



Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

Documentos de Trabajo

Corrupción, desigualdad y evasión de impuestos

Elvio Accinelli y Edgar J. Sánchez Carrera

Documento No. 05/14
Julio 2014

ISSN 0797-7484

Corrupción, desigualdad y evasión de impuestos

Elvio Accinelli¹

Edgar J. Sánchez Carrera²

RESUMEN

En este trabajo, consideramos una sociedad compuesta por ciudadanos agrupados en diferentes estratos económicos según sus ingresos, quienes deben pagar impuestos, pero existen incentivos para no hacerlo, y por un conjunto de funcionarios públicos (auditores), cuya función es vigilar por el cumplimiento de las normas tributarias entre los ciudadanos. Asumimos que auditores corruptos puedan aceptar sobornos por parte de ciudadanos evasores. Demostramos que la desigualdad de ingresos actúa como un impulsor de la corrupción y la evasión. Consideramos luego, un modelo evolutivo que permite analizar los avances o retrocesos de la evasión y la corrupción entre los funcionarios públicos. Concluimos con algunas consideraciones sobre políticas e incentivos destinados a combatir dichos males sociales.

Palabras clave: Comportamiento corrupto; impuestos fiscales; juegos evolutivos.

ABSTRACT

In this paper, we consider a society composed of citizens grouped in different economic strata based on income, who must pay taxes, but there are incentives to do so, and a set of public officials (auditors), whose function is to monitor compliance with the tax rules among citizens. We assume that corrupt auditors can accept bribes from evaders. We show that income inequality as a driver acts of corruption and tax evasion. Next we introduce an evolutionary model to analyze the progress or regression of evasion and corruption among public officials. We conclude with some observations on policies and incentives to combat these social ills.

Keywords: corrupt behavior; taxes; evolutionary game.

JEL classification: C72; C73; O11; O55; K42.

¹ Facultad de Economía de la UASLP México y DECON Facultad de Ciencias Sociales de la UDELAR.
E-mail: elvio@uualsp.mx

² Facultad de Economía de la UASLP México. E-mail: edgar.carrera@uualsp.mx

1 Introducción

Los estudios sobre la corrupción, se han centrado principalmente, en el análisis de la existencia y posibilidad de sobornos ofrecidos a funcionarios públicos por empresarios con el fin de evitar el pago de impuestos y para obtener contratos públicos (Becker y Stigler (1974), Rose Ackerman (1975), Besley y McLaren (1993), Shleifer y Visny (1993), Hendricks et al (1999), Sanyal et al (2000)). Esta literatura ha realizado un análisis microeconómico detallado de la corrupción. Según lo sugerido por Tanzi y Davoodi (1997), y más recientemente por Kaufman (2010), existen implicaciones directas entre las actividades corruptas de funcionarios públicos y diversos aspectos de la política fiscal, que no se refiere únicamente a la existencia directa de sobornos ofrecidos a burócratas, sino a través de una compleja trama de políticas corruptas.

Si bien la literatura sobre el desarrollo de la corrupción y los males sociales que acarrea es amplia, son pocos los estudios que han desarrollado algún modelo para explicar los “fundamentos estratégicos que causan comportamientos corruptos en una sociedad”. El objetivo de este trabajo es describir la evolución de este tipo de comportamiento en una sociedad.

Entendemos a la corrupción como un posible comportamiento seguido por algunos individuos en una población determinada, contrario a las leyes, en función de beneficios propios contrarios a los sociales (véase Accinelli y S. Carrera, 2012). En Accinelli y Carrera (2012) se analiza la evolución de la corrupción impulsada por imitación, cuando los agentes económicos no tienen información completa, acerca de las consecuencias futuras de sus decisiones presentes.

En este artículo se asume que los individuos no están completamente informados acerca de las repercusiones futuras de sus opciones de conducta, o no las consideran, pero son racionales en el sentido de que eligen con mayor probabilidad el comportamiento que ellos entienden, tiene en cada momento, el mayor valor esperado. En nuestro modelo, consideramos la interacción estratégica entre las personas que deben pagar impuestos (los ciudadanos) y los funcionarios públicos que deben controlar tal cumplimiento tributario. El enfoque de línea de base de nuestro modelo viene de Hindriks et al. (1999) quien examina las implicaciones de la corrupción y el posible abuso de autoridad para los efectos y diseño óptimo de los planes de recaudación de impuestos. Hindriks et al. encuentran que los efectos distributivos de la corrupción y la evasión de impuestos son regresivos, en el sentido de que

los individuos relativamente pobres tienen poco que ganar con la evasión de impuestos y son, al mismo tiempo vulnerables a la presentación de informes o declaración de sus ingresos; mientras que, para los ricos, lo contrario es cierto. El gobierno puede gravar con impuestos progresivos, sin reducir su rentabilidad, o ingresos por impuestos, mediante la creación de incentivos compensatorios en forma de comisiones. No obstante, las partes tienen la tentación de subestimar los ingresos, para evadir impuestos progresivos, y la tentación de exagerar los ingresos para aumentar los pagos de comisiones.

Por tanto, el problema de la autoridad central es elegir un sistema de multas y capturar el comportamiento corrupto de los auditores o funcionarios públicos que aceptan cualquier tipo de soborno. Decimos que son evasores aquellos ciudadanos que no pagan impuestos y corrompen a los auditores (corruptos) que aceptan sobornos. Sin embargo, siempre y cuando el planificador central fije la política óptima sobre la base de que todos los ciudadanos pagan impuestos, toda desviación de esta situación implica una desviación de la política fiscal óptima, con repercusión en el bienestar social. En consecuencia, si en la sociedad existen evasores, la política de tributación establecida no será óptima, y este hecho se convierte a su vez en un nuevo incentivo para que los ciudadanos elijan ser evasores. No obstante, si el conjunto de los individuos que eligen un comportamiento corrupto, disminuye con el tiempo, entonces la percepción de bienestar social de cada uno de los grupos sociales aumenta a medida que la proporción de la población que paga impuestos aumenta. En consecuencia, la acción de pagar impuestos es percibida como no-perjudicial como en otros casos. De esta forma, los incentivos para no-cumplir con las obligaciones fiscales tienden a desaparecer y al igual que cualquier auditor corrupto. En lo que sigue, se analiza el impacto de las posibles políticas definidas por el planificador central, en las decisiones tomadas por los diferentes grupos sociales.

Nuestro objetivo es explicar la “evolución estructural de las conductas corruptas” en una sociedad determinada, como un resultado de las decisiones individuales influenciadas por el comportamiento de los demás miembros de dicha sociedad. A lo largo de este proceso evolutivo, en cada momento, los individuos toman sus decisiones acerca de su comportamiento futuro, el resultado de esta proceso es la evolución social (corrupto o no-corrupto). En particular se analiza la interacción entre las autoridades fiscales y los ciudadanos. Si bien existen muchos trabajos que relacionan la desigualdad con la corrupción, resultado que también obtenemos en este trabajo. No existen (al menos en lo conocido por los autores), en la literatura resultados que muestren cómo evoluciona la

corrupción en una sociedad determinada. Entendemos que nuestro modelo es en este sentido original, y al indicar las fuentes evolutivas de la corrección, permite definir políticas anticorrupción acertadas.

El resto de este trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección (2) desarrolla un modelo de teoría de juegos para estudiar la evasión fiscal y la corrupción. En la sección (3) se dedica a estudiar la dinámica evolutiva de los comportamientos corruptos. Finalmente, en la sección 4 contiene algunas implicaciones de los resultados y discute la política económica.

2 El Modelo

Consideramos una economía formada por dos tipos de agentes a los que llamaremos respectivamente ciudadanos y auditores (o funcionarios públicos).

Los ciudadanos están obligados a pagar impuestos, sin embargo, sólo aquellos que siguen una conducta no-corrupta cumplen este requisito. Diremos que son evasores, o corruptos, aquellos ciudadanos que no pagan impuestos. En consecuencia, la población de ciudadanos, a la que denotaremos por C , está compuesta por: evasores fiscales o corruptos, denotados por C_C , y los que cumplen con sus obligaciones tributarias, o no-corruptos, los que serán denotados por C_N . Asumimos entonces que $C = C_N \cup C_C$ y además que $C_N \cap C_C = \emptyset$.

En cada período t los fiscales realizan auditorías a los ciudadanos. Precisamente la obligación de los auditores es monitorear el cumplimiento tributario de los ciudadanos. La población de los auditores, a la que denotaremos por P , está compuesta a su vez por, corruptos, denotados por P_C , y no-corruptos, P_N . Verificándose que $P = P_N \cup P_C$ y $P_N \cap P_C = \emptyset$.

Los auditores no-corruptos son los que hacen su trabajo de acuerdo a las leyes nacionales del cumplimiento tributario. Los auditores corruptos no hacen su trabajo de acuerdo a la ley, y toman sobornos de los ciudadanos evasores. Es importante además considerar que:

1. Los ciudadanos se distribuyen en estratos sociales de acuerdo a sus niveles de ingreso, comprendidos en un intervalo real $Y = [\underline{y}, \bar{y}]$. La probabilidad de que un

ciudadano $x \in C$ tiene un ingreso menor o igual a $y \in Y$ será denotada por:

$$P(y(x) \leq y) = P(y).$$

Esta probabilidad corresponde en fin de cuentas, a la fracción de los ciudadanos con ingresos inferiores o iguales a y . Suponemos que de acuerdo a su nivel de ingresos, los ciudadanos se dividen en n diferentes grupos, $I_1 \subset I_2 \subset \dots \subset I_n$, los ciudadanos en el grupo I_i , son aquellos con ingresos inferiores a $y(I_i)$. Por lo tanto $y: C \rightarrow y(I)$ donde $y(I) = \{y(I_1), \dots, y(I_n)\}$, siendo $Y(I_1) < Y(I_2) < \dots < Y(I_n)$, por lo que, si $x \in I_i$, entonces $y(x) \leq y(I_i)$. Consecuentemente sólo los individuos con ingresos menores a \underline{y} pertenecerán al grupo I_1 mientras que todos los individuos pertenecerán a I_n , es decir al grupo de los ciudadanos con ingresos menores o iguales que y .

2. El planificador central ha puesto en marcha una política fiscal proporcional, por lo que todos los ciudadanos deben pagar impuestos proporcionales a sus ingresos, es decir que cada ciudadano $x \in C$ pagará impuestos por valor igual a $\tau(y)y(x)$, donde $0 < \tau(y) < 1$. Por $y(x)$ denotamos la renta del ciudadano x . Así, la autoridad central fija las tasas impositivas de acuerdo a los niveles de ingresos, i.e. $\tau(y) = \tau(I_i)$. Luego todo ciudadano $x \in I_i, i = 1, \dots, n$ con nivel de ingresos que verifica las desigualdades $y(I_{i-1}) < y(x) \leq y(I_i)$, pagará en concepto de impuestos un monto igual a $\tau(I_i)y(x)$. Es decir, que a cada ciudadano, se le impone una tasa acorde al grupo de mayores ingresos al que pertenece.

3. Asumimos que la distribución del ingreso se mantiene constante, pero el porcentaje de contribuyentes efectivos, puede modificarse con el tiempo. Por lo tanto, en cada período de tiempo t representamos a través de:

- $\alpha(t)$ el porcentaje de ciudadanos contribuyentes, es decir los que efectivamente pagan el impuesto que les corresponde. Consecuentemente, $\beta(t) = 1 - \alpha(t)$ representa el porcentaje de ciudadanos evasores de impuestos.

- Por $\gamma(t)$ denotaremos el porcentaje de auditores no-corrumpidos existentes en la sociedad en el momento t , y por $\delta(t) = 1 - \gamma(t)$ el porcentaje de auditores corruptos en ese momento.

Definición 1 (Índice de corrupción) *La suma del porcentaje de ciudadanos evasores más el de auditores corruptos se define como el índice de corrupción imperante en la economía en cada momento.*

Consideramos al índice, $0 \leq t_c \leq 2$, como una medida total de la conducta ilegal (corrupta) en la economía, i.e.

$$t_c(t) = \beta(t) + \delta(t).$$

4. Como ya indicamos se denota por \underline{y} y \bar{y} los niveles de ingresos más bajos y más altos, respectivamente.

- Por $P_\alpha(y)$ denotamos la probabilidad de que un ciudadano x con nivel de ingresos menor o igual a y esté pagando el impuesto correspondiente $\tau(y)y(x)$ cuando el porcentaje total de contribuyentes (no-evasores) está dado por α

- As, la distribución de ingresos $P_\alpha(y)$ concentra en el intervalo $[\underline{y}, \bar{y}]$. El total de ingresos nacionales recaudados debido al pago de impuestos en el tiempo t es:

$$T_t(\alpha) = \int_{\underline{y}}^{\bar{y}} \tau(y)y(x)dP_\alpha(y) = \sum_{i=1}^n \tau(I_i)y(I_i)\Delta P_\alpha(I_i). \quad (1)$$

Siendo $\Delta P_\alpha(I_i) = P_\alpha(I_i) - P_\alpha(I_{i-1})$.

5. Con cierta probabilidad P_A , cada ciudadano, en cada periodo es sometido a una inspección fiscal o auditora. As la evasión fiscal resulta punible y denotemos por $m > 0$ la multa impuesta por un auditor no-corrupto a un ciudadano evasor de impuestos cuando es auditado.

6. El modelo tiene en cuenta la posibilidad de que un ciudadano corrupto auditado, pueda negociar con el auditor, algo de dinero, a cambio de no revelar la evasión. Este pacto logra cuando un auditor corrupto realiza la inspección fiscal a un evasor. En este caso, el auditor corrupto obtiene un ingreso extraordinario (soborno), equivalente a: $B = k\tau(y)y(x) > 0, \forall 0 < k < 1$.

7. Sin embargo, la autoridad central puede detectar el comportamiento ilegal de sus agentes, y en consecuencia castigar al auditor corrupto. La multa impuesta al auditor corrupto por la autoridad central es de $M > 0$, y p_M es la probabilidad de que se detecte a tal auditor corrupto.

Definición 2 (Índice de eficiencia institucional) *Se define como tal a la suma de las probabilidades de captura del comportamiento corrupto.*

8. De acuerdo a esta definición, el índice $0 \leq EI = \gamma(t) + p_M \leq 2$ mide la eficiencia que tiene la autoridad central como garante de la conducta legal en esta economía.

9. El costo de la corrupción:

- Si un auditor no-corrumpo inspecciona o audita a un ciudadano evasor de impuestos, el auditor estará enfrentando un costo $c(\alpha, \gamma) > 0$ para capturar y multar al evasor. Este costo es una función decreciente de α , y creciente con γ , y convexa en ambas variables. Dicho costo corresponde a los trabajos asociados al proceso de auditoria, y aumenta a medida que el número de evasores o el número de funcionarios corruptos va en aumento. Esto de alguna manera demuestra que los incentivos a comportarse legalmente cambian de acuerdo a la distribución de perfiles de los agentes económicos.

- Si se castiga la corrupción, la cantidad total recibida por el pago de multas se transfiere a mejorar el bienestar social. El total del dinero obtenido por la autoridad central es la suma del dinero total recaudado por impuestos recaudados más la cantidad total recibida por multas. Pero el importe total de las multas es una variable aleatoria W cuya distribución la representamos por $P(W \geq w)$. Su valor esperado la representamos por \bar{W} . Por lo tanto, la autoridad central tiene como ingresos públicos nacionales (esperados) totales en el instante t

$$R_t(\alpha) = T_t(\alpha) + \bar{W}_t(\alpha) > 0.$$

Asumimos que $R_t(\alpha) \leq T_t(1)$ es decir que, el total recaudado cuando el porcentaje de ciudadanos que cumplen con sus obligaciones es igual a α , es menor igual que lo recaudado por el pago de impuestos cuando es porcentaje es igual al 100 por ciento. En este caso no existen multas por lo que si $\alpha = 1$ entonces $\bar{W}_t(1) = 0$.

10. Las utilidades de los agentes económicos:

- Asumimos que las utilidades de los agentes económicos pueden descomponerse en dos sumandos. El primero de ellos corresponde al beneficio social obtenido a partir de la recaudación impositiva total, y al estado de la sociedad, definido por α y γ . El segundo sumando correspondiente a su comportamiento específico elegido por el ciudadano o el auditor. El primer sumando, puede escribirse de la siguiente manera: Para los

auditores, $u_p(\alpha, \gamma, R) > 0$ y para los ciudadanos comunes, $u_x(\alpha, R) > 0$. Es decir depende del ingreso público nacional, R , del porcentaje de contribuyentes α y/o del de auditores honestos γ . Asumimos que el comportamiento honesto de parte de auditores y ciudadanos eleva el bienestar social general y repercute favorablemente en el bienestar de cada individuo.

Por lo tanto, en virtud de las consideraciones anteriores, las funciones de utilidades individuales en cada momento, vienen dadas por:

$$u_{C_{N_x}}(\alpha, R) = u_x(\alpha, R) + (1 - \tau(y))y(x), \quad (A)$$

$$u_{C_{C_x}}(\alpha, \gamma, R) = u_x(\alpha, R) - P_A[\gamma(m + (1 - \tau(y))y(x)) + (1 - \gamma)((1 - k\tau(y))y(x))], \quad (B)$$

$$u_{P_C}(\alpha, R) = u_p(\alpha, R) + (1 - \alpha)\left[\sum_{i=1}^n k\tau(I_i)y(I_i)n_i\right] - P_M M, \quad (C)$$

$$u_{P_{NC}}(\alpha, \gamma, R) = u_p(\alpha, R) - c(\alpha, \gamma). \quad (D)$$

(2)

Téngase en cuenta que estas utilidades pueden cambiar con el tiempo si los perfiles o porcentajes de tipos poblacionales cambian. Esos porcentajes, expresados en α y γ , son las únicas variables endógenas. R depende en última instancia de estas variables y los valores de $\tau(y)$, m y M se determinan exógenamente (por la autoridad central). Las probabilidades P_A y P_M dependen en definitiva del grado de eficiencia del sistema institucional.

La primera ecuación, (2A), es la función de utilidad de un contribuyente x con ingresos $y(x)$. La segunda (2B) es la función de utilidad que corresponde a un ciudadano evasor, con ingresos $y(x)$, y $0 < k < 1$ corresponde a una proporción de los impuestos que los ciudadanos evasores debe pagar (i.e. soborno) a un auditor corrupto con probabilidad $(1 - \gamma)$. Con probabilidad γ , un evasor es auditado por un auditor no-corrupto y debe pagar una multa m , más la cantidad impositiva adeudada. La ecuación (2C) es la función de utilidad del auditor corrupto. Suponemos que con probabilidad $(1 - \alpha)$ los ciudadanos auditados son evasores, y en este caso el auditor corrupto obtiene un soborno. La ecuación (2D), representa la utilidad de un auditor no-corrupto, donde asumimos que: $\frac{\partial c(\alpha, \gamma)}{\partial \alpha} < 0$,

$$y \frac{\partial c(\alpha, \gamma)}{\partial \gamma} < 0.$$

Resultado preliminar 1 *Un ciudadano $x \in C$, elige ser no-corrumpo, es decir, está dispuesto a pagar sus impuestos, si $u_{C_{N_x}}(\alpha) > u_{C_x}(\alpha, \gamma)$ lo cual vale cuando:*

$$\tau(y) \leq \frac{y(x)(1+P_A) + mP_A\gamma}{y(x)[1-P_A(\gamma k - k - \gamma)]}, \quad (3)$$

donde $\tau(y)$ es un valor umbral que indica un límite social, bajo este límite se tiene que la utilidad de un ciudadano honesto con un nivel de ingresos, y , sobrepasa la utilidad asociada a la conducta corrupta.

Este valor umbral, hace referencia a la tasa de impuestos sobre la renta que debe ser la más alta que la autoridad central debe imponer para no favorecer el comportamiento evasor. Tenga en cuenta que $\tau'(y) < 0$ significa que los ciudadanos con mayores ingresos son más propensos a convertirse en evasores.

Resultado preliminar 2 *Un auditor $p \in P$, elige ser no-corrumpo si $u_{P_{NC}}(\alpha, \gamma) > u_{P_C}(\alpha)$ lo cual vale cuando:*

$$P_M > \frac{(1-\alpha)[\sum_{i=1}^n k\tau(I_i)y(I_i)n_i] + c(\alpha, \gamma)}{M}. \quad (4)$$

Es decir cuando el producto $P_M M$ que corresponde a la probabilidad de que un auditor corrupto sea capturado por el monto de la multa aplicada, es suficientemente grande, la diferencia $u_{P_{NC}}(\alpha, \gamma) - u_{P_C}(\alpha)$ es positiva, lo que es un incentivo al comportamiento honesto por parte del auditor. Nótese que esta diferencia es creciente con el producto $P_M M$.

Suponemos que el nivel de bienestar social aumenta con la renta total nacional y con el porcentaje de contribuyentes, es decir,

$$\frac{\partial u_j}{\partial R}(\alpha, R) > 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial \alpha}(\alpha, R) > 0, \quad \forall j \in \{C, P\},$$

y que las funciones $u_j(\alpha, R)$ son cóncavas con respecto a R , es decir,

$$\frac{\partial^2 u_j(\alpha, R)}{\partial R^2} < 0.$$

Los auditores y los ciudadanos no valoran igualmente el bienestar obtenido a través de los impuestos, esta hipótesis se plasma considerando que $u_c(\alpha, R)$ no es necesariamente igual a $u_p(\alpha, R)$.

El planificador central fija una tasa impositiva óptima asumiendo que todos los ciudadanos pagan impuestos. Así que esto no será más óptimo en presencia de ciudadanos evasores. Supongamos que la proporción de contribuyentes en el tiempo t es $\alpha(t) = \alpha$. Considere, además, que $P_\alpha(I_i)$ corresponde a la proporción de ciudadanos que con el nivel de ingresos $I_i, i = 1, \dots, n$ que en el tiempo t pagan impuestos. El nivel de ingresos de cada grupo (o estrato o clase social) es simbolizado por $y(I_i)$. Luego, en términos de ingresos, la cantidad prevista de impuestos recaudados se puede escribir como:

$$T_\alpha(t) = \sum_0^{n-1} \tau(I_{i+1}) [y(I_{i+1}) - y(I_i)] P_\alpha(I_{i+1}, t), \quad (5)$$

donde, como ya lo indicamos, $P_\alpha(I_{i+1}, t)$ representa el porcentaje de ciudadanos con ingresos $y(I_{i+1})$ que son contribuyentes en el tiempo t , siendo $\alpha(t) = \alpha$ el porcentaje de ciudadanos contribuyentes; además $y_0 = 0$.

El monto estimado por el gobierno, asumiendo la no existencia de evasores, corresponde al caso $\alpha = 1$

$$T_{\alpha=1} = \sum_0^{n-1} \tau(I_{i+1}) [y(I_{i+1}) - y(I_i)] P_{\alpha=1}(I_{i+1}) \quad (6)$$

donde $P_{\alpha=1}(I_{i+1}) = P(I_{i+1})$ es el porcentaje total de contribuyentes con ingresos en el nivel I_{i+1} mientras que $P_\alpha(I_{i+1})$ es el porcentaje real de contribuyentes con tales ingresos en la población, cuando la distribución de los ciudadanos corresponde a $(\alpha, 1-\alpha)$, por lo que $P_{\alpha=1}(I_i) \geq P_\alpha(I_i, t)$ para todo t , con igualdad si y sólo si $\alpha = 1$.

A partir de ahora para facilitar la escritura, si no es estrictamente necesario, suprimimos la variable t , aunque todos los valores dependen de la distribución de las poblaciones, lo que sin duda cambian con el tiempo.

A continuación nos interesa encontrar una tasa óptima impositiva, por el ciudadano. Asumimos que el gobierno es benefactor y que por lo tanto busca el mejor bienestar para los ciudadanos. Para realizar este cálculo asumimos que τ representa la política impositiva que

seguirá el gobierno y la hacemos evidente en las siguientes consideraciones. La utilidad de un ciudadano de x , que es un contribuyente, está dada por la ecuación (2), y se puede escribir como:

$$u_{C_{N_x}}(\alpha, \tau) = u_x \left(\alpha, \sum_0^{n-1} \tau(y(I_{i+1})[y(I_{i+1}) - y(I_i)]P_{\alpha}(I_{i+1}) + W) \right) + (1 - \tau(I_j))y(I_j).$$

Para simplificar la notación denotamos por τ_j el impuesto óptimo que corresponde a un ciudadano con un nivel de ingresos igual a $y(I_j, j = 1, 2, \dots, n$ i.e. $\tau_j = \tau(I_j)$.

El siguiente enunciado ofrece un resultado importante.

Proposición 1 *A medida que la brecha entre dos cualesquiera distintas clases sociales (medidos por los diferentes niveles de ingresos I_i), es cada vez mayor (más desigualdad de ingresos), mayor es la evasión de impuestos (más corrupción).*

Demostración: Si el planificador central considera que todos los ciudadanos pagan impuestos de acuerdo con sus ingresos, es decir: $\alpha = 1$, entonces la función de utilidad depende sólo de impuestos τ , por lo que la tasa impositiva óptima $\tau^*(y)$, que representa la política óptima para el planificador central, debe verificar la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{C_{N_x}}(\tau_j^*)}{\partial \tau_j} &= \\ &= \frac{\partial u_C}{\partial I} \left(1, \sum_0^{n-1} \tau_{i+1}^* [y(I_{i+1}) - y(I_i)] P_{\alpha=1}(I_{i+1}) \right) [y(I_j) - y(I_{j-1})] P_{\alpha=1}(I_j) - y(I_j) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

o equivalentemente,

$$\frac{\partial u_C}{\partial R} \left(1, \sum_0^{n-1} \tau_{i+1}^* [y(I_{i+1}) - y(I_i)] P_{\alpha=1}(I_{i+1}) \right) \frac{\Delta y(I_j)}{y(I_j)} P_{\alpha=1}(I_j) = 1, \quad (8)$$

donde $\Delta y(I_j) = y(I_j) - y(I_{j-1})$ es la brecha en ingresos o diferencial de ingresos entre las clases o estratos sociales I_j y I_{j-1} . Tenga en cuenta que si asumimos $\alpha = 1$, entonces $P_{\alpha=1}(I_j)$ es igual al porcentaje de ciudadanos con ingresos $y(x) \leq y(I_j)$. Teniendo en cuenta que la función de utilidad es estrictamente cóncava en R se sigue que

$\frac{\partial^2 u_{c_{N,x}}}{\partial \tau_j^2} < 0$ y por lo tanto. Las condiciones de primer orden son suficientes, así τ_j^* es un

máximo. De la ecuación (8) se deduce que el número de ciudadanos que están dispuestos a ser contribuyentes (no-corrupos) es una función decreciente de la brecha entre las clases sociales I_j y I_{j-1} . Puesto que al incrementarse la diferencia entre los niveles de ingresos de las clases consecutivas, para mantener la igualdad indicada en la ecuación, deberá disminuirse el valor de la derivada, lo que supone un aumento en τ_j^* , aumentando así, los incentivos a la evasión.

Por lo tanto, cuanto menor es la brecha entre las clases sociales (menor desigualdad), menores los incentivos a la evasión de impuestos (menor corrupción)

Este resultado, está de acuerdo con los resultados empíricos obtenidos por You y Sanjeev Khagram (2005), quienes demuestran que la desigualdad en el ingreso entre los diferentes sectores de la población, se transforma en un impulso al comportamiento corrupto, en tanto que la desigualdad afecta en forma negativa la confianza de los ciudadanos en las instituciones.

Como argumentamos anteriormente, los auditores pueden tener interés en convivir con los evasores, lo que se considera en las funciones de utilidad (2C) y (2D). Se depende de los supuestos asumidos en las utilidades, que el interés de los auditores en esta complicidad, tiende a disminuir cuando la posibilidad de ser atrapado en sus acciones ilegales está incrementándose. Esto es un argumento a favor de las auditorías y los controles administrativos, ya que forman parte de las actividades públicas encaminadas a garantizar el funcionamiento normal de las instituciones. Otro problema es el costo de establecer un mecanismo conveniente para castigar la actividad ilegal de los ciudadanos evasores y de los auditores corruptos. Como vamos a demostrar en la siguiente sección, es posible establecer un sistema adecuado de monitoreo, basado en las probabilidades de capturar al infractor y en imposición de multas a la acción corrupta del auditor, lo cual permite asegurar que el comportamiento legal de contribuyentes y los auditores evolucionará positivamente.

3 Sobre la dinámica evolutiva

Modelaremos en esta sección la evolución del comportamiento de los ciudadanos y los auditores mediante técnicas provenientes de la teoría de los juegos evolutivos. Consideraremos un juego asimétrico de dos poblaciones diferentes, cuyos individuos eligen en forma estratégica, entre dos comportamientos o estrategias puras. Cada ciudadano y cada auditor, elegirá entre seguir un comportamiento corrupto (ilegal), o seguir un comportamiento no corrupto (legal u honesto).

Los agentes económicos, en este caso ciudadanos y auditores, racionales bajo información perfecta, elegirán su comportamiento considerando los valores umbrales, ver resultados preliminares 1 y 2. Elegirán de acuerdo a un proceso de maximización de la utilidad. No obstante, bajo condiciones de racionalidad limitada, dichos agentes deberán definir su comportamiento futuro, en función de elementos diferentes que le permitan tener una intuición acerca de los resultados esperados de sus conductas futuras. Pero aún en esta situación, debido a que asumimos que los jugadores son racionales, elegirán aquellas estrategias puras, o comportamientos anteriormente indicados, de acuerdo a lo que su propia percepción del futuro, les indique cuáles serán las estrategias maximizadoras de su utilidad.

Como alternativa a un proceso de maximización de la utilidad esperada, bajo información completa, que supone el apegarse a un mecanismo estricto de maximización de la utilidad, apelamos a la elección guiada por la imitación. Los agentes elegirán estratégicamente, es decir, que el comportamiento elegido será resultado por una parte, de la percepción individual de comportamiento de sus pares (conducta imitativa), y por otro del comportamiento de la contraparte. En definitiva, la conducta corrupta de los ciudadanos es animada positiva o negativamente, por el comportamiento de sus pares y por el de los auditores, y recíprocamente.

Para analizar la evolución del comportamiento de los ciudadanos y el de los auditores, se admite que la tasa de impuestos a la renta determinada por el planificador central es óptima, lo que supone que todos los ciudadanos siguen un comportamiento legal. No obstante esto no tiene por qué ser así. Se asume que en la realidad existe un continuo de agentes, cuyo comportamiento es aleatorio, y cuya distribución en el conjunto de estrategias puras, se modifica con el tiempo, movida por un proceso de imitación. Este proceso sigue determinadas reglas, las que resumen la interacción entre el individuo en el seno mismo de

su población y la interacción con la otra. En definitiva, ellas determinan un sistema dinámico, el que a su vez, modela la evolución social. Llegamos a un sistema dinámico del tipo Lotka -Volterra (1956), en el que sus parámetros están fuertemente relacionados con el grado de eficiencia del sistema de control.

La elección de la estrategia futura, corrupta o no corrupta, por parte de los auditores y/o ciudadanos, se realiza bajo condiciones de información imperfecta. Sea porque los jugadores no conocen con exactitud las distribuciones de probabilidad necesarias para evaluar los valores esperados asociados a uno u otro comportamiento posible o bien porque no son capaces de realizar en tiempo finito los cálculos que esta operación implica. En este marco asumimos que:

1. Tanto los ciudadanos como los auditores, buscan maximizar su bienestar bajo incertidumbre y sin conocimiento exacto de las posibilidades de éxito asociadas a cada uno de los posibles comportamientos.

2. Bajo estas circunstancias optan por imitar el comportamiento de sus vecinos o el comportamiento de aquellos que consideran líderes. Observando el comportamiento de estos individuos, intuyen las posibilidades de éxito asociado a las estrategias posibles y asumen que éste es el mejor camino que pueden seguir en su intento de maximizar su utilidad esperada. La imitación aparece en la literatura, como un proceso habitual de decidir, cuando la información acerca de los beneficios de un comportamiento u otro entre los que debemos decidir, es confusa o no hay tiempo para realizar todos los cálculos que la resolución de un programa de optimización implica.

La velocidad con que se incremente la imitación de una conducta o comportamiento determinado, aumentará con la diferencia entre los retornos asociados a la considerada y los asociados a las demás. De ahí que sea importante para la autoridad central, conocer la percepción que la sociedad tiene, de los retornos asociados a los diferentes comportamientos posibles. Esta percepción puede llevar incluso a que un individuo, adopte un comportamiento contrario sus propias preferencias.

3. Estos hechos son capturados por los parámetros b y f en el sistema dinámico (9), véase más adelante.

4. Es natural también, asumir que el comportamiento de cada población se ve influenciado por el comportamiento de la contraparte. Así por ejemplo, resulta natural

asumir que la tasa de crecimiento de los auditores corruptos, $\frac{\delta}{\delta}$, decrece a medida que el peso relativo de la población de ciudadanos no corruptos se incrementa.

5. De acuerdo con sus creencias, ellos escogerán el comportamiento que suponen más rentable dada la situación presente en la economía. Por lo tanto, estas creencias están fuertemente relacionadas con la percepción de los ciudadanos sobre la eficiencia gubernamental para capturar y castigar las acciones ilegales o corruptas.

6. Recordemos que $\beta = 1 - \alpha$ y $\gamma = 1 - \delta$, y que todas estas variables deben ser no-negativas y no mayores que 1, en cada momento del tiempo t .

7. Si en algún momento t_f , $\alpha(t_f) = 1$, entonces para todo $t > t_f$, implica que $\dot{\delta}(t) < 0$ y $\dot{\alpha}(t) = 0$. Recíprocamente, si en un momento dado todo auditor es corrupto entonces cada ciudadano es un evasor, y luego $\dot{\alpha}(t) < 0$ y $\dot{\delta}(t) = 0$.

Consecuentemente, ara obtener la evolución del porcentaje de los comportamientos corruptos (y no corruptos) en un momento dado $t = t_0$, suponiendo que en $t = t_0$, $0 < \alpha(t_0) < 1$ y $0 < \delta(t_0) < 1$ utilizamos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \alpha(a + b\alpha - c\delta), \\ \dot{\beta} &= -\dot{\alpha}, \\ \dot{\delta} &= \delta(d - e\alpha + f\delta), \\ \dot{\gamma} &= -\dot{\delta}.\end{aligned}\tag{9}$$

donde a, b, c, d, e, f son constantes positivas, y las magnitudes de estos parámetros están en relación directa con la política aplicada por la autoridad central, en particular con la cuantía de las multas y la probabilidad de que los comportamientos corruptos puedan ser capturados y castigados, así como con las creencias de los individuos. Por ejemplo, el parámetro c en la primera ecuación se reduce si m y $p(m)$ aumentan. Obsérvese que $-c\delta$ representa el efecto negativo que el incremento de inspectores corruptos, tiene sobre el comportamiento legal de los ciudadanos.

El parámetro b representa la importancia de la imitación dentro de la población de los contribuyentes, este valor aumenta con la diferencia: $u_{CI_x}(\alpha, I, t) - u_{CNI_x}(\alpha, I)$. Es decir

que la velocidad con la que se adopta un tipo de comportamiento, depende de la diferencia de retornos asociados a cada uno de ellos. Un papel análogo juega el parámetro f , en el sector de los auditores.

Suponemos que los ciudadanos o los auditores pueden cambiar su conducta, si y sólo si existe en la sociedad, un comportamiento diferente que puede ser imitado. Esto nos lleva a concluir que si en el tiempo $t = t_f$ por ejemplo $\alpha(t_f) = 1$ entonces $\alpha(t) = 1$ para todo $t \geq t_f$. Análogamente para los otros casos, es decir, si $\beta(t_f) = 1$ entonces $\beta(t) = 1$ para todo $t \geq t_f$ y lo mismo para los auditores. Así que el sistema dinámico (9) puede ser reformulado como:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \begin{cases} \alpha(a + b\alpha - c\delta), & \text{si } 0 < \alpha(t_0) < 1 \\ 0 & \forall t \geq t_f : \alpha(t_f) = 1, \alpha(t_f) = 0. \end{cases} \\ \dot{\delta} = \begin{cases} \delta(d - e\alpha + f\delta), \\ 0 & \forall t \geq t_f : \delta(t_f) = 1, \delta(t_f) = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

El parámetro b , mide, como ya dijimos, el efecto de la imitación en el comportamiento futuro de los ciudadanos. La tasa de crecimiento de la una determinada conducta es mayor, cuando mayor es la influencia de la imitación en el comportamiento social. Ciertamente la velocidad con que la conducta imitativa se propaga depende de la diferencia en los retornos esperados. Esta tasa está se refleja en el parámetro b , i.e.

$$\frac{\partial(\frac{\dot{\alpha}}{\alpha})}{\partial \alpha} = b > 0.$$

La influencia de este parámetro, depende fuertemente de la diferencia, percibida por los agentes económicos, entre las utilidades de los contribuyentes y los ciudadanos evasores. Esto demuestra que es posible, para la autoridad central, diseñar una política para garantizar un comportamiento legal por parte de los ciudadanos, la que, como veremos, impacte favorablemente también en el comportamiento de los auditores (ver más abajo la ecuación 11).

El efecto pernicioso, sobre la sociedad, de la conducta corrupta de los auditores está fuertemente relacionado con el parámetro c . Tenga en cuenta que

$$\frac{\partial(\frac{\alpha}{\delta})}{\partial\delta} = -c < 0.$$

El parámetro e mide la velocidad a la que disminuye (por el efecto de un aumento en el comportamiento legal de los ciudadanos) la conducta corrupta de los auditores, y el parámetro f mide la velocidad a la que aumenta (por el efecto de un aumento de la actividad ilegal de los auditores) la conducta corrupta de los auditores. Este parámetro está fuertemente relacionado con el papel que desempeña la imitación en la sociedad. Esto es:

$$\frac{\partial(\frac{\delta}{\alpha})}{\partial\alpha} = -e < 0, \quad \frac{\partial(\frac{\delta}{\alpha})}{\partial\delta} = f > 0. \quad (11)$$

Téngase en cuenta que los incentivos de los auditores para optar por una conducta corrupta disminuye a medida que aumenta el porcentaje de ciudadanos siguiendo comportamiento honesto o legal.

Corolario 1 Si $\delta > \frac{a+b}{\alpha}$ entonces $\alpha < 0$ la tasa de crecimiento de los contribuyentes será negativa. Así, sólo en el caso en que δ sea lo suficientemente grande, será posible observar un aumento de la actividad ilegal de los ciudadanos. Esto significa que, en ausencia de auditores corruptos, la evasión fiscal tiende a desaparecer.

Corolario 2 Si conseguimos que en un período determinado de tiempo, $t = t_0$, el número de contribuyentes es lo suficientemente grande, $\alpha(t_0) > \frac{c\delta - a}{b}$, entonces los ciudadanos prefieren pagar impuestos. En el caso en que $\alpha(t_0) > \frac{c - a}{b}$ esta preferencia no depende del número de auditores corruptos. Esta posibilidad se da en el caso en que $\delta = 1$

Esto muestra, una vez más, que las principales características del sistema de ecuaciones diferenciales están estrechamente relacionadas con la política de multas elegida por el planificador central y la eficiencia del sistema institucional para capturar al corrupto.

El sistema (9) representa la dinámica estructural de las conductas de los auditores corruptos y ciudadanos contribuyentes. De acuerdo con este sistema evolutivo, el índice de corrupción en la sociedad (ver Definición 1) evoluciona de acuerdo con la ecuación diferencial:

$$i_c(t) = (1 - \alpha) + \delta.$$

El Diagrama de Fases.

Obsérvese que no es posible obtener la expresión analítica de la situación poblacional en un diagrama de fases pues:

$$\frac{d\delta}{d\alpha} = \frac{\delta}{\alpha} = \frac{\delta(d - e\alpha + f\delta)}{\alpha(a + b\alpha - c\delta)}$$

no es separable. No obstante podemos encontrar expresiones para las “nullclinas” o isóclinas con pendiente cero, es decir para las curvas en el espacio de fases donde $\dot{\alpha} = 0$ o bien $\dot{\delta} = 0$,

$$\mu: a + b\alpha - c\delta = 0, \tag{12}$$

$$\nu: d - e\alpha + f\delta = 0.$$

Por otra parte es inmediato observar que la región $[0,1] \times [0,1]$ es invariante para el sistema dinámico definido en (10).

Estas consideraciones, nos permiten caracterizar de alguna forma las soluciones del sistema dinámico mencionado en función de las condiciones iniciales de la sociedad.

En primer lugar obsérvese que si $bf - cd \neq 0$ entonces el sistema de ecuaciones (12) tiene solución, y esta corresponde al punto de corte de las isóclinas, lo que en el caso de realizarse en el interior del rectángulo $(0,1) \times (0,1)$ este punto de corte corresponderá a un equilibrio dinámico del sistema:

$$\alpha_0 = -\frac{af + cd}{bf - ce}, \quad \beta_0 = -\frac{bd + ae}{bf - ce}.$$

Obsérvese que en este caso el equilibrio corresponde a una situación en la que conviven ambos tipos de conductas, en ambas poblaciones. La siguiente proposición nos dice algo acerca de la evolución de la corrupción, cuando las condiciones iniciales, es decir el porcentaje de individuos corruptos y no corruptos en ambas poblaciones no se corresponde con las cantidades de equilibrio.

Proposición 2 *El sistema dinámico definido por (10) muestra que coexisten y evolucionan en el tiempo tanto auditores (funcionarios públicos) y ciudadanos que son*

corruptos y no corruptos en la economía. El porcentaje relativo de cada subpoblación o grupo depende de la política seguida por la autoridad central.

Demostración: Comencemos observando que la región $[0,1] \times [0,1]$ es invariante para este sistema de ecuaciones diferenciales (9). Lo que significa que la solución del sistema se mantendrá permanentemente en esta región. Consideremos a continuación en el diagrama de fases las nullclines (representado por las figuras 1 y 2a-b). Entonces, a continuación una de las diferentes situaciones es verdadera:

1. Los nullclines se cruzan en $(0,1) \times (0,1)$, véase la figura 1, y este es el caso

si $\frac{e}{f} < 1$ y $\frac{b}{c} < \frac{e}{f}$.

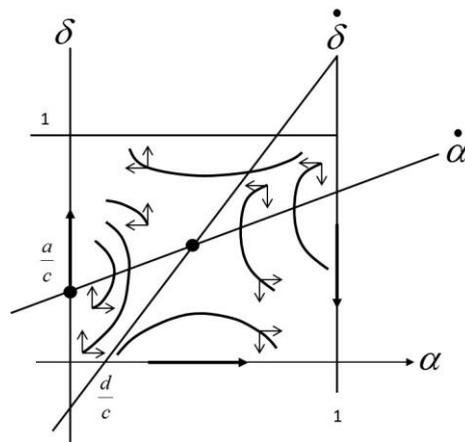


Figura 1: Las nullclines se cruzan en $[0,1] \times [0,1]$.

2. Los nullclines no se cruzan en $[0,1] \times [0,1]$, estos casos están representados en las figuras 2a y 2b, a continuación,

(a) μ está por debajo de ν , este es el caso si $\frac{a}{c} < 1$ y $\frac{b}{c} < \frac{e}{f}$, o también,

(b) $\frac{a}{c} > 1$ y $\frac{e}{f} < 1$, o también,

(c) $\frac{a}{c} < 1$ y $\frac{e}{f} > 1$.

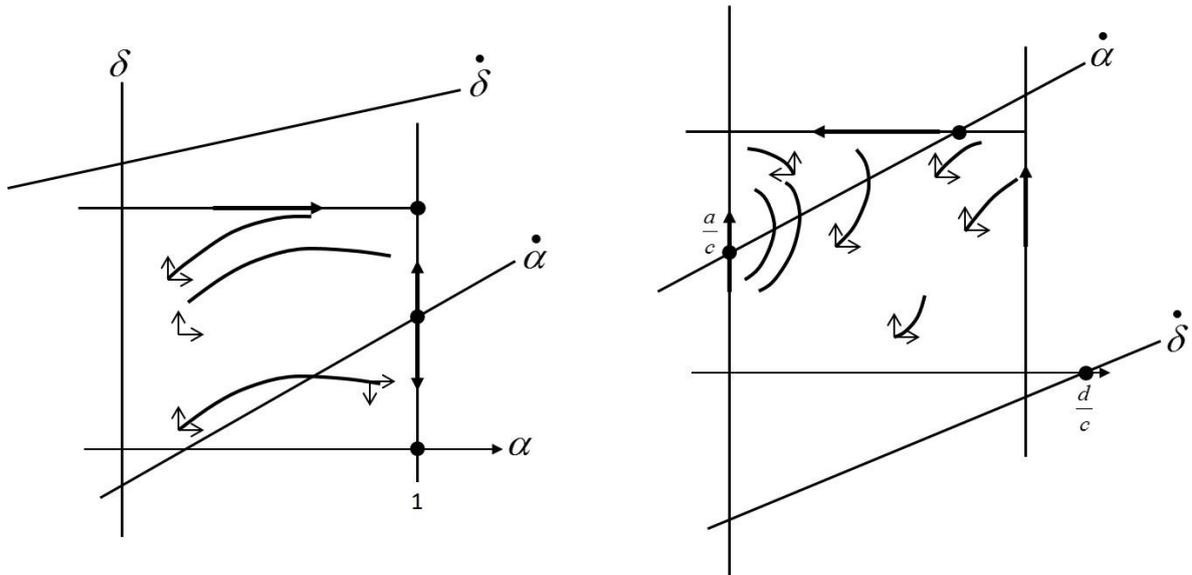


Figura 2: (a) y (b) las nullclinas no se cruzan en $[0,1] \times [0,1]$.

Obsérvese que es la relación inicial entre los porcentajes de ciudadanos honestos y auditores corruptos la clave que permite comprender la evolución futura de la población. En el caso del ejemplo representado en la figura (2 a), si estos valores verifican las relaciones

$$0 < \alpha(t_0) < -\frac{f\delta(t_0)+d}{e} \quad \text{y} \quad 1 > \delta(t_0) > \frac{a+b\alpha(t_0)}{c},$$

entonces la población evoluciona de tal manera que a todos los ciudadanos prefieren ser evasores y todo auditor corrupto. Pero si en cambio, el número inicial de ciudadanos honestos es lo suficientemente grande,

$$\alpha(t_0) > -\frac{f\delta(t_0)+d}{e} \quad \text{y} \quad \delta(t_0) < \frac{a+b\alpha(t_0)}{c},$$

la economía evoluciona a un mundo idílico sin corrupción.

Sin embargo, más realistas son las situaciones en las que:

$$0 < \alpha(t_0) < -\frac{f\delta(t_0)+d}{e}, \quad \text{y} \quad 0 < \delta(t_0) < \frac{a+b\alpha(t_0)}{c},$$

o también,

$$\alpha(t_0) > -\frac{f\delta(t_0)+d}{e} \quad y \quad \delta(t_0) > \frac{a+b\alpha(t_0)}{c},$$

porque en este caso la economía evoluciona a un estado estacionario en el que existen ambos, un porcentaje positivo de auditores corruptos y no-corruptos junto con un porcentaje de ciudadanos evasores y contribuyentes. W

La distribución final a la que llega la economía, de acuerdo con la proposición 2, depende en gran medida, de la capacidad del gobierno en desarrollar políticas institucionales de éxito. En términos de nuestro modelo, la elección de una buena política significa poner en práctica los valores adecuados para los parámetros que incentiven a los agentes económicos a tener una conducta imitativa sobre la honestidad o no-corrupción.

Obsérvese que, en situaciones como las representadas en la figura 1, la situación más beneficiosa desde el punto de vista social es aquella en que las distribuciones poblacionales, se corresponden con puntos que quedan debajo de ambas isóclinas. En este caso la corrupción disminuye paulatinamente. Es posible para la autoridad central ampliar esta zona, mediante políticas adecuadas de incentivos que se reflejen en los parámetros del modelo, de forma tal que de que el punto de corte de ambas isóclinas se mueva hacia arriba y hacia la izquierda. Esto permitirá que nuevas condiciones iniciales se ubiquen en esta zona.

4 El análisis del equilibrio en primera aproximación

La estabilidad del equilibrio en los diferentes casos puede ser analizada a partir del diagrama de fases, ver figuras 1 y 2, pero más en general, el comportamiento de las soluciones en un entorno de cada equilibrio puede analizarse mediante la aproximación lineal. El estudio de la estabilidad del sistema caracterizará el comportamiento de las mismas cuando el equilibrio es perturbado por algún agente externo.

En esta sección analizaremos el comportamiento de los equilibrios dinámicos, esto será hecho sobre la base del teorema llamado de primera aproximación, o principio de linealización.

Teorema (de primera aproximación, o principio de linealización). Sea $f : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, un campo C^1 y sea x_0 un punto de equilibrio del sistema $\dot{x} = f(x)$

1. Si todos los autovalores de la derivada $DF(x_0)$ tienen parte real estrictamente negativa, entonces x_0 es asintóticamente estable.

2. Si existe un autovalor de $Df(x_0)$ con parte real estrictamente positiva, entonces x_0 es inestable.

Por $DF(x_0)$ denotamos la matriz de derivadas primeras evaluadas en el punto de equilibrio. Es decir,

$$DF(x_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_0) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_0) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_0) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_0) \end{bmatrix}$$

En nuestro caso, el sistema dinámico al que aplicaremos este teorema es el que indica la evolución del comportamiento corrupto entre las poblaciones, este es el sistema (10). Para este tendremos:

$$x = (\alpha, \delta) \text{ y } f(\alpha, \delta) = (f_1(\alpha_0, \gamma_0), f_2(\alpha_0, \gamma_0)) = (\alpha(a + b\alpha - c\delta), \delta(d - e\alpha + f\delta))$$

Consecuentemente los puntos de equilibrio, serán aquellos pares (α, β) para los que se cumplan las igualdades:

$$f(\alpha_0, \delta_0) = (\alpha_0(a + b\alpha_0 - c\delta_0), \delta_0(d - e\alpha_0 + f\delta_0)) = (0, 0)$$

lo que significa que si en $t = t_0$, el sistema se ubica en estos puntos, entonces para todo $t > t_0$ se verificará que $\dot{\alpha}(t) = 0$ y $\dot{\delta}(t) = 0$, es decir all permanecerá a no ser que algunaperturbación lo mueva de este estado. La pregunta que el teorema permite contestar en forma sencilla, es si una vez perturbado el equilibrio, el sistema vuelve a su estdo original, o se aleja de él. Para esto, de acuerdo al teorema de linealización, podemos recurrir al estudio de los valores propios de la matriz de derivadas primeras o jacobiano del sistema dinámico.

Tendremos entonces que la matriz de derivadas, evaluada en los puntos de equilibrio, para este sistema estará dada por

$$DF(\alpha_0, \delta_0) = \begin{bmatrix} a + 2b\alpha_0 - c\delta_0 & -c\alpha_0 \\ -e\delta_0 & d - e\alpha_0 + 2f\delta_0 \end{bmatrix}$$

Recuerde que los valores propios son aquellos números complejos λ para los cuales se verifica que $\det(DF(\alpha_0, \delta_0) - \lambda I) = 0$ donde por $\det DF(\alpha_0, \delta_0)$ indicamos el determinate de esta matriz y por I , indicamos la matriz identidad de dos filas por 2 columnas.

Se verifica fácilmente que:

$$\det(DF(\alpha_0, \delta_0) - \lambda I) = \lambda^2 + \text{tr}DF(\alpha_0, \delta_0)\lambda + \det DF(\alpha_0, \delta_0). \quad (13)$$

Las propiedades de estabilidad del equilibrio quedan determinadas para este sistema de dos ecuaciones y dos variables, por la la traza de esta matriz, a la que representamos por

$$\text{tr}DF(\alpha_0, \delta_0) = \frac{df_1(\alpha_0, \delta_0)}{d\alpha} + \frac{df_2(\alpha_0, \delta_0)}{d\delta}$$

y por el determinante:

$$\det DF(\alpha_0, \delta_0) = \frac{df_1(\alpha_0, \delta_0)}{d\alpha} \frac{df_2(\alpha_0, \delta_0)}{d\delta} - \frac{df_1(\alpha_0, \delta_0)}{d\delta} \frac{df_2(\alpha_0, \delta_0)}{d\alpha}.$$

Como es bien sabido si

1. $\text{tr}DF(\alpha_0, \delta_0)^2 > 4\det DF(\alpha_0, \delta_0)$ entonces tenemos dos valores propios reales diferentes.
2. Si $\text{tr}DF(\alpha_0, \delta_0)^2 = 4\det DF(\alpha_0, \delta_0)$ habrá un único valor propio real repetido.
3. Si $\text{tr}DF(\alpha_0, \delta_0)^2 < 4\det DF(\alpha_0, \delta_0)$ los valores propios serán complejos.

En el primer caso, el equilibrio será asintóticamente estable, cuando ambos valores propios tengan signos negativos. Tendremos un punto silla si el signo de estos valores propios es diferente. El punto será inestable cuando el signo de ambos valores propios sea positivo. En el caso de dos valores propios reales e iguales, tendremos estabilidad asintótica o inestabilidad dependiendo del signo positivo o negativo del mismo. En el caso complejo la estabilidad queda determinada por el signo de las partes reales. Obsérvese que en el caso en que la parte real de los valores propios sea cero, el análisis en primera aproximación no es suficiente para concluir nada acerca de la estabilidad del sistema.

En el caso considerado en la figura 1, que corresponde a la existencia de un equilibrio en el interior del cuadrado $[0,1] \times [0,1]$, el análisis en primera aproximación permite concluir que este equilibrio será un punto de silla, lo que naturalmente se corresponde con el diagrama de fases.

Ejemplo 1 Considere el caso en que $a = f = c = 1; e = 2, a = 1/4; d = 1/2$. Para estos valores de los parámetros las nullclinas se cortan en $(\alpha_0, \delta_0) = (1/4, 3/4)$

Se obtiene el determinante $\det DF((1/4, 3/4)) = -3/8$ y para

$tr(DF(1/4,3/4))^2 = 9/4$. Lo que cooresponde al caso 1, es decir dos races con signos diferentes para la ecuación (13). Lo que hace que el equilibrio sea un punto silla.

Obseérvese que si las condiciones iniciales $(\alpha(t_0), \delta(t_0))$ verifican las condiciones:

$\alpha(t_0) < \frac{1}{4}$ y $\delta(t_0) < \frac{3}{4}$ entonces en la sociedad la corrupción tenderá a disminuir con el tiempo.

Los valores asociados a los parámetros del modelo quedan determiandos por los incentivos otrogados por el gobierno en su poltica de incentivos contra la corrupción.

5 Conclusiones

En este trabajo, en su primera parte, se muestra que existe una relación positiva entre la desigualdad de ingresos, la evasión fiscal y la corrupción. Este resultado está de acuerdo con numerosos trabajos que muestran a la desigualdad como fuente de corrupción. La desigualdad lleva a que los ciudadanos descrean de las instituciones y consecuentemente las consideren un obstáculo para el cumplimiento de sus fiens individuales. Si bien, este resultado aparece justificado tanto teóricamente como empricamente en en numerosos trabajos, no es común encontrar en la litereatura existente (al menos en la conocida por los autores), trabajos mostrando como evoluciona la corrupción en una sociedad determinada, esto es precisamente lo que hacemos en la segunda parte de nuestro trabajo.

En la segunda parte se muestra como la corrupción evoluciona y sus fuentes. Al modelar esta evolución por un sistema dinámico, cuyos parámetros la caracterizan, encontramos también los factores más importantes para el desarrollo de pticas anti corrupción. El modelo obtenido, a partir de considerar a la imitación como fuente para la dinámica evolutiva, muestra que la corrupción puede prevalecer y/o coexistir con la conducta no-corrupta, dependiendo de la poltica de incentivos desarrollada por el gobierno y de las condicioens iniciales de la sociedad, también se muesra que en cualquier caso es posible restringirla a niveles aceptables, mediante polticas adecuadas de control de la corrupción.

La evolución de la corrupción es el resultado de una libre elección hecha por individuos de una sociedad. Esta elección se basa en las creencias originadas en la percepción del mundo real. Estas creencias pueden estar equivocadas o no, pero definen el comportamiento futuro de los individuos y por lo tanto la evolución de la sociedad. En

cuanto al sistema dinámico, y sus soluciones, resulta que es responsabilidad de la autoridad central el poner a la sociedad en la cuenca de atracción de un estado deseable. Para ello se debe tener en cuenta la posibilidad de cambiar los parámetros o condiciones iniciales, de tal manera que se imitará la conducta no-corrupta o legal. Si la autoridad central no es capaz de obtener este resultado, entonces nada va a cambiar y nosotros estamos dentro de una trampa de pobreza que se caracteriza por un sistema de corrupción institucional.

Finalmente destacaremos que el sistema dinámico que modela la evolución de la corrupción en la sociedad, presentado en este trabajo, se basa en el supuesto de que en la elección de la conducta individual, influye la elección de los demás, en especial, cuando ésta se hace bajo racionalidad limitada. Existe amplia documentación sobre situaciones en las que los individuos prefieren seguir el comportamiento de la mayoría aunque sus sentimientos vayan en contra, esto hecho es particularmente destacable en el caso del comportamiento corrupto. En el modelo se refleja el hecho de que, la elección de cada ciudadano no sólo se ve influenciada por la de sus pares, sino también por la de los auditores y recíprocamente, el comportamiento de los auditores, se ve influenciado tanto por el de su pares, como por la conducta seguida por los ciudadanos. Este mecanismo de imitación, opera generalmente, como ya dijimos, cuando existe racionalidad acotada, originada en información imperfecta o en incapacidad de los individuos para desviarse del comportamiento seguido por la mayoría. En estos casos la autoridad central debe atender en sus políticas de incentivos a crear mecanismos que operen contra la corriente, creando incentivos para que el ciudadano se sienta motivado a desviarse. Esto debe hacerse analizando los parámetros del sistema dinámico que modela la evolución y los elementos de política económica que sobre ellos pueden incidir.

Referencias

- [1] Accinelli E., and Sanchez Carrera E. (2012). Corruption driven by imitative behavior. *Economics Letters* 117(1), pp. 84-87.
- [2] Azariadis C, A. Lahiri (1997). Do Rich Countries Choose Better Governments?, working paper, UCLA.
- [3] Bentley MacLEad, W. (2013). On Economics: A review Why Nations Fail. *Journal of Economic Literature* 51:1 pp 116-143.
- [4] Bardhan P. (1997). Corruption and Development: A Review of Issues, *Journal of Economic Literature*, vol. XXXV, 1320-46.
- [5] Ehrlich I. (1999). Bureaucratic corruption and endogenous economic growth *Journal of Political Economy* 107(S6), pp. S270-S293.
- [6] Gupta, S., Davoodi, H., Alonso-Terme, R. (1998). Does Corruption Affect Income Inequality and Poverty? *IMF Working Paper No. WP/98/76*.
- [7] Glendinning, P. (1999). Stability, Instability and Chaos: An Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations. Cambridge Texts in Applied Mathematics.
- [8] Jain, A.K. (2001). Corruption: A Review. *Journal of Economic Surveys* 15(1): 71-121
- [9] Hindriks, Jean; Keen, Michael; Muthoo, Abhinay, (1999). Corruption, extortion and evasion," *Journal of Public Economics*, vol. 74(3), pp 395-430.
- [10] Li, H., Xu, L.C., Zou, H. (2000). Corruption, Income Distribution and Growth. *Economics and Politics* 12(2): 155-185.
- [11] Lotka, A.J. Elements of Physical Biology' reprinted by Dover in 1956 as

Elements of Mathematical Biology.

[12] Savage, L. (1972). *The Foundations of the Statics*. N.Y. Dover.

[13] Shleifer A., Vishny R.W. (1993). Corruption. *The Quarterly Journal of Economics*, 108, 599-617. AMERICAN SOCIOLOGICAL REVIEW, 2005, VOL. 70 (FEBRUARY):136-157)

[14] You, J; Sanjeev, K. (2005) A Comparative Study of Inequality and Corruption American Sociological Review. Vo. 70, pp :136-157.