



Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales
Universidad de la República

Documentos de Trabajo

Indicadores de riesgo de crédito derivado de los depósitos bancarios constituidos en el exterior

Verónica Gabriela Rodríguez Bruné

Documento No. 16/12
Noviembre 2012

ISSN 0797-7484

Indicadores de riesgo de crédito derivado de los depósitos bancarios constituidos en el exterior

Verónica Gabriela Rodríguez Bruné

Trabajo de investigación realizado para obtener el título de Magíster en Economía Internacional, FCS, UdelaR, con la supervisión de Alejandro Pena Sánchez. Agradezco a Manuel Suárez por su colaboración en las distintas fases de este proyecto y a Margarita Güenaga, Jorge Ponce y Eduardo Siandra por sus comentarios sobre versiones previas del presente trabajo.

Resumen:

En este trabajo se presenta un conjunto de indicadores desarrollados para evaluar el riesgo de crédito de los depósitos constituidos en el exterior por instituciones financieras domésticas. Para ello se expone acerca de su construcción teórica, de su implementación informática y de su aplicación al sistema bancario uruguayo. Como resultado se obtienen cinco medidas de riesgo: la probabilidad conjunta de *default* de las entidades depositarias del exterior, la matriz de dependencia, el indicador de exposición, la probabilidad de que al menos una institución entre en *default* condicionada a que otra entidad entró en *default* o índice dominó y el índice de estabilidad bancaria.

Abstract:

This document presents a set of indicators designed to measure the credit risk implicit in the deposits maintained by domestic financial institutions in foreign countries. It discusses the theoretical definition of the indicators, the software implementation and a case of study based on the Uruguayan banking system. As a result it provides five measures of risk: the joint probability of default for foreign depositary institutions, the dependence matrix, the exposition indicator, the probability that at least one institution enters in default conditional to another institution entered in default or domino index and the bank stability index.

Clasificación JEL / JEL Classification: C60, C88, G00, G21.

Palabras clave: indicadores de riesgo, probabilidad de *default*, *credit default swap*, depósitos en el exterior, estabilidad financiera, funciones de densidad conjunta.

Key words: *risk indicators, probability of default, credit default swap, deposits in foreign countries, financial stability, joint probability functions.*

Introducción

El análisis del riesgo derivado de los depósitos constituidos en el exterior por instituciones financieras domésticas, es un tema relevante y vigente a la vista de los episodios acontecidos durante la reciente crisis internacional, donde entidades de primera línea se vieron seriamente comprometidas.

En este marco surge el interés de contar con medidas de riesgo que permitan captar tanto el riesgo a nivel individual de las instituciones financieras de interés como el riesgo derivado de las interconexiones existentes entre las mismas.

Para ello se trabaja en la adaptación e implementación de un conjunto de medidas de estabilidad financiera, propuestas por Segoviano y Goodhart (2009), de manera de poder aplicarlas a la evaluación del riesgo de crédito de los depósitos constituidos en el exterior por instituciones bancarias domésticas y hacer un seguimiento sistemático del mismo.

Para medir el riesgo de crédito de dichos depósitos se utilizan las probabilidades de *default* implícitas en las cotizaciones de *credit default swaps* (CDS) de las entidades depositarias y se modela la interconexión entre dichas instituciones mediante funciones de densidad conjunta Gaussianas, cuyos parámetros son derivados de las series de CDS.

Como resultado general se presentan los indicadores de riesgo derivado de los depósitos constituidos en el exterior por entidades domésticas, se explica su posible aplicación al sistema bancario uruguayo operativo a junio de 2010 y se proporciona el programa empleado para el cálculo de los indicadores.¹

El trabajo se enmarca en la literatura de estabilidad bancaria, y aporta una visión teórico-práctica del tema abordado. En este sentido, proporciona: (1) los fundamentos teóricos para la construcción de los indicadores, (2) los resultados empíricos referidos al mencionado caso de estudio y (3) las herramientas analíticas que permiten replicar los resultados obtenidos y extender el análisis a otras instituciones de interés.

Este documento está organizado en VI secciones. En la sección I se expone el marco teórico en el cual se desarrolla el trabajo, el modelo matemático empleado y el método de

¹ El programa utilizado para el cálculo de las probabilidades conjuntas de *default* se adjunta a este documento en el Anexo C.

cálculo utilizado, en la sección II se definen teóricamente los indicadores de riesgo implementados, en la sección III se presenta una aplicación al caso uruguayo, en la sección IV se plantean lineamientos para la aplicación de los indicadores como herramientas de supervisión y regulación bancaria y se analiza la normativa vigente sobre concentración de riesgos en entidades financieras no residentes, en la sección V se comentan las limitaciones de la metodología implementada y en la sección VI se concluye. A su vez, se incorporan Notas y Anexos, en las cuales se agrega información complementaria y se incorpora el programa desarrollado para el cálculo de los indicadores.²

² El mismo fue desarrollado en Scilab que consiste en un software matemático de libre distribución al cual se puede acceder a través del sitio www.scilab.com.

I. Marco teórico

A. Caracterización general

La creciente globalización de los mercados financieros y el aumento de su complejidad han dado lugar a una importante interconexión e interdependencia entre los participantes de los mercados.

Dicho proceso, si bien facilita la asignación del crédito desde los agentes superavitarios a los agentes deficitarios y permite una mayor diversificación de riesgos, también potencia la posibilidad de que los problemas financieros superen mercados y fronteras.

La estructura de dependencia de los bancos se basa en la interrelación existente entre ellos, la cual puede ser directa, por ejemplo a través de los depósitos interbancarios, o indirecta como resultado de compartir riesgos, tal es el caso de los créditos otorgados a sectores de actividad en común.

En este contexto, la inestabilidad financiera puede resultar tanto de *shocks* sistémicos, como del contagio entre instituciones después de un *shock* idiosincrásico, o de una combinación de ambos.³

A su vez, se ha observado que la estructura de dependencia que presentan las instituciones financieras varía a lo largo del ciclo económico, y tiende a incrementarse en los momentos de retracción de la actividad.

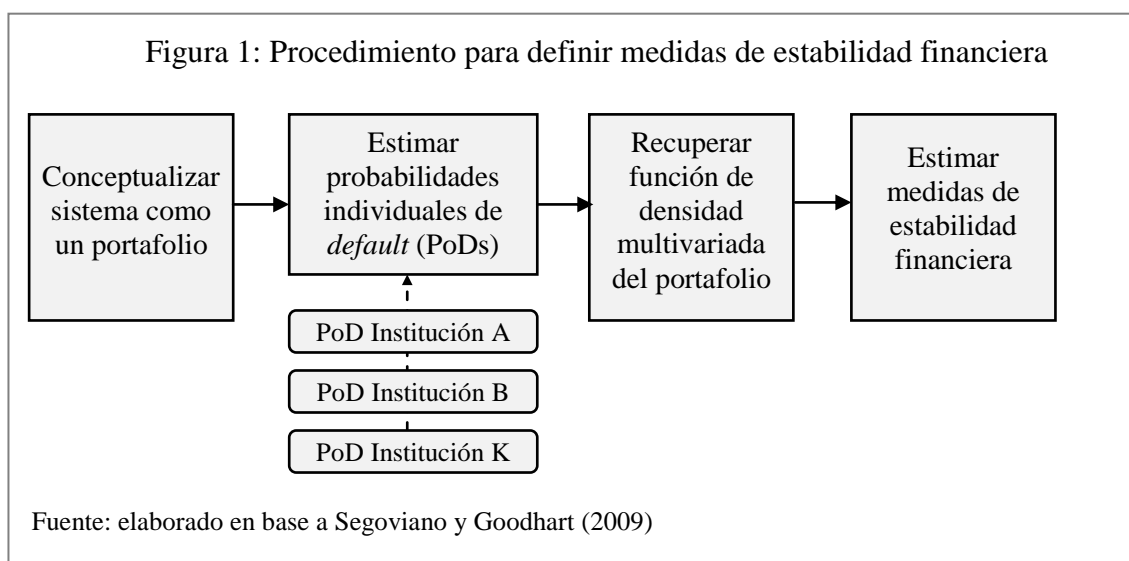
Como consecuencia en este trabajo se proponen indicadores financieros orientados a facilitar el seguimiento del riesgo derivado de los depósitos constituidos en el exterior por las instituciones locales, de tal manera que sea posible captar los cambios en la estructura de interdependencia a lo largo del tiempo.

Para ello se sigue la línea propuesta por Segoviano y Goodhart (2009), de acuerdo con la cual es posible construir medidas de estabilidad financiera de acuerdo con el siguiente procedimiento:

³ De acuerdo con el enfoque de teoría de equilibrio general desarrollado por Goodhart, Sunirand y Tsomocos (2004).

- En primera instancia, se conceptualiza el sistema financiero como un portafolio de instituciones.
- A partir de ello son obtenidas medidas empíricas para las probabilidades de *default* de cada una de las entidades que conforman el portafolio (*PoDs*).⁴
- Luego es recuperada la función de densidad multivariada del portafolio.⁵
- A partir de los resultados obtenidos son definidas medidas de estabilidad financiera.

En la figura 1 se representa dicho proceso.



A diferencia del planteo original, en el presente trabajo dicho procedimiento se aplica sobre los depósitos constituidos en el exterior por entidades locales, y no directamente sobre las instituciones que componen el sistema financiero doméstico.

⁴ El concepto de *default* considerado en este trabajo refiere a la combinación de dos efectos: el posible *default* de una institución específica y la posibilidad de que ésta experimente pérdidas importantes. Esto se debe a que en muchos casos las cotizaciones de *credit default swaps* no sólo recogen los eventos de *default* del activo subyacente, sino también una gama más amplia de eventos de crédito, como ser la reducción de su calificación.

⁵ En el desarrollo de Segoviano y Goodhart (2009) es empleado el principio de mínima entropía cruzada y funciones de cópulas para recuperar la función de densidad multivariada, no obstante ello, en el presente estudio se asume que dicha relación puede ser representada por funciones de densidad Normales multivariadas.

B. Modelo matemático

Para la construcción de los indicadores se trabaja bajo el supuesto de que la función de densidad multivariada del portafolio, que caracteriza la estructura de dependencia de las entidades depositarias del exterior, se distribuye Normal (μ, Σ) , donde μ es el vector de medias y Σ la matriz de varianzas y covarianzas.

Analíticamente es posible caracterizar los parámetros de la función de densidad multivariada del siguiente modo:

Sea $f(X)$ la función de densidad multivariada Normal,

$$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{K/2} \sqrt{\det[\Sigma]}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T [\Sigma]^{-1} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})\right], \text{ donde}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1K} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \vdots & \sigma_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{K1} & \dots & \dots & \sigma_K^2 \end{bmatrix} \quad \text{es la matriz de varianzas y covarianzas,}$$

$X = [x_1^d, x_2^d, \dots, x_K^d]$, representa el vector del valor de los activos de cada institución depositaria del exterior en el umbral de *default*,

$\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_K]$, corresponde al vector de medias del valor de los activos de cada institución depositaria del exterior,

donde K indica la cantidad de instituciones consideradas.

Empíricamente es posible obtener las probabilidades de *default* para las instituciones depositarias del exterior y a partir de ellas calcular el vector del valor de los activos en el umbral de *default*.

Para ello, una alternativa es considerar el enfoque estructural de acuerdo con el cual una firma entra en *default* una vez que el valor de sus activos cae por debajo de determinado umbral.

Merton (1974) desarrolla la forma más básica de este enfoque, donde el logaritmo del valor de los activos de las firmas se distribuye Normal.⁶

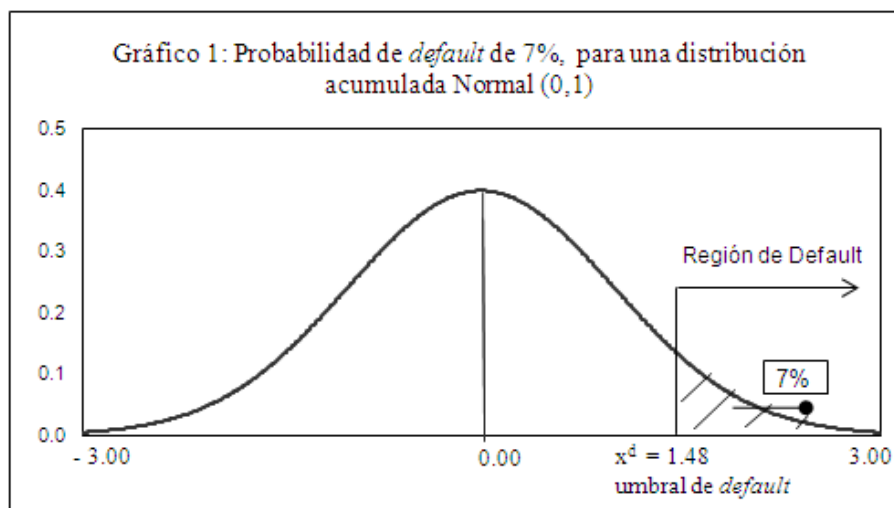
Por lo tanto, bajo esta versión, es posible representar el logaritmo del valor de los activos estandarizados como una función $p(x)$ que se distribuye Normal (0,1) (Segoviano 2006). De esta manera es posible obtener el valor de los activos en el umbral de *default* a partir de las probabilidades de *default*, sin necesidad de incorporar otras variables al modelo.

De acuerdo con lo expresado anteriormente, la integral de $p(x)$ entre el umbral de *default* e infinito es equivalente a la probabilidad de *default* de la firma, esto es:

$$\int_{x^d}^{\infty} p(x)dx = PoD^x, \text{ donde}$$

x^d representa el umbral de *default* para una firma genérica, el cual resulta de aplicar la función Inversa Normal (0,1) al valor de PoD^x obtenido empíricamente.⁷

A modo de ejemplo, en el gráfico 1 se representa la función densidad Normal (0,1) para el caso univariado, indicándose el área correspondiente a una probabilidad de *default* del 7% y el umbral de *default* para ese caso.



Fuente: elaboración propia

⁶ Más recientemente han sido propuestas otras distribuciones paramétricas para modelar el comportamiento de los activos de una firma, tales como la distribución t de *Student* o la combinación de distribuciones Normales, las cuales presentan colas más pesadas y se consideran más apropiadas para modelar el comportamiento de los mismos.

⁷ Más exactamente, la función Inversa Normal se aplica a $(1 - PoD^x)$.

Bajo estos supuestos se tiene que el vector de medias μ es un vector nulo de dimensión $I \times K$ y que el vector de varianzas y covarianzas Σ es equivalente al vector de correlaciones de los activos log estandarizados de dimensión $K \times K$ (respecto de los cuales se puede obtener su valor en el umbral de *default* x^d).

Dicho esto, se cuenta con todos los elementos necesarios para aproximar la probabilidad de *default* conjunta para las entidades de interés, para lo cual se emplea el programa informático que ha sido desarrollado a tales efectos.⁸

C. Método de cálculo

Para aproximar las probabilidades conjuntas de *default*, que son utilizadas como insumos para la construcción de indicadores de riesgo, es aplicado el programa de cálculo que se anexa. El mismo fue desarrollado especialmente a los propósitos del presente trabajo y sigue la lógica que se expone a continuación.

Ejemplo: Considérese el caso simplificado de un portafolio de bancos compuesto por dos instituciones financieras, cuyas probabilidades de *default* corresponden a 0.68% y 2.75%, en determinado momento del tiempo t .

Sea $PoDs$ el vector de probabilidades individuales de *default* en t , el vector de umbrales de *default* para dichas instituciones, $X(\cdot)$, resulta de aplicar la función Inversa Normal (0,1) a la diferencia entre el Vector Unidad y el vector $PoDs$, de manera que $X = (2.467, 1.919)$.

Por lo tanto el programa comenzará a calcular la función de densidad conjunta desde $X = (2.467, 1.919)$ hasta el límite de integración definido, incrementándose en el intervalo de integración especificado por el utilizador.

Sea Δ el intervalo de integración, tal que $\Delta = 0.05$, sea L el límite de integración, tal que $L = 3$ y Σ la matriz de varianzas y covarianzas, tal que $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.77 \\ 0.77 & 1 \end{bmatrix}$, se calcula para cada combinación de x_1, x_2 el valor de la función de densidad multivariada, $f(X)$, esto es:

⁸ El programa informático al que se hace referencia fue desarrollado en Scilab y se adjunta en el Anexo.

$$f(X) = f \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} \\ x_{1,1} & x_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{1,1} & x_{2,22} \\ x_{1,2} & x_{2,1} \\ x_{1,2} & x_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{1,2} & x_{2,22} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ x_{1,11} & x_{2,1} \\ x_{1,11} & x_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{1,11} & x_{2,22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_{1,1}, x_{2,1}) \\ f(x_{1,1}, x_{2,2}) \\ \vdots \\ f(x_{1,1}, x_{2,22}) \\ f(x_{1,2}, x_{2,1}) \\ f(x_{1,2}, x_{2,2}) \\ \vdots \\ f(x_{1,2}, x_{2,22}) \\ \vdots \\ \vdots \\ f(x_{1,11}, x_{2,1}) \\ f(x_{1,11}, x_{2,2}) \\ \vdots \\ f(x_{1,11}, x_{2,22}) \end{pmatrix}, \text{ de donde se deriva que}$$

$$(X, f(X)) = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} & f(x_{1,1}, x_{2,1}) \\ x_{1,1} & x_{2,2} & f(x_{1,1}, x_{2,2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,1} & x_{2,22} & f(x_{1,1}, x_{2,22}) \\ x_{1,2} & x_{2,1} & f(x_{1,2}, x_{2,1}) \\ x_{1,2} & x_{2,2} & f(x_{1,2}, x_{2,2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,2} & x_{2,22} & f(x_{1,2}, x_{2,22}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,11} & x_{2,1} & f(x_{1,11}, x_{2,1}) \\ x_{1,11} & x_{2,2} & f(x_{1,11}, x_{2,2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,11} & x_{2,22} & f(x_{1,11}, x_{2,22}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.467 & 1.919 & 0.0019 \\ 2.467 & 1.969 & 0.0018 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.467 & 2.969 & 0.0029 \\ 2.517 & 1.919 & 0.0105 \\ 2.517 & 1.969 & 0.0105 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.517 & 2.969 & 0.0028 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.967 & 1.919 & 0.0026 \\ 2.967 & 1.969 & 0.0027 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.967 & 2.969 & 0.0017 \end{pmatrix}$$

242×3
 242×3

En base a los resultados obtenidos, para cada combinación (x_1, x_2) se computa un prisma de base Δ^2 y altura $f(x_1, x_2)$, de modo que el volumen por debajo de la función de densidad multivariada es aproximada como la suma de dichos primas (extensión de suma de Riemann).

Tomando como factor común Δ^2 , se obtiene que la probabilidad conjunta de *default* (PCD) en este ejemplo es:

$$PCD = 0.05^2 * \sum f(X) = 0.05^2 * 1.228 = 0.307\%$$

De forma análoga, el programa que se provee procesa los cálculos para más de dos instituciones y las distintas combinaciones de variables computadas para el cálculo de los indicadores de riesgo.

D. Probabilidades de *default*

Existen enfoques alternativos para la estimación de las probabilidades de default de bancos individuales, como ser el enfoque estructural, el enfoque derivado de opciones out of the money y el enfoque basado en el uso de credit default swaps.

Cada uno de ellos presenta ventajas y desventajas en términos de disponibilidad de la información, formas de parametrización y consistencia de las estimaciones obtenidas. Con respecto a las mismas, Segoviano y Goodhart (2009), realizan un estudio exhaustivo, del cual concluyen que el enfoque de credit default swaps es el más indicado, considerando tanto la disponibilidad de información como la consistencia de las estimaciones obtenidas.

A su vez, los mencionados autores hacen referencia a los siguientes aspectos:

- Existen estudios que muestran que si bien los CDS pueden sobredimensionar el riesgo en determinadas circunstancias, generalmente estas situaciones no perduran en el tiempo.
- Agencias calificadoras han señalado que las calificaciones implícitas de mercado, tales como las derivadas de los CDS, siguen de cerca las calificaciones de crédito asignadas por las mismas (aproximadamente en un 80% del tiempo).
- Existen estudios que indican que la información obtenida del mercado de CDS frecuentemente anticipa cambios en las calificaciones otorgadas por las agencias. En este contexto, si bien la magnitud de los movimientos en ocasiones no es realista, la dirección de los mismos generalmente constituye una buena señal de fragilidad financiera.

No obstante ello, cabe señalar que los CDS presentan debilidades como medidas del riesgo de *default* de las instituciones. Los mismos tienen a exagerar dicho riesgo en el caso de

observarse iliquidez en los mercados de CDS o una aversión al riesgo generalizada en el sistema financiero.

Sin embargo, tales debilidades pueden ser relativizadas en la medida de que las mismas afecten la percepción del mercado y tengan un efecto real sobre la disposición del mercado a financiar a una empresa en particular.

Por otro lado, dichos instrumentos son considerados como los derivados de crédito más extendidos en el área de las finanzas, por lo cual se cuenta con series de CDS para las entidades bancarias de referencia a nivel global.⁹

Como consecuencia de lo expresado anteriormente, la información de CDS se considera apropiada a los efectos de este trabajo para el cálculo de las probabilidades de *default* de los depósitos constituidos en el extranjero por los bancos que operan en la plaza uruguaya, en la medida de que las mismas realizan colocaciones en entidades para las cuales en la mayoría de los casos se cuenta con dicha información.

De todas formas, el cálculo aplicado para obtener las probabilidades de *default* es exógeno al modelo presentado, por lo tanto, si se prefiere otro enfoque, es posible modificar estas variables sin necesidad de alterar el programa desarrollado.

⁹ En términos operativos, dichos contratos proveen de un seguro contra el riesgo de *default* de créditos de una compañía en particular. Dicha compañía es conocida como la entidad de referencia y el *default* de la compañía como el evento de crédito. El comprador del seguro obtiene el derecho de vender bonos emitidos por la compañía a su valor facial cuando el evento de crédito ocurre y el vendedor del seguro acuerda comprar los bonos por el valor facial cuando el evento de crédito tiene lugar. El valor facial total que puede ser vendido es conocido como Principal del CDS (*CDS' Notional Principal*).

El comprador de los CDS realiza pagos periódicos al vendedor hasta la madurez de los CDS o hasta que tenga lugar el evento de crédito y la liquidación se puede establecer de forma física o en efectivo. En este marco, se conoce como CDS *spread* al monto total pagado por año, como porcentaje del principal. En particular, dichos *spreads* son tomados en cuenta para el cálculo de las probabilidades de *default* de los bancos individuales, donde *spreads* más grandes indican que los inversores perciben el evento de crédito como más probable.

Dichas probabilidades pueden ser obtenidas de Bloomberg.

II. Medidas de estabilidad financiera

A los efectos del presente estudio se considera la línea propuesta por Segoviano y Goodhart (2009) para la estimación de medidas de estabilidad financiera.

En este marco se procura construir indicadores que faciliten el seguimiento del riesgo derivado de los depósitos constituidos en el exterior por entidades financieras locales, para lo cual se trabaja en la adaptación e implementación de la línea antes mencionada.

A. Probabilidad conjunta de *default*

Se trata de la probabilidad de que dos o más instituciones entren en *default* al mismo tiempo. Analíticamente puede expresarse como:

$$PCD = \int_{x_k^d}^{\infty} \dots \int_{x_1^d}^{\infty} p(x_1) \dots p(x_k) dx_1 \dots dx_k$$
, donde x_k^d hace referencia al umbral de *default* de la institución k con $k = 1, \dots, K$.¹⁰

Este indicador puede ser calculado para dos o más instituciones, pudiéndose extender a todo el sistema.

B. Probabilidad condicional de *default*

La probabilidad condicional de *default* es calculada como el cociente entre la probabilidad conjunta de *default* para dos o más entidades y la probabilidad de *default* de la institución a la cual se condiciona el cálculo.

En términos matemáticos se define la probabilidad condicional de *default* de x_1 tal que x_2 entró en *default* como:

$$P(x_1 > x_1^d | x_2 > x_2^d) = \frac{P(x_1 > x_1^d, x_2 > x_2^d)}{P(x_2 > x_2^d)}$$

En base a la probabilidad condicional de *default* de dos instituciones es posible construir una matriz de dependencia que facilita la lectura del riesgo derivado de la estructura de interdependencia. La misma puede ser calculada para distintos momentos de tiempo.¹¹

¹⁰ La definición de *PCD* provista en esta sección es una definición teórica, mientras que la *PCD* calculada en la subsección “Método de cálculo” corresponde a una aproximación empírica a este indicador teórico para el caso de $K=2$.

En la tabla 1 se presenta una matriz de dependencia genérica, en la cual se especifica la forma en que son presentados los datos.

Tabla 1: Matriz de dependencia genérica					
	1	2	3	4	5
1	P(1 1)	P(1 2)	P(1 3)	P(1 4)	P(1 5)
2	P(2 1)	P(2 2)	P(2 3)	P(2 4)	P(2 5)
3	P(3 1)	P(3 2)	P(3 3)	P(3 4)	P(3 5)
4	P(4 1)	P(4 2)	P(4 3)	P(4 4)	P(4 5)
5	P(5 1)	P(5 2)	P(5 3)	P(5 4)	P(5 5)

Fuente: en base a Goodhart y Segoviano (2009)

En la matriz de dependencia se hace referencia como $P(2|1)$ a la probabilidad de que la entidad 2 entre en *default* dado que la entidad 1 entró en *default*.

C. Matriz de dependencia ponderada e indicador de exposición

En base a la matriz de dependencia es posible calcular indicadores de exposición respecto de instituciones específicas a nivel del sistema y/o a nivel de bancos domésticos en forma individual.

En el caso de bancos individuales, la matriz de dependencia puede estar condicionada tanto a instituciones donde efectivamente los bancos constituyen depósitos como a otras instituciones, cuyos efectos sobre los depósitos quisieran ser evaluados.

Del mismo modo, a nivel del sistema es posible analizar su exposición a instituciones donde no se efectúan depósitos, pero sus efectos son potencialmente significativos sobre las instituciones depositarias del exterior donde efectivamente existen colocaciones.

¹¹ Ver Nota: “Matriz de Dependencia”.

Ejemplo: A continuación se presenta la matriz de dependencia de una institución hipotética y la matriz de dependencia ponderada por la participación de los depósitos en cada entidad depositaria del exterior.

Institución Depositaria Exterior / Participación		1	2	3	4	5
1	40%	100.00%	21.05%	6.26%	30.11%	0.76%
2	20%	19.88%	100.00%	6.38%	6.78%	1.26%
3	20%	16.29%	17.58%	100.00%	4.86%	26.80%
4	15%	29.16%	6.96%	1.81%	100.00%	0.12%
5	5%	5.33%	9.30%	71.90%	0.83%	100.00%

Fuente: elaboración propia

El indicador de exposición resulta de la suma ponderada de las probabilidades condicionadas de *default* respecto de la institución en la cual se condiciona el cálculo, tal como se muestra en el siguiente cuadro.

Institución Depositaria Exterior	1	2	3	4	5
1	40.0%	8.4%	2.5%	12.0%	0.3%
2	4.0%	20.0%	1.3%	1.4%	0.3%
3	3.3%	3.5%	20.0%	1.0%	5.4%
4	4.4%	1.0%	0.3%	15.0%	0.0%
5	0.3%	0.5%	3.6%	0.0%	5.0%
Indicador Exposición	51.9%	33.4%	27.6%	29.4%	10.9%

Fuente: elaboración propia

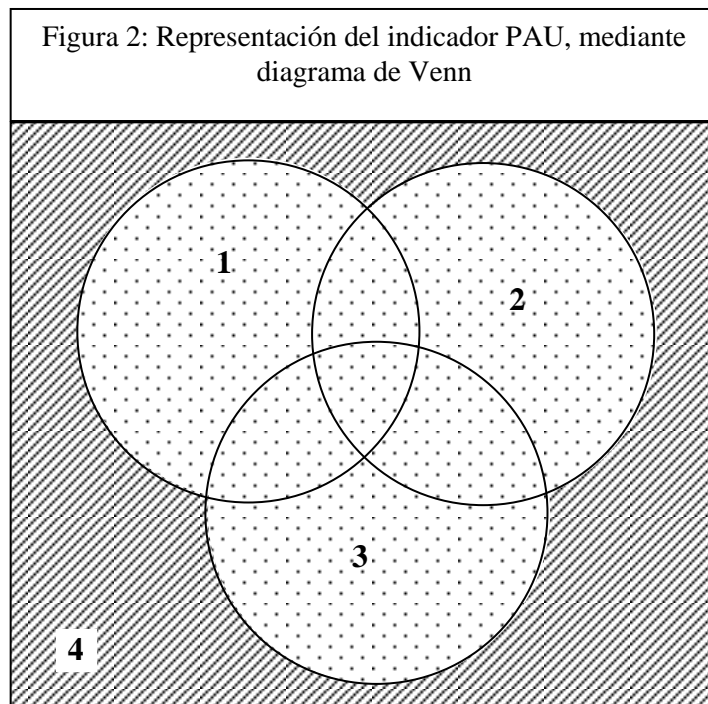
Como puede observarse, en términos comparativos, la institución hipotética presenta una mayor exposición a la institución 1, presentando un indicador de exposición de 51.9% en t, seguida por la institución 2, 4 y 3, con registros de 33.4%, 29.4% y 27.6% respectivamente y una menor exposición a la entidad 5, con un indicador de 10.9%.

D. Probabilidad de que al menos una institución entre en *default* condicionada a que otra institución entró en *default* (PAU o índice dominó)

La probabilidad de que al menos un banco entre en *default* dado que otro entró en *default* en el caso de un sistema compuesto por tres instituciones puede calcularse como:

$$\begin{aligned} PAU &= P(x_1 > x_1^d \mid x_4 > x_4^d) + P(x_2 > x_2^d \mid x_4 > x_4^d) + P(x_3 > x_3^d \mid x_4 > x_4^d) - \\ &- P(x_1 > x_1^d \cap x_2 > x_2^d \mid x_4 > x_4^d) - P(x_2 > x_2^d \cap x_3 > x_3^d \mid x_4 > x_4^d) - \\ &- P(x_3 > x_3^d \cap x_1 > x_1^d \mid x_4 > x_4^d) + P(x_1 > x_1^d \cap x_2 > x_2^d \cap x_3 > x_3^d \mid x_4 > x_4^d) \end{aligned}$$

Esto es, la unión de los conjuntos de probabilidad de *default* para los bancos 1 a 3, condicionada en la probabilidad de que el banco 4 entre en *default*, lo cual representa gráficamente en la figura 2.



Fuente: en base a Segoviano y Goodhart (2009)

Siguiendo el mismo criterio, es posible deducir la fórmula aplicable al caso general. En tal caso se tiene que dado $P(x_k > x_k^d) = P(k)$, con $k = 1, \dots, K$, la probabilidad de que al menos un banco entre en *default* condicionada a que el banco k entró en *default* puede expresarse como:

$$PAU = [P(1|k) + \dots + P(K|k)] - [P(1 \cap 2|k) + \dots + P(K \cap 2|k)] + [P(1 \cap 2 \cap 3|k) + \dots + P(1 \cap 2 \cap K|k)] - \dots + P(1 \cap 2 \cap 3 \cap 4 \cap \dots \cap K|k)'$$

donde se hace referencia con línea punteada a todas las combinaciones posibles de probabilidades conjuntas condicionadas en k , para los distintos casos.

E. Índice de estabilidad bancaria (IEB)

El IEB refleja el número esperado de bancos que entrarían en *default*, dado que al menos uno entró en *default*, sin condicionarlo en una entidad en particular.

Analíticamente, el mismo es definido como:

$$IEB = \frac{P(X > x^d) + \dots + P(N > n^d)}{1 - P(X < x^d \cap \dots \cap N < n^d)}$$

El IEB está basado en el desarrollo de Huang (1992), de acuerdo con el cual un valor más alto del indicador señala mayor inestabilidad en el sistema financiero.

III. Aplicación al caso uruguayo

A. Conformación del portafolio de bancos

En junio de 2010 el sistema bancario uruguayo está compuesto por 14 bancos, cuyos depósitos en el exterior representan cerca de un 30% del Total de Disponible e Inversiones.¹²

A su vez, en setiembre de 2009, los mismos presentan depósitos en el exterior en al menos 61 grupos financieros diferentes, con un índice de concentración Herfindahl - Hirshman del 12.4% y un grado de concentración del 61.2% en las cinco instituciones externas que captan más depósitos a nivel individual.¹³

Considerando la cantidad de instituciones depositarias y el grado de concentración observado, a los efectos del presente estudio, se analiza la evolución de la probabilidad conjunta de *default* de las cinco instituciones externas más representativas del sistema financiero, esto es donde se concentran más depósitos.

A su vez, se presentan la matriz de dependencia y los resultados de los indicadores PAU o índice dominó para dichas instituciones y del índice de estabilidad bancaria correspondiente a distintos momentos del tiempo.

A nivel del sistema bancario total, se presenta la matriz de dependencia correspondiente a todas las instituciones para las cuales se cuenta con cotizaciones de CDS en el período considerado.

Cabe señalar que este análisis puede ser ampliado a otras instituciones aplicando el programa informático que se anexa.

¹² De acuerdo con la información contenida en los Estados de Situación Patrimoniales publicados en el Boletín Informativo Mensual por el BCU, a setiembre de 2009 el ratio (Disponible en otras instituciones financieras del exterior + Inversiones en el exterior) a (Disponible + Inversiones) para el total de bancos públicos y privados se ubicó en 28,5%.

¹³ En estos cálculos no se tiene en cuenta información relativa al Banco Hipotecario del Uruguay.

B. Probabilidades individuales de *default*

A los propósitos del presente trabajo, las probabilidades de *default* son derivadas de las series de *spreads* de *credit default swaps* (CDS) de las entidades depositarias del exterior de acuerdo con la siguiente formulación:

$$CDS = PoD * LGD = PoD * (1 - R), \text{ donde}$$

PoD = Probabilidad de *default*,

LGD = Pérdida dado *default* (*loss given default*),

R = Tasa de recupero.

Dichas variables son obtenidas de Bloomberg, donde R es una tasa de recupero predeterminada que iguala el 40%.¹⁴

Como se señaló previamente, se recuerda que las $PoDs$ son variables exógenas por lo cual es posible hacer uso de las series que el utilizador considere más adecuadas sin modificar el algoritmo de cálculo.

C. Función de densidad multivariada

Se evaluó la posibilidad de trabajar con correlaciones fijas o con correlaciones variables para definir la matriz de varianzas y covarianzas, Σ , optándose por ésta última hipótesis, de acuerdo con las observaciones que se presentan a continuación.

Correlaciones fijas versus correlaciones variables

En el presente estudio se toma en cuenta información semanal de CDS correspondiente al período junio 2008 – junio 2010, de manera de contar con los registros de cotizaciones para las instituciones de mayor interés.

Con respecto a las mismas se analiza la matriz de correlaciones para las cinco instituciones del exterior que captan más depósitos del sistema bancario doméstico, observándose importantes variaciones a lo largo del período en consideración.

¹⁴ Por mayor información ver subsección “Liquidación de la operación” del Anexo A.

En este sentido se presentan las matrices de correlaciones para el período completo, para las primeras 12 observaciones y para las últimas 12 observaciones en la Nota: “Coeficientes de Correlación para Distintos Períodos”.

Como consecuencia de tales diferencias se calculan los indicadores de estabilidad bancaria utilizando como historia las últimas 12 observaciones correspondientes a cada período. Por tratarse de datos semanales, serían las observaciones correspondientes a los tres meses anteriores al momento para el cual se realiza el cálculo.¹⁵

D. Medidas de estabilidad financiera

Probabilidad conjunta de *default*

La probabilidad conjunta de *default* correspondiente a los cinco bancos más representativos del sistema fue calculada para el período comprendido entre el 10 de setiembre de 2008 y el 16 de junio de 2010, (ver Nota “Probabilidades de *default* calculadas en base a series de *credit default swaps*”).

La misma presenta variaciones en el rango de 0.0002% a 1.26% y un promedio de 0.23%, para dicho período. A su vez, observa una tendencia creciente a partir de diciembre de 2008 que alcanza su máximo en marzo de 2009, momento en el cual la tendencia se revierte, con oscilaciones, hasta enero de 2010.

El registro más elevado es acompañado por el incremento de las probabilidades de *default* para las cinco instituciones consideradas, y en especial para el caso de HSBC, para el cual la misma alcanza el valor máximo de la muestra que se ubica en 30.1% el 11 de marzo de 2009.

BBVA, Santander y Crédit Lyonnais también alcanzan su máximo en esa fecha, con probabilidades de *default* de 3.2%, 3.0% y 2.3%, mientras que Citibank N.A. alcanza su máximo tres semanas después, el cual asciende a 14.9%.

Al 16 de junio de 2010 (último registro de la muestra), se observa un nuevo incremento del indicador, que alcanza el 0.59% a dicha fecha, impulsado por la tendencia al alza de las

¹⁵ El programa que se anexa permite al utilizador decidir si prefiere trabajar con historia variable o con historia fija y definir cuántos períodos desea considerar como historia (esto es Historia -Fija o Variable- y Períodos son tratados como parámetros de la aplicación).

probabilidades de *default* de los bancos Santander, BBVA y Crédit, constatada desde enero de dicho año.

Por otro lado, se calculan las probabilidades de *default* conjuntas para más de 5 instituciones, observándose que la misma es decreciente y tiende a cero, tal como podría suponerse a priori.

Probabilidad condicional de *default* y matriz de dependencia

El programa de cálculo arroja como resultados las probabilidades conjuntas de *default* para todas las combinaciones posibles, de acuerdo con el tamaño máximo de grupo indicado por el utilizador.¹⁶

A su vez, en base a las probabilidades conjuntas de *default* para dos instituciones y las probabilidades individuales de *default* es procesada la matriz de dependencia, para la cual se genera un archivo adicional.

Como se señaló previamente, las probabilidades condicionales de *default* son expuestas en matrices de dependencia para distintos momentos de tiempo. Respecto de las mismas, en el caso de las instituciones que captan más depósitos del sistema doméstico, es posible observar importantes variaciones en diferentes momentos del período considerado, tal como se presenta en la Nota “Matriz de Dependencia”.

Al 11 de marzo de 2009, fecha en la cual se alcanza el valor máximo de la probabilidad conjunta de *default* y una probabilidad de *default* particularmente elevada en HSBC, se observa que la dependencia respecto de esta institución es la más reducida del grupo.

Al 16 de junio de 2010, último registro considerado, se observa que la institución con la cual se constata mayor dependencia es Crédit Lyonnais, mientras que respecto de BBVA (para la cual se registran *PoDs* más elevadas) las probabilidades condicionadas de *default* son las más reducidas.

¹⁶ Esto es, si se desea obtener la probabilidad conjunta de *default* para todos los bancos del portafolio definido y la matriz de dependencia, debe indicarse Probabilidad Conjunta Total = V y Tamaño Máximo de Grupo = 2, en este caso el programa no genera las probabilidades conjuntas de *default* para $2 < \text{Cantidad Bancos} < \text{Total Bancos Portafolio}$.

También es posible calcular el indicador de exposición, ponderando cada valor de las matrices por la participación de los depósitos agregados de los bancos en cada una de las instituciones consideradas. En el caso de que la participación fuese uniforme, los resultados coincidirían con los mencionados previamente.

Probabilidad de que al menos una institución entre en *default* condicionada a que otra institución entró en *default* (PAU o índice dominó)

Las probabilidades condicionadas de *default* de las cinco instituciones externas que captan más depósitos de los bancos locales en el período octubre de 2008 a junio de 2010, presentan diferencias significativas tanto de dirección como en nivel, dependiendo de cada caso (ver Nota: "*Probabilidad de que al menos una institución entre en default – PAU o índice dominó -*").

No obstante ello, en términos generales, el indicador PAU o índice dominó presenta valores elevados (promedio de 63.1%, mínimo 9.9% y máximo 95.1% para el período considerado). Esto indica que, bajo los supuestos considerados, las instituciones de referencia son altamente sensibles al *default* de una de ellas.

Con respecto a dichos guarismos, cabe tener presente que se trabaja con aproximaciones y no con valores de probabilidad propiamente dichos y en particular es importante considerar que los resultados son sensibles a los parámetros definidos por el utilizador (intervalo y límite de integración).

Por tal motivo se considera más apropiado tratar este indicador como un índice (índice dominó) más que como una probabilidad, ya que dependiendo de los parámetros, el mismo es susceptible de alcanzar valores que superan la unidad.

A su vez, se recomienda trabajar siempre con los mismos parámetros para poder realizar comparaciones entre instituciones, considerar la evolución temporal en cada caso y, eventualmente, evaluar los registros del indicador en rangos de riesgo y no en valores absolutos.

Índice de estabilidad bancaria (IEB)

El IEB es calculado para distintos momentos del tiempo para los cinco bancos más representativos del sistema (ver Nota: “*Índice de estabilidad bancaria*”).

El mismo, si bien presenta registros superiores en momentos de mayor tensión, esto es cuando las probabilidades individuales de *default* se encuentran más elevadas, también puede presentar valores elevados en algunos momentos de “calma”.

Esto es, a pesar de que la probabilidad de *default* sea reducida, tanto a nivel individual como del grupo considerado, la probabilidad de que al menos una institución entre en *default*, dado que una entró en *default* puede ser elevada, como consecuencia de una interdependencia alta.

IV. Medidas de estabilidad financiera como herramientas para la supervisión y regulación bancaria

Las medidas de estabilidad financiera presentadas en la sección II del presente documento pueden ser empleadas como herramientas para la supervisión y regulación de bancos domésticos.

En esta sección se sugieren lineamientos para su implementación en cada caso y se comenta la normativa actual relativa a la concentración de riesgos en entidades financieras no residentes.

Probabilidad conjunta de *default*

La probabilidad conjunta de *default* de los depósitos constituidos en el exterior calculada a nivel de cada institución supervisada puede utilizarse como medida de la exposición al riesgo de crédito de las entidades externas.

Para su cálculo es necesario determinar caso por caso el “portafolio de referencia”, esto es las instituciones del exterior donde cada entidad constituye depósitos en determinado momento del tiempo.

Desde el punto de vista aplicado el tiempo requerido para la obtención del indicador está directamente relacionado con la cantidad de instituciones consideradas, por lo cual es apropiado definir los portafolios de referencia de manera de acotar sus dimensiones y obtener portafolios representativos.

Una opción para definir los portafolios de referencia se basa en el estudio del grado de concentración de los depósitos constituidos en el exterior por cada banco, de manera de obtener portafolios representativos del total de colocaciones, reduciendo el número de instituciones consideradas.

Otra posibilidad es utilizar variantes del portafolio de interés para cada banco doméstico, incorporando diferentes instituciones depositarias en portafolios alternativos. De esta manera se reitera el cálculo del indicador para distintas entidades, obteniéndose un conjunto de medidas de riesgo asociadas al indicador de probabilidad conjunta de *default*.

Ambas posibilidades facilitan la supervisión de las entidades domésticas en lo que respecta al riesgo de crédito de los depósitos constituidos en el extranjero, para los cuales se cuente con información de CDS o una medición alternativa de probabilidades de *default*.

Desde el punto de vista de la regulación, la definición de rangos de riesgo para la probabilidad conjunta de *default* permitiría asociar los valores del indicador con diferentes requerimientos de capital, aumentando las exigencias conforme se asuma mayor riesgo por este concepto.

Matriz de dependencia e indicador de exposición

Es posible calcular la matriz de dependencia a nivel individual para distintos momentos del tiempo y a partir de ella, y de la composición de cada portafolio, obtener el indicador de exposición de cada banco doméstico al *default* de determinada institución externa para los portafolios de referencia.

Desde el punto de vista de la supervisión, el análisis de la evolución de la matriz de dependencia y del indicador de exposición facilita el monitoreo del riesgo de los depósitos constituidos en el exterior. A su vez puede complementarse el análisis incorporando a la matriz de dependencia aquellas instituciones que, si bien no pertenecen a los portafolios de referencia, potencialmente presentan efectos significativos en caso de *default* sobre las entidades de interés. En este sentido se recomienda incorporar en las matrices de dependencia de cada banco aquellas instituciones que por motivos coyunturales requieran de especial atención.

Mediante la regulación es posible acotar el riesgo que las instituciones domésticas puedan asumir como consecuencia de su exposición al *default* de entidades externas definiendo un umbral para el indicador de exposición a partir del cual no se permita asumir más riesgo.

Un mecanismo, alternativo o complementario, orientado a reducir el riesgo de los depósitos constituidos en el exterior consiste definir exigencias de capital diferenciales en base a los registros del indicador de exposición, tal como se propone para la probabilidad conjunta de *default*.

Indicador PAU e índice de estabilidad bancaria

La probabilidad de que alguna institución entre en *default* condicionada que otra entró en *default* (indicador PAU) puede ser empleada como herramienta de supervisión, facilitando el estudio de la resistencia de los portafolios de referencia a “*shocks*” de crédito de las instituciones que lo componen.

Al igual que se plantea con la matriz de dependencia, este indicador puede utilizarse para estudiar los posibles efectos del *default* de entidades que no integran los portafolios de referencia sobre la estabilidad del conjunto de entidades depositarias.

Por otro lado, el índice de estabilidad bancaria puede servir como herramienta de supervisión tanto a nivel del sistema como de las instituciones individuales, arrojando medidas de la fortaleza de los portafolios constituidos ante el *default* de cualquiera de las entidades que lo componen.

Desde el punto de vista regulatorio, ambas medidas pueden ser empleadas para determinar exigencias de capital diferenciales en función del riesgo asumido por los bancos locales.

Límites normativos a la concentración de riesgos con no residentes

Mediante la Circular N° 2.008 del 23 de junio de 2011 el Banco Central del Uruguay establece límites para los riesgos crediticios¹⁷ asumidos por instituciones de intermediación financiera con entidades financieras o conjuntos económicos¹⁸ no residentes a plazos cortos (no superiores a 90 días).

La normativa define diferentes límites de acuerdo con la calificación de riesgo de las entidades depositarias, siendo más restrictiva con las entidades o conjuntos económicos que presentan calificaciones más bajas.

En este sentido, la Circular establece como tope de la concentración de los riesgos crediticios el 150% de la responsabilidad patrimonial neta (RPN) para las entidades

¹⁷ Estos riesgos incluyen colocaciones a la vista en instituciones financieras, créditos directos y contingentes e inversiones en valores, netos de provisiones (de acuerdo con el Artículo N° 65 de la Circular N°2.008 de la Superintendencia de Servicios Financieros del Banco Central del Uruguay).

¹⁸ Un conjunto económico se define como dos o más personas físicas o jurídicas, residentes o no interconectadas de tal forma que existe un control de una(s) sobre la(s) otra(s) o están bajo el control común de una persona física o jurídica, de forma directa o indirecta (de acuerdo con el Artículo N° 86 de la Recopilación de Normas de Instituciones Financieras del Banco Central del Uruguay).

depositarias calificadas entre las categorías A y AA, y de 200% de la RPN para las instituciones calificadas como AA+ o AAA.¹⁹

De esta manera la regulación promueve la diversificación del portafolio de referencia de las instituciones domésticas en el exterior, evitando la excesiva concentración de riesgos en conjuntos económicos.

Este criterio incorpora la noción de interconexión entre entidades externas mediante la consideración de conjuntos económicos como sujetos de riesgo, esto es desde el punto de vista del control que unas instituciones ejercen sobre las otras y limita la exposición de las instituciones domésticas en este sentido.

La regulación de los límites de concentración es de suma relevancia, ya que en el sistema doméstico los riesgos en el exterior tienden a concentrarse en las casas matrices de las sucursales establecidas en el país y la consideración de grupos económicos fortalece el criterio empleado por mitigar los riesgos con entidades vinculadas.

Sin embargo, las interconexiones de las compañías siguen una lógica más amplia que la considerada en la normativa, verificándose una importante interdependencia entre los diversos jugadores de mercado, incluso si se les considera como grupos económicos.

En este contexto, la aplicación de los indicadores aquí propuestos puede ser una alternativa para establecer topes de concentración en función del grado de interconexión que se verifica entre grupos, favoreciendo aún más la diversificación de los riesgos con entidades externas.

¹⁹ De acuerdo con el numeral 5 “Disposición transitoria” de la Circular N° 2.088, estas exigencias estarán totalmente operativas el 1 de enero de 2013, tras la aplicación gradual del tope establecido para las instituciones calificadas entre las categorías A y AA inclusive.

V. Limitaciones del análisis

Función de densidad

El presente trabajo se enmarca en un proyecto más amplio cuyo objetivo es generar indicadores de riesgo financiero asociado a los depósitos constituidos en el exterior por entidades domésticas, sin necesidad de suponer la forma funcional de la estructura de interdependencia de los mismos.

Para ello el proyecto se ha dividido en dos fases, una primer fase, a la cual corresponde este trabajo, en la cual se asume que la estructura de interdependencia puede caracterizarse por una función de densidad Normal multivariada, en la cual son definidos y aplicados los indicadores de interés y es provista una herramienta que permite su cálculo periódico.

A su vez, en una segunda fase, se planifica desarrollar un algoritmo de optimización para la estimación de la función de densidad multivariada de forma no paramétrica, desarrollo que estará a cargo de la Facultad de Ciencias Naturales y Exactas.

Concluido el proyecto general podrán compararse los resultados obtenidos en cada caso y trabajarse con los indicadores que se consideren más apropiados.

Aproximación de la densidad acumulada

El método de cálculo presentado en la sección “Marco teórico” implica una aproximación a la integral de la función de densidad conjunta, la cual tiene menor o mayor precisión dependiendo de los parámetros que sean especificados por el utilizador. Esto es, de acuerdo con el límite de integración y los intervalos de integración considerados.

En este sentido, si bien es posible realizar una mejor aproximación utilizando intervalos pequeños y límites de integración altos (en valor absoluto), es necesario considerar también la performance de cálculo y los requerimientos de memoria, como consecuencia de ello se recomienda trabajar con intervalos no superiores a 0.05 y límites de integración no inferiores a 3.

No obstante ello, es posible que en algún caso resulten valores de “probabilidad” conjunta que superan la unidad, como consecuencia de la aproximación realizada, por lo cual los valores obtenidos no deben ser entendidos como medidas absolutas de probabilidad de *default*, sino como indicadores primarios de riesgo.

Información limitada

Si bien se cuenta con series de CDS para las instituciones depositarias más representativas en términos de captación de depósitos (a nivel global y a nivel individual), esta información no está disponible para todas las instituciones donde se constatan colocaciones, por lo cual no es posible evaluar en totalidad el riesgo de los depósitos constituidos en el exterior.

A su vez, la información derivada de las series de CDS presenta las limitaciones indicadas en la sección “Marco teórico, probabilidades de *default*”.

Tamaño del portafolio

El cálculo de indicadores basados en estimaciones de probabilidad conjunta para varias instituciones demanda del uso intensivo de memoria.

Consecuentemente, el tamaño del portafolio se ve restringido en función de la capacidad de procesamiento con la que se trabaje y del tiempo con el que se disponga.

VI. Conclusiones

La reciente crisis financiera internacional ha evidenciado, entre otros aspectos, que existe un importante grado de interconexión e interdependencia entre los participantes de los mercados financieros a nivel global.

En este marco, se presenta un conjunto de indicadores de estabilidad financiera con el objetivo de facilitar la evaluación y seguimiento del riesgo derivado de las colocaciones constituidas en el exterior por instituciones domésticas, para lo cual se desarrolla y anexa una herramienta de cálculo.

Los indicadores son calculados en base a las probabilidades individuales de *default* de las entidades donde se constituyen depósitos, las cuales se encuentran implícitas en las cotizaciones de *credit default swaps* de dichas instituciones.

Para su procesamiento se utiliza un algoritmo desarrollado en base al supuesto de que la relación de interdependencia entre las entidades depositarias puede caracterizarse como una función de densidad multivariada Normal, cuyas correlaciones se derivan de las probabilidades de *default* individuales.

En este marco, el programa permite realizar los cálculos tanto para correlaciones fijas como para correlaciones variables, indicándose la cantidad de períodos que se desean incorporar en la historia para el cálculo de correlaciones.

De su aplicación es posible obtener probabilidades conjuntas de *default*, matrices de dependencia y probabilidades condicionadas, en base a las cuales son construidos indicadores.

Los mismos constituyen una herramienta para el seguimiento de los riesgos derivados de los depósitos constituidos en el exterior. Estos complementan el seguimiento individual de la evolución de las probabilidades de *default* de las entidades depositarias, posibilitando una visión más completa del riesgo al que están expuestas las entidades domésticas de interés. A su vez, estos indicadores pueden ser utilizados como herramientas para la regulación prudencial de las entidades supervisadas.

Al momento de escribir el presente trabajo el Fondo Monetario Internacional desarrolla un sistema de indicadores de estabilidad financiera basado en el método de mínima entropía cruzada y en el uso de cópulas para modelar la interdependencia existente entre los agentes financieros, el cual no requiere suponer una estructura de interdependencia determinada.

Con respecto al mismo, su posible implementación será evaluada en una fase posterior del proyecto de investigación en el cual se enmarca el presente trabajo.

Notas

A. Coeficientes de correlación para distintos períodos

Tal como se muestra a continuación, los coeficientes de correlación de los umbrales de *default* (derivados de las probabilidades individuales de *default*) varían substancialmente a lo largo del período de estudio.

Coeficientes de correlación para el período completo (18/06/08 a 16/06/10)					
	<i>Citi NA</i>	<i>Banco Santander</i>	<i>BBVA S.A.</i>	<i>HSBC Bank USA</i>	<i>Crédit Lyonnais</i>
Citi	1.00				
Santander	0.61	1.00			
BBVA	0.56	0.98	1.00		
HSBC	0.81	0.49	0.37	1.00	
Crédit	0.74	0.89	0.86	0.60	1.00

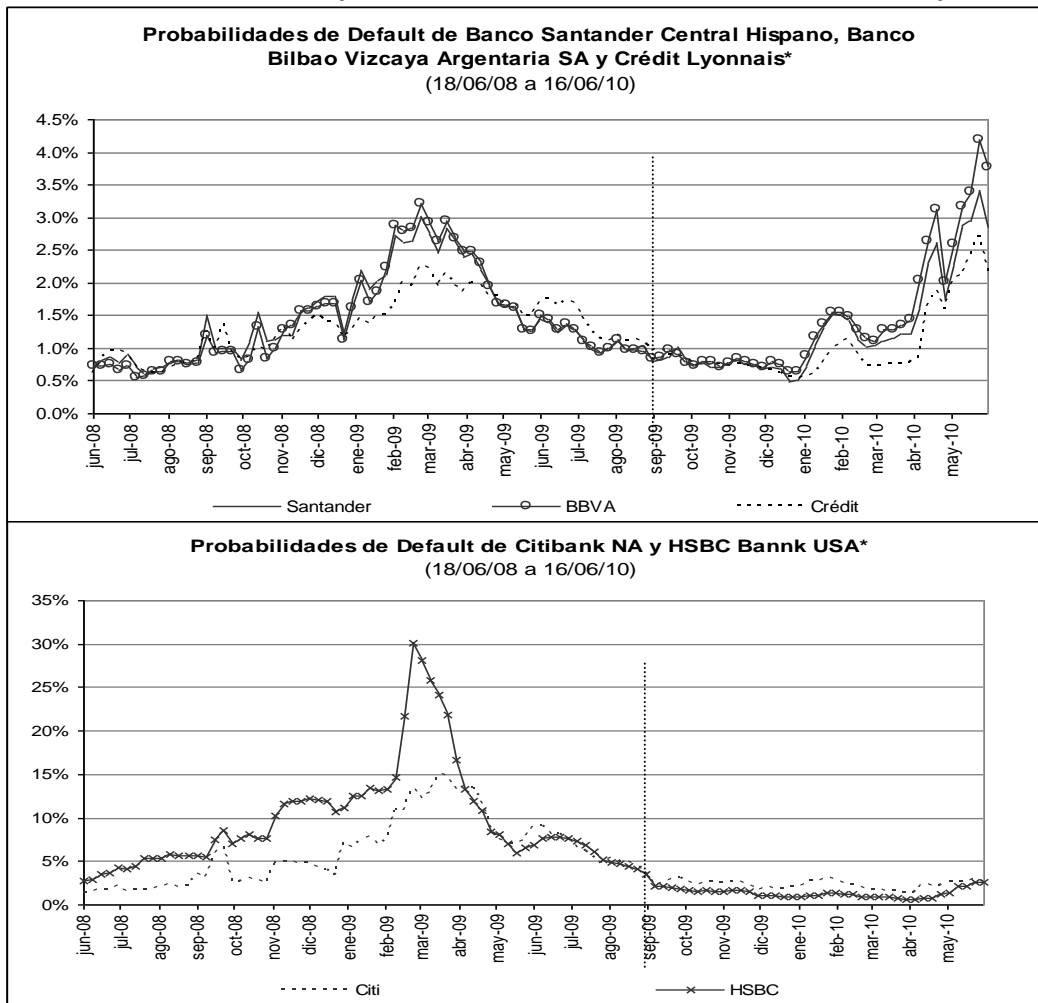
Coeficientes de correlación para las primeras doce semanas (18/06/08 a 09/03/08)					
	<i>Banco Santander</i>	<i>BBVA S.A.</i>	<i>Citi NA</i>	<i>Crédit Lyonnais</i>	<i>HSBC Bank USA</i>
Citi	1.00				
Santander	0.44	1.00			
BBVA	0.45	0.70	1.00		
HSBC	0.82	-0.02	0.10	1.00	
Crédit	0.15	0.79	0.41	-0.28	1.00

Coeficientes de correlación para las últimas doce semanas (31/03/10 a 16/06/10)					
	<i>Citi NA</i>	<i>Banco Santander</i>	<i>BBVA S.A.</i>	<i>HSBC Bank USA</i>	<i>Crédit Lyonnais</i>
Citi	1.00				
Santander	0.93	1.00			
BBVA	0.89	0.99	1.00		
HSBC	0.81	0.77	0.76	1.00	
Crédit	0.97	0.96	0.94	0.81	1.00

Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg

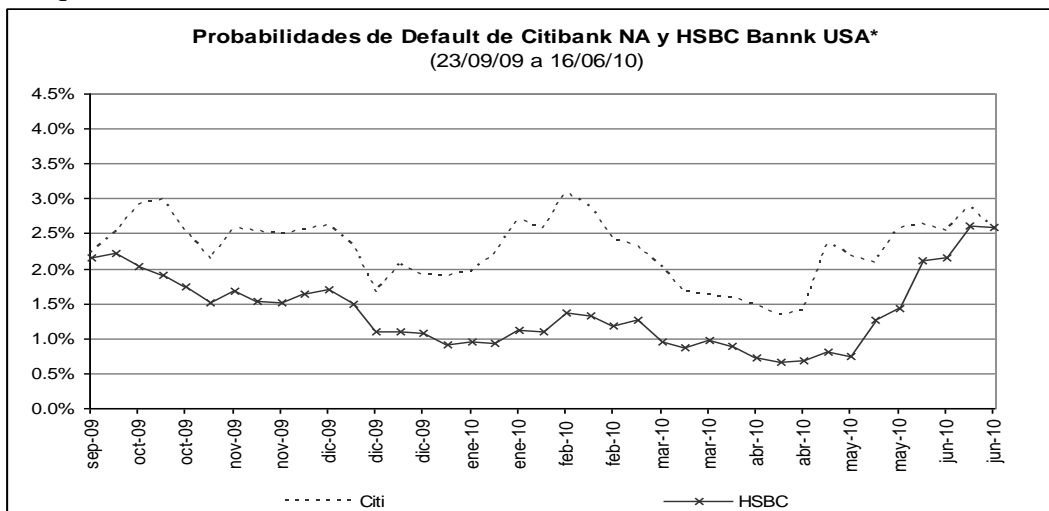
Como consecuencia de ello, se considera necesario que el programa de cálculo esté diseñado para captar cambios en la estructura de dependencia a lo largo del tiempo.

B. Probabilidades de *default* calculadas en base a series de *credit default swaps*



Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg

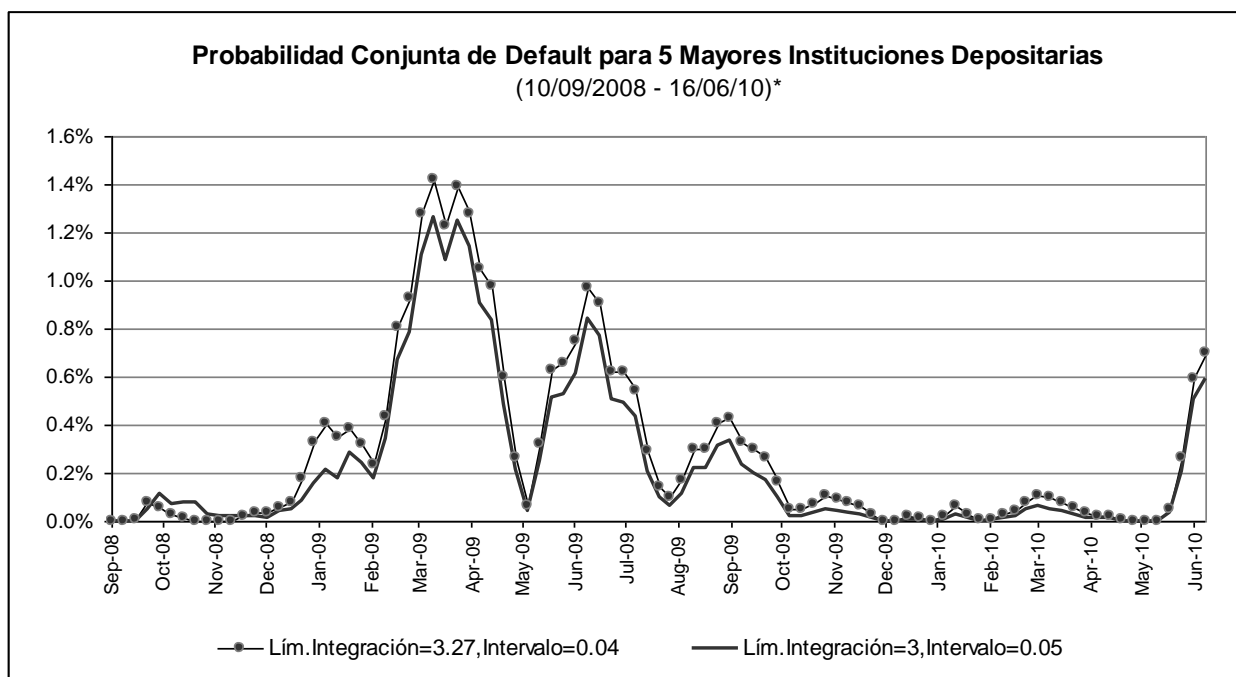
A continuación se presenta el gráfico de las probabilidades de *default* de Citibank y HSBC en el período comprendido entre setiembre de 2009 y junio de 2010, utilizando la misma escala que en las restantes instituciones financieras.



Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg

C. Probabilidad conjunta de *default*

En el gráfico a continuación se presenta la evolución de la probabilidad conjunta de *default* para las cinco instituciones que captan más depósitos del sistema bancario uruguayo a setiembre de 2009, a las cuales se refiere como “Mayores instituciones depositarias”. El mismo ha sido calculado empleando el programa que se anexa.



* En base a información obtenida de Bloomberg y programa de cálculo.

D. Matriz de dependencia

matriz de dependencia se expone la probabilidad condicional de que una institución entre en *default* dado que otra entró en *default*. Para su correcta lectura se sigue el criterio especificado en el cuadro a continuación.

Matriz de dependencia genérica*					
	1	2	3	4	5
1	P(1 1)	P(1 2)	P(1 3)	P(1 4)	P(1 5)
2	P(2 1)	P(2 2)	P(2 3)	P(2 4)	P(2 5)
3	P(3 1)	P(3 2)	P(3 3)	P(3 4)	P(3 5)
4	P(4 1)	P(4 2)	P(4 3)	P(4 4)	P(4 5)
5	P(5 1)	P(5 2)	P(5 3)	P(5 4)	P(5 5)

Fuente: en base a Segoviano y Goodhart (2009)

En los siguientes cuadros se presentan las matrices de dependencia para las cinco instituciones del exterior que captan más depósitos del sistema doméstico, según datos de setiembre de 2009, en diferentes momentos del tiempo.

Matriz de dependencia al 9/10/2008					
	Santander	BBVA	Citi	Crédit	HSBC
Banco Santander Central Hispano S.A.	100.00%	21.05%	6.26%	30.11%	0.76%
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria Sa	19.88%	100.00%	6.38%	6.78%	1.26%
Citibank NA	16.29%	17.58%	100.00%	4.86%	26.80%
Crédit Lyonnais	29.16%	6.96%	1.81%	100.00%	0.12%
HSBC Bank USA	5.33%	9.30%	71.90%	0.83%	100.00%

Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

Matriz de dependencia al 11/03/2009					
	Santander	BBVA	Citi	Crédit	HSBC
Banco Santander Central Hispano S.A.	100.00%	82.76%	20.33%	65.31%	9.36%
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria Sa	87.94%	100.00%	21.08%	72.23%	10.14%
Citibank NA	90.87%	88.70%	100.00%	89.44%	36.72%
Crédit Lyonnais	49.05%	51.05%	15.02%	100.00%	7.49%
HSBC Bank USA	93.40%	95.18%	81.94%	99.45%	100.00%

Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

Matriz de dependencia al 23/09/2009					
	Santander	BBVA	Citi	Crédit	HSBC
Banco Santander Central Hispano S.A.	100.00%	67.49%	28.50%	51.08%	18.01%
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria SA	70.74%	100.00%	33.15%	61.77%	22.70%
Citibank NA	76.36%	84.73%	100.00%	94.23%	71.15%
Crédit Lyonnais	61.40%	70.84%	42.28%	100.00%	33.48%
HSBC Bank USA	46.96%	56.46%	69.24%	72.62%	100.00%

Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

Matriz de dependencia al 16/12/2009					
	Santander	BBVA	Citi	Crédit	HSBC
Banco Santander Central Hispano S.A.	100.00%	24.27%	4.03%	16.52%	15.97%
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria Sa	25.10%	100.00%	1.07%	18.05%	19.49%
Citibank NA	9.59%	2.47%	100.00%	1.78%	7.36%
Crédit Lyonnais	15.67%	16.55%	0.71%	100.00%	29.29%
HSBC Bank USA	25.19%	29.73%	4.88%	48.72%	100.00%

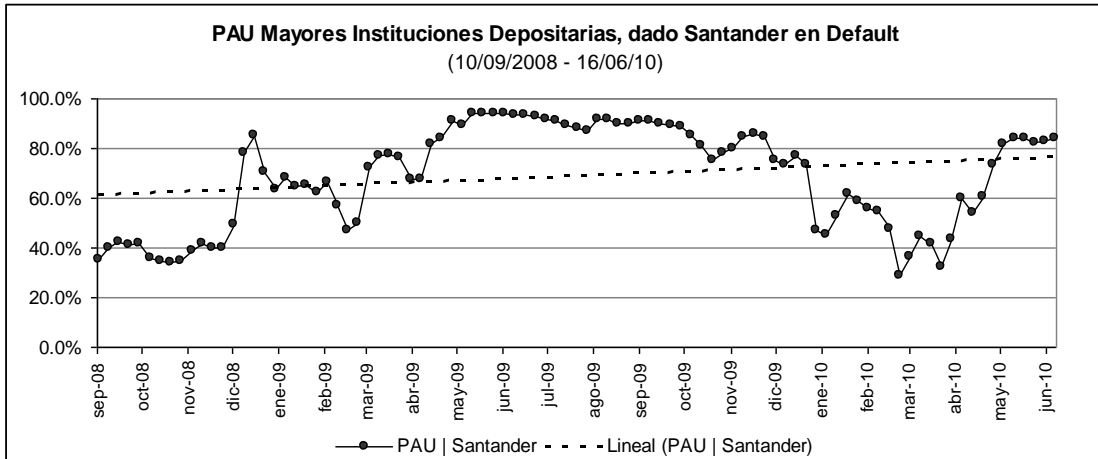
Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

Matriz de dependencia al 16/06/2010					
	Santander	BBVA	Citi	Crédit	HSBC
Banco Santander Central Hispano S.A.	100.00%	33.86%	21.17%	43.14%	28.46%
Banco Bilbao Vizcaya Argentaria Sa	44.97%	100.00%	17.31%	25.34%	17.62%
Citibank NA	18.95%	11.66%	100.00%	39.81%	59.70%
Crédit Lyonnais	32.80%	14.51%	33.82%	100.00%	43.70%
HSBC Bank USA	26.02%	12.13%	60.96%	52.52%	100.00%

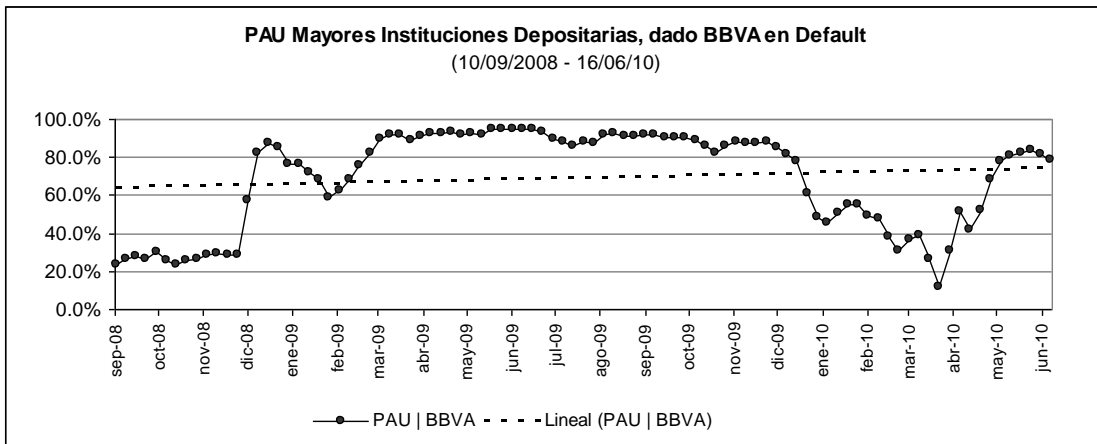
Fuente: en base a series de CDS extraídas de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

Como puede observarse en las matrices de dependencia, las probabilidades condicionales varían substancialmente en el tiempo, mostrando cambios en el riesgo al que están expuestas las instituciones entre sí.

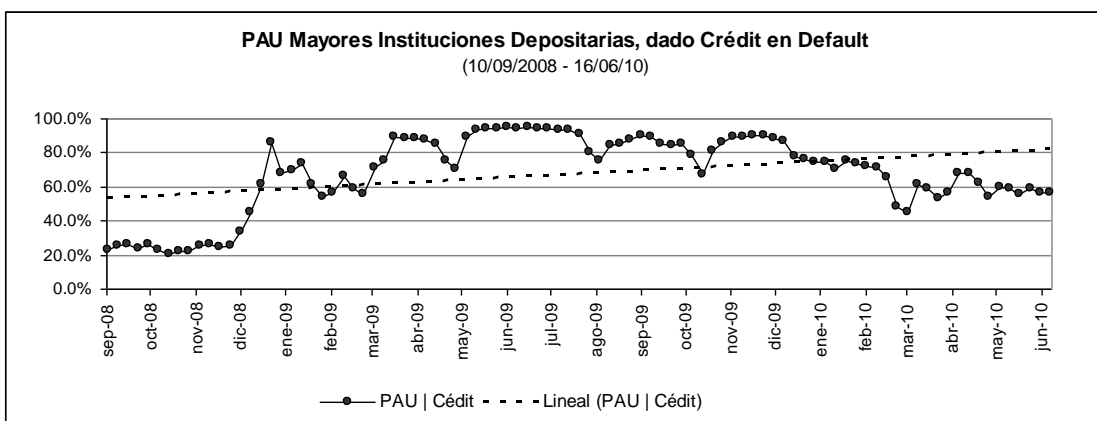
E. Probabilidad de que al menos una institución entre en *default* (PAU o Índice dominó)



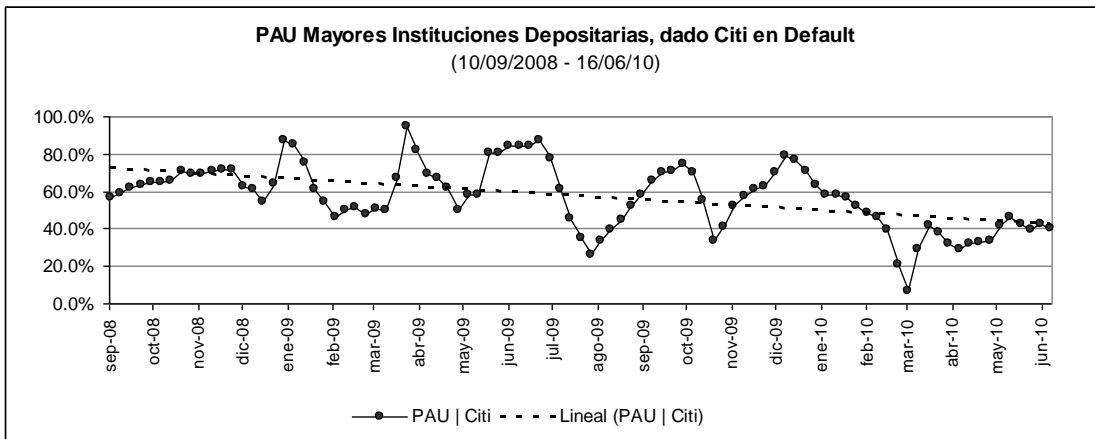
Fuente: En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo



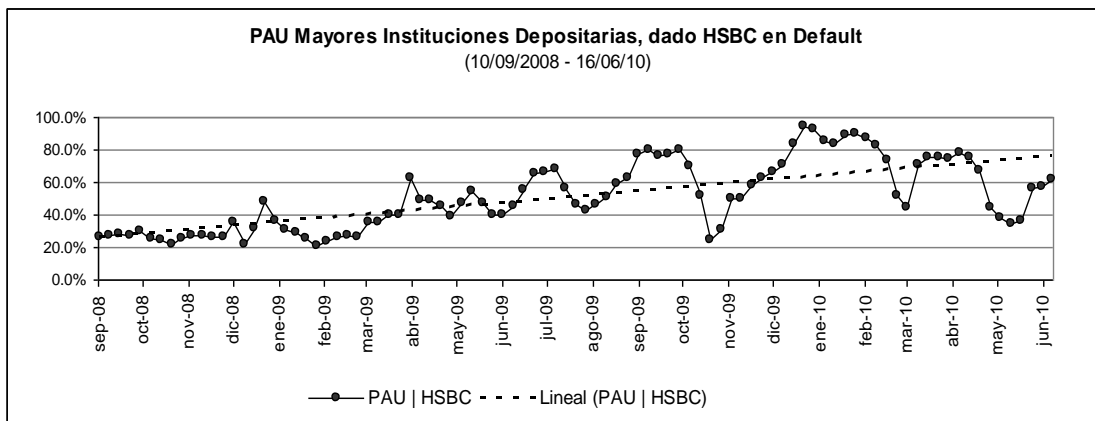
Fuente: En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo



Fuente: En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo



Fuente: En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo



Fuente: En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo

F. Índice de estabilidad bancaria (IEB)

En el cuadro a continuación se presenta el IEB relativo a las cinco instituciones que captan más depósitos del sistema bancario uruguayo a setiembre de 2009 para distintos momentos del tiempo.

Índice de estabilidad bancaria (IEB)* <i>En distintos momentos del tiempo con decremento fijo</i>	
<i>Fecha / Decremento</i>	0.20
10 set 2008	1.50
11 mar 2009	1.76
23 set 2009	2.64
16 dic 2009	1.44
16 mar 2010	2.25
06 jun 2010	2.00

Parámetros utilizados: Períodos Historia = 12, Límite de Integración = 3.

* En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo.

Adicionalmente se presentan los resultados para un momento de tiempo y diferentes valores del parámetro “Decremento”.

Índice de estabilidad bancaria (IEB)* <i>Distintos decrementos en un momento del tiempo</i>				
<i>Fecha / Decremento</i>	0.50	0.25	0.20	0.10
10 set 2008	2.10	1.57	1.50	1.34

Parámetros utilizados: Períodos Historia = 12, Límite de Integración = 3.

* En base a información obtenida de Bloomberg y aplicación de programa de cálculo.

Como puede observarse el IEB es sensible a cambios en el decremento definido. Cuanto menor sea el decremento, mayor será la precisión del cálculo, pero también mayor será el tiempo requerido para la ejecución del programa.

Por lo tanto, la definición del intervalo debe ser efectuada en consideración de ambas variables. En términos generales, se recomienda utilizar un intervalo no superior a 0.20 para el cálculo del IEB.

G. Matriz de dependencia completa

Matriz de dependencia para el total de instituciones depositarias del exterior que presentan CDS
(10 set 2008, historia = 12, intervalo = 0.05, límite de integración = 3)*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	1.00	0.03	0.25	0.04	0.01	0.18	0.00	0.15	0.05	0.16	0.10	0.02	0.02	0.07	0.08	0.25	0.15	0.30	0.06	0.08	0.13	0.22	0.20	0.03	0.02	0.01
B	0.08	1.00	0.13	0.37	0.33	0.14	0.25	0.04	0.46	0.02	0.39	0.34	0.49	0.32	0.17	0.05	0.10	0.06	0.52	0.35	0.14	0.16	0.11	0.49	0.36	0.14
C	0.31	0.05	1.00	0.11	0.02	0.15	0.01	0.21	0.10	0.21	0.12	0.04	0.04	0.12	0.13	0.22	0.21	0.22	0.08	0.08	0.17	0.15	0.29	0.03	0.05	0.02
D	0.07	0.21	0.16	1.00	0.14	0.06	0.05	0.15	0.54	0.05	0.23	0.22	0.26	0.37	0.26	0.08	0.19	0.07	0.19	0.19	0.22	0.09	0.19	0.09	0.24	0.04
E	0.05	0.81	0.15	0.62	1.00	0.12	0.44	0.06	0.63	0.02	0.40	0.52	0.71	0.45	0.25	0.05	0.13	0.06	0.54	0.34	0.20	0.13	0.14	0.53	0.58	0.25
F	0.20	0.05	0.14	0.04	0.02	1.00	0.01	0.05	0.03	0.07	0.08	0.01	0.01	0.04	0.02	0.16	0.05	0.17	0.06	0.06	0.08	0.24	0.09	0.04	0.01	0.02
G	0.04	0.68	0.05	0.26	0.48	0.08	1.00	0.01	0.37	0.00	0.41	0.53	0.60	0.29	0.15	0.01	0.05	0.02	0.59	0.47	0.10	0.14	0.05	0.86	0.47	0.37
H	0.18	0.02	0.21	0.10	0.01	0.05	0.00	1.00	0.09	0.27	0.08	0.04	0.03	0.13	0.18	0.24	0.36	0.19	0.04	0.05	0.21	0.09	0.32	0.01	0.04	0.00
I	0.09	0.27	0.16	0.56	0.15	0.05	0.08	0.14	1.00	0.04	0.31	0.36	0.37	0.54	0.38	0.07	0.21	0.07	0.28	0.24	0.19	0.09	0.18	0.16	0.32	0.05
J	0.30	0.01	0.32	0.05	0.00	0.11	0.00	0.42	0.04	1.00	0.06	0.02	0.01	0.07	0.11	0.33	0.26	0.28	0.03	0.03	0.16	0.12	0.29	0.00	0.02	0.00
K	0.24	0.28	0.23	0.29	0.12	0.16	0.11	0.16	0.39	0.07	1.00	0.35	0.27	0.45	0.31	0.16	0.28	0.19	0.54	0.61	0.33	0.34	0.30	0.34	0.24	0.08
L	0.04	0.18	0.06	0.20	0.11	0.01	0.10	0.06	0.32	0.01	0.25	1.00	0.30	0.36	0.26	0.02	0.12	0.03	0.25	0.24	0.11	0.05	0.09	0.20	0.28	0.05
M	0.06	0.51	0.12	0.49	0.31	0.04	0.23	0.07	0.67	0.02	0.39	0.61	1.00	0.44	0.32	0.04	0.15	0.04	0.48	0.35	0.17	0.08	0.14	0.38	0.64	0.12
N	0.13	0.19	0.19	0.40	0.11	0.06	0.06	0.21	0.56	0.08	0.37	0.42	0.25	1.00	0.51	0.10	0.32	0.11	0.28	0.28	0.27	0.14	0.26	0.15	0.28	0.05
O	0.17	0.11	0.22	0.31	0.07	0.04	0.04	0.32	0.44	0.12	0.29	0.34	0.20	0.57	1.00	0.12	0.44	0.12	0.19	0.22	0.27	0.11	0.33	0.09	0.22	0.04
P	0.52	0.03	0.37	0.10	0.01	0.29	0.00	0.42	0.08	0.37	0.14	0.02	0.02	0.11	0.12	1.00	0.31	0.72	0.07	0.11	0.33	0.33	0.42	0.02	0.03	0.01
Q	0.35	0.07	0.40	0.26	0.04	0.11	0.02	0.73	0.27	0.34	0.28	0.17	0.11	0.40	0.50	0.35	1.00	0.32	0.15	0.21	0.49	0.23	0.72	0.05	0.13	0.02
R	0.62	0.04	0.38	0.09	0.02	0.31	0.01	0.33	0.08	0.32	0.17	0.03	0.03	0.12	0.12	0.72	0.28	1.00	0.09	0.13	0.31	0.41	0.40	0.04	0.03	0.02
S	0.19	0.54	0.23	0.36	0.23	0.17	0.23	0.10	0.50	0.05	0.76	0.50	0.47	0.49	0.30	0.11	0.21	0.14	1.00	0.64	0.27	0.29	0.23	0.64	0.40	0.14
T	0.12	0.17	0.10	0.16	0.07	0.08	0.08	0.07	0.20	0.03	0.40	0.22	0.16	0.22	0.16	0.08	0.14	0.09	0.30	1.00	0.17	0.22	0.14	0.22	0.13	0.05
U	0.40	0.15	0.45	0.40	0.09	0.22	0.04	0.57	0.34	0.28	0.46	0.21	0.16	0.45	0.41	0.50	0.67	0.49	0.26	0.37	1.00	0.42	0.76	0.11	0.18	0.05
V	0.40	0.09	0.22	0.09	0.03	0.39	0.03	0.14	0.09	0.12	0.26	0.06	0.04	0.13	0.09	0.29	0.18	0.35	0.16	0.26	0.24	1.00	0.24	0.11	0.04	0.04
W	0.46	0.08	0.56	0.24	0.04	0.18	0.01	0.63	0.23	0.36	0.30	0.13	0.10	0.32	0.36	0.46	0.70	0.44	0.17	0.22	0.55	0.31	1.00	0.06	0.11	0.03
X	0.05	0.30	0.05	0.10	0.13	0.07	0.19	0.01	0.16	0.00	0.28	0.24	0.22	0.15	0.08	0.02	0.04	0.03	0.37	0.27	0.07	0.12	0.05	1.00	0.18	0.08
Y	0.07	0.44	0.16	0.53	0.30	0.04	0.22	0.13	0.69	0.04	0.41	0.67	0.76	0.58	0.40	0.06	0.22	0.06	0.48	0.34	0.22	0.10	0.19	0.37	1.00	0.13
Z	0.28	0.92	0.27	0.45	0.69	0.46	0.92	0.08	0.63	0.05	0.75	0.64	0.77	0.54	0.35	0.15	0.21	0.22	0.89	0.67	0.31	0.48	0.25	0.92	0.68	1.00

* En base a información de Bloomberg y cálculos efectuados con el programa que se anexa (donde “Cantidad de Instituciones por Grupo” = 2)

Referencias bibliográficas

- [1] Abbas, A., *“Entropy methods for joint distributions in decision analysis”*, *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 53, N° 1, febrero de 2006.
- [2] Arora, N., Bohn, J., Zhu, F., *“Reduced form vs. structural models of credit risk: a case study of the models”*, *Journal of Investment Management*, Vol. 3, N° 4, año 2005.
- [3] Banco Central del Uruguay, *“Circular N°2.008”*, Superintendencia de Servicios Financieros, junio de 2011.
- [4] Caticha, A., *“Lectures on probability, entropy, and statistical physics”*, Department of Physics, University at Albany - SUNY, julio de 2008.
- [5] Edelman, D., *“The minimum local cross – entropy criterion for inferring risk – neutral price distributions from traded options prices”*, University College, Dublin, Abril de 2004,
- [6] Elizalde, A., *“Credit risk models II: structural models”*, *Centro de Estudios Monetarios y Financieros*, noviembre de 2005.
- [7] Jorion, P., *“Financial risk management”*, Global Association of Risk Professionals, New Jersey, año 2009.
- [8] FMI, *“Responding to financial crisis and measuring systemic risk”*, Global Financial Stability Report, abril de 2009.
- [9] Frey, R., McNeil, A., *“Modeling dependent defaults”*, University of Zurich y Federal Institute of Technology, Zurich, agosto de 2001.
- [10] Goodhart, Sunirand y Tsomocos, *“A model to analyze financial fragility”*, Bank of England, London School of Economics y University of Oxford, abril de 2003.
- [11] Hull, J., *“Risk Management and financial institutions”*, Pearson International Edition, año 2007.

- [12] Meissner, G., *“Credit derivatives, application, pricing, and risk management”*, Blackwekk Publishing, Malden, año 2005.
- [13] Mohammad–Djafari, A., *“A Matlab program to calculate the maximum entropy distribution”*, Laboratoire des Signaux et Systemes, École Supérieure d’Electricité, febrero de 2004.
- [14] Ozcam, A., *“The entropy estimation and interpretation of the intersectoral linkages of the Turkish economy based on the Leontief input/output model”*, Yeditepe University, año 2008.
- [15] *“Par credit default swap spread approximation from default probabilities”*, Bloomberg.
- [16] Romero, J., *“Máxima entropía”*, Universidad Nacional Autónoma de México, abril de 2008.
- [17] Sánchez, I., *“Estimación lineal local de la función de regresión”*, Facultad de Ciencias, Universidad de Granada, año 2002.
- [18] Segoviano, M., *“Consistent information multivariate density optimizing methodology”*, IMF, Financial Markets Group, marzo de 2006.
- [19] Segoviano, M., Goodhart C., *“Banking stability measures”*, International Monetary Fund, Working Paper, abril de 2009.
- [20] Segoviano, M., Padilla, P., *“Portfolio credit risk and macroeconomic shocks: applications to stress testing under data-restricted environments”*, International Monetary Fund, Working Paper, año 2006.
- [21] Shannon, C., *“A mathematical theory of communication”*, The Bell System Technical Journal, año 1948.
- [22] Sivia, D., Skilling, J., *“Data analysis a Bayesian tutorial”*, Second Edition, Oxford Science Publications, junio de 2006.
- [23] Spanos Aris., *“Statistical foundations of econometric modeling”*, Cambridge University Press, año 1986.

Anexo A. *Credit default swaps*: conceptos generales y ejemplo de aplicación de un contrato típico

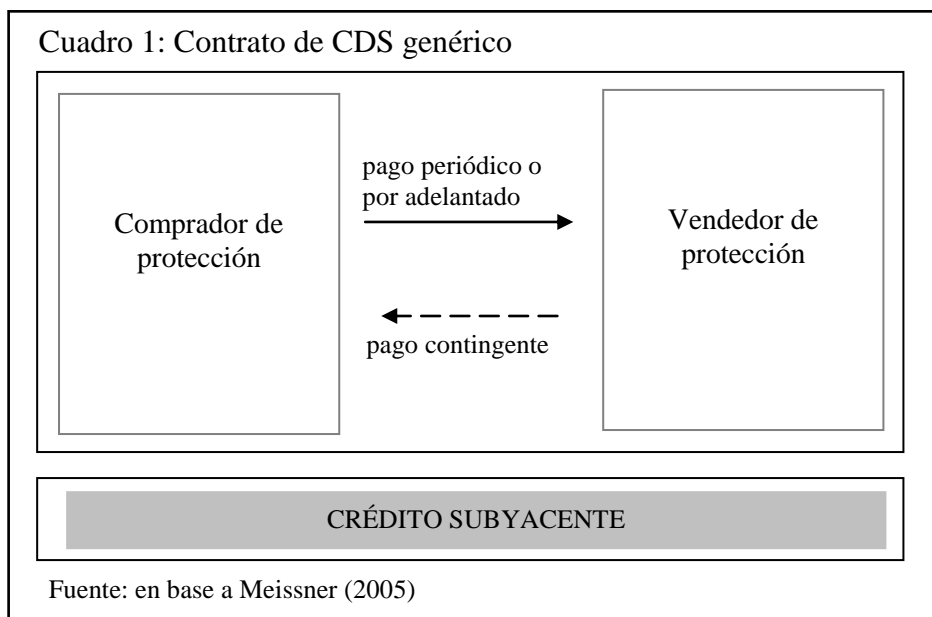
Caracterización general

Los CDS son instrumentos financieros utilizados para transferir el riesgo de crédito de un activo subyacente mediante la suscripción de contratos *over the counter*.

Se trata de derivados de crédito donde existe un comprador de protección que paga un premio a un vendedor de protección a cambio de cobertura en caso de que ocurra determinado evento de crédito.

Dicho premio puede pactarse en un desembolso único o acordarse en pagos periódicos, mientras que la cobertura constituye un pago contingente que se materializa en caso de constatarse el evento de crédito para el cual se contrata la cobertura.

En el cuadro 1 se representa gráficamente un contrato de CDS genérico.



Más técnicamente un CDS puede ser considerado como una opción de venta sobre la obligación de referencia. Esto es, el comprador del CDS adquiere esta opción que le habilita a vender el activo subyacente al vendedor del contrato en caso de *default*.

Cobertura de la calidad crediticia

Un contrato de CDS provee de cobertura respecto del deterioro de la calidad crediticia de un activo financiero, valorado a precios de mercado.

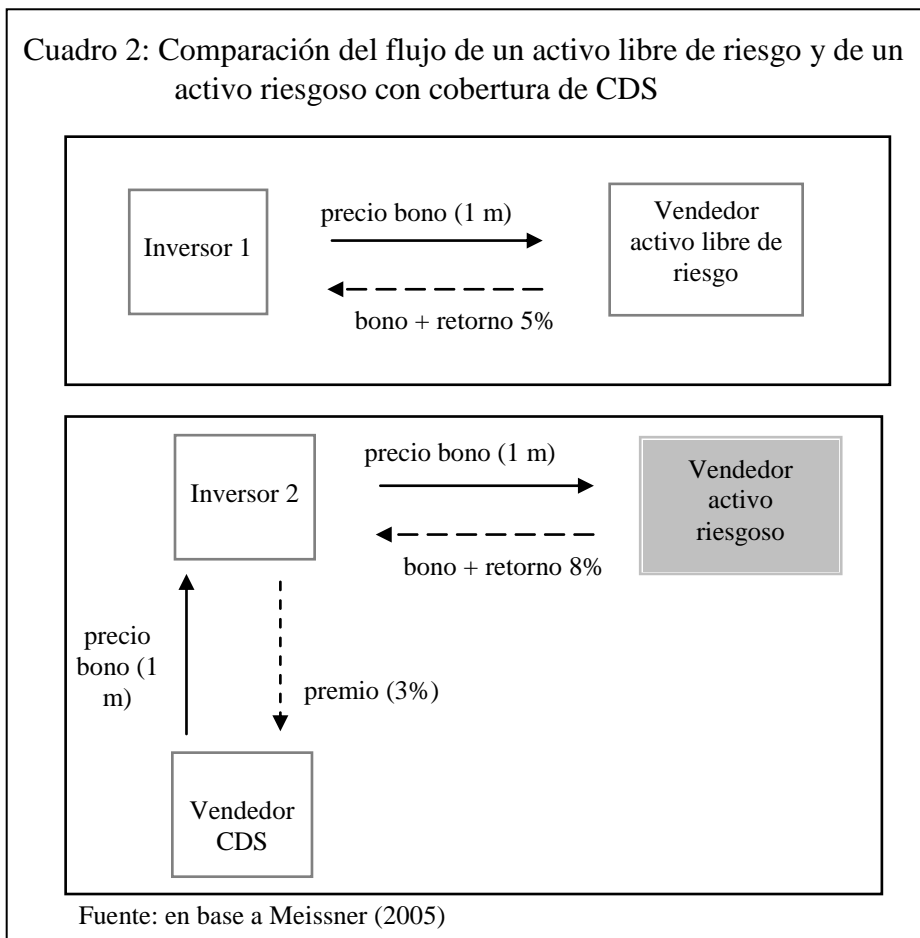
De no existir posibilidades de arbitraje, se asume que dos portafolios con igual nivel de riesgo generan el mismo retorno. Suponiendo que los valores y madurez de un activo libre de riesgo, un activo riesgoso y CDS son idénticos, debe cumplirse la siguiente relación:

$$\text{posición larga en activo libre de riesgo} = \text{posición larga en activo riesgoso} + \text{posición larga en CDS}$$

o en términos de retornos:

$$\text{retorno del activo libre de riesgo} = \text{retorno del activo riesgoso} - \text{premio del CDS}$$

Gráficamente es posible representar esta relación tal como se indica en el cuadro 2:



Liquidación de la operación

En el caso de constatarse el evento de crédito para el cual se contrata la cobertura, en el contrato de CDS puede establecerse la extinción de la obligación por medio de la liquidación física, la liquidación en efectivo, o en base a una tasa de recuperó.

En el caso de pactarse la liquidación física de la obligación, el comprador del CDS se encuentra habilitado a vender al comprador dicha obligación a cambio de un monto fijo.

De establecerse la liquidación en efectivo, el vendedor paga al comprador un monto equivalente al precio de ejercicio menos el valor de mercado del activo subyacente.

Si se estipula el pago de un monto fijo basado en alguna tasa de recuperó predeterminada, por ejemplo 40%, el vendedor paga al comprador el 60% del valor total del activo en *default*.

Ejemplo numérico de contrato de CDS

A continuación se presenta un ejemplo numérico. Supóngase que dos partes entran en un CDS de 5 años el 1 de marzo de 2006, con un principal de \$100 millones. El comprador acuerda pagar 90 puntos básicos por año cada 1 de marzo (esto es \$900.000 por año).

Año	Pagos del Comprador
2006	Origen del Contrato
2007	900,000
2008	900,000
2009	900,000
2010	900,000
2011	900,000
	4,500,000

Fuente: en base a Hull (2007)

Si se origina un evento de crédito el 1 de junio de 2009 (primer trimestre del cuarto año) y el contrato establece la liquidación física por el monto total, el comprador tiene el derecho de vender al vendedor los bonos emitidos por la entidad de referencia a su valor facial (100 millones).

Bajo la hipótesis de que el contrato establezca el pago en efectivo, una agencia independiente se encargaría de conducir a las partes interesadas, transcurridos una cantidad de días predeterminados desde el evento de crédito, para determinar el valor medio de mercado respecto de los valores de *bid* y *offer* del bono más barato de distribución (*chapest deliverable bond*). En este caso, supóngase que ese bono es valuado en \$35 cada \$100 de valor facial, entonces el pago en efectivo debería ser de \$65 millones.

En otro caso, si se estableció una tasa de recupero a priori, se pagará el monto remanente del valor del activo subyacente, tal como se indicó previamente.

Por otro lado, como en el ejemplo el evento de crédito no coincide con la fecha en que se realizan los pagos, el comprador debe pagar al vendedor el premio correspondiente al primer trimestre del cuarto año, siendo éste su último pago.

Anexo B. Estimación de la probabilidad implícita de *default* en base al método de mínima entropía cruzada

En el planteo general de trabajo de Segoviano y Goddhart (2009), la función de densidad multivariada del portafolio, es recuperada aplicando el método de mínima entropía cruzada (*minimum cross entropy*) y mediciones empíricas de las probabilidades de *default* correspondientes a las instituciones individuales (*PoDs*).

En el presente apartado se pretende esclarecer la lógica del método antes mencionado y facilitar su aplicación a posibles desarrollos futuros.

Modelo matemático

A continuación se plantea formalmente el método de mínima entropía cruzada a partir de sus antecedentes. Para simplificar el análisis se considera el caso de un portafolio compuesto únicamente por dos bancos.

Sea la dupla (X,Y) el conjunto de los bancos que componen el portafolio de interés y (x,y) el logaritmo de los retornos de cada uno de ellos, puede definirse una función objetivo del problema de optimización de la siguiente manera:

$$C(p, q) = \iint p(x, y) * \ln \left[\frac{p(x, y)}{q(x, y)} \right] dx dy, \text{ donde} \quad (1)$$

$p(x,y)$ = función de densidad conjunta a posteriori, incógnita a resolver

$q(x,y)$ = función de densidad conjunta definida a priori

La forma funcional que presenta $C(p,q)$ se basa en los desarrollos de Shannon (1948), Jaynes (1957) y Kullback (1959), los cuales se presentan a continuación de forma sintetizada.

Como punto de partida, Shannon define la entropía de las distribuciones de probabilidad como un método empleado para identificar una función única que permite medir el grado de incertidumbre de una colección de eventos.²⁰

La medida de entropía propuesta por Shannon es la siguiente:

$$H(p) = -\sum_{k=1}^K p_k \cdot \ln p_k, \quad (2)$$

donde se asume que $0 \cdot \ln 0 = 0$ por razones de continuidad.

Esto es, en el caso de n posibles eventos a los cuales se les asigna la misma probabilidad de ocurrencia, $p(x_i) = \frac{1}{n}$, la incertidumbre respecto de los mismos es definida como:

$$u = \log_b(n), \quad (3)$$

donde se utiliza el logaritmo por su propiedad de aditividad que facilita el modelado de eventos independientes.

Como la probabilidad de ocurrencia de cada evento es $\frac{1}{n}$, la incertidumbre se puede expresar de la siguiente manera:

$$u = \log_b\left(\frac{1}{p(x_i)}\right) = -\log_b[p(x_i)], \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4)$$

O, para el caso de una función de probabilidad no uniforme, u puede representarse como una función monótona de p :

$$u_i := -\log_b[p(x_i)],$$

donde cuanto menor sea la probabilidad $p(x_i)$, por ejemplo $p(x_i) \rightarrow 0$, mayor es la incertidumbre o “sorpresa”, por ejemplo $u_i \rightarrow \infty$, para el resultado de x_i .

²⁰ El concepto de entropía aplicado a matemática se remonta al siglo XIX en el trabajo realizado por Boltzman y seguidamente por Maxwell, Gibbs, Bernoulli y Laplace.

Entonces, la medida de entropía de Shannon puede ser interpretada como una medida de incertidumbre promedio, donde:

$$E(u) = \sum_{i=1}^N p(x_i)u_i = -\sum_{i=1}^N p(x_i)\log_b[p(x_i)] = H(X) \quad (10)$$

Cabe mencionar, que en la literatura pueden encontrarse otros procedimientos para la derivación de la medida de entropía de Shannon, como ser la derivación de Wallis o derivaciones axiomáticas (Romero, 2008).

Por otra parte, Jaynes (1957) propone utilizar dicho concepto de entropía para elegir una distribución de probabilidad en los casos para los cuales solamente se cuenta con información parcial.

Él propone maximizar la expresión anterior, sujeta a un conjunto limitado de información, de manera de obtener el vector de probabilidad p , el cual pueda ser generado el mayor número de veces de forma consistente con la información con la que se cuenta.

En este sentido Jaynes expresa que “Si escogemos una distribución con menos entropía que la máxima, esta reducción en la entropía pudo deberse a alguna información adicional que hayamos utilizado, consciente o inconscientemente. No sería correcto utilizar esta información, puesto que no es parte de las restricciones. Por ello debemos utilizar únicamente la distribución de máxima entropía.”

Consecuentemente, la propuesta de Jaynes para elegir una solución particular es conocida como el principio de máxima entropía, donde la expresión que se presenta a continuación es el lagrangeano del problema de máxima entropía.

$$L = -\sum_k^K p_k * \ln p_k + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[y_t - \sum p_k \cdot f_t(x_k) \right] + \mu \left[1 - \sum_k^K p_k \right] \quad (8)$$

El mismo se compone de tres sumandos, donde el primero corresponde a la medida de entropía propuesta por Shannon, el segundo a las restricciones respecto de la información

disponible (restricciones de momentos) y el tercero a la restricción de aditividad que asegura que la función de densidad p es una función de probabilidad

En este caso las funciones $f_t(x_k)$, que se observan en el segundo sumando de la expresión anterior, representan de modo genérico funciones conocidas por el modelador, las cuales vinculan la incógnita del problema, $p_k(\cdot)$ con la información disponible, y_t .

En base al desarrollo anterior, Kullback (1959) desarrolla el método de mínima entropía cruzada, de acuerdo con el cual se asume que además de las T restricciones de momentos consideradas en el caso anterior, existe un conocimiento previo acerca de las propiedades del sistema el cual puede ser expresado bajo la forma de una función de distribución a priori $q(\cdot)$.

Contrariamente a lo que se observaba en los enfoques anteriores, en este caso el objetivo del problema es reformulado de manera de minimizarse la distancia de entropía entre la distribución a priori, $p(\cdot)$, y la distribución a posteriori, $q(\cdot)$.

En este contexto, la función objetivo del problema de mínima entropía cruzada puede expresarse del siguiente modo:

$$C(p_k, q_k) = \sum_k^K p_k * \ln\left(\frac{p_k}{q_k}\right) \quad \text{s.a.:} \quad (7)$$

$$\sum_k^K p_k f_k(x_k) = y_k,$$

$$\sum_k^K p_k = 1$$

Consecuentemente, el vector de probabilidad p puede ser recuperado minimizando el lagrangeano del problema:

$$L = \sum_k^K p_k * \ln\left(\frac{p_k}{q_k}\right) + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[y_t - \sum_k^K p_k f_k(x_k) \right] + \mu \left[1 - \sum_k^K p_k \right] \quad (6)$$

En este punto cabe señalar que la distancia de entropía no es una distancia métrica entre p_k y q_k , porque $C(p_k, q_k) \neq C(q_k, p_k)$, pero la misma satisface que $C(p_k, q_k) = 0$ para $p_k = q_k$ y que $C(p_k, q_k) > 0$ cuando $p_k \neq q_k$.

Partiendo de dicha expresión y extrapolándola al caso de variables continuas es posible obtener la siguiente función a optimizar:

$$L = \int p(x) * \ln\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) dx + \sum_{t=1}^T \lambda_t \left[y_t - \int p(x) f(x) dx \right] + \mu \left[1 - \int p(x) dx \right]$$

A su vez, si en lugar de plantearse el problema para la variable x , se extiende el mismo al caso de un vector de variables aleatorias X , tal que $X = (x, y)$, el problema podría replantearse como minimizar:

$$C(p, q) = \iint p(x, y) * \ln\left(\frac{p(x, y)}{q(x, y)}\right) dx dy, \quad (5)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \iint p(x, y) \phi_t(\cdot) dx dy &= y_t \\ \iint p(x, y) dx dy &= 1 \end{aligned}, \quad (12)$$

donde $\phi_t(\cdot)$ representa funciones conocidas por el investigador, las cuales están asociadas a cada observación empírica y_t .

Como puede observarse, la función a minimizar $C(p, q)$ coincide con la expresión (1), planteada inicialmente, donde $p(x, y)$ representa la función de densidad conjunta a posteriori, incógnita a resolver y $q(x, y)$ corresponde a la función de densidad conjunta definida a priori.

Anexo C. Programa informático empleado para calcular probabilidades conjuntas

```
//=====
//-----
//CALCULO DE PROBABILIDADES DE DEFAULT CONJUNTAS, FUNCIÓN DE DENSIDAD MULTIVARIADA
NORMAL
//-----
//=====
//Este programa presenta una performance aceptablemente para grupos menores o iguales a 6 bancos y 2Gigas de
memoria RAM.
clear;
stacksize('max');
//-----
//DEFICION FUNCION: Log: Para logeo de Información
//-----

function Log = Logear (AImprimir,paso)

    reloj=clock();
    hora=string(reloj(4))+' '+string(reloj(5))+' '+string(round(reloj(6)));
    texto=AImprimir +string(paso)+' a las '+hora;
    mputl(texto,LogFile);
    texto=' ';
    mputl(texto,LogFile);

    Log=0;
endfunction;

//-----
//DEFICION FUNCION: FDens: Densidad Conjunta f(X)
//-----

function Fx = FDens (x, ISigma);

    Fx = exp(-0.5 * (x) * ISigma * (x)');
// Fx = exp(-0.5 * (x+delta/3) * ISigma * (x+delta/3)');

endfunction;
//-----
//DEFICION FUNCION: MatrizCorr: Cálculo de la Matriz de Correlaciones
//-----

function Rho = MatrizCorr (InMatrizO,LimHist);

    InMatriz=InMatrizO(length(InMatrizO(:,1))-LimHist+1:length(InMatrizO(:,1)),:);
    StdA=st_deviation(InMatriz,'r'); //Vector de Desviaciones Estandar
    AvgA=mean(InMatriz,'r'); //Vector de Medias
    index1=1;

    for index1=1:length(InMatriz(1,:))

        index2=index1;
        for index2=index1:length(InMatriz(1,:))
            if index1 <> index2 then
                A(:,1)=InMatriz(:,index1); //Definir Sub Matriz de Calculo
                A(:,2)=InMatriz(:,index2);
                AMean=ones(A);

                AMean(:,1) = AvgA(index1) * AMean(:,1); //Vector Mu(X)
                AMean(:,2) = AvgA(index2) * AMean(:,2);
                ACov=A-AMean; //X-Mu(X): Variables centradas en la media
            end
        end
    end
endfunction;
```

```

    Cov=ACov(:,1)*ACov(:,2)/(length(ACov(:,1))-1);           //Covarianza

    Rho(index1,index2)=Cov/(StdA(index1)*StdA(index2));       //Coeficiente de Correlacion
    Rho(index2,index1)=Rho(index1,index2);
else
    Rho(index1,index1)=1;
end
end
end

endfunction;

//-----
//DEFICIONON FUNCION: CrearCodigo: Genera el Código de Loops en forma dinámica, para ajustarse a N Bancos
//-----
function Codigo= CrearCodigo (NumBancos,MatrizS,Direccion);

if Direccion == 'Incremento' then                            //Utilizado para ir Incrementando o Reduciendo los valores hasta
el umbral
    simbolo='< ';
    operacion='+';
    Variacion='delta';
else
    simbolo='> -';
    operacion='-';
    Variacion='delta2';
end

Codigo='Origen=z';
ciclo=1;

while ciclo <= NumBancos
    Codigo=[Codigo;
        Indices('+string(ciclo)+')=Origen('+string(ciclo)+');
        'while Indices('+string(ciclo)+') '+simbolo+'LimInt';
        'z('+string(ciclo)+') = Indices('+string(ciclo)+') - MuV('+string(ciclo)+)'];
    ciclo=ciclo+1;
end

Codigo=[Codigo;
'Fx = Fx + FDens(z,'+MatrizS+') * Coef'];

ciclo=ciclo-1;

while ciclo >= 1
    Codigo=[Codigo;
        Indices('+string(ciclo)+')= Indices('+string(ciclo)+') '+operacion+' '+Variacion;
        'end'];
    ciclo=ciclo-1;
end

endfunction;

//-----
//DEFICIONON FUNCION: CodigoWrapper: Genera el Código de Loops en forma dinámica, para ajustarse al
procesamiento de N Bancos en grupos
//-----

//function CodigoTotal = CodigoWrapper(NumBancos, LimiteGrupos)
function CodigoTotal = CodigoWrapper(NumBancos, LimiteGrupos, Limitador)

j=2;
CodigoTotal="";

if NumBancos -1 <= LimiteGrupos
    Limitador = NumBancos -1;

```

```

else Limitador = LimiteGrupos;
end

for j=2:Limitador

    cycle=1;

    CódigoTotal=[CódigoTotal;
        'CódigoaCorrer=CrearCodigo(' + string(j) + ',InvSigma' + string(j) + ',' + "Incremento");
        'Indice(' + string(cycle) + ')=1'
        'RC=Loguear (" Procesando para ' + string(j) + ' Bancos, del Ciclo ",f)'];

    while cycle <= j

        CódigoTotal=[CódigoTotal;
            'while Indice(' + string(cycle) + ') <= length(Sigma(1,:))- (' + string(j - cycle) + ')';
            'Indice(' + string(cycle + 1) + ')=Indice(' + string(cycle) + ')+1';]
        cycle=cycle+1;
    end

    for x=1:j
        for y=1:j
            CódigoTotal=[CódigoTotal;
                'Sigma' + string(j) + '(' + string(x) + ',' + string(y) + ') = Sigma(Indice(' + string(x) + '),Indice(' + string(y) + '))'];
        end
    end

    CódigoTotal=[CódigoTotal;
        'DSigma' + string(j) + '=det(Sigma' + string(j) + ')';
        'InvSigma' + string(j) + '=inv(Sigma' + string(j) + ')';
        'clear MuV'];

    for x=1:j
        CódigoTotal=[CódigoTotal;
            'MuV(1,' + string(x) + ')=Mu(Indice(' + string(x) + '))'];
    end

    CódigoTotal=[CódigoTotal;
        'Coef=1/(((2*pi)^(length(Sigma' + string(j) + '(1,:)/2))* (DSigma' + string(j) + '^0.5));
        'Fx = 0';
        'clear z'];

    for x=1:j
        CódigoTotal=[CódigoTotal;
            'z(1,' + string(x) + ')=X0(f,Indice(' + string(x) + '))'];
    end

    CódigoTotal=[CódigoTotal;
        'execstr(CódigoaCorrer)';
        'Prob(f,index)=(delta ^ ' + string(j) + ') * Fx';
        'index = index + 1'];

    cycle=cycle-1;

    while cycle >= 1
        CódigoTotal=[CódigoTotal;
            'Indice(' + string(cycle) + ')= Indice(' + string(cycle) + ') + 1';
            'end'];
        cycle=cycle-1;
    end
end
endfunction;

//-----

```

```
//DEFICION FUNCION: CodigodeCabezal: Genera el Código de Loops en forma dinámica, para crear el Cabezal
```

```
//-----
```

```
function CodigoCabezal = CodigodeCabezal(NumBancos, LimiteGrupos)
```

```
j=2;  
CodigoCabezal="";
```

```
if NumBancos -1 <= LimiteGrupos  
    Limitador = NumBancos -1;  
else Limitador = LimiteGrupos;  
end
```

```
for j=2:Limitador
```

```
    cycle=1;  
    CodigoCabezal=[CodigoCabezal;  
        'Indic(1,' + string(cycle) + ')=1'];
```

```
    while cycle <= j  
        CodigoCabezal=[CodigoCabezal;  
            'while Indic(1,' + string(cycle) + ') <= length(CAB(1,:))- (' + string(j - cycle) + ')';  
                'Indic(1,' + string(cycle + 1) + ')=Indic(1,' + string(cycle) + ')+1'];  
            cycle=cycle+1;  
        end
```

```
        t=2;  
        Texto='Fila(1,valor)=string(CAB(Indic(1,1)))'  
        for t=2:j  
            Texto=Texto + "+","+string(CAB(Indic(1,' + string(t) + ')))"  
        end
```

```
        CodigoCabezal=[CodigoCabezal;  
            Texto;  
            'valor=valor+1'];
```

```
        cycle=cycle-1;  
        while cycle >= 1  
            CodigoCabezal=[CodigoCabezal;  
                'Indic(1,'+string(cycle)+')= Indic(1,'+string(cycle)+') + 1';  
                'end'];  
            cycle=cycle-1;  
        end
```

```
end
```

```
endfunction;
```

```
//=====
```

```
//Comienzo del Programa
```

```
//=====
```

```
disp('Hora de Comienzo Ejecución');  
clock
```

```
//-----
```

```
//Matriz Histórica
```

```
//-----
```

```
//DefaultFolder="D:\"  
//fileH=uigetfile(["*.txt"],DefaultFolder,'Matriz de Datos Historicos');  
//FileLocH=mopen(file,'r');  
//Historia= fscanfMat(fileH)
```



```

Historia= [2.396  2.379  2.010  2.328  2.022      // Este es un ejemplo, que deberá reemplazar por los datos
deseados
2.380  2.335  1.959  2.372  2.012
2.320  2.360  1.895  2.375  2.047
2.411  2.422  1.883  2.389  2.075
2.426  2.444  1.955  2.445  2.111
2.420  2.410  2.028  2.418  2.169
2.453  2.405  1.948  2.441  2.127
2.457  2.449  1.956  2.431  2.163
2.420  2.415  1.962  2.441  2.167
2.404  2.388  1.952  2.427  2.136
2.429  2.412  1.942  2.436  2.121
2.437  2.426  1.990  2.441  2.170];

```

```

EntradaHistoria=length(Historia(:,1));      //Variable para agregar la historia reciente a la matriz histórica

```

```

//-----
//Coeficientes Paramétricos
//-----

```

```

labels=["Incremento (incremento genérico para N bancos);","Limite de Integracion";"Periodos Considerados en la
Historia";
"Utilizar Historia Fija(F) o Variable(V)?"; "IEB: Índice de Estabilidad Bancaria, Aplica(V)";"Decremento (estimación de
P(x<X)";"Directorio de Salida";
"Tamaño Maximo de Grupo";"Probabilidad Conjunta de Default Total, Aplica(V)"];
[ok,delta,LimInt,LimHist,TipoHist,IEB,delta2,DFS,CantGrupos,ProbConjTotal]=getvalue("Ingrese los Parámetros de
Ejecución",labels,...
list("vec",1,"vec",1,"vec",1,"str",1,"str",1,"vec",1,"str",1,"vec",1,"str",1),["0.05";"3";"12";"V";"F";"3";"D";"5";"F"]);
Fx=0;

```

```

//-----
// Umbrales de Default para distintos momentos del tiempo (t)
//-----
//DefaultFolder="D:\"
//file=uigetfile(["*.txt"],DefaultFolder,'Matriz de Datos Corrientes');
//FileLoc=mopen(file,'r');
//X0= fscanfMat(file)

```

```

X0= [2.459 2.447  2.130  2.478  2.291];      // Este es un ejemplo, que deberá reemplazar por los
datos deseados

```

```

//-----
// Información Contendida en el Archivo de Logeo (Primera Parte)
//-----

```

```

reloj=clock();
hora=string(reloj(1))+string(reloj(2))+string(reloj(3))+string(reloj(4))+string(reloj(5))+string(round(reloj(6)));
LogFile=mopen("D:\\LogFile_"+hora+".txt",'a');

```

```

DefaultFolder="D:\";
FileName=DFS + "\\ArchivoSalida_"+hora+".txt";
FileNameCAB=DFS + "\\ArchivoSalidaCAB_"+hora+".txt";
FileNameMatDep=DFS + "\\ArchivoSalida_MatDep_"+hora+".txt";
FileNamePAU=DFS + "\\ArchivoSalida_PAU_"+hora+".txt";

```

```

mputl('Comenzando Procesamiento a las ' + string(reloj(4))+':' + string(reloj(5))+':' + string(round(reloj(6))),LogFile);
mputl('=====',LogFile);
mputl('');
mputl('Parámetros:',LogFile);
mputl('.....',LogFile);
mputl('Límite de Integración : ' + string(LimInt),LogFile);
mputl('Cantidad de Periodos Historia : ' + string(LimHist),LogFile);
mputl('Historia Fija(F) o Variable(V)? : ' + TipoHist,LogFile);
mputl('Incremento (genérico N bancos) : ' + string(delta),LogFile);

```

```

mputl('PoD Conjunta Total, Aplica (V): ' + ProbConjTotal,LogFile);
mputl('Tamaño Maximo de Conjuntos: ' + string(CantGrupos),LogFile);
mputl('IEB, Aplica (V): ' + IEB,LogFile);
mputl('Decremento: ' + string(delta2),LogFile);
mputl('',LogFile);
mputl('=====','Lo
gFile);

for l=1:length(X0(:,1))
    B(1,l)=ascii(64+l);
end

//-----
// Cálculo de Probabilidad de Densidad Conjunta para N bancos para distintos t
//-----
f=1; //Variable para recorrer la historia reciente (X0)
while f <= length(X0(:,1))

//-----
//Cálculo de Probabilidades de Default Conjuntas para todos los Bancos disponibles
//-----
RC=Loguear ('Comenzando Ciclo ',f);

Sigma=MatrizCorr(Historia,LimHist); //Calculo de la Matriz de Correlaciones para la nueva
Historia

DSigma=det(Sigma);
InvSigma=inv(Sigma);

Mu= zeros(1,length(Sigma(1,:))); //Medias de la distribución de Activos (log estandarizados)
clear MuV;
MuV=Mu;

Coef=1/(((2*pi)^(length(Sigma(1,:)) / 2))*(DSigma^0.5));

Fx=0;
z= X0(f,:); //z = Variables Corrientes
RC=Loguear (' Procesando fila: [' +strcat(string(z)+')+ '], del Ciclo ',f);

// if CantGrupos < length(X0(1,:))
if convstr(ProbConjTotal,'u') <> "V" // No se recomienda para cantidad de bancos - length(X0(i,:))- mayor que 5
instituciones
    Fx=0;
    mputl('Salteando calculo de Probabilidad conjunta de Default para el Sistema, porque son demasiados
Bancos',LogFile);
else
    CodigoaCorrer=CrearCodigo(length(X0(1,:)), 'InvSigma', 'Incremento');
    execstr(CodigoaCorrer);
end

Prob(f,1)=(delta ^ length(X0(1,:))) * Fx; //Probabilidad de los bancos disponibles en Default

//=====
//
// Cálculo de Probabilidades de Default Conjuntas para Bancos por Grupos, en forma Dinámica
//
//=====
//-----
index=2;
CodigoTotal=CodigoWrapper(length(X0(1,:)),CantGrupos);

//mputl(CodigoTotal,LogFile);
execstr(CodigoTotal);

```

```

//-----
// Cálculo de P(x<xd,...,z<zd) para Índice de Estabilidad Bancaria
//-----
    if IEB == "V"
        RC=Loguear (' Comenzando Modulo de Probabilidad de No Default para Ciclo ',f);
        Fx=0;
        z= X0(f,:);
        clear MuV;
        MuV=Mu;
        Coef=1/(((2*pi)^(length(Sigma(1,:)) / 2))*(DSigma^0.5));
        CodigoaCorrer=CrearCodigo(length(X0(1,:)), 'InvSigma', 'Decremento');
        execstr(CodigoaCorrer);
        Prob(f,index)=(delta2 ^ length(X0(1,:))) * Fx; //Probabilidad de los 5 por debajo de respectivos umbrales de default
        end

//-----
//Módulo para agregar la Historia Reciente en la Historia
//-----
if TipoHist == "V" then
    EntradaHistoria=EntradaHistoria+1;
    Historia(EntradaHistoria,:)=X0(f,:);
end

f=f+1;
end

//=====
Generación de Archivos de Salida
//=====

// Generar Cabezal de Probabilidades Conjuntas

if length(X0(1,:)) >= CantGrupos
    Limitador = CantGrupos;
else Limitador = length(X0(1,:));
end

Cabezal=CodigodeCabezal(length(X0(1,:)),Limitador);
valor=2;
for i =1:length(X0(1,:))
    CAB(1,i)=i;
end

t=2;
Filal(1,1)=string(CAB(1,1));

for t=2:length(X0(1,:))
    Filal(1,1)=Filal(1,1) + ',' + string(CAB(1,t));
end

execstr(Cabezal);

if IEB == "V"
    Filal(1,valor)="P(x<xd,...,z<zd)";
end

//-----
// Escribe Archivos de Salida
//-----

disp('Hora de Fin de Ejecución'); // En pantalla
clock // En pantalla

//Impresion de Probabilidades Conjuntas de Default (valores y cabezal)

```

```

// -- Imprime probabilidad vertical y cabezal en archivo a parte si son más de 8 bancos para poder manejar información en
Excel
// -- En caso opuesto imprime cabezal y probabilidades en archivo único y en formato horizontal

FileLocCAB=mopen(FileNameCAB,'w');
FileLoc=mopen(FileName,'w');
if length(X0(1,:))>=9;
    mputl(string(Fila1),FileLocCAB);
    mclose(FileLocCAB);
    FileLoc=mopen(FileName,'w');
    fprintfMat (FileName,Prob,'%9.8f');
else
    fprintfMat (FileName,Prob,'%9.8f',strcat(Fila1,' '));
    mclose(FileLocCAB);
    mdelete(FileNameCAB);
end
mclose(FileName);

//Impresion de Matriz de Dependencias
FileLocMatDep=mopen(FileNameMatDep,'a');
LineaProb=1;
i=1;
j=1;
n=length(X0(1,:));
for LineaProb=1:length(Prob(:,1))
    clear MatrizDep;
    for i=1:n
        for j=1:n
            if i==j
                MatrizDep(i,j)=1;
            elseif i<j
                posicion=n*(i-1)-(i*(i+1))/2+j+1;
                probj=1-cdfnor("PQ",X0(j),0,1);
                MatrizDep(i,j)=Prob(LineaProb,posicion)/probj;
            else
                posicion=n*(j-1)-(j*(j+1))/2+i+1;
                probj=1-cdfnor("PQ",X0(j),0,1);
                MatrizDep(i,j)=Prob(LineaProb,posicion)/probj;
            end
        end
    end
    fprintfMat(FileNameMatDep,MatrizDep,'%9.8f',strcat(string(CAB),' '));

    mputl(' ',FileLocMatDep);

end
mclose(FileLocMatDep);

//-----
// Información Contendida en el Archivo de Logeo (Segunda Parte)
//-----
reloj=clock();
hora=string(reloj(1))+string(reloj(2))+string(reloj(3))+string(reloj(4))+string(reloj(5))+string(round(reloj(6)));
mputl('Finalizando Procesamiento a las ' + string(reloj(4))+':' + string(reloj(5))+':' + string(round(reloj(6))),LogFile);
mputl('=====',LogFile);
mclose('all');

```