$, donde $E_E = \{e_E = (v_i, v_j) \in E_D / v_i, v_j \in V_E\}$.



Figura 1.3: Representación de un Edge o nodo MPLS.

Definición 1.2.2 El conjunto V_D se divide en dos conjuntos disjuntos de nodos: *access* y *edge* cumpliéndose: $V_D = V_A \cup V_E$.

Definición 1.2.3 Llamaremos $G_E = (V_E, E_E)$ al subgrafo inducido en G_D por V_E .

La segunda clasificación de los nodos hace más a la solución que a las características tecnológicas del problema. Diremos que los nodos se clasifican en dos familias: Fijos y de Steiner. Nodos fijos son aquellos que deben estar presentes en la solución final para que ésta sea tal. Los de Steiner son opcionales y podrán usarse en caso de generar algún beneficio (baja en los costos). Nuevamente se cumple para los nodos de Steiner: $V_S = V_D \setminus V_F$, siendo V_F el conjunto de nodos fijos de la Red de Datos.

Además existe una relación entre ambas clasificaciones y es: $V_A \subseteq V_F$. De no cumplirse lo anterior, estaríamos construyendo una red que sistemáticamente deja desconectados a parte de los clientes. Normalmente todos los nodos edge son de Steiner, salvo excepciones que se presentan típicamente en nodos a través de los que se intercambia tráfico con otras redes (e.g. las conexiones a Internet).

El concepto es que todos los nodos que inician o terminan tráfico son fijos. Esta condición vincula la clasificación con los datos de tráfico. Se consideran en el modelo dos tipos de tráfico: comprometido y eventual:

Tráfico Comprometido - La idea es que aún en cualquier escenario de falla simple de la Red de Transporte, el tráfico comprometido debe poder ser cursado en su totalidad. El 100 % del tiempo. Con *delay* y *jitter* mínimos. Podemos asociarlo con el tráfico de aplicaciones multimedia (VoIP, VB, VoD).

Tráfico Eventual - Se acepta en contrapartida que el tráfico eventual sólo está disponible cierto porcentaje del tiempo y este factor de calidad¹, no tiene por que coincidir en los escenarios con y sin fallas. Es típicamente el tráfico de Internet.

¹La fracción del tiempo que está 100 % utilizable.

Supondremos conocidos los tráficos comprometido \dot{m}_{ij} y eventual \ddot{m}_{ij} entre cada par de nodos $v_i, v_j \in V_D$. Llamaremos $\vec{m}_{ij} = (\dot{m}_{ij}, \ddot{m}_{ij})$ al vector cuyas componentes son ambos tráficos. Destacamos que el dato es la “demanda”, que representa lo “vendido”. El tráfico efectivo en sí mismo es aleatorio y depende de muchos factores. Será analizado en Cap-2.

Definición 1.2.4 Sea $\vec{M} = [\vec{m}_{ij}]_{1 \leq i, j \leq |V_D|}$ la matriz de demanda del problema. Es una matriz de vectores $\vec{m}_{ij} = (\dot{m}_{ij}, \ddot{m}_{ij})$ que representan la demanda entre v_i y v_j . \vec{M} es simétrica.

Definición 1.2.5 El conjunto V_D se divide en dos conjuntos disjuntos de nodos: fijos y steiner cumpliéndose: $V_D = V_F \cup V_S$. Debe cumplirse que si $\vec{m}_{ij} \neq \vec{0} \Rightarrow v_i, v_j \in V_F$.

A los efectos de la Red de Datos entonces, son datos del problema: V_A, V_E, E_D y \vec{M} . Mientras que V_D, V_S y V_F quedan determinados por: $V_D = V_A \cup V_E, V_S = V_D \setminus V_F$ y $V_F = \{v_i \in V_D / \exists \vec{m}_{ij} \in \vec{M}, \vec{m}_{ij} \neq \vec{0}\}$.

1.2.2. Los Aristas de Datos

Cada arco $e_{ij} \in E_D$ ($e_{ij} = (v_i, v_j)$) representa un link potencial de establecerse. Destacamos que en nuestro modelo la existencia de una arista en G_D , simboliza la posibilidad y no el hecho, que esta arista esté presente en la solución final. Si $e_d \in E_D$ entonces e_d se “considerará” durante la generación de la solución, pero no necesariamente estará presente en esta. Las aristas de G_D sólo son “aristas potenciales”.

Complementariamente destacamos que G_D no tiene por que ser completo. Ni siquiera G_E tiene por que serlo. Este aparente “detalle” es el que le da buena parte de su flexibilidad al modelo, permitiendo reflejar en el mismo realidades muy diversas, como se verá en Cap-7.3.

Cada arista $e_{ij} \in E_D$ debe dimensionarse con una capacidad $b_{ij} \in \hat{B}$ tecnológicamente soportada por el transporte y la misma red de datos.

Definición 1.2.6 Sea $\hat{B} = \{\hat{b}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_B\}$ el conjunto de capacidades (velocidades) soportadas para las conexiones sobre la Red de Transporte. Por conveniencia supondremos $\hat{b}_0 = 0$.

Se ha adoptado que la capacidad \hat{b}_0 vale 0 y representa que se ha optado por no usar este arco en la solución. Así planteado no es necesario ver la solución a la Red de Datos en dos etapas: aristas presentes y luego su capacidad. Sino que simplemente hay que determinar $B = \{b_{ij} \in \hat{B}, e_{ij} \in E_D\}$ como parte de la solución del problema.

Finalmente y conocido B para la solución, reconocemos indirectamente si un nodo $v_d \in V_S$ forma parte de esta, cuando existe $e_{dj} \in E_D / b_{dj} \neq 0$.

En términos más abstractos podemos ver a B como una función $B : E_D \rightarrow \hat{B}$. Si aceptáramos aristas múltiples como solución entonces podríamos generalizarla a $B : E_D \rightarrow 2^{\hat{B}}$.

Por tanto B es una las variables del problema y engloba tanto lo referente a la topología elegida para la Red de Datos, como las capacidades de los enlaces en esta.

1.3. La Red de Transporte

Representaremos la Red de Transporte mediante un grafo $G_T = (V_T, E_T)$, donde V_T corresponde al conjunto de nodos y E_T al de aristas de la red.

En este caso el grafo es: simple, no-dirigido, planar y 2-nodo-conexo. Podemos asumir que es planar porque las canalizaciones sobre las que se realizan los tendidos de fibra óptica lo son (instalando una estación en un cruce se soluciona el problema). Ésta es una característica no sólo de la red de ANTEL, sino también de la mayoría de los proveedores.

Definición 1.3.1 *Un camino es un grafo no vacío $P = (V, E)$ de la forma: $V = \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$, $E = \{x_0x_1, x_1x_2, \dots, x_{k-1}x_k\}$, donde todos los x_i son distintos.*

Definición 1.3.2 *Dado un grafo $H = (V_H, E_H)$ y un camino $P = (V_P, E_P)$, diremos que P es un H -path sii P es no-trivial² y sólo toca a H en sus nodos terminales (x_0 y x_k). Concretamente debe cumplirse: $V_P \cap V_H = \{x_0, x_k\}$ y $E_P \cap E_H = \emptyset$.*

En particular es 2-nodo-conexa porque está construida mediante la concatenación de “anillos” de transmisión, que siempre se tocan en al menos 2 nodos. Esto es equivalente a decir que se construyen desde un ciclo, agregando H -paths hasta completar la red. Lo último en conjunción con la Proposición [RDGTHP] cierran la 2-nodo-conectividad.

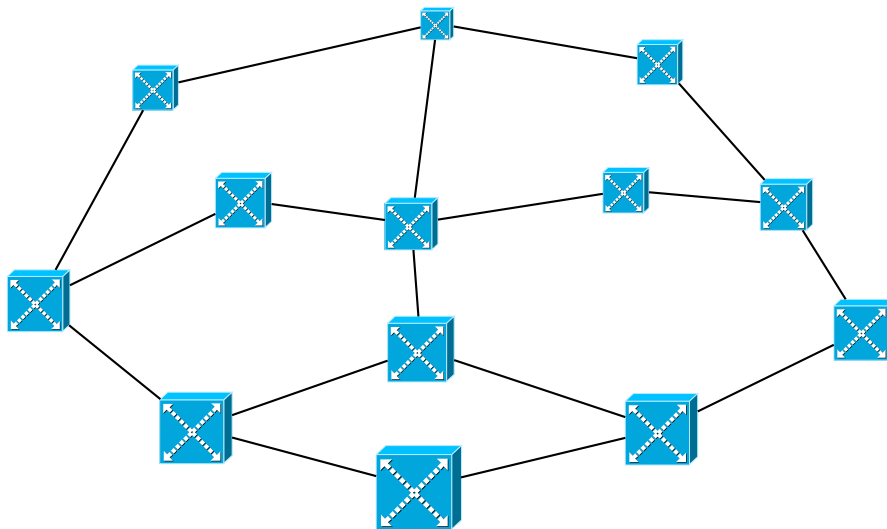


Figura 1.4: Esquema de una Red de Transporte.

Definición 1.3.3 *La Red de Transporte es un grafo $G_T = (V_T, E_T)$ no dirigido y planar, donde V_T y E_T representan el conjunto de nodos (vértices) y links (aristas) respectivamente.*

²Tiene más de un nodo.

Cómo es manejado el tráfico en la Red de Transporte, es otra característica que fuertemente la diferencia de la Red de Datos. En ésta el tráfico es completamente estático. Establecida una demanda entre dos puntos (flujo), hay que buscar un recorrido en la red con capacidad suficiente, y una vez establecido éste, el ancho de banda requerido se consume/descuenta estrictamente de los enlaces involucrados. En esta red no hay tráfico estadístico. Lo que se reserva se pierde. Sea efectivamente usado o no.

Algo similar sucede con el enrutamiento. Establecida la ruta de un flujo³, ésta se mantiene estática. Inmutable ante fallas. Cuando algún tramo de la Red de Transporte falla, todos los flujos asociados quedan fuera de servicio hasta que la falta sea cerrada.

1.3.1. Los Nodos de Transporte

Al igual que en la Red de Datos, sólo serán considerados los nodos que presentan alguna utilidad al problema. Se considerarán exclusivamente los nodos de transporte, a los que exista la posibilidad de conectar algún nodo de datos.

Definición 1.3.4 *Llamaremos “Estación de Red” al edificio donde está físicamente instalada la infraestructura de telecomunicaciones. Incluimos en esta: aire acondicionado, bancos de baterías, generadores de emergencia, nodos de transporte y de datos. Son además los edificios donde convergen las canalizaciones de la planta de cobre (planta externa) y de fibra óptica.*

Supondremos que en cada Estación de Red sólo existe un nodo de transmisión. Esto no es estrictamente verdad ya que tanto por escala (puertos, ancho de banda, etc.), como por diferencias tecnológicas (SDH, DWDM, etc.), es frecuente la multiplicidad de equipos en una misma estación. Cubriremos la necesidad imaginando que en cada una existe un sólo meta-equipo de transporte; de capacidad ilimitada y con todo el menú de tecnologías a disposición.

Escapa al alcance de este proyecto atacar el problema de Ingeniería de Implementación, consistente en determinar cuantos nodos y placas, y específicamente que modelos de cada uno hay que instalar en cada estación. Tarea indispensable sí para concretar la implementación.

Nuestro objetivo es resolver el problema de planificación estratégica de alto nivel. Como output se establece la capacidad a instalar en cada sitio, al margen de las particularidades de cada fabricante y/o tecnología concreta.

1.3.2. Las Aristas de Transporte

El cómo hemos definido previamente los nodos reduce las aristas de la Red de Transporte a las canalizaciones que conectan las Estaciones de Red. A diferencia de la Red de Datos asumiremos que estas no tienen límite de capacidad⁴. Implícitamente estamos diciendo que deberán

³Determinada en forma manual o con un sistema externo.

⁴Tienen ancho de banda infinito.

ser instalados tantos equipos de transporte como sean necesarios para cumplir con las demandas de conectividad del Overlay de Datos.

En nuestro modelo una falla en un tramo (arista de transporte) afecta todas las conexiones que por ésta transitan. Estrictamente hablando esto es más exigente que la situación real, en la que sólo algunas conexiones (fibras) particulares pueden fallar. Pero también es verdad que los accidentes que afectan a la canalización⁵ pueden ser suficientemente violentos para afectarlas a todas, y la consideración por tanto no es demasiado conservadora.

1.3.3. Costos de Transmisión

El tema “costos” en la Red de Transporte es central. Es de hecho el objetivo de este proyecto reducirlos en lo posible. La estructura de costos en ésta es extremadamente compleja y un nivel excesivo de detalle es inmanejable.

Sin embargo hay algunas consideraciones generales a tener en cuenta que reflejan la situación con el realismo necesario. A experiencia de ANTEL los costos de los componentes: canalización y fibra óptica, son básicamente lineales en su longitud y representan (dependiendo de la alternativa tecnológica) entre un 25 % y un 66 % de los costos de transporte.

La estructura tecnológica es también altamente dependiente de la longitud desplegada. Normalmente (salvo conexiones muy cercanas) hay que instalar: amplificadores ópticos, regeneradores de señal o muchos nodos intermedios debido a la atenuación en las fibras ópticas. En resumidas cuentas: “los costos de transporte son proporcionales a las distancias recorridas por estos”. Incluso así es como históricamente se han computado en ANTEL.

Más cuidadosos hay que ser con la dependencia entre costo y velocidad. Con tecnologías tradicionales de transmisión TDM (PDH y SDH), el costo de transmisión de un flujo ρ_T^{ij} , de velocidad b_{ij} se calculaba como: $cost(\rho_T^{ij}, b_{ij}) = k \times r(\rho_T^{ij}) \times b_{ij}$. El significado de $b_{ij} \in \hat{B}$ ya fue explicado en Cap-1.2.2. Por ahora pensemos que ρ_T^{ij} es la ruta seguida por un flujo en la Red de Transporte que une los nodos $v_i, v_j \in V_D$ y $r(\rho_T^{ij})$ la distancia recorrida asociada. En otras palabras: “se asumía linealidad tanto en el recorrido como en el ancho de banda”.

Por como se manejan los recursos de ancho de banda en TDM, un flujo del doble de capacidad consume el doble de recursos en todas las aristas que toca. Si bien podría discutirse que hacer en los casos que existan enlaces sub-utilizados⁶, en una red en crecimiento que escala superponiendo circuitos de transmisión, este problema se diluye a medida que la red crece.

Con las Tecnologías de Transporte Óptico sucede algo similar, salvo que en este caso el recurso asignado no es un contenedor con cierto ancho de banda, sino una longitud de onda (λ 's) sobre la que el cliente final puede “modular” velocidades en un amplio rango.

⁵Tubos de Hormigón Armado.

⁶¿Como distribuir el costo entre los que sí lo usan?

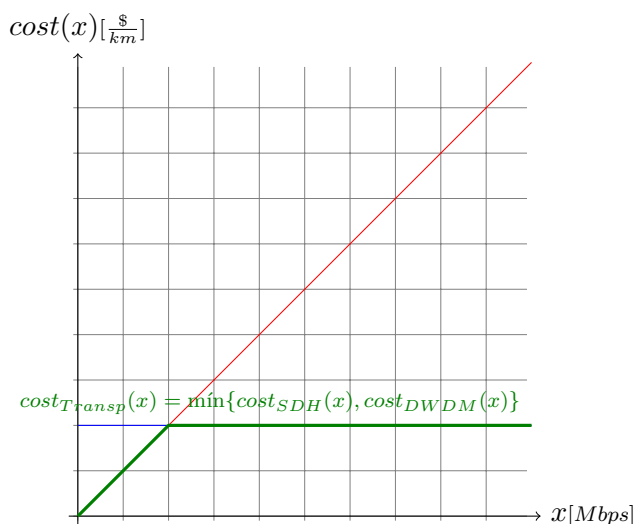


Figura 1.5: Costos por Tecnología de Transporte.

Por tanto es realista asumir que los costos SDH son lineales tanto en la velocidad como en el recorrido. Los de DWDM sin embargo sólo son lineales en el recorrido, dado que es esperable que asignada una λ el cliente le de el mejor uso posible a la misma (la mayor velocidad).

Este efecto puede apreciarse en Fig-1.5, donde se presenta (idealizadamente) en rojo la forma del costo por kilómetro para SDH y en azul la correspondiente a DWDM. En verde se presenta el costo por kilómetro mínimo para una velocidad dada. Fig-1.5 busca ilustrar en que hay que generalizar el modelo de costo por kilómetro para adaptarse a la realidad.

Definición 1.3.5 Sea la función de costo $T : \hat{B} \rightarrow \mathbb{R}$, que asocia a cada velocidad de \hat{B} el costo por kilómetro correspondiente.

Definición 1.3.6 Sea la función de recorrido $r : E_T \rightarrow \mathbb{R}$, que asocia a cada arista $e_t \in E_T$ su recorrido en kilómetros, y generalizando sea $r(\rho_T^{ij})$ la suma de los recorridos para cada tramo que compone un flujo ρ_T^{ij} .

Definición 1.3.7 El costo incurrido en la Red de Transporte para un flujo conocido ρ_T^{ij} puede computarse entonces en forma precisa como: $cost(\rho_T^{ij}, b_{ij}) = r(\rho_T^{ij}) \times T(b_{ij})$.

Esta forma de enmascarar las tecnologías de transporte tras los costos tiene grandes ventajas:

- Es sencilla. Se modela fácilmente en el problema de optimización. Si bien es cierto que en principio hemos sacrificado la linealidad de la función objetivo⁷, veremos que los algoritmos usados y los datos concretos alivian este problema.

⁷Propiedad siempre muy auspiciosa para su resolución.

- Es realista. De no haber realizado la diferenciación, se estarían escondiendo las ventajas económicas de cada alternativa. Y puede apreciarse en Fig-1.5 que DWDM tiende a ser mucho más barata que SDH para velocidades altas.
- Es conveniente, al ser compatible con el hecho de usar como costo por ancho de banda por kilómetro, al de la alternativa de transporte más barata.
- Es realizable. Porque hace viable la reconstrucción de la información desde los datos contables disponibles. La recolección de datos para un modelo de costos que manejara más detalles hubiera resultado inviable.

Está implícito en el modelado que las alternativas tecnológicas son válidas en cualquier distancia y tienen presencia en todos los puntos de análisis.

Finalizamos destacando que de la Red de Transporte surgen hasta el momento como datos del problema: $V_T, E_T, \hat{B}, T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e_t) \forall e_t \in E_T$.

1.4. Relación entre ambas Redes

Las redes de transporte y datos cumplen propósitos complementarios. La primera toma su forma desde hace algún tiempo (desde la digitalización de la telefonía tradicional) con tecnologías TDM, acordes a los requerimientos de los circuitos de voz telefónicos.

Su despliegue consumió mucho tiempo y recursos por el gran volumen de obra civil asociado. Cualquier modificación a la topología de la misma debe evitarse en la medida de lo posible, por las mismas razones. Que son a su vez en buena parte, la causa por la que pocos son los nodos que entre sí tienen más de 2-nodo-conectividad.

Podemos pensar que la Red de Transporte a madurado lentamente en torno a limitaciones: económicas, geográficas y en el contexto telefónico, donde el tráfico era bajo y fundamentalmente se terminaba en forma local.

El boom en la Red de Datos se da en torno a Internet y desde este punto de vista: crece explosivamente en volumen, se universaliza su penetración y sobre todo; tiene como destino típico al exterior del país.

Desde esta perspectiva es realmente destacable, el alto grado de complementariedad que ambas estructuras han alcanzado. Actualmente la Red de Transporte da servicios de conectividad punto a punto y tiene los medios técnicos y equipos operativos para hacerlo bien, cuando el cliente es otra infraestructura. Sin embargo ésta no ha sido un alternativa para brindar servicios a los usuarios finales porque:

1. No responde rápidamente. El establecimiento, la modificación, o incluso la reparación de una falta, típicamente requiere de la intervención humana y se mide en horas.

2. Se basa en servicios punto a punto, dejando fuera VPNs u otros servicios ruteados. Internet por ejemplo.
3. No es económica. Todos los clientes requieren aplicaciones de más y más velocidad, pero el manejo estático del ancho de banda en la Red de Transmisión, sólo hacen viable conexiones de alta velocidad para los que tienen un nivel sostenido de tráfico. Como la Red de Datos; donde los enlaces se comparten entre varios clientes que en conjunto han comprado más ancho de banda que la capacidad en cuestión.

En resumidas cuentas: la Red de Datos es buena para brindar servicios a los clientes finales, mientras que la Red de Transporte los es para brindárselos a la Red de Datos.

Ambas redes intercambian tráfico mediante conexiones directas entre sus nodos. Como hemos visto estas conexiones mas los flujos correspondientes, tienen por objetivo virtualizar los enlaces (links) entre los nodos de datos. Pero sólo son necesarias cuando estos equipos están en estaciones diferentes. El enlace entre 2 nodos de datos localizados en un mismo edificio es físico. Solo se utiliza la Red de Transporte para conectar nodos de edificios diferentes.

Anteriormente manejamos que sólo las estaciones donde se planea instalar nodos de datos son de interés. Es claro que en cada una de estas estaciones debe existir además un equipo de transporte⁸ y que hemos asumido que éste es único. Se adoptará la misma hipótesis con los nodos de acceso y edge de una misma estación. Asumiendo entonces que todos los nodos tienen el puerto necesario para agregar las conexiones requeridas.

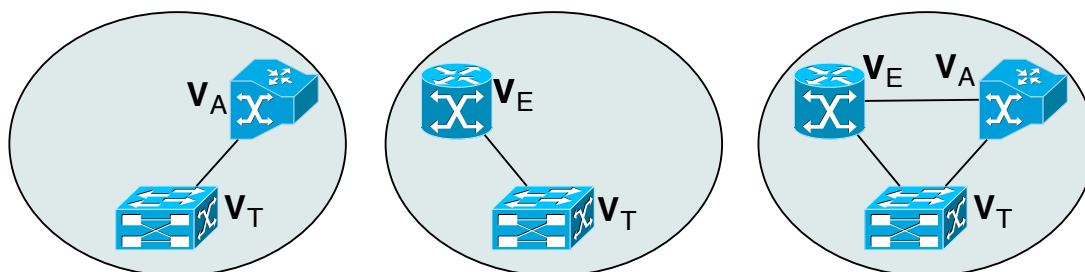


Figura 1.6: Configuraciones de nodos en una estación.

En otras palabras: en una misma estación hay a lo sumo un nodo de acceso y a lo sumo un nodo edge. De esta forma las únicas posibilidades son las representadas en Fig-1.6.

Definición 1.4.1 Sea la función $ns : (V_D \cup V_T) \times (V_D \cup V_T) \rightarrow \{0, 1\}$ definida como $ns(u, v) = 1 \Leftrightarrow u$ y v están en la misma Estación de Red.

Definición 1.4.2 Conocida ns , sea la función $tns : V_D \rightarrow V_T$ definida como $tns(v) = t \Leftrightarrow ns(v, t) = 1$.

Como sólo son posibles las configuraciones de Fig-1.6, entonces tns queda bien definida para una ns dada. ns es parte de los datos del problema.

⁸De lo contrario los nodos estarían aislados.

Capítulo 2

Análisis Estadístico de Tráfico

El tráfico ya sea de: voz, video o simplemente datos informáticos puros, es el corazón del negocio de telecomunicaciones. Es por el intercambio o el acceso a estos contenidos que los clientes están dispuestos a pagar. La Red de Datos sólo es el medio para intercambiarlos y de hecho deberíamos pensar en lo que hace a su calidad, una Red está mejor diseñada en la medida que pase más desapercibida a los clientes finales.

Pero como suele suceder, en el otro plato de la balanza está el precio que los clientes están dispuestos a pagar por esa calidad. De éste nos ocuparemos en su momento, pero no sin antes analizar profundamente como se comporta el tráfico, aquel al que en definitiva sirve la red.

2.1. Introducción

Groseramente y al margen del volumen, los requerimientos de ancho de banda de las aplicaciones pueden segmentarse en 2 familias.

En primer lugar está aquel tráfico asociado a aplicaciones sensibles a pérdidas. Típicamente corresponde a tráfico multimedia y por tanto las aplicaciones suelen además ser muy sensibles al “delay” y principalmente al “jitter”¹. Una solución natural respecto a este último requerimiento y comúnmente adoptada (modelo “diffserv” [DIFSRV]), pasa por marcar los paquetes con “payload” crítico para que la red priorice este tráfico respecto al resto en todos los enlaces.

Por sí sola esta precaución no es suficiente, ya que si en algún momento uno de los enlaces de la red fuera atravesado por más tráfico de alta prioridad que su capacidad, inevitablemente se produciría congestión y por tanto² pérdidas de paquetes. El mecanismo complementario al anterior es el “Traffic Engineering” con reserva de capacidad. Consiste en controlar el camino que sigue este tráfico en la red, y el límite que se pretende alcanzar en cada conexión, para asegurarse que en ninguno de los enlaces la eventual simultaneidad supere la capacidad.

En segundo lugar está el tráfico fruto de las transferencias de datos entre aplicaciones no-

¹Rápidas variaciones en el delay.

²El tráfico multimedia no tiene mecanismos de control de flujo que no afecten la calidad percibida.

multimedia. Típicamente asociado a tráfico TCP de Internet. En este caso, puntuales saturaciones en ciertos enlaces pueden pasar desapercibidas a los clientes. Se delega en el control de flujo y pérdidas de TCP la calidad de la conexión, y tanto las aplicaciones como los clientes toleran degradaciones “razonables” en la performance.

Es precisamente el análisis objetivo y cuantitativo de este segundo tipo de tráfico el que se plantea como objeto de este capítulo. Se harán algunas hipótesis tendientes a simplificar el problema y permitir por tanto su solución analítica, apoyados en herramientas convencionales.

Se aplicarán técnicas numéricas para obtener los resultados buscados de este modelo. Posteriormente se enriquecerá el análisis para acercar el modelo a la realidad objetiva, y finalmente se calibrará el mismo usando datos reales de la red para llegar a la forma específica.

2.2. El Tráfico TCP

TCP es el protocolo dominante en el tráfico de datos. Particularmente en Internet donde es el protocolo de transporte para: HTTP (navegación), FTP (transferencias de archivos), P2P (eMule, Bittorrent), SMTP (e-mail) y la mayoría de los Streamings de Video (como AdinetTV).

Además de simular una conexión punto a punto confiable³, proporciona control de flujo para asegurarse que la aplicación tome lo que necesita de la red, siempre que pueda.

Sin entrar en detalles podemos pensar que el mecanismo consiste en tomar ancho de banda exponencialmente hasta saturar la conexión de menor velocidad en su camino⁴. En este punto se estabiliza. Llegando incluso a bajar en caso de posterior congestión.

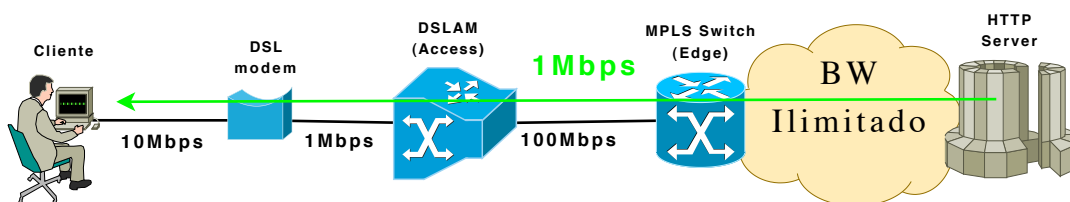


Figura 2.1: Único flujo TCP.

Es claro que en Fig-2.1 una única conexión de un cliente alcanzará rápidamente la velocidad de 1Mbps, al saturar la conexión de acceso xDSL de este. Lo mismo sucede cuando un mismo cliente mantiene múltiples conexiones TCP simultáneas. Pero ahora la suma del ancho de banda de todas será $BW = 1Mbps$.

³El mismo protocolo asegura que los datos lleguen a las aplicaciones en orden y maneja las retransmisiones por pérdidas en casos de congestión.

⁴Normalmente la conexión del cliente.

Pero claro está la situación normal en las redes no es la de Fig-2.1 sino la de Fig-2.2 y la pregunta correspondiente es: ¿Cuál es la velocidad de transferencia (x) en este caso?

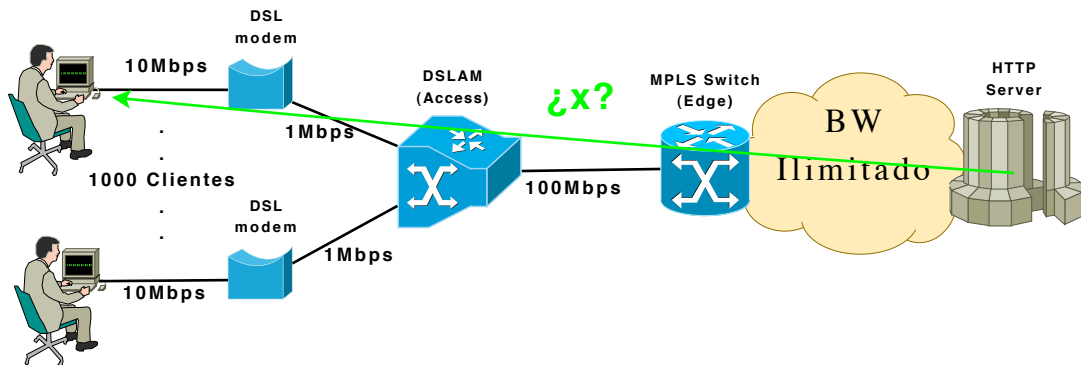


Figura 2.2: Múltiples clientes en un equipo.

Como veremos no hay un único resultado, pero sí podemos anticipar que el máximo valor de x también será 1Mbps. Porque es verdad que en Fig-2.2 son 1000 los servicios de 1Mbps vendidos tras el equipo de acceso y que éste está conectado a la red tan sólo a 100Mbps. Por lo tanto solamente tenemos un 10% de la capacidad necesaria para garantizar su velocidad permanentemente a todos. Pero también es verdad que no todos los clientes descargan archivos simultáneamente.

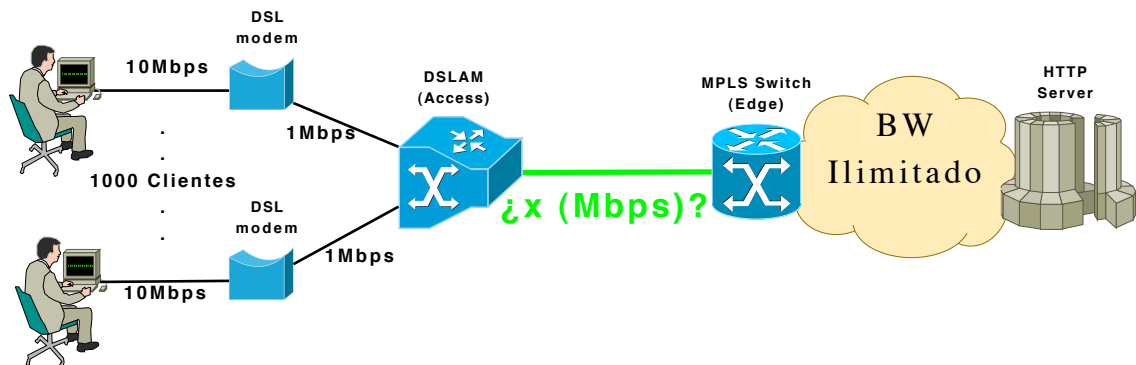


Figura 2.3: Dimensionamiento de enlaces.

Recordamos que el ancho de banda en la Red de Datos es dinámico y por tanto puede conseguirse el valor BW , aunque claro está no el 100% del tiempo. Los clientes son conscientes de esto y lo toleran. Entre otras razones porque es una de las causas fundamentales para que Internet sea tan barato. Pero siempre dentro de ciertos márgenes, porque también es verdad que si en lugar de 1000 clientes tuviéramos 10000, el servicio podría ser de tan mala calidad que terminara siendo inútil.

La pregunta entonces es “¿hasta cuanto?”. Para responder esto en primer lugar debemos fijarnos una meta, un “Grado de Servicio” aspirado. Podría ser algo así como: ¿Que fracción del tiempo (Q) queremos que los clientes detecten un 100% del ancho de banda disponible?

O ¿que fracción del tiempo queremos que dispongan de más del 80 % de la velocidad contratada?. Veremos que cual es la forma poco importa, porque todas están relacionadas y mejoran (o empeoran) juntas. En síntesis nuestro problema radica en dimensionar la capacidad de la conexión de Fig-2.3 (cuantos Mbps debe valer x), a partir de los servicios vendidos, el comportamiento de los clientes y los objetivos de calidad esperados.

En base a otro trabajo que realizáramos en [PERFRD], llegamos experimentalmente a la conclusión que si una conexión en uso está congestionada menos de un 30 % del tiempo, genera la percepción de un “buen servicio”. Al no estar claro en ANTEL un objetivo de esta naturaleza, acordamos con la empresa este valor, que “casualmente” es el usado por alguno de los competidores como compromiso hacia sus clientes empresariales.

Definición 2.2.1 *Nuestro objetivo es: “Dimensionar para que en cualquier momento del día, cualquiera sea el ancho de banda eventual contratado por el cliente, éste no detecte congestión en los enlaces que atraviesa al menos el 70 % del tiempo”.*

2.3. Modelo Formal Básico

Buscamos una forma sencilla pero realista de incluir esta información (el último dato del problema). No es viable entrar en detalles como: el comportamiento de cada cliente o que servicio tiene éste contratado. Usaremos proyecciones estadísticas y nos basaremos en el ancho de banda vendido en cada punto (la matriz de demanda \bar{M} , ver Def-1.2.4).

2.3.1. Modelo Estocástico Unidimensional

Como ya fuera expresado, el tráfico de alta prioridad (tráfico comprometido) no se analizará estadísticamente, porque no es compatible con degradaciones transitorias y por tanto debe reservarse estrictamente para poder cumplir con él.

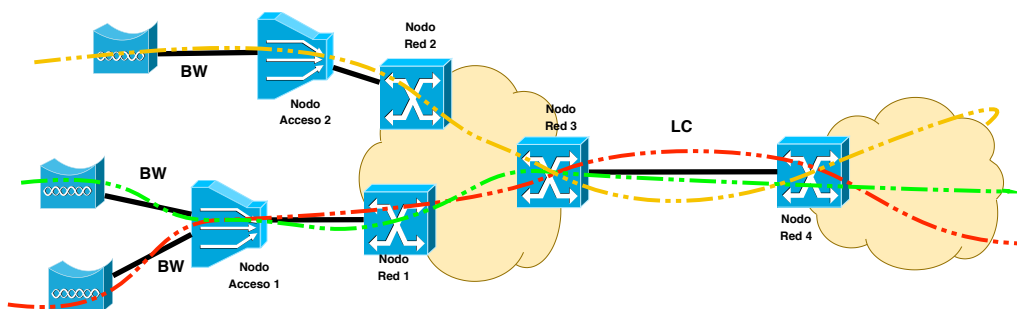


Figura 2.4: Esquema de la red para modelo unidimensional.

Suele ser porcentualmente menor ($\leq 10\%$) en la capacidad de los enlaces. Tiene mayor prioridad y regularidad.⁵

⁵Especialmente en tráfico de Video Broadcast (multicast). Que se transmite constantemente a los nodos de la red, para desde estos ser “on-demand” distribuido a los clientes.

Se ha optado entonces por sumarlo íntegramente o en otras palabras: descontarlo de la capacidad de los enlaces a los efectos del tráfico de datos; de baja prioridad.

Nos concentraremos por ende en este segundo tráfico que será estadísticamente analizado. El esquema en Fig-2.4 refleja la realidad que se pretende modelar. Supondremos que existe un solo tipo de servicio de velocidad BW y que nos planteamos el problema de dimensionar con una capacidad LC el enlace entre Nodo Red 3 y Nodo Red 4. Asumiremos además que en el resto del trayecto de cada camino no existe congestión.

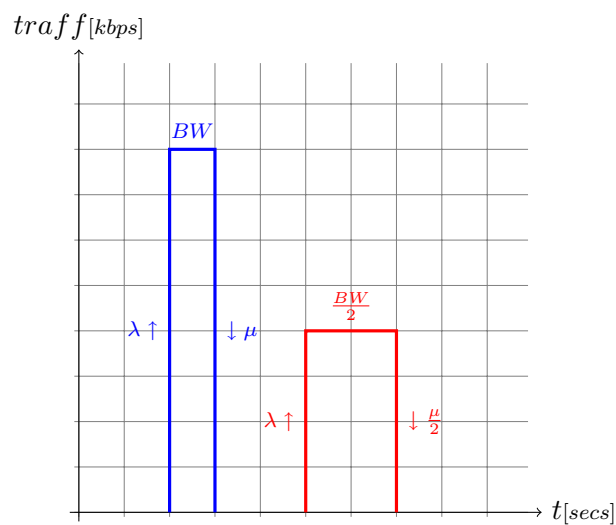


Figura 2.5: Tráfico TCP típico.

Respecto al tráfico de cada cliente y como hemos analizado previamente el tráfico multimedia⁶, asumiremos que todo el tráfico de datos es TCP. Este protocolo se caracteriza por ser sumamente agresivo en su control de flujo, aumentando el tráfico exponencialmente hasta saturar el enlace con menor capacidad disponible⁷. En esta velocidad se mantiene durante el tiempo necesario para completar su transferencia. Terminada ésta, el tráfico cae instantáneamente a 0. Resumimos este comportamiento en las siguientes definiciones:

Definición 2.3.1 *Todos los clientes tienen el mismo comportamiento estadístico. Desde el reposo inician transferencias nuevas con frecuencia λ y densidad exponencial, de archivos de tamaño variable f_{size} con igual distribución para todos los clientes.*

Definición 2.3.2 *La duración de la transferencia a velocidad BW constante es: f_{size}/BW y también es exponencial, de frecuencia μ .*

Definición 2.3.3 *Mientras haya una transferencia en curso un cliente no inicia una nueva.*

⁶Típicamente UDP.

⁷En situaciones normales, el propio. El que conecta su CPE con el nodo de acceso, o sea BW .

En Fig-2.5 se ilustran 2 situaciones. En azul se representa el caso donde el cliente efectivamente cuenta con velocidad BW durante la transferencia. La curva en rojo correspondería a la transmisión del mismo archivo⁸, cuando un cliente sólo dispone de $BW/2$.

Propiedad 2.3.4 Si los clientes que consiguen una velocidad sostenida BW realizan sus transferencias con frecuencia μ , entonces aquellos que sólo consigan BW' las realizarán a frecuencia $\mu' = \frac{BW'}{BW}\mu$.

Prueba. Por Def-2.3.1 sabemos que los tamaños de los archivos transferidos f_{size} no depende de la velocidad de transferencia y por Def-2.3.2 sabemos que $T_{BW} = f_{size}/BW$ es exponencial de frecuencia μ . Por propiedades de la distribución exponencial se cumple $\overline{T_{BW}} = \frac{1}{\mu}$.

Evidentemente lo mismo aplica a una velocidad distinta BW' y por tanto: $f_{size} = T_{BW}BW = T_{BW'}BW' \Rightarrow T_{BW} = T_{BW'}\frac{BW'}{BW} \Rightarrow$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{T_{BW}} = \overline{T_{BW'}}\frac{BW'}{BW} \\ \overline{T_{BW}} = \frac{1}{\mu} \\ \overline{T_{BW'}} = \frac{1}{\mu'} \end{array} \right\} \Rightarrow \mu' = \frac{BW'}{BW}\mu$$

QED

Esta propiedad, consecuencia directa de las definiciones anteriores, implica que los clientes que dispongan de menor velocidad sólo se diferencian por tener transferencias más largas en el tiempo, como puede verse en Fig-2.5. Esta idea será útil para modelar la congestión y se cumple esencialmente bien.

No profundizaremos en explicar por que es objetivo o no el modelo. Lo llevaremos hasta el final y validaremos su conveniencia al calibrarlo contra datos reales⁹. Está claro que así planteado, una gran ventaja es su portabilidad inmediata a “Cadenas de Markov”.

Comenzaremos por modelar el tiempo que se produce congestión. Ésta es una forma objetiva y útil de pensar en la calidad del servicio. Porque la saturación implica delay, y el delay impacta directamente en la percepción que los clientes de aplicaciones interactivas de datos¹⁰ tienen acerca del desempeño del servicio.

Es directamente compatible con nuestro objetivo de: “Buscar que el 70 % del tiempo no se detecte congestión”. En términos más generales puede pensarse en fijar un Q (factor de calidad) y buscar LC tal que la probabilidad puntual que el número de clientes que atraviesan el enlace sea menor o igual a $k = LC/BW$, sea mayor o igual a Q .

En principio y por simplicidad supondremos que k es entero. En Cap-2.3.5 se hará un planteo más general que relaja esta restricción¹¹. Supongamos además que el número de clientes que

⁸Observar que el tamaño del archivo está representado por el área bajo las curvas.

⁹El proceso inverso al que realizáramos en el estudio desarrollado en este trabajo.

¹⁰Navegación, Chat, Correo Electrónico, etc.

¹¹Aunque en la práctica en realidad y como vimos en Def-1.2.6 la capacidades son discretas.

atraviesan el enlace en cuestión es n . Los estados posibles de utilización del enlace y sus transiciones son los siguientes:

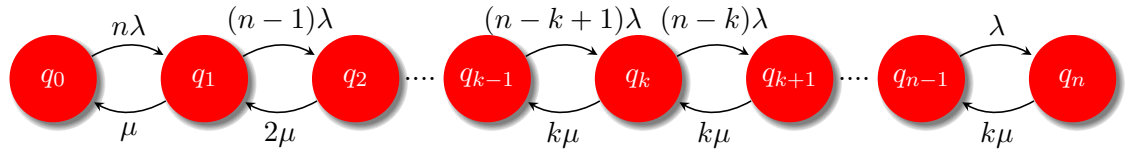


Figura 2.6: Estados estocásticos del problema.

Cada estado en Fig-2.6 representa la cantidad de conexiones activas simultáneas. Por Def-2.3.2 cada cliente activo utiliza una sola conexión a la vez. Al ser de k clientes la capacidad, en los estados: q_0, q_1, \dots, q_k el enlace no congestiona.

Definición 2.3.5 Cuando la suma de las velocidades alcanzables por: un conjunto de conexiones activas simples¹², de clientes de igual velocidad, que atraviesan un mismo enlace, es superior a la capacidad de este; la saturación produce un descenso de la velocidad que afecta por igual a todas las conexiones.

Vale la pena aclarar el por que las frecuencias de retroceso en los estados: $q_{k+1} \dots q_n$ son iguales a la de q_k . Recordar que en cualquier estado q_i de este conjunto hay saturación del enlace y por tanto, la misma capacidad LC se distribuye entre más usuarios. Cada uno experimenta entonces una degradación que por Def-2.3.5 lleva la velocidad efectiva a $BW' = BW (k/i)$. Luego por Prop-2.3.4 el retroceso en el estado q_i pasa a ser $i\mu' = i \frac{BW'}{BW} \mu = i (k/i) \mu = k\mu$.

Visto de otra forma, nuestro modelo es equivalente en notación Kendal-Lee al sistema de filas de espera $M/M/k/GD/n/n$. O sea una población de tamaño n cuyos individuos arriban (a un supermercado por ejemplo) con probabilidad exponencial, y hacen fila esperando por alguno de los k cajeros, que a su vez despachan a los clientes con tiempos de probabilidad exponencial. Manteniendo la analogía buscamos dimensionar la cantidad de cajeros del supermercado, para que con probabilidad Q los clientes paguen sin llegar a formar fila.

Siendo π_i la probabilidad de estar en el estado q_i en régimen estacionario, es un resultado bien conocido que el equilibrio estadístico se alcanza cuando en cualquier situación como la presentada en Fig-2.7, se cumple: $\pi_p \lambda_p = \pi_{p+1} \mu_{p+1}$, donde λ_p es la frecuencia de arribos (avance) en el estado q_p y μ_{p+1} la frecuencia de partida (retroceso) en el estado q_{p+1} .

¹²Una sola conexión por cliente.

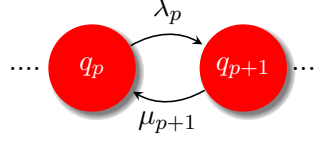


Figura 2.7: Balance estadístico.

Definición 2.3.6 Sea la intensidad de uso $\rho = \lambda/\mu$, donde λ y μ son los definidos en Def-2.3.1 y Def-2.3.2 respectivamente.

Propiedad 2.3.7 Supuestos valores de: $n > 0$, $0 < k \leq n$ y $\rho > 0$, y siendo $\Pi \in \mathbb{R}^{(n+1) \times 1}$ tal que $\Pi(i) = \pi_i$. Se cumple que Π surge de resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 1 \\ -n\rho & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{(n-1)}{2}\rho & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(n-2)}{3}\rho & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -\frac{(n-k)}{k}\rho & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -\frac{1}{k}\rho & 1 & \dots \end{bmatrix} \Pi = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Prueba. Las ecuaciones correspondientes a las filas 2 en adelante surgen de la condición de balance aplicada a cada una de las transiciones. Entre q_0 y q_1 sería $n\lambda\pi_0 = \mu\pi_1$, que equivale a $\pi_1 = n\rho\pi_0$, que es la segunda ecuación. Desplazando la frontera se obtiene el resto.

En las hipótesis siempre tiene solución porque $\pi_1 = \phi_0\pi_0$, $\pi_2 = \phi_2\pi_1$ y sucesivamente, con $\phi_i > 0$ (son los opuestos a los términos bajo la diagonal). Por tanto podemos obtener recursivamente cualquier π_i en función de π_0 .

La primera ecuación normaliza los valores para que el resultado sea una distribución de probabilidad imponiendo que: $\pi_0 + \pi_1 + \dots + \pi_n = 1$. Nos sirve además para calcular π_0 y desde él al resto de los π 's. Es por tanto evidente que “todos” cumplen $\pi_i \neq 0$.

QED

En Cap-A.1 puede verse el código para generar las matrices de (2.1).

Definición 2.3.8 Dados Q (target), ρ (intensidad de uso) y n (número de clientes) llamaremos $k_{\rho,Q}(n)$, al mínimo entero k que cumple: $\sum_{i=1}^{i=k} \pi_i(\rho, n, k) \geq Q(1 - \pi_0)$.

En otros términos: la probabilidad acumulada de aquellos estados con actividad¹³ donde no se sufre congestión ($\sum_{i=1}^{i=k} \pi_i(\rho, n, k)$), normalizada por la probabilidad que algún cliente use el servicio ($\pi_1 + \dots + \pi_n = 1 - \pi_0$) debe ser superior al target Q .

¹³Con actividad son los estados q_i con $i \neq 0$.

Proposición 2.3.9 *Dados $n > 0$ y $0 < Q < 1$ se cumple $\lim_{\rho \rightarrow 0} k_{\rho, Q}(n) \rightarrow 1$.*

Prueba. Debe cumplirse que $k_{\rho, Q}(n) \geq 1$ o de lo contrario no habrían términos a sumar en Def-2.3.8 y no podría cumplirse la desigualdad, puesto que Q y $1 - \pi_0$ son positivos. Como k es el mínimo valor, si mostramos que $k = 1$ verifica estrictamente la desigualdad en el límite, habremos probado el resultado.

Esto equivale a probar que $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\pi_1}{Q(1 - \pi_0)} \rightarrow p > 1$.

Ahora bien:

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \pi_0 = \pi_1 + \pi_2 + \cdots + \pi_n \\ \pi_1 = n\rho\pi_0 \\ \pi_2 = (n-1)\rho\pi_1/2 \\ \pi_3 = (n-2)\rho\pi_2/3 \\ \cdots \\ \pi_k = (n-k+1)\rho\pi_{k-1}/k \\ \cdots \\ \pi_n = \rho\pi_{n-1}/k \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \pi_0 = n\rho\pi_0 + O(\rho) \quad (2.2)$$

Con $O(\rho)$ un polinomio en ρ de grado 2.

$$\text{Luego } \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\pi_1}{Q(1 - \pi_0)} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{n\rho\pi_0}{Q(n\rho\pi_0 + O(\rho))} \rightarrow \frac{1}{Q} > 1$$

QED

Proposición 2.3.10 *Dados $n > 0$ y $\rho > 0$ se cumple $\lim_{Q \rightarrow 1} k_{\rho, Q}(n) \rightarrow n$.*

Prueba. Como n y ρ son fijos $k_{\rho, Q}(n) = k(Q)$ y por (2.1) $\Pi = \Pi(Q)$. Por tanto hay que proceder con cuidado. Los π_i dependen de Q pero por la substitución de variables en (2.2), para cualesquiera: n, ρ, Q se verifica que $\pi_i > 0$.

Se cumple $k(Q) \nearrow$, porque si dado Q , $k(Q)$ es el mínimo entero que verifica: $\sum_{i=1}^{i=k} \pi_i(\rho, n, k) \geq Q(1 - \pi_0)$, dado $Q' < Q$ también debe cumplirse $\sum_{i=1}^{i=k} \pi_i(\rho, n, k) \geq Q'(1 - \pi_0)$. Aunque ahora k no es necesariamente el mínimo. Luego: si $Q' \leq Q \Rightarrow k(Q') \leq k(Q)$.

Como $1 \leq k(Q) \leq n, \forall 0 < Q < 1$ entonces $\exists \lim_{Q \rightarrow 1} k(Q)$. Porque $k(Q)$ está acotada y es monótona creciente. Además $k(Q) \in \mathbb{N}$ y por tanto este límite es entero y se alcanza efectivamente. $\exists \bar{Q} / \forall Q \geq \bar{Q}, k(Q) = \lim_{Q \rightarrow 1} k(Q) = \bar{k}$. Finalmente con Def-2.3.8:

$$\bar{Q} \leq Q \leq \frac{\pi_1 + \cdots + \pi_{\bar{k}}}{1 - \pi_0} = \frac{\pi_1 + \cdots + \pi_{\bar{k}}}{\pi_1 + \cdots + \pi_n} \leq 1,$$

y como $Q \rightarrow 1$ está desigualdad sólo puede cumplirse cuando $\bar{k} = n$.

QED

Ésta última propiedad no hace más que constatar que si se busca un 100 % de disponibilidad del ancho de banda, no puede aspirarse a una relación de diseño mejor que la de una red TDM.

Conjetura 2.3.11 Dados $0 < Q < 1$ y $\rho > 0$ se cumple $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k_{\rho, Q}(n)}{n}$.

Para calcular $k_{\rho, Q}(n)$ hemos recurrido a *toolkits* de métodos numéricos.

2.3.2. Análisis Numérico

Analíticamente no se pudo llegar más lejos con el Modelo Markoviano. De aquí en más, el análisis se hará en base a resultados estrictamente numéricos de las ecuaciones.

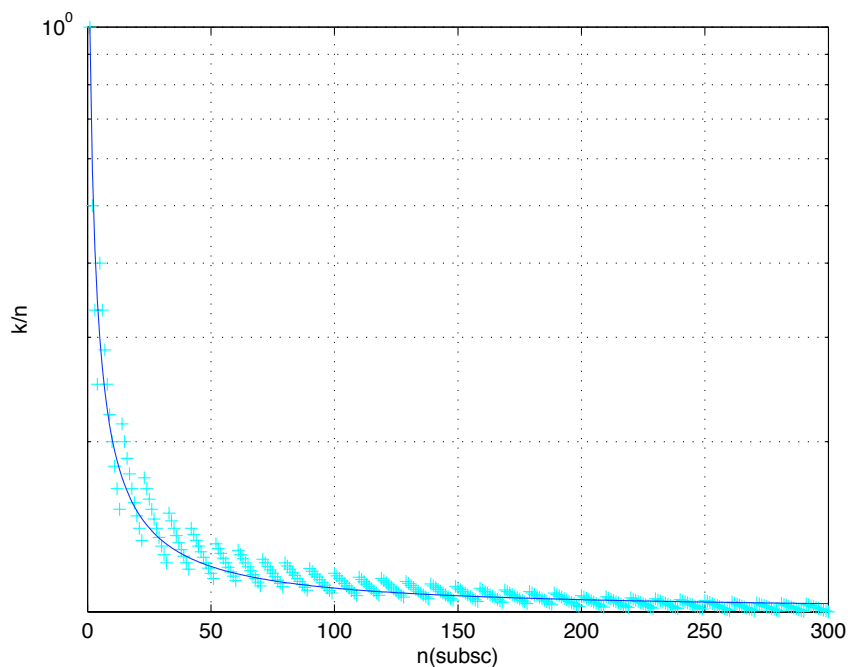


Figura 2.8: $k_{\rho, Q}(n)/n$ (escala logarítmica) en función de n para $\rho = 0,1$ y $Q = 0,7$.

Comenzaremos por $k_{\rho, Q}(n)$ (ver Cap-A.2). Tanto gráfica como intuitivamente es más cómodo pensar en términos de k/n , que de k estrictamente, ya que la primera representa la fracción entre lo vendido y lo que se necesita dimensionar, que además por Conj-2.3.11 tiene límite.

Un ejemplo es el de Fig-2.8. Aquí se muestran con “cruces” los valores de k/n , y en trazo sólido los valores equivalentes de una función continua ajustada mediante una regresión lineal. Observar que aunque la sucesión $k_{\rho, Q}(n)/n$ tiene límite inferior, no es monótona decreciente.

Esto se explica porque habiendo sido necesario aumentar k de un n al siguiente, el cociente crece. Pero ese aumento genera capacidad estadística para aumentar n varias veces, sin requerir un nuevo aumento de capacidad.

Después de haber probado regresiones lineales con varias familias de funciones, se llegó a la conclusión que aquellas del tipo $a + (1 - a)b/((n - 1) + b)$ eran extremadamente convenientes por: reflejar bien la forma del resultado y ser expresiones muy sencillas. Así planteadas las curvas permiten enfocarse en las tendencias, en lugar de los efectos transitorios y son las que usaremos de ahora en más.

Se observan algunos resultados que podíamos anticipar. Cuando es bajo el número de clientes que atraviesan un enlace, éste debe dimensionarse en un número parecido al del ancho de banda vendido. Siendo el caso extremo el de un enlace con un solo cliente, ya que si éste no tiene el menos el ancho de banda BW , nunca vamos a poder entregarle esta velocidad.

Cuando por el contrario n aumenta, la relación baja rápidamente hacia un valor asintótico, que depende claro está de Q y ρ . Este efecto se aprecia mejor en Fig-2.9 donde en primer lugar se han superpuesto las curvas usando siempre $Q = 0,7$ y variando ρ en el intervalo $0,1 \leq \rho \leq 0,7$, en pasos de 0.1 (de “azul” a “negro”). En el segundo gráfico se fija $\rho = 0,1$ y se varía Q en el intervalo $0,5 \leq Q \leq 0,9$, en pasos de 0,1 (de “azul” a “magenta”). En ambos casos se ha variado $1 \leq n \leq 300$.

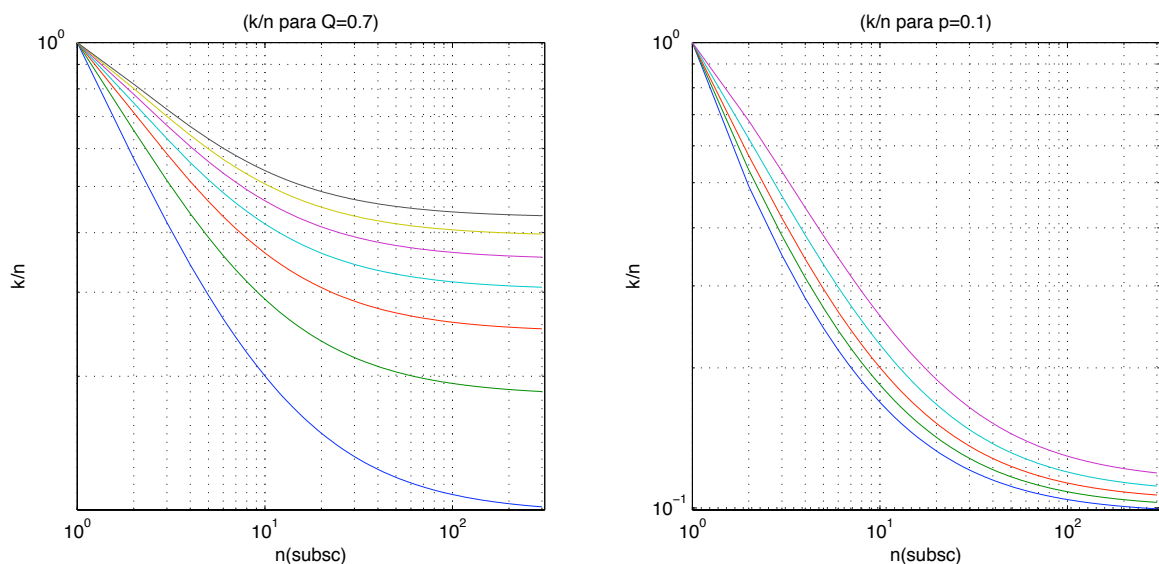


Figura 2.9: $k_{\rho,Q}(n)/n$ para: $0,1 \leq \rho \leq 0,7$ ($Q = 0,7$) y $0,5 \leq Q \leq 0,9$ ($\rho = 0,1$).

Como también era de esperar a medida que aumentan tanto ρ como Q , se requiere una mayor relación entre k y n . Esto es: “la relación entre lo vendido y lo que hay que dimensionar en un enlace (relación de diseño k/n) aumenta con la intensidad de uso (ρ) y con el factor de calidad

buscado (Q), pero disminuye con el número de clientes que lo comparten (n)”.

Si bien esta forma de plantear el grado de servicio es estadísticamente muy objetiva, puede no ser intuitiva. Una aproximación más transparente sería: ¿en que margen se encuentra la velocidad cuando no es del 100 %?

Definido un “target” Q aplicable a la total disponibilidad de velocidad y el dimensionamiento $k_{\rho,Q}$ correspondiente, haremos el ejercicio de calcular cual es la fracción del tiempo que la velocidad real supera el 90 % de la velocidad contratada. Se presenta en Fig-2.10 un caso con $\rho = 0,1$, donde para cada k (encontrado buscando $k_{\rho,Q}(n)$), con n en el rango $1 \leq n \leq 1000$, se ha calculado la fracción de tiempo que se supera $0,9BW$. El proceso consiste en hallado k , buscar $r = \lfloor k/0,9 \rfloor$ y calcular $\sum_{i=1}^{i=r} \pi_i / (1 - \pi_0)$, o sea la suma de las probabilidades asociadas a aquellos estados donde estrictamente se cumple lo buscado, normalizado entre aquellos estados donde tiene sentido¹⁴: π_1, \dots, π_n .

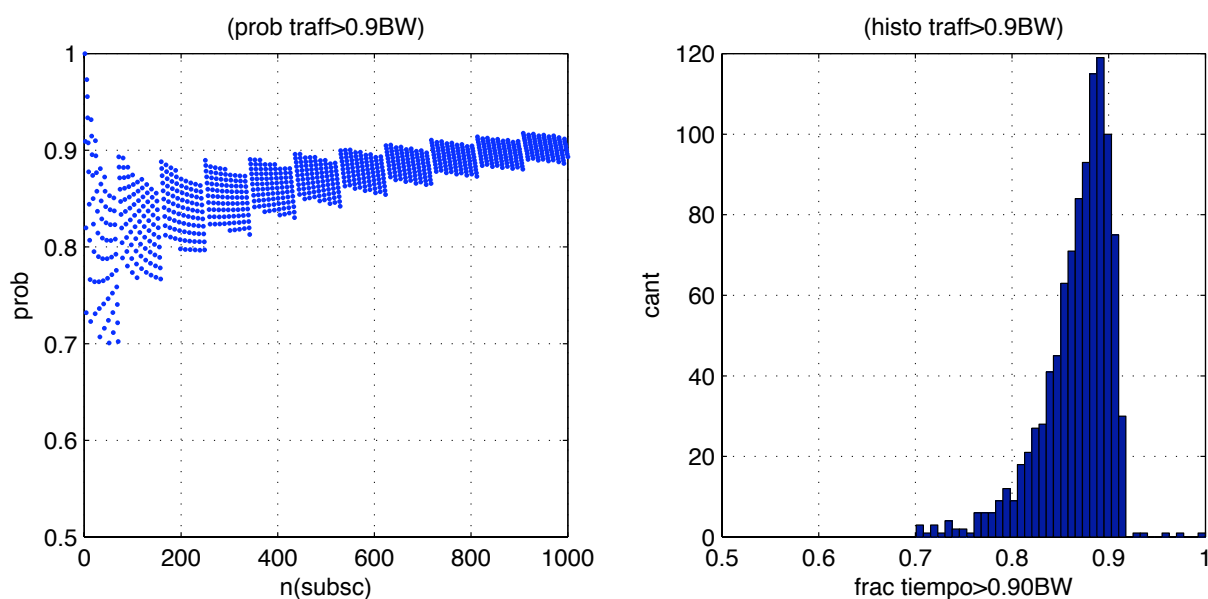


Figura 2.10: Prob. que al dimensionar $k_{\rho,Q}(n)$ ($\rho = 0,1$) se cumpla el 90 % de BW .

Se presentan además los resultados en formato de histograma, donde puede observarse claramente que en la mayoría de los casos (76 %), al menos el 85 % del tiempo se consigue el 90 % del ancho de banda contratado. Si la meta se baja tan sólo al 80 % del tiempo, la cifra asciende al 94 % de los casos. Planteado de otra forma, exigir que la red no sature el 70 % del tiempo, puede dar una percepción excelente de desempeño instantáneo a los ojos de los clientes finales.

¹⁴Estados donde sí hay conexiones activas. Como en Def-2.3.8.

Completamos este punto del análisis intentando determinar la “velocidad percibida” (\hat{bw}) por los clientes. Este dato también es muy importante. Es complementario (aunque como veremos no independiente) al anterior, ya que es el destacable en transferencias de mayor duración, donde el delay inicial de establecimiento se diluye en el tiempo. En este caso simplemente se pondera la velocidad efectiva de cada estado, con el peso estadístico del mismo. En los estados $\pi_1 \dots \pi_k$ la velocidad de los clientes es BW . Para valores mayores esta decrece en forma inversamente proporcional, siendo BWk/i cuando hay i conexiones activas ($i > k$).

Como solo estamos analizando aquellos estados con $i \neq 0$ debemos normalizar la probabilidad usando $\sum_{i=1}^{i=n} \pi_i = 1 - \pi_0$. En consecuencia $\hat{bw} = BW(\sum_{i=1}^{i=k} \pi_i + \sum_{i=k+1}^{i=n} (k/i)\pi_i)/(1 - \pi_0)$. Nuevamente, como puede apreciarse en Fig-2.11, $k_{\rho,Q}(n)$ ofrece indirectamente buenas garantías en cuanto a la percepción efectiva del ancho de banda.

En efecto. Surge que en el 92 % de los casos de un rango $1 \leq i \leq 1000$, el BW medio supera a $0,95BW$ del contratado y éste supera el 99 % cuando el límite baja a $0,90BW$.

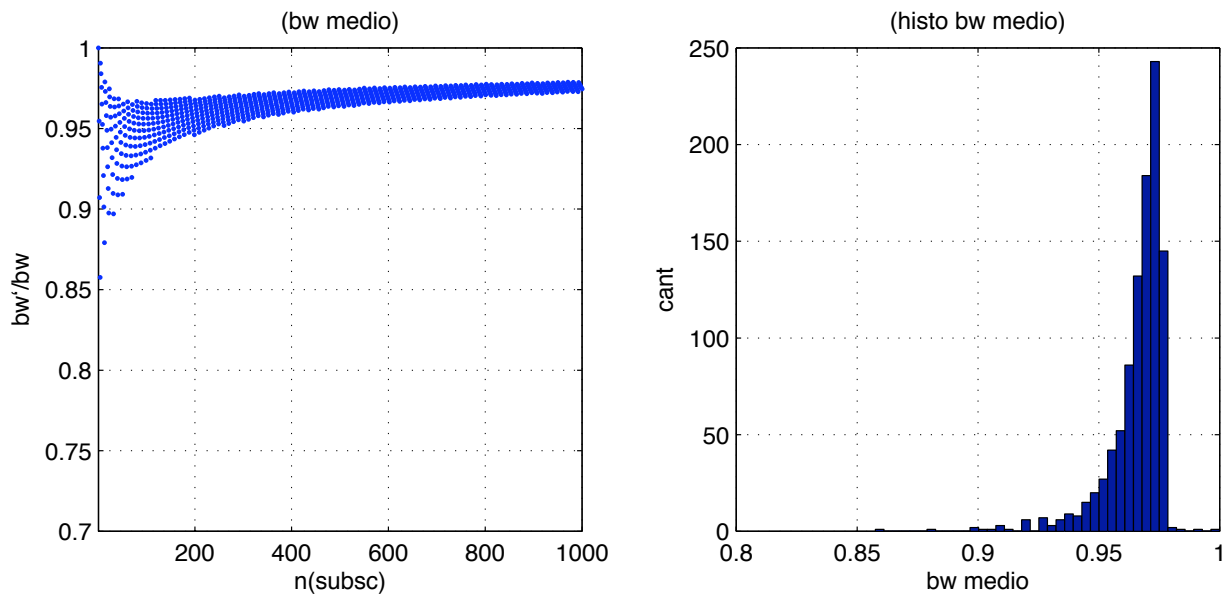


Figura 2.11: Ancho de banda medio en enlaces dimensionados con $k_{\rho=0,1,Q=0,7}(n)$.

Cerramos este punto destacando que al fijarse como “target” una baja congestión en los enlaces de la red, se están cumpliendo implícitamente otros indicadores de calidad del servicio y que por tanto es razonable plantearnos como meta un único objetivo de diseño.

2.3.3. Monitoreo de las Metas

Cualquiera sea la implementación elegida para cualquier componente de una red, un operador debe tener la posibilidad de mantenerla. En el caso particular del tráfico, éste debe ser monito-

reado a los efectos de revisar si se están cumpliendo los objetivos buscados.

Aún cuando nos propóngamos cumplir con metas como las anteriormente planteadas, directamente ligadas a la percepción de cada uno de los clientes; resultaría compleja su medición y más aún el mantenimiento de estos datos. Están vinculados a comportamientos instantáneos en el tráfico de los clientes. Inviabiles de ser relevados sin complejos probes DPI¹⁵ relativamente distribuidos en la red.

Bastante más sencillo resultaría diseñar en base a la capacidad media utilizada en los enlaces. En efecto: todos los fabricantes proveen contadores de bytes en sus interfaces. Muestreados regularmente dan una buena idea del “tráfico medio” en el “polling interval”. Es ésta precisamente la técnica predilecta para los operadores en general (por ANTEL en particular) para monitorear el estado de sus enlaces e inferir por ende el de los servicios.

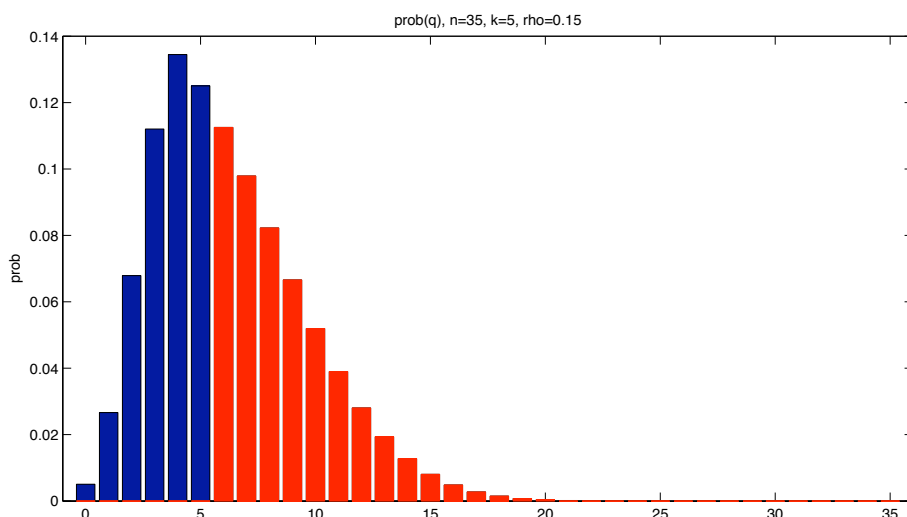


Figura 2.12: Estados afectados por saturación ($n = 35$, $k = 5$ y $\rho = 0,15$).

Sin embargo este criterio no siempre es preciso y está sujeto a muchas variantes como se verá a lo largo de esta sección. Se asume generalmente que si un enlace tiene un tráfico medio que mantiene holgura con la capacidad del mismo, entonces los clientes están experimentando un servicio de buena calidad.

En Fig-2.12 puede verse la probabilidad de todos los estados π_i , con $0 \leq i \leq 35$, cuando $\rho = 0,15$ y $k = 5$. En “rojo” se destacan aquellos estados en los que se experimenta saturación. Como puede apreciarse no son despreciables, representan de hecho congestión el 53 % del tiempo. En consecuencia la velocidad media percibida es $\bar{v} = 0,8BW$. Aún así el tráfico medio medido en el enlace sería sólo 86 % de su capacidad.

¹⁵Puntos de prueba con Deep Packet Inspection.

Hay que tener en cuenta que en un servicio ADSL, donde tan sólo el encapsulado ATM consume entre un 15 % y un 20 % de la capacidad de la línea, una velocidad media estadística de 80 % determina que una transferencia larga sobre un servicio de 1024kbps, termine siendo de 656kbps. Y en el caso de aplicaciones interactivas, la saturación de casi un 50 % redondea una sensación de “deficiencia” aún más importante.

No queremos dejar la idea que la información del tráfico medio en los enlaces no tenga valor, sólo que hay que interpretarla cuidadosamente y en contexto. Complementada con el número de clientes en el enlace por ejemplo. Haciendo una analogía representa algo así como la “componente continua” en un voltaje. Si queremos evitar los picos no podemos desconocer la existencia de la “corriente alterna”.

Plantaremos por tanto un nuevo target estadístico en función del tráfico medio en los enlaces. Buscando dimensionar éste último para que el tráfico medio esté a cierta holgura de la capacidad. Llamaremos $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)$ al mínimo entero tal que de dimensionar un cierto enlace con capacidad $LC = BW \bar{k}_{\rho,\delta}(n)$, aún siendo este atravesado por n clientes de intensidad de uso ρ , el tráfico medio en el enlace no supera δLC . Su implementación está en Cap-A.3.

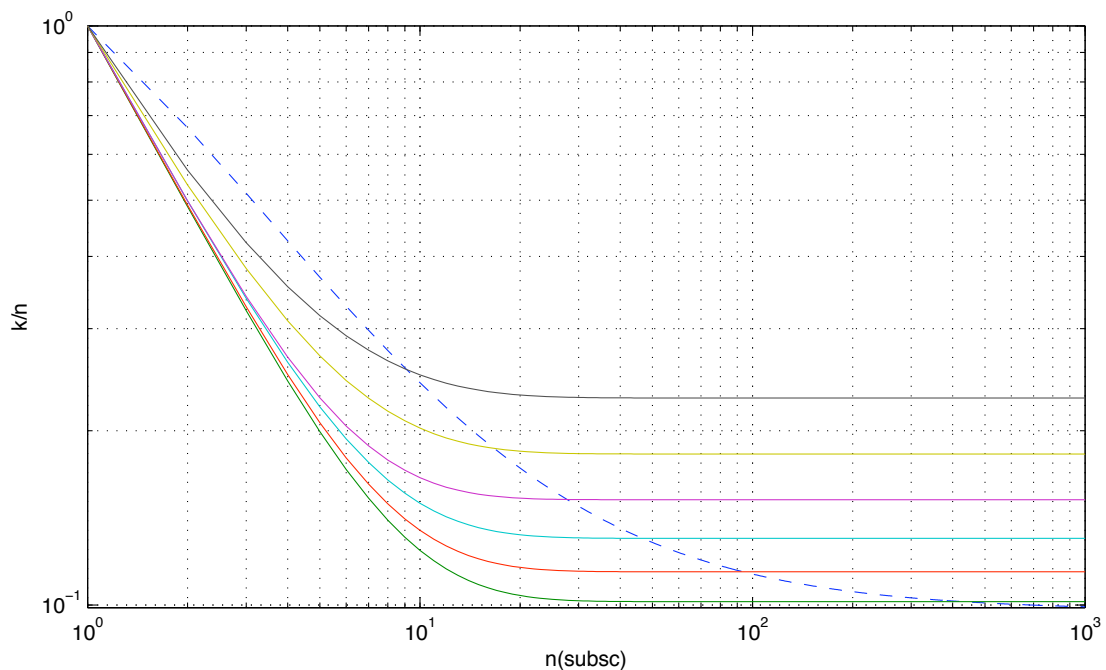


Figura 2.13: Dimensionamiento $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)/n$ para $0,4 \leq \delta \leq 0,9$ ($\rho = 0,1$).

En Fig-2.13 se presentan juntas las curvas $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)/n$ para $\rho = 0,1$ y $0,4 \leq \delta \leq 0,9$ (de “verde” a “negro”). En este caso las regresiones se han realizado en base a funciones del tipo

$p + (1 - p)e^{-q(n-1)}/n$, que resultaron las más adecuadas. También en Fig-2.13 se presenta (punteada) la curva correspondiente a $k_{\rho,Q}(n)/n$, con $\rho = 0,1$ y $Q = 0,7$. Observar que $0 < \delta < 1$ ya que no hay forma que el tráfico supere la capacidad. También hay que destacar que es probable que en ciertos instantes de tiempo se reciban ráfagas que superen LC . Los buffers de la red se encargan de conformar estas ráfagas a una velocidad manejable¹⁶.

Gráficamente puede apreciarse que no existe una sola $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)/n$ que garantice el cumplimiento de $k_{\rho,Q}(n)$. Se propone usar distintos valores de δ en $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)$ según n , para controlar que el grado de saturación de los enlaces es el correcto a los efectos de $k_{\rho,Q}(n)$.

En Tab-2.1 se muestran por rango de clientes (n), los porcentajes máximos de tráfico medio en un enlace, que garantizan $k_{\rho,Q}(n)$ con $\rho = 0,1$.

clientes desde	clientes hasta	% utilización (δ)
1	8	40 %
9	16	50 %
17	27	60 %
28	46	70 %
47	93	80 %
94	430	90 %

Tabla 2.1: Porcentajes de utilización por rango de clientes.

Una consecuencia evidente es que a medida que se concentran clientes en los enlaces, se puede lograr una utilización más intensiva/eficiente de los mismos, sin afectar el desempeño de los servicios. Esto en conjunción con la concavidad de los costos por ancho de banda vista en Fig-1.5, dan a entender que son más económicas las Red de Datos cuando tienen pocos enlaces de alta velocidad, que aquellas con muchos de baja. Ésta última observación será usada como estrategia en las heurísticas para construir las soluciones.

2.3.4. Dependencia con la Velocidad de Acceso

Antes de avanzar con el modelo, haremos un paréntesis para analizar como es el comportamiento de un cliente particular según las hipótesis con las que venimos trabajando.

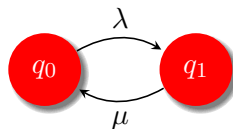


Figura 2.14: Estados de un cliente. Velocidad BW .

Básicamente un cliente puede o no, tener una conexión activa (estados en Fig-2.14). Estando su servicio inactivo, éste dispara una conexión con probabilidad exponencial de frecuencia λ y

¹⁶Efecto de "Traffic Shaping".

la conexión se mantiene durante un período también exponencial de duración media $1/\mu$.

En nuestro modelo las conexiones de un cliente se inician desde el estado pasivo (q_0) porque asumimos que son secuenciales; que no se disparan en paralelo (Def-2.3.3).

Este sistema es sencillo de solucionar analíticamente ya que se resuelve con:

$$\left. \begin{array}{l} \pi_0 + \pi_1 = 1 \\ \lambda\pi_0 = \mu\pi_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi_0 = \frac{1}{1+\rho} \\ \pi_1 = \frac{\rho}{1+\rho} \\ \rho = \frac{\lambda}{\mu} \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

Proposición 2.3.12 *El ancho de banda medio que en ausencia de congestión cursan en la red, los clientes con velocidad de línea BW e intensidad de uso ρ (para esa velocidad de referencia) es: $\overline{bw} = \rho BW / (1 + \rho)$.*

Prueba. El cliente sólo usa su enlace en el estado q_1 y cuando lo hace sin experimentar congestión en la red, inyecta (o subtrae) en (desde) esta, tráfico a una taza de BW . Se cumple entonces: $\overline{bw} = BW\pi_1$.

Además por (2.3) $\pi_1 = \rho / (1 + \rho)$, de donde $\overline{bw} = \rho BW / (1 + \rho)$.

QED

¿Como afecta la velocidad de línea¹⁷ este proceso?. Recordemos que al aumentar la misma, disminuyen en igual medida los tiempos requeridos para completar las transferencias¹⁸, o lo que es equivalente: aumentan las frecuencias con que éstas se finalizan.

Si modificáramos la velocidad de acceso a $BW' = hBW$ con $h > 1$, tendríamos el sistema estocástico de Fig-2.15.

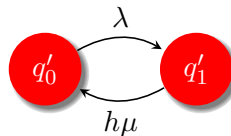


Figura 2.15: Estados de un cliente. Velocidad hBW .

Aumentaríamos la probabilidad π'_0 de estar en el estado q'_0 ya que:

$$\pi'_0 = \frac{\rho'}{1 + \rho'} = \frac{\lambda / (h\mu)}{1 + \lambda / (h\mu)} = \frac{h}{h + \rho} > \frac{1}{1 + \rho} = \pi_0$$

y por tanto de iniciar nuevas conexiones. Por ende deberíamos inyectar en la red algo más de tráfico, aunque no indefinidamente.

¹⁷También nos referiremos a ésta como “velocidad de acceso”.

¹⁸Asumiendo que el resto de la Red de Datos no está congestionada.

Proposición 2.3.13 *El tráfico medio que en ausencia de congestión cursan en la red clientes para los que se conoce ρ a una velocidad de referencia BW , está acotado superiormente por ρBW , para toda otra velocidad de línea BW' .*

Prueba. Como se aprecia en Fig-2.15 en este caso $\rho' = \frac{\lambda}{\mu h} = \frac{\rho}{h}$. Usando Prop-2.3.12 concluimos:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{bw(h)} = \frac{\rho' BW'}{1 + \rho'} \\ BW' = h BW \\ \rho' = \frac{\rho}{h} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{bw(h)} = \frac{\rho h BW}{h + \rho} = \frac{\rho BW}{1 + \rho/h}$$

Esta función es creciente en h y además $\lim_{h \rightarrow \infty} \overline{bw(h)} \rightarrow \rho BW$ lo que concluye la prueba.

QED

Esto es un resultado interesante. *Establece que el tráfico medio de los clientes está acotado. Que podríamos caracterizarlo calculando ρ para alguna velocidad de línea particular.* En realidad esto es consecuencia de haber asumido que aumentar la velocidad afecta principalmente los tiempos en que los clientes pueden completar sus tareas (mejor calidad del servicio).

Consecuentemente tienen un leve aumento en el volumen de información que mueven, porque se mejora ligeramente la probabilidad de iniciar nuevas conexiones¹⁹, pero rápidamente nos acercamos a una cota superior. Por ejemplo: si $\rho = 0,1$ cuando $BW=1\text{Mbps}$, llevar la velocidad de línea a 5Mbps sólo incrementa el tráfico medio en 7.8 % y en 8.9 % si el aumento es hasta 10Mbps.

Manejamos claro un horizonte al corto plazo, porque está implícito en esta hipótesis que los hábitos del cliente no son afectados por la mejora en el servicio. La viabilización de nuevas aplicaciones que sean adoptadas por los clientes y hagan aumentar el consumo de estos, puede alterar esta hipótesis.

Hasta ahora hemos analizado como es afectado el tráfico medio con la velocidad de línea, pero asumiendo que sigue habiendo baja congestión en la red. Corresponde antes de cerrar la sección, evaluar como impactan estos aumentos en el dimensionamiento de los enlaces. Lo haremos fijando un número de clientes en un enlace y evaluando como hay que dimensionar éste para cumplir cierto Q en un rango de velocidades.

Definición 2.3.14 *En el marco de las hipótesis manejadas y dados: un objetivo de desempeño sin congestión Q , un número conocido de clientes n y un factor de intensidad de uso ρ para una velocidad de referencia BW común a todos estos clientes, llamaremos $\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw)$ a la capacidad que es necesario reservar en cualquier enlace que el conjunto de clientes atraviese, para conseguir que cuando estos hacen uso del servicio la probabilidad de detectar congestión sea a lo sumo Q , si en conjunto y uniformemente se les ha vendido una velocidad bw .*

¹⁹Las transferencias son secuenciales y se acorta la duración de las mismas.

Proposición 2.3.15 $\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw)$ definida en Def-2.3.14 cumple $\lim_{bw \rightarrow \infty} \frac{\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw)}{bw} \rightarrow \frac{1}{n}$.

Prueba. Si a cada cliente se le ha vendido una velocidad BW' , el ancho de banda total vendido es $bw = nBW'$. Sea BW la velocidad de referencia a la que se ha calculado ρ para estos clientes. Como estamos variándola sea h tal que $BW' = hBW$. Ahora bien:

$$\left. \begin{array}{l} bw = nBW' \\ BW' = hBW \end{array} \right\} \Rightarrow bw = nhBW \Rightarrow h = \frac{bw}{nBW}$$

Además $\rho' = \rho/h$ ya que éste cambia con la velocidad.

Observar que de acuerdo a las definiciones Def-2.3.8 y a Def-2.3.14 debe cumplirse:

$$\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw) = BW'k_{\rho',Q}(n)$$

ya que la capacidad con que hay que dimensionar los enlaces debe ser la velocidad de cada cliente, tantas veces como la cantidad de clientes activos simultáneos que hay que soportar para experimentar tan sólo la congestión buscada. Juntando los resultados:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{z}_{Q,\rho,n}(bw) = BW'k_{\rho',Q}(n) \\ \rho' = \frac{\rho}{h} \\ h = \frac{bw}{nBW} \\ BW' = hBW \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{z}_{Q,\rho,n}(bw) = \frac{bw}{n}k_{\frac{\rho nBW}{bw},Q}(n) \quad (2.4)$$

Como $\lim_{bw \rightarrow \infty} \frac{\rho nBW}{bw} \rightarrow 0$ y por lo anterior, en conjunto con Prop-2.3.9 debe cumplirse:

$$\lim_{bw \rightarrow \infty} \frac{\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw)}{bw} \rightarrow \frac{1}{n}$$

QED

Como $bw/n = BW'$ el resultado anterior equivale a decir que a medida que aumenta la velocidad vendida a los clientes mientras no cambie el número de estos, basta dimensionar los enlaces para soportar simultáneamente a uno solo. Intuitivo si pensamos que aumentar la velocidad disminuye los tiempos de transferencia y por tanto la posibilidad que se superpongan conexiones tiende a desaparecer.

En contrapartida y por Prop-2.3.13 el ancho de banda medio está acotado en $n\rho BW$. Valor que no depende de bw . Así que si se aumentara “extravagantemente” la velocidad vendida para un número fijo de clientes y se pretendiera cumplir con ésta, la utilización relativa de la capacidad de los enlaces tendería a 0 y el tráfico a ser “100% bursty”²⁰.

Sin embargo este resultado es extremo y el comportamiento para aumentos moderados es más amigable con la red como puede verse en la primer gráfica de Fig-2.16.

²⁰Concentrado en ráfagas de breve duración.

Asimismo presentamos en la segunda gráfica de Fig-2.16, el tráfico medio resultante para la velocidad vendida y el número de clientes correspondiente, con capacidad en el enlace dimensionada para cumplir el objetivo de calidad en cada caso.

En ambas gráficas se ha mantenido fijo el número de clientes²¹ y se ha variado la velocidad total vendida al conjunto. El dato $\rho = 0,1$ corresponde a la intensidad de uso medido cuando la velocidad de línea de los clientes es $1BW$ (en alguna unidad de medida).

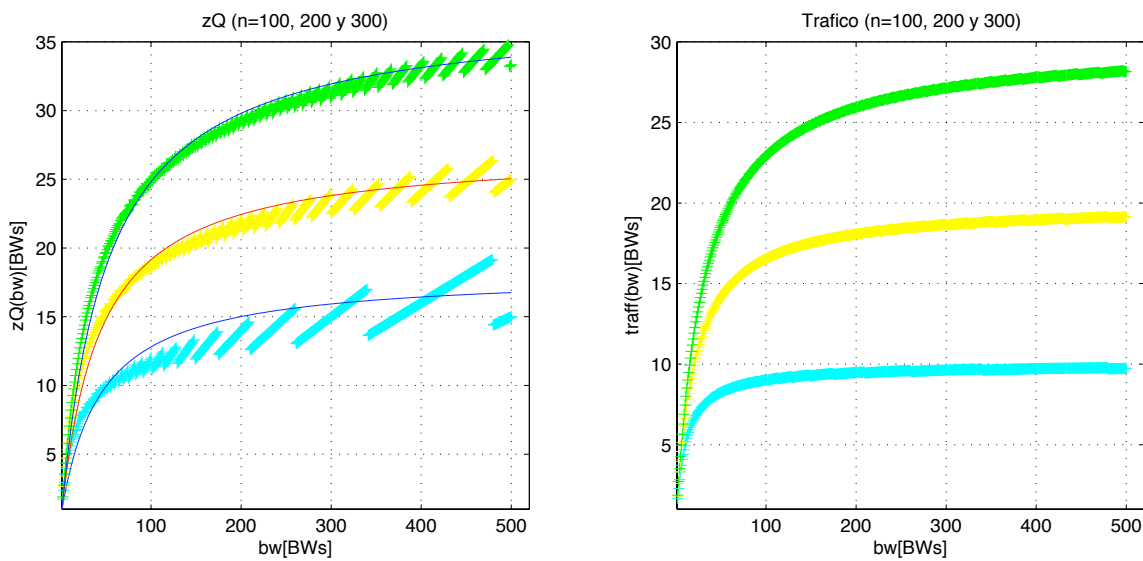


Figura 2.16: Relación de diseño (z_Q) y tráfico medio, con n fijo. ($Q = 0,7$ $\rho_{1BW} = 0,1$)

Observar además que para cada n , existe una diferencia de tendencia creciente entre la capacidad del enlace y el tráfico medio que por éste circula. Asimismo destacamos que en cualquier caso los aumentos por incrementar la velocidad de línea impactan en menor medida, que aquellos desencadenados por aumentos en el número de clientes.

²¹Se han hecho 3 corridas con: 100, 200 y 300 clientes. Pero el número de clientes no se varió dentro de una misma corrida.

2.3.5. Modelo Estocástico Bidimensional

Hasta el momento hemos asumido que existe un único producto de una velocidad dada BW . Esta hipótesis difícilmente se cumpla en algún proveedor. Particularmente ANTEL tiene un amplio portafolio de productos, con un amplio “spread” en el rango de velocidades. Es importante tener claro qué cambios introduce la presencia de servicios de velocidades diferentes.

En este nuevo caso podemos plantear un modelo Markoviano similar al anterior, aunque claro está con una dimensión adicional para cada producto. Imaginemos 2 productos: ADSL1 y ADSL2. ADSL1 se vende con velocidad de acceso BW y ADSL2 con hBW ($h > 1$).

En el caso esquematizado en Fig-2.17, $q_{i,j}$ representa el estado en que hay i conexiones activas²² de tipo ADSL2 y j conexiones de ADSL1, en un enlace a través del cual se han vendido n_1 servicios ADSL1 y n_2 servicios ADSL2. Esta realidad, al igual que sucedía en Fig-2.6 sólo se sostiene hasta la saturación. En este caso sin embargo no es directo como lo fuera antes, adelantar el impacto en las velocidades de los clientes.

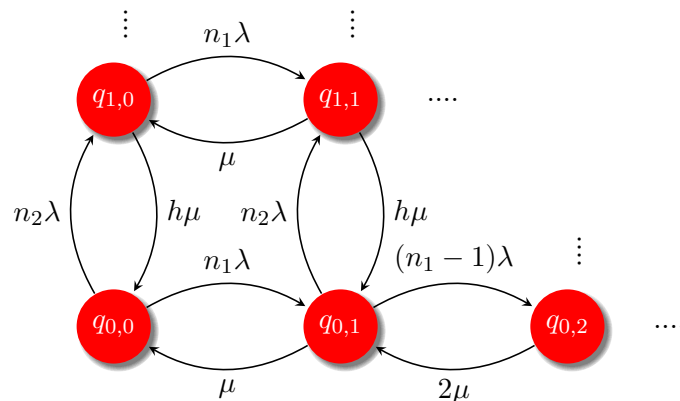


Figura 2.17: Estados estadísticos con 2 dimensiones.

Recordemos en primer lugar que TCP crece hasta encontrar saturación en la red. Lo que diferencia unos clientes de otros es su velocidad de acceso. Es precisamente esta última milla la saturada en situación ideal, y la que limita por tanto la velocidad.

Si el punto de saturación se mueve aguas arriba, podemos comenzar preguntándonos: ¿que diferencia dentro de la red a unos clientes de otros?. La respuesta es “nada”. En el nuevo contexto la saturación tiende a igualar los clientes entre sí.

²²Seguimos asumiendo que no hay más conexiones activas que clientes usando el servicio.

Veremos el punto con más cuidado. Para simplificar el problema supongamos que tenemos un cliente de cada tipo como en Fig-2.18. Cuando $LC \geq (1 + h)BW$ no hay saturación y por tanto cada cliente logra lo contratado. Si estranguláramos el link hasta estar ligeramente bajo $(1 + h)BW$ detectaríamos que la congestión afecta a $traff_2$ pero no a $traff_1$. (Ver Fig-2.19)

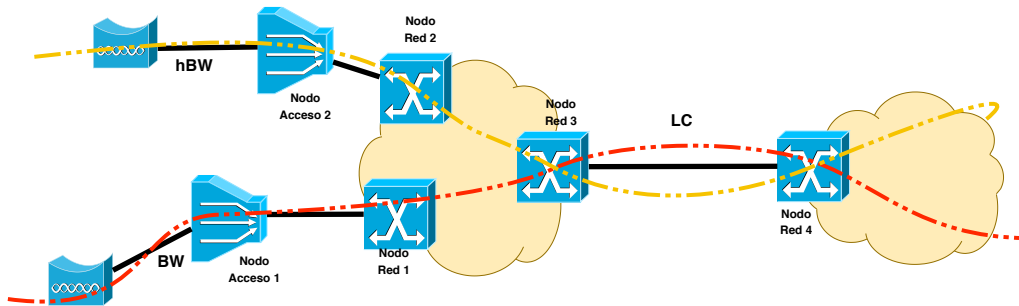


Figura 2.18: Esquema de la red para modelo bidimensional.

Se da entonces una situación donde el tráfico de un servicio es limitado en el acceso ($traff_1$) mientras que el otro se limita en el interior de la misma red.

Quizás sea más natural pensar Fig-2.19 en forma inversa para entender que está pasando, aumentando progresivamente la capacidad del enlace. De acuerdo a este esquema, al aumentar LC ambos servicios crecen por igual hasta que el ADSL1 satura su acceso, punto donde se estabiliza. El ADSL2 puede seguir creciendo hasta saturar el propio.

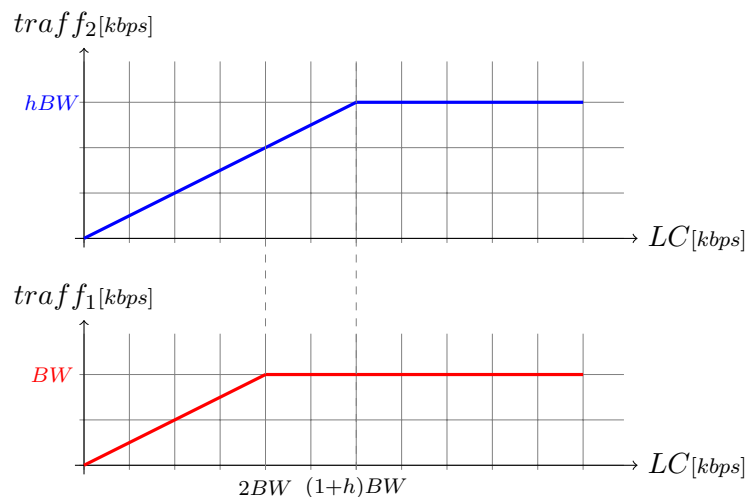


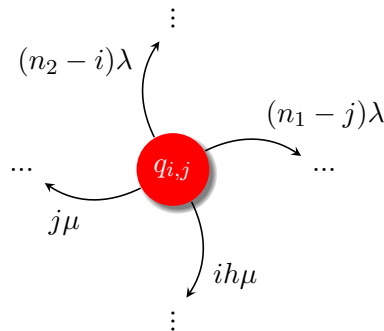
Figura 2.19: Comportamiento de TCP frente a congestión.

Definición 2.3.16 *Asumiremos que al producirse congestión en un enlace atravesado por servicios de distintas velocidades, el comportamiento será el presentado en Fig-2.19.*

Supongamos nuevamente que $LC = kBW$. Llevando los resultados al modelo representado en Fig-2.17, notamos que hay 3 posibilidades:

1. **Sin Saturación.** El comportamiento es el presentando en Fig-2.17.

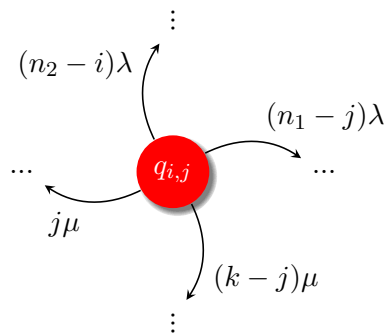
Gráficamente corresponde a:



Se da cuando $ih + j \leq k$, o sea cuando $i(hBW) + jBW \leq kBW = LC$. Cuando el tráfico generado por i clientes de ADSL2 y j clientes de ADSL1 está por debajo a la capacidad del enlace.

2. **Sin saturación en ADSL1, con saturación en ADSL2.**

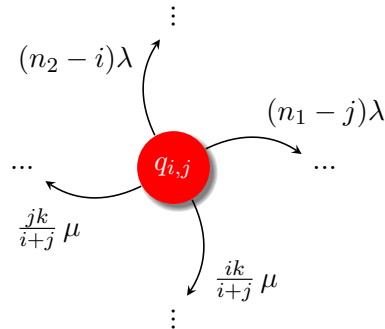
Gráficamente corresponde a:



Se da cuando $ih + j > k$ pero $i + j \leq k$. O sea cuando el tráfico combinado de i servicios ADSL2 y j servicios ADSL1 satura la capacidad del enlace, pero no al punto que todos quedan igualados entre sí. Los ADSL1 siguen siendo limitados por su conexión de acceso. Los restantes toman de la red todo lo que queda: $(k - j)BW$.

3. Con Saturación en ADSL1 y en ADSL2.

Gráficamente corresponde a:



Se da cuando $i + j > k$. Cuando la demanda efectiva combinada de i servicios ADSL2 y j servicios ADSL1 supera ampliamente la capacidad LC , al punto que las velocidades reales de ambos servicios se igualan en: $kBW/(i + j)$.

Como un ancho de banda vendido puede ser resultado de un conjunto de combinaciones de velocidades, es importante evaluar el cumplimiento de las metas estadísticas objetivo en el espectro de combinaciones posibles.

$q_{7,0}$	$q_{7,1}$	$q_{7,2}$	$q_{7,3}$	$q_{7,4}$	$q_{7,5}$	$q_{7,6}$	$q_{7,7}$	$q_{7,8}$	$q_{7,9}$	$q_{7,10}$	$q_{7,11}$
$q_{6,0}$	$q_{6,1}$	$q_{6,2}$	$q_{6,3}$	$q_{6,4}$	$q_{6,5}$	$q_{6,6}$	$q_{6,7}$	$q_{6,8}$	$q_{6,9}$	$q_{6,10}$	$q_{6,11}$
$q_{5,0}$	$q_{5,1}$	$q_{5,2}$	$q_{5,3}$	$q_{5,4}$	$q_{5,5}$	$q_{5,6}$	$q_{5,7}$	$q_{5,8}$	$q_{5,9}$	$q_{5,10}$	$q_{5,11}$
$q_{4,0}$	$q_{4,1}$	$q_{4,2}$	$q_{4,3}$	$q_{4,4}$	$q_{4,5}$	$q_{4,6}$	$q_{4,7}$	$q_{4,8}$	$q_{4,9}$	$q_{4,10}$	$q_{4,11}$
$q_{3,0}$	$q_{3,1}$	$q_{3,2}$	$q_{3,3}$	$q_{3,4}$	$q_{3,5}$	$q_{3,6}$	$q_{3,7}$	$q_{3,8}$	$q_{3,9}$	$q_{3,10}$	$q_{3,11}$
$q_{2,0}$	$q_{2,1}$	$q_{2,2}$	$q_{2,3}$	$q_{2,4}$	$q_{2,5}$	$q_{2,6}$	$q_{2,7}$	$q_{2,8}$	$q_{2,9}$	$q_{2,10}$	$q_{2,11}$
$q_{1,0}$	$q_{1,1}$	$q_{1,2}$	$q_{1,3}$	$q_{1,4}$	$q_{1,5}$	$q_{1,6}$	$q_{1,7}$	$q_{1,8}$	$q_{1,9}$	$q_{1,10}$	$q_{1,11}$
$q_{0,0}$	$q_{0,1}$	$q_{0,2}$	$q_{0,3}$	$q_{0,4}$	$q_{0,5}$	$q_{0,6}$	$q_{0,7}$	$q_{0,8}$	$q_{0,9}$	$q_{0,10}$	$q_{0,11}$

Figura 2.20: Estados de saturación. ($n_1 = 11$, $n_2 = 7$, $h = 3$, $k = 9$)

En Fig-2.20 puede apreciarse como afecta la saturación los distintos estados. Nos hemos planteado un caso en el cual: $n_1 = 11$, $n_2 = 7$ y $bw_2 = 3bw_1$ ($h = 3$). En “azul” se destacan los estados en los que no hay congestión si $k = 9$ ($LC = 9bw_1$), en “verde” aquellos donde

ésta impacta directamente en la velocidad alcanzable por los servicios ADSL2 pero no en los ADSL1. Finalmente los “rojos” corresponden a aquellos donde las velocidades en ambos servicios son afectadas simultáneamente.

Antes de avanzar y destacando como resultado que los servicios de mayor velocidad sufren en mayor medida los efectos de la saturación cabe preguntarse: ¿Para cual de los productos aplica el objetivo estadístico?. Según Def-2.2.1 lo hemos adoptado para todos, o lo que es equivalente: “para los de mayor velocidad”.

En Def-2.3.14 se definió $\hat{z}_{Q,\rho,n}(bw)$ que representa el factor de diseño²³; la relación entre la capacidad dimensionada y el ancho de banda vendido en una población de clientes n fija, caracterizados por un ρ a una cierta velocidad. Podríamos asimismo haber definido $\check{z}_{Q,\rho,BW}(bw) = BW k_{\rho,Q}(\lceil bw/BW \rceil)$ que hubiera representado la misma relación de diseño cuando la velocidad BW es fija y bw varía sólo por el número de clientes ($n = \lceil bw/BW \rceil$). Sin embargo ninguna de las 2 es la que buscamos como objetivo de este capítulo.

Definición 2.3.17 *En el marco de las hipótesis manejadas y dados: un objetivo de desempeño sin congestión Q , un portafolio de p productos de velocidades: BW_1, \dots, BW_p distribuidos en proporciones fijas: $f n_1, \dots, f n_p$ en clientes estadísticamente equivalentes, y un factor de intensidad de uso ρ para una velocidad BW , llamaremos $\bar{z}_{Q,\rho,BW_1,\dots,BW_p,f n_1,\dots,f n_p}(bw)$ a la capacidad que es necesario reservar en cualquier enlace que el conjunto de clientes atraviese, para conseguir que cuando estos hacen uso del servicio la probabilidad de detectar congestión sea a lo sumo Q , si en conjunto se ha vendido una velocidad bw .*

Ésta es prácticamente la forma final de la función de diseño que será a su vez el último *input* a nuestro problema de optimización. Simboliza la relación de diseño estadístico asumiendo proporciones fijas de clientes de cada tipo de producto, en los enlaces de la red.

Se calibrará ρ usando datos reales de tráfico para una velocidad de referencia y se manejarán escenarios con proporciones de cada producto. Conocido bw y siendo: n_1, \dots, n_p la cantidad de clientes de cada producto (incógnita) y $n = n_1 + \dots + n_p$, es claro que debe cumplirse: $n = bw/(BW_1 f n_1 + \dots + BW_p f n_p)$ y como por definición $n_i = \lceil f n_i n \rceil$ entonces:

$$n_i = \left\lceil \frac{f n_i bw}{\sum_{i=1}^p BW_i f n_i} \right\rceil \quad (2.5)$$

²³En la jerga de las telecomunicaciones se habla también del “overbooking”, la relación entre lo vendido y lo dimensionado. El inverso de nuestro factor de diseño.

Ejemplo 2.3.18 Si $p = 2$, $BW_1 = 4Mbps$, $BW_2 = 1Mbps$, $f_{n_1} = 0,3$, $f_{n_2} = 0,7$ y $bw = 19Mbps$, este ancho de banda ha sido vendido en: 3 servicios de 4Mbps y 7 servicios de 1Mbps.

Habría que usar los valores: $h = 4$, $n_1 = 7$ y $n_2 = 3$ en el sistema markoviano de Fig-2.17 y calcular el mínimo k que verifica:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\substack{i+j \leq k \\ j \geq 1}} \pi_{ij} &\geq Q \left(1 - \sum_{i=0}^{i=n_2} \pi_{i0}\right) \\ \sum_{\substack{4i+j \leq k \\ i \geq 1}} \pi_{ij} &\geq Q \left(1 - \sum_{j=0}^{j=n_1} \pi_{0j}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

para determinar entonces $\bar{z}_{Q,\rho,BW_1,BW_2,f_{n_1},f_{n_2}}(bw)$.

En la primera parte de (2.6) se busca que la velocidad de los servicios con BW_1 contratado no se vean afectados (si es que hay alguno activo) al menos con probabilidad Q . En la segunda se busca lo propio para los servicios de velocidad BW_2 .

Como en este caso $k = 5$ debe ser $\bar{z}_{Q,\rho,BW_1,BW_2,f_{n_1},f_{n_2}}(19Mbps) = 5Mbps$. Una implementación de esta función puede verse en Cap-A.6.

Como los parámetros: ρ , p , BW_1, \dots, BW_p y f_{n_1}, \dots, f_{n_p} quedan determinados por un escenario “comercial”, cuando no exista ambigüedad simplificaremos la notación a $\bar{z}_Q(bw)$.

En Fig-2.21 se presentan los valores de relación de diseño y las curvas interpoladas correspondientes para distintas proporciones de servicios de velocidades $v_1 = BW$ y $v_2 = hBW$, para $\rho = 0,1$, $Q = 0,7$ y $h = 2$. En “azul” se usaron 100 % de servicios tipo 1 y en verde 100 % de servicios tipo 2. Entre las curvas aparecen además muestras mixtas. Las amarillas corresponden a muestras con un 80 % de servicios ADSL1 y 20 % de ADSL2. Las celestes a su vez tienen un 50 % de cada tipo. En todos los casos la velocidad agregada está representada en el abscisas. Podemos fundamentadamente asumir que la migración en la composición entre ambas componentes se da con cierto gradualismo/continuidad.

El resultado indica que establecido el mínimo número de clientes²⁴, es mejor (más baja) la relación de diseño cuando los enlaces están poblados de pocos servicios de mucha velocidad, siempre que la velocidad agregada sea la misma.

Por ejemplo: si un enlace es atravesado por servicios que suman 250Mbps, compuestos de 125 servicios de 2Mbps, hay que diseñar el link a 16Mbps. Si la misma velocidad se ha vendido en 250 servicios de 1Mbps, el enlace debería dimensionarse con 27Mbps. La intuición lleva a pensar que la estadística sería mejor con 250 servicios... y esto es verdad. Pero también es

²⁴Para un número bajo la relación es más incierta.

verdad que a los clientes de menor velocidad les toma más tiempo efectuar sus operaciones en la red, y por tanto tienen mayor utilización estadística de sus servicios. Este último factor termina siendo relativamente más importante de acuerdo a estos resultados, que por otra parte no hacen más que constar la última observación del Cap-2.3.4 y confirma en cierta forma los resultados presentados en Fig-2.16.

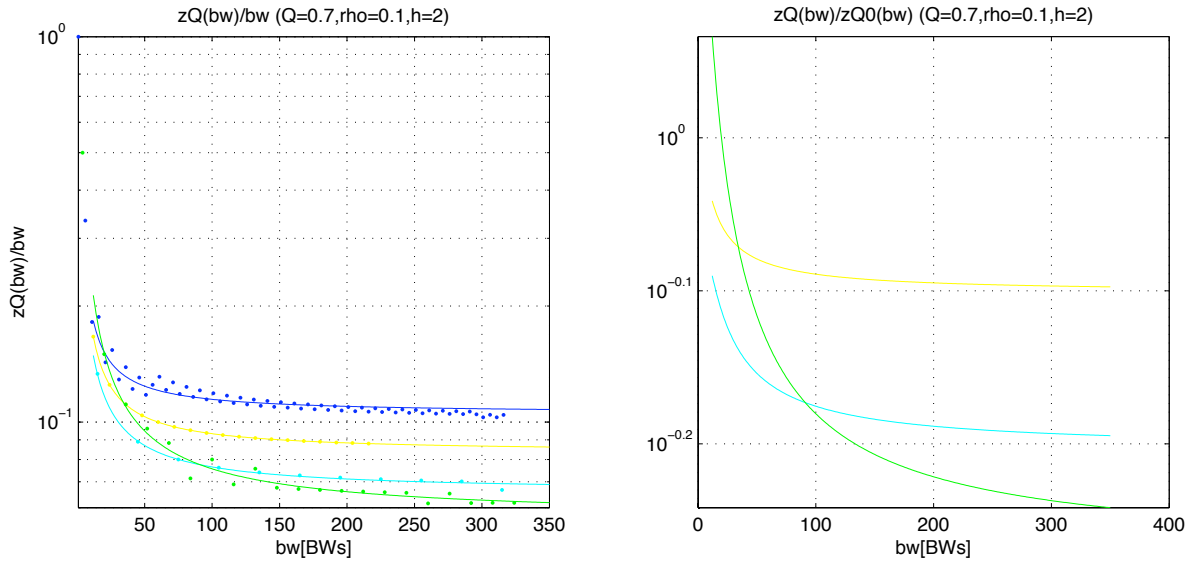


Figura 2.21: Dimensionamiento requerido para cumplir con $\bar{z}_{Q,\rho}(bw)$, usando $\rho = 0,1$, $Q = 0,7$, $v_1 = BW$ y $v_2 = hBW$ con $h = 2$.

En la segunda gráfica de Fig-2.21 se muestra el cociente entre los interpolantes: verde, amarilla y celeste y la de referencia (azul). La rápida asintoticidad es la propiedad que usaremos para saltar los problemas numéricos detallados en Cap-A.6. En efecto asumiremos que a partir de cierto valor de bw la relación de diseño para la muestra mixta, es la del servicio de referencia por una constante.

Definición 2.3.19 Para un escenario comercial conocido, es el objetivo de este capítulo encontrar una función de diseño $z_Q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que fije la relación entre el ancho de banda vendido (demanda) y la capacidad mínima correspondiente a dimensionar en los enlaces afectados por ésta para cumplir Def-2.2.1.

Se parece mucho a $\bar{z}_Q(bw)$ y de hecho sería ésta si todos los clientes se comportaran de acuerdo a las hipótesis hasta el momento manejadas. Antes de pasar a la forma concreta de z_Q analizaremos el cumplimiento de las hipótesis manejadas contra datos reales concretos.

2.3.6. Síntesis de Resultados

Se han manejado tantos conceptos en esta sección, algunos a primera vista contradictorios entre sí, que vale la pena destacarlos antes de proseguir. Es imprescindible recordar que:

1. La priorización por sí sola no basta para garantizar “calidad de servicio”. Es necesario además tener control de como se distribuye el tráfico en al red. Hay que conocer cuanto suma el tráfico y controlar por que enlaces debe pasar. Se debe tener “ingeniería de tráfico” para garantizar ciertos niveles de calidad.
2. Se modelan en la Red de Datos 2 tipos de demandas de tráfico: comprometida y eventual. Asociamos la primera a tráfico UDP y asumimos que es regular, de alta prioridad en las colas de la red, y se contabilizará íntegramente en aquellos enlaces por donde pase.

La segunda corresponde al tráfico TCP y será tratada estadísticamente, siendo nuestro objetivo una función: $z_Q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que caracterizándolo, represente la relación entre la demanda y lo que hay que dimensionar en los enlaces para cumplirla con cierto nivel de calidad asociado a Q .

3. Estadísticamente los servicios se caracterizan por la “intensidad de uso” (ρ) asociado a una velocidad conocida. Todos los clientes tienen el mismo comportamiento estadístico, pero no el mismo ρ . Éste depende de la velocidad de línea. Asumimos además que los cambios en la velocidad entregada no afectan los hábitos de uso de los clientes.
4. Se persigue como “objetivo de calidad” que los enlaces de la red no estén en congestión al menos un 70 % del tiempo (Q). Implícitamente se consiguen muy buenas “velocidades instantáneas” así como excelentes “velocidades medias”.
5. A menores Q y ρ mayor es la relación entre lo vendido y lo dimensionado (el overbooking). menores son los valores de z_Q .
6. $z_Q(bw)$ no está acotada y tiende a crecer linealmente con la cantidad de clientes, así como “logarítmicamente” con las velocidades de línea de estos, hasta un punto donde si ésta es muy alta se vuelve a caer en la linealidad a una pendiente de $1/n$.
7. Solo por el tráfico medio de un enlace no puede inferirse que los servicios que lo atraviesan se desempeñen adecuadamente. Hay que conocer el número de servicios y sus velocidades. Sí podemos afirmar que al aumentar el número de clientes a velocidades de línea constantes, éste se utiliza más eficientemente. Si lo que aumenta es la velocidad de los clientes pero el número de estos se mantiene constante, la eficiencia baja. Siempre hablando de enlaces dimensionados en consecuencia a los cambios.
8. Los clientes de velocidades más altas son afectados antes que los velocidades menores. En una muestra dada de servicios con distintas velocidades, la llegada de un cliente de mayor velocidad tiene menor probabilidad de cumplir los objetivos de diseño.
9. Como bajo congestión el ancho de banda se reparte entre conexiones (no entre clientes), aquellos clientes con muchas conexiones simultáneas seguirían siendo limitados por su velocidad de acceso. Los efectos de la congestión no afectarían su velocidad.
10. Tanto los resultados de eficiencia en el uso de los enlaces como la concavidad en la función de costo por kilómetro, nos llevan a esperar mejores resultados económicos en redes estructuradas en base a pocos enlaces de mucha capacidad.

Como consideración final. Sabemos que el tráfico comprometido debe ser estrictamente reservado en los enlaces para garantizarlo²⁵ y suponemos conocida la existencia de una función z_Q que establece la relación entre la demanda eventual y la capacidad con que hay que contar en los enlaces para conseguir un desempeño estadístico aceptable.

Como además el tráfico comprometido tiene mayor prioridad en la red, es necesario cumplir:

Definición 2.3.20 Para cumplir con los requerimientos de un conjunto de p demandas: $\{\vec{m}_{i^1 j^1}, \dots, \vec{m}_{i^p j^p}\}$, que atraviesan una arista e de datos de capacidad b_e , debe cumplirse a su vez que: $\sum_{l=1}^p \dot{m}_{i^l j^l} + z_Q(\sum_{l=1}^p \ddot{m}_{i^l j^l}) \leq b_e$.

2.4. Implementación Real

Para cerrar el análisis agregaremos el último elemento de realismo: el comportamiento de los usuarios. Cuestionaremos ahora las hipótesis vistas en: Def-2.3.1, Def-2.3.2 y Def-2.3.3. Buscaremos dividir el universo de clientes en 2 grupos: light y heavy users.

Los light users son aquellos que en conjunto cumplen las hipótesis hasta ahora asumidas y esperamos además que sean la mayoría de los usuarios residenciales.

Estamos pensando como “heavy users” a aquellos que tienen una tasa de conexión más alta fruto de tener simultáneamente activas varias conexiones TCP. Ejemplos del tipo anterior serían: cibercafé, conexiones a Internet de empresas con numerosos trabajadores, aplicaciones P2P²⁶, etc. Todos estos ejemplos son servicios equivalentes a tener tras un punto de acceso cierta cantidad de light users.

Llevando adelante esta equivalencia supongamos que un heavy user equivale a n light users tras un punto de acceso convencional. Deberíamos preguntarnos: ¿son estos servicios modelables como los hasta ahora usados sólo que con nuevos λ' y μ' ? De ser éste el caso: ¿cuales son las equivalencias entre estos parámetros?. De asumir la primer pregunta válida y cálculos mediante podemos afirmar que para $n = 10$ y $\rho = 0,1$ se cumple que $\rho' = 36,6\rho$ mientras que para $n = 20$, $\rho' = 5340\rho$. Adicionalmente para $n = 10$ la probabilidad que el enlace del cliente esté ocupado supera el 78 %, mientras que para $n = 20$ este valor trepa al 99.8 %.

No es útil por tanto pensar el tráfico de estos clientes desde el punto de vista estadístico. Mucho más sencillo y realista es asumir que consumen permanentemente en toda la red, una considerable fracción del ancho de banda contratado.

Refuerza esta idea el comportamiento frente a congestión en los enlaces. Ya que bajo saturación el ancho de banda tiende a repartirse uniformemente entre las conexiones TCP activas y al estar caracterizados los heavy users por simultaneidad de conexiones, podemos estar seguros

²⁵Reafirma esta idea el resultado Prop-2.3.10.

²⁶Si bien están asociadas a un sólo cliente, tienden a hacer peering contra un número importante de otras para intentar intercambiar información.

que estos no son mayormente afectados por la congestión.

La aproximación elegida en este caso pasa por estimar (con cierta garantía estadística) la proporción de heavy users “activos” en una muestra de clientes y agregar íntegramente a \bar{z}_Q el tráfico estimado para los mismos²⁷.

2.4.1. Análisis de Consumo

En la práctica se sumó al problema de separar heavy y light users, el de la congestión en los enlaces. Como puede verse en Fig-2.22 las condiciones nominales de funcionamiento de la red al momento de tomar los datos estaban fuertemente “contaminadas” por saturación. Por tanto buscamos una aproximación indirecta para reconstruir la información.

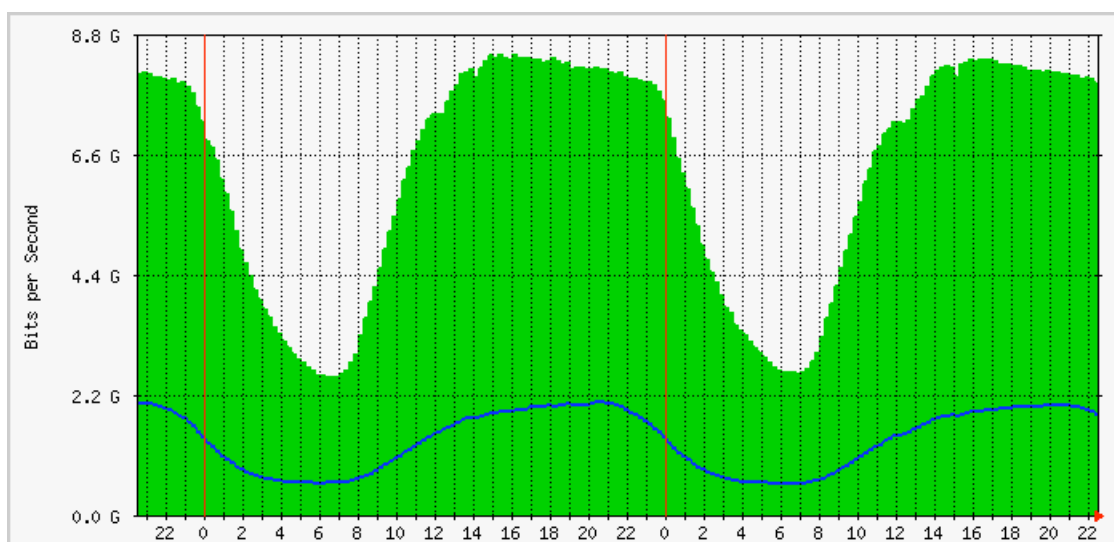


Figura 2.22: Tráfico internacional agregado.

Consiste en que si bien el tráfico es fuertemente afectado por la saturación²⁸, es esperable que el consumo bruto (el volumen de información) no sea impactado en la misma medida. Las transferencias serán más lentas sí, pero de todos modos se realizarán.

La información para Fig-2.22 corresponde a dos días de Junio de 2009. En verde aparece el tráfico entrante y en azul el saliente por los enlaces internacionales desde/hacia Internet. A ese momento prácticamente todo el tráfico de los ADSL Residenciales era internacional²⁹ y a los

²⁷Equivalente a decir que se descuenta de la capacidad del enlace. Compatible con el hecho que estos lo toman de cualquier forma.

²⁸Fundamentalmente el de los light users.

²⁹Había muy poco contenido nacional. Afortunadamente esto está cambiando.

ADSL Residenciales correspondía³⁰ la mayor parte del tráfico de Internet. Que es un última instancia el fuerte del tráfico. Por tanto hicimos el análisis en torno a los ADSL Residenciales.

Si bien puede ser no evidente para el “ojo aficionado”, en Fig-2.22 hay congestión³¹ al menos entre las 14:00 y las 24:00 horas. Asumiremos de momento que fuera de esta ventana el tráfico se concentra en los heavy users, ya que muchas de las aplicaciones que estos usan (P2P, etc.) tienden a estar conectadas todo el día.

Como buscamos identificar los heavy users por el consumo vale la pena comenzar por presentar la figura Fig-2.23, que grafica el consumo acumulado por percentiles (de a 5 %) y normalizado respecto al consumo total. Estos datos provienen de los registros de consumo del AAA de ANTEL, que se generan cada vez que se cierra una sesión de un ADSL Residencial.

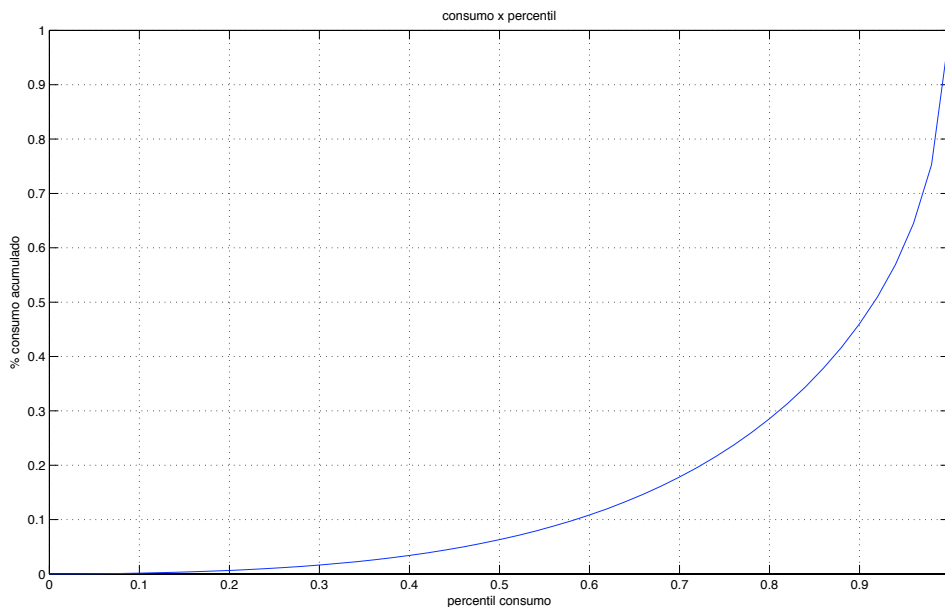


Figura 2.23: Consumo por percentiles.

Se consideraron los consumos agregados de los servicios “ADSL Libre”: 256kbps, 512kbps, 600kbps, 640kbps, 1024kbps, 1200kbps, 2048kbps, 2560kbps, 4096kbps y “ADSL Flexibles”: 20G (1024kbps) y 40G (1024kbps). Sorprende que el 95 % de los clientes generen tan sólo el 60 % del consumo, mientras que el restante 5 % agrega 40 % más.

Se buscó dividir los usuarios eliminando los percentiles mayores hasta que el consumo resultante tomara la forma esperada de acuerdo a los modelos hasta ahora manejados, para las velocidades vendidas más representativas.

³⁰Esto sigue siendo así y todo indica que no cambiará.

³¹El tráfico no es mayor porque hay saturación.

velocidad [kbps]	% servicios	% bandwidth
256	1.1	0.3
512	20.0	11.4
600	0.8	0.5
640	27.6	19.6
1024	41.2	46.6
1200	0.2	0.2
2048	7.4	16.9
2560	1.7	4.5

Tabla 2.2: Servicios y ancho de banda por cada velocidad.

Analizando la composición de velocidades y la fracción que representan en el total de servicios y del ancho de banda, según se ve en Tab-2.2, las velocidades más representativas corresponden a: 512kbps, 640kbps, 1024kbps y 2048kbps. El resto de las velocidades representa en cada caso menos del 5 %, tanto en la cantidad de servicios como en el volumen de demanda.

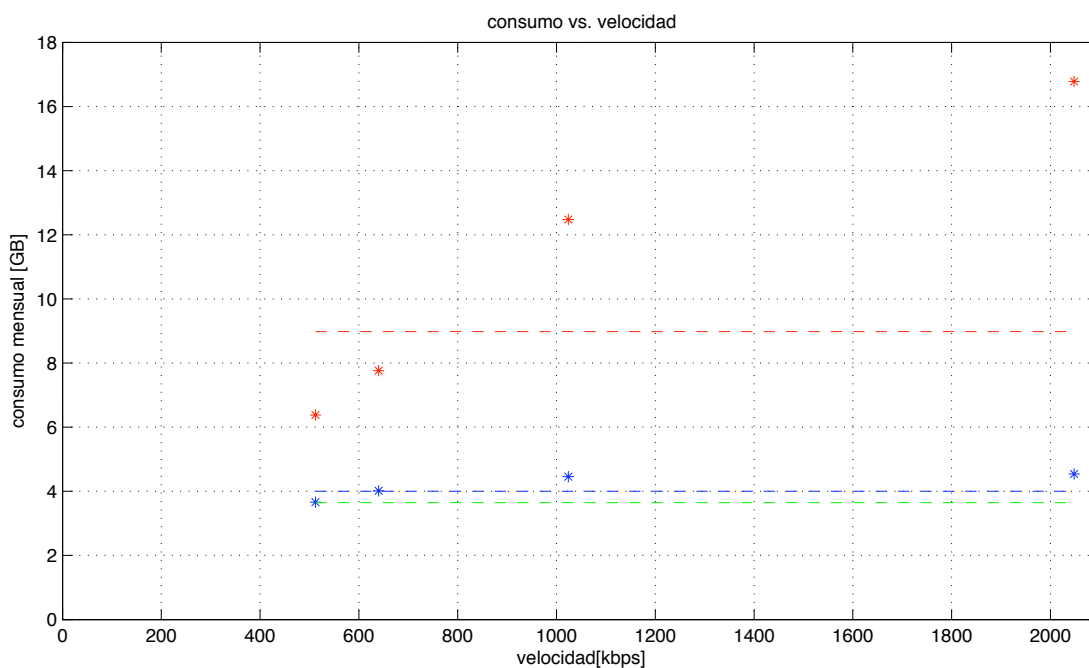


Figura 2.24: Consumo medio por velocidad.

Eliminando de la muestra los 2 últimos percentiles (10 %) de consumo se obtiene el consumo medio para las velocidad representativas mostrado en Fig-2.24.

Destacamos en “asteriscos rojos” los consumos promedios para el universo de clientes de servicios planos de cada velocidad. Puede apreciarse que el consumo presentan una dependencia

casi lineal con la velocidad vendida. En azul se presenta la misma información pero luego de haber suprimido todo los clientes que se encuentran en el “10 % top”. El resultado pasa a ser casi independiente de la velocidad.

En Fig-2.24 se presentan además en punteado los consumos medios para: todos los servicios planos (rojo), los planos luego de filtrar los top (azul) y los “servicios flexibles” por consumo (verde). Destacamos 2 resultados:

1. Fijando los heavy users en el 10 % que más consumen y separándolos del total no hay diferencias relevantes de consumo entre servicios libres y flexibles.
2. El consumo de los light users depende suavemente de la velocidad y se ajusta a los modelos hasta ahora manejados.

Respecto a este último punto vale la aclaración. Puede apreciarse que la velocidad más representativa es 640kbps (se ajusta al consumo medio y tiene un importante número de clientes). Además es una velocidad relativamente “baja” y por las observaciones de Cap-2.3.5 su tráfico será menos afectados que el de los servicios: 1024kbps y 2048kbps.

Una primera aproximación al problema suponiendo que la velocidad media es regular en la ventana de 10 horas donde se da el pico de tráfico sería:

$$\frac{\rho \times 0,64Mbps \times 0,85 \times 10h \times 30d \times 3600s/h}{1 + \rho} = 4GB \times 1024MB/GB \times 8b/B$$

porque $\rho BW/(1 + \rho)$ es la velocidad media y durante la cantidad de segundos que aplica en un mes (30d) a 10h por día, debe igualar el consumo mensual medio que se ha convertido primero a MB (megabytes) y luego a Mb (megabits) para igualar unidades. El factor 0.85 ajusta el overhead que introduce ATM como protocolo de transporte en ADSL.

En consecuencia $\rho_{640} = 0,0591$ y el consumo correspondiente a los servicios de 2048kbps debería ser 4.16GB (es 4.2GB), mientras que los de 512kbps deberían consumir en media 3.95GB (consumen 3.9GB). La aproximación funciona bien.

Derriba además un mito y es que los servicios “libres” (planos) consumen más recursos en la red que los “flexibles” (por uso). Esto parece verdad sólo por el hecho que los heavy users forman parte del primer grupo. Quitándolos: planos y por uso se comportan igual.

2.4.2. Análisis de Tráfico

Cerraremos el análisis de los datos midiendo el tráfico de clientes light users a la velocidad de referencia establecida (640kbps). Usaremos el hecho que estos son servicios de velocidad baja para ganar precisión³² en la identificación de la venta pico y en consecuencia en el valor de

³²Los clientes son relativamente menos afectados por la saturación que aquellos de mayor velocidad.

ρ_{640} . Porque el objetivo estadístico debe cumplirse en todo momento del día (Def-2.2.1) o lo que es equivalente: en el momento de mayor stress en la red.

Para caracterizar el tráfico se ha tomado una muestra de 1800 clientes dentro de la población de 50235 servicios de 640kbps (a datos de Junio), que garantiza un intervalo de confianza para el tráfico medio con una precisión de 99 % y una certeza superior al 90 % (ver Cap-B).

Para esta muestra de clientes se colectaron regularmente (cada 10min) vía SNMP, los valores para los contadores de bytes en los puertos asociados a los servicios. Esto se realizó durante una semana. Posteriormente se llevaron los datos a una base de tiempo común discretizada de a 12min, se cargo en cada intervalo el tráfico correspondiente y se normalizó el mismo entre el número de clientes (1800). El resultado es presentado en Fig-2.25.

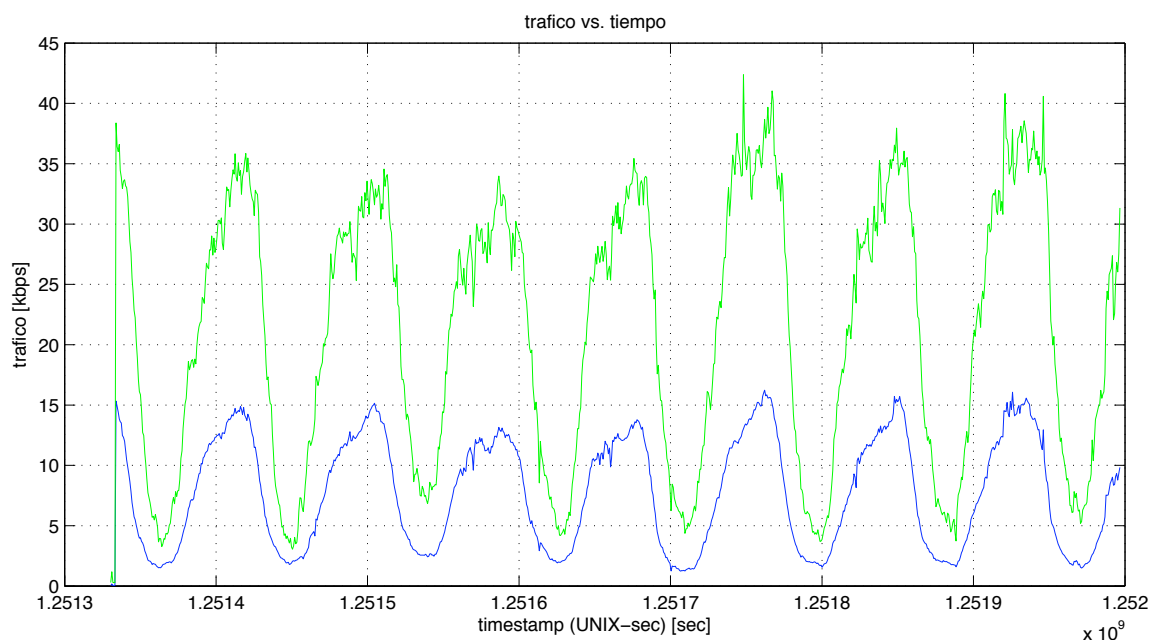


Figura 2.25: Tráfico medio agregado de la muestra.

Con los medios disponibles asumimos que Fig-2.25 es lo más cerca que estaríamos de caracterizar estadísticamente el tráfico de un cliente, y es a partir de estos datos que se calibró el modelo para los light users. En “verde” aparece el tráfico que los clientes descargan desde Internet y en “azul” el que transmiten a esta. La base de tiempo es “UNIX seconds” (segundos transcurridos desde 01/01/1970 en Greenwich).

De estos datos se desprende que el “pico de tráfico” se da en torno a las 20:45, fluctuando entre las 16:30 y las 24:00 horas. Un buen valor de referencia para éste es de 38kbps. El tráfico más bajo por otra parte se da entre las 6:00 y las 7:45 y ronda los 5kbps. Estos valores corresponden a tráfico de línea (ATM) y por tanto el tráfico IP efectivo representa un 85 % de éste. Pareciera

además que en muchos casos hubieran 2 máximos relativos en el correr del día, atribuibles quizás a los usos “empresarial” y “doméstico”, pero este detalle no hace al análisis. Como esperábamos existe una importante variación entre el tráfico diurno y nocturno. En este caso 38kbps en el pico para caer a 5kbps en el llano.

Usando Prop-2.3.12 y operaciones mediante se llega a que en un escenario sin congestión: $\rho = 1/(BW/\overline{bw} - 1)$. Tiene sentido entonces asumir que: $\rho_{640} \cong 1/(640/38 - 1) \cong 0,063$. Para ser más específicos podemos decir que hay 2 valores extremos: “diurno” y “nocturno” siendo estos: $\rho_{640}^d = 0,063$ y $\rho_{640}^n = 0,008$.

Es muy interesante el ejercicio de estimar el tráfico que en base a nuestro modelo y la interpretación de la información disponible, existiría en los enlaces de no haber congestión. Con éste además cerraremos el análisis de los datos para así proceder al cierre del capítulo.

Por lo visto en Prop-2.3.12 y Prop-2.3.13 podemos asumir que si no existiera congestión se cumpliría para los light users de otra velocidad x :

$$\frac{\rho_x}{\overline{bw}_x} = \frac{640 \rho_{640}}{x \frac{\rho_{640} x}{\rho_{640} + x/640}}$$

y los resultados serían:

vel [kbps]	nro LU	ρ^d	\overline{bw}^d [kbps]	T^d [Mbps]	ρ^n	\overline{bw}^n [kbps]	T^n [Mbps]
256	2236	0.158	34.8	78	0.020	5.02	11
512	75330	0.079	37.4	2817	0.010	5.07	382
600	1354	0.067	37.8	51	0.009	5.08	7
640	50235	0.063	38.0	1909	0.008	5.08	255
1024	80153	0.039	38.8	3110	0.005	5.09	408
1200	233	0.034	39.0	9	0.004	5.10	1
2048	11645	0.020	39.5	460	0.003	5.11	60
2560	2050	0.016	39.7	81	0.002	5.11	10
Total	223236			8515			1134

Tabla 2.3: Proyección de tráfico para cada producto.

La primer columna de Tab-2.3 corresponde a la velocidad del producto. La segunda al número de light users detectados. La tercera al ρ “diurno” proyectado en cada caso y la cuarta al ancho de banda medio “diurno” de estos clientes (light users). La quinta es el tráfico medio “diurno” total del producto. Las columnas: 6, 7 y 8 muestran los valores “nocturnos” equivalentes a los de las columnas: 3, 4 y 5.

Todos los valores de velocidad y tráfico en Tab-2.3 son para ATM. Para ETH/IP/MPLS habría que usar el 85 % de estos valores. Es especialmente preciso el valor nocturno por estar los enlaces a una carga mínima a esa hora. Como el tráfico IP nocturno de light users es de 964Mbps³³

³³Resulta de 1134Mbps * 0.85.

(1Gbps aprox.) la diferencia con los 2.6Gbps detectados en las madrugadas de Fig-2.22, es atribuible a heavy users y podemos asumir entonces que vale 1.6Gbps.

Hubiera sido ideal hacer un análisis de tráfico para los heavy users como el visto en Fig-2.25. Pero el tiempo no lo permitió y en cambio buscamos una aproximación indirecta. Supusimos que el tráfico diurno y nocturno de estos es constante. Como el nocturno vale 1.6Gbps (por 12 horas) y el volumen total diario descargo por estos es de: 30767GB, la diferencia se da durante el día y es: $30767\text{GB} - 12\text{h} * 1.6\text{Gbps} * 3600\text{s/h} / (8\text{b/B}) = 22127\text{GB}$. Por tanto el tráfico medio diurno del total de heavy users valdría: $22127\text{GB} * 8\text{b/B} / (12\text{h} * 3600\text{s/h}) = 4.1\text{Gbps}$.

Uniendo el resultado anterior con el de Tab-2.3 podemos afirmar que de no haber congestión el pico de la media en el tráfico IP diurno sería: $4.1\text{Gbps} + 8.5\text{Gbps} * 0.85 = 11.3\text{Gbps}$. Un 33 % mayor que los 8.5Gbps de capacidad internacional disponible a la fecha de las medidas.

Complementariamente y como los heavy users no son mayormente afectados por la congestión³⁴, debemos pensar que los light users (el 90 % de los clientes) deben repartirse los 4.4Gbps restantes cuando en realidad y en una situación óptima requerirían 7.2Gbps. En otras palabras estamos diciendo que estos clientes experimentan en conjunto una velocidad media del 60 % de la contratada. Basta recordar lo que sería esperable según Fig-2.11 para llegar a la conclusión que en esta situación no se está cumpliendo con lo apuntado en Def-2.2.1.

2.4.3. Relación de diseño z_Q (overbooking)

La construcción completa de z_Q se hará usando dos términos. El primero es $\bar{z}_Q(bw)$ y tiene por objetivo cumplir ciertas metas estadísticas de calidad para la gran mayoría (90 %) de los clientes, los light users. El segundo es de carácter determinístico y hace a los recursos que inevitablemente serán consumidos en la red por los heavy users, una minoría (10 %) muy cara en términos comparativos.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
256	2295	59	2.57
512	79772	4442	5.57
600	1491	137	9.19
640	58186	7951	13.7
1024	86725	6572	7.58
1200	327	94	28.7
2048	15687	4042	25.8
2560	3396	1346	39.6
Total	247879	25857	

Tabla 2.4: Heavy users por cada velocidad.

Según se desprende de Tab-2.4, la velocidad media de los heavy users es aproximadamente

³⁴Al usar muchas conexiones TCP toman en definitiva de la red lo que su velocidad de acceso les permite.

1000kbps y como el tráfico ATM de estos en la hora pico es de 4.8Gbps, podemos decir que en media cargan la red con 187kbps y que la relación: tráfico, ancho de banda para los heavy users es aproximadamente 0.19.

Llama la atención la tendencia claramente creciente con la velocidad en la proporción de heavy users. La excepción es 1024kbps pero esto se debe a que en esta velocidad están la enorme mayoría de los servicios “por uso”. De haber eliminado estos de la muestra el número habría sido 22.9 %.

Seguramente existan numerosas explicaciones para lo anterior. Las dos a nuestro entender más verosímiles son:

- A mayor velocidad mayor la probabilidad que el cliente sea antiguo. Recordar que fruto de los frecuentes aumentos de velocidad, la mayoría de los clientes que actualmente tienen servicios: Adsl2560 y Adsl2048 eran los que en los primeros años del 2000 contrataban: Adsl256 y Adsl64. Los clientes pioneros y por ende los que esperablemente tienen más dependencia del servicio. Más propensos a ser heavy users.
- Clientes que ven un valor en la mayor velocidad. Si los clientes no han migrado a un servicio de menor velocidad (más barato) es porque encuentran valioso tener una más alta. Pero el grado de saturación existente en la red hace muy poco probable que el cliente pueda percibir los beneficios de la velocidad: salvo que la saturación no lo afecte y éste es el caso de los heavy users.

Para integrar este tipo de usuarios, buscaremos a una velocidad dada el número máximo de heavy users esperable con cierta probabilidad (99 %). Cargaremos en forma íntegra el tráfico medio generado por estos y dimensionaremos para el resto de los clientes siguiendo los lineamientos analizados en Cap-2.3. Esto se hará en 5 escenarios distintos.

2.4.3.1. Portafolio de Productos a Junio 2009

Se hará en este escenario el ejercicio de proyectar el ancho de banda en base a la oferta de Tab-2.2. Este ejercicio permitirá evaluar el dimensionamiento de los enlaces a la fecha y en un horizonte al corto plazo.

Como ya el modelo bidimensional es extraordinariamente caro en términos de cómputo (ver Cap-A.6) buscaremos 2 “baricentros” para las velocidades y asumiremos un comportamiento similar al que hubiéramos obtenido con un modelo de n dimensiones. Inviabile para nuestros recursos informáticos.

Se han agrupado las velocidades en los conjuntos {256, 512, 600, 640} y {1024, 1200, 2048, 2560}. Usaremos como equivalencias 2 productos de velocidades: 558kbps y 1185kbps ($h = 2,1$), con un 60 % y 40 % de universo de clientes cada uno. Finalmente $\rho_{558} = \frac{\rho_{640}^d 640}{558} = 0,073$. Todos los clientes son light users y las velocidades son en ATM.

En Tab-2.5 puede verse el resumen de los resultados más representativos. La primera columna presenta el ancho de banda vendido o la demanda. La segunda la cantidad de servicios esperable para este ancho de banda de acuerdo a la oferta de productos y su composición. La tercera y cuarta representan el máximo tráfico medio para heavy y light users esperable en esta muestra. La quinta es precisamente z_Q , capacidad requerida para lograr los objetivos estadísticos que a su vez permiten los tráficos anteriores. La sexta el tráfico medio máximo del enlace hasta el que se asegura se mantienen las metas (es también la suma de las columnas 3 y 4). La séptima es la utilización media máxima tolerable para cumplir los objetivos (es el cociente de la 7ma y 6ta). La última columna presenta el overbooking o sobreasignación, el cociente entre lo vendido (1er columna) y lo dimensionado (5ta columna).

d [Mbps]	serv	tr_{HU} [Mbps]	tr_{LU} [Mbps]	z_Q [Mbps]	tr [Mbps]	%util	ovbk
122	144	3.7	4.6	9.5	8.3	87.3 %	12.8
267	316	7.2	10.1	19.0	17.3	90.3 %	14.1
338	400	8.7	12.8	23.7	21.5	90.8 %	14.3
677	800	15.9	25.6	45.2	41.5	91.8 %	15.0
1292	1527	28.8	48.8	84.0	77.6	92.2 %	15.4
1987	2349	42.8	75.0	127.5	117.8	92.4 %	15.6
3150	3723	66.0	118.9	200.0	184.9	92.5 %	15.8
8150	9634	164.0	307.9	510.0	471.9	92.5 %	16.0
16100	19031	317.9	608.3	1000.0	926.2	92.5 %	16.1
38840	45910	753.6	1468.0	2400.0	2221.6	92.5 %	16.2
253800	300000	4829.4	9596.1	15593.4	14425.5	92.5 %	16.3
414550	490000	7866.4	15674.9	25448.8	23541.4	92.5 %	16.3

Tabla 2.5: Proyecciones para escenario (I).

Las filas han sido elegidas para que en cada caso tengan asociado un dato “clave al diseño”. Estos datos aparecen destacados en “negritas” y son: 400, 800, 300000 y 490000 para la cantidad de clientes, así como: 9.5, 19.0, 84.0, 127.5, 200.0, 510.0, 1000.0 y 2400.0 Mbps para las capacidades requeridas (z_Q).

400 y 800 son respectivamente la cantidades de clientes asociadas a medio/un DSLAM Ethernet. La cantidad de clientes ADSL a la fecha es 300000 y la proyectada por comercial para 2013 es 490000.

Tanto 9.5, 19.0 como 84 Mbps son los payloads útiles de contenedores estándar de SDH a través de los cuales se planea conectar DSLAMs Ethernet. 127.5 y 510.0 Mbps representan la carga IP útil asociada a las velocidades ATM/SDH estándar: STM-1 (155Mbps) y STM-4 (622Mbps). Son usadas en ANTEL para conectar DSLAMs ATM y la Red ATM con los BRASes respectivamente. 200 y 1000 Mbps son velocidades Ethernet estándar con las que se planea conectar DSLAMs Ethernet. 2400 Mbps es el payload de una conexión STM-16, granularidad con la que se comparará la capacidad internacional.

Por último se destaca la capacidad a Internet total³⁵ con que se debería contar al 2013 en este escenario. El resultado es anecdótico porque los productos cambiarán, pero sí es importante en los siguientes escenarios.

2.4.3.2. Proyección 1 con predominio de “Servicios Libres”

Para este escenario nos hemos basado en una proyección de ventas que comercial maneja para 2013, conservadora en las velocidades. Está desglosada entre servicios flexibles o “por uso” (Tab-2.6) y libres o “planos” (Tab-2.7).

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
512 a 640	3000	0	0
1024	35000	0	0
2048 a 2512	60000	0	0
3072	55000	0	0
Total	153000	0	

Tabla 2.6: Proyección de servicios flexibles.

Como se ve en Tab-2.6 hemos asumido que al igual que hoy, no hay clientes heavy users entre los servicios por uso.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
256	10000	550	5.50
512 a 640	50000	3450	6.90
1024	90000	7950	8.80
2048 a 2512	50000	7050	14.1
3072	120000	23600	19.7
4096	7000	1500	21.4
8192	7000	2700	38.6
16384	3000	2200	74.0
Total	337000	49000	

Tabla 2.7: Proyección de servicios libres.

Por el contrario, todos los productos en Tab-2.7 tienen heavy users y asumiremos que la proporción de estos es “linealmente creciente” con la velocidad de línea³⁶. Se han calibrado estas proporciones para que el total de heavy users sea 49000, que representa el 10 % de los 153000 + 337000 = 490000 servicios que se espera tener.

Eliminados los heavy users la composición de light users por velocidad es la presentada en Tab-2.8. Cuentas mediante se concluye que el ancho de banda medio de los heavy users es 3330kbps, el de los light users es 2090kbps y el de los servicios en general 2214kbps.

³⁵Incluye tráfico internacional y nacional.

³⁶Igual que en la actualidad.

velocidad [kbps]	servicios
256	9450
512 a 640	49550
1024	117050
2048 a 2512	102950
3072	151400
4096	5500
8192	4300
16384	800
Total	441000

Tabla 2.8: Proyección de servicios light users.

Se han agrupado las velocidades en los conjuntos {256, 512 a 640, 1024, 2048 a 2512} y {3072, 4096, 8192, 16384}. Se usará como equivalencia 2 productos de velocidades: 1382kbps ($\rho_{1382} = 0,0292$) y 3308kbps ($h = 2,4$), con un 63 % y un 37 % de universo de clientes cada uno.

d [Mbps]	serv	tr_{HU} [Mbps]	tr_{LU} [Mbps]	z_Q [Mbps]	tr [Mbps]	%util	ovbk
119	54	5.9	1.8	9.5	7.7	81.2 %	12.5
305	138	12.4	4.6	19.0	17.0	89.1 %	16.1
886	400	29.6	13.4	46.2	43.0	93.1 %	19.2
1734	783	52.7	26.3	84.0	79.0	94.3 %	20.6
1772	800	53.8	26.9	85.5	80.7	94.3 %	20.7
2730	1233	79.6	41.5	127.5	121.1	94.8 %	21.4
4400	1987	123.7	67.0	200.0	190.6	95.1 %	22.0
11630	5253	309.8	177.2	510.0	487.0	95.4 %	22.8
23170	10465	601.3	353.3	1000.0	954.5	95.5 %	23.2
56420	25483	1430.5	860.8	2400.0	2291.3	95.5 %	23.5
664200	300000	16339.8	10142.3	27744.6	26482.1	95.4 %	23.9
1084860	490000	26614.9	16567.1	45243.2	43182.0	95.4 %	24.0

Tabla 2.9: Proyecciones para escenario (II).

Todos los clientes son light users y las velocidades son en ATM. Los resultados son presentados en Tab-2.9. Se destacan los aumentos tanto en el tráfico a Internet³⁷ así como en el overbooking³⁸.

2.4.3.3. Proyección 1 con predominio de “Servicios Flexibles”

Para este escenario nos hemos basado en la misma proyección de ventas, pero hemos intercambiado las familias: libres y flexibles.

³⁷Malo para los costos por ser el recurso más caro.

³⁸Generalmente bueno para el negocio porque es posible revender más veces la capacidad instalada.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
512 a 640	3000	250	8.33
1024	35000	5100	14.6
2048 a 2512	60000	19500	32.5
3072	55000	24150	43.9
Total	153000	49000	

Tabla 2.10: Proyección de servicios libres.

Asimismo hemos distribuido los heavy users de acuerdo a las nuevas velocidades de los planos (ver Tab-2.11 y Tab-2.10).

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
256	10000	0	0
512 a 640	50000	0	0
1024	90000	0	0
2048 a 2512	50000	0	0
3072	120000	0	0
4096	7000	0	0
8192	7000	0	0
16384	3000	0	0
Total	337000	0	

Tabla 2.11: Proyección de servicios flexibles.

Nuevamente asumimos que la proporción de heavy users es “linealmente creciente” con la velocidad de línea y se han calibrado estas para mantener el total.

velocidad [kbps]	servicios
256	10000
512 a 640	52750
1024	119900
2048 a 2512	90500
3072	150850
4096	7000
8192	7000
16384	3000
Total	441000

Tabla 2.12: Proyección de servicios light users.

En este caso el ancho de banda medio de los heavy users baja a 2530kbps, el de los light users (ver Tab-2.12) sube ligeramente a 2178kbps y el de los servicios en general se mantiene en 2214kbps. Reagrupando en las mismas familias que en el escenario anterior se obtienen prácticamente los mismos valores para las velocidades y la distribución de clientes así que usaremos la misma $\bar{x}_Q(bw)$. Los resultados aparecen en Tab-2.13.

d [Mbps]	serv	tr_{HU} [Mbps]	tr_{LU} [Mbps]	z_Q [Mbps]	tr [Mbps]	%util	ovbk
153	69	5.3	2.3	9.5	7.7	80.7 %	16.1
375	169	11.0	5.7	19.0	16.8	88.3 %	19.7
885	400	22.5	13.6	39.2	36.0	91.9 %	22.6
1771	800	40.9	27.1	72.9	68.0	93.3 %	24.3
2060	930	47.0	31.6	84.0	78.6	93.6 %	24.5
3218	1453	70.3	49.4	127.5	119.6	94.0 %	25.2
5164	2332	109.1	79.2	200.0	188.3	94.3 %	25.8
13600	6143	273.8	208.9	510.0	482.6	94.6 %	26.7
27055	12220	531.2	415.7	1000.0	946.8	94.7 %	27.1
65750	29697	1263.0	1010.6	2400.0	2273.6	94.7 %	27.4
664200	300000	12414.3	10214.9	23900.7	22629.3	94.7 %	27.8
1084860	490000	20221.0	16685.4	38982.2	36906.3	94.7 %	27.8

Tabla 2.13: Proyecciones para escenario (III).

El cambio más destacable es un modesto descenso en la capacidad a Internet requerida.

2.4.3.4. Proyección 2 con predominio de “Servicios Libres”

Ésta es otra proyección de ventas 2013 de comercial, similar a la anterior pero eliminando las velocidades más bajas y recargando algo las más altas. El detalle está en Tab-2.14 y Tab-2.15.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
1024	35000	0	0
2048	30000	0	0
2512	30000	0	0
3072	58000	0	0
Total	153000	0	

Tabla 2.14: Proyección de servicios flexibles.

La asignación de heavy users es la usual.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
2048	30000	1950	6.50
2512	40000	3200	8.00
3072	105000	10200	9.7
4096	105000	13650	13.0
8192	37000	9600	25.9
16384	20000	10400	52.0
Total	337000	49000	

Tabla 2.15: Proyección de servicios libres.

En este escenario el ancho de banda medio de los heavy users es 7108kbps, el de los light users (ver Tab-2.16) es 3510kbps y el de los servicios en general 3870kbps. Es un escenario donde los servicios en general, pero especialmente los “libres” tienen velocidades más altas. Por ende especialmente los heavy users.

velocidad [kbps]	servicios
1024	35000
2048	58050
2512	66800
3072	152800
4096	91350
8192	27400
16384	9600
Total	441000

Tabla 2.16: Proyección de servicios light users.

Se han agrupado las velocidades en los conjuntos {1024, 2048, 2512} y {3072, 4096, 8192, 16384}. Se usará como equivalencia 2 productos de velocidades: 2017kbps ($\rho_{2017} = 0,02$) y 4208kbps ($h = 2,09$), con un 36 % y un 64 % de universo de clientes cada uno. Todos los clientes son light users y las velocidades son en ATM.

d [Mbps]	serv	tr_{HU} [Mbps]	tr_{LU} [Mbps]	z_Q [Mbps]	tr [Mbps]	%util	ovbk
75	19	5.7	0.7	9.5	6.4	70.2 %	7.9
249	64	13.8	2.4	19.0	16.1	85.1 %	13.1
1547	400	63.1	14.6	83.4	77.7	93.2 %	18.6
1580	408	63.1	14.9	84.0	78.1	93.1 %	18.8
2521	651	95.2	23.8	127.5	119.0	93.8 %	19.8
3095	800	114.8	29.2	153.2	143.9	94.0 %	20.2
4142	1070	149.2	39.1	200.0	188.2	94.1 %	20.7
11197	2893	375.2	105.5	510.0	480.7	94.4 %	22.0
22587	5836	731.0	212.8	1000.0	943.7	94.5 %	22.6
55548	14353	1743.1	523.5	2400.0	2266.6	94.5 %	23.1
1161000	300000	34864.5	10954.3	48560.3	45818.8	94.4 %	23.9
1896300	490000	56788.6	17893.6	79159.3	74682.2	94.3 %	24.0

Tabla 2.17: Proyecciones para escenario (IV).

Se aprecia en Tab-2.17 un crecimiento espectacular de la capacidad requerida a Internet sin un alto incremento³⁹ en el overbooking. Éste sería el peor escenario para los costos.

³⁹Con un descenso ligero de hecho.

2.4.3.5. Proyección 2 con predominio de “Servicios Flexibles”

Se han permutado los roles libres y flexibles del escenario anterior. El detalle está en Tab-2.19 y Tab-2.18.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
1024	35000	5000	14.3
2048	30000	8550	28.5
2512	30000	10550	35.2
3072	58000	24900	42.9
Total	153000	0	

Tabla 2.18: Proyección de servicios libres.

velocidad [kbps]	servicios	heavy users	% HU
2048	30000	0	0
2512	40000	0	0
3072	105000	0	0
4096	105000	0	0
8192	37000	0	0
16384	20000	0	0
Total	337000	0	

Tabla 2.19: Proyección de servicios flexibles.

En este escenario el ancho de banda medio de los heavy users baja drásticamente a 2564kbps, el de los light users sube a 4015kbps y el de los servicios en general se mantiene en 3870kbps.

velocidad [kbps]	servicios
1024	30000
2048	51450
2512	59450
3072	138100
4096	105000
8192	37000
16384	20000
Total	441000

Tabla 2.20: Proyección de servicios light users.

Con la misma agrupación de velocidades en los conjuntos los 2 productos equivalentes tienen ahora velocidades: 2026kbps ($\rho_{2026} = 0,02$) y 4949kbps ($h = 2,44$), con un 32 % y un 68 % de universo de clientes cada uno. Como de costumbre los clientes son light users (ver Tab-2.20) y las velocidades son en ATM.

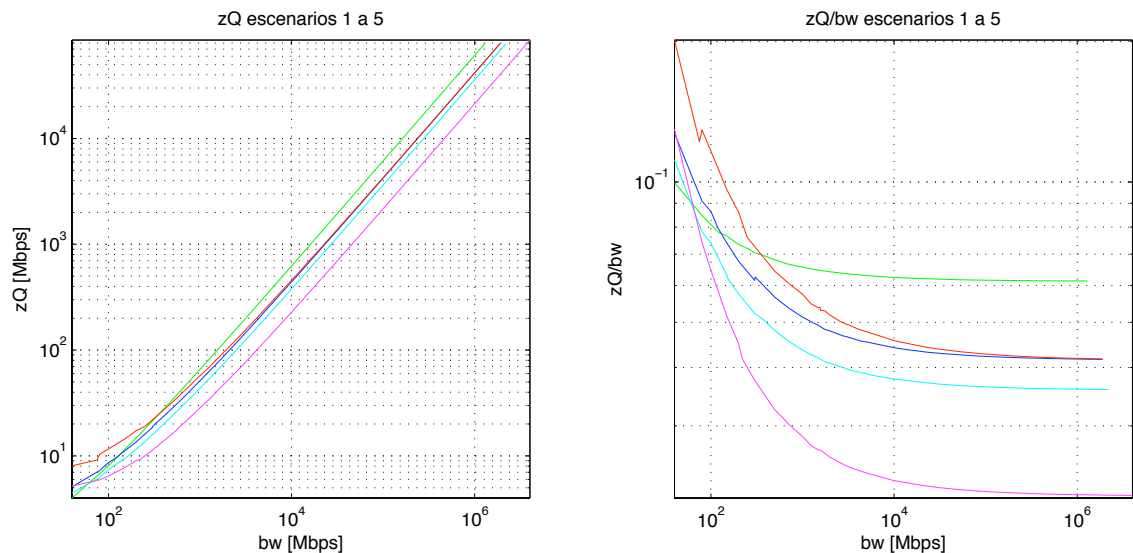
d [Mbps]	serv	tr_{HU} [Mbps]	tr_{LU} [Mbps]	z_Q [Mbps]	tr [Mbps]	%util	ovbk
222	57	4.6	1.9	9.5	6.4	69.8 %	23.4
608	157	10.3	5.2	19.0	15.5	81.6 %	32.0
1547	400	22.8	13.0	41.2	35.8	86.8 %	37.5
3095	800	41.4	25.9	76.1	67.3	88.5 %	40.7
3450	891	45.5	28.9	84.0	74.4	88.6 %	41.1
5390	1393	68.7	45.0	127.5	113.8	89.2 %	42.3
8670	2240	106.8	72.4	200.0	179.2	89.6 %	43.4
22900	5917	267.4	190.9	510.0	458.3	89.9 %	44.9
45588	11780	519.1	379.9	1000.0	899.0	89.9 %	45.6
110792	28628	1234.0	923.2	2400.0	2157.2	89.9 %	46.2
1161000	30000	12577.0	9675.3	24777.0	22252.3	89.8 %	46.9
1896300	49000	20486.0	15803.4	40411.9	36289.4	89.8 %	46.9

Tabla 2.21: Proyecciones para escenario (V).

Se destaca en Tab-2.21 el sensible descenso en la capacidad a Internet requerida, comparable ahora con la de los escenarios Cap-2.4.3.2 y Cap-2.4.3.3 pero con una cartera de productos más interesante que eleva el overbooking a 47. Ésta es una situación donde bastaría dimensionar los enlaces con algo más del 2 % de lo que se ha vendido a través de estos.

2.4.4. Elección de Escenarios Representativos

Redondearemos el punto eligiendo 2 escenarios especialmente representativos.

Figura 2.26: $z_Q(bw)$ y $z_Q(bw)/bw$ en escenarios 1 a 5.

En Fig-2.26 presentamos los gráficos con los plots de z_Q y $z_Q(bw)/bw$. En “verde” el correspondiente a Cap-2.4.3.1, en “azul” el de Cap-2.4.3.2, en “celeste” el de Cap-2.4.3.3, en “rojo” el de Cap-2.4.3.4 y por último en “magenta” el de Cap-2.4.3.5.

Si bien la curva “verde” crece más rápidamente este escenario no compite por 2 razones: no tendría vigencia a 2013, y aún así no alcanzaría valores “reales” altos. En efecto, la elevada pendiente se debe a las bajas velocidades de la oferta de productos en Tab-2.2, que asocia por tanto muchos clientes a altas demandas. Como se viera en Cap-2.3.5 esto genera relaciones de diseño más altas para una misma velocidad. El valor que hay que ponderar es el de Tab-2.5, que es por mucho el menor de los 5 escenarios.

El concepto es que la función de transferencia z_Q engloba sólo parte de la información de tráfico porque está asociada “íntimamente” a la demanda (\bar{M}) definida en Def-1.2.4. Es el dato complementario a esta. \bar{M} es más sensible a la cantidad de servicios vendidos mientras que z_Q lo es a la composición del portafolio de productos, pero ninguna cierra un escenario de por sí.

En esta línea los escenarios más interesantes para z_Q son los analizados en Cap-2.4.3.4 y Cap-2.4.3.5. El de Cap-2.4.3.4 es el más peligroso en términos brutos de capacidad (ver Tab-2.17), mientras que el de Cap-2.4.3.5 es relativamente similar a Cap-2.4.3.2 (10 % menor) y Cap-2.4.3.3 (4 % mayor), como se ve en: Tab-2.21, Tab-2.9 y Tab-2.13 respectivamente.

Finalmente como puede apreciarse en el segundo gráfico de Fig-2.26, la relación de diseño de los escenarios Cap-2.4.3.2 y Cap-2.4.3.3 está dentro de la banda que conforman Cap-2.4.3.4 y Cap-2.4.3.5 y es esperable que ligeras variaciones en los escenarios elegidos mantengan cierta “suavidad” en los cambios esperados en los costos de la red.

Complementando la idea, los escenarios combinados⁴⁰ “extremos” y al mismo tiempo “realistas” (dentro del margen de lo planificado) son:

1. **Exigencia mínima** - Este escenario sería la combinación de la z_Q con la menor relación de diseño (Cap-2.4.3.5), la demanda más baja (los 1,084,860Mbps vendidos en Cap-2.4.3.2 y Cap-2.4.3.3) y el menor volumen bruto de tráfico (38,982.2Mbps), visto en Cap-2.4.3.3. Aún con perturbaciones tanto en el número de clientes, como en las velocidades de los productos, como la familias (planos / por uso) y su composición, será difícil conseguir una red con requerimientos de tráfico inferiores a estos. De sostenerse el comportamiento de los clientes visto hasta el momento.
2. **Exigencia máxima** - Este escenario sería la combinación de la z_Q con la mayor relación de diseño (Cap-2.4.3.4), la demanda más alta (los 1,896,300Mbps vendidos en Cap-2.4.3.4 y Cap-2.4.3.5) y el mayor volumen bruto de tráfico (79,159.3Mbps), visto en Cap-2.4.3.5. Por los mismos argumentos que en el escenario anterior, es muy improbable que la Red en 2013 deba soportar requerimientos de tráfico mayores a estos.

⁴⁰Combinación de z_Q y \bar{M} .

Capítulo 3

El Ruteo (Datos/Transporte)

3.1. Introducción

Entre los capítulos Cap-1 y Cap-2 han sido modeladas el grueso de las entidades con que se formulará el problema de diseño de una Red IP/MPLS. Si bien aún falta algún detalle (definiciones concretas) para “precisar” el modelo (como se verá en Cap-4.3), este capítulo se propone “cerrar” el conjunto de entidades abstractas requeridas, introduciendo formalmente las últimas.

A modo de repaso podemos esencialmente pensar que hasta el momento hemos identificado todos los objetos que hacen a la entrada al problema.

Red de Datos	V_D V_E	E_D \bar{M}	V_A z_Q
Red de Transporte	V_T $T : \hat{B} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$	E_T $r : E_T \rightarrow \mathbb{R}_0^+$	\hat{B} ns

Tabla 3.1: Conjunto de Datos de Entrada.

En efecto como se detalla en Tab-3.1, de la Red de Datos necesitamos conocer sus: nodos ($V_D = V_E \cup V_A$) y aristas factibles (E_D), así como la matriz de demanda \bar{M} y la relación de diseño z_Q , que como viéramos en Cap-2.4.4 no son independientes.

De la Red de Transporte por otra parte necesitamos conocer: sus nodos (V_T), aristas (E_T), el conjunto de velocidades soportado a considerar (\hat{B}), los costos por kilómetro para cada capacidad elegida ($T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$) y el recorrido físico (en kilómetros) de cada arista ($r(e) \forall e \in E_T$).

Finalmente y como dato que vincula los nodos de ambas redes está ns , que indica si dos nodos comparten la estación física. De la que puede inferirse $tns : V_D \rightarrow V_T$, que determina el nodo de transporte que comparte estación con un nodo de datos dado. Esto completa los datos de entrada requeridos.

De los datos de salida ya hemos adelantado B , evaluando informalmente dos aproximaciones: $B : E_D \rightarrow \hat{B}$ y $B : E_D \rightarrow 2^{\hat{B}}$. Estamos dependiendo aún de alguna definición adicional para precisar cual será usada. En cualquier caso B representa la capacidad con la que se ha elegido dimensionar cada arista de G_D . Que esto sea un valor o un conjunto de valores, depende de aceptar que el grafo G_D sea simple o multigrafo.

En cualquier caso es evidente que B por sí solo no recoge toda la información de salida esperada del problema. Es imprescindible además conocer los caminos en la Red de Transporte seguidos por las aristas de la Red de Datos.

Para la implementación es igual de importante conocer los caminos seguidos por el tráfico de los clientes dentro de la Red de Datos, en cada escenario de falla simple de la Red de Transporte. Ya sea para implementarlo en forma explícita como para emularlo ajustando algún protocolo de ruteo automático.

3.2. Ruteo en Red de Datos

Ya en Def-1.3.1 definimos un camino en un grafo. Esa definición es consistente para grafos simples, pero ambigua para multigrafos. Asumamos por un momento que nuestros grafos siempre son simples¹.

Intuitivamente las “rutas” son los caminos seguidos por el tráfico de los clientes dentro de la red. En otras palabras y basados en Def-1.3.1, la secuencia de nodos sin repetición² que es necesario atravesar desde donde ingresa el tráfico a la Red, hasta donde abandona esta.

Complementariamente una “configuración o escenario de ruteo” es el conjunto de todas las rutas necesarias para manejar todas las “demandas” del problema. Es basados en ambas ideas intuitivas que estableceremos formalmente las entidades.

Definición 3.2.1 Dado un grafo $G_D = (V_D, E_D)$, denotaremos por P_D el conjunto de todos los caminos posibles en el grafo G_D y $g_D : V_D \times V_D \rightarrow 2^{P_D}$ la “función de rutas”, que determina todos los caminos entre cualquier par de nodos.

Propiedad 3.2.2 Dado $G_D = (V_D, E_D)$, el conjunto P_D de caminos es finito.

Prueba. Sea $V_D = \{v_1, \dots, v_n\}$. Los caminos de largo k son secuencias de k aristas de la forma: $\{v_{i_0}v_{i_1}, \dots, v_{i_{k-1}}v_{i_k}\}$ que no repiten nodos. Por tanto ningún camino en G_D puede tener largo mayor a $n - 1$ ni igual a 0. El peor caso además se da cuando G_D es completo ($E_D = V_D \times V_D$) y en este caso el conjunto de caminos de largo k tiene $A_{k+1}^n = \frac{n!}{2(n-k-1)!}$ elementos. Por tanto la cantidad de caminos $|P_D|$ está acotada por $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{2(n-k-1)!}$.

¹La Red de Transporte lo es por definición. Aún no hemos establecido que sucede con la Red de Datos.

²Una repetición sería un loop de routing.

QED

Definición 3.2.3 Dado $G_D = (V_D, E_D)$ llamaremos “escenario de ruteo” en dicho grafo a todo conjunto $\rho_D \subseteq P_D$.

Propiedad 3.2.4 Dado $G_D = (V_D, E_D)$, el conjunto de “escenarios de ruteo” es finito.

Prueba. Como en definitiva $\rho_D \in 2^{P_D}$ y P_D es finito y acotado por $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{2(n-k-1)!}$, el número de escenarios de ruteo está acotado por $2^{\sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{2(n-k-1)!}}$.

QED

Definición 3.2.5 Dados $G_D = (V_D, E_D)$, un escenario de ruteo ρ_D y dos nodos: $v_i, v_j \in V_D$, llamaremos “rutas de v_i a v_j en el escenario ρ_D ” al conjunto: $\rho_D^{i,j} = g_D(v_i, v_j) \cap \rho_D$. El subconjunto de caminos en ρ_D entre los nodos v_i y v_j .

En principio y de acuerdo a estas definiciones, nada evita que existan muchas rutas entre los mismos 2 nodos. En algunas redes de hecho esto es perfectamente normal. En una Red ATM por ejemplo es común que cada servicio use su PVC y que cada PVC tome su propio camino.

En una Red MPLS, lo estándar es que el tráfico entre dos nodos siga un mismo camino en la red denominado “túnel”. Aunque algunos proveedores posibiliten algún grado adicional de flexibilidad, los ejemplos se reducen a soluciones propietarias, no interoperables con fabricantes diferentes y por tanto se busca evitarlas.

Definición 3.2.6 Dados $G_D = (V_D, E_D)$, una matriz de demandas \vec{M} y un escenario de ruteo ρ_D , diremos que este escenario es una “configuración de túneles” si cumple: $\rho_D \cap (E_D \setminus E_E) = \emptyset$, $|\rho_D^{i,j}| \in \{0, 1\} \forall v_i, v_j \in V_E$ y en particular $|\rho_D^{i,j}| = 1, \forall \vec{m}_{i,j} \neq \vec{0}$.

Lo anterior no hace más que establecer que de haber demanda entre dos nodos edge, el tráfico entre estos debe seguir un único camino en la red. En realidad al ser los nodos edge los únicos con capacidad para “rutear”, el tráfico de los nodos de acceso es manejado en G_E como propio. De ahí el hecho que Def-3.2.6 sólo se limite a G_E .

Esto claro está no implica que una falla que afecte aristas del camino interrumpa la comunicación. Frente a cualquier falla la Red de Datos debe buscar otra configuración. Debe existir otro escenario de ruteo no afectado.

Una solución al problema para ser considerada tal, debe prever como serán enrutados los túneles en la Red de Datos, incluso frente a cualquier escenario de falla simple en la Red de Transporte.

En otras palabras, si $G_T = (V_T, E_T)$ los escenarios de falla simple suman $|E_T|$. La solución al problema por tanto debe constar de $|E_T| + 1$ escenarios de ruteo. Uno para cada falla simple posible más el “escenario nominal”, aquel en que no hay fallas en la Red de Transporte. En

cada escenario sólo se usarán las aristas de datos no afectadas por la falta.

Por ejemplo en Fig-3.1 se esquematiza una red $G_E = (V_E, E_E)$ y un escenario de ruteo sólo con rutas desde 1 hacia todos los nodos, que podría corresponder a un escenario de falla en G_T que ha afectado únicamente la arista $(1, 4)$ en G_E .

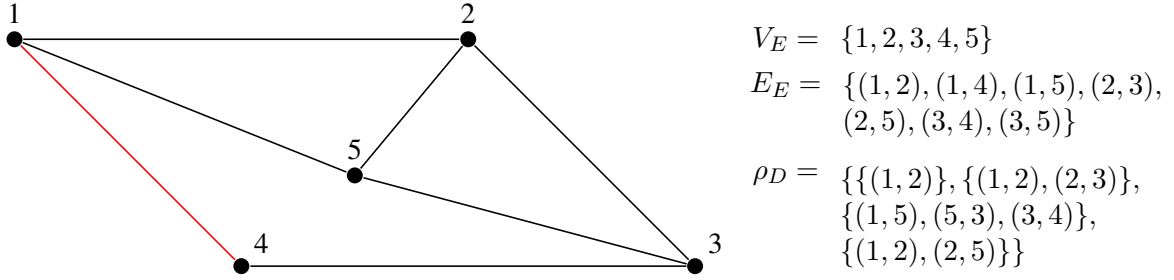


Figura 3.1: Ejemplo de Ruteo de Datos.

También en la situación de Fig-3.1 podríamos decir que $\rho_D^{14} = \{(1, 5), (5, 3), (3, 4)\}$.

Definición 3.2.7 Dadas dos redes: $G_D = (V_D, E_D)$ y $G_T = (V_T, E_T)$, llamaremos “función de escenarios de ruteo” a $\Phi : (E_T \cup \emptyset) \rightarrow 2^{P_D}$. Una función tal que a cada arista $e_t \in E_T$, así como al conjunto vacío, le asigna un escenario de ruteo $\rho_D \subseteq P_D$. En particular llamaremos “escenario de ruteo nominal” a $\Phi(\emptyset)$.

Definición 3.2.8 Dadas dos redes: $G_D = (V_D, E_D)$ y $G_T = (V_T, E_T)$, y una “función de escenarios de ruteo” $\Phi : (E_T \cup \emptyset) \rightarrow 2^{P_D}$ asociada. Ésta será válida en una Red MPLS sii $\forall e_t \in (E_T \cup \emptyset)$, $\Phi(e_t)$ es una “configuración de túneles” (ver Def-3.2.6).

Intuitivamente debemos conseguir funciones Φ que verifiquen Def-3.2.6 en todos los escenarios. Conocer todas las configuraciones de túneles necesarias para enrutar el tráfico, en todos los casos de falla posibles y en ausencia de éstas.

Claro está para conocer cuales aristas en G_D han sido afectadas por la falla de $e_t \in E_T$, es necesario saber que camino toman las aristas $e_d \in E_D$ en la Red de Transporte. Existe un “ruteo” en la Red de Transporte que también es parte de la solución del problema.

3.3. Ruteo en Red de Transporte

Trataremos ahora de reproducir en la Red de Transporte todos los conceptos manejados en la Red de Datos.

Definición 3.3.1 Dado el grafo $G_T = (V_T, E_T)$, denotaremos P_T el conjunto de todos los caminos posibles en el grafo G_T y $g_T : V_T \times V_T \rightarrow 2^{P_T}$ la “función de flujos”, que determina todos los caminos entre cualquier par de nodos de transporte.

Obviamente Prop-3.2.2 también se verifica entre G_T y P_T .

Definición 3.3.2 Dado $G_T = (V_T, E_T)$ llamaremos “configuración de flujos” en G_T a todo conjunto $\rho_T \subseteq P_T$.

También es claro que los conceptos vistos en Prop-3.2.4 aplican aquí. La primer diferencia relativamente importante entre ambos está en la siguiente definición.

Definición 3.3.3 Dados $G_T = (V_T, E_T)$, $G_D = (V_D, E_D)$, una configuración de flujos ρ_T en G_T y una arista $e_d \in E_D$, $e_d = (v_i, v_j)$, $v_i, v_j \in V_D$, llamaremos “implementación de flujos asociados a e_d en ρ_T ” a: $\rho_T^{i,j} = g_T(tns(v_i), tns(v_j)) \cap \rho_T$. El subconjunto de caminos en ρ_T entre los nodos de transporte $t_i = tns(v_i)$ y $t_j = tns(v_j)$.

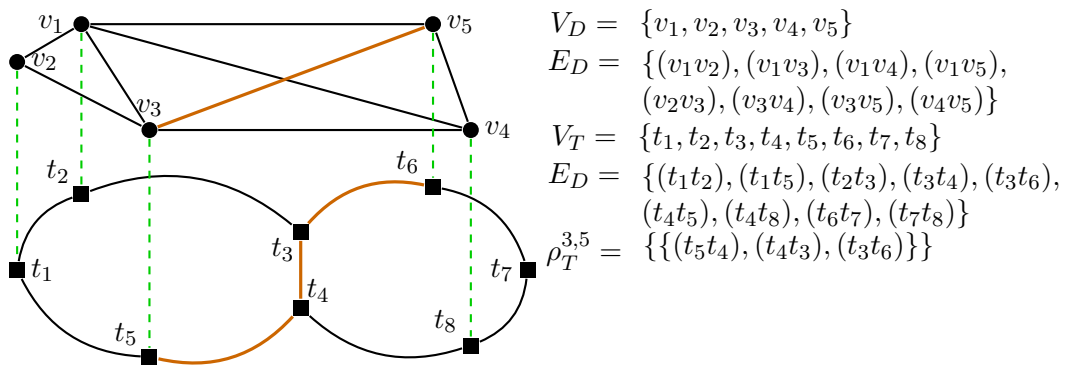


Figura 3.2: Ejemplo de implementación de flujos.

En Fig-3.2 se presenta una implementación de flujos para la arista (v_3v_5) . Los punteados “verdes” simbolizan pertenencia a la misma estación. En este caso parecen redundantes las dobles “llaves” $\{\}$, pero en Fig-3.3 vemos que en un caso más general la notación tiene sentido.

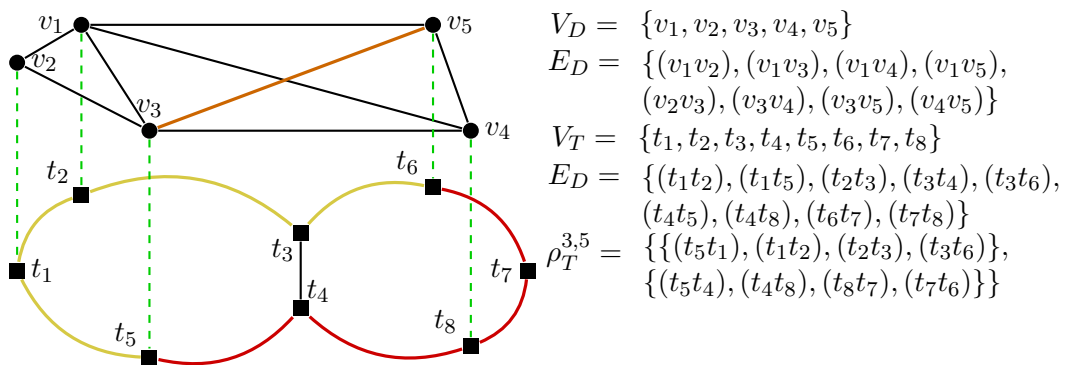


Figura 3.3: Otro caso de implementación de flujos.

Debe interpretarse Fig-3.3 como que la arista en cuestión está implementada simultáneamente

sobre 2 rutas, que además son independientes en el ejemplo. Por lo tanto el caso corresponde a lo que en la práctica se conoce como “flujo protegido”. Una facilidad tecnológica con la que cuentan las redes de transporte, en la que se transmiten duplicados los datos sobre rutas disjuntas, a los efectos que una falla pase desapercibida al overlay superior.

Es consecuencia inmediata de la observación anterior que en la Red de Transporte no existe una limitación equivalente a Def-3.2.6. En contrapartida y como viéramos en Cap-1.3 no existe el equivalente a “escenarios de ruteo” y de no contar con protección, los flujos sencillamente caen frente a una falla.

El último dato entonces para establecer completamente la configuración de una solución, es el que determina la configuración de flujos asociada a cada arista de datos o link.

Definición 3.3.4 *Dadas dos redes: $G_D = (V_D, E_D)$ y $G_T = (V_T, E_T)$, llamaremos “función de implementación de flujos” a $\Psi : E_D \rightarrow 2^{P_T}$. Una función tal que a cada arista $e_d \in E_D$, le asigna una configuración de flujos $\rho_T \subseteq P_T$.*

Esta función determina la implementación de los flujos $\forall e_d \in E_D$. O lo que es equivalente si $e_d = (v_i, v_j), v_i, v_j \in V_D$ y $\rho_T = \Psi(e_d)$, entonces $\rho_T^{i,j}$ es la implementación en la Red de Transporte del link e_d en la Red de Datos.

Cerramos así la definición de todas las entidades necesarias para modelar el problema, ya que a aquellas resumidas en Tab-3.1 debemos agregar las de Tab-3.2 que representan la salida al problema de diseño y al mismo tiempo las “variables de decisión” de nuestro problema.

Variables del Problema	B	Φ	Ψ
------------------------	-----	--------	--------

Tabla 3.2: Conjunto de Datos de Salida.

Procederemos por tanto a fijar algunas decisiones de ingeniería que la darán la forma final a nuestro problema de optimización.

Parte III

MODELO FORMAL

Capítulo 4

Definiciones Estratégicas

4.1. Variantes del Modelo

Vale la pena analizar distintas variantes posibles del modelo a los efectos de determinar, tanto por conveniencia como por costo, el detalle específico de algunas decisiones de ingeniería o definiciones técnicas de la red. Hemos dejado para el final aquellas variantes que han aparecido como importantes y al mismo tiempo viables (cambios de procesos mediante) de ser realizadas. Del análisis surgen 3 familias:

- **Con/sin LAGs independientes en $(V_A \times V_E) \cap E_D$ en G_T .** En este caso se evalúa la posibilidad de conectar un nodo de acceso ($v_a \in V_A$) a su edge correspondiente ($v_e \in V_E$), utilizando 2 caminos arista-disjuntos en G_T .
- **G_E simple/multigrafo.** En esta variante aceptamos que la presencia en $G_E = G_D(V_E)$ de una arista, habilita la utilización de tantas aristas paralelas como sean necesarias en la construcción final.
- **Con/sin protección de flujos en G_T para G_E .** Por protección en la Red de Transporte se entiende: disponer de la opción de enrutar un mismo flujo por 2 caminos arista-disjuntos en G_T , conmutando esta última los datos de uno al otro automáticamente frente a una falla en uno de los caminos. La situación presentada en Fig-3.3.

Analizaremos cada una por separado pero antes haremos algunas consideraciones abstractas. Conceptualmente el problema objetivo tiene 2 subproblemas, no independientes¹, pero lógicamente distintos. El primero hace a la conexión de los nodos access a los edges y el segundo a la estructura que debe tener el grafo G_E .

En esta línea de razonamiento la primer familia cierra la estrategia a seguir para las conexiones $V_A \times V_E$, mientras que las segundas y tercera hacen lo propio con las conexiones $V_E \times V_E$. Veremos cada punto con algo más de detalle y cerraremos las consideraciones en cada caso.

¹Porque en definitiva las conexiones access-edge definen la forma de la matriz de demanda.

4.2. Conexiones Access Edge

Este punto hace a la conexión de los nodos de acceso (V_A) con los nodos edge (V_E). Un nodo de acceso sólo puede conectarse a otro nodo, y por tanto debe ser contra un nodo edge. De conectarse dos nodos access entre sí quedarían confinados a su propia sub-red de 2 nodos, sin posibilidad de intercambiar tráfico con el resto de los puntos. No es lo que se busca.

Los nodos de acceso entonces sólo pueden conectarse a un nodo edge, pero no necesariamente deben limitarse a tener una única conexión. Existe una facilidad soportada por todos los fabricantes para ambos tipos de nodos, conocida como LAG, que permite “balancear” el tráfico sobre múltiples conexiones. Esta opción es preferida sobre la protección de transporte porque permite “nominalmente” tener más ancho de banda.

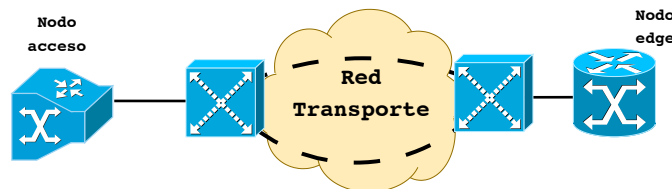


Figura 4.1: Protección access ↔ edge por transporte.

Cuando un flujo de cierta velocidad (por ejemplo 100Mbps) se protege en G_T , se propagan los mismos datos por 2 caminos independientes (ver Fig-3.3 y Fig-4.1), para entregar en la otra punta una sola de las copias. Por lo que la velocidad real no cambia (sigue siendo 100Mbps).

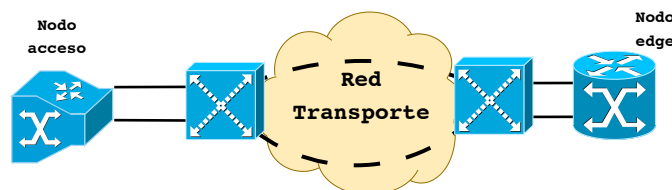


Figura 4.2: Protección access ↔ edge por LAG.

Si los mismos 2 caminos se implementan por separado para ser posteriormente colapsados² en un LAG en ambos nodos de datos (ver Fig-4.2), la velocidad en estado nominal puede³ acercarse al doble (200Mbps), cayendo sí a la velocidad inicial (100Mbps) cuando exista una falla en G_T que afecte uno de los flujos.

Pero a la utilización del LAG se suma otra razón de más peso. Los nodos de acceso no son tan “confiables” como los de edge. En ciertas situaciones se producen fallas para las que el LAG se comporta mejor. A veces se producen fallos en los puertos del equipo de acceso y en este

²Al definir un LAG se crea una interface “lógica” asociada en los equipos. Independiente de que puertos la integran, o de cuales de estos están realmente operativos.

³En condiciones ideales.

caso la protección de transporte no llega a funcionar⁴.

Además los nodos suelen tener BUGs que generan faltas de las que se sale “switchando” las controladoras del equipo⁵. El problema es que en algunos fabricantes los puertos de uplink⁶ están implementados en la misma controladora y el reseteo de esta placa deja al equipo inoperativo. Esto último también se evita con el LAG si se usan puertos de ambas controladoras.

Definición 4.2.1 *Los nodos de acceso sólo podrán conectarse a nodos edge y siempre lo harán usando un LAG de dos puertos.*

Queda pendiente aún definir si los 2 caminos asociados deben ser o no independientes. Antes de adoptar la definición correspondiente, analizaremos el contexto particular. En primer lugar no todas las conexiones access edge, utilizan la Red de Transporte. En aquellos casos que ambos nodos están en la misma central, la conexión puede hacerse localmente (ver Cap-1.4).

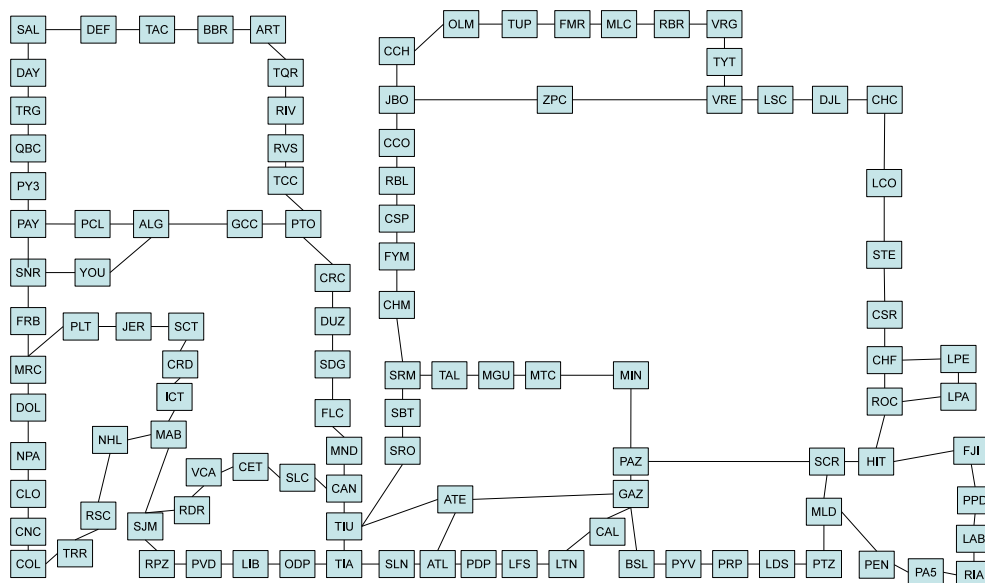


Figura 4.3: Red de Transmisión del Interior (ANTEL - Uruguay).

Si asumimos que en la mayoría de los sitios importantes existirán nodos edge⁷, es de suponer que las conexiones access edge que utilizan la Red de Transporte son de sitios “no críticos”. Adelantamos que se trabajará con la Red de Transporte de la Fig-4.3.

⁴Los puertos físicos no están duplicados. Solo el recorrido de los flujos.

⁵Intervención manual desde el centro de operación.

⁶Puertos de conexión hacia nodo Edge.

⁷Por la cantidad de servicios sería económicamente viable y al mismo tiempo crítico, ya que no sería aceptable una falta en una ciudad importante.

Supongamos que se quisiera conectar el nodo de acceso en la estación “Termas del Daymán” (DAY en Fig-4.3) con el nodo edge de “Salto” (SAL en Fig-4.3). La conexión directa tiene un recorrido asociado de casi 12km (11.75km). La complementaria más corta sin embargo es: DAY-TRG (55.16km), TRG-QBC (14.44km), QBC-PY3 (46.15km), PY3-PAY (4.52km), PAY-PCL (51.65km), PCL-ALG (24.22km), ALG-GCC (26.13km), GCC-PTO (116.11km), PTO-TCC (178.82km), TCC-RVS (113.18km), RVS-RIV (5.77km), RIV-TQR (47.58km), TQR-ART (127.94km), ART-BBR (125.39km), BBR-TAC (38.78km), TAC-DEF (76.15km) y finalmente DEF-SAL (5.58km). Sumando una distancia de 1058km (88 veces mayor a la primera).

Por tanto la alternativa más económica (que los dos flujos sigan el mismo recorrido) tiene un recorrido asociado de 24km (2 veces 12km), mientras la mejor posible con caminos independientes tiene un recorrido asociado de 1070km (12km + 1058km). Los costos asociados a las velocidades ($T(\hat{b}_r)$) son los mismos en ambos casos. La alternativa independiente tiene por tanto un costo casi 45 veces superior. El ejemplo tampoco es el peor caso de la red.

Podemos desde el ejemplo anterior entender que al conectar access y edge con un LAG de caminos independientes, siempre se consume íntegramente la capacidad en cuestión en el anillo que contiene a ambos nodos. Desde la dimensión económica no hay duda entonces, que la protección en el transporte es “carísima”.

Es claro que no se considera la misma por costo, sino por disponibilidad. La implementación con caminos independientes soporta una falla simple, pero la otra no. Para tener todos los elementos sobre la mesa debemos también calcular la disponibilidad. Si el MTBF en toda la Red de Transporte fuera de 8 días y el MTTR de 8 horas, la disponibilidad en el ejemplo DAY-SAL (ver Cap-C) sin flujos independientes sería de 99.988 %, que equivale a una falta de 8 horas (MTTR) cada 7.78 años. Con flujos independientes estos números suben a 99.99987 % que equivale a una falta de 8 horas cada 725 años.

Poniendo los datos en contexto para el mismo ejemplo. Termas del Daymán tiene a la fecha 72 servicios. De mantener la proyección de ventas al 2013 este número debería trepar a 118 servicios, por lo cual si se preveen 28Mbps⁸ (interpolado en datos de Tab-2.17), hay que pensar en 20 VC12 (38Mbps útil) según Tab-7.1 como alternativa. El costo por kilómetro entonces sería \$276.88/año y las alternativas tendrían un costo por cliente por mes de: \$4.7 y \$209 respectivamente. La pregunta del caso es: ¿Están los clientes de Termas del Daymán dispuestos a pagar \$200 más cada mes, para pasar de una falta cada casi 8 años a una cada 725?

Aún sin haberle preguntado a nadie suponemos que la respuesta es no. Salvo quizás para un pequeño grupo de clientes para los que el servicio es muy crítico. Pero si estos clientes sólo sumaran 10: ¿Estarían dispuestos a pagar \$2400/mes adicionales por esta disponibilidad?

Antes de dar una respuesta final veremos que hay una tercera alternativa que satisface a ambos tipos de clientes, y que cierra además la próxima consideración.

⁸Contando sólo el tráfico de Internet Residencial. Sin incluir: CARDALES, IPTV, o VoIP Residencial.

Una de las críticas al LAG sin caminos independientes ha sido la precisión en el cómputo del costo. En números globales este es el que se vio en Def-1.3.7. Pero estos valores suponen la “utilización balanceada” de la capacidad.

Volveremos a mostrar la idea a través de un ejemplo. Imaginemos ahora que conectamos con LAG sin protección hacia el nodo más cercano, en todo el tramo PAY-SAL de Fig-4.3. Los números actuales y proyectados de clientes, de ancho de banda real y capacidad a asignar en transmisión en cada caso son los de Tab-4.1.

Estación	Cod. Trans.	Serv 2009	Serv 2013	z_Q [Mbps]	$\hat{b} \in \hat{B}$ [VC12]
Salto	SAL	6299	10288	1758	882
Termas del Daymán	DAY	72	118	28	20
Termas de Guaviyú	TRG	7	12	6	5
Quebracho	QBC	86	142	34	20
Paysandú Norte	PY3	257	420	87	63
Paysandú Sur	PAY	6410	10470	1762	882

Tabla 4.1: Servicios del Tramos PAY-SAL.

La primera y segunda columnas de Tab-4.1 representan el nombre y código de la estación. La tercera y cuarta la cantidad de servicios actual (2009) y proyectada (2013). La quinta es la capacidad mínima a dimensionar para Datos⁹ (z_Q) y la sexta es la capacidad a reservar en los flujos de transporte según los valores de \hat{B} presentados en Tab-7.1.

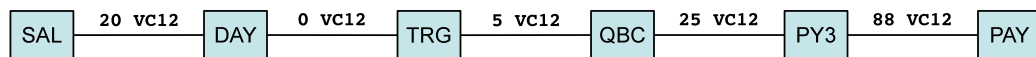


Figura 4.4: Ejemplo de carga en Red SDH (desbalanceada).

De usar la distancia más corta la Red de Transporte (la Red SDH en este caso) quedaría cargada como en Fig-4.4. Como es necesario que en un tramo entre dos estaciones importantes¹⁰ la capacidad no cambie, habría que dimensionar el tramo pensando en 88 VC12 en cada sub-tramo. Se diseña para una capacidad de 88 VC12 en 5 sub-tramos (440 VC12) y sólo se usan: $20 + 0 + 5 + 25 + 88 = 138$ VC12 (un 32 %).

De diseñar usando la distancia más corta las conexiones de acceso desbalancearían la carga en la Red de Transporte y se perdería precisión en los costos. Sin embargo en términos de demanda la carga que estos nodos de acceso tributarían a SAL y PAY, es menor respecto a la que estas centrales concentran localmente¹¹.

Por tanto podemos correr el algoritmo que presentaremos en Cap-6, buscando el óptimo con

⁹Básicamente Internet. Falta el tráfico comprometido.

¹⁰Como Salto y Paysandú.

¹¹Estamos asumiendo que por su importancia SAL y PAY terminan teniendo nodos edge en la solución.

estos datos y sin restricciones en los flujos del LAG¹². En caso de confirmarse con la salida del problema que SAL y PAY tienen nodos edge, se puede balancear manualmente¹³ la carga en la Red de Transporte, y asignarla como demanda propia de las estaciones SAL y PAY. Para finalmente volver a correr el problema con los datos perturbados.

El balance consiste en suponer que en cada estación existen dos nodos de acceso con la mitad de la demanda, estando uno conectado a cada nodo edge, que representarían el primer y segundo nodo edge más cercanos. Como se muestra en Tab-4.2.

Access Node	Conecta a	Serv 2013	z_Q [Mbps]	$\hat{b} \in \hat{B}$ [VC12]
DAY'	SAL	59	18	10
DAY''	PAY	59	18	10
TRG'	SAL	6	4	5
TRG''	PAY	6	4	5
QBC'	SAL	71	21	20
QBC''	PAY	71	21	20
PY3'	SAL	210	47	42
PY3''	PAY	210	47	42

Tabla 4.2: Servicios Balanceados en el tramo PAY-SAL.

Quedando finalmente la carga en la Red de Transporte como se ve en Fig-4.5.

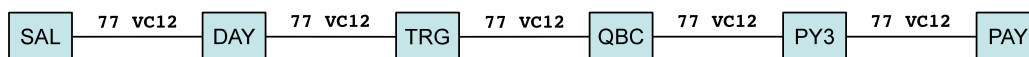


Figura 4.5: Ejemplo de carga en Red SDH (balanceada).

Observamos pues que con esta estrategia los tramos siempre serán balanceados. Se ve además que en realidad la diferencia de carga máxima en la Red de Transporte no cambia demasiado¹⁴, por lo que la aproximación inicial es en realidad bastante buena. Además al ser “pequeña” la perturbación en la demanda, es esperable que la red G_E asociada no cambie, e incluso si lo hace que el cambio sea mínimo.

Finalmente y volviendo a la cuestión de la disponibilidad. Tener efectivamente dos nodos de acceso en todas las estaciones, contra dos equipos edge distintos, permite configuraciones de alta disponibilidad en los servicios, mucho mejores que las que se consiguen con dos caminos independientes en el transporte. Las faltas en transporte no son las únicas posibles. Puede además fallar el CPE del cliente o el par de cobre con que éste se conecta a la central.

Con tecnologías Ethernet/IP es posible implementar servicios de alta disponibilidad¹⁵, insta-

¹²Lo que normalmente implicará que los DSLAMs se conectaran al edge más cercano.

¹³Incluso con la ayuda de una aplicación externa.

¹⁴Pasa de 88 a 77. Baja entonces sólo un 12.5 %.

¹⁵Esto no era así con los servicios Legacy (FR, TDM) y por esto se generó la “cultura” de protegerlos en todos los puntos de la red.

lando 2 CPEs en el local del cliente, con 2 pares de cobre a 2 equipos de acceso distintos, que conectan a su vez a nodos edge diferentes. En este esquema entonces se puede con un poco de logística, conseguir esquemas de “alta disponibilidad” mejores y mucho más baratos¹⁶. Por todo lo expuesto creemos que Def-4.2.2 queda ampliamente justificada.

Definición 4.2.2 *Los flujos necesarios para implementar el LAG como fuera definido en Def-4.2.1, no tienen por que seguir caminos independientes en la Red de Transporte.*

Gracias a Def-4.2.2 pueden construirse algoritmos más sencillos, pero aún así realistas y precisos. Se consiguen además soluciones mucho más económicas. Como consideración final destacamos que hay que relajar ligeramente la tolerancia a fallas manejada hasta ahora informalmente. Formalmente nos proponemos:

Definición 4.2.3 *Frente a una falla en la Red de Transporte, la solución del problema debe ser capaz de enrutar en las aristas de G_E no afectadas por la falla, todo el tráfico, a excepción del de aquellos nodos de acceso que sí hayan sido afectados¹⁷.*

El ejercicio realizado en esta sección, muestra no sólo la conveniencia de las definiciones, sino parte de la flexibilidad del modelo para reflejar distintas situaciones.

4.3. Estructura y Propiedades de la red G_E

Ya en Cap-4.2 cerramos las definiciones pendientes de la conexión entre los nodos de acceso y edge. Resta ahora analizar las posibilidades para las conexiones entre nodos edge.

Supondremos que de alguna forma hemos determinado cual es el esquema para las conexiones access-edge y en lugar de la matriz de demanda \bar{M} , disponemos del conjunto: $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$ de matrices de demanda entre nodos edge, en el escenario nominal (\bar{M}'_0) y en cada escenario de falla simple en G_T (\bar{M}'_t representa la demanda asociada al escenario de falla de la arista $t \in G_T$).

Podríamos aceptar el uso de aristas (links) múltiples (paralelos) en G_E , o no aceptarlo. En el primer caso toleraríamos que G_E sea un “multigrafo”. En el segundo G_E sería un grafo “simple”. Por tanto hay una definición a adoptar respecto a si G_E es: multigrafo o simple.

Cualquiera sea la opción anteriormente tomada, queda pendiente saber si habilitaremos o no el uso de flujos protegidos en la Red de Transporte. Porque esta definición podría cambiar la forma de la red óptima y claro está, su costo.

¹⁶Para aquellos clientes que estén dispuestos a pagarlo.

¹⁷Al aceptar Def-4.2.2 no podemos extender la tolerancia a faltas en conexiones access - edge.

De lo anteriormente expresado destacamos 4 casos de análisis:

	G_E multigrafo	G_E simple
G_T sin protección	\mathcal{P}_{MU}	\mathcal{P}_{SU}
G_T con protección	\mathcal{P}_{MP}	\mathcal{P}_{SP}

Tabla 4.3: Familias de Problemas para diseño de G_E .

Debemos adoptar una definición respecto a cual de los problemas será analizado en este trabajo.

4.3.1. Condiciones Necesarias

La existencia de puntos (soluciones) factibles y por tanto de óptimos, está atada a requerimientos topológicos en: G_E y G_T , así como de la cantidad y capacidad de las aristas que se puedan dimensionar, de acuerdo al tráfico que se requiere enrutar. Muchos requerimientos son comunes a todas las familias de Tab-4.3, pero algunos son distintos.

Proposición 4.3.1 *Dado un conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$.*

Si $\exists \vec{m}'_{ij} \in \bar{M}'_0 / \dot{m}'_{0ij} + z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) > \hat{b}_{\bar{B}}$, los problemas: \mathcal{P}_{MP} , \mathcal{P}_{MU} , \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} no tienen solución. No son factibles.

Prueba. Hemos adoptado en Def-2.3.20 que para satisfacer los requerimientos de demanda, es necesario reservar completamente en los enlaces el tráfico “comprometido” (\dot{m}), junto a la relación de diseño asociada el tráfico “eventual” ($z_Q(\ddot{m})$).

Como los túneles entre nodos son únicos e indivisibles (Def-3.2.8), de cumplirse: $\dot{m}'_{0ij} + z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) > \hat{b}_{\bar{B}}$, ninguna arista tendría capacidad para cumplir lo requerido. El túnel no “cabría” dentro de las aristas de la red y no podría ser enrutado sin violar Def-2.3.20.

QED

Debido a que usaremos $\dot{m} + z_Q(\ddot{m})$ en muchas oportunidades, le daremos identidad.

Definición 4.3.2 *Dados $G_D = (V_D, E_D)$, una relación de diseño z_Q y una matriz de demanda \bar{M} . Llamamos $reqtraf_{\bar{M}} : V_D \times V_D \rightarrow \mathbb{R}$, a la función definida como: $reqtraf_{\bar{M}}(v_i, v_j) = \dot{m}_{ij} + z_Q(\ddot{m}_{ij})$.*

Asimismo nos permitiremos abusando del lenguaje, llamar $reqtraf_{\bar{M}} : 2^{V_D} \times 2^{V_D} \rightarrow \mathbb{R}$, a la función: $reqtraf_{\bar{M}}(G'_D, G''_D) = \sum_{v_i \in G'_D, v_j \in G''_D} \dot{m}_{ij} + z_Q(\sum_{v_i \in G'_D, v_j \in G''_D} \ddot{m}_{ij})$.

El problema que estamos atacando en este trabajo, hace al diseño de la red de un proveedor. ANTEL en nuestro caso. Pero cualquiera fuera este, se da una situación interesante. En la actualidad el tráfico más importante de la red de un ISP, termina fuera de su red. Concretamente

en el resto de Internet.

En nuestro modelo manejamos una matriz de demanda \bar{M} , que pauta el tráfico entre cada par de nodos. Esto implica que Internet debe modelarse en uno o un conjunto de nodos.

Aún en las situaciones en que Internet se modele como un conjunto de nodos, no es compatible con la realidad suponer que ciertos clientes sólo acceden a “parte de Internet” (algunos nodos en particular). Hay que tener claro que al menos una fracción del tráfico de los clientes terminará en cada uno de estos nodos.

Definición 4.3.3 *Dados $G_D = (V_D, E_D)$, una relación de diseño z_Q y una matriz de demanda \bar{M} . Existe al menos un nodo: $v_y \in G_D$, $\forall v_i \in V_D (v_i \neq v_y)$, $reqtraf_{\bar{M}}(v_i, v_y) \neq 0$.*

Presentaremos además propiedades topológicas de los grafos, útiles para describir situaciones.

Definición 4.3.4 *Dado un grafo $G = (V, E)$, con $|V| = n$ y $r \in \mathbb{N}^{n \times 1}$. Diremos que G satisface para r las condiciones de arista-supervivencia sii $\forall v_i, v_j \in V$, existen al menos $r_{ij} = \min\{r_i, r_j\}$ caminos arista-disjuntos entre v_i y v_j .*

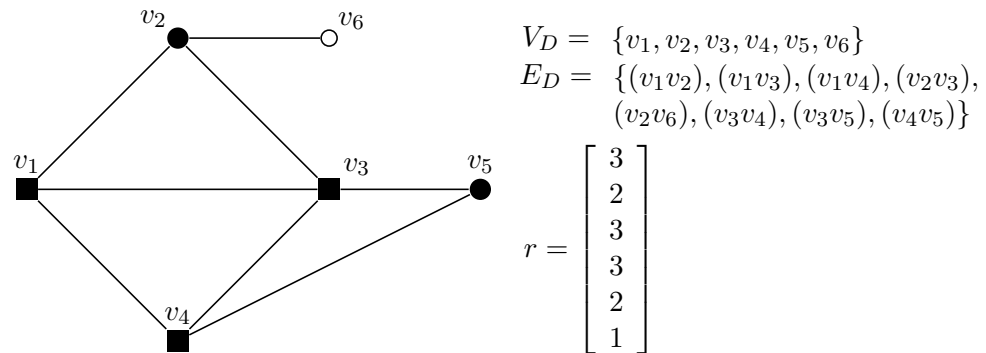


Figura 4.6: Ejemplo de arista-supervivencia.

El valor en r asociado a un nodo refleja su importancia. En el ejemplo de Fig-4.6, entre los nodos: v_1 , v_3 y v_4 existe 3-arista-conectividad y por tanto las conexiones entre estos podrían gozar de un altísimo grado de disponibilidad. Como contraparte las conexiones de v_6 a cualquier otro nodo caerán inevitablemente con las arista v_2v_6 .

Se observa además, que el requerimiento de menor importancia determina la arista-conectividad del grafo. Si de Fig-4.6 eliminamos el nodo v_6 , el grafo resultante es 2-arista-conexo.

Def-4.3.3 hace imposible que existan sub-redes aisladas factibles. Formalmente equivale a:

Proposición 4.3.5 *Dado un conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$.*

Siendo $V'_E = \{v_e \in V_E / reqtraf_{\bar{M}'_0}(\{v_e\}, G_E \setminus \{v_e\}) \neq 0\} \subseteq V_E$ y cumpliéndose $|V'_E| \geq 2$, es necesario que exista $r \in \mathbb{N}^{|V_E| \times 1} / r_i \geq 1 \forall v_i \in V'_E$, y que G_E satisfaga respecto a r las condiciones de arista-supervivencia, para que los problemas: \mathcal{P}_{MP} , \mathcal{P}_{MU} , \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} tengan solución factible.

Prueba. Supongamos que no existe el r en las condiciones planteadas, tal que G_E satisfaga sus requerimientos de conexión, pero que aún así existiera solución al problema. Sea (B, Φ, Ψ) dicha solución.

Todos los nodos $v_e \in V'_E$ tienen demanda en el escenario nominal. Como esta demanda es la combinación de la propia (cuando $v_e \in V_F \cap V_E$), más la correspondiente a aquellos nodos $v_a \in V_A$ que le hayan sido asignados, v_e hereda de sus tributarios el requerimiento Def-4.3.3.

Como $\rho_D = \Phi(\emptyset)$ es una configuración de túneles. Por Def-4.3.3 existe al menos un nodo $v_y \in V'_E$, al que llegan túneles desde todo el resto de los nodos en V'_E .

Como para $r = 0^{n \times 1}$, G_E siempre satisface los requerimientos de arista-conectividad¹⁸, por hipótesis del absurdo, debe existir r maximal¹⁹ y $v_i \in V'_E$ con $r_i = 0$, tal que G_T satisface los requerimientos de arista-conectividad aspirados en r .

Dados 2 nodos cualquiera: $v_i, v_j \in V'_E$, ρ_D^{iy} con ρ_D^{yj} definen un camino en G_E entre v_i y v_j . Esto se justifica porque:

- En el caso que $\rho_D^{iy} \cap \rho_D^{yj} = \{v_y\}$, la concatenación de los túneles es el camino buscado.
- Cuando $\rho_D^{iy} \cap \rho_D^{yj} \neq \{v_y\}$, existe $v_w \in \rho_D^{iy} \cap \rho_D^{yj}$, primer nodo donde se intersectan los túneles. La concatenación de tramos hasta este nodo define el camino en este caso.

En consecuencia existe al menos un camino entre cualesquiera dos nodos de V'_E y el r antes planteado no puede ser maximal.

QED

Es obvio que si G_E es conexo debe cumplirse la condición de arista-conectividad anterior, y por tanto no podremos descartar la factibilidad del problema. Además alimentar el problema con mayor cantidad de aristas en G_E permite aspirar a mejores soluciones²⁰. Es razonable entonces buscar que en los datos de entrada se cumpla al menos que G_E sea conexo.

¹⁸Porque en definitiva no hay requerimiento alguno.

¹⁹Significa que ninguno de sus valores puede ser aumentado.

²⁰El espacio factible es mayor.

Volveremos a darle importancia ahora a la clasificación vista en Def-1.2.5. Pensando el problema en $G_E = (V_E, E_E)$, debemos redefinir este conjunto. Porque al haber asignado las conexiones entre: access y edge, para entonces conseguir las matrices: $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, queda claro que algunos nodos originalmente de Steiner, ahora deberán ser considerados fijos para cumplir Def-4.2.3.

Definición 4.3.6 Dados $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$ y las matrices de demanda: $\{\bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$. Llamaremos $V_{E_F} = \{v_e \in V_E / \forall t \in E_T, reqtraf_{\bar{M}'_t}(\{v_e\}, G_E \setminus \{v_e\}) \neq 0\}$ y $V_{T_F} = \{v_t \in V_T / \exists v_e \in V_{E_F}, v_t = tns(v_e)\}$.

Proposición 4.3.7 Dado un conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$.

Siendo V_{T_F} el definido en Def-4.3.6 y cumpliéndose $|V_{T_F}| \geq 2$, es necesaria la existencia de $r \in \mathbb{N}^{|V_T| \times 1} / r_i \geq 2 \forall v_i \in V_{T_F}$, y que G_T satisfaga respecto a r las condiciones de arista-supervivencia, para que los problemas: \mathcal{P}_{MP} , \mathcal{P}_{MU} , \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} tengan solución.

Prueba. Supongamos que no existe r en las condiciones planteadas, tal que G_T satisfaga sus requerimientos de conexión, pero que aún así existiera solución al problema. Sea (B, Φ, Ψ) dicha solución.

Los nodos $v_e \in V_{E_F}$ tienen demanda en todos los escenarios de falla simple. También la tienen entonces en el escenario nominal, ya que una falta sólo puede bajar la demanda, de acuerdo a los nodos de acceso desconectados.

Sea $v_y^t = tns(v_y)$, el nodo de transporte asociado al nodo edge definido en Def-4.3.3. Debe cumplirse que $v_y^t \in V_{T_F}$, ya que de no suceder, existiría una falla simple que desconecta todos los nodos de acceso y edges fijos. Esto no puede pasar porque $|V_{T_F}| \geq 2$. Hay al menos dos nodos edge que mantienen tráfico ante cualquier falla.

Usando el mismo argumento de concatenación de caminos que en Prop-4.3.5, concluimos que cada escenario de falla posible así como el escenario nominal, “debe” tener un túnel asociado a cada par de nodos de V_{E_F} . Además por hipótesis del absurdo debe existir r maximal y $t_h \in V_{T_F}$ con $r_h \leq 1$, tal que G_T satisfice los requerimientos de arista-conectividad de r .

Sea $\Theta : (\emptyset \cup E_T) \times V_T \times V_T \rightarrow P_T$, una función tal que dados: $e_t \in (\emptyset \cup E_T)$, $t_p, t_q \in V_T$, y siendo $v_i, v_j \in V_E / ns(v_i, t_p) = 1, ns(v_j, t_q) = 1$, retorna un camino simple de t_p a t_q en el subconjunto $\check{E}_T(e_t, v_i, v_j)$ de aristas de G_T determinado por:

$$\check{E}_T(e_t, v_i, v_j) = \bigcup_{\substack{\forall e_l \in \Psi(e_d) \\ \forall e_d \in \rho_D^{ij} \\ \rho_D = \Phi(e_t)}} e_l$$

Este conjunto está bien definido $\forall t_p, t_q \in V_{T_F}$, porque sus correspondientes nodos edge cumplen por Def-4.3.6 que: $v_i, v_j \in V_{E_F}$ y existe el túnel entre estos $\forall e_t \in (\emptyset \cup E_T)$, como fuera visto anteriormente. Finalmente $\Psi(e_d)$ debe estar bien definida porque (B, Φ, Ψ) es solución.

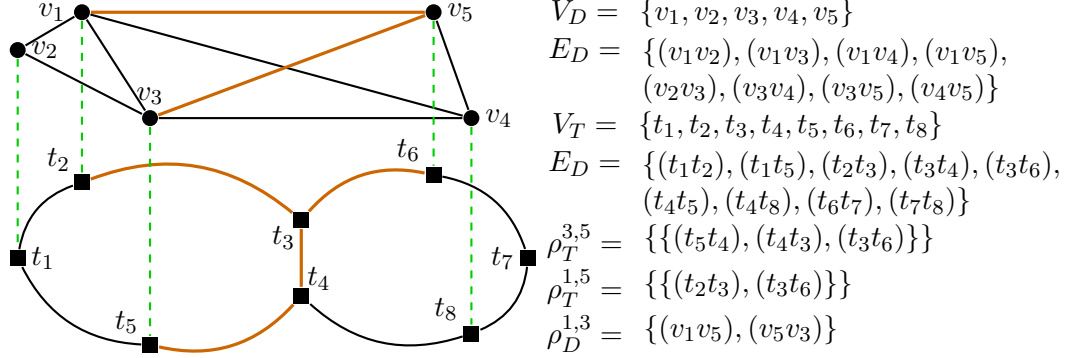


Figura 4.7: Ejemplo de cálculo de $\check{E}_T(\emptyset, v_1, v_3)$ y $\Theta(\emptyset, t_2, t_5)$.

En Fig-4.7 podemos ver un ejemplo. Buscando calcular $\Theta(\emptyset, t_2, t_5)$ debemos tener un criterio unívoco para seleccionar aristas de $\check{E}_T(\emptyset, v_1, v_3) = \{(t_2t_3), (t_3t_4), (t_3t_6), (t_4t_5)\}$. En este caso sólo hay una opción y $\Theta(\emptyset, t_2, t_5) = \{(t_2t_3), (t_3t_4), (t_4t_5)\}$.

Dado $e_t \in (\emptyset \cup E_T)$ debe existir al menos una elección válida. Pensar que el túnel en G_E sigue a su vez un recorrido en G_T , que termina conectando los nodos de transporte correspondientes.

Cualquiera sea la elección de Θ . Dados $t_p, t_q \in V_{T_F}$ y eliminando cualquier $e_t \in E_T$, $\Theta(e_t, t_p, t_q)$ es un camino entre t_p y t_q que no hace uso de la arista e_t . Si tomamos el $t_h \in V_{T_F}$ con $r_h \leq 1$ y otro cualquiera $t_p \in V_{T_F}$ (recordar que $|V_{T_F}| \geq 2$), concluimos que la eliminación (falla) de ninguna arista de G_T desconecta los nodos t_h y t_p .

Por [RDGTH2] el número de caminos independientes de t_h a t_p es al menos 2, lo que contradice la maximalidad de r con $r_h \leq 1$ y prueba la propiedad.

QED

Proposición 4.3.8 Dado un conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$.

Siendo V_{E_F} el definido en Def-4.3.6 y cumpliéndose $|V_{E_F}| \geq 2$, es necesaria la existencia de $r \in \mathbb{N}^{|V_E| \times 1} / r_i \geq 2 \forall v_i \in V_{E_F}$, y que G_E satisfaga respecto a r las condiciones de arista-supervivencia, para que el problema: \mathcal{P}_{SU} tenga solución.

Prueba. En la familia \mathcal{P}_{SU} no hay esquema de protección posible. No puede implementarse una arista de G_E con dos caminos independientes en G_T , como en: \mathcal{P}_{MP} y \mathcal{P}_{SP} . Tampoco pueden superponerse aristas en paralelo, que a su vez usen rutas independientes en el transporte, como sucede en: \mathcal{P}_{MP} y \mathcal{P}_{MU} .

Para sobrevivir a una falla hay que tener un camino independiente en G_E , no afectado por la misma. Por los mismos argumentos usados en Prop-4.3.5 y Prop-4.3.6 podemos afirmar que

de existir solución, entre cualesquiera dos nodos: $v_i, v_j \in V_{E_F}$ y en cualquier escenario de falla $e_t \in (\emptyset \cup E_T)$, existe una ruta válida entre v_i y v_j , que es la contenida en ρ_D^{ij} , donde $\rho_D = \Phi(e_t)$. Asumiendo claro que (B, Φ, Ψ) es la solución.

Lo que en realidad debemos probar es que $\forall e_d \in E_E$, en el grafo $G_E \setminus \{e_d\}$ se puede establecer un camino entre cualesquiera dos nodos: $v_i, v_j \in V_{E_F}$. Pero esto es aún menos restrictivo que lo anterior, porque hay más de una forma de “bajar” una arista. Para establecer una falla en $e_d \in E_E$ sólo hay que trasladar la falla a cualquier $e_t \in \Psi(e_d)$. Esto claro puede generar fallas en otras aristas de E_D pero sólo hace la condición aún más fuerte.

Podemos afirmar entonces que ninguna falla simple en G_E , baja la conectividad entre los nodos de V_{E_F} y por [RDGTH2] el número de caminos independientes entre estos nodos debe ser al menos de dos.

QED

Las propiedades Prop-4.3.7 y Prop-4.3.8 no hacen más que fundamentar lo que de alguna forma podíamos intuir. Normalmente las Redes de Transporte de los proveedores son 2-arista-conexas²¹ y no violan por tanto Prop-4.3.7. Además como las aristas del grafo de entrada G_D son potenciales, alimentar el problema con grafos más densos, aumenta tanto las posibilidades de tener soluciones (garantiza Prop-4.3.8) en \mathcal{P}_{SU} , así como la calidad de las mismas en todas las familias²².

La siguiente condición es fundamental, engloba en cierta forma conceptos vistos en las anteriores, pero además agrega una herramienta eficiente para descartar configuraciones.

Definición 4.3.9 *Dados $G_T = (V_T, E_T)$, $G_E = (V_E, E_E)$ y una matriz de demandas común a todos los escenarios de falla \bar{M}' . Llamaremos “bond” a un subconjunto propio de aristas de transporte, $\text{bond}_{G_T} \subseteq E_T$ tal que:*

- $G_T \setminus \text{bond}_{G_T}$ tiene dos componentes conexas no vacías en G_T . Llamaremos G_T' y G_T'' a estas componentes.
- Siendo $V_E' = \{v_i \in V_E, \text{tns}(v_i) \in G_T'\}$ y $V_E'' = \{v_i \in V_E, \text{tns}(v_i) \in G_T''\}$, se cumple que: $V_E' \neq \emptyset$ y $V_E'' \neq \emptyset$. En cada componente hay al menos un $v_e \in V_E$.
- $G_E' = G_E(V_E')$ y $G_E'' = G_E(V_E'')$ son componentes conexas de G_E .

Llamaremos $\text{bond}_{G_E} \subseteq E_E = \{e \in E_E / e = v_i v_j, v_i \in V_E', v_j \in V_E''\}$. Aristas de G_E que van de una componente a otra.

²¹Más aún, suelen ser 2-nodo-conexas

²²El tener más posibilidades de donde elegir, puede permitir encontrar soluciones más baratas.

El bond establece una relación estructural entre ambos layers en un punto particular (ver Fig-4.8), que puede revelar limitaciones en lo que hace a la capacidad. Aunque como veremos en Cap-4.3.3 estas limitaciones sólo aplican a las familias: \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} .

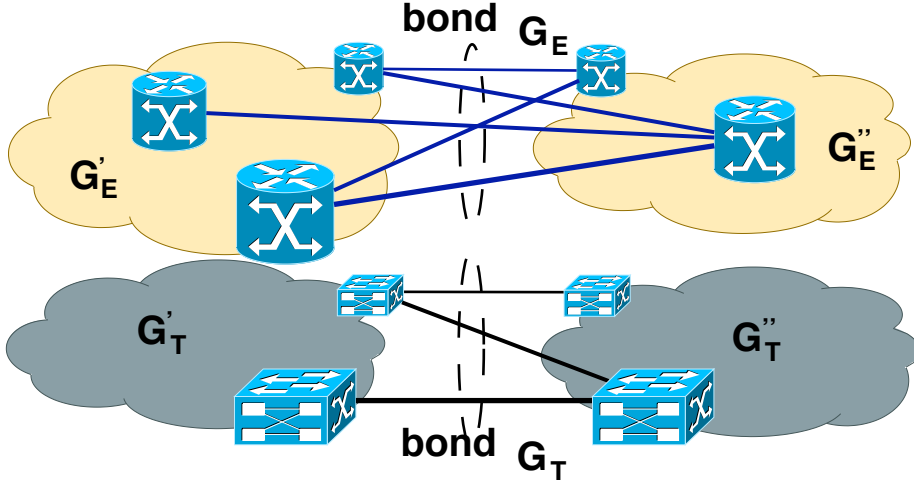


Figura 4.8: Representación de un Bond.

Lema 4.3.10 *Dados $G_T = (V_T, E_T)$ 2-arista-conexo, $G_E = (V_E, E_E)$ conexo, una relación de diseño z_Q cóncava creciente y una matriz de demanda nominal \bar{M}'_0 .*

Si existe un “bond” bond_{G_T} tal que:

$$\text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(G'_E, G''_E) > \hat{b}_{\bar{B}} |\text{bond}_{G_E}|,$$

no puede haber solución en \mathcal{P}_{SP} .

Prueba. La protección eleva las chances de conseguir soluciones factibles, ya que si una falla en G_T hace caer un conjunto de aristas en G_E , esto sólo contribuye a bajar las posibilidades de conseguir enrutar un túnel con éxito.

Como estamos trabajando con \mathcal{P}_{SP} , y G_T es 2-arista-conexo, la protección es por tanto una alternativa siempre disponible. Al no estar persiguiendo “optimalidad” sino buscando “factibilidad”, asumiremos que todas las aristas de G_E que se usen tendrán la protección activada.

Basta mostrar entonces que la demanda no puede ser satisfecha en el escenario nominal, para comprobar que el problema no es factible. Supongamos que $|\text{bond}_{G_E}| = p$, $\text{bond}_{G_E} = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}$ es el de la hipótesis, y $\rho_D = \Phi(\emptyset)$ queda determinado a partir de alguna solución (B, Φ, Ψ) que asumimos existe.

Dados $v_i \in G'_E$ y $v_j \in G''_E$ debe cumplirse que $|\rho_D^{ij} \cap \text{bond}_{G_E}| \geq 1$. Porque el túnel necesariamente usa una arista del bond para pasar de una componente a la otra. Por tanto:

$$\text{totreq} = \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E \\ \rho_D^{ij} \cap e_1 \neq \emptyset}} \text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(v_i, v_j) + \cdots + \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E \\ \rho_D^{ij} \cap e_p \neq \emptyset}} \text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(v_i, v_j), \quad (4.1)$$

es la capacidad total a reservar en los links que pasan de un componente al otro. Cada túnel carga su demanda en alguna de las sumas anteriores. Aunque también es posible que lo haga en más de uno y de considerar la demanda una única vez tendríamos un valor menor.

Substituyendo $\text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(v_i, v_j) = \dot{m}_{ij} + z_Q(\ddot{m}_{ij})$ en (4.1), reagrupando y considerando la observación anterior conseguimos:

$$\text{totreq} \geq \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \dot{m}'_{0ij} + \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) \quad (4.2)$$

Por la concavidad de z_Q además se cumple:

$$\text{totreq} \geq \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \dot{m}'_{0ij} + \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) \geq \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \dot{m}'_{0ij} + z_Q\left(\sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \ddot{m}'_{0ij}\right) \quad (4.3)$$

Pero el último término es $\text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(G'_E, G''_E)$ y por tanto:

$$\text{totreq} \geq \sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \dot{m}'_{0ij} + z_Q\left(\sum_{\substack{v_i \in G'_E \\ v_j \in G''_E}} \ddot{m}'_{0ij}\right) = \text{reqtraf}_{\bar{M}'_0}(G'_E, G''_E) > \hat{b}_{\bar{B}}|\text{bond}_{G_E}|, \quad (4.4)$$

esto último por hipótesis del problema.

Cada término (sumatoria) de (4.1) representa la reserva en cada arista de bond_{G_E} . Pero la capacidad máxima de una arista es $\hat{b}_{\bar{B}}$ y la suma tiene $p = |\text{bond}_{G_E}|$ términos. Por lo tanto es evidente que se cumple:

$$\text{totreq} \leq \hat{b}_{\bar{B}}|\text{bond}_{G_E}| \quad (4.5)$$

Como (4.4) y (4.5) son contradictorias, debemos concluir que el absurdo se originó al haber asumido que el problema tenía solución.

QED

La propiedad anterior es de cierto modo intuitiva. Si no hay capacidad suficiente de una parte de la red a la otra, para cumplir los requerimientos de demanda entre estas, el problema no puede ser factible. La siguiente propiedad busca el mismo resultado en los problemas \mathcal{P}_{SU} . La ausencia de protección lo hace más exigente y menos intuitivo.

Lema 4.3.11 *Dados $G_T = (V_T, E_T)$, $G_E = (V_E, E_E)$ y una matriz de demandas común a todos los escenarios de falla \bar{M}' . Si existe un “bond” bond_{G_T} tal que:*

$$\text{reqtra}f_{\bar{M}'}(G'_E, G''_E) > \hat{b}_{\bar{B}} \lfloor \frac{|\text{bond}_{G_E}|(|\text{bond}_{G_T}| - 1)}{|\text{bond}_{G_T}|} \rfloor,$$

no puede haber solución en \mathcal{P}_{SU} .

Prueba. Sean $e = |\text{bond}_{G_E}|$ y $t = |\text{bond}_{G_T}|$. El caso que maximiza las chances de encontrar soluciones factibles a \mathcal{P}_{SU} , sería aquel en que se utilizan todas las e aristas de bond_{G_E} dimensionadas capacidad $\hat{b}_{\bar{B}}$. Frente a cualquier solución (B, Φ, Ψ) , la función Ψ determina algún mapeo de las e aristas de bond_{G_E} , a las t aristas de bond_{G_T} .

Por el “principio del palomar” es necesario que al menos exista una arista $f \in \text{bond}_{G_T}$, utilizada por al menos $\lceil \frac{e}{t} \rceil$ links de bond_{G_E} . Supongamos que se produce una falla en f . Esto haría caer la capacidad efectiva entre G'_E y G''_E hasta a lo sumo: $e - \lceil \frac{e}{t} \rceil$. Se busca estar protegido frente a fallas simples en la Red de Transporte, así que la falla en f nos deja en una situación equivalente a la presencia de protección en el G_{EF} resultante²³.

Estamos en condiciones por tanto de aplicar el resultado de Lem-4.3.10 a esta situación. Podemos afirmar que de cumplirse:

$$\text{reqtra}f_{\bar{M}'}(G'_E, G''_E) > \hat{b}_{\bar{B}} |\text{bond}_{G_{EF}}| = \hat{b}_{\bar{B}} (e - \lceil \frac{e}{t} \rceil), \quad (4.6)$$

el problema \mathcal{P}_{SU} no tiene solución. Tomemos la división entera entre e y t : $e = qt + r$ con $0 \leq r < t$. Hay 2 casos posibles:

- $r = 0$. En esta caso $\lceil \frac{e}{t} \rceil = \frac{e}{t}$ y por tanto: $e - \lceil \frac{e}{t} \rceil = e - \frac{e}{t} = \frac{e(t-1)}{t} = \lfloor \frac{e(t-1)}{t} \rfloor$.
- $r \neq 0$. Ahora $e - \lceil \frac{e}{t} \rceil = e - \lceil q + \frac{r}{t} \rceil = qt + r - q - 1$ ya que $0 < \frac{r}{t} < 1$.
Como $q = \frac{e-r}{t}$ se desprende $e - \lceil \frac{e}{t} \rceil = \frac{e(t-1)}{t} - \frac{t-r}{t} = \lfloor \frac{e(t-1)}{t} \rfloor$.

Substituyendo en (4.6) se concluye que no puede existir solución al problema \mathcal{P}_{SU} , si para algún bond_{G_T} se verifica:

$$\text{reqtra}f_{\bar{M}'}(G'_E, G''_E) > \hat{b}_{\bar{B}} \lfloor \frac{e(t-1)}{t} \rfloor = \hat{b}_{\bar{B}} \lfloor \frac{|\text{bond}_{G_E}|(|\text{bond}_{G_T}| - 1)}{|\text{bond}_{G_T}|} \rfloor.$$

QED

Es una pena que los recíprocos de Lem-4.3.10 y Lem-4.3.11 no den garantías respecto a la existencia de soluciones. Sería una propiedad muy útil que si en ningún bond se viola la condición de capacidad, el problema sea factible.

²³ Aceptar una nueva falla sería protegerse contra dos faltas simultáneas.

El ejemplo²⁴ representado en Fig-4.9 muestra que esto no se cumple.

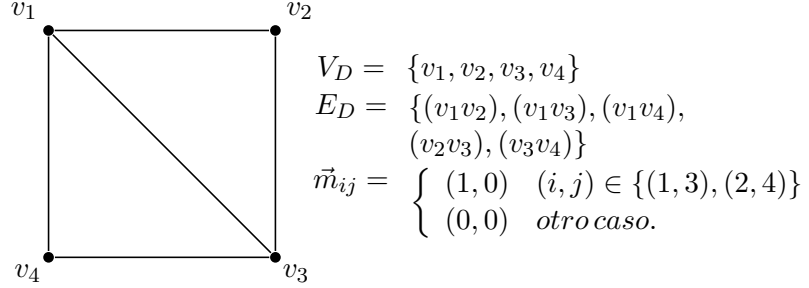


Figura 4.9: Ejemplo de no suficiencia para condición de corte.

En el mismo hemos asumido que: G_T y G_E tienen la misma topología, $\hat{B}_{\bar{B}} = 1$ y que sólo hay demanda entre (v_1, v_3) y (v_2, v_4) . Se comprueba que si una falla en transporte afecta la arista (v_1v_3) , no es posible enrutar los túneles en el grafo resultante.

4.3.2. Dominancia y Equivalencia entre familias

Definición 4.3.12 Dadas dos familias de problemas: \mathcal{P} y \mathcal{P}' , diremos que \mathcal{P}' “domina a” \mathcal{P} ($\mathcal{P} \sqsubseteq \mathcal{P}'$), sii para cualquier conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, $z_Q, ns, \hat{B}, T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$, y la solución correspondiente: (B, Φ, Ψ) para \mathcal{P} , siempre existe: (B', Φ', Ψ') solución de \mathcal{P}' , tal que su costo es menor o igual al de (B, Φ, Ψ) en \mathcal{P} .

Lema 4.3.13 Se cumple que \mathcal{P}_{MP} domina a \mathcal{P}_{MU} ($\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MP}$).

Prueba. Esta propiedad es en realidad bastante evidente. Sea (B, Φ, Ψ) solución de \mathcal{P}_{MU} . La función de implementación de flujos Ψ , retorna $\rho_T = \Psi(e_e) \forall e_e \in E_E$ (implementación en G_T de todos los flujos asociados a las aristas de G_E). Como estas son implementaciones en \mathcal{P}_{MU} , los flujos no son protegidos.

Ahora bien, en \mathcal{P}_{MP} la protección es una alternativa. No una obligación. Por tanto (B, Φ, Ψ) es asimismo factible en \mathcal{P}_{MP} .

Finalmente basta observar que el óptimo (B', Φ', Ψ') de \mathcal{P}_{MP} es el punto factible de menor valor en \mathcal{P}_{MP} y debe cumplirse que:

$$cost_{\mathcal{P}_{MP}}(B', \Phi', \Psi') \leq cost_{\mathcal{P}_{MP}}(B, \Phi, \Psi) = cost_{\mathcal{P}_{MU}}(B, \Phi, \Psi),$$

lo que cierra la prueba.

QED

²⁴El ejemplo fue presentado por nuestro amigo; Phd. Maurice Queyranne, durante algunas reuniones de trabajo que por este proyecto mantuvimos.

Lema 4.3.14 *Se cumple que \mathcal{P}_{MU} domina a \mathcal{P}_{MP} ($\mathcal{P}_{MP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$).*

Prueba. Ésta sí es una propiedad no trivial. Haremos una demostración constructiva. Supongamos ahora que (B, Φ, Ψ) es solución de \mathcal{P}_{MP} .

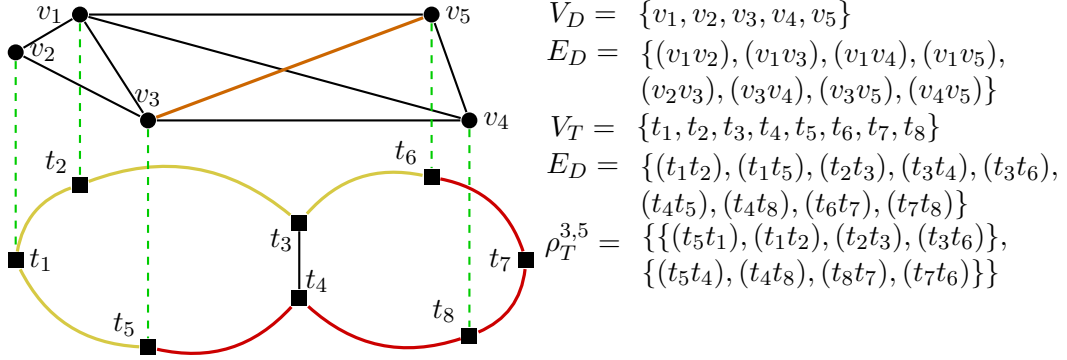


Figura 4.10: Implementación de un flujo protegido.

Sea $F_U = \{\rho_T / \exists e_e \in E_E, \rho_T = \Psi(e_e), B(e_e) \neq \{\hat{b}_0\}, |\rho_T| = 1\} \subseteq 2^{P_T}$. El conjunto de las implementaciones de flujos “no protegidos” ($|\rho_T| = 1$) para las aristas de G_E que forman parte de la solución ($B(e_e) \neq \{\hat{b}_0\}$).

Análogamente sea $F_P = \{\rho_T / \exists e_e \in E_E, \rho_T = \Psi(e_e), B(e_e) \neq \{\hat{b}_0\}, |\rho_T| = 2\} \subseteq 2^{P_T}$. El conjunto de las implementaciones de flujos “protegidos” ($|\rho_T| = 2$) para las aristas de G_E que forman parte de la solución ($B(e_e) \neq \{\hat{b}_0\}$).

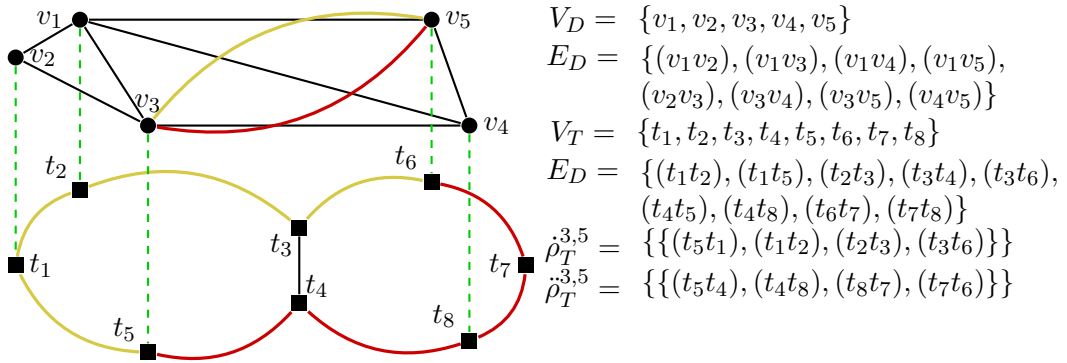


Figura 4.11: Implementación con arista doble no protegida.

Si $F_P = \emptyset$ entonces los mismos argumentos de Lem-4.3.13 valen y se concluye que $\mathcal{P}_{MP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$. Aún de no ser esto así mostraremos mediante un ejemplo ya analizado, como puede conseguirse la implementación buscada.

Si $\rho_T^{3,5} \in F_P$ (ver Fig-4.10), éste puede ser substituido al mismo costo por $\dot{\rho}_T^{3,5}$ y $\ddot{\rho}_T^{3,5}$ como se ve en Fig-4.11.

Manteniendo la capacidad $B(e_e)$ en $\hat{\rho}_T^{3,5}$ y $\ddot{\rho}_T^{3,5}$, y repitiendo este proceso de substitución de una arista simple con flujo protegido, por dos aristas con flujos no protegidos, se construye (B', Φ', Ψ') factible en \mathcal{P}_{MU} , al mismo costo²⁵. El resto de la prueba es análoga a Lem-4.3.13.

QED

Definición 4.3.15 *Dadas dos familias de problemas: \mathcal{P} y \mathcal{P}' , diremos que \mathcal{P} “es equivalente a” \mathcal{P}' ($\mathcal{P} \equiv \mathcal{P}'$), si para cualquier conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$, los óptimos correspondientes a cada problema: (B, Φ, Ψ) y (B', Φ', Ψ') , tienen igual costo.*

Lema 4.3.16 *Las familias \mathcal{P}_{MU} y \mathcal{P}_{MP} son equivalentes.*

Prueba. Por Lem-4.3.13 y Lem-4.3.14 sabemos que: $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MP}$ y $\mathcal{P}_{MP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$.

Sean (B, Φ, Ψ) y (B', Φ', Ψ') las soluciones de \mathcal{P}_{MU} y \mathcal{P}_{MP} respectivamente.

Se cumple entonces que:

$$cost_{\mathcal{P}_{MP}}(B', \Phi', \Psi') \leq cost_{\mathcal{P}_{MU}}(B, \Phi, \Psi),$$

porque $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MP}$. Además:

$$cost_{\mathcal{P}_{MU}}(B, \Phi, \Psi) \leq cost_{\mathcal{P}_{MP}}(B', \Phi', \Psi'),$$

porque $\mathcal{P}_{MP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$.

Por lo tanto $cost_{\mathcal{P}_{MU}}(B, \Phi, \Psi) = cost_{\mathcal{P}_{MP}}(B', \Phi', \Psi')$ lo que concluye la demostración.

QED

Dado que $\mathcal{P}_{MU} \equiv \mathcal{P}_{MP}$, tenemos que optar por un “formato” de implementación. Como \mathcal{P}_{MP} requiere administrar simultáneamente protecciones en la Red de Transporte y links paralelos en la Red de Datos, termina siendo más compleja y la descartamos. Las familias aún “en carrera” son entonces:

	G_E multigrafo	G_E simple
G_T sin protección	\mathcal{P}_{MU}	\mathcal{P}_{SU}
G_T con protección		\mathcal{P}_{SP}

Tabla 4.4: Familias a considerar para diseño de G_E .

Existen otras combinaciones de dominancia interesantes.

²⁵También hay que modificar Φ para usar la arista (v_3v_5) que haya sobrevivido frente a la falta que ahora sí puede aparecer, al haber levantado la protección.

Lema 4.3.17 *Se cumple que \mathcal{P}_{MU} domina a \mathcal{P}_{SU} ($\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$).*

Prueba. Los argumentos son similares a los de Lem-4.3.13. Si (B, Φ, Ψ) es solución de \mathcal{P}_{SU} , la misma configuración es solución de \mathcal{P}_{MU} . Porque la utilización de aristas múltiples es opcional. Un grafo simple también es válido en \mathcal{P}_{MU} .

QED

Lema 4.3.18 *Se cumple que \mathcal{P}_{MP} domina a \mathcal{P}_{SP} ($\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MP}$).*

Prueba. Idem Lem-4.3.17.

QED

Proposición 4.3.19 *La dominancia es una relación transitiva. Si $\mathcal{P}' \sqsubseteq \mathcal{P}''$ y $\mathcal{P}'' \sqsubseteq \mathcal{P}'''$, debe cumplirse que $\mathcal{P}' \sqsubseteq \mathcal{P}'''$.*

Prueba. Dado el conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, $z_Q, ns, T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}, r(e) \forall e \in E_T$ y el óptimo correspondiente (B', Φ', Ψ') en el problema \mathcal{P}' .

Como $\mathcal{P}' \sqsubseteq \mathcal{P}''$, para el mismo conjunto de entrada existe (B'', Φ'', Ψ'') solución de \mathcal{P}'' tal que: $cost_{\mathcal{P}'}(B', \Phi', \Psi') \geq cost_{\mathcal{P}''}(B'', \Phi'', \Psi'')$.

Como $\mathcal{P}'' \sqsubseteq \mathcal{P}'''$, dado (B'', Φ'', Ψ'') existe (B''', Φ''', Ψ''') solución de \mathcal{P}''' tal que: $cost_{\mathcal{P}''}(B'', \Phi'', \Psi'') \geq cost_{\mathcal{P}'''}(B''', \Phi''', \Psi''')$ y por la transitividad de “ \geq ”, $cost_{\mathcal{P}'}(B', \Phi', \Psi') \geq cost_{\mathcal{P}'''}(B''', \Phi''', \Psi''')$.

Como esto se verifica para cualquier entrada, se cumple $\mathcal{P}' \sqsubseteq \mathcal{P}'''$.

QED

Lema 4.3.20 *Se cumple que \mathcal{P}_{MU} domina a \mathcal{P}_{SP} ($\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$).*

Prueba. Se cumple $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MP}$ por Lem-4.3.18 y que $\mathcal{P}_{MP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$ por Lem-4.3.14. Por tanto aplicando Prop-4.3.19 debe cumplirse $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$.

QED

Lema 4.3.21 *Se cumple que \mathcal{P}_{SP} domina a \mathcal{P}_{SU} ($\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$).*

Prueba. Los argumentos son similares a los de Lem-4.3.13. La protección es una alternativa, no una obligación. Por tanto cualquier solución de \mathcal{P}_{SU} es factible en \mathcal{P}_{SP} .

QED

Otras dominancias interesantes aún no tratadas serían: $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$, $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$ y $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$. Veremos mediante contraejemplos que ninguna se cumple.

Proposición 4.3.22 *No se cumple $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$.*

Prueba. Plantearemos un contraejemplo detallado. Tomemos:

- $G_T = (V_T, E_T)$, con: $V_T = \{t_1, t_2, t_3\}$ y $E_T = \{(t_1t_2), (t_1t_3), (t_2t_3)\}$.
- $G_E = (V_E, E_E)$, con: $V_E = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $E_E = \{(v_1v_2), (v_1v_3), (v_2v_3)\}$.
- $\bar{M}'_0 = \bar{M}'_1 = \bar{M}'_2 = \bar{M}'_3 = \begin{bmatrix} (0,0) & (1,0) & (1,0) \\ (1,0) & (0,0) & (1,0) \\ (1,0) & (1,0) & (0,0) \end{bmatrix}$.
- $ns(v_i, t_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$.
- $\hat{B} = \{0, 1\}$.
- El resto de los datos son indiferentes.

En \mathcal{P}_{SP} basta construir la solución de esta forma:

- $B(v_1v_2) = B(v_1v_3) = B(v_2v_3) = 1$.
- $\Psi(v_1v_2) = \{\{(t_1t_2)\}, \{(t_1t_3), (t_3t_2)\}\}$
- $\Psi(v_1v_3) = \{\{(t_1t_3)\}, \{(t_1t_2), (t_2t_3)\}\}$.
- $\Psi(v_2v_3) = \{\{(t_2t_3)\}, \{(t_2t_1), (t_1t_3)\}\}$
- $\Phi(\emptyset) = \Phi(t_1t_2) = \Phi(t_1t_3) = \Phi(t_2t_3) = \{\{(v_1v_2)\}, \{(v_1v_3)\}, \{(v_2v_3)\}\}$.

Consistente en proteger todas las aristas de G_E , para luego rutear el tráfico por la arista directa, ahora no afectada por las fallas simples.

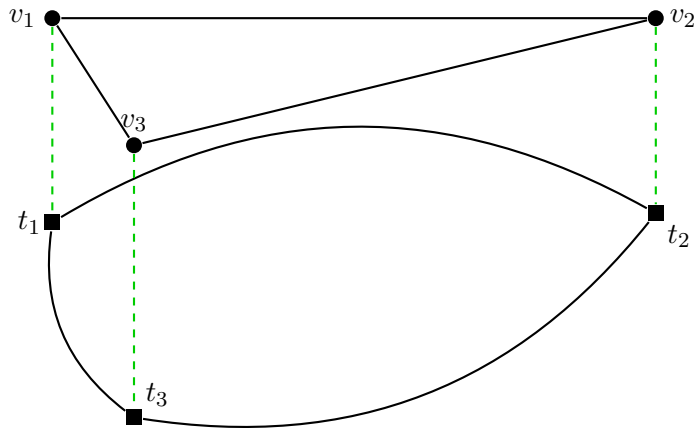


Figura 4.12: Red contraejemplo $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$.

Basta elegir $bond_{G_T} = \{(t_1 t_2), (t_2 t_3)\}$, que implica a su vez: $bond_{G_E} = \{(v_1 v_2), (v_2 v_3)\}$, $V'_E = \{v_1, v_3\}$, $V''_E = \{v_2\}$ y calcular:

$$reqtraf_{\hat{M}'}(G'_E, G''_E) = 2 > \hat{b}_{\hat{B}} \lfloor \frac{|bond_{G_E}| (|bond_{G_T}| - 1)}{|bond_{G_T}|} \rfloor = \lfloor \frac{2(2-1)}{2} \rfloor = 1$$

para ver que se viola la condición necesaria Lem-4.3.11 y \mathcal{P}_{SU} no puede tener solución.

QED

Proposición 4.3.23 No se cumplen $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$ ni $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$.

Prueba. Extenderemos la idea de Prop-4.3.22. Mantenemos \hat{B} y seguimos suponiendo que todos los nodos tienen una demanda comprometida 10 con los demás. El problema esquematizado en Fig-4.13 tiene solución en \mathcal{P}_{MU} .

Bastaría usar: 6 links entre v_2 y v_4 , 4 links entre v_1 y v_2 , 4 links entre v_2 y v_3 y 2 links entre v_1 y v_3 , dimensionados con capacidad 10 y balanceando en cada grupo, la mitad de los flujos por cada complemento del anillo.

Tomando $bond_{G_T} = \{(t_2 t_4), (t_2 t_5)\}$ resulta que $bond_{G_E} = \{(v_2 v_4)\}$. Como los requerimientos de demanda entre ambos conjuntos suman 30, exceden la capacidad máxima 10, y por Lem-4.3.10 \mathcal{P}_{SP} no es factible.

Con \mathcal{P}_{SU} y Lem-4.3.11 es aún peor. Aunque en realidad bastaría observar que $V_E = V_{E_F}$, G_E no es 2-arista-conexo y aplicar Prop-4.3.8.

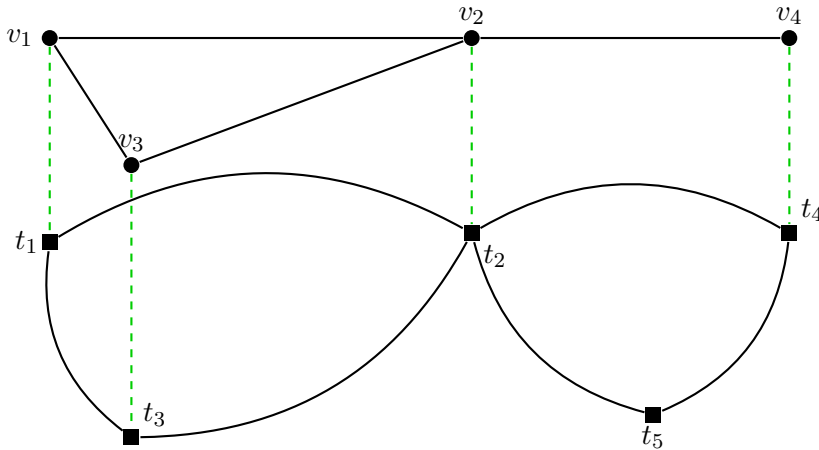


Figura 4.13: Red contraejemplo $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$ y $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$.

QED

El análisis teórico de esta sección, permite afirmar que:

Teorema 4.3.24 *Se cumple estrictamente que la relación de dominancia entre las familias: \mathcal{P}_{SU} , \mathcal{P}_{SP} , \mathcal{P}_{MU} y \mathcal{P}_{MP} es la siguiente:*

$$\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU} \equiv \mathcal{P}_{MP}$$

Prueba. Por Lem-4.3.21 $\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$. Además por Prop-4.3.22 la relación es estricta.

Se cumple $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$ por Lem-4.3.20. Además por Prop-4.3.23 la relación es estricta.

La relación “ \sqsubseteq ” es transitiva por Prop-4.3.19, así que $\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU}$.

Finalmente por Lem-4.3.16 $\mathcal{P}_{MU} \equiv \mathcal{P}_{MP}$.

QED

4.3.3. Condiciones de Suficiencia

Realizaremos un análisis para buscar condiciones que garanticen la existencia de soluciones, a las distintas variantes identificadas para el problema.

Teorema 4.3.25 *Dado un conjunto de datos de entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, $G_T = (V_T, E_T)$, $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, z_Q , ns , \hat{B} , $T(\hat{b}_r) \forall \hat{b}_r \in \hat{B}$ y $r(e) \forall e \in E_T$.*

Si G_T es 2-arista-conexo, G_E es conexo, T es cóncava creciente, z_Q es monótona creciente y $\forall v_i, v_j \in V_E$, $\dot{m}'_{0ij} + z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) \leq \hat{b}_{\bar{B}}$, entonces \mathcal{P}_{MP} y \mathcal{P}_{MU} tienen óptimo.

Prueba. Se probará primeramente que \mathcal{P}_{MP} tiene óptimo. Buscaremos en primer lugar un grafo factible “extremo” (el mayor posible sin aristas inútiles). Como consecuencia de Def-3.2.6, el ruteo en la red G_E consta a lo sumo de tantos túneles como: $\bar{n} = \sum_{\vec{m}'_{ij} \neq \vec{0}} 1$.

Buscaremos un ruteo en el que cada túnel use sus propias aristas y procuraremos a su vez que estas aristas no sean afectadas por las faltas, para que un único escenario de ruteo sea suficiente. Para esto por cada arista $e_e \in E_E$ generaremos \bar{n} aristas en paralelo, todas de capacidad máxima $\hat{b}_{\bar{B}}$. Esto define el B de la solución.

Para cualquier par de nodos $v_i, v_j \in V_E$ tales que $\vec{m}'_{ij} \neq \vec{0}$, existe un camino en G_E que los conecta porque G_E es conexo. Como además en cada salto tengo \bar{n} aristas en paralelo, tantas como túneles necesitamos rutear, podemos darnos el lujo de no compartir aristas entre túneles. La elección particular de rutas determina $\Phi(\emptyset)$.

Lo anterior tiene como única condición adicional que se verifique $\dot{m}'_{0ij} + z_Q(\ddot{m}'_{0ij}) \leq \hat{b}_{\bar{B}}$, ya que de lo contrario el túnel no “cabría” dentro de la arista de mayor capacidad. Tal como se viera en Prop-4.3.1.

Para cada arista $e_e \in E_E$, $e_e = (v_i, v_j)$ buscamos: $t_i = \text{tns}(v_i)$ y $t_j = \text{tns}(v_j)$. Como G_T es 2-arista-conexo, sabemos que hay 2 caminos arista-independientes en G_T que conectan t_i y t_j . Podemos entonces asegurar que existe una implementación de flujos protegidos para todas las aristas de E_E . Sea Ψ esta función de implementación de flujos.

Como todas las aristas de G_E están protegidas, el escenario de ruteo nominal en G_E , también es válido en cualquier escenario de falla. Tenemos entonces que $\Phi(e_t) = \Phi(\emptyset), \forall e_t \in E_T$. También son ruteos factibles en el tráfico porque las fallas en E_T sólo pueden desconectar nodos de acceso y por tanto: $\dot{m}'_{0ij} \geq \dot{m}'_{tij}$ y $\ddot{m}'_{0ij} \geq \ddot{m}'_{tij} \forall e_t \in E_T, v_i, v_j \in V_E$. z_Q es creciente así que también debe verificarse: $\dot{m}'_{tij} + z_Q(\ddot{m}'_{tij}) \leq \hat{b}_{\bar{B}}, \forall e_t \in E_T, v_i, v_j \in V_E$.

Tenemos entonces un conjunto de variables (B, Φ, Ψ) que conforman una solución factible. Falta ver que existe óptimo para \mathcal{P}_{MP} .

En primer lugar observemos que el óptimo no puede usar más aristas en G_E que nuestra solución. La función de costos por distancia (T) es cóncava, así que no es económico usar más aristas de menor velocidad. De agregar más aristas de la misma velocidad incurriríamos en un costo mayor inútil, ya que no existen túneles suficientes para usarlas.

Sí tiene sentido “descargar” el grafo. Las variantes posibles de asignación de capacidades para cada arista $e_e \in E_E$ son $(1 + \bar{B})^{\bar{n}}$ (combinaciones con repetición de $\bar{B}+1$ ²⁶ tomadas de \bar{n}). Las variantes en B son entonces $(1 + \bar{B})^{\bar{n}|E_E|}$.

A su vez cada una de las aristas (contando aristas en paralelo) puede tener o no protección. Lo que multiplica el conjunto anterior por $2^{\bar{n}|E_E|}$. Para cualquier caso particular antes enumerado sabemos por Prop-3.2.4, que hay finitos escenarios de ruteo. Tanto en G_E (para los túneles) como en G_T (para los flujos).

Como el conjunto de todas las sub-variantes²⁷ del problema es finito y al menos existe una factible (la que construimos), debe existir un valor factible mínimo que por tanto será el óptimo.

\mathcal{P}_{MP} tiene óptimo y por Lem-4.3.16 se cumple $\mathcal{P}_{MP} \equiv \mathcal{P}_{MU}$. En consecuencia \mathcal{P}_{MU} también tiene óptimo y del mismo valor.

QED

Resultados como Teo-4.3.25 son muy convenientes. De cumplirse algunas hipótesis muy básicas: conectividad en G_E , 2-arista-conectividad en G_T , una demanda que quepa dentro de las capacidades disponibles y algunas condiciones inherentes a otras funciones auxiliares, podemos asegurar que existe solución en las familias en que G_E es multigrafo.

²⁶Por \hat{b}_0 que equivale a eliminar la arista paralela asociada.

²⁷“Sub” porque ninguna usa más aristas, ni mayores capacidades en G_E que la original.

Intuitivamente podemos imaginar que esto se debe a que los multigrafos no tienen límites de capacidad, más allá del de la demanda específica entre nodos vista en Prop-4.3.1. La demostración misma de Teo-4.3.25 se basa en esta idea.

¿Podemos entonces confiar que generando una estructura suficientemente densa en G_E simple, se consigan resultados similares? ¿Que agregando muchas aristas²⁸ a G_E podamos descontar la factibilidad del problema?

Desafortunadamente hasta donde nuestro conocimiento alcanza, no se han encontrado resultados tan generales en familias de grafos simples. Aún cuando existe bibliografía referente al ruteo en un único overlay²⁹, e incluso que las propiedades: Lem-4.3.10 y Lem-4.3.11 son generalizaciones de una “condición de corte” bien conocida; sólo hemos encontrado en [OKASEY] un resultado parecido.

El resultado aplicado a nuestro contexto consistiría en integrar las funciones de G_E y G_T . Esto es: suponer que los nodos de G_T son además switches MPLS (nodos edge) o lo que es equivalente; que en todas las estaciones hay nodos edge. Si agregamos a este grafo colapsado una arista por cada demanda no nula entre nodos³⁰ y se cumple que el grafo resultante es: euleriano, plano y los vértices con demandas no nulas están en una sola cara de alguna representación planar³¹, entonces cumplir en cada bond la desigualdad asegura la suficiencia.

Aún con las mencionadas (y en nuestro caso inaceptables) simplificaciones al modelo³², incluso cuando la simplificación se verificara para el caso más restringido de grafos planos³³, el problema está abierto.

En otras palabras: ni siquiera para problemas mucho más simples que el tratado en este trabajo, existen resultados conocidos que garanticen la existencia de soluciones en las familias \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} . No obstante encontramos un resultado importante que aplica a una topología simple, y nos dará elementos adicionales para la construcción de nuestro algoritmo.

La estructura sobre la que trabajaremos será aquella en la que la Red de Transporte se reduce a un anillo o ciclo de n nodos (\mathcal{C}^n) y la Red de Datos entre edges (G_E), que tiene nodos en todas las estaciones, es un “full mesh” o “grafo completo” (\mathcal{K}^n).

²⁸En última instancia son aristas tentativas y las que no aporten, no serán tenidas en cuenta por el algoritmo.

²⁹Ejemplos de esto serían: rutear las aristas de datos sobre la Red de Transporte, o los túneles sobre la Red de Datos, considerando fallas simples en cada una. Desconociendo entonces que están relacionadas. Un problema en definitiva más sencillo.

³⁰Dados $v_i, v_j \in V_E / \vec{m}_{ij} \neq \vec{0}$, agregamos a G_T la arista $(tns(v_i), tns(v_j))$ si esta no existe ya.

³¹Conjunto de hipótesis que distan de verificarse en nuestros datos.

³²Perderíamos el carácter de multioverlay de nuestro problema.

³³Muy poco probable debido a que agregamos una arista nueva por cada demanda efectiva.

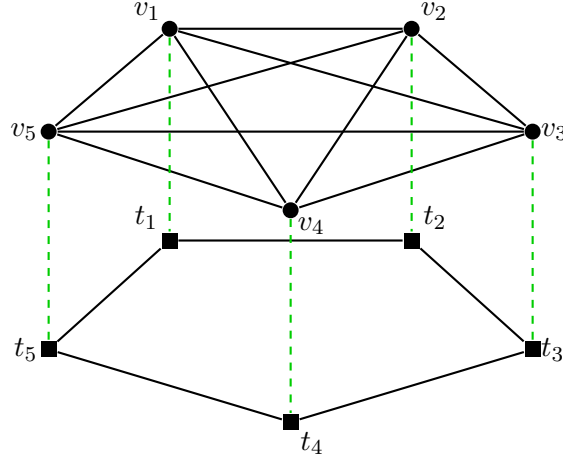


Figura 4.14: Ejemplo con $G_T = \mathcal{C}^5$ y $G_E = \mathcal{K}^5$.

En Fig-4.14 se presenta una situación de este tipo para $n = 5$. Nos concentraremos en la familia \mathcal{P}_{SU} , por ser la más restrictiva. Asumiremos además que la matriz de demanda es común a todos los escenarios de falla. Un problema con sólo 2 estaciones no tiene sentido porque G_T no es 2-arista-conexo³⁴ y viola Prop-4.3.7.

Proposición 4.3.26 Dado $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, siendo: $G_T = (V_T, E_T) = \mathcal{C}^n$, $G_E = (V_E, E_E) = \mathcal{K}^n$ como en el ejemplo Fig-4.14 y asumiendo que la demanda entre cualesquiera dos nodos: $v_i, v_j \in V_E$ es $\vec{m}_{ij} = (1, 0)$. De existir solución a \mathcal{P}_{SU} , debe cumplirse que: $\hat{b}_{\bar{B}} \geq 2$ si n es impar y $\hat{b}_{\bar{B}} \geq 3$ si n es par. En particular debe cumplirse $\hat{b}_{\bar{B}} \geq 4$ si $n = 4$.

Prueba. Las posibilidades que el problema sea factible se maximizan si todos los arcos se dimensionan con capacidad $\hat{b}_{\bar{B}}$. Para estimar la cota inferior de $\hat{b}_{\bar{B}}$ usaremos un bond de un nodo a su complemento y aplicaremos Lem-4.3.11.

Para cualesquiera $t \in V_T$ y $v \in V_E / tns(v) = t$, el nodo t sólo tiene dos vecinos t' y t'' en G_T . Sean $f' = tt'$ y $f'' = tt''$ las aristas que conectan a estos. Independientemente de como hayan sido enrutados los $n - 1$ flujos desde v hacia $V_E \setminus \{v\}$, si una falla en f' afecta k de estos enlaces, es porque los restantes $n - 1 - k$ links utilizan f'' .

Como las demandas son enteras y los túneles indivisibles, la capacidad $\hat{b}_{\bar{B}}$ requerida es entera. Como debe ser posible enrutar las demandas desde v a $V_E \setminus \{v\}$ y estas suman $n - 1$, concluimos que dado $k > 1$, $\hat{b}_{\bar{B}}$ debe ser entero y mayor que $c(n, k) = \max\{\frac{n-1}{k}, \frac{n-1}{n-1-k}\}$, para que exista capacidad tanto frente a la falla de f' como de f'' .

El k que minimiza $c(n, k)$ cuando n es impar es $\frac{n-1}{2}$ y es $\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ (o $\lceil \frac{n-1}{2} \rceil$), cuando n es par. Se concluye entonces que el menor valor posible de $c(n, k)$ es 2 cuando n es impar, y $2 + 2/(n-2)$ cuando n es par. Como $\hat{b}_{\bar{B}}$ es entero, estos valores pasan a ser: 2 y 3 respectivamente.

³⁴Solo tiene 1 arista.

Destacamos especialmente el caso con $n = 4$. Para éste en concreto se presenta en Fig-4.15 una implementación posible, donde se han enrutado a través de t_2t_3 , tres links de G_E . En concreto: $\{(v_1v_3), (v_2v_3), (v_2v_4)\}$.

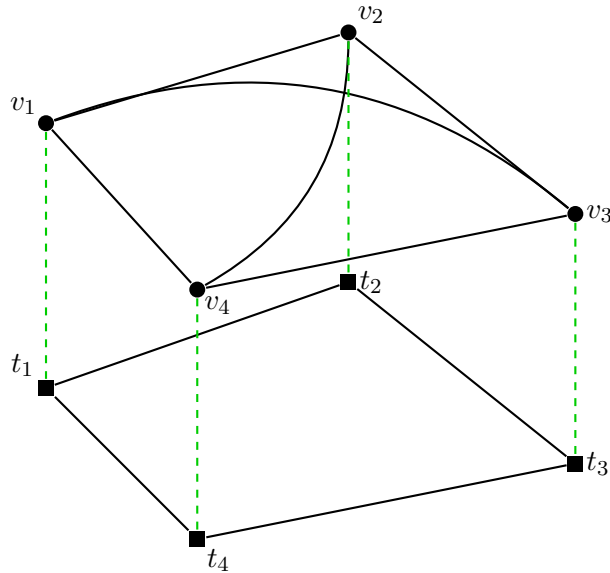


Figura 4.15: Ejemplo con $G_T = \mathcal{C}^4$ y $G_E = \mathcal{K}^4$.

Es interesante observar que no importa como uno busque implementar los flujos del ejemplo, siempre existirá una arista de G_T por donde pasen tres flujos, y por tanto la realidad del ejemplo es ineludible. Tomando en este caso $bond_{G_T} = \{(t_1t_4), (t_2t_3)\}$ y de fallar la arista t_2t_3 , se vuelve necesario que la arista v_1v_4 soporte $4 = reqtraf_{\bar{M}}(\{v_1, v_2\}, \{v_3, v_4\})$.

Las “diagonales” en este caso no aportan valor. Como observación general podemos pensar que en las hipótesis planteadas y cuando la cantidad de nodos es par, es razonable evitar la diagonal al nodo opuesto, porque siempre le resta simetría al grafo ante una falla particular, y en consecuencia existe un escenario donde no aporta capacidad.

QED

Complementariamente a Prop-4.3.26 veremos que los cotas inferiores halladas para $\hat{b}_{\bar{B}}$, son suficientes para enrutar el tráfico y soportar al mismo tiempo una falla cualquiera en G_T .

Lema 4.3.27 Dado $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, siendo: $G_T = (V_T, E_T) = \mathcal{C}^n$, $G_E = (V_E, E_E) = \mathcal{K}^n$ y asumiendo que la demanda entre cualesquiera dos nodos: $v_i, v_j \in V_E$ es $\vec{m}_{ij} = (1, 0)$.

Cuando n es impar, las cotas inferiores necesarias como fueron establecidas en Prop-4.3.26, son además suficientes para la existencia de solución en \mathcal{P}_{SU} .

Prueba. Verificaremos el enunciado proponiendo una solución. Comenzamos observando que Prop-4.3.26 determina las capacidades y por lo tanto B . Solo resta entonces encontrar Φ y Ψ factibles para el B anterior.

Siendo $|V_E| = |V_T| = n = 2k + 1$. Cada nodo $v_e \in V_E$ tiene aristas hacia $n - 1 = 2k$ nodos y el número total de links utilizados es entonces $n(n - 1)/2 = 2k(2k + 1)/2 = k(2k + 1)$, porque todas las aristas han sido dimensionadas con $b_e = 2 \neq 0$.

En este caso ningún nodo $v_t \in V_T$ está en G_T a una distancia mayor a k . $G_T = \mathcal{C}^n$ y por tanto es un ciclo de $2k + 1$ nodos y aristas. Alejándonos de v_t en un sentido (horario por ejemplo), llegaríamos a un nodo que se encuentra a k aristas de por medio. De seguir avanzando pasaríamos a otro que está a la misma distancia k , porque ahora el camino más corto se alcanza siguiendo el sentido opuesto.

Supondremos por comodidad que tanto los nodos de G_T como los de G_E están numerados desde 0 (v_0, \dots, v_{2k}). Dado $e \in E_E, e = (v_i, v_j)$ usaremos como ruta para el flujo entre $tns(v_i)$ y $tns(v_j)$, al camino más corto entre estos. Si $\rho_{T_e} = \Psi(e)$ entonces $\rho_{T_e}^{ij} = \rho_{T_e} = \{t_i t_{i+1}, \dots, t_{j-1} t_j\}$ o $\rho_{T_e}^{ij} = \rho_{T_e} = \{t_i t_{i-1}, \dots, t_{j+1} t_j\}$, según en que sentido esté el camino más corto. Todos los índices son módulo n y siempre por distancia hablamos de “saltos”³⁵. La función $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$ está por tanto bien definida.

En lo que respecta a $\Phi : (\emptyset \cup E_T) \rightarrow 2^{P_D}$, usaremos como escenario nominal (\emptyset) la ruta directa entre los nodos con demanda, ya que si $\rho_D = \Phi(\emptyset)$, siempre es posible usar $\rho_D^{ij} = \{v_i v_j\}$ porque todas las aristas de G_E están disponibles³⁶.

Además los grafos G_E y G_T son simétricos³⁷. Propondremos un escenario alternativo de ruteo frente a la falla de la arista $f = t_0 t_{2k} \in E_T$, y sin pérdida de generalidad puede utilizarse uno equivalente ante la falla de cualquier otra arista.

En primer lugar mantendremos inalteradas aquellas rutas no afectadas y nos limitaremos a mostrar las nuevas rutas para las demandas sí afectadas.

Las aristas de G_E afectadas por la falla $t_0 t_{2k}$ son $v_{i'} v_{i''}$ donde:

$$\left. \begin{aligned} i' &= 0, 1, \dots, k - 1 \\ i'' &= 2k, 2k - 1, \dots, k + i' + 1 \end{aligned} \right\}, \quad (4.7)$$

y esto es necesariamente así por ser las únicas aristas en que ambos vértices distan respectivamente de v_0 y v_{2k} menos de k ,

$$\begin{aligned} 0 \leq d(0, v_{i'}) &= i' \leq k - 1 \\ 0 \leq d(v_{2k}, v_{i''}) &= 2k - i'' \leq 2k - (k + i' + 1) = k - (1 + i') \leq k - 1 \end{aligned}$$

³⁵No del recorrido $r : E_T \rightarrow \mathbb{R}_0^+$.

³⁶Tienen capacidad asignada. $b = 2$ de hecho.

³⁷ $G_T = \mathcal{C}^n$ y como estamos usando n impar, todas las aristas de $G_E = \mathcal{K}^n$ están siendo utilizadas.

mientras que a la vez por seguir los flujos en G_T el camino mínimo, el largo es:

$$d(v_{i'}, v_{i''}) = n + i' - i'' \leq 2k + 1 + i' - (k + i' + 1) = k.$$

En el primer esquema de Fig-4.16, puede verse un G_E ejemplo para $n = 9$ ($k = 4$). En matices de rojo aparecen las aristas que caen y tienen a v_0 por extremo ($i' = 0$). En matices de azul las de v_1 ($i' = 1$). En matices de verde las de v_2 y finalmente en amarillo la de v_3 .

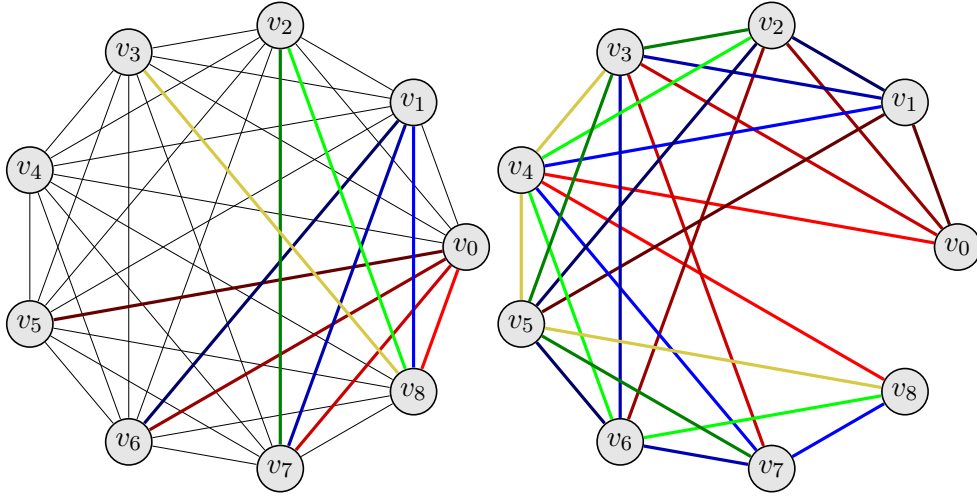


Figura 4.16: Ejemplo de falta $G_E = K^9$.

Antes de proseguir destacamos que el número de aristas y demandas afectadas siempre es:

$$\sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=k+i+1}^{2k} 1 = \sum_{i=0}^{k-1} (k-i) = \sum_{i=1}^k i = \frac{k(k+1)}{2}$$

y como hemos decidido mantener las rutas en las restantes $k(2k+1) - k(k+1)/2 = k(3k+1)/2$ demandas, la capacidad remanente en las aristas disponibles de G_E es 1. Esto es en realidad muy bueno, ya que las demandas sobrevivientes (la mayoría) están siendo óptimamente enrutadas en un sólo salto³⁸.

El ruteo propuesto para las demandas en falta se separa en 2 partes. Para v_0 , el nodo con más demandas afectadas y con mayores distancias medias asociadas en G_T ³⁹, buscaremos rutas en G_E de dos saltos⁴⁰. Si $\Phi(t_0 t_{2k}) = \rho_{D_f}$ proponemos:

$$\rho_{D_f}^{0i''} = \{(v_0 v_{i''-k}), (v_{i''-k}, v_{i''})\}, i'' = 2k, 2k-1, \dots, k+1.$$

En este proceso hemos agotado todos los flujos de distancia k en G_T . Pero más aún, la capacidad remanente en G_E es ahora: $k(3k+1)/2 - 2k = 3k(k-1)/2$, siendo que aún falta enrutar:

³⁸Una demanda enrutada a través de p saltos, consume una capacidad p en G_E .

³⁹En el grafo afectado por la falla.

⁴⁰Que es lo mejor posible ya que justamente, las de un salto han fallado.

$k(k+1)/2 - k = k(k-1)/2$ demandas. Las restantes demandas deben tener una ruta media de tres saltos para no violar la capacidad.

Proponemos por tanto usar:

$$\rho_{D_f}^{i''} = \{(v_{i'}v_{i''-k}), (v_{i''-k}, v_{i''-i'}), (v_{i''-i'}, v_{i''})\}, i'' = 2k, 2k-1, \dots, k+i'+1,$$

que por tener tres saltos cierra perfectamente la condición de capacidad. La idea detrás de la propuesta es generalizar la estrategia seguida para v_0 , reemplazando el segundo salto por las combinaciones de dos saltos que sumen k .

Claro que para ver que es factible hay que asegurarse de no repetir aristas⁴¹. Las de la primera y segunda familia no se solapan porque:

- El primer salto son aristas de “salida” desde v_0 y las rutas en todos los casos son hacia adelante. Usar el segunda familia una arista con v_0 implica que se retrocedió.
- El segundo salto en todos los casos tienen largo k y en la segunda familia no hay saltos de este largo.

Nuevamente puede ser de ayuda ver un esquema, en este caso el segundo de Fig-4.16, donde se muestra con los mismos colores que en el primero, las nuevas rutas elegidas.

Para ver que dentro de la segunda familia de rutas no hay repeticiones, supongamos que sí la hay entre $v_{a'}v_{a''}$ y $v_{b'}v_{b''}$, ($0 < a' < b'$). Observar que el argumento anterior, por el cual las aristas de “salida” de v_0 no podían repetirse, mantiene vigencia para v_i . El primer salto de $v_{a'}v_{a''}$ no puede solaparse con $v_{b'}v_{b''}$.

Por tanto sólo pueden suceder:

- El segundo salto de $v_{a'}v_{a''}$ solapa al primero de $v_{b'}v_{b''}$. En este caso:

$$\left. \begin{array}{l} a'' - k = b' \\ a'' - a' = b'' - k \end{array} \right\} \Rightarrow b'' = 2k + b' - a' > 2k + 1.$$

Absurdo por el grafo tendría al menos $2k + 2$ vértices.

- El tercer salto de $v_{a'}v_{a''}$ solapa al segundo de $v_{b'}v_{b''}$. En este caso:

$$\left. \begin{array}{l} a'' - a' = b'' - k \\ a'' = b'' - b' \end{array} \right\} \Rightarrow b'' = (a'' - a') + k \geq 2k + 1.$$

Ya que $(a'' - a') \geq k + 1$ o la demanda no habría sido afectada por la falla. El resultado es absurdo porque el máximo índice es $2k$.

QED

⁴¹Podríamos estar cumpliendo la capacidad remanente haciendo uso más de una vez de la misma arista, lo que no sería viable porque todas tienen capacidad remanente 1.

Lema 4.3.28 Dado $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$ y siendo: $G_T = (V_T, E_T) = \mathcal{C}^n$, $G_E = (V_E, E_E) = \mathcal{K}^n$ y asumiendo que la demanda entre cualesquiera dos nodos: $v_i, v_j \in V_E$ es $\vec{m}_{ij} = (1, 0)$.

Cuando n es par, las cotas inferiores necesarias como fueron establecidas en Prop-4.3.26, son además suficientes para la existencia de solución en \mathcal{P}_{SU} .

Prueba. Comenzaremos suponiendo que $n > 4$. Como n es par entonces $n = 2k$. En este caso hacemos uso de todas las aristas en $G_E = \mathcal{K}^n$, salvo las diagonales, dimensionando en todos los casos con capacidad 3.

Si tanto los nodos de G_T como los de G_E están numerados desde 0 (v_0, \dots, v_{2k-1}). Dado $e \in E_E$, $e = (v_i, v_j)$ usaremos como ruta para el flujo entre $tns(v_i)$ y $tns(v_j)$, al camino más corto entre estos. Si $\rho_{T_e} = \Psi(e)$ entonces $\rho_{T_e}^{ij} = \rho_{T_e} = \{t_i t_{i+1}, \dots, t_{j-1} t_j\}$ o $\rho_{T_e}^{ij} = \rho_{T_e} = \{t_i t_{i-1}, \dots, t_{j+1} t_j\}$, según en que sentido esté el camino más corto. Con la excepción de las aristas $e = (v_i, v_j)$, $|j - i| = k$, que por ser diagonales no se usan. Todos los índices son módulo n y siempre por distancia hablamos de “saltos”. La función $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$ está por tanto bien definida.

Como dijéramos al comienzo, la función B también está bien definida ya que: $b_{ij} = 3$, $\forall v_i, v_j \in V_E$, $|j - i| \neq k$ y $b_{ij} = 0$ en otro caso.

Las aristas de G_E afectadas por la falla $t_0 t_{2k-1}$ son $v_{i'} v_{i''}$ donde:

$$\left. \begin{aligned} i' &= 0, 1, \dots, k-2 \\ i'' &= 2k-1, 2k-2, \dots, k+i'+1 \end{aligned} \right\}, \quad (4.8)$$

por los mismos argumentos usados en Lem-4.3.27.

En este caso, en lugar de dar una expresión directa para el ruteo como en Lem-4.3.27, usaremos como base la construcción del resultado anterior. En Lem-4.3.27 la cantidad de nodos era impar o sea $\check{n} = 2\check{k} + 1$. En nuestro nuevo caso $n = 2k$, con $k > 4$, vamos por el momento a obviar el nodo v_{2k-1} y todos sus links.

La idea es usar en todos los casos posibles las mismas rutas para $v_i v_j$, $0 \leq i, j \leq 2k-2$ que en el caso impar⁴² en algún escenario de falla: $t_0 t_{2\check{k}-1}$ por ejemplo⁴³. Es interesante que los links afectados en G_E por esta falla, más las diagonales que expresamente omitimos, conforman un conjunto equivalente al de la falla $t_0 t_{2\check{k}}$ en el caso impar usando $\check{k} = k-1$, a excepción de las aristas que terminan en v_{2k-1} obviamente.

⁴²Con índices en el rango $0, \dots, 2k-2$ hay $2k-1$ nodos.

⁴³Los otros casos son análogos por simetría.

En Fig-4.17 se muestra un ejemplo. En este caso el grafo original es $G_E = \mathcal{K}^8$ y el simplificado sería $G_E = \mathcal{K}^7$. Los colores asocian aristas afectadas por la falla t_0t_6 en el primer caso y t_0t_7 en el segundo. Se aprecia que todas las aristas afectadas en el primer caso, tampoco están disponibles en el segundo. Esto porque fallaron o porque son diagonales (punteado).

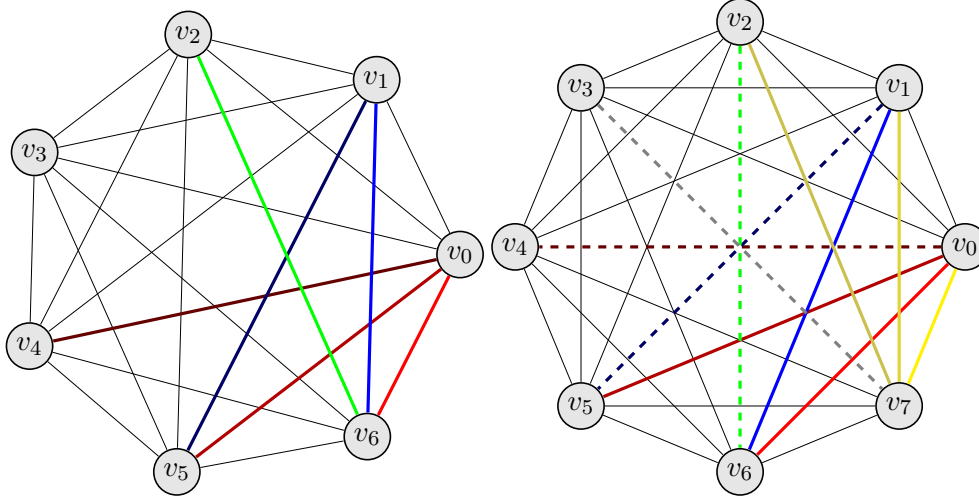


Figura 4.17: Ejemplo de falta $G_E = \mathcal{K}^7$ y $G_E = \mathcal{K}^8$.

También en Fig-4.17 podemos ver que el resto de las aristas/demandas afectadas en \mathcal{K}^8 son las asociadas a v_7 . Esto se justifica porque el conjunto de pares de nodos determinados por (4.8), incluye todos los pares generados por (4.7) usando $\check{k} = k - 1$, a excepción del asociado al menor valor de i'' en cada serie. Usando $\check{k} = k - 1$ en (4.7) se llega a:

$$\left. \begin{array}{l} i' = 0, 1, \dots, k - 2 \\ i'' = 2k - 2, 2k - 3, \dots, k + i' \end{array} \right\},$$

que luce muy parecido a (4.8), salvo por 2 detalles:

- i'' comienza en $2k - 2$ en lugar de $2k - 1$. Representa que los links asociados a v_{2k-1} sólo están en \mathcal{K}^{2k} . Sumamente obvio ya que \mathcal{K}^{2k-1} no tiene tantos nodos.
- En este caso aparecen nuevas combinaciones del tipo $(i', k + i')$, pero estas corresponden a diagonales de \mathcal{K}^{2k} que omitimos por construcción.

Siendo $f = t_0t_{2k}$, el escenario de ruteo: $\rho_{D_f} = \Phi(t_0t_{2k})$ queda parcialmente definido por el símil en \mathcal{K}^{n-1} , $\rho'_{D_{f'}} = \Phi'(t_0t_{2k-1})$, asumiendo: $\rho_{D_f}^{ij} = \rho'_{D_{f'}}^{ij}, \forall 0 \leq i, j \leq 2k - 2$. Observar además que al igual que en Lem-4.3.27, las aristas utilizadas en alguno de los ruteos tienen una utilización⁴⁴ de 2, quedando disponible una capacidad remanente de 1 por haberse dimensionado en este caso con 3.

⁴⁴Máxima en el caso n impar.

Restan las combinaciones del tipo $i' = 0, \dots, k-2$ con $i'' = 2k-1$. Usaremos una estrategia parecida a la del caso impar, buscando la menor cantidad de pasos:

$$\rho_{D_f}^{i', 2k-1} = \begin{cases} \{(v_0 v_{k-1}), (v_{k-1}, v_{2k-2}), (v_{2k-2}, v_{2k-1})\} & i' = 0 \\ \{(v_{i'} v_{i'+k-1}), (v_{i'+k-1}, v_{2k-1})\} & 1 \leq i' \leq k-2 \end{cases} ,$$

en este caso no pueden haber repeticiones de aristas porque: todas se disparan de vértices distintos y llegan al mismo vértice usando siempre aristas de distinto largo.

Solo demostramos la existencia de rutas en escenarios de falla. Para el escenario nominal, como no hay cambio en las matrices de demanda, podemos tomar cualquiera de los escenarios de falla. Por ejemplo: $\Phi(\emptyset) = \Phi(t_0 t_1)$.

Solo falta ver que sucede con $n = 4$. Siendo $\theta = \{(v_0 v_1), (v_1 v_2), (v_2 v_3), (v_3 v_0)\}$, tomamos $B(e) = 4, e \in \theta$ (como en Prop-4.3.26), $\Psi(e) = \{(tns(v_i), tns(v_j))\}, e = (v_i v_j) \in \theta$. El escenario de ruteo frente a la falla de $f = t_0 t_3$ es trivial y corresponde a: $\rho_{D_f} = \{\{(v_0 v_1)\}, \{(v_0 v_1), (v_1 v_2)\}, \{(v_0 v_1), (v_1 v_2), (v_2 v_3)\}, \{(v_1 v_2)\}, \{(v_1 v_2), (v_2 v_3)\}, \{(v_2 v_3)\}\}$. Se aprecia que la arista más recargada es $(v_1 v_2)$ y se carga con 4.

QED

Teorema 4.3.29 (Canale-Risso) *Dados $n = |V|, G_E = \mathcal{K}^n, G_T = \mathcal{C}^n, z_Q$ cóncava y una matriz de demandas común a todos los escenarios \bar{M}' . Si $reqtraf_{\bar{M}'}(v_i, v_j) \leq \hat{b}_{\bar{B}}/k, \forall v_i, v_j \in V_E$, entonces \mathcal{P}_{SU} tiene solución si se cumple: n es impar y $k = 2$, o $n = 4$ y $k = 4$, o n es par mayor que 4 y $k = 3$.*

Prueba. Comenzamos por observar que la concavidad de z_Q , nos permite afirmar que si en un problema se cambia cada demanda en particular: $\vec{m}'_{ij} = (\dot{m}'_{ij}, \ddot{m}'_{ij})$, por la definida como: $\vec{m}''_{ij} = (reqtraf_{\bar{M}''}(v_i, v_j), 0)$ se obtiene un problema más exigente.

Esto es evidente ya que (B, Φ, Ψ) solución del segundo problema, también cumple las restricciones de capacidad en el primero. Porque si una arista $e \in V_E$ es atravesada por las demandas de: $(v_{i^1}, v_{j^1}), \dots, (v_{i^p}, v_{j^p})$, cumple Def-2.3.20 necesariamente:

$$\sum_{l=1}^p \dot{m}'_{i^l j^l} + z_Q \left(\sum_{l=1}^p \ddot{m}'_{i^l j^l} \right) \leq \sum_{l=1}^p \dot{m}'_{i^l j^l} + \sum_{l=1}^p z_Q (\ddot{m}'_{i^l j^l}) = \sum_{l=1}^p reqtraf_{\bar{M}''}(v_{i^l}, v_{j^l}) \leq b_e,$$

estando la primer desigualdad justificada por la concavidad de z_Q .

Una segunda observación sería que si existe solución para un problema con demandas: $\vec{m}'_{ij} = (\dot{m}'_{ij}, 0)$ y capacidad máxima $\hat{b}_{\bar{B}}$, a los efectos de la factibilidad es equivalente tener demandas $\vec{m}''_{ij} = (x \dot{m}'_{ij}, 0)$ y capacidad máxima $x \hat{b}_{\bar{B}}$ ($x \in \mathbb{R}^+$).

Pensemos entonces que por Lem-4.3.27 y Lem-4.3.28, con los k especificados en el enunciado, tenemos solución al problema si: $\vec{m}_{ij} = (1, 0)$ y $\hat{b}_{\bar{B}} \geq k$. Ahora bien, esto equivale por la

observación anterior a decir que hay solución al problema con: $\vec{m}'_{ij} = (reqtraf_{\vec{M}'}(v_i, v_j), 0)$ y $\hat{b}_{\vec{B}} \geq k \max_{ij} \{reqtraf_{\vec{M}'}(v_i, v_j)\}$.

Finalmente por la primer observación podemos asegurar que hay solución al problema usando $\vec{m}'_{ij} = (\dot{m}'_{ij}, \ddot{m}'_{ij})$ si $reqtraf_{\vec{M}'}(v_i, v_j) \leq \hat{b}_{\vec{B}}/k, \forall v_i, v_j \in V_E$.

QED

4.4. Definiciones sobre G_E

Después de presentadas las propiedades teóricas identificadas para las distintas variantes manejadas del modelo, comentaremos las definiciones adoptadas para limitar el análisis a una en particular⁴⁵. Destacamos especialmente Teo-4.3.24, donde se concluía:

$$\mathcal{P}_{SU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{MU} \equiv \mathcal{P}_{MP},$$

porque puede parecer extraño a primera vista, que se haya optado por la alternativa \mathcal{P}_{SU} .

Definición 4.4.1 *Se ha adoptado como variante o familia objetivo en este trabajo, para la estructura y capacidades de la red $G_E = G_D(V_E)$, a la familia \mathcal{P}_{SU} .*

Además de “titular” la definición, presentaremos parte de los argumentos en los que el equipo FING - ANTEL se basó para plegarse a la misma.

Las razones son varias:

- Como comentáramos en Cap-4.3.2, al cumplirse $\mathcal{P}_{MU} \equiv \mathcal{P}_{MP}$ tenía sentido optar por la más sencilla, o sea \mathcal{P}_{MU} . Lo que descarta entonces a \mathcal{P}_{MP} .
- Aún cuando \mathcal{P}_{MU} es teóricamente la más robusta de las familias restantes⁴⁶, y la que consigue además mejores resultados, se descartó por presentar un potencial problema de implementación.

La implementación de las rutas para caminos con “ingeniería de tráfico estricta”, se establece “nodo a nodo”. Para lograr que al existir más de una arista entre dos nodos del camino, éste tome la arista deseada, se requieren mecanismos de ingeniería indirectos complementarios, como ser “coloreo de links”.

Como se manejaba usar caminos de este tipo, y técnicas como el “coloreo” no están integradas a las prácticas de operación, se vio riesgoso adoptar una definición, que podía comprometer la operación como se realiza en la actualidad.

- Las diferencias en la calidad de las soluciones entre \mathcal{P}_{SP} y \mathcal{P}_{SU} , no parecía importante cuando ambos problemas eran factibles. Especialmente cuando se creaba una estructura

⁴⁵El tiempo no permitía implementaciones para todas las familias.

⁴⁶La condición de suficiencia en Teo-4.3.25 tiene en sus hipótesis exigencias fáciles de cumplir.

densa en G_E , agregando aristas a E_E .

Además en el Área Metropolitana de Montevideo (AMM), la Red de Agregación MPLS ya estaba en avanzado proceso de instalación; aunque en este contexto las distancias viabilizaban el uso directamente de fibra óptica. Podemos pensar que en AMM la Red de Transporte es “física” y por tanto no dispone de protección.

Se buscó por homogeneidad no implementar mecanismos diferentes en distintas partes de la red. Esto contribuyó a descartar \mathcal{P}_{SP} . Aunque quizás por todo lo expuesto la principal razón sea la siguiente.

- Resolver \mathcal{P}_{SU} mantenía el escenario más conservador, en lo que hace tanto a: las rutas, como a las conexiones de transporte. Pero al mismo tiempo se consigue seguridad económica, porque los recursos planificados para \mathcal{P}_{SU} , serán suficientes para adaptarse a un futuro cambio de implementación.

Pensamos en otras palabras que se prefirió optimizar el peor de los escenarios. Aquel en que durante el período 2009 - 2013, no dependería de ningún cambio en las prácticas de trabajo para poder realizarse.

Con esto cerramos todo lo referente a las hipótesis sobre el modelo. Como consideración final adelantamos que el modelo adoptado es por mucho, el más complejo de resolver informáticamente de los planteados. Lo que representó en sí mismo un importante desafío adicional.

Capítulo 5

Modelo Abstracto (MORN)

Llamaremos MORN (MultiOverlay Robust Network) al problema de optimización concreto:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{(B, \Phi, \Psi)} \sum_{\substack{\rho_T = \Psi(e) \\ e = (v_i v_j) \\ e \in E_D}} r(\rho_T^{ij}) T(b_{ij}) \\
 |\rho_T^{ij}| = 1 \\
 |\rho_T^{ij}| = 2 \\
 \left(\sum_{\substack{b_{ij} \neq 0 \\ \forall v_j \in V_E}} 1 \right) = 1 \\
 \left(\sum_{\substack{b_{ij} \neq 0 \\ \forall v_j \in V_A}} 1 \right) = 0 \\
 b_{pq} \geq \sum_{\forall v_j \in V_D} \dot{m}_{pj} + z_Q \left(\sum_{\forall v_j \in V_D} \ddot{m}_{pj} \right) \\
 \vec{m}_{ij}^{\emptyset} = \vec{m}_{ij} + \sum_{\substack{b_{ei} \neq 0 \\ \forall v_e \in V_A}} \vec{m}_{ej} + \sum_{\substack{b_{fj} \neq 0 \\ \forall v_f \in V_A}} \vec{m}_{if} + \sum_{\substack{b_{ei} \neq 0 \\ \forall v_e \in V_A}} \sum_{\substack{b_{fj} \neq 0 \\ \forall v_f \in V_A}} \vec{m}_{ef} \\
 \vec{m}_{ij}^t = \vec{m}_{ij} + \sum_{\substack{\Psi(ei) \cap \{t\} = \emptyset \\ b_{ei} \neq 0 \\ \forall v_e \in V_A}} \vec{m}_{ej} + \sum_{\substack{\Psi(fj) \cap \{t\} = \emptyset \\ b_{fj} \neq 0 \\ \forall v_f \in V_A}} \vec{m}_{if} + \sum_{\substack{\Psi(ei) \cap \{t\} = \emptyset \\ b_{ei} \neq 0 \\ \forall v_e \in V_A}} \sum_{\substack{\Psi(fj) \cap \{t\} = \emptyset \\ b_{fj} \neq 0 \\ \forall v_f \in V_A}} \vec{m}_{ef} \\
 |\rho_{D_t} \cap t| = 0 \\
 |\rho_{D_t}^{ij}| = 1 \\
 b_{pq} \geq \sum_{\forall v_i, v_j \in V_E} (\dot{m}_{ij}^t | \rho_{D_t}^{ij} \cap e |) + z_Q \left(\sum_{\forall v_i, v_j \in V_E} (\ddot{m}_{ij}^t | \rho_{D_t}^{ij} \cap e |) \right)
 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l}
 \forall e \in E_E, e = (v_i v_j), \\
 b_{ij} \neq 0, \rho_T = \Psi(e). \\
 \forall e \in E_D, e = (v_i v_j), \\
 v_i \in V_A, v_j \in V_E, b_{ij} \neq 0, \\
 ns(v_i, v_j) = 0, \rho_T = \Psi(e). \\
 \forall v_i \in V_A. \\
 \forall v_i \in V_A. \\
 \forall v_p \in V_A, v_q \in V_E, \\
 b_{pq} \neq 0. \\
 \forall v_i, v_j \in V_E. \\
 \forall v_i, v_j \in V_E, \forall t \in E_T. \\
 \forall t \in E_T, \rho_{D_t} = \Phi(t). \\
 \forall v_i, v_j \in V_E, \\
 \forall t \in \{\emptyset \cup E_T\}, \\
 \vec{m}_{ij}^t \neq \vec{0}, \rho_{D_t} = \Phi(t). \\
 \forall e \in E_E, e = (v_p v_q), \\
 \forall t \in (\emptyset \cup E_T), \\
 \rho_{D_t} = \Phi(t), \\
 \vec{m}_{ij}^t = (\dot{m}_{ij}^t, \ddot{m}_{ij}^t).
 \end{array}$$

y se explica ecuación a ecuación de la siguiente forma:

- En primer término está el objetivo a optimizar. Hay que encontrar una terna de funciones (B, Φ, Ψ) que minimice la suma de los costos de transporte, para cada arista de datos $e \in E_D$ que tenga flujo asociado. En cada caso se adiciona el producto: del recorrido del flujo $r(\rho_T^{ij})$, por el costo por kilómetro correspondiente a la capacidad con que este fuera dimensionado $T(b_{ij})$. El resto de las ecuaciones son restricciones.
- La primer restricción indica que toda arista $e \in E_E$ entre nodos edges, que forme parte de la solución ($b_{ij} \neq 0$), debe tener un único flujo asociado en G_T .
- La segunda restricción establece que toda arista $e \in E_D$, entre un nodo de acceso $v_i \in V_A$ y un edge $v_j \in V_E$, que forme parte de la solución ($b_{ij} \neq 0$), debe estar implementada con dos flujos, si ambos nodos están en estaciones distintas ($ns(v_i, v_j) = 0$).
- La tercera establece que todo nodo de acceso $v_i \in V_A$, se conecta en la solución a un único nodo edge. Esto porque la cantidad de “vecinos edge” efectivos (que cumplen $b_{ij} \neq 0$) debe sumar 1.
- La cuarta establece que ningún nodo de acceso $v_i \in V_A$, se conecta en la solución a otro nodo de acceso. Esto porque la cantidad de “vecinos access” efectivos (que cumplen $b_{ij} \neq 0$) debe sumar 0.
- En quinto lugar se encuentra la restricción que establece que la conexión de un nodo de acceso ($v_p \in V_A$), a su edge correspondiente ($v_q \in V_E, b_{pq} \neq 0$), debe tener capacidad suficiente para cumplir con la suma de las demandas: comprometidas y los requerimientos de la eventuales, hacia cualquier otro nodo de la red.
- Las sexta y séptima restricciones definen las matrices de demanda $\{\bar{M}'_0, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$. La sexta lo establece para el escenario “nominal” ($t = \emptyset$) y la séptima para todos los escenarios de falla ($t \in E_T$). En cada caso se asocian como demanda efectiva entre $v_i, v_j \in V_E$: la propia (\vec{m}_{ij}), más la de los nodos de acceso que por estar conectados a v_i ($v_e \in V_A$ con $b_{ei} \neq 0$) o a v_j ($v_f \in V_A$ con $b_{fj} \neq 0$), deben cursar el tráfico entre ellos o hacia estos edges, a través del túnel que los últimos comparten.

Para los casos de falla ($t \in E_T$), se obvian aquellos nodos de acceso cuyos caminos de transporte intersecten a la arista en falta ($\Psi(ei) \cap \{t\} = \emptyset$ y $\Psi(fj) \cap \{t\} = \emptyset$).

- La octava expresa que en cualquier escenario de falla ($t \in E_T$), el ruteo propuesto ($\rho_{D_t} = \Phi(t)$), no debe hacer uso de la arista que ha fallado ($|\rho_{D_t} \cap t| = 0$).
- La novena indica que en cada escenario de falla y en el nominal ($t \in \{\emptyset \cup E_T\}$), el escenario de ruteo correspondiente ($\rho_{D_t} = \Phi(t)$), debe incluir un único túnel entre cualesquiera dos nodos edge: $v_i, v_j \in V_E$, que tengan demanda efectiva entre sí para ese escenario en particular ($\vec{m}'_{ij} \neq \vec{0}$).

- La décima y última restricción cumple una función similar a la quinta, pero entre los nodos edge. Es algo más complicada porque en una arista entre edges ($e \in E_E$), no sólo pasa el tráfico entre estos, sino el tráfico en tránsito entre otros para este escenario $t \in (\emptyset \cup E_T)$.

La idea es que cuando cualquier túnel para este escenario ($\rho_{D_t}^{ij}$) toca la arista¹ e (equivalente a $|\rho_{D_t}^{ij} \cap e| = 1$), se cargan a e las demandas correspondientes.

No es necesario en este caso exigir que $e = (v_p v_q)$ sea efectivamente usada ($b_{pq} \neq 0$) para considerarla. De no serlo, la misma búsqueda de minimizar el objetivo “empujará” hacia 0 el valor de b_{pq} , en aras de encontrar el menor valor posible.

Veremos además que nuestro modelo no sólo es complicado de escribir, sino que es un problema computacionalmente muy complejo.

5.1. Complejidad Computacional

El problema MORN antes planteado es NP-Completo. Más aún: existen varios niveles del problema en esta condición. Para facilitar las demostraciones comenzaremos por realizar una simplificación del problema consistente en suponer que no hay nodos de acceso, y por lo tanto toda la demanda se encuentra asimilada en nodos edge.

Esto elimina varias ecuaciones llevando el sistema a la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{(B, \Phi, \Psi)} \sum_{\substack{\rho_T = \Psi(e) \\ e = (v_i v_j) \\ e \in E_E}} r(\rho_T^{ij}) T(b_{ij}) \\ |\rho_T^{ij}| = 1 \\ |\rho_{D_t} \cap t| = 0 \\ |\rho_{D_t}^{ij}| = 1 \\ b_{pq} \geq \sum_{\forall v_i, v_j \in V_E} (\dot{m}_{ij} |\rho_{D_t}^{ij} \cap e|) + z_Q \left(\sum_{\forall v_i, v_j \in V_E} (\ddot{m}_{ij} |\rho_{D_t}^{ij} \cap e|) \right) \end{array} \right. \begin{array}{l} \forall e \in E_E, e = (v_i v_j), \\ b_{ij} \neq 0, \rho_T = \Psi(e). \\ \forall t \in E_T, \rho_{D_t} = \Phi(t). \\ \forall v_i, v_j \in V_E, \\ \forall t \in \{\emptyset \cup E_T\}, \\ \ddot{m}_{ij} \neq \vec{0}, \rho_{D_t} = \Phi(t). \\ \forall e \in E_E, e = (v_p v_q), \\ \rho_{D_t} = \Phi(t) \end{array}$$

y logrando una versión mucho más simple del problema, consistente en encontrar:

- Una ruta simple en G_T para cada arista efectiva de G_E .
- Escenarios de ruteo ante fallas que no utilicen la arista afectada.

¹Recordar que al ser los túneles simples: o esto no sucede, o sucede sólo una vez.

- Un túnel en G_E entre cualesquiera dos nodos que tengan demanda, en cualquier escenario (falla o nominal) de G_T .
- Un dimensionamiento de las capacidades en E_E que garantice los requerimientos de demanda², para la configuración de túneles elegida.
- Al tiempo que se minimizan los costos incurridos en G_T para esta configuración.

Este subproblema ya había sido visualizado como el más complicado, en más de una oportunidad a lo largo de este documento. Ahora veremos formalmente cuan complejo es.

En primer término intentaremos aislar el subproblema correspondiente al ruteo en la Red de Datos, en lo que hace al manejo de los requerimientos de demanda y las capacidades. A tales efectos presentamos un problema bien conocido en computación que asociaremos al anterior. Este problema se conoce como “Partition Problem” y consiste en dado un multiset³ de enteros, decidir si este puede ser particionado⁴ en dos partes, tal que la suma de cada parte coincida.

Más formalmente, el problema NPP (Number Partitioning Problem) se define como: dada una lista de enteros positivos: a_1, a_2, \dots, a_N , se debe encontrar una partición $\mathcal{A} \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$ tal que la discrepancia:

$$E(\mathcal{A}) = \left| \sum_{i \in \mathcal{A}} a_i - \sum_{i \notin \mathcal{A}} a_i \right|,$$

encuentre su valor mínimo en el conjunto $\{0, 1\}$. Esto último para contemplar aquellos casos en que la suma de elementos del conjunto sea impar.

Un ejemplo de pequeña escala de este problema, podría ser encontrar una “partición perfecta” (como la antes definida) para la instancia específica: $\{771, 121, 281, 854, 885, 734, 486, 1003, 83, 62\}$, que efectivamente cuenta con una partición perfecta (una sola), aunque basta intentar buscarla para entender que no es trivial encontrarla⁵.

Según consta en [3PPWIK] y [TEHPNP], este problema es un problema NP-Completo bien conocido. De hecho uno de los más famosos. Usaremos la forma de “problema de decisión” del mismo, consistente en determinar si existe o no una partición perfecta para la instancia, como base para la prueba de NP-Compleitud.

²Ahora comunes a todos los escenarios de falla, ya que no puede existir access nodes afectados por alguna.

³Esencialmente un “conjunto” donde está permitido repetir elementos. Por ejemplo: $\{1, 1, 2, 3\}$ es un multiset válido, pero no un conjunto válido.

⁴Separado en conjuntos disjuntos, cuya unión da como resultado el conjunto original.

⁵Ésta es: $\{771, 281, 854, 734\}$ y $\{121, 885, 486, 1003, 83, 62\}$.

Teorema 5.1.1 Si z_Q fuera de orden computacional polinomial, el problema MORN planteado en este capítulo sería NP-Completo. De lo contrario será NP-Hard.

Prueba. Sean π el problema MORN simplificado y π' el problema NPP antes presentado. Llamaremos $D_{\pi'}$ al conjunto de instancias de π' y $Y_{\pi'} \subseteq D_{\pi'}$ al subconjunto de instancias “positivas”. Instancias para las que existe solución al problema de partición.

Dada una instancia cualquiera $d \in D_{\pi'}$, un conjunto $\{a_1, \dots, a_N\} \subseteq \mathbb{Z}^+$, construimos un grafo G_E de la siguiente forma:

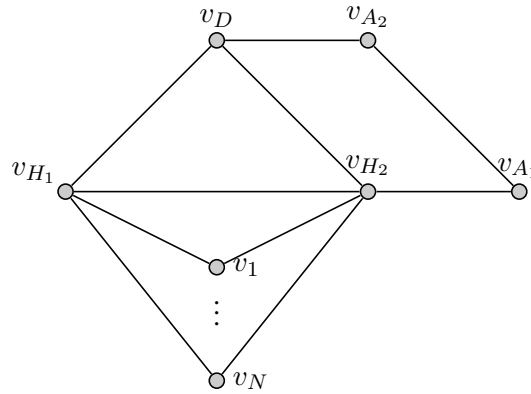


Figura 5.1: Grafo para reducción de NPP a MORN.

Como capacidades elegimos $\hat{B} = \{0, \lceil s/2 \rceil\}$, donde $s = \sum_{1 \leq i \leq N} a_i$. Tomamos la misma topología para la Red de Transporte. Llamaremos: $t_D, t_{H_1}, t_{H_2}, t_{A_1}, t_{A_2}, t_1, \dots, t_N$, a los nodos que comparten estación con sus homónimos. Supondremos además que $\forall e_t \in E_T, r(e_t) = 1$.

Finalmente las únicas demandas son de la forma: $\dot{m}_{iD} = a_i, \forall 1 \leq i \leq N$ (entre v_D y todos los v_i). Los nodos $v_{H_1}, v_{H_2}, v_{A_1}, v_{A_2}$ son de Steiner.

Tal como está planteada G_E , todas sus aristas efectivas copiarán las correspondientes en G_T , ya que esto representa el máximo nivel de independencia⁶ y el menor costo posible⁷. La función Ψ quedará entonces definida por la forma de la Red de Transporte, y las implementaciones de flujo serán de 1 salto.

Tomamos B de forma que $b_e = \hat{b}_{\hat{B}}, \forall e \in E_E$. Llamaremos $f : D_{\pi'} \rightarrow D_{\pi}$ a la transformación de una instancia de π' en otra de π como se ha descrito. Es evidente que este proceso de transformación, es de complejidad computacional polinomial.

(\Rightarrow) Probaremos ahora en primer lugar que si $d \in Y_{\pi'}$ entonces $f(d) \in Y_{\pi}$. En efecto, si $d \in Y_{\pi'}$ es porque existe $\mathcal{A} \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$ tal que $|\sum_{i \in \mathcal{A}} a_i - \sum_{i \notin \mathcal{A}} a_i| \in \{0, 1\}$. Supon-

⁶Una falta en G_T afectará una única arista de G_E .

⁷Al seguir el menor camino. El directo.

gamos por comodidad⁸ que $\sum_{i \in \mathcal{A}} a_i \geq \sum_{i \notin \mathcal{A}} a_i$.

Estableceremos que en el escenario nominal, aquellos nodos v_i con $i \in \mathcal{A}$ ruteen saltando en primer lugar a v_{H_1} y posteriormente a v_D . Aquellos v_i con $i \in \bar{\mathcal{A}}$ harán el camino: $\{(v_i, v_{H_2}), (v_{H_2}, v_D)\}$. Esto es posible porque $\hat{b}_B = \lceil s/2 \rceil$ y cierra el escenario nominal.

Cuando una falla en $t_i t_{H_1}$ afecte la ruta $\{(v_i, v_{H_1}), (v_{H_1}, v_D)\}$, se substituirá ésta por: $\{(v_i, v_{H_2}), (v_{H_2}, v_{H_1}), (v_{H_1}, v_D)\}$ que representa un “detour” para la ruta original. Idem cuando la falta sea de la forma $t_i t_{H_2}$.

Una falta en el conjunto de aristas: $\{t_{H_1} t_{H_2}, t_{H_2} t_{A_1}, t_{A_1} t_{A_2}, t_{A_2} t_D\}$ no tiene impacto alguno, porque en estado nominal no se utiliza ninguno de los links asociados.

La falta en $t_{H_1} t_D$, requiere que todos los túneles que usaban $v_{H_1} v_D$, hagan el “detour” por: $\{(v_{H_1} v_{H_2}), (v_{H_2}, v_{A_1}), (v_{A_1}, v_{A_2}), (v_{A_2}, v_D)\}$, ya que $v_{H_2} v_D$ está saturada⁹.

Por último la falta en $t_{H_2} t_D$, requiere un “detour” algo menor y es: $\{(v_{H_2}, v_{A_1}), (v_{A_1}, v_{A_2}), (v_{A_2}, v_D)\}$, lo que termina demostrando que π es factible. En consecuencia tiene óptimo y se cumple entonces que $f(d) \in Y_\pi$.

(\Leftarrow) Probaremos finalmente que si $f(d) \in Y_\pi$ entonces $d \in Y_{\pi'}$. En este caso sabemos que existe solución (B, Φ, Ψ) para π . Tomemos $\text{bond}_{G_T} = \{(t_{H_1} t_D), (t_{H_2} t_D), (t_{A_1} t_{A_2})\}$; como la instancia es factible y usando Lem-4.3.11, debe cumplirse:

$$\text{reqtra}f_M(\{v_d\}, \{v_1, \dots, v_N\}) \leq \lceil s/2 \rceil \lfloor \frac{|\text{bond}_{G_E}|2}{3} \rfloor,$$

sólo posible cuando los tres links del bond están activos.

Tomemos $\rho_D = \Phi(t_{A_1} t_{A_2})$. Dado $v_i, 1 \leq i \leq N$ e independientemente de los saltos intermedios seguidos según ρ_D^{iD} en su camino a v_D , el último salto del túnel toma el link $v_{H_1} v_D$ o $v_{H_2} v_D$. Al tener estos capacidad $\lceil s/2 \rceil$, se desprende que hemos conseguido una partición perfecta del conjunto de demandas \hat{m}_{iD} , que no es otro que el conjunto $\{a_1, \dots, a_N\}$ original.

Lo anterior sumado a la complejidad polinomial de f , demuestra que π' (NPP) es una “reducción polinomial” de π (MORN). Simbólicamente $\pi' \preceq \pi$.

El problema de decisión MORN, consistente en saber si existe una configuración (B, Φ, Ψ) de costo menor que cierto $c \in \mathbb{R}^+$, es o no un problema NP, dependiendo de que z_Q sea o no de orden polinomial en su complejidad computacional.

⁸Pero sin pérdida de generalidad alguna.

⁹Tiene un gap de 0 o 1. Si es 0 ya está 100% saturada. Si es 1 es porque la suma es impar, el túnel de menor tamaño posible en la otra mitad es 2 y a efectos prácticos tampoco cuenta con capacidad.

Lo anterior se justifica porque:

- Si $|V_E| = n$ entonces $|E_E| \leq \frac{n(n-1)}{2}$. La cantidad de aristas efectivas ($b_{ij} > 0$) en G_E , está acotada por un polinomio en el tamaño del problema.
- Debe ser $|V_T| = |V_E| = n$, porque sólo manejamos estaciones de interés y no estamos considerando los nodos de acceso. Por tanto $|E_T| \leq \frac{n(n-1)}{2}$. La cantidad de aristas en G_T , está acotada por un polinomio en el tamaño del problema.
- Los escenarios de ruteo en G_E son por tanto a lo sumo: $1 + \frac{n(n-1)}{2}$. En cada uno hay que chequear que no se viola la capacidad en a lo sumo: $\frac{n(n-1)}{2}$ aristas de G_E .
- Para esto último es una comparación entre números, donde hay que sumar y computar z_Q en las demandas, que son a lo sumo: $\frac{n(n-1)}{2}$.

Por lo tanto la polinomialidad en la complejidad computacional, de chequear la satisfacibilidad de una solución al MORN, está estrictamente atada a la de la función z_Q .

Si z_Q es polinomial entonces MORN es un problema NP. Como en el transcurso de esta prueba encontramos una reducción polinomial de MORN a NPP, que es NP-Completo, MORN también sería NP-Completo.

Si z_Q no es polinomial entonces MORN no es un problema NP. Pero al existir una reducción polinomial a un problema NP-Completo, MORN sería un problema NP-Hard.

QED

De la misma forma que probamos que MORN es NP-Completo estableciendo: B y Ψ (por tanto aislando el ruteo sobre la Red de Datos como problema concreto), podríamos haber determinado la NP-Compleitud, desconociendo la complejidad del ruteo y reduciendo el problema a definir una topología sobre G_T de costo mínimo con la conectividad requerida.

En otras palabras, encontramos varios subproblemas de MORN que son NP-Completo. Por todo lo expuesto la estrategia elegida para resolver el problema MORN, estuvo basada desde el principio en el uso de Meta-heurísticas.

Se han experimentado al menos cinco familias entre las que se incluyen: Algoritmos Genéticos, Simulated Annealing, Descomposición de Benders, VNS (Variable Neighbourhood Search) y GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure). En este artículo nos concentraremos en los resultados obtenidos con GRASP por ser con los que hasta el momento se han logrado los mejores resultados.

Parte IV

META-HEURÍSTICA

Capítulo 6

Un Algoritmo GRASP para MORN

La familia de Meta-heurísticas elegida para construir la solución al problema es GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) ver [MRECCR].

En este problema particular¹ la forma específica de GRASP con la que se lograron los mejores resultados es la esquematizada en Fig-6.1.

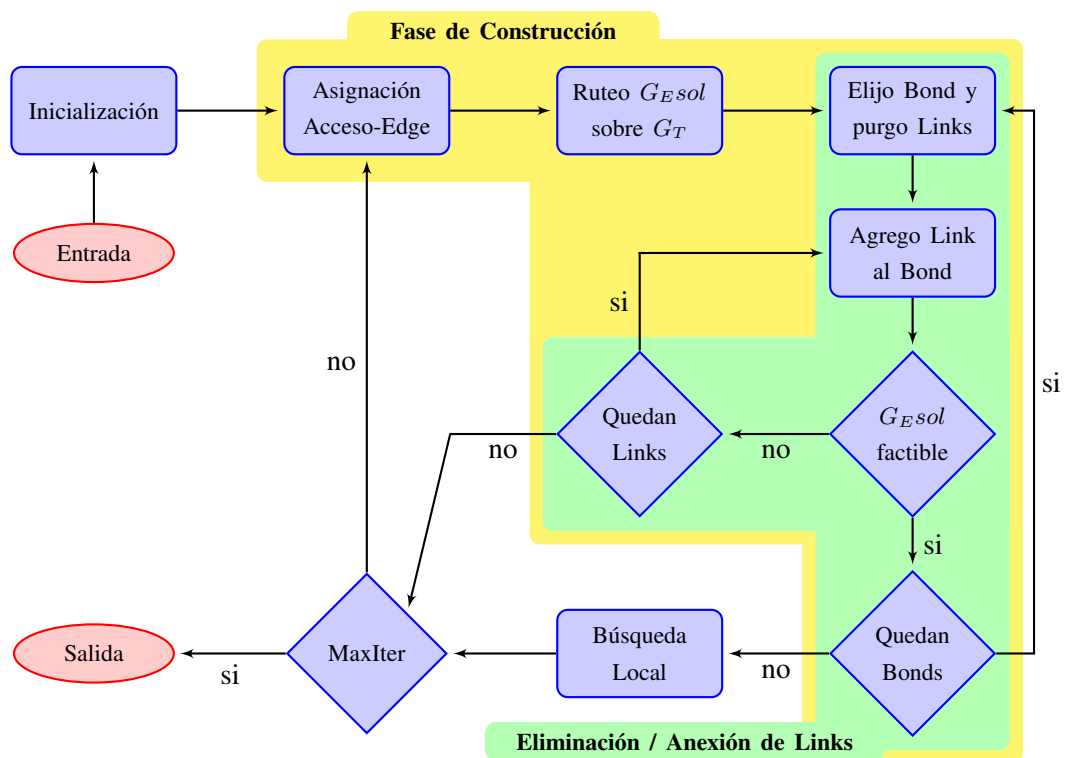


Figura 6.1: Representación en Bloques de la implementación en GRASP de MORN.

¹Y después de haber ensayado muchas variantes.

En Teo-5.1.1 demostramos que MORN es NP-Completo y por tanto no es posible garantizar que este (u otro) algoritmo hallará exactamente el “óptimo” en tiempo razonable. Sí contamos que luego de un cierto número de iteraciones, nuestro algoritmo habrá encontrado una “mejor solución” de muy buena calidad.

Destacamos que a los efectos de estimar el error incurrido, se hizo el esfuerzo de buscar familias de relajaciones que pudieran resolverse con algún método exacto. Desafortunadamente ninguna de las analizadas pudo ser resuelta para tamaños razonables con el motor CPLEX disponible en Facultad de Ingeniería.

En el diseño del algoritmo se usaron varios de los resultados teóricos analizados en capítulos anteriores, así como algunas ideas usadas en las respectivas demostraciones.

Daremos una primera aproximación al algoritmo cuyos bloques han sido presentados en Fig-6.1, para luego pasar a detallar lo esencialmente importante de cada bloque.

Como todo GRASP, la implementación elegida (de aquí en más GRASP-MORN), cuenta con: una fase de inicialización y un loop que se corre MaxIter veces, que a su vez cuenta con dos fases: construcción pseudo-aleatorizada de una solución factible y una posterior búsqueda local. Se entrega como resultado la mejor solución encontrada durante las MaxIter iteraciones.

En “Inicialización” se ejecutan subrutinas que generan información invariante durante las iteraciones, pero útil a su vez para algunos algoritmos que se ejecutan en el loop principal. Será analizada en detalle en Cap-6.1.

La construcción de la solución factible se inicia en “Asignación Access-Edge” (Cap-6.2), prosigue en: “Ruteo $G_{E\text{sol}}$ sobre G_T ” (Cap-6.3), “Depuración de los Bonds” (Cap-6.4) y finaliza una vez depurados todos los bonds, para pasar a la “Búsqueda Local” (Cap-6.6).

Antes de entrar en detalles diremos que en “Asignación Access-Edge”, se elige una correspondencia aleatorizada entre los nodos de acceso y edge del problema. Se sorteá a que edge será conectado cada nodo de acceso. El resultado de esta etapa es un problema similar al analizado en Cap-5.1, pero con múltiples matrices de demanda: $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, ya que conocido a que edge conecta cada access y siguiendo el camino mínimo en G_T para esta conexión, podemos calcular cuales son las demandas afectadas por cada falla particular en G_T .

La segunda etapa de la construcción de la solución factible consiste en construir G_E , definiendo $B : E_E \rightarrow \hat{B}$ y $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$. Saber entonces si una configuración es factible implica encontrar $\Phi : (\emptyset \cup E_T) \rightarrow 2^{P_D}$, pero como esto es muy costoso en sí mismo², hemos buscado una primera aproximación basada en Lem-4.3.11 para acelerar la construcción, aunque de todos modos la última palabra está en rutear como se verá en Cap-6.5.

²Es el subproblema por el que demostramos la NP-Compleitud en Teo-5.1.1.

Finalmente “Búsqueda Local” es una familia de subrutinas que se verá en Cap-6.6.

6.1. Inicialización

Los datos importantes del problema que se computan en este bloque son:

- Distancias entre Nodos. Se calculan las distancias más cortas en $V_T \times V_T$ y los caminos asociados en G_T usando el “Algoritmo de Dijkstra”. Las distancias correspondientes para los nodos $V_D \times V_D$ se infieren en G_T por los nodos que comparten estaciones.
- Identificación del Nodo Internet. Llamamos Nodo Internet a aquel que centraliza la mayor demanda eventual agregada, desde el resto de los nodos de G_D . Por ser en un escenario realista el principal destino de tráfico, tiene un rol importante en como se forma la estructura de la red.
- Ranking de Nodos de Acceso por Demanda. En la asignación access - edge se comienza por los nodos con demanda más importante hacia el Nodo Internet, ya que estos suelen ser los que tienen principal importancia en establecer cuales nodos edge terminan formando parte de la solución.
- Ranking de Vecinos Edge por Distancia. Otro dato importante para determinar a que nodo edge será conectado un nodo de acceso es la distancia real (en el transporte) que lo separa del mismo. Se pre-calculan en esta parte todas las distancias desde cualquier nodo de acceso a los edges con los que tiene link potencial en G_D . Se crea con estas un ranking en orden creciente de distancia a los potenciales edges a ser conectado.
- Cálculo de todos los “Bonds Estructurales”. Como buena parte de la información de G_E se tiene después de asignados los nodos de acceso (e.g.: demandas, nodos fijos/steiner.), no hay mucha información directa de G_E para calcular en este punto. Indirectamente sin embargo y en buena medida, la estructura final de G_E está condicionada por la Red de Transporte (G_T) mediante los bonds, como fuera visto en Lem-4.3.11.

Al ser G_T invariante dentro del problema podemos pre-computar los bonds. Pero esta tarea es nada trivial y dedicaremos Cap-6.1.1 a explicarla.

- Cálculo de “Asociación Topológica”. En forma similar al punto anterior, existen propiedades topológicas que vinculan a las redes: G_T con G_E y que pueden ser pre-computados al inicio del algoritmo. Este caso, al igual que el anterior, se profundizará en Cap-6.1.2.

6.1.1. Cálculo de Bonds Estructurales

La idea detrás de esta subrutina viene de [DBWIGT] y es que: “los bonds en un grafo plano son aquellos cuyas aristas forman un ciclo en el grafo dual”.

El grafo dual de G_T (que llamaremos G_T^*) no depende sólo de G_T sino además de alguna representación plana elegida. En nuestro caso tomaremos como representación la misma Red de

Transporte, y por tanto requerimos que los datos de entrada incluyan las coordenadas geográficas de los nodos de transporte.

Solo restaría entonces encontrar todos los ciclos de G_T^* , desgraciadamente la tarea de encontrar todos los ciclos de un grafo, incluso en el caso planar y cúbico (3-regular) puede ser difícil (NP-hard). Efectivamente por [MRGDSJ] el problema de saber si un grafo: plano, cúbico 3-conexo es Hamiltoniano, es NP-completo. Problema más sencillo que el anterior. Por lo tanto no podemos esperar tener un algoritmo eficiente para el mencionado listado de formato general.

Sin embargo, en nuestra realidad³ (y parece ser que sería el caso general), la existencia de pocos nodos de grado mayor a dos facilita la tarea. Sin exagerar en detalles, la idea general consiste en simplificar G_T eliminando todos los vértices de grado dos y generar G'_T .

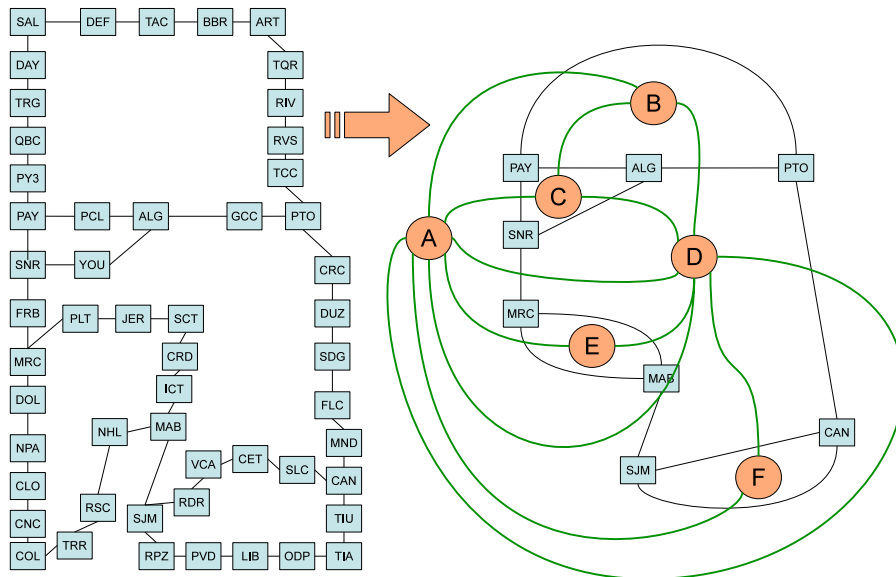


Figura 6.2: Colapso de G_T (izquierda) en G'_T (derecha).

En Fig-6.2 se muestra un ejemplo con el “hemisferio oeste” de la Red de Transporte de ANTEL. Se eliminan en primer lugar todos los nodos de grado dos de G_T y se calcula el dual⁴ G_T^* . En el ejemplo: $G_T^* = (V_T^*, E_T^*)$, con $V_T^* = \{A, B, C, D, E, F\}$, siendo las aristas destacadas con “verde” en Fig-6.2.

Sus ciclos elementales⁵ serán: $ABCA$, $CBDC$, $ACDA$, $ADEA$ y $AFDA$. Luego tenemos a lo sumo $2^5 = 32$ ciclos, lo cual es un número más que tratable. Posibles combinaciones: $ABCA+CBDC = ABDCA$ que es un ciclo válido, pero $ABCA+AFDA = ABCAFDA$

³La de la Red de Transporte de ANTEL.

⁴El dual tiene un nodo por cada cara del primal y una arista entre cada adyacencia de las caras.

⁵Definidos en torno a cada cara de G_T^* menos una. La no acotada por ejemplo. En nuestro caso los centros corresponden a: PAY, ALG, SNR, MRC, MAB, SJM y CAN, pero algunos repiten ciclos.

no lo es ya que repite el vértice A. Como se ve, el algoritmo es muy sencillo y se puede implementar usando vectores de bits por cada arista.

Sin embargo la implementación eficiente ha requerido de algunas hipótesis propias de las configuraciones: como que la cara exterior (nodo A) define en G'_T el nodo de mayor grado, o la existencia del Nodo Internet, que permiten descartar muchos casos.

Conocidos los “bonds estructurales” de G_T (todos los ciclos de G'_T), un bond particular se consigue eligiendo alguna combinación concreta de aristas, dentro de las aristas que colapsadas forman las aristas de G'_T .

Por ejemplo, si el bond estructural fuera $ABDFA$, podríamos tomar: SAL-DAY (por AB), GCC-PTO (por BD), SLC-CAN (por DF) y PDV-LIB (por FA).

Los bonds estructurales y la sucesión de aristas en G_T asociadas a cada arista en G'_T , son datos que se pre-computan al inicio del algoritmo para aumentar la eficiencia.

6.1.2. Asociación Topológica G_E, G_T

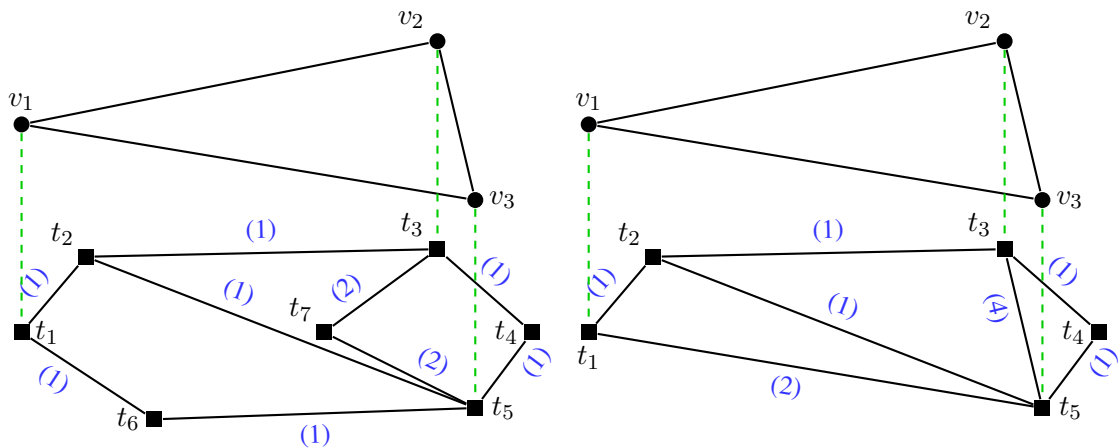


Figura 6.3: Colapso de G_T (izquierda) en G''_T (derecha).

Al igual que en Cap-6.1.1, en este paso se usa un grafo G''_T , resultante de colapsar los nodos de G_T con grado dos, salvo por dos excepciones: se conservarán los nodos de transporte si comparten estación con un nodo edge, o si su eliminación genera en G''_T una arista múltiple. Se establecerá en este caso una nueva función de recorridos $r' : E''_T \rightarrow \mathbb{R}^+$, que agregue los recorridos de las aristas colapsadas.

Frente a ambigüedad por la aparición de aristas múltiples en G''_T , se deben colapsar los nodos de G_T que den como resultado la arista en G''_T de mayor recorrido asociado.

En Fig-6.3 se ve un sencillo ejemplo. El nodo t_6 fue eliminado y se agregó t_1t_5 con distancia 2. Entre eliminar t_4 y t_7 , se optó por t_7 porque generaba t_3t_5 con distancia 4.

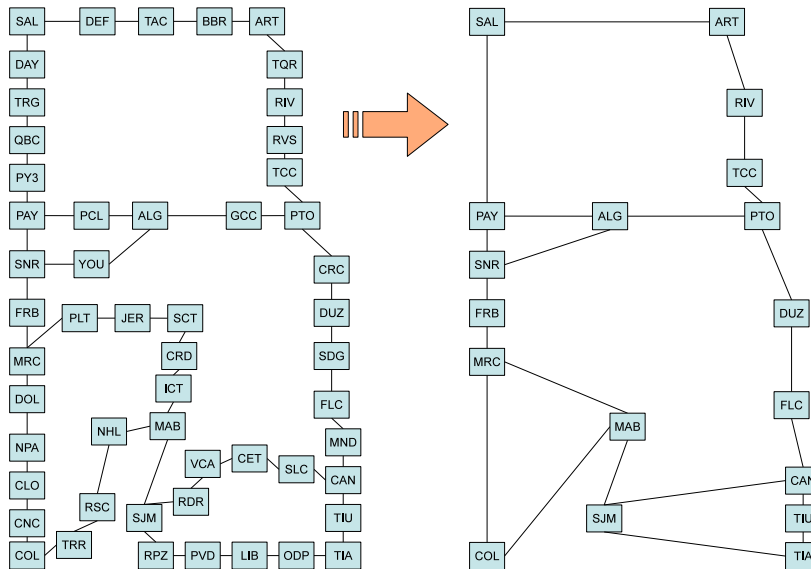


Figura 6.4: Colapso de G_T (izquierda) en G''_T (derecha).

Puede apreciarse en Fig-6.4, el resultado de esta nueva forma de Red de Transporte colapsada (G''_T), donde hemos asumido que en todas las “capitales departamentales” se maneja la posibilidad de instalar nodos edge.

El propósito de este proceso es omitir de G_T , todas las estaciones y nodos que ya no aportan a la construcción de la solución. Esto último porque ya asignados los access a sus edges respectivos, centrales como DAY (presentes por tener algunos clientes), no aportan más información valiosa. Solo es necesario saber que conectar los edges de SAL y PAY por esta dirección, tiene un recorrido asociado de 132km.

6.2. Asignación Access - Edge

Este bloque está controlado por los datos de entrada más siete parámetros internos que ajustan su comportamiento. Estos parámetros son:

neigh_radius Representa cuantos son los vecinos edge de un access, ordenados por distancia creciente en G_T , que serán considerados para conectar los nodos de acceso.

local_pref Este factor representa cuanto más probable es la elección de un edge, cuando este es el edge que comparte la misma estación del nodo de acceso.

k_1, k_2, k_3 Determinan; un umbral (k_1) de demanda a Internet, tal que por debajo de éste es preferible usar nodos edge cercanos (k_2), para evitar la aparición de otros nuevos. Al mismo tiempo por encima de este umbral, el rango de distancia k_3 también se justifica.

Se busca con estos valores limitar la probabilidad que un nodo de poca importancia, termine provocando la instalación en la red de un edge, al haber sido asignado a éste.

dem_dist_pref En cualquier caso que se verifique lo anterior, se establece como `dem_dist_pref` veces más probable conectar al nodo edge en cuestión.

prev_used_pref Si un edge vecino (en G_E) de un access, ya fue sorteado como el edge asignado a otro access anterior, se prioriza su elección por este factor.

Además de los datos conocidos: G_T, G_D, \bar{M} y ns , aparecen tres que fueron precomputados en la fase de inicialización: *edgecercano*, *demaint* y *d*. El primero marca la posición en el “ranking” de vecinos en G_E (por distancia en G_T), que ocupa un nodo edge (v_e) respecto a un access dado (v_a). Si *edgecercano*(v_a, v_e) = 1 es porque v_e es el nodo más cercano a v_a .

En segundo lugar *demaint*, asocia a cada nodo de acceso, su demanda al Nodo Internet.

La función *d* retorna dados dos nodos de datos, el valor del menor recorrido posible entre estos sobre la Red de Transporte.

La salida al algoritmo tiene dos partes: en primer lugar está la función de asignación *access2edge*, que establece a que edge particular a sido conectado cada access. Se asume que el camino que el flujo correspondiente seguirá en la Red de Transporte, es el menor posible entre ambos.

Por último se calculan las matrices de demanda: $\{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, que resumen cuanto tráfico maneja cada nodo de edge, en cada escenario posible, como resultado de la asignación access - edge elegida.

Se presenta a continuación el pseudocódigo correspondiente al algoritmo usado para la asignación aleatorizada de accesos con edges.

Asignación Access - Edge. 1

Entrada: $G_T = (V_T, E_T), G_D = (V_D, E_D), \bar{M}, ns, edgecercano : V_A \times V_E \rightarrow \mathbb{N}^+, demaint : V_A \rightarrow \mathbb{R}^+, d : V_D \times V_D \rightarrow \mathbb{R}_0^+$.

Salida: $access2edge : V_A \rightarrow V_E, \{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$

- 1: **Mientras** $\exists v_a \in V_A / access2edge(v_a)$ undef
- 2: Sea v_a con mayor demanda a Internet sin asignar;
- 3: Tomo $p_1(i) \in \{0, 1\}, p_1(i) = 1 \Leftrightarrow 1 \leq i \leq \min\{|N(v_a)|, neigh_radius\}$;
- 4: **Si** $\exists v_e \in V_E / ns(v_a, v_e) = 1$ **entonces**
- 5: $p_1(1) = local_pref$;
- 6: **Fin Si**
- 7: Normalizo p_1 ;
- 8: Tomo $p_2(i) = 1, \forall 1 \leq i \leq neigh_radius$.
- 9: **Si** $edgecercano(v_a, v_e) = i \leq neigh_radius$ **entonces**
- 10: **Si** $demaint(v_a) < k_1, d(v_a, v_e) \leq k_2$ **entonces**
- 11: $p_2(i) = dem_dist_pref$;
- 12: **Fin Si**
- 13: **Si** $demaint(v_a) \geq k_1, d(v_a, v_e) \leq k_3$ **entonces**
- 14: $p_2(i) = dem_dist_pref$;
- 15: **Fin Si**
- 16: **Fin Si**
- 17: Normalizo p_2 ;
- 18: Tomo $p_3(i) = 1, \forall 1 \leq i \leq neigh_radius$.
- 19: **Para todo** $edgecercano(v_a, v_e) = i \leq neigh_radius, \exists v_a / access2edge(v_a)$ *definida*
- 20: $p_3(i) = prev_used_pref$;
- 21: **Fin Para**
- 22: Normalizo p_3 ;
- 23: Calculo p probabilidad compuesta de: p_1, p_2 y p_3 ;
- 24: Sorteo v_e ponderado por p ;
- 25: Asigno $access2edge(v_a) = v_e$;
- 26: **Fin Mientras**
- 27: Calculo \bar{M}'_0 ;
- 28: Calculo $\{\bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$, según caminos recorridos en G_T para cada $t \in E_T$;
- 29: **Retornar** $access2edge : V_A \rightarrow V_E, \{\bar{M}'_0, \bar{M}'_1, \dots, \bar{M}'_{|E_T|}\}$.

6.3. Ruteo $G_{E\text{sol}}$ sobre G_T

El parámetro que ajusta el funcionamiento de este bloque es:

fact_pen Establece el factor (potencia) con que se penalizaran las aristas de G_T'' , en virtud de cuantos links de G_E hayan hecho uso de esta.

Se hace uso aquí de la asociación topológica pre-computada como fuera descrito en Cap-6.1.2 y de la distancia entre nodos también pre-computada.

Ruteo $G_{E\text{sol}}$ sobre G_T . 2

Entrada: $G_E = (V_E, E_E)$, \bar{M}'_0 , ns , $esreal : V_E \rightarrow \{0, 1\}$, $d : V_D \times V_D \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Salida: $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$.

- 1: Tomo $\Psi(e) = \emptyset, \forall e \in E_E$.
 - 2: Tomo $c : E_T'' \rightarrow \mathbb{R}^+, c(e_t'') = 1 \forall e_t'' \in E_T''$.
 - 3: **Mientras** $\exists v_e \in V_E / \exists \vec{m}'_{ij} \neq \vec{0}, esreal(v_e) = 1$ y no procesado
 - 4: Elegimos al azar $v_e \in V_E / \exists \vec{m}'_{ij} \neq \vec{0}, esreal(v_e) = 1$ y no procesado;
 - 5: Sea $p(v_e v_f) = \frac{1}{d(v_e, v_f)}, \forall v_f \in V_E / (v_e v_f) \in E_E, \Psi(v_e v_f) = \emptyset$;
 - 6: Normalizamos p como probabilidades;
 - 7: Creamos *ventana*;
 - 8: **Mientras** $\exists v_f \in V_E / (v_e v_f) \in E_E$ y $\Psi(v_e v_f) = \emptyset$
 - 9: Sorteamos v_f ponderando con p ;
 - 10: Buscamos *cam* camino más corto en G_T'' , entre $tns(v_e)$ y $tns(v_f)$, usando c como costos y sin repetir aristas en G_T'' de la misma *ventana*;
 - 11: **Si** $cam = \emptyset$ y no quedan $(v_e v_f)$ sin procesar por sortear **entonces**
 - 12: Actualizo $c(e_t'') = (1 + \sum_{\substack{cam=\Psi(l) \\ l \in E_E}} |cam \cap e_t''|)^{fact_pen}$;
 - 13: Genero *ventana* nueva;
 - 14: **Si no**
 - 15: $\Psi(v_e v_f) = cam$;
 - 16: **Fin Si**
 - 17: **Fin Mientras**
 - 18: **Fin Mientras**
 - 19: Repito desde (3) hasta (18), pero con $esreal(v_e) = 0$;
 - 20: **Retornar** $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$.
-

Este algoritmo tiene por objetivo conseguir un “ruteo balanceado” económico. Como se vislumbrara durante la demostración de Prop-4.3.26, en sintonía con el resultado Lem-4.3.11, es importante que todas las conexiones desde un nodo edge hacia sus vecinos efectivos, se realicen en forma “balanceada”. Sobrecargar los links sobre una arista de transporte, genera la situación que frente a una falta en esta arista, se esfuma toda esta capacidad extra.

Al mismo tiempo se intenta minimizar para los flujos elegidos, el recorrido en G_T , a los efectos de conseguir costos bajos en el problema. El óptimo de este problema también es NP-

Completo, como consta en [MCDPAD], así que buscamos una heurística que penalizara la recurrencia en el uso de las mismas aristas de transporte.

Vale la pena destacar el significado de $esreal : V_E \rightarrow \{0, 1\}$. Para reflejar situaciones reales dentro del modelo, inevitablemente hemos recurrido a agregar “nodos ficticios” al grafo. Un caso ya mencionado es el Nodo Internet. Pero de la misma forma, cuando nos planteamos rutear el tráfico de Internet generado en AMM⁶ dentro de la misma Red de Agregación del Interior, modelamos AMM como un conjunto de nodos edge que tributan en AGU y TIU.

Estos nodos “ficticios” deben estar en el modelo para reflejar ciertas situaciones, pero no pueden “moldear” la arquitectura de la Red de Agregación. Como las aristas de G_E ruteadas al inicio, condicionan fuertemente las rutas de las siguientes, hemos optado por rutear en primer lugar todas las aristas reales.

Mediante numerosas pruebas, encontramos que $fact_pen = 1,5$ genera soluciones de muy buena calidad, usada en conjunto con la idea de ventana de ruteo y formando los costos en base a “nodos reales”. La ventana de ruteo sencillamente busca priorizar el “balanceo” sobre el “costo”, en la medida claro que esto sea posible.

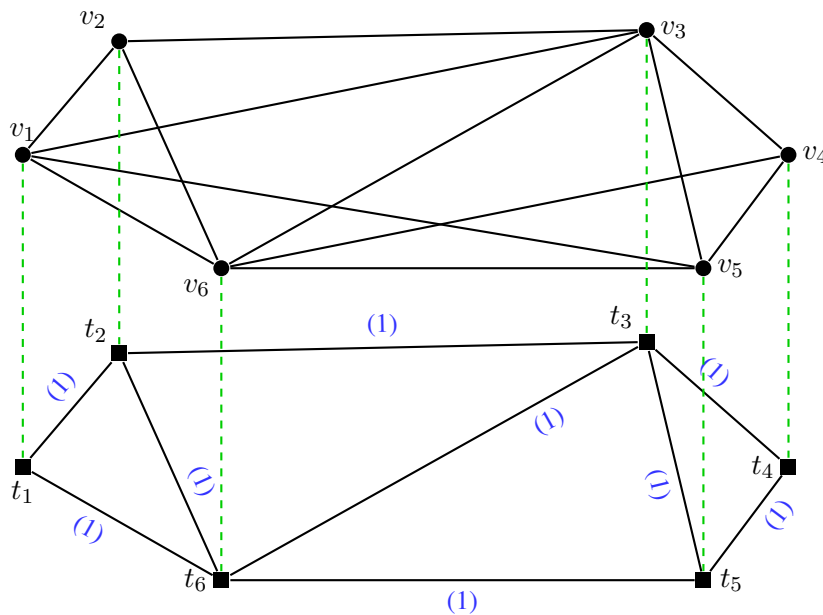


Figura 6.5: Ruteo Balanceado de G_E en G_T'' (I).

En ejemplo de la Fig-6.5 se presenta un caso donde ya se ha colapsado G_T en G_T'' . Supongamos además que todos los nodos en G_E tienen demanda a excepción de v_3 . En la primer iteración $c_{ij} = 1, \forall (t_i t_j) \in E_T''$ (aparecen en “azul” en el esquema).

⁶Área Metropolitana de Montevideo, cuya red está fuera del alcance de este proyecto, pero concentra la mayor parte de la demanda del país.

Supongamos por último que en G_T'' todos los tramos tienen igual recorrido en G_T y por lo tanto la distancia “real” es proporcional al número de hops. Si el primer nodo en ser considerado es v_1 , lo más probable es que en la primer ventana de ruteo entren: $\{(v_1v_6), (v_1v_2)\}$. De ser este el caso, las rutas de los flujos serían: $\Psi(v_1v_2) = \{\{t_1t_2\}\}$ y $\Psi(v_1v_6) = \{\{t_1t_6\}\}$, representadas en “rojo intenso” en Fig-6.6.

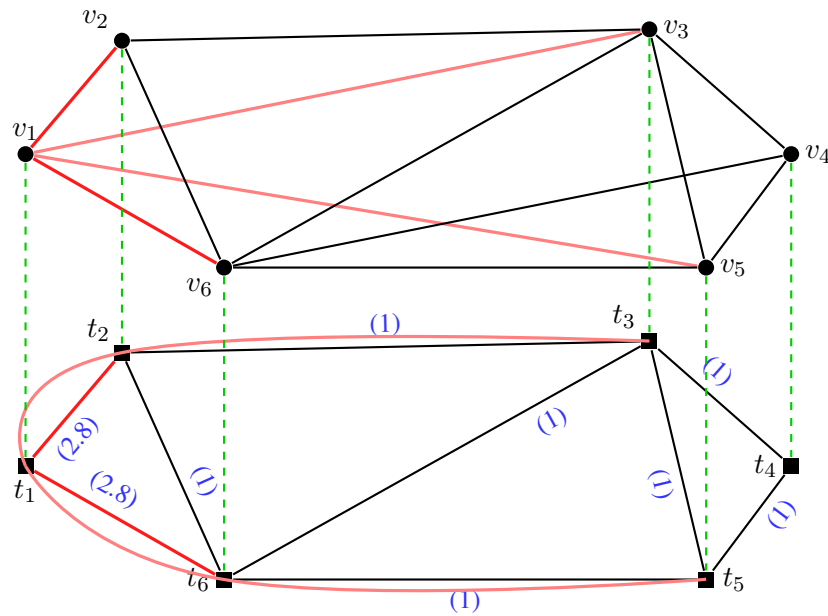


Figura 6.6: Ruteo Balanceado de G_E en G_T'' (II).

Para rutear $\{(v_1v_3), (v_1v_5)\}$ hay que iniciar una ventana nueva⁷, que cambia los costos: $c_{12} = c_{16} = 2^{3/2} \approx 2,8$. Las rutas finales para los flujos aparecen en “rojo tenue” y son: $\Psi(v_1v_3) = \{\{t_1t_2, t_2t_3\}\}$ y $\Psi(v_1v_5) = \{\{t_1t_6, t_6t_5\}\}$ respectivamente.

Nuevamente se alteran los costos. Ahora son $c_{12} = c_{16} = 3^{3/2} \approx 5,2$ y $c_{23} = c_{56} \approx 2,8$. Si el siguiente nodo elegido es: v_2 , las adyacencias son $\{(v_2v_3), (v_2v_6)\}$ y se resuelven en un sola ventana como en Fig-6.7, siempre que el primer link sorteado haya sido v_2v_6 . Las rutas para los flujos serían las directas: $\Psi(v_2v_3) = \{\{t_2t_3\}\}$ y $\Psi(v_2v_6) = \{\{t_2t_6\}\}$ (en “amarillo”).

⁷No quedan aristas de salida desde t_1 sin uso en esta ventana.

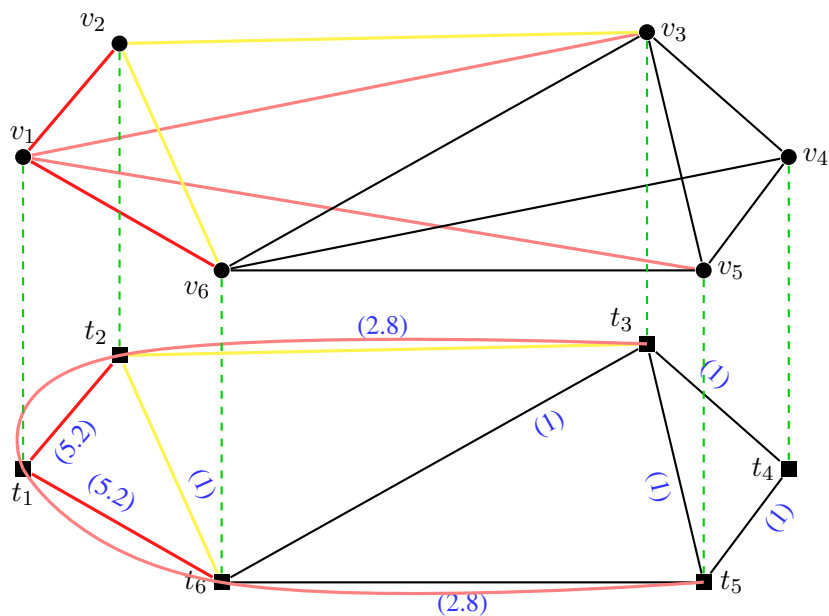


Figura 6.7: Ruteo Balanceado de G_E en G_T'' (III).

A continuación se elige v_4 , previo haber modificado los costos: $c_{26} \approx 2,8$ y $c_{23} \approx 5,2$, como en Fig-6.8.

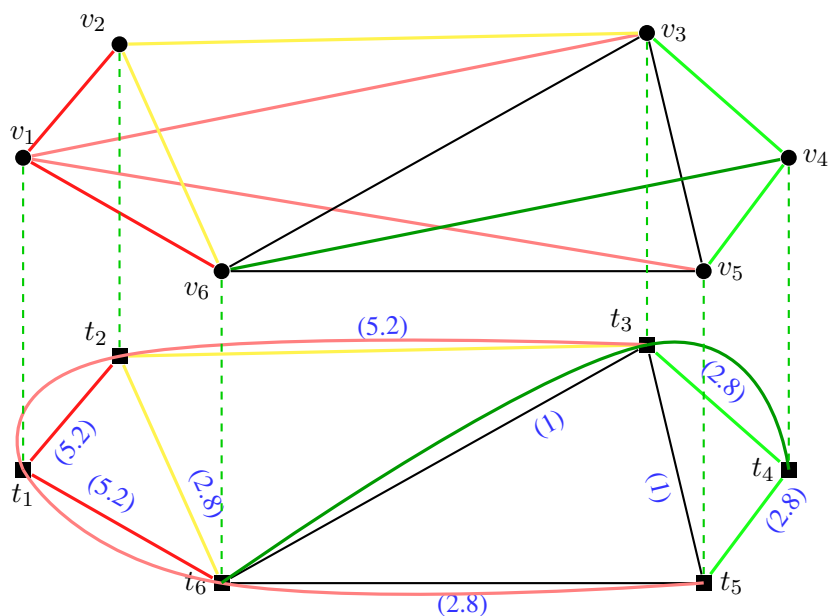


Figura 6.8: Ruteo Balanceado de G_E en G_T'' (IV).

Ahora en la primer ventana probablemente sean ruteados: $\{(v_3v_4), (v_4v_5)\}$ por la ruta directa

(“verde tenue”). Al crear la nueva ventana para rutear (v_4v_6), se actualizan los costos como en Fig-6.8 y la ruta termina siendo $\Psi(v_4v_6) = \{\{t_4t_3, t_3t_6\}\}$ (representada en “verde intenso”).

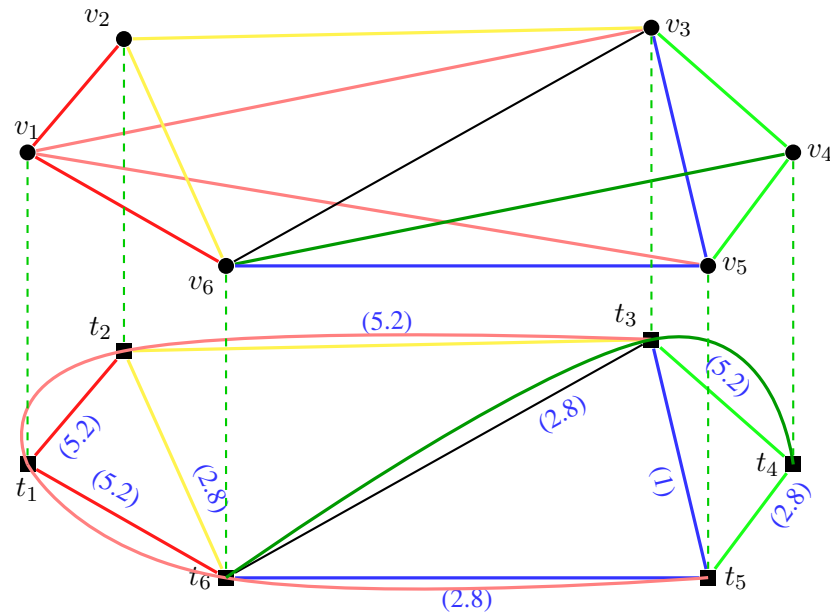


Figura 6.9: Ruteo Balanceado de G_E en $G_T''(V)$.

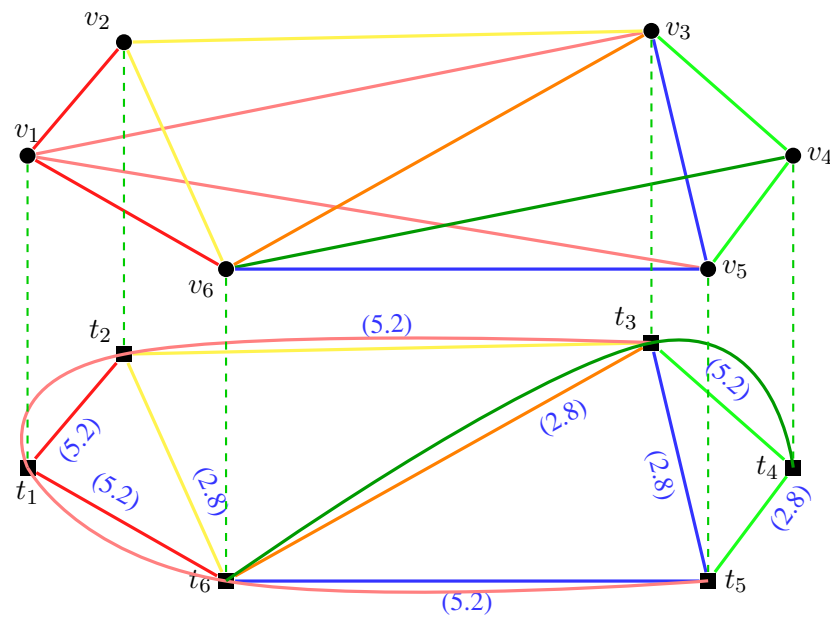


Figura 6.10: Ruteo Balanceado de G_E en $G_T''(VI)$.

La siguiente iteración podría caer en v_5 (Fig-6.9), para terminar con v_6 como puede verse en Fig-6.10. Es interesante observar que todos los links de v_3 terminaron siendo enrutados, aún cuando este nodo era de Steiner. Esto se debió a que sus links establecían vecindad con nodos que sí tenían tráfico.

Otra observación interesante es que un cambio en el orden de los nodos, o incluso de las aristas produce variaciones importantes en el resultado⁸, lo que amplía el espacio de búsqueda.

Como punto en contra, hemos experimentado comportamientos singulares cuando G_E está sobrecargado de aristas. En los casos de más exitosos, hemos incluido links dentro las caras/anillos de G_E buscando una fracción de los links que fueran usados en Lem-4.3.27 y Lem-4.3.28. De hecho algo por encima de la fracción mínima necesaria según Teo-4.3.29 y a su vez de estos, los que estaban a menos hops, manteniendo simetría.

Observamos además que se lograron buenos resultados, al agregar links entre nodos cercanos de caras vecinas. Especialmente cuando se agregaban en algún bond estratégico, comprometido en carga, según el resultado de Lem-4.3.11.

Fue necesario ser algo “selectivo” con las aristas en G_E a considerar en el problema, porque la estabilidad del algoritmo se veía comprometida cuando E_E se acercaba a $V_E \times V_E$.

No sucedió esto sin embargo con los links entre access y edge nodes. En este caso incluir $V_A \times V_E$ íntegramente no generó problema alguno.

6.4. Eliminación/Anexión de Links

En esta etapa se toman uno a uno y aleatoriamente, todos los bonds estructurales y para cada uno, se sortea a su vez un bond específico $bond_{G_T} \subseteq G_T$. Por Cap-6.3 ya conocemos $\Psi : E_E \rightarrow 2^{P_T}$ y asumimos además, basados en la última observación de Cap-2.3.3, que $B(e) \in \{0, \hat{b}_B\}$ construye soluciones razonablemente buenas. La elección de aristas de menor capacidad será eventualmente determinada en Cap-6.6.

Conocidos los bonds estructurales⁹, calcular todos los $bond_{G_T}$ particulares resulta muy rápido. Lo mismo sucede con la operación que describimos a continuación.

Según se desprende de la demostración de Lem-4.3.11, para que la condición de capacidad pueda generar expectativas de tener una solución factible, la distribución de los flujos en $bond_{G_T}$ debe ser lo más equilibrada posible.

⁸Intentar intercambiar v_2v_3 con v_2v_6 .

⁹Que con nuestros datos nunca pasaron de un par de miles.

Imaginemos un $bond_{G_T} = \{t_1, t_2, t_3\}$ que segmente G_E de forma tal que $reqtraf_{\bar{M}}(G'_E, G''_E) = 70$ Gbps. Supongamos además que $\hat{b}_{\bar{B}} = 10$ Gbps. Para cumplir Lem-4.3.11, hay que dimensionar efectivamente al menos 11 links entre G'_E y G''_E . Esto se debe a que:

$$reqtraf_{\bar{M}'}(G'_E, G''_E) = 70 \leq 10 \lfloor \frac{2 \times 11}{3} \rfloor = \lfloor \frac{22}{3} \rfloor = 70,$$

pero no se cumple

$$reqtraf_{\bar{M}'}(G'_E, G''_E) = 70 \not\leq 10 \lfloor \frac{2 \times 10}{3} \rfloor = \lfloor \frac{20}{3} \rfloor = 60$$

Una forma intuitiva de entender este resultado sería pensar: ¿Como es la forma más equilibrada de repartir 11 en 3 partes? Una respuesta sería: $\{4, 4, 3\}$. En este caso una falta en t_1 o t_2 dejaría una capacidad remanente de 70Gbps, mientras que la falta en t_3 dejaría 80Gbps.

Si en su lugar hubiéramos optado por: $\{5, 3, 3\}$, una falta en t_1 hubiera bajado la capacidad a 60Gbps. En otras palabras: para tener expectativa de factibilidad no sólo hay que cumplir Lem-4.3.11, hay que rutear esta capacidad en forma equilibrada.

Claro está esta condición es “necesaria” pero no “suficiente”. Podría perfectamente pasar que la capacidad necesaria en el ejemplo terminara siendo: $\{5, 4, 3\}$. En cualquier caso la condición establece una cota inferior, bajo la cual no podemos tener expectativa.

Esta es la idea detrás de este bloque. Para cada bond, se ranquean los links que atraviesan éste por su costo en G_T y se eliminan (purgan) los más caros, hasta llegar a la mínima condición de corte. Recién entonces se evalúa la factibilidad y en caso de no conseguirse se realiza el proceso inverso hasta lograrla. De no lograrse se re-inicia el loop con la “Asignación de Acceso-Edge” porque el Ψ hallado no admite soluciones.

La explicación para este sub-algoritmo es la eficiencia. Conseguir chequear que G_{Esol} es factible es mucho más caro en términos de cómputo que descartarlo. Porque para validarlo hay que conseguir rutear en “todos” los escenarios de falla, mientras que de no ser factible G_{Esol} esto queda en evidencia rápidamente.

El proceso se repite en todos los bonds estructurales y se consigue una forma eficiente de eliminar links costosos de la solución factible G_{Esol} .

6.5. G_{ESOL} factible

Esta parte ha resultado ser la más crítica en lo que hace a la performance general del algoritmo. Aún con la ayuda que representa Cap-6.4, evaluar la factibilidad de G_{ESOL} es algo que se repite muchas veces en cada iteración. Tanto en la Construcción de la Solución factible, como en la Búsqueda Local (Cap-6.6).

Su implementación¹⁰ concreta es realmente una “joya de la informática”, que hace uso de diversas: estructuras de datos optimizadas para este propósito, numerosos caches para no repetir operaciones y de varios trucos computacionales de bajo nivel¹¹, para conseguir una implementación que valida una solución como factible: en redes reales, con poco margen de error¹², en cuestión de pocos (< 10) segundos; al tiempo que descarta en períodos mucho más cortos.

Creemos que no vale la pena en este documento¹³ ahondar en el detalle de implementación. El algoritmo a alto nivel sin embargo está basado en ideas sencillas que sí explicaremos.

Aquellos que alguna vez hayan participado de algún “picadito de fútbol”, sabrán que una forma por excelencia para definir los equipos, es aquella en que dos denominados: “capitanes”, eligen consecutivamente sus compañeros de entre los presentes. De hacerlo bien se espera que estos comiencen por elegir los “mejores” jugadores disponibles, hasta que finalmente la falta de oferta de calidad, termine obligándolos a optar por los “menos mejores” de entre los presentes.

Lo curioso es que de no existir una diferencia deportiva “extraordinaria”, esta es una heurística que funciona muy bien para el problema de partición. Un buen (además de jocoso) artículo a este respecto puede verse en [BRIHAY].

El éxito de nuestro algoritmo radica en buena medida en los datos, ya que luego de asignados access con edges, la matriz de demanda rara vez tiene diferencias por encima del orden de magnitud. Ayuda en este sentido haber generado numerosos nodos virtuales para representar ciertas partes de la red¹⁴.

El core de nuestro algoritmo entonces, toma los túneles en orden decreciente de requerimientos de tráfico, y los rutea por caminos con capacidad suficiente, intentando además usar las rutas con menos saltos en G_E , y a igual cantidad de saltos, aquellas con mayor recorrido en G_T (igual que en las demostraciones de Lem-4.3.27 y Lem-4.3.28).

En el proceso de ruteo en el escenario nominal, se alimenta con la información derivada a todos los caches y estructuras auxiliares en cuestión, a los efectos de “reciclar” en lo posible

¹⁰Aprovecho para destacar la extraordinaria labor del Ing. François Despau en su programación.

¹¹Manejo eficiente de la memoria, etc.

¹²Recordar que según consta en Teo-5.1.1, este problema es NP-completo.

¹³Los interesados siempre pueden consultar el código fuente.

¹⁴Segmentando AMM en veinte nodos edge, se consiguen demandas del orden de las de alguna ciudad importante del interior, como Maldonado por ejemplo.

los cálculos efectuados, en los posteriores escenarios de falla.

6.6. Búsqueda Local

La búsqueda local, por definición, consiste en tomar una solución factible (G_{Esol}) e intentar bajar su costo, sin alterar claro está la factibilidad. Logrando nuevas soluciones factibles, mediante cambios topológicos en la estructura de la solución factible actual.

Presentaremos a continuación un conjunto de búsquedas locales, que originalmente fueron pensadas para aplicar consecutivamente a G_{Esol} ¹⁵. El tiempo desafortunadamente no permitió implementar la totalidad.

6.6.1. Reconexión de Access - Edge

En este caso se toman uno a uno y en orden decreciente de tráfico, los nodos access, y se procede a reconectarlos al edge node más cercano. Si existiera otro a menor recorrido en el transporte que el actualmente asignado, y claro, la arista correspondiente en G_D entre ambos.

Para validar la reconexión de cada nodo y pasar así al siguiente, se debe verificar la factibilidad de la nueva configuración.

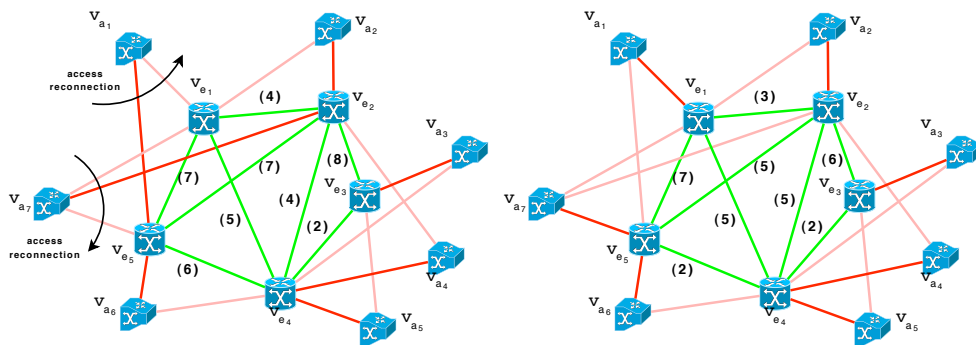


Figura 6.11: Reconexiones access-edge.

Se propone como alternativa económica a este respecto, heredar¹⁶ la configuración de las rutas de G_{Esol} , y analizar si la expansión/contracción de los túneles perturbados, cabe en las capacidades $\hat{b}_{\bar{B}}$ hasta ahora manejadas para las aristas. Solamente al violar alguna de las capacidades se considerará re-enrutar.

Como ejemplo de lo anterior presentamos en Fig-6.11 el antes y después de la reconexión de v_{a1} y v_{a7} así como la redistribución de tráfico ocasionada en el red y en este caso, efectivamen-

¹⁵Solución de salida de la fase de construcción.

¹⁶Con los escenarios de falla incluidos.

te manejable por esta.

Es evidente que al acortar el recorrido de ciertos links sin afectar la capacidad de ninguno, se consigue una disminución efectiva en el costo.

6.6.2. Recomposición de Links

La idea en este caso es muy intuitiva y consiste en substituir un link (digamos $(v_i v_j)$) por una secuencia de 2 o más, en el caso que el recorrido de este en G_T toque una estación con algún otro nodo Edge (v_k), y estén disponibles los links necesarios para la substitución (en este caso $(v_i v_k)$ y $(v_k v_j)$). Hace uso del hecho que los nodos no tienen límite de capacidad.

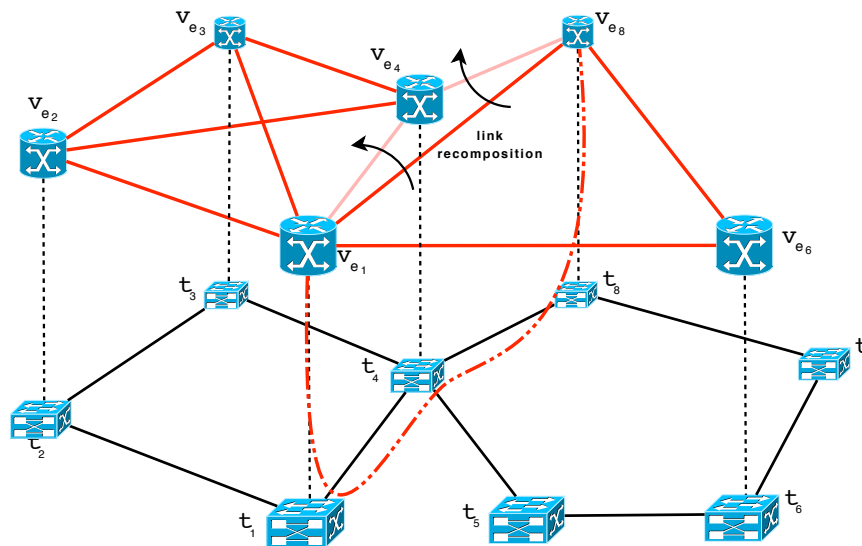


Figura 6.12: Recomposición de Links.

Se presenta en Fig-6.12 un ejemplo. Vale aclarar que sólo es válido si todos los nuevos links pertenecen a E_E y aún no forman parte de $G_E Sol$.

Este movimiento no altera el costo¹⁷, pero de preservar la factibilidad genera topologías más densas y robustas. Donde hay mayor margen para enrutar y por lo tanto mayores posibilidades de eliminar aristas posteriormente.

6.6.3. Acortamiento de Links

Se busca substituir links entre nodos de grado mayor a 2 (típicamente cuerdas en un ciclo), por otros de menor recorrido en la Red de Transporte, sobre el camino elegido para el link original.

¹⁷Tiene el mismo recorrido total en G_T .

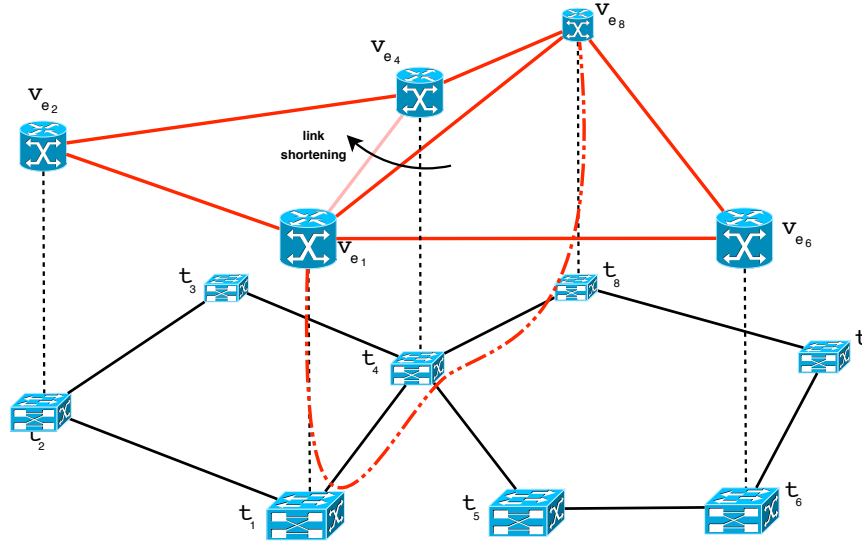


Figura 6.13: Reordenamiento edge-edge.

La idea en sí es sencilla y puede visualizarse a través del ejemplo de Fig-6.13. El link $(v_{e_1}v_{e_8})$, enrutado en G_T mediante $\{(t_1t_4)(t_4t_8)\}$, encuentra en su camino al nodo t_4 , que cumple $ns(t_4, v_{e_4}) = 1$. Como además $(v_{e_1}v_{e_4}) \in E_E$, el swap de ambas aristas es consistente.

Por supuesto que frente a cada movimiento debe re-enrutarse el tráfico para garantizar que se ha preservado la factibilidad. Re-enrutaremos en principio sólo los caminos afectados, reiniciando el ruteo desde cero, sólo de no ser esto posible.

De preservarse la factibilidad el costo se reduce por acortar el recorrido en G_T . Como comentario final, es más conservador usar el primer arco encontrado, ya que de acercarse demasiado el arco al destino, se corre mayor riesgo de que el link abandone un bond entre dos segmentos de la red y se pierda la factibilidad.

6.6.4. Eliminación de Links

El último de los movimientos es seguramente el menos elegante, pero es uno de los que logra mejores resultados. Especialmente en grafos densos.

Consiste en intentar eliminar una a una las aristas de $G_{E\text{sol}}$. Entre el conjunto de aristas que haya sido posible remover sin afectar la factibilidad, se toma la más cara y se remueve efectivamente. Se vuelve a analizar que aristas conservan esta condición de “removibles” y se repite el procedimiento. Con la remoción de cada arista se consigue bajar el costo de la solución.

Con cada nueva iteración este conjunto de aristas “removibles” va perdiendo elementos hasta que queda vacío; en cuyo punto hemos encontrado una “red minimal” y damos la fase de búsqueda local por terminada.

Capítulo 7

Resultados

Han quedado para el final los resultados concretos del problema. Más que para generar expectativas respecto a los mismos, los hemos ubicado en este capítulo porque entendemos que el análisis completo requiere de todos los elementos anteriores. Tanto teóricos como prácticos.

Si bien durante todo el documento hemos intentado presentar los: modelos, ideas, propiedades teóricas e implementaciones con un formato “lineal”, progresivo; la verdad durante la ejecución del trabajo ha sido bastante más compleja y tediosa. En la mayoría de los casos hemos alcanzado resultados como fruto de un proceso “iterativo”, en el cual ciertos resultados nos obligaban a revisar y/o corregir hipótesis de trabajo. Hasta que finalmente llegamos a la forma que presentamos en este documento.

Este capítulo no es la excepción al caso. Los objetivos planteados en este trabajo, fueron desde un principio bastante más ambiciosos que: recibir un conjunto de datos de entrada, correr cierto algoritmo y presentar un resultado para los mismos. Como referencia sugerimos revisar Cap-0.2, donde hemos transcritto “textualmente” los objetivos que en Febrero de 2009 presentamos al Directorio de ANTEL, previo a la aprobación de esta actividad.

Al igual que en el resto del documento intentaremos sintetizar los resultados del análisis, focalizándonos en lo que finalmente terminó siendo importante.

7.1. Variables de Control

Aunque existen cientos de variables que afectan los resultados, algunas están fuera del “control” de ANTEL (costos de infraestructura y/o capacidad internacional) y otras fuera de los límites de este trabajo. En este último caso destacamos como las dos más importantes:

Red de Transporte Como se verá en el análisis, la Red de Transporte tiene algunas debilidades topológicas que encarecen las Redes de Datos que sobre esta pueden desplegarse.

Tecnologías de Red Para amortiguar los efectos del anterior problema, es conveniente tener en el horizonte algunas actualizaciones tecnológicas. Como interfaces de mayor velocidad.

Nos hemos concentrado en las variables sobre las que suponemos existe mayor grado de “control”. Dentro de este conjunto entendemos que las fundamentales para el backbone IP/MPLS (G_E) son cuatro:

Demanda Lo que define la “forma de la red” es el tráfico de Internet Residencial. El peso relativo tanto del “Tráfico Empresarial”, como de otras formas de “Valor Agregado” (IPTV, VoIP, Cardales), ha mostrado ser “menor”. La presencia de los mismos en algunos “problemas prototipo”, sólo afectaba la forma de G_E en una de cada cinco oportunidades, y cuando lo hacía era mínimamente.

En “Servicios Empresariales” por el bajo número relativo de clientes y/o ancho de banda. En “Valor Agregado” porque la naturaleza multicast de la mayor parte de este tráfico, lo hace muy eficiente en el backbone.

Entonces identificamos como principal “driver” en este caso, al número de servicios vendidos y las velocidades respectivas de cada uno. Llamaremos “demanda” al ancho de banda total vendido y manejaremos dos casos: dem_L y dem_H , que representan los escenarios realistas “extremos”, menor y mayor respectivamente.

Requerimientos Como se viera en Cap-2 (especialmente en las secciones finales), los requerimientos sobre la red dependen de la demanda (clientes, velocidades), pero también de cual es la composición de la cartera de productos (libres y flexibles).

Este concepto, oportunamente modelado como $z_Q(bw)$, es la segunda de nuestras variables de análisis y al igual que en el caso anterior manejaremos dos escenarios extremos: z_{QL} y z_{QH} , que representan respectivamente las relaciones de diseño más baja y alta.

Los datos concretos, tanto para esta como para la anterior variable, son los presentados en Cap-2.4.4.

Contenidos Los costos asociados a los “enlaces internacionales”, le dan gran importancia al “porcentaje de contenido nacional” como componente del costo final.

La reciente y auspiciosa experiencia con un “cache de google” en ANTEL, nos ha alentado a manejar esta forma de alternativas dentro del análisis. Además de facilitarnos el “estimar” porcentajes concretos del tráfico ahorrado.

En sintonía con las variables anteriores, manejaremos la existencia de “caches” u otras formas de contenido de Internet nacional, con dos escenarios: int_L e int_H . Donde el primero representa que un 25 % del contenido de Internet se termina nacionalmente¹, mientras que en el otro extremo, todo el tráfico se considera “internacional”.

Arquitectura Finalmente creemos importante explorar otras formas de arquitecturas de red, distintas a la actualmente manejada. En la actualidad las Redes de Agregación: ATM e IP/MPLS, tienen por objetivo fundamental concentrar el tráfico HSI hacia otra red; conocida internamente como “Red IP Pública”.

¹En infraestructura TI ubicada en AMM.

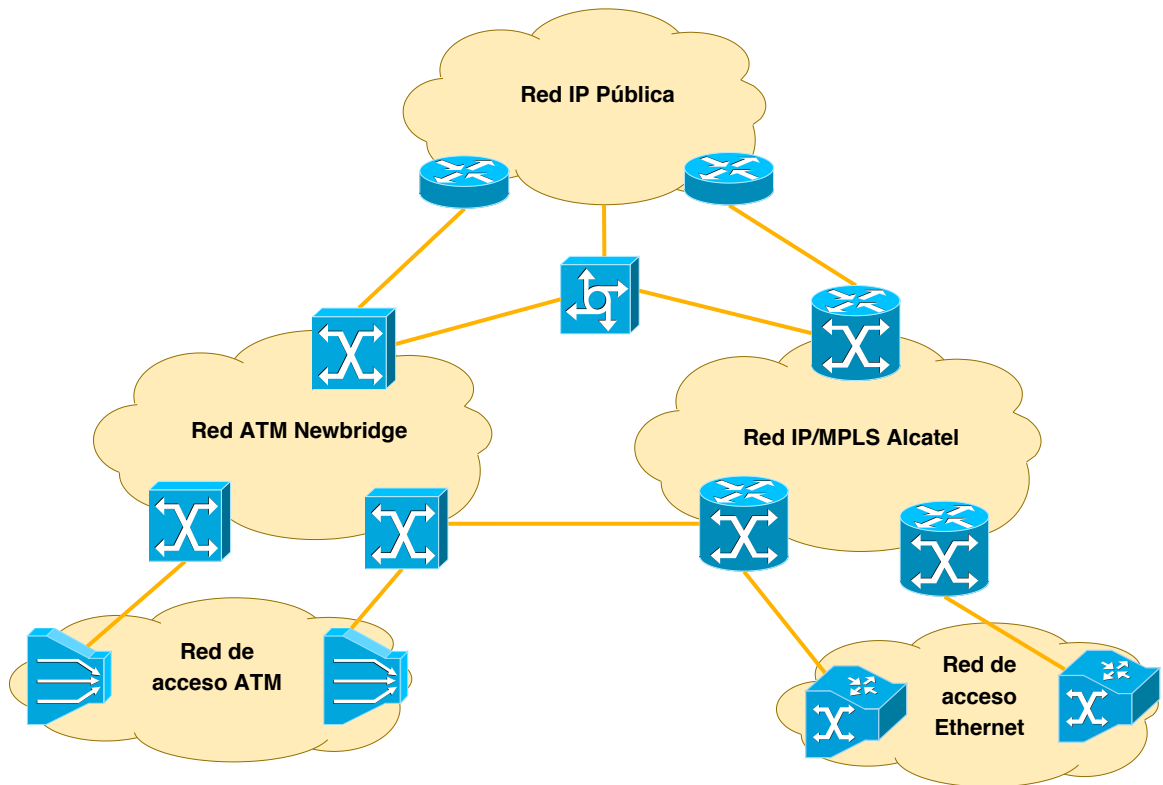


Figura 7.1: Arquitectura actual de Redes de Datos.

Se esquematiza esta arquitectura en Fig-7.1. Conceptualmente la Red IP Pública es la porción “Uruguay” de Internet. Tiene presencia física en cuatro centrales de AMM: Aguada, Unión, Centro y Cordón, además del NAP de las Américas de Miami². Centraliza todos los enlaces internacionales y es la responsable de rutear el tráfico de Internet.

Con la anterior Red ATM no existían alternativas a este respecto. Pero la nueva Red de Agregación MPLS presenta como “feature potencial”, el de cumplir ambas funciones: concentración / ruteo. Así que es interesante evaluar cuantitativamente, si la fusión de ambas funciones representa algún beneficio económico.

Elegimos las variables: nap_L y nap_H , para representar respectivamente que: se mantiene la arquitectura actual, o se extiende la presencia de la Red de Agregación IP/MPLS hasta los puntos de intercambio internacional de tráfico; en el entendido que realiza ambas funciones.

²Punto donde por razones de economía y practicidad, se tiende a contratar las conexiones a Internet

Respecto a la porción “acceso” de la red (la que nuclea las conexiones access - edge), los costos se ven afectados principalmente por 3 factores: Demanda (dem_L/dem_H), Requerimientos (z_{QL}/z_{QH}) y Valor Agregado. Las primeras dos son las comentadas para G_E .

Para valor agregado analizaremos el despliegue a nivel nacional del “Plan Cardales”, que implicaría un paquete estimado en 12 señales de TV Standard Definition, totalizando un ancho de banda de 25Mbps en cada equipo de acceso. Representaremos con: $card_H$ la situación en la que en 2013 se presta el servicio Cardales en todo el país sobre la Red de Datos, y con $card_L$ el escenario en que ANTEL: no vende el servicio, o lo hace por otro medio.

7.2. Datos del Problema

En lo referente a las variables: $dem_{L/H}$ y $z_{QL/H}$, los datos en todos los casos son los presentados y discutidos en Cap-2.4.4.

Para $int_{L/H}$ ya establecimos el porcentaje de contenido nacional en 25 % y para $card_{L/H}$ en 25Mbps extra en cada equipo de acceso.

\hat{B}	Velocidad	Mapeo con VCAT/DWDM	Capacidad Útil [Mbps]	Equivalente E1	Costo (US\$/km)
b_0	0 Mbps	-	0 Mbps	0.0 E1	0
b_1	10 Mbps	5 VC12	9.5 Mbps	5 E1	3.46
b_2	20 Mbps	10 VC12	19.0 Mbps	10 E1	6.92
b_3	40 Mbps	20 VC12	38.0 Mbps	20 E1	13.84
b_4	50 Mbps	VC3	42.0 Mbps	21 E1	14.54
b_5	100 Mbps	2 VC3	84.0 Mbps	42 E1	29.10
b_6	140 Mbps	VC4	132.0 Mbps	63 E1	43.60
b_7	280 Mbps	2 VC4	264.0 Mbps	128 E1	88.60
b_8	560 Mbps	4 VC4	528.0 Mbps	256 E1	177.20
b_9	1 Gbps	7 VC4	924.0 Mbps	441 E1	305.25
b_{10}	10 Gbps	1 λ	10,000 Mbps	5,263 E1	104.00

Tabla 7.1: Capacidad y Costos de Red de Transporte.

Los datos completos de la Red de Transporte G_T (nodos, enlaces, distancias), fueron suministrados por ANTEL, así como la definición de las velocidades disponibles: \hat{B} y sus costos respectivos por kilómetro ($T : \hat{B} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$). Estos últimos figuran en Tab-7.1. Se han omitido en las ejecuciones: b_8 y b_9 porque afectaban el carácter “creciente” de T .

Si bien el esquema de la Red de Transporte ya ha sido presentado con anterioridad, por su importancia lo reiteramos en Fig-7.2.

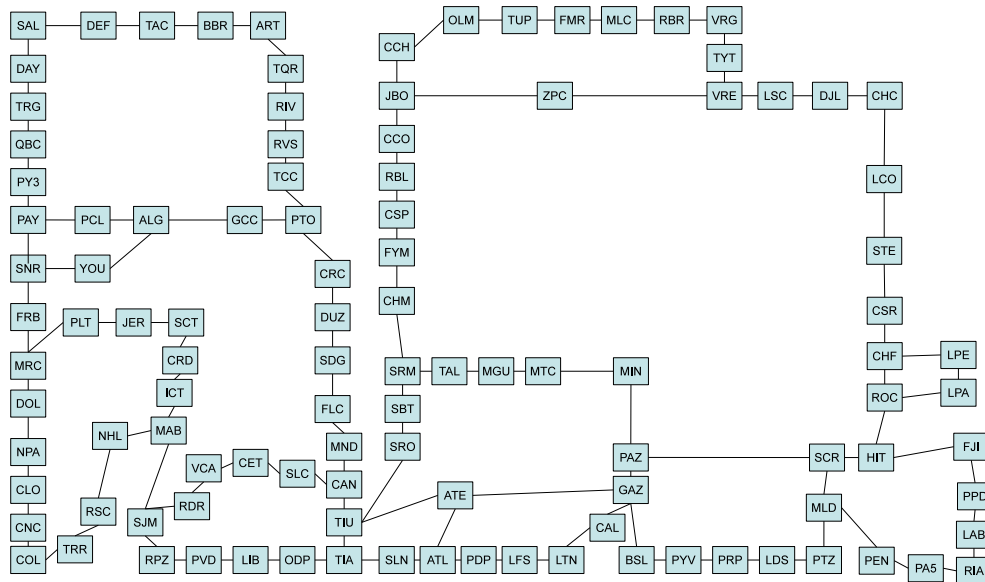


Figura 7.2: Red de Transmisión del Interior (ANTEL - Uruguay).

Respecto a la Red de Datos. ANTEL estableció presencia de acceso en prácticamente todas las estaciones donde actualmente se brinda el servicio ADSL sobre infraestructura ATM.

Para los nodos Edge hemos manejado varias situaciones. Se han incluido nodos fijos para representar AMM y/o Internet en los casos que correspondiera³, pero todo el resto de los nodos son opcionales.

Entre estos últimos figuran: todas las capitales o ciudades importantes, todos los nodos cuya estación tiene en la Red de Transporte grado tres o mayor. Las capitales se incluyeron porque era probable que la conexión local de todos los nodos de acceso justificara su instalación. En el resto porque una estación de grado 3 o mayor, permite un manejo eficiente de las rutas que vale la pena considerar.

7.3. Solución a G_E

Como explicáramos en Cap-7.1, las variables que afectan la “calidad” y el costo final en esta porción de la Red son: $dem_{L/H}$, $z_{Q/L/H}$, $int_{L/H}$ y $nap_{L/H}$. En cada caso los valores H , son los que presumiblemente empujarán hacia arriba el costo de la solución de G_E .

Hemos analizado los 16 escenarios resultantes fruto de las combinaciones de estas cuatro variables “binarias” y corresponden a los presentados en Tab-7.2.

³En aquellos escenarios que Internet es un nodo de la Red de Agregación, donde termina el tráfico internacional.

Índice	Demanda (demH/L)	Requerimientos (zQH/L)	Contenidos (intH/L)	Arquitectura (napH/L)
01	H	H	H	H
02	H	H	H	L
03	H	H	L	H
04	H	H	L	L
05	H	L	H	H
06	H	L	H	L
07	H	L	L	H
08	H	L	L	L
09	L	H	H	H
10	L	H	H	L
11	L	H	L	H
12	L	H	L	L
13	L	L	H	H
14	L	L	H	L
15	L	L	L	H
16	L	L	L	L

Tabla 7.2: Escenarios de Costo considerados.

Sin embargo rápidamente descartamos los escenarios: 13, 14, 15 y 16, porque la combinación demL-zQL resultaba en un escenario extremadamente improbable. Con requerimientos internacionales (a 2013) sólo un 30 % por encima de los actuales.

Entre todos los restantes buscamos el más costoso: 01-demH_zQH_intH_napH como era de esperar, y al estar seguros de cuales nodos edge formaban parte de la solución, procedimos a generar nuevos datos asumiendo estos nodos fijos. Esto presentaba cuatro ventajas:

- Permitía realizar un “balanceo” de la carga en la Red de SDH, tal como fuera explicado en Cap-4.2, consiguiendo soluciones más realistas.
- Se pudo superponer el tráfico multicast sobre la red para así tener certeza de su factibilidad. Nuestro modelo sólo maneja tráfico unicast, pero las implementaciones posibles del multicast en la Red de Agregación se basan en establecer “manualmente”, cuales nodos forman parte del árbol y entre cuales se propaga este tráfico.

En consecuencia (y afortunadamente), conocidos los nodos es posible generar datos para un equivalente “unicast” del problema y es lo que hemos hecho. Entre Edges hemos usado 450Mbps de tráfico multicast, para estar cubiertos en caso que se decida brindar en las capitales un servicio más ambicioso que Cardales (servicio IPTV).

- Al ser bastante menor la cantidad de nodos edge, se bajaban los tiempos de ejecución y se hacía posible realizar más pruebas.
- Se consiguió una base común de nodos a todos los escenarios. Efectivamente, facilita la posterior implementación el sólo agregar aristas en un mismo conjunto conocido de

nodos. La periódica instalación de un nodo “nuevo” genera un “trauma” en la operación.

En línea con lo anterior, hemos buscado el óptimo para el peor escenario (el más caro), y posteriormente hemos elegido sub-redes de este, en la medida que la calidad de la soluciones obtenidas no se apartara demasiado de la original.

De esta forma se pueden instalar los nodos y aristas básicos, necesarios para el escenario menos exigente; para desde éste y de acuerdo a como se revelen las incógnitas, agregar progresivamente aristas hasta eventualmente caer en el peor caso identificado. Logrando así un proceso de expansión de cierta continuidad.

Para conseguir este efecto, sencillamente se generan datos de entrada para G_E en un escenario, que sólo incluyan como aristas potenciales, aquellas que hayan sido usadas en el escenario anterior.

En el último punto del resumen anterior hemos tenido un éxito relativo. Consiguiendo efectivamente la continuidad buscada, pero dentro de cada arquitectura elegida. Se consigue un continuo de soluciones en el caso: $napH$ y otro en $napL$. Sin esta diferenciación ninguna de las soluciones era de buena calidad.

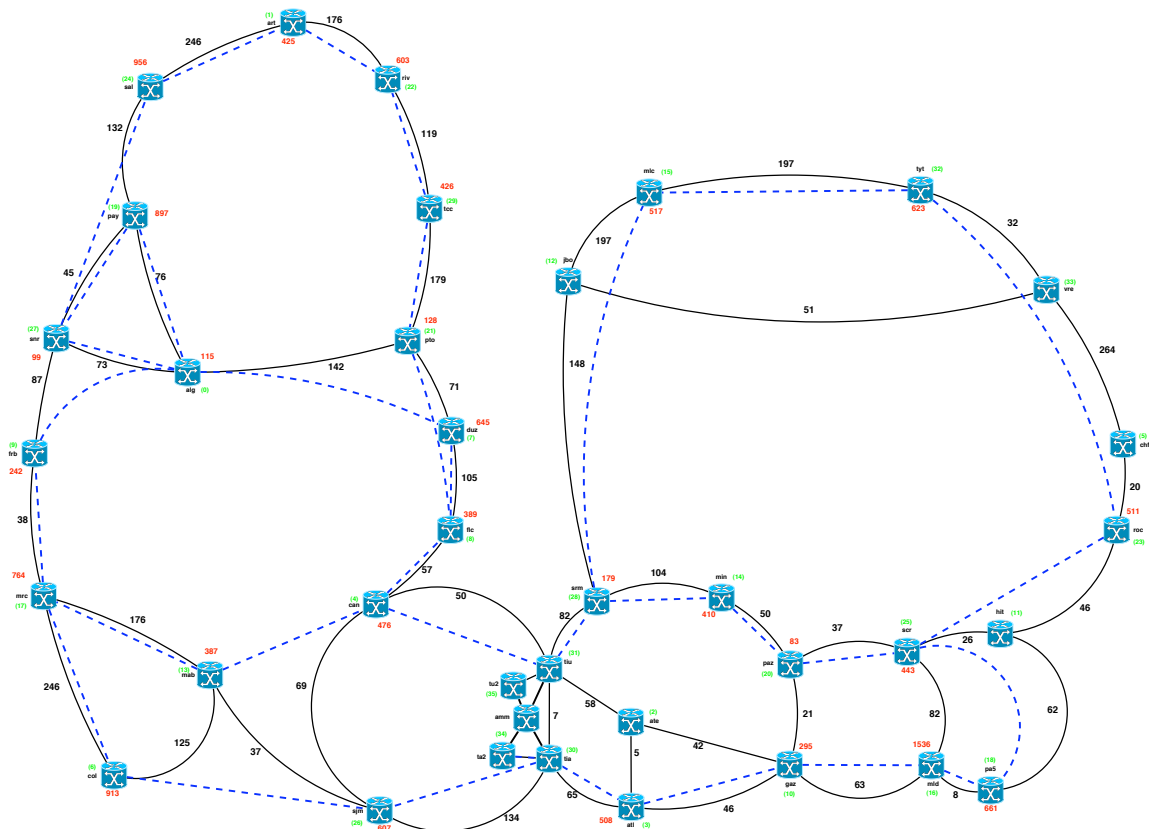


Figura 7.3: Red de Agregación en escenarios 6 y 8.

Sí tuvimos éxito que en el caso de switchear de la arquitectura actual a la otra en escenarios de mucha carga, todas las aristas establecidas sean también aristas en la segunda. En otras palabras: el escenario 1, define en cualquier caso el máximo conjunto de nodos y aristas esperable.

En lo que hace a la Red de Agregación bajo la arquitectura de redes actual, la mínima necesaria para afrontar los escenarios menos exigentes (6 y 8) es la presentada en Fig-7.3. En “negro” aparecen las canalizaciones de la Red de Transporte, con el recorrido asociado⁴. Los nodos edge aparecen con su nombre respectivo, así como con los requerimientos de tráfico⁵ a Internet asociados (en “rojo”) ⁶. Finalmente en “azul punteado” aparecen los links, en este caso de 10Gbps necesarios para que la Red G_E sea factible en cualquier escenario de falla simple.

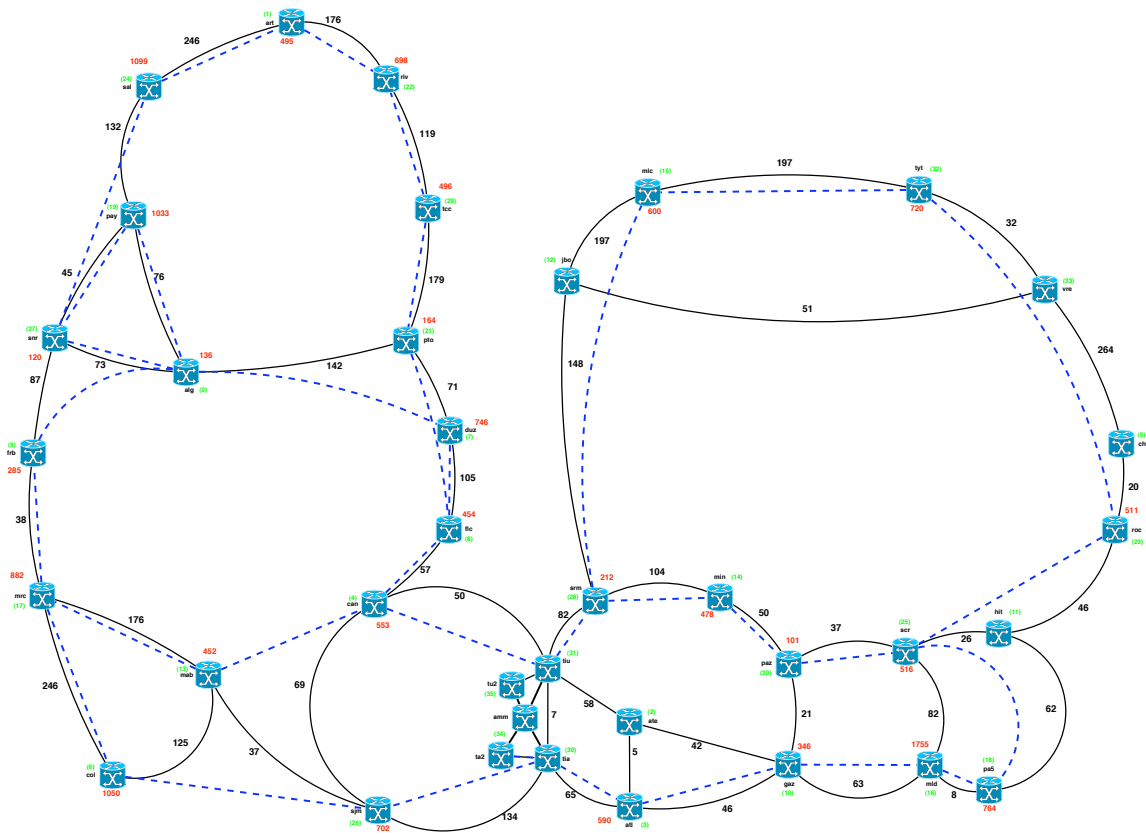


Figura 7.4: Red de Agregación en escenarios 10 y 12.

En Fig-7.4 aparecen los siguientes 2 escenarios más exigentes dentro de la arquitectura. Resultaron ser 10 y 12. Como puede apreciarse, aún habiendo subido los requerimientos de tráfico, la misma topología tiene capacidad para manejar el tráfico en cuestión.

⁴Se han omitido las estaciones intermedias, ya que luego de asignados los nodos de acceso no aportan más valor que aquel resumido en el recorrido.

⁵La demanda total de los accesos asignados a este nodo, procesada por la z_Q correspondiente.

⁶En “verde figura el índice asignado a cada nodo en el archivo de entrada a l algoritmo.

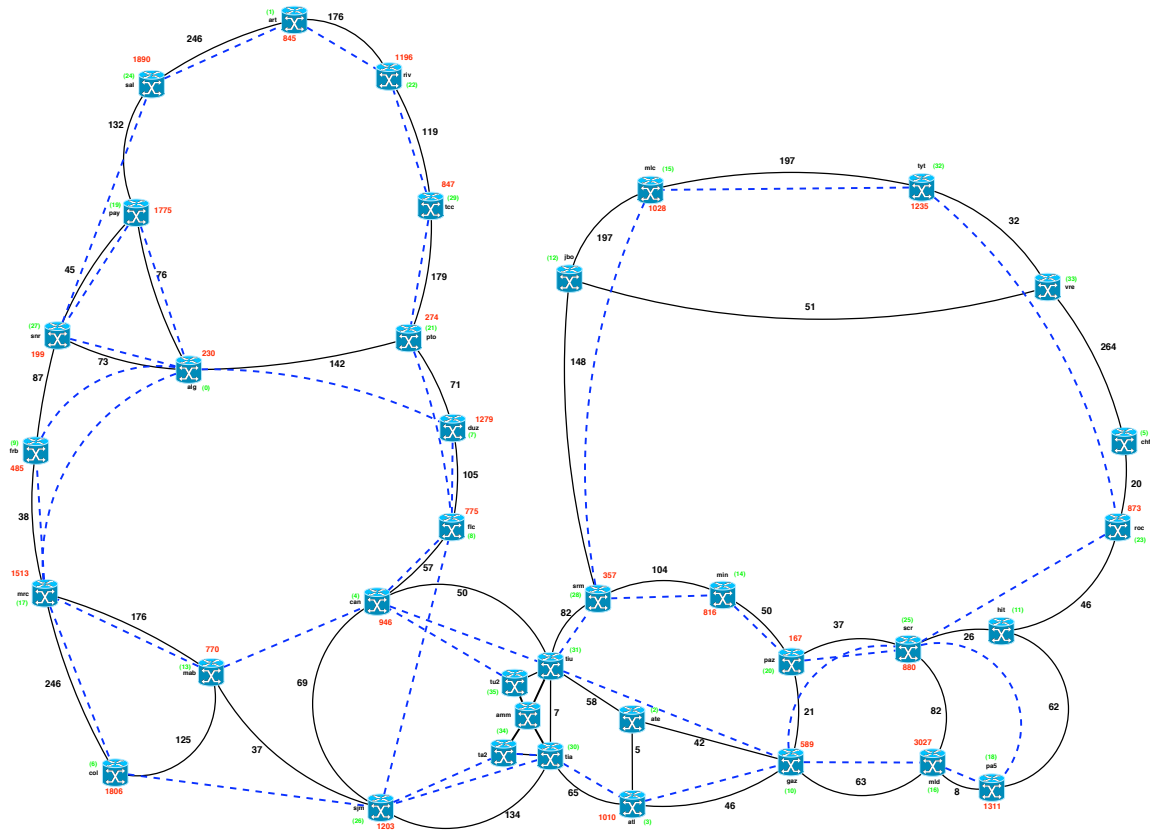


Figura 7.5: Red de Agregación en escenarios 2 y 4.

Las redes en los escenarios 6 y 8 (u 10 y 12) coinciden porque al no tener presencia en el NAP, el destino de todo el tráfico es AMM, ya sea porque termina en el Red IP Pública o en un eventual cache en el Datacenter de ANTEL. En cualquier caso a este nivel, el destino es el mismo.

Dentro de esta arquitectura el escenario más comprometido es el representado en Fig-7.5. En este caso fue necesario “expandir” la red para manejar el aumento en los requerimientos.

En cualquier caso las redes necesarias tienen baja densidad y topologías relativamente sencillas. Sin embargo no hay que perder de vista que el tráfico internacional, tiene que fluir por la Red IP Pública y las conexiones de esta también son soportadas en la Red de Transporte.

Los puntos actuales de conexión internacional son: Artigas (ART), Fray Bentos (FRB), Paysandú (PAY) y Rivera (RIV). Las conexiones desde AMM hacia el NAP de las Américas (u otro punto internacional) se implementan con flujos protegidos⁷ de transmisión, que tienen dos tramos independientes, con presencia “nacional” e “internacional”.

El costo de uno de estos flujos (capacidad 10Gbps), así como el costo de un puerto de 10Gbps

⁷Más adelante veremos que esto es necesariamente así.

al backbone de Internet en el NAP de las Américas, son los que figuran en Tab-7.3.

	Flujo Internacional [10Gbps] (sin protección)	Flujo Internacional [10Gbps] (protegido)	Flujo Nacional a ART-RIV, FRB-PAT [10Gbps] (protegido)	Puerto Internet en NAP (Miami) [10Gbps]
Costo [US\$ / año]	725,000.00	1,450,000.00	132,000.00	480,000.00

Tabla 7.3: Costos Anuales de Capacidad Internacional.

Los datos de “flujo internacional” y “puerto a Internet”, se han basado en contratos actuales y en estimaciones de cuanto pueden descender al 2013, basadas en datos históricos. El concepto de “protección” no aplica al puerto Internet en el NAP.

Hemos asumido que de negociarlo adecuadamente, se conseguiría un costo para un enlace “sin protección” equivalente a la mitad de uno protegido y lo hemos incluido en la tabla. Pero estos costos son “en la frontera”, ya sea: ART-RIV para Brasil, o FRB-PAY para Argentina. Hemos incluido además el costo promedio de 10Gbps protegidos⁸ desde Montevideo a alguno de estos puntos, considerando el costo por kilómetro en DWDM presentado en Tab-7.1.

En la arquitectura planteada, al costo de implementar las Redes de Agregación en los distintos escenarios presentados, habría que sumar un costo anual de: US\$ 2,062,000 por cada conexión de 10Gbps a Internet requerida⁹.

En la arquitectura alternativa hemos supuesto que en lugar de tener equipos de la Red IP Pública en el NAP, instalamos equipos de la Red de Agregación IP/MPLS y que esta red pasa a unificar las funciones de ambas.

En esta línea y a igual requerimiento de Internet, los puertos comprados en el NAP serían los mismos, pero las conexiones internacionales serían entre nodos edges y sin protección, hasta el nodo correspondiente en la frontera. A nivel nacional el tráfico de Internet se rutearía en la misma Red de Agregación. Sin hacer uso adicional de la Transmisión del Interior.

Claro que al representar el tráfico de AMM casi el 67 % del total, serán necesarias redes mucho más densas y el costo debe considerarse como un total para comparar economías relativas.

En Fig-7.6 se presenta la Red Óptima resultante para el escenario más liviano de esta arquitectura; el 7.

⁸Se consideraron 2 lambdas independientes.

⁹El valor surge de sumar los costos de: flujos nacional e internacional protegidos y el puerto Internet

Aparece un nodo nuevo (Internet) cuyos enlaces tienen un recorrido de 10.000km. Este valor se justifica de la siguiente forma. A US\$ 104/km año¹⁰, un flujo internacional sin protección tendría su equivalente a costo nacional en uno de 6.900km.

Si agregáramos el puerto Internet esta valor treparía a 11.300km. Usamos 10.000km como un número redondo del orden, tal que por su costo en el óptimo, ninguna conexión nacional (digamos una entre PAY y FRB) será implementada triangulando a través de Internet.

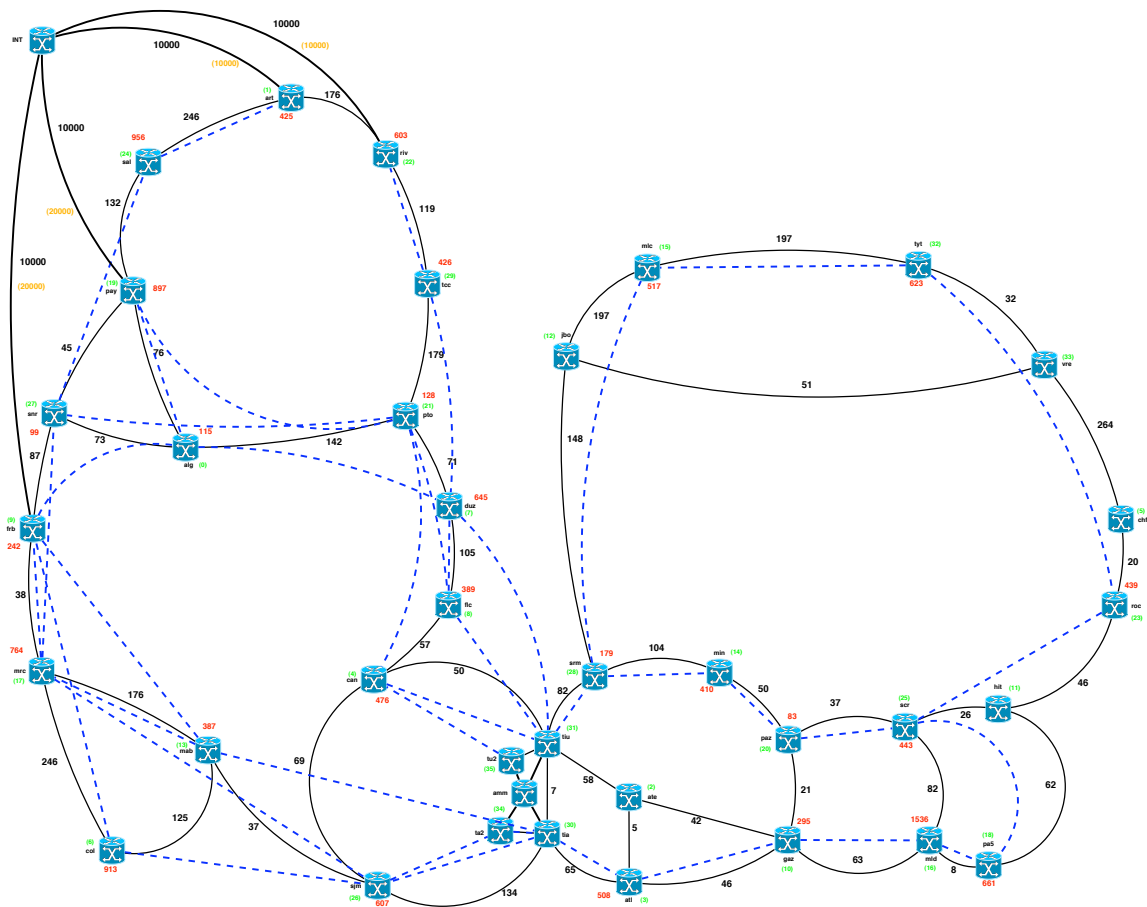


Figura 7.6: Red de Agregación en escenario 7.

En “naranja” figura cuanto capacidad se ha dimensionado en cada arista internacional.

Estrictamente hablando estas conexiones a Internet no se modelan con una arista, ya que la capacidad máxima es 10Gbps y para tener 20Gbps habría que usar aristas múltiples. Hemos solucionado el problema, definiendo “centrales virtuales” vecinas a: FRB, PAY, ART y RIV, con sus respectivos “Edges Virtuales”, que comparten un tramo de canalización de 10.000km

¹⁰Costo interno de esta capacidad.

tiene incidencia en los requerimientos de la red, porque el tráfico internacional se rutea a INT, mientras que el nacional termina en AMM.

El siguiente escenario en “carga” es 5 y el esquema correspondiente se presenta en Fig-7.8.

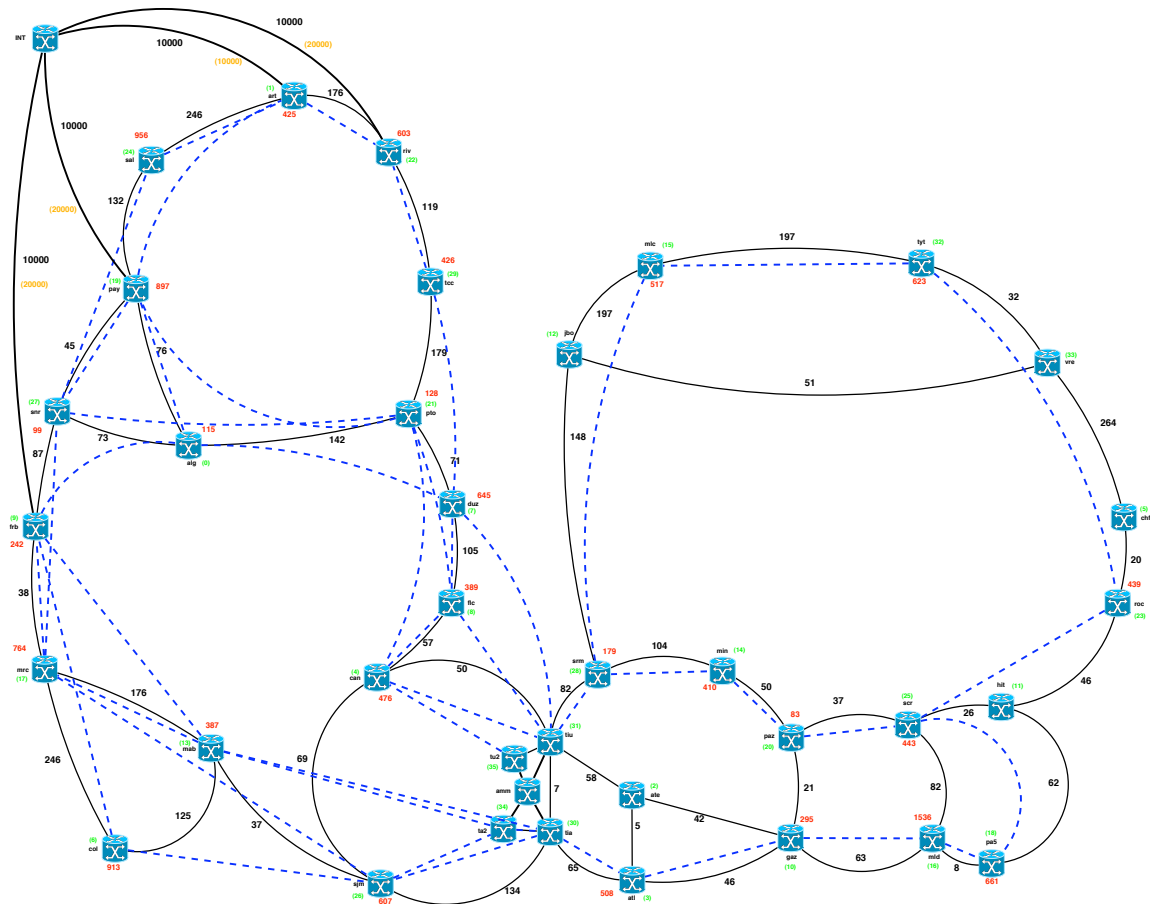


Figura 7.8: Red de Agregación en escenario 5.

Han aumentado ahora tanto la capacidad nacional como internacional, no como resultado de un aumento de requerimientos (de hecho bajaron), sino por la ausencia de contenido nacional.

En cualquier caso es interesante observar que el “Hemisferio Este” de la red ha permanecido inmutable a estos cambios de escenario. Algo similar sucedió en todo el proceso para la primer arquitectura y es propio de la naturaleza de nuestra red, como veremos en el análisis final.

Seguimos con el escenario 9 mostrado en Fig-7.9.

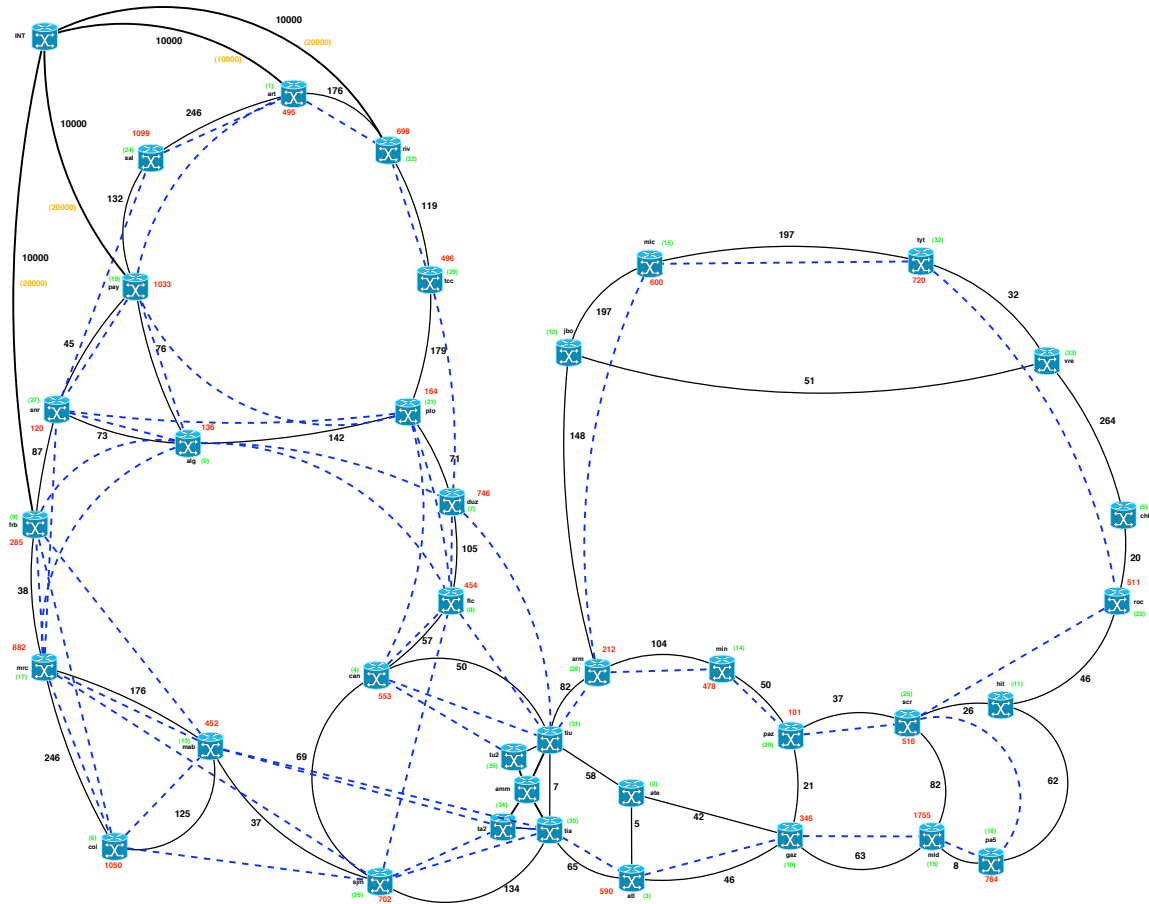


Figura 7.9: Red de Agregación en escenario 9.

En el mismo se registra una expansión de la red consecuente con los aumentos de requerimientos experimentados.

En Fig-7.10 y Fig-7.11 se muestra el resultado para los escenarios más exigentes en demanda.

La diferencia entre ambos estriba en la existencia de contenidos nacionales. Destacamos que el Este ha experimentado cambios en consecuencia. Aunque como de costumbre resultaron estrictamente menores.

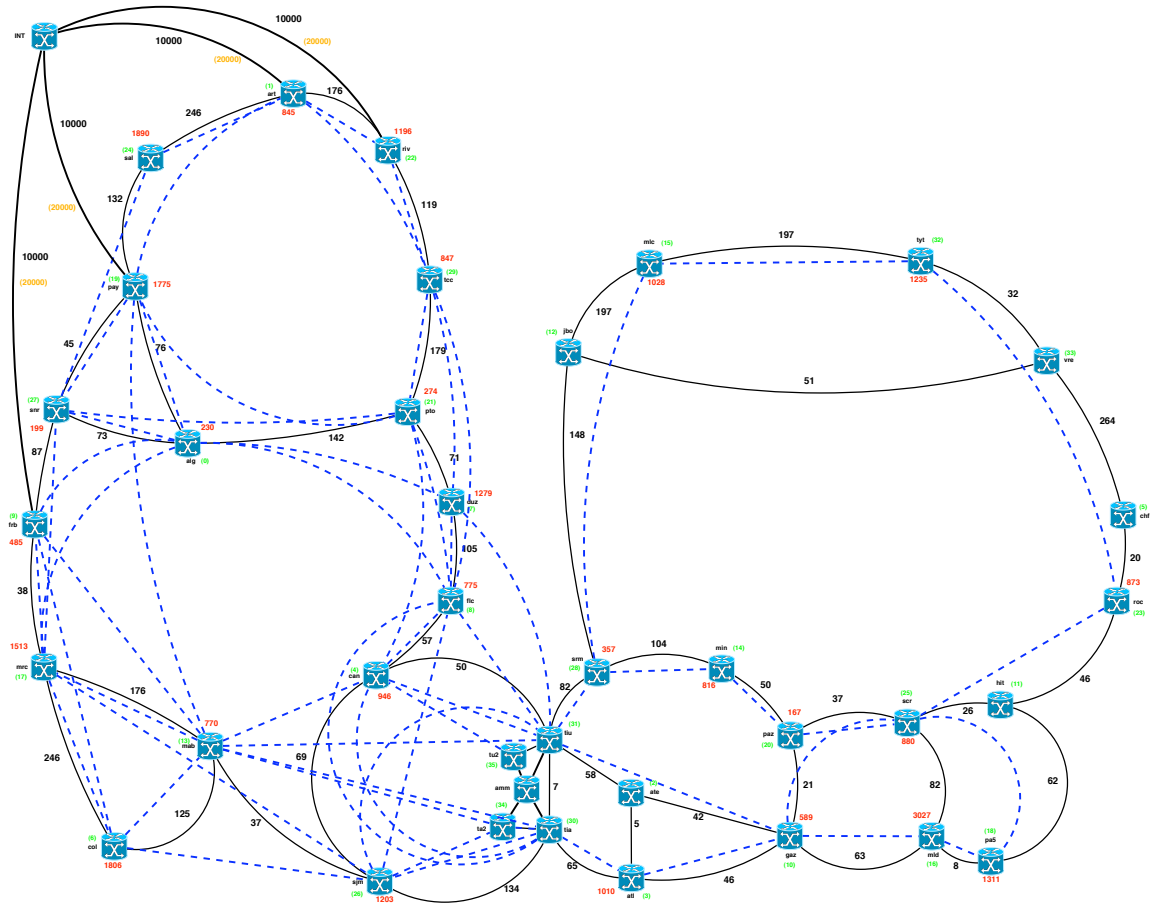


Figura 7.10: Red de Agregación en escenario 3.

Mientras tanto en el “Hemisferio Oeste” se ha disparado el número de enlaces, al punto que incluso resulta difícil visualizarlos en el esquema. Especialmente en Fig-7.11, donde además la capacidad internacional ha trepado a los 110Gbps.

La explicación es sencilla. Tiene que ver con que la ruta de salida para la zona que concentra más demanda del país (AMM más el Hemisferio Este), es precisamente el Hemisferio Oeste, ya que en este se encuentra la totalidad de las conexiones internacionales.

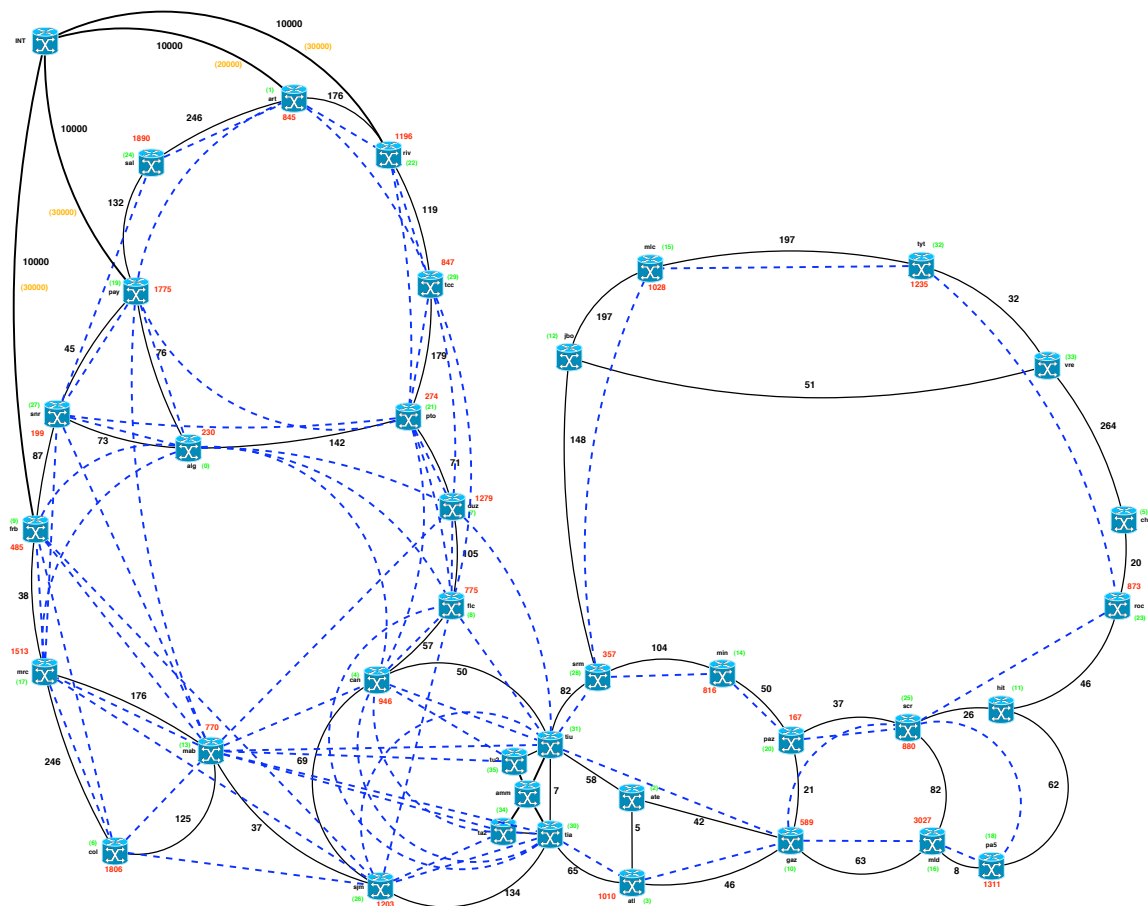


Figura 7.11: Red de Agregación en escenario 1.

Además los requerimientos de tráfico internacional rondan a los 80Gbps, casi un orden de magnitud por encima de los 10Gbps manejados en los enlaces, lo que resulta en un gran número de conexiones activas, para conseguir la capacidad necesaria.

Como complementariamente la Red de Transporte presenta una topología poco densa y la Red de Agregación pertenece a \mathcal{P}_{SU} (es simple), se deben agregar conexiones a nodos cada vez más lejanos para no repetir aristas.

El efecto combinado de todos estos “problemas” lleva necesariamente a construir soluciones factibles poco ortodoxas.

En lo que respecta a lo económico, detallamos en Tab-7.4 el costo total de cada uno de los escenarios analizados.

Escen	DRIN	Costo MPLS	Reqto. Internet	Puertos Internet	Costo Puertos	Costo Internac.	Costo Total
1	HHHH	1,233,648	79,125	8	3,840,000	7,975,000	13,048,648
2	HHHL	532,896	79,125	8	3,840,000	12,656,000	17,028,896
3	HHLH	1,049,568	59,405	6	2,880,000	5,800,000	9,729,568
4	HLLH	532,896	59,405	6	2,880,000	9,492,000	12,904,896
5	HLHH	713,856	40,394	5	2,400,000	5,075,000	8,188,856
6	HLHL	451,360	40,394	5	2,400,000	7,910,000	10,761,360
7	HLLH	627,848	30,318	4	1,920,000	4,350,000	6,897,848
8	HLLL	451,360	30,318	4	1,920,000	6,328,000	8,699,360
9	LHHH	823,160	45,373	5	2,400,000	5,075,000	8,298,160
10	LHHL	451,360	45,373	5	2,400,000	7,910,000	10,761,360
11	LHLH	651,560	34,091	4	1,920,000	4,350,000	6,921,560
12	LHLL	451,360	34,091	4	1,920,000	6,328,000	8,699,360

Tabla 7.4: Detalle y Costo Total por escenario.

La primera y segunda columna corresponden al escenario. En la segunda se han abreviado: dem, zQ, int y nap. En la tercera figura el costo anual en dólares asociado a la Red de Agregación IP/MPLS que fue necesario desplegar en el interior para satisfacer el escenario.

La cuarta columna expresa los requerimientos de ancho de banda internacional asociados a cada escenario, la quinta el número de puertos de 10Gbps necesarios para satisfacerlo y en la sexta el costo de estos puertos en el NAP de las Américas.

La séptima tiene los costos de transmisión internacional. En las arquitecturas napL corresponden al número de puertos multiplicado por 1,450,000 + 132,000, según los costos que constan en Tab-7.3. En las arquitecturas napH se calcula multiplicando el número de enlaces internacionales de las figuras: Fig-7.11, Fig-7.10, Fig-7.8, Fig-7.6, Fig-7.9 y Fig-7.7, por 725,000 como también consta en Tab-7.3.

De este análisis se desprende que de adoptar la nueva arquitectura propuesta, se producirían ahorros anuales que fluctúan entre: US\$ 1,777,800 y US\$ 3,980,248, según los cambios posibles en el resto de las variables.

Asimismo la apuesta a un 25 % de contenido nacional representa ahorros anuales comprendidos entre: US\$ 1,291,008 y US\$ 4,124,000.

Estas dos variables son especialmente interesantes porque corresponden a decisiones de ingeniería de la red, básicamente independientes.

De adoptar ambas decisiones conjuntamente, los ahorros anuales fluctúan entre: US\$ 3,839,800 y US\$ 7,299,328, representando caídas que varían entre un 35,7 % y un 42,9 % del costo asociado al conjunto: Red de Agregación IP/MPLS del Interior, más la Red IP Pública.

Podríamos vernos tentados de realizar un análisis de similares características en las primeras dos variables del problema, pero éstas a diferencia de las ya analizadas, están fuertemente relacionadas al ingreso, por depender del número de servicios y la cartera de productos.

También las diferencia el hecho de nos ser “independientes”. Por todo lo expuesto preferimos dejarla como información de costos a ser manejada dentro de la estrategia de precios y ventas, por el grupo de finanzas de ANTEL.

7.4. Componente Access - Edge

Las conexiones access - edge también tienen una incidencia relativamente importante en los costos. Como ya expresáramos en Cap-7.1, en este caso las variables que afectan los costos son: demL/H, zQL/H y cardL/H. La proporción de contenidos nacionales, o el dónde se rutea el tráfico son absolutamente invisibles para la configuración de acceso.

En este punto nos limitamos entonces a calcular este componente de costo en cada escenario de interés, de acuerdo a las optimizaciones realizadas y a la asignación encontrada que consta en Cap-C.3. También en el citado anexo se encuentra el detalle de ocupación resultante en cada tramo de la Red SDH.

	HHH	HHL	LHH	LHL	HLH	HLL
Costo LAG (US\$/año) misma ruta	1,168,282	764,450	844,604	384,630	894,152	548,456
Costo LAG (US\$/año) independientes	2,129,660	1,363,347	1,528,137	695,638	1,620,044	971,881

Tabla 7.5: Costo Total en SDH por escenario.

El resultado muestra que tal como podíamos esperar, la implementación elegida en Def-4.2.2 resulta en Redes de Acceso más económicas. El cuánto, depende del escenario particular, pero el ahorro anual varía entre: US\$ 311,008 y US\$ 961,378.

Otra dato interesante es cuanto representa el contenido de video de Cardales en el costo de acceso. En la arquitectura de acceso elegida el costo anual adicional varía entre: US\$ 345,696 y US\$ 459,974. De haber usado la anterior hubiera variado entre: US\$ 648,163 y US\$ 832,499.

7.5. Conclusiones y Análisis de Resultados

Como primer resultado importante, destacamos que las tres recomendaciones fundamentales: no uso de LAGs independientes, ruteo del tráfico público en la red IP/MPLS y la apuesta al contenido nacional, representarán en conjunto al 2013, ahorros anuales comprendidos entre: US\$ 4,150,808 y US\$ 8,260,706.

Parte de estos ahorros parecen naturales y hasta intuitivos. Basta ver en Tab-7.4 el peso relativo del componente internacional¹¹ en el costo total de la Red, para comprender la importancia de la presencia de contenido nacional.

En cuanto al componente “acceso”, el ejemplo presentado en Cap-4.2 hacía evidente este ahorro. Aunque claro está, el ahorro en los costos tiene asociada una pérdida de disponibilidad que fue analizada como parte del mismo ejemplo. Existe por tanto un compromiso a asumir entre: costos y disponibilidad que oscurece el resultado.

En la misma línea de razonamiento, conseguir contenido nacional también representa un aumento de los costos, fundamentalmente en TI. En cualquier caso los resultados dan elementos objetivos para el análisis de las inversiones correspondientes.

Algo similar ocurre con la demanda y la relación de diseño. Su principal valor radica en la información que sintetizan. Porque es probable que los escenarios con mayores requerimientos (demHzQH), sean los que generan mayores ingresos¹², además de ser los más costosos. La decisión económica final requiere de más variables para el análisis.

El resultado que sí llama poderosamente la atención por su magnitud, es el conseguido con el ruteo del tráfico público en la Red de Agregación. Ni aún el más optimista del equipo esperaba este porcentaje, que por otra parte y a diferencia de los anteriores, no era intuitivo.

Ni el alcance del proyecto ni nuestro tiempo, nos han permitido estudiar este problema con mayor rigor. Con el mismo grado de rigor que hemos usado hasta este punto. Vamos sin embargo a dar una opinión al respecto, aunque reconociendo que está más basada en la intuición, que en un resultado matemático.

Si comparamos los escenarios similares con ambas arquitecturas: (1,2), (3,4), (5,6), (7,8), (9,10) y (11,12), comprobamos que la arquitectura actual requiere soluciones más caras en porcentajes respectivos: 30.5 %, 32.6 %, 31.4 %, 26.1 %, 29.7 % y 25.7 %. En un rango que oscila entre digamos: 25 % y 33 %.

Sin embargo con un análisis más cuidadoso de los valores de Tab-7.4, descubrimos que el grueso de esta diferencia es atribuible a la transmisión internacional, que representa algo así como

¹¹Puertos a Internet y Transmisión Internacional.

¹²Los productos “libres” son más caros que los flexibles y a mayor número de clientes mayor facturación.

60 % del costo en la nueva arquitectura y más de 72 % en la actual.

Las diferencias relativas de capacidad internacional de la nueva arquitectura a la anterior, para los escenarios similares son: 58.7 %, 63.7 %, 55.9 %, 45.5 %, 55.9 %, 45.5 % y explican por sí mismas la mayor eficiencia en el costo, a favor de la nueva arquitectura.

Creemos que esta diferencia no tiene su explicación en las Redes de Datos, sino en la Red de Transporte. Porque esta última tiene varios problemas estructurales importantes, entre los que destacamos especialmente el siguiente.

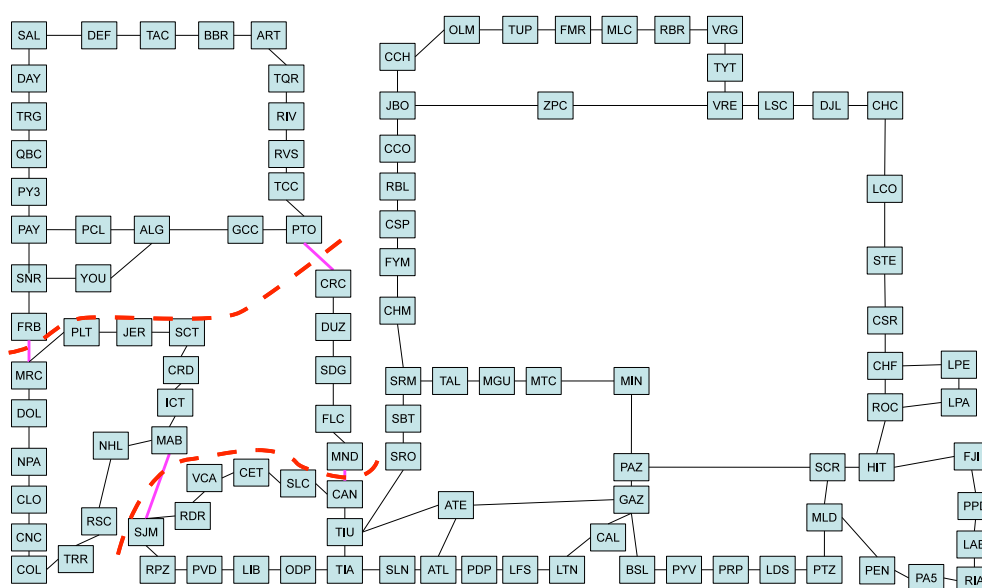


Figura 7.12: Cortes críticos en Red de Transporte.

En Fig-7.12 pueden apreciarse 2 bonds en la Red de Transporte especialmente interesantes. Un corte de tamaño 2: PTO-CRC y FRB-MRC tiene la particularidad de dejar en segmentos disjuntos, el 100 % de la conectividad internacional y el 90 % de la demanda respectiva. Algo similar, aunque menos crítico sucede con: SJM-MAB y CAN-MND.

Como la Red IP Pública sólo tiene presencia en Montevideo e invocando Lem-4.3.11, es claro que la existencia de bonds de tamaño 2, que separan el componente nacional del internacional, implica que todos los enlaces internacionales deben duplicar la capacidad de los Puertos de Internet, o la que es equivalente: “todos los enlaces internacionales deben estar protegidos por otro enlace independiente dedicado”. Como se hace actualmente.

Esto es una pena porque el bond que separa al país del resto del mundo tiene tamaño 4. Usando nuevamente el Lem-4.3.11, pero olvidándonos por un segundo de la discreticidad en la capacidad de las conexiones; pensemos que entre: Uruguay y el resto del mundo, hay requerimientos por x Gbps a ser enrutados sobre un bond de tamaño 4.

Bastaría tener entonces capacidad $x/3$ en cada punto de intercambio (ART, FRB, PAY y RIV), para cumplir con los requerimientos en escenarios de falla simple. Si pudiéramos rutear el tráfico antes de llegar a Montevideo necesitaríamos estrictamente $\frac{4x}{3}$ Gbps.

Pero al traer la capacidad hasta Montevideo para recién ser ruteada, ésta atraviesa bonds de tamaño 2 y pasamos a requerir transmisión internacional por $2x$ Gbps. Un 50 % más que en el caso anterior, lo que cierra perfectamente con las diferencias de costo en transmisión internacional analizadas un par de párrafos antes.

Vemos entonces dos formas de mantener la arquitectura actual de dos redes, con un nivel de eficiencia similar al de la solución unificada.

1. La primera sería agregar POPs de la Red IP Pública en el Hemisferio Oeste de la Red. Pero esto implicaría tener dos redes distintas con proyección nacional, y dista del objetivo corporativo de conseguir una única Red Multiservicio.
2. La segunda consiste en agregar conectividad a la Red de Transporte. Estableciendo “cuidadosamente” tramos de canalización entre ambos hemisferios, podríamos ganar la conectividad a Montevideo necesaria para alcanzar la eficiencia buscada.

Esto además podría complementarse con la aparición de conexiones internacionales en el Hemisferio Este, como el cable submarino: Maldonado - Las Toninas.

Ambas son alternativas con pros y contras. Pero debemos ser sinceros al expresar que a este momento, vemos con bastante más claridad el “diagnóstico” que el “tratamiento”.

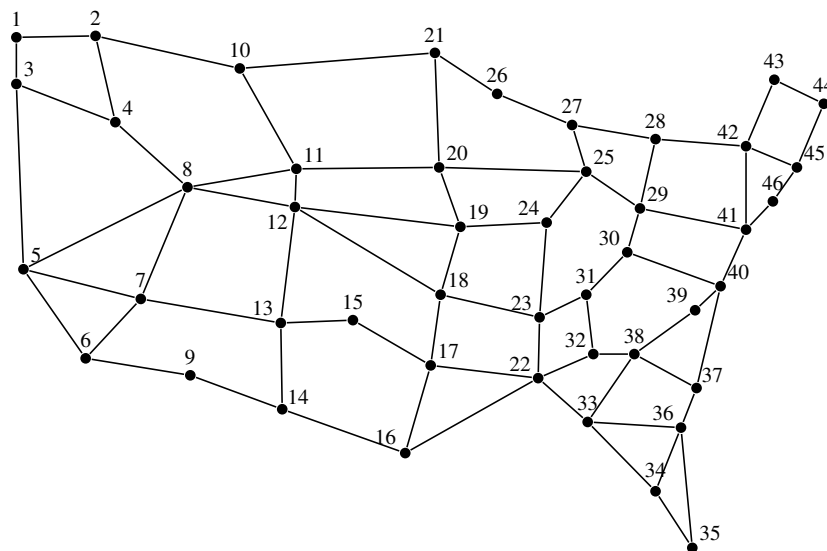


Figura 7.13: Red del proveedor USNet (USA).

Como referencia, hemos investigado otros proveedores y vemos que de este tipo son las soluciones que éstos buscan. En la Red de USNet (Fig-7.13) podemos ver que el mínimo bond que separa las costas: Este y Oeste tiene tamaño 5 y es: (27,28), (25,29), (23,31), (22,32) y (22,33). Separar Norte de Sur es aún más complicado.

De no ser viable en el corto plazo emprender cambios como los anteriormente planteados, habrá que pensar seriamente en actualizar las tecnologías disponibles, tanto en la Red de Transporte como en la Red de Agregación IP/MPLS. Una Red con la topología de Fig-7.11 puede ocasionar problemas de operación por la elevada cantidad de enlaces.

Prestando atención y a la luz de la aparente causa del problema, el resultado en Fig-7.11 parece hasta natural. El algoritmo no ha hecho más que buscar mucha capacidad para sortear los grandes obstáculos de la topología de G_T ; los bonds: (PTO-CRC, FRB-MRC) y (SJM-MAB, CAN-MND).

La solución por tanto parece pasar por dotar de gran capacidad la cara de G_E que contiene a los nodos: ALG, PTO, DUZ, FLC, CAN, SJM, MAB, MRC, FRB y SNR. Porque ésta es la responsable de “articular” la fuente, con el destino del tráfico.

Sugiere entonces que este sería el “core” de una Red Multiservicio, que unifique las funciones de: agregación y ruteo público. Pero una vez más dejamos constancia, que no contamos con los elementos para dar una respuesta categórica.

De ser este último el caso también representaría un problema, porque el core multiservicio actual, está planteado dentro de Montevideo. Concretamente en las mismas centrales donde hoy tiene presencia la Red IP Pública y por tanto adolecería de sus mismos problemas.

Parte V
ANEXOS

Apéndice A

ANEXO (Códigos MATLAB)

A.1. MMKGDNN

Dados un número de clientes n estadísticamente equivalentes con factor de uso ρ para una velocidad BW común a todos. Que atraviesan un enlace de la red que ha sido dimensionado con una capacidad $LC = kBW$. Esta función retorna las matrices $Q \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ y $b \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ de (2.1) que deben verificar $Q\Pi = b$.

```
function [Q,b] = mmkgdnn(n,k,rho)
%function [Q,b] = mmkgdnn(n,k,rho)
%Dados:   n clientes con rho como razon de trafico (lambda/mu)
%         que atraviezan cierto link de la red dimensionado
%         con kBW.
%Retorna: Q,b tales que Q\b son las probabilidades de los
%         estados estacionarios correspondientes.

% Calculo b
b=zeros (n+1,1);
b(1)=1;

% Calculo Q
prods=zeros (n,1);
num=(n:-1:1)*rho;
den=[1:k k*ones(1,n-k)];
coc=num./den;
Q=speye(n+1);
Q(1,:)=ones(1,n+1);

for i=1:n,
    Q(i+1,i)=-coc(i);
end
```

A.2. KFORN

Dados un número de clientes n estadísticamente equivalentes con factor de uso ρ para una velocidad BW común a todos, que atraviesan un mismo enlace de la red. Y un objetivo de calidad estadística Q_0 , fracción del tiempo que mientras alguno de los servicios está activo se aspira a no detectar congestión. Esta función retorna k ($(k_{\rho, Q_0}(n))$), entero mínimo tal que si la capacidad del enlace fuera $LC = kBW$ se cumpliría el objetivo. Retorna además k/n .

```
function [k, kdn]=kfor(n, rho, Q0)
%function [k, kdn]=kfor(n, rho, Q0)
%Dados:  n clientes que atraviezan cierto link de la red y
%        compraron BW. Con rho (lambda/mu) como razon
%        de trafico y buscado disponer Q0 del tiempo del
%        100% de BW.
%Retorna: k, tal que kBW es la minima capacidad del link
%         para cumplir Q0 y retorna ademas kdn = k/n.

xa=1;
[Q, b]=mmkgdnn(n, xa, rho);
P=Q\b;
fa=sum(P(2:(xa+1)))/(1-P(1))-Q0;
xb=n;
fb=1;

while(abs(xb-xa)>1),
    xm=round((xa+xb)/2);
    [Q, b]=mmkgdnn(n, xm, rho);
    P=Q\b;
    fm=sum(P(2:(xm+1)))/(1-P(1))-Q0;

    if fm<=0,
        xa=xm; fa=fm;
    else
        xb=xm; fb=fm;
    end
end

if(fa>=0)
    k=xa;
else
    k=xb;
end

kdn=k/n;
```

A.3. KFORN2

Dados un número de clientes n estadísticamente equivalentes con factor de uso ρ para una velocidad BW común a todos, que atraviesan un mismo enlace de la red. Y una máxima fracción de utilización del enlace δ . Esta función retorna k ($\bar{k}_{\rho,\delta}(n)$), entero mínimo tal que si la capacidad del enlace fuera $LC = kBW$ el tráfico medio en este no superaría δLC . Retorna además k/n .

```
function [k,kdn]=kforn2(n,rho,delta)
%function [k,kdn]=kforn2(n,rho,delta)
%Dados: n clientes que atraviezan cierto link de la red
% y compraron BW. Con rho (lambda/mu) como razon
% de trafico y un factor de utilizacion delta.
%Retorna: k, minimo tal que kBW*delta es mayor o igual al trafico
% medio en el link y retorna ademas kdn = k/n.

xa=1;
[Q,b]=mmkgdnn(n,xa,rho);
P=Q\b;
fa=sum(P((2):(n+1)))-delta;
xb=n;
fb=-n;

while(abs(xb-xa)>1),
    xm=round((xa+xb)/2);
    [Q,b]=mmkgdnn(n,xm,rho);
    P=Q\b;
    fm=(0:(xm-1))*P(1:xm)+sum(P((xm+1):(n+1)))*xm-xm*delta;

    if fm<=0,
        xb=xm; fb=fm;
    else
        xa=xm; fa=fm;
    end
end

if (fa<0)
    k=xa;
else
    k=xb;
end

kdn=k/n;
```

A.4. MATRIX4MTIST

Dados un número de clientes n_1 con servicios de “tipo 1” y n_2 con servicios de “tipo 2” retorna, un ordenamiento de los estados para el modelo Markoviano de 2 dimensiones (como en Fig-2.20) que hace que la matriz Q mediante la que se obtiene $\Pi = Q \setminus b$ sea diagonal.

```
function [ij2vidx,vidx2i,vidx2j]=matrix4mtist(n1,n2)
%function [ij2vidx,vidx2i,vidx2j]=matrix4mtist(n1,n2)
%Dados:  n1 la cantidad de servicios estandar y
%        n2 la cantidad de servicios de otra velocidad
%Retorna: ij2vidx (i,j) es el indice de la variable
%         asociada al estado q_ij. Significa que hay i
%         conexiones activas de servicio de otra vel y
%         j conexiones de los estandar
%         vidx2i (vindex) es el indice-i dado vindex.
%         vidx2j (vindex) es el indice-j dado vindex.

index=1;
for diag=1:(n1+n2+1),
    for i=1:diag,
        if (i<=n1+1),
            j=diag-i+1;
            if (j<=n2+1),
                ij2vidx(j,i)=index;
                vidx2i(index)=j;
                vidx2j(index)=i;
                index=index+1;
            end
        end
    end
end
```

Si por ejemplo $n_1 = 3$ y $n_2 = 2$ los estados y sus índices correspondientes serían:

$q_{2,0}$	$q_{2,1}$	$q_{2,2}$	$q_{2,3}$	4	7	10	12
$q_{1,0}$	$q_{1,1}$	$q_{1,2}$	$q_{1,3}$	2	5	8	11
$q_{0,0}$	$q_{0,1}$	$q_{0,2}$	$q_{0,3}$	1	3	6	9

Las variables $vidx2i$ y $vidx2j$ contienen respectivamente las filas y columnas en la matrix para un índice dado, y por el contrario la matrix $ij2vidx$ retorna el índice correspondiente a las coordenadas.

A.5. MMKGDNN2D

Genera datos n_1 , n_2 y h (clientes de velocidades BW y hBW respectivamente), así como ρ (factor de uso): las matrices Q y b tales que $\Pi = Q \backslash b$ resuelve el problema visto en Cap-2.3.5 y las conversiones de índices según se vieron en Cap-A.4 para llegar a estas.

```
function [Q,b,ij2vidx,vidx2i,vidx2j] = mmkgdnn2d(n1,n2,k,h,rho)
%function [Q,b,ij2vidx,vidx2i,vidx2j] = mmkgdnn2d(n1,n2,k,h,rho)
%Dados:  n1 la cantidad de servicios estandard,
%        n2 la cantidad de servicios de otra velocidad,
%        h, relacion entre las velocidades, k entero que
%        representa la capacidad del enlace y rho.
%Retorna: las matrices tales que Q\b es la probabilidad
%         estacionaria de estar en cada estado, asi
%         como las matrices para revertir la indexacion

[ij2vidx,vidx2i,vidx2j]=matrix4mtist(n1,n2);
n=length(vidx2i);

% Calculo b
b=zeros (n,1);
b(1)=1;

% Calculo Q
Q=sparse(n,n);
Q(1,:)=ones(1,n);

for idx=1:(n-1),
    for curr=1:idx,
        ci=vidx2i(curr);
        cj=vidx2j(curr);

        % UPWARDS
        ni=ci+1;
        nj=cj;

        if ((ni<=n2+1)&&(nj<=n1+1)&&(ij2vidx(ni,nj)>idx)),
            Q(idx+1,ij2vidx(ci,cj))=Q(idx+1,ij2vidx(ci,cj))-(n2-ci+1)*rho;
            if ((h*(ni-1)+(nj-1))<=k),
                Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+(ni-1)*h;
            elseif ((ni+nj-2)<=k),
                Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+(k-nj+1);
            else
                Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+k/(ni+nj-2)*(ni-1);
            end
        end
    end
end
```

```

    end
end

% RIGHTWARDS
ni=ci;
nj=cj+1;
if ((ni<=n2+1)&&(nj<=n1+1)&&(ij2vidx(ni,nj)>idx)),
    Q(idx+1,ij2vidx(ci,cj))=Q(idx+1,ij2vidx(ci,cj))-(n1-cj+1)*rho;
    if ((h*(ni-1)+(nj-1))<=k),
        Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+(nj-1);
    elseif ((ni+nj-2)<=k),
        Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+(nj-1);
    else
        Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))=Q(idx+1,ij2vidx(ni,nj))+k/(ni+nj-2)*(nj-1);
    end
end
end
end
end

```

De la forma en que se han indexado las probabilidades, los equilibrios se plantean de una región a otra con índices inmediatos y la matrix Q resultante es de banda. Si por ejemplo $n_1 = 3$ y $n_2 = 2$, la quinta ecuación (correspondiente al índice 4) relaciona estados “rojos” con “azules” cuyos índices no están separados más de 3 (tamaño de la diagonal):

$q_{2,0}$	$q_{2,1}$	$q_{2,2}$	$q_{2,3}$	4	7	10	12
$q_{1,0}$	$q_{1,1}$	$q_{1,2}$	$q_{1,3}$	2	5	8	11
$q_{0,0}$	$q_{0,1}$	$q_{0,2}$	$q_{0,3}$	1	3	6	9

Lo mismo aplica para cualquier otra ecuación. Observar que los estados “rojos” sólo se interactúan con los “azules” que están arriba y/o a la derecha.

A.6. KFORN2D

Esta función es la análoga a Cap-A.2 cuando coexisten clientes de productos de distintas velocidades. Dados n_1 , n_2 y h (clientes de velocidades BW y hBW respectivamente), así como ρ (factor de uso) y un target de diseño Q_0 , retorna la capacidad del enlace para cumplir con el objetivo estadístico así como le relación entre esta y el ancho de banda vendido ($BW(n_1 + hn_2)$).

```
function [k,kdn]=kfor2d(n1,n2,h,rho,Q0)
%function [k,kdn]=kfor2d(n1,n2,h,rho,Q0)
%Dados: n1+n2 clientes que atraviezan cierto link de la red.
% Donde n1 compraron BW y n2 clientes hBW.
% Con rho como razon de trafico (lambda/mu) para BW
% y buscado que todos dispongan Q0 del tiempo el total
% de la velocidad contratada.
%Retorna: k tal que kBW es la minima capacidad del link para cumplir
% este objetivo y kdn = k/(n1+hn2) relacion entre el
% ancho de banda vendido y lo que hay que dimensionar
% en el enlace.

n=(n1+1)*(n2+1);

% VALORES INICIALES DE REFERENCIA
ka=1;
[Q,b,ij2vidx,vidx2i,vidx2j] = mmkgdnn2d(n1,n2,ka,h,rho);
P=Q\b;
prob11=0;
prob12=0;
prob21=0;
prob22=0;
for vindex=1:n,
    i=vidx2i(vindex)-1;
    j=vidx2j(vindex)-1;

    if ((i+j)<=ka) && (j>=1),
        prob11=prob11+P(vindex);
    end

    if (j==0),
        prob12=prob12+P(vindex);
    end

    if ((i*h+j)<=ka) && (i>=1),
        prob21=prob21+P(vindex);
    end
end
```

```

    if (i==0),
        prob22=prob22+P(vindex);
    end
end
fa1=(prob11-Q0*(1-prob12))*(n1>0);
fa2=(prob21-Q0*(1-prob22))*(n2>0);

kb=n1+n2*h;
fb1=1;
fb2=1;
err=kb-ka;

% CALCULAMOS k POR BIPARTICION
while (err>1),
    km=round((ka+kb)/2);
    [Q,b,ij2vidx,vidx2i,vidx2j] = mmkgdnn2d(n1,n2,km,h,rho);
    P=Q\b;

    prob11=0;
    prob12=0;
    prob21=0;
    prob22=0;
    for vindex=1:n,
        i=vidx2i(vindex)-1;
        j=vidx2j(vindex)-1;

        if ((i+j)<=km) && (j>=1),
            prob11=prob11+P(vindex);
        end

        if (j==0),
            prob12=prob12+P(vindex);
        end

        if ((i+h+j)<=km) && (i>=1),
            prob21=prob21+P(vindex);
        end

        if (i==0),
            prob22=prob22+P(vindex);
        end
    end
end
fm1=(prob11-Q0*(1-prob12))*(n1>0);

```

```

fm2=(prob21-Q0*(1-prob22))*(n2>0);

if ((fm1<=0) && (fm2<=0)),
    ka=km; fa1=fm1; fa2=fm2;
else
    kb=km; fb1=fm1; fb2=fm2;
end
err=kb-ka;
end

if ((fa1>=0) && (fa2>=0)),
    k=ka;
else
    k=kb;
end

kdn=k/(n1+h*n2);

```

Vale la pena destacar que respecto a `kforn` (Cap-A.2) esta función es mucho más cara en términos de cómputo por manejar matrices de mayor tamaño. En cada iteración de Cap-A.2 con 100 clientes se resolvía un sistema de ecuaciones de tamaño $\mathbb{R}^{101 \times 101}$. Si esos mismos 100 clientes están divididos en 2 grupos de 50, en cada iteración de `kforn2d` se debe resolver un sistema de tamaño $\mathbb{R}^{2601 \times 2601}$. El tamaño del problema es en este caso $O(n^2)$. Como a su vez la escalerización tiene complejidad $O(n^2)$ y el número de iteraciones es logarítmico en el tamaño, debemos concluir que `kforn2d` es al menos $O(\log(n)n^4)$.

Sin embargo por la estructura esparza y de banda de la matriz Q calculada con `mmkgdnn2d` (Cap-A.5), así como por el hecho que de un valor al siguiente de k se parte de una solución similar, esta función era especialmente propicia para integrar métodos iterativos en la resolución. Esto no se hizo por razones de tiempo.

Apéndice B

ANEXO (Intervalo de Confianza)

B.1. Teoría Básica

Para estimar el intervalo de confianza de nivel α de los consumos mensuales de $n = 50235$ usuarios con velocidad de 640 kbps utilizamos un intervalo de la forma:

$$I_{\alpha,n} = \left[\bar{X} - t_{\alpha/2,n-1} \frac{s_n}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2,n-1} \frac{s_n}{\sqrt{n}} \right]$$

ya que la distribución de la muestra es desconocida pero acotada, por lo que podemos emplear el teorema central del límite y el el intervalo anterior, donde, como es usual:

$$T_{n-1}(t_{\alpha,n-1}) = 1 - \alpha$$

siendo T_{n-1} es la distribución t -Student de $n - 1$ grados de libertad.

Aunque al ser n tan grande puede tomarse como la Φ de la distribución normal estándar. De donde si:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i$$

y

$$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n(\bar{X})^2}{n - 1}.$$

El resultado será un intervalo $I_{\alpha,n}$ tal que, si X_i son variables aleatorias independientes con varianza finita y media μ , la probabilidad de que $\mu \in I_{\alpha,n}$ será de $1 - \alpha$.

B.2. Cálculos

Para los datos concretos nuestros los resultados son:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,1 \\ s_n &= 6,74 \\ t_{\alpha/2, n-1} &= 1,96 \\ \bar{X} &= 6,92 \\ t_{\alpha/2, n-1} \frac{s_n}{\sqrt{n}} &= 0,06\end{aligned}$$

Así que el intervalo para estos datos fue el $[6,86, 6,98]$.

Apéndice C

ANEXO (LAGs y SDH)

C.1. LAG sin Caminos Independientes

Asumimos como hipótesis de trabajo que la Red de Transporte en su conjunto, recibe con un período medio de 8 días, una falta que afecta los servicios de algún tramo. Como es usual asumimos que estas faltas se dan con probabilidad exponencial.

También como hipótesis asumimos que las cuadrillas de mantenimiento detectan y corrigen estas faltas, en cualquier punto del país, con tiempo de distribución exponencial y media 8 horas. Por tanto los tiempos de reparación tienen frecuencia $\mu = 3d^{-1}$. Existe la capacidad para reparar 3 faltas por día.

Suponemos por último que las faltas se distribuyen uniformemente a lo largo de la Red de Transporte. Como el recorrido total de esta red es de 4120km, la probabilidad de falta en un tramo de 11.75km (DAY-SAL) es una variable aleatoria exponencial de frecuencia $\lambda_1 = \frac{11,75km}{4120km \times 8d} = 3,56 \times 10^{-4}d^{-1}$, y su inversa representa que ocurre una falla cada $MTBF_1 = 1/\lambda_1 = 2809d$.

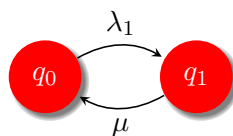


Figura C.1: Estados de falla en el uplink. LAG sin protección.

Los estados q_0, q_1 de Fig-C.1 representan respectivamente: funcionamiento nominal (sin faltas) y DSLAM desconectado de la Red de Datos por una falta en la Red de Transporte.

Si π_0 y π_1 son las probabilidades en régimen estacionario de q_0 y q_1 respectivamente, entonces la disponibilidad es π_0 y vale $\pi_0 = \frac{1}{1+\rho_1}$, donde $\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu}$.

Como $\rho_1 = 1,19 \times 10^{-4}$ la disponibilidad es 0.999881 (99.9881 %).

C.2. LAG con Caminos Independientes

En el segundo caso ambos tramos son independientes. El más corto es una variable aleatoria como la anterior $\lambda_1 = 3,56 \times 10^{-4}d^{-1}$. El nuevo tramo tiene una frecuencia mayor $\lambda_2 = \frac{1058km}{4120km \times 8d} = 3,21 \times 10^{-2}d^{-1}$ y el sistema de dos estados que representa su comportamiento dinámico es:

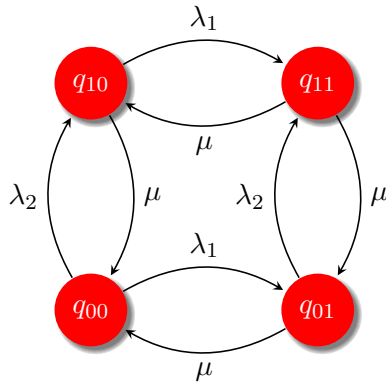


Figura C.2: Estados de falla en el uplink. LAG con protección.

En Fig-C.2: q_{00} representa el estado nominal, q_{01} representa una falla en el tramo corto, q_{10} representa una falla en el tramo largo y q_{11} representa el DSLAM desconectado de la Red de Datos, por una falla doble en la Red de Transporte.

Hemos mantenido los tiempos de reparación¹. Las probabilidades en régimen estacionario surgen de resolver:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \rho_1 + \rho_2 & -1 & -1 & 0 \\ \rho_2 & \rho_2 & -1 & -1 \\ 0 & \rho_2 & \rho_1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{00} \\ \pi_{01} \\ \pi_{10} \\ \pi_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde (en forma similar a ρ_1) $\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu} = 1,07 \times 10^{-2}$.

La disponibilidad es $\pi_{00} + \pi_{01} + \pi_{10} = 1 - \pi_{11} = 0,9999987$ (99.99987 %).

¹Hipótesis optimista

C.3. Requerimientos Access - Edge (SDH)

Las tablas: Tab-C.1, Tab-C.2 y Tab-C.3 contienen la asignación acceso edge en todos los escenarios analizados en Cap-7.4.

Central	Edge1	Edge2	DSLAMs	HHH [VC12]	HHL [VC12]	LHH [VC12]	LHL [VC12]	HLH [VC12]	HLL [VC12]
ATE	ATL	GAZ	2	42	20	42	20	21	10
BBR	ART	SAL	4	63	42	42	42	42	21
BSL	GAZ	MLD	2	42	20	42	10	21	10
CAL	ATL	GAZ	2	42	20	42	10	21	10
CCH	MLC	TYT	2	42	21	42	20	42	20
CCO	SRM	TYT	2	20	10	20	5	20	5
CET	CAN	SJM	2	21	10	20	10	20	5
CHC	ROC	TYT	4	63	42	42	42	42	20
CHM	SRM	TYT	2	20	5	20	5	20	5
CLO	COL	MRC	8	63	42	42	42	42	20
CNC	COL	MRC	2	21	10	20	10	20	5
CRC	DUZ	PTO	2	20	5	20	5	20	5
CRD	MAB	MRC	4	63	42	42	20	42	20
CSP	SRM	TYT	2	42	20	42	20	21	10
CSR	ROC	TYT	4	42	42	42	20	42	20
DAY	PAY	SAL	2	42	10	20	10	20	10
DEF	ART	SAL	2	63	42	42	21	42	20
DJL	ROC	TYT	2	20	10	20	5	20	5
DOL	COL	MRC	6	63	42	42	20	42	20
FJI	PA5	SCR	2	42	20	42	20	42	20
FMR	MLC	TYT	2	42	20	21	10	20	10
FYM	SRM	TYT	2	42	20	42	20	21	10
GCC	ALG	PTO	2	42	42	42	20	42	20
ICT	MAB	MRC	2	20	10	20	5	20	5
JBO	MLC	TYT	2	42	20	42	20	42	10
JER	MAB	MRC	2	42	21	42	20	42	20
LAB	PA5	SCR	4	63	42	42	21	42	20
LCO	ROC	TYT	2	42	20	21	10	20	10
LDS	GAZ	MLD	2	42	20	42	10	21	10
LFS	ATL	GAZ	4	42	42	42	20	42	20
LIB	SJM	TIA	6	63	42	42	42	42	20

Tabla C.1: Dimensionamiento de Access y Conexiones (I).

Central	Edge1	Edge2	DSLAMs	HHH [VC12]	HHL [VC12]	LHH [VC12]	LHL [VC12]	HLH [VC12]	HLL [VC12]
LPA	ROC	TYT	4	42	42	42	20	42	20
LPE	ROC	TYT	2	42	10	20	10	20	10
LSC	ROC	TYT	4	42	42	42	20	42	20
LTN	ATL	GAZ	2	42	21	42	20	42	20
MGU	MIN	SRM	2	42	20	21	10	20	10
MND	CAN	FLC	2	42	20	21	10	20	10
MTC	MIN	SRM	2	21	10	20	10	20	5
NHL	COL	MAB	6	42	42	42	20	42	20
NPA	COL	MRC	4	63	42	42	21	42	20
ODP	SJM	TIA	2	42	20	21	10	20	10
OLM	MLC	TYT	2	42	20	21	10	20	10
PCL	ALG	PAY	2	20	5	20	5	20	5
PDP	ATL	GAZ	4	63	42	42	21	42	20
PEN	MLD	PA5	6	63	42	42	42	42	21
PLT	MAB	MRC	2	42	20	21	10	20	10
PPD	PA5	SCR	2	63	42	42	21	42	20
PRP	GAZ	MLD	6	63	42	42	21	42	20
PTZ	GAZ	MLD	4	42	42	42	20	42	20
PVD	SJM	TIA	2	42	20	21	10	20	10
PY3	PAY	SAL	2	42	42	42	20	42	20
PYV	GAZ	MLD	2	42	20	42	10	21	10
QBC	PAY	SAL	2	42	10	20	10	20	10
RBL	SRM	TYT	2	20	5	20	5	20	5
RBR	MLC	TYT	4	63	42	42	42	42	20
RDR	CAN	SJM	2	42	20	42	20	21	10
RIA	PA5	SCR	4	42	42	42	20	42	20
RPZ	SJM	TIA	2	42	20	42	20	21	10
RSC	COL	MAB	8	63	42	42	42	42	20
RVS	RIV	TCC	2	42	21	42	20	42	20
SBT	SRM	TIU	2	42	20	21	10	20	10
SCT	MAB	MRC	2	21	10	20	10	20	5
SDG	DUZ	FLC	2	63	42	42	20	42	20
SLC	CAN	SJM	8	63	42	42	21	42	20

Tabla C.2: Dimensionamiento de Access y Conexiones (II).

Central	Edge1	Edge2	DSLAMs	HHH [VC12]	HHL [VC12]	LHH [VC12]	LHL [VC12]	HLH [VC12]	HLL [VC12]
SLN	ATL	TIA	10	63	42	42	42	42	20
SRO	SRM	TIU	4	42	42	42	20	42	20
STE	ROC	TYT	2	42	20	42	20	21	10
TAC	ART	SAL	2	20	5	20	5	20	5
TAL	MIN	SRM	2	63	42	42	20	42	20
TQR	ART	RIV	2	42	20	42	20	21	10
TRG	PAY	SAL	2	20	5	20	5	20	5
TRR	COL	MAB	8	63	42	42	42	42	20
TUP	MLC	TYT	2	20	10	20	5	20	5
VCA	CAN	SJM	2	42	20	21	10	20	10
VRE	MLC	TYT	2	42	42	42	20	42	20
VRG	MLC	TYT	2	42	20	42	20	21	10
YOU	ALG	SNR	6	63	42	42	42	42	20
ZPC	MLC	TYT	2	20	5	20	5	20	5

Tabla C.3: Dimensionamiento de Access y Conexiones (III).

Ambas tablas tienen el mismo formato y tipo de información. En la primera columna figuran todas las estaciones que por no contar con un nodo edge, deben hacer uso de la Transmisión SDH para conectarse a la Red.

De acuerdo a como fuera presentado en Cap-4.2, cada una de estas estaciones contará con un número par de nodos de acceso (columna 4). Ambas mitades serán conectadas a un nodo edge distinto (columnas 2 y 3) a los efectos de poder implementar soluciones de alta disponibilidad para algunos clientes, al tiempo que se preserve el balance en la Red SDH.

Las restantes columnas tienen la cantidad de VC12's necesarios en la Red SDH, para cada uno de los dos flujos con que se implementa el LAG entre el DSLAM y su correspondiente nodo MPLS. Hay una columna por cada escenario relevante, donde se han variado (en este orden): dem, zQ y card.

En el cálculo se han considerado los tráficos de Internet ($z_Q(dem)$) y los 25Mbps de Cardales (cuando corresponde según el valor de card). Se ha elegido además de Tab-7.1 el contenedor inmediatamente superior al requerimiento calculado.

Se presenta además en Tab-C.4 la carga en VC12's agregada, en cada tramo de la Red SDH que ha sido utilizado.

Tramo	HHH [VC12]	HHL [VC12]	LHH [VC12]	LHL [VC12]	HLH [VC12]	HLL [VC12]
ALG-PAY	40	10	40	10	40	10
ALG-PTO	84	84	84	40	84	40
ALG-SNR	378	252	252	252	252	120
ART-RIV	84	40	84	40	42	20
ART-SAL	418	262	292	220	292	134
ATL-GAZ	672	458	588	264	504	240
ATL-TIA	630	420	420	420	420	200
CAN-FLC	84	40	42	20	40	20
CAN-SJM	714	436	502	248	458	210
COL-MAB	1260	924	924	792	924	440
COL-MRC	1176	776	796	560	796	370
DUZ-FLC	126	84	84	40	84	40
DUZ-PTO	40	10	40	10	40	10
GAZ-MLD	798	540	672	266	546	260
MAB-MRC	502	290	374	170	372	160
MIN-SRM	252	144	166	80	164	70
MLC-TYT	836	484	668	388	622	260
MLD-PA5	378	252	252	252	252	126
PA5-SCR	630	460	504	246	504	240
PAY-SAL	292	134	204	90	204	90
RIV-TCC	84	42	84	40	84	40
ROC-TYT	1048	792	878	498	834	390
SJM-TIA	630	372	420	332	374	180
SRM-TIU	252	208	210	100	208	100
SRM-TYT	288	120	288	110	204	70

Tabla C.4: Carga en Tramos SDH.

Bibliografía

- [PERFRD] Javier Emicuri and Claudio Risso. “Estudio de Performance en Servicios Dedicados.” *Monografía Curso de Análisis de Performance en Redes.*, Febrero de 2004.
- [RDGTHP] Reinhard Diestel. “*Graph Theory*”, *Electronic Edition 2005*.
(<http://diestel-graph-theory.com/GrTh.html>)
Proposición 3.1.3: Un grafo es 2-nodo-conexo sii este puede ser construido a partir de un ciclo mediante sucesivas agregaciones de H-paths a grafos H ya construidos.
- [DIFSRV] *The Internet Society*, “*An Architecture for Differentiated Services*”.
RFC2475(1998). (<http://tools.ietf.org/html/rfc2475>)
- [RDGTH2] Reinhard Diestel. “*Graph Theory*”, *Electronic Edition 2005*.
(<http://diestel-graph-theory.com/GrTh.html>)
Corolario 3.3.5.ii: Sean a y b dos vértices distintos de G . El mínimo número de aristas que separan a de b , es igual al máximo número de caminos arista-independientes que los conectan.
- [OKASEY] *H. Okamura and P.D. Seymour*. “*Multicommodity flows in planar graphs*”.
Journal of Combinatorial Theory, Series B Volume 31, Issue 1, August 1981.
Páginas 75-81.
- [3PPWIK] *Wikipedia Article*. “*Partition Problem*”.
(http://en.wikipedia.org/wiki/Partition_problem)
- [TEHPNP] *Stephan Mertens*, “*The Easiest Hard Problem: Number Partitioning*”
(<http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0310317v1>)
(<http://arxiv.org/abs/cond-mat/0310317v2>)
October 2003.
- [DBWIGT] *Donald B. West*. “*Introduction to Graph Theory*”.
Prentice Hall Professional Technical Reference, ISBN-13: 9780132278287, 1995.
Teorema 7.1.12: Los Bonds en un grafo plano son aquellos cuyas aristas forman un ciclo en el grafo dual.
- [MRGDSJ] *M.R. Garey and D.S. Johnson*. “*Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*”.
New York: W.H. Freeman. ISBN 0-7167-1045-5, 1979.

- [MCDPAD] *Martin Oellrich. “Minimum Cost Disjoint Paths under Arc Dependences”.*
University of Technology Berlin. 4 September 2008.
(http://www.math.tu-berlin.de/coga/people/oellrich/or08_handout.pdf)
- [BRIHAY] *Brian Hayes. “The Easiest Hard Problem”.*
American Scientist. May-June 2002.
(<http://www.americanscientist.org/issues/pub/2002/3/the-easiest-hard-problem>)
- [MRECCR] *Mauricio Resende and Celso Riberio. “Greedy Randomized Adaptive Search Procedures”.*
ATT Research. 2003.
(<http://www2.research.att.com/~mgcr/doc/sgrasp-hmetah.pdf>)

Índice de figuras

1.	Respresentación de Red Overlay.	10
1.1.	Esquema de una Red de Datos.	16
1.2.	Respresentación de un DSLAM xDSL.	16
1.3.	Respresentación de un Edge o nodo MPLS.	17
1.4.	Esquema de una Red de Transporte.	19
1.5.	Costos por Tecnología de Transporte.	22
1.6.	Configuraciones de nodos en una estación.	24
2.1.	Único flujo TCP.	26
2.2.	Múltiples clientes en un equipo.	27
2.3.	Dimensionamiento de enlaces.	27
2.4.	Esquema de la red para modelo unidimensional.	28
2.5.	Tráfico TCP típico.	29
2.6.	Estados estocásticos del problema.	31
2.7.	Balance estadístico.	32
2.8.	$k_{\rho,Q}(n)/n$ (escala logarítmica) en función de n para $\rho = 0,1$ y $Q = 0,7$	34
2.9.	$k_{\rho,Q}(n)/n$ para: $0,1 \leq \rho \leq 0,7$ ($Q = 0,7$) y $0,5 \leq Q \leq 0,9$ ($\rho = 0,1$).	35
2.10.	Prob. que al dimensionar $k_{\rho,Q}(n)$ ($\rho = 0,1$) se cumpla el 90 % de BW	36
2.11.	Ancho de banda medio en enlaces dimensionados con $k_{\rho=0,1,Q=0,7}(n)$	37
2.12.	Estados afectados por saturación ($n = 35$, $k = 5$ y $\rho = 0,15$).	38
2.13.	Dimensionamiento $\bar{k}_{\rho,\delta}(n)/n$ para $0,4 \leq \delta \leq 0,9$ ($\rho = 0,1$).	39
2.14.	Estados de un cliente. Velocidad BW	40
2.15.	Estados de un cliente. Velocidad hBW	41
2.16.	Relación de diseño (z_Q) y tráfico medio, con n fijo. ($Q = 0,7$ $\rho_{1BW} = 0,1$)	44
2.17.	Estados estadísticos con 2 dimensiones.	45
2.18.	Esquema de la red para modelo bidimensional.	46
2.19.	Comportamiento de TCP frente a congestión.	46
2.20.	Estados de saturación. ($n_1 = 11$, $n_2 = 7$, $h = 3$, $k = 9$)	48
2.21.	Dimensionamiento requerido para cumplir con $\bar{z}_{Q,\rho}(bw)$, usando $\rho = 0,1$, $Q = 0,7$, $v_1 = BW$ y $v_2 = hBW$ con $h = 2$	51
2.22.	Tráfico internacional agregado.	54
2.23.	Consumo por percentiles.	55
2.24.	Consumo medio por velocidad.	56

2.25. Tráfico medio agregado de la muestra.	58
2.26. $z_Q(bw)$ y $z_Q(bw)/bw$ en escenarios 1 a 5.	69
3.1. Ejemplo de Ruteo de Datos.	74
3.2. Ejemplo de implementación de flujos.	75
3.3. Otro caso de implementación de flujos.	75
4.1. Protección access \leftrightarrow edge por transporte.	80
4.2. Protección access \leftrightarrow edge por LAG.	80
4.3. Red de Transmisión del Interior (ANTEL - Uruguay).	81
4.4. Ejemplo de carga en Red SDH (desbalanceada).	83
4.5. Ejemplo de carga en Red SDH (balanceada).	84
4.6. Ejemplo de arista-supervivencia.	87
4.7. Ejemplo de cálculo de $\check{E}_T(\emptyset, v_1, v_3)$ y $\Theta(\emptyset, t_2, t_5)$	90
4.8. Representación de un Bond.	92
4.9. Ejemplo de no suficiencia para condición de corte.	95
4.10. Implementación de un flujo protegido.	96
4.11. Implementación con arista doble no protegida.	96
4.12. Red contraejemplo $\mathcal{P}_{SP} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$	99
4.13. Red contraejemplo $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SP}$ y $\mathcal{P}_{MU} \sqsubseteq \mathcal{P}_{SU}$	100
4.14. Ejemplo con $G_T = \mathcal{C}^5$ y $G_E = \mathcal{K}^5$	104
4.15. Ejemplo con $G_T = \mathcal{C}^4$ y $G_E = \mathcal{K}^4$	105
4.16. Ejemplo de falta $G_E = \mathcal{K}^9$	107
4.17. Ejemplo de falta $G_E = \mathcal{K}^7$ y $G_E = \mathcal{K}^8$	110
5.1. Grafo para reducción de NPP a MORN.	120
6.1. Representación en Bloques de la implementación en GRASP de MORN.	125
6.2. Colapso de G_T (izquierda) en G'_T (derecha).	128
6.3. Colapso de G_T (izquierda) en G''_T (derecha).	129
6.4. Colapso de G_T (izquierda) en G'''_T (derecha).	130
6.5. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (I).	134
6.6. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (II).	135
6.7. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (III).	136
6.8. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (IV).	136
6.9. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (V).	137
6.10. Ruteo Balanceado de G_E en G''_T (VI).	137
6.11. Reconexiones access-edge.	141
6.12. Recomposición de Links.	142
6.13. Reacordamiento edge-edge.	143
7.1. Arquitectura actual de Redes de Datos.	147
7.2. Red de Transmisión del Interior (ANTEL - Uruguay).	149
7.3. Red de Agregación en escenarios 6 y 8.	151
7.4. Red de Agregación en escenarios 10 y 12.	152

7.5. Red de Agregación en escenarios 2 y 4.	153
7.6. Red de Agregación en escenario 7.	155
7.7. Red de Agregación en escenario 11.	156
7.8. Red de Agregación en escenario 5.	157
7.9. Red de Agregación en escenario 9.	158
7.10. Red de Agregación en escenario 3.	159
7.11. Red de Agregación en escenario 1.	160
7.12. Cortes críticos en Red de Transporte.	164
7.13. Red del proveedor USNet (USA).	165
C.1. Estados de falla en el uplink. LAG sin protección.	181
C.2. Estados de falla en el uplink. LAG con protección.	182

