



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY



Ciencias Sociales
Universidad de la República

Universidad de la República - UDELAR

Facultad de Ciencias Sociales - FCS

Departamento de Economía - dECON

Tesis de Maestría en Economía Internacional

**Asignación de gasto público educativo en un modelo macroeconómico OLG.
Aplicación al caso de Uruguay**

Sebastián Villano Rey
Tutor: Marcel Vaillant, PhD

Montevideo, República Oriental del Uruguay
Diciembre 2016

Página de aprobación

Fecha:

Autor:

Profesor guía:

Tribunal:

Calificación:

Quiero agradecer, en primer lugar, a Marcel Vaillant, tutor de esta tesis, por el tiempo, dedicación y compromiso. A mis colegas y amigos Fernando Correa, Lucía Castro, Joe Bell, Matías Giacobaso, Joan Vila y Federico Araya por sus aportes y comentarios a este trabajo. Especialmente a mi familia y Valentina, por su paciencia y apoyo.

Resumen

Desde hace años la agenda política y pública nacional está pendiente de los problemas en el sector de la educación. Si bien son varios los frentes de crítica a los que el sistema educativo uruguayo es sometido, este trabajo aborda algunos aspectos vinculados a la asignación de recursos públicos y su impacto en el desarrollo de capacidades y el crecimiento económico, desde una perspectiva macroeconómica.

El documento aborda la problemática educativa como formación de capital humano, vinculado a la asignación de los recursos públicos destinados a los diferentes niveles del sistema educativo, utilizando un modelo macro de generaciones solapadas para una economía pequeña y abierta. Suponiendo perfecta movilidad del capital, transferencias intergeneracionales y un sistema educativo jerárquico, se analizan los efectos de diferentes políticas públicas sobre las decisiones microeconómicas de los agentes y su impacto macroeconómico sobre las finanzas públicas y el crecimiento del producto.

La política educativa nacional, difícilmente pueda llevarse a cabo sin considerar otros aspectos nacionales e internacionales pertinentes. Se observa que decisiones de educación de los agentes que determinan la formación de capital humano no son únicamente afectadas por las políticas educativas, sino que también intervienen en estas decisiones, otros aspectos como: los laborales, de inserción internacional, política monetaria y fiscal, tanto nacional como externa, entre otras.

Los resultados muestran que tanto un incremento de recursos destinados a la educación como una mejora en la eficiencia del sistema educativo tienen impactos positivos sobre la generación de capital humano y el desarrollo, a su vez, la sola reasignación de recursos entre niveles educativos puede tener importantes efectos sobre la formación de capital humano.

Se concluye que para que el sistema educativo genere el capital humano capaz de impulsar el crecimiento económico, es necesario contar con una alineación mínima de los diferentes tipos de políticas públicas que afecten los incentivos microeconómicos de los individuos. Asimismo se observa que el efecto de las políticas públicas sobre la generación de capital humano depende del grado de interrelación entre el gasto privado y el gasto público en educación.

Palabras clave: sistema educativo jerárquico, gasto público, capital humano, política educativa, modelo de generaciones solapadas (OLG).

Abstract

For many years both the political and the national public agenda have been aware of the problems within the public education sector. While the Uruguayan education system is subject to various criticisms, this study addresses aspects of the allocation of public resources and its impact on skills development and the growth of the gross product from a macroeconomic perspective.

This paper, utilizing an overlapping generations (OLG) macroeconomic model in a small and open economy, analyzes educational problems such as the formation of human capital and its relation with the allocation of public resources following different educational levels and the viability of public policy. Assuming perfect capital mobility, intergenerational transfers and a hierarchical education system, the model analyzes the impacts of different public policies on the agent's microeconomic decisions and the macroeconomic effects on public finance and economic growth.

It is difficult to undertake the creation of national education policy without considering pertinent domestic and international aspects. It is noticeable that the agents' decisions regarding education are not only impacted by education policy, but also by other domestic and international decisions regarding labor policy, global economic integration, fiscal and monetary policy, among others.

The results show that an increase in resources allocated for education as well as an improvement in the efficiency of the education system would have positive impacts on the generation of human capital and development. At the same time the formation of human capital can be impacted, in the face of fiscal austerity, solely with the reallocation of resources between different tiers of education.

It is concluded that in order for the education system to generate human capital capable of stimulating economic growth, it is necessary to ensure a basic alignment of the different types of public policy that affect individual microeconomic incentives. Furthermore, it is noted that the impact of public policy on the generation of human capital depends on the relation between the levels of private and public spending on education.

Keywords: hierarchical education system, public spending, human capital, education policy, overlapping generations model (OLG).

INDICE

I. Introducción	1
I.1. Presentación.....	1
I.2. Contexto	3
I.3. Marco Teórico - Antecedentes	4
II. Modelo teórico	8
1- Ciclo vital de los individuos	8
2- Formación del capital humano y sistema educativo jerárquico.....	9
3- Capital humano agregado y presupuesto del gobierno	13
4- Función de utilidad.....	15
5- Producción y movilidad de factores.	16
6- Equilibrio Competitivo.....	17
7- Solución de equilibrio y derivaciones del modelo.....	18
III. Descripción del sistema educativo uruguayo y calibración del escenario base.	26
III.1. Descripción del sistema educativo uruguayo.....	26
III.2. Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo	28
IV. Resultados de simulación de políticas y derivaciones	35
IV.1. Resultados sobre la formación de capital humano	35
IV.2. Resultados de economía política	38
IV.3. Modificaciones a la estructura del modelo	40
IV.4. Principales resultados	44
V. Reflexiones finales.....	48
Bibliografía.....	50
Anexos.....	53
A. Anexo metodológico	53
B. Anexo de cuadros y datos.....	64

I. Introducción

I.1. Presentación

El presente trabajo se basa en un modelo desarrollado por Viaene y Zilcha (2013) de generaciones solapadas con individuos heterogéneos y padres altruistas, adaptado al sistema educativo uruguayo. Dado que los recursos públicos son generalmente escasos, el objetivo de este análisis es abordar formalmente, las decisiones de política de asignación de gasto público educativo y sus efectos a nivel macro y microeconómico en el marco de equilibrio para una economía pequeña y abierta.

A partir de algunas condiciones iniciales del modelo, se establece como escenario base para su calibración, los datos de la economía uruguaya en el año 2013 y se caracteriza a los equilibrios competitivos no estacionarios analizando: partición del conjunto de trabajadores calificados y poco calificados en cada generación; los efectos de la asignación del gasto público en los distintos niveles sobre la eficiencia y el stock de capital humano; el apoyo endógeno para las políticas educativas del gobierno generadas dentro de un equilibrio político y el impacto de otras políticas vinculadas al sistema educativo, como son, las políticas laborales, de inserción externa, y fiscales, que afectan la acumulación de capital humano y el crecimiento de la economía.

La acumulación de capital humano es un proceso secuencial compuesto por varias etapas del sistema educativo. Un nivel inicial que incluye primaria y secundaria, generalmente obligatorios, donde los individuos adquieren los conocimientos generales y las habilidades básicas; y uno opcional, nivel terciario, en el cual los individuos adquieren conocimiento y habilidades específicas.

Una característica fundamental parte de que la naturaleza secuencial del proceso de educación hace que el gasto en la educación básica y superior no sean sustitutos perfectos. Mientras que el gasto en educación superior sólo afecta a la producción de capital humano avanzado, el gasto en educación básica afecta a la acumulación de capital humano en forma directa, brindando las capacidades básicas, e indirectas pues es el insumo de los individuos para adquirir la formación superior.

A su vez, hoy en día, la política educativa difícilmente puede llevarse a cabo sin incorporar algunos aspectos internacionales pertinentes. Considerando que la educación

superior genera una parte significativa del stock de la mano de obra calificada de un país, la generación de esta afecta a los retornos marginales del capital físico y por tanto la inversión.

Teniendo en cuenta lo anterior, es pertinente preguntarse: ¿cómo impacta la asignación de gasto público en los diferentes niveles educativos sobre el crecimiento de la economía? ¿Existe una regla de asignación de gasto óptima o eficiente? Si se busca aumentar el crecimiento sostenido a largo plazo, ¿es preferible subsidiar al nivel terciario o se puede generar mayor valor invirtiendo en programas de mejora del nivel básico? ¿Qué acción pública es políticamente más viable según la estructura social? Algunos autores como Johnson (1984) y Xuejuan Su (2006) abordan estas problemáticas. Este trabajo busca respuesta a estas interrogantes planteadas, obteniendo los siguientes resultados:

- (a) Debido a la naturaleza jerárquica del modelo, incrementar la base de personas con capacidad de volverse calificadas es una condición fundamental para lograr un crecimiento sostenido.
- (b) El subsidio de la educación terciaria puede mejorar el desarrollo futuro del país, pero requiere de esfuerzos e iniciativa pública, dado que no siempre tendrá el apoyo político necesario.
- (c) Algunas personas que no apoyarían al subsidio, si este se implementara, serán beneficiarios y estarán dispuestos a complementar con sus recursos la iniciativa pública
- (d) El grado de dependencia del gasto privado en educación en función del gasto público es determinante para evaluar los efectos de reasignación de recursos por niveles.
- (e) Así, el desvío de recursos de un nivel en detrimento de otro arroja resultados contrapuestos dependiendo de la medida en que el gasto educativo privado responde al incremento de recursos públicos.
- (f) El incremento de gasto público destinado a la educación y una mejora de la eficiencia del sistema educativo favorecen la generación de capital humano sin importar el grado de sustitución del gasto privado en educación por gasto público.

El documento se organiza en seis partes de la siguiente manera: En la primera parte se realiza una breve descripción de la coyuntura actual y se presentan algunos antecedentes

relacionados al tema. La segunda parte presenta el modelo teórico base. La tercera parte se realiza una descripción del sistema educativo uruguayo y se calibran los principales parámetros del modelo. En la cuarta parte se presentan los ejercicios de simulación de políticas y resumen los principales resultados. La quinta parte contiene las reflexiones finales y la sexta parte incluye el anexo del trabajo con las demostraciones y datos complementarios del trabajo.

I.2. Contexto

La economía se encuentra en una fase de desaceleración luego de un ritmo de expansión inédito en su historia tanto por su duración como por su intensidad. El ritmo de formación bruta de capital ha sido aún mayor que el del producto y la intensidad en el uso del capital es complementaria a los requerimientos de mano de obra calificada. Si en los setenta y ochenta se mencionó la restricción externa como una limitante al crecimiento, dadas las necesidades de acumulación de capital y las opciones de captar ahorro externo, en el presente el estrangulamiento al crecimiento puede plantearse, en términos dinámicos, por la incapacidad de acumulación de capital humano de la economía. En tal sentido, el sistema educativo requiere un ritmo diferente de producción (Patrón y Vaillant 2012).

En la última década en Uruguay se han incrementado sensiblemente los recursos públicos dirigidos a la educación, y se han destinado porcentajes históricamente altos en relación con su capacidad económica. En ese marco se ha instalado en el país un debate acerca del nivel de gasto que se debe volcar a la educación, así como la efectividad y eficiencia de su asignación, considerando algunos de los resultados educativos alcanzados.

Si bien en muchos casos el debate se centra en el incremento de los recursos destinados a la enseñanza, la evidencia empírica es ambigua respecto a la relación recursos-resultados. Con relación a la capacidad económica del país, el gasto público en educación ha crecido sensiblemente, pasando del 3,2% del PIB en 2004 al 4,4% del PIB en 2014. Se identifican dos periodos: uno de notorio crecimiento entre 2006 y 2009, cuando el gobierno se estableció la meta de alcanzar el 4,5% del PIB en recursos públicos para la educación, y otro de relativa estabilidad, entre 2009 y 2014. El gasto

público en educación aumentó su participación en el gasto público sin seguridad social, pasando de representar 17,2% en 2004 a 23,2% en 2014.

Si bien se han incrementado notoriamente los recursos públicos dirigidos a la enseñanza, en la comparación internacional, Uruguay continúa caracterizándose por destinar relativamente un bajo porcentaje de recursos con relación al PIB. Situándose entre los países de menor ratio. A pesar del notable incremento, al 2010 la relación de gasto educativo público respecto al PIB de Uruguay siguió en un nivel inferior a países de la región como Argentina, Brasil o México, y bastante inferior al promedio de países de la OCDE. Sin embargo, estas comparaciones deben ser complementadas con otras medidas, en particular por la consideración de la cantidad de estudiantes matriculados y la estructura demográfica de cada país. Siendo el gasto en educación primordialmente dirigido a la población joven, es esperable que países con mayor envejecimiento poblacional destinen una menor proporción de recursos a la educación con relación al PIB (INEEd 2014).

Patrón y Vaillant (2012) ponen en tela de juicio algunas afirmaciones antes realizadas. Observan que por un lado, en términos reales la participación de la educación en el PBI ha decrecido, al contrario de lo que se observa con variables nominales. Los aumentos de recursos reales asignados al sector han sido mucho más modestos que en términos nominales, lo que ha generado expectativas desproporcionadas. Las innovaciones educativas orientadas a la equidad, son costosas y están destinadas a grupos relativamente reducidos con un elevado requerimiento de recursos, por lo tanto el logro e impacto de estas políticas es generalmente menor al de otras políticas orientadas a otros objetivos.

I.3. Marco Teórico - Antecedentes

Se ha generado una amplia bibliografía a partir del desarrollo de la teoría del capital humano y los modelos de crecimiento endógeno que argumentan a favor de la relación entre: el incremento del capital humano, una mayor productividad y la tasa de crecimiento de la economía, y por lo tanto el efecto positivo sobre los ingresos de los individuos y su desarrollo (Lucas E. 1988; Romer P. 1994).

La educación juega un rol fundamental en la formación del capital humano de las personas, que impacta, como factor productivo, sobre el crecimiento de la economía, así

como también sobre las capacidades individuales; el desarrollo humano, tecnológico y cultural de una sociedad (Sen 1980,2001).

Hay consenso en la literatura acerca de que si bien los recursos son importantes, no sólo el nivel de estos importa, sino que la eficiencia del gasto es fundamental para alcanzar algunos logros educativos (Hanushek 2002). Asimismo, a pesar de que la idea acerca de la reorientación del gasto hacia mecanismos más efectivos o eficaces es un camino imprescindible para la obtención de mejores logros educativos no es nueva, parece no haber sido incorporada a la práctica en forma sistemática. Uruguay se ha caracterizado por ser un país con escasa inversión en educación en relación al Producto, obteniendo como resultado un mayor rezago en capital educativo acumulado respecto de los países desarrollados (Furtado y Llambí, 2005).

El sector educativo en Uruguay está interpelado por dos motivos relacionados pero diferentes. Uno proviene del mercado de trabajo y la evolución de la economía real, con sus cambios en la especialización productiva y la expansión en el ritmo de crecimiento. El otro, es recuperar el rol de ser una política de integración social, que permita actuar sobre los altos niveles de heterogeneidad. La fuerte determinación de los contextos familiares sobre los logros educativos de los estudiantes es un gran desafío para la equidad de los resultados. Las innovaciones educativas surgidas en años recientes han mostrado éxitos relativos. Sin embargo, las innovaciones educativas que están destinadas a grupos específicos, son costosas y no pueden resolver la totalidad de los problemas del alumno, lo que le resta efectividad a la política (Patrón y Vaillant 2012b).

Los costos sociales en que se incurre para adquirir las habilidades incluyen los gastos asumidos por la sociedad en su conjunto para poder educar y formar a las personas. Los trabajadores poco calificados, cuyo ingreso laboral se grava para financiar todas las etapas de la educación pública, son importantes contribuyentes al presupuesto de la educación aunque no se benefician directamente de estas inversiones (ver Garrat y Marshall, 1994; Fernández y Rogerson, 1995; Gradstein y Justman, 1995; Bevia y Iturbe-Ormaetxe, 2002; Eckwert y Zilcha 2012).

Algunas de las características del modelo desarrollado en este trabajo han sido analizadas anteriormente en otros marcos educativos tipo jerárquicos. Particularmente, Driskill y Horowitz (2002) estudian la inversión óptima en capital humano de forma

jerárquica y encuentran que el programa óptimo exhibe una no-monotonidad en los stocks de capital humano.

Otro de los aspectos abordados en el estudio refiere al hecho de que el ratio entre el stock de trabajadores calificados y no calificados tiene un importante papel para explicar el desarrollo de una sociedad. La cuestión es: ¿puede la política educativa afectar a la evolución de esta relación? Usando un modelo de educación jerárquica estilizada, muestran que sí puede, y que el efecto de la política educativa para un determinado nivel de presupuesto, depende de la regla de asignación a través de los diferentes niveles del sistema educativo, sobre todo en presencia de ineficiencia sistémica (Patrón y Vaillant 2012b).

Xuejuan Su (2004) hace hincapié en la eficiencia y la desigualdad del ingreso en un sistema educativo jerárquico. También estudia los efectos sobre el crecimiento de la introducción de subsidios a la educación superior, mientras que el presupuesto total asignado a la educación básica y la educación superior es fijo. Utilizando un modelo de educación de dos etapas, observa que cuanto menor es la calificación promedio en una economía, como es el caso de muchos países menos desarrollados (PMD), mayores son los beneficios que se derivan de la financiación de la educación básica en lugar de la educación superior. Las políticas de asignación que se centran en la educación básica mejoran tanto la eficiencia como la distribución de los ingresos de las personas. A pesar de esto, los países desarrollados adoptan políticas de asignación de presupuesto público más o menos equilibradas mientras que los países menos adelantados suelen adoptar políticas que favorecen la educación superior.

Blankenau (2005) encuentra un nivel crítico de gasto por encima del cual la educación superior debe ser subvencionada y su impacto en el crecimiento es positivo. Arcalean y Schiopu (2010) estudian la interacción entre el gasto público y privado en un sistema educativo de dos etapas. También muestran que para un presupuesto dado, un mayor financiamiento público hacia la educación obligatoria induce a un mayor gasto privado en general, de la cual gran parte va hacia la educación terciaria. Se muestra también que para maximizar el crecimiento, la mayor parte de los recursos públicos deben ser destinados al sistema escolar independientemente del tamaño del presupuesto público.

Finalmente, en el documento se evalúa la viabilidad política y los incentivos del gobierno de impulsar determinadas políticas públicas. En referencia a este tema, Xuejuan Su (2006) plantea que la educación pública es esencialmente un bien privado provisto públicamente, donde hay un efecto de tipo congestión. Así, cuando la clase media tiene relativamente baja cualificación inicial como en muchos países menos adelantados, la clase alta se beneficia más de recortar la financiación para la educación básica, descalificando así a la clase media para asistir a la educación superior. Esto evita el efecto de la congestión y garantiza un beneficio exclusivo para la clase alta de asistir a la educación superior.

Por otro lado, cuando la clase media tiene relativamente alta cualificación inicial, la clase alta prefiere no intentar la exclusión. Esto es simplemente porque el costo de descalificar a la clase media sería demasiado alto de soportar para la clase alta, cuya cualificación (aprendizaje eficiente) en la educación superior también se verían afectados negativamente si la calidad de la enseñanza en la educación básica fuese lo suficientemente pobre para descalificar a la clase media. En general la preferencia política de la clase alta depende de la distribución de las calificaciones iniciales (o equivalentemente, la riqueza, el ingreso y / o capital humano de la generación de los padres) de la población, y por lo tanto la fase de desarrollo de una economía.

II. Modelo teórico

En esta sección se desarrollan las principales ecuaciones y supuestos del modelo con algunos ajustes y cambios de notación respecto al trabajo original desarrollado por Viaene y Zilcha en 2013 (V&Z 2013). Se especifica primero el ciclo de vida y las preferencias de los individuos. Se define el proceso de formación de capital humano y la estructura del sistema educativo. Se muestran las variables en términos agregados y se relacionan a nivel micro para los agentes que definen la función de utilidad y de producción para derivar luego su comportamiento óptimo y el equilibrio competitivo. Finalmente se derivan las principales implicancias y resultados del modelo.

1- Ciclo vital de los individuos

Considérese una economía de generaciones solapadas con un continuo de individuos en cada generación. Cada individuo pertenece a un hogar o familia caracterizada por un apellido $\omega \in [0,1]$ donde $\Omega = [0,1]$ denota el conjunto de todas las familias de cada generación y μ la medida de Lebesgue¹ en Ω . Cada individuo vive para tres períodos: un período de estudio, un período de trabajo y un período de jubilación.

Durante la primera etapa cada individuo se dedica a la educación / formación, pero no toma ninguna decisión económica como ser: la escolarización, el consumo o el ahorro. La juventud es seguida por la edad adulta que se divide en dos períodos: las personas son económicamente activas durante el período de trabajo y luego entran en el período de jubilación. Los individuos dan a luz a un hijo al inicio de su período de trabajo de tal manera que el crecimiento demográfico es cero. Por lo tanto, en cualquier fecha t coexisten tres generaciones en una misma familia, el siguiente diagrama muestra el ciclo vital de un individuo de la familia ω , que vive por tres períodos.

¹ Extraído del trabajo original de V&Z (2013).

DIAGRAMA 1.

Ciclo vital de los individuos de una familia.

Generación / Tiempo	$t - 2$	$t - 1$	t	$t + 1$
"-1"-Abuelo	-nace el abuelo y estudia. -asiste al nivel terciario o trabaja como joven no calificado -no toma decisiones	-etapa adulta del abuelo -trabaja a pleno -al inicio toma decisiones económicas, para él y su descendencia	-etapa de jubilación del abuelo -no trabaja -consume el ahorro generado	
"0"-Padre		-nace el padre y estudia -asiste al nivel terciario o trabaja como joven no calificado -no toma decisiones	-etapa adulta del padre - trabaja a pleno -al inicio toma decisiones económicas, para él y su descendencia	-etapa de jubilación del padre -no trabaja -consume el ahorro generado
"1"-Hijo			-nace el hijo y estudia. -asiste al nivel terciario o trabaja como joven no calificado -no toma decisiones	-etapa adulta del hijo -trabaja a pleno -al inicio toma decisiones económicas, para él y su descendencia

Fuente: Elaboración propia

El análisis se centra en el comportamiento óptimo de cada padre o adulto en el período t cuyas decisiones afectan al capital humano de sus hijos en el período $t + 1$, por su capacidad de ser productivos durante ese período y, por lo tanto para la economía en su conjunto en el período $t + 1$.

2- Formación del capital humano y sistema educativo jerárquico

Consideramos la generación t , denotada con L_t , a todos los niños nacidos en el inicio del período t , siendo $h_{t+1}(\omega)$ es el capital humano del individuo de apellido o familia ω , al comienzo del período de trabajo de la generación nacida en t .

Suponemos que $h_{t+1}(\omega)$ es alcanzado mediante un proceso de producción jerárquico de capital humano como en Restuccia y Urrutia (2004). Un niño o joven obtiene sus habilidades generales de la educación básica y puede, además, adquirir habilidades

especializadas en la educación superior. La capacidad innata de un individuo $\omega \in L_t$, denotado por $\theta_t(\omega)$, se supone que es aleatorio y dado (en el nacimiento) en una distribución independiente del tiempo. Es decir, suponemos que las capacidades son una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuidas entre los individuos en cada generación y en el tiempo.

La literatura empírica ha establecido que los diversos aportes y conocimientos transmitidos por los padres junto con los del sistema educativo formal son factores claves que afectan el capital humano del individuo ω mientras asiste a la educación obligatoria. Ver por ejemplo Harbison y Hanushek (1992), Hanushek (1995), Rivkin, Hanushek y Kain, (2005), entre otros². Ambos inputs están incluidos en nuestro proceso de formación de capital humano:

$$h_{1t+1}(\omega) = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi \quad (1)$$

Donde $h_{1t+1}(\omega)$ es el capital humano básico que incorpora un joven nacido en t ; $h_t(\omega)$, es sinónimo de capital humano de los padres, nacidos en $t - 1$ y X_t representa la inversión pública durante la juventud de la persona en la educación obligatoria.

Este proceso de formación de capital humano es una representación de la compleja interacción entre la capacidad innata, la dinámica familiar y la intervención pública. Es fundamental la influencia sobre el individuo del ambiente familiar que es específico a cada ω través del capital humano parental individual y de los recursos públicos invertidos en educación pública, que son comunes a todos.

En este modelo el capital humano influye en el nivel de producción de la economía presente y futura. En el nivel presente dado que forma parte de la función de producción contemporánea. En el nivel futuro dado que el capital humano hoy es una variable que explica (a nivel de las familias) la acumulación de capital humano del período siguiente adquirida por sus hijos. Esta decisión a nivel micro de las familias tiene repercusiones agregadas en la función de producción de la economía a futuro. Este es el motor del dinamismo endógeno del modelo.

² Más Bibliografía referida al tema en Moreira M., Patrón R. y Tansini R. (2007).

“Las elasticidades v y ξ representan la eficacia del capital humano de los padres en sus esfuerzos en pro de educar a sus hijos, y la eficiencia de la educación pública en la generación del capital humano respectivamente: v se ve afectada por la educación en la casa y antecedentes familiares, mientras que ξ , es afectada por el sistema escolar, los maestros, el tamaño de las clases, infraestructura, barrio, etc.” (V&Z 2013: 79).

Como ya se mencionó, el sistema educativo se compone de dos niveles, uno obligatorio, donde el joven adquiere la formación y capacidades básicas, de financiamiento exclusivamente público y un nivel superior o terciario, el cual es optativo y se compone de financiamiento público y privado, proveniente de los hogares.

El acceso a la educación superior es costoso y entre otros costos incluye, pago de una tasa de matrícula y cuota en cada período t , en nuestro modelo estos costos están contemplados en la variable m_t^* . Con este supuesto (Sup.1), asumimos que las instituciones de educación superior cobran una matrícula que es igual al costo total para educar a cada estudiante. El gobierno puede participar en el costo de la educación superior mediante subsidios al valor de la matrícula y financiar estos subsidios gravando salario de las personas que trabajan. Denotemos con g_t a la asignación del gobierno (o subsidio público) a cada estudiante que desee alcanzar habilidades adicionales a través del sistema de educación superior. Por lo tanto:

$$m_t(\omega) = m_t = m_t^* - g_t \quad (2)$$

Es el pago neto que cada individuo (hogar) paga para que en el período t un estudiante de ese hogar pueda acceder a la educación superior.

En el modelo original el valor de la matrícula es una variable exógena, dada por el mercado, lo que implica suponer que el gasto privado de cada individuo varía en función del subsidio público. Esto significa un grado de sustitución perfecta entre el gasto privado y gasto público a nivel terciario. En este trabajo agregamos flexibilidad al supuesto original del modelo incorporando la hipótesis de que aporte o gasto privado a nivel terciario presenta cierto grado de rigidez o independencia respecto al gasto

público, entiéndase un menor grado de sustitución entre el gasto privado en educación y el gasto público en el nivel superior³:

El costo de la educación superior es la misma para todos los estudiantes de la misma generación. Para simplificar, suponemos que la matrícula y financiación pública están denominados en dólares del período de trabajo del estudiante y la educación se financia con un impuesto de tasa fija (τ) sobre los ingresos salariales.

Suponemos que la adquisición de la educación superior aumenta con las habilidades básicas del individuo por un factor $B > 1$, asociado en la literatura a la prima por calificación o *skill premium*. B Es producto del uso de los distintos recursos y tecnología asociados al sistema educativo, y por lo tanto es otro canal por el cual se manifiesta la eficiencia del sistema.

Vale notar que implícitamente el modelo supone homogeneidad entre todos los individuos que alcanzan a cursar el nivel superior, sin distinguir aquellos que efectivamente culminan su formación de los que no. Siguiendo al modelo original consideramos B como dado e independiente del tiempo.

Así, si el individuo ω invierte dinero m_t para financiar la matrícula y el joven asiste a la educación superior, entonces, su capital humano se acumula hacia el nivel:

$$h_{t+1}^s(\omega) = Bh_{1t+1} = B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi \quad (3)$$

Se le denomina entonces como trabajador calificado (denotado por s). En contraste, si un individuo $\omega \in L_t$ no asiste a la educación superior, su capital humano está determinado únicamente por la educación obligatoria, las habilidades innatas y el capital humano de sus padres:

$$h_{t+1}^l(\omega) = h_{1t+1} = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi \quad (3')$$

Llamamos a este individuo un trabajador de baja calificación (denotado por l). En lugar de asistir a alguna institución de educación superior después de finalizada su educación

³ Ver desarrollo de este supuesto en apartado III. Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo y en el anexo de la Nota 31-Supuesto 1.

básica, un individuo poco calificado trabaja durante parte de su juventud con las habilidades básicas que adquirió, las cuales figuran en la Ec. (3'). Suponemos que todas las personas de baja calificación trabajan durante una parte j ($0 \leq j < 1$) de su juventud. Además trabajan plenamente, desde el período $t + 1$, por lo tanto los ingresos salariales que obtiene un trabajador poco calificado ω en su ciclo vital, después de los impuestos al salario son:

$$(1 - \tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \quad (4)$$

Donde $(1 + r_{t+1})$ es el retorno del capital en el periodo $t + 1$; w_t y w_{t+1} son los salarios por unidad de trabajo efectivo en la fecha t y $t + 1$ respectivamente. Por su parte, los ingresos salariales de la vida después de impuestos de un trabajador calificado derivados del trabajo sólo durante el período $(t + 1)$ son:

$$(1 - \tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} \quad (4')$$

3- Capital humano agregado y presupuesto del gobierno

Teniendo en cuenta las Ecuaciones. (3) y (3') es sencillo obtener el capital humano agregado que está disponible para la economía en el período t . Denotemos con A_t el subconjunto de los individuos en L_t que son calificados y sea $\sim A_t$ el complemento de A_t , es decir, el conjunto de individuos de baja calificación. Entonces: $L_t = L(A_t) + L(\sim A_t)$. Por lo tanto:

$$H_t = \int_0^1 h_t(\omega) d\mu(\omega) + j \int_{\sim A_t} h_{t+1}^l(\omega) d\mu(\omega) \quad (5)$$

El stock de capital humano del periodo corriente (H_t) es la suma de dos términos, asociados a dos generaciones diferentes: la primer integral es el capital humano agregado de todos los individuos nacidos en $t - 1$ y laboralmente activos en el momento t , mientras que la segunda integral representa el capital humano de los jóvenes nacidos en t que no asisten a la educación superior y por lo tanto se vuelcan al mercado de trabajo por un tiempo j de su juventud (el conjunto $\sim A_t$).

Recordando la Ec. (3) donde se determina el capital humano calificado, observamos que el capital humano agregado se maximiza cuanto mayor sea la proporción de mano de obra calificada en relación a no calificada.

En forma simplificada podemos expresar los ingresos tributarios del gobierno como: $\tau w_t H_t$ donde H_t se definió en la Ec. (5). En el otro lado de la hoja de balance, el gobierno hace frente al gasto total en educación (en ambas etapas). Llamemos a:

$$E_t = \tau w_t H_t = \tau w_t \left(\int_0^1 h_t(\omega) d\mu(\omega) + j \int_{\sim A_t} h_{t+1}^l(\omega) d\mu(\omega) \right) \quad (6)$$

E_t , la recaudación pública total destinada para la educación, $G_t = g_t L(A_t)^4$, el gasto total público en educación terciaria y X_t el gasto público en educación a nivel obligatorio, que reciben de igual manera, todos los individuos de la misma generación.

Las ecuaciones (5) y (6) reflejan la endogeneidad existente entre los ingresos fiscales y la formación de capital humano, en particular vincula dos generaciones, una activa plenamente y otra en etapa de formación.

Recordando que $L_t = L(A_t) + L(\sim A_t)$ cada individuo que se vuelva un trabajador calificado en $t + 1$ dejará de ser mano de obra no calificado también en t . Si el gobierno incentiva la asistencia de jóvenes al nivel superior, por ejemplo mediante el incremento de subsidios, esto impactará en sus finanzas por el lado de sus gastos pero también de los ingresos, debido a que los jóvenes que estaban trabajando y van a estudiar, dejaran de ser aportantes mientras estudian (disminuye H_t), generando un mayor déficit en las cuentas fiscales durante el período t .

Existe entonces una proporción de los trabajadores activos en t , que financian el sistema educativo, pero su permanencia como aportantes está sujeta a incertidumbre y sus decisiones de optimización tienen impacto sobre las finanzas públicas y el producto agregado de hoy y del próximo período.

⁴ A diferencia del modelo original, para una mejor aplicación y simplicidad de comprensión consideramos que el subsidio universitario alcanza a todos los universitarios y no solo a una proporción, como suponen V&Z (2013).

Trabajamos con el supuesto de que el presupuesto del gobierno en el período t mantiene su presupuesto equilibrado entonces, se cumple la siguiente igualdad:

$$E_t = X_t + G_t \quad (7)$$

Decimos que una política educativa $\{(X_t, G_t)\}$, es factible si en cada período t :

- (a) Dado X_t y G_t , el conjunto de individuos calificados A_t está determinada por la “elección óptima” de cada individuo y
- (b) la condición (7) se mantiene en todos los períodos t .

Se define:

$$Z_{t+1}(\omega) = \theta_t(\omega)h_t(\omega)^v \quad (8)$$

que denominamos como la dotación inicial de ω . Es el producto de la capacidad por un lado y el del capital humano de los padres por otro y, lo que describe el *background* o la base que un individuo joven hereda antes de recibir cualquier tipo de educación. Empíricamente se ha demostrado que ambos factores son esenciales en la formación del capital humano de los jóvenes. (Hanushek y Woessmann 2010).

“En nuestro marco, esta “dotación inicial” es importante, ya que es el principal instrumento mediante el cual los individuos toman la decisión de asistir la educación terciaria. En general, la función de distribución de $Z_{t+1}(\omega)$ ⁵ que sobre el continuo de individuos tiene una compleja derivación a partir de las variables subyacentes. Sin embargo, bajo nuestros supuestos, la capacidad (habilidad) es un proceso aleatorio, independiente del tiempo e idénticamente distribuido, i.i.d, y dada la distribución del capital humano de la generación anterior, es posible derivar la distribución $Z_{t+1}(\omega)$.” (V&Z 2013: 80).

4- Función de utilidad

Existen diferentes visiones sobre la presencia de transferencias intergeneracionales. Estas transferencias son motivadas por el altruismo de los padres hacia los hijos y pueden ser expresadas de diferentes maneras. Suponemos que los padres se preocupan

⁵ Para un mayor detalle ver el modelo original en Viaene y Zilcha (2013).

por el futuro de sus hijos y derivan utilidad directamente del ingreso que perciben sus hijos, incorporando esta variable en su función de utilidad. Tomamos las preferencias de toda la vida de cada ω representada por una función de utilidad del tipo Cobb-Douglas:

$$U_t(\omega) = (c_t^a(\omega))^{\alpha_1} (c_t^r(\omega))^{\alpha_2} (y_{t+1}(\omega))^{\alpha_3} \quad (SUP.2)$$

El consumo mientras esta “activo” y “jubilado” se denotan por $C_t^a(\omega)$, $C_t^r(\omega)$ respectivamente; $y_{t+1}(\omega)$ es el ingreso de por vida de la descendencia. Las transferencias intergeneracionales que surgen de los motivos altruistas, representados en (Sup.2) pueden adoptar tres formas. En primer lugar, los padres financian mediante impuestos la educación básica que reciben los jóvenes y como resultado, para mejorar su capital humano. En segundo lugar, los padres están dispuestos a contribuir a los gastos de matrícula que permiten el acceso a la educación superior. Por último, en virtud de las preferencias anteriores, los padres realizan transferencias directamente en activos físicos o monetarios.

Denotemos por $b_t(\omega)$ la transferencia de capital físico desde padre para su hijo, nacido en t . Teniendo en cuenta el rendimiento del capital y los salarios $\{r_t, w_t\}$, el tiempo de vida sin ingresos salariales de un hijo, ya sea calificado o poco calificado, es $(1 + r_{t+1})b_t(\omega)$. Por lo tanto, los ingresos de por vida de un trabajador de baja calificación son:

$$y_{t+1}^l(\omega) = (1 - \tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] + (1 + r_{t+1})b_t^l(\omega) \quad (9)$$

Por el contrario, si es un trabajador calificado:

$$y_{t+1}^s(\omega) = (1 - \tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} + (1 + r_{t+1})b_t^s(\omega) \quad (9')$$

5- Producción y movilidad de factores.

Para simplificar y focalizar nuestro análisis, se supone al igual que el modelo original que la producción se lleva a cabo por empresas competitivas que producen un solo bien que se utiliza tanto para consumo como para insumo de producción. El capital físico K_t (asumimos que se deprecia totalmente) y el capital humano efectivo, H_t (calculado en la Ec. (5)) son inputs de una función de producción neoclásica que presenta rendimientos constantes a escala y es estrictamente creciente y cóncava.

Se considera una economía pequeña y abierta que, a partir de la fecha $t = 0$, se integra con el resto del mundo de dos maneras. En primer lugar, el bien final se comercia libremente lo que implica un precio único en todo el mundo. Segundo, el capital físico se supone que es internacionalmente móvil mientras que el trabajo es internacionalmente inmóvil.

En consecuencia, se espera que el capital físico se mueva entre las economías desde donde hay un menor rendimiento hacia donde es mayor, hasta que se iguale su producto marginal. Con este supuesto, $\{r_t\}$ debe ser igual a la tasa de interés externa. Con los precios de los bienes similares y las tasas de interés iguales, el salario doméstico debe ser igual a los salarios en el exterior, siempre y cuando las tecnologías de producción sean similares.

En este marco un incremento de H_t aumenta los retornos marginales del capital físico y por tanto ingresa capital externo, logrando un incremento del producto agregado debido al aumento de ambos inputs.

Partiendo del supuesto que el capital humano de un individuo que asiste al nivel terciario (para volverse calificado) es superior a mantenerse como no calificado, y esta condición se mantiene en todos los períodos⁶. Entonces, dada una política que incentive la mayor asistencia a la educación terciaria, como por ejemplo una mejora en el sistema educativo, entonces algunos de los jóvenes que son parte del capital humano agregado hoy dejarán de serlo para educarse y volverse individuos calificados.

En consecuencia el stock de capital humano disponible (H_t) disminuye en el período t y la economía que también observa una salida en el flujo de capital físico, disminuyendo la producción durante el período actual, a cambio de disponer de mayor capital humano en el futuro.

6- Equilibrio Competitivo

Dada K_0, H_0 , la política educativa $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$, los precios internacionales del capital y trabajo y la tasa del impuesto τ , cada individuo de la familia ω en el momento t , con transferencias intergeneracionales $b_{t-1}(\omega)$ elige el nivel de ahorro $s_t(\omega)$ y el legado

⁶ Esta condición está desarrollada y justificada más adelante, en la Ec (12).

$b_t(\omega)$ junto con la inversión financiera en educación superior $m_t(\omega)$, para maximizar la utilidad respecto al ahorro, la herencia y el gasto privado en educación terciaria.

Es importante destacar que cuando un individuo adulto optimiza su utilidad el ingreso que dispone esta dado en función de la decisión de su padre. Este individuo decide ahorrar para consumir cuando este retirado y la sustitución que hace es entre con consumir hoy, pero también decide sobre que legado le deja a su descendencia y de esta forma afectar el ingreso permanente futuro de su heredero. Como se vio al inicio del modelo en el *diagrama 1*, el padre influye con sus decisiones sobre el ingreso de su hijo pero no sobre su propio ingreso presente, el de la generación adulta. Por último, también hay una sustitución en la decisión de enviar a estudiar a su hijo a la educación superior o no, para lo cual se requiere completar el pago de matrícula universitaria dada, y el subsidio dado. Esta decisión no es sobre una variable continua (como nivel de ahorro o de legado) si no discreta, mandar o no mandar a estudiar a la educación superior.

Luego de la resolución del problema de maximización⁷, la forma reducida del ingreso para un individuo calificado o poco calificado es:

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1+r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\} \quad (10)$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\} \quad (10')$$

En las siguientes secciones, ambas expresiones para los ingresos serán cruciales para dividir la fuerza de trabajo entre trabajadores calificados y poco calificados y serán determinantes en las preferencias políticas de los individuos.

7- Solución de equilibrio y derivaciones del modelo

7. i- Decisión Educación

A partir de las condiciones de primer orden y sustituidas en la función de utilidad de los agentes⁸ obtenemos la siguiente función de utilidad indirecta:

⁷ El problema de maximización se plantea en anexo para facilitar la lectura del trabajo Ver anexo metodológico (Aclaración 1).

⁸ Ver anexo metodológico. Sustituimos las ecuaciones $c_t^a(\omega) = (\alpha_1/\alpha_2)y_{t+1}(\omega)/(1+r_{t+1})$ y $c_t^a(\omega) = (\alpha_1/\alpha_2)y_{t+1}(\omega)$. en la ecuación (11*) del programa de maximización de los agentes.

$$U_t(\omega) = \Phi \left(\frac{1}{1+r_{t+1}} \right)^{\alpha_1} [y_{t+1}(\omega)]^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \quad (11)$$

Donde parámetro Φ es una constante independiente de tiempo e independiente de ω . Por lo tanto la Ec. (11) es una expresión que representa la utilidad de los herederos calificados como poco calificados. La forma reducida de la utilidad de los padres es ahora proporcional al ingreso de por vida de sus hijos.

Por lo tanto, si los recursos hacia la educación son asignados por un planificador social utilitarista que maximiza la suma actual de las utilidades individuales, maximiza al mismo tiempo el ingreso agregado de la generación siguiente.

Haciendo uso de la Ec. (11), el siguiente resultado define la proporción de la población que va a recibir la educación superior y a convertirse en mano de obra calificada.

Si A_t denota al conjunto de individuos que eligen invertir en educación superior en el período t . Entonces: una condición necesaria para que A_t sea no vacío es que los ingresos salariales esperados de un trabajador calificado sean superiores a los de uno no calificado.

$$Bw_{t+1} > j(1+r_{t+1})w_t + w_{t+1} \quad (12)$$

Esta ecuación garantiza que ingreso salarial en el período $t + 1$ de algunos jóvenes cuando son calificados será estrictamente mayores que sus ingresos salariales en $t + 1$ cuando son poco calificados⁹.

Suponiendo que la condición (12) se mantiene, si igualamos las utilidades obtenemos el umbral que separa a los individuos que no van a ir a la estudiar a la educación superior de los que sí lo harán¹⁰:

⁹ Alternativamente parámetro B representa también la diferencia de salarios entre una educación especializada trabajador con un título universitario en relación con la de un trabajador de baja calificación con al menos educación secundaria. Ver Hotchkiss y Shiferaw (2011) y las referencias en él para la medición y estimación metodologías de la brecha salarial según nivel educativo.

¹⁰ Ver anexo metodológico (Demostración 1).

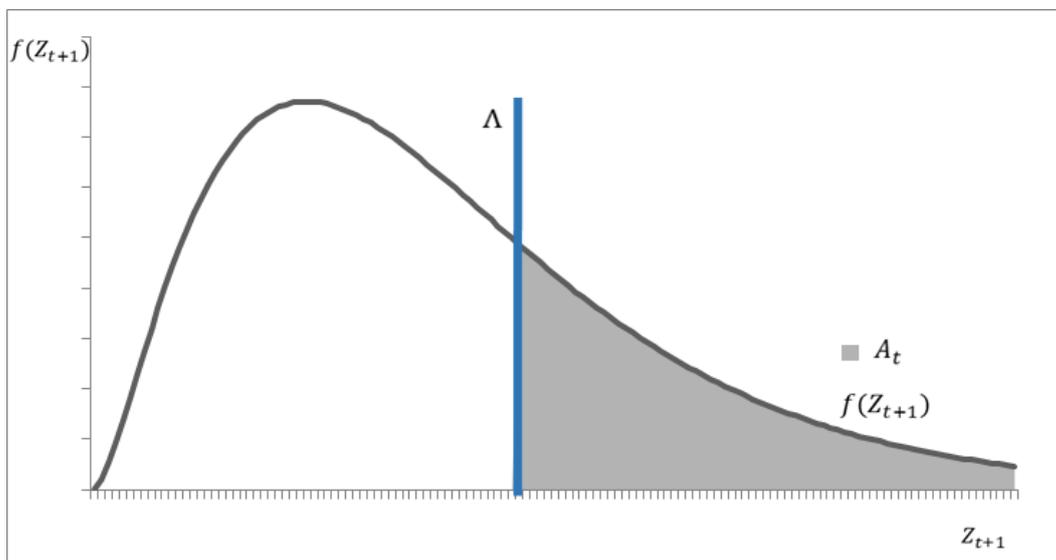
$$\Lambda_t = \left(\frac{1}{1 - \tau} \right) \left[\frac{1}{(B - 1) \frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - jw_t} \right] \left(\frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} \right) \quad (12)$$

Entonces, dada la distribución de $Z_{t+1}(\omega)$ se define al set de estudiantes que van a asistir a la educación superior, el conjunto:

$$A_t = \{\omega \mid Z_{t+1}(\omega) \geq \Lambda_t\} \quad (13)$$

Considerando todas las personas con las dotaciones iniciales superiores a Λ_t se convierten en trabajadores calificados. Por lo tanto, todo $\omega \in L_t$ con una dotación inicial superior a Λ_t invertirá en la educación superior y se convertirá en mano de obra calificada mientras que los otros individuos cuyos hijos tienen una dotación inicial inferior a Λ_t no van a invertir en la educación superior y, por lo tanto, se convierten en personas poco calificadas. El siguiente grafico ilustra la situación descrita, suponiendo una distribución log-normal para Z_{t+1} ¹¹

GRÁFICO 1. Umbral del conjunto de individuos calificados



Fuente: Elaboración propia

El conjunto A_t de las personas que optan por invertir en la educación superior depende de diferentes variables como el costo de la educación superior, el gasto público, la relación salarial sobre renta, entre otros. A su vez queda claro el importante rol que desempeñan los precios de los factores en la formación de tipos de trabajadores, garantizando que

¹¹ Ver Viaene y Zilcha (2013), nota 6.

existan individuos calificados en cada generación. Se desprende de observar el umbral que existen diferentes derivaciones de políticas no exclusivamente educativas que afectan la decisión de educación de los individuos. Para los análisis siguientes, suponemos como dados y constantes en el tiempo los salarios, la tasa de interés y los parámetros j y B .¹²

7. ii- Asignación del gasto público por nivel

Debido a la interdependencia que existe entre algunas variables, el signo de algunos efectos de política sobre el parámetro Λ_t es indeterminado, por lo tanto es necesario derivar el efecto conjunto de la asignación del gasto manteniendo el presupuesto del gobierno equilibrado.

Analizamos el efecto de las variables de gasto del gobierno, resumido en la siguiente expresión: $(m_t^* - g_t)/X_t^\xi$. Si esta expresión aumenta entonces aumenta el umbral y por lo tanto se reduce la cantidad de individuos que deciden educar a sus hijos (el conjunto A_t se reduce)

Retomando las ecuaciones (6) y (7), $E_t = X_t + G_t$ que es simplemente, $E_t = \tau w_t H_t$, una útil expresión abreviada de los ingresos fiscales del gobierno. Denotemos por $\gamma_t, 0 \leq \gamma_t \leq 1$ la fracción de los ingresos del gobierno en el período t asigna a la educación obligatoria. Podemos desagregar el total del gasto educativo en sus dos niveles:

$$X_t = \gamma_t \tau w_t H_t = \gamma_t E_t \quad (14)$$

$$G_t = g_t L(A_t) = (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t = (1 - \gamma_t) E_t \quad (15)$$

Destinar todos los recursos al nivel básico implica $\gamma_t = 1$, entonces el financiamiento de la educación superior es cero ($g_t = 0$) y la educación terciaria es totalmente financiada por los privados. Por otra parte si $g_t = m_t^*$, la educación superior es completamente financiada por los fondos públicos y todos se van a calificar. Combinando las ecuaciones (14) y (15) tenemos la siguiente relación del gasto educativo privado a nivel terciario en relación al gasto educativo público a nivel básico:

¹² Ver Viaene y Zilcha (2013), supuesto 2.

$$\frac{(m_t^* - g_t)}{X_t^\xi} = \frac{m_t^* - (1 - \gamma_t)\tau w_t H_t / L(A_t)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} \quad (16)$$

Resultado 1. Se espera que un aumento de los fondos hacia la educación obligatoria reduzca el conjunto de trabajadores calificados si y solo si:

$$\frac{X_t}{L(A_t)(m_t^* - g_t)} > \xi \quad (17)$$

Esto se cumple bajo el supuesto original del modelo donde el gasto privado se reduce a consecuencia del incremento del gasto público (Sup. 1). En cambio, si esperamos que el gasto privado no reaccione ante variaciones del gasto público, el efecto de un aumento de los fondos hacia el nivel obligatorio, aumenta el conjunto de trabajadores, si y solo si se cumple la condición (17).

Para verificar el Resultado 1, diferenciamos la ecuación (16) respecto a la forma de asignación del gasto:

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi}(\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\} \quad (17b)$$

La Ec. (17b) da respuesta a un aumento en la proporción de gasto en la educación obligatoria sabiendo que ese aumento es logrado a costa de la educación superior. La derivada parcial es positiva, siempre y cuando la condición (17) se mantiene.

Esta condición se obtiene a partir de la imposición de algunos supuestos, en particular, el gasto total en educación debe ser una variable predeterminada es decir no debe depender de la decisión de educar o no educar a los hijos de los adultos en el período t . Para ello se requiere que H_t sea predeterminada, tal como se la definió en la Ec. (5) parte de ella depende del capital humano de los individuos nacidos en t y que no siguen la educación superior. Para quitar el vínculo se requiere que o bien $j = 0$ o si $j > 0$, que estos trabajadores jóvenes no tributen para financiar la educación del período corriente. Esta es una variante requerida de la estructura del modelo de V&Z (2013) y utilizada más adelante en los ejercicios de simulación.

En anexo se deriva el resultado alcanzado en el modelo original tomando en cuenta los supuestos utilizados implícitamente por los autores, además se agrega la derivación completa sin tomar en cuenta los supuestos simplificadores¹³

7. iii- Equilibrio político.

Hasta aquí hemos supuesto que la asignación de los fondos de educación pública (por lo tanto γ_t) dentro del sistema educativo está exógenamente dada. Este supuesto es cuestionable ya que la asignación de los ingresos del gobierno entre estos dos niveles educativos es probable que varíe ante cambios en la tecnología educativa en los distintos niveles, disponibilidad de recursos y condiciones del mercado local e internacional, entre otros. En economías con individuos heterogéneos, la elección de una γ_t “preferida” se puede determinar a través del resultado de algún proceso político en cada período.

Para esto, siguiendo el modelo original, expresemos la renta individual en función de γ_t mediante la sustitución de X_t y $G_t = g_t L(A_t)$. Haciendo uso de las ecuaciones. (10), (10'), los ingresos del individuo ω tanto calificado como no calificado son:

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) \gamma_t^\xi \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi + y_t(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) \gamma_t^\xi \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi + y_t(\omega) - m^* + \frac{(1 - \gamma_t)}{L(A_t)} \tau w_t H_t \right\}$$

Dados los parámetros en cada período t incluyendo H_t y $y_t(\omega)$, ambas expresiones para el ingreso de la generación siguiente son funciones estrictamente cóncavas de $\gamma_t \in [0,1]$.¹⁴ Esto implica que la elección óptima $\gamma_t^*(\omega)$ de cada individuo es única. Cada

¹³ En anexo se demuestra este resultado (Demostración 2 y se agregan algunos comentarios sobre el mismo en la Aclaración 2).

¹⁴ Ver Viaene y Zilcha (2013).

individuo vota entre dos situaciones, por un financiamiento público nulo, es decir, $g_t = 0$, o financiación pública del nivel: $g_t = \bar{g}_t$.

La elección será determinado mediante la comparación de los ingresos de su descendencia en estas dos políticas, a saber: dado $Z_{t+1}(\omega)$ comparamos $y_{t+1}^l(\omega)$ bajo $g_t = 0$, a $y_{t+1}^s(\omega)$ bajo $g_t = \bar{g}_t$. Denotado por $\bar{\gamma}_t$ la fracción del presupuesto de educación asignada a la enseñanza obligatoria, cuando la educación superior es financiada públicamente con $g_t = \bar{g}_t$. La condición que determina la votación en favor de $g_t = \bar{g}_t$ esta dada por:

$$Z_{t+1}(\omega) \geq v_t$$

Donde

$$v_t = \frac{(m^* - \bar{g}_t)[\tau w_t H_t]^{-\xi}}{(1 - \tau)} \left[(B(\bar{\gamma}_t)^\xi - 1) \frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - j w_t \right]^{-1} \quad (18)$$

El umbral v_t en la Ec. (18) particiona la distribución de las dotaciones, es decir, entre los que apoyan la financiación pública de la educación superior al nivel $g_t = \bar{g}_t$ frente a los que apoyan la política alternativa $g = 0$.¹⁵

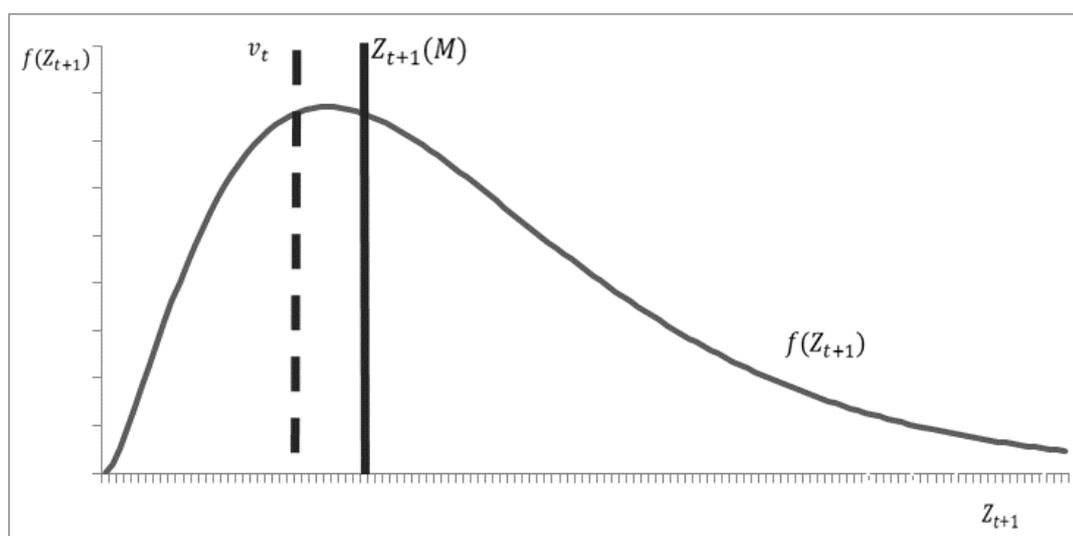
Es decir, todos los votantes con dotación $Z_{t+1}(\omega) \geq v_t$ votará a favor de la financiación pública, todos los otros lo harán en contra.

Denotamos el votante mediano por ' M ' y definimos su dotación inicial con: $Z_{t+1}(M) = \theta_t(M)h_t(M)^v$. Con el fin de llegar a un equilibrio político, es importante conocer la posición relativa del votante medio en la distribución de las dotaciones iniciales.

Resultado 2. Cuando la asignación de recursos para la educación se determina mediante un equilibrio político, aplicando el teorema del Votante Mediano implica que el financiamiento público fue aprobado, es decir, $g_t = \bar{g}_t$, si y solo si $Z_{t+1}(M) \geq v_t$. Así, la forma de la distribución de dotaciones en la generación t importa para determinar el equilibrio.

¹⁵ Ver anexo metodológico (Demostración 3).

GRÁFICO 2. Umbral de votación y votante mediano



Fuente: Elaboración propia

Se obtiene que en una sociedad con mayoría de los trabajadores poco calificados, el votante mediano no favorecerá el desvío de recursos hacia el nivel superior, por lo que la política de subsidio a la universidad no contará con apoyo mayoritario. Los padres que consideran que su hijo se está convirtiendo un trabajador de baja calificación no apoyarán la financiación pública de la educación superior ya que perciben el subsidio como una transferencia de recursos de hacia individuos que tendrán mayores ingresos que sus hijos en el futuro.

Finalmente, cabe notar que este resultado no es producto del estado estacionario, es decir, que la cantidad de trabajadores en favor de una u otra opción es variable en el tiempo y cambian generación a generación según se modifiquen tanto las habilidades innatas de los individuos, el capital humano de sus padres y las diferentes políticas y shock exógenos que modifiquen la relación entre trabajadores calificados y poco calificados.

III. Descripción del sistema educativo uruguayo y calibración del escenario base.

En este apartado se describen las principales características del sistema educativo uruguayo, utilizando datos provenientes del INE; INEEEd, MEC, MEF (CGN), BCU, CEPAL y DGI, para el año 2013. Luego, se presentan algunos supuestos realizados a fin de calibrar las variables y parámetros del modelo en el escenario base, sobre el cual se harán las simulaciones de política.

III.1. Descripción del sistema educativo uruguayo

El gasto público total en educación ascendió en el año 2013 a 2.658 millones de dólares¹⁶. La distribución por niveles educativos muestra que la enseñanza primaria concentra la mayor parte de los recursos, lo cual se asocia a una cobertura de alumnos superior a la de los otros niveles de enseñanza. Le sigue en importancia el gasto en educación media, terciaria y por último la educación sin nivel asociado¹⁷. En el cuadro 14 del anexo se presentan los datos del gasto público y privado por alumno que asisten a centros privados y públicos respectivamente. El cuadro 1 muestra el gasto público y privado a nivel global como normalizados sobre el total de estudiantes según nivel educativo.

CUADRO 1. Gasto en educación en Uruguay en el año 2013 por agente, según niveles. (Valores en USD)

Nivel educativo	Gasto Público (millones)	Gasto Privado (millones)	Gasto total (millones)	Matricula Cantidad de alumnos	Gasto público p/alumno	Gasto privado p/alumno	Gasto total por alumno
Primaria	1.016	320	1.336	423.842	2.397	756	3.152
Secundaria	876	290	1.166	337.634	2.594	858	3.453
Terciaria	539	160	699	185.129	2.909	865	3.774
Sin nivel	228		228				
Total	2.658	770	3.429	946.605	2.567	814	3.381

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEEd, MEC, MEF.

La composición del gasto público en educación por niveles no ha tenido variaciones drásticas en los últimos 10 años. En relación a la capacidad económica del país, se

¹⁶ Se expresan todos los valores en dólares corrientes del año 2013, a un tipo de cambio promedio de 20,48.

¹⁷ Se sigue la metodología de asignación del INEEEd 2014 (ver anexo del informe).

observa que el gasto público en educación ha crecido sensiblemente, paso de representar el 3,2% del PIB en 2004 al 4,4% del PIB en 2014.¹⁸

Al tomar en cuenta la población efectivamente atendida, Uruguay presenta un nivel de gasto público por estudiante en relación con su capacidad económica similar al de varios países de la región latinoamericana, aunque inferior a Argentina y Brasil, y se verifica un rezago respecto a los países con mayor capacidad económica de fuera de la región.

Combinando las estimaciones de gasto público y privado en educación se obtiene una medida del esfuerzo relativo de gasto en educación de la sociedad en su conjunto, en términos de su capacidad económica. El gasto total en educación, incluyendo el público y privado, representó el 6,2% del PIB en 2012; mientras que en 2004 era del 4,5. El peso del financiamiento privado en Uruguay es similar al de Argentina y México, inferior al de Chile y superior a lo que representa en el promedio de los países de la OCDE (16,4%). (INEEd 2014).

Al analizar el gasto total por estudiante (público y privado) en relación con la capacidad económica de los países se observa que Uruguay está en una situación similar a la de México en cuanto a la educación primaria y media, pero continua presentando una brecha con los países de fuera de la región y con Chile. Esto ocurre tanto en la educación obligatoria como en la de nivel terciario, si bien las mayores diferencias se observan en este último nivel.¹⁹

Si se consideran por separado los centros públicos y privados con financiamiento público y privado respectivamente, se puede elaborar el siguiente cuadro de distribución de recursos y matrícula.

¹⁸ Los cálculos y series de datos están disponibles en el anexo de cuadros y datos.

¹⁹ Ver informe de INEEEd 2014.

CUADRO 2. Gasto y matrícula estudiantil por nivel según tipo de centro educativo. (En porcentajes)

Participación en gasto y matrícula				
Nivel	Gasto publico	Gasto privado	Matricula publica	Matricula privado
Primaria	0,76	0,24	0,80	0,20
Secundaria	0,77	0,23	0,87	0,13
Terciaria	0,80	0,20	0,89	0,11

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEed, MEC, MEF.

Luego de adaptados los niveles educativos a tres niveles: primaria, secundaria y terciaria; la estructura del sistema educativo uruguayo nos muestra que tanto a nivel de gasto pero sobre todo en lo relativo a la matrícula, la mayor cantidad de recursos y estudiantes están concentrados en el sector público. Como se puede observar en el cuadro 2, la participación relativa del sector público en el sistema educativo aumenta cuanto más elevados son los niveles. Es decir que mayor es el subsidio cuanto más costosa es la educación.

III.2. Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo

1- Gasto público en educación

Para calibrar el modelo es necesario realizar algunos supuestos simplificadores que ayuden a comprender algunos aspectos relevantes, sin perder capacidad explicativa.

Partiendo del gasto público total en 2013, 2.658 millones de dólares, se excluyen 228 millones de dólares, dados que no puede asignarse específicamente a ningún nivel educativo²⁰. Los diferentes niveles del sistema se agrupan en dos grandes categorías de modo de adaptarlo al modelo teórico. El primer nivel agrupado lo denominamos “obligatorio” o “básico” y comprende los gastos destinados a primera infancia, primaria y enseñanza media básica y superior. El segundo nivel es el “terciario”, “universitario” o “superior” e incluye la formación docente, el nivel terciario no universitario y el universitario en sí.

²⁰ Ver cuadro 1.

CUADRO 3. Distribución del gasto público en educación según niveles
(Valores en USD)

Nivel educativo	Gasto (millones)	Ponderación
Obligatorio	1.892	77,8%
Terciario	539	22,2%
Total	2.430	100,0%

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEed, MEC, MEF.

El parámetro γ representa la proporción de recursos destinados al nivel obligatorio y por tanto $(1 - \gamma)$ al terciario. En el escenario base tenemos que $\gamma = 77,8\%$, el gasto público total $E_t = 2.430$, el gasto público a nivel básico $X_t = 1.892$, y el gasto público hacia el nivel superior $G_t = 539$.

Recordando que $E_t = \tau w_t H_t$, el parámetro τ representa la tasa de impuesto equivalente que se aplica sobre los trabajadores para financiar el gasto en educación, suponiendo que hay equilibrio fiscal. El valor del parámetro es estimado partiendo de la carga tributaria promedio de Uruguay es el 19 % del producto bruto interno.²¹ Como supuesto simplificador consideramos que la carga tributaria²² total es equivalente a un único impuesto. A su vez, el gasto educativo se financia con los ingresos fiscales provenientes de un impuesto que se aplica exclusivamente a los ingresos del trabajo (Ver cuadro 4). En el escenario base, el impuesto sobre el trabajo necesario para financiar el gasto educativo es $\tau = 3,47\%$.

CUADRO 4. Presupuesto público educativo y carga tributaria

Equilibrio presupuestario			
	Gasto Público (millones de USD)	Proporción del gasto (porcentaje)	Impuesto equivalente (τ)
Total presupuesto	13.291	100	19
Educación/Total	2.430	18,28	3,47

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEed, MEC, MEF.

²¹ Datos obtenidos del Informe Panorama fiscal de América Latina y el Caribe Reformas tributarias y renovación del pacto fiscal, CEPAL 2013.

²² La carga tributaria contempla un abanico mucho más amplio de impuestos con diferentes características y fines, que están cargados a otros factores productivos además del trabajo como la tierra y el capital. Además debemos suponer que los ingresos son una aproximación del producto bruto de la economía.

2- Cantidad de alumnos y resultados académicos

Con el objetivo de calibrar con precisión el modelo, recordando que en el modelo el nivel básico es financiado exclusivamente por recursos públicos, se decide excluir tanto el gasto privado como los estudiantes que asisten a centros privados en este nivel. Estos datos son incorporados al análisis en la sección IV.3, donde se incluyen algunas modificaciones al modelo.

Se considera que todos los alumnos de nivel obligatorio concurren a la educación pública, por lo que la cantidad total de alumnos que concurren al nivel obligatorio es $L_t = 634.816$. Suponemos también que en el nivel terciario un alumno promedio recibe un subsidio g_t y paga un monto m_t , se considera el total de alumnos que concurren al nivel terciario igual a $L(A_t) = 185.129$ por lo tanto los jóvenes que no asisten al nivel terciario son $L(\sim A_t) = 449.687$.

CUADRO 5. Alumnos matriculados por niveles, según tipo de prestador

Cantidad de alumnos matriculados				
Nivel	Publico	Privado	Total Sistema	Ajustado al modelo
Obligatoria	634.816	126.660	761.476	634.816
Terciaria	164.313	20.816	185.129	185.129
Total	799.129	147.476	946.605	819.945

Fuente: Elaboración propia en base a datos del MEC.

Existen diferentes maneras de medir la eficiencia educativa en determinado nivel. En este trabajo se estableció el criterio de haber finalizado el nivel secundario con una edad de entre 27 a 29 años, siendo este un nivel de cohorte coherente a los ciclos de vida definidos en el modelo.²³

Así, la tasa de repetición y abandono o *dropout* se define como los estudiantes de 27 a 29 años que no egresaron de la educación básica superior, es decir el último escalón del nivel obligatorio. EL 14,8% asistió a educación media superior pero abandonó, el 1,7% asiste a educación media superior y el 45% nunca alcanzó a asistir a este nivel, de este

²³ Si seleccionamos cualquier cohorte más bajo, entiéndase, somos más exigentes con la edad de finalización, lo que implicaría finalizar el nivel obligatorio sin repetir ningún año, la eficiencia sería de 27,7%. Estas tasas pueden variar según el año seleccionado. Ferrés y Cid trabajaron con la ECH 2006-2007 encuentran que solo el 30% de los jóvenes de 20 años habían finalizado la educación secundaria, según datos la ECH en 2012-2013 del INE procesada por el INEED este valor es 27,7%

modo en un sentido amplio consideramos la tasa de *dropout* o ineficiencia del sistema a los estudiantes comprendidos en estas situaciones, resultando $\vartheta = 61,5\%$ ²⁴. Tal como se expresa la siguiente ecuación (Sup.3), $\xi = 38,5\%$ y representa la proporción de estudiantes que finalizó la educación media. Si bien los porcentajes varían según la cohorte por edad que se realice, los valores tal como nos interesa en nuestro modelo son relativamente estables. La relación entre las variables queda definido como:

$$\xi = 1 - \vartheta \quad (\text{Sup. 3})$$

ϑ representa la tasa de reprobación y/o abandono del sistema educativo en el nivel obligatorio o tasa de *dropout*²⁵.

3- Mercado laboral

El salario promedio mensual de los trabajadores se estimó para el año 2013 en 993 dólares²⁶. Amarante y Dean (2012) obtienen valores similares de salario promedio²⁷. El salario en $t + 1$ podría proyectarse en base a una evolución estimada del índice medio de salarios (IMS), sin embargo podemos suponer que el salario en $t + 1$ descontado a una tasa $1 + r$ es igual al salario en t . En el modelo el salario simplemente impacta sobre los valores de algunos parámetros o variables, pero no afecta en nada los resultados de la estática comparada que se realizarán en las secciones siguientes.²⁸

El parámetro B representa el diferencial salarial que reciben o esperan recibir un trabajador calificado respecto a uno no calificado. El mismo se estima considerando la media de los salarios de ambos tipos de trabajadores.²⁹ Al igual que el caso del salario, este parámetro es exógeno en nuestro modelo y no lo consideramos sujeto a cambios como consecuencia de las políticas a analizar. Sin embargo se debe tener presente que las políticas específicas sobre la redistribución del ingreso y en particular de los salarios afectan las decisiones de optimización de los individuos.

²⁴ Informe del INEE en base a ECH 2012-2013. INE.

²⁵ Notación propia en base a V&Z (2013) y Raj y Howard (2013).

²⁶ Estimaciones realizadas partir de la ECH 2013 del INE.

²⁷ Los autores estiman que el ingreso promedio mensual en el período de estudio (1997-2009) ascendió a \$14.097 (pesos uruguayos de diciembre de 2009), lo que actualizado por el IMS da 22.313 pesos, valores cercanos a nuestra estimación de 20.331 pesos uruguayos o 993 dólares.

²⁸ Dado que consideramos fijo el parámetro y no lo sometemos a análisis de sensibilidad, el salario no es considerada una variable determinante en nuestro trabajo y hasta podría tratarse como numerario sin perder precisión en los resultados

²⁹ Se anexa tabla con valores obtenidos a partir de la ECH 2012-2013. Algunos resultados comparables con este valor pueden verse en Alves et al. 2012.

En tanto j es la edad relativa en la que los jóvenes abandonan los estudios para ingresar al mercado de trabajo. Este valor se estima considerando la opción dicotómica de estudiar o trabajar, tal vez no del todo realista para el caso uruguayo. Es decir que si j está acotado entre 0 y 1, siendo 1 cuando un “joven” finaliza la universidad, se supone que en promedio sucede a los 28 años, y que ingresan al mercado laboral en promedio a los 20 años, lo que representaría un $j = 0,29$, además, en el escenario base, $B = 2$; y los ingresos salariales anuales $w_t = 11.912$.³⁰

4- Parámetros per cápita

Trabajamos con el supuesto de que existe un valor de la matrícula y una cuota para asistir a la universidad o algún estudio terciario. El costo de la matrícula y la cuota están sintetizadas en la variable m_t^* estimada como un promedio del gasto por estudiante en la educación pública y privada. Los valores del gasto por alumno según el prestador van desde 3,28 a 7,73 mil dólares por alumno según sean públicos o privados. Esto arroja una estimación del costo de la matrícula como promedio ponderado de 3,78 mil dólares.

CUADRO 6. Gasto por alumno según tipo de prestador a nivel terciario

Nivel	Cantidad de alumnos			Gasto por alumno (miles de USD)		
	Público	Privado	Total	Público	Privado	Promedio ponderado
Terciaria	164.313	20.816	185.129	3,28	7,73	3,78

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

El parámetro g_t es el subsidio per cápita del gobierno a la educación terciaria y m_t el gasto privado por alumno en este nivel. Así m_t^* es la suma de ambos³¹ o lo que es lo mismo, el ratio entre el gasto total en nivel terciario en relación al total de alumnos.

Mientras el modelo original asume la existencia de un valor fijo para la matrícula terciaria, en este trabajo consideramos la posibilidad de que un aumento del gasto público no desplace al gasto privado, (Sup.1). Los datos³² muestran que el gasto público evolucionó, en los últimos diez años, a mayor velocidad que el gasto privado, lo que

³⁰ Los valores de los salarios están expresados en dólares en el modelo, en tanto que j se estima como el tiempo restante de la juventud destinada al trabajo, $(1-20/28)$.

³¹ En anexo se discute sobre la evidencia empírica del Supuesto 1.

³² Ver INEEd 2014.

supone un desplazamiento de tipo parcial, es decir un comportamiento intermedio entre las dos hipótesis que hemos propuesto.

El cuadro 7 muestra cómo quedan determinadas las variables agregadas y por estudiante que se utilizarán en la calibración del escenario base, luego de excluidos tanto el gasto privado como los estudiantes que asisten a centros privados.

CUADRO 7. Gasto educativo público y privado según niveles, globales y por estudiante

(Valores en USD)

Nivel educativo/ Financiador	Gasto agregado (millones)			Alumnos matriculados	Gasto por estudiante (miles)		
	publico	privado	total		publico	privado	total
Obligatoria	1.892		1.892	634.816	2,98		2,98
Terciaria	539	160	699	185.129	2,91	0,87	3,77
Total	2.430	160	2.590	819.945	2,96	0,94	3,91

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

En resumen, los parámetros de gasto per cápita vinculan los datos de gastos agregados con las variables de matrícula según el nivel. Como resultado en el escenario base tenemos, $m_t^* = 3,77$; gasto privado por estudiante en terciaria, $m_t = 0,86$; gasto público o subsidio por estudiante en universidad, $g_t = 2,91$ y gasto público por estudiante en nivel obligatorio, $x_t = 2,98$ (Ver cuadro 7, Gasto por estudiante). Una vez definidos todos los parámetros del modelo quedan determinados los umbrales de decisión de los agentes. Así el umbral de calificación $\Lambda = 0,0048$ y el umbral político $v = 0,00586$. El siguiente cuadro sintetiza las variables de gasto y matrícula seleccionados para representar la economía uruguaya.

CUADRO 8. Resumen de variables y parámetros del modelo calibrados para el escenario base.

Variable o parámetro	Definición de la variable o parámetro.	Valores (año 2013)
X_t	Gasto público en el nivel obligatorio (Millones de USD)	1.892
G_t	Gasto público en el nivel terciario (Millones de USD)	539
E_t	Gasto público educativo total (Millones de USD)	2.430
γ	Proporción de recursos públicos destinados al nivel obligatorio (en porcentaje)	77,8
$L(A_T)$	Cantidad de estudiantes que asisten al nivel terciario	185.129
$L(\sim A_T)$	Cantidad de estudiantes que no asisten al nivel terciario	449.687
L_t	Total de estudiantes que asisten a nivel básico y obligatorio.	634.816
ϑ	Tasa de abandono y repetición (en porcentaje)	61,5
ξ	Tasa de eficiencia del sistema educativo a nivel obligatorio (en porcentaje)	38,5
B	Diferencial salarial por calificación o “skill premium”	2
w_t	Salario líquido promedio anual (miles de USD)	11,9
j	Edad relativa en que los jóvenes abandonan el sistema educativo e ingresan al mercado laboral(entre 0 y 1)	0,29
τ	Impuesto sobre el salario (en porcentaje)	3,47
m^*	Valor de la matrícula terciaria por estudiante (miles de USD)	3,77
m	Gasto privado por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	0,86
g	Gasto público por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	2,91
x	Gasto público por estudiante en el nivel obligatorio (miles de USD)	2,98
Λ_t	Umbral de educación o calificación (sobre mil)	4,80
v_t	Umbral de apoyo político al subsidio al nivel superior (sobre mil)	5,86

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

IV. Resultados de simulación de políticas y derivaciones

En este apartado se presentan los resultados de las simulaciones de políticas de gasto público sobre las decisiones microeconómicas de educación de los agentes y la viabilidad política de implementar estas acciones. Se incorporan variaciones al modelo original que lo vuelven más realistas para el caso uruguayo. Finalmente se resumen los principales resultados y derivaciones del modelo.

IV.1. Resultados sobre la formación de capital humano

Los diferentes ejercicios de políticas que se realizan consideran la variación marginal de una de las variables o parámetros *ceteris paribus*. Los ejercicios propuestos son: Ejercicio 1: incremento marginal del gasto público, E_t , manteniendo el equilibrio presupuestal, mediante ajuste de impuestos en el mismo período t . Ejercicio 2: incremento marginal de los recursos destinados al nivel obligatorio, γ_t en detrimento del nivel terciario. Ejercicio 3: mejora marginal en el grado de eficiencia del nivel obligatorio ξ .

Los ejercicios de simulación se realizan sobre los umbrales de decisión de los agentes respecto si volverse o no calificados (Ec. 12'), bajo dos hipótesis extremas sobre el grado de dependencia del gasto privado respecto al subsidio público. En la simulación también se supone que el capital humano (H_t) está dado durante un intervalo de tiempo, por ejemplo se sustenta únicamente con los aporte de los adultos activos en el período t .

CUADRO 9. Efecto de simulación de políticas sobre el umbral de calificación bajo dos escenarios.

Políticas / Escenarios (Valor del Umbral en el escenario inicial: $\Lambda = 0,0048$)	1-Gasto privado variable	2-Gasto privado rígido
Ejercicio 1. Incremento del gasto público (E_t) en 1% manteniendo equilibrio presupuestal.	-3,7%	-0,3%
Ejercicio 2. Desvío de recursos en favor del nivel obligatorio (γ) en 1%.	11,4%	-0,4%
Ejercicio 3. Mejora marginal (1%) en el grado de eficiencia del nivel obligatorio (ξ)	-4,2%	-4,2%

Fuente: Elaboración propia

Uno de los reclamos populares más fuertes hacia el gobierno de turno es el del incremento del gasto público destinado a la educación. Los resultados del ejercicio 1 muestran que el incremento del gasto, manteniendo la asignación entre niveles, reduce el valor del umbral de trabajadores calificados, es decir, aumentan la cantidad de personas calificadas en el periodo siguiente, siendo mayor el efecto bajo la hipótesis de que el gasto privado reacciona ante variaciones del gasto público que cuando es independiente.

El incremento de los recursos totales implica aumentar los recursos hacia ambos niveles. En consecuencia el efecto final observado en la simulación es producto de tres efectos: *a*) en primer lugar, aumenta el número personas preparadas para acceder al nivel superior debido al incremento del gasto en el nivel básico (x_t); *b*) en segundo lugar, baja el gasto privado en educación superior debido al aumento del subsidio público (g_t); *c*) en tercer lugar, baja el premio en términos absolutos que se obtiene de la educación universitaria, esto se debe al mayor pago de impuestos necesario para sostener el incremento del gasto.³³

En el caso en que el gasto privado reacciona ante variaciones del subsidio público, como el efecto conjunto de *a*) + *b*) predominan sobre *c*), se observa que el umbral decrece. Cuando el gasto privado en educación es rígido, el efecto *b*) no existe y *a*) predomina sobre *c*), el umbral decrece pero en menor proporción.

El ejercicio 2 implica desvío de fondos hacia un sector en detrimento del otro. Justamente, uno de los objetivos del trabajo es poner en discusión la regla de asignación que actualmente existe, implícitamente más que explícita, de tipo inercial, en la asignación de recursos entre diferentes niveles educativos (o a agentes ejecutores del gasto asociado a estos niveles).³⁴ Se observa que los efectos de asignación del gasto entre niveles tienen signos contrapuestos según el grado de sustitución del gasto privado y gasto público a nivel superior, teniendo en consecuencia resultados indeterminados de esta política sobre la formación de capital humano.

³³ Esto se observa al comparar las ecuaciones (10) y (10'). Notar que este efecto se produce debido a que en el modelo suponemos que los impuestos caen sobre los trabajadores, mientras que en la realidad el efecto *c*) puede diluirse pues los impuestos recaen sobre otras personas y actividades productivas, no exclusivamente sobre capital humano.

³⁴ Suele asociarse a los agentes ejecutores: ANEP al nivel obligatorio y UDELAR al nivel terciario.

En este segundo ejercicio de simulación, un desvío de recursos hacia el nivel básico, bajo la hipótesis de que el gasto privado varía en función del gasto público, se observa un aumento del umbral (menos personas van a volverse calificadas) debido a que un menor subsidio implica una mayor carga económica para los individuos (o sus familias) al momento de concurrir a la educación superior, volviendo al sistema más segmentado y exclusivo. Si en cambio el gasto privado es rígido ante variaciones del gasto público, el mayor gasto en el nivel básico reduce el umbral y genera más agentes calificados en el futuro. Así, el incremento de recursos hacia el nivel básico tiene mayor impacto que la reducción del subsidio en el nivel superior, resultando en mayor cantidad de personas con habilidades para acceder al nivel terciario.

Notar que nuevamente los resultados comentados en el párrafo anterior son consecuencia de dos efectos contrapuestos producto del desvío de recursos desde el nivel superior hacia el nivel básico: a) una mayor cantidad de personas preparadas para recibir educación superior y volverse calificados; b) mayor carga de gasto privado en educación superior y entonces menos personas con capacidad de educarse. En el cuadro 9 se observa que cuando el gasto privado reacciona ante variaciones del gasto público, el efecto de b) es superior al de a), en tanto que si el gasto privado es rígido, el efecto b) desaparece y el umbral se reduce a causa del efecto señalado en a).

En contraposición, la política de incremento de gasto hacia el sector terciario, en detrimento de recursos hacia el nivel obligatorio impacta positivamente en la reducción del umbral, incrementando la mano de obra calificada de la economía, bajo la hipótesis de que el gasto privado reacciona a variaciones del gasto público y por lo tanto existe una contracción del gasto privado ante un incremento del gasto público.

El efecto es de signo contrario si el gasto privado es independiente del gasto público. Entonces un incremento de g_t implica una disminución en x_t , entendiéndose menos recursos para la educación básica, que dada la eficiencia del sistema a nivel básico, implica una menor cantidad de jóvenes capaces de acceder al nivel terciario, por lo tanto menor capacidad de la economía de generar capital humano a futuro.

En este caso un incremento de los subsidios al nivel superior en detrimento de recursos hacia el nivel básico, implica: a) menor cantidad de personas con capacidad de acceder al nivel superior; b) menor gasto requerido de las familias para acceder a la educación

superior. Cuando el efecto de b) domina al de a), entonces se observa una reducción del umbral. Si el gasto privado de las familias no depende del subsidio público entonces el efecto b) desaparece y el umbral aumenta su valor.

Los resultados del tercer ejercicio de simulación muestran que una caída en la tasa de *dropout* o una mejora en la eficiencia, produce resultados contundentes sobre el umbral de decisión, bajo cualquier hipótesis respecto al comportamiento del gasto privado, debido al efecto multiplicador propio del sistema jerárquico. En consecuencia, si bien la forma de asignar el gasto es fundamental, para lograr efectos contundentes, las políticas deberían poder afectar la eficiencia del sistema.

IV.2. Resultados de economía política

El umbral v_t es otro canal por el cual las condiciones del mercado internacional afectan el sistema educativo. Los ejercicios de simulación son los mismos que el caso anterior pero sobre el umbral de apoyo político (Ec. 18).

Al igual que vimos con la simulación sobre el umbral de calificación del modelo, los efectos de las políticas son variados en su signo y magnitud. Un aumento del gasto público total (ejercicio 1) aumenta el apoyo político al incrementar el subsidio al nivel superior dado que habrá más gente recibiendo el subsidio y al mismo tiempo más personas con capacidad de acceder a él en el futuro (aumento de gasto a nivel básico).

CUADRO 10. Efectos de la simulación sobre el umbral político bajo dos escenarios.

Políticas / Escenarios (Valor del Umbral en el escenario inicial: $v = 0,00586$)	1-Gasto privado variable	2-Gasto privado rígido
Ejercicio 1. Incremento del gasto público (E_t) en 1% manteniendo equilibrio presupuestal.	-3,7%	-0,3%
Ejercicio 2. Desvío de recursos en favor del nivel obligatorio (ν) en 1%.	10,4%	-1,3%
Ejercicio 3. Mejora marginal (1%) en el grado de eficiencia del nivel obligatorio (ξ)	-3,9%	-3,9%

Fuente: Elaboración propia

En el ejercicio 2 se observa que el apoyo a subsidiar el nivel avanzado se da cuando (gasto privado es independiente del subsidio público) aumenta la cantidad de personas con capacidad de ingresar al nivel avanzado sin volver el nivel superior más

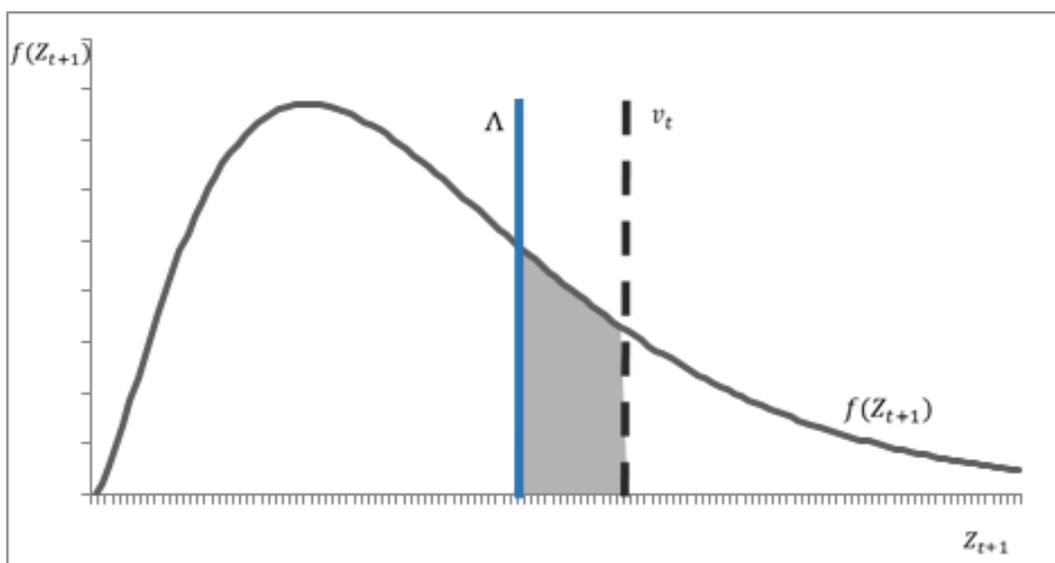
segmentado o elitista (visto como el aumento de la participación del gasto privado sobre el costo total, m/m^*). En cambio si el gasto privado reacciona ante variaciones del gasto público, al incrementarse x_t reducimos g_t y aumenta el gasto privado necesario para acceder a la educación terciaria, volviendo la educación superior menos accesible para más sectores de la población.

Cuando el desvío de recursos hacia el nivel terciario desplaza al gasto privado, aumenta el apoyo a subsidiar el nivel terciario, ya que alivia la carga económica del privado. En cambio si el nivel de gasto privado se mantiene constante, el incremento de subsidios conlleva un aumento de la calidad pero a costa de empeorar la educación básica, lo cual reduce el apoyo popular debido a que más personas consideran que están pagando impuestos por servicios de los que no se beneficiarán, reduciendo así la viabilidad política de su aplicación.

Se observa en el ejercicio 3 del cuadro 10 como una mejora en la eficiencia del sistema educativo a nivel básico, logra que la población esté más dispuesta a apoyar un subsidio público en la educación terciaria, siendo este el resultado más contundentes para los dos escenarios planteados.

Si comparamos la posición de los parámetros de partición en la distribución de las dotaciones observamos que: si el umbral de votación de apoyo al subsidio público es mayor al umbral de optar por un hijo calificado con financiamiento público en el nivel terciario, $v_t > \Lambda_t$, entonces algunos de los individuos que votaron en contra de la financiación pública de la educación superior invertirán en educación superior una vez se brinde financiamiento público. Es decir que a pesar de que un gobierno no tenga apoyo político para la política de subsidio, si este se implementa, luego contará con el apoyo adicional de los recursos privados. El gráfico 3 ilustra la situación descrita.

GRÁFICO 3. Comparación del umbral de decisión de educación y apoyo político



Fuente: Elaboración propia

Finalmente, vale notar que excepto la política de aumento de gasto, donde las variaciones de los umbrales son similares, para el resto de las políticas el umbral de apoyo político muestra una menor sensibilidad que el umbral de partición de mano de obra calificada y no calificada. Esto trae importantes implicancias de economía política, ya que significa que los efectos de las medidas del gobierno sobre el sistema educativo tendrán un mayor impacto real que el que reconozcan los votantes. En consecuencia, cuanto menos benevolente y más político sea el interés del gobierno, más inercial será su accionar.

IV.3. Modificaciones a la estructura del modelo

Hasta aquí se trabajó con el supuesto del modelo original de que el nivel obligatorio del sistema educativo es exclusivamente público tanto en su financiamiento como en su prestación. Una forma de modelizar mejor la realidad es incorporar el financiamiento privado en el nivel educativo básico. Si bien existen varias formas de hacerlo, pensamos en tres alternativas según diferentes supuestos que representen el comportamiento de los agentes.

Una primera opción es considerar que el momento de la decisión relevante para formar a su hijo como agente calificado no se da en el nivel terciario sino antes, por ejemplo, en el nivel secundario básico. Entonces estamos frente a un problema similar al del modelo original, con la diferencia de que el momento de la decisión es temporalmente anterior.

La modelización adecuada sería simplemente ajustando los niveles educativos y resolver el problema de maximización del agente de modo de despejar el umbral de decisión en concordancia con el momento de decisión de los individuos.

Un segundo camino sería considerar la hipótesis de que el gasto privado es rígido y no depende del nivel del gasto público en educación básica. Esta opción implica suponer que la educación básica es financiada tanto por el gobierno como por agentes privados y por lo tanto el gasto privado a nivel básico se incorpora al problema de maximización como una restricción adicional al ingreso disponible del individuo en el período corriente.

La tercera alternativa configura un escenario más realista y complejo, e implica suponer que el agente decide por su hijo en cada etapa educativa, pudiendo cambiar de prestador privado a público en cualquier momento. Este escenario implica considerar un sistema educativo segmentado tanto por prestador como por tipo de financiamiento. Para modelizar esta alternativa se debe modificar el modelo de tal modo que existan como mínimo dos momentos críticos en la decisión de los agentes, uno para cada vez que tienen que decidir si enviar o no a sus hijos a un centro público o privado, dependiendo de sus capacidades, historial de rendimiento académico, conocimientos adquiridos, etc.

En el trabajo se incorpora al nivel básico del modelo los estudiantes que asisten a centros de enseñanza privados y el financiamiento mediante el gasto privado de las familias siguiendo el segundo camino planteado, considerando que esta modificación agrega realismo al modelo sin modificar la esencia del mismo. Manteniendo los supuestos para la calibración del modelo establecidos en la sección III.2 los datos globales de la economía uruguaya ajustados al modelo quedan entonces como indica el siguiente cuadro:

CUADRO 11. Resumen de variables en el escenario base del modelo modificado.*

Variable o parámetro	Definición de la variable o parámetro.	Valores (año 2013)
X_t	Gasto público en el nivel obligatorio (Millones de USD)	1.892
\bar{O}_t	Gasto privado en el nivel obligatorio (Millones de USD)	613
U_t	Gasto total a nivel obligatorio (Millones de USD)	2.505
Q_t	Gasto privado total (Millones de USD)	773
E_t	Gasto educativo total (Millones de USD)	3.203
$L(A_t)$	Cantidad de estudiantes que asisten al nivel terciario	185.129
$L(\sim A_t)$	Cantidad de estudiantes que no asisten al nivel terciario	576.347
L_t	Total de estudiantes que asisten a nivel básico y obligatorio.	761.476
o	Gasto privado por estudiante en el nivel obligatorio (miles de USD)	0,80
m	Gasto privado por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	0,86
x	Gasto público por estudiante en el nivel obligatorio (miles de USD)	2,48
g	Gasto público por estudiante en el nivel terciario (miles de USD)	2,91
Λ_t	Umbral de educación o calificación (sobre mil)	4,63
v_t	Umbral de apoyo político al subsidio al nivel superior (sobre mil)	6,21

Fuente: Elaboración propia en base a datos CGN, MEF. *Ver Cuadro 16 en anexo por el detalle de los valores de los parámetros. Las variables que no se incluyen en el cuadro no sufren variaciones respecto a la calibración base inicial.

Interacción entre variables

Al incorporar el gasto privado al nivel obligatorio se debe modelizar la interacción entre este y el gasto público, tal como se estableció entre estos para el nivel terciario (supuesto 1). Se trabaja con la hipótesis de que el gasto privado es rígido y no depende del nivel del gasto público en educación básica.

El gasto en educación de las familias en el nivel obligatorio es incorporado como un consumo del período corriente al problema de maximización de la utilidad en forma de restricción sobre el ingreso de las familias³⁵. Definimos las siguientes variables:

Gasto en educación a nivel obligatorio $U_t = \bar{O}_t + X_t$. Siendo \bar{O}_t el pago privado en el nivel obligatorio y X_t los correspondientes fondos públicos para financiar la educación pública en el nivel obligatorio, U_t es el total de recursos destinados a la formación básica de las capacidades de los individuos en la economía.

Se supone que no existe relación causal entre la asistencia a los centros privados en los diferentes niveles, ni relación entre asistir a educación privada en el nivel básico y la decisión de convertirse en mano de obra calificada (asistir a nivel terciario)³⁶.

Los resultados de las simulaciones realizadas con las modificaciones al modelo sobre los umbrales de decisión de los agentes (volverse un agente calificado y dar apoyo político subsidiar la educación superior, respectivamente) arrojan igual signo que las realizadas para el escenario base y con impactos similares.

CUADRO 12. Cuadro comparativo de simulación de políticas entre el modelo original y el modificado.

Ejercicios/ Tipo de Modelo	Gasto Privado variable				Gasto Privado rígido			
	Umbral calif Λ		Umbral político v		Umbral calif Λ		Umbral político v	
	Original	Modif.	Original	Modif.	Original	Modif.	Original	Modif.
Escenario Inicial*	4,80	4,63	5,86	6,21	4,80	4,63	5,86	6,21
Ejercicio 1	-3,7%	-3,6%	-3,7%	-3,6%	-0,3%	-0,4%	-0,3%	-0,2%
Ejercicio 2	11,4%	11,4%	10,4%	10,1%	-0,4%	-0,5%	-1,3%	-1,6%
Ejercicio 3	-4,2%	-4,2%	-3,9%	-3,9%	-4,2%	-4,3%	-3,9%	-3,9%

Fuente: Elaboración propia.

³⁵ En anexo se detalla cómo se modifican algunas ecuaciones del modelo. El supuesto que se mantiene desde el modelo original, es que la calificación de los agentes está relacionada a la decisión de asistir (o no) a la educación terciaria. Puede considerarse que el momento de decisión más relevante para los agentes (o familias) no es el de asistir a la educación terciaria sino cuando el individuo adquiere las habilidades previas, en educación básica y hasta pre escolar. La modificación del momento de decisión de los agentes debería considerar que los padres deciden en una primera instancia sobre su hijo respecto a cuál centro educativo asistir, y luego el joven podrá optar (cuando tenga edad) si trabajar o volverse más calificado.

³⁶ Comentarios en anexo metodológico.

Si comparamos los efectos de políticas sobre los umbrales encontramos que, manteniendo el supuesto de que el gasto privado a nivel terciario se mantiene invariante ante cambios en los subsidios públicos, el incremento de recursos destinado al sector educativo (ejercicio 1) ve amortiguado su impacto sobre los umbrales de decisión.

La reasignación de recursos de un nivel hacia otro es la que política que presenta comparativamente, mayor variación en su impacto, aunque manteniendo el mismo signo que en el modelo original.

Finalmente los impactos de una mejora en la eficiencia del nivel obligatorio es prácticamente igual que en el modelo base, manteniéndose inalterada su importancia en los umbrales de decisión de los agentes. Por otra parte, en las simulaciones realizadas bajo el supuesto de que el gasto privado varía en función del gasto público, no se aprecian cambios de signo ni variaciones significativas en los valores de los parámetros respecto a la simulación del modelo original. En síntesis la incorporación del gasto privado en el nivel obligatorio no cambia sustancialmente los resultados obtenidos respecto al modelo original.

IV.4. Principales resultados

La educación juega un rol fundamental en la formación de capital humano de la personas en el crecimiento de la economía como factor productivo y sobre la formación de capacidades y el desarrollo humano de una sociedad. La naturaleza jerárquica de la educación implica una asimetría esencial entre la educación básica y superior. Una característica fundamental parte de que la naturaleza secuencial del proceso de educación hace que el gasto en la educación básica y superior no sean sustitutos perfectos.

Mientras que el gasto en educación superior sólo afecta a la producción de capital humano avanzado, el gasto en educación básica afecta a la acumulación de capital humano a través de dos canales diferentes. Por un lado, la educación básica produce el capital humano en sí mismo, es decir, proporciona a los individuos un conocimiento general necesario para conseguir un trabajo no calificado, y por el otro, produce los insumos necesarios para generar capital humano calificado. De esta manera, las diferentes políticas de asignación del gasto por alumno en diferentes niveles, impactan de forma distinta en la acumulación de capital humano.

En economías pequeñas como la nuestra, diferentes tipos de políticas que a priori parecen ajenas a los aspectos educativos, como son la inserción internacional del país, la políticas macroeconómicas monetarias y fiscales, que entre otras terminan afectando la tasa de interés del capital, están íntimamente relacionadas con las decisiones microeconómicas de los agentes referidas a la generación de capital humano y por tanto al desarrollo económico.

Dada la variedad de interacciones a considerar en el conjunto de la economía, se selecciona el modelo teórico desarrollado por Viaene y Zilcha (2013) que articula todas las variables de interés y mediante algunas adaptaciones y modificaciones nos brinda importantes resultados aplicados al caso concreto del sistema educativo uruguayo.

El trabajo estudia el impacto de algunas políticas públicas sobre las decisiones microeconómicas de las familias, sus efectos macroeconómicos y la viabilidad política de su implementación.

Los resultados obtenidos muestran que un incremento en los recursos totales destinados a la educación, siguiendo la misma regla de distribución entre niveles, lleva a un equilibrio con una mayor cantidad de personas calificadas y al mismo tiempo aumenta la viabilidad política de un incremento de recursos públicos hacia la educación terciaria.

Los ejercicios de simulación de políticas ilustran que el efecto de las diferentes medidas de política económica sobre la formación de capital humano, dependen del grado de sustitución que presenta gasto privado en educación en relación al gasto público. En tal sentido los efectos de reasignación de gasto son indeterminados si no se conoce el comportamiento de estas variables. La calidad de la educación pública, el retorno esperado de la educación en relación a otros activos, las restricciones de crédito son algunos de los factores que pueden explicar que tan cerca de uno u otra hipótesis de comportamiento se ubiquen los individuos.

Las políticas de reasignación de recursos por niveles pueden tener importantes impactos en la generación de capital humano. Si consideramos la hipótesis de que el gasto privado responde a variaciones de los subsidios públicos a nivel terciario, entonces un incremento de los recursos hacia el nivel básico, en detrimento del nivel avanzado, reduce la mano de obra calificada de la economía en un primer momento y hace menos

viable que las personas apoyen políticas de subsidio al nivel terciario, ya que de mantenerse este tipo de políticas, es menos probable que sus hijos puedan alcanzar niveles mayores de calificación debido a que ahora la educación terciaria requiere de mayores aportes privados.

En tanto, bajo este mismo supuesto, la política de re asignar los recursos hacia el nivel terciario en perjuicio del básico lleva en el corto plazo a un incremento de la mano de obra calificada y un mayor apoyo político, en la medida de que los padres observan un menor gasto privado en la educación de sus hijos. No obstante debe observarse que el sostenimiento de esta política, sin modificar la eficiencia del sistema básico, llevará a tener una base cada vez menor de personas con capacidad de acceder a los niveles terciarios.

La otra alternativa es suponer que el gasto privado es independiente del gasto público, siendo esta la hipótesis que si bien no es considerada en el modelo original, tiene sustento en el comportamiento observado en la última década del gasto privado en el sistema educativo uruguayo. Esto implica un sistema educativo segmentado, donde el gasto de los padres en educación se ve inalterado ante incrementos del gasto público.

Bajo esta hipótesis, un incremento de recursos hacia el nivel básico incrementa la mano de obra calificada y hace más viable políticamente el subsidio al nivel avanzado, en tanto que un incremento de recursos hacia el nivel terciario contrariamente a lo que se supondría, reduce el nivel de mano de obra calificada y la viabilidad política de destinarle mayores recursos, esto debido a que se reducen los aportes al nivel básico, lo que en este sistema jerárquico y con un nivel de eficiencia dado, reduce cantidad de personas con capacidades para poder concurrir al nivel terciario en el futuro. A pesar de los resultados encontrados, se debe tener en cuenta que un cambio en el régimen de financiamiento es complejo debido a la existencia de rigideces en el gasto y necesidades mínimas para mantener abierto un centro educativo.

Al evaluar los efectos de una mejor utilización de los recursos actuales del sistema educativo, se observa que una mejora marginal en la eficiencia del nivel obligatorio muestra importantes impactos tanto en la generación de mano de obra calificada como en la viabilidad política de brindar subsidios adicionales al nivel terciario. Sin embargo para poder mejorar la eficiencia de los recursos educativos destinados a una población

heterogénea y con entornos sociales complejos, son necesarios esfuerzos y recursos adicionales.

Finalmente se presentan diferentes derivaciones analíticas que ilustran los efectos de las políticas públicas sobre el crecimiento económico y las finanzas públicas. Así, un incremento del salario en relación a la renta y/o una mejora de tecnología en el sistema educativo, reflejada tanto en su eficiencia del sistema educativo como en la prima salarial que obtiene a futuro un individuo por ser calificado, el producto de la economía decrecerá en el presente pero tendrá un incremento en los períodos futuros. Esto se da debido a que una expansión del número de personas dispuestas a volverse capacitadas hoy, impactara negativamente sobre el capital humano disponible en la economía, pero este será mayor en los periodos futuros.

El descenso inicial en el capital humano y en la producción se debe a una participación laboral más baja de los jóvenes que asistirán a la universidad. Algunos individuos que planeaban inicialmente ser personas poco calificadas ahora deciden estudiar más tiempo y, por tanto, dejar el conjunto de trabajadores poco calificados que en lugar de tributar en este periodo pasan a recibir subsidios, impactando negativamente sobre las arcas públicas. El stock de capital humano disponible para la producción disminuye y la economía también enfrenta una salida en el flujo de capital físico y una disminución de la producción durante el período actual.

Utilizar los recursos públicos para movilizar jóvenes desde el mercado laboral hacia la educación superior puede resultar ineficiente desde el punto de vista económico, debido a que estos subsidios irán hacia unos pocos, cuando si se mejorara la educación básica, el beneficio sería generalizado. A su vez esta política implicará aumentar el déficit fiscal, debido a que incrementa los gastos (más subsidios) y disminuye los ingresos (menos contribuyentes), en la proporción de jóvenes que pasan de ser aportantes a beneficiarios.

Estos resultados pueden explicar la falta de incentivos y dificultades a las que se enfrenta un gobierno en el corto plazo al implementar políticas de subsidios educativas que aunque se espera impacten positivamente sobre el capital humano y el producto bruto en el futuro, presentan efectos negativos sobre las finanzas públicas y la producción presente, coincidiendo con los tiempos político-electorales.

V. Reflexiones finales.

El trabajo aborda algunos de los complejos problemas que presenta el sistema educativo uruguayo desde un enfoque macro con fundamentos microeconómicos, intentando conceptualizar las principales variables intervinientes vinculadas a la formación de capital humano y la asignación de recursos públicos a la educación.

Se deriva del estudio que el impacto de las políticas públicas para generar capital humano depende del grado de sustitución entre el gasto educativo privado y el gasto público. En particular el impacto de las políticas de reasignación de gasto ente niveles del sistema educativo es el más sensibles al grado de sustitución entre estas variables. En tanto un incremento de los recursos públicos y/o una mejora de la eficiencia del sistema a nivel básico presentan resultados robustos en la generación de capital humano, independientemente del comportamiento del gasto de las familias.

Asimismo, con la sola reasignación de gastos por niveles se puede modificar la formación de capital humano y el desarrollo futuro de la economía. Entendemos que las reglas de asignación de gasto de tipo inerciales no favorecen el crecimiento sostenido a mediano y largo plazo. Cualquier regla o reasignación de gasto entre niveles debe incorporar el grado de sustitución existente entre el gasto privado en educación y los recursos públicos. A su vez, si la asignación del gasto público educativo está alineada a otras políticas macroeconómicas, esta tendrá mayor impacto sobre el crecimiento futuro y el desarrollo de las capacidades de las personas.

Por otra parte, ante la visión de que los subsidios a nivel terciario son regresivos, la respuesta lógica es asignar mayores recursos hacia el nivel obligatorio, lo que implica con recursos escasos, reducir los aportes para el nivel superior. Entonces, es necesario incorporar reformas en el financiamiento del nivel terciario para no aumentar la segmentación y exclusión que esta medida provocaría sobre el sistema educativo actual. No obstante el margen de maniobra pública para redistribuir recursos está limitado, entre otros motivos, debido a la necesidad de preservar la calidad de la formación terciaria pública del país.

Algunas políticas que favorecen el crecimiento económico a mediano y largo plazo, tienen efectos negativos de corto plazo sobre las finanzas y la opinión públicas, lo que

reduce los incentivos del gobierno a impulsarlas. Se vuelve inminente la necesidad de elaborar una política educativa nacional que exceda los periodos electorales y que al mismo tiempo sea acompañada por otras políticas públicas que alineen los incentivos de los agentes.

Bibliografía

- Alves G., Amarante V., Salas G., y Vigorito A. (2012), La desigualdad del ingreso en Uruguay entre 1986 y 2009. Instituto de Economía. DT 03/12.
- Amarante y Dean (2012), Dinámica del mercado laboral formal uruguayo. Revista de economía, Vol. 20, N° 1, Mayo 2013. ISSN: 0797-5546.
- Arclean y Schiopu (2010), Public versus private investment and growth in a hierarchical education system. Article in Journal of Economic Dynamics and Control 34(4):604-622.
- Bevia y Iturbe-Ormaetxe (2002), Redistribution and Subsidies for Higher Education. The Scandinavian Journal of Economics Volume 104, Issue 2, pages 321–340, June 2002.
- Blankenau W., Simpson N. y Tomljanovich M. (2005), Public education expenditures, taxation and growth: Linking data to theory.
- D. Card and A.B. Krueger. (1990), Does school quality matter? returns to education and the characteristics of public schools in the united states.
- Marisa Bucheli (2000), El empleo de los trabajadores con estudios universitarios y su prima salarial. Documentos de trabajo N° 8. Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Sociales.
- CEPAL (2013), Panorama fiscal de América Latina y el Caribe. Reformas tributarias y renovación del pacto fiscal. LC/L.3580©. Naciones Unidas.
- Driskill R. y Horowitz A. (2002). Investment in Hierarchical Human Capital. Review of Development Economics, 6(1), 48–58, 2002.
- Driskill R., Horowitz A. y Méndez F. (2009), Hierarchical Human Capital and Economic Growth: Theory and Evidence. Journal of Institutional and Theoretical Economics JITE 165 (2009), 723– 743 ©2009 Mohr Siebeck – ISSN 0932-4569.
- Estevan Fernanda y Verheyden Bertrand (2005), The political economy of public spending between compulsory and higher education. Department of Economics, University of Ottawa, 55 Laurier E. Ave, Ottawa, ON, Canada, K1N 6N5.
- Eckwert y Zilcha (2012), Private Investment in Higher Education: Comparing Alternative Funding Schemes. Economica Volume 79, Issue 313, pages 76–96, January 2012.
- Fernández y Rogerson (1995), On the Political Economy of Education Subsidies. The Review of Economic Studies Vol. 62, No. 2 (Apr., 1995), pp. 249-262.
- Ferrés y Cid (2009), Estudiando los retornos a la educación que esperan percibir los jóvenes uruguayos: recomendaciones para los diseñadores de políticas públicas sobre educación. Fondo de Investigación Carlos Filgueiraô– Programa INFAMILIA – Ministerio de Desarrollo.
- Furtado, M. y Llambí, C. (2005), Gasto Público en Educación: composición, evolución reciente y desafíos, en Inversión en la infancia en Uruguay, UNICEF.

- Garrat y Marshall (1994), Public Finance of Private Goods: The Case of College. *Journal of Political Economy* 1994, 102 (3), 566-582.
- Gradstein y Justman (1995), Competitive investment in higher education: The need for policy coordination. *Economics Letters*, 1995, vol. 47, issue 3-4, pages 393-400.
- Hanushek (1995), Interpreting recent research on schooling in Developing Countries. Working paper N°3. University of Rochester.
- Hanushek (2002), Publicly Provided Education. *Handbook of Public Economics*, in: A. J. Auerbach & M. Feldstein (ed.), *Handbook of Public Economics*, edition 1, volume 4, chapter 30, pages 2045-2141 Elsevier.
- Hanushek y Woessmann (2010), Do better schools lead to more growth? Cognitive skills, economic outcomes, and causation. *J Econ Growth* (2012) 17:267–321 DOI 10.1007/s10887-012-9081-x.
- Hanushek E. y Wößmann L. (2007), The Role of Education Quality in Economic Growth. World Bank Policy Research Working Paper 4122.
- Harbison y Hanushek (1992), School Resources and Student Achievement: Worldwide Findings and Methodological Issues. *Educate-Special Issue*, March 2008, pp 19-30.
- Hotchkiss y Shiferaw (2011), Decomposing the education wage gap: everything but the kitchen sink. *Rev. Fed. Reserve Bank St. Louis* 93 (4), 243–271.
- INEE (2014), Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2014, Instituto de Evaluación Educativa (INEE), Montevideo, Uruguay.
- Johnson G.E. (1984), Subsidies for higher education. *J. Labor Econ.* 2, 303–318.
- Lucas E. (1988), On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics* 22 (1988) 3-42. North-Holland.
- MEC (2013), Anuario estadístico de educación. Ministerio de Educación y Cultura. República Oriental del Uruguay. Edición amparada al decreto 218 / 96. Depósito legal 365.988.
- Moreira M., Patrón R. y Tansini R. (2007), La escuela pública: “Puede y debe rendir más...”. Resultados escolares de la cohorte de alumnos que cursaban 1° año en las escuelas públicas de Montevideo 1999-2005. Publicación de CSIC, Asdi y DECON.
- Patrón y Vaillant (2012), Presupuesto y logros educativos: claves para entender una relación compleja. El caso uruguayo. *Revista Uruguaya de Ciencia Política - Vol. 21 N°1 - ICP – Montevideo*.
- Patrón y Vaillant (2012b), Public Expenditure on Education and Skill Formation: Is There a Simple Rule to Maximize Skills? ISSN 1360-0818 print/ISSN 1469-9966 online/12/020261-11 q 2012 Oxford Department of International Development <http://dx.doi.org/10.1080/13600818.2012.678323>.
- Raj Subedi Bidya, Howard Mark (2013), Predicting High School Graduation and Dropout for At-Risk Students: A Multilevel Approach to Measure School Effectiveness. School District of Palm Beach County, Florida, U.S.A.
- Restuccia y Urrutia (2004), Intergenerational persistence of earnings: The role of early and college education. *The American Economic Review*, 94(5): 1354–1378.

- Rivkin, Hanushek y Kain, (2005), Teachers, Schools, and Academic Achievement. *Econometrica*, Vol. 73, No. 2. (Mar., 2005), pp. 417-458.
- Romero Gabriel (2007), Does the possibility of opting out of public education favor expenditure on basic education? Departamento de Fundamentos del Análisis Económico, Universidad de Alicante.
- Sen (1980). Equality of What? In *The Tanner Lecture on Human Values, I*, 197-220. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sen (2001). *Development as freedom* (2nd ed.). Oxford New York: Oxford University Press.
- Su Xuejuan (2004), The allocation of public funds in a hierarchical educational system. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(12):2485–2510.
- Su Xuejuan (2006), Endogenous Determination of Public Budget Allocation Across Education Stages. *Economics, Finance and Legal Studies*, University of Alabama, Tuscaloosa, AL 35487-0224.
- Viaene y Zilcha (2013), Public funding of higher education. *Journal of Public Economics* - 108 (2013) 78–89.
- Viaene y Zilcha (2002), *Journal of economic dynamics & control*, Volumen 26, Números 7-12.
- Zilcha (2003), Intergenerational transfers, production and income distribution. *Journal of Public Economics*, 87(3-4):489–513.

Anexos

A. Anexo metodológico

II. Modelo teórico. Problema de maximización de los individuos (Nota 7- Aclaración 1)

$$MAX_{s_t, b_t, m_t} [U_t(\omega) = (c_t^a(\omega))^{\alpha_1} (c_t^r(\omega))^{\alpha_2} (y_{t+1}(\omega))^{\alpha_3}] \quad (11^*)$$

Sujeto a:

$$m_t(\omega) = 0 \quad ; \quad b_t(\omega) \geq 0 \quad (12^*)$$

$$c_t^a(\omega) = y_t(\omega) - s_t(\omega) - b_t(\omega) - m(\omega) \geq 0 \quad (13^*)$$

$$c_t^r(\omega) = (1 + r_{t+1})s_t(\omega) \geq 0 \quad (14^*)$$

Donde $y_t(\omega)$ y $y_{t+1}(\omega)$ son los ingresos correspondientes, dados ambos por las ecuaciones (10) y (10'), y $h_{t+1}^l(\omega)$ es definido por Ec. (3') para un trabajador poco calificado ($m_t(\omega) = 0$)

O considerar el problema de Maximización planteado en la ecuación (11*) reemplazando la restricción (12*) por (12*') y manteniendo (13*) y (14*), siendo:

$$m_t(\omega) = m_t = m_t^* - g_t; \quad b_t(\omega) \geq 0 \quad (12'^*)$$

Mientras $h_{t+1}^s(\omega)$ es definido den la Ec. (3) para un trabajador calificado ($m_t(\omega) = m_t^* - g_t$) y $y_t(\omega)$ y $y_{t+1}(\omega)$ están definidos por las ecuaciones (10) y (10').

Para los dos problemas de maximización planteados, dados $K_0, H_0, \{(c_t^a(\omega)), (c_t^r(\omega)), s_t(\omega), b_t(\omega), m_t(\omega); w_t, r_t\}_{t=0}^{\infty}$ es un equilibrio competitivo si:

- i. Para cada fecha t, dados los precios de los factores (w_t, r_t) y la política de educación pública $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$, el óptimo, bajo las condiciones (11*) - (14*) para el hogar ω con un legado $b_{t-1}(\omega)$, es $[c_t^a(\omega), c_t^r(\omega), s_t(\omega), b_t(\omega), m_t(\omega)] \geq 0$
- ii. Dada la función de producción agregada, el salario de trabajo efectivo w_t está determinado por el producto marginal (efectivo) del capital humano.
- iii. La política educativa $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$ es factible y por lo tanto la restricción presupuestaria del gobierno en la Ec. (7) se mantiene en cada período t.

Después de sustituir todas las restricciones, las condiciones de primer orden que conducen a las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo son (suponiendo soluciones interiores):

Condiciones de primer orden.

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad si \quad b_t(\omega) > 0 \quad (15^*)$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} < \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad si \quad b_t(\omega) = 0 \quad (15'^*)$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{c_t^r(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad (16^*)$$

La condición de primer orden en las Ecuaciones (15*) y (15'*) es la maximización de utilidad con respecto a $b_t(\omega)$, y en la Ec. (16*) lo es con respecto a $s_t(\omega)$. Asumimos que las transferencias intergeneracionales son unidireccionales y por lo tanto no puede tomar valores negativos a lo largo de la trayectoria de equilibrio. Esto es garantizado por la siguiente condición suficiente. Dada la política educativa factible $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^{\infty}$ y la tasa de interés internacional $\{r_t\}$, para todas las generaciones siguientes t y todos los $\omega \in N_t$, el consumo óptimo satisface:

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} \leq \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1+r_{t+1})} \quad t = 1, 2, \dots \quad (15^{**})$$

De las ecuaciones (14*), (15*) y (16*) obtenemos que:

$$s_t(\omega) = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \frac{1}{(1+r_{t+1})} y_{t+1}(\omega) \quad (17^*)$$

Usando la Ec. (17*) y las definiciones del ingreso de las Ec. (10) y Ec. (10'),

$$y_{t+1}^l(\omega) = (1-\tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}] + (1+r_{t+1})b_t^l(\omega)$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = (1-\tau)h_{t+1}^s(\omega)w_{t+1} + (1+r_{t+1})b_t^s(\omega)$$

Obtenemos la expresión para el legado si los herederos se volvieron trabajadores poco calificados.

$$b_t^l(\omega) = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} s_t(\omega) - \frac{(1-\tau)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1+r_{t+1})} h_{t+1}^l(\omega) \geq 0 \quad (18^*)$$

Igualmente, para un heredero calificado:

$$b_t^s(\omega) = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} s_t(\omega) - \frac{(1-\tau)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} h_{t+1}^s(\omega) \geq 0 \quad (18^{*'})$$

Debido a la libre movilidad de capitales, ambas transferencias intergeneracionales son afectadas por las condiciones del mercado internacional. Esto se debe a que cuando los padres son racionalmente altruistas y toman decisiones hacia el futuro con respecto a transferencias financieras directas y/o inversiones para adquirir habilidades, comparan el retorno del capital físico con el del capital humano. Por lo tanto, en esta consideración se toma en cuenta la tasa de interés futuro y el salario futuro respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones. (18*) y (18*'*) en las ecuaciones. (10) y (10'), respectivamente, y haciendo uso de condiciones de primer orden (15*) y (16*) se obtiene la forma reducida del ingreso del individuo ω que es tanto un heredero calificado o poco calificado:

Notar que podemos resolver plenamente de la trayectoria del equilibrio competitivo, teniendo en cuenta los parámetros en el período t (incluyendo $Z_{t+1}(\omega)$). Usando las dos expresiones anteriores, vemos que $y_{t+1}(\omega)$ se puede calcular en el período t , por lo tanto podemos resolver para el óptimo $(c_t^a(\omega), c_t^r(\omega), s_t(\omega))$, usando las Ecs. (15*), (16*) y (17*). Las dos expresiones para $y_{t+1}(\omega)$ exhiben una persistencia intergeneracional en los ingresos, es decir:

$$\frac{\partial y_{t+1}^l(\omega)}{\partial y_t(\omega)} = \frac{\partial y_{t+1}^s(\omega)}{\partial y_t(\omega)} = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1})$$

Esta expresión es creciente en el parámetro de altruismo α_3 y la tasa de interés en un período futuro. En particular, la persistencia es similar para todos los hogares ω desde α_3 se supone que es el mismo para todas las familias y $(1 + r_{t+1})$ es dado para todos.

II. Modelo teórico. Demostración del Umbral de calificación (Nota 10-Demostracion 1).

Considere el caso en que el joven es calificado. Sustituyendo las condiciones de primer orden en la Ec. (13*) y resolver para $b_t(\omega)$. Haciendo uso de la Ec. (18*) somos capaces de resolver $y_{t+1}^s(\omega)$. Repito los mismos pasos para el caso en que el mismo joven es poco calificados para derivar $y_{t+1}^l(\omega)$.

$$y_{t+1}^s(\omega) > y_{t+1}^l(\omega) \Leftrightarrow U_t^s(\omega) > U_t^l(\omega)$$

Implica

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{((1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\}$$

Recordando que $m_t = m_t^* - g_t$ y $Z_{t+1} = \theta_t(\omega) h_t^v(\omega)$
Re expresamos.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\} \\ & > \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi \right. \\ & \left. + y_t(\omega) \right\} \end{aligned}$$

Tenga en cuenta que esta desigualdad se mantiene sólo si la condición (12) se mantiene. Más sobre ella es fácil comprobar que cuando la Ec. (12) se cumple el conjunto de individuos calificados está dada por la Ec. (13).

$$\begin{aligned} (1 - \tau)B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi w_{t+1} - m_t(1 + r_{t+1}) \\ > (1 - \tau)\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \end{aligned}$$

$$\theta_t(\omega)h_t^v(\omega) \left\{ (1 - \tau)BX_t^\xi w_{t+1} - (1 - \tau)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \right\} > m_t(1 + r_{t+1})$$

Entre corchetes tenemos: $(1 - \tau)BX_t^\xi w_{t+1} - (1 - \tau)X_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] = (1 - \tau)X_t^\xi \{Bw_{t+1} - w_{t+1} - jw_t(1 + r_{t+1})\}$

Despejo y sustituyo Z_{t+1}

$$Z_{t+1} > \frac{m_t(1 + r_{t+1})}{(1 - \tau)X_t^\xi} \left[\frac{1}{(B - 1)w_{t+1} - jw_t(1 + r_{t+1})} \right]$$

Multiplico dentro y fuera de $\left[\frac{1}{(B-1)\frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t} \right]$ por $(1 + r_{t+1})$

Me queda el Umbral:

$$\Lambda_t = \left(\frac{1}{1-\tau} \right) \left[\frac{1}{(B-1)\frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t} \right] \left(\frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} \right)$$

$$(m_t = m_t^* - g_t)$$

Luego:

$$\Lambda_t = \{\omega \mid Z_{t+1}(\omega) \geq \Lambda_t\}$$

II. Modelo teórico. Demostración del Resultado 1 (Nota 13-Demostración 2).

Para demostrar el siguiente resultado,

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi}(\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Consideremos

$$X_t^\xi = [\gamma_t \tau w_t H_t]^\xi$$

$$G_t = g_t L(A_t) = (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t, \text{ por lo tanto,}$$

$$g_t = \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)}$$

Utilizando la derivada del producto, y suponiendo m_t^* exógeno:

$$\frac{\partial(m_t^* - g_t)}{\partial \gamma_t} = \frac{\tau w_t H_t}{L(A_t)};$$

Y

$$\frac{\partial X_t^{-\xi}}{\partial \gamma_t} = \frac{\partial [\gamma_t \tau w_t H_t]^{-\xi}}{\partial \gamma_t} = -\xi (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi-1} (\tau w_t H_t)$$

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t) * X_t^{-\xi})}{\partial \gamma_t} = \frac{\tau w_t H_t}{L(A_t)} (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi} + \left[m_t^* - \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)} \right] (-\xi) (\gamma_t \tau w_t H_t)^{-\xi-1} (\tau w_t H_t)$$

Factorizando

$$\frac{\tau w_t H_t}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{L(A_t)} + \left[m_t^* - \frac{(1 - \gamma_t) \tau w_t H_t}{L(A_t)} \right] \frac{(-\xi)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)} \right\}$$

Sustituimos g_t y X_t dentro de los paréntesis rectos quedando la expresión de la forma:
 $\left[\frac{m_t^* - g_t}{X_t} (-\xi) \right]$

Entonces operando convenientemente con X_t y ξ obtenemos:

$$\frac{\tau w_t H_t}{\gamma_t^\xi \tau w_t H_t^\xi} \frac{\xi}{X_t} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Desarrollando X_t y operando en el denominador fuera del paréntesis obtenemos la expresión deseada.

II. Modelo teórico. Comentarios de la derivación del Resultado 1 (Nota 13-Aclaración 2).

Sin utilizar los supuestos antes mencionados, la derivación del umbral implica la iteración más compleja entre las variables, de modo que:

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi} (\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

Consideremos

$$X_t^\xi = [\gamma_t \tau w_t H_t]^\xi$$

$$\frac{\partial((m_t^* - g_t)/X_t^\xi)}{\partial \gamma_t} = \frac{\xi}{\gamma_t^{1+\xi} (\tau w_t H_t)^\xi} \left\{ \frac{1}{\xi L(A_t)} X_t - (m_t^* - g_t) \right\}$$

$$\Lambda_t = k_t r_t = \frac{m_t^* - g_t}{X_t^\xi} = k_t \frac{m_t^* - (1 - \gamma_t) \tau w_t H_t / L(A_t)}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} =$$

$$k_t \left[\frac{m_t^*}{(\gamma_t \tau w_t H_t)^\xi} - \frac{1}{L(A_t) \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{\xi-1}} + \frac{1}{L(A_t) \gamma_t^{\xi-1} (\tau w_t H_t)^{\xi-1}} \right] =$$

$$\Lambda_{t\gamma} = k_t \left[\frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{(\tau w_t H_t)^{\xi-1} \gamma_t^\xi (\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + \xi \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{2\xi} (\tau w_t H_t)^{2(\xi-1)}} \right. \\ \left. - \frac{(\tau w_t H_t)^{\xi-1} \gamma_t^{\xi-1} (\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + (\xi - 1) \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{2(\xi-1)} (\tau w_t H_t)^{2(\xi-1)}} \right] =$$

$$k_t \left[\frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{(\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + \xi \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} - \frac{(\Lambda_{t\gamma} L_{\Lambda_t}(A_t) + (\xi - 1) \gamma_t^{-1} L(A_t))}{L(A_t)^2 \gamma_t^{(\xi-1)} (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right]$$

$$\Lambda_{t\gamma} \left[1 - \frac{(1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right] = k_t \left\{ \frac{m_t^*}{\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi} + \frac{L(A_t) [\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1)]}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right\}$$

$$\Lambda_{t\gamma} \left[\frac{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)} - (1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right] =$$

$$\begin{aligned}
& k_t \left\{ \frac{m_t^* L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1} + (\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi) L(A_t) [\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1)]}{(\xi \gamma_t^{-1} X_t^\xi) L(A_t)^2 \gamma_t^\xi (\tau w_t H_t)^{(\xi-1)}} \right\} \\
\Lambda_{t\gamma} &= \frac{X_t^\xi L(A_t) [m_t^* L(A_t) (\tau w_t H_t)^{-1} + \xi \gamma_t^{-1} (\xi \gamma_t^{-1} - (\xi - 1))]}{L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1} - (1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)} \\
&= \frac{\left\{ m_t^* + \frac{g}{(1 - \gamma_t)} \xi \gamma_t^{-1} [\xi \gamma_t^{-1} - (1 - \xi)] \right\}}{1 - \frac{(1 - \gamma_t) L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t)^2 X_t^\xi (\tau w_t H_t)^{-1}}} = \\
&= \frac{\left\{ m_t^* + \frac{g}{(1 - \gamma_t)} \xi \gamma_t^{-1} [\xi \gamma_t^{-1} - (1 - \xi)] \right\}}{1 - \left[\frac{g L_{\Lambda_t}(A_t)}{L(A_t) X_t^\xi} \right]}
\end{aligned}$$

Lo que no arroja el mismo resultado que el obtenido por los autores.

II. Modelo teórico. Demostración del umbral de economía política (Nota 15-Demostración 3)

Considere el caso en que el joven es calificado. Sustituyendo las condiciones de primer orden en la Ec. (13*) y resolver para $b_t(\omega)$. Haciendo uso de la Ec. (18* \wedge) somos capaces de resolver $y_{t+1}^s(\omega)$. Repito los mismos pasos para el caso en que el mismo joven es poco calificados para derivar $y_{t+1}^l(\omega)$.

$$y_{t+1}^s(\omega) > y_{t+1}^l(\omega) \Leftrightarrow U_t^s(\omega) > U_t^l(\omega)$$

Implica

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau) [j w_t (1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi + y_t(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau) w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) X_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\}$$

Recordando que $X_t^\xi = [\bar{\gamma}_t \tau w_t H_t]^\xi$ y $Z_{t+1} = \theta_t(\omega) h_t^v(\omega)$; $\gamma_t = \bar{\gamma}_t$
Re expresamos.

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau) [j w_t (1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) \gamma_t^\xi \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi + y_t(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau) w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) \gamma_t^\xi \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi + y_t(\omega) - m^* + \frac{(1 - \gamma_t)}{L(A_t)} \tau w_t H_t \right\}$$

Recordando que $\frac{(1 - \gamma_t)}{L(A_t)} \tau w_t H_t = g_t$ y que si en la alternativa de $y_{t+1}^l(\omega)$ implica que $g_t = 0$ entonces $\gamma_t = 1$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) [\bar{\gamma}_t \tau w_t H_t]^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t(\omega) \right\} \\ & > \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1 - \tau)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1 + r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) [\bar{\gamma}_t \tau w_t H_t]^\xi + y_t(\omega) \right\} \end{aligned}$$

Tenga en cuenta que esta desigualdad se mantiene sólo si la condición (12) se mantiene. Sobre ella es fácil comprobar que cuando la Ec. (20) se cumple el conjunto de individuos calificados está dada por la Ec. (13).

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - \tau)w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} B Z_{t+1}(\omega) [\tau w_t H_t \bar{\gamma}_t]^\xi - m^* + \bar{g}_t + y_t(\omega) \\ & \geq \left[\frac{(1 + r_{t+1})}{1 - \tau} \right]^{-1} [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] Z_{t+1}(\omega) [\tau w_t H_t]^\xi + y_t(\omega) \\ & (1 - \tau) B Z_{t+1}(\omega) w_{t+1} [\bar{\gamma}_t \tau w_t H_t]^\xi - m^* + \bar{g}_t (1 + r_{t+1}) \\ & > (1 - \tau) Z_{t+1} [\tau w_t H_t]^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \end{aligned}$$

Despejo Z_{t+1}

$$Z_{t+1}(\omega) > \frac{(m^* - \bar{g}_t)(1 + r_{t+1})}{\left\{ (1 - \tau) B \gamma_t^\xi \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi w_{t+1} - (1 - \tau) \tau^\xi w_t^\xi H_t^\xi [jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}] \right\}}$$

Reacomodando términos esto implica

$$\frac{(m^* - \bar{g}_t) [\tau w_t H_t]^{-\xi}}{(1 - \tau)} \left[\frac{(1 + r_{t+1})}{(B \gamma_t^\xi - 1) \left(\frac{w_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} \right) - jw_t \frac{(1 + r_{t+1})}{(1 + r_{t+1})}} \right] Z_{t+1}(\omega) \geq v_t$$

Donde

$$v_t = \frac{(m^* - \bar{g}_t) [\tau w_t H_t]^{-\xi}}{(1 - \tau)} \left[(B(\bar{\gamma}_t)^\xi - 1) \frac{w_{t+1}}{1 + r_{t+1}} - jw_t \right]^{-1}$$

III. Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo- Comportamiento de m_t^* . (Nota 31-Supuesto 1)

La Ec. (2) recoge la interacción entre el valor de la matrícula terciaria, el gasto privado en este nivel y el subsidio público ($m_t^* = m_t + g_t$).

Sabemos que el gobierno puede realizar política fiscal activa incrementando o disminuyendo el nivel de subsidio (g_t). Consideramos un supuesto de comportamiento del gasto privado (m_t) entre dos escenarios extremos, uno en el que depende del gasto público, ante un incremento del subsidio público el gasto privado se reduce y por lo tanto el valor de la matrícula (m_t^*) se mantiene constante (supuesto original del modelo) y en el otro extremo, el escenario en que el gasto privado no responde ante variaciones del subsidio público, entonces m_t es constante y m_t^* variable.

En algunas economías o segmentos de mercado, el valor de la matrícula de acceso a centros educativos se observa como una variable de mercado, que varía según el tipo de formación, carrera y prestigio de centro educativo, entre otros. Sin embargo en Uruguay esto es más complejo, ya que si bien existen centros privados para los cuales podría obtenerse un valor promedio de la matrícula los mismos captan el 11% del mercado, lo cual hace complejo estimar el valor de la variable para el total del mercado a partir de esta proporción. El restante 89% del servicio es provisto por centros públicos, subsidiados por el estado, y por lo tanto no existen precios de mercado para estos servicios. Definir así el valor de m_t^* , implica el uso de algunos supuestos.

Un análisis de comportamiento de estas variables en los últimos 10 años nos puede aportar elementos sobre el realismo de las hipótesis planteadas. El gasto privado en educación redujo su participación respecto del 30% al 25% respecto al gasto total, lo que apoya la hipótesis de la existencia de una matrícula fija, en la cual el gasto público desplaza al gasto privado. Sin embargo para que exista un desplazamiento total deberíamos pensar que ante un incremento dado del gasto público, el gasto privado se desplaza en igual proporción.

Por otra parte el informe también indica que en los últimos nueve años la participación de la enseñanza terciaria aumento de 17% a 21% del gasto privado curricular, como resultado de la significativa expansión de los servicios de enseñanza universitaria y terciaria no universitaria brindados por el sector privado. Lo que daría soporte a la hipótesis de que no existe desplazamiento de un tipo de gasto por otro, por lo que una matrícula con valor variable representa mejor la realidad, donde el gasto privado es rígido ante un incremento de los recursos públicos hacia el nivel terciario. En este sentido estos mayores recursos aumentarían el “costo de la matrícula”, estimada como el cociente entre el total de recursos destinados al nivel terciario sobre la cantidad de personas que reciben educación en ese nivel.

IV. Ejercicios de simulación de políticas- Aclaración sobre modificaciones al modelo (Nota 34)

Función de maximización con Gasto privado a nivel obligatorio

Gasto en educación a nivel obligatorio $U_t = \bar{O}_t + X_t$. Siendo \bar{O}_t el pago privado en el nivel obligatorio y X_t los correspondientes fondos públicos para financiar la educación pública en el nivel obligatorio, U_t es el total de recursos destinados a la formación básica de las capacidades de los individuos en la economía.

El capital humano del individuo promedio queda definido ahora como:

$$h_{1t+1}(\omega) = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)U_t^\xi$$

Donde $h_t(\omega)$, representa el capital humano de los padres y U_t representa la inversión total durante la juventud de la persona en la educación obligatoria.

Las elasticidades v y ξ representan la eficacia del capital humano de los padres en sus esfuerzos en pro de educar a sus hijos, y la eficiencia del sistema educativo en la generación del capital humano respectivamente: v se ve afectada por la educación en la casa y antecedentes familiares, mientras que ξ es afectada por el sistema escolar, los maestros, el tamaño de las clases, infraestructura, barrio, etc.

Suponemos que los valores de estos parámetros son iguales para los centros públicos y privados. Este es posiblemente uno de los supuestos más fuertes del modelo y tal vez poco realista para el caso uruguayo dado que la justificación de la existencia de los prestadores privados de

enseñanza posiblemente se base en la diferenciación de al menos uno de estos dos parámetros respecto a los centros públicos.³⁷

Es decir que muchos de los padres que eligen enviar a sus hijos a un centro privado pueden ser por una mejor calidad y por tanto mejor eficiencia en la generación del capital humano ξ . O bien para brindar un entorno y redes de un capital humano similar al suyo, generalmente asociado a un mayor v . Existiendo como resultados una marcada segmentación social a nivel educativo.

Manteniendo el supuesto sobre el nivel terciario y la existencia de matrícula

$$m_t^* = m_t + g_t$$

Es el pago neto que cada individuo paga en el período t para acceder a la educación superior.

$$h_{t+1}^s(\omega) = Bh_{1t+1} = B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)U_t^\xi$$

Se le denomina entonces como trabajador calificado (denotado por s). Para simplificar nuestro análisis (sin restringir la generalidad) asumimos que B es independiente del tiempo. En contraste, si un agente $\omega \in N_t$ no se inscribe en educación superior, su capital humano está determinado únicamente por la educación obligatoria escolar:

$$h_{t+1}^l(\omega) = h_{1t+1} = \theta_t(\omega)h_t^v(\omega)U_t^\xi$$

Llamamos a este agente un trabajador de baja calificación (denotado por l). En lugar de asistir a alguna institución de educación superior después de su realizada su educación básica, un agente poco calificado trabaja durante parte de su juventud con las habilidades básicas que adquirió, las cuales figuran en la Ec. (3'). Suponemos que todas las personas de baja calificación trabajan durante una parte j ($0 \leq j < 1$) de su juventud. Trabajan plenamente, desde el período $t + 1$, los ingresos que obtiene un trabajador poco calificado ω , después de los impuestos al salario son:

$$(1 - \tau)h_{t+1}^l(\omega)[jw_t(1 + r_{t+1}) + w_{t+1}]$$

Donde $(1 + r_{t+1})$ es el retorno del capital en el periodo $t+1$; w_t y w_{t+1} son los salarios por unidad de trabajo efectivo en la fecha t y $t + 1$ respectivamente

$$MAX_{s_t, b_t, m_t} [U_t(\omega) = (c_t^a(\omega))^{\alpha_1} (c_t^r(\omega))^{\alpha_2} (y_{t+1}(\omega))^{\alpha_3}] \quad (11^*)$$

Sujeto a:

$$m_t(\omega) = 0 ; b_t(\omega) \geq 0 \quad (12^*)$$

$$c_t^a(\omega) = y_t(\omega) - o_t(\omega) - s_t(\omega) - b_t(\omega) - m(\omega) \geq 0 \quad (13^*)$$

³⁷ Escuela pública y privada en Argentina: una comparación de las condiciones de escolarización en el nivel medio. Natalia Kruger- María Marta Formichella
Pruebas contrarias : Desigualdad de oportunidades y el rol del sistema educativo en los logros de los jóvenes uruguayos Cecilia Llambí, Marcelo Perera Pablo Messina

$$c_t^r(\omega) = (1 + r_{t+1})s_t(\omega) \geq 0 \quad (14^*)$$

Donde $y_t(\omega)$ y $y_{t+1}(\omega)$ son los ingresos correspondientes, dados ambos por las ecuaciones (10) y (10'), y $h_{t+1}^l(\omega)$ es definido por Ec. (3') para un trabajador poco calificado ($m_t(\omega) = 0$)

O considerar el problema de Maximización planteado en la ecuación (11*) reemplazando la restricción (12*) por (12*') y manteniendo (13*) y (14*), siendo:

$$m_t(\omega) = m_t = m_t^* - g_t; b_t(\omega) \geq 0 \quad (12^*')$$

Mientras $h_{t+1}^s(\omega)$ es definido den la Ec. (3) para un trabajador calificado ($m_t(\omega) = m_t^* - g_t$) y $y_t(\omega)$ y $y_{t+1}(\omega)$ están definidos por las ecuaciones (10) y (10').

Para los dos problemas de maximización planteados, dados $K_0, H_0, \{(c_t^a(\omega)), (c_t^r(\omega)), s_t(\omega), b_t(\omega), o(\omega), m_t(\omega); w_t, r_t\}_{t=0}^\infty$ es un equilibrio competitivo si:

- iv. Para cada fecha t, dados los precios de los factores (w_t, r_t) y la política de educación pública $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^\infty$, el óptimo, bajo las condiciones (11*) - (14*) para el hogar ω con un legado $b_{t-1}(\omega)$, es $[c_t^a(\omega), c_t^r(\omega), s_t(\omega), b_t(\omega), m_t(\omega)] \geq 0$
- v. Dada la función de producción agregada, el salario de trabajo efectivo w_t está determinado por el producto marginal (efectivo) del capital humano.
- vi. La política educativa $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^\infty$ es factible y por lo tanto la restricción presupuestaria del gobierno en la Ec. (7) se mantiene en cada período t.

Después de sustituir todas las restricciones, las condiciones de primer orden que conducen a las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo son (suponiendo soluciones interiores):

Condiciones de primer orden, FOC.

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad \text{si } b_t(\omega) > 0 \quad (15^*)$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} < \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad \text{si } b_t(\omega) = 0 \quad (15^*')$$

$$\frac{c_t^a(\omega)}{c_t^r(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad (16^*)$$

La condición de primer orden en las Ecuaciones (15*) y (15*') es la maximización de utilidad con respecto a $b_t(\omega)$, y en la Ec. (16*) Lo es con respecto a $s_t(\omega)$. Asumimos que las transferencias intergeneracionales son unidireccionales y por lo tanto no puede tomar valores negativos a lo largo de la trayectoria de equilibrio. Esto es garantizado por la siguiente condición suficiente. Dada la política educativa factible $\{(X_t, G_t)\}_{t=0}^\infty$ y la tasa de interés internacional $\{r_t\}$, para todas las generaciones siguientes t y todos los $\omega \in N_t$, el consumo óptimo satisface:

$$\frac{c_t^a(\omega)}{y_{t+1}(\omega)} \leq \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{1}{(1 + r_{t+1})} \quad t = 1, 2, \dots \quad (15^{**})$$

Los nuevos umbrales de decisión derivados del modelo son:

$$A_t = \left\{ \omega \left| Z_{t+1}(\omega) \geq \left(\frac{1}{1-\tau} \right) \left[\frac{1}{(B-1) \frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t} \right] \left(\frac{m_t^* - g_t}{U_t^\xi} \right) = \Lambda_t \right. \right\}$$

$$V_t = \left\{ \omega \left| Z_{t+1}(\omega) \geq \frac{(m_t^* - \bar{g}_t)[\tau w_t H_t]^{-\xi}}{(1-\tau)} \left[(B\bar{\gamma}_t)^\xi - 1 \right] \frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t \right]^{-1} = v_t \right\}$$

Demostración del umbral de agente calificado.

El problema de maximización es el mismo que el planteado en la sección 2.

Los resultados del ingreso per cápita para el trabajador poco calificado y calificado respectivamente.

$$y_{t+1}^l(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)[jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}]}{(1+r_{t+1})} Z_{t+1}(\omega) U_t^\xi + y_t^d(\omega) \right\}$$

$$y_{t+1}^s(\omega) = \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \right) (1 + r_{t+1}) \left\{ \frac{(1-\tau)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} BZ_{t+1}(\omega) U_t^\xi - (m_t^* - g_t) + y_t^d(\omega) \right\}$$

(Considerar si el gasto privado va en forma agregada en U o a nivel de agente como este $y_t^d(\omega) = y_t(\omega) - o_t(\omega)$ o diferente)

Considere el caso en que el joven es calificado. Sustituyendo las condiciones de primer orden en la Ec. (11) y resolver para $b_t(\omega)$. Haciendo uso de la Ec. (17) somos capaces de resolver $y_{t+1}^s(\omega)$. Repito los mismos pasos para el caso en que el mismo joven es poco calificados para derivar $y_{t+1}^l(\omega)$

$$y_{t+1}^s(\omega) > y_{t+1}^l(\omega) \Leftrightarrow Utilidad_t^s(\omega) > Utilidad_t^l(\omega)$$

Implica

$$\begin{aligned} (1-\tau)B\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)U_t^\xi w_{t+1} - m_t(1+r_{t+1}) \\ > (1-\tau)\theta_t(\omega)h_t^v(\omega)U_t^\xi [jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}] \end{aligned}$$

Despejo

$$\begin{aligned} Z_{t+1} &= \theta_t(\omega)h_t^v(\omega) \\ \theta_t(\omega)h_t^v(\omega) \left\{ (1-\tau)U_t^\xi [jw_t(1+r_{t+1}) + w_{t+1}] + (1-\tau)BU_t^\xi w_{t+1} \right\} &> m_t(1+r_{t+1}) \\ Z_{t+1} &> \frac{m_t(1+r_{t+1})}{(1-\tau)U_t^\xi} \left[\frac{1}{(B-1)w_{t+1} - jw_t(1+r_{t+1})} \right] \end{aligned}$$

Multiplico dentro de $\left[\frac{1}{(B-1)\frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t} \right]$ y fuera por $(1+r_{t+1})$

Queda el Umbral:

$$\Lambda_t = \left(\frac{1}{1-\tau} \right) \left[\frac{1}{(B-1) \frac{w_{t+1}}{1+r_{t+1}} - jw_t} \right] \left(\frac{m_t^* - g_t}{U_t^\xi} \right)$$

IV. Comentarios sobre el gasto privado a nivel obligatorio (Nota 35)

El gasto en educación privada a nivel obligatorio puede ser producto de:

a) el resultado de la maximización de la calidad educativa total que los padres pueden brindar a sus hijos. Dado que la calidad de la educación terciaria pública es considerada en muchos ámbitos superior a la que brindan prestadores privados y considerando que los problemas medulares de calidad están a nivel básico, prefieren enviar a sus hijos a un centro privado en el nivel obligatorio

b) en todos los niveles consideran mejor enviar a sus hijos a centros privados, dado los servicios personalizados y/o calidad que estos ofrecen y el entorno social más controlado o asociado a los intereses del padre.

Según una encuesta realizada a estudiantes universitarios (Prouniversitarios.com) se obtiene que de aquellos alumnos que concurren a centros públicos, UDELAR, 75% provienen de centros públicos del nivel básico y 25% de centros privados mientras que en las universidades privadas un 46% proviene de centros públicos en el nivel anterior y 54% desde privados.

B. Anexo de cuadros y datos

III.1) Descripción del sistema educativo uruguayo. (Nota 19)

CUADRO 13. Gasto público total, en educación y Producto bruto interno para Uruguay

Variables/Año	Series de datos macro 2004-2014 (datos en millones de \$)										
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Educación	12,7	13,6	15,5	18,9	24,2	30,2	32,5	38,9	45,1	51,8	59,1
Gasto Publico	88,5	90,5	117,2	133,7	155,7	178,5	196,6	222,6	255,1	294,1	336,7
Seg. Social	14,5	13,4	26,4	29,3	34,7	38,9	44,5	56	64,4	74	82,4
GP sin S/S	74	77,1	90,8	104,4	120,9	139,6	152,1	166,6	190,6	220,1	254,4
PIB	392,8	425	471,3	549,5	636,2	714,5	808,1	926,4	1043,6	1178,2	1336
Educ/GP	14,4%	15,1%	13,2%	14,1%	15,5%	16,9%	16,5%	17,5%	17,7%	17,6%	17,6%
Educ/GP sss	17,2%	17,7%	17,1%	18,1%	20,0%	21,7%	21,4%	23,3%	23,7%	23,5%	23,2%
Educ/pib	3,2%	3,2%	3,3%	3,4%	3,8%	4,2%	4,0%	4,2%	4,3%	4,4%	4,4%
VAR Educ/GP		5%	-12%	7%	10%	9%	-2%	6%	1%	0%	0%
VAR Educ/pib		3%	-3%	6%	11%	8%	-1%	9%	1%	-1%	-1%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de BCU, CGN (ejecución presupuestal tomo I)

CUADRO 14. Gasto público y privado por niveles según prestador
(Valores en USD)

Niveles/ Sector	Gasto en educación (millones)			Cantidad de alumnos matriculados			Gasto por alumno		
	publico	privado	total	publico	privado	total	publico	privado	total
Obligatoria	1.892	613	2.505	634816	126.660	761.476	2.980	4.838	3.289
Terciaria	539	160	699	164313	20.816	185.129	3.277	7.686	3.778
Total	2.430	773	3.203	799129	147.476	946.605	3.041	5.240	3.384

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF.

III.2) Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo

CUADRO 15. Ingresos de salario promedio y mediano según nivel educativo (Nota 30)

Ingresos de la ocupación principal según nivel educativo (pesos corrientes de 2013)		
	Promedio	Mediana
Sin educación formal	12.025	10.000
Primaria incompleta	12.522	10.000
Primaria completa	15.795	13.819
Ed. Básica incompleta	16.513	14.336
Ed. Básica completa	19.276	16.751
Ed. Superior incompleta	20.857	17.751
Ed. Superior completa	25.724	21.601
Terciaria incompleta	25.256	20.736
Terciaria completa	36.882	29.751
Posgrado completo o incompleto	52.574	41.727

Fuente: Elaboración propia en base a ECH 2013

III.2) Calibración de parámetros y ecuaciones del modelo (Nota 31)

“La tendencia desde 2004 ha sido al aumento de la participación del gasto público en detrimento del privado. De acuerdo a estas cifras, el peso del financiamiento privado cayó en la última década, pasando de representar del 30% al 25% del financiamiento total. En cuanto a la composición según niveles educativos del gasto privado curricular realizado por los hogares, a diferencia de lo observado con el gasto público, es la enseñanza media la que concentra la mayor parte de los recursos (en 2012, 38% del gasto privado total). Le siguen en importancia el gasto privado en enseñanza primaria (30%), terciaria (21%) y, finalmente, el gasto en educación inicial (12%). En el caso del gasto privado ha habido cambios más notorios en su composición por niveles. En los últimos nueve años la participación de la enseñanza terciaria aumento de 17% a 21% del gasto privado curricular, como resultado de la significativa expansión de los servicios de enseñanza universitaria y terciaria no universitaria brindados por el sector privado.” INEEd 2014

IV.3) Modificación a la estructura del modelo (Nota 35)

Según el resultados de la encuesta antes mencionada (*Prouniversitarios.com*), ante la pregunta: ¿De que liceo del que provienen?

En el conjunto de la población universitaria, el 70% proviene de la educación secundaria pública, este porcentaje se divide en un 44% que proviene de liceos del interior y un 26% de liceos de Montevideo. Por otra parte, un 29% proviene de la enseñanza privada en donde el 25% corresponde a colegios de Montevideo y un 4% a colegios del interior.

IV.3) Modificación a la estructura del modelo

CUADRO 16. Gasto educativo global y por estudiante ajustado al modelo.

(Valores en USD)

Niveles	Gasto (millones)			Alumnos matriculados	Gasto por estudiante (miles)		
	publico	privado	total		publico	privado	total
Obligatoria	1.892	613	2.505	761.476	2,48	0,80	3,29
Terciaria	539	160	699	185.129	2,91	0,86	3,78
Total	2.430	773	3.203	946.605	2,57	0,82	3,38

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU, CGN, INEEd, MEC, MEF